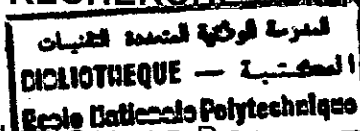


MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

D.E.R GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME :

**ETUDE D'UNE ANTENNE FILAIRE CYLINDRIQUE
PAR LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE**

Proposé et dirigé par

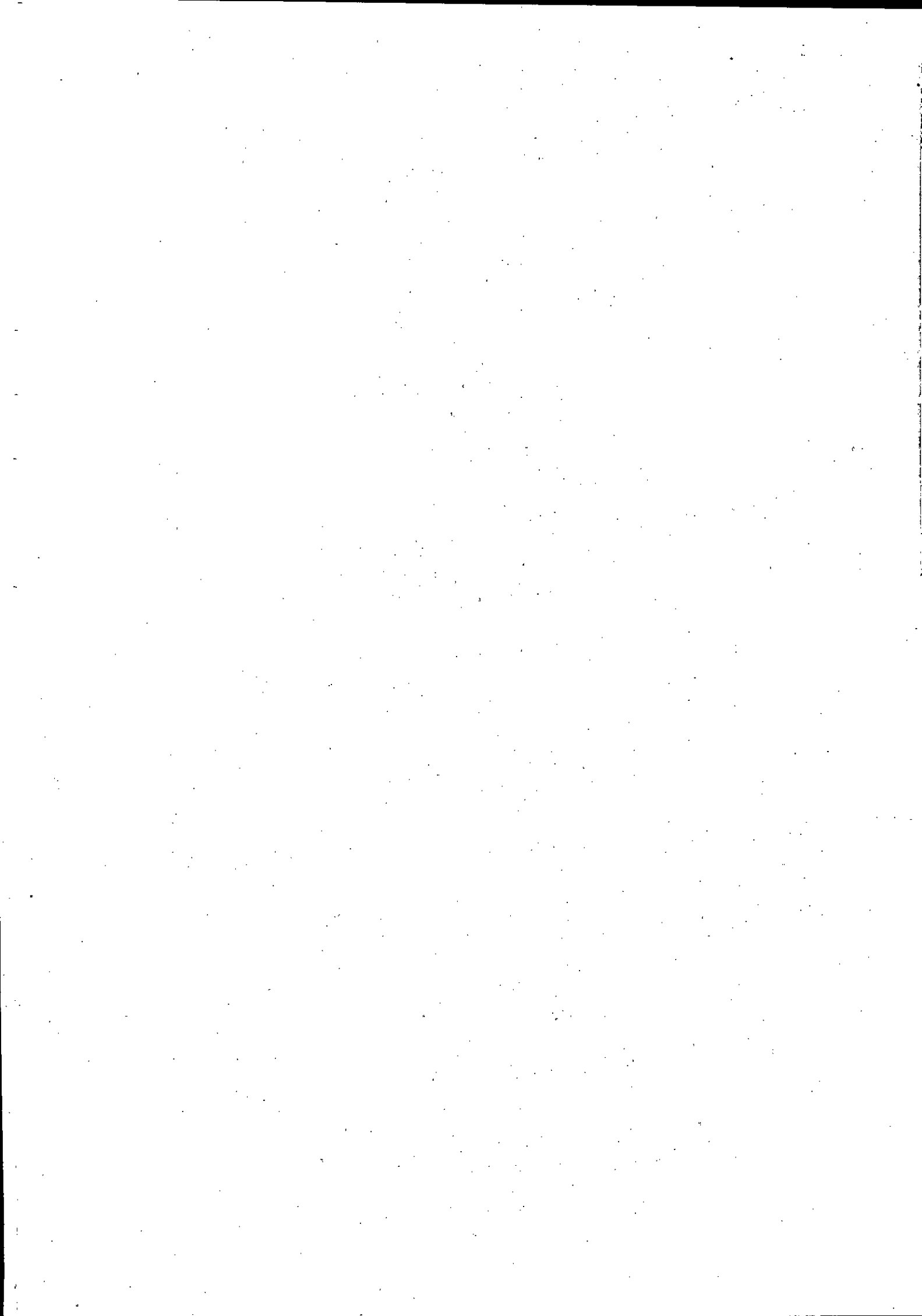
Mr. R. AKSAS

Réalisé par

Mr. M. AIROUCHE
Mr. A.H. MATOUG

Promotion : Juin 1998

E.N.P 10, Avenue, Hacène BADI -El Harrach- ALGER



République Algérienne Démocratique et Populaire

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

D.E.R GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME :

**ETUDE D'UNE ANTENNE FILAIRE CYLINDRIQUE
PAR LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE**

Proposé et dirigé par

Mr. R. AKSAS

Réalisé par

Mr. M. AIROUCHE
Mr. A.H. MATOUG

Promotion : Juin 1998

E.N.P 10, Avenue, Hacène BADI -El Harrach- ALGER

ملخص



تهدف دراسة الهوائي إلى إيجاد كل خواص الكهروهوائية باستعمال طريقة العزوم لحل المعادلة التكاملية التي تسمح بتعيين توزيع التيار على مستوى سطح الهوائي و بذلك يمكن معرفة كل الخواص الكهروهوائية.

إن درجة الدقة تتعلق بعدد دوال التجريب المستعملة لحل المعادلة التكاملية. إن دقة النتائج المتحصل عليها في حالة الهوائي الأسطواني مقبولة.

ABSTRACT

The study of antenna means finding all its characteristics. In order to determinate the current distribution in antenna, we use the method of moments to solve integrale equation . The obtained current distribution is used to determinate the characteristics of antenna. The accuracy of this method is related to the number of basis function involved in the analysis. The accuracy of the results obtained in the case of wire antenna is reasonable.

RESUME

L'étude d'une antenne consiste à la détermination de ses caractéristiques radioélectriques. L'utilisation de la méthode des moments pour la résolution de l'équation intégrale permet de déterminer la distribution du courant le long de l'antenne, ce qui permet d'en déduire les caractéristiques de rayonnement de cette antenne. Le degré de précision dépend du nombre de fonctions de base et de test utilisées dans la résolution de l'équation intégrale. La précision des résultats obtenus, dans le cas d'une antenne filaire cylindrique est sataisfaisante.

Dedicaces



Je dedie ce modeste travail à :

- Mes très chers parents.
- Mes frères et soeurs.
- Ma grande famille.
- Mes amis...
- A toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail.

Airouche

الإهداء

اهدي هذا العمل المتواضع :

- إلى اللذين انارا لي درب الحياة بشمعة حنانهما، والدي العزيزين.
- إلى الذي قطفت يد المنون زهرة شبابه، اخي علي.
- إلى اخوي واخواتي.
- إلى كل اصدقائي و اخص بالذكر: عبد الحميد، فتحي و بشير.
- إلى كل من ساعدني في إنجاز هذا العمل من قريب او من بعيد.

معتوق

REMERCIEMENTS



Nous remercions notre promoteur M^r R. AKSAS pour ces conseils, et surtout pour nous avoir guidé tout au long de notre travail.

Nous remercions également M^{rs} A. CHEMSA et A. AZRAR pour leurs aides dans la réalisation de ce travail

Enfin nous remercions toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

SOMMAIRE



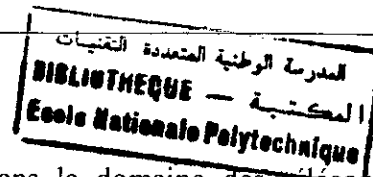
Table des symboles.	3
Introduction.	4
1. Généralité sur les antennes filaires.	6
1.1. Généralités.	7
1.1.1. Les antennes dipôles.	7
1.1.1.1. Résonance d'une antenne.	8
1.1.1.2. Longueur réelle d'une antenne en résonance.	8
1.1.1.3. Fonctionnement d'une antenne sur les harmoniques.	9
1.1.1.4. Antenne quart d'onde et la réflexion du sol.	10
1.1.1.5. Polarisation d'une antenne.	10
1.1.2. Les antennes circulaires.	11
1.2. Equations de rayonnement des antennes filaire cylindrique.	11
1.2.1. La distribution du courant.	12
1.2.2. Conditions aux limites.	12
1.2.3. Etablissement de l'équation intégrale d'une antenne filaire de forme quelconque.	13
2. La méthode des moments et les équations intégrales des antennes filaires.	15
2.1. La méthode des moments.	16
2.1.1. Principe de la méthode des moments.	16
2.1.2. Le choix de fonctions de base et de test.	17
2.1.2.1. Fonctions sur domaine entier.	18
2.1.2.2. Fonctions subdomaine.	19
2.1.3. Mise en œuvre de la méthode des moments.	19
2.2. Formulation mathématique pour une antenne filaire cylindrique linéaire.	21
2.2.1. L'équation de Pocklington	21
2.2.2. L'équation de Hallen	24
2.3. Formulation mathématique pour une antenne filaire sous forme de cadre circulaire.	25
3. Application de la méthode des moments.	30
3.1. Application de la méthode des moments pour une antenne filaire.	31
3.1.1. L'équation intégrale de Pocklington	31
3.1.1.1. La méthode de Galerkin avec des fonctions brins de sinusöide.	31
3.1.1.2. Résolution de L'équation de Pocklington	32

3.1.2. L'équation intégrale de Hallen	36
3.1.2.1. Méthode point segments.	36
3.1.2.2. Résoudre de L'équation de Hallen	36
3.1.3. L'équation intégrale de l'antenne en cadre circulaire	38
3.2. Modélisation de la source d'excitation	39
3.2.1. Excitation par un générateur de « delta gab »	39
3.2.2. Excitation par un générateur à « frill magnétique »	40
3.3. Les matrices <i>Teopolitz</i>	41
3.4. Les matrices compressées.	42
3.5. Considération de temps de calcul.	42
3.6. Détermination des caractéristiques radioélectriques de l'antenne.	42
3.6.1. Impédance d'entrée.	42
3.6.2. Le champ rayonné.	43
3.7. La convergence de la méthodes des moments.	43
4. Résultats.	46
4.1. Antenne dipôle.	47
4.1.1. Distributions du courants.	47
4.1.2. Impédance d'entrée.	49
4.1.3. Diagramme de rayonnement.	49
4.1.4. Directivité	53
4.1.5. Résistance de rayonnement.	53
4.1.6. La bande passante.	54
4.2. Antenne filaire sous forme de cadre circulaire	55
4.2.1. Distributions du courants.	55
4.2.2. Impédance d'entrée d'une antenne circulaire	57
4.2.3. Diagramme de rayonnement.	58
4.2.4. La bande passante d'une antenne circulaire	61
Conclusion.	62
Bibliographie.	64
Annexe.	66

Liste des symboles



L	Longueur de l'antenne dipôle
λ	Longueur d'onde
C	Circonférence de l'antenne circulaire
CEP	Conducteur Electrique Parfaite
\vec{E}	Champ électrique
\vec{H}	Champ magnétique
\vec{J}_s	Densité de courant surfacique
ϵ_0	Permittivité dans l'espace libre
μ_0	Perméabilité dans l'espace libre
\vec{E}^{diff}	Champ électrique diffracté
\vec{A}	Potentiel vecteur magnétique
ρ_s	Densité de charge surfacique
Φ	Potentiel scalaire électrique
R	Distance entre le point d'observation et la source
\vec{E}^i	Champ électrique incident
ω	Pulsation
\hat{L}	Opérateur linéaire
\langle , \rangle	Produit intérieur
N	Nombre de fonctions de base
k	Nombre d'onde (constante de propagation)
ψ	Fonction de Green dans l'espace libre
a	Diamètre de l'antenne
η	Impédance d'onde dans l'espace libre



Introduction :

Les antennes jouent un rôle important dans le domaine des télécommunications, surtout ces dernières décennies, avec l'augmentation des demandes des services de communications mobiles. Les antennes filaires linéaires ou de forme quelconque sont les plus utilisées dans la plupart des applications, car elles sont les plus simples et les plus anciennes où la première conception d'une antenne de forme de spire circulaire remonte à 1887 [1]. Pour décrire les performances d'une antenne, il est nécessaire de définir ses caractéristiques radioélectriques, à savoir l'impédance d'entrée, le diagramme de rayonnement, l'impédance de rayonnement, le gain, la directivité etc...

Toutes ces caractéristiques radioélectriques dépendent de la distribution du courant le long de l'antenne. Le champ électromagnétique créé par une antenne, résulte de la somme intégrale vectorielle des rayonnements des courants de tous les éléments de l'antenne [1]. Par ailleurs, la valeur du courant sur chaque élément résulte à la fois du courant d'alimentation et du courant sur les autres éléments rayonnants, couplés à l'élément considéré. Du point de vue mathématique, il en résulte que le courant, en un point quelconque de l'antenne est donnée par une équation intégrale. Or, la résolution d'une telle équation ne peut être envisagée analytiquement et n'est effectivement abordée qu'avec des ordinateurs relativement puissants. Pendant des dizaines d'années, la détermination des caractéristiques radioélectriques des antennes se faisait en donnant, à priori, à la distribution du courant une répartition connue (très souvent uniforme ou sinusoïdale) sur les conducteurs, soit (ce qui est équivalent au point de vue électromagnétique) une répartition de champ sur une surface fermée entourant le conducteur. Cela permet de remplacer l'équation intégrale par une simple intégrale qui est calculable, analytiquement dans les cas simples ou numériquement dans les cas les plus compliqués, par des méthodes classiques [1].

Notre travail consiste à déterminer les différentes caractéristiques des antennes filaires (linéaire et circulaire), où la connaissance de la distribution du courant est nécessaire pour pouvoir déterminer ces caractéristiques. Le courant le long de l'antenne est obtenu par la résolution de l'équation intégrale de l'antenne, à l'aide d'une méthode numérique comme la méthode des moments initié dans le domaine d'électromagnétisme par **Harrington** en 1968.

Il existe deux types de méthodes pour la formulation mathématique des équations intégrales pour des antennes filaires cylindriques linéaires, l'une est la méthode de **Pocklington** l'autre est celle de **Hallen** [7] [11]. Dans le chapitre 2 les deux types d'équations intégrales d'une antenne filaire linéaire et l'équation intégrale d'une antenne filaire circulaire

sont présentées. Le chapitre(3) illustre la résolution des équations intégrales précédentes par l'application de la méthode des moments. L'impédance d'entrée, le diagramme de rayonnement et la bande passante de l'antenne sont obtenues facilement, après avoir déterminé la distribution de courant.

L'interprétation des résultats obtenus fait l'objet du dernier chapitre de ce travail.

1.1. Généralités:

Les antennes filaires sont constituées de conducteurs ou de groupement de conducteurs (fig.1.1), et peuvent avoir plusieurs formes : dipôles, hélices, cadres etc. . . Elles sont utilisées dans beaucoup d'applications : automobiles, immeubles, bateaux, avions, engins spatiaux, téléphones mobiles etc. . .

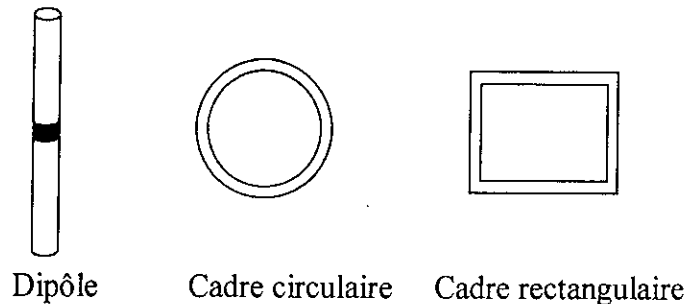


Fig. 1.1 : Antennes filaires.

Ces antennes rayonnent de l'énergie dans l'espace libre, sous forme d'ondes électromagnétiques. Cette énergie va s'affaiblir au fur et à mesure qu'elle s'éloignera de sa source. Elle s'atténuera, suivant une loi générale, inversement proportionnelle au carré de la distance.

Pour que le phénomène de rayonnement ait lieu, il faut que le courant en chaque point de l'antenne soit variable en fonction du temps. Ce courant est obtenu en excitant l'antenne avec un générateur. L'excitation se fait généralement à l'aide d'une ligne de transmission (ligne bifilaire, câble coaxial ou un guide d'ondes). Pour qu'il ait rayonnement il faut aussi que la longueur du conducteur soit de l'ordre de la longueur d'onde. C'est pourquoi aux fréquences industrielles on ne constate pas ce phénomène.

Parmi les antennes filaires les plus utilisées, on cite : les dipôles où dans la plupart des applications leurs longueurs sont de l'ordre de la demi-longueur d'onde, et les antennes en cadre circulaire qui sont utilisable surtout en réception.

1.1.1. Les antennes dipôles :

Comme la forme de la distribution du courant dépend de la longueur de l'antenne, alors les dipôles linéaires sont classés généralement en trois catégories [1] [2]:

- Les dipôles de très faible longueur $L < \lambda/50$ (doublet de Hertz) : dans cette catégorie le courant est pratiquement constant le long de l'antenne comme montre la figure.1.2.a

- Les dipôles de faible longueur (généralement $\lambda/50 < L \leq \lambda/10$) : dans cette catégorie la forme du courant peut être approximée par une distribution linéaire comme montre la figure.1.2.b
- Les dipôles de longueur $L > \lambda/10$: dans cette catégorie la forme du courant peut être approximée par une distribution sinusoïdale comme montre la figure.1.2.c

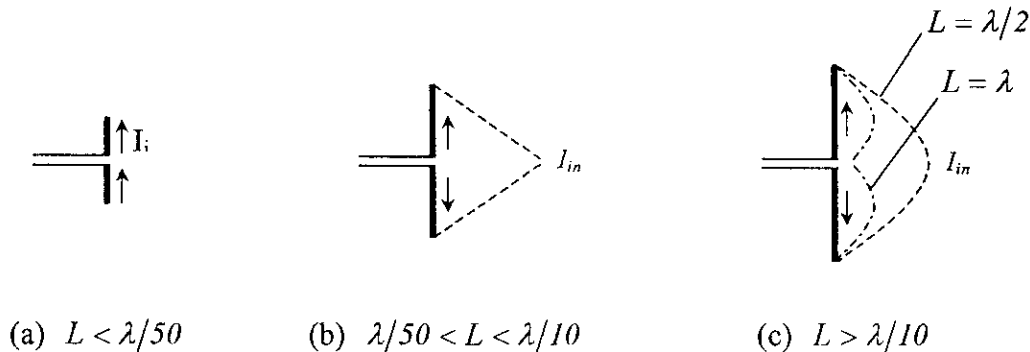


Fig. 1.2 : Différentes distributions de courant le long des dipôles linéaires

1.1.1.1. Résonance d'une antenne :

L'excitation d'une antenne filaire (conducteur) par un courant de fréquence f , donne naissance à un champ électromagnétique en tout point d'observation de l'espace. Le champ électromagnétique engendré par le courant circulant dans le conducteur est proportionnel au courant d'excitation. Or, ce courant d'excitation est maximum quand le circuit formé par le conducteur a une impédance assimilable à une résistance pure, c'est-à-dire quand le circuit devient résonant [3]. Le plus petit conducteur capable d'entrer en résonance sur une fréquence donnée est l'antenne de longueur demi-onde.

Les paramètres d'un circuit d'une antenne sont répartis, car les antennes fonctionnent généralement aux hautes fréquences. Donc, chaque élément de l'antenne a une capacité, une résistance et une self-inductance.

1.1.1.2. Longueur réelle d'une antenne en résonance :

En réalité, la longueur de résonance d'une antenne dipôle est juste inférieure à la demi-longueur d'onde (longueur théorique de résonance). Ceci provient de l'effet du raccourcissement dû à la capacité existant entre les éléments du conducteur qui sont à des potentiels différents.

Dans les circuits oscillants habituels, le raccourcissement des bobines constituant l'inductance permet de compenser l'effet de l'augmentation de la capacité. Pour compenser la

réactance créée par une capacité d'une antenne, il faut raccourcir cette antenne. Plus le diamètre de l'antenne utilisée est grand plus la réactance créée par la capacité de l'antenne augmente. Donc, le facteur du raccourcissement varie en fonction du rapport du diamètre de conducteur et la longueur d'onde. Pour des grandes longueurs d'ondes, on utilise des antennes de faible diamètre où le rapport d/λ est très petit, mais aux faibles longueurs d'ondes on utilise de préférence des tubes où le rapport d/λ devient relativement important.

Le tableaux.1 montre quelques valeurs de facteurs de raccourcissement en fonction de rapport du diamètre de conducteur et la longueur d'onde [3].

$\lambda/2d$	50	70	100	150	400	800	1000	4000	10000	100000
Facteur de raccourcissement	0.920	0.930	0.935	0.940	0.950	0.955	0.960	0.965	0.970	0.980

Tableaux. 1

Lorsqu'il s'agit d'une antenne de très faible diamètre (fil), un autre facteur intervient, lorsque l'antenne se fixe à ses deux extrémités à l'aide d'un support isolant. Cet isolant imparfait est équivalent à une certaine longueur de conducteur qui, en quelque sorte, prolonge l'antenne, ce qui nécessite un nouveau raccourcissement. Il est difficile d'évaluer l'effet causé par l'isolant terminal. Cela dépend de la constante diélectrique de l'isolant et de sa longueur. Tout cela contribue à modifier la longueur de l'antenne assurant la résonance. On évalue généralement à 5% le raccourcissement produit par ce phénomène [3].

Il faut donc bien se persuader qu'il est impossible de calculer les caractéristiques d'une antenne avec précision, car il est très difficile de déchiffrer les effets des isolateurs, des obstacles ambiants et de l'oxydation du fil etc. . .

1.1.1.3. Fonctionnement d'une antenne sur les harmoniques :

Une antenne peut fonctionner sur les harmoniques de la fréquence pour laquelle elle a été conçue. Une antenne demi-onde à la fréquence f est une antenne en onde entière à la fréquence $2f$, une antenne $3\lambda/2$ à la fréquence $3f$, une antenne double onde à la fréquence $4f$ etc. . .

Cependant, la résonance établie sur la fréquence f ne sera pas parfaitement établie aux harmoniques. En effet, l'effet des isolateurs ne se fait pas sentir pour chaque demi-onde, mais pour les extrémités seulement. Donc, la formule approchée $L = 0.95\lambda/2$ devient $L = (n - 0.05)\lambda/2$ où n est le nombre des demi-ondes [3].

Cependant, sur les bandes des radioamateurs on pourra trouver plusieurs bandes de fréquences sur lesquelles l'antenne peut résonner. Ces diverses fréquences ne seront pas évidemment multiples les unes des autres, et la même antenne fonctionnant sur des harmoniques ne pourra pas assurer un rendement optimum sur toutes les bandes.

D'autre part, plus l'antenne contient de demi-longueurs d'onde plus sa résistance de rayonnement augmente. Donc, cette dernière sera plus grande sur les harmoniques que la fondamentale [3].

1.1.1.4. Antenne quart d'onde et la réflexion au sol :

L'utilisation de l'antenne quart d'onde est possible en présence du sol. Cette antenne quart d'onde placée verticalement au sol est équivalente à une antenne demi-onde (principe d'images fig.1.3). Le maximum de courant aura lieu à la jonction de quart d'onde et le sol. Et la résistance de rayonnement sera la moitié de celle d'une demi-onde nominale. Cette antenne est utilisée pour les moyennes et grandes ondes. La cause en est que l'utilisation de l'antenne demi-onde aux moyennes et grandes ondes nécessite une antenne de grande longueur.

