

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: **GENIE CHIMIQUE**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

En Vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat

**S U J E T**

**Réalisation d'un Dispositif  
pour l'Etude Expérimentale  
de la Sédimentation Gravitaire**

Proposé par :

Melle YAICI .W

Etudié par :

Mr ABDEDAIM Ahmed

Dirigé par :

Melle YAICI .W

PROMOTION : Juin 89

## ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: **GENIE CHIMIQUE**

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

### PROJET DE FIN D'ETUDES

En Vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat

#### S U J E T

Réalisation d'un Dispositif  
pour l'Etude Expérimentale  
de la Sédimentation Gravitaire

Proposé par :

Melle YAICI W

Etudié par :

Mr ABDEDAIM Ahmed

Dirigé par :

Melle YAICI W

PROMOTION : Juin 89



Ministère de l'enseignement supérieur

Ecole Nationale Polytechnique

Département: Genie Chimique

Promoteur: Melle YAICI.W

Elève Ingénieur: Mr ABDEDAIM AHMED

وزارة التعليم العالي

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

دائرة: الهندسة والكيمائية

الموجهة: الأستاذة يايسي.و

التلميذ المهندس: السيد عبدالدايم أحمد

الموضوع : إنجاز جهاز لدراسة تجريرت للترسب تحت تأثير الجاذبية  
المخلص : الهدف من هذا العمل هو إنجاز جهاز لدراسة تجريرت  
للترسب تحت تأثير الجاذبية . بعد مقارنة القيم التجريبية  
للسرعة الحدية للسقوط مع القيم النظرية ، نقتوح علاقتين  
تطيان دالة معامل الاحتكاك مع عدد رينولتس في مجال  
النظام المتوسط .

Subject : Realization of an apparatus for the experimental  
study of gravity sedimentation .

Abstract : The aim of this work is to realize an apparatus for  
the experimental study of the gravity sedimentation processus.  
After comparing the experimental values of the limit drop  
speeds to theoretical values , two correlations giving the  
friction coefficient as a function of the Reynolds number  
have been proposed in the intermediary rate of flow .

Sujet : Réalisation d'un dispositif pour l'étude expérimentale  
de la sédimentation gravitaire .

Résumé : Le but de ce travail est de réaliser un dispositif  
pour l'étude expérimentale du processus de la sédimentation  
gravitaire .

Après comparaison des valeurs expérimentales des  
vitesses limites de chute aux valeurs théoriques de la littérature,  
deux corrélations donnant le coefficient de friction en fonction  
du nombre de Reynolds ont été proposées dans le domaine du  
régime intermédiaire .

-000- /) /) EMBRES DE /URY -000-

P R E S I D E N T

Mr. A. BENDJAMA      chargé de cours à l'E.N.P.

E X A M I N A T E U R S :

Mr . M. BOURKIZA      Maître assistant à l'E.N.P.

Mme . T. DJELLAS      chargée de cours à l'E.N.P.

Melle . W.YAICI      chargée de cours à l'E.N.P.

R E M E R C I E M E N T S .

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements  
à Mademoiselle YAICI.W , chargée de cours à l'E.N.P., qui m'a  
dirigée et suivie au cours de l'élaboration de ce projet  
de fin d'études .

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur A.BENDJAMA,  
pour l'aimabilité avec laquelle il a bien voulu assurer  
la présidence du jury , ainsi que Monsieur M.BOURKIZA et  
Madame T.DJELLAS d'avoir accepté de juger mon travail .

Je désire remercier Monsieur A.REZIG pour l'aide  
qu'il m'a apportée .

Que tous ceux et celles , qui ont contribué à ma  
formation , ainsi que ceux qui m'ont prêté main , trouvent  
ici l'expression de ma profonde gratitude .

A.ABDEDAIM

S O M M A I R E  
-o-o-o-o-o-o-o-o-

NOTATIONS .

1. INTRODUCTION GENERALE .
2. PARTIE THEORIQUE .
  - 2.1 Généralités .
    - 2.1.1 Sédimentation .
      - 2.1.1.1 Sédimentation gravitaire .
      - 2.1.1.2 Sédimentation gravitaire libre & entravée .
    - 2.1.2 Sédimentation en discontinu .
    - 2.1.3 Sédimentation en continu .
    - 2.1.4 Appareillage .
      - 2.1.4.1 Epaississeurs discontinus .
      - 2.1.4.2 Epaississeurs continus .
  - 2.2 Theorie générale du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel .
    - 2.2.1 Coefficient de friction .
    - 2.2.2 Mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel .
      - 2.2.2.1 L'écoulement dans le cas où la friction est négligeable .
      - 2.2.2.2 L'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravité est négligeable .
      - 2.2.2.3 L'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité .
    - 2.2.3 Mouvement des grains dans le fluide .
      - 2.2.3.1 Force de frottement ou de résistance .
      - 2.2.3.2 Vitesse limite de chute .
      - 2.2.3.3 Calcul de la vitesse limite de chute et du diamètre pour les particules sphériques .
      - 2.2.3.4 Calcul de la vitesse limite de chute et du diamètre pour les particules isométriques .
3. PARTIE EXPERIMENTALE .
  - 3.1 Conception et réalisation .
    - 3.1.1 Géométrie et choix du matériau .

- 3.1.2 Description générale de l'installation .
- 3.1.3 Choix des liquides .
- 3.1.4 Choix des particules solides .
- 3.2 Résultats expérimentaux .
- 3.2.1 Détermination des propriétés physiques des liquides et des particules solides .
- 3.2.1.1 Détermination de la masse volumique des liquides .
- 3.2.1.2 Détermination de la viscosité des liquides .
- 3.2.1.3 Détermination de la masse volumique des particules solides .
- 3.2.2 Mode opératoire .
- 3.2.3 Résultats .
- 3.2.3.1 Particules sphériques de verre .
- 3.2.3.2 Particules isométriques de quartz .
- 3.2.3.3 Détermination du coefficient de friction .
- 3.2.4 Interprétation des résultats expérimentaux et discussion .
- 4. CONCLUSION GENERALE & PERSPECTIVES .
- ANNEXE .
- A.1 Préparation de l'échantillon quartz .
- A.1.1 Concassage du quartz - Appareillage .
- A.1.2 Appareillage de tamisage .
- A.1.3 Mode opératoire .
- A.2 Mesure de la viscosité .
- A.2.1 Définitions et généralités .
- A.2.2 Principe .
- A.2.3 Mode opératoire .
- A.2.4 Détermination de la constante du viscosimètre .
- BIBLIOGRAPHIE .

## N O T A T I O N S

-o-o-o-o-o-o-o-o-

$A_p$	projection de l'aire de la particule sur un plan faisant un angle droit avec la direction du mouvement .	$m^2$
$C_d$	coefficient de friction - drag coefficient -	-
$d$	diamètre de la particule	$m$
$d_e$	diamètre équivalent de la particule	$m$
$F$	force de frottement ou de résistance	$N$
$f$	poussée d'Archimède	$N$
$g$	attraction terrestre	$m/s^2$
$m$	masse de la particule	$kg$
$P$	poids de la particule	$N$
$Re$	nombre de Reynolds pour les particules sphériques	-
$Re'$	" " " " isométriques	-
$t$	temps de chute de la particule	$s$
$u$	vitesse de chute de la particule	$m/s$
$x$	déplacement de la particule suivant l'axe X	$m$
$x'$	vitesse de la particule suivant l'axe X	$m/s$
$x''$	accélération de la particule suivant l'axe X	$m/s^2$
$y$	déplacement de la particule suivant l'axe Y	$m$
$y'$	vitesse de la particule suivant l'axe Y	$m/s$
$y''$	accélération de la particule suivant l'axe Y	$m/s^2$
$\alpha$	angle compris entre $x'$ et $u$	degré
$\delta$	accélération du mobile	$m/s^2$
$\mu$	viscosité dynamique du fluide	$kg/ms$
$\rho_f$	masse volumique du fluide	$kg/m^3$
$\rho_s$	masse volumique du solide	$kg/m^3$
$\tau$	contrainte tangentielle	$N/m^2$
$\psi$	sphéricité de la particule	-

## 1. INTRODUCTION GENERALE

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

La sédimentation est le processus permettant de séparer une phase solide en suspension dans un liquide de densité moindre ou de deux phases liquides immiscibles de densités différentes en les laissant reposer sous l'action de la pesanteur .

Dans la séparation solide-liquide , on obtient au bout d'un temps plus ou moins long un liquide clair surnageant sur un dépôt épais constitué de l'essentiel de la phase solide ; l'opération est peu coûteuse mais longue , peu sélective, néanmoins elle est indispensable pour clarifier une solution très chargée avant de la filtrer , ce qui permet un gain de temps appréciable .

Pour le matériel , on emploie , en général , un simple récipient. le liquide surnageant est aspiré avec une pipette pour ne pas remuer le mélange déposé .

L'objectif fixé à ce projet est d'essayer de doter le département de génie chimique d'un nouvel outil pédagogique servant à réaliser des manipulations inhérentes au module d'hydrodynamique ; afin de permettre à l'utilisateur de compléter les connaissances théoriques acquises au cours, par une visualisation pratique du phénomène étudié et de confronter les prévisions théoriques avec les résultats expérimentaux obtenus pendant la manipulation .

-o---o-

Partie  
theorique

---

## 2. Partie théorique

### 2.1 Généralités

#### 2.1.1 Sédimentation [6,8,9]

La sédimentation est le déplacement dans un milieu fluide, liquide ou gazeux, de particules solides ou de gouttes de liquides non miscibles sous l'action d'un champ d'accélération gravitaire ou centrifuge .

Dans notre étude on parlera essentiellement de la sédimentation gravitaire

##### 2.1.1.1 Sédimentation gravitaire

La sédimentation gravitaire réside dans l'utilisation des forces de gravité pour séparer une particule de densité supérieure à celle du liquide jusqu'à une surface ou une zone de stockage . Pour qu'il puisse y avoir séparation effective, il faut que les forces de gravité soient suffisamment élevées par rapport aux effets de frottement .

Une particule solide, de masse volumique  $\rho_s$ , en suspension dans un liquide de masse volumique  $\rho_f$  ( avec  $\rho_s > \rho_f$  ) au repos , tend à se déposer plus ou moins rapidement au fond du récipient. A mesure que se forme le dépôt ou sédiment , le liquide devient clair . La sédimentation et la clarification du liquide concernent donc la même opération, les deux termes indiquant que l'on s'intéresse plus particulièrement soit au solide soit au liquide .

Lorsqu'un solide se déplace dans un fluide au repos, celui-ci lui oppose une certaine résistance qui est fonction, en particulier, de la vitesse du mobile . Si le mouvement est très lent, la couche du fluide en contact avec le corps se meut avec lui à une certaine distance du solide le fluide reste immobile . Toute la résistance au mouvement provient de la viscosité du fluide, le mouvement est alors dit visqueux ou laminaire ( fig a ) .

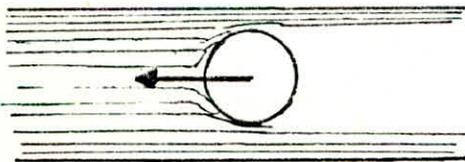


fig a

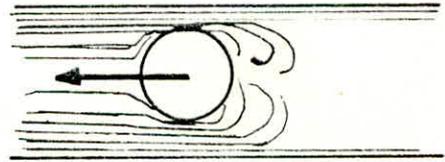


fig b

Lorsque le mobile se déplace rapidement , l'influence de la viscosité du fluide devient négligeable . la résistance au mouvement tient à la différence de pression qui apparaît dans le fluide en avant et en arrière du mobile; elle est proportionnelle au carré de la vitesse , le mouvement est turbulent ( fig b ) .

#### 2.1.12 Sédimentation gravitaire libre et sédimentation entravée

La sédimentation gravitaire est dite libre lorsque les particules en suspension dans une grande quantité de fluide se déposent indépendamment les unes des autres. Pour qu'une telle sédimentation puisse se produire , il faut que la concentration des particules dans le fluide soit faible et que l'effet de paroi soit négligeable. On admet que la sédimentation peut être libre même si les particules sont de forme irrégulière . Lorsque les conditions de sédimentation gravitaire libre ne sont pas réalisées , elle est dite entravée . Les cas de sédimentation gravitaire libre sont relativement rares .

En général , la concentration du solide en suspension dans un fluide est assez faible pour que se manifestent les actions des particules les unes sur les autres , d'autant plus que les appareils utilisés présentent toujours des parois . Il en résulte de tout cela , que les relations établies dans le cas de la sédimentation gravitaire libre ne constituent qu'une première approximation .

## 2.1.2 Sédimentation en discontinu

Lorsqu'on opère en discontinu, la suspension est laissée au repos dans un récipient. Dans de telles conditions, une suspension de solides bien calibrés ( fig 2.1 ) se sédimente progressivement .

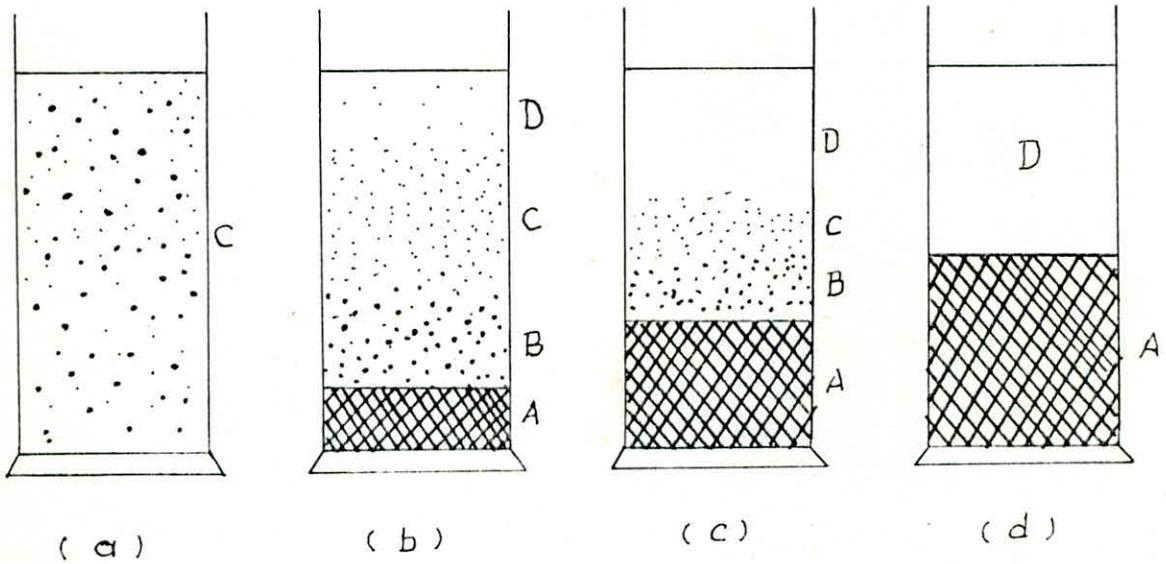


Fig (2.1)

- A : Sédiment
- B : Couche de transition
- C : Suspension initiale
- D : Liquide clair

Au bout d'un moment, apparaissent dans le récipient de différentes couches de hauteur variable avec le temps .

ON observe ainsi de bas en haut ( fig 2.1(b) ) :

- Une couche inférieure A, riche en solide déposé ;
- Une couche B dite de transition, de concentration intermédiaire entre la couche précédente et celle de la suspension initiale ;
- Une couche C de même concentration que la suspension initiale ;

- UNE couche D de liquide clair., La surface de séparation entre les couches C et D est en général très nette .

Tandis que l'épaisseur de la couche de transition B reste constante et que celle de C diminue , les hauteurs des couches extrêmes ( A et D ) augmentent avec le temps ( fig 2.1(c) ) . A un certain moment apparaît un nouveau phénomène appelé compression , correspondant à la disparition de la couche de transition et à l'expulsion du liquide imprégnant la couche de sédiment , après la compression la sédimentation se termine ( fig 2.1(d) ) .

### 2.1.3 Sédimentation en continu

L'alimentation et le soutirage du liquide clair se font en continu .On observe les mêmes zones qu'en discontinu, mais ici la position de ces zones et leur concentration ne varient pas au cours du temps .

La hauteur de ces différentes couches dépend du débit de l'alimentation , de la nature et de la concentration de la suspension .

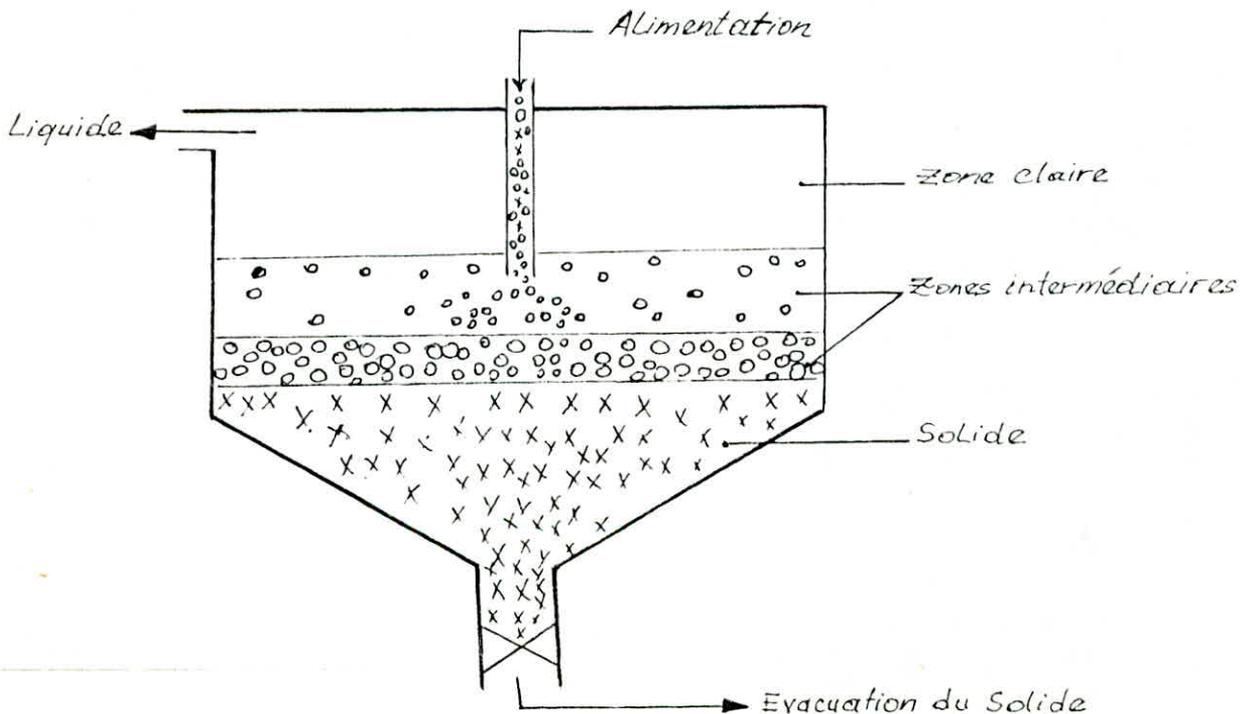


Fig. 2.2

## 2.14 Appareillage

Les techniques de sédimentation sont utilisées dans presque toutes les installations chimiques ou minières .

Les buts recherchés par la sédimentation des suspensions peuvent être :

- Soit une simple clarification, c-à-d l'obtention d'un liquide complètement (ou quasi-complètement) débarassé de particules solides .

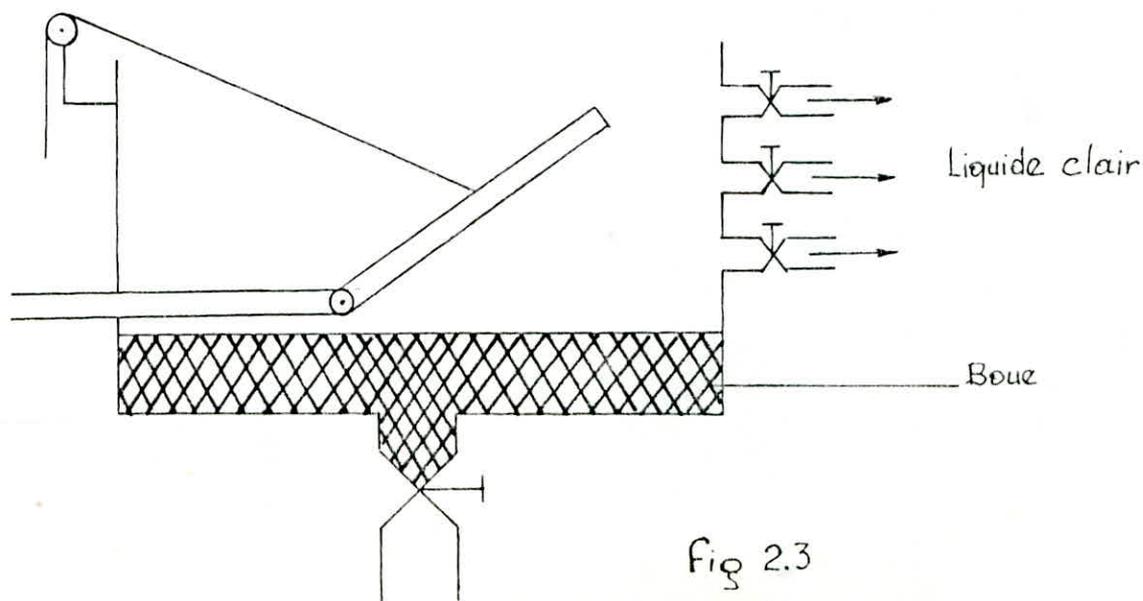
- Soit un épaississement, c-à-d l'obtention d'une boue contenant la totalité des solides avec le minimum possible de liquide .

- Soit simultanément clarification et épaississement.

Les appareils utilisés dans l'industrie pour la sédimentation des suspensions solides sont appelés des épaississeurs . Ces appareils sont classés selon leur mode de fonctionnement .

### 2.1.4.1 Epaississeurs discontinus

Ce sont le plus souvent de grands bacs cylindriques ou des bassins parallélépipédiques ( fig 23 ) , munis d'une vanne à leur partie inférieure pour l'évacuation du solide formé de boue , et de dispositifs pour l'évacuation du liquide clarifié .



On remplit le bac avec la suspension et on l'abandonne au repos pendant le temps nécessaire à la clarification et à la formation d'une boue épaisse . Lorsque l'opération est terminée , on évacue le liquide clarifié à l'aide de robinets étagés ou au moyen d'une conduite dont l'extrémité peut suivre le déplacement de la surface libre du liquide .

## 2.14.2 Epaississeurs Continus

A quelques exceptions près , les épaisseur actuels sont tous des appareils fonctionnant en continu (ou en semi-continu ) .

Pour permettre une récupération facile des boues , ils sont munis d'un dispositif de raclage du fond de cuve qui transporte les boues vers l'orifice de l'évacuation .

Il existe plusieurs types d'appareils , nous décrirons uniquement l'épaississeur mécanique de DORR (fig 2.4 ) .

Il est constitué par une cuve cylindrique , l'alimentation se faisant dans l'axe de la cuve , au dessous du niveau du liquide .

Un râteau tournant très lentement ramène le solide déposé de la périphérie vers le centre de l'appareil où se trouve le dispositif d'évacuation des boues .

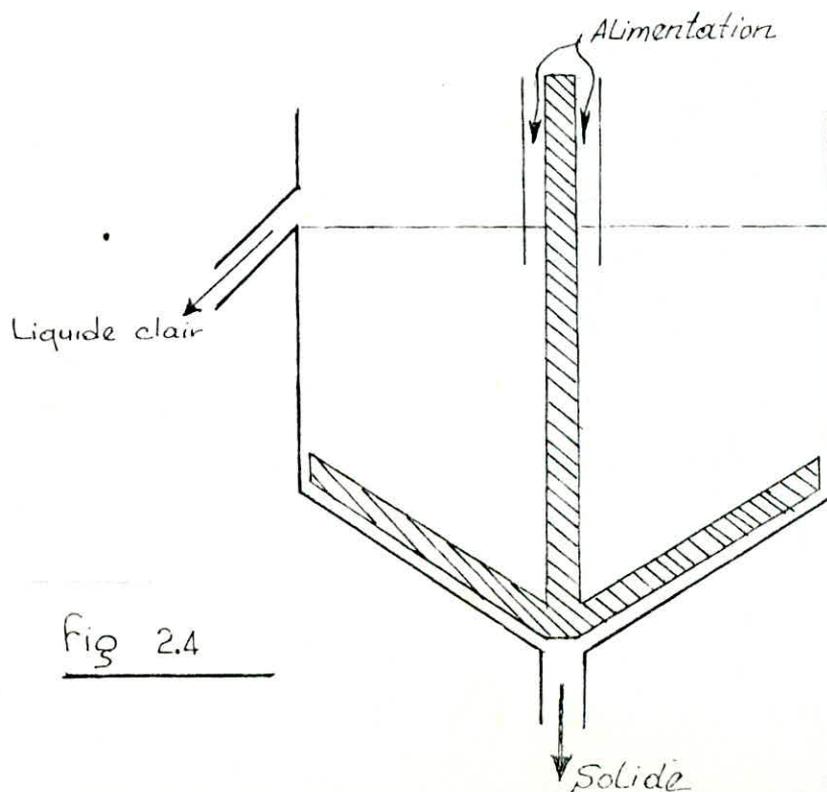


fig 2.4

## 2.2 Theorie générale du mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel

### 2.2.1 Coefficient de friction [11,12]

Le mouvement d'une particule à travers un fluide peut être tracé s'il est muni d'un coefficient de friction, pour une valeur du nombre de Reynolds fixe. Ce coefficient est obtenu à la base de l'analyse dimensionnelle :

$$C_d = 2 \cdot f' \quad (2.1)$$

avec  $f' = \frac{\tau}{U^2 \cdot \rho_f}$  où  $\tau = \frac{F}{A_p}$

Ce coefficient dépend de la rugosité du solide et du nombre de Reynolds. Ce dernier est un coefficient sans dimension ( $Re = \frac{d \cdot U \cdot \rho_f}{\mu}$ ). Le solide en mouvement étant dépourvu de rugosité, le coefficient de friction n'est alors fonction que du nombre de Reynolds.

Beaucoup de Scientifiques et d'auteurs ont élaboré pendant leurs travaux de recherche des corrélations concernant ce coefficient selon le domaine de variation du nombre de Reynolds.

Dans notre travail on utilise la corrélation des auteurs PERRY et CHILTON qui a pour expression :

$$C_d = \frac{24}{Re} \quad \text{Régime laminaire} \quad 10^{-4} < Re < 0,4 \quad (2.2)$$

$$C_d = \frac{18,5}{(Re)^{0,6}} \quad \text{Régime transitoire} \quad 0,4 < Re < 10^3 \quad (2.3)$$

$$C_d = 0,44 \quad \text{Régime turbulent} \quad 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 \quad (2.4)$$

Le comportement d'une particule ayant un mouvement accéléré ou retardé est le sujet de recherche qui a été revu d'une façon plus critique par TORBIN et GAUVIN. Les résultats des différents chercheurs ne sont pas très consistants mais ils montrent bien que le coefficient  $C_d$  ne dépend pas seulement du nombre de Reynolds mais aussi des diamètres des particules. Au début on a suggéré que la particule se comporte comme si sa masse augmente de manière proportionnelle à la masse du fluide déplacé mais ce concept apparaît être utile seulement dans un domaine très limité de conditions ; il est généralement satisfaisant de voir  $C_d$  comme un paramètre modifié par les effets de l'accélération.

Dans la majorité des cas on a trouvé que la valeur de l'accélération est très importante et que l'effet de l'accélération est très petit pour des nombres de Reynolds très grands.

Un grand nombre d'investigations expérimentales doivent contre-dire ces conclusions .

Dans le cas où les particules sont isométriques (ou non sphériques ), il faut prendre en considération le diamètre équivalent (  $d_e$  ) de la particule et sa sphéricité  $\Psi$  , dans ce cas :  $C_d = f( R'_e , \Psi )$

PERRY et CHILTON ont donné différentes formes pour le coefficient de friction à différents régimes d'écoulements :

Régime laminaire

$$C_d = \frac{a}{R'_e} \quad \text{où} \quad R'_e < 0,05 \quad (2.5)$$

$$\text{et} \quad a = \frac{24}{0,843 \operatorname{tg} \frac{\Psi}{0,065}} = \frac{24}{K_S} \quad (2.6)$$

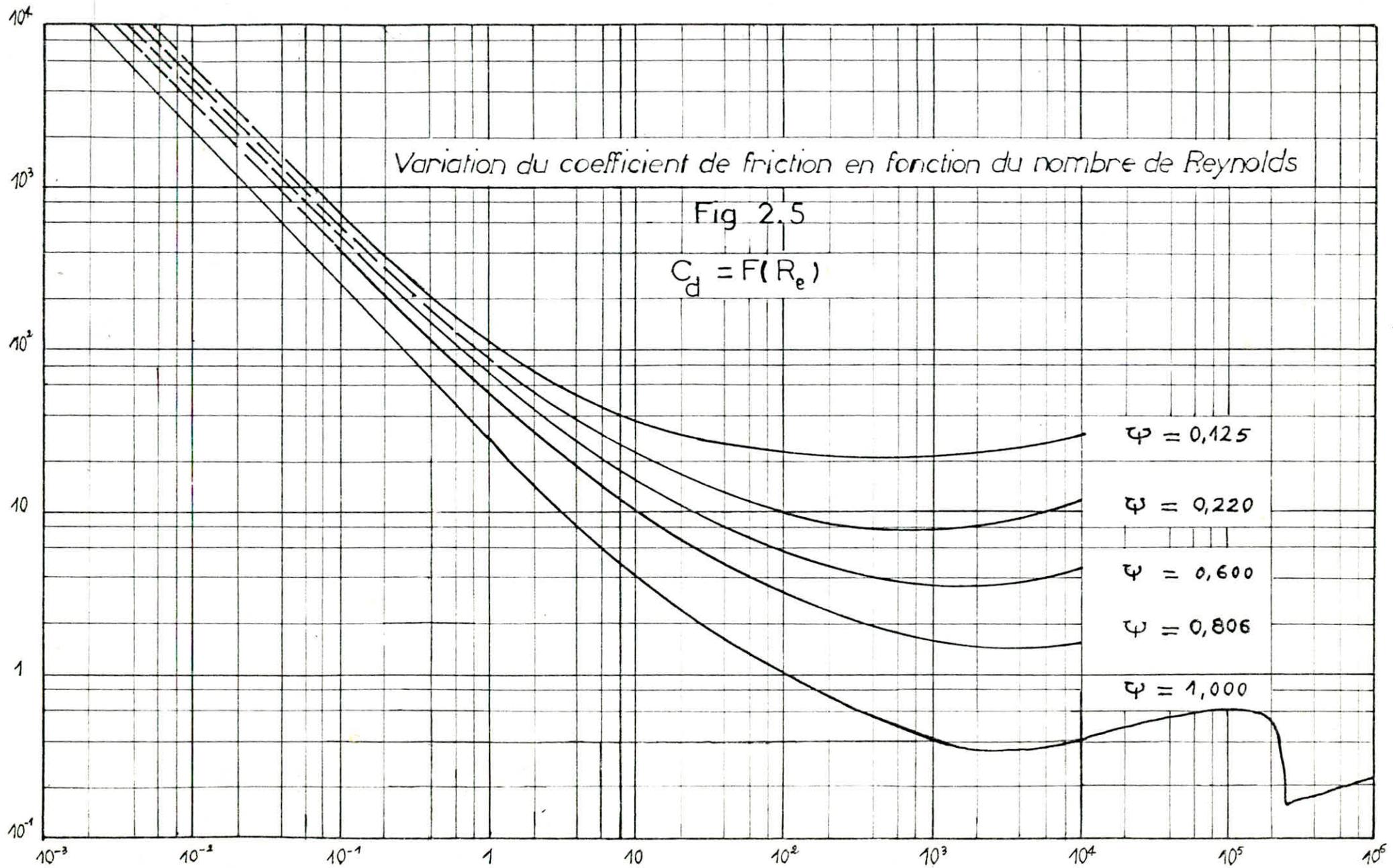
$$\text{avec} \quad R'_e = \frac{d_e \cdot u \cdot \rho_f}{\mu} \quad (2.7)$$

où  $\Psi$  est la sphéricité de la particule qui est exactement la surface d'une sphère ayant le même volume que la particule divisée par l'aire de cette particule .

Régime transitoire

Il n'existe pas de relation pour le coefficient de friction, d'où il faut prendre la valeur de  $C_d$  du tableau suivant : avec  $0,05 < R'_e < 2 \cdot 10^3$

$\Psi \backslash R'_e$	1,0	100	100	400	1000
0,670	28,00	6,00	2,20	2,00	2,00
0,806	27,00	5,00	1,30	1,00	1,10
0,846	27,00	4,50	1,20	0,90	1,00
0,946	27,00	4,50	1,10	0,80	0,80
1,000	26,50	4,50	1,07	0,60	0,46



Régime turbulent

Ce régime est caractérisé par une variation du nombre de Reynolds  $2.10^3 < R'_e < 2.10^5$

et  $C_d = 5,31 - 4,88.\varphi$  ( 2.8 )

2.22 Mouvement d'une particule dans un champ gravitationnel [16,8]

On considère le mouvement d'une particule de masse m dans un champ gravitationnel , la particule se déplacera en faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale à une vitesse u . Cette vitesse a deux composantes x' et y' qui sont respectivement sur l'axe horizontal X et vertical Y :

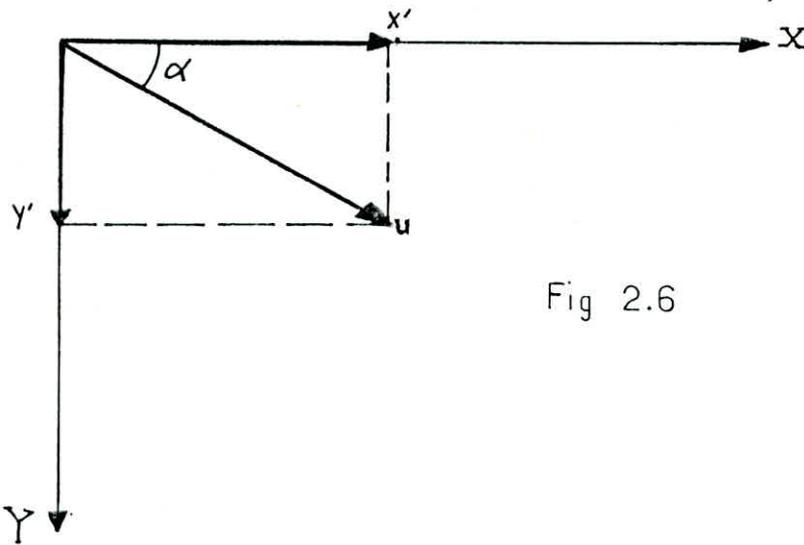


Fig 2.6

D'après la figure 2.6 on a :

$\cos \alpha = \frac{x'}{u}$  ( 2.9 )

$\sin \alpha = \frac{y'}{u}$  ( 2.10 )

avec  $u = \sqrt{x'^2 + y'^2}$  ( 2.11 )

Il existe deux forces qui s'exercent sur la particule :

- dans l'axe vertical, le poids apparent de la particule  $mg(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s})$

-la force de friction  $F'$  qui s'oppose à la direction du mouvement de la particule et qui change selon le changement de l'angle  $\alpha$  :  $F = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot u^2$  ( 2. 12 )

$A_p$  est la projection de l'aire de la particule sur un plan faisant un angle droit avec la direction du mouvement et sa valeur varie avec l'orientation de la particule dans le fluide .

La composante de la force de friction suivant l'axe X :

$$\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot u^2 \cdot A_p \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot x' \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

La composante suivant l'axe Y :

$$\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot u^2 \cdot A_p \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot y' \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

Les équations du mouvement suivant l'axe X et Y respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l} m x'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot x' \sqrt{x'^2 + y'^2} \end{array} \right. \quad ( 2. 13 )$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m y'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot y' \sqrt{x'^2 + y'^2} + m g \cdot \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \end{array} \right. \quad ( 2. 14 )$$

On suppose que les vitesses  $x'$  et  $y'$  sont positives . Si  $x'$  et  $y'$  sont négatives la force de friction agit dans la direction opposée et le terme correspondant est affecté d'un signe positif .

Dans le cas général , l'intégration directe n'est pas possible parceque l'équation du mouvement de la particule suivant l'axe X fait intervenir la vitesse suivant l'axe Y et vice-versa . Mais dans les cas suivants, on peut obtenir des résultats :

- L'écoulement dans le cas où la friction est négligeable.
- L'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravité peut être négligée .
- L'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité.

2.2.2.1 L'écoulement dans le cas où la friction est négligeable

Avec cette condition  $C_d$  est donné par la relation

$$C_d = \frac{k}{R_e} \quad (2.15)$$

En substituant cette relation dans les équations on aura :

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu \cdot k}{m \cdot d} \cdot A_p \cdot x' & (2.16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu \cdot k}{m \cdot d} \cdot A_p \cdot y' + g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) & (2.17) \end{cases}$$

avec  $u = \sqrt{x'^2 + y'^2}$

Pour un mouvement d'une particule sphérique :

$$k = 24 \quad , \quad A_p = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad \text{et} \quad m = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 \cdot \rho_s$$

Après substitution de ces relations dans (2.16) et (2.17) on aura :

$$\begin{cases} x'' = -18 \frac{\mu}{d^2 \cdot \rho_s} \cdot x' & (2.18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'' = -18 \cdot \frac{\mu}{d^2 \cdot \rho_s} \cdot y' + g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) & (2.19) \end{cases}$$

Ce système peut être mis sous la forme :

$$\begin{cases} x'' = -a \cdot x' & (2.20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'' = -a \cdot y' + b & (2.21) \end{cases}$$

avec  $\begin{cases} a = 18 \frac{\mu}{d^2 \cdot \rho_s} & (2.22) \end{cases}$

$$\begin{cases} b = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) & (2.23) \end{cases}$$

a et b sont des constantes pour un fluide et particule donné .

Pour le déplacement suivant l'axe X :

$$x'' = -a \cdot x'$$

$$x' = -a \cdot x + \text{constante}$$

Soit  $w$  la composante de la vitesse de la particule suivant l'axe X lorsque  $t = 0$  .

Alors pour  $t = 0$  ,  $x = 0$  et  $x' = w$  d'où la constante =  $w$   
l'intégration de cette équation ( à  $t = 0, x = 0$  ) donne :

$$x = \frac{w}{a} (1 - e^{-a \cdot t}) \quad (2.24)$$

Pour le déplacement suivant l'axe Y

$$y'' = -a \cdot y' + b \quad \text{équation (2.21)}$$

Intégrons relativement à t :

$$y' = -a \cdot y + b \cdot t + c$$

c : constante d'intégration

Les axes seront choisis de telle façon que la particule soit à l'origine au temps t=0 . Supposons que la composante initiale de la vitesse de chute de la particule suivant l'axe Y soit v. Ainsi lorsque t=0 , y=0 et y'=v alors c=v .

$$\text{donc } y' = -a \cdot y + b \cdot t + v$$

$$y' + a \cdot y = b \cdot t + v$$

C'est une équation différentielle du premier ordre non-homogène sa résolution s'effectue en deux étapes , la première est de trouver la solution de l'équation homogène ( y'+a.y = 0 ) et la seconde étape est d'avoir la solution particulière de l'équation différentielle .

Solution de l'équation homogène :

$$y' + a \cdot y = 0$$

$$\frac{y'}{y} = -a$$

$$y = C \cdot e^{-at} \quad C: \text{constante d'intégration}$$

Solution particulière :

$$y = \frac{b}{a} \cdot t + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2}$$

La solution de l'équation différentielle sera la somme de la solution particulière et la solution de l'équation homogène :

$$y = c \cdot e^{-at} + \frac{b}{a} \cdot t + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2}$$

Lorsque t=0 , y = 0 alors  $c = \frac{b}{a^2} - \frac{v}{a}$

$$\text{Ainsi : } y = \frac{b}{a} \cdot t + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} + \left( \frac{b}{a^2} - \frac{v}{a} \right) e^{-at} \quad (2.25)$$

Par élimination de t entre les équations (2.24) et (2.25), on obtient une relation entre les déplacements suivant X et Y. De telles équations sont utiles dans le calcul des trajectoires de la particule dans un équipement de séparation .

$$\text{A partir de l'équation (2.24) : } e^{-at} = 1 - \frac{a \cdot x}{W}$$

$$\text{et } t = -\frac{1}{a} \ln \left( 1 - \frac{a \cdot x}{W} \right)$$

La substitution dans l'équation (2.25) donne

$$y = -\frac{b}{a^2} \ln \left( 1 - \frac{a \cdot x}{W} \right) + \frac{v \cdot x}{W} - \frac{b \cdot x}{a \cdot W} \quad (2.26)$$

$$\text{avec } a = 18 \cdot \frac{\mu}{d^2 \cdot \rho} \quad \text{et } b = g \cdot \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho} \right)$$

En substituant a et b par leur valeur on obtient :

$$y = \frac{\rho_s(\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot d^4}{324 \mu^2} \left[ \operatorname{Ln} \left( 1 - \frac{18 \mu \cdot x}{W \cdot \rho_s \cdot d^2} \right) + \frac{18 \mu \cdot x}{W \cdot \rho_s \cdot d^2} \cdot \left( 1 - \frac{18 \cdot v \cdot \nu}{d^2 (\rho_s - \rho_f) g} \right) \right] \quad (2-27)$$

2.2.2.2 L'écoulement unidimensionnel lorsque l'influence de la gravitation est négligeable.

lorsque la force de résistance est très grande comparée à la force gravitationnelle, cette dernière peut être négligée. La seule force qui agit alors sur la particule est due à la résistance du fluide, et la direction du mouvement ne change pas. Cette condition se rencontre lorsque les densités de la particule et du fluide sont presque les mêmes, lorsque la particule est très petite et la viscosité du fluide très élevée.

Le mouvement de la particule est considéré dans la direction X sous les conditions où l'effet de la gravitation peut être négligeable.

puisque  $y' = 0$ , alors l'équation (2.13), pour x' positive:

$$m \cdot x'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot x' \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

$$\left( \cos \alpha = \frac{x'}{u} \quad \text{où } u = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad \text{et } \alpha = 0 \right)$$

$$m \cdot x'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_f \cdot A_p \cdot x'^2 \quad (2-28)$$

Pour une sphère :  $A_p = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$  et  $m = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 \cdot \rho_s$  ;

$$\text{alors : } \quad x'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{1,5}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot x'^2 \quad (2-29)$$

Régime laminaire :

Sous ces conditions du mouvement , on a :

$$C_d = \frac{24}{Re}$$

$$x'' = -18 \cdot \frac{\nu}{d^2 \rho_s} \cdot x'$$

Cette équation a été déjà intégrée pour donner :

$$x = \frac{w}{a} (1 - e^{-at}) \quad \text{équation ( 2.24 )}$$

où  $a = 18 \cdot \frac{\nu}{d^2 \rho_s}$  et w vitesse initiale .

L'équation ( 2.24 ) est applicable si Re est inférieur à environ 0.4 et pour des valeurs positives ou négatives de w.

Régime transitoire

Lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 0.4 et 1000 , le coefficient de friction ne peut être aisément exprimé en fonction de Re et par conséquent une solution graphique du problème est alors nécessaire.

Pour une particule sphérique lorsque w est positive :

$$x'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{1.5}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot x'^2 \quad \text{équation ( 2.29 )}$$

$$\text{or : } x' = \frac{Re \cdot \nu}{d \cdot \rho_f} \implies x'' = \frac{\nu}{d \cdot \rho_f} \cdot \frac{dRe}{dt}$$

et ainsi  $\frac{dRe}{dt} = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{1.5}{d} \cdot \frac{\nu}{\rho_s} \cdot Re$

de sorte que  $t = -\frac{4d^2 \rho_s}{3 \cdot \nu} \int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{(C_d \cdot Re^2)}$  ( 2.30 )

si w négative  $t = \frac{4 \cdot d^2 \cdot \rho_s}{3 \cdot \nu} \int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{(C_d \cdot Re^2)}$  ( 2.31 )

Cette expression peut être intégrée graphiquement entre les limites  $Re_1$  et  $Re_2$  respectivement en vue d'obtenir t en fonction de Re , les valeurs correspondantes de x' sont calculées , x est alors obtenu en fonction de t au moyen d'une intégration ultérieure.

Cette méthode peut être utilisée sur tout ensemble de  $Re$ , puisque l'intégration graphique est plutôt pénible, il est préférable d'utiliser les expressions analytiques déjà dérivées pour des conditions correspondantes de  $x'$  pour  $Re$  inférieur à 0.4 ou bien supérieur à 1000, on limite l'application de la méthode graphique à la région intermédiaire. L'équation de SCHILLER et NAUMAN \* peut être utilisée pour le calcul des valeurs requises de  $C_d$  dans l'intégration graphique.

$$* \quad C_d = \frac{24}{Re} + \frac{3,6}{Re^{0,313}} \quad \text{avec} \quad 0,4 < Re < 1000$$

Régime turbulent :

Si  $Re$  dépasse environ 1000, le coefficient  $C_d$  atteint une valeur constante de 0.44.

Alors l'équation (2.29) s'écrira :

$$x'' = - \frac{0,33}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot x'^2 \quad (2.32)$$

$$x'' = - c \cdot x'^2 \quad (2.33)$$

$$\text{où} \quad c = 0,33 \cdot \frac{\rho_f}{(d \cdot \rho_s)} \quad (2.34)$$

en intégrant ainsi l'équation (2.33) :

$$- x'^{-1} = c \cdot t + \text{constante}$$

lorsque  $t=0$ ,  $x'=w$  et par conséquent la constante =  $-w^{-1}$  ainsi après une autre intégration avec les conditions  $t=0$  et  $x=0$  on a :

$$x = \frac{1}{c} \cdot \ln(1 + w \cdot c \cdot t) \quad (2.35)$$

L'équation (2.35) est valable seulement dans le cas où  $w$  est positive mais dans le cas où  $w$  est négative on a :

$$x = - \frac{1}{c} \cdot \ln(1 - w \cdot c \cdot t) \quad (2.36)$$

2.2.2.3 L'écoulement unidimensionnel dans une direction verticale sous l'action de la gravité

Pour le mouvement vertical , les équations se distingueront , par un écoulement ascendant ou descendant . Si le mouvement de la particule est initialement descendant ( on prend  $y'$  positif ) , la force gravitationnelle et la résistance du fluide agiront dans des directions opposées , la particule se déplacera toujours dans le même sens . D'autre part si la particule a un mouvement initial ascendant , les forces gravitationnelle et de résistance agiront toutes les deux dans le même sens ( descendant ) de sorte qu'en temps voulu , elle sera portée à se reposer .

Comme les équations du mouvement sont différentes pour les deux sens , il faut être prudent dans l'application des expressions obtenues .

Considérons le mouvement d'une particule se déplaçant verticalement dans le sens descendant .

De l'équation ( 2.14 ) pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  on a :

$$m \cdot y'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot A_p \cdot \rho_f \cdot y'^2 + m \cdot g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

c-à-d :

$$y'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{\rho_f}{m} \cdot A_p \cdot y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \quad ( 2.37 )$$

pour une particule sphérique :

$$m = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 \cdot \rho_s \quad \text{et} \quad A_p = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad ; ;$$

alors :

$$y'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{1,5 \cdot \rho_f}{d \cdot \rho_s} y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \quad ( 2.38 )$$

Régime laminaire :

Sous ces conditions de mouvement on a :

$$C_d = \frac{24}{Re} \quad \text{équation (2.2)}$$

$$at \quad y'' = -18 \frac{\nu}{d^2 \rho_s} y' + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

cette équation a été déjà intégrée pour donner :

$$y = \frac{b}{a} t + \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} + \left(\frac{b}{a^2} - \frac{v}{a}\right) \cdot e^{-at} \quad \text{équation (2.25)}$$

$$\text{où} \quad a = 18 \cdot \frac{\nu}{d^2 \rho_s} \quad \text{et} \quad b = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

Régime transitoire :

La relation entre  $y$  et  $t$  peut aussi être obtenue graphiquement quoique le processus est plus pénible par rapport à l'utilisation de la solution analytique. Lorsque  $0.4 < Re < 10^3$  il n'existe pas de solution analytique au problème, et la méthode graphique doit être utilisée.

Lorsqu'une particule sphérique se déplace vers le bas, c-à-d lorsque sa vitesse est positive, on a :

$$y'' = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{1.5 \cdot \rho_f}{d \cdot \rho_s} \cdot y'^2 + g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \quad \text{équation (2.38)}$$

$$\text{et puisque} \quad y' = Re \frac{\nu}{d \cdot \rho_f} \quad \Rightarrow \quad y'' = \frac{\nu'}{d \cdot \rho_f} \frac{dRe}{dt}$$

alors :

$$\frac{\nu}{d \cdot \rho_f} \cdot \frac{dRe}{dt} = -\frac{3 \cdot C_d \cdot \rho_f \nu^2}{4 \rho_s d^2 \rho_f^2} \cdot Re^2 + g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

$$\text{d'où} \quad t = \int_{Re_1}^{Re_2} \frac{dRe}{\left[ \frac{g \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot d}{\nu \cdot \rho_s} - \frac{3 \cdot C_d \cdot \nu \cdot Re^2}{4 d^2 \rho_s} \right]} \quad (2.39)$$

De cette équation,  $Re$  peut être obtenu comme fonction de  $t$ . La vitesse  $y'$  peut alors être calculée ; moyennant une seconde intégration, le déplacement  $y$  peut être trouvé à tout temps  $t$ .

Régime turbulent :

Lorsque la valeur du nombre de Reynolds dépasse 1000 on a :

$$C_D = 0,44 \quad \text{équation (2.4)}$$

ainsi :

$$y'' = -\frac{0,33}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot y'^2 + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \quad (2.40)$$

$$y'' = -c \cdot y'^2 + b \quad (2.41)$$

où :  $c = \frac{0,33}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s}$  équation (2.34)

$$b = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \quad \text{équation (2.23)}$$

l'intégration de l'équation (2.41) donne :

$$\frac{dy}{(b/c) - y'^2} = c \cdot dt$$

donc :  $\frac{1}{2\sqrt{b/c}} \cdot \text{Ln} \frac{\sqrt{b/c} + y'}{\sqrt{b/c} - y'} = c \cdot t + \text{constante}$

L'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$\frac{1}{2 \cdot n} \text{Ln} \left( \frac{n + y'}{n - y'} \right) = c \cdot t + \text{constante}$$

avec :  $n = \sqrt{b/c} = \sqrt{\frac{d \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{0,33 \cdot \rho_f}}$

Lorsque  $t=0$ ,  $y'=v$ , la constante =  $\frac{1}{2 \cdot n} \text{Ln} \left( \frac{n+v}{n-v} \right)$  ;

Donc 
$$c.t = \frac{1}{2n} \operatorname{Ln} \left( \frac{n+y'}{n-y'} \right) \left( \frac{n+v}{n-v} \right)$$

$$e^{2n.c.t} = \left( \frac{n+y'}{n-y'} \right) \left( \frac{n+v}{n-v} \right)$$

$$n-y' = \frac{2.n}{1 + \left( \frac{n+v}{n-v} \right) \cdot e^{2nct}}$$

après intégration 
$$y = n.t - 2n \cdot \int \frac{dt}{1 + \left( \frac{n+v}{n-v} \right) e^{2nct}}$$

$$y = n.t - 2n.I$$

où 
$$I = \int \frac{dt}{(1 + J e^{pt})}$$

avec 
$$J = \frac{n+v}{n-v}$$

$$p = 2.n.c$$

on pose 
$$s = 1 + J \cdot e^{pt}$$

donc 
$$ds = p.J \cdot e^{pt} \cdot dt = p(s-1) \cdot dt$$

ainsi 
$$I = \frac{1}{p} \cdot \operatorname{Ln} \frac{s-1}{s} + \text{constante}$$

alors 
$$y = n.t - \frac{1}{c} \operatorname{Ln} \frac{1}{1 + \left( \frac{n+v}{n-v} \right) \cdot e^{-2nct}} + \text{constante}$$

Lorsque  $t=0$ ,  $y=0$ , la constante  $= \frac{1}{c} \operatorname{Ln} \frac{n+v}{2n}$  ;

donc : 
$$y = n.t + \frac{1}{c} \operatorname{Ln} \left( \frac{1}{2n} \right) [n+v + (n-v)e^{-2nct}] \quad (2.42)$$

où : 
$$c = \frac{0,33}{d} \cdot \frac{S_f}{S_s}$$

$$n = \sqrt{\frac{d(S_s - S_f) \cdot g}{0,33 \cdot S_f}}$$

### 2.2.3 Mouvement des grains dans le fluide [5,7,8]

On va étudier un cas particulier du mouvement des grains dans le fluide, notamment une chute libre des particules en milieu fluide.

#### 2.2.3.1 Forces de frottement ou de résistance

La particule étant en mouvement est soumise de la part du fluide à une résistance  $F$  qui s'oppose à son déplacement. Cette force dépend de l'énergie cinétique de la particule, ainsi que de la nature du fluide (sa viscosité) et du type du régime d'écoulement.

Si  $A_p$  est la surface de la projection orthogonale du solide sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement, la force de frottement est donnée par la relation de NEWTON :

$$F = \frac{1}{2} C_d \cdot A_p \rho_f \cdot u^2 \quad \text{équation (2.12)}$$

Calculons cette force pour des particules sphériques, pour différents régimes d'écoulement :

• régime laminaire :

$$C_d = 24 / Re \quad \text{équation (2.2)}$$

$$\text{avec : } Re = u \cdot d \cdot \rho_f / \nu \quad ; \quad A_p = \pi d^2 / 4$$

alors on a :

$$F = 3 \cdot \pi \cdot \nu \cdot d \cdot u \quad (2.43)$$

Cette équation est appelée équation de STOKES. Il résulte de cette équation que la force de frottement en régime laminaire est proportionnelle à la viscosité du fluide, au diamètre de la particule et à la vitesse de chute.

régime transitoire :

En utilisant l'équation (2.3) et les expressions de  $C_d$  et de  $A_p$  données précédemment, on obtient alors la force de frottement de ce régime :

$$F = 2,31 \pi \cdot \mu^{0,6} \cdot d^{1,4} \cdot \rho_f^{0,4} \cdot u^{1,4} \quad (2.44)$$

C'est l'équation d'ALLEN où la force de résistance dépend de la viscosité, masse volumique, du fluide et du diamètre, de la vitesse de chute, de la particule.

régime turbulent :

$$C_d = 0,44 \quad \text{équation (2.4)}$$

alors on a l'équation de NEWTON suivante:

$$F = 0,05 \pi d^2 \rho_f u^2 \quad (2.45)$$

La force de frottement dépend du carré de la vitesse de chute autrement dit de l'énergie cinétique. Les équations (2.43), (2.44) et (2.45) sont valables pour des particules sphériques; pour des particules non-sphériques ou bien isométriques, il faut prendre en considération le diamètre équivalent de la particule et sa sphéricité  $\psi$ .

La force de frottement est de la forme :

$$F = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot A_{pe} \cdot \rho_f \cdot u^2 \quad (2.46)$$

$A_{pe}$  : est la surface correspondante d'une sphère équivalente.

### 22.32 Vitesse limite de chute

Lorsqu'une particule pesante se trouve dans un fluide au repos, elle est soumise à l'action de trois forces :

- Force de pesanteur :

$$P = m \cdot g = \pi \frac{d^3}{6} \cdot \rho_s \cdot g$$

- La poussée d'ARCHIMEDE :

$$f = m_f \cdot g = \pi \cdot \frac{d^3}{6} \cdot \rho_f \cdot g$$

- La force de frottement

$$F = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot A_p \cdot \rho_f \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho_f \cdot u^2$$

La résultante de ces forces est :  $\vec{R}$

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{f} + \vec{P} = m \cdot \vec{\delta}$$

Cette résultante tend à s'annuler, il en est de même de l'accélération du mobile. Il en résulte que la vitesse du mobile tend vers une valeur maximale que l'on appelle vitesse limite de chute (ou vitesse de dépôt) et qui est atteinte lorsque  $F = P - \bar{f}$

$$\frac{1}{2} C_d \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho_f \cdot u^2 = \pi \cdot \frac{d^3}{6} (\rho_s - \rho_f) \cdot g \quad (2.47)$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{4 \cdot d (\rho_s - \rho_f) g}{3 C_d \rho_f}} \quad (2.48)$$

Si  $d$ ,  $\rho_s$  et  $\rho_f$  sont connus, le calcul de la vitesse de chute est possible à condition que le coefficient de friction soit connu. Mais, d'autre part, ce coefficient dépend du régime d'écoulement  $C_d = f(R_e)$  et le nombre de Reynolds dépend de la vitesse de chute  $u$  : donc le calcul direct de la vitesse de chute de l'équation (2.48) n'est pas possible.

On transforme l'équation (2.48) et on obtient :

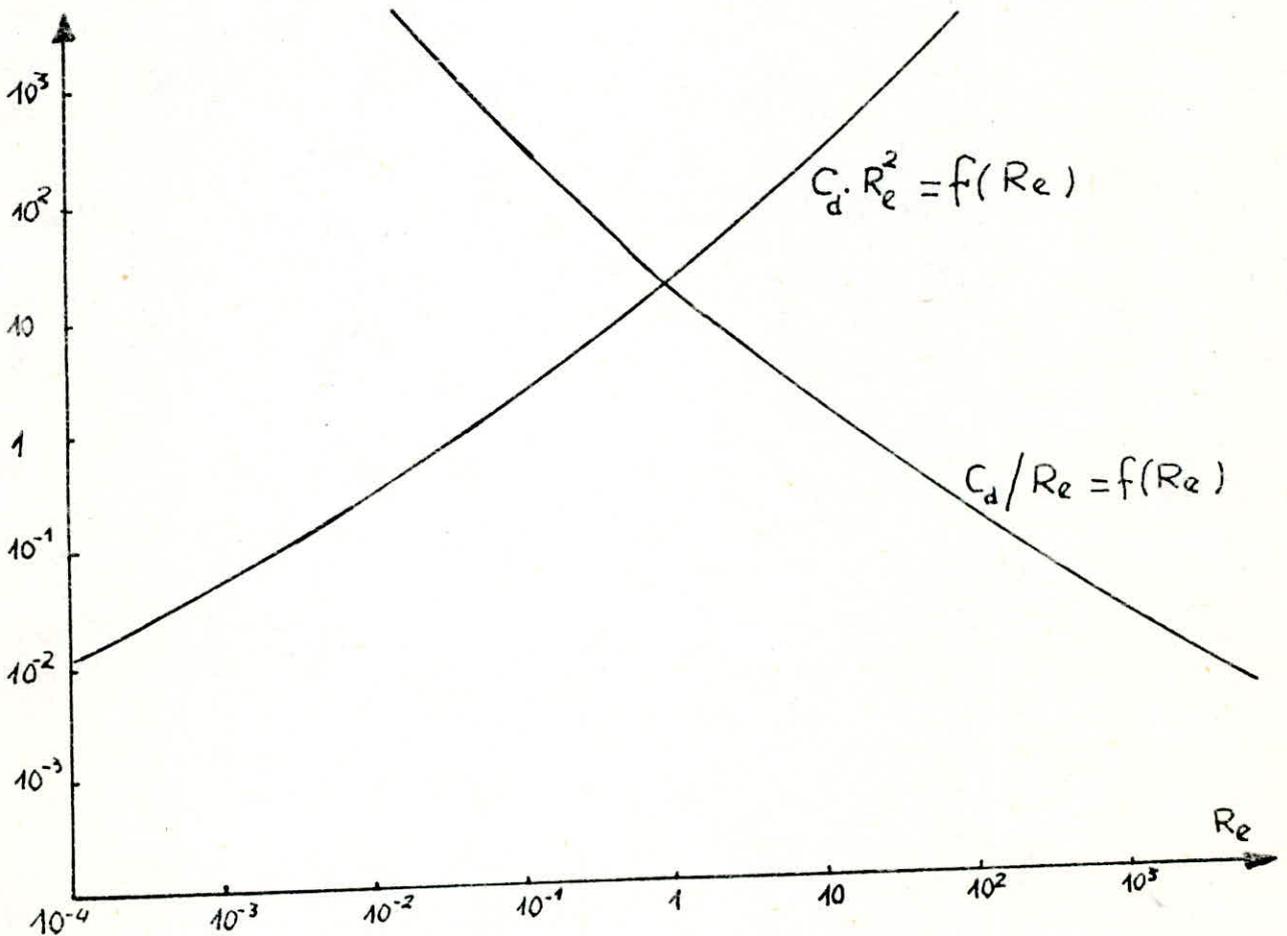
$$C_d = \frac{4 \cdot d (\rho_s - \rho_f) g}{3 \rho_f \cdot u^2} \quad (2.49)$$



Dans cette équation il y a deux inconnus  $C_d$  et  $u$ .  
 Éliminons la vitesse de chute en multipliant l'équation  
 ( 2.49 ) par  $Re$ .

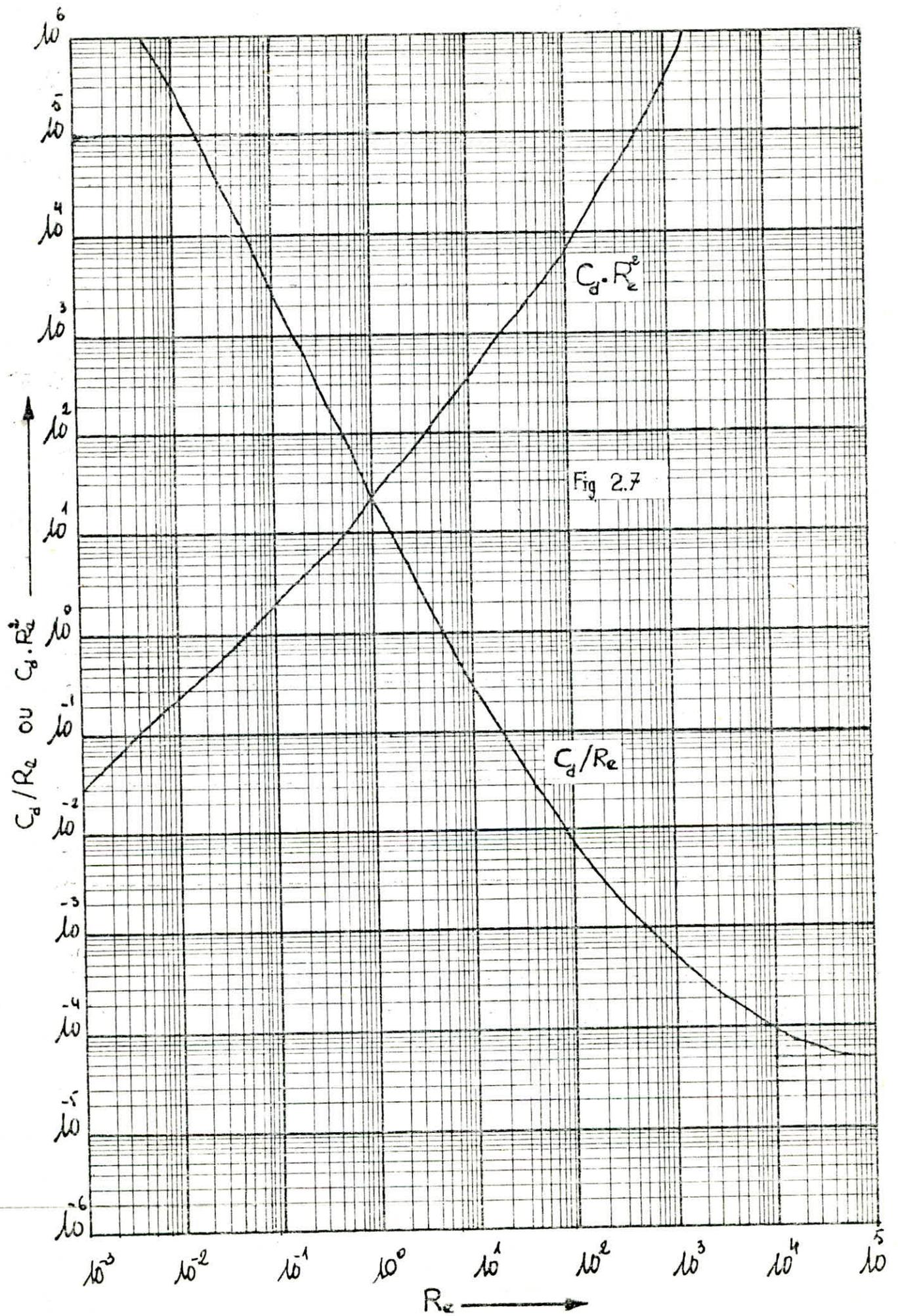
$$C_d \cdot Re^2 = \frac{4 \cdot d^3 \rho_f (\rho_s - \rho_f) g}{3 \mu^2} \quad ( 2.50 )$$

La fonction  $C_d = f(Re)$  est connue, donc on peut considérer  
 le diagramme  $C_d \cdot Re^2 = f(Re)$  donné par PERRY et CHILTON (fig 2.7).



Pour chaque cas particulier, on peut calculer, d'après  
 l'équation ( 2.50 ), le produit  $C_d \cdot Re^2$  avec  $d$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_f$  et  $\mu$   
 qui sont connus, et on relie ensuite la valeur  $C_d \cdot Re^2$   
 correspondante au nombre de Reynolds et par la définition  
 de ce dernier on calcule la vitesse limite de chute :

$$u = Re \cdot \frac{\mu}{d \cdot \rho_f}$$



Une méthode analogue permet de résoudre un autre problème pratique, souvent rencontré, qui est de trouver le diamètre d'une particule solide dont la vitesse de chute  $u$  est connue; divisons dans ce cas l'équation (2.49) par le nombre de Reynolds pour aboutir à l'annulation du diamètre  $d$ .

$$C_d / Re = \frac{4 \cdot d \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot \mu}{3 \cdot u^2 \cdot \rho_f \cdot d \cdot u \cdot \rho_f}$$

$$\frac{C_d}{Re} = \frac{4 (\rho_s - \rho_f) g \cdot \mu}{3 u^3 \rho_f^2} \quad (2.51)$$

Dans ce cas, on utilise un autre diagramme  $C_d / Re = f(Re)$  pour trouver  $Re$  correspondant à la valeur de  $C_d / Re$ , et ensuite, de la définition de  $Re$ , on calcule le diamètre  $d$ .

$$d = Re \cdot \frac{\mu}{u \cdot \rho_f} \quad (2.52)$$

En pratique, il existe deux problèmes intéressants :

- Comment calculer la vitesse de chute de particules d'un solide dont le diamètre est connu.
- Comment calculer le diamètre de particules correspondant soit en régime laminaire, transitoire ou bien turbulent; dont la vitesse de chute est connue et ceci pour des particules sphériques ou isométriques.

On essaye de trouver la solution pour chaque type de régime d'écoulement.

### 22.3.3 Calcul de la vitesse limite et du diamètre pour des particules sphériques

On donnera l'expression de la vitesse limite et du diamètre des particules sphériques pour les trois régimes .

#### Régime laminaire - loi de STOKES -

Pour ce régime d'écoulement on a l'équation (2.2) qui exprime le coefficient de friction en fonction du Re .

$$C_d = 24 / Re \quad \text{avec} \quad 10^{-4} < Re < 0.4$$

D'après l'équation ( 2.48 ) :

$$u = \sqrt{\frac{4 \cdot d \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{3 \cdot C_d \cdot \rho_f}} = \sqrt{\frac{d^2 \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot u \cdot g}{18 \cdot \mu}}$$

$$u = \frac{d^2 \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{18 \cdot \mu} \quad (2.53)$$

Cette équation est appelée : loi de STOKES .

La vitesse limite de chute est proportionnelle au carrée du diamètre de la particule et inversement proportionnelle à la viscosité du fluide . On en déduit que pour les particules dont le diamètre est suffisamment grand , la vitesse de chute est grande .

La loi de Stokes n'est rigoureusement valable que dans le cas de particules sphériques ayant un diamètre se situant entre 0.1 et 0.001 mm . A la basse limite , la loi de Stokes est perturbée par le mouvement brownien et dans le domaine colloïdal les particules sont en suspension stable D'autre part , les matières en suspension sont de formes géométriques diversifiées . Néanmoins la loi de Stokes permet des calculs approximatifs et elle a le mérite de mettre en évidence les variables en jeu .

Calculons le diamètre des particules , dont le mouvement est en régime laminaire .

Cette valeur limite de diamètre correspond au nombre de Reynolds maximum .

$$Re = \frac{u \cdot d \cdot \rho_f}{\mu} = 0,4 \quad ;$$

d'où 
$$u = \frac{0,4 \cdot \mu}{d \cdot \rho_f} \quad ( 2.54 )$$

D'après les équations ( 2.53 ) et ( 2.54 ) et par égalité on a :

$$d = 1,93 \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}} \quad ( 2.55 )$$

Régime turbulent - équation de Newton -

Quand le nombre de Reynolds applicable à la particule se situe entre 1000 et 20 000 ; le coefficient de friction prend une valeur constante de 0,44 et alors l'équation ( 2.48 ) devient :

$$u = 1,74 \sqrt{\frac{g \cdot (\rho_s - \rho_f)}{\rho_f}} \cdot d \quad ( 2.56 )$$

cette équation est dite équation de Newton .

Calculons le diamètre des particules ayant une vitesse de chute exprimée par l'équation ( 2.56 ) :

$$Re = \frac{u \cdot d \cdot \rho_f}{\mu} = 1000 \quad ( 2.57 )$$

$$u = 1000 \cdot \frac{\mu}{d \cdot \rho_f} \quad ( 2.58 )$$

En faisant l'égalité entre ( 2.56 ) et ( 2.58 ) on a :

$$d = 69,12 \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}} \quad ( 2.59 )$$

Régime transitoire - équation d'ALLEN -

Quand le nombre de Reynolds se situe à mi-chemin, soit entre 0,4 et 1000 , on peut appliquer l'équation ( 2.3 )

$$C_d = 18,5 / ( Re )^{0,6}$$

En substituant  $C_d$  dans l'équation (2.48) on aboutit à l'équation d'Allen :

$$u = \frac{((\rho_s - \rho_f) \cdot g)^{0,71}}{6,55 \cdot \mu^{0,43} \cdot \rho_f^{0,29}} \cdot d^{1,14} \quad ( 2.60 )$$

Cette équation intervient dans le calcul des vitesses de sédimentation des particules dont le diamètre est compris entre 0,1 et 2,0 mm environ .

Pour le calcul du diamètre on aura sa valeur qui sera comprise entre la valeur de l'équation ( 2.55 ) et celle de l'équation (2.59) .

$$1,93 \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}} < d < 69,12 \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}}$$

22.34 Calcul de la vitesse limite de chute et du diamètre pour les particules isométriques

Dans cette étape , on aura aussi à donner l'expression de la vitesse et du diamètre pour les trois régimes .

Régime laminaire :  $Re < 0,05$

$$C_d = a / Re \quad \text{équation ( 2.5 )}$$

où  $a = 24 / K_s$  équation (2.6 )

avec  $K_s = 0,843 \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi}{0,065}$

donc  $C_d = 24 / ( Re \cdot K_s )$

alors ,en faisant la transformation de l'équation (2.48 ) on obtient :

$$u = \frac{d_e \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot K_s}{18 \cdot \mu} \quad ( 2.61 )$$

On en déduit le diamètre équivalent limite d'une particule :

$$Re = 0,05 \quad ;$$

d'où  $u = \frac{0,05 \cdot \mu}{d_e \cdot \rho_f}$  ( 2.62 )

et d'après les équations (2.61) et ( 2.62 ) on a :

$$d_e = \left( \frac{0,09}{K_s} \right)^{1/3} \cdot \sqrt[3]{ \frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g} } \quad ( 2.63 )$$

Régime turbulent :  $2 \cdot 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$

On a :

$$u = \sqrt{\frac{4 \cdot d_e \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{3C_d \cdot \rho_f}} \quad \text{équation ( 2.48 )}$$

avec  $C_d = 5,31 - 4,88 \cdot \psi$  équation ( 2.8 )

alors

$$u = Kn \cdot \sqrt{\frac{d_e \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{\rho_f}} \quad ( 2.64 )$$

avec  $Kn = \sqrt{\frac{4}{3(5,31 - 4,88 \cdot \psi)}}$  ( 2.65 )

Quand le nombre de Reynolds atteint 2000 , alors la vitesse limite de chute est  $u = 2000 \cdot \frac{\mu}{d_e \cdot \rho_f}$  qui par

égalité à l'expression( 2.64 ) donnera le diamètre équivalent pour ce régime d'écoulement .

$$d_e = \frac{158,74}{Kn^{2/3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\mu^2}{(\rho_s - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot g}} \quad (2.66)$$

Régime transitoire :  $0,05 < Re < 2 \cdot 10^3$

Pour ce régime d'écoulement il n'existe pas de relation pour le calcul de la vitesse limite de chute , parce qu'il n'y a pas de relation formelle pour le coefficient de friction , elle est seulement comprise entre celle du régime laminaire , et du régime turbulent . Il en est de même pour le diamètre équivalent .

Partie  
experimentale

---

### 3 Partie expérimentale

#### 3.1 Conception et réalisation

##### 3.1.1 Géométrie et choix du matériau

le matériau choisi pour la réalisation est le verre de pyrex qui offre un grand avantage de la transparence, ne vieillit pas et possède une grande résistance à la chaleur :

##### 3.1.2 Description générale de l'installation

###### 3.1.2.1 La colonne

C'est un cylindre en verre de pyrex de longueur 1m et de diamètres extérieur et intérieur 60 et 50 mm respectivement.

Elle est fixée par son extrémité supérieure et inférieure par des boulons à un statif fixe et elle est maintenue verticale. On place derrière cette colonne une plaque de bois recouverte par du papier blanc pour permettre de suivre le mouvement de la particule solide avec précision.

Comme nous l'indique la figure 3.1 on a trois zones :  $H_1$ ,  $H$ ,  $H_2$  où  $H_1 = H_2 = 10$  cm,  $H = 80$  cm.

$H_1$  : cette distance sert à éliminer l'influence de la surface de la colonne sur le mouvement de la particule lorsqu'elle sédimente.

$H$  : c'est la distance de sédimentation dans laquelle les calculs des temps de chute des particules sont établis.

$H_2$  : elle sert à éliminer l'influence du bas de la colonne sur la chute de la particule.

###### 3.1.2.2 Système d'évacuation du liquide

C'est un cône en verre de pyrex de même base circulaire que celle de la colonne (fig 3.3) et ayant un diamètre de 22mm à sa partie inférieure. Cette dernière est

connectée à un tube en verre muni d'une vanne permettant la vidange de la colonne en la débarrassant du liquide, tandis que les particules solides restent emprisonnées dans une toile métallique qui présente des fentes de 0,2 mm.

Ce système d'évacuation est lié à la colonne par des brides et l'étanchéité est assurée par un joint en téflon.

### 3.1.3 Choix des liquides.

Ils sont choisis parmi ceux qui répondent le mieux aux diverses caractéristiques suivantes :

- Transparence.
- Non-toxicité.
- Non volatilité.
- Pas de réaction chimique avec les particules solides.
- Prix de revient peu élevé.

Pour réaliser nos expériences nous avons choisi les liquides suivants : eau, huile de paraffine et glycérine qui répondent mieux aux critères précités, de plus leur viscosité ainsi que leur masse volumique ne sont pas trop élevées.

### 3.1.4 Choix des particules solides.

La loi de Stokes (régime laminaire) n'est valable que dans le cas de particules ayant un diamètre se situant entre 0,001 et 0,1 mm. Par contre la loi d'Allen (régime transitoire) intervient dans le calcul des vitesses de sédimentation des particules dont le diamètre est compris entre 0,1 et 2,0 mm environ.

Notre choix est porté sur ce dernier et avec des particules de diamètre allant de 0,5 à 2,0 mm et pour les raisons suivantes :

- Meilleure observation des chutes des particules dans le liquide.
- Temps de chute mesurable.

La masse volumique des particules n'excède pas environ trois fois celle des liquides et ce pour le maintien du régime transitoire.

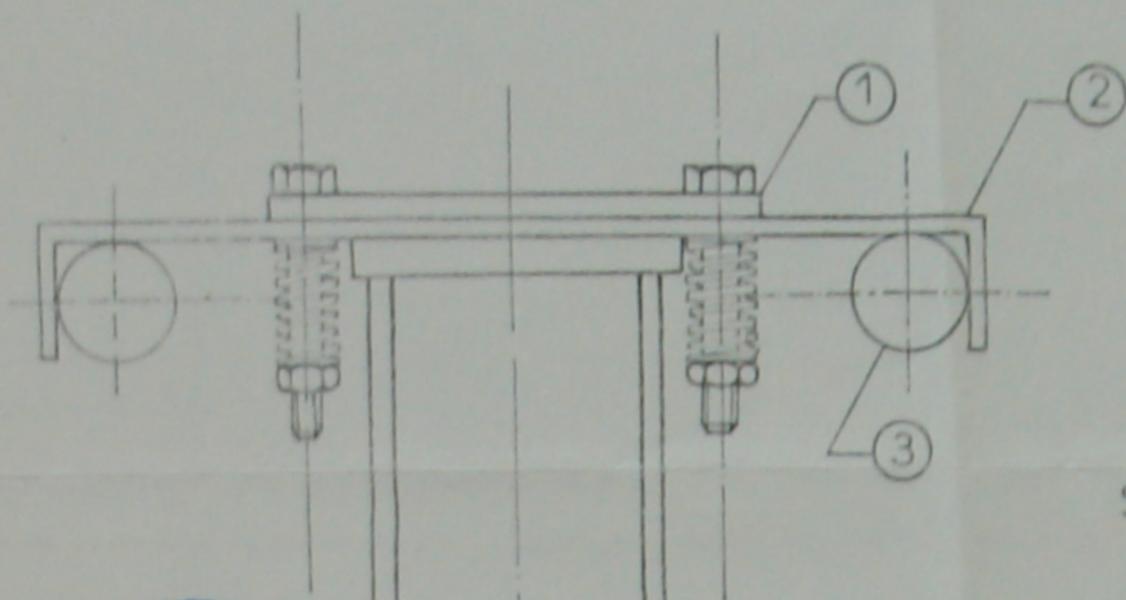


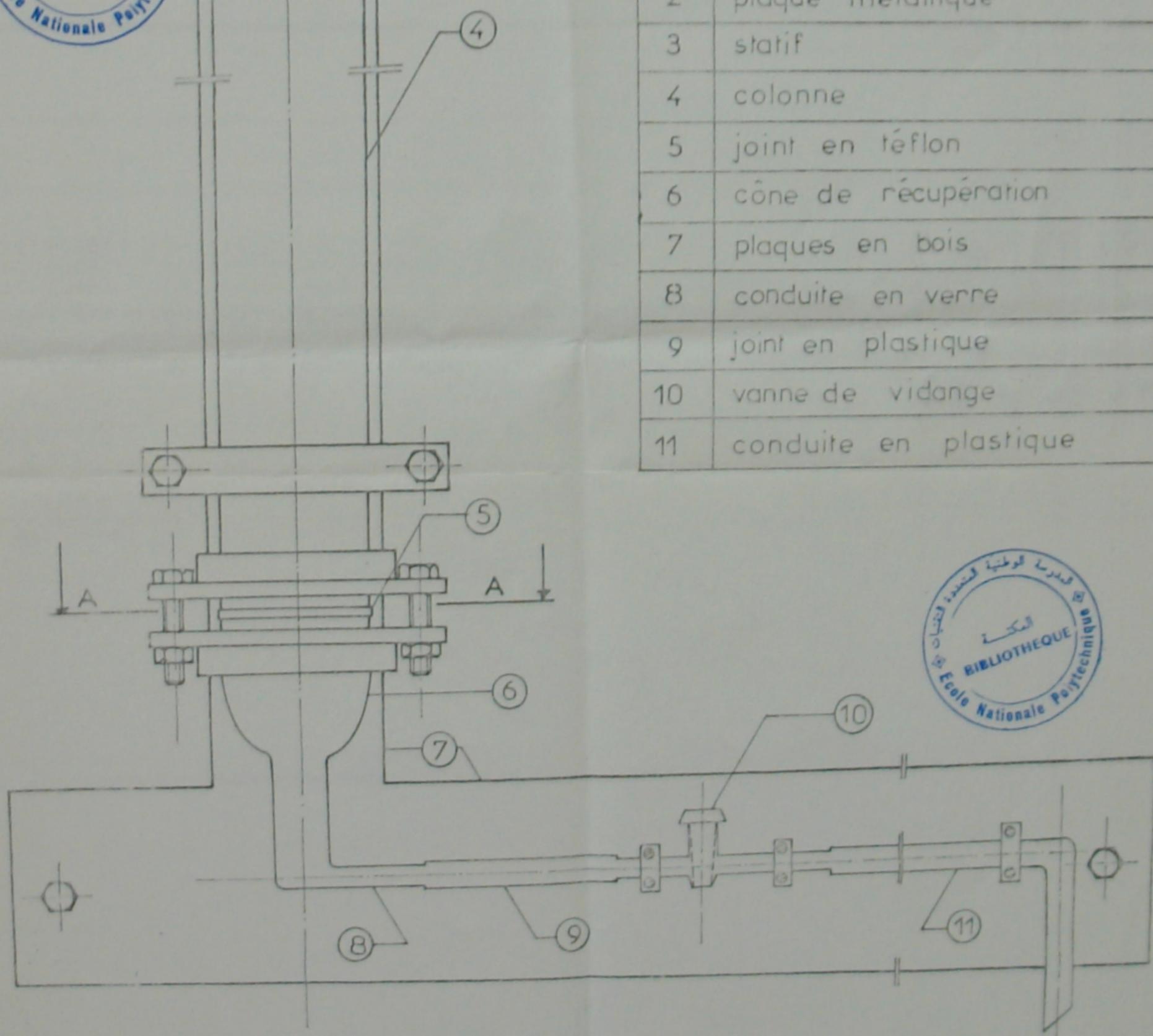
Fig 3.1

Schéma de l'installation

Echelle : 1/2



1	bride de fixation
2	plaque métallique
3	statif
4	colonne
5	joint en téflon
6	cône de récupération
7	plaques en bois
8	conduite en verre
9	joint en plastique
10	vanne de vidange
11	conduite en plastique

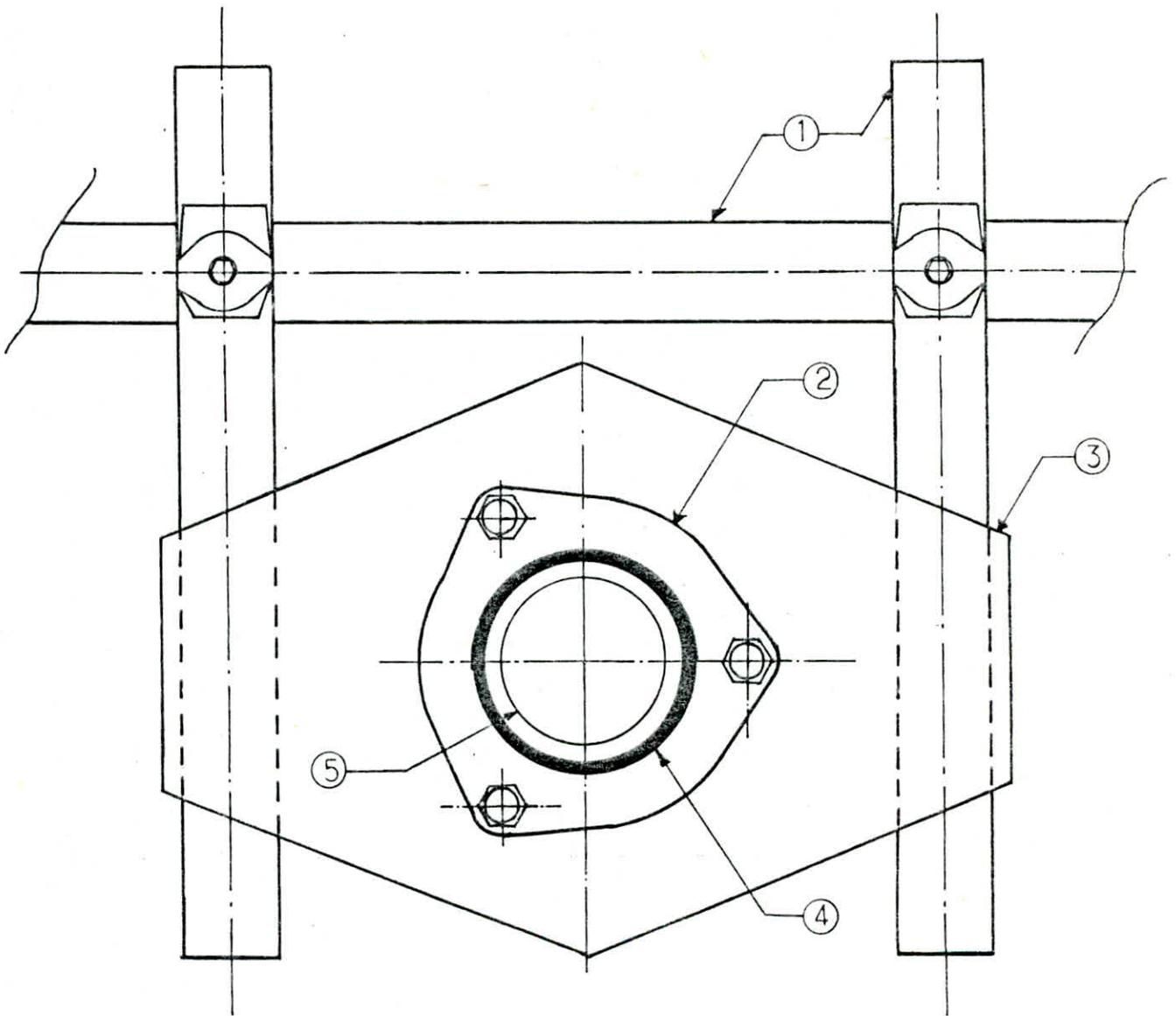


# Schéma de l'installation

Fig 3.2

Vue de dessus

Echelle : 1/2

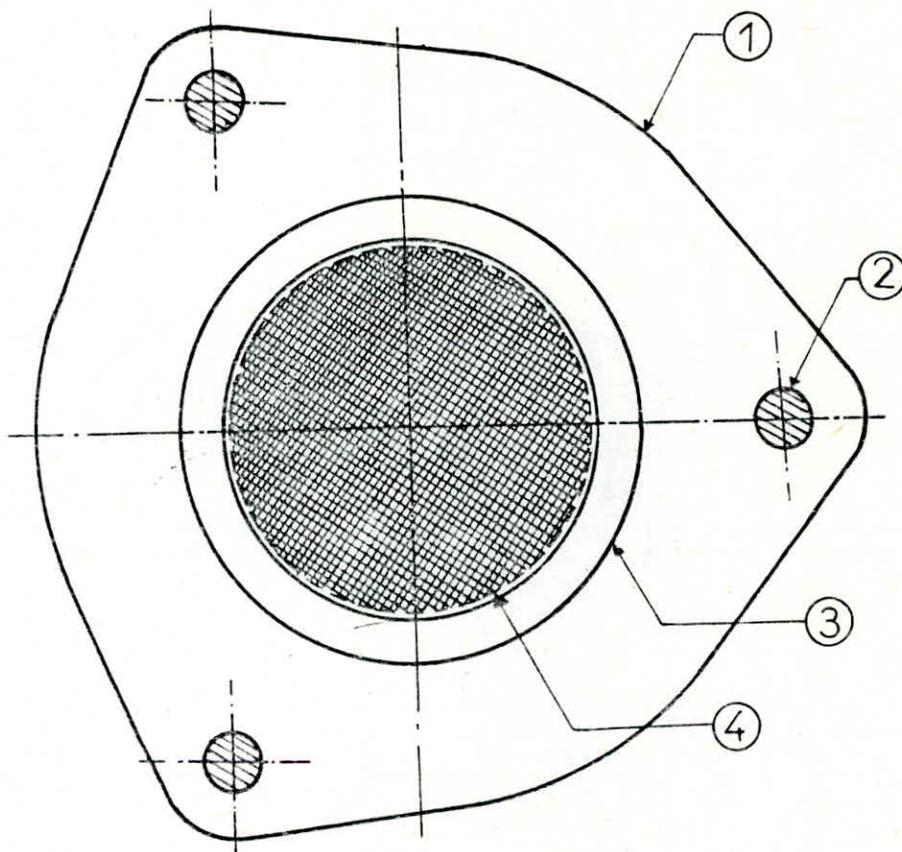


Repère	Désignation
1	statif
2	bride de fixation
3	plaque métallique
4	joint en caoutchouc
5	colonne

Fig 3.3

Coupe AA

Echelle : 1



Repère	Désignation
1, 2	bride et boulon de fixation
3	joint en téflon
4	toile métallique

Tableau -1-

Liquides	$m_2$ (g)	$\rho_g$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_k$ (kg/m <sup>3</sup> )
Eau ordinaire	20,4511	0,9987	998,7
Huile de paraffine (88,5%)	19,3015	0,8837	883,7
Glycérine (91%)	23,1051	1,2641	1264,1

### 3.2.1.2 Détermination de la viscosité des liquides .

La détermination de la viscosité est couverte par une norme Française NF T600-100 . La viscosité est une grandeur physique qui mesure la résistance due aux frottements des molécules qui glissent l'une contre l'autre donnant une résistance interne à l'écoulement du fluide .

Expérimentalement, on détermine la viscosité cinématique par mesure du temps d'écoulement du liquide entre deux traits repères d'un tube capillaire calibré et à une température exactement contrôlée .

La valeur de la viscosité cinématique est donnée par la relation :

$$\nu = c \cdot t - b/t \quad (3.2)$$

- avec  $\nu$  : viscosité cinématique .  
 $c$  : constante du viscosimètre .  
 $t$  : temps d'écoulement du liquide entre les deux traits repères .  
 $b$  : constante expérimentale .

Si on choisit un viscosimètre dont le capillaire est très fin, c'est-à-dire le temps d'écoulement est maximal, alors on peut négliger le terme  $b/t$  et la relation ( 3.2 ) s'écrit :

$$V = c \cdot t \quad ( 3.3 )$$

Pour la détermination de la constante du viscosimètre on utilise l'eau distillée comme étalon .

On choisit trois tubes capillaires dont les diamètres sont 0,5 , 0,78 et 1,04 mm .

Toutes les mesures sont effectuées à 20°C .

Les résultats sont consignés dans le tableau -2- :

Tableau -2-

Liquides	diamètres ( mm )	t(s)	$V \cdot 10^6$ ( $m^2/s$ )	$V_{\text{moy}} \cdot 10^6$ ( $m^2/s$ )	$\mu \cdot 10^3$ ( $kg/m \cdot s$ )
Eau ordinaire	0,50	8,9	1,00	1,01	11,00
	0,78	55,3	1,01		
	1,04	3,0	1,02		
Huile de paraffine (88,5 % )	0,5	83,7	10,05	10,41	9,25
	0,78	53,4	10,14		
	1,04	32,5	11,04		
Glycérine (91 % )	0,5	217,0	26,04	26,18	33,10
	0,78	138,0	26,20		
	1,04	77,3	26,30		

3.2.1.3 Détermination de la masse volumique des particules solides .

La masse volumique des particules solides: est donnée par la formule :

$$\rho_s = \rho_f \cdot \frac{P_2 - P_1}{(P_4 - P_1) - (P_3 - P_2)} \quad (3.4)$$

$\rho_f$  : est la masse volumique du liquide utilisé .

$P_1$  : masse du pycnomètre vide .

$P_2$  : masse du pycnomètre avec celle de l'échantillon solide

$P_3$  : masse du pycnomètre avec celle de l'échantillon et le liquide .

$P_4$  : masse du pycnomètre avec celle du liquide .

Cette méthode a été utilisée par BANNISTER , HEY et WENCHELL en 1938 .

Particules sphériques du verre .

On a pris cinq échantillons de verre de diamètre différents et pour chaque échantillon , on fait trois mesures de la masse volumique et on détermine ensuite la masse volumique moyenne de tout le mélange .

Le liquide utilisé est l'eau distillée :

$$\rho_f = 0,9984 \text{ g/cm}^3 \text{ à } 20^\circ\text{C}$$

,et  $P_1 = 10,4641 \text{ g}$  ,  $P_4 = 20,4481 \text{ g}$  , inchangeables .

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau -3- :

Tableau -3-

Echantillon	Essais	$d \cdot 10^3$ ( m )	$P_1$ ( g )	$P_2$ ( g )	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_s$ moy (g/cm <sup>3</sup> )
1	1	1,00	15,8455	23,6710	2,4905	2,4929
	2		16,5670	24,1139	2,5001	
	3		15,4001	23,4034	2,4881	
2	1	1,25	17,9110	24,9385	2,5148	2,5117
	2		20,5492	26,3979	2,5079	
	3		19,1480	25,6811	2,5124	
3	1	1,50	13,5725	22,1960	2,5016	2,5271
	2		14,6836	23,0036	2,5378	
	3		19,1453	25,7198	2,5421	
4	1	1,75	13,5347	22,2935	2,5023	2,5138
	2		14,8477	23,0881	2,5100	
	3		17,3832	24,6360	2,5293	
5	1	2,00	15,7510	23,6528	2,5350	2,5346
	2		17,0371	24,4231	2,5260	
	3		18,5568	25,3633	2,5428	

$$\rho_{s\text{moy}} = 2,5160 \text{ g/cm}^3$$

La masse volumique moyenne des particules sphériques de verre est :

$$\rho_s = 2516 \text{ kg/m}^3$$

Particules isométriques du quartz .

Le quartz blanc en quantité brute subit en premier lieu l'opération de concassage à l'aide du concasseur à mâchoires, et en second lieu, on lui fait subir le tamisage afin de déterminer les dimensions des classes de particules; en particulier le diamètre moyen des classes . La préparation de l'échantillon de quartz est détaillée en Annexe -1- .

Nous avons pris une masse de 1 kg de quartz blanc que nous avons tamisée sur un jeu de tamis dont les ouvertures en mm : 1,600; 1,250 ; 1,000 ; 0,800 ; 0,630 ; 0,500 ; 0,400 ; 0,300 et 0,200 .

Les résultats obtenus , concernant les masses retenues dans chaque tamis , sont représentés dans le tableau -4- :

Tableau -4-

Classe granulométrique , $10^{-6}$ (m)	masse des fractions ( g )
$> 1600$	6,45
1600 ~ 1250	65,63
1250 ~ 1000	98,42
1000 ~ 800	157,25
800 ~ 630	227,00
630 ~ 500	206,17
500 ~ 400	118,31
400 ~ 300	84,30
300 ~ 200	28,60
$< 200$	3,72
<b>Total</b>	<b>995,85</b>

La détermination de la masse volumique des particules de quartz est effectuée par la même méthode que pour les particules de  $v_{\text{m}}$  (équation 3.4) .

Les résultats figurent dans le tableau -5- :

Tableau -5-

Echantillon .	Essais	Classe granulométrique $10^{-6}$ (m)	$P_2$ ( g )	$P_3$ ( g )	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_{s_{\text{moy}}}$ (g/cm <sup>3</sup> )
1	1	> 1600	13,8725	22,5873	2,6812	2,6875
	2		14,0481	22,7012	2,6887	
	3		16,4651	24,2234	2,6926	
2	1	1600 ~ 1250	15,2387	23,4657	2,7132	2,6891
	2		17,6520	24,9734	2,6953	
	3		19,0032	25,7807	2,6588	
3	1	1250 ~ 1000	16,0275	23,9775	2,7309	2,7019
	2		20,0881	26,5322	2,7144	
	3		22,2792	27,8292	2,6604	
4	1	1000 ~ 800	15,5322	23,6131	2,6589	2,6907
	2		19,4281	26,1295	2,7260	
	3		23,0701	28,7471	2,6872	
5	1	800 ~ 630	14,7833	23,1428	2,6545	2,6768
	2		17,5876	24,9354	2,6979	
	3		21,3214	27,2580	2,6782	

Echantillon	Essais	classe granulométrique $10^{-6}$ (m)	$P_2$ (g)	$P_3$ (g)	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\rho_s$ moy (g/cm <sup>3</sup> )
6	1	630 ~ 500	15,7382	23,765	2,6905	2,6680
	2		18,2253	25,2885	2,6550	
	3		22,1076	27,7220	2,6604	
7	1	500 ~ 400	16,1408	24,0152	2,6866	2,6792
	2		20,2560	26,6090	2,6925	
	3		23,7654	28,7541	2,6585	
8	1	400 ~ 300	17,8041	25,0179	2,6454	2,6481
	2		22,6250	28,0382	2,6563	
	3		26,4657	30,4041	2,6426	
9	1	300 ~ 200	13,7662	22,4610	2,5574	2,5690
	2		16,0107	23,8502	2,5823	
	3		20,1250	26,3519	2,5673	
10	1	< 200	11,2250	20,9176	2,6076	2,5905
	2		12,0246	21,4044	2,5830	
	3		13,5115	22,3166	2,5809	

La masse volumique moyenne de notre échantillon de quartz est calculée selon la formule suivante :

$$\rho_s = \frac{\sum_{i=1}^{10} m_i \cdot \rho_{s_i}}{\sum_{i=1}^{10} m_i} \quad (3.5)$$

avec  $m_i$  : la masse de la classe  $i$  .

$\rho_{s_i}$  : la masse volumique moyenne de la classe  $i$  .

on trouve :  $\rho_s = 2,6750 \text{ g/cm}^3$

alors la masse volumique de notre échantillon de

quartz est :  $\rho_s = 22675 \text{ kg/m}^3$

### 3.2.2 Mode opératoire .

On remplit la colonne avec le liquide désiré , le volume étant de 2,26 litres , en s'assurant auparavant que la vanne de vidange soit fermée .

On laisse le liquide se stabiliser pendant au moins 10 mn , tout en évitant les bulles d'air . On prend ensuite les particules solides , et pour chaque diamètre on les laisse chuter dans la colonne sans leur donner une vitesse initiale , et à l'aide d'un chronomètre on mesure le temps nécessaire à la particule pour traverser la distance de sédimentation  $H$  .

La vitesse expérimentale (  $u$  ) est calculée selon la formule suivante :

$$u = H / t \quad (3.6)$$

H : distance de sédimentation ( m ) .

t : temps de chute (s).

u en m/s .

Une fois que l'opération est terminée pour les particules d'un solide ( 1 ) , alors on ouvre la vanne de vidange et on récupère le liquide dans un récipient ; par contre les particules solides seront récupérées de la toile métallique qui les contient dans le cône de récupération .

Lors du changement des liquides on procède au lavage de la colonne par <sup>l'eau</sup> avec un détergent .

### 3.2.3 Résultats .

#### 3.2.3.1 Particules sphériques de verre .

On a pris cinq échantillons de particules sphériques de verre de diamètre 1,00 ; 1,25 ; 1,50 ; 1,75 et 2,00 mm . Pour chaque échantillon , on fait des mesures du temps de chute et ce dans l'eau , l'huile de paraffine et la glycérine .

a- Vitesses expérimentales de chute des particules  
sphériques de verre dans l'eau.

Tableau -6-

Essais	1,00		1,25		1,50	
	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)
1	6,5	12,3	4,4	18,1	4,7	17,0
2	5,8	13,7	4,6	17,4	3,8	21,0
3	6,8	11,7	5,1	15,6	3,7	21,6
4	5,4	14,8	4,3	18,6	4,0	20,0
5	6,1	13,1	5,0	16,0	4,1	19,5
6	5,6	14,2	4,2	19,0	3,9	20,5
7	6,2	12,9	4,8	16,7	4,2	19,0
8	5,8	13,7	4,9	16,3	3,6	22,2
9	6,1	13,1	4,7	17,0	3,7	21,6
10	6,3	12,6	4,4	18,1	4,3	18,6
11	6,1	13,1	5,1	15,6	4,1	19,5
12	5,9	13,5	4,5	17,7	3,9	20,5
13	5,1	15,6	5,1	15,6	4,0	20,0
14	6,6	12,1	4,6	17,4	3,8	21,0
15	5,1	14,0	4,8	16,7	4,2	19,0

$d \cdot 10^3$ (m)	1,75		2,00	
Essais	t(s)	$u \cdot 10^2$ (m)	t(s)	$u \cdot 10^2$ (m)
1	3,9	20,5	3,3	24,2
2	3,8	21,0	3,4	23,5
3	3,5	22,8	3,5	22,8
4	4,1	19,5	3,0	22,3
5	3,3	24,2	3,0	26,7
6	3,0	26,7	3,1	25,8
7	3,11	25,8	3,0	26,7
8	3,5	22,8	3,0	26,7
9	3,2	25,0	3,4	23,5
10	4,3	18,6	3,7	21,6
11	3,8	21,0	3,4	23,5
12	3,4	23,5	3,5	22,8
13	3,6	22,2	3,3	24,2
14	3,1	25,8	3,0	26,7
15	3,5	22,8	3,7	21,6

a-1- Vitesses expérimentales moyennes de chute .

A partir des résultats obtenus pour chaque échantillon de particule , on détermine la vitesse expérimentale moyenne et on vérifie à chaque fois le régime d'écoulement en calculant le nombre de Reynolds .

Tableau -7-

$d \cdot 10^3$ ( m )	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	$Re$	nature du régime
1,00	13,2	132,0	régime transitoire
1,25	17,0	212,5	" "
1,50	19,7	295,5	" "
1,75	22,5	393,7	" "
2,00	24,1	480,0	" "

a-2- Vitesses théoriques .

Les vitesses théoriques sont calculées à partir de l'équation d'Allen qui a pour expression :

$$u = \frac{[(\rho_s - \rho_f) \cdot g]^{0,71}}{6,5 \cdot \rho_f^{0,29} \cdot \mu^{0,43}} \cdot d^{1,14} \quad \text{équation (2.60)}$$

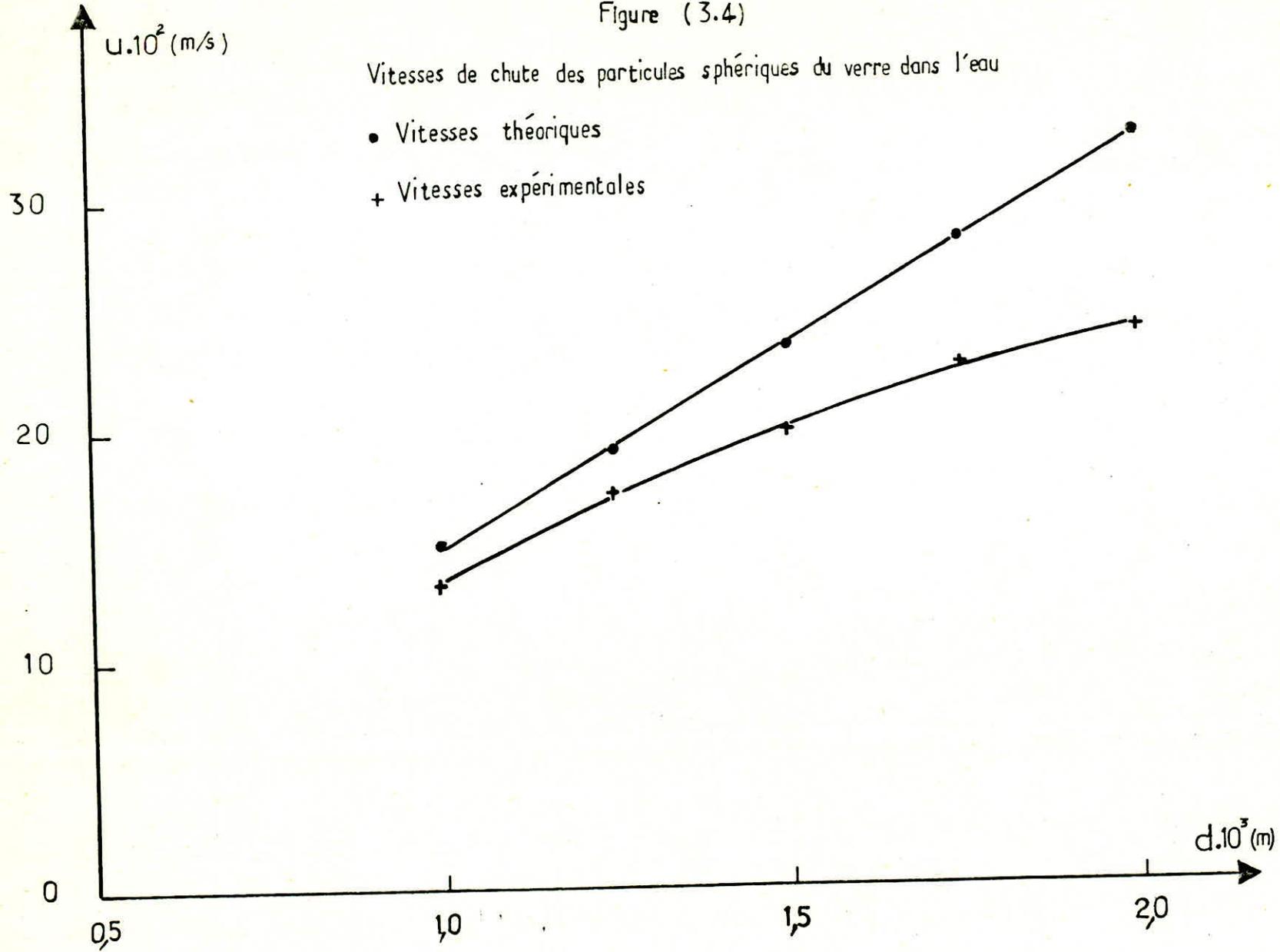
Tableau -8-

$d \cdot 10^3$ ( m )	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	$Re$	nature du régime
1,00	14,7	147,0	régime transitoire
1,25	19,0	237,5	" "
1,50	23,4	351,0	" "
1,75	27,9	488,2	" "
2,00	32,5	650,0	" "

Figure (3.4)

Vitesses de chute des particules sphériques du verre dans l'eau

- Vitesses théoriques
- + Vitesses expérimentales



b- Vitesses expérimentales de chute des particules de verre dans l'huile de paraffine .

Tableau -9-

d.10 <sup>3</sup> ( m )	1,00		1,25		1,50	
	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s )	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s )	t(s)	u.10 <sup>2</sup> ( m/s )
1	15,1	5,3	12,6	6,3	10,9	7,3
2	16,2	4,9	12,4	6,4	11,0	7,2
3	14,3	5,6	12,7	6,3	10,2	7,8
4	17,4	4,6	13,3	6,0	10,7	7,5
5	13,0	6,1	11,4	7,0	10,8	7,4
6	14,0	5,7	12,0	6,7	10,1	7,9
7	12,6	6,3	11,8	6,8	10,5	7,6
8	14,2	5,6	12,6	6,3	9,9	8,1
9	13,9	5,7	11,5	6,9	10,4	7,7
10	14,7	5,4	12,1	6,6	10,3	7,7
11	14,3	5,6	12,2	6,5	10,1	7,9
12	14,6	5,4	11,1	7,2	10,6	7,5
13	13,9	5,7	12,2	6,5	10,7	7,5
14	14,8	5,4	11,7	6,8	10,5	7,6
15	14,5	5,5	11,9	6,7	10,8	7,4

$d \cdot 10^3$ ( m )	1,75		2,00	
Essais	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )
1	9,2	8,7	8,1	9,9
2	9,8	8,1	8,6	9,3
3	9,6	8,3	9,4	8,5
4	9,0	8,8	8,9	9,0
5	10,0	8,0	9,3	8,6
6	10,2	7,8	9,6	8,3
7	9,7	8,2	9,1	8,8
8	9,5	8,4	8,9	9,0
9	10,3	7,7	9,7	8,2
10	10,7	7,5	8,4	9,5
11	10,4	7,7	9,5	8,4
12	10,0	8,0	9,2	8,7
13	9,9	8,1	8,9	9,0
14	9,7	8,2	9,8	8,1
15	10,5	7,6	9,1	8,8

c- Vitesses expérimentales des particules de verre  
dans la glycérine .

Tableau -10-

$d \cdot 10^3$ ( m )	1,00		1,25		1,50	
	Essais	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)
1	33,4	2,4	25,1	3,2	22,0	3,6
2	30,0	2,7	25,3	3,2	21,8	3,7
3	32,1	2,5	25,0	3,2	22,1	3,6
4	33,6	2,4	25,4	3,1	22,5	3,5
5	31,5	2,5	25,3	3,2	22,2	3,6
6	32,1	2,5	25,5	3,1	22,3	3,6
7	32,5	2,4	25,2	3,2	22,1	3,6
8	31,9	2,5	25,0	3,2	21,7	3,7
9	30,2	2,6	24,7	3,2	22,5	3,5
10	29,6	2,7	25,1	3,2	22,2	3,6
11	32,6	2,4	25,0	3,2	22,4	3,6
12	32,5	2,4	24,2	3,3	21,6	3,7
13	32,3	2,5	25,7	3,1	21,7	3,5
14	32,6	2,4	24,5	3,3	22,1	3,6
15	33,1	2,4	24,0	3,4	22,8	3,5

$d \cdot 10^3$ ( m )	1,75		2,00	
Essais	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )
1	21,0	3,8	19,1	4,2
2	21,1	3,8	19,6	4,1
3	20,9	3,8	20,2	4,0
4	20,5	3,9	20,7	3,9
5	21,2	3,7	19,9	4,0
6	21,0	3,9	20,5	3,9
7	21,2	3,7	20,0	4,0
8	21,1	3,8	19,0	4,2
9	21,0	3,8	20,6	3,9
10	20,7	3,9	19,2	4,1
11	20,5	3,9	20,8	3,8
12	20,9	3,8	20,0	4,0
13	21,7	3,7	20,5	3,9
14	21,0	3,8	20,3	3,9
15	21,2	3,7	19,6	4,1

d- Vitesses expérimentales moyennes des particules de verre dans l'huile de paraffine et la glycérine .

En utilisant les valeurs des vitesses des tableaux 9 et 10 on obtient les valeurs moyennes suivantes:

Tableau -11-

Liquides		$d \cdot 10^3$ ( m )	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
		huile de paraffine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	5,5	6,6	7,6	8,1
Re	5,2		7,9	10,9	13,5	16,8	
glycérine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	2,5	3,2	3,6	3,8	4,0	
	Re	0,9	1,5	2,0	2,6	3,1	

e- Calcul des vitesses théoriques par la méthode d'Allen .

Tableau -12-

Liquides		$d \cdot 10^3$ ( m )	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
		huile de paraffine	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	6,2	8,0	9,8	11,7
Re	5,9		7,6	9,4	12,8	13,1	
glycérine	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	2,7	3,5	4,3	5,1	5,9	
	Re	1,0	1,7	2,5	3,4	4,5	

Figure (3.5)

Vitesses de chute des particules sphériques du verre dans l'huile de paraffine

- Vitesses théoriques
- + Vitesses expérimentales

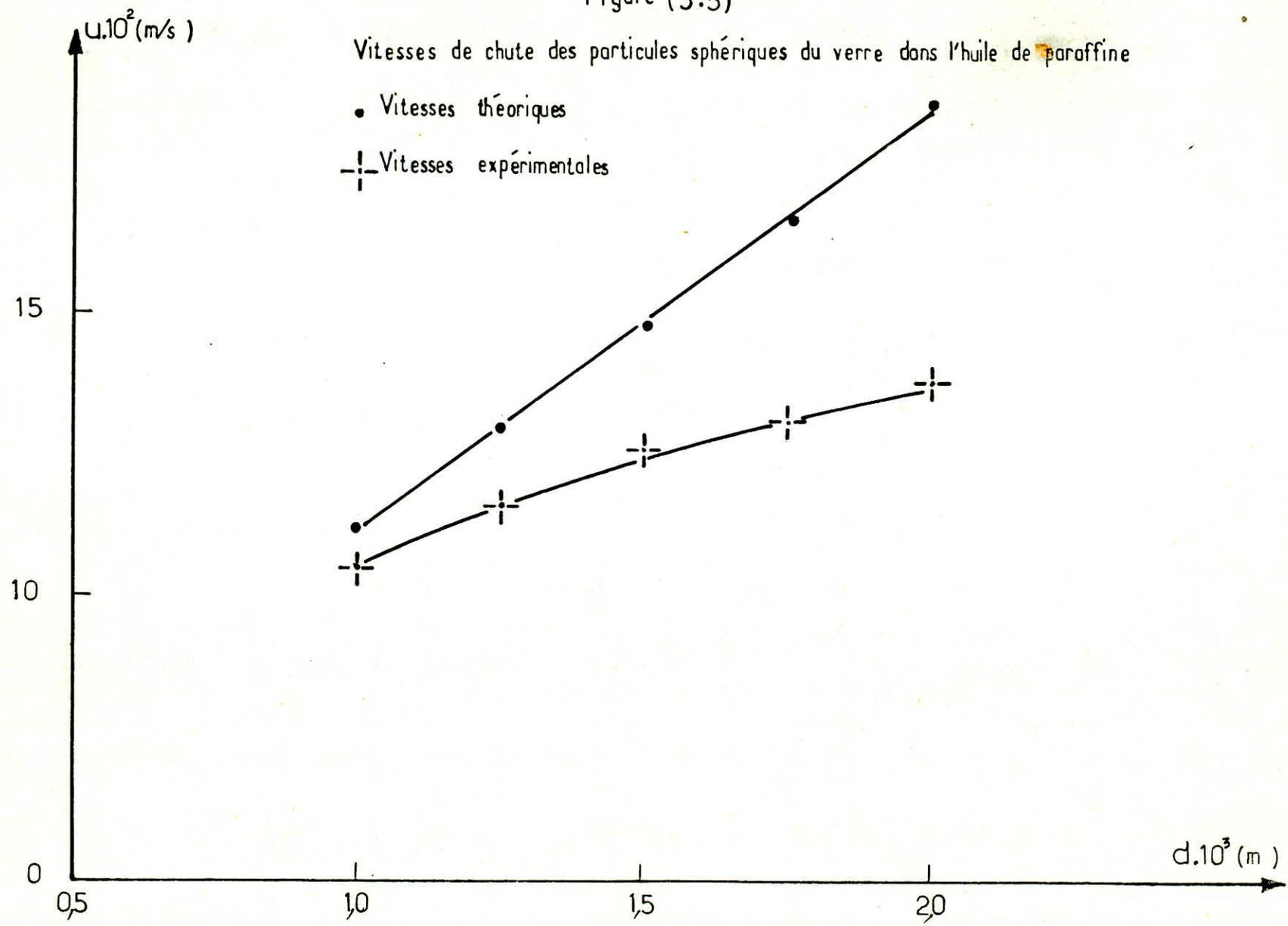
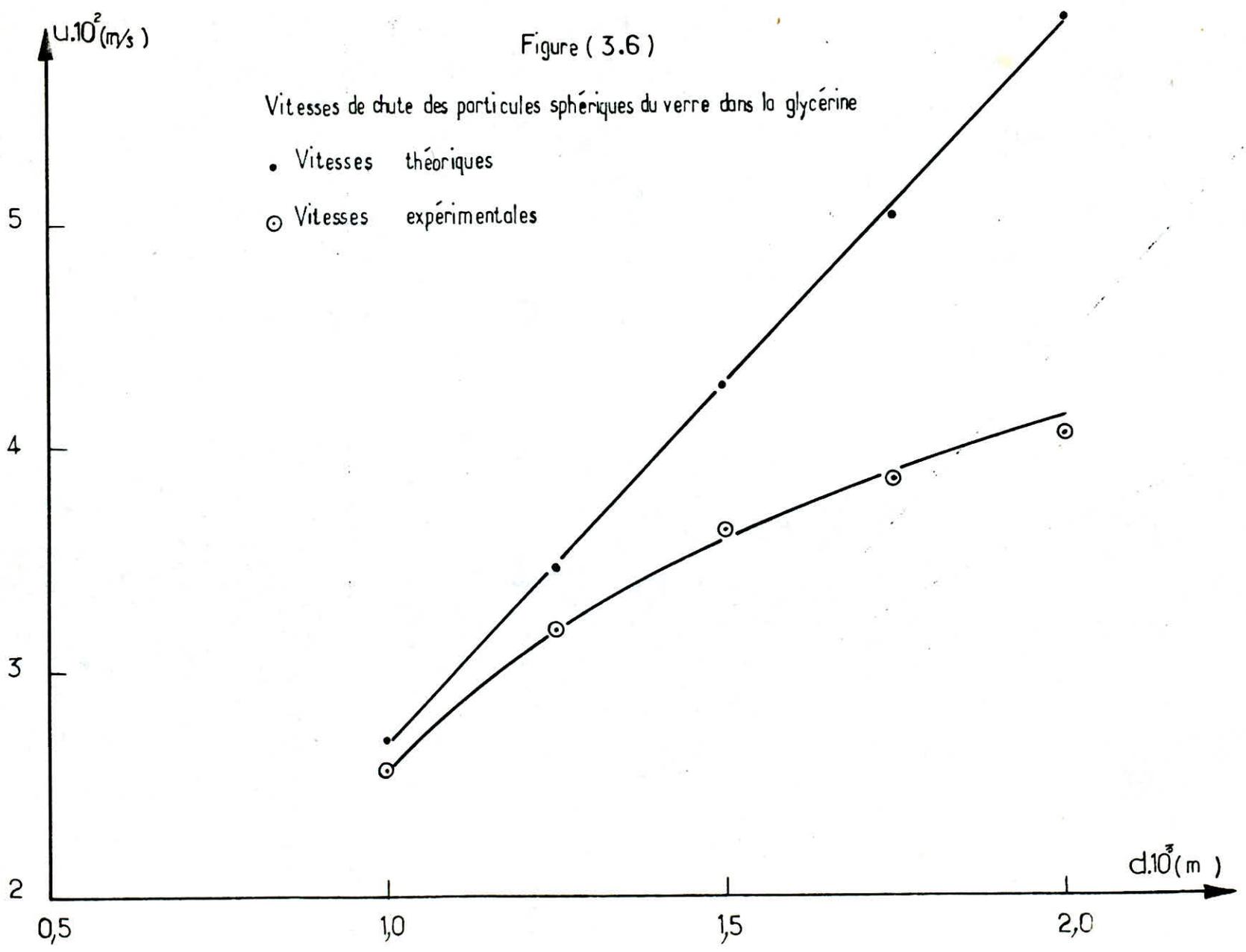


Figure ( 3.6 )

Vitesses de chute des particules sphériques du verre dans la glycérine

- Vitesses théoriques
- ⊙ Vitesses expérimentales



### 3.2.3.2 Particules isométriques de quartz .

Lors de la préparation du quartz, on a procédé à un tamisage qui nous a permis d'avoir huit classes granulométriques de particules . Le calcul des vitesses expérimentales de chute est fait uniquement pour les cinq premières classes dont le diamètre est compris entre 1,60 et 10,5 mm, ce qui est en très bon accord avec notre choix et ce pour garder le régime d'ALLEN .

En ayant une classe granulométrique (  $d_1 \sim d_2$  ) le diamètre moyen des particules de cette classe est pris par convention égal à la moyenne :

$$d = ( d_1 + d_2 ) / 2$$

La vitesse expérimentale de chute est calculée selon la même formule utilisée pour les particules sphériques de verre ( équation 3.6 ) .

Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux suivants :

a- Vitesses expérimentales de chute des particules de quartz dans l'eau .

Tableau -13-

d.10 <sup>3</sup> ( m )	0,565		0,715		0,900	
	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)	t(s)	u.10 <sup>2</sup> (m/s)
1	11,2	7,1	8,9	9,1	6,4	12,5
2	10,9	7,3	8,7	9,2	6,5	12,3
3	11,0	7,3	8,8	9,1	6,8	11,7
4	11,0	7,1	8,7	9,2	6,7	11,9
5	10,8	7,4	8,2	9,7	5,9	13,5
6	11,5	6,9	7,5	10,7	6,6	12,1
7	10,7	7,5	7,3	10,9	6,2	12,9
8	11,0	7,3	8,1	9,9	6,5	12,3
9	11,2	7,1	7,7	10,4	5,8	13,8
10	10,6	7,5	7,2	11,1	5,7	14,0
11	10,5	7,6	8,2	9,7	6,5	12,3
12	11,1	7,2	7,5	10,7	5,8	13,8
13	10,6	7,5	7,1	11,2	6,0	13,5
14	10,9	7,3	8,2	9,7	6,2	12,9
15	10,2	7,8	7,9	10,1	6,9	11,6

Essais	1,125		1,425	
	t (s)	u.10 <sup>2</sup> ( m/s )	t ( s )	u.10 <sup>2</sup> ( m/s )
1	5,6	14,3	4,0	20,0
2	5,5	14,5	4,1	19,5
3	5,0	16,0	4,6	17,4
4	5,4	14,8	4,0	20,0
5	5,1	15,7	4,2	19,0
6	5,5	14,5	4,1	19,5
7	5,7	14,0	3,9	20,5
8	5,4	14,8	4,3	18,6
9	5,2	15,4	3,8	21,0
10	5,3	15,1	4,1	19,5
11	4,5	17,8	4,6	17,4
12	4,9	16,3	4,4	18,2
13	5,0	16,0	4,3	18,6
14	4,8	16,7	3,7	21,6
15	4,5	17,8	3,4	23,5

b- Vitesses expérimentales de chute des particules de quartz dans l'huile de paraffine .

Tableau -14-

$d \cdot 10^3$ ( m )	0,565		0,715		0,900	
	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t(s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )
1	27,0	2,9	21,9	3,6	15,7	5,1
2	26,8	3,0	22,1	3,6	15,4	5,2
3	26,5	3,0	20,8	3,8	15,6	5,1
4	26,6	3,0	22,2	3,6	16,0	5,0
5	27,1	2,9	21,4	3,7	15,9	5,0
6	27,7	2,9	22,0	3,6	16,1	4,9
7	26,5	3,0	20,8	3,8	15,6	5,1
8	26,0	3,1	18,5	4,3	15,9	5,0
9	26,9	3,0	21,0	3,8	15,8	5,0
10	26,1	3,0	21,2	3,6	15,4	5,2
11	26,8	3,0	19,8	4,0	15,5	5,1
12	26,5	3,0	20,3	3,9	15,7	5,1
13	27,0	2,9	20,7	3,8	15,9	5,0
14	26,2	3,0	20,8	3,8	15,2	5,2
15	26,8	3,0	21,5	3,7	15,8	5,0

$d \cdot 10^3$ ( m )	1,125		1,425	
Essais	t (s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )	t (s)	$u \cdot 10^2$ ( m/s )
1 1	13,8	5,8	11,0	7,3
2	13,6	5,8	11,4	7,0
3	13,9	5,7	11,9	6,7
4	13,4	6,0	10,6	7,5
5	14,0	5,7	11,0	7,3
6	12,8	6,2	11,1	7,2
7	13,2	6,0	10,6	7,5
8	14,1	5,7	10,2	7,8
9	13,6	5,8	11,0	7,3
10	13,8	5,8	11,4	7,0
11	13,5	5,9	11,5	6,9
12	14,8	5,4	11,0	7,3
13	14,0	5,7	10,5	7,6
14	14,6	5,5	11,0	7,3
15	13,9	5,7	11,8	6,8

c- Vitesses expérimentales de chute des particules de quartz dans la glycérine .

Tableau -15-

d.10 <sup>3</sup> ( m )	0,715		0,900	
	t (s)	u.10 <sup>2</sup> ( m/s )	t (s)	u.10 <sup>2</sup> ( m/s )
1	36,4	2,2	28,0	2,8
2	36,1	2,2	28,5	2,8
3	36,6	2,2	28,7	2,8
4	36,9	2,1	28,6	2,8
5	37,0	2,1	28,2	2,8
6	36,5	2,2	28,9	2,7
7	36,3	2,2	28,7	2,8
8	35,8	2,2	28,3	2,8
9	35,5	2,2	28,7	2,8
10	36,2	2,2	29,0	2,7
11	36,8	2,2	28,6	2,8
12	36,1	2,2	29,1	2,7
13	35,9	2,2	28,8	2,7
14	35,7	2,2	28,3	2,8
15	36,7	2,2	28,3	2,8

Pour la classe granulométrique (600 ~ 500), c-à-d pour les particules de quartz de diamètre moyen égal à 0,565 mm le temps de chute trouvé est de 42 s après plusieurs essais donnant ainsi une vitesse de chute de  $1,9 \cdot 10^{-2}$  m/s .

$d \cdot 10^3$ (m)	1,125		1,425	
Essais	t (s)	$u \cdot 10^2$ (m/s)	t (s)	$u \cdot 10^2$ (m/s)
1	22,8	3,5	17,4	4,6
2	21,6	3,7	17,1	4,7
3	22,7	3,5	17,3	4,6
4	22,1	3,6	17,0	4,7
5	22,5	3,5	16,8	4,7
6	21,8	3,7	17,2	4,6
7	22,0	3,6	16,9	4,7
8	22,1	3,6	16,7	4,8
9	21,7	3,7	17,0	4,7
10	22,2	3,6	17,1	4,7
11	22,5	3,5	17,5	4,6
12	22,2	3,6	16,0	5,0
13	22,1	3,6	16,7	4,8
14	22,3	3,6	17,3	4,6
15	22,4	3,6	17,0	4,7

d- Vitesses expérimentales moyennes des particules de quartz .

En utilisant les valeurs des tableaux 13, 14 et 15 et en prenant les valeurs moyennes on obtient les résultats suivants .

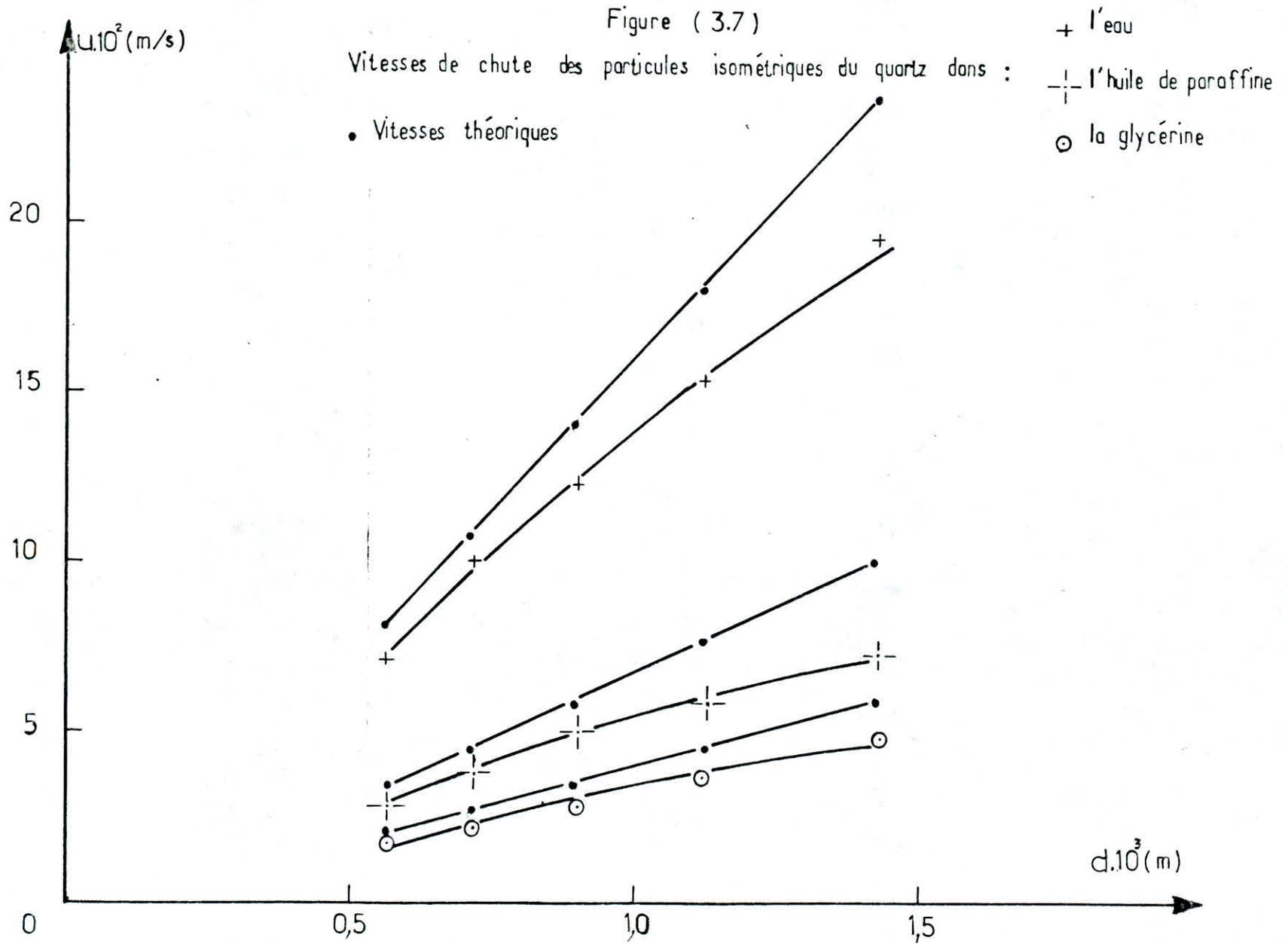
Tableau -16-

Liquides		$d \cdot 10^3$ (m)	0,565	0,715	0,900	1,125	1,425
		eau	$u \cdot 10^2$ (m/s)	7,3	10,0	12,7	15,5
$Re$	41,4		71,5	114,0	174,0	278,0	
huile de paraffine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	3,0	3,8	5,1	5,8	7,2	
	$Re$	1,6	2,6	4,3	5,8	9,8	
glycérine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	1,9	2,2	2,8	3,6	4,7	
	$Re$	0,4	0,6	1,0	1,5	4,7	

e- Vitesses théoriques .

Tableau -17-

Liquides		$d \cdot 10^3$ (m)	0,565	0,715	0,900	1,125	1,425
		eau	$u \cdot 10^2$ (m/s)	8,2	10,8	14,0	18,1
$Re$	40,7		77,2	126,0	203,7	337,8	
huile de paraffine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	3,5	4,6	5,9	7,7	10,0	
	$Re$	1,9	3,1	5,1	8,2	13,7	
glycérine	$u \cdot 10^2$ (m/s)	2,1	2,7	3,5	4,0	0,0	
	$Re$	0,5	0,7	1,2	2,0	3,2	



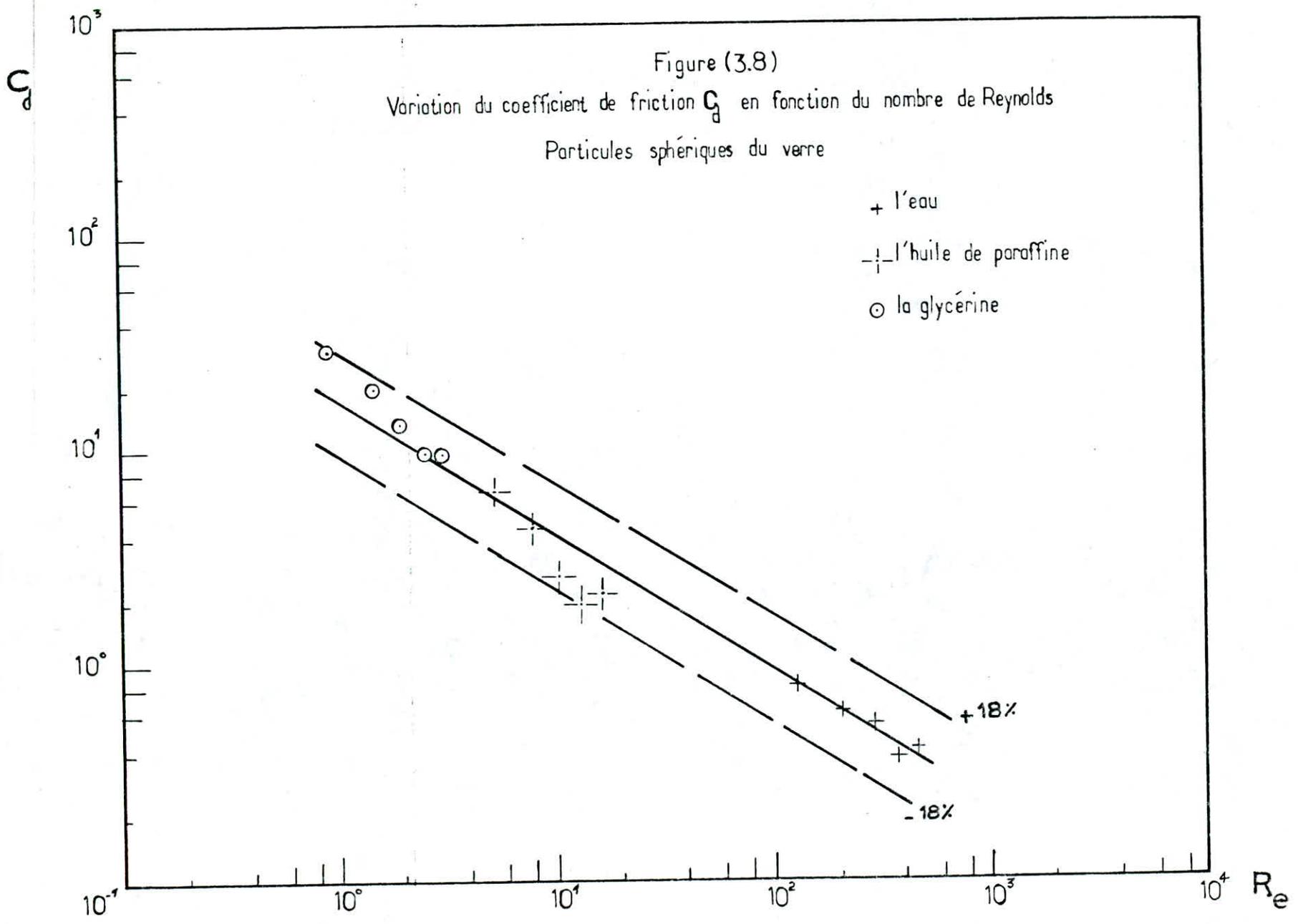
3.2.3.3 Détermination du coefficient de friction -  $C_d$  - .

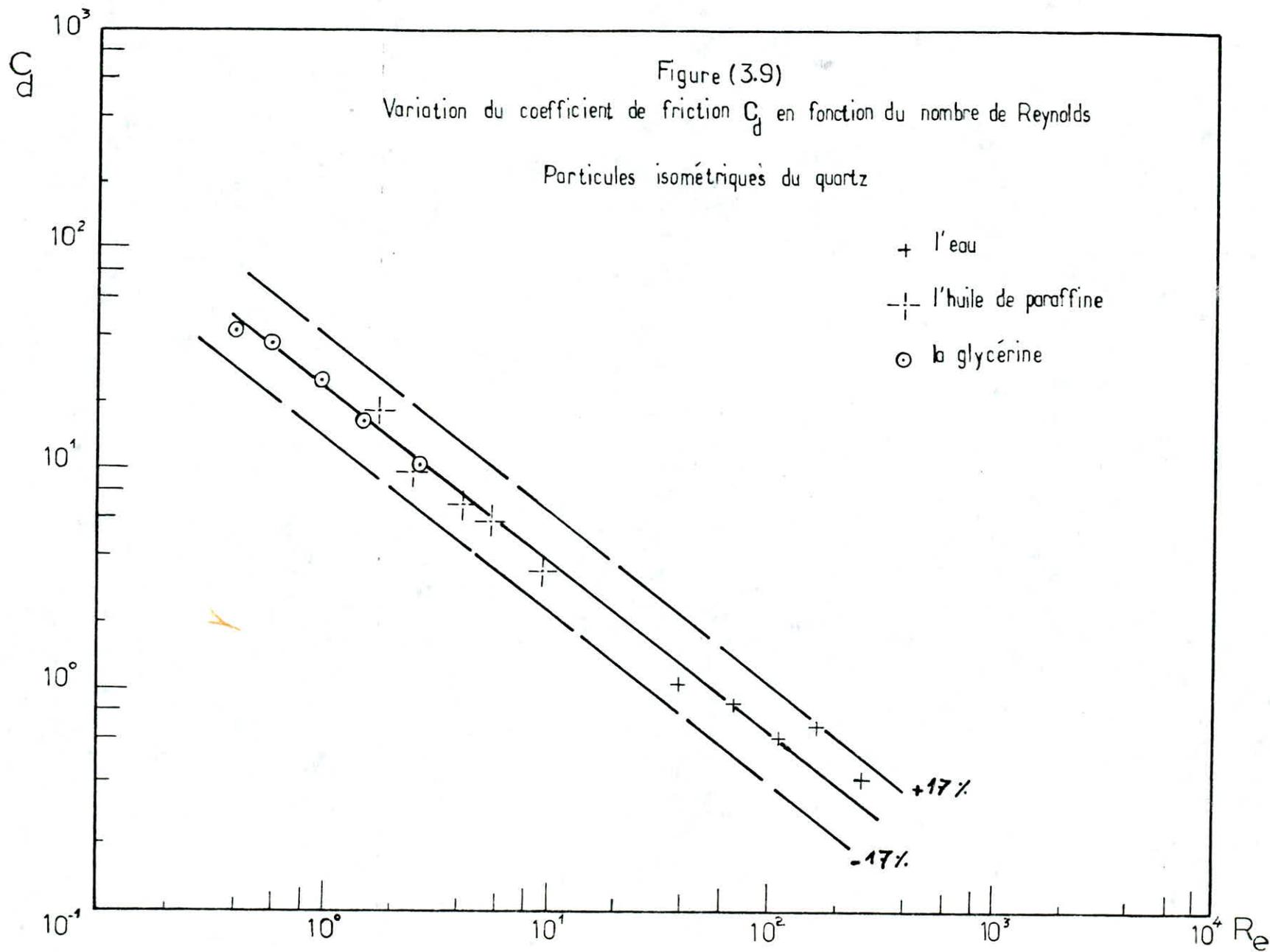
On détermine le coefficient  $C_d$  à partir des résultats expérimentaux des vitesses de chute , ( tableaux 7 et 11 pour les particules sphériques et tableau 16 pour les particules isométriques ), ces dernières permettent de déterminer les nombres de Reynolds expérimentaux et à l'aide du diagramme de la figure ( 2.7 ) .

Les valeurs de  $C_d$  obtenus pour les particules de verre et de quartz avec les nombres de Reynolds correspondants sont consignés dans le tableau -18- et qui sont représentées graphiquement en figures (3.8) , (3.9) .

Tableau -18-

Particules sphériques de verre							
Liquides		$d \cdot 10^3$ (m)	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
		eau	$Re$		132,0	212,5	295,5
$C_d$			0,7	0,6	0,5	0,3	0,4
huile de paraffine	$Re$		5,2	7,9	10,9	13,5	16,8
	$C_d$		6,1	4,2	2,4	1,8	2,0
glycérine	$Re$		0,9	1,5	2,0	2,6	3,1
	$C_d$		27,6	17,8	12,5	8,8	8,8
Particules isométriques de quartz							
Liquides		$d \cdot 10^3$ (m)	0,565	0,715	0,900	1,125	1,425
		eau	$Re$	41,4	71,5	114,0	174,5
$C_d$	1,2		0,9	0,9	0,7	0,4	
huile de paraffine	$Re$	1,6	2,6	4,3	5,8	9,8	
	$C_d$	17,6	9,3	6,8	5,9	3,5	
glycérine	$Re$	0,4	0,6	1,0	1,5	2,6	
	$C_d$	46,4	39,1	25,0	16,8	10,3	





5.2.3.3.1 Comparaison des résultats avec la littérature .

Beaucoup de scientifiques et d'auteurs [11] ont élaboré pendant leurs travaux de recherches des corrélations concernant le coefficient de friction et selon le domaine de variation du nombre de Reynolds .

Parmi ces corrélations on présente celles qui correspondent mieux à la variation du nombre de Reynolds expérimental et ce pour pouvoir comparer nos résultats à ceux trouvés à partir de ces corrélations .

AUTEURS	RELATION	DOMAINE D'APPLICATION
Perry et Chilton	$C_d = 18,5/R_e^{0,6}$	$0,4 < R_e < 1000$
Schiller et Naumann	$C_d = 24/R_e + 3,6/R_e^{0,313}$	$0,4 < R_e < 1000$
Flemmer et Banks	$C_d = ( 24/R_e ) \cdot 10^E$ où $E = 0,261 \cdot R_e^{0,369} - 0,105 \cdot R_e^{0,431} - 0,124 / ( 1 + (\log_{10} R_e)^2 )$	$R_e < 3 \cdot 10^5$

On calcule le coefficient  $C_d$  à partir de ces corrélations et les résultats trouvés figurent au tableau (-19-) avec les résultats du tableau (-18-).

À partir des figures (3.8) et (3.9) on obtient, pour les deux types de particules (verre, quartz), deux droites moyennes qui ont pour expressions :

- Particules sphériques de verre

$$C_d = ( 77,5 / Re^{0,09} ) \pm 18\%$$

avec  $0,9 \leq Re \leq 480$

- Particules isométriques de quartz

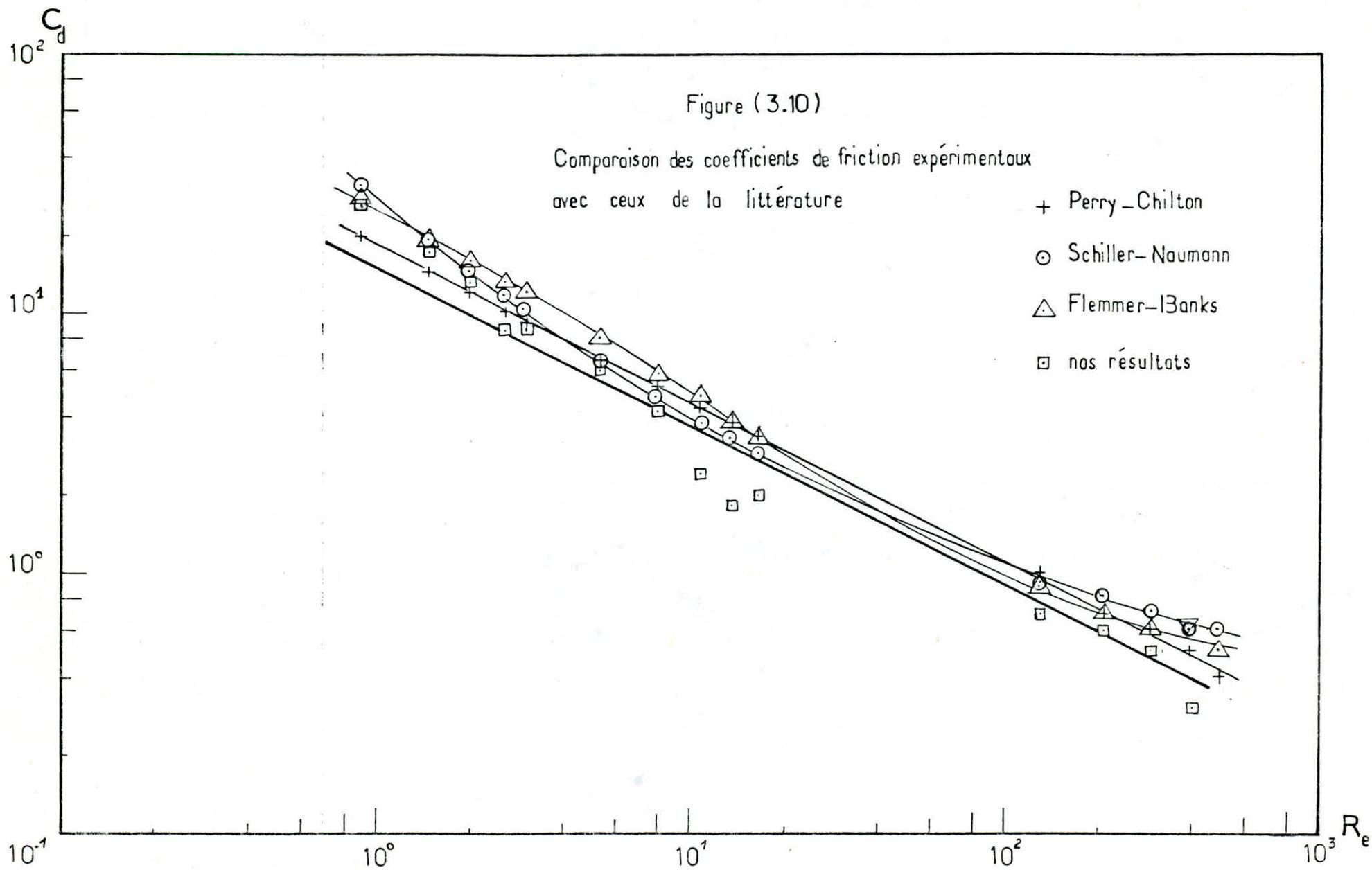
$$C_d = ( 186 / Re^{0,12} ) \pm 17\%$$

avec  $0,4 \leq Re \leq 278$

Tableau -19-

eau	Re	132,0	212,5	295,5	393,7	480,0
	C <sub>d</sub> exp	0,7	0,6	0,5	0,3	0,4
	C <sub>d</sub> PC	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4
	C <sub>d</sub> SN	0,9	0,8	0,7	0,6	0,6
	C <sub>d</sub> FB	0,9	0,7	0,6	0,6	0,4
huile de paraffine	Re	5,2	7,9	10,9	13,5	16,8
	C <sub>d</sub> exp	6,1	4,2	2,4	1,8	2,0
	C <sub>d</sub> PC	6,9	5,3	4,4	3,9	3,4
	C <sub>d</sub> SN	6,7	4,9	3,9	3,4	2,9
	C <sub>d</sub> FB	7,9	5,8	4,6	3,9	3,3
glycérine	Re	0,9	1,5	2,0	2,6	3,1
	C <sub>d</sub> exp	27,6	17,8	12,5	8,8	8,8
	C <sub>d</sub> PC	19,7	14,4	12,2	10,4	9,9
	C <sub>d</sub> SN	30,4	19,2	14,9	11,9	10,3
	C <sub>d</sub> FB	28,4	18,9	15,5	13,0	11,3

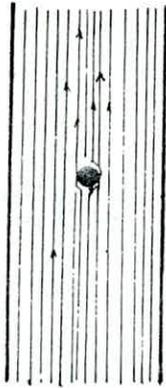
Indices :  
 C<sub>d</sub> - coefficient de friction  
 exp - expérimental  
 PC - d'après Perry et Chilton .  
 SN - " " Shiller et Naumann .  
 FB - " " Flemmer et Banks .



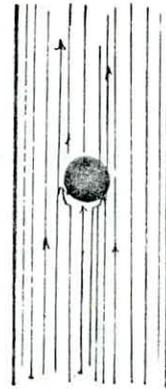
### 3.2.4 Interprétation des résultats et discussion .

On remarque des écarts entre les vitesses expérimentales et théoriques variant de 0,01 à 0,06 m/s et qui sont dues à :

- Effets de paroi de la colonne sur les particules solides .



fig(a)



fig(b)

Lorsque le diamètre de la particule est très faible ( fig(a) ) le liquide se déplace relativement plus vite que lorsque le diamètre est grand ( fig(b) ). Sachant que le diamètre utilisé le plus grand est de 2 mm représentant ainsi 4% du diamètre de la colonne malgré cela les parois ralentissant le mouvement de la particule .

- Le mouvement de la particule autour d'elle même dans le liquide , ceci a été surtout observé pour le quartz au cours de sa chute , même pour les particules sphériques de verre la rotation existe malgré qu'elle est difficile à surveiller .

- Les difficultés rencontrées lors de la mesure du temps de chute dans le cas où la viscosité est faible ( eau ) , ce temps a été relativement maîtrisé pour la glycérine .

- Les erreurs expérimentales qui peuvent provenir sont les suivantes :

- Erreurs personnelles faites par l'expérimentateur .

- Erreurs systématiques dues aux techniques de mesure .

En première approximation , on suppose que les erreurs personnelles sont reproductibles ( même expérimentateur) par conséquent , on peut les négliger . On s'intéresse uniquement aux erreurs dues aux techniques de mesure et qui sont estimés à :

La masse volumique des solides  $\pm 0,5 \text{ kg/m}^3$

La masse volumique des liquides  $\pm 1,0 \text{ kg/m}^3$

La viscosité  $\pm 0,1 \text{ kg/ms}$

Le temps de chute  $\pm 0,1 \text{ s}$

- Les corrélations de Perry-Chilton , Shiller-Naumann et Flemmer-Banks sont uniquement valables pour les particules sphériques pour cela on a représenté  $C_d = f( Re )$  en figure ( 3.10 ) ainsi que les résultats expérimentaux obtenus pour les particules sphériques du verre . On constate que ces résultats s'avèrent satisfaisants dans le domaine  $0,8 < Re < 4$  c-à-d dans le cas où le liquide utilisé est la glycérine .

#### 4. CONCLUSION GENERALE & PERSPECTIVES

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

Ce travail a été réalisé dans le but d'élucider la sédimentation par gravité des particules solides et les paramètres importants du procédé .

Après examen de quelques travaux relatifs au sujet, au premier chapitre , il est apparu que le paramètre prépondérant est le coefficient de friction . Pour cela nous avons réalisé un dispositif expérimental pour la détermination de la vitesse de chute des particules solides .

En pratique , il existe deux problèmes intéressants :

- Le premier concerne le calcul de la vitesse de chute des particules solides dont le diamètre est connu . Ce problème a été résolu durant notre projet .

- Le second , est le calcul du diamètre des particules solides dont la vitesse de chute est connue , aussi résolu par l'équation ( 2.51 ) exprimant  $C_d / Re \equiv f( u, \rho_s, \rho_f, \mu, g )$  . En égalisant ce rapport avec la corrélation trouvée , on pourra ainsi déterminer le nombre de Reynolds ce qui nous conduit à la connaissance du diamètre des particules .

Nous avons constaté que les corrélations proposées par la littérature s'éloignent des résultats expérimentaux surtout dans le cas où le liquide est l'huile de paraffine . Pour cela on a élaboré deux corrélations pour chaque type de particules et liquides choisis .

-Particules sphériques de verre :

$$C_d = ( 77,5 / Re^{0,09} ) \pm 18\%$$

avec  $0,9 \leq Re \leq 480$

- Particules isométriques de quartz :

$$C_d = ( 186 / Re^{0,12} ) \pm 17\%$$

$$\text{avec} \quad 0,4 \leq Re \leq 278$$

En premier lieu nous avons déterminé les vitesses expérimentales de chute alors le nombre de Reynolds est déterminé .

En second lieu on a utilisé le diagramme  $C_d \cdot Re^2 = f ( Re )$  , fig 2.7 , et en connaissant la valeur de  $C_d \cdot Re^2$  , on détermine  $C_d$  en fonction de  $Re$  ce qui nous a permis d'établir les deux corrélations précédentes .

Pour que le régime transitoire soit maintenu il faut utiliser des particules solides dont le diamètre est compris entre 0,5 et 2,0 mm , du moment que le régime laminaire n'est applicable que pour des particules très fines ayant un diamètre inférieur à 0,1 mm. Pour le régime de Newton il faut des particules dont le diamètre soit supérieur à 2,0 mm de plus, on trouve les difficultés lors de la mesure du temps de chute de ces particules .

En fin il serait intéressant de varier la viscosité des liquides , tout en respectant les critères de ces derniers .

# Annexe

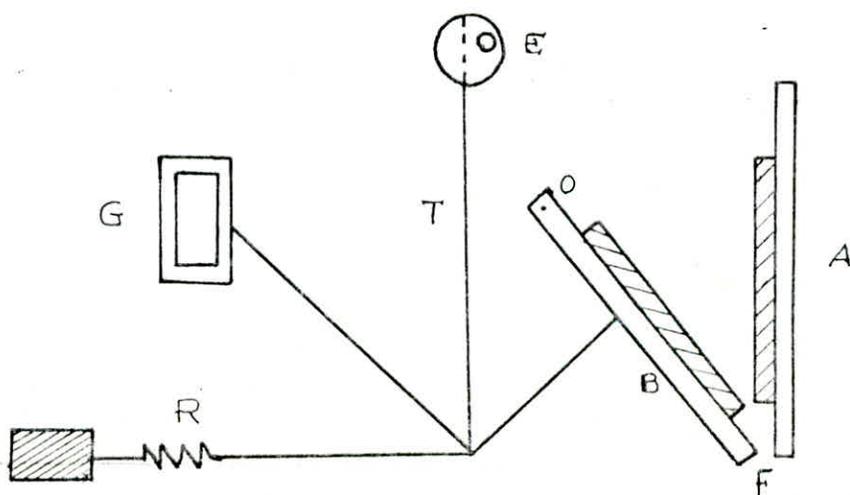
Annexe -1-

Préparation de l'échantillon du quartz .

A.1.1 Concassage du quartz - Appareillage .

Dans un concasseur à mâchoires , on met du quartz en quantité brute . L'appareil fonctionne ( fig A.1 ) par écrasement de la matière entre deux plaques d'acier dur ( acier au manganèse ) appelées mâchoires et disposées en forme de V . L'une des mâchoires A , verticale est fixe , l'autre B inclinée , mobile autour d'un axe vertical O , est animée d'un mouvement de va-et-vient en face de A . Cette mâchoire mobile est actionnée par une tige T reliée d'une part à un excentrique E , et d'autre part au socle de la mâchoire par l'intermédiaire d'une glissière G qui permet le réglage de la fente F existant entre les parties inférieures des deux mâchoires . L'ouverture de cette fente détermine la grosseur des fragments obtenus . Un ressort R a pour but de presser sur la mâchoire mobile . La matière à concasser pénètre à la partie supérieure de l'appareil , elle est écrasée entre les deux mâchoires . A chaque mouvement de la mâchoire mobile le quartz écrasé descend peu à peu , lorsqu'il est suffisamment réduit il s'écoule par la fente F .

fig A.1



- A : machoire fixe .
- B : machoire mobile .
- E : excentrique relié à B par la tige T .
- F : fente réglable .
- G : glissière de réglage .
- O : axe de rotation .
- R : ressort de pression .

Après avoir fait le concassage , on en refait un autre pour avoir la certitude que la majorité des fragments sont finement concassés . On procède au lavage de notre échantillon pour l'élimination des poussières et après avoir effectué un séchage à l'étuve de deux jours , on procède à l'opération tamisage .

#### A.1.2 Appareillage de tamisage .

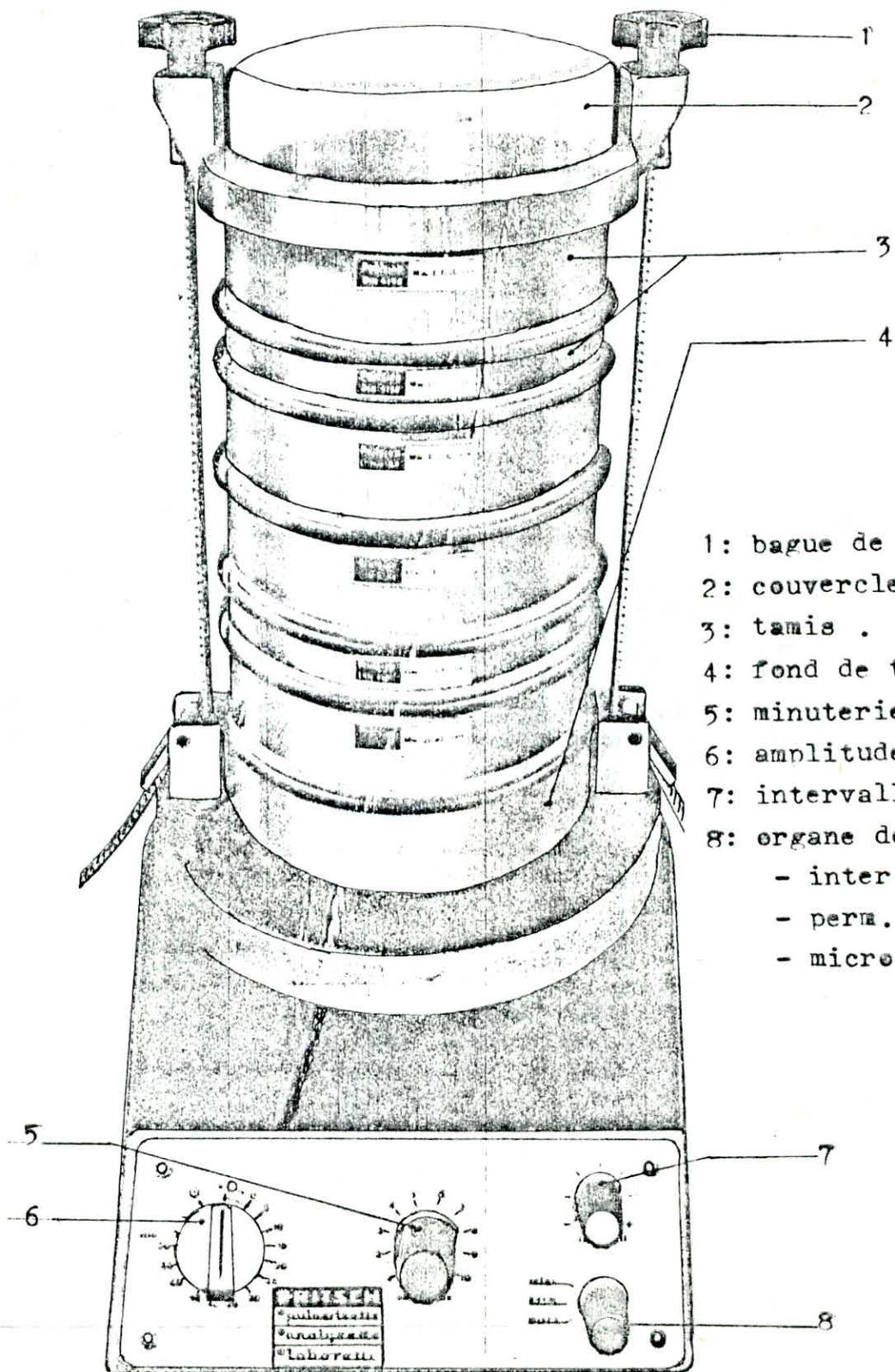
-----

Le système de tamisage utilisé ( fig A.2 ) pour nos expériences se compose de :

- Un jeu de tamis en mm , entre 1,60 et 0,2 .
- Une analysette dont la plaque vibrante est soumise à des oscillations verticales par électroaimant, elle comporte:
  - Une minuterie qui se règle sur marche pour une durée de 60 mn . Les fréquences et les amplitudes sont réglées par l'organe de fonction , cet interrupteur permet de sélectionner trois positions de marche :
- perm : l'appareil oscille à 3000 oscillations à la minute, intensité réglable en continu à l'aide du bouton ( 6 ) mais sans réglage des intervalles .
- inter : correspond à " perm " mais l'oscillation est interrompue pendant environ 0,5 seconde , après un temps pré-réglé de 3 à 10 seconde ( 7 ) .
- micron : l'appareil oscille à 6000 oscillations à la minute à une amplitude invariable .

**TAMISEUSE ELECTROMAGNETIQUE  
DE LABORATOIRE**

Figure (A.2)



- 1: bague de serrage.
- 2: couvercle de tamisage.
- 3: tamis .
- 4: fond de tamisage.
- 5: minuterie.
- 6: amplitude.
- 7: intervalle de marche.
- 8: organe de fonction.
- inter.
- perm.
- micro.

a.1.3 Mode opératoire .

On a pris une masse de 1 kg de quartz que nous avons tamisé sur un jeu de tamis dont les ouvertures en mm sont : 1,600 ; 1,250 ; 1,000 ; 0,800 ; 0,630 ; 0,500 ; 0,400 ; 0,300 et 0,200 .

Ce tamisage a été effectué pour un temps de 1 heure et avec une intensité de vibration égale à 7,5 .

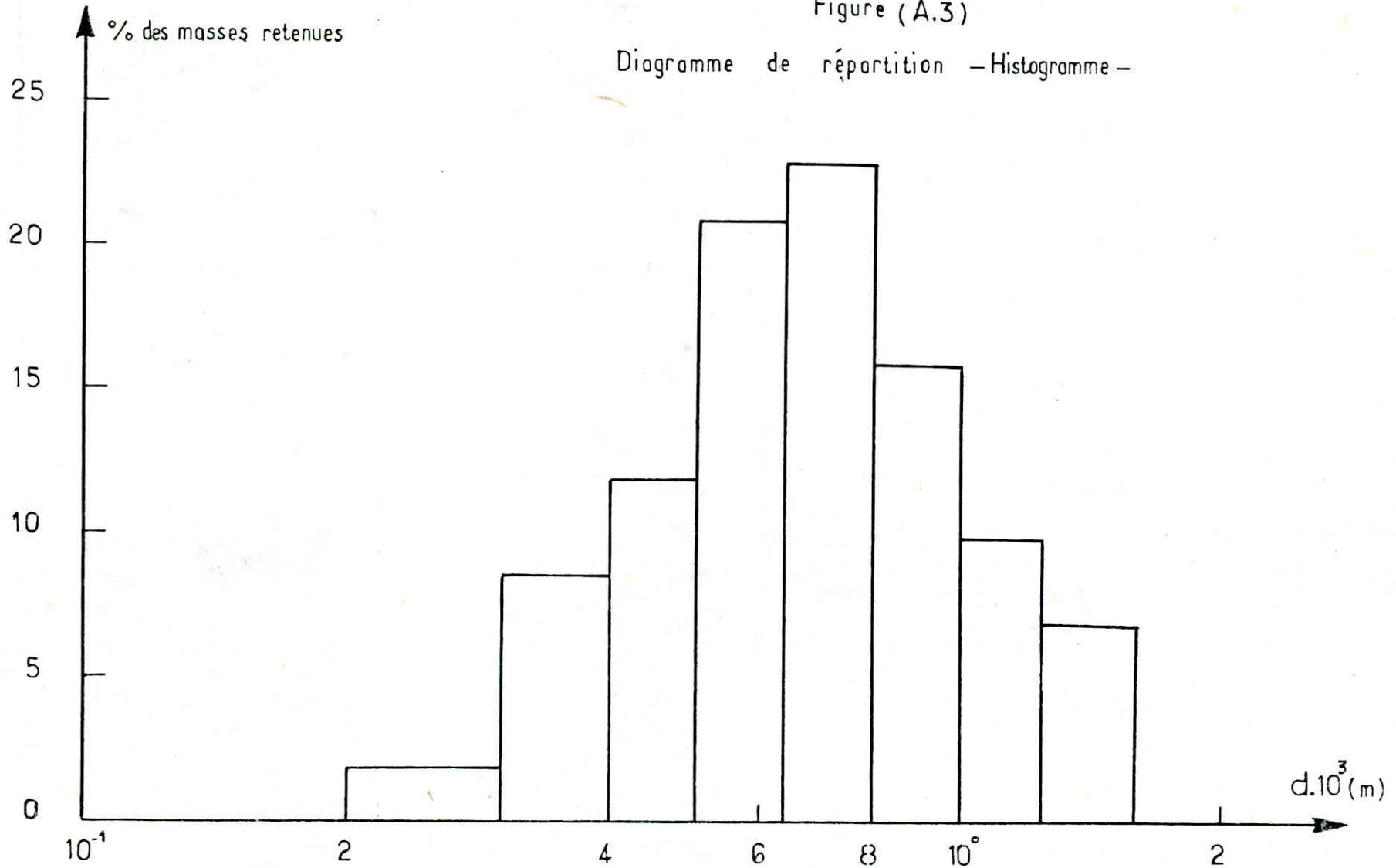
classe granulométrique $10^{-6} (m)$	masse des fractions ( g )	masse en pourcentage		
		de chaque fraction	des refus cumulés	des passés cumulés
>1600	6,45	0,65	0,65	99,35
1600 ~ 1250	65,63	6,60	7,25	92,75
1250 ~ 1000	98,42	9,88	17,13	82,87
1000 ~ 800	157,25	15,79	32,92	67,08
800 ~ 630	227,00	22,81	55,73	44,27
630 ~ 500	206,17	20,70	76,43	23,57
500 ~ 400	118,31	11,88	88,31	11,69
400 ~ 300	84,30	8,46	96,77	3,23
300 ~ 200	28,00	2,87	99,64	0,36
< 200	3,72	0,37	100,00	0,00
Total	995,85	100,00	-	-

Histogramme . ( fig A.3 )

On a porté en abscisse le logarithme des ouvertures des tamis et en ordonnée les pourcentages massiques correspondants .

Figure (A.3)

Diagramme de répartition - Histogramme -



Annexe - 2 -

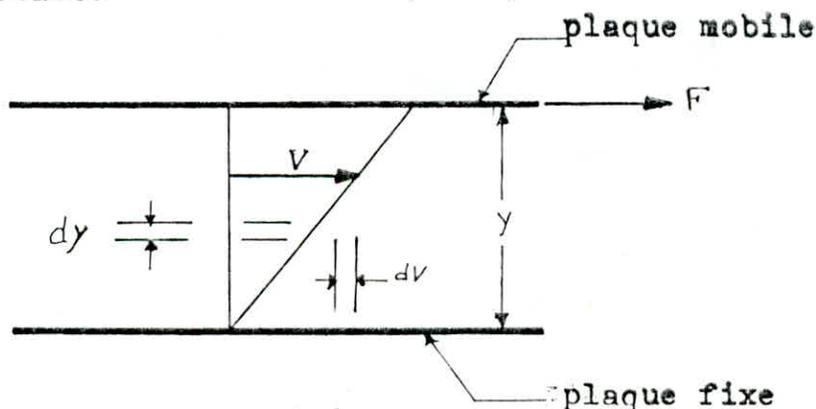
Mesure de la viscosité

A.2.1 Définitions et Généralités .

La viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide , résultant de la résistance qu'opposent ces molécules à une force tendant à les déplacer dans son sein .

Au sein d'un liquide homogène dont la masse volumique est supposée constante les déformations auxquelles ce corps peut être soumis sont des glissements ou des cisaillements auxquelles il oppose une résistance mesurable .

Se reportant à la figure A.4 , considérons deux grandes plaques parallèles à une faible distance l'une de l'autre  $y$  , l'espace entre les plaques étant rempli d'un liquide donné . La plaque supérieure est entraînée par une force constante  $F$  , si bien qu'elle est animée d'une vitesse constante  $V$  .



Le liquide en contact avec la plaque supérieure va y adhérer et va donc être animé de la vitesse  $V$  , tandis que le liquide en contact avec la plaque fixe aura une vitesse nulle . Si la distance  $y$  et la vitesse  $V$  ne sont pas trop grandes , la courbe de variation de vitesse ( gradient de vitesses ) va être une droite . Les expériences ont montré que la force  $F$  varie directement