

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

10/79

U. S. T. A.

2 ex

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE MÉCANIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

COMPRESSEUR

BI-ÉTAGE

2 PLANS

PROPOSE ET SUIVI PAR :

M<sup>r</sup> JOAN TUDOR

ÉTUDE PAR :

NOURREDDINE LAKACHE

MOSTEFA MECHAKRA

المدرسة لوطنية للعلوم الهندسية

— المكتبة —

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHÈQUE

PROMOTION  
JANVIER 1979

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**U. S. T. A.**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

COMPRESSEUR  
BI-ETAGE

PROPOSE ET SUIVI PAR :

M<sup>e</sup> JOAN TUDOR

ETUDIE PAR :

NOURREDDINE LAKACHE  
MOSTEFA MECHAKRA

PROMOTION  
JANVIER 1979

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَالشَّمْسُ تَجْرِي لِمُسْتَقَرٍّ لَهَا

ذَلِكَ تَقْدِيرُ الْعَزِيزِ الْعَلِيمِ

صدق الله العظيم

١٩٤٧

LAKACHE Nourredine

إلى الولدين

Remerciements

Nous adressons nos remerciements à Mr. Ioan T U D O R  
qui a dirigé notre travail.

Nous remercions également tous les professeurs qui ont contribué  
à notre formation.

==.oO§Oo.==

	Pages
I. Introduction	
II. Etude thermodynamique .....	1
2.1 Influence de l'humidité . . . . .	
2.1.1 Calcul de la masse volumique de l'air sec	
2.1.2 Calcul de la masse volumique de l'air humide	
2.2 Etude du cycle théorique sans volume mort .....	2
2.2.1 Compression isotherme .....	3
2.2.2 Compression isentropique .....	4
2.2.3 Compression polytropique .....	4
2.2.4 Tracé du cycle théorique .....	5
2.3 Imperfections dans un cylindre .....	7
2.4 Compression étagée	
2.4.1 Etude d'un compresseur bi-étagé	
2.4.2 Application numérique .....	9
2.4.3 Calcul du rendement volumétrique .....	11
2.4.4 Détermination des diamètres .....	11
2.5 Pertes de charge .....	12
2.5.1 tracé du cycle réel	
III Cinématique et dynamique du système bielle manivelle .....	14
3.1 Cinématique du système .....	14
3.2 dynamique du système .....	17
IV Calcul des éléments mécanique	
- Volant .....	20
- Vilbrequin .....	23
- Equilibrage .....	29
- Pistons .....	31
- Segments .....	34
- Axe du piston .....	35
- Chemises .....	39
- Bielles .....	42
- Soupapes .....	50
- Ressorts .....	53
- Refroidisseurs .....	59
- Mode d'entraînement .....	63
- Reservoir .....	66
V <u>CONCLUSION.</u>	

## INTRODUCTION

Les compresseurs sont des appareils destinés à produire une élévation de pression du fluide, pour de nombreuses applications dans l'industrie tels que : mines, ateliers, etc...

Dans la pratique on rencontre plusieurs types de compresseurs : compresseurs centrifuges - axiaux - alternatifs - rotatif..

Dans notre étude on se limite au compresseur volumétrique alternatif à air.

Son principe est simple, consiste à comprimer de l'air par une diminution de volume dans une enceinte par action d'un piston.

Notre but est de construire un compresseur bi-étagé dont les caractéristiques sont :

- Humidité relative  $e = 60\%$
- pression d'aspiration  $P_0 = 1 \text{ bar}$
- pression de refoulement  $P_I = 10 \text{ bars}$
- température d'aspiration  $t_0 = 25^\circ\text{C}$
- température d'utilisation  $t_I = 40^\circ\text{C}$
- Débit refoulé  $q = 5 \text{ m}^3/\text{r}$

On trouvera également dans cette étude un rappel thermodynamique, définition et fonction de chaque élément du compresseur.

II Etude thermodynamique

2.1 Influence de l'humidité

2.1.1 calcul de la masse volumique de l'air sec.

$$P_1 = 1 \text{ bar} \quad ; \quad T_1 = 298^\circ \text{ K} \quad ;$$

$$P_1 v_1 = rT_1 \implies v_1 = \frac{rT_1}{P_1} = \frac{287 \times 298}{10^5} = 0,855 \text{ m}^2 / \text{kg}$$

$$\rho_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{1}{0,855} = 1,169 \text{ kg / m}^3$$

2.1.2 calcul de la masse volume de l'air humide

$$P_1 = 1 \text{ bar} \quad ; \quad T_1 = 298^\circ \text{ K} \quad ; \quad e = 60\%$$

$$\rho = \rho_{\text{air}} + \rho_{\text{vap}} = \frac{P_a}{r_a T_1} + \frac{P_v}{r_v T_1}$$

Sachant que :  $P_a = P - P_v$

$$\text{alors } \rho = \frac{P - P_v}{r_a T_1} + \frac{P_v}{r_v T_1} = \frac{P}{r_a T_1} - \frac{P_v}{T_1} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_v} \right) \quad \text{avec}$$

$$\text{avec } r_a = 287 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$$

$$r_v = 461 \text{ J / kg}^\circ\text{K}$$

on a :  $P_v = e P_s$  avec  $e =$  humidité relative

$P_s =$  Pression de vapeur d'eau saturante en fonction de  $T^\circ$ .

$P_s = 0,0317 \text{ bar}$  d'après les tables.

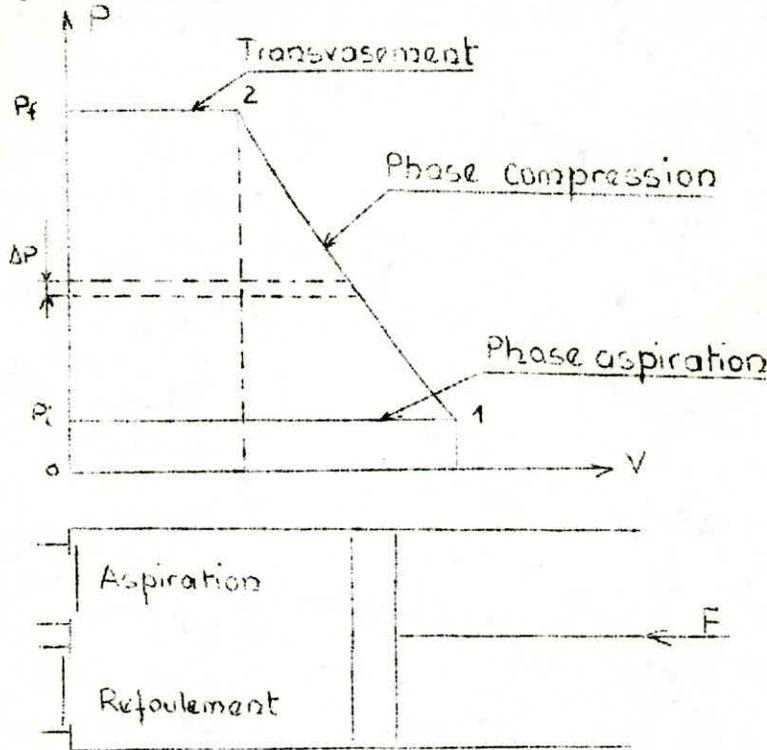
$$\rho = \frac{10^5 - 0,60 \times 0,0317}{287 \times 298} + \frac{0,60 \times 0,0317}{461 \times 298} = 1,169 \text{ Kg/m}^3$$

D'après le calcul, on remarque que  $\rho_{\text{sec}} = \rho_{\text{hum}}$

d'où on peut négliger l'influence de l'humidité, de plus aucune condensation n'est à craindre pendant la compression, car la température est suffisante pour évaporer ce brouillard d'eau, le problème se pose pour les refroidisseurs.

## 2.2 Etude du cycle théorique sans volume mort

l'opération s'effectue en 2 temps



Le cycle de travail par tour dans un cylindre de compresseur qu'on suppose sans espace mort comprend successivement :

- l'aspiration à la pression  $P^0_a$  pendant laquelle le volume augmente de  $V_0$  à  $V_1$  et la poussée de l'air aspiré sur le piston fournit un travail.

$$W_a = - \int_0^{V_1} P dV = - P_1 V_1$$

- la compression de la pression  $P^0_a$  à  $P_f$  pendant laquelle le volume diminue de  $V_1$  à  $V_2$  et le travail absorbé a pour valeur :

$$W_c = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

- le refoulement, à la pression constante  $P_f$  pendant lequel le volume diminue de  $V_2$  à  $V_0$  et le travail a pour valeur :

$$W_r = - \int_{V_2}^{V_0} P dV = \int_{V_0}^{V_2} P dV = P_2 V_2$$

Pendant les opérations, il existe des fuites d'air (entre le piston et le cylindre) qui viennent se localiser derrière le piston dont nous négligeons le travail car il est nul pour un cycle de travail.

Bilan

Le travail absorbé pour l'ensemble du cycle

$$W = W_c + W_a + W_r = p_2 V_2 - p_1 V_1 + \int_{V_2}^{V_1} PdV$$

$$W = 5 \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Remarquons que ce travail dépend de la variation de pression en fonction, du volume et des échanges thermiques avec l'extérieur, ce travail représente l'aire du cycle.

2.2.1 Compression isotherme

Dans cette évolution théorique, la totalité de la chaleur fournie par le travail de compression est évacuée à l'extérieur, grace à un refroidissement qu'on suppose parfait, de façon à obtenir une transformation d'état de fluide à température constante. Le fluide évolue suivant la loi de Mariotte :  $PV = CSte$ .

\* Calcul du travail isotherme

$$W = \int_1^2 PdV$$

d'après l'équation fondamentale

$$pv = rT \quad (\text{ramenée à l'unité de masse})$$

$$\implies p = \frac{rT}{v}$$

$$W = \int_1^2 - rT \frac{dv}{v} = rT_1 \ln \frac{v_1}{v_2}$$

Calcul de la quantité de chaleur

D'après le 1er principe de la thermodynamique

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q = C_v \Delta T$$

comme  $T = v T_c \implies dT = 0$  d'où  $\Delta W + \Delta Q = 0$   
 $\implies \Delta Q = - \Delta W = - n R T_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$

Dans ce cas le fluide reçoit du travail du milieu extérieur

2.2.2 Compression isentropique : C'est également une évolution théorique s'effectuant sans gain ni échange thermique avec l'extérieur, la chaleur fournie par le travail de compression est en totalité utilisé à augmenter la température des gaz qui évolue suivant la loi de Laplace.  $PV = Cste.$

Calcul du travail

Dans ce cas l'équation algébrique du 1er principe se réduit à

$$\Delta U = \Delta W = C_v dT \quad \text{car} \quad \Delta Q = 0$$

Alors  $W = \int_1^2 C_v dT = C_v (T_2 - T_1)$

la relation de Mayer  $C_p - C_v = R$  et  $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$

$$W = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \gamma \frac{(P_2 V_2 - P_1 V_1)}{\gamma - 1}$$

Calcul de la température de fin de compression

Partant de l'équation  $PV = Cste$  on obtient que

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

2.2.3 Compression polytropicque

Pour minimiser l'échange de chaleur avec le milieu extérieur, on prévoit un refroidissement à cet effet; Ainsi l'échange étant limité.

La loi de compression est comprise entre l'isotherme et l'isentropique, elle suite une loi dite polytropicque.

$PV^n = Cste$        $n$  : Coefficient polytropicque

En pratique la valeur du coefficient polytropique R, pour les compresseurs d'air à piston varie 1,3 à 1,35. Sa variation dans cette intervalle est fonction du type de refroidissement de la machine et de la vitesse de rotation.

\* Travail polytropique

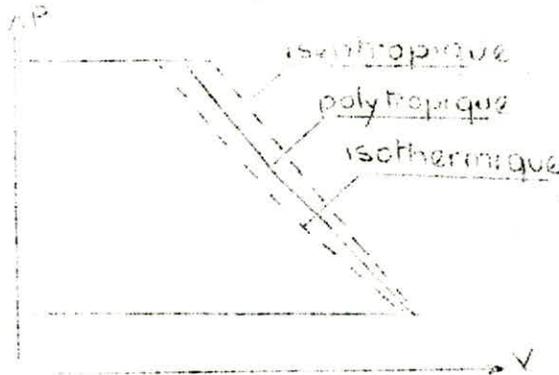
$$W_p = \frac{n}{n-1} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{n}{n-1} r (T_2 - T_1)$$

température fin de compression

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur

$$Q = W_p \left( \frac{n-\kappa}{\kappa-1} \right)$$



Remarquons que le travail théorique est toujours mesuré par l'acier du cycle. Nous aurons alors d'après la figure ci-dessus

$$W_{isen} > W_{pol} > W_{iso}$$

2.2.4. Tracé du cycle théorique

Construction graphique des courbes de compression

Dans la représentation graphique le plus difficile est de tracer la courbe de compression, pour cela on utilise la méthode géométrique.

1. cycle à compression isotherme

Dans le repère de Clapeyron,  $PV = cste$ , représente une hyperbole équilatère. De l'origine 0 du repère, on trace deux angles  $\alpha$  et  $\beta$  égaux entre-eux.

Du point initial  $(P_1, V_1)$  on trace la verticale 1-a et l'horizontale 1-b. Des points a et b, on trace à  $45^\circ$  les droites a-c et b-d puis la verticale par c et l'horizontale par d. Le point d'intersection (2) appartient à l'isotherme et ainsi de suite.

### 2. cycle à compression adiabatique

Cette courbe est construite de la même façon, mais avec des angles  $\alpha$  et  $\beta$  différents. On choisit  $\alpha$  et on détermine  $\beta$  par la relation :

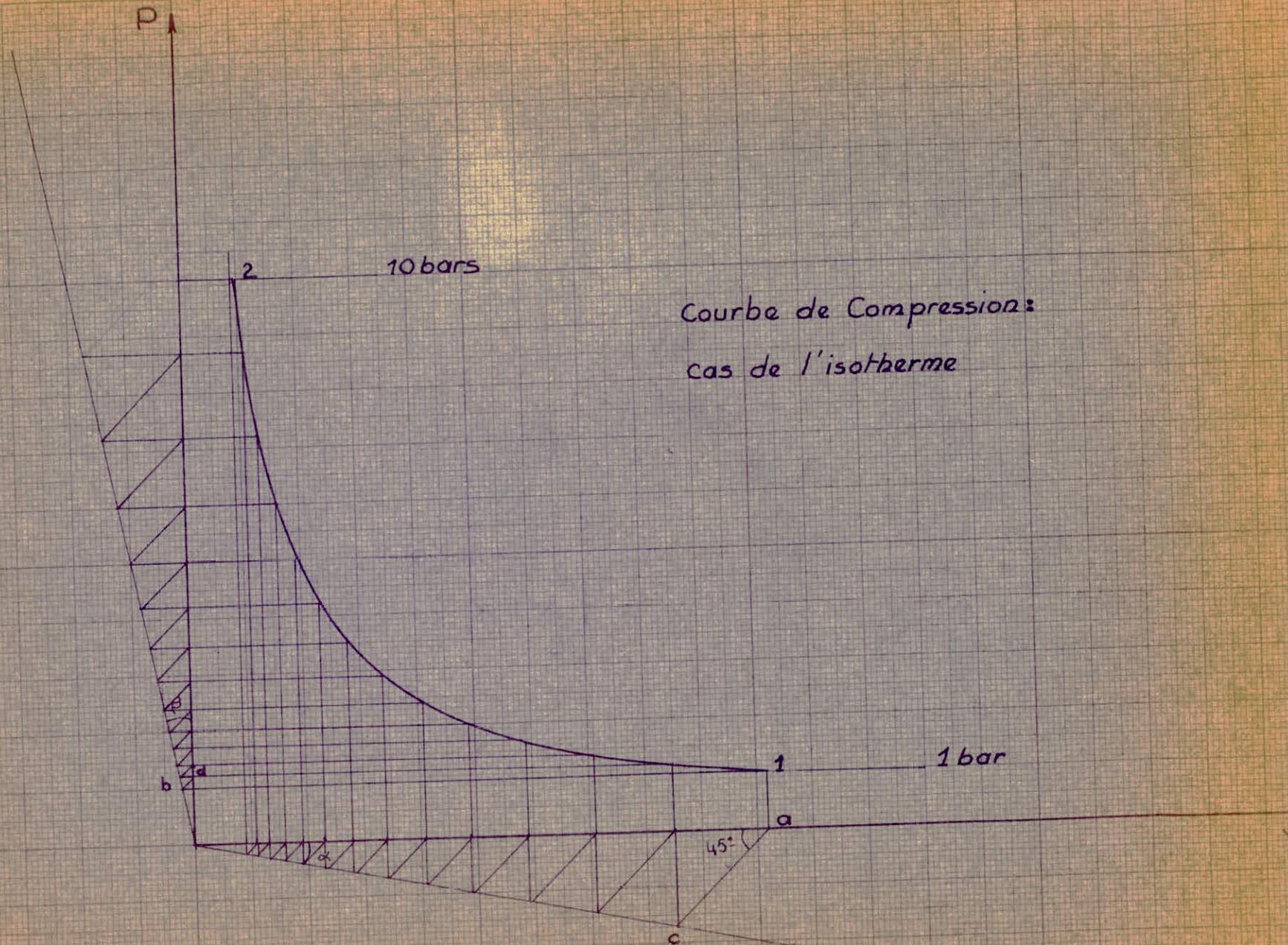
$$1 + \operatorname{tg} \beta = (1 + \operatorname{tg} \alpha)^\gamma$$

### 3. cycle à compression polytropicque

Même cas que l'adiabatique seulement l'exposant qui change.

Quelques valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  dans le cas de l'air

$\operatorname{tg} \alpha = 0,333$	$\operatorname{tg} \beta = 0,5$	$\gamma = 1,4$
$\operatorname{tg} \alpha = 0,333$	$\operatorname{tg} \beta = 0,453$	$n = 1,3$
$\operatorname{tg} \alpha = 0,333$	$\operatorname{tg} \beta = 0,474$	$n = 1,35$



Courbe de Compression:  
cas de l'isotherme

$P$  (bars)

10

Diagramme théorique

3,16

1

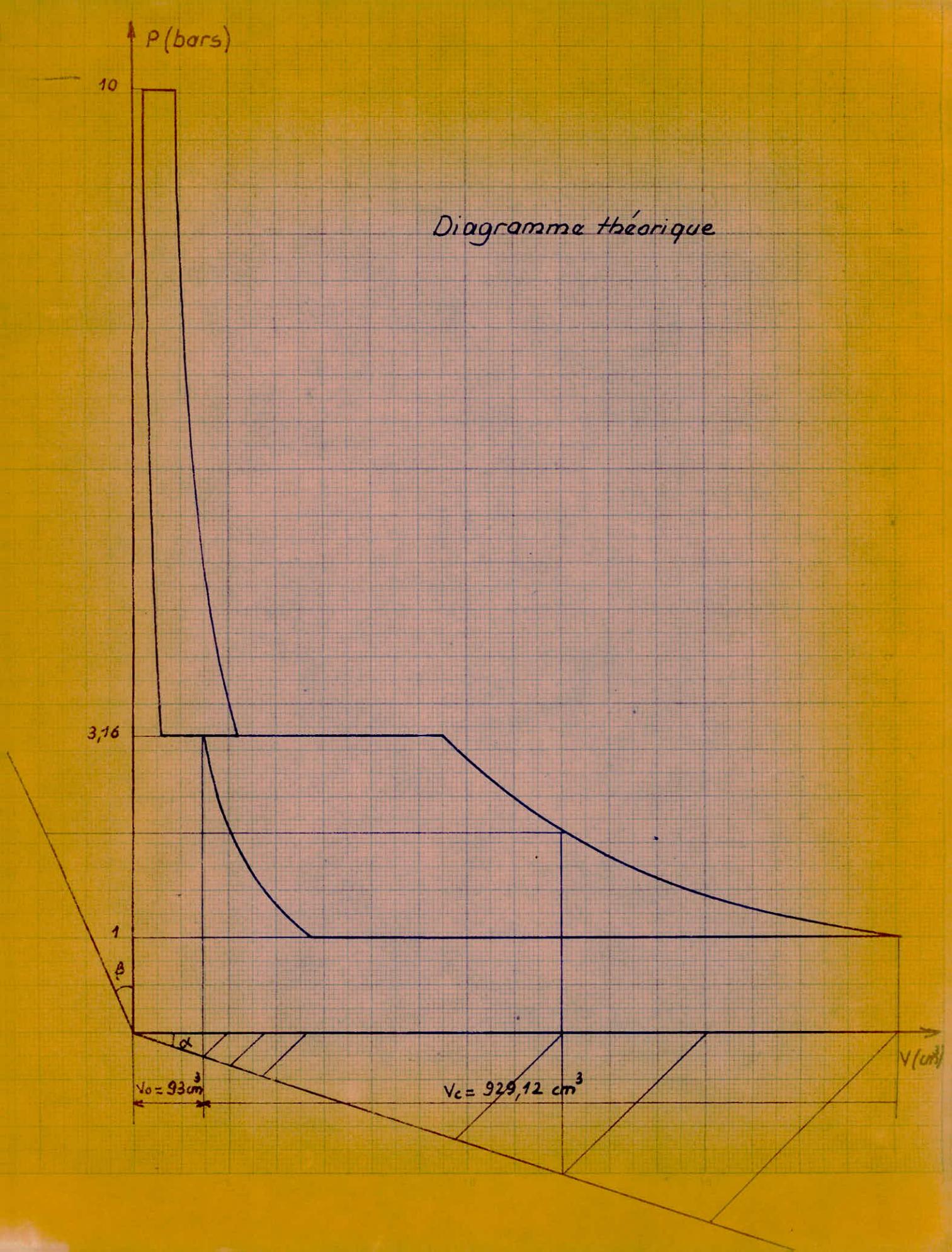
$\beta$

$\alpha$

$V_0 = 93 \text{ cm}^3$

$V_c = 929,12 \text{ cm}^3$

$V$  (cm<sup>3</sup>)



### 2.3. Imperfections dans un cylindre

#### \* Influence de l'espace mort

L'espace mort est le volume compris entre le piston et le fond du cylindre. L'air enfermé dans celui-ci se détend dans le cylindre pendant l'aspiration avant que les clapets s'ouvrent, d'où dépression à l'aspiration tout en passant par un maximum.

#### \* Compression

La courbe réelle de compression se trouvant entre la courbe polytropique et l'adiabatique, elle commence par être plus raide que l'adiabatique pour se rapprocher d'une isotherme en fin de compression.

#### \* Pertes aux niveaux des clapets

Au refoulement la pression interne du cylindre est égale à  $P_f$  ( $P_f$  = pression finale de l'étage), mais pour vaincre la force de rappel des ressorts des clapets et leurs inerties, il faut une surpression.

#### \* Pertes mécaniques et d'étanchéités

Les pertes sont surtout importantes au niveau du joint - glissant piston cylindre. Leurs effets se manifestent par un dégagement de chaleur : Il en résulte une élévation de température du fluide.

Toutes ces imperfections conduisent le diagramme réel à la forme ci-joint. On remarque que la surface du diagramme et le travail dépensé sont peu modifiés d'où chute de rendement.

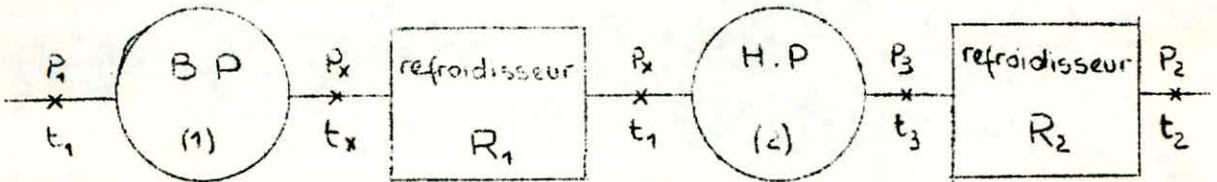
### 2.4. Compression étagée

Les compressions peuvent être en un ou plusieurs étages ; le choix de l'un ou de l'autre se fait d'après la valeur du taux de compression.

$\xi \leq 6$	Compression mono-étagé
$6 < \xi \leq 12$	Compression bi-étagé
$\xi > 12$	Compression multi-étagé

2.4.1. Etude d'un compresseur bi-étagé

Schéma de principe



- Dans le premier étage : Basse pression

\* aspiration :  $P_1$  ,  $t_1$

\* refoulement :  $P_x$  ,  $t_x$

l'air refoulé entre dans un refroidisseur  $R_1$  qui le refroidit jusqu'à la température  $t_1$  , tout en gardant la pression constante à  $P_x$

- Dans le deuxième étage = Haute pression

\* aspiration :  $P_x$  ,  $t_1$

\* refoulement :  $P_3$  ,  $t_3$

On place un réfrigérant  $R_2$  à la sortie du 2eme étage pour avoir la température répondant aux données de l'utilisation.

Nous supposons dans le calcul qui suit que l'air a le même coefficient polytropique alors :

$$W_{th \text{ tot}} = \frac{\eta_r}{\eta - 1} (T_x + T_3 - 2 T_1)$$

Ce travail est minimum lorsque  $(T_x + T_3)$  est minimum. Cette somme est minimale pour  $T_x = T_3$  car  $T_x T_3 = T_1^2 \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \text{constante}$

Par conséquent, nous aurons le même travail dans les deux étages aussi que le taux de compression.

Finalement on a :

$$W_{\text{thtot}} = 2 \frac{nr}{n - T} (T_3 - T_1)$$

$$\frac{P_x}{P_1} = \frac{P_3}{P_x} = \sqrt{\frac{P_3}{P_1}} = \varepsilon = 3,16$$

### 2.4.2 Application numérique

- Calcul de débit massique du compresseur

$$q_v = 5 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0833 \text{ m}^3/\text{mn}$$

$$\text{nous avons } q_m = \rho q_v$$

calculons la masse volumique à l'état initial

$$\text{on a : } P_1 V_1 = rT_1 \implies V_1 = \frac{rT_1}{P_1} = \frac{287 \times 298}{10^5} = 0,855 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,855} = 1,169 \text{ Kg / m}^3$$

$$\text{d'où } q_m = 1,169 \times \frac{0,0833}{60} = 0,0016 \text{ Kg/s}$$

### \* Cas de la compression isotherme

$$T_1 = T_x = T_3 = 298^\circ \text{ K}$$

$$W_c = rT_1 \ln \varepsilon = 287 \times 298 \times \ln 3,16 = 98,4 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_c = W \times q_m = 98,4 \times 0,0016 = 157,4 \text{ Watt.}$$

$$W_{\text{tot}} = 2 W_c = 2 \times 98,4 = 196,8 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_{\text{tot}} = 2P_c = 2 \times 157,4 = 314,8 \text{ Watt}$$

### \* Cas de la compression isentropique

$$T_x = T_3 = T_1 \left( \frac{P_3}{P_x} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 298 \times (3,16)^{\frac{0,4}{1,4}} = 414^\circ \text{K}$$

$$W_c = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) = \frac{1,4 \times 287}{0,4} (413 - 298) = 116,52 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_c = qm W_c = 116,52 \times 0,0016 = 186,4 \text{ Watt}$$

$$W_{\text{tot}} = 2W_c = 2 \times 116,52 = 233,04 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_{\text{tot}} = 2P_c = 2 \times 186,4 = 372,86 \text{ Watt}$$

\* Cas de la compression polytropique

- Machine lente refroidie par circulation d'eau (n = 1,3)

$$T_x = T_3 = T_1 \left( \frac{P_3}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 298 \times (3,16)^{\frac{0,3}{1,3}} = 388,6^\circ \text{ K}$$

$$W_c = \frac{nr}{n-1} (T_3 - T_1) = \frac{1,3 \times 287}{0,3} (388,6 - 298) = 112,67 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_c = qm \times W_c = 0,0016 \times 112,7 = 180,32 \text{ Watt}$$

$$W_{\text{tot}} = 2W_c = 2 \times 112,7 = 225,4 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_{\text{tot}} = 2 P_c = 2 \times 180,32 = 360,65 \text{ Watt}$$

Quantité de chaleur fournie à l'eau de refroidissement par cylindre.

$$Q_c = \frac{n - \gamma}{\gamma - 1} W_c = \frac{1,3 - 1,4}{0,4} \times 112,7 = - 28,75 \text{ KJ/Kg}$$

- Machine rapide refroidie par circulation d'air (n = 1,35)

$$T_x = T_3 = T_1 \left( \frac{P_3}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 298 (3,16)^{\frac{1,35-1}{1,35}} = 401,57^\circ \text{ K.}$$

$$W_c = \frac{nr}{n-1} (T_3 - T_1) = \frac{1,35 \times 287}{0,35} (401,57 - 298) = 114,65 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_c = W_c \times qm = 0,0016 \times 114,65 = 183,43 \text{ Watt}$$

$$W_{\text{tot}} = 2 W_c = 2 \times 114,65 = 229,3 \text{ KJ/Kg}$$

$$P_{\text{tot}} = 2P_c = 2 \times 183,43 = 366,86 \text{ Watt}$$

Quantité de chaleur fournie à l'eau de refroidissement par cylindre.

$$Q = \frac{n - \gamma}{\gamma - 1} W_c = \frac{1,35 - 1,4}{0,4} \times 114,65 = - 14,33 \text{ KJ/Kg}$$

2.4.3. Calcul du rendement volumétrique

Sachant que  $V_0 = 10\% V_c$  alors :

$$y_v = 1 - \frac{V_0}{V_c} \left[ \left( \frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] = 0,85$$

2.4.4. Détermination des diamètres des cylindres

Données :  $y_v = 0,85$  ;  $N = 750$  tr/mn

$q_{vr} = 5 \text{ m}^3/\text{h}$  ;  $C = 70$  mm (pour les deux cylindres)

On suppose que les refroidisseurs  $R_1$  et  $R_2$  sont parfaits

alors :

$$q_{v3} = q_{v2} = 5 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$q_{m3} = \rho_3 q_{vr3}$$

$$q_{vr3} = y_v q_{vth} = y_v \frac{\Pi D_2^2}{4} \text{ CN}$$

$$q_{m3} = \frac{P_3}{rT_3} y_v \frac{\Pi D_2^2}{4} \text{ CN et } q_{vth1} = \frac{\Pi D_1^2}{4} \text{ CN}$$

$$\text{d'où } q_{m1} = \rho_1 q_{vth1} = \frac{P_1}{rT_1} \frac{\Pi D_1^2}{4} \text{ CN}$$

d'après le principe de la conservation de masse nous aurons :

$$q_{m1} = q_{m3} \implies \frac{P_1}{rT_1} \frac{\Pi D_1^2}{4} \text{ CN} = \frac{P_3}{rT_3} y_v \frac{\Pi D_2^2}{4} \text{ CN}$$

$$\text{d'où on tire : } D_1 = 2,55 D_2$$

l'expression du débit refoulé par la haute pression nous donne :

$$q_{vr} = y_v \frac{\Pi D_2^2}{4} \text{ CN} = 58,4 D_2^2 \quad (2)$$

Le graphe de (1) et (2) nous permet de déterminer les diamètres

\* Basse pression  $D_1 = 13$  cm

\* Haute pression  $D_2 = 5$  cm

$Q [cm^3/s]$   $D_1 [cm]$

3000

$D_1 = 13 cm$

2000

1388,8

1000

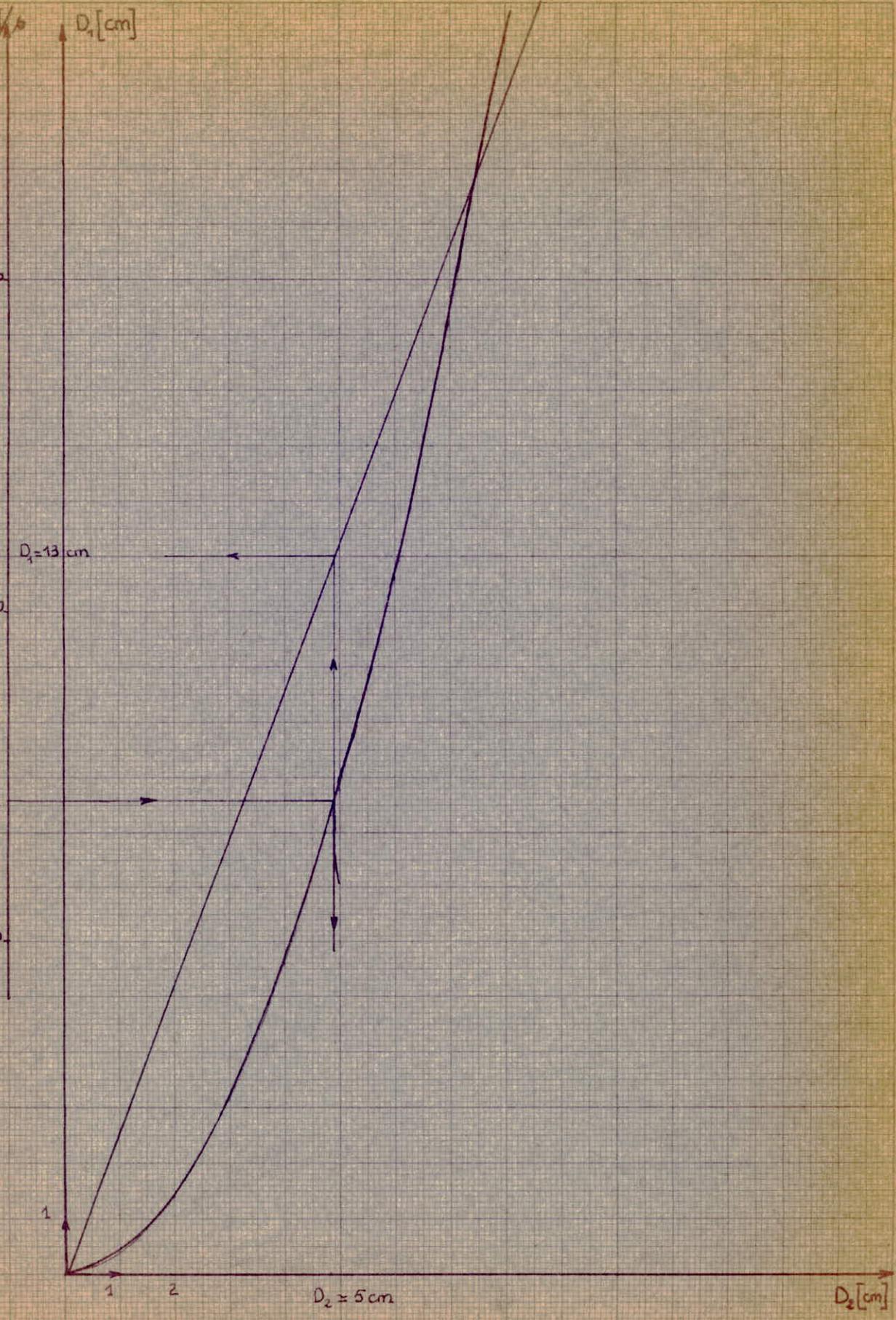
1

1

2

$D_2 = 5 cm$

$D_2 [cm]$



Pertes de Charge

L'analyse des causes des pertes de charges nous conduit à estimer une dépression de 5% à l'aspiration et une surpression de 5% au refoulement pour chaque étage. Ainsi, nous obtenons un diagramme qu'on appelle diagramme indiqué ou diagramme de Watt.

. Basse pression

- Aspiration :  $P = 0,95$  bar
- refoulement :  $P = 3,318$  bars

. Haute pression

- Aspiration :  $P = 3$  bars
- Refoulement :  $P = 10,5$  bars

Ce diagramme, nous permet de déterminer le travail indiqué par cycle ainsi que la masse aspirée.

Travail indiqué

Le planimétrage donne :  $3500 \text{ mm}^2$

d'après l'échelle de la figure :  $1 \text{ mm}^2 = 0,0319 \text{ J}$

$$\Rightarrow \text{Wind} = 3500 \times 0,0319 = 111,65 \text{ J/cycle}$$

- Masse d'air de l'espace mort

$$m_e = \rho_I V_I = 1,169 \times 236 \cdot 10^{-6} = 275 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

- Masse d'air totale

$$m_t = \rho_I V_2 = 1,169 \times 1022 \cdot 10^{-6} = 1194 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

- Masse d'air refoulée par cycle

$$m = m_t - m_e = 1194 \cdot 10^{-6} - 275 \cdot 10^{-6} = 918 \cdot 10^{-6} \text{ Kg /cycle}$$

- travail indiqué par Kg d'air refoulé

$$\text{Wind} = \frac{111,65}{918 \cdot 10^{-6}} = 121,62 \text{ KJ/Kg}$$

Puissance indiquée

$$P_{ind} = \frac{N}{60} \cdot W_{ind} = \frac{750}{60} \times 111,65 = 1395,62 \text{ W}$$

Rendement indiqué

$$\eta_{ind} = \frac{W_{th}}{W_{ind}} = \frac{112,67}{121,62} = 0,92$$

Puissance effective

Sachant que  $\eta_m = 0,8$  à  $0,85$  on prend  $\eta_m = 0,85$

$$P_{eff} = \frac{P_{ind}}{\eta_m} = \frac{1395,62}{0,85} = 1641,9 \text{ W}$$

Rendement effectif ou global

$$\eta_g = \frac{P_{th}}{P_{eff}} = \frac{P_{th}}{P_{ind}} = \frac{P_{ind}}{P_{eff}} = \eta_{ind} \times \eta_m = 0,92 \times 0,85 = 0,78$$

Pression moyenne indiquée

$$W_{ind} = P_{mi} \cdot V_c \implies P_{mi} = \frac{W_{ind}}{V_c} \text{ avec } V_c = \frac{\pi D^2}{4} \cdot C$$

. Basse pression

$$P_{mi} = \frac{111,65 \cdot 4}{3,14 \cdot (0,13)^2 \cdot 0,07} = 1,2066 \text{ bars}$$

. Haute pression

$$P_{mi} = \frac{111,65 \cdot 4}{3,14 \cdot (0,05)^2 \cdot 0,07} = 8,12 \text{ bars}$$

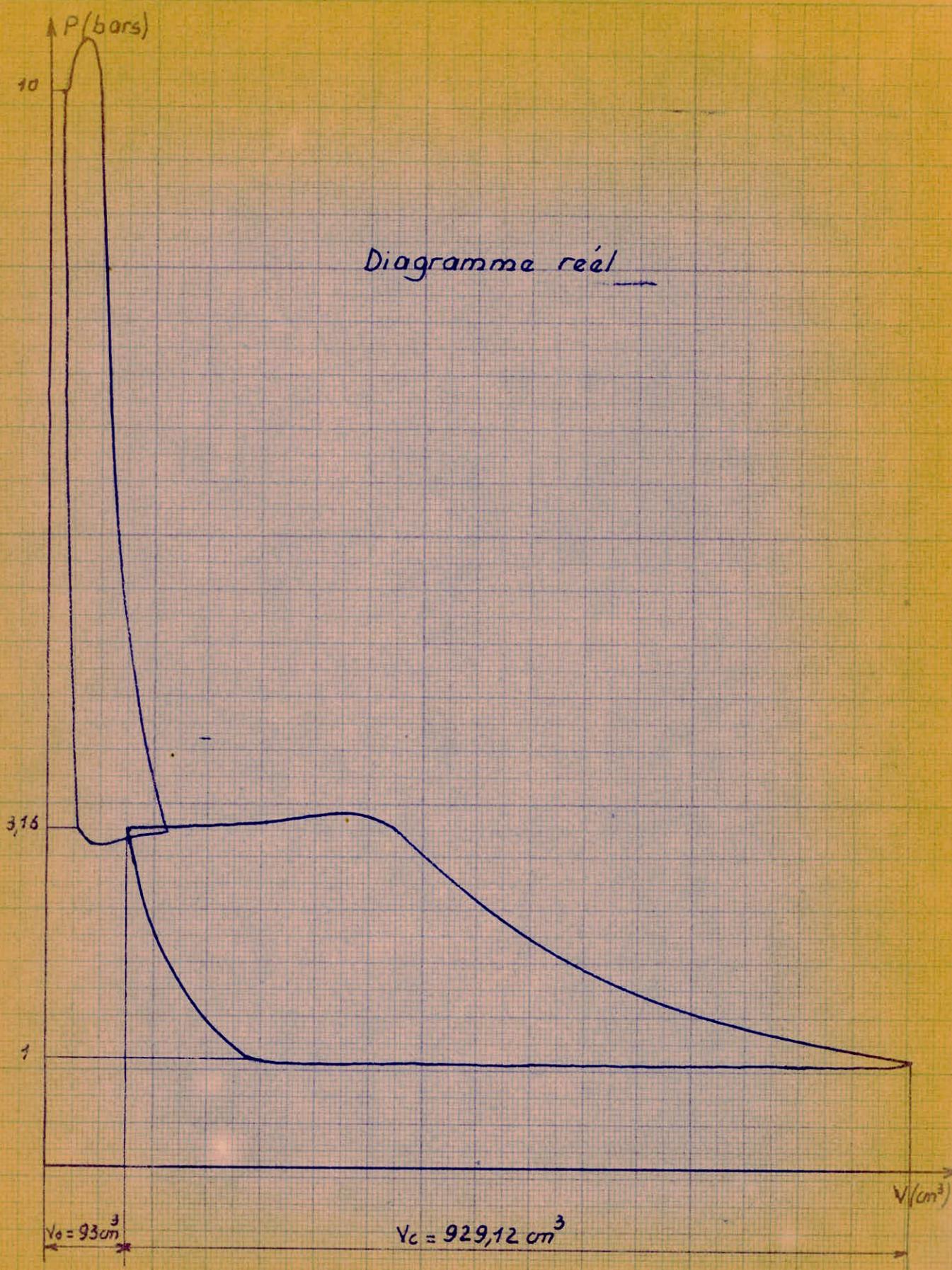
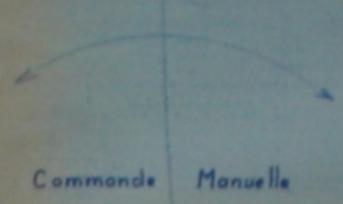


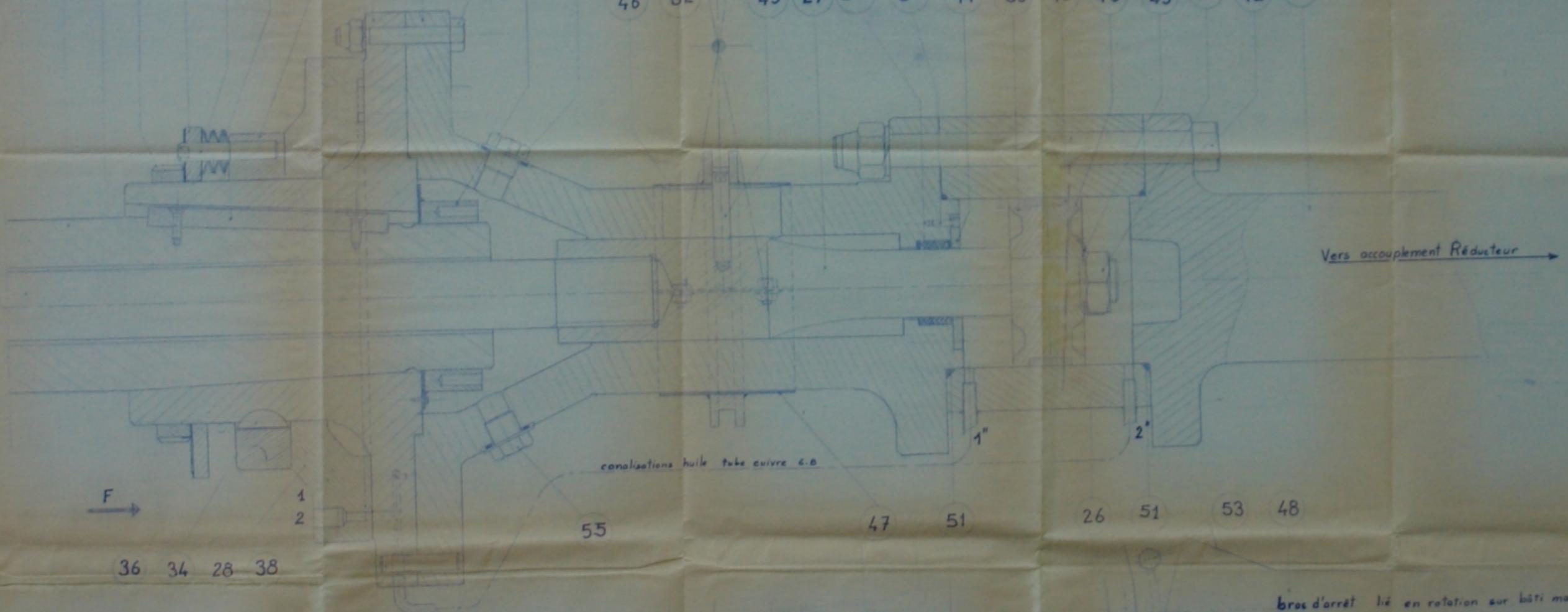
Diagramme réel

UNIVERSITÄT  
DUISBURG ESSEN  
BIBLIOTHEK

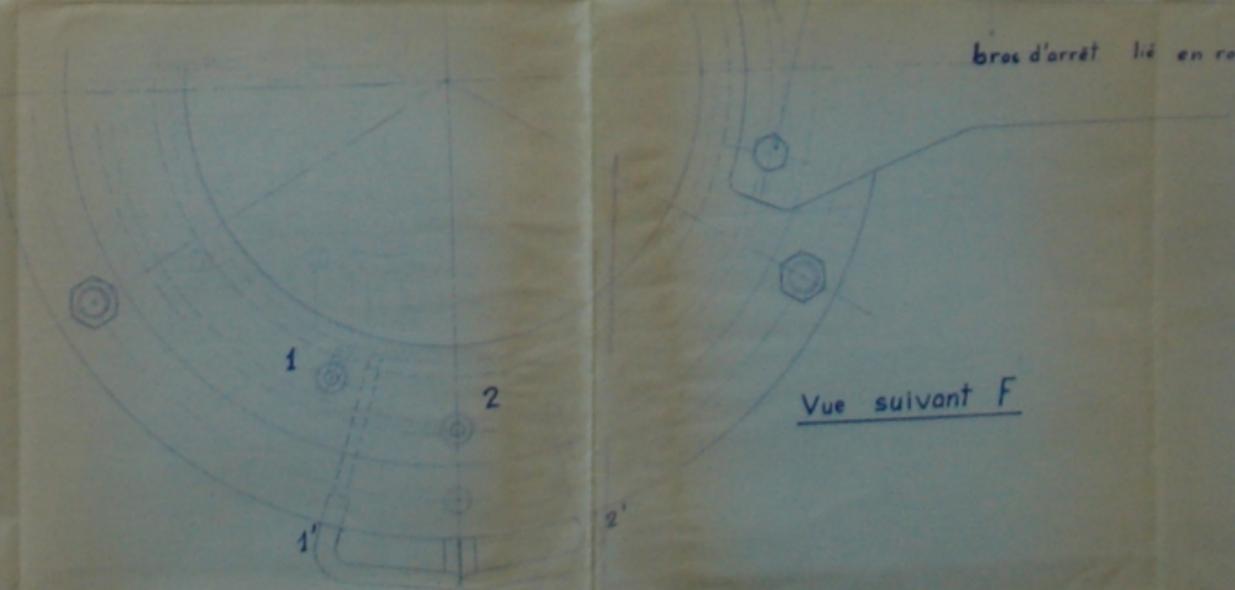


2 1 56 31 30 32 33 29 24 23 37 35 55

46 52 45 27 50 54 44 39 49 40 43 41 42 25



bros d'arrêt lié en rotation sur bâti machine.



BIBLIOTHEQUE

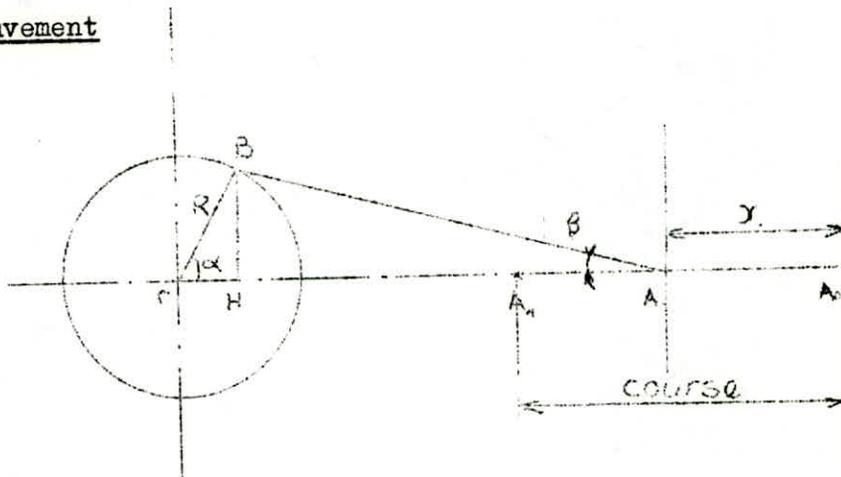
PM 010/79  
p. 14

### III Cinématique et dynamique du système bielle manivelle

#### 3.1 Cinématique du système

Parmi les machines volumétriques celles qui utilisent le système bielle manivelle comme organe de transmission de puissance, sont les plus nombreuses. Il est intéressant d'étudier la cinématique et la dynamique de ce système. Nous déduirons le mouvement du pied de bielle, donc du piston par une étude algébrique. Nous supposerons également que la manivelle tourne à une vitesse angulaire constante.

#### Etude du mouvement



#### Notation :

L = longueur de bielle

R = Rayon de manivelle

$\lambda = \frac{R}{L}$  caractéristiques du bielle manivelle

Pour les angles  $\alpha$  et  $\beta$  voir figure

\* équation de l'élongation du point A

$$X = OA_0 - OA$$

$$OA_0 = L + R$$

$$OA = R \cos \alpha + L \cos \beta$$

$$X = L + R - R \cos \alpha - L \cos \beta$$

\* Relation entre  $\alpha$  et  $\beta$

Dans le triangle AOB.

on a  $BH = R \sin \alpha = L \sin \beta$   
 d'où on tire  $\sin \beta = \frac{R}{L} \sin \alpha = \lambda \sin \alpha$

$\cos \beta = (1 - \sin^2 \beta)^{1/2} = (1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}$   
 d'où  $X = L + R - R \cos \alpha - L (1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}$

Remarquons que la quantité  $(1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}$  peut s'écrire

$1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha + \dots$  en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2

$X = L + R - R \cos \alpha - L + \frac{\lambda^2}{2} L \sin^2 \alpha = R - R \cos \alpha + \frac{R^2}{2L} \sin^2 \alpha$

$X = R (1 - \cos \alpha + \frac{\lambda \sin^2 \alpha}{2})$

Sachant que le mouvement étant circulaire on a  $\alpha = \omega t$

$X = R (1 - \cos \omega t + \frac{\lambda \sin^2 \omega t}{2})$

\* Equation de la vitesse du piston

L'équation de la vitesse s'obtient par dérivation par rapport au temps de l'élongation.

$v = \frac{dx}{dt} = R (\omega \sin \omega t + \frac{2 \lambda \omega \sin \omega t \cos \omega t}{2})$

$v = R \omega (\sin \omega t + \frac{\lambda \sin 2 \omega t}{2})$

\* Equation de l'accélération

L'équation de l'accélération s'obtient par dérivation par rapport au temps de la vitesse.

$\gamma = \frac{dv}{dt} = R \omega (\omega \cos \omega t + \frac{2 \lambda \omega \cos 2 \omega t}{2})$

$\gamma = R \omega^2 (\cos \omega t + \frac{\lambda \cos 2 \omega t}{2})$

On remplace  $\alpha = \omega t$  dans chaque expression (élongation, vitesse, accélération) pour pouvoir tracer les graphes correspondants.

$$x = R \left( 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda \sin^2 \alpha}{2} \right)$$

$$v = R\omega \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right)$$

$$a = R\omega^2 \left( \cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha \right)$$

### 3.3. Mouvement pendulaire de la bielle

La bielle est animée d'un mouvement pendulaire autour de son centre G avec une vitesse angulaire  $\beta'$ , qu'on peut définir à partir de la relation suivante :

$$\sin \beta = -\lambda \sin \alpha$$

l'existence du signe moins nous indique le sens de rotation de la bielle autour de G et de la manivelle autour de O (voir fig. )

#### \* inclinaison maximale de la bielle

$$\text{on sait que } \sin \beta = \lambda \sin \alpha$$

$$\beta \text{ est maximum pour } \alpha = \frac{\pi}{2} \implies \sin \beta = \lambda = 0,2$$

$$\text{d'où } \beta = \arcsin 0,2 = 11,53^\circ$$

#### Expression de la vitesse

$$\beta = \arcsin (-\lambda \sin \alpha) \text{ avec } \alpha = \omega t$$

$$\beta' = \frac{d\beta}{dt} = \frac{d}{dt} (\arcsin (-\lambda \sin \omega t)) = \lambda \omega \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\beta' = 0 \text{ pour } \alpha = \pi/2 \text{ et } \alpha = 3\pi/2$$

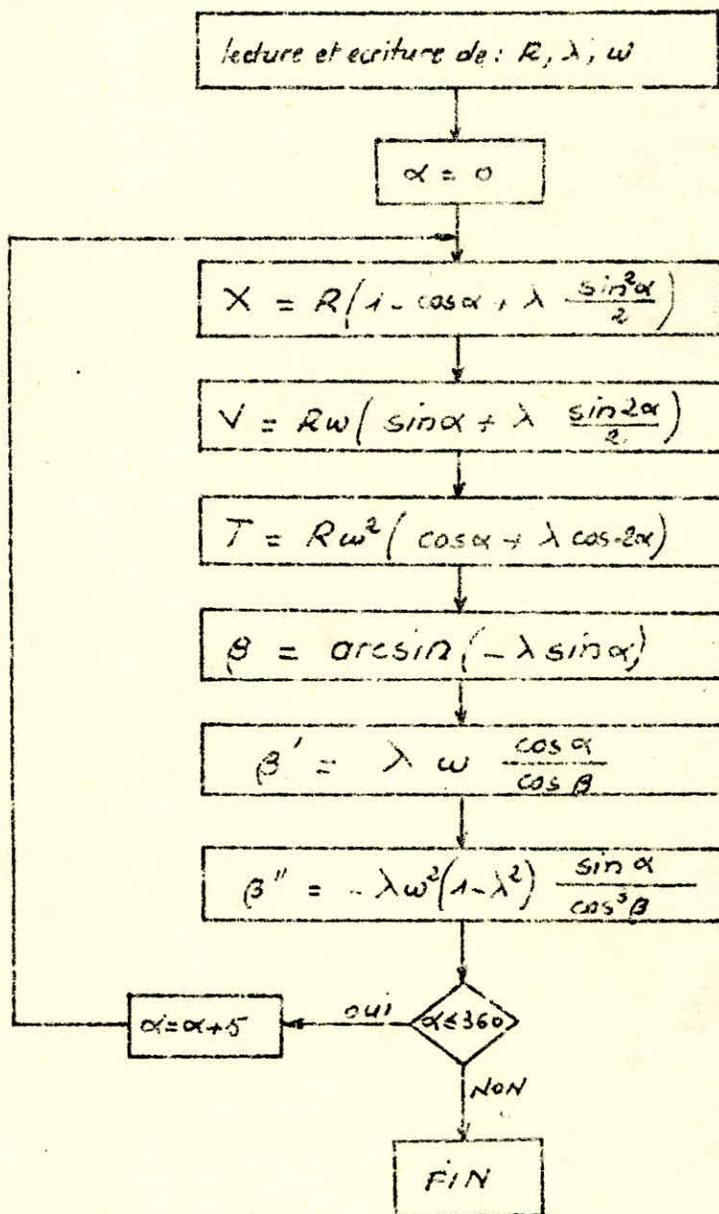
#### Expression de l'accélération

$$\beta'' = \frac{d\beta'}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \lambda \omega \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right) = -\lambda \omega^2 (1 - \lambda^2) \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \beta}$$

Il vous est possible de calculer  $x$ ,  $v$ ,  $a$ ,  $\beta$ ,  $\beta'$  et  $\beta''$  pour une valeur quelconque de  $\alpha$ . Mais pour avoir des courbes précises, il est intéressant d'utiliser l'ordinateur en faisant varier  $\alpha$  d'un pas de  $5^\circ$ .

Enfin nous dressons un organigramme permettant le calcul de ces derniers.

# ORGANIGRAMME



PROGRAMME

```
INTEGER I
REAL R, AMBDA, OMEGA, X, Y, T, BETA, BETAP, BETAS, A
READ (2,10) R, AMBDA, OMEGA
WRITE (3,10) R, AMBDA, OMEGA
10  FORMAT(3(10X, F6.3))
    WRITE(3,11)
11  FORMAT(1X, 'LES RESULTATS')
    WRITE(3,12)
12  FORMAT(1X, 'ETUDE CINEMATIQUE')
    WRITE(3,13)
13  FORMAT(11X, 2HX=, 11X, 2HV=, 11X, 2HT=, 11X, 5HBETA=, 11X, 6HBETAP=,
1  11X, 6HBETAS=)
    DO 1 J=5, 360, 5
      ALPHA = (FLOAT(J) * 3.14159) / 180.
      X = R * (1 - COS(ALPHA) + (AMBDA * SIN(ALPHA) ** 2) / 2)
      Y = (R * OMEGA) * (SIN(ALPHA) + AMBDA * SIN(2 * ALPHA) / 2)
      T = (R * OMEGA ** 2) * (COS(ALPHA) + AMBDA * COS(2 * ALPHA))
      BETA = ARSIN(-AMBDA * SIN(ALPHA))
      A = (BETA * 3.14159) / 180.
      BETAP = AMBDA * OMEGA * COS(ALPHA) / COS(A)
      BETAS = -AMBDA * (OMEGA ** 2) * (1 - AMBDA ** 2) * SIN(ALPHA) / COS(A) ** 3
1  WRITE(3,20) X, Y, T, BETA, BETAP, BETAS
20  FORMAT(1H6, 6(10X, F10.4))
    STOP
    END
```

DONNEES

0.035      0.2      78.539

Tableau cinématique

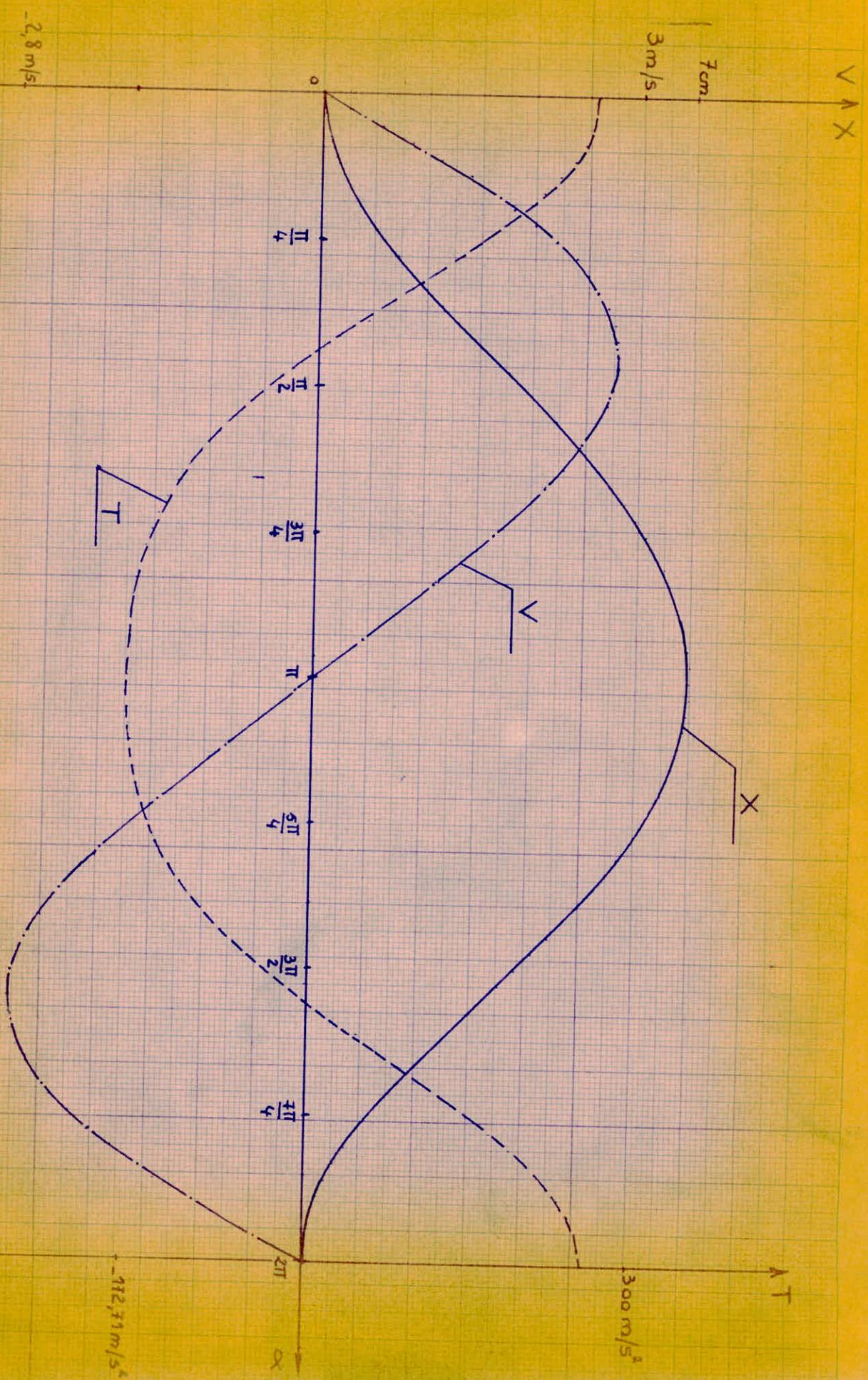
Piston

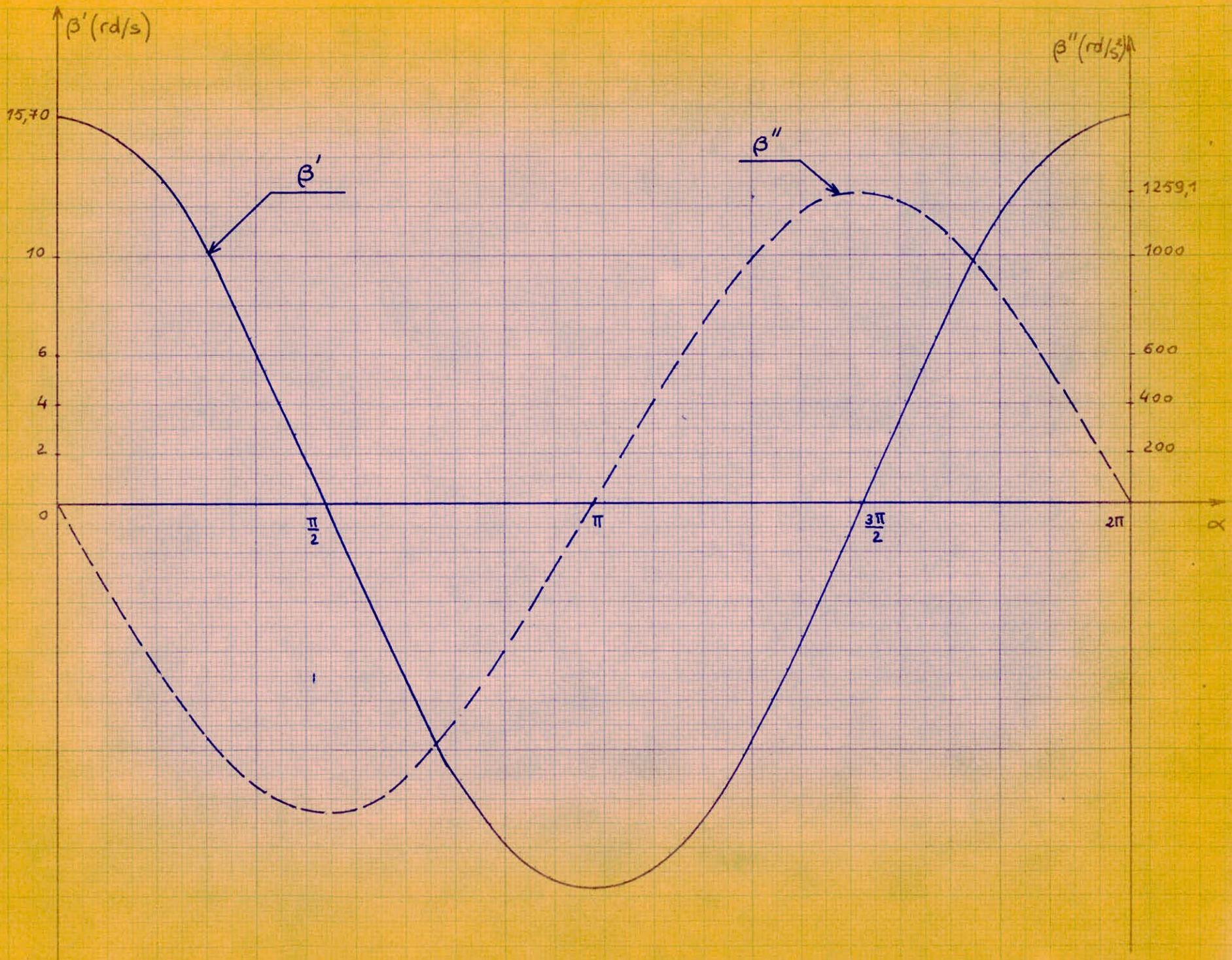
$\alpha$ :	$x$ (m)	$v$ (m/s)	$x$ (m)	$v$ (m/s)	$\alpha$ :
0	0,000	0,0	0,0698	-0,1918	185
5	0,0001	0,2873	0,0695	-0,3833	190
10	0,0006	0,5713	0,0690	-0,5740	195
15	0,0014	0,8489	0,0682	-0,7634	200
20	0,0025	1,1158	0,0673	-0,9511	205
25	0,0039	1,3722	0,0661	-1,1363	210
30	0,0055	1,6124	0,0648	-1,3183	215
35	0,0074	1,8349	0,0632	-1,4962	220
40	0,0096	2,0376	0,0614	-1,6688	225
45	0,0120	2,2186	0,0595	-1,8350	230
50	0,0145	2,3764	0,0574	-1,9934	235
55	0,0172	2,5100	0,0551	-2,1425	240
60	0,0201	2,6186	0,0526	-2,2807	245
65	0,0230	2,7018	0,0500	-2,4063	250
70	0,0261	2,7597	0,0473	-2,5177	255
75	0,0292	2,7926	0,0444	-2,6130	260
80	0,0323	2,8011	0,0415	-2,6906	265
85	0,0354	2,7861	0,0385	-2,7488	270
90	0,0384	2,7488	0,0354	-2,7861	275
95	0,0415	2,6906	0,0323	-2,8011	280
100	0,0444	2,6130	0,0292	-2,7926	285
105	0,0473	2,5177	0,0269	-2,7597	290
110	0,0500	2,4063	0,0240	-2,7018	295
115	0,0526	2,2807	0,0201	-2,6186	300
120	0,0551	2,1425	0,0172	-2,5177	305
125	0,0574	1,9924	0,0145	-2,3974	310
130	0,0596	1,8350	0,0120	-2,2587	315
135	0,0614	1,6688	0,0096	-2,1063	320
140	0,0632	1,4962	0,0074	-1,9489	325
145	0,0648	1,3183	0,0055	-1,7861	330
150	0,0661	1,1363	0,0039	-1,6183	335
155	0,0673	0,9511	0,0025	-1,4489	340
160	0,0682	0,7634	0,0014	-1,2762	345
165	0,0689	0,5740	0,0006	-1,1018	350
170	0,0695	0,3833	0,0001	-0,9273	355
175	0,0698	0,1918	0,0000	-0,7528	360
180	0,0699	0,0000			

# Tableau cinématique

## Bielle

$\alpha:$	$\beta:$	$\beta'$ rd/s	$\beta''$ rd/s <sup>2</sup>	$\alpha:$	$\beta:$	$\beta'$ rd/s	$\beta''$ rd/s <sup>2</sup>
0	0,0	15,70	0,0	185	0,99	-15,65	103,2
5	-0,99	15,67	-103,2	190	1,99	-15,47	206,0
10	-1,99	15,47	-206,0	195	2,96	-15,19	307,7
15	-2,96	15,19	-307,7	200	3,92	-14,79	407,9
20	-3,92	14,49	-407,9	205	4,84	-14,28	505,9
25	-4,84	14,28	-505,9	210	5,73	-13,67	601,1
30	-5,73	13,67	-601,1	215	6,58	-12,95	692,9
35	-6,58	12,95	-692,9	220	7,38	-12,13	780,5
40	-7,38	12,13	-780,5	225	8,13	-11,21	863,2
45	-8,13	11,21	-863,2	230	8,81	-10,21	940,1
50	-8,81	10,21	-940,1	235	9,42	-9,13	1010,5
55	-9,42	9,13	-1010,5	240	9,97	-7,97	1073,6
60	-9,97	7,97	-1073,6	245	10,44	-6,75	1128,5
65	-10,44	6,75	-1128,5	250	10,83	-5,46	1174,6
70	-10,83	5,46	-1174,6	255	11,13	-4,14	1211,1
75	-11,13	4,14	-1211,1	260	11,35	-2,78	1237,6
80	-11,35	2,78	-1237,6	265	11,49	-1,39	1253,7
85	-11,49	1,39	-1253,7	270	11,53	0,0	1259,1
90	-11,53	0,0	-1259,1	275	11,49	1,39	1253,7
95	-11,49	-1,39	-1237,6	280	11,35	2,78	1237,6
100	-11,35	-2,78	-1211,1	285	11,13	4,14	1211,1
105	-11,13	-4,14	-1174,6	290	10,83	5,46	1174,6
110	-10,83	-5,46	-1128,5	295	10,44	6,75	1128,5
115	-10,44	-6,75	-1073,6	300	9,97	7,97	1073,6
120	-9,97	-7,97	-1010,5	305	9,42	9,13	1010,5
125	-9,42	-9,13	-940,1	310	8,81	10,21	940,1
130	-8,81	-10,21	-863,2	315	8,12	11,21	863,2
135	-8,13	-11,21	-780,5	320	7,38	12,13	780,5
140	-7,38	-12,13	-692,9	325	6,58	12,95	692,9
145	-6,58	-12,95	-601,1	330	5,73	13,67	601,1
150	-5,73	-13,67	-505,9	335	4,84	14,28	505,9
155	-4,84	-14,28	-407,9	340	3,92	14,79	407,9
160	-3,92	-14,79	-307,7	345	2,96	15,19	307,7
165	-2,96	-15,19	-206,0	350	1,99	15,47	206,0
170	-1,99	-15,47	-103,2	355	0,99	15,65	103,3
175	-0,99	-15,67	-103,2	360	0,0	15,70	0,0
180	0,0	-15,70	0,0				





### 3.2. Etude dynamique

#### 3.2.1. Etude statique

Dans cette partie, on fait l'étude de la repartition des efforts qui agissent sur le système bielle manivelle immobile dans une position définie par  $\alpha$  et une pression  $P_x$  du fluide dans le cylindre, tout en négligeant le poids des organes.

$$P = (P_x - P_a) S \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} P &= \text{Poussée résultante des gaz} \\ P_x &= \text{Pression instantanée dans le cylindre} \\ P_a &= \text{Pression atmosphérique} \\ S &= \text{Surface du cylindre} \end{aligned}$$

#### 3.2.2. Calcul de la pression $P_x$

Sachant que l'évolution de l'air pendant la phase de compression et de détente suit une loi polytropique:  $PV^n = \text{Cste.}$

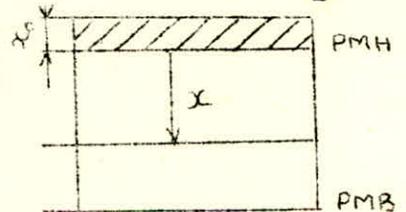
a) phase de compression ( $n = 1,3$ )

A l'admission on a :  $V = V_c + V_o$  à la pression  $P = 1 \text{ bar}$

Pour une position quelconque du piston on a :  $V = V_x + V_o$  à la pression  $P_x$  avec  $V_o = 10\% V_c$  et  $V_c = \frac{\pi D^2}{4} C$

Nous aurons par suite :  $P_1 (V_c + V_o)^n = P_x (V_x + V_o)^n$

d'où  $P_x = P_1 \left( \frac{1,1 C}{X + 0,1C} \right)^n$  avec  $X = R \left( 1 - \cos\alpha + \frac{\lambda \sin^2\alpha}{2} \right)$



b) Phase de détente ( $n = 1,1$ )

En début de détente :  $V = V_o = 10\% V_c$  à la pression  $P_f$

Au cours de la détente on a :  $V = V_o + V_x$  à la pression  $P_x$

Nous aurons finalement  $P_x = P_f \left( \frac{0,1 C}{0,1 C + X} \right)^n$  avec  $P_f = \text{Pression finale de l'étage}$

c) Phase d'aspiration ( $n = 0$ )

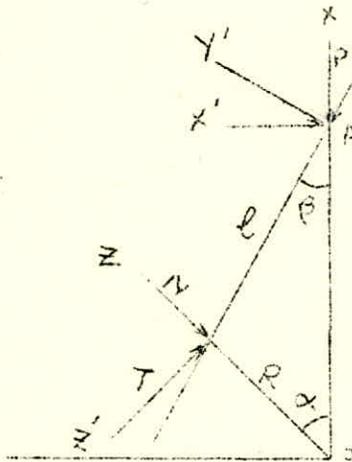
La pression instantanée à l'intérieur du cylindre reste constante mais

$$P_x = P = 1 \text{ bar}$$

d) Phase de refoulement ( $n = 0$ )

De même pour la phase de refoulement, la pression  $P_x$  reste constante mais égale à  $P$ .  
Les courbes de repartitions des pressions dans chaque cylindre (voir planche N

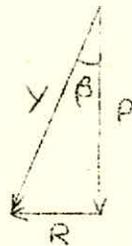
3.2.3. détermination des forces statiques



La Poussée  $P$  se décompose en 2 composantes  $Y$  et  $Y'$ . Par application du théorème des moments par rapport à  $B$

$\sum(M)_B = 0 \iff Y' l = 0 \iff Y' = 0$   
donc la poussée  $P$  se décompose en une seule force non nulle qui est en outre la résultante de la poussée du piston sur la bielle et de l'action  $R$  du cylindre sur le piston.

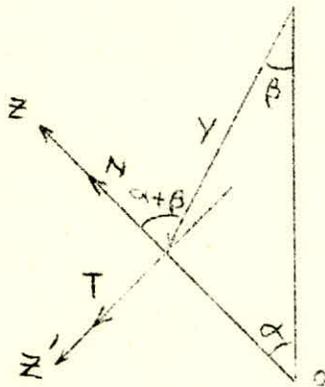
$$Y = \frac{P}{\cos \beta} \quad \text{et} \quad R = P \tan \beta$$



Action du vilebrequin sur la bielle se décompose en  $N$  et  $T$

$$\text{On a : } N = Y \cos(\alpha + \beta) = \frac{P \cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

$$T = Y \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) = Y \sin(\alpha + \beta) = \frac{P \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$



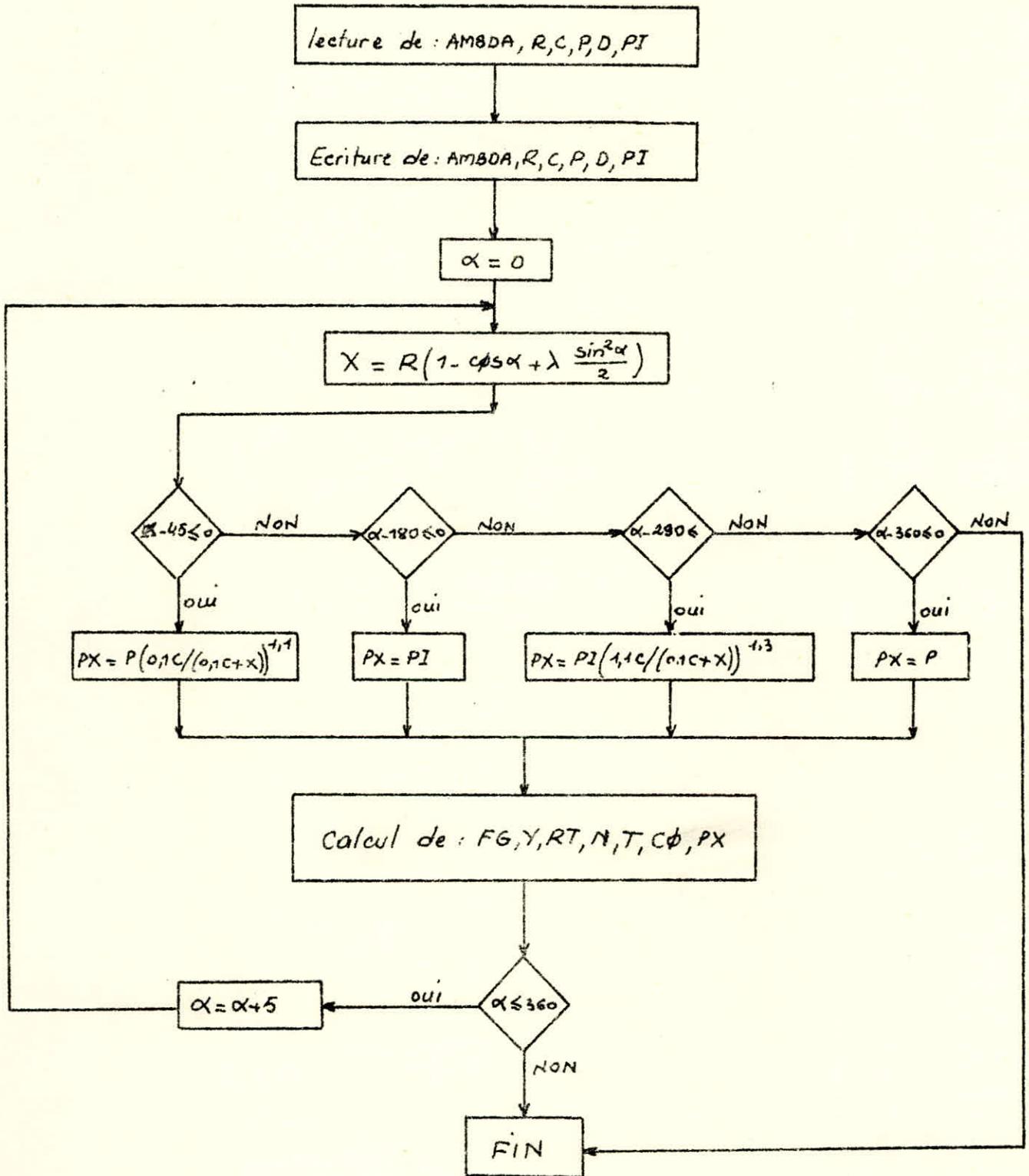
le couple :

$$C = T \times R = \frac{P \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \times R \quad \text{avec } R = \text{rayon de la manivelle}$$

3... ..

des force A

# ORGANIGRAMME



PROGRAMME

INTEGER I

REAL AMBDA, C, P, D, X, PX, FG, Y, R, T, CØ, N, ALPHA, A, PI, Z, V, RT

READ (2,10) AMBDA, R, C, P, D, PI

WRITE (3,70) AMBDA, R, C, P, D, PI

10 FORMAT (1X, F3.1, 2X, F5.3, 2X, F4.2, 2X, F9.1, 2X, F4.2, 2X, F8.1)

WRITE (3,11)

11 FORMAT (1H5, 13H LES RESULTATS)

WRITE (3,12)

12 FORMAT (1H5, 2HFG, 9X, 1HY, 9X, 1HR, 9X, 1HN, 9X, 1HT, 9X, 2HCØ, 9X, 2HPX)

DØ 1 I=5,360,5

ALPHA = (FLOAT(I) \* 3.14159) / 180.

X = R \* (1 - COS(ALPHA) + (AMBDA \* SIN(ALPHA) \*\* 2) / 2)

IF (I-45) 2, 2, 7

7 IF (I-180) 3, 3, 8

8 IF (I-290) 4, 4, 9

9 IF (I-360) 5, 5, 13

2 Z = ((0.1 \* C) / (0.1 \* C + X)) \*\* 1.1

PX = P \* Z

GØ TØ 100

3 PX = PI

GØ TØ 100

4 V = ((1.1 \* C) / (0.1 \* C + X)) \*\* 1.3

PX = PI \* V

GØ TØ 100

5 PX = P

100 A = AMBDA \* SIN(ALPHA)

FG = (PX - 100000.0) \* (3.14 \* D \*\* 2) / 4.

Y = FG / SQRT(1 - A \*\* 2)

RT = FG \* (A / SQRT(1 - A \*\* 2))

N = FG \* (COS(ALPHA) \* SQRT(1 - A \*\* 2) - SIN(ALPHA) \* A) / SQRT(1 - A \*\* 2)

T = FG \* (SIN(ALPHA) \* SQRT(1 - A \*\* 2) + A \* COS(ALPHA)) / SQRT(1 - A \*\* 2)

CØ = T \* R

1 WRITE (3,20) FG, Y, RT, N, T, CØ, PX

20 FORMAT (1H5, 7 (4X, F13.2))

13 STOP

END

DONNEES

0.2      0.035      0.07      316000.0      0.13      100000.0

0.2      0.035      0.07      1000000.0      0.05      316000.0

### 3.2.4. Détermination des forces d'inerties

Les forces d'inerties de forme  $\vec{F} = - \dot{m} \vec{j}$  sont très importantes dans le mécanisme à mouvement rapide, c'est pourquoi, on allège le plus possible les pièces mobiles.

Pour faciliter l'étude, on utilise une bielle fictive ayant une masse  $m$ , une longueur  $l$  et un centre de gravité  $G$  que la bielle réelle.



d'où on peut écrire :

$$l_A + l_B = l \quad \text{et} \quad m_A + m_B = m$$

$m_A$  = masse alternative

$m_B$  = masse rotative

on prend souvent  $m_B = \frac{2}{3} m$  et  $m_A = \frac{1}{3} m$  et la masse du piston  $m_P$  comme

masse alternative dans les résultats établis précédemment on remplace  $P$  par  $-(m_A + m_P) \gamma_A$

$$Y_i = - (m_A + m_P) \frac{\gamma_A}{\cos \beta} \quad R_i = - (m_A + m_P) \gamma_A \operatorname{tg} \beta$$

$$T_i = - (m_A + m_P) \gamma_A \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

Pour la composante  $N_i$ , on ajoute la force centrifuge de la masse  $m_B$

$$N_i = m_B \omega^2 R - (m_A + m_P) \gamma_A \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

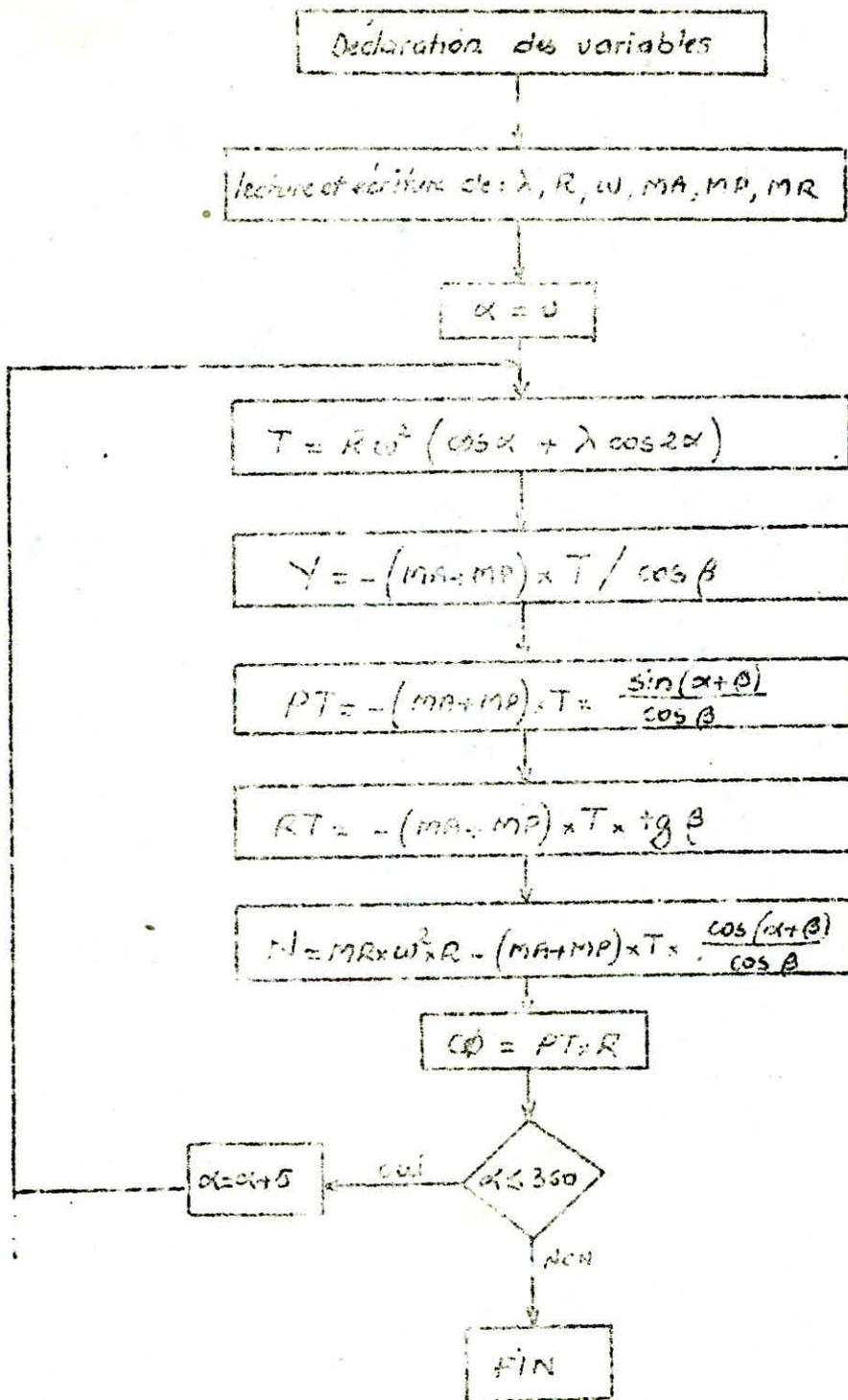
couple :

$$C_i = T_i R = - (m_A + m_P) \gamma_A \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \beta} \times R \quad \text{avec } R = \text{rayon de la manivelle.}$$

### 3.2.5. Conclusion de l'étude dynamique

- a) Action bielle sur piston  $Y + Y_i$
- b) Action bielle sur vilebrequin  $N + N_i$  et  $T + T_i$
- c) Action cylindre sur piston  $R + R_i$  // d) couple  $c + c_i$

# ORGANIGRAMME



# PROGRAMME

```
INTEGER I
REAL Y, R, PT, N, CØ, MA, MR, MP, A, T, AMBDA, X, RT, ØMEGA
READ (2,10) AMBDA, R, ØMEGA, MA, MP, MR
WRITE(3,10) AMBDA, R, ØMEGA, MA, MP, MR
10 FORMAT(1X, F3.1, 2X, F5.3, 2X, F6.3, 3(2X, F4.2))
WRITE (3,11)
11 FORMAT(1HØ, 13H LES RESULTATS)
WRITE (3,12)
12 FORMAT(10X, 1HY, 10X, 2HRT, 10X, 2HPT, 10X, 1HN, 10X, 2HCØ)
DØ 1 I= 5,360,5
ALPHA = (FLOAT(I) * 3.14159) / 180.
T = (R * ØMEGA ** 2) * (CØS(ALPHA) + AMBDA * CØS(2 * ALPHA))
A = AMBDA * SIN(ALPHA)
Y = - ((MP + MA) * T) / SQRT(1 - A ** 2)
RT = - (MA + MP) * T * (A / SQRT(1 - A ** 2))
PT = - (MP + MA) * T * (SIN(ALPHA) * SQRT(1 - A ** 2) + A * CØS(ALPHA)) / SQRT(1 - A ** 2)
X = - (MP + MA) * T * (CØS(ALPHA) * SQRT(1 - A ** 2) - SIN(ALPHA) * A) / SQRT(1 - A ** 2)
N = MR * (ØMEGA ** 2) * R + X
CØ = PT * R
1 WRITE (3,20) Y, RT, PT, N, CØ
20 FORMAT(1HØ, 5(3X, F12.2))
STØP
END
```

## DØNNEES

0.2	0.035	78.539	0.85	2.83	1.72
0.2	0.035	78.539	0.40	2.50	0.80

Tableau dynamique: Basse pression

$\alpha^\circ$	Y(N)	R(N)	T(N)	N(N)	CO(N/m)	FG(N)	PX(N/m <sup>2</sup> )
0	1912,18	0	0	2283,52	0	2865,56	316 000,0
5	1815,10	31,64	189,69	2176,50	6,64	2762,77	308 251,81
10	1551,62	53,89	322,35	1889,11	11,29	2432,42	287 119,62
15	1188,21	61,50	366,53	1501,60	12,83	2091,83	257 662,81
20	796,03	54,45	322,79	1098,98	11,29	1662,45	225 312,53
25	427,19	36,11	212,62	741,85	7,44	1247,84	194 059,71
30	110,36	10,94	63,88	460,11	2,24	876,30	166 054,37
35	-148,14	-17,02	-98,51	260,34	-3,45	557,73	142 040,53
40	-314,88	-44,73	-256,02	135,80	-8,96	291,20	121 960,34
45	-496,80	-70,12	-376,64	73,85	-13,88	70,97	105 350,06
50	-488,86	-74,89	-418,21	118,18	-14,63	0,0	100 000
55	-406,85	-66,65	-357,00	195,72	-12,84	0,0	100 000
60	-322,67	-55,88	-303,16	260,83	-10,61	0,0	100 000
65	-237,56	-43,06	-229,93	311,62	-8,04	0,0	100 000
70	-152,73	-28,70	-160,77	347,00	-5,27	0,0	100 000
75	-69,32	-13,39	-69,16	366,66	-2,42	0,0	100 000
80	11,57	2,28	11,57	371,06	0,40	0,0	100 000
85	89,02	17,73	88,45	361,27	3,09	0,0	100 000
90	162,17	32,43	168,89	338,90	5,56	0,0	100 000
95	230,34	45,89	220,86	305,94	7,73	0,0	100 000
100	293,01	57,71	272,88	264,51	9,55	0,0	100 000
105	349,82	67,58	314,04	217,22	10,99	0,0	100 000
110	400,58	75,28	343,97	166,02	12,03	0,0	100 000
115	445,27	80,71	362,76	113,12	12,69	0,0	100 000
120	484,00	83,83	370,91	60,39	12,98	0,0	100 000
125	517,02	84,70	369,21	9,40	12,92	0,0	100 000
130	544,70	83,45	358,70	-35,59	12,55	0,0	100 000
135	567,48	80,25	340,49	-82,65	11,91	0,0	100 000
140	585,88	75,31	315,77	-122,16	11,05	0,0	100 000
145	600,42	68,87	285,69	-166,75	9,99	0,0	100 000
150	611,66	61,16	251,32	-186,30	8,79	0,0	100 000
155	620,13	52,41	213,63	-210,83	7,47	0,0	100 000
160	626,31	42,84	173,45	-230,48	6,07	0,0	100 000
165	630,65	32,64	131,47	-245,45	4,60	0,0	100 000
170	633,48	22,00	88,27	-255,96	3,08	0,0	100 000
175	635,07	11,07	44,31	-262,19	1,55	0,0	100 000

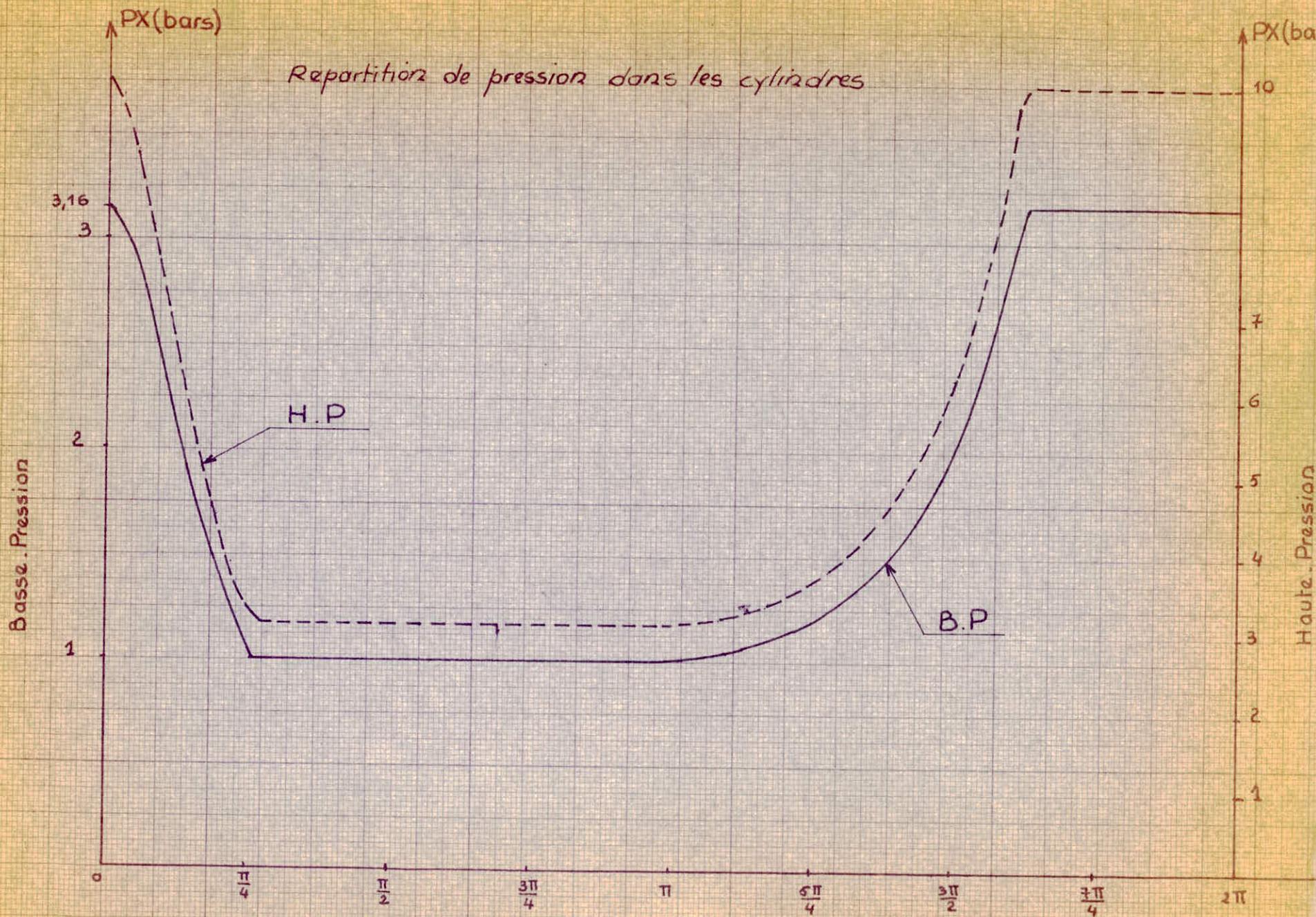
$\alpha$	Y(N)	R(N)	T(N)	N(N)	CO(Nm)	FG(N)	PX(N/m <sup>2</sup> )
180	635,88	0,0	0,0	-264,25	0,0	0,00	100 000
185	637,46	-11,10	-44,47	-264,57	-1,55	2,39	100180,25
190	643,09	-22,23	-89,59	-265,47	-3,12	9,60	100726,12
195	651,45	-33,76	-136,01	-266,77	-4,75	21,77	101641,09
200	665,49	-45,52	-184,30	-268,13	-6,44	39,09	102947,14
205	682,24	-57,66	-235,02	-269,14	-8,21	61,89	104665,63
210	702,68	-70,26	-288,72	-269,29	-10,09	90,57	106827,26
215	726,91	-83,38	-345,88	-268,02	-12,09	125,66	109472,35
220	755,41	-97,06	-406,98	-264,71	-14,24	167,83	102651,09
225	787,61	-111,38	-472,56	-258,75	-16,53	217,91	116426,00
230	824,94	-126,38	-543,23	-249,48	-19,00	276,92	120273,81
235	867,88	-142,17	-619,75	-236,21	-21,68	346,11	126089,12
240	917,56	-158,92	-703,16	-218,16	-24,60	427,01	132187,53
245	975,68	-176,83	-794,79	-174,41	-27,81	521,52	139311,50
250	1044,01	-196,20	-896,46	-163,76	-31,36	641,96	107636,09
255	1125,65	-217,15	-1010,52	-124,57	-35,36	761,20	157378,25
260	1224,08	-241,09	-1140,01	-74,50	-39,89	912,83	158807,65
265	1343,98	-267,77	-1288,69	-10,21	-45,10	1091,31	182261,06
270	1491,29	-298,25	-1461,16	73,06	-51,12	1302,26	198162,28
275	1673,59	-333,43	-1662,86	182,08	-58,19	1552,80	217047,12
280	1900,56	-374,33	-1900,03	326,24	-66,49	1851,98	239598,46
285	2184,53	-422,02	-2179,57	518,82	-76,28	2211,39	266659,87
290	2541,23	-477,59	-2508,78	776,18	-87,81	2645,95	299446,43
295	2676,28	-486,10	-2590,36	1043,97	-90,67	2865,56	316 000,0
300	2586,87	-448,06	-2430,48	1257,17	-85,06	2865,56	316 000,0
305	2497,97	-409,24	-2253,31	1449,50	-78,87	2865,56	316 000,0
310	2410,94	-369,38	-2062,52	1619,78	-72,19	2865,56	316 000,0
315	2327,77	-329,11	-1861,74	1767,61	-65,17	2865,56	316 000,0
320	2248,02	-289,00	-1654,46	1893,35	-57,90	2865,56	316 000,0
325	2174,77	-249,49	-1443,53	1997,94	-50,52	2865,56	316 000,0
330	2108,66	-210,87	-1231,66	2082,88	-43,11	2865,56	316 000,0
335	2050,72	-173,34	-1020,68	2150,01	-35,72	2865,56	316 000,0
340	2001,96	-136,94	-811,80	2201,32	-28,41	2865,56	316 000,0
345	1963,18	-101,62	-605,60	2238,77	-21,20	2865,56	316 000,0
350	1935,00	-67,21	-402,00	2264,12	-14,07	2865,56	316 000,0
355	1917,91	-33,44	-200,46	2278,74	-7,02	2865,56	316 000,0
360	1912,18	0,0	0,0	2283,52	0,0	2865,56	316 000,0

# Tableau dynamique: Haute pression

$\alpha$ :	Y(N)	R(N)	T(N)	N(N)	CO(Nm)	FG(N)	PX(N/m <sup>2</sup> )
0	1597,86	0,0	0,0	1770,85	0,0	4766,24	1000000
5	1550,93	27,04	162,08	1715,14	5,67	1712,12	975488,37
10	1423,77	49,43	295,66	1544,83	10,35	1586,88	908606,67
15	1245,77	64,49	384,29	1367,72	13,45	1403,94	815388,62
20	1052,14	71,97	426,64	1134,46	14,93	1203,04	713014,25
25	866,82	73,27	434,43	924,54	15,10	1008,94	614413,00
30	702,98	70,30	440,60	743,30	14,37	835,02	525488,60
35	565,07	64,82	375,06	595,34	13,13	685,88	449495,37
40	452,50	58,17	333,00	479,07	11,66	561,11	385918,81
45	362,44	51,26	289,95	390,17	10,15	458,02	333386,16
50	342,62	62,50	293,11	350,73	10,26	423,89	316000,0
55	357,84	68,62	322,79	327,76	11,30	423,89	316000,0
60	373,41	64,67	360,84	300,57	12,28	423,89	316000,0
65	389,08	70,53	376,59	270,49	13,18	423,89	316000,0
70	404,62	76,05	399,44	237,77	13,98	423,89	316000,0
75	419,79	81,10	418,34	200,97	14,66	423,89	316000,0
80	434,40	85,56	434,28	162,41	15,19	423,89	316000,0
85	448,29	89,31	446,41	122,02	15,58	423,89	316000,0
90	461,28	92,24	451,95	80,46	15,81	423,89	316000,0
95	473,25	94,28	463,38	38,36	15,87	423,89	316000,0
100	484,11	95,35	450,87	-3,61	15,77	423,89	316000,0
105	493,81	95,39	443,32	-44,84	15,51	423,89	316000,0
110	502,30	94,40	431,34	-84,76	15,09	423,89	316000,0
115	509,68	92,32	415,33	-122,85	14,53	423,89	316000,0
120	516,89	89,34	395,34	-158,71	13,83	423,89	316000,0
125	524,08	85,35	372,06	-192,02	13,02	423,89	316000,0
130	526,17	80,46	345,83	-222,52	12,09	423,89	316000,0
135	528,43	74,72	317,06	-250,04	11,09	423,89	316000,0
140	530,92	68,25	286,15	-274,50	10,01	423,89	316000,0
145	532,76	61,11	253,50	-295,88	8,86	423,89	316000,0
150	534,06	53,40	219,44	-314,79	7,67	423,89	316000,0
155	534,95	45,20	184,88	-329,50	6,44	423,89	316000,0
160	535,51	36,62	148,30	-341,86	5,18	423,89	316000,0
165	535,85	27,73	111,71	-351,38	3,90	423,89	316000,0
170	536,04	18,61	74,69	-358,10	2,60	423,89	316000,0
175	536,13	9,34	37,40	-362,12	1,30	423,89	316000,0
180	536,15	0,0	0,0	-363,44	0,0	423,89	316000,0

$\alpha^2$	Y(N)	R(N)	T(N)	N(N)	CO(Nm)	FG(N)	PX(N/m <sup>2</sup> )
185	537,25	-9,56	-37,48	-663,23	-1,30	425,01	316569,62
190	540,53	-18,76	-75,31	-362,55	-2,63	428,39	318288,25
195	546,04	-28,25	-113,83	-361,34	-3,88	434,07	321185,87
200	553,83	-37,87	-153,87	-359,46	-5,36	442,17	325313,00
205	563,98	-47,66	-194,29	-356,76	-6,79	452,83	330743,06
210	576,61	-57,65	-236,92	-352,99	-8,28	466,23	337574,18
215	591,89	-67,89	-281,63	-347,89	-9,85	482,64	305932,62
220	610,03	-78,42	-328,78	-341,14	-11,50	502,35	355377,43
225	631,33	-89,27	-378,80	-332,36	-13,25	525,76	367506,78
230	656,16	-100,53	-432,09	-321,10	-15,11	553,34	381961,25
235	685,03	-112,22	-489,18	-306,23	-17,11	586,69	398431,62
240	718,56	-124,45	-550,65	-288,92	-19,27	623,51	417712,56
245	757,57	-137,31	-617,19	-266,61	-21,59	667,69	440224,31
250	803,41	-150,92	-689,60	-238,92	-24,13	719,31	466530,06
255	856,49	-165,05	-768,29	-204,61	-26,90	779,73	497315,31
260	919,35	-181,07	-856,21	-162,13	-29,96	850,61	533432,25
265	993,83	-198,00	-952,94	-109,43	-33,34	934,04	575945,00
270	1082,58	-216,60	-1060,71	-43,81	-37,12	1032,65	626792,87
275	1189,01	-236,89	-1181,38	38,26	-41,34	1149,76	685269,00
280	1317,42	-259,48	-1317,05	141,45	-46,09	1289,61	757131,25
285	1473,37	-284,63	-1470,03	271,91	-51,05	1457,62	842739,87
290	1663,92	-312,72	-1642,67	427,79	-57,49	1660,76	946250,62
295	1754,05	-317,94	-1697,73	613,55	-59,42	1766,24	1000000
300	1736,36	-300,74	-1631,38	767,30	-57,10	1766,24	1000000
305	1718,58	-281,56	-1550,25	914,47	-54,26	1766,24	1000000
310	1701,01	-260,61	-1455,19	1053,54	-50,93	1766,24	1000000
315	1683,95	-238,15	-1347,17	1183,06	-47,17	1766,24	1000000
320	1667,71	-214,40	-1227,33	1301,83	-42,94	1766,24	1000000
325	1652,61	-189,68	-1096,94	1408,75	-38,39	1766,24	1000000
330	1638,90	-163,89	-957,28	1502,97	-33,51	1766,24	1000000
335	1626,85	-137,51	-809,71	1583,73	-28,34	1766,24	1000000
340	1616,67	-110,59	-655,67	1650,49	-22,94	1766,24	1000000
345	1608,56	-83,27	-496,21	1702,81	-17,37	1766,24	1000000
350	1602,54	-55,67	-332,95	1740,38	-11,66	1766,24	1000000
355	1599,05	-27,88	-167,12	1763,01	-5,85	1766,24	1000000
360	1597,85	0,0	0,0	1770,55	0,0	1766,24	1000000

Repartition de pression dans les cylindres

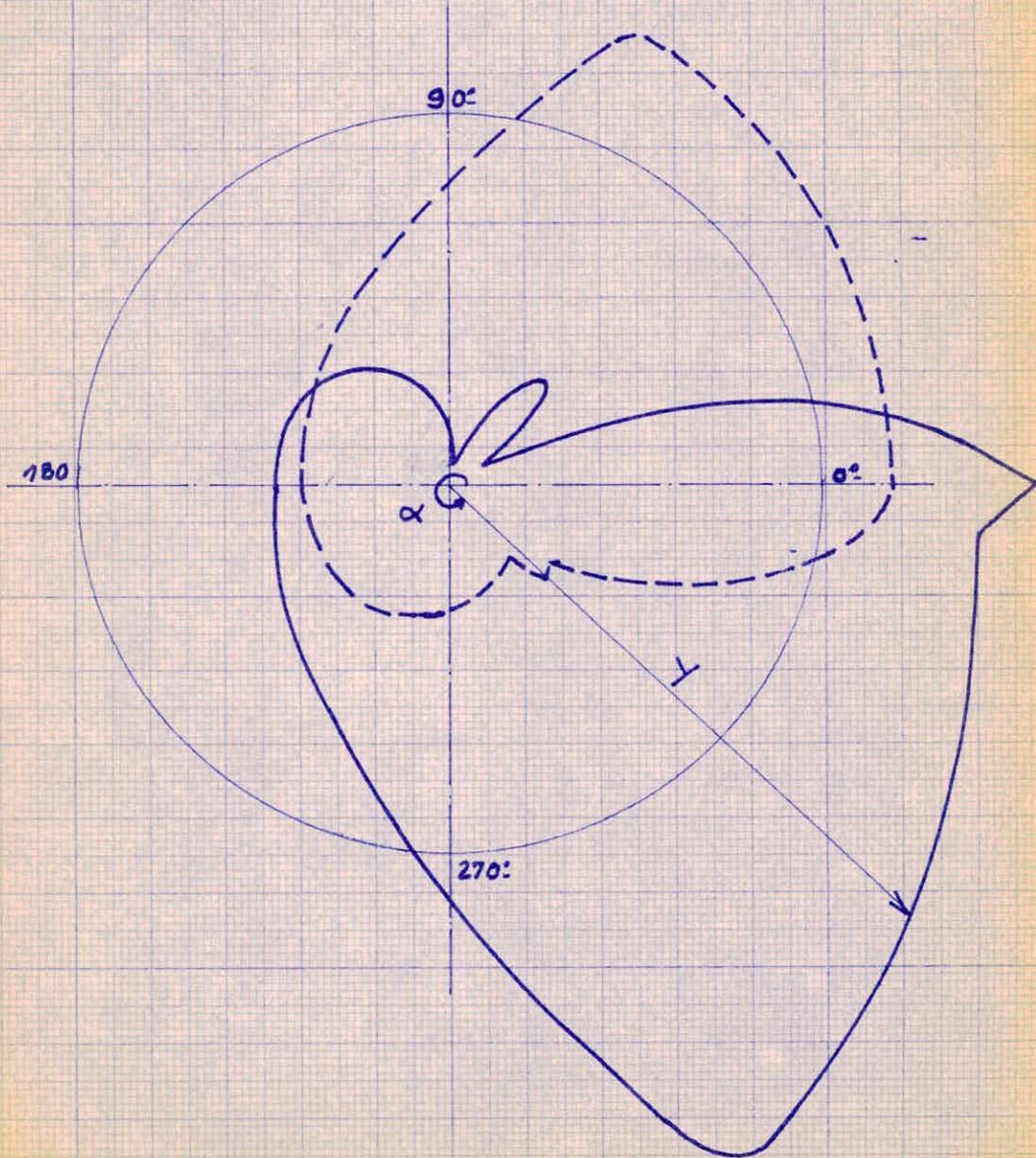


\_\_\_\_\_ Basse Pression  $P_{max} = 3,16$  bars

----- Haute Pression  $P_{max} = 10$  bars

Vitesse du regime :  $N = 750$  tr/mn

Echelle:  $\gamma = 2700$  N  $\rightarrow$  100 mm



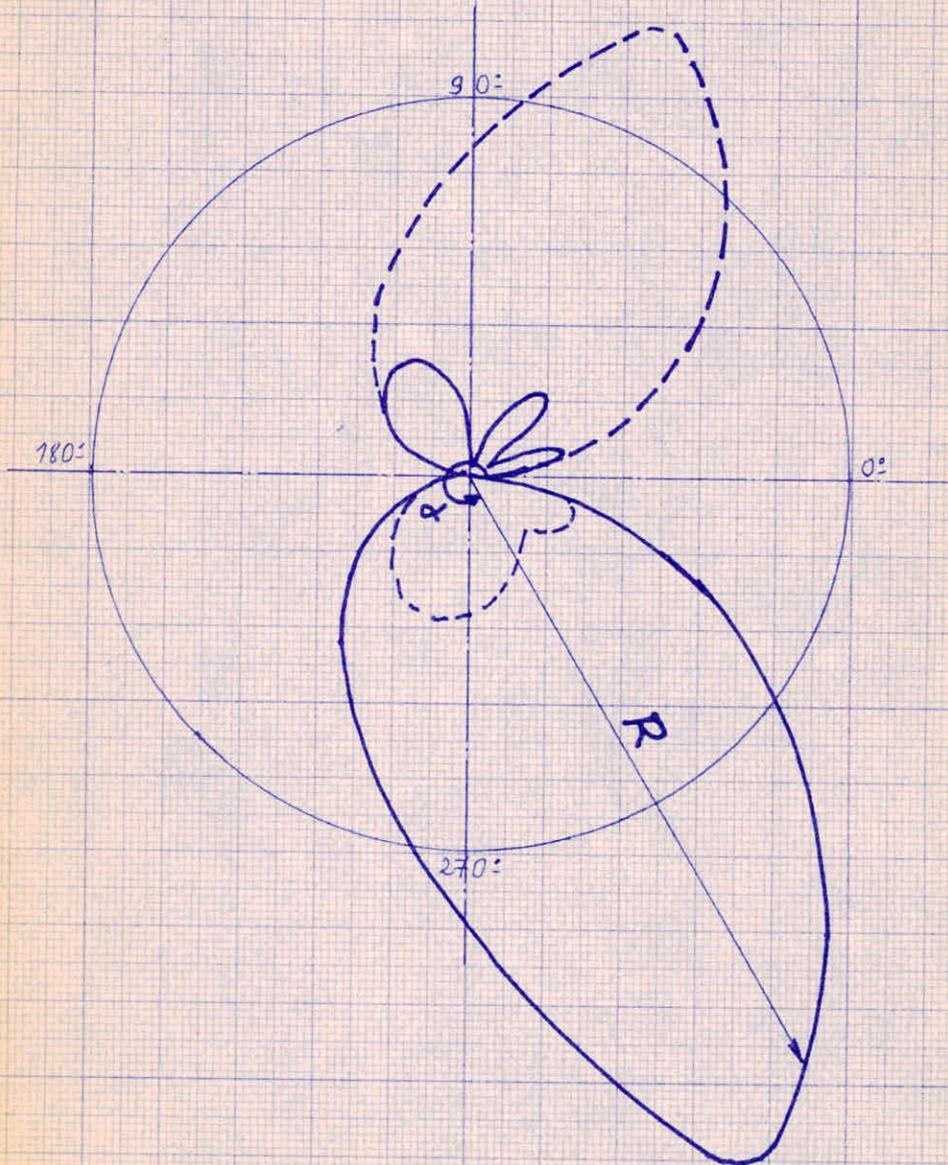
Repartition de l'action de la bielle sur le piston.

----- Basse Pression  $P_{max}: 3,16 \text{ bars}$

- - - - - Haute Pression  $P_{max}: 10 \text{ bars}$

Vitesse du régime:  $N = 750 \text{ tr / mn}$

Echelle:  $R = 500 \text{ N} \rightarrow 100 \text{ mm}$



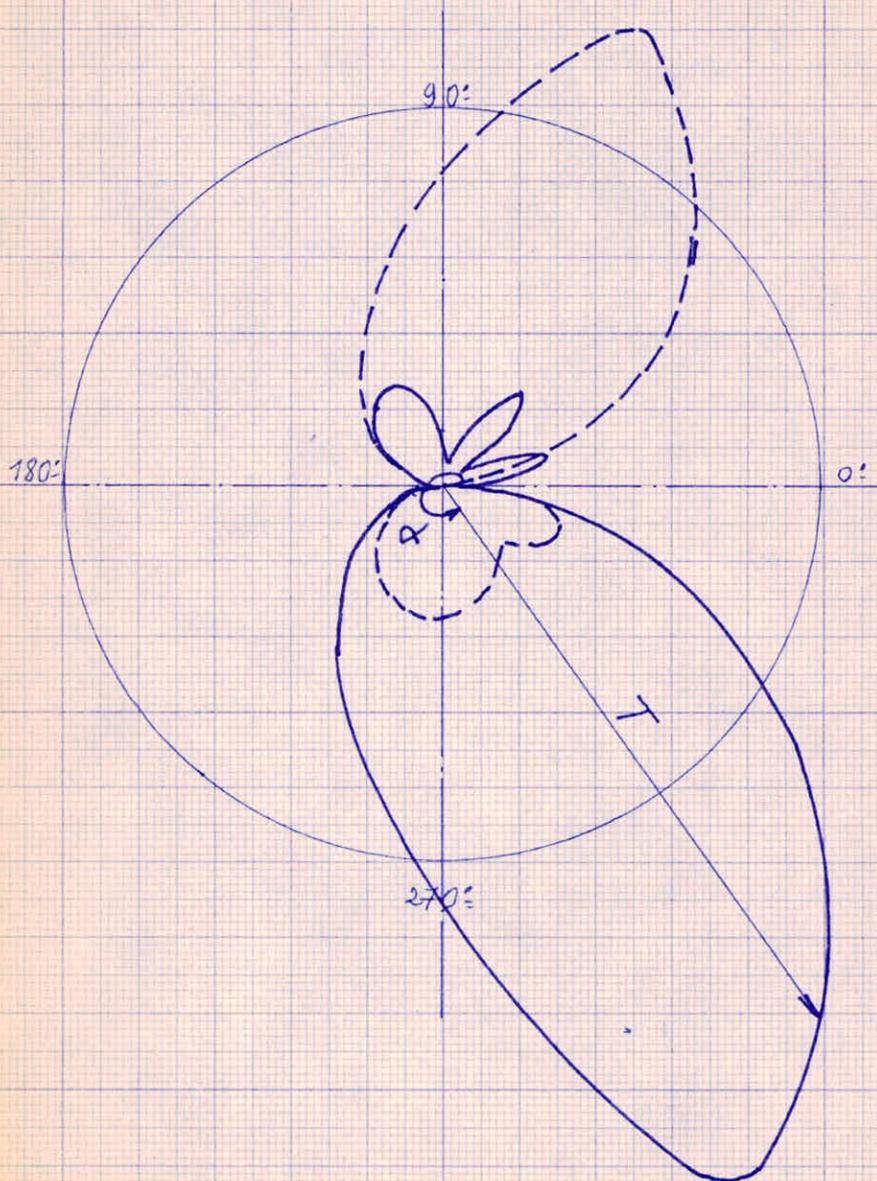
Repartition de l'action du cylindre sur le piston

Basse Pression  $P_{max} = 3,16$  bars

Haute Pression  $P_{max} = 10$  bars

Vitesse du regime:  $N = 750$  tr/mn

Echelle:  $T = 2600$  N  $\rightarrow$  100 mm



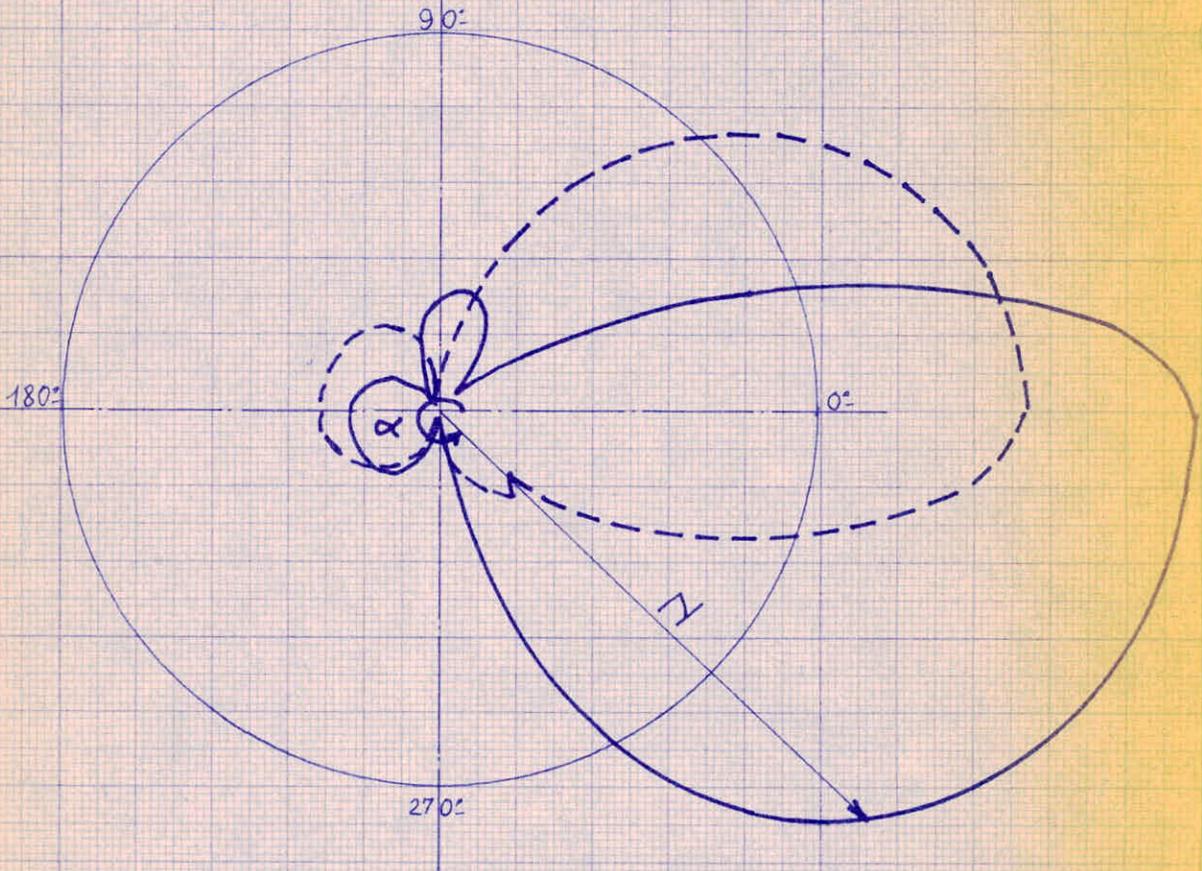
Repartition de l'action de la bielle sur le vilebrequin

\_\_\_\_\_ Basse Pression  $P_{max} = 3,16$  bars

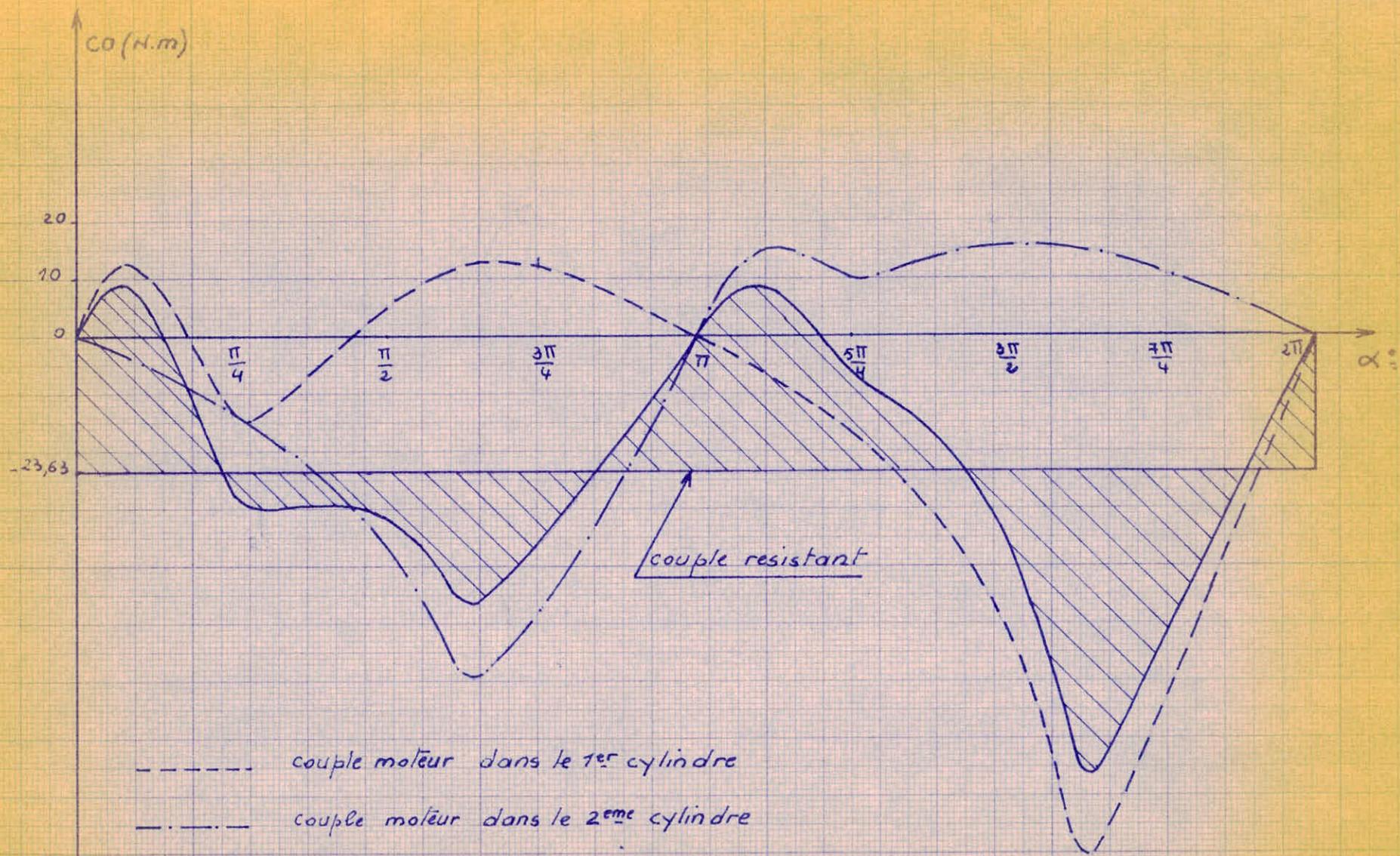
----- Haute Pression  $P_{max} = 10$  bars

Vitesse du regime:  $N = 750$  tr/mn

Echelle:  $N = 2300N \rightarrow 100$  mm



Repartition de l'action de la bielle sur le vilebrequin



- couple moteur dans le 1<sup>er</sup> cylindre
- . - . - . couple moteur dans le 2<sup>eme</sup> cylindre
- Couple résultant

## Le Volant

### Role du volant d'inertie

Le volant est une masse tournante, qui absorbe l'excès d'énergie pour la restituer lorsqu'il va y avoir une diminution de celle-ci, il en résulte alors une variation de vitesse mais non importante, d'où le rôle de régulateur de demande instantanée d'énergie cinétique. On le place généralement là où la masse est plus faible afin de réduire la flexion des arbres.

### Dynamique du volant

Par application du théorème de la variation d'énergie cinétique d'un corps solide en rotation.

Nous aurons :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J w^2 \right) = (C_m + C_r) d\alpha \quad (1) \quad \text{avec } C_m : \text{ couple moteur}$$

$C_r : \text{ couple résistant}$

En principe, on prend  $J = J_{vol} + J_{mot} + J_{rep}$

Mais en pratique on néglige  $(J_{mot} + J_{rep})$  devant  $J_{vol}$ , pour simplifier les calculs.

Considérons maintenant cette variation d'énergie pour un cycle moteur

$$\frac{1}{2} J (w_2^2 - w_1^2) = (C_m + C_r) \times 2 \Pi \quad (2)$$

avec  $w_1$  et  $w_2$  : vitesses angulaires en début et fin de cycle.

la relation (2) nous conduit à considérer trois cas possibles:

- 1er cas :  $C_m + C_r = 0$ ;  $\implies C_m = - C_r \iff w_2 = w_1$  régime permanent

- 2eme Cas:  $C_m + C_r < 0 \implies w_2 < w_1$  diminution d'énergie cinétique

- 3eme Cas:  $C_m + C_r > 0 \implies w_2 > w_1$  Augmentation d'énergie cinétique

### Coefficient d'irrégularité cyclique

On définit ce coefficient par le rapport

$$K = \frac{w_2 - w_1}{w_{moy}} \quad \text{avec } w_{moy} = \frac{w_2 + w_1}{2}$$

Les valeurs admises de K en pratique, pour les pompes et compresseurs volumétriques alternatifs sont tels que :

$$\frac{1}{20} < K < \frac{1}{50} \quad \text{on prend } K = 1/50$$

Calcul du couple résistant

D'après la relation (1) le couple moteur total s'obtient en planimétrant la courbe du couple résultant

- le planimétrage donne :  $S = 5100 \text{ mm}^2$ .

- d'après l'échelle de la figure on trouve :  $1 \text{ mm}^2 = \frac{5 \text{ II}}{3 \times 180} = 0,029 \text{ Joules}$

d'où le travail moteur :  $W_m = S \times 0,029$

$$W_m = 5100 \times 0,029 = 148,35 \text{ Joules}$$

d'où le couple moteur :

$$C_{m_t} = \frac{W_m}{2\text{II}} = 23,63 \text{ N. m.}$$

Dans le cas du régime permanent nous aurons :

$$C_r = - C_{m_t} = - 23,63 \text{ N.m}$$

$$W_{\text{moy}} = \frac{NC}{30} = 78,539 \text{ Rd/s}$$

Les trois cas vus précédemment et la relation (1) nous conduisent à considérer :

~~que~~ que l'aire correspondant à un excès d'énergie qu'on note par : A.

(...)

$$\text{Alors : } JKw_{\text{moy}}^2 = (A; A_1) \times \frac{5 \text{ II}}{3 \times 180} = 55,268 \text{ Joules}$$

$$\text{d'où on tire } J = \frac{55,268 \times 50}{(78,539)^2} = 0,448 \text{ Kg m}^2$$

### Dimensions du volant

Le rayon du volant est choisi de sorte que la fatigue due aux forces d'inerties centrifuges reste acceptable. Cette contrainte est donnée par :

$$\sigma = \rho V^2 \quad \text{avec } \rho : \text{masse volumique du métal}$$

$V : \text{vitesse périphérique du volant}$

Cette vitesse admet pour limite 20m/s pour les volants en fonte avec bras.  
on prend  $R = 0,15 \text{ m}$

$$V = \omega R = 78,539 \times 0,15 = 11,78 \text{ m/s} < 20 \text{ m/s}$$
$$\sigma = 7,7 \times 10^3 \times (11,78)^2 = 1,337 \text{ N/mm}^2$$

### Masse du volant

On assimile le volant à une jante :

$$J = mR^2 \implies m = \frac{J}{R^2} = \frac{0,448}{(0,15)^2} = 19,91 \text{ kg}$$

Mais au fait dans la construction du volant, nous répartissons la masse comme suit :

a)  $\frac{1}{3} m$  pour le moyen et bras

b)  $\frac{2}{3} m$  pour la jante

$$m_{\text{moy}} = \frac{1}{3} m = 6,63 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{jante}} = \frac{2}{3} m = 13,82 \text{ kg}$$

- Diamètre interne de la jante

Pour une épaisseur du volant :  $e = 60 \text{ mm} \implies S_{\text{jante}} = 344,6 \text{ cm}^2$

$$S_j = \frac{\pi}{4} (D_{\text{ex}}^2 - D_{\text{int}}^2) \implies D_{\text{int}} = 24 \text{ cm.}$$

Tout en conservant la masse des bras et du moyen, on prévoit

\* 8 bras :  $e_b = 10 \text{ mm}$

$$h_b = 70 \text{ mm}$$

\* Moyen :  $D_{\text{ext}} = 110 \text{ mm}$

$$D_{\text{int}} = 60 \text{ mm}$$

Les bras sont inclinés d'un angle de  $17^\circ$  par rapport à la génératrice de la jante.

VILBREQUIN

Par analogie aux vilbrequins pour moteur dièsel rapide, il est difficile de faire un calcul de dimensionnement, on adopte alors la méthode des éléments proportionnels qu'on vérifie à la résistance ; méthode utilisée par certains constructeurs.

Ils sont obtenus par forgeage, par usinage dans certains cas ou par assemblage.

Les vilbrequins sont fait généralement en acier mi-doux, mi-dur, acier fortement allié dans notre cas on prend un acier au Nickel-Chrome avec une contrainte admissible à la fatigue pulsatoire est de (350 - 400 ) N/mm<sup>2</sup> après la trempe superficielle.

Dimensions

On fait le dimensionnement avec l'alésage de la haute pression avec une correction du diamètre du maneton vu la différence des efforts dans les deux étages.

Maneton

$$d_m = (0,5 + 0,72) D = 37 \text{ mm} \quad \text{on prend } d_m = 40 \text{ mm}$$

$$l_m = (1 + 1,4) d_m = 44 \text{ mm}$$

Tourillon

$$d_t = (1 + 1,2) D = 50 \text{ mm}$$

$$l_t = (1 + 1,4) D = 50 \text{ mm}$$

Flasque

$$e = (0,25 + 0,30) D = 15 \text{ mm}$$

$$l = (1 + 1,25) D = 50 \text{ mm}$$

Entraxe

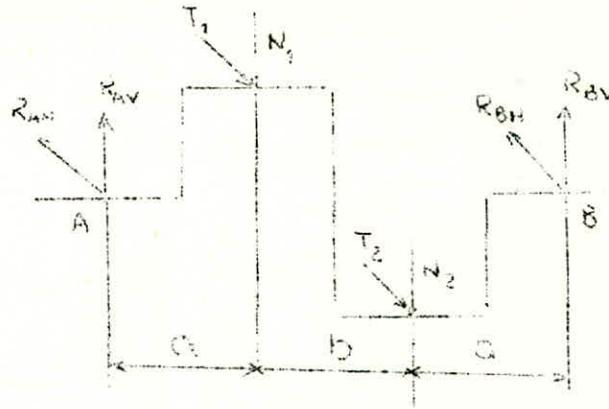
$$L_o = \frac{D_1}{2} + e_1 + \frac{D_2}{2} + e_2 + d_1 + d_2 + 44 = 175 \text{ mm}$$

Longueur du vilbrequin

$$L = 456 \text{ mm}$$

l'épaisseur du flasque intermédiaire sera fixée par le dessin.

$$e_b = 56 \text{ mm}$$



Calcul des réactions

$$R_{BV} = \frac{N_I a + N_2 (a + b)}{2a + b}$$

$$R_{AV} = \frac{N_2 a + N_I (a + b)}{2a + b}$$

$$R_{BH} = \frac{T_I a + T_2 (a + b)}{2a + b}$$

$$R_{AH} = \frac{T_2 a + T_I (a + b)}{2a + b}$$

I°) lorsque les efforts N sont maximum

$$N_I = 2283,52 \text{ N} \quad \text{et} \quad T_I = 0$$

$$N_2 = 1770,55 \text{ N} \quad \text{et} \quad T_2 = 0$$

$$\text{on a : } R_{BV} = \frac{2283,52 \times 55 + 1770,55 \times 230}{285} = 1869,54 \text{ N}$$

$$R_{AV} = \frac{1770,55 \times 55 + 2283,52 \times 230}{285} = 2184,52 \text{ N}$$

Vérification du maneton à la pression diamétrale

- voir tête de bielle.

Vérification du tourillon à la pression diamétrale

- Dans l'appui A

$$p = \frac{K_t K_f R_{AV}}{l_t d_t} = \frac{2 \times 1,5 \times 2184,52}{50 \times 50} = 2,62 \text{ N/mm}^2 < 3 \text{ N/mm}^2$$

- Dans l'appui B

$$p = \frac{K_t K_f R_{AV}}{l_t d_t} = \frac{2 \times 1,5 \times 1869,52}{50 \times 50} = 2,24 \text{ N/mm}^2 < 3\text{N/mm}^2$$

Vérification du frottement hydrodynamique

On prend une huile courante de viscosité  $Z = 0,04 \text{ N}_S / \text{m}^2$   
On étudie le film d'huile par la méthode de Martinet

$$f = 10^8 \frac{ZN}{P} \quad \text{avec } N : \text{vitesse de rotation (tr/s)}$$

$p : \text{pression unitaire calculée (MPa)}$

• Basse pression

$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 2,24 \cdot 10^6} = 18,93$$

• Haute pression

$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 2,24 \cdot 10^6} = 22,32$$

Dans les deux cas  $f$  est supérieur à la valeur critique 15, on déduit alors que le film d'huile est stable.

2°) lorsque les efforts T sont maximum

$$T_1 = 2590,36 \text{ N} \quad \text{et} \quad N_1 = 1043,17 \text{ N}$$

$$T_2 = 1697,73 \text{ N} \quad \text{et} \quad N_2 = 613,55 \text{ N}$$

$$\text{On a : } R_{BV} = \frac{1043,17 \times 55 + 613,55 \times 230}{285} = 696,46 \text{ N}$$

$$R_{AV} = \frac{613,55 \times 55 + 1043,17 \times 230}{285} = 960,26 \text{ N}$$

$$R_{BH} = \frac{2590,36 \times 55 + 1697,73 \times 230}{285} = 1869,99 \text{ N}$$

$$R_{AH} = \frac{1697,73 \times 55 + 2590,36 \times 230}{285} = 2418 \text{ N}$$

### Calcul des résultantes

$$R_A = (R_{AV}^2 + R_{AH}^2)^{\frac{1}{2}} = ((960,26)^2 + (2418)^2)^{\frac{1}{2}} = 2601,69 \text{ N}$$

$$R_B = (R_{BV}^2 + R_{BH}^2)^{\frac{1}{2}} = ((696,46)^2 + (1869,99)^2)^{\frac{1}{2}} = 1992,7 \text{ N}$$

### Vérification du tourillon à la pression diamétrale

#### Dans l'appui A

$$p = \frac{k_t K_f R_A}{l_t d_t} = \frac{2 \times 1,5 \times 2601,69}{50 \times 50} = 3,12 \text{ N/mm}^2$$

#### Dans l'appui B

$$p = \frac{K_t K_f R_B}{l_t d_t} = \frac{2 \times 1,5 \times 1992,7}{50 \times 50} = 2,39 \text{ N/mm}^2$$

### Vérification du frottement hydrodynamique

#### . Basse pression

$$f = 10^8 \frac{Z N}{P} = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 3,12 \cdot 10^6} = 16,02$$

#### . Haute pression

$$f = 10^8 \frac{Z N}{P} = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 2,39 \times 10^6} = 20,92$$

- le film d'huile est stable

### Vérification du corps de la manivelle

Comme le vilbrequin est composé par la succession de : tourillon, corps de manivelle et maneton. Isolons une partie de ce dernier et faisant un bilan des forces.

- l'effort N donne :

1°) Une contrainte de compression en tout point de la section droite du corps.

$$\sigma_c = \frac{N}{S} = \frac{N}{e \cdot l}$$

on prend l'effort radiale maximum

$$\sigma_c = \frac{2283,52}{15 \times 50} = 3,04 \text{ N/mm}^2$$

2°) Une contrainte de flexion selon la direction GX

$$M_f = N \cdot a$$

$$\sigma_{f1} = \frac{M_f}{W} = \frac{6 \times M_f}{l \cdot e^2} = \frac{6 \times 2283,52 \times 55}{15^2 \cdot 50} = 66,98 \text{ N/mm}^2$$

- l'effort T donne :

1°) Une contrainte de flexion :

$$M_f = T (r - y) \text{ on prend } M_{f\max} \text{ pour } y = \frac{d_t}{2}$$

$$\sigma_{f2} = \frac{M_f}{W} = \frac{6 \times 2590,36 \times 10}{15 \times 50^2} = 4,14 \text{ N/mm}^2$$

2°) Une contrainte de torsion

$$M_t = T \cdot a$$

$$\sigma_t = \frac{M_t}{W} \text{ avec } I_p = I_{GX} + I_{GY} \text{ et } W = \frac{I}{2} (e^2 + l^2) \frac{1}{2}$$

$$\sigma_t = \frac{3 \times T \times a \times (e + l)}{e \times l \times (e^2 + l^2) \frac{1}{2}} = \frac{3 \times 2590,36 \times 55 \times (15+50)}{15 \times 50 \times (15^2 + 50^2) \frac{1}{2}} = 67,32 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte maximale se produit au point d'intersection (S) des fibres les plus éloignées du centre de gravité.

- la contrainte globale

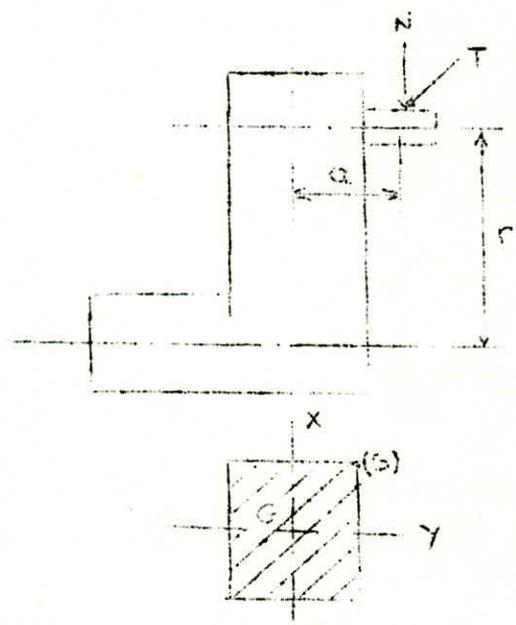
$$\sigma_g = \sigma_c + \sigma_{f1} + \sigma_{f2} = 74,16 \text{ N/mm}^2$$

- la contrainte idéale en (s)

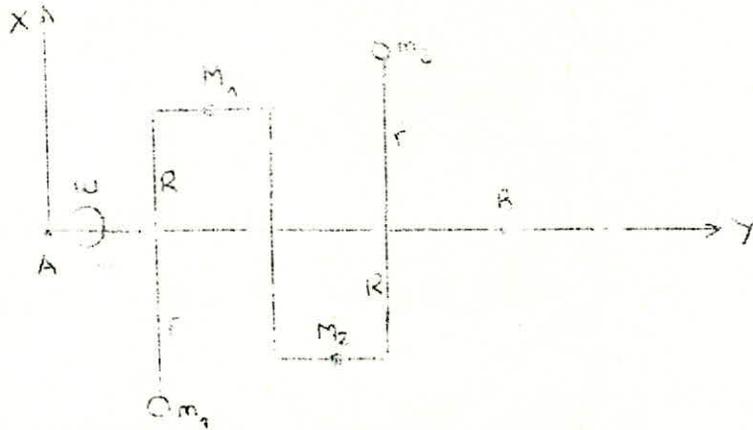
$$\sigma_i = \frac{I}{2} \sigma_g + \frac{I}{2} (\sigma_g^2 + 4\sigma_t^2)^{1/2}$$

$$\sigma_i = \frac{I}{2} 74,16 + \frac{I}{2} \left[ (74,16)^2 + 4(67,32)^2 \right]^{1/2} = 113,93 \text{ N/mm}^2$$

On remarque que  $\sigma_i$  est inférieur à  $150 \text{ N/mm}^2$ , alors le dimensionnement est acceptable.



EQUILIBRAGE DU VILBREQUIN



Equilibrage des masses rotatives

- premier coude

Il est facile d'équilibrer  $M_I$  (masse du maneton + masse rotative) en plaçant une masse  $m_I$  à la distance  $r$  de l'axe de rotation. Pendant le mouvement ces deux masses donnent naissance à des forces centrifuges, tels que l'on ait :

$$M_I \omega^2 R - m_I \omega^2 r = 0 \quad \text{d'où} \quad m_I = \frac{M_I R}{r} = \frac{(0,43 + 1,72) \times 0,035}{0,085} = 0,885 \text{ Kg}$$

- deuxième coude

Il en est de même :  $m_2 = \frac{M_2 R}{r} = \frac{(0,43 + 0,8) \times 0,035}{0,085} = 0,506 \text{ Kg}$

Les forces rotatives étant équilibrées, restent les forces d'inerties alternatives qui sont de la forme  $F_i = -M_A \frac{d^2 x}{dt^2}$

Dans l'étude cinématique, nous avons vu que

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \omega^2 R (\cos \alpha + A_1 \cos 2\alpha + A_2 \cos 4\alpha + \dots + A_{n-2} \cos n\alpha)$$

Les termes en  $\alpha$  sont dits forces d'inerties du premier ordre

Les termes en  $2\alpha$  sont dits forces d'inerties du deuxième ordre

I°) Forces d'inerties du 1er ordre

$$F_i / x = -M_{AI} \omega^2 R \cos \alpha - M_{A2} \omega^2 R \cos (\alpha + \Pi)$$

équilibre non réalisé cause : pistons et bielles différents. On est donc ramené à considérer un équilibrage partiel qu'on réalise en plaçant une masse  $m_e$  à la distance  $r$  de l'axe de rotation.

Par vérification de la relation :

$$(M_{A2} + M_{AI}) R = 2m_e \times r \implies m_e = \frac{R}{2r} (M_{A2} + M_{AI}) = \frac{35}{85 \times 2} (3,68 + 0,65) = 0,89 \text{ Kg}$$

Nous avons pris la même masse  $m_e$  pour les deux cylindres pour ne pas toucher l'équilibre des masses rotatives.

Couple d'inertie du 1er Ordre

$$\begin{aligned} M/Y (Xi) &= - M_{AI} w^2 R l_0 \cos \alpha - M_{A2} w^2 R (1 + l_0) \cos (\alpha + \Pi) \\ &= - M_{AI} w^2 R l_0 \cos \alpha + M_{A2} w^2 R (1 + l_0) \cos \alpha \neq 0 \end{aligned}$$

Forcos d'inerties du 2eme ordre

$$\begin{aligned} Fi/x &= - M_{AI} w^2 R \cos 2\alpha - M_{A2} w^2 R \cos (2\alpha + \Pi) \\ &= - M_{AI} w^2 R \cos 2\alpha + M_{A2} w^2 R \cos 2\alpha \neq 0 \end{aligned}$$

Couple d'inertie du 2eme ordre

$$M/Y (Xi) = - M_{AI} w^2 R l_0 \cos 2\alpha + M_{A2} w^2 R (1 + l_0) \cos 2\alpha \neq 0$$

En résumé les machines à deux cylindres avec vilbrequin à deux coudes décalés de 180°, seule est équilibrée la résultante du 1er ordre (pour la machine dont le système bielle manivelle est identique). Dans le cas contraire, on fait un équilibrage partiel pour minimiser les efforts des vibrations. Quant aux forces d'inerties et couples d'ordre supérieur ne sont pas équilibrés, mais elles s'ajoutent et ne pourront être composés que par un groupement en ligne.

## PISTONS

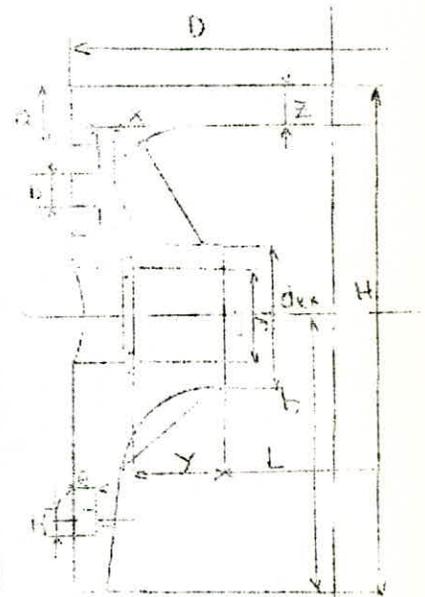
Les pistons pour les compresseurs ont beaucoup d'analogies avec ceux des moteurs à explosions du type diésel rapide. Suivant les efforts, on choisit le matériau et la forme du piston afin de lui donner une rigidité nécessaire.

Le piston comprend :

- Une tête portant des rainures pour les segments
- Un bossage pour l'axe
- Une jupe pour le guidage

Toutes les dimensions d'un piston sont fixées par des considérations de fonderie et technologique, car il n'existe aucun calcul rigoureux pour le dimensionnement du piston.

Cotes	B.2	H.2
$H = (1 + 1,4) D$	$1,1D = 140$	$1,4D = 70$
$b = 7\% D$	9	4
$e = (0,038 + 0,045)D$	5	3
$d_I = (0,25 + 1,6)D$	$0,25D = 32$	$0,3 D = 15$
$d_e = (1,3 + 1,6)d_I$	$1,43d_I = 46$	$1,5d_I = 22$
$X = (0,038 + 0,06)D$	$0,038D = 5$	$0,06D = 3$
$h = (0,5 + 0,6)D$	$0,5D = 65$	$0,6D = 30$
$a = 20\% D$	26	10
$L = (30 + 50\%)D$	$30\%D = 52$	$40\%D = 20$
$Y = 0,2 D$	26	10
$Z = D/8$	16	10
$h' = (0,18 + 0,20)D$	15	9



### - Vérification de l'épaisseur du piston

On suppose que le pourtout du piston travaille au cisaillement sachant qu'il est en alliage léger.

On prend :  $R_f = 0,8 \text{ Kg/cm}^2$  fatigue au cisaillement

l'épaisseur est donnée par la relation :

$$e = \frac{P D}{40R_f} \quad P \text{ en Kg/cm}^2$$

• Basse pression

$$e = \frac{3,16 \times 13}{40 \times 0,8} = 1,28 \text{ mm}$$

• Haute pression

$$e = \frac{10 \times 5}{40 \times 0,8} = 1,56 \text{ mm}$$

### Vérification de l'épaisseur du fond de piston

Elle est donnée par la relation :

$$e = \frac{D}{2} \left( \frac{P}{t} \right)^{1/2} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} P \text{ en Kg/cm}^2 \\ D \text{ en cm} \\ t = \text{fatigue du métal (Kg/mm}^2) \end{array}$$

On prend  $t = 8 \text{ Kg/mm}^2$

• Basse pression

$$e = \frac{13}{2} \left( \frac{3,16}{8} \right)^{1/2} = 4,08 \text{ mm}$$

• Haute pression

$$e = \frac{5}{2} \left( \frac{10}{8} \right)^{1/2} = 2,79 \text{ mm}$$

### Vérification de la hauteur de la jupe

En admettant une répartition linéaire de l'action du cylindre sur la jupe, alors la contrainte admissible maximum est généralement inférieure à  $1 \text{ N/mm}^2$  et elle est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{\text{Max}} = \frac{R}{S} + \frac{M_f}{I} = \frac{R}{l \times D} + \frac{R \times l/2}{\frac{Dl^2}{6}}$$

avec :

$l$  = hauteur de jupe

$D$  = Diamètre du piston

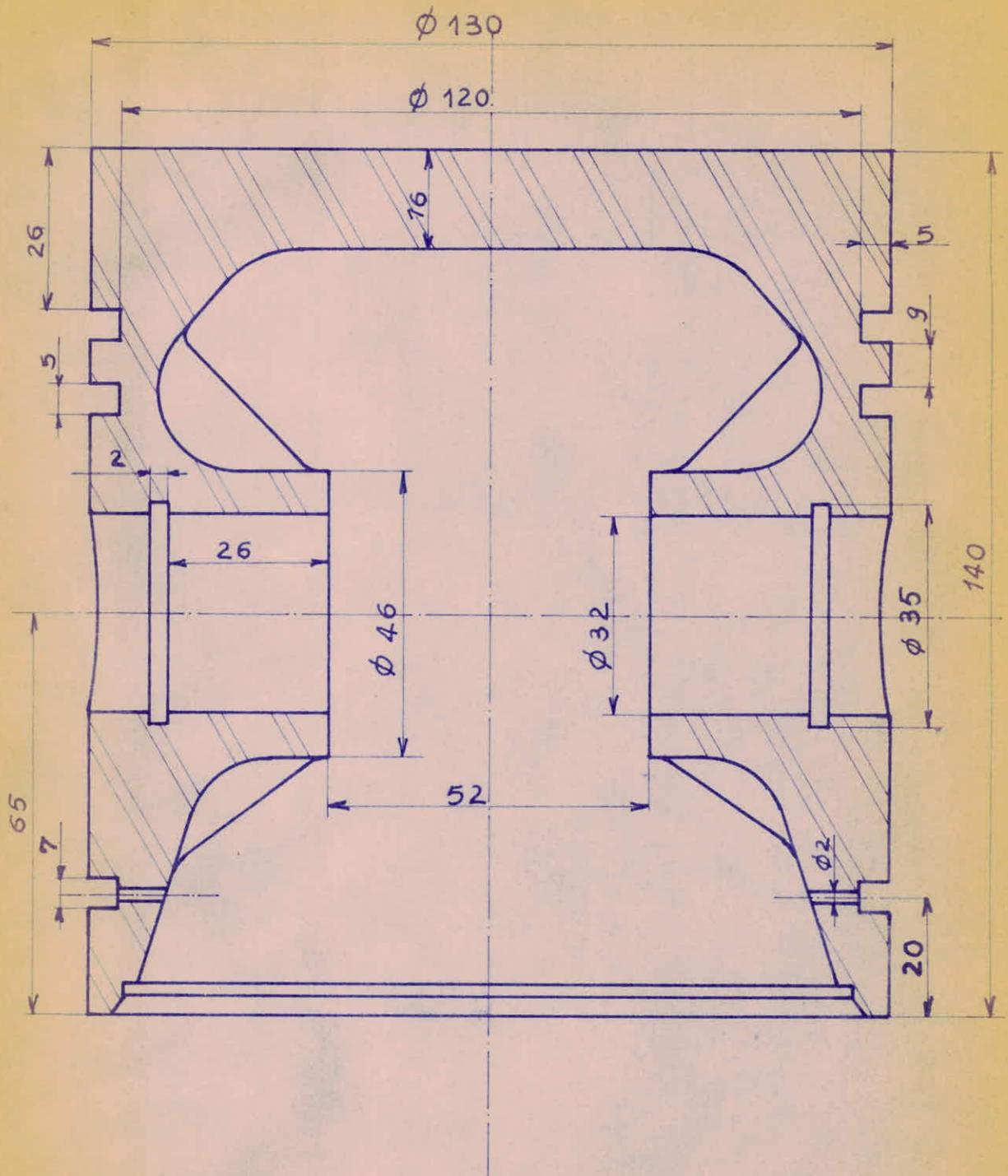
$R$  = effort latéral (action du cylindre sur piston)

• Basse pression

$$\sigma_{Max} = \frac{485,10}{130 \times 65} + \frac{485,10 \times 32,5}{130 \times \frac{(65)^2}{6}} = 0,229 \text{ N/mm}^2$$

• Haute pression

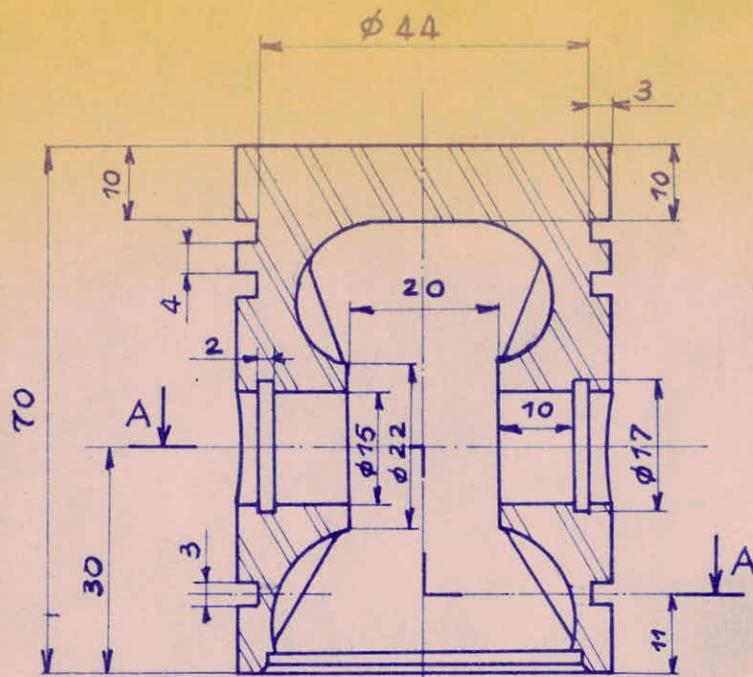
$$\sigma_{Max} = \frac{317,94}{30 \times 50} + \frac{317,94 \times 15 \times 6}{50 \times (30)^2} = 0,84 \text{ N/mm}^2$$



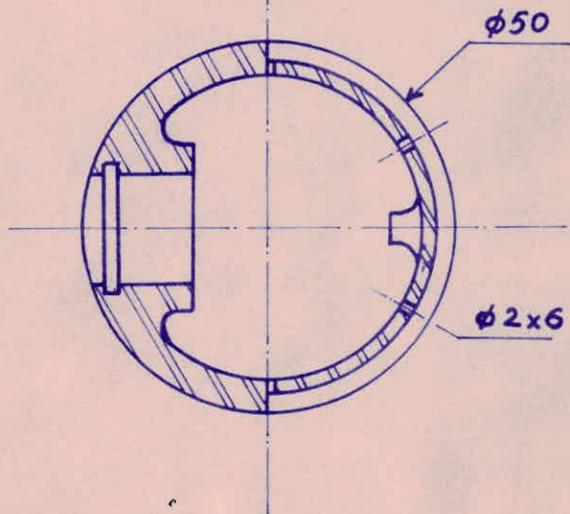
Ecole Nationale Polytechnique

PISTON  
 BASSE PRESSION

Echelle: 1



Coupe A A



Ecole Nationale Polytechnique

PISTON

Echelle: 1

HAUTE PRESSION

## SEGMENTS

Le segment est un anneau élastique assurant l'étanchéité entre le piston et le cylindre. Ils sont faits généralement en acier ou en fonte spéciale grise avec une limite élastique de 280 à 320 N/mm<sup>2</sup>. Sur un piston, on trouve trois types de segments : coup de feu, segment ordinaire et un à deux segments racleurs.

### Calcul d'un segment

#### . Contrainte dans un segment en place dans un cylindre

Calcul du moment de flexion

Rappelons l'expression de la force élémentaire s'exerçant sur une portion de segment  $dF = p h' dS$  avec  $P = 4N/cm^2$  : pression latérale spécifique

$h'$  = hauteur de segment

$dS$  = longueur élémentaire de segment

Alors : la force radiale exercée en B sur  $dS$  a pour Moment

par rapport à A ;  $dM_f = p h' dS AC$

comme :  $dS = r d\alpha$  et  $AC = r \sin(\alpha - \theta)$

avec  $r$  = rayon du cylindre

$$dM_f = p h' r^2 \sin(\alpha - \theta) d\alpha \implies M_f = \int_0^{\theta} p h' r^2 \sin(\alpha - \theta) d\alpha = p h' r^2 (1 - \cos \theta)$$

Remarquons que  $M_f = M_{fmax} = 2 p h' r^2$  à l'opposé de la coupe

$$M_f = M_{fmin} = 0 \quad \text{à la coupe}$$

$$BP : M_{fmax} = 1,69 \text{ Nm} \quad ; \quad M_{fmin} = 0$$

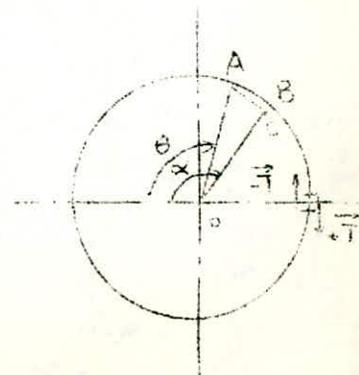
$$HP : M_{fmax} = 0,15 \text{ Nm} \quad ; \quad M_{fmin} = 0$$

. Calcul de la contrainte de flexion maximale

$$\sigma_{Max} = \frac{M_f}{I} \quad ; \quad I = \frac{h e^3}{12} \quad ; \quad V = \frac{e}{2}$$

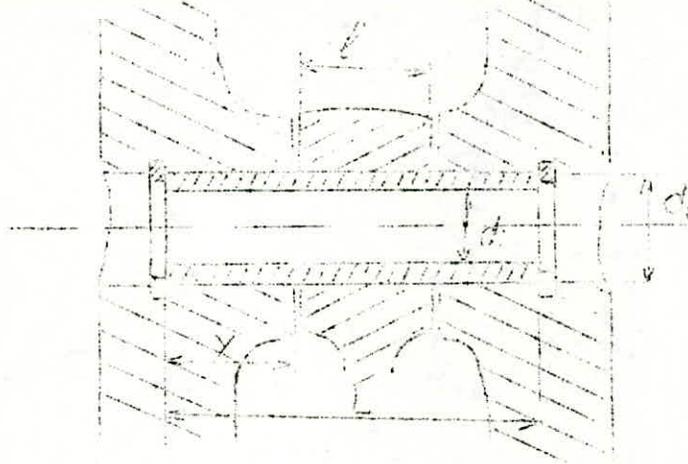
$$B.P : \sigma_{Max} = 81,12 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \sigma_{min} = 0$$

$$H.P : \sigma_{Max} = 33,3 \text{ N/mm}^2 \quad ; \quad \sigma_{min} = 0$$



## Axe du piston

L'axe du piston assure l'articulation piston bielle ; parfois plein, souvent creux pour l'allègement. Il est généralement fait en acier lémeuté avec une contrainte admissible variant de 48 à 55 daN/mm<sup>2</sup>.



### Dimensions

$$\frac{de}{D} = 0,24 \text{ à } 0,3$$

$$\frac{di}{de} = 0,6 \text{ à } 0,8$$

#### • Basse pression

$$de = 0,246 D = 32\text{mm}$$

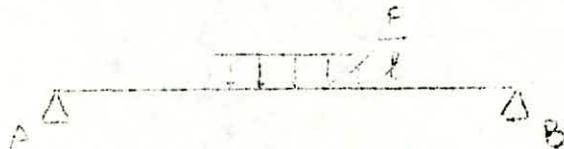
$$di = 0,7 de = 22 \text{ mm}$$

#### • Haute pression

$$de = 0,3 D = 15 \text{ mm}$$

$$di = 0,6 de = 9\text{mm}$$

On assimile l'axe du piston à une poutre sur deux appuis avec une charge répartie au-milieu.

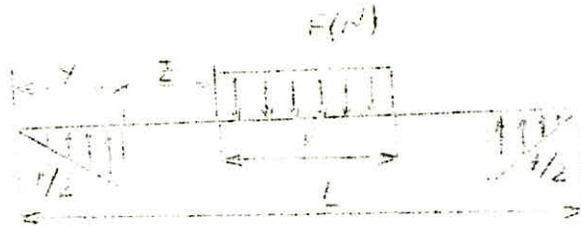


### Détermination des réactions aux appuis

$$\sum (M)_A = 0 \iff F \times \frac{L}{2} - R_B \times L = 0 \iff R_B = \frac{F}{2}$$

$$\sum (M)_B = 0 \iff -F \times \frac{L}{2} + R_A \times L = 0 \iff R_A = \frac{F}{2}$$

Ces réactions sont réparties suivant des triangles. Sur ces appuis, vue la déformation de l'axe. Nous aurons alors :



Calcul du moment de flexion

$$M_f = \frac{F}{2} \left( x - \frac{2}{3} y \right) - \frac{F}{21} \left( x - (y + Z) \right)^2$$

$$M_{f'} = \frac{F}{2} - \frac{F}{1} \left( x - (y + Z) \right)$$

$$M_{f'} = 0 \implies x = \frac{1}{2} + y + Z = \frac{L}{2}$$

$$M_{fmax} = F \times \left( \frac{3l + 2y + 6Z}{12} \right) - \frac{Fl}{8} \text{ comme } L = l + 2y + 2Z$$

$$\text{alors } M_{fmax} = \frac{F(L + 2l + 4Z) - 1,5 Fl}{12}$$

$$I = \frac{\pi}{64} (d_e^4 - d_i^4) = \frac{\pi d_e^4 (1 - \alpha^4)}{64} \text{ avec } \frac{d_i}{d_e} = \alpha$$

$$v = \frac{d_e}{2}$$

$$\implies W = \frac{I}{v} = \frac{\pi d_e^3 (1 - \alpha^4)}{32}$$

$$\text{d'où on tire : } \sigma_f = \frac{M_f}{W} = \frac{32}{12 \pi} \frac{F(L + 2l + 4Z) - 1,5 Fl}{d_e^3 (1 - \alpha^4)} = \frac{F(L + 0,5l + 4Z)}{1,2 d_e^3 (1 - \alpha^4)}$$

• Basse pression

$$F = Y \cos 10,44 = 2676,28 \cos 10,44 = 2631,97 \text{ N}$$

$$\sigma_f = \frac{2631,97 (104 + 21 + 20)}{1,2 \times (32)^3 (1 - (0,7)^4)} = 12,77 \text{ N/mm}^2$$

• Haute pression

$$F = Y \cos 10,44 = 1754,05 \cos 10,44 = 1725 \text{ N}$$

$$\sigma_f = \frac{1725 (40 + 8,5 + 6)}{1,2 \times 1,5^3 (1 - 0,6^4)} = 26,6 \text{ N/mm}$$

Contrainte de cisaillement

Cette contrainte est donnée par la relation :

$$\tau = \frac{T \times S_x}{I_G \cdot b}$$

avec T = effort tranchant  
Sx = Moment statique  
I = Moment d'inertie  
b = Largeur de section à cisailier

dans notre cas on a :

$$T = F/2$$

$$S_x = \frac{I}{6} (d_e^3 - d_i^3)$$

$$I_G = \frac{\pi I}{32} (d_e^4 - d_i^4)$$

$$b = d_e - d_i$$

$$\text{d'où } \tau = \frac{0,85 F (I + \alpha + \alpha^2)}{d_e^2 (I - \alpha^4)}$$

• Basse pression

$$\tau = \frac{0,85 \times 2631,97 (1 + 0,7 + 0,7^2)}{32^2 (1 - 0,7^4)} = 6,29 \text{ N/mm}^2 < 70 \text{ N/mm}^2$$

• Haute pression

$$\tau = \frac{0,85 \times 1725 (1 + 0,6 + 0,6^2)}{15^2 (1 - 0,6^4)} = 14,67 \text{ N/mm}^2 < 70 \text{ N/mm}^2$$

## Chemises

Les cylindres sont généralement faits en fonte avec une limite d'endurance de fatigue  $20\text{N/mm}^2$  dont l'épaisseur de la paroi est donnée par la relation suivante :

$$e = \frac{K P_f D}{2 \times \text{limite d'endurance de fatigue}}$$

avec  $K = 2$  à  $5$  coefficient de sécurité.

$P_f$  = Pression finale de compression de l'étage ( $\text{N/mm}^2$ )

$D$  = alésage (mm)

### . Basse pression

$$e = \frac{5 \times 0,316 \times 130}{2 \times 20} = 5,135 \text{ mm on prend } e = 6 \text{ mm}$$

### . Haute pression

$$e = \frac{5 \times 1 \times 50}{2 \times 20} = 6,25 \text{ mm on prend } e = 7 \text{ mm}$$

Nous adoptons en valeurs calculées, car elles ne s'écartent pas trop des valeurs pratiques qui sont déterminées par :

$$e = ( 0,06 + 0,07 ) D$$

### . Basse pression

$$e = 0,06 \times 130 = 7,8 \text{ mm}$$

### . Haute pression

$$e = 0,07 \times 50 = 3,5 \text{ mm}$$

On a  $e$  calculé  $\approx$   $e$  expérimental.

### . Hauteur de la chemise

$$h_c = h_p + C + X_o + 3 \quad \text{avec} \quad X_o = 10\% C$$

• Basse pression

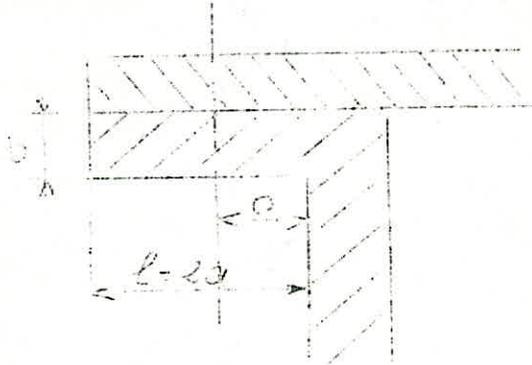
$$h_c = 140 + 70 + 7 + 3 = 220 \text{ mm}$$

• Haute pression

$$h_c = 70 + 70 + 7 + 3 = 150 \text{ mm}$$

Vérification de la bride

Les fonds des cylindres se terminent par une embase permettant la fixation des couvercles ; dont on prend une épaisseur égale à celle du cylindre pour l'homogénéisation du moulage que nous vérifions à la flexion.



$$l = 2a = 2 \times 8 = 16 \text{ mm.}$$

La force de pression exercée sur le fond du cylindre à pour valeur.

$$F = \frac{\pi D^2}{4} (P_f - P_a)$$

Le moment de flexion maximum est :

$$M_{fmax} = F \times a$$

Contrainte de flexion

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W}, \quad W = \frac{I}{V}; \quad I = \frac{\pi D b^3}{12}; \quad V = \frac{b}{2}$$

$$\sigma_f = \frac{6 F a}{\pi D b^2} \leq R \quad R = 60 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{d'où } b \geq \left( \frac{6 F a}{\pi D R} \right)^{\frac{1}{2}}$$

. Basse pression

$$F = 2865,56 \text{ N} \quad ; \quad b \geq \left[ \frac{6 \times 2865,56 \times 8}{3,14 \times 130 \times 60} \right] \frac{1}{2} = 2,46 \text{ mm}$$

. Haute pression

$$F = 1766,24 \text{ N} \quad ; \quad b \geq \left[ \frac{6 \times 1766,24 \times 10}{3,14 \times 50 \times 60} \right] \frac{1}{2} = 3,35 \text{ mm}$$

Calcul des boulons

On assure la fixation des cylindres sur batis par boulons, sachant qu'un boulon travaille à l'extension, d'où l'effort qu'il exerce est donné par :

$$F_b \leq \frac{\pi d^2}{4} \cdot R \quad \begin{array}{l} d : \text{diamètre du noyau} \\ R : \text{contrainte de traction} \end{array}$$

d'autre part on sait que :

$$F_b = \frac{F}{n} = \frac{\pi D^2}{4 n} (P_f - P_a) \quad \text{avec } n = \text{nombre de boulons}$$

d'où on tire :

$$d \geq D \left( \frac{P_f - P_a}{n R} \right) \frac{1}{2}$$

. Basse pression

On prend  $n = 6$  on trouve  $d_c = 3,18 \text{ mm}$

On prend un diamètre normalisé :  $d_n = 6 \text{ mm}$

On choisit un pas  $p = 1,25 \text{ mm}$

d'où  $d_t = d_n \times 1,0825 p = 7,35 \text{ mm}$  on prend finalement  $d_t = 8 \text{ mm}$

. Haute pression :

On prend  $n = 6$  on trouve  $d_c = 2,17 \text{ mm}$

On prend un diamètre normalisé  $d_n = 6 \text{ mm}$

On choisit un pas  $p = 1,25 \text{ mm}$

d'où  $d_t = d_n + 1,0825 p = 7,35 \text{ mm}$  on prend finalement  $d_t = 8 \text{ mm}$

La Bielle

La bielle a pour rôle de transmettre au vilebrequin les efforts reçus par le piston. Ces efforts feront travailler différemment les trois parties constituant la bielle : corps, tête, pied, qui sont des contraintes d'extension et de compression avec risque de flambage, d'où le choix de la section en fonction des sollicitations et du matériau utilisé.

longueur de bielle L = 175 mm

Acier forgé : Rr = 700 N/mm<sup>2</sup> résistance à la rupture

Re = 320 N/mm<sup>2</sup> limite élastique

Verification au flambage

Du tableau fig( ) on tire l'effort maximum qu'on suppose égal à la force critique de flambage donnée par la formule d'Euler

$$F = \frac{\pi^2 EI}{K L_f^2}$$
 avec K = 7 + 10 coefficient de sécurité

L<sub>f</sub> = longueur libre de flambage

I = moment d'inertie

E = 210<sup>5</sup> N/mm<sup>2</sup> module d'élasticité

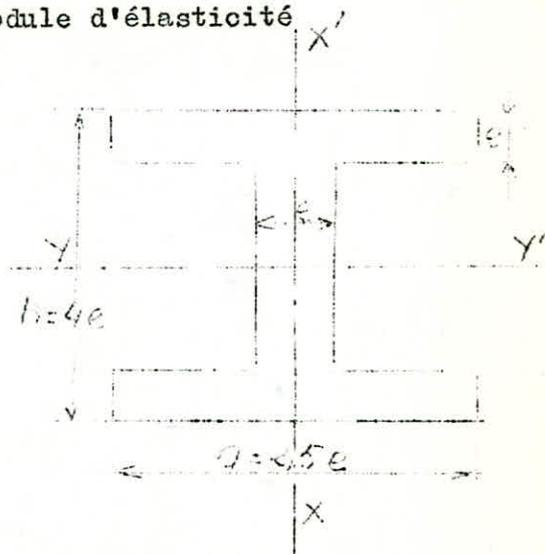
$$\Rightarrow I = \frac{F K L_f^2}{\pi^2 E}$$

. Basse Pression

$$I = \frac{10 (175)^2 \times 2676,28}{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5} = 415,21 \text{ mm}^4$$
 l = 4e

. Haute pression

$$I = \frac{10 (175)^2 \times 1754,05}{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5} = 272,13 \text{ mm}^4$$



Calcul du moment d'inertie suivant Y Y'

$$I_{yy'} = \frac{2 \times 2,5e \times e^3}{12} + \frac{e \times (2e)^3}{12} = \frac{13e^4}{12} = 1,083 e^4$$

. Basse pression

$$I,083e^4 = 415,21 \implies e = 4,42 \text{ mm on prend } e = 5 \text{ mm ; } I_{yy'} = 676,87\text{mm}^4$$

. Haute pression

$$I,083e^4 = 272,13 \implies e = 3,98 \text{ mm on prend } e = 4 \text{ mm ; } I_{yy'} = 277,24\text{mm}^4$$

Calcul de la section

$$S = 2,5e^2 \times 2 + e \times 2e = 7e^2$$

. Basse pression

$$S = 175 \text{ mm}^2$$

. Haute pression

$$S = 112 \text{ mm}^2$$

Verification par la relation de Rankine

$$R_p = \frac{F}{S} \left( I + \frac{N}{C} \right) \quad \text{avec} \quad C = \frac{\pi^2 EI}{L_f^2 S}$$

Cette relation nous donne la contrainte de compression simple  $\frac{F}{S}$  majorée par  $(I + \frac{N}{C})$  pour tenir compte du flambement

. Basse pression

$$C = \frac{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5 \times 676,87}{(175)^2 \times 175} = 249,3 \text{ N/mm}^2$$

$$R_p = \frac{2676,28}{175} \left( I + \frac{320}{249,3} \right) = 34,9 \text{ N/mm}^2$$

. Haute pression

$$C = \frac{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5 \times 277,24}{(175)^2 \times 112} = 159,55 \text{ N/mm}^2$$

$$R_p = \frac{1754,05}{112} \left( I + \frac{320}{159,55} \right) = 47,07 \text{ N/mm}^2$$

Calcul du moment d'inertie suivant XX'

$$I_{XX'} = \frac{2e \times (2,5 e)^3}{12} + \frac{2e \times e^3}{12} = \frac{33,25}{12} e^4 = 2,77$$

. Basse pression

$$I_{XX'} = 1731,25 \text{ mm}^4$$

Haute pression

$$I_{XX'} = 709,12 \text{ mm}^4$$

Verification par Rankine

. Basse pression

$$C = \frac{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5 \times 1731,25}{(145)^2 \times 175} = 637,64 \text{ N/mm}^2$$

$$R_p = \frac{2676,28}{175} \left( 1 + \frac{320}{637,64} \right) = 22,96 \text{ N/mm}^2$$

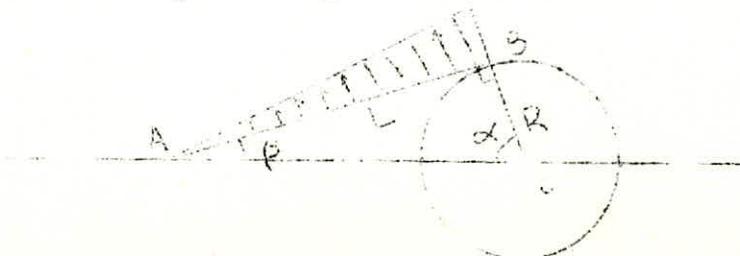
. Haute pression

$$C = \frac{(3,14)^2 \times 2 \cdot 10^5 \times 709,12}{(175)^2 \times 112} = 408 \text{ N/mm}^2$$

$$R_p = \frac{1754,05}{112} \left( 1 + \frac{320}{408} \right) = 27,94 \text{ N/mm}^2$$

Contrainte de flexion

Les contraintes d'inerties subies par la bielle sont complexes, on envisage seulement la sollicitation de flexion, laquelle est sensiblement maximale quand la bielle est presque perpendiculaire à la manivelle. Dans ce cas on suppose que la bielle à une section constante et qu'on assimile à une poutre à deux appuis avec une charge répartie comme l'indique la figure ci-dessous :



Dans le triangle OBA rectangle en B on a :

$$OA^2 = AB^2 + OB^2 \implies OA = (L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} = (175^2 + 35^2)^{\frac{1}{2}} = 178,46 \text{ mm}$$

$$\cos \beta = \frac{AB}{OA} = \frac{175}{178,46} = 0,98 \implies \beta = 11,3^\circ, \alpha = 78,69^\circ$$

Determination des reactions



Calcul de la charge totale

$$Q = \frac{q \times L}{2} = 0,5 \times S \times L \times \rho (Rw^2) \quad \text{avec } S : \text{section droite de bielle}$$

$\rho$  : masse volumique du matériau

$$Q = \frac{I}{2} MRw^2 \quad M = SL\rho = \text{Masse de bielle}$$

$$\sum (M)_A = 0 \iff R_B \times L - Q \times \frac{2}{3} L = 0 \implies R_B = \frac{2Q}{3}$$

$$\sum (M)_B = 0 \iff R_A L - Q \times \frac{1}{3} L = 0 \implies R_A = \frac{Q}{3}$$

On a  $q = \frac{2Q}{L} \implies Px = \frac{q \times x}{L}$

Calcul du moment de flexion

$$M_f = R_A x - \frac{Px \times x}{2} \times \frac{I}{3} x = \frac{Q}{3} x - \frac{q \times x}{L} \times \frac{x}{2} \times \frac{I}{3} x$$

$$M_f = \frac{Q}{3} \left( x - \frac{x^3}{L^2} \right)$$

Ce moment est maximum quand on a :

$$\frac{dM_f}{dX} = 0 \iff I - \frac{3X^2}{L^2} = 0 \iff X_M = \frac{L}{3}$$

$$d'où M_{fmax} = \frac{Q}{3} \left( \frac{L}{3} - \frac{L^3}{3 \cdot 3L^2} \right) = \frac{2QL}{9 \cdot 3}$$

$$M_{fmax} = \frac{I}{2} MRw^2 \frac{2L}{9 \cdot 3} = \frac{MLw^2 R}{9 \cdot 3} = 0,064 MLw^2 R$$

. Basse pression

$$M_{fmax} = 2,58 \times 175 \times (78,539)^2 \times 0,035 \times 0,064 = 6238,44 \text{ N mm}$$

. Haute pression

$$M_{fmax} = 1,212 \times 175 \times (78,539)^2 \times 0,035 \times 0,064 = 2930,6 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_f = \frac{M_f}{\frac{J}{V}} \text{ avec } I_{max} = I_{XX'} \quad ; \quad V = \frac{a}{2}$$

. Basse pression

$$\sigma_f = \frac{6238,44 \times 6,25}{1731,25} = 22,50 \text{ N/mm}^2$$

. Haute pression

$$\sigma_f = \frac{2930,6 \times 6,25}{709,12} = 25,83 \text{ N/mm}^2$$

La superposition des contraintes de compression dues au flambement et à la flexion.

. Basse pression

$$R_p + \sigma_f \leq \frac{\text{Rupture}}{\text{Sécurité}} \iff 34,9 + 22,5 = 574 \text{ N/mm}^2 < \frac{700}{4} = 175 \text{ N/mm}^2$$

. Haute pression

$$R_p + \sigma_f \leq \frac{\text{Rupture}}{\text{Sécurité}} \iff 47,07 + 25,83 = 73 \text{ N/mm}^2 < 175 \text{ N/mm}^2$$

Pied de Bielle

On prévoit un pied de bielle sur coussinet en bronze phosphoré dont la pression unitaire de graissage variant de 5 à 10 N/mm<sup>2</sup> pour l'effort maximum. Dans le calcul des coussinets on tient compte généralement de la transmission et du type de machine pour la correction de la charge radiale.

- coefficient de transmission

$$K_t = 2 \text{ à } 2,5 \quad \text{on prend } K_t = 2$$

- coefficient de fonctionnement pour machine à piston

$$K_f = 1,2 \text{ à } 1,5 \quad \text{on prend } K_f = 1,5$$

- Charge corrigée  $P_c = K_t K_f F$  avec F effort maximum obtenu

. Condition de graissage

$$\frac{P_c}{P} \leq l \text{ de avec } l = (1 + 1,5) \text{ de}$$

. Basse pression

On prend  $l = 1,3$  de

$$p = \frac{2 \times 1,5 \times 2631,97}{1,3 \times (32)^2} = 5,93 \text{ N/mm}^2$$

. Haute pression

On prend  $l = 1,1$  de

$$p = \frac{2 \times 1,5 \times 1725}{1,1 \times (22)^2} = 9,72 \text{ N/mm}^2$$

Vérification du frottement hydraulique

On prend une huile courante de viscosité  $Z = 0,04 \text{ NS/m}^2$   
La stabilité du film d'huile est donnée par la valeur du nombre addimensionnel de MARTINET :

$$f = \frac{10^8 ZN}{P} \quad \text{avec } N : \text{vitesse de rotation (tr/s)}$$

$p : \text{pression diamétrale (MPa)}$

• Basse pression

$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 5,93 \cdot 10^6} = 8,43$$

• Haute pression

$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 9,72 \times 10^6} = 5,14$$

Dans les deux cas le film d'huile est stable parce que  $f > 5$  (valeur critique)

Tête de bielle

La pression unitaire de graissage à la tête de bielle sur coussinet antifriction du type BABBIT pour l'effort maximum varie de 3 à 5 N/mm<sup>2</sup>

• Vérification de la pression diamétrale

• Basse pression

$$p = \frac{K_t \quad K_f \quad N}{l_m \quad d_m} = \frac{2 \times 1,5 \times 2283,55}{44 \times 40} = 3,89 \text{ N/mm}^2$$

• Haute pression

$$p = \frac{K_t \quad K_f \quad N}{l_m \quad d_m} = \frac{2 \times 1,5 \times 1770,52}{44 \times 40} = 3 \text{ N/mm}^2$$

Vérification du frottement hydrodynamique

• Basse pression

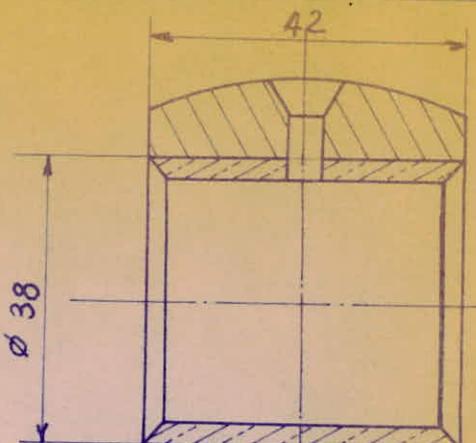
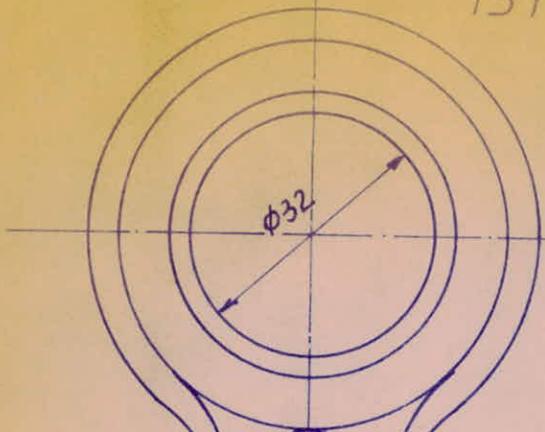
$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 3,89 \times 10^6} = 12,85$$

• Haute pression

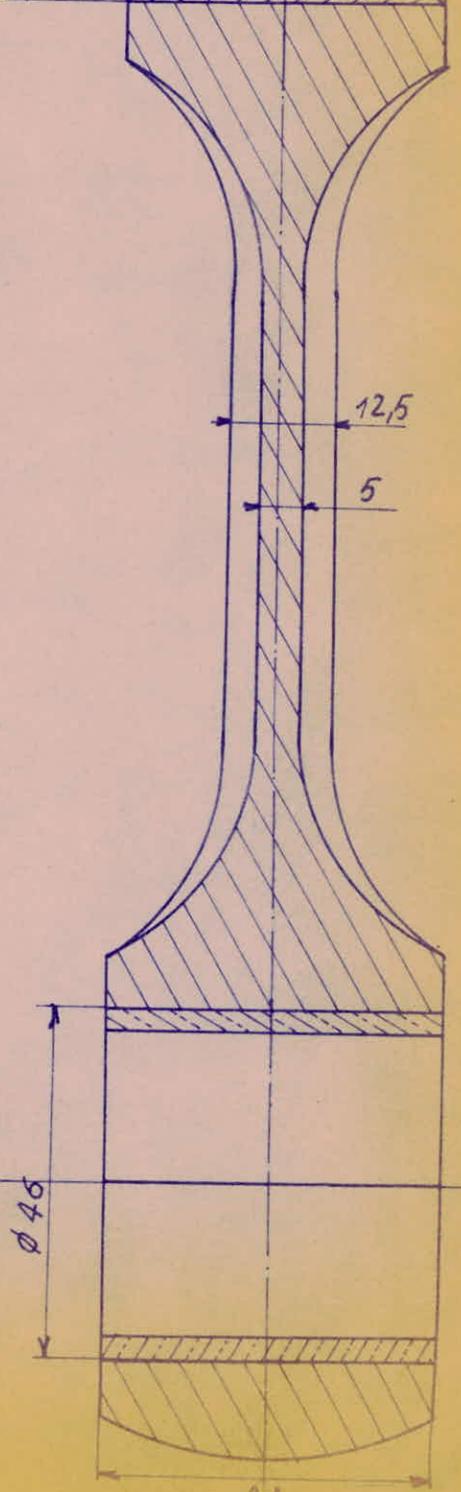
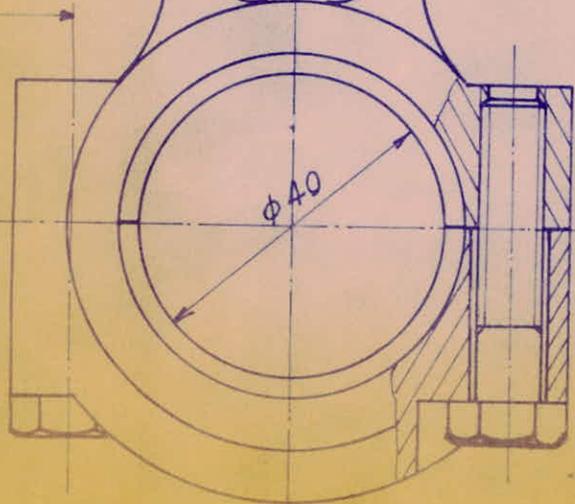
$$f = 10^8 \frac{0,04 \times 750}{60 \times 3 \cdot 10^6} = 16,66$$

On affirme donc que le film d'huile est stable.

BIELLE



175



44

## S o u p a p e s

Les clapets se présentent le plus souvent sous la forme de disques pleins ou évidés avec ressorts de rappel, il se ferme et s'ouvre donc automatiquement sous l'action du fluide.

### Basse pression

#### \* Clapet d'aspiration

Dans la section d'amenée sur le clapet, on prend une vitesse du fluide  $V_{fa} = 20$  m/s l'équation de continuité :

$$S_{fa} \times V_{fa} = S_p V_p \implies S_{fa} = \frac{S_p V_p}{V_{fa}} = \frac{3,14 \times (130)^2 \times 1,75}{4 \times 20} = 1161,4 \text{ mm}^2$$

on prend une largeur de l'ouverture :  $b = 10$  mm

et comme  $S_{fa} = \Pi d_1 b \implies d_1 = \frac{S_{fa}}{\Pi b} = \frac{1161,4}{3,14 \times 10} = 37$  mm

- on prend un disque de fermeture d'épaisseur  $e = 1,5$  mm

$$d_d = d_1 + b + 3 = 37 + 10 + 3 = 50 \text{ mm}$$

- Pour le disque inférieur, on prend les mêmes dimensions que le disque d'amené

$$d'_1 = 37 \text{ mm}, b' = 10 \text{ mm}$$

ce disque comporte trois lamages qui servent de guidage pour les ressorts

#### - levée du disque

En se plaçant dans le cas du régime permanent

nous aurons :  $\Pi d_d h = \Pi b d_1 \implies h = \frac{\Pi b d_1}{\Pi d_d} = \frac{d_1 b}{d_d} = \frac{37 \times 10}{50} = 7$  mm

#### \* Clapet de refoulement q

On prend une vitesse au refoulement  $V_{fr} = 25$  m/s

$$S_{fr} \times V_{fr} = S_p V_p \implies S_{fr} = \frac{S_p V_p}{V_{fr}} = \frac{\Pi \times (130)^2 \times 1,75}{4 \times 25} = 929,12 \text{ mm}^2$$

pour une largeur de l'ouverture  $b = 10$  mm

on trouve

$$d_1 = \frac{S_{fr}}{\Pi b} = \frac{929,12}{\Pi \times 10} = 30 \text{ mm}$$

on prend un disque de fermeture d'épaisseur  $e = 1,5 \text{ mm}$

$$d_d = d_1 + b + 2 = 30 + 10 + 2 = 42 \text{ mm}$$

levée du disque

$$S_{fr} = S_{da} \iff \text{II } d_1 b = \text{II } d_d h \implies h = \frac{d_1 b}{d_d} = \frac{30 \times 10}{42} = 7 \text{ mm}$$

Remarque :

Théoriquement on trouve deux clapets de dimensions différentes, mais vu l'interchangeabilité des pièces on adopte les mêmes clapets, dont les dimensions sont fixées par celles du clapet d'aspiration, qui donne une vitesse de refoulement de 20 m/s

Haute pression

\* Clapet d'aspiration

Pour une vitesse d'entrée dans le clapet  $V_{fa} = 20 \text{ m/s}$   
avec  $S_{fa} V_{fa} = S_p V_p \implies S_{fa} = \frac{S_p V_p}{V_{fa}} = \frac{\text{II} \times (50)^2 \times 1,75}{4 \times 20} = 171,8 \text{ mm}^2$

on prend une largeur de l'ouverture  $b = 2,5 \text{ mm}$

$$d_1 = \frac{S_{fa}}{\text{II } b} = \frac{171,8}{\text{II} \times 2,5} = 21,87 \text{ mm soit } d_1 = 22 \text{ mm}$$

on prend un disque d'épaisseur  $e = 1,5 \text{ mm}$

$$d_d = d_1 + b + 2 = 21,87 + 2,5 + 2 = 26,37 \text{ mm}$$

pour le disque inférieur on prend

$$d'_1 = 22 \text{ mm} ; b' = 2,5 \text{ mm}$$

levée du disque

$$h = \frac{d_1 b}{d_d} = \frac{22 \times 2,5}{26} = 2 \text{ mm}$$

\* Clapet de refoulement

On prend  $V_{fr} = 25 \text{ m/s}$

$$S_{fr} = \frac{S_p V_p}{V_{fr}} = \frac{\text{II} (50)^2 \times 1,75}{4 \times 25} = 137,44 \text{ mm}^2$$

Pour  $b = 2,5 \text{ mm}$

nous aurons :

$$d_1 = \frac{S_{fr}}{\pi b} = \frac{137,44}{\pi \times 2,5} = 17,5 \text{ mm}$$

dimensions du disque :

$$e = 1,5 \text{ mm}$$

$$d_d = d_1 + b + 2 = 17,5 + 2,5 + 2 = 22 \text{ mm}$$

levée du disque

$$h = \frac{d_1 b}{d_d} = \frac{17,5 \times 2,5}{22} = 2 \text{ mm}$$

Pour la même raison vu précédemment, on adapte les dimensions de clapet d'aspiration avec une vitesse de refoulement  $V_{fr} = 20 \text{ m/s}$ .

Ressorts

• Basse pression

Poids du disque

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi d^3}{4} \times e = 7,8 \times \frac{\pi \times (0,5)^2}{4} \times 0,015 = 0,0229 \text{ kg}$$

$$P = mg = 0,0229 \times 9,81 = 0,224 \text{ N}$$

Calcul de la poussée du ressort

• aspiration

$$F = F_f + P$$

avec P : poids du disque

$F_f$  : Poussée du fluide

F : Poussée des ressorts

$$\text{On a } F_f = \rho S_p w r V_{fa} \quad \text{comme } V_{fa} = \frac{S_p w r}{S_{fa}}$$

$$\text{Nous aurons } F = P + \rho \frac{(S_p w r)^2}{S_{fa}}$$

$$F = 0,224 + 1,169 \frac{\frac{\pi(0,13)^2}{4} \times 78,539 \times 0,035}{0,0011614} = 1,59 \text{ N}$$

• refoulement

$$\rho = \frac{P}{rT} = \frac{316000}{287 \times 388,6} = 2,83 \text{ kg/m}^2$$

$$F = F_f - P = \rho \frac{(S_p w r)^2}{S_{fa}} - P = 2,83 \times \frac{\frac{\pi(0,13)^2}{4} \times 78,539 \times 0,035}{0,0011614} - 0,224 = 3,01 \text{ N}$$

On dimensionne les ressorts à l'effort maximum

Comme nous avons trois ressorts alors

$$F_r = \frac{F}{3} = \frac{3,01}{3} = 1 \text{ N}$$

Quand la soupape est fermée le ressort exerce une force

$$F_0 = (0,5 \text{ à } 0,65) Fr$$

$$\text{On prend } F_0 = 0,65 Fr = 0,65 \times I = 0,65 N$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta F} = \frac{h}{Fr - F_0} = \frac{7}{I - 0,65} = 20 \text{ mm/N}$$

On prend charge pratique  $R = 30 \text{ daN/mm}^2$   
limite élastique  $Re = 60 \text{ daN/mm}^2$

$$\frac{r}{d} = 12$$

On a le moment de torsion

$$M_t = Fr \times r \text{ donc } Fr \times r \times r = R \times \left(\frac{I_0}{V}\right)$$

dans le cas d'un fil rond

$$Fr \times r = R \frac{\pi d^3}{16} \implies d^3 = \frac{16 Fr \times r}{R \times \pi}$$

$$d^2 = \frac{16 Fr}{R \times \pi} \times \frac{r}{d} = \frac{16 Fr}{R \times \pi} \times 12 \implies d = \left(\frac{16 Fr \times 12}{R \times \pi}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{16 \times I \times 12}{300 \times \pi}\right)^{\frac{1}{2}} = 0,45 \text{ mm}$$

$$d'où r = d \times 12 = 0,45 \times 12 = 5,41 \text{ mm}$$

$$\text{on prend } r = 5,5 \text{ mm}$$

Nombres de spires

$$n = \frac{G d^4}{64 r^3} \frac{\Delta h}{\Delta F} = \frac{85000 \times (0,45)^4}{64 \times (5,5)^3} \times 20 = 6,54$$

$$\text{on prend } n = 7 \text{ spires}$$

Hauteur d'aplatissement

$$H_a = n \times d = 7 \times 0,45 = 3,15 \text{ mm}$$

Contrainte sous la force Fr

$$t = \frac{16 Fr \times r}{\pi d^3} = \frac{16 \times 1 \times 5,5}{\pi \times (0,45)^3} = 307,39 \text{ N/mm}^2 = 30,74 \text{ daN/mm}^2$$

Flèche correspondante

$$f = \frac{64 \times Fr \times n \times r^3}{G d^4} = \frac{64 \times 1 \times 6,54 \times (5,5)^3}{85000 \times (0,45)^4} = 20 \text{ mm}$$

Contrainte d'aplatissement

$$t_a = \frac{4}{5} Re = \frac{4}{5} \times 60 = 48 \text{ daN}$$

Flèche correspondante

$$f_a = \frac{f t_a}{t} = \frac{20 \times 48}{30,74} = 31,22 \text{ mm}$$

Hauteur de fabrication

$$h_o = H_a + f_o = 3,15 + 31,22 = 34,37 \text{ mm}$$

Pas de l'hélice

$$p = \frac{h_o}{n} = \frac{34,37}{7} = 4,91 \text{ mm}$$

Longueur de fil nécessaire

$$L = 2\pi r n = 2 \pi \times 5,5 \times 7 = 241,90 \text{ mm}$$

• Haute pression

Poids du disque

$$m = \rho V = 7,8 \times \frac{\pi \times (0,26)^2}{4} \times 0,015 = 0,0062 \text{ Kg}$$

$$P = mg = 0,0062 \times 9,81 = 0,060 \text{ N}$$

Calcul de la poussée du ressort

• aspiration

$$F = F_f + P = P + \rho \frac{(S_p w_r)^2}{S_{fa}}$$

$$\rho = \frac{P}{rT} = \frac{316000}{287 \times 298} = 3,69 \text{ Kg/m}^3$$

$$F = 0,06 + 3,69 \frac{\left(\frac{\pi(0,05)^2}{4} \times 78,539 \times 0,035\right)^2}{0,0001718} = 0,68 \text{ N}$$

• Refoulement

$$\rho = \frac{P}{rT} = \frac{10^6}{287 \times 388,6} = 8,96 \text{ Kg/m}^3$$

$$F = F_f - P = \rho \frac{(S_p w_r)^2}{S_{fr}} - P = 8,96 \times \frac{\left(\frac{\pi \times (0,05)^2}{4} \times 78,539 \times 0,035\right)^2}{0,000178} - 0,06 = 1,45 \text{ N}$$

On dimensionne les ressorts à l'effort maximum comme nous avons trois ressorts alors

$$F_r = \frac{F}{3} = \frac{1,45}{3} = 0,48 \text{ N}$$

$$F_a = 0,65 F_r = 0,65 \times 0,48 = 0,31 \text{ N}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta F} = \frac{h}{F_r - F_a} = \frac{2}{0,48 - 0,31} = 11,76 \text{ mm/N}$$

$$\text{on prend } \frac{r}{d} = 9$$

$$d^2 = \frac{16Fr}{R \times \Pi} \times \frac{r}{d} = \frac{16Fr \times 9}{R \times \Pi} \implies d = \left( \frac{16Fr \times 9}{R \times \Pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{16 \times 0,48 \times 9}{300 \times \Pi} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,27 \text{ mm}$$

on prend  $d = 0,30 \text{ mm}$

d'où  $r = 9 \times 0,30 = 2,70 \text{ mm}$

Nombre de spires

$$n = \frac{G d^4}{64 r^3} \frac{\Delta h}{\Delta F} = \frac{85000 \times (0,30)^4}{64 \times (2,70)^3} \times 11,76 = 6,42$$

On prend  $n = 7 \text{ spires}$

Hauteur d'aplatissement

$$H_a = nd = 7 \times 0,3 = 2,1 = 2,1$$

Contrainte sous la force Fr

$$t = \frac{16Fr \times r}{\Pi d^3} = \frac{16 \times 0,48 \times 2,70}{\Pi \times (0,30)^3} = 244,46 \text{ N/mm}^2 = 24,44 \text{ daN/mm}^2$$

Flèche correspondante

$$f = \frac{64 \times Fr \times n \times r^3}{G d^4} = \frac{64 \times 0,48 \times 6,42 \times (2,70)^3}{85000 \times (0,30)^4} = 5,64 \text{ mm}$$

Contrainte d'aplatissement

$$t_a = \frac{4}{5} R_e = \frac{4}{5} 60 = 48 \text{ daN/mm}^2$$

Flèche correspondante

$$f_a = \frac{f t a}{t} = \frac{5,64 \times 48}{24,44} = 11,07 \text{ mm}$$

Hauteur de fabrication

$$h_o = H_a + f_o = 2,1 + 11,07 = 13,17 \text{ mm}$$

Pas de l'helice

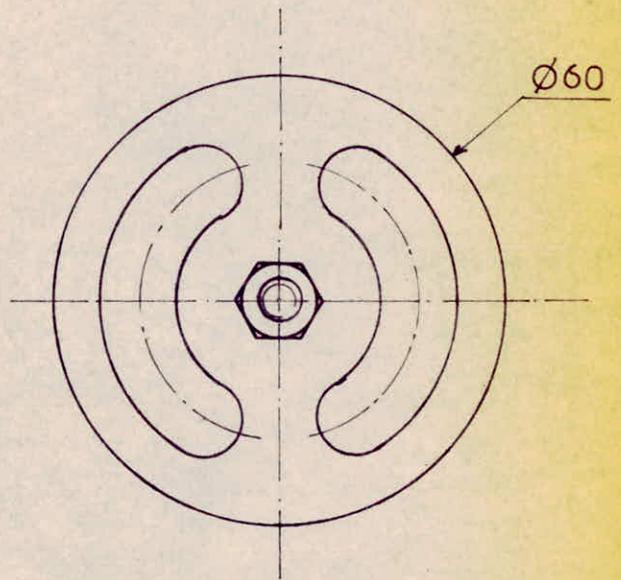
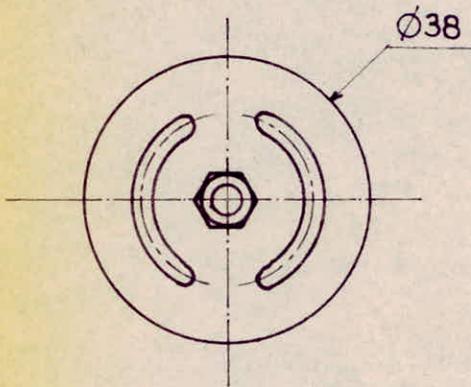
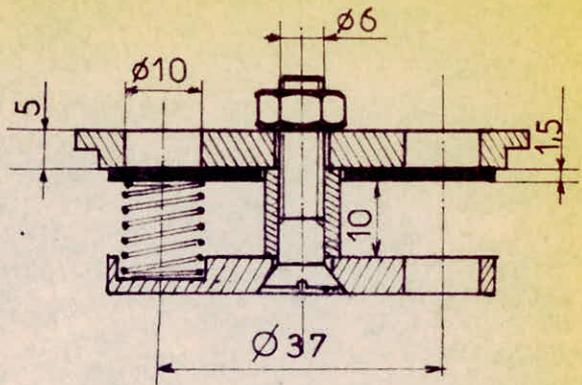
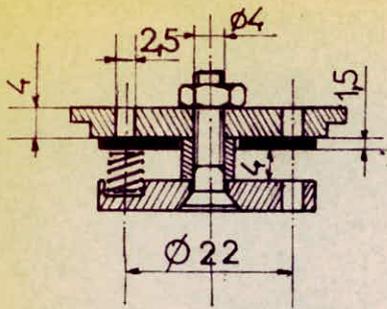
$$p = \frac{h_o}{n} = \frac{13,17}{7} = 1,88 \text{ mm}$$

Longueur de fil necessaire

$$L = 2 \pi r n = 2 \times \pi \times 2,70 \times 7 = 118,75 \text{ mm}$$

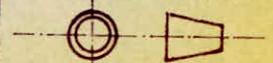
haute pression

basse pression



Ecole Nationale Polytechnique

Soupapes



Echelle: 1

# Refrigidisseurs

## Refrondissement des cylindres

Lors de la compression, les cylindres chauffent et la quantité de chaleur dégagée est donnée par la relation :

$$Q = P_{ad} / 4,18$$

qui se décompose en deux parties :

1. l'une  $q'$  emporté par l'air comprimé

$$q' = C_p Q_m (T_f - T_a) \text{ avec } Q_m : \text{débit massique}$$

$T_f$  : Température finale de l'étage

$T_a$  : Température d'admission

2. l'autre  $q''$  enlevé par le fluide refroidisseur

$$q'' = Q - q' = Q - C_p Q_m (T_f - T_a)$$

Dans la pratique on admettra que la chaleur  $q''$  est égale au  $2/3$  de la puissance pour compresseur bi-étagé avec refroidisseur intermédiaire.

$$P_{ad} = W_{ad} \times Q_m = 186,4 \text{ J/s}$$

$$\text{soit } P_{ad} = \frac{186,4 \times 3600}{4,18} = 160,5 \text{ Keal/h.}$$

$$\text{d'où } q'' = \frac{2}{3} P_{ad} = \frac{2}{3} \times 160,5 = 107 \text{ Keal/h}$$

Comme la puissance du compresseur  $P < 50 \text{ CV}$ , on peut assurer cette échange thermique par Air en garnissant les cylindres d'ailettes venues directement de fonderie.

## Dimensions et positions des Ailettes

♣ Basse pression

$$a = 15 \text{ mm}$$

$$b = 85 \text{ mm}$$

$$c = 7 \text{ mm}$$

$$d = 15 \text{ mm}$$

$$e = 5 \text{ mm}$$

♣ Haute pression

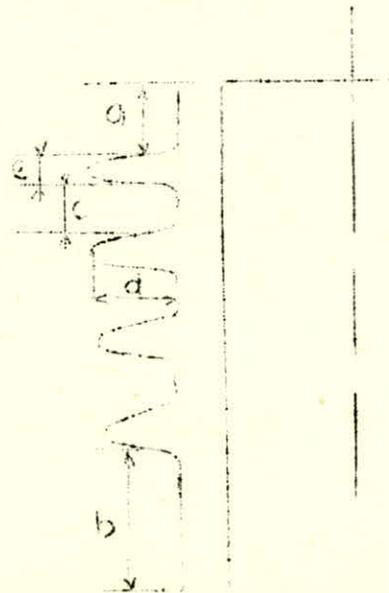
$$a = 10 \text{ mm}$$

$$b = 30 \text{ mm}$$

$$c = 6 \text{ mm}$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$e = 4 \text{ mm}$$



Flux de chaleur émis par une ailette

$$\phi = \lambda \pi d m e \beta^2 (T_f - T_a) d$$

avec :  $\lambda$  : conductibilité du métal ;  $\lambda = 52 \text{ Kcal/h.m}^\circ\text{C}$  pour la fonte

$$\beta = \left( \frac{2h}{\lambda e} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ avec } h : \text{coefficient de transmission superficielle}$$

$$h : 7 \text{ à } 10 \text{ Kcal/h. m}^\circ\text{C}$$

$d_m$  : diamètre moyen

\* Basse pression

$$\phi = 52 \times 3,14 \times 0,157 \times 5 \cdot 10^{-3} \times \left( \frac{2 \times 7}{52 \times 5 \cdot 10^{-3}} \right) (116) \times 0,015 = 12 \text{ Kcal/h.}$$

\* Haute pression

$$\phi = 52 \times 3,14 \times 0,084 \times 4 \cdot 10^{-3} \times \left( \frac{2 \times 7}{52 \times 4 \cdot 10^{-3}} \right) \times 116 \times 0,02 = 8,57 \text{ Kcal/h}$$

Calcul des nombres d'ailettes

\* Basse pression

$$n = \frac{q''}{\phi} = \frac{107}{12} = 8,9 \text{ on prend } n = 9 \text{ ailettes}$$

\* Haute pression

$$n = \frac{q''}{\phi} = \frac{107}{8,57} = 12,4 \text{ on prend } n = 12 \text{ ailettes}$$

Calcul du débit d'air

En général, on admet une élévation de température du fluide refroidisseur de :

$$T = 15^\circ\text{C}$$

et comme  $q_t^u = C_p Q_m \Delta T$  avec  $C_p$  : chaleur spécifique de l'air

$$C_p = 0,24 \text{ Kcal/h. m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$Q_m = \frac{q_t^u}{C_p T} = \frac{2 \times 107}{0,24 \times 15} = 59,44 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_m = 0,016 \text{ m}^3/\text{b}$$

Ce débit étant très faible, alors l'échange peut se faire naturellement auquel s'ajoute la ventilation du volant.

## Refroidisseurs intermediaires

la réfrigération intermediaire a pour but d'abaisser la température de sortie du 1er cylindre jusqu'à la température d'admission, dont l'intérêt est d'avoir un travail minimum dans les deux cylindres. Rappelons que la réfrigération se fait sans pertes de charge et qu'elle est parfaite.

- vitesse du piston

$$V_p = \frac{NC}{30} = \frac{750 \times 0,07}{30} = 1,75 \text{ m/s}$$

- vitesse de l'air dans les conduites

a) d'aspiration :  $C_a = 10$  à  $20$  m/s on prend  $C_a = 15$  m/s

b) de refoulement :  $C_r = 15$  à  $25$  m/s on prend  $C_r = 20$  m/s

↳ diamètre de la conduite d'aspiration :

l'équation de continuité :

$$S_p V_p = S_a C_a \implies S_a = \frac{S_p V_p}{C_a} = \frac{3,14 \times 1,75 \times (0,13)^2}{15 \times 4} = 0,0015 \text{ m}^2$$

$$d_a = \left( \frac{4 S_a}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{4 \times 0,0015}{3,14} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,044 \text{ m}$$

Pour reduire l'usure des cylindres que provoquent les impuretés de l'air on prévoit un filtre à l'aspiration qui sera :

\* De perte de charge minimale

\* d'efficacité importante 99%

- diamètre de la conduite de refoulement

on sait que :  $S_p V_p = S_r C_r \implies S_r = \frac{S_p V_p}{C_r} = \frac{3,14 \times (0,13)^2 \times 1,75}{4 \times 20} = 0,0011$

$$d_r = \left( \frac{4 S_r}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{4 \times 0,0011}{3,14} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,0384 \text{ m}$$

on prend finalement une conduite :

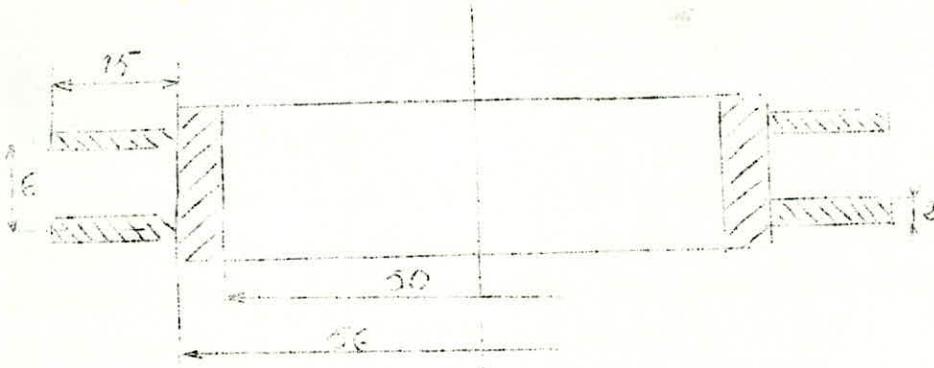
\* à l'aspiration  $d_{\text{int}} = 50$  mm

$d_{\text{ext}} = 56$  mm

\* au refoulement  $d_{\text{int}} = 40$  mm

$d_{\text{ext}} = 46$  mm

Pour la conduite de refoulement, on suppose qu'elle est formée d'anneaux ailettes.



- Quantité de chaleur emportée par le fluide

$$q' = \frac{1}{3} \text{ Pad} = \frac{1}{3} \times 186,4 \times \frac{3600}{4,18} = 53,5 \text{ Kcal/h}$$

Flux emis par une ailette

$$\phi = 52 \times 3,14 \times 0,071 \times 2 \times 10^{-3} \times \left( \frac{2 \times 7}{52 \times 2 \cdot 10^{-3}} \right) \times 116 \times 0,015 = 5,43 \text{ Kcal/h}$$

$$\text{nombre d'ailettes : } n = \frac{q'}{\phi} = \frac{53,5}{5,43} = 9,85 \text{ on prend}$$

$$n = 10 \text{ ailettes}$$

$$\text{longueur du tube } L = 6 \times n = 6 \times 10 = 60 \text{ mm.}$$

Refroidisseur de sortie

$$S_p V_p = S_r C_r \implies S_r = \frac{S_p V_p}{C_r} = \frac{3,14 \times (0,05)^2}{4} \times \frac{1,75}{20} = 0,00017 \text{ m}^2$$

$$d_r = \left( \frac{4 S_r}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{4 \times 0,00017}{3,14} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,0147 \text{ m}$$

on adopte finalement une conduite

$$d \text{ int} \quad \neq 15 \text{ mm}$$

$$d \text{ ext} \quad = 21 \text{ mm}$$

Pour les mêmes dimensions de l'ailette on obtient :

$$\phi = \lambda \cdot 3,14 \times 0,045 \times e \times \frac{2 \times 7}{\lambda e} \times 101 \times 0,015 = 2,998 \text{ Kcal/h} \\ \approx 3 \text{ Kcal/h.}$$

nombre d'ailettes

$$n = \frac{q'}{\phi} = \frac{53,5}{3} = 17,83 \text{ on prend } n = 18 \text{ ailettes}$$

- longueur du tube

$$L = n \times 6 = 18 \times 6 = 108 \text{ mm.}$$

### Le mode d'entraînement

L'entraînement du compresseur est assuré par un moteur asynchrone :

- Puissance du moteur 2 CV
- Vitesse de rotation 1500 tr/mn

La transmission du mouvement peut être assurée soit par accouplements élastiques ou rigides, soit par courroies.

- On évite les accouplements parce qu'ils transmettent les vibrations, reçues par le compresseur, au rotor du moteur, qui créent un glissement ; d'où échauffement du moteur.

- On adopte donc la transmission par courroies, parmi les courroies qui existent : on choisit la courroie trapézoïdale qui présente une bonne adhérence.

#### Détermination du diamètre de la poulie matrice

On prend une raison de transmission  $r = 2$

$$r = \frac{N_m}{N_r} = \frac{d_r}{d_m} = 2 \implies d_m = \frac{d_r}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ mm}$$

dans notre cas la poulie receptrice est le volant d'inertie

#### Vitesse angulaire de la poulie motrice

$$\omega_m = \frac{2\pi N_m}{60} = \frac{\pi N_m}{30} = \frac{\pi \times 1500}{30} = 157 \text{ rd/s}$$

On prend un entr'axe  $\Delta = 600 \text{ mm}$  pour éviter en partie la quantité de chaleur que peut dégager le moteur pour ne pas influencer sur les conditions de travail.

#### Détermination de la section de courroie

On a :  $C_m = F \times R$        $F$  : effort tangential sur la poulie  
avec  $F = T - t$     où  $T$  et  $t$  sont les tensions des deux brins de courroie.

d'autre part on sait que :

$$T - \rho b e w^2 R^2 = (t - \rho b e w^2 R^2) e^{f\theta}$$

avec :  $\rho$  = masse volumique du courroie =  $1,2 \text{ Kg/dm}^3$

$$f = \frac{fr}{\sin} = 0,81$$

fr = coefficient de frottement = 0,28 (pour caoutchouc sur fonte)

$\theta$  = angle d'enroulement

Angle d'enroulement

$$\sin \beta = \frac{\frac{dr}{2} - \frac{dm}{2}}{\Delta} = \frac{\frac{300}{2} - \frac{150}{2}}{600} = 0,093$$

$$\beta = 5,37^\circ$$

$$\theta = \pi - 2\beta = 180 - 2 \times 5,37 = 169,26^\circ \quad \theta = 2,954 \text{ rd}$$

On prend généralement  $b = 1,2 e$

On choisit une section de courroie normalisée :  $a = 13 \text{ mm}$  ;  $e = 8 \text{ mm}$

$$be = 1,2e^2 = 1,2 \times (0,8)^2 = 0,768 \text{ cm}^2$$

$$\rho = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/cm}^3$$

$$\rho b e w^2 R^2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \times 0,768 \times (157)^2 \times (7,5)^2 = 1277,8 \text{ Kg} \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Soit } \rho b e w^2 R^2 = 1,2778 \text{ daN}$$

La relation de la contrainte maximale (contrainte d'extension + contrainte d'incurvation )

$$\sigma = \frac{T}{S} + \frac{Ee}{2R} \leq R_p \text{ avec } E = 400 \text{ daN/cm}^2 = \text{module d'élasticité}$$

longitudinal.

On prend  $R_p = 40 \text{ daN/cm}^2$

$$\frac{T}{0,768} + \frac{400 \times 0,8}{2 \times 7,5} = 40 \implies T = (40 - 21,33) \times 0,768 = 14,33 \text{ daN}$$

$$\text{d'où } t = \frac{T - 1,2778}{0,81 \times 2,954} + 1,2778 = 2,47 \text{ daN}$$

couple transmis par poulie

$$C_p = (T - t) R = (14,33 - 2,47) \times 7,5 = 88,95 \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

Couple moteur

$$C_m = \frac{P}{\omega} = \frac{2 \cdot 736}{157} = 9,375 \text{ Nm soit } C_m = 93,75 \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

Nombre de courroie

$$n = \frac{C_m}{C_p} = \frac{93,75}{88,95} = 1,054$$

On prend  $n = 2$  courroies

Reservoir

On admet généralement que le volume du réservoir dans lequel refoule le compresseur, varie de 0,125 à 0,25 du débit refoulé. Il a pour but d'uniformiser la pression d'utilisation.

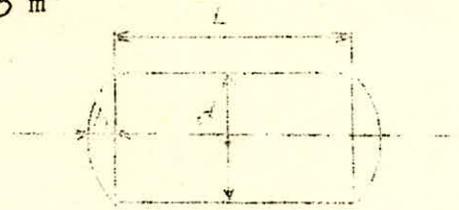
On prend un volume du réservoir environ  $0,5 \text{ m}^3$

Ce qui donne comme dimensions

$$d = 700 \text{ mm}$$

$$h = 100 \text{ mm}$$

$$L = 1200 \text{ mm}$$



Le réservoir est en tôles d'acier soudées de résistance pratique

$$R_p = 100 \text{ N/mm}^2$$

Calcul de l'épaisseur de la paroi

D'après la formule de Lamé on a :

$$e \geq \frac{P_i d}{2R_p} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} P_i = \text{pression intérieure} \\ d = \text{diamètre intérieur} \end{array}$$

Alors :

$$e \geq \frac{1 \times 700}{2 \times 100} = 3,5 \text{ mm}$$

On prend une épaisseur d'oxydation de 1,5 mm nous aurons finalement une épaisseur totale

$$e_t = e_c + e_{Ox} = 3,5 + 1,5 = 5 \text{ mm}$$

-- C o n c l u s i o n --

Toute construction de machine est basée essentiellement sur l'étude de son mécanisme qui est constitué d'organes assemblés.

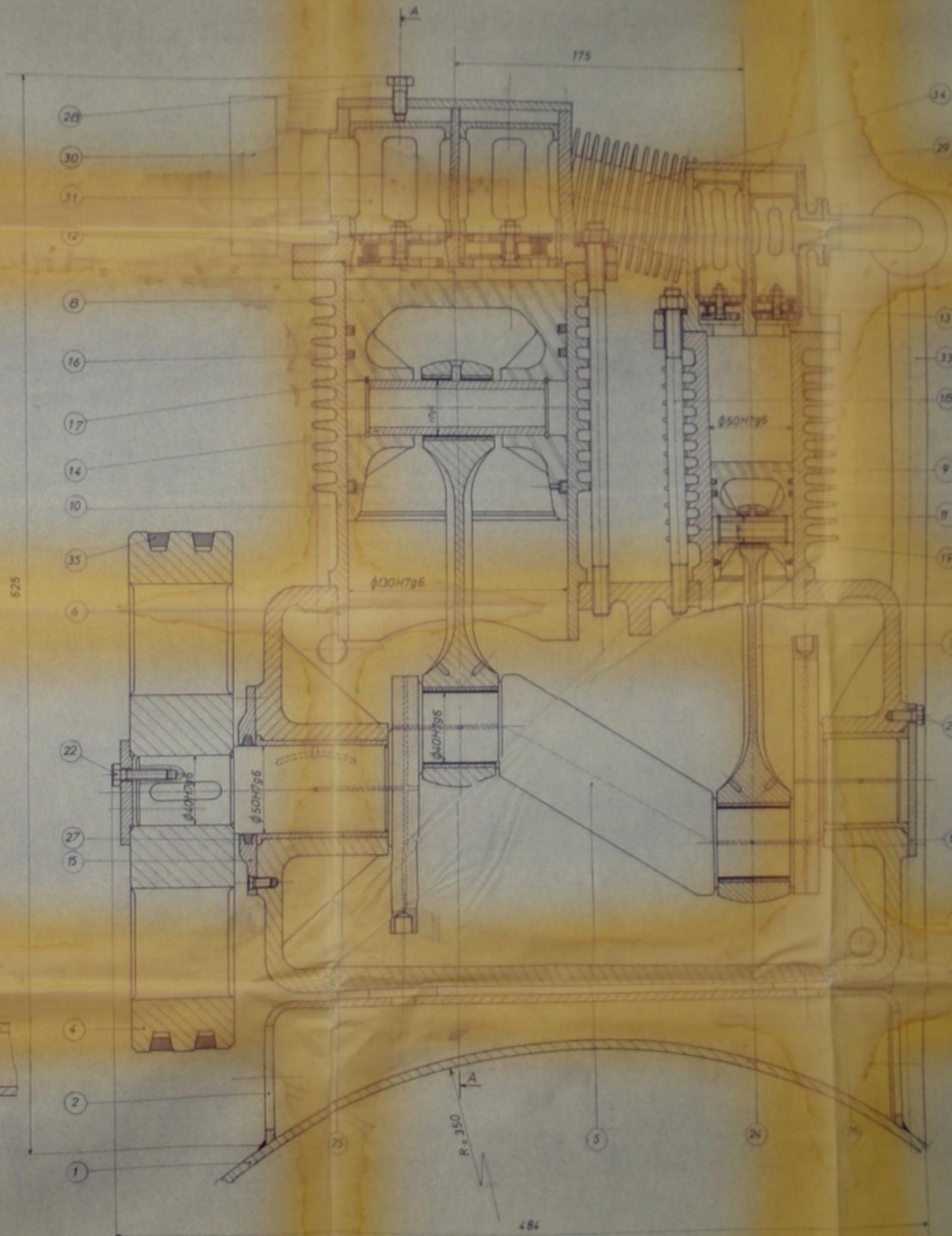
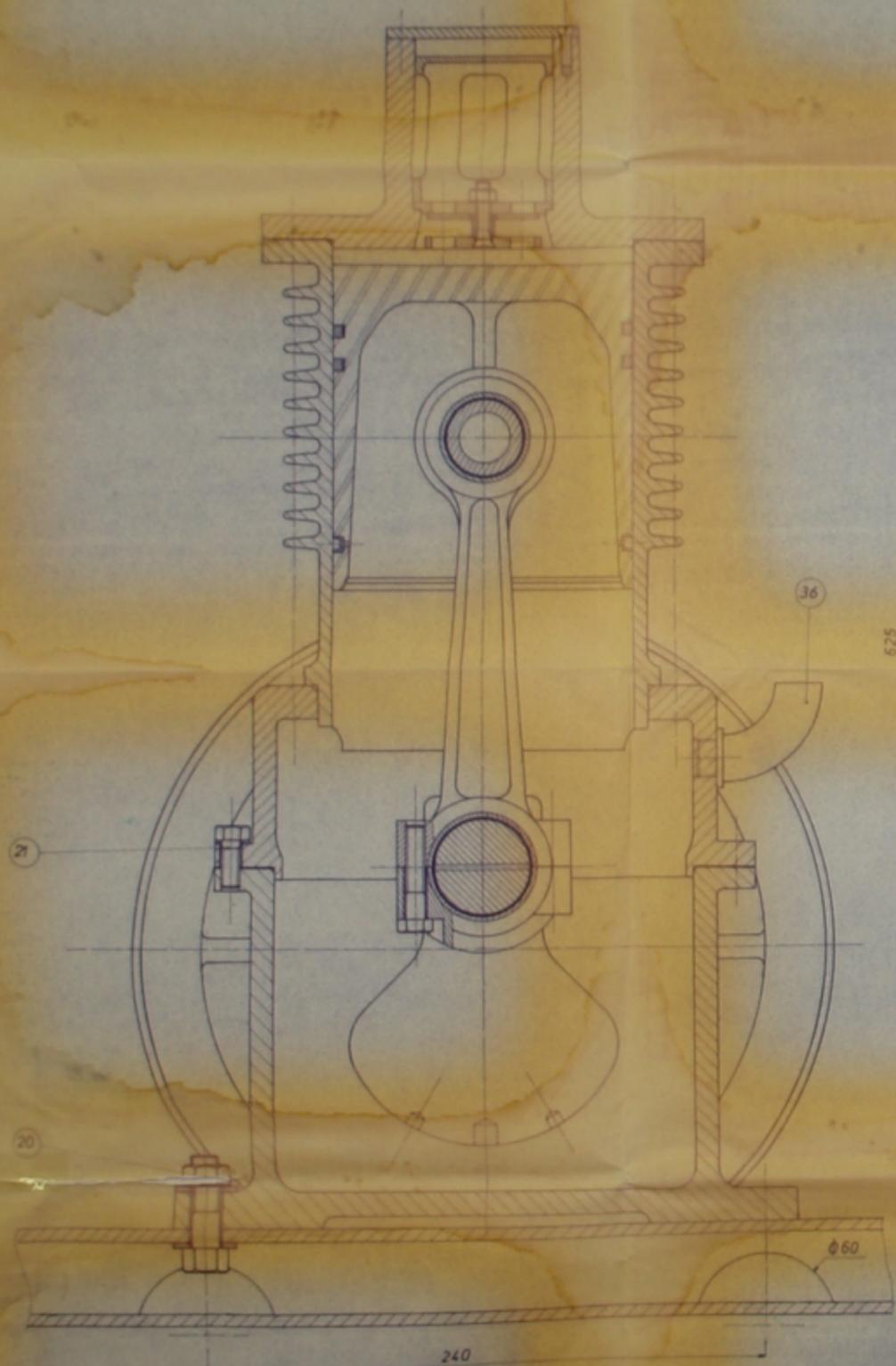
L'étude qui a été faite donne le dimensionnement des pièces principales que l'on rencontre dans un compresseur. Les dimensions de certains éléments sont obtenus à partir d'un dimensionnement général pour moteur diésel sur lesquelles repose certains calculs, qu'on vérifie à la résistance et qui donnent des résultats satisfaisants.

Nous souhaitons que dans l'avenir sera suivi d'une étude approfondie et détaillée de chaque pièce du point de vue technologique, pour la réalisation d'un prototype qui sera couronné d'une étude économique.

## B I B L I O G R A P H I E

- |   |   |       |             |
|---|---|-------|-------------|
| 1. P. CHAMBADAL   | les compresseurs  | DUNOD |             |
| 2. R. OUZIAUX   | Mecanique appliquée tome 3.   | DUNOD |             |
| 3. G. LEMASSON  | Les machines transformatrices d'énergie. tome 2.                                |       | DELAGRAVE   |
| 4. L. GEMINARD  | Construction mécanique<br>Eléments des projets -2                               | DUNOD |             |
| 5. J. CAROL   | Résistance des matériaux<br>appliquée à la construction<br>des machines tome I. |       |             |
| 6. A.L. TOURANCHEAU<br>G. LEMASSON<br>F. BERNARD<br>L. VIVIER<br>A. BRU | Elements de construction<br>à l'usage de l'ingénieur<br>tome 2,3,5              | DUNOD |             |
| 7. R. ROUDIL  | Moteur diesel   | DUNOD |             |
| 8. R. BRUN  | Science et Technique du moteur<br>Diesel Industriel et de transport             |       | Technip     |
| 9. J. LEFEVRE   | Air comprimé  | DUNOD |             |
| 10. Z. LILOV  | Guide pour élaborer les<br>projets des machines<br>volumétriques alternatifs    |       | ZEMIZDAT    |
| 11. J. MULLER   | Formulaire technique de<br>Mécanique Générale                                   |       | F. PAILLART |
| 12. J. PIEROZAK   | Cours de construction<br>Mécanique.   |       |             |

Coupe A-A



36	1	Bouchon de remplissage		
35	2	Courroies trapézoïd		
34	1	Refroidisseur interméd		
33	1	Refroidisseur		
32	1	Bouchon de vidange		
31	4	Entrelase		
30	1	Filtere		
29	2	Vis de pression HM6x26		
28	2	Vis de pression HM8x20		
27	1	Feutre		
26	1	Coussinet 30.56x56	bronze	
25	1	Coussinet 30.56x75	bronze	
24	2	Coussinets 40.44x44	bronze	
23	4	Vis H M6x16		
22	2	Vis H M6x26		
21	6	Vis H M8x20		
20	4	Boulons H M12x40		
19	2	Circelis 8x1	ac 75	
18	8	Goujons M6x20		
17	2	Circelis 30x15	ac 75	
16	1	Segment	fonte	
15	3	Courroies	ac	
14	2	Axes	acier	rectifié
13	2	Souppes H P		
12	2	Souppes B P		
11	1	Chemise H P	fonte	moulé
10	1	Chemise B P	fonte	moulé
9	1	Piston H P	aluminium	moulé
8	1	Piston B P	aluminium	moulé
7	1	Bielle H P	acier	forgé
6	1	Bielle B P	acier	forgé
5	1	Vibrequin	acier	trempé
4	1	Volant	fonte	
3	1	Bois	fonte	moulé
2	1	Plaque	acier	
1	1	Reservoir	acier	soudé
Rp	Nb	DESIGNATION	MATIERE	OBSERVATIONS

pno 40 / 79  
Année