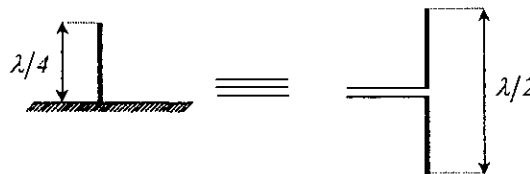


Fig. 1.3 : Antenne quart d'onde placée verticalement au sol

1.1.1.5. Polarisation d'une antenne :

La polarisation d'une antenne est définie par la direction des lignes de forces du champ électrique par rapport à la terre. Comme le plan de ces lignes contient l'antenne, une antenne horizontale émettra des ondes polarisées horizontalement, une antenne verticale émettra des ondes polarisées verticalement [3].

Si on utilise des systèmes d'antennes comportant des éléments de polarisation différente, par exemple des éléments verticaux et horizontaux, la polarisation résultante sera intermédiaire entre l'horizontale et la verticale et dépendra des intensités respectives des champs composants.

A une distance relativement faible de l'émetteur, la meilleure réception est obtenue par une antenne ayant par rapport au sol la même disposition que l'antenne d'émission. A une grande distance, il se produit, par suite de réflexions dans l'atmosphère, une rotation de polarisation qui fait que la position de l'antenne de réception est indifférente. Alors, il faudra choisir la position de l'antenne de réception pour que celle-ci capte le moins

de parasites locaux et soit le mieux possible dégagée des obstacles ambiants. Ces conditions impliquent le plus souvent une disposition horizontale de l'antenne [3].

1.1.2. Les antennes circulaires :

En plus du dipôle, il y a un autre type d'antenne, simple, non coûteux et très adaptable qui est l'antenne circulaire « circular loop antenna ». A cause de la simplicité de son analyse et de sa construction, l'antenne circulaire est la plus célèbre par rapport aux autres formes d'antennes en cadre [2]. Cette antenne est beaucoup utilisée en réception, comme dans les radios portables et les pagers, où leur efficacité n'est pas importante comme le rapport signal sur bruit. La plupart des applications des antennes circulaires sont dans les bandes HF (3 - 30 MHz), VHF (30 - 300 MHz) et UHF (300 - 3000 MHz).

Les antennes circulaires sont généralement classées en deux types [2] :

- Les antennes électriquement petites : sont des antennes ayant une circonférence généralement inférieure d'un dixième de la longueur d'onde ($C < \lambda/10$). Elles sont équivalentes à des dipôles magnétiques infinitésimaux dont les axes sont perpendiculaires aux plans des antennes circulaires. Alors, le champ rayonné par une antenne électriquement petite a la même forme que celui rayonné par un dipôle magnétique infinitésimal. La distribution de courant pour ces antennes est pratiquement constante.
- Les antennes électriquement grandes qui sont des antennes ayant une circonférence de l'ordre de la longueur d'onde (λ). La distribution du courant pour ces antennes est en générale sinusoïdale.

1.2. Equation de rayonnement des antennes filaires cylindriques :

Dans l'analyse des problèmes du rayonnement des antennes, la procédure usuelle consiste à spécifier les sources pour en déduire les champs rayonnés par ces sources [1]. En effet, la présence de ces sources en un point quelconque dans l'espace, donne naissance à un champ électromagnétique en tout point d'observation dans l'espace. Les sources qui peuvent exister en un point d'excitation sont : la densité du courant électrique, la densité du courant magnétique, la densité de charge électrique et la densité de charge magnétique. Les sources magnétiques sont des sources fictives, elles sont utilisées comme sources équivalentes pour faciliter la résolution des problèmes du rayonnement de certaines antennes. Pour certaines configurations d'antennes, on utilise à la fois les sources électriques et magnétiques. Ainsi, pour les antennes filaires, comme le dipôle, l'usage de la densité du courant électrique est suffisant pour représenter l'antenne [1].

1.2.1. La distribution du courant d'antenne filaire cylindrique :

La distribution du courant d'une antenne filaire est supposée dans la plupart des cas sinusoïdale. Cette estimation de la densité du courant est très proche numériquement de la distribution réelle sur la plus grande partie de l'antenne, même si l'expression analytique en est totalement différente. En outre, comme le champ rayonné est obtenu par une opération d'intégration, les écarts entre les valeurs estimées du courant ou du champ sur l'antenne ont des effets négligeables. Cette estimation de la distribution du courant est applicable pour le cas où le rayon de l'antenne serait négligeable.

Bien sur, pour l'étude détaillée et rigoureuse du rayonnement d'une antenne filaire cylindrique de rayon a il faut tout d'abord déterminer la distribution réelle du courant le long de l'antenne en résolvant l'équation intégrale du courant en utilisant les conditions aux limites[1].

1.2.2. Conditions aux limites :

Un conducteur électrique parfait (CEP) est défini en électrostatique comme un milieu équipotentiel où le champ électrique est nul. Par contre, un champ magnétique peut exister à l'intérieur de ce matériau [1]. En électromagnétique, il n'en va plus de même. Un champ magnétique variable entraîne un champ électrique conformément à la loi de **Faraday**. Ce champ électrique entraîne à son tour une densité du courant de conduction infinie (σ infinie). Dans un conducteur électrique parfait, il ne peut donc exister ni un champ électrique, ni un champ magnétique variables et les conditions aux limites correspondantes sont alors [1]:

$$\hat{n} \times \vec{E}_s = \vec{0} \quad (1-1)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_s = \vec{J}_{es} \quad (A/m) \quad (1-2)$$

$$\hat{n} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}_s) = \rho_{es} \quad (C/m^2) \quad (1-3)$$

$$\hat{n} \cdot (\mu_0 \vec{H}_s) = 0 \quad (1-4)$$

où \hat{n} est le vecteur unitaire normal à la surface du CEP, dirigé vers l'extérieur.

Les équations (1-1) et (1-4) impliquent, respectivement, l'absence de la composante tangentielle du champ électrique et la composante normale du champ magnétique au niveau de la surface du CEP. A la frontière d'un CEP, le champ électrique est purement normal et l'induction est purement tangentielle.

Les équations (1-2) et (1-3) illustrent respectivement la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique, mesuré par la densité superficielle du courant $\vec{J}_{es} \times \hat{n}$, et la composante normale de l'induction électrique (mesuré par la densité de charge superficielle électrique ρ_{es}) [1]. Les antennes filaires cylindriques sont supposées des conducteurs parfaits, alors, leurs champs électriques tangentiels sont nuls et leurs champs magnétiques normaux le sont aussi.

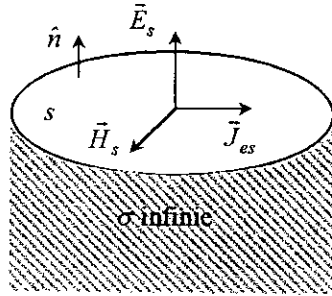


Fig.1.4 : interface (s) délimitant un milieu conducteur électrique parfait.
 $\vec{E}_s, \vec{H}_s, \vec{J}_s$ forment un trièdre direct

1.2.3. Etablissement de l'équation intégrale d'une antenne filaire cylindrique de forme quelconque :

Soit une antenne filaire de forme quelconque (fig.1.5). Cette antenne a une densité de courant \vec{J}_s , et une densité de charge ρ_s . Le champ électrique diffracté \vec{E}^{diff} produit par \vec{J}_s et ρ_s peut s'exprimer en fonction de deux termes : le potentiel vecteur magnétique \vec{A} et le potentiel scalaire électrique Φ . Si cette antenne est parfaitement conductrice, alors le champ électrique tangentiel total est nul. Donc, l'équation intégrale de l'antenne est obtenue en utilisant les équations suivantes [8] :

$$\vec{E}^{diff} = -j\omega\vec{A} - \nabla\Phi \quad (1-5)$$

$$\vec{A} = \mu_0 \iiint_s \vec{J}_s \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} ds \quad (1-6)$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_s \rho_s \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} ds \quad (1-7)$$

$$\rho_s = \frac{-1}{j\omega} \nabla_s \cdot \vec{J}_s \quad (1-8)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}^{diff} = -\hat{n} \times \vec{E}^i \quad \text{à la surface } s \quad (1-9)$$

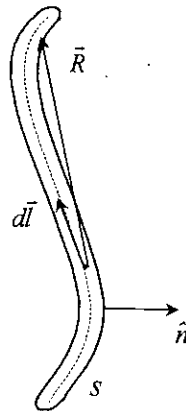


Fig.1.5 : antenne filaire cylindrique de forme quelconque

La figure.1.5 représente une antenne filaire cylindrique de forme quelconque pour laquelle les approximations suivantes sont faites [8] :

1. Le courant est supposé seulement selon la direction de l'axe de l'antenne,
2. Les densités de courant et de charge sont approximées, respectivement, par un courant I et une charge ρ linéaires dans l'axe de l'antenne.
3. La condition aux limites (1-9) est appliquée seulement pour la composante axiale du champ électrique \vec{E} à la surface de l'antenne.

Compte tenu de ces approximations, les relations (1-5) à (1-9) deviennent :

$$-E_l^i = -j\omega A_l - \frac{\partial \Phi}{\partial l} \quad \text{dans la surface } s \quad (1-10)$$

$$A = \mu_0 \int_{\text{axe}} I(l) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (1-11)$$

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\text{axe}} \rho(l) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl \quad (1-12)$$

$$\rho = \frac{-l}{j\omega} \frac{dI}{dl} \quad (1-13)$$

où l est la longueur variable selon l'axe de l'antenne et R la distance entre un point d'excitation et un point d'observation à la surface de l'antenne filaire cylindrique.

En remplaçant (1-11), (1-12), (1-13) dans (1-10), on obtient une équation intégrale à un seul inconnu (la densité de courant). Cette équation peut être résolue par la méthode des moments, qui fait l'objet du chapitre suivant, pour déterminer la distribution réelle du courant de l'antenne.

CHAPITRE 2
LA MÉTHODE DES MOMENTS ET LES
ÉQUATIONS INTÉGRALES DES
ANTENNES FILAIRES

2.1. Méthode des moments :

2.1.1. Principe de la méthode des moments :

La méthode des moments fut appliquée aux problèmes de l'électromagnétisme par Harrington en 1968. Cette méthode est plus généralement appelée « *méthode matricielle de résolution d'équations fonctionnelles* » car elle transpose une équation fonctionnelle en un système d'équations matriciel [10]. Elle est utilisée pour résoudre des équations de la forme:

$$\mathcal{L}(f) = g \quad (2-1)$$

où : \mathcal{L} est un opérateur linéaire, généralement une combinaison linéaire d'opérateurs intégraux différentiels,

f est la fonction inconnue ou fonction réponse à déterminer,

g est la fonction connue ou fonction d'excitation.

Pour appliquer la méthode il faut :

1) définir un produit scalaire intérieur $\langle h, l \rangle$ dans le domaine de définition de l'opérateur

\mathcal{L} , satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\text{i) } \langle h, l \rangle = \langle l, h \rangle \quad (2-2-a)$$

$$\text{ii) } \langle \alpha h + \beta l, g \rangle = \alpha \langle h, g \rangle + \beta \langle l, g \rangle \quad (2-2-b)$$

$$\text{iii) } \langle h^*, h \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ > 0 & \text{si } h \neq 0 \end{cases} \quad (2-2-c)$$

2) la fonction f inconnue peut se mettre sous la forme d'une série de N fonctions

$f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$ linéairement indépendantes appartenant au domaine de définition de \mathcal{L} et

$$\text{telle que : } f \cong \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (2-3)$$

Les fonctions f_n $n = 1, 2, \dots, N$ sont appelées *fonctions de base*.

Les coefficients α_n $n = 1, 2, \dots, N$ sont les constantes inconnues à déterminer.

Pour obtenir une solution rigoureuse, il faut que la borne supérieure N de la somme soit infinie. Dans les cas pratiques, une solution suffisante est obtenue avec une somme finie.

En tenant compte de la linéarité de l'opérateur \mathcal{L} et on reportant l'équation (2-3) dans l'équation (2-1) on obtient :

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \mathcal{L}(f_n) = g \quad (2-4)$$

3) définir un ensemble de fonctions dites *fonctions de poids* ou de *test* $w_1, w_2, w_3, \dots, w_M$ linéairement indépendantes dans le domaine de définition de E , avec M étant supérieur ou égal à N . La pratique couramment rencontrée consiste à prendre $M = N$. En calculant le produit intérieur de chaque membre de l'équation (2-4) avec les N fonctions de poids, on obtient [10]:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \langle w_m, E(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (2-5)$$

avec $m = 1, 2, \dots, N$

L'ensemble d'équations précédentes peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \langle w_1, E(f_1) \rangle & \langle w_2, E(f_2) \rangle & \dots & \dots & \dots & \langle w_N, E(f_N) \rangle \\ \langle w_2, E(f_1) \rangle & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \langle w_N, E(f_1) \rangle & \langle w_N, E(f_2) \rangle & & & & \langle w_N, E(f_N) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \langle w_N, g \rangle \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

que l'on note en abrégé :

$$[l_{mn}][\alpha_n] = [g_m] \quad (2-7)$$

avec :

$$l_{mn} = \langle w_m, E(f_n) \rangle,$$

$$g_m = \langle w_m, g \rangle.$$

Si la matrice $[l_{mn}]$ n'est pas singulière, $[l_{mn}]^{-1}$ existe et nous avons :

$$[\alpha_n] = [l_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (2-8)$$

La solution cherchée de pour l'inconnue f est donnée par :

$$f = [f_n][\alpha_n] = [f_n][l_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (2-9)$$

La mise en œuvre de la méthode des moments implique en générale le calcul de la matrice $[l_{mn}]$ et son inverse [10].

2.1.2. Le choix des fonctions de base et de test :

Le principe de la méthode qui vient d'être exposé précédemment est simple, le plus délicat est le choix des fonctions de base et de test qui sera dans tous les cas un compromis entre :

- l'erreur commise sur la fonction f .

- le temps et la facilité de calcul des termes de la matrice impédance généralisée $[I_{mn}]$.
- la taille de la matrice à inverser.

On peut choisir des fonctions de base définies sur tout le domaine de définition de l'opérateur \mathcal{L} (fonctions sur domaine entier) ou bien sur des subdivisions de ce domaine (fonctions sous-domaine). Dans les deux cas, les fonctions de test auront un intervalle de définition inférieur ou égal à celui de fonctions de base. Lorsque les fonctions de base et les fonctions de test sont identiques, la méthode est appelée la méthode de **Galerkin**.

Le produit intérieur $\langle w_m, \mathcal{L}(f_n) \rangle$ est défini comme l'intégrale de produit $w_m \mathcal{L}(f_n)$ sur l'intervalle de définition de la fonction w_m . Cette intégration peut être délicate dans les problèmes pratiques. Une manière simple mais toujours efficace consiste à prendre pour fonctions de test des impulsions de **Dirac** réparties régulièrement dans le domaine de définition de \mathcal{L} . Lorsque ce choix est associé à des fonctions de base en créneaux définies sur des subdivisions du domaine d'application de \mathcal{L} , cette méthode est appelée « *méthode point segment* ». Si les fonctions choisies n'appartiennent pas au domaine de l'opérateur \mathcal{L} , on peut approximer l'opérateur par des différences finies.

2.1.2.1. Fonctions sur domaine entier :

Dans ce cas la structure n'est pas segmentée et les fonctions de base sont définies sur tout le domaine de définition de l'opérateur \mathcal{L} . Si la forme de la fonction à déterminer est a priori connue, alors les fonctions de base sur le domaine entier donnent une meilleure représentation de cette fonction inconnue. Par contre, ces fonctions conviennent mal si on veut représenter une fonction de forme a priori inconnue ou si la forme de la fonction est complexe. Les fonctions les plus usuelles sont en sinus ou cosinus (développement en série de **Fourier**), comme on peut trouver d'autres développements tels que de **Tchebycheff**, **Maclaurin**, **Legendre** et **Hermite**.

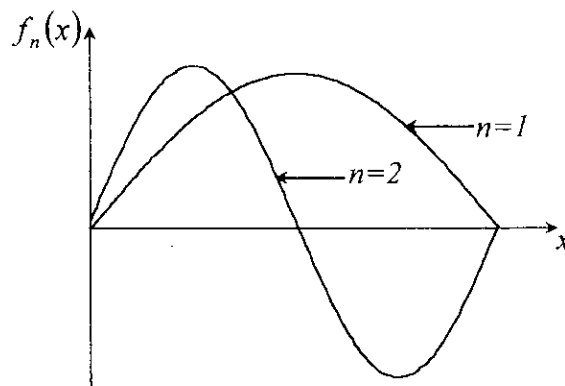


Fig. 2.2 : Fonction de base en sinus sur le domaine entier

2.1.2.2. Fonctions sous-domaine :

Ces fonctions peuvent être utilisées sans connaissance à priori la forme de la fonction à déterminer. Afin d'utiliser ces fonctions, la structure est divisée en N segments qui ne se recouvrent pas. Plusieurs types de fonctions sous-domaine peuvent être utilisés :

- Fonctions impulsionnelles : c'est le choix le plus simple, qui consiste à utiliser une impulsion sur chaque intervalle.
- Fonctions paraboliques : la précision dans ce cas est meilleure, mais le problème est dans le temps de calcul.
- Fonctions triangulaires : ce choix est plus adéquat pour représenter des fonctions inconnues et il présente une amélioration par rapport aux choix des fonctions impulsionnelles, mais l'effet de programmation à fournir dans ce cas est plus important.

L'utilisation des fonctions de base en sinus et cosinus, rend la méthode des moments plus efficace. Ainsi, les deux types de fonctions de base suivantes peuvent être utilisés :

- Fonctions brins de sinusoides « PieceWise Sinisoidale PWS ».
- Fonctions cosinus tronquées « truncated cosines ».

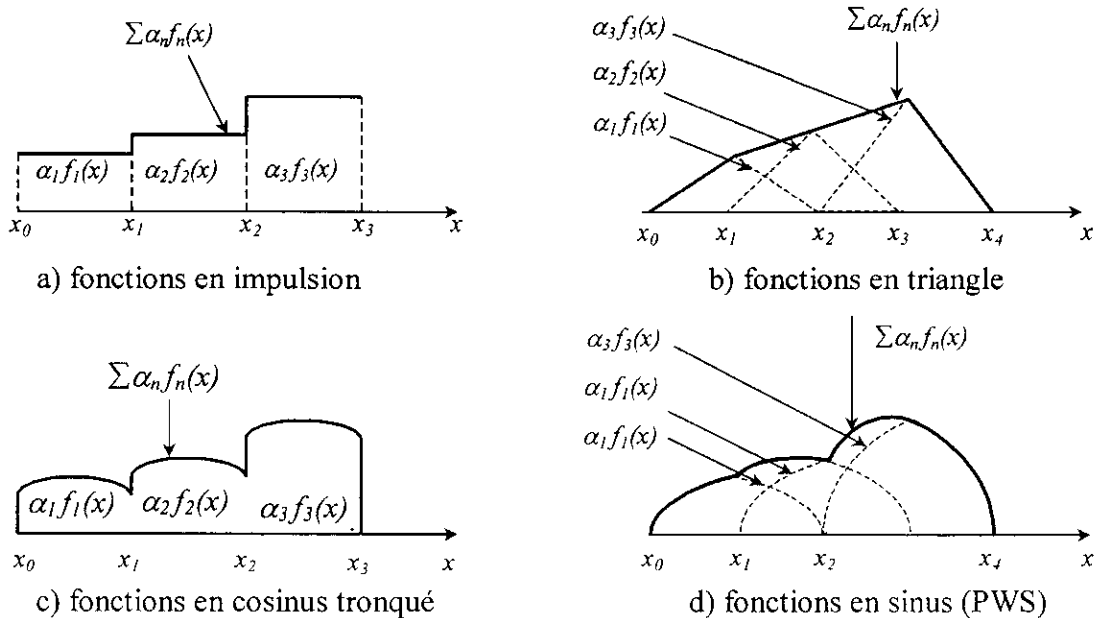


Fig.2.1 : Différentes variantes de fonctions de base sous-domaine

2.1.3. Mise en œuvre de la méthode des moments :

Dans le cas des antennes en régime harmonique, l'équation à résoudre est une équation intégrale de la forme :

$$E_i^l(l) = \mathcal{L}(i(l)) \quad (2-10)$$

où l est la variable qui décrit l'antenne, $E_i^l(l)$ est la composante tangentielle du champ électrique incident représentant l'excitation appliquée, \mathcal{L} l'opérateur linéaire et $i(l)$ le courant électrique parcourant l'antenne.

Une fois la méthode est appliquée, on obtient :

$$[V_m] = [Z_{mn}][I_n] \quad (2-11)$$

avec $[V_m]$: vecteur tension généralisé,

$[Z_{mn}]$: matrice impédance généralisée,

$[I_n]$: vecteur courant généralisé.

La matrice $[Z_{mn}]$ ne dépend que de la structure considérée, du milieu environnant et de la fréquence, alors que le vecteur $[V_m]$ représente l'excitation appliquée à l'antenne (source d'excitation pour une antenne à l'émission).

Pour la résolution de l'équation matricielle (2-11) et en particulier pour l'inversion de la matrice $[Z_{mn}]$, il convient d'utiliser des algorithmes de résolution directe plutôt qu'itératifs car, dans ce cas, la convergence n'est pas toujours assurée.

Pour espérer obtenir un résultat à quelques pour-cent près, il faut au moins découper l'antenne en segments représentant le dixième de la longueur d'onde dans le milieu considéré. Dans le cas d'antennes qui seraient grandes par rapport à la longueur d'onde, se poserait le problème de l'inversion de la matrice $[Z_{mn}]$ ou de la résolution du système linéaire (2-11), une étude récente propose des solutions pour résoudre ces systèmes de dimension important [10].

Une fois la matrice $[Z_{mn}]$ inversée, le système matriciel peut s'écrire sous la forme :

$$[I_n] = [Y_{mn}][V_m] \quad (2-12)$$

avec: $[Y_{mn}] = [Z_{mn}]^{-1}$

Si la source d'excitation est un générateur de tension situé sur la m^{ieme} intervalle, la matrice colonne $[V_m]$ se réduit à :

$$[V_m] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ V_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

et le vecteur courant devient :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1m} \\ Y_{2m} \\ \vdots \\ Y_{nm} \end{bmatrix} V_m \quad (2-14)$$

Une fois les coefficients de la distribution du courant sont calculés, on peut déterminer la distribution du courant de l'antenne en utilisant la relation :

$$I = \sum_{n=1}^N I_n f_n \quad (2-15)$$

où f_n est la fonction de base, qui peut être triangulaire ou en sinus (PWS) ou impulsion...

Tant que la distribution du courant est déterminée, les caractéristiques radioélectriques de l'antenne comme l'impédance d'entrée et le diagramme de rayonnement peuvent être obtenues. Par exemple, dans l'équation (2-14), l'élément diagonal Y_{mm} est donc l'admittance d'entrée de l'antenne excitée sur le m^{ieme} intervalle et l'impédance correspondante est obtenue par simple inversion.

2.2. Formulation mathématique pour une antenne filaire cylindrique :

2.2.1. L'équation intégrale de Pocklington :

Soit l'antenne filaire cylindrique (dipôle) de longueur L et de rayon a , orientée suivant l'axe z (fig.2.3). Le courant aux deux extrémités de l'antenne est nul. L'antenne est supposée parfaitement conductrice, donc la composante tangentielle du champ électrique total est nulle

$$\vec{E}_{tan} = 0 \quad (2-16)$$

Le champ électrique tangentiel total peut être décomposé en deux composantes, l'une due à l'excitation (champ incident), et l'autre due au courant de surface créé par l'excitation (champ diffracté). Donc on peut écrire :

$$\vec{E}^{diff} + \vec{E}^i = 0 \quad (2-17)$$

L'antenne est supposée parfaitement conductrice et de rayon très petit par rapport à la longueur d'onde. Donc, la distribution du courant est localisée à la surface du dipôle avec une répartition uniforme sur la circonférence. Ainsi, cette distribution est seulement selon l'axe z [11] [7]. Donc on obtient :

$$E_z^{diff} = -E_z^i \quad (2-18)$$

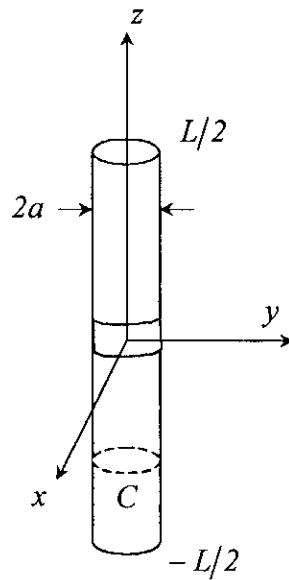


Fig.2.3 : Antenne filaire cylindrique dans un milieu infini

Le champ \vec{E}^{diff} est obtenu comme suit :

$$\vec{E}^{diff} = -j\omega \vec{A} - \vec{\nabla} \Phi \tag{2-19}$$

Avec :

Φ est le potentiel scalaire.

\vec{A} est le vecteur de potentiel magnétique.

Pour le cas de l'antenne dipôle, on peut écrire :

$$E_z^{diff} = -j\omega A_z - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \tag{2-20}$$

Et en tenant compte de la condition de **Lorentz** :

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = -j\omega \epsilon_0 \mu_0 \Phi_z \tag{2-21}$$

On obtient :

$$E_z^{diff} = \frac{1}{j\omega \epsilon_0 \mu_0} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right) \tag{2-22}$$

avec :

$$A_z = \mu_0 \int_{v'} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} J(v') dv' \tag{2-23}$$

L'élément de champ induit par un élément de l'antenne parcouru par un courant élémentaire $J(v')dv'$ est donné par :

$$dE_z^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \psi(z, z') \right] J(v') dv' \quad (2-24)$$

où $\psi(z, z')$ est la fonction de **Green** dans l'espace libre donnée par :

$$\psi(z, z') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \quad (2-25)$$

où R est la distance entre le point d'observation (x, y, z) et le point d'excitation (x', y', z') situé à la surface de l'antenne. Elle a pour expression:

$$R = \left((x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right)^{1/2} \quad (2-26)$$

Le champ total diffracté est obtenu en intégrant l'équation (2-24) :

$$E_z^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \iiint_v \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \psi(z, z') \right] J(v') dv' \quad (2-27)$$

Cette dernière équation est valable pour le cas général où la distribution du courant est volumique. Pour le cas du dipôle, la distribution du courant sur l'antenne est superficielle. Le champ électrique total diffracté peut s'écrire alors:

$$E_z^{diff} = \frac{a}{j\omega\epsilon_0} \oint_C \int_{-L/2}^{+L/2} \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \psi(z, z') \right] J_z(z', \phi') dz' d\phi' \quad (2-28)$$

où C est la circonférence de la surface de l'antenne cylindrique.

Puisque l'antenne est très mince ($a \ll \lambda$), alors, on peut encore simplifier l'équation (2-28) en considérant que le courant sur l'antenne est seulement sur l'axe verticale z . Ce courant a pour expression $I(z') = 2\pi a J_z(z', \phi')$. Ainsi, l'équation (2-28) devient :

$$E_z^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{-L/2}^{+L/2} \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \psi(z, z') \right] I(z') dz' \quad (2-29)$$

$$R(z') = \left[(z-z')^2 + a^2 \right]^{1/2} \quad (2-30)$$

La relation (2-29) donne l'expression du champ diffracté $E_z^{diff}(z)$ qui dépend de la distribution du courant inconnu $I(z')$. Le champ incident E_z^i dépend de l'excitation.

D'après l'équation (2-18) on peut écrire :

$$\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{-L/2}^{+L/2} \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} + k^2 \psi(z, z') \right] I(z') dz' = -E_z^i(z) \quad (2-31)$$

L'équation (2-31) est appelée *équation intégrale* pour une antenne filaire, qui est l'équation donnée par **Pocklington**. Cette équation liant le champ électrique incident à la surface de l'antenne au courant parcourant l'antenne, peut être résolue par la méthode des moments.

2.2.2. L'équation intégrale de Hallan :

Soit la même antenne de la figure.2.3. D'après l'équation (2-31), on peut écrire l'équation intégrale de la densité de courant d'un dipôle sous la forme suivante [5]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} I(z') dz' = -j\omega\epsilon_0 E_z^i(z) \quad (2-32)$$

Donc, on peut écrire l'équation (2-32) sous la forme :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] a(z) = -j\omega\epsilon_0 E_z^i(z) \quad (2-33)$$

avec

$$a(z) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} I(z') dz' \quad (2-34)$$

La fonction $a(z)$ a une forme d'un potentiel vecteur magnétique (au facteur μ_0^{-1} près), et elle satisfait l'équation non homogène d'ondes. $a(z)$ est la solution de l'équation différentielle (2-33).

En remplaçant $a(z)$ dans l'équation (2-33), on obtient une simple équation intégrale à résoudre a un seul inconnu (densité du courant).

La résolution de l'équation différentielle (2-33) n'est pas difficile, puisque E_z^i est une fonction de **Dirac** à facteur près V_0 (antenne excitée à son centre). Cette équation différentielle est homogène sauf au de $z = 0$.

On peut donc écrire :

$$a(z) = A \cos kz + B \sin kz \quad \text{pour } z > 0 \quad (2-35)$$

$$a(z) = C \cos kz + D \sin kz \quad \text{pour } z < 0 \quad (2-36)$$

avec A , B , C , et D des constantes à déterminer.

Le potentiel $a(z)$ doit être continu en $z = 0$, ce qui permet d'avoir la condition suivante :

$$A = C \quad (2-37)$$

En intégrant l'équation (2-33) au voisinage de zéro (c'est-à-dire entre $0 - \delta$ et $0 + \delta$), et en tenant en compte la continuité de $a(z)$, on obtient [5]:

$$-j\omega\varepsilon_0 \int_{-b-\delta}^{b+\delta} E_z^i dz = -j\omega\varepsilon_0 V_0 = \int_{-b-\delta}^{b+\delta} \frac{d^2 a(z)}{dz^2} dz = \left. \frac{da(z)}{dz} \right|_{-b-\delta}^{b+\delta} \quad (2-38)$$

En dérivant les relations (2-35) et (2-36), et en faisant tendre z vers zéro, on trouve avec (2-38) :

$$k(B - D) = -j\omega\varepsilon_0 V_0 \quad (2-39)$$

L'antenne étant symétrique par rapport à l'origine, $I(z')$ est donc paire. Il en est de même, d'après l'équation (2-34) pour la fonction $a(z)$. Donc, on obtient :

$$B = -D \quad (2-40)$$

Alors :

$$B = \frac{-jV_0}{2\eta} \quad (2-41)$$

Avec

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} : \text{L'impédance d'onde en espace libre.}$$

L'expression de $a(z)$ s'écrit alors sous la forme :

$$a(z) = C \cos kz - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z| \quad (2-42)$$

En remplaçant l'expression $a(z)$ dans la relation (2-34), on obtient :

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} I(z') dz' = C \cos kz - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z| \quad (2-43)$$

L'équation (2-43) est l'équation intégrale de **Hallen** qui peut être résolue par la méthode des moments. La constante C peut être déterminée par la condition aux limites du courant nul aux deux extrémités de l'antenne.

2.3. Formulation mathématique pour une antenne filaire cylindrique de forme circulaire :

Soit une antenne filaire cylindrique de forme circulaire de rayon b , cette antenne est constituée d'un conducteur de diamètre $2a$ comme l'indique la figure.2.4. Elle est placée dans le plan (x,y) , et elle est centrée à l'origine, alimentée par un générateur « deta gab » ou par un générateur à « frill magnétique » placé en $\phi = 0$. elle est considérée comme parfaitement conductrice et mince ($2a \ll \lambda$). Supposons aussi que la densité du courant est orientée selon la direction $\hat{\phi}$.

Pour simplifier le calcul, on considère le système des coordonnées locales (u, v, w) , comme il est illustré sur la figure.2.4. Le vecteur \hat{w} est dans la direction de l'axe de la boucle. Les vecteurs unitaires du système de coordonnées local dépendent de ϕ tel que [6]:

$$\hat{u} = \hat{x} \cos(\phi) + \hat{y} \sin(\phi) \quad (2-44-a)$$

$$\hat{w} = \hat{x} \sin(\phi) - \hat{y} \cos(\phi) \quad (2-44-b)$$

$$\hat{v} = \hat{z} \quad (2-44-c)$$

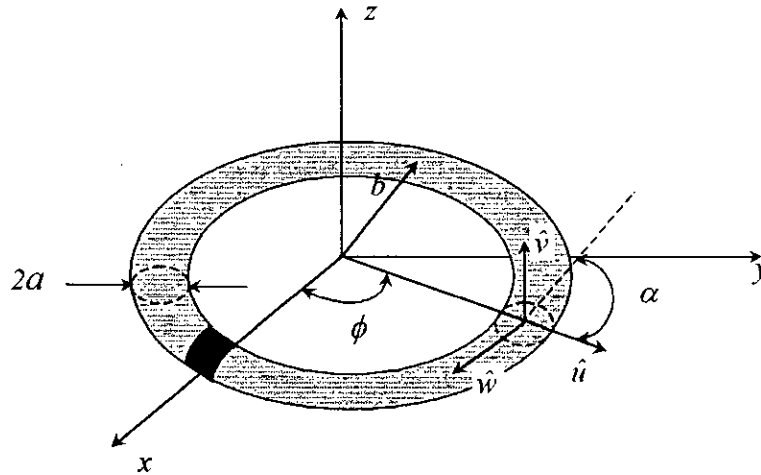


Fig.2. 4 : l'antenne circulaire et le système de coordonnées local

Chaque point de la surface de l'antenne circulaire est spécifié par deux paramètres à savoir α et ϕ . La position du vecteur d'un point de la surface de l'antenne circulaire est donnée par la relation suivante [6]:

$$r = \hat{x}[b \cos(\phi) + a \cos(\phi) \cos(\alpha)] + \hat{y}[b \sin(\phi) + a \sin(\phi) \cos(\alpha)] + \hat{z} a \sin(\alpha) \quad (2-45)$$

En fixant le point d'observation à $\alpha = \pi/2$. La distance euclidienne entre un point d'observation $(\pi/2, \phi)$ et un point d'excitation (α', ϕ') peut s'écrire sous la forme suivante :

$$R = \left\{ [b \cos(\phi) - b \cos(\phi') - a \cos(\phi') \cos(\alpha')]^2 + [a - a \sin(\alpha')]^2 + [b \sin(\phi) - b \sin(\phi') - a \sin(\phi') \cos(\alpha')]^2 \right\}^{1/2} \quad (2-46)$$

Comme l'antenne est parfaitement conductrice, la charge et le courant résident seulement dans la surface cylindrique de l'antenne. Donc, le courant induit dans l'antenne est exprimé en fonction de la densité du courant \vec{J}_s . En utilisant l'approximation des antennes filaires minces, la densité du courant est indépendante de la circonférence de l'antenne, ce qui permet d'écrire [6]:

$$J_s(\phi') = \frac{\hat{\phi}(\phi')I(\phi')}{2\pi a} \quad (2-47)$$

où I est le courant total de l'antenne circulaire.

On note que le vecteur unitaire dans l'équation (2-47) précédente dépend aussi de ϕ :

$$\hat{\phi}(\phi') = -\hat{x} \sin(\phi') + \hat{y} \cos(\phi') \quad (2-48)$$

Le principe d'équivalence est appliqué pour déterminer le courant total et la charge dans l'antenne circulaire. Par conséquent, les courants induits et les charges sont traités comme des sources de rayonnement dans l'espace homogène. Les champs électromagnétiques correspondants sont déterminés par le potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

Dans le cas général, le potentiel vecteur magnétique \vec{A} s'exprime en fonction de la densité du courant par la relation suivante :

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{v'} \vec{J}_s \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (2-49)$$

Dans le cas de l'antenne circulaire, on a : $dv' = b d\phi' d\alpha dr$ (2-50)

Donc le potentiel vecteur magnétique dans le cas d'une antenne circulaire s'écrit :

$$\vec{A}(r, \phi', \alpha) = \frac{\mu_0 b}{4\pi} \int_0^{2\pi} \hat{\phi}(\phi') I(\phi') d\phi' \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\alpha' \frac{1}{a} \int_0^a dr \quad (2-51)$$

L'équation intégrale (2-51) ayant un noyau K défini comme suit :

$$K(\phi, \phi') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\alpha' \quad (2-52)$$

alors on obtient le potentiel vecteur magnétique \vec{A} seulement en fonction de ϕ :

$$\vec{A}(\phi) = \frac{\mu_0 b}{4\pi} \int_0^{2\pi} \hat{\phi}(\phi') I(\phi') K(\phi, \phi') d\phi' \quad (2-53)$$

Après des calculs mathématiques on peut exprimer le potentiel vecteur sous la forme suivante :

$$A_\phi(\phi) = \frac{\mu_0 b}{4\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\phi - \phi') I(\phi') K(\phi, \phi') d\phi' \quad (2-54)$$

La distribution de charge dans l'antenne circulaire est décrite par la charge totale, et le potentiel scalaire électrique est donné par la relation :

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{v'} \rho \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (2-55)$$

avec ρ est la densité de charge telle que : $\rho = \frac{Q(\phi')}{2\pi a}$

D'après l'équation (2-50), on peut écrire

$$\Phi = \frac{b}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} Q(\phi') K(\phi, \phi') d\phi' \quad (2-56)$$

En dérivant la relation (2-56) par rapport à ϕ et en utilisant la condition de continuité suivante

$$Q(\phi') = j \frac{\partial I(\phi')}{b\omega \partial \phi'} \quad (2-57)$$

et la propriété suivante [4] :

$$\frac{\partial K(\phi - \phi')}{\partial \phi} = - \frac{\partial K(\phi - \phi')}{\partial \phi'} \quad (2-58)$$

on peut écrire :

$$\frac{\partial \Phi(\phi)}{\partial \phi} = - \frac{j}{4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^{2\pi} \frac{\partial I(\phi')}{\partial \phi'} \frac{\partial K(\phi - \phi')}{\partial \phi'} d\phi' \quad (2-59)$$

En intégrant par partie le deuxième membre de (2-59) on trouve :

$$\frac{\partial \Phi(\phi)}{\partial \phi} = \frac{j}{4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 K(\phi - \phi')}{\partial \phi'^2} I(\phi') d\phi' \quad (2-60)$$

Après avoir déterminé le potentiel vecteur magnétique $A_\phi(\phi)$ et la dérivée du potentiel scalaire électrique $\frac{\partial \Phi(\phi)}{\partial \phi}$, en utilisant la relation (2-19) on peut déterminer le champ électrique diffracté à la surface de l'antenne circulaire. La composante intéressante du champ diffracté (E_ϕ^{diff}) peut s'écrire :

$$E_\phi^{diff}(\phi) = -j\omega A_\phi(\phi) - \frac{\partial \Phi(\phi)}{b\partial \phi} \quad (2-61)$$

Donc l'expression du champ électrique diffracté devient :

$$E_\phi^{diff} = \frac{j\eta}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[kb \cos(\phi - \phi') + \frac{1}{kb} \frac{\partial^2}{\partial \phi'^2} \right] K(\phi - \phi') d\phi' \quad (2-62)$$

Puisque l'antenne est supposée parfaitement conductrice, alors la composante du champ total tangentielle est nulle. Alors :

$$E_\phi^{diff}(\phi) = -E_\phi^i(\phi) \quad (2-63)$$

tel que : $E_{\phi}^{diff}(\phi)$ est le champ diffracté qui peut être calculé d'après l'équation (2-62),

$E_{\phi}^i(\phi)$ est le champ incident à la surface de l'antenne qui dépend du générateur d'alimentation.

La résolution de l'équation (2-63) peut se faire par la méthode des moments pour déterminer la distribution du courant de l'antenne.

CHAPITRE 3
APPLICATION DE LA MÉTHODE DES
MOMENTS

3.1. Application de la méthode des moments pour une antenne filaire :

3.1.1. L'équation intégrale Pocklington :

L'application de la méthode des moments permet de résoudre l'équation intégrale de **Pocklington** (2-31). Le choix des fonctions brins de sinusoides comme fonctions de base donne une meilleure représentation de la distribution du courant le long d'une antenne dipôle, car cette distribution est de forme sinusoidale. Le choix des fonctions de test identique à celles de fonctions base conduit à la méthode de **Galerkin**. Cette méthode converge plus rapidement que la méthode point segment car cette dernière utilise des simples fonctions de test qui sont les impulsions de **Dirac**.

3.1.1.1. La méthode de Galerkin avec des fonctions brins de sinusoides :

Les fonctions brins de sinusoides sont les plus utilisées pour la résolution des équations intégrales d'antennes filaires, à l'aide de la méthode des moments. Pour une sous-domaine d'ordre N sur l'axe z , ces fonctions (notées f_n) sont données par l'expression mathématique suivante [11]:

$$\begin{cases} f_n(z) = \frac{\sin k(z - z_{n-1})}{\sin k(z_n - z_{n-1})} \hat{z} & \text{si } z_{n-1} < z < z_n \\ f_n(z) = \frac{\sin k(z_{n+1} - z)}{\sin k(z_{n+1} - z_n)} \hat{z} & \text{si } z_n < z < z_{n+1} \end{cases} \quad (3-1)$$

avec : $n = 1, 2, \dots, N$

La figure.3.1 suivante illustre une fonction brin de sinusoides f_n :

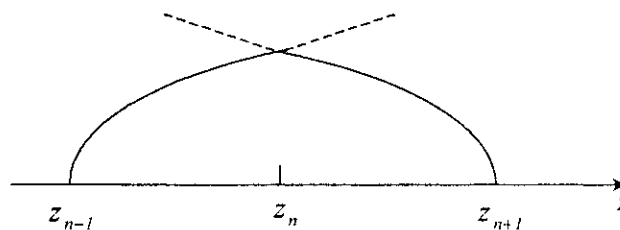


Fig.3.1 : fonction brin de sinusoides f_n (PWS)

Un exemple d'approximation de la distribution du courant par des fonctions brins de sinusoides (PWS) est illustré sur la figure.3.2. Notons que chaque fonction brin de sinusoides occupe deux segments adjacents. Ainsi, chaque segment contient deux fonctions brins de sinusoides à l'exception des deux segments d'extrémités.

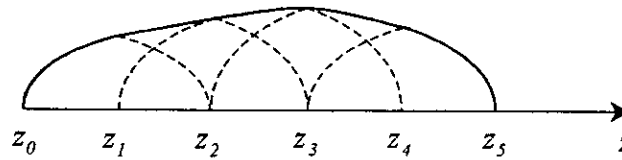


Fig.3.2 : Approximation du courant par des fonctions PWS

Dans la méthode de **Galerkin** les fonctions de test sont identiques aux fonctions de base. Donc, les fonctions de test peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} f_m(z) = \frac{\sin k(z - z_{m-1})}{\sin k(z_m - z_{m-1})} \hat{z} & \text{si } z_{m-1} < z < z_m \\ f_m(z) = \frac{\sin k(z_{m+1} - z)}{\sin k(z_{m+1} - z_m)} \hat{z} & \text{si } z_m < z < z_{m+1} \end{cases} \quad (3-2)$$

avec $m = 1, 2, \dots, N$

3.1.1.2. Résolution de l'équation de Pocklington :

La résolution de l'équation intégrale de **Pocklington** (2-31) est obtenue par l'application de la méthode des moments avec les fonctions de base qui sont les brins de sinusoides :

On divise l'antenne dipôle en $(N + 1)$ segments pour obtenir N fonctions brins de sinusoides comme le montre la figure.3.3. Donc, la distribution du courant du dipôle s'écrit sous la forme suivante:

$$I(z') = \sum_{n=1}^N I_n f_n(z') \quad (3-3)$$

avec f_n : fonction de base (PWS) connue.

I_n : coefficient de la fonction f_n inconnu.

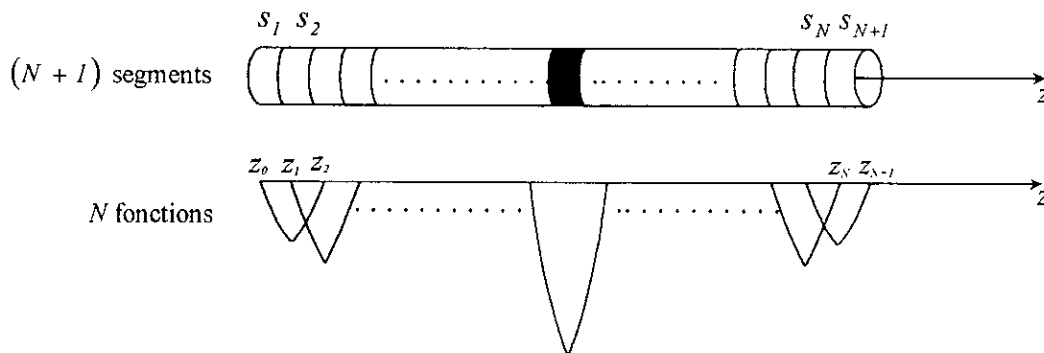


Fig.3.3 : segmentation de l'antenne dipôle

D'après les équations (2-31) et (3-3), on peut écrire le champ diffracté sous la forme suivante:

$$E_z^{diff} = \int_{-L/2}^{L/2} \sum_{n=1}^N I_n \frac{1}{j\omega\epsilon_0} f_n(z') \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z'^2} + k^2 \psi(z, z') \right] dz' \quad (3-4)$$

La fonction brin de sinusoides (f_n) est définie sur l'intervalle $[z_{n-1}, z_{n+1}]$, et elle est nulle ailleurs. Donc, le champ diffracté devient:

$$E_z^{diff} = \sum_{n=1}^N I_n E_{z_n}^{diff} \quad (3-5)$$

avec :

$$E_{z_n}^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{z_{n-1}}^{z_{n+1}} f_n(z') \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z'^2} + k^2 \psi(z, z') \right] dz' \quad (3-6)$$

$E_{z_n}^{diff}$ est le champ diffracté du segment d'ordre n du dipôle qui peut être calculé analytiquement.

On pose :

$$E_{z_n}^{diff} = E1_{z_n}^{diff} + E2_{z_n}^{diff} \quad (3-7)$$

Avec :

$$E1_{z_n}^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{z_{n-1}}^{z_n} f_n(z') \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z'^2} + k^2 \psi(z, z') \right] dz' \quad (3-8)$$

$$E2_{z_n}^{diff} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{z_n}^{z_{n+1}} f_n(z') \left[\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z'^2} + k^2 \psi(z, z') \right] dz' \quad (3-9)$$

Comme :

$$\frac{\partial \psi(z, z')}{\partial z} = - \frac{\partial \psi(z, z')}{\partial z'} \quad (3-10)$$

$$\frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \psi(z, z')}{\partial z'^2} \quad (3-11)$$

En utilisant les propriétés (3-10) et (3-11), l'intégration par partie de la relation (3-8) donne :

$$E1_{z_n}^{diff} = \frac{jI_n}{\omega\epsilon_0} \left[\frac{df_n(z')}{dz'} \psi(z, z') + f_n(z') \frac{\partial \psi(z, z')}{\partial z} \right]_{z'=z_{n-1}}^{z'=z_n} + \frac{jI_n}{\omega\epsilon_0} \int_{z_{n-1}}^{z_n} \left[\frac{d^2 f_n(z')}{dz'^2} + k^2 f_n(z') \right] \psi(z, z') dz' \quad (3-12)$$

En substituant (3.1) dans (3-12) on trouve :

$$E1_{z_n}^{diff} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \left[\frac{k \cos(k(z' - z_{n-1}))}{\sin(k(z_n - z_{n-1}))} + \frac{\sin(k(z' - z_{n-1}))}{\sin(k(z_n - z_{n-1}))} \frac{\partial}{\partial z} \right] e^{-jkR} \Big|_{z'=z_{n-1}}^{z'=z_n} \quad (3-13)$$

D'une manière analogue, on obtient l'expression de $E2_{z_n}^{diff}$ sous la forme :

$$E_{z_n}^{diff} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_0} \left[\frac{k \cos(k(z' - z_{n+1}))}{\sin(k(z_n - z_{n+1}))} + \frac{\sin(k(z' - z_{n+1}))}{\sin(k(z_n - z_{n+1}))} \frac{\partial}{\partial z} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} \Bigg|_{z'=z_n}^{z'=z_{n+1}} \quad (3-14)$$

En remplaçant (3-13) et (3-14) dans (3-7), l'expression de $E_{z_n}^{diff}$ s'écrit alors :

$$E_{z_n}^{diff} = -j30 \left[\frac{e^{-jkR_{n-1}}}{R_{n-1} \sin k(z_n - z_{n-1})} - \frac{\sin(z_{n+1} - z_{n-1}) e^{-jkR_n}}{R_n \sin k(z_n - z_{n-1}) \sin k(z_{n+1} - z_n)} + \frac{e^{-jkR_{n+1}}}{R_{n+1} \sin k(z_{n+1} - z_n)} \right] \quad (3-15)$$

avec :

$$\begin{cases} R_{n-1} = [a^2 + (z - z_{n-1})^2]^{1/2} \\ R_n = [a^2 + (z - z_n)^2]^{1/2} \\ R_{n+1} = [a^2 + (z - z_{n+1})^2]^{1/2} \end{cases} \quad (3-16)$$

La figure.3.4 illustre les quantités R_{n-1} , R_n et R_{n+1} .

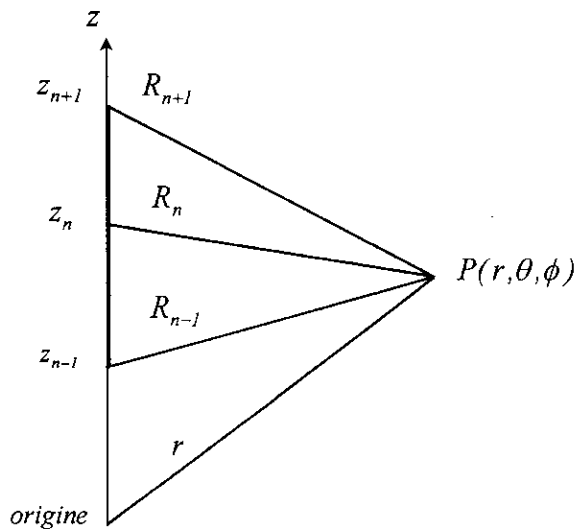


Fig. 3.4 : illustration des quantités R_{n-1} , R_n et R_{n+1}

En utilisant la relation (2-7), les éléments de la matrice $[Z_{mn}]$ sont obtenus comme suit :

$$Z_{mn} = \langle f_m \cdot E_z^{diff} \rangle \quad (3-17)$$

ou encore

$$Z_{mn} = \int_{z_{n-1}}^{z_{n+1}} f_m(z) E_{z_n}^{diff} dz \quad (3-18)$$

avec : $m = 1, 2, \dots, N$

En remplaçant la fonction $f_n(z)$ par son expression de (3-2) dans (3-18), on obtient :

$$Z_{mn} = \int_{z_{m-1}}^{z_m} \frac{\sin k(z - z_{m-1})}{\sin(k\Delta z_m)} E_{z_n}^{diff} dz + \int_{z_m}^{z_{m+1}} \frac{\sin k(z_{m+1} - z)}{\sin(k\Delta z_m)} E_{z_n}^{diff} dz \quad (3-19)$$

En remplaçant E_z^{diff} par son expression de (3-15) dans (3-19), on obtient :

$$Z_{mn} = \left[\int_{z_{m-1}}^{z_m} \frac{\sin k(z - z_{m-1})}{\sin(\Delta z_m)} + \int_{z_m}^{z_{m+1}} \frac{\sin k(z_{m+1} - z)}{\sin(\Delta z_m)} \right] \times \frac{-j30}{\sin(\Delta z_n)} \left[\frac{e^{-jkR_{n-1}}}{R_{n-1}} - 2 \cos(\Delta z_n) \frac{e^{-jkR_n}}{R_n} + \frac{e^{-jkR_{n+1}}}{R_{n+1}} \right] dz \quad (3-20)$$

avec :

$$\Delta z_n = z_n - z_{n-1} = z_{n+1} - z_n = \Delta z_m = z_m - z_{m-1} = z_{m+1} - z_m \quad (3-21)$$

En utilisant aussi la relation (2-7), les éléments du vecteur de tension $[V_m]$ sont obtenus comme suit :

$$V_m = \int_{z_{m-1}}^{z_{m+1}} f_m(z) E_z^i dz \quad (3-22)$$

avec f_m donnée par l'équation (3-2) et E_z^i champ incident dépendant de la modélisation de la source d'excitation.

En égalisant les termes des équations (3-20) et (3-22), on obtient :

$$\sum_{n=1}^N I_n Z_{mn} = V_m \quad (3-23)$$

La relation (3-23) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m] \quad (3-24)$$

avec $m=1, 2, \dots, N$ et $n=1, 2, \dots, N$,

$[z_{mn}]$: matrice impédance généralisée,

$[V_m]$: vecteur tension généralisé,

$[I_n]$: vecteur courant généralisé.

L'inconnu à déterminer dans l'équation (3-24) est le vecteur courant généralisé $[I_n]$. Les éléments de la matrice $[Z_{mn}]$ sont calculés par la relation (3-20). Les éléments du vecteur $[V_m]$ sont calculés par l'équation (2-22).

$$Z_{mn} = \int_{z_{m-1}}^{z_m} \frac{\sin k(z - z_{m-1})}{\sin(k\Delta z_m)} E_{z_n}^{diff} dz + \int_{z_m}^{z_{m+1}} \frac{\sin k(z_{m+1} - z)}{\sin(k\Delta z_m)} E_{z_n}^{diff} dz \quad (3-19)$$

En remplaçant E_z^{diff} par son expression de (3-15) dans (3-19), on obtient :

$$Z_{mn} = \left[\int_{z_{m-1}}^{z_m} \frac{\sin k(z - z_{m-1})}{\sin(k\Delta k\Delta_n)} + \int_{z_m}^{z_{m+1}} \frac{\sin k(z_{m+1} - z)}{\sin(k\Delta k\Delta_n)} \right] \times \frac{-j30}{\sin(k\Delta k\Delta_n)} \left[\frac{e^{-jkR_{n-1}}}{R_{n-1}} - 2 \cos(k\Delta k\Delta_n) \frac{e^{-jkR_n}}{R_n} + \frac{e^{-jkR_{n+1}}}{R_{n+1}} \right] dz \quad (3-20)$$

avec :

$$\Delta z_n = z_n - z_{n-1} = z_{n+1} - z_n = \Delta z_m = z_m - z_{m-1} = z_{m+1} - z_m \quad (3-21)$$

En utilisant aussi la relation (2-7), les éléments du vecteur de tension $[V_m]$ sont obtenus comme suit :

$$V_m = \int_{z_{m-1}}^{z_{m+1}} f_m(z) E_z^i dz \quad (3-22)$$

avec f_m donnée par l'équation (3-2) et E_z^i champ incident dépendant de la modélisation de la source d'excitation.

En égalisant les termes des équations (3-20) et (3-22), on obtient :

$$\sum_{n=1}^N I_n Z_{mn} = V_m \quad (3-23)$$

La relation (3-23) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (3-24)$$

avec $m=1, 2, \dots, N$ et $n=1, 2, \dots, N$,

$[z_{mn}]$: matrice impédance généralisée,

$[V_m]$: vecteur tension généralisé,

$[I_n]$: vecteur courant généralisé.

L'inconnu à déterminer dans l'équation (3-24) est le vecteur courant généralisé $[I_n]$. Les éléments de la matrice $[Z_{mn}]$ sont calculés par la relation (3-20). Les éléments du vecteur $[V_m]$ sont calculés par l'équation (2-22).

3.1.2. L'équation intégrale de Hallen :

Pour résoudre l'équation intégrale de **Hallen**, on utilise aussi la méthode des moments. Mais, dans ce cas on applique la méthode point segment, où les fonctions de base sont des fonctions rectangulaires et les fonctions de test sont des impulsions de **Dirac**.

La méthode de **Galerkin** avec des fonctions brins sinusoïdes est plus précise que la méthode point segment. Mais l'avantage de cette dernière est la simplicité d'application et la minimisation du temps de calcul.

3.1.1.3. Méthode point segment :

Les fonctions de base de la méthode point segment sont des fonctions rectangulaires, définies de la façon suivante :

$$f_n(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z_n < z < z_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3-25)$$

avec

$$z_n = -\frac{L}{2} + (n-1) \frac{L}{N}$$

La distribution du courant dans ce cas est donnée par :

$$I(z) = \sum_{n=1}^N I_n f_n(z) \quad (3-26)$$

Les fonctions de test sont des impulsions de **Dirac** : $f_m(z) = \delta(z - z_m)$.

La figure.3.5 représente les fonctions de test pour un ordre de la méthode égal à cinq.

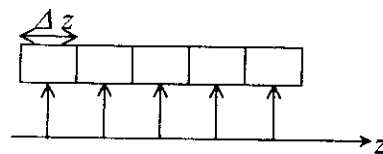


Fig.3.5 : Illustration des fonctions de test

3.1.1.4. Résolution de l'équation de Hallan :

L'équation intégrale de **Hallen** est de la forme :

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} I(z') dz' = C \cos kz - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z| \quad (3-27)$$

On divise l'antenne en N segments comme l'indique la figure (3-6) suivante.

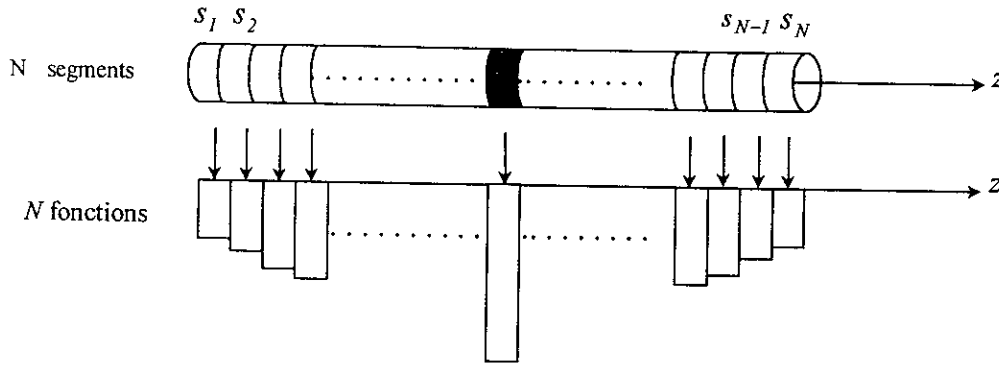


Fig. 3.6: Segmentation d'une antenne dipôle

En remplaçant la distribution du courant $I(z')$ par la relation (3-26) on obtient :

$$\sum_{n=1}^N I_n \int_{z_n}^{z_{n+1}} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} f_n(z') dz' = C \cos kz - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z| \quad (3-28)$$

En multipliant la relation (3-28) par des fonctions de test on trouve :

$$\sum_{n=1}^N I_n \int_{z_n}^{z_{n+1}} f_n(z') \int_z \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \delta(z - z_m) dz dz' = \int_z \left[C \cos kz - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z| \right] \delta(z - z_m) dz$$

posons :

$$\frac{e^{-jkR}}{4\pi R} = \psi(z, z') \quad (3-29)$$

Donc l'équation (3-29) devient :

$$\sum_{n=1}^N I_n \int_{z_n}^{z_{n+1}} \psi(z_m, z') f_n(z') dz' = C \cos kz_m - \frac{jV_0}{2\eta} \sin k|z_m| \quad (3-31)$$

avec : $m = 1, 2, \dots, N$

On pose :

$$Z_{mn} = \int_{z_n}^{z_{n+1}} \psi(z_m, z') dz' \quad (3-32)$$

$$d_m = -\cos kz_m \quad (3-33)$$

$$b_m = \frac{-jV_0}{2\eta} \sin k|z_m| \quad (3-34)$$

Les conditions aux limites $I(L/2) = I(-L/2) = 0$ impliquent que $I_N = I_0 = 0$. Donc on peut considérer C comme un inconnu dans l'équation (3-31), et on obtient :

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & \cdots & z_{1N-1} & d_1 \\ \vdots & & & & & \\ \vdots & & & & & \\ \vdots & & & & & \\ z_{N1} & z_{N2} & & & z_{NN-1} & d_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{N-1} \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

qui peut s'écrire en abrégée :

$$[Z][I] = [V] \quad (3-36)$$

3.1.3. L'équation intégrale d'une antenne circulaire :

On divise l'antenne en N segments, ce qui permet d'écrire le courant le long de l'antenne sous la forme :

$$I(\phi) = \sum_{n=1}^N I_n f_n(\phi) \quad (3-37)$$

L'utilisation de la méthode de **Galarkin** avec des fonctions brins de sinusoides, conduit au calcul des intégrales triples. Le calcul des ces intégrales numériquement avec précision est difficile. Cela nous a conduit à utiliser la méthode de point segment où les fonctions de base sont des fonctions rectangulaires :

$$f_n(\phi) = \begin{cases} 1 : \phi_n - \Delta\phi < \phi < \phi_n \\ 0 : \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3-38)$$

où : $\Delta\phi = 2\pi/N$ et $\phi_n = n\Delta\phi$

avec $n=1, 2, \dots, N$

Donc le champ diffracté total s'écrit :

$$E_\phi^{diff} = \frac{-j\eta}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} \left[kb \cos(\phi - \phi') + \frac{1}{kb} \frac{\partial^2}{\partial \phi'^2} \right] K(\phi - \phi') d\phi' \quad (3-39)$$

En utilisant les différences finies pour évaluer la dérivée seconde $\frac{\partial^2 K(\phi, \phi')}{\partial \phi'^2}$, on obtient :

$$\frac{\partial^2 K(\phi, \phi')}{\partial \phi'^2} = \frac{1}{(\Delta\phi)^2} [K(\phi - \phi' - \Delta\phi) - 2K(\phi - \phi') + K(\phi - \phi' + \Delta\phi)] \quad (3-40)$$

Alors, le champ diffracté devient :

$$E_\phi^{diff} = \sum_{n=1}^N E_{\phi_n}^{diff} \quad (3-41)$$

avec :

$$E_{\phi_n}^{diff} = -\frac{j\eta}{4\pi} \left[\int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} I_n kb \cos(\phi - \phi') K(\phi - \phi') d\phi' \right. \\ \left. + \frac{1}{(\Delta\phi)^2} \int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} I_n \frac{1}{kb} [K(\phi - \phi' - \Delta\phi) - 2K(\phi - \phi') + K(\phi - \phi' + \Delta\phi)] d\phi' \right] \quad (3-42)$$

Les fonctions de test sont des impulsions de **Dirac** : $f_m(\phi) = \delta(\phi - \phi_m)$.

En utilisant la relation (2-7), les éléments de la matrice $[Z_{mn}]$ sont obtenus par la relation :

$$Z_{mn} = \langle f_m, E_{\phi}^{diff} \rangle \quad (3-43)$$

ou encore

$$Z_{mn} = -\frac{j\eta}{4\pi} \left[\int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} I_n kb \cos(\phi_m - \phi') K(\phi_m - \phi') d\phi' \right. \\ \left. + \frac{1}{(\Delta\phi)^2} \int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} I_n \frac{1}{kb} [K(\phi_m - \phi' - \Delta\phi) - 2K(\phi_m - \phi') + K(\phi_m - \phi' + \Delta\phi)] d\phi' \right] \quad (3-44)$$

avec $\phi_m = m\Delta\phi - \frac{\Delta\phi}{2}$ et $m = 1, 2, \dots, N$.

Donc on peut écrire l'équation (2-63) sous la forme :

$$[Z_{mn}][I] = [V_m] \quad (3-45)$$

3.2. Modélisation de la source d'excitation :

Pour qu'une antenne rayonne, il faut l'exciter par un générateur de voltage. Pour une antenne filaire (dipôle, circulaire), Il existe deux méthodes pour modéliser la source d'excitation, la première est l'excitation par un générateur de « delta gab », la deuxième est l'excitation par un générateur à « frill magnétique » [2].

3.2.1. Excitation par un générateur de « delta gab » :

La modélisation de l'excitation de l'antenne par le générateur de « delta gab » est simple. Elle est utilisée pour les deux types d'équations intégrales **Pocklington** et **Hallen** d'une antenne dipôle, elle est aussi utilisée pour l'équation intégrale d'une antenne filaire cylindrique circulaire. Généralement, cette modélisation donne une bonne précision pour le cas où l'intervalle (gab) d'alimentation serait de petite largeur [2].

L'utilisation du générateur « delta gab » suppose que le voltage d'excitation est constant, et égal à V_0 sur la largeur de l'intervalle delta, et la tension ailleurs est nulle. Donc, le champ électrique incident E^i est aussi constant sur l'intervalle δ (et égal à V_0/δ), et nul

ailleurs. La figure.4.7 suivant illustre l'excitation d'une antenne filaire cylindrique par un générateur « delta gab » [2] [11].

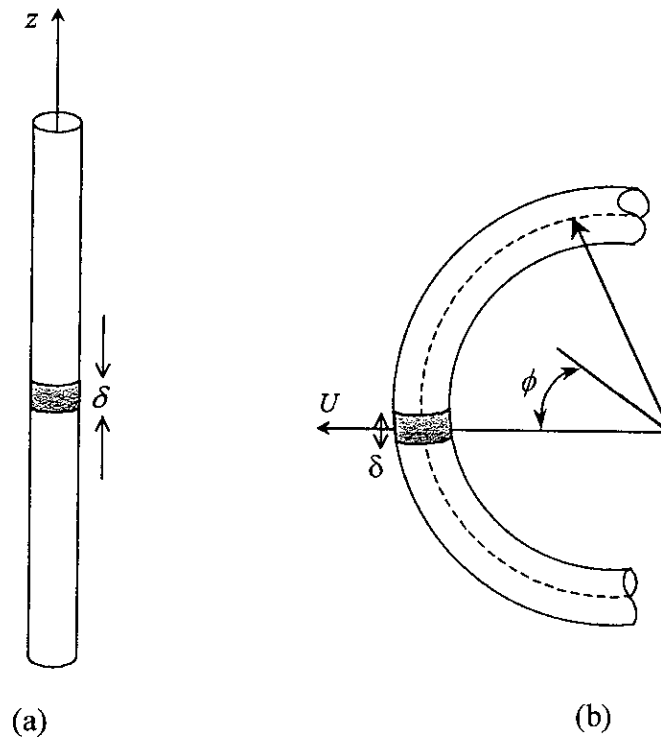


Fig.4.7 : modèle d'une source delta gab
 (a) antenne dipôle
 (b) antenne circulaire

3.2.2. Excitation par un générateur à « frill magnétique » :

Le générateur à « frill magnétique » est introduit pour le calcul du champ de la zone proche comme celui de la zone lointaine pour une antenne à ouverture coaxiale. Pour utiliser cette modélisation, l'alimentation par le générateur de « delta gap » est remplacée par une alimentation à densité de courant magnétique superficielle, telle qu'elle forme une ouverture annulaire avec un rayon intérieur a (rayon de l'antenne), et un rayon extérieur a_0 comme il est indiqué sur la figure. 4. 8 suivante.

Généralement, l'antenne est alimentée par des lignes de transmission, et le rayon équivalent a_0 de l'ouverture annulaire de générateur à « frill magnétique » peut être calculé en utilisant les caractéristiques des impédances des lignes de transmissions [2].

Le champ incident à la surface de l'antenne dipôle est donné par [2] [11]:

$$E_z^i = \frac{I}{2 \ln(a_0/a)} \left(\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} - \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \right) \quad (3-46)$$

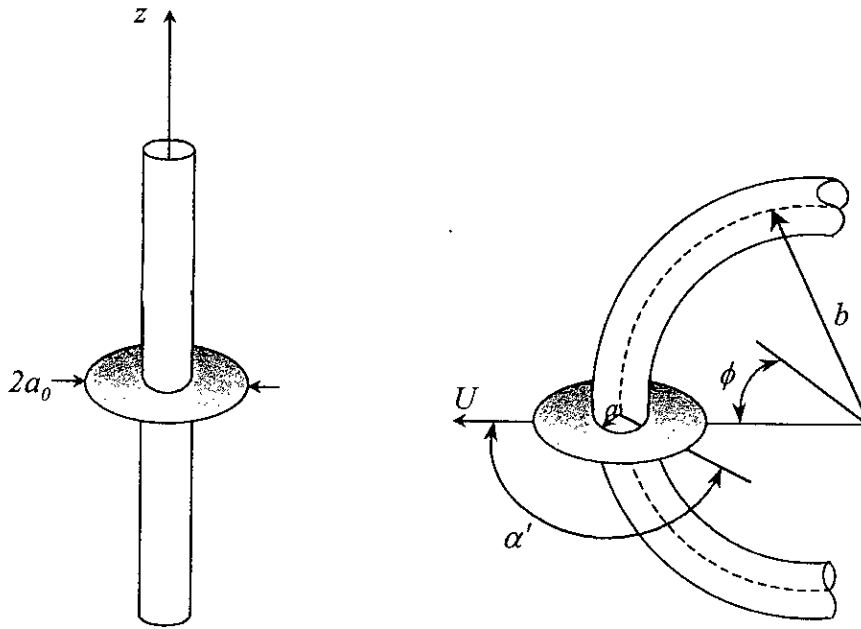


Fig.4.8 : modélisation par un générateur à frill magnétique
 (a) antenne dipôle
 (b) antenne circulaire

avec : $R_1 = \sqrt{z^2 + a^2}$ et $R_2 = \sqrt{z^2 + a_0^2}$

Pour une antenne circulaire excitée par un générateur à « frill magnétique » de voltage V_0 on peut écrire [6]:

$$E_\phi^i = \frac{V_0 \cos(\phi)}{2\pi L n(a_0/a)} \int_0^{2\pi} \left[\frac{e^{-jkR_\xi(a_0)}}{R_\xi(a_0)} - \frac{e^{-jkR_\xi(a)}}{R_\xi(a)} \right] d\alpha' \quad 0 < \phi < 2\pi \quad (3-47)$$

où a_0 est le rayon extérieur du courant de frill magnétique et R_ξ est donné par:

$$R_\xi(\xi) = |r(\phi = \phi, \alpha = \pi/2, a = a) - (\phi = 0, \alpha = \alpha', a = \xi)| \quad (3-48)$$

3.3. Les matrices Toeplitz :

Certains types de problèmes produisent des matrices ayant une répétition systématique de leurs éléments. Souvent cette répétition peut être utilisée pour réduire le calcul de ces éléments. La matrice $[Z_{mn}]$ de l'antenne filaire (dipôle ou antenne circulaire) est de type *Toeplitz* ce qui simplifie son calcul, car la connaissance de la première ligne ou de la première colonne détermine la matrice complète. Les autres lignes sont simplement des réarrangements des éléments de la première ligne. Ce réarrangement d'éléments peut s'obtenir par l'algorithme suivant :

$$Z_{m,n} = Z_{l, |m-n|+l} \quad m \geq 2 \quad \text{et} \quad n \geq 1 \quad (3-49)$$

3.4. Les matrices compressées :

Dans certains problèmes, il y a une répétition dans les valeurs du courant $[I_n]$ due à la symétrie du problème, si c'est possible de connaître la symétrie d'avance, cette dernière peut être utilisée pour compresser la matrice d'ordre N à un ordre N/L où L est le degré de symétrie. Pour les antennes filaires (dipôles ou antennes circulaires) l'ordre de symétrie est égal à deux. Donc on peut écrire

$$\sum_{n=1}^{N/2} (Z_{m,n} + Z_{m,n+N/2}) I_n = V_m \quad \text{et} \quad m = 1, 2, \dots, N/2 \quad (3-50)$$

3.5. Considération de temps de calcul :

Le calcul du courant d'une antenne filaire conduit, généralement, au calcul de la matrice $[Z_{mn}]$ et de vecteur $[V_m]$. Donc, le temps de calcul du courant t_i est égale approximativement au temps de calcul des N^2 éléments de la matrice $[Z_{mn}]$ plus le temps de calcul des N éléments du vecteur $[V_m]$, alors : $t_i \approx N^2 t_z + N t_v$

avec t_z : est le temps du calcul d'un seul élément de la matrice $[Z_{mn}]$

t_v : est le temps du calcul d'un seul élément du vecteur $[V_m]$.

L'utilisation de la propriété de la matrice Toepolitz permet de réduire le temps de calcul de la matrice $[Z_{mn}]$ par un facteur N . L'utilisation de la propriété de la symétrie permet de réduire encore le temps de calcul de la matrice $[Z_{mn}]$ par un facteur de deux, et de réduire aussi le temps de calcul du vecteur $[V_m]$ par un facteur de deux.

La propriété de symétrie permette aussi de réduire le temps d'exécution pour la détermination du diagramme de rayonnement. Donc, la propriété de la matrice Toepolitz et la propriété de la symétrie permet de réduire le temps d'exécution considérablement pour une antenne filaire.

3.6. Détermination des caractéristiques de rayonnement de l'antenne :

3.6.1. Impédance d'entrée :

Après avoir déterminer la distribution du courant, le courant d'entrée peut être trouvé par l'évaluation de la distribution du courant de l'antenne. Donc, l'impédance d'entrée peut être calculée par la division du voltage d'entrée par le courant d'entrée. Le calcul précise de l'impédance d'entrée est une tache qui est peu sensible du modèle utilisé pour l'alimentation.

3.6.2. Champ rayonné :

Connaissons la distribution du courant, on peut déterminer le champ lointain par les méthodes classiques utilisées

Pour le cas d'une antenne filaire linéaire selon l'axe z , avec N fonctions de base (PWS) on aura :

$$E_{\theta}(\theta) = \left[\int_{z_{n-1}}^{z_n} \sin k(z' - z_{n-1}) e^{jkz' \cos \theta} dz' + \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sin k(z_{n+1} - z') e^{jkz' \cos \theta} dz' \right] \left[\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jKR} \sin \theta \sum_{n=1}^N \frac{I_n}{\sin(k\Delta z_n)} \right] \quad (3-51)$$

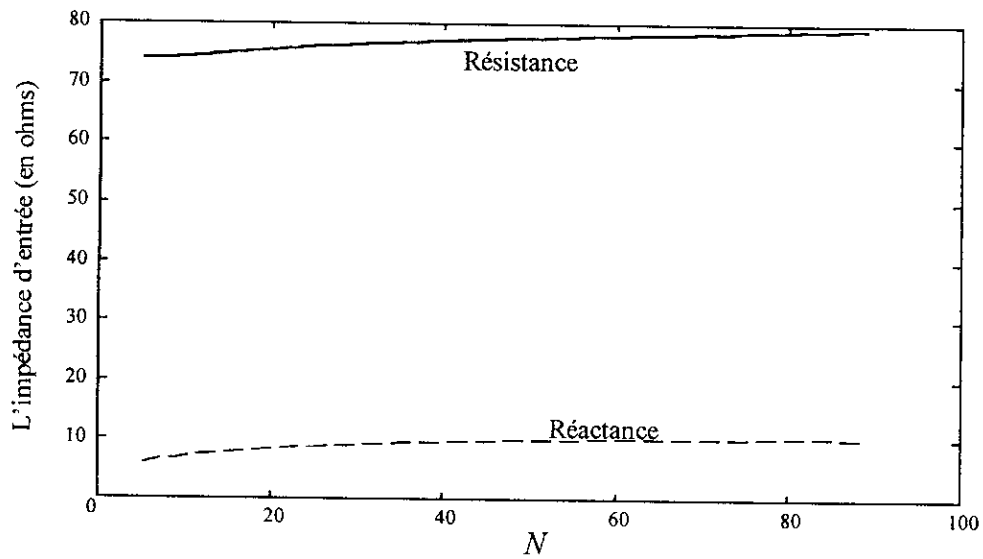
Pour le cas d'une antenne filaire circulaire placée dans le plan (x, y) avec de fonction de base rectangulaire :

$$E_{\phi}(\theta, \phi) = \left[\frac{j\omega\mu}{4\pi r} e^{-jKR} \sin \theta \sum_{n=1}^N I_n \right] \int_{\phi_n - \Delta\phi}^{\phi_n} \cos(\phi - \phi') e^{jkb \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' \quad (3-52)$$

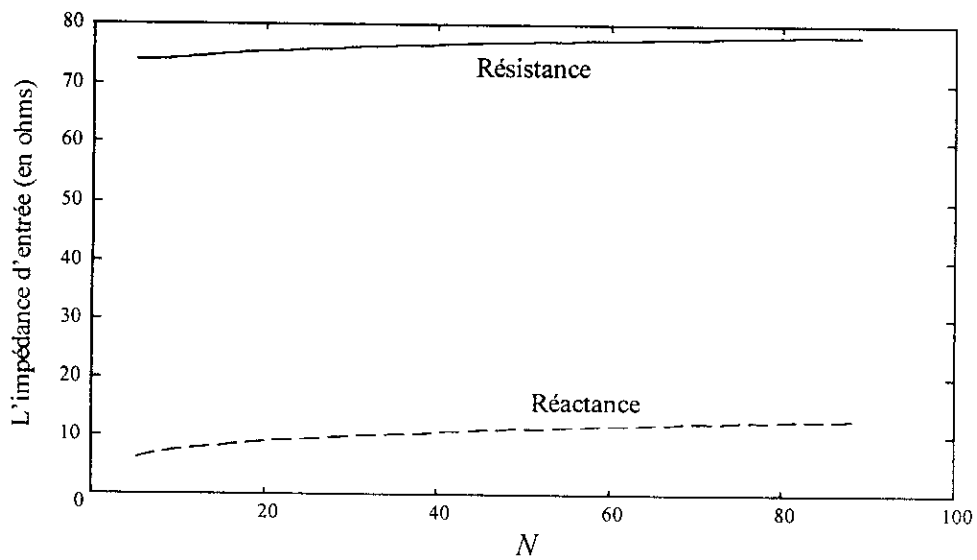
3.7. La convergence de la méthode des moments :

L'application de la méthode des moments nécessite une division de l'antenne en N segments. Pour que cette méthode converge, il faut que N soit grand. Il faut insister que N n'est pas pris arbitrairement grand sans éprouver des résultats numériques stables. La figure.3.9 montre l'influence du nombre de fonction de base N sur la résistance et la réactance d'entrée d'une antenne dipôle (demi-onde). On remarque que la résistance d'entrée converge vers une valeur de 80Ω et la réactance d'entrée converge vers une valeur de 10Ω , pour les trois courbes (a), (b), (c). Donc, les trois courbes convergent pratiquement vers les mêmes valeurs. La figure.3.9.a et la figure.3.9.b montre que l'utilisation des deux types de modélisation de source d'excitation donne pratiquement les mêmes courbes. On remarque aussi que la méthode de **Galerkin** converge plus rapidement que la méthode point segment. La figure.3.10 montre aussi l'influence du nombre de fonction de base N sur la résistance et la réactance d'entrée d'une antenne circulaire de rayon $0.5/\lambda\pi$. On remarque aussi que la résistance et la réactance convergent vers des valeurs stables.

D'après les courbes, il est évident que la convergence des méthode des moment est obtenue pour $N \approx 61$, et pour renforcer la convergence on prend $N=81$.



(a) générateur delta gap



(b) générateur à frill magnétique

fig.3.9 : La résistance d'entrée et la réactance d'entrée d'une antenne dipôle de longueur $L = 0.47\lambda$ en fonction de N , avec la méthode Galerkin

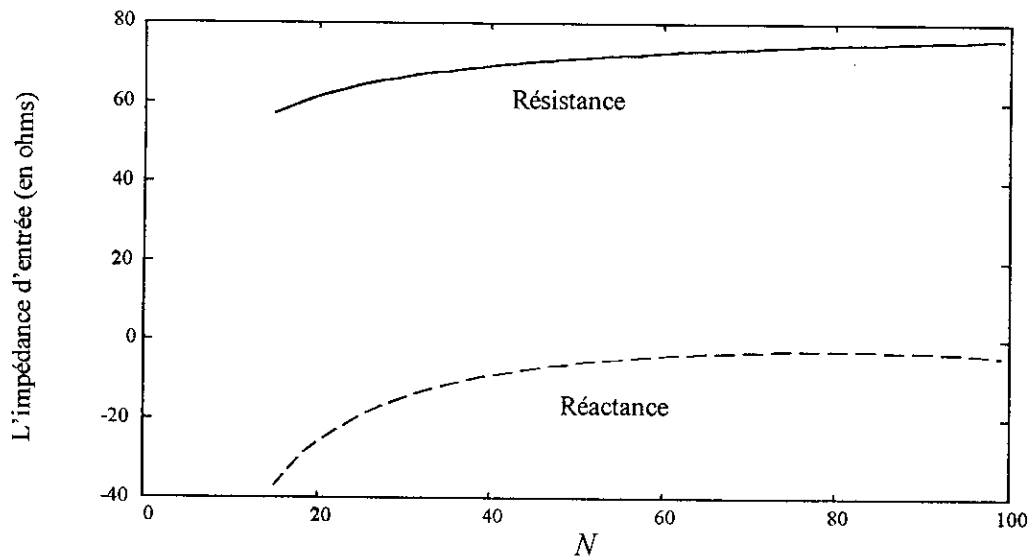


fig.3.9.c : La résistance d'entrée et la réactance d'entrée d'une antenne dipôle de longueur $L = 0.47\lambda$ en fonction de N , avec la méthode point

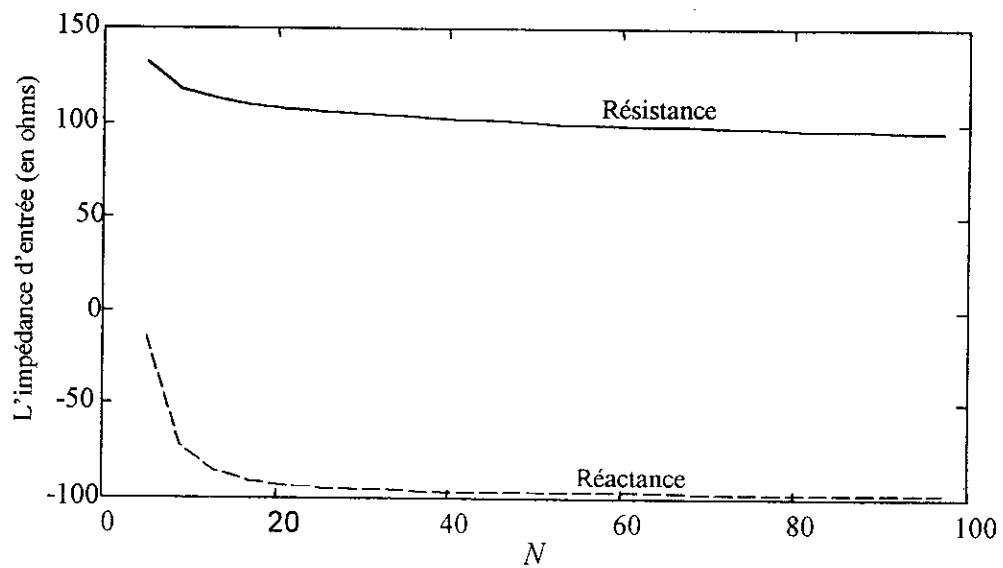


fig.3.9.c : La résistance d'entrée et la réactance d'entrée d'une antenne circulaire de rayon $b = 0.5\lambda/\pi$ en fonction de N . Avec la méthode point segment

CHAPITRE 4

LES RÉSULTATS

4.1. Antenne dipôle :

4.1.1. La distribution de courant :

Les figures ci-dessous donnent l'amplitude et la phase du courant d'une antenne dipôle. Chacune d'elles représente l'amplitude et la phase d'un dipôle de longueur L pour deux valeurs de Ω ($\Omega = 2 \ln L/a$). On constate que la forme de la distribution du courant dépend essentiellement de la longueur de l'antenne.

Pour un dipôle de longueur normalisée $L/\lambda = 0.01$ (fig.4.1.a), la phase est constante et l'amplitude du courant est de forme triangulaire, mais ne prend que des valeurs très petites, ce qui est équivalent au doublet de **Hertz**. Pour une antenne de faible longueur $L/\lambda = 0.1$ (fig.4.1.b), la phase est aussi constante et l'amplitude est de forme triangulaire. Pour des longueurs d'antennes supérieures à la demi-onde, l'amplitude du courant est sinusoïdale et la phase est constante sur des intervalles de largeur demi-onde et subit un saut chaque demi longueur d'onde, à cause de la variation spatiale cyclique. L'effet du diamètre du dipôle est bien illustré sur la figure.4.2. pour le cas d'une antenne très mince ($\Omega = 18$) l'amplitude du courant est pratiquement nulle au centre. Par contre, si l'antenne est de diamètre important ($\Omega = 10$) le courant au centre de l'antenne présente un pic.

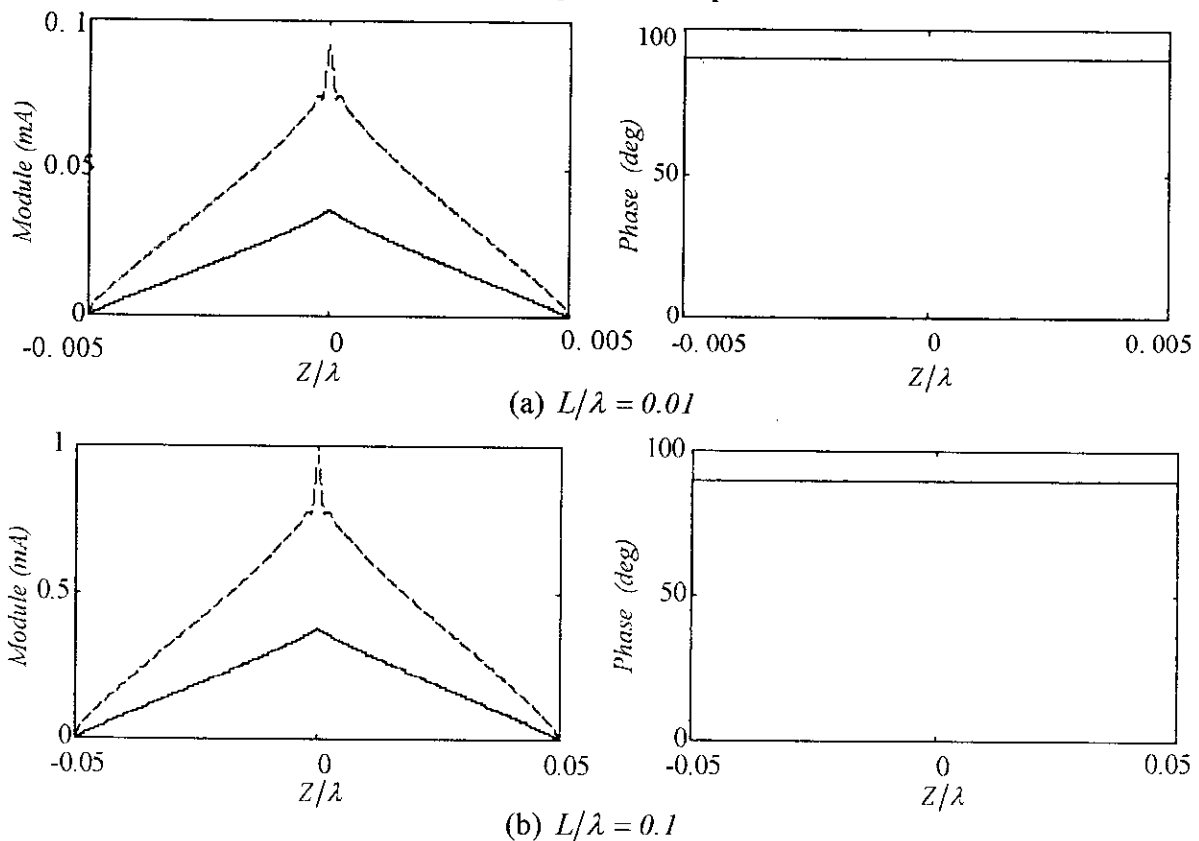


Fig.4.1 : La distribution du courant d'antenne dipôle
 — $\Omega = 18$ - - - $\Omega = 10$

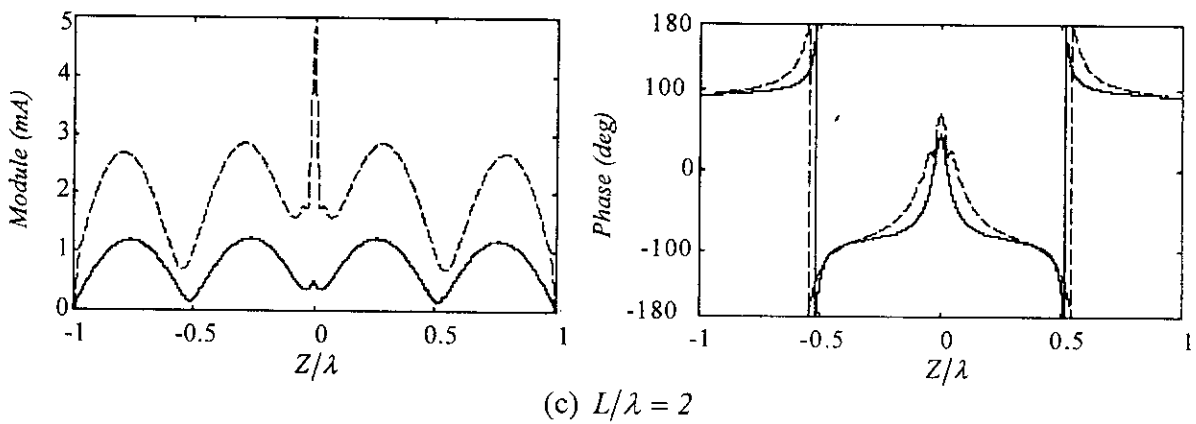
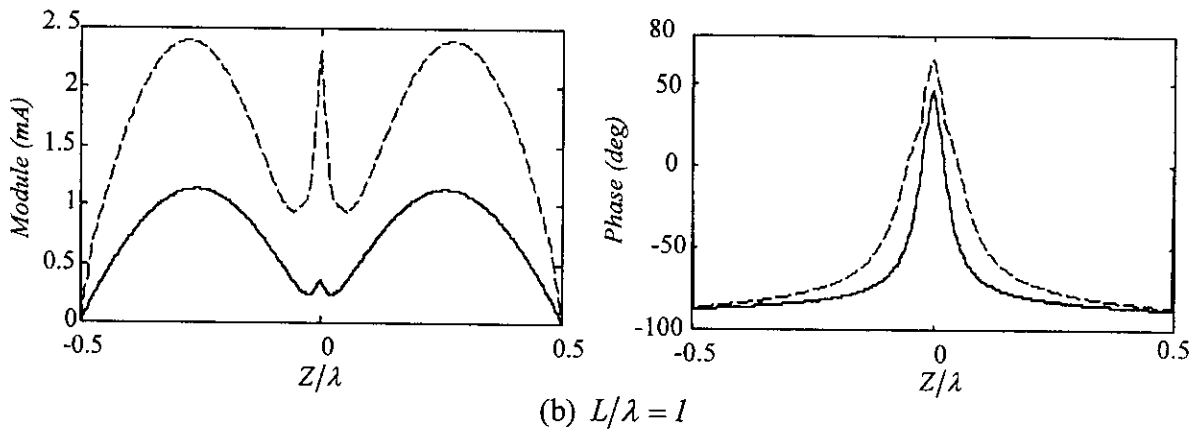
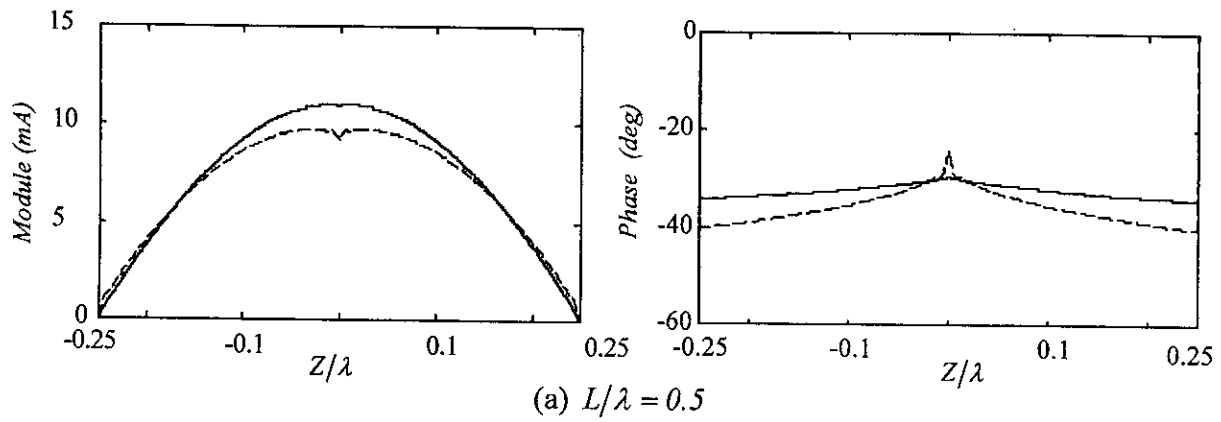


Fig.4.2 : La distribution du courant d'antenne dipôle
 — $\Omega = 18$ - - - $\Omega = 10$

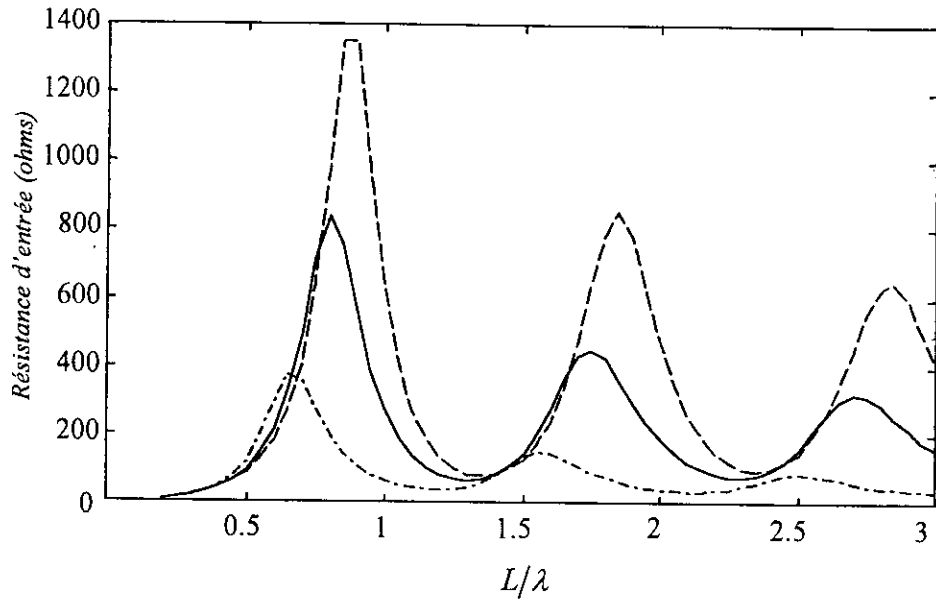
4.1.2. L'impédance d'entrée du dipôle :

Le comportement général de l'impédance d'entrée d'une antenne dipôle en fonction de sa longueur normalisée L/λ est illustré à la figure 4.3. On constate que les antennes de longueur inférieure à une demi-onde ont des résistances très petites et des grandes réactances capacitives. On remarque que lorsque $L/\lambda \cong 0.48$ la réactance est nulle, et la résistance est égale à 78Ω pour les trois valeurs de Ω . Cette longueur est la première longueur de résonance. Pour le cas des antennes minces, une deuxième résonance est obtenue pour une longueur de l'antenne entre 0.8λ et 0.9λ , mais avec une très grande résistance d'entrée (résistance maximale), car le courant au centre d'une antenne dipôle de longueur λ environ est très faible. D'autres résonances sont obtenues pour ces antennes pour des longueurs $n\lambda/2$ environ. Si l'antenne est épaisse ($\Omega = 8$), la résistance devient petite et la réactance s'annule seulement pour deux longueurs de l'antenne. Avec la deuxième résonance est obtenue pour une longueur qui s'éloigne de la longueur d'onde. Donc, plus le diamètre de l'antenne est petit, plus la deuxième longueur de résonance s'approche de la longueur d'onde, et la résistance d'entrée diminue et atteint des centaines d'ohms.

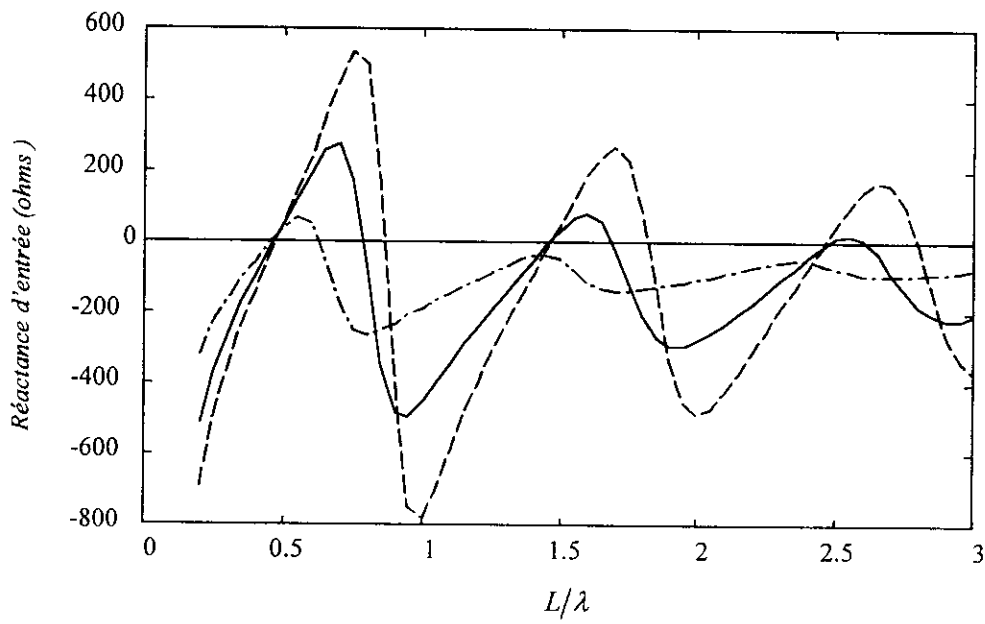
4.1.3. Le diagramme de rayonnement :

Le champ électrique rayonné par une antenne dipôle ne dépend pas de ϕ , donc, il est évident que dans le plan horizontal le diagramme de rayonnement est un cercle de rayon égal à l'unité (fig. 4.4.1).

La figure 4.4.2 illustre les diagrammes de rayonnement pour différentes longueurs de dipôle. Tant que la longueur de l'antenne est inférieure ou égale à la longueur d'onde, le diagramme ne contient que deux lobes principaux dont les maxima sont dans la direction horizontale ($\theta = \frac{\pi}{2}$) et les directions de rayonnement nul sont suivant la verticale ($\theta = 0$ et π). La directivité du rayonnement augmente avec l'augmentation de la longueur de l'antenne. Pour des longueurs d'antenne supérieures à λ le diagramme de rayonnement présente des lobes secondaires. Le nombre de ces lobes dépend de la longueur de l'antenne. Par exemple une antenne de longueur 1.25λ , le diagramme de rayonnement présente deux lobes principaux dans la direction horizontale et des quatre lobes secondaires qui sont à -3 dB de lobe principale (fig. 4.5.b).



(a) La résistance



(b) La réactance

Fig.4.3 : L'impédance d'entrée d'une antenne dipôle en fonction de L/λ

- $\Omega = 8$
- $\Omega = 12$
- · - · - $\Omega = 10$

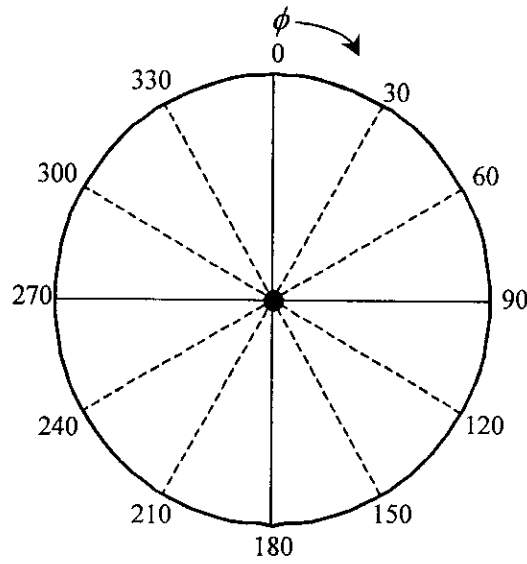


Fig.4.4.1 : Diagramme de rayonnement d'une antenne dipôle dans le plan horizontal ($\theta = \frac{\pi}{2}$)

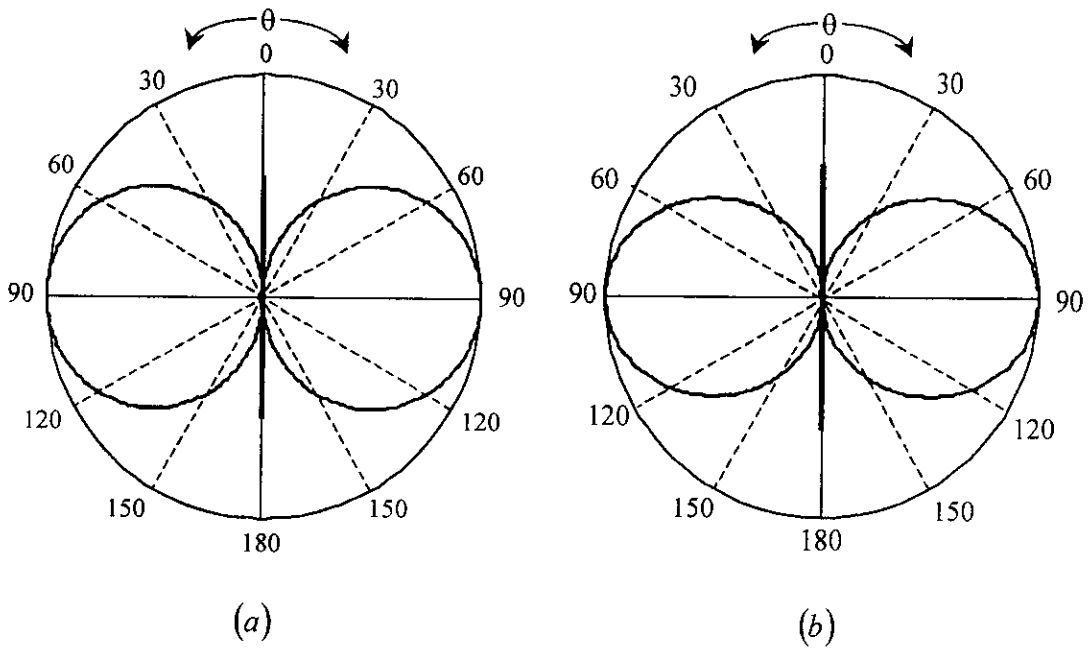


Fig.4.4.2 : Diagramme de rayonnement d'une antenne dipôle dans le plan vertical ($\phi = 0$)
 ($\Omega = 10$)
 (a) $L/\lambda = 0.1$
 (b) $L/\lambda = 0.47$

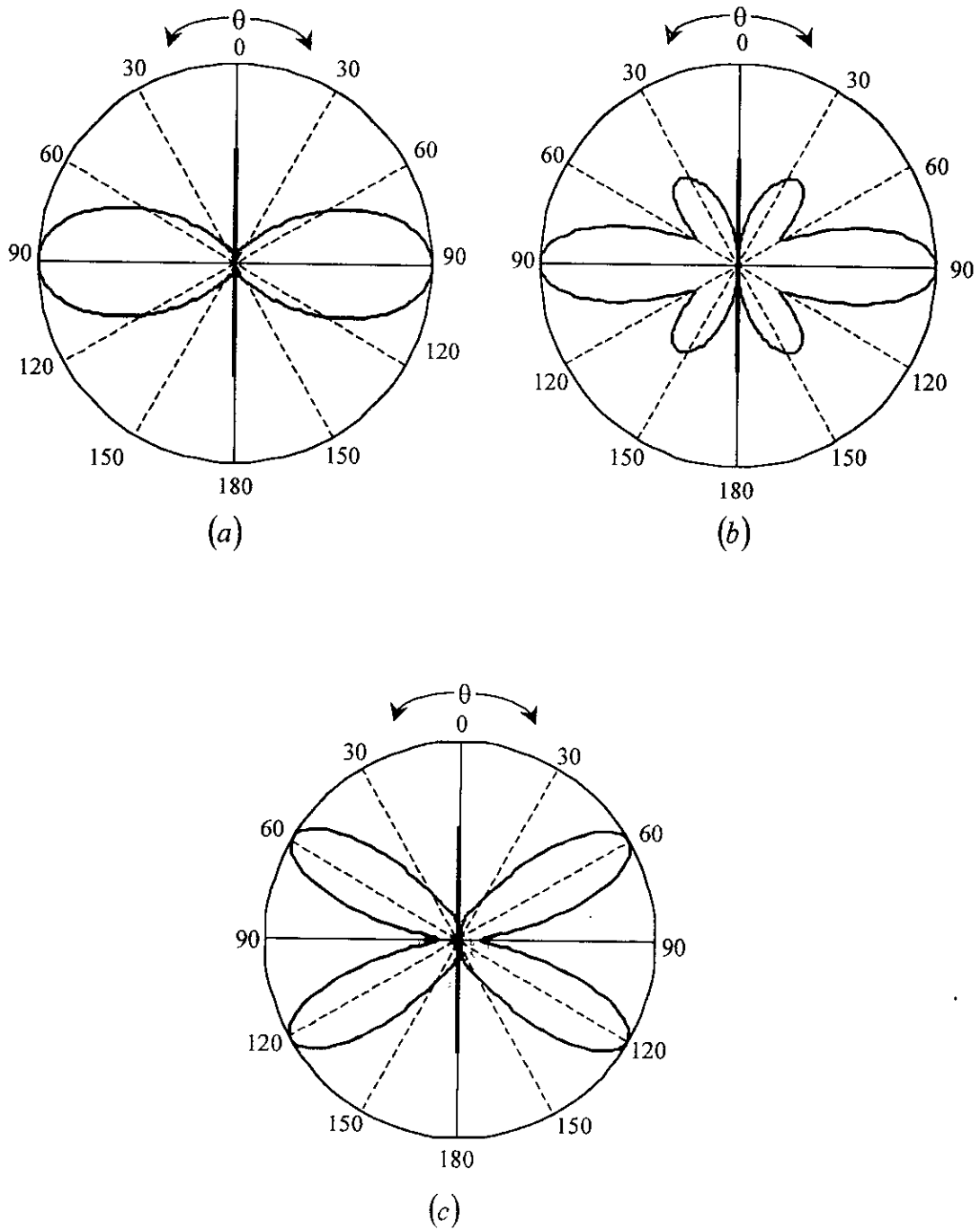


Fig.4.5 : Diagramme de rayonnement d'une
antenne dipôle dans le plan vertical
($\Omega = 10$)

- (a) $L/\lambda = 1$
 (b) $L/\lambda = 1.25$
 (c) $L/\lambda = 2$

4.1.4. La directivité :

Les résultats obtenus dans la figure 4.6 pour la directivité en fonction de L/λ montre qu'il y a des valeurs maximales et des valeurs minimales. Le premier maximum est obtenu pour une longueur d'antenne égale à λ environ. Pour une antenne épaisse la directivité maximale est obtenue pour une longueur d'antenne environ 2.5λ .

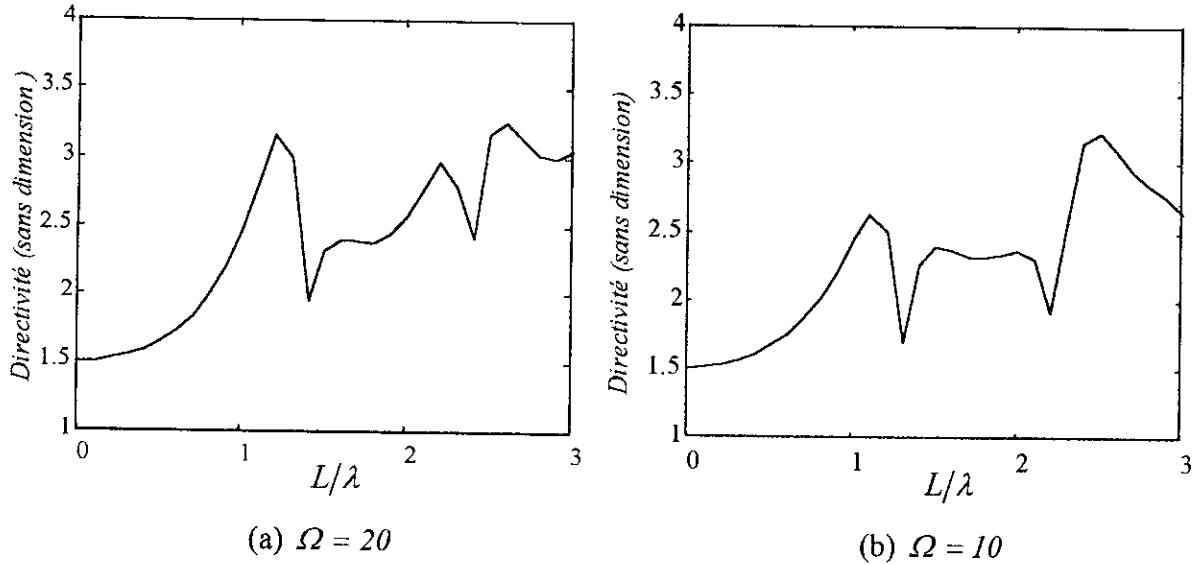


Fig. 4.6: Variation de la directivité d'une antenne dipôle en fonction de L/λ

4.1.5. Résistance de rayonnement :

La résistance de rayonnement varie entre des maximums et des minimums (fig.4.7). Les maximums sont obtenus pour les longueurs λ , 2λ , 3λ environ. Les minimums sont obtenus pour les longueurs 1.5λ , 2.5λ environ. Pour une antenne de $\Omega = 20$ les valeurs des maximums augmentent avec la longueur de l'antenne, contrairement à l'antenne qu'ayant $\Omega = 10$.

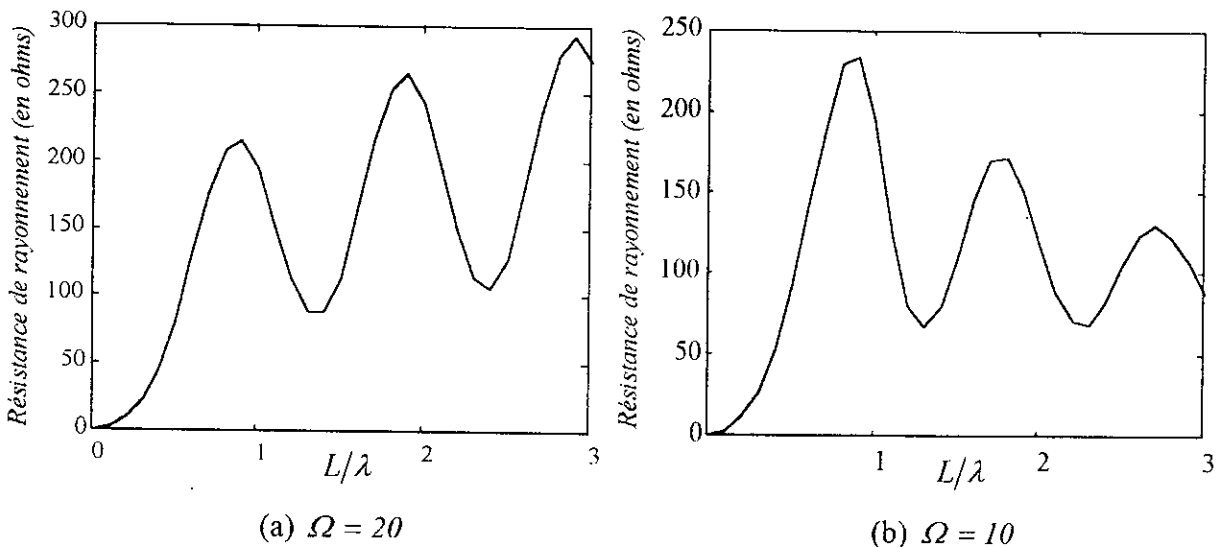


Fig. 4.7 : Variation de la résistance de rayonnement d'une antenne dipôle en fonction de L/λ

4.1.6. La bande passante :

D'une manière générale, la bande passante d'une antenne dipôle est la bande de fréquence pour laquelle les performances radioélectriques de cette antenne restent conformes à une norme imposée.

La bande passante est celle pour laquelle la partie réelle de l'impédance d'entrée est supérieure ou égale à 0.707 fois sa valeur maximale. La figure.4.8 illustre la bande passante d'une antenne dipôle de longueur 1m aux fréquences 0.1 et 0.4 GHz.

- Pour une antenne épaisse ($\Omega = 10$) : B=20.6%
- Pour une antenne mince ($\Omega = 20$) : B=8.9%

On remarque que lorsque l'antenne est mince la bande passante diminue.

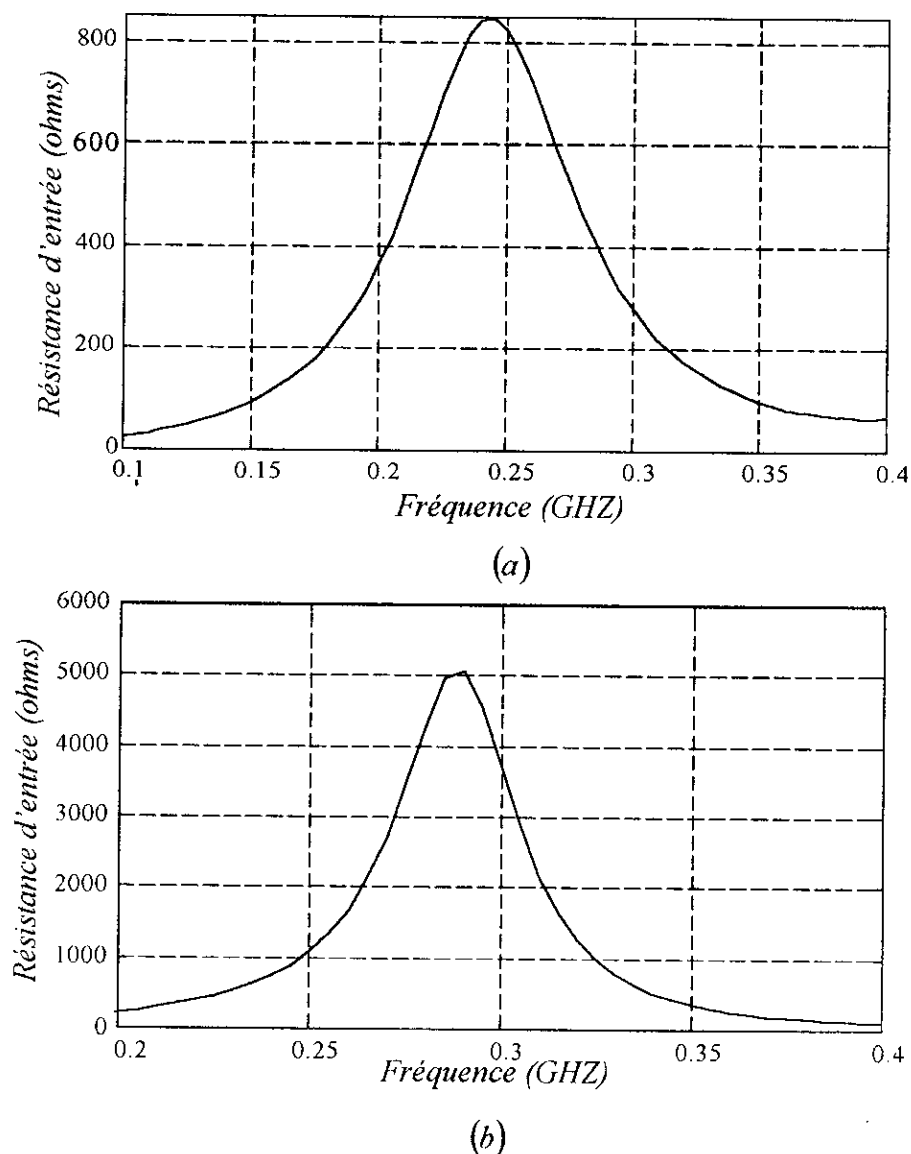


Fig.4.8 :la bande passante d'une antenne dipôle

(a) $\Omega = 10$ (b) $\Omega = 20$

4.1.4. La directivité :

Les résultats obtenus dans la figure 4.6 pour la directivité en fonction de L/λ montre qu'il y a des valeurs maximales et des valeurs minimales. Le premier maximum est obtenu pour une longueur d'antenne égale à λ environ. Pour une antenne épaisse la directivité maximale est obtenue pour une longueur d'antenne environ 2.5λ .

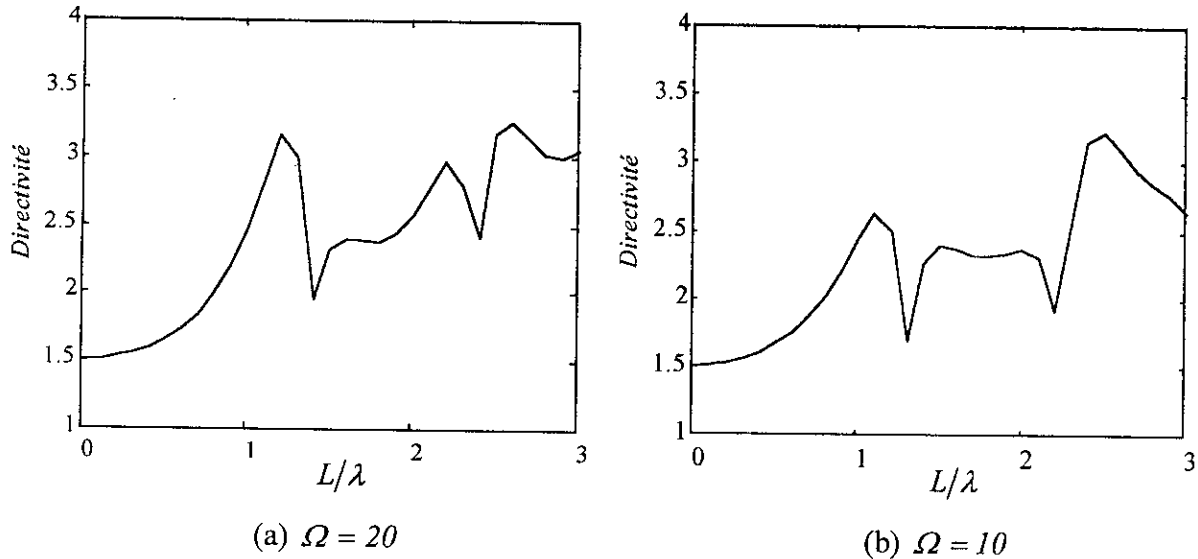


Fig. 4.6: Variation de la directivité d'une antenne dipôle en fonction de L/λ

4.1.5. Résistance de rayonnement :

La résistance de rayonnement varie entre des maximums et des minimums (fig.4.7). Les maximums sont obtenus pour les longueurs λ , 2λ , 3λ environ. Les minimums sont obtenus pour les longueurs 1.5λ , 2.5λ environ. Pour une antenne de $\Omega = 20$ les valeurs des maximums augmentent avec la longueur de l'antenne, contrairement à l'antenne qu'ayant $\Omega = 10$.

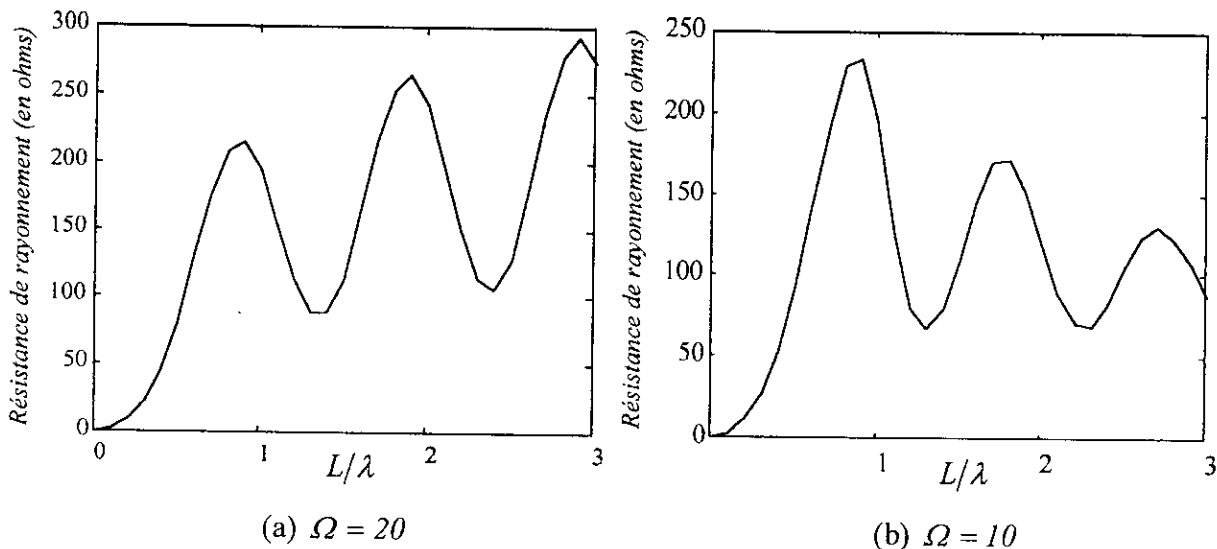


Fig. 4.7 : Variation de la résistance de rayonnement d'une antenne dipôle en fonction de L/λ

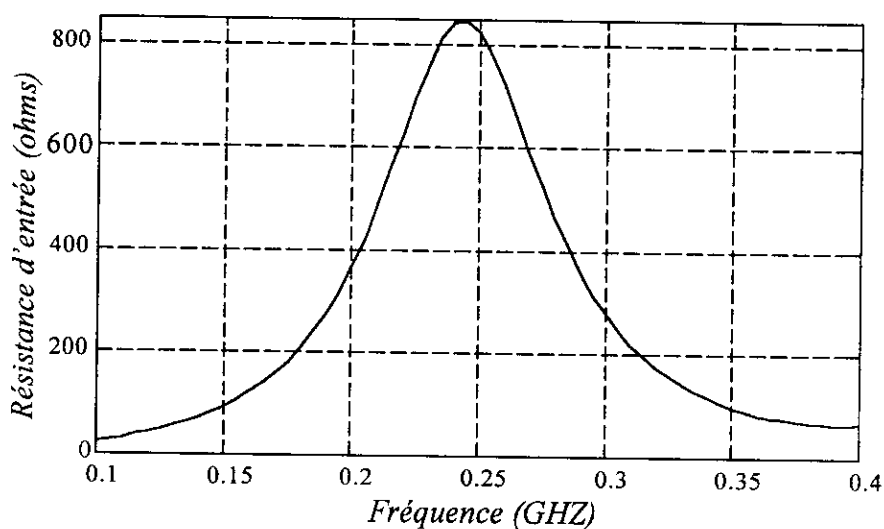
4.1.6. La bande passante :

D'une manière générale, la bande passante d'une antenne dipôle est la bande de fréquence pour laquelle les performances radioélectriques de cette antenne restent conformes à une norme imposée.

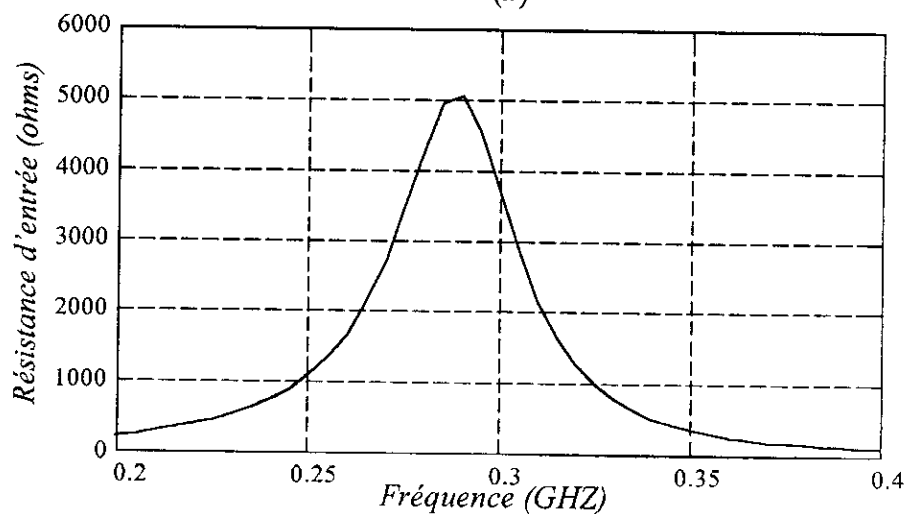
La bande passante est celle pour laquelle la partie réelle de l'impédance d'entrée est supérieure ou égale à 0.707 fois sa valeur maximale. La figure.4.8 illustre la bande passante d'une antenne dipôle de longueur 1m à la fréquence 0.2 GHz.

- Pour une antenne épaisse ($\Omega = 10$) : B=20.6%
- Pour une antenne mince ($\Omega = 20$) : B=8.9%

On remarque que lorsque l'antenne est mince la bande passante diminue.



(a)



(b)

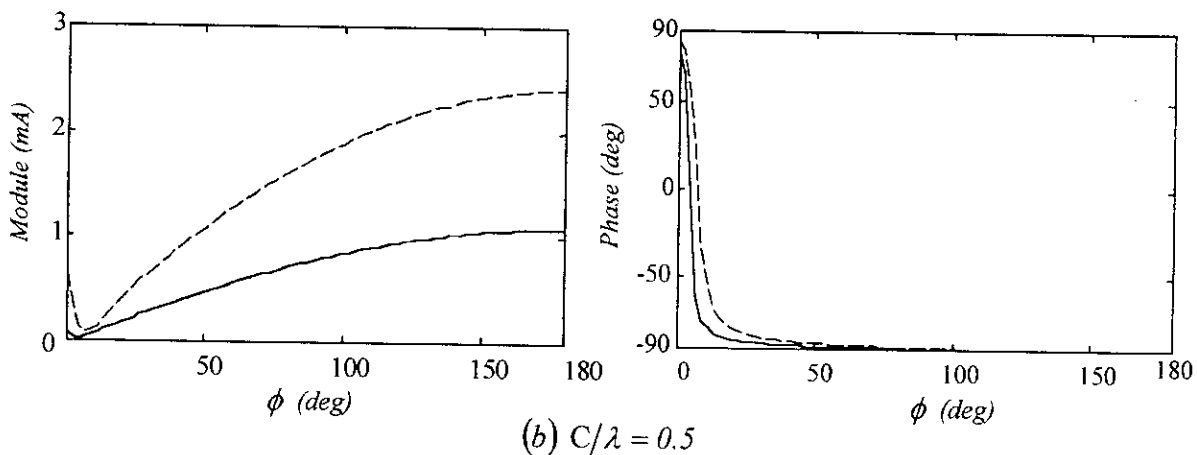
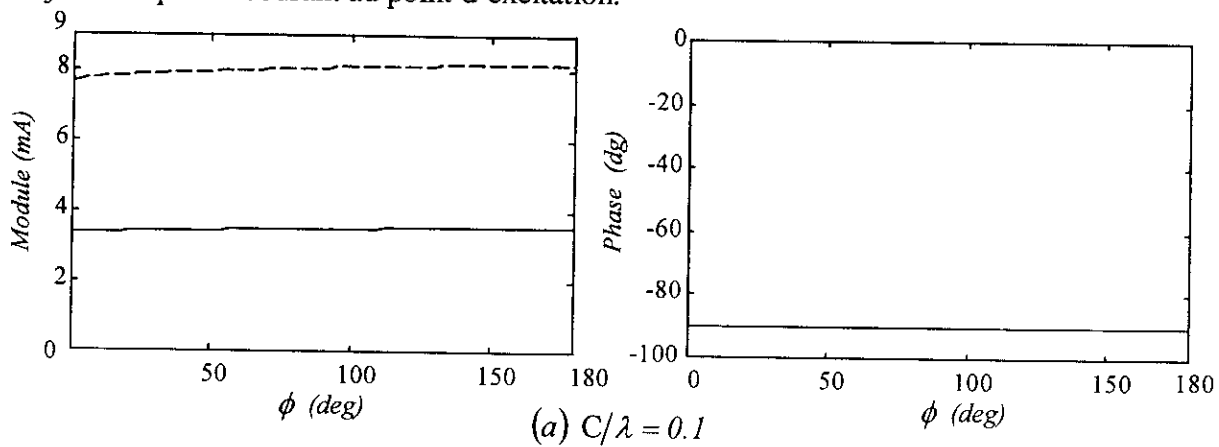
Fig.4.8 :la bande passante d'une antenne dipôle

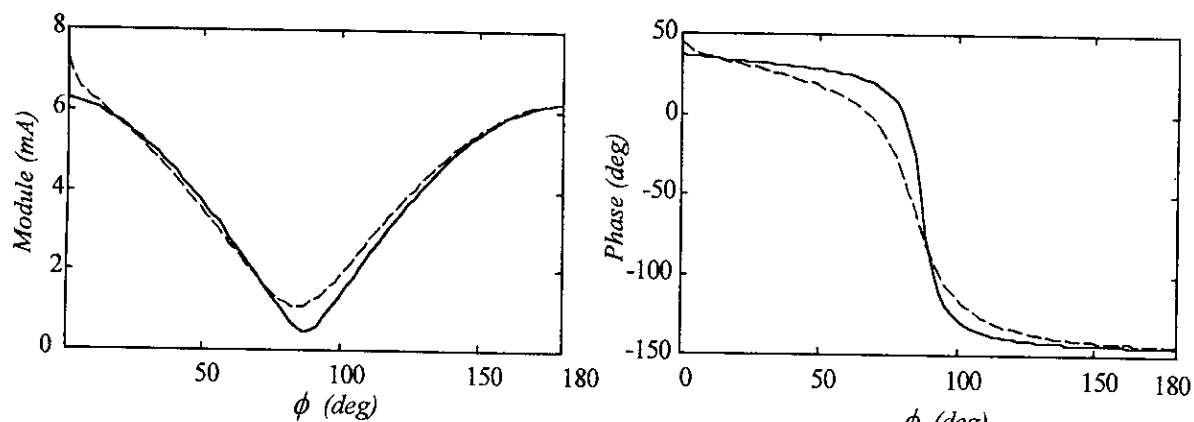
(a) $\Omega = 10$ (b) $\Omega = 20$

4.2. Antenne circulaire :

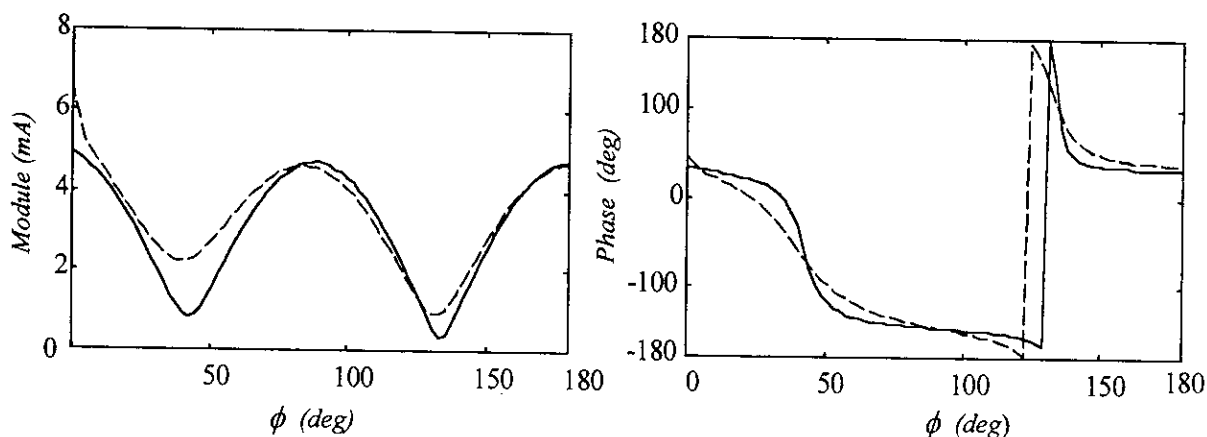
4.2.1. Distribution du courant :

L'amplitude et la phase du courant d'une antenne cylindrique circulaire sont représentées pour plusieurs circonférence sur la figure.4.9 . On constate que la forme de la distribution du courant dépend de la circonférence de l'antenne. Pour une antenne électriquement petite ($C \approx 0.1\lambda$). L'amplitude est constante, et la phase est aussi avec une valeur de (-90^0) près. Donc, le courant est imaginaire c'est à dire que l'impédance d'entrée de l'antenne est purement réactive. Pour une antenne de circonférence égale à la demi-onde, l'amplitude s'approche de la forme sinusoïdale, et est pratiquement nulle au point d'excitation. La phase de cette antenne est constante (-90^0) sauf au point d'excitation, où elle présente un saut de 180^0 . Pour des antennes ayant une circonférence supérieure à la longueur d'onde, l'amplitude du courant est de forme sinusoïdale, et la phase est constante sur des intervalles qui dépendent de la circonférence de l'antenne (fig.4.9). Il y a un saut de phase aux minimums de l'amplitude du courant (fig.4.9). L'effet du diamètre de l'antenne sur la phase du courant est pratiquement négligeable. Pour une antenne épaisse ($\Omega = 10$), on remarque toujours un pic du courant au point d'excitation.

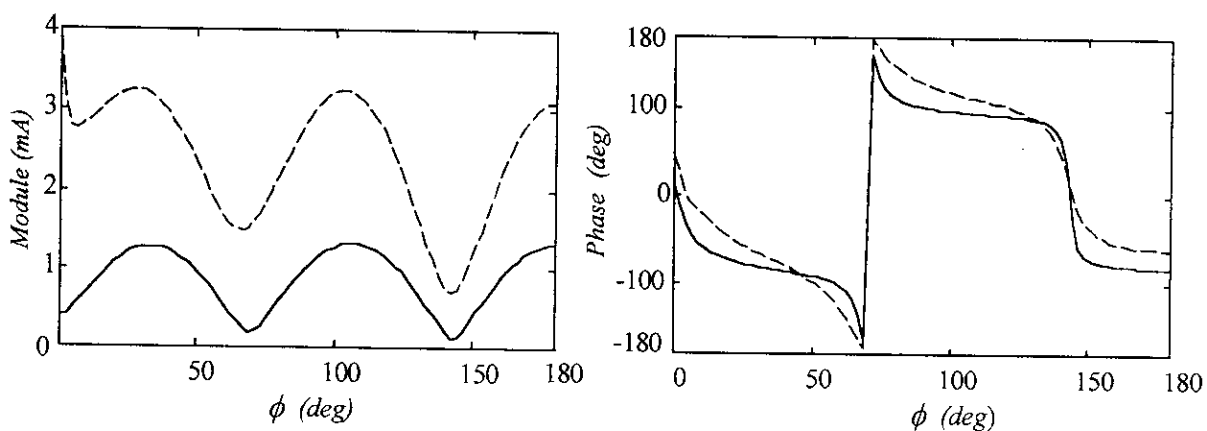




(c) $C/\lambda = 1$



(d) $C/\lambda = 2$



(e) $C/\lambda = 2.5$

Fig.4.9 : La distribution du courant d'une antenne cylindrique de forme circulaire

— $\Omega = 10$
 ---- $\Omega = 18$

4.2.2. L'impédance d'entrée d'une antenne circulaire :

La variation de la résistance et de la réactance d'une antenne en cadre circulaire est illustrée sur la figure.4.10. Dans cette figure, le diamètre de l'antenne prend trois valeurs : $\Omega = 2\ln(c/a) = 8, 10, 12$.

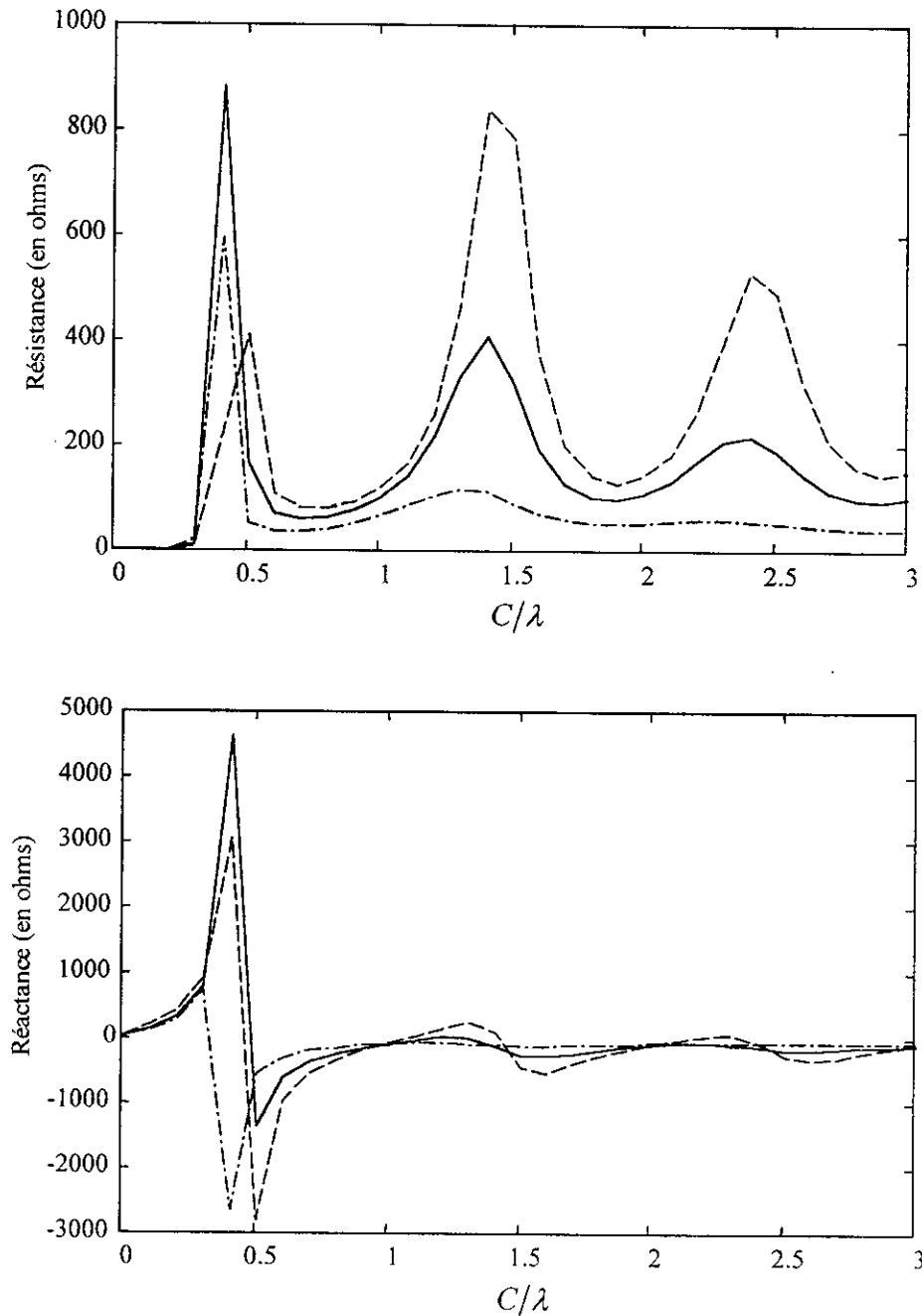


Fig.4.10 : L'impédance d'entrée d'une antenne circulaire en fonction de C/λ

- $\Omega = 8$
- $\Omega = 12$
- · - · - $\Omega = 10$

Il est évident que la première anti-résonance (résistance d'entrée maximale) se produit lorsque $C \approx \lambda/2$ environ. La figure.4.10 montre que lorsque l'antenne circulaire devient de plus en plus épaisse, il y a une disparition rapide de l'anti-résonance. Par exemple, pour $\Omega = 8$, il y a seulement une seule anti-résonance.

Lorsque $C > \lambda$, les courbes de résistance et de réactance deviennent similaires qualitativement à celle d'une antenne dipôle. La différence majeure entre le dipôle et l'antenne circulaire est que cette dernière est plus capacitive que la première. On remarque aussi que l'antenne circulaire électriquement petite est inductive, par contre l'antenne dipôle petite est capacitive.

4.2.3. Diagramme de rayonnement :

Il est évident que la forme du diagramme de rayonnement dépend de la circonférence de l'antenne .

Pour une antenne électriquement petite $C = 0.1\lambda$ (fig.4.11). Le diagramme de rayonnement dans le plan horizontal ($\theta = \pi/2$) est pratiquement un cercle. Dans le plan vertical ($\phi = 0$) le rayonnement est maximum dans la direction horizontale ($\theta = 90^\circ$), minimum dans la direction verticale ($\theta = 0$).

La figure.4.11.b illustre le diagramme de rayonnement d'une antenne circulaire de circonférence ($C = 0.5\lambda$) dans les deux plans horizontal et vertical. Dans le plan horizontal ($\theta = \pi/2$) le diagramme de rayonnement est aussi pratiquement un cercle. Dans le plan vertical, les maximums de rayonnement sont dans le plan horizontal et les minimums dans le plan vertical où ces minimums chute de 3 dB par rapport aux maximums (fig.4.11). Donc pratiquement cette antenne rayonne dans toutes les directions et c'est pour cela qu'elle est très utilisée à la réception.

Pour des antennes de circonférence supérieure à la longueur d'onde (fig.4.11) le diagramme dans le plan vertical présente des lobes secondaires et le rayonnement est maximum dans la direction horizontale. Le diagramme de rayonnement dans le plan horizontal ($\theta = 90^\circ$) est aussi forme de cercle, ce qui nous permet de constater que l'axe z est un axe de symétrie. Ces antennes comportent des lobes principaux et des lobes secondaires. On constate que le nombre des lobes augmente si la circonférence devient grand.

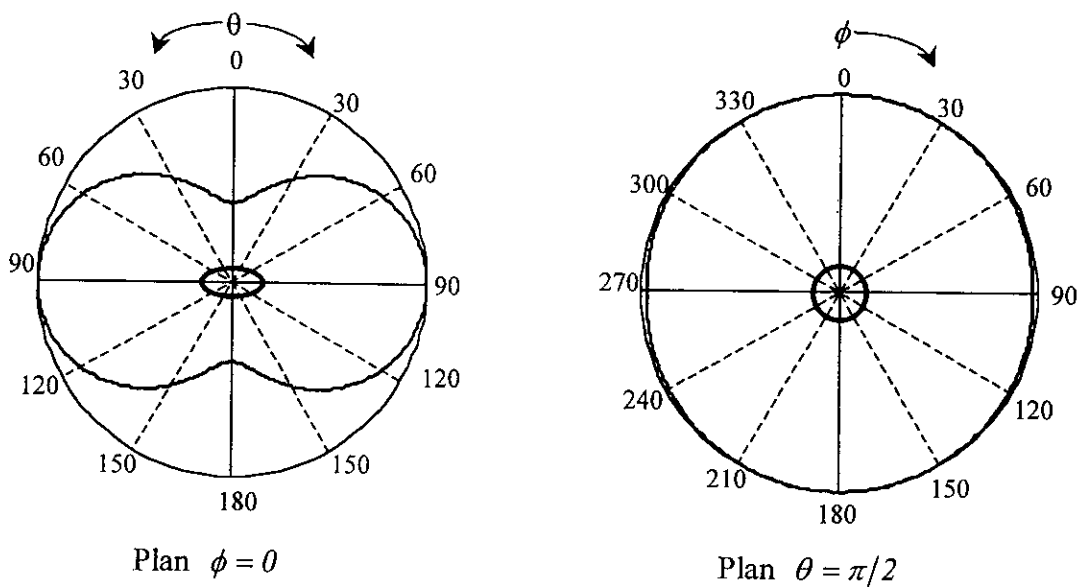


Fig.4.11.a : Diagramme de rayonnement d'antenne filaire circulaire
 $C/\lambda = 0.1$ $\Omega = 10$

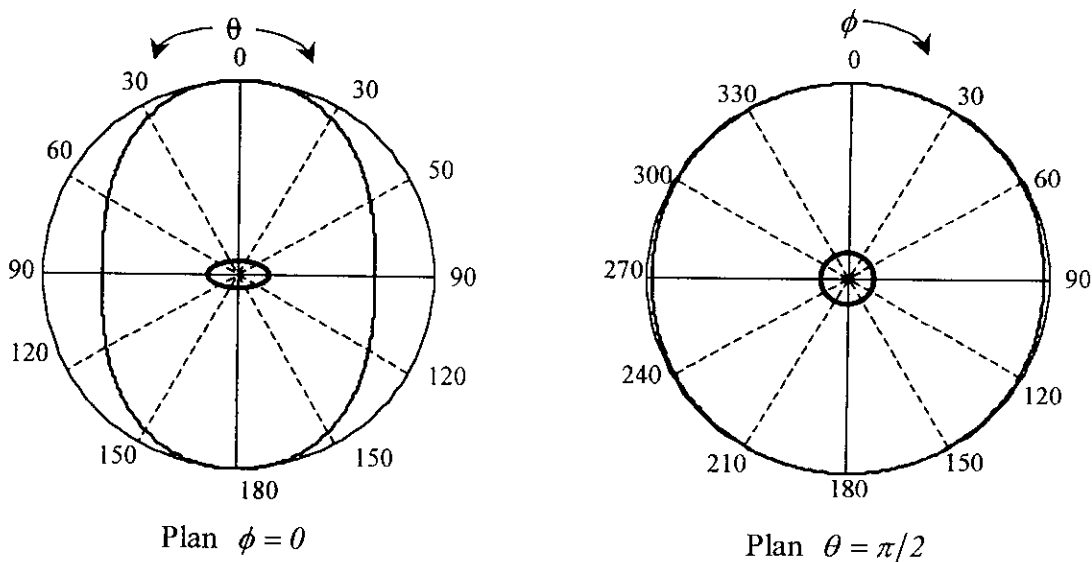


fig.4.11.b : Diagramme de rayonnement d'antenne filaire circulaire
 $C/\lambda = 0.5$ $\Omega = 10$

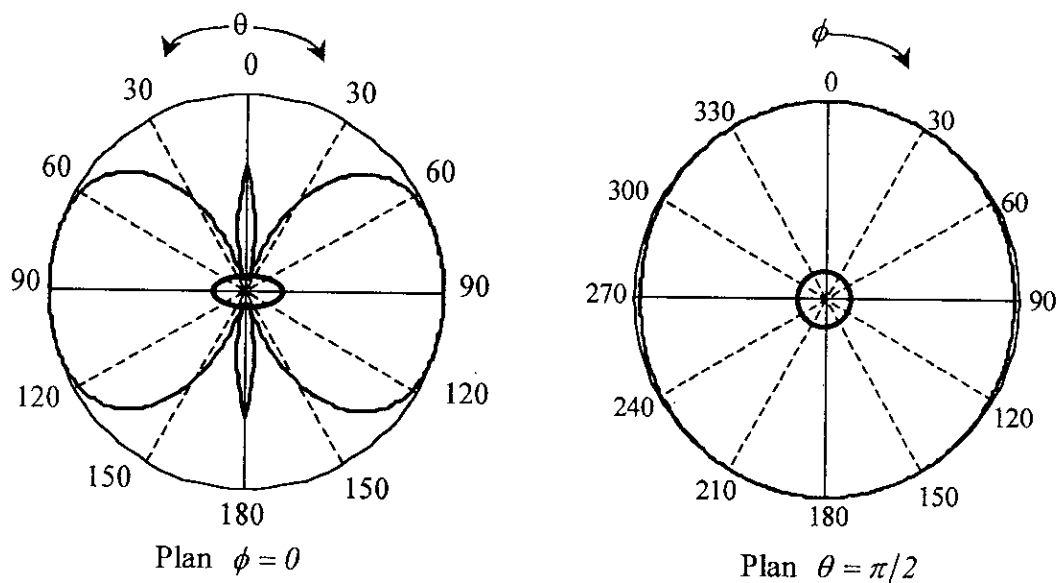


Fig.4.11.c : Diagramme de rayonnement d'antenne filaire circulaire
 $C/\lambda = 1$ $\Omega = 10$

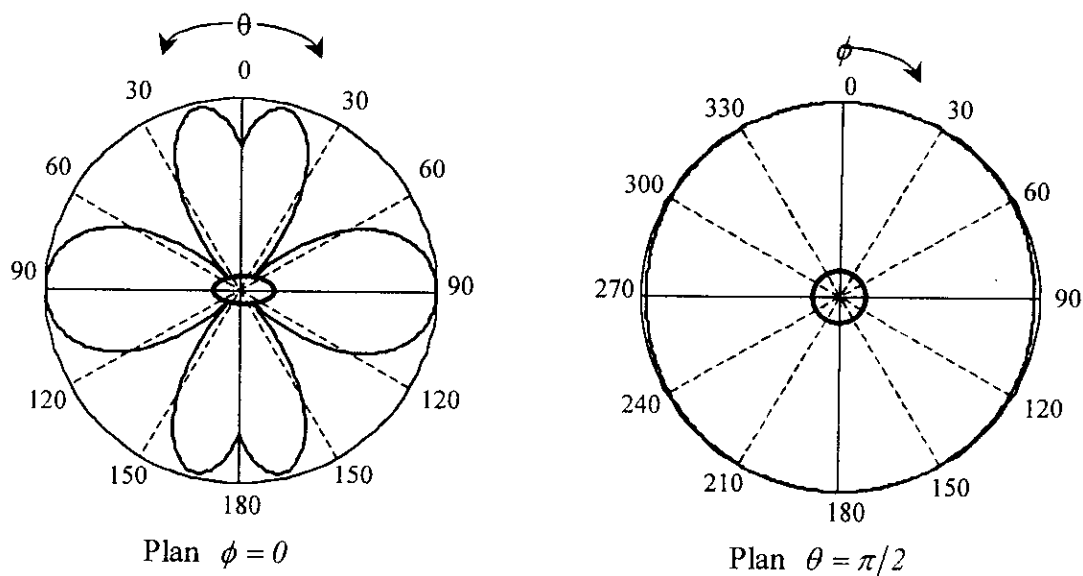


Fig.4.11.d : Diagramme de rayonnement d'antenne filaire circulaire
 $C/\lambda = 0.5$ $\Omega = 10$

4.2.4. Bande passante d'une antenne circulaire :

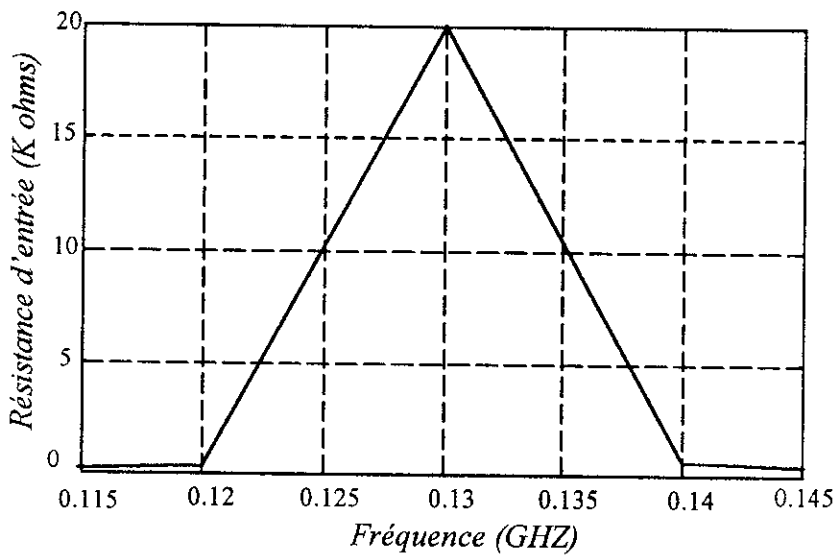
La bande passante d'une antenne circulaire est aussi calculée de la même manière que celle d'un dipôle :

Un exemple de calcul de la bande passante d'une antenne circulaire de circonférence 1m aux fréquences 0.12 et 0.16 GHz (fig.4.12).

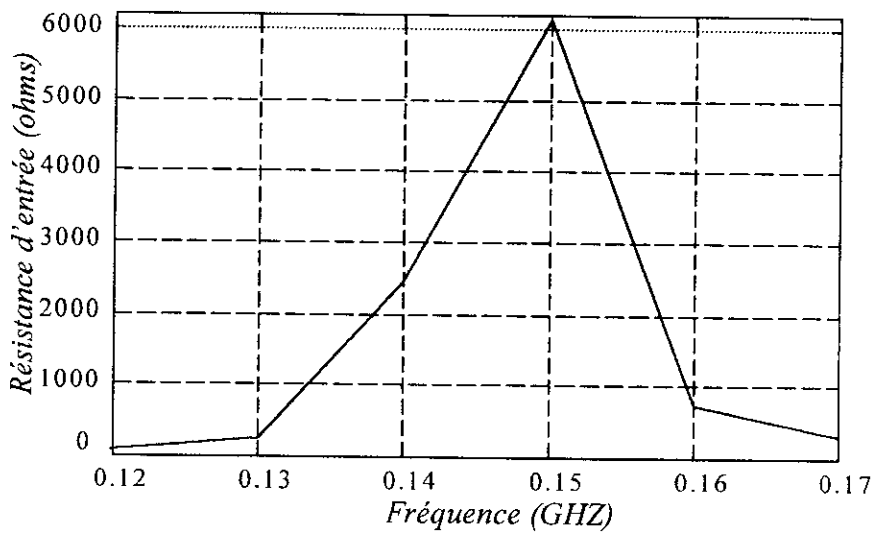
Pour une antenne mince ($\Omega = 20$) la BP=5.7 %

Pour une antenne épaisse ($\Omega = 10$) la BP=4.6 %

On remarque aussi que les bandes passantes sont les mêmes.



(a)



(b)

Fig.4.12 : La bande passante d'une circulaire

(a) $\Omega = 10$ (b) $\Omega = 20$

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion :

La résolution de l'équation intégrale a permis la détermination de la distribution du courant le long d'une antenne filaire. Cette distribution a été utilisée afin d'obtenir les caractéristiques radioélectriques de l'antenne.

L'application de la méthode des moments nécessite un choix des fonctions de base et de test. Le seul critère à prendre en compte pour le choix de ces fonctions étant la convergence de la solution numérique. Une amélioration de la précision est obtenue en augmentant le nombre des fonctions de base utilisées. La convergence de la méthode est obtenue pour un grand nombre de fonctions de base.

Le comportement général d'une antenne dipôle est présenté dans notre travail. La variation de la longueur du dipôle influe sur les caractéristiques de la zone proche (impédance d'entrée) et sur celles de la zone lointaine (champ rayonné). Mais, la variation du diamètre du dipôle influe surtout sur les caractéristiques de la zone proche. L'effet de la variation du diamètre est pratiquement négligeable sur le champ rayonné.

Le comportement général d'une antenne en cadre circulaire est aussi présenté. L'effet de la variation de la circonférence de l'antenne circulaire est similaire à l'effet de la variation de la longueur du dipôle, et la même chose pour le diamètre de l'antenne.

Les résultats obtenus en utilisant la modélisation de la source d'excitation par un générateur « delta gap » sont identiques aux résultats obtenus avec une modélisation de source par générateur à « frill magnétique ». ces résultats obtenus avec les deux types de modélisation se confondent aux résultats de mesure.

La distribution du courant obtenue pour les deux types d'antennes (dipôle, antenne circulaire) est en général de forme sinusoïdale. La différence entre les deux types d'antennes est que le courant est nul aux deux extrémités d'une antenne dipôle, par contre l'antenne circulaire n'a pas d'extrémités (fermée).

Le rayonnement dans le plan horizontal d'une antenne circulaire est pratiquement identique au rayonnement d'une antenne dipôle, par contre les rayonnements dans le plan vertical sont différents.

En général le comportement d'une antenne circulaire est similaire au comportement d'une antenne dipôle.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1]. **R. AKSAS**, *Cours d'antennes*, ENP
- [2]. **C. A. BALANIS**, *Antenna Theory : Analysis And Design*, Heper et Row Publishers, Inc, New York, Second Edition 1997.
- [3]. **R. BRAULT et R. PIAT**, *Les antennes: Principe de Fonctionnement des Antennes d'émissions et de Réceptions Diverses, Directivités, pour Stations Mobiles, . . . , Réglage des Antennes*, Edition Techniques et Scientifiques Française (ETSF), 13 Edition, 1995.
- [4]. **R. E. COLLIN, and F. J. ZUKER**, *Antenna Theory*, McGraw-Hill, New York 1969.
- [5]. **R. E. COLLIN**, *Antenna And Radio-wave Propagation*, McGraw-Hill, New York 1985.
- [6]. **K. N. EDWARD and R. S. K WONG**, *Analysis of a Thin Wire Loop Antenna*, International Journal of Numerical Modeling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol 7, pp 189-199, 1994.
- [7]. **R. S. ELLIOT**, *Antenna Theory and Design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs. N. J, 1981.
- [8]. **R. F. HARRINGTON**, "*Matrix Methods for Field Problems*", Proceeding of the IEEE, Vol 55, pp 256-270, Feb1994.
- [9]. **J. D. KRAUS**, *Antenna*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1950.
- [10]. **D. ROUBERTOU, F. PALADIAN, J. P. PLUMEY et J. FONTAINE**, "*Impédance d'Entrée d'Antennes Filaires*", Ann Télécommun, 39, n 9-10, 1984.
- [11]. **STUTZMAN W. L, and G.A. THIELE**, *Antenna Theory and Design*, John et Sons, Inc, New York 1952.

ANNEXE

Annexe

Organigrammes :

Les organigrammes des deux types d'antenne sont réalisés en MATLAB. L'organigramme général du cas d'une antenne dipôle est donné ci-dessous (Fig A.1)

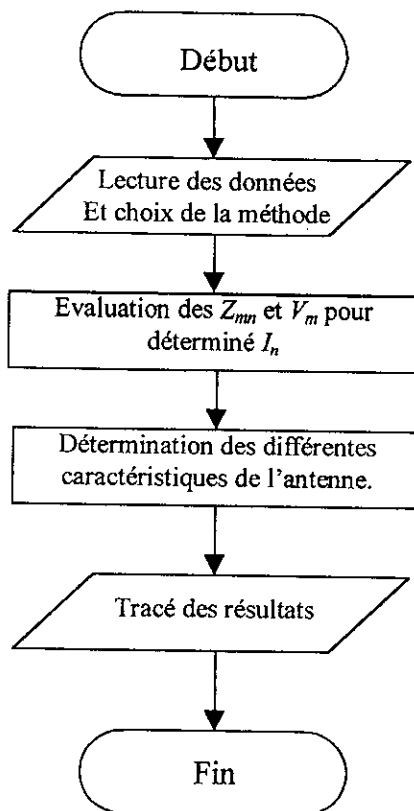


Fig. A. 1 : L'organigramme d'une antenne dipôle

Dans le bloc « lecture des données et choix de la méthode » : on donne les caractéristiques de l'antenne (longueur et diamètre). Le choix de la méthode utilisée peut se faire entre :

- Méthode point segment avec l'équation de **Hallen**.
- Méthode de **Galerkin** avec un générateur delta gab.
- Méthode de **Galerkin** avec un générateur à frill magnétique.

Le bloc « évaluation de Z_{mn} » contient le calcul de la première ligne de la matrice Z_{mn} . Les autres lignes de la matrice sont affectées par les éléments de la première ligne en utilisant la propriété de la matrice *Toeplitz*.

Le calcul des éléments de la matrice Z_{mn} revient au calcul des intégrales simples. Ces derniers sont calculés par l'algorithme *quad8* du MATLAB. Cet algorithme permet d'assurer une très bonne précision de calcul avec un temps de calcul réduit.

Le calcul des éléments du vecteur V_m est simple dans le cas où la source d'excitation est modélisée par un générateur delta gab, contrairement au cas d'une modélisation par un générateur à frill magnétique où le calcul des éléments nécessite l'utilisation de l'algorithme *quad8*.

Le calcul de Z_{mn} et V_m permet de déterminer la distribution du courant le long de l'antenne. Les autres caractéristiques seront déterminées par la suite.

L'organigramme général d'une antenne circulaire est donné ci-dessous (Fig A.2). Il est similaire à celle d'une antenne dipôle. La différence est dans l'évaluation des éléments Z_{mn} et V_m . La méthode utilisée dans cet organigramme est la méthode point segments.

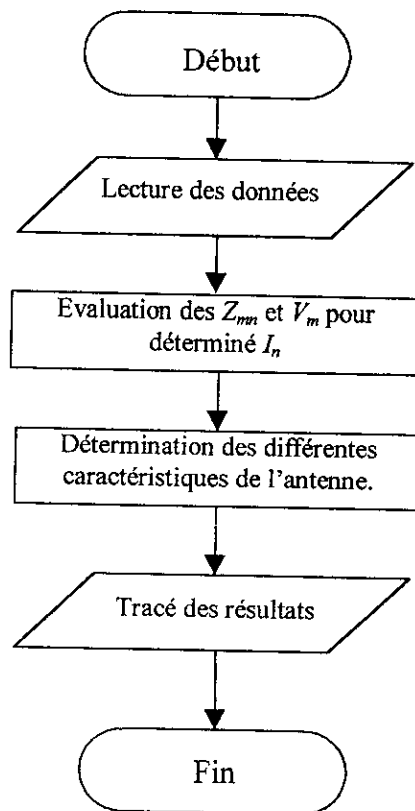


Fig. A. 2 : L'organigramme d'une antenne circulaire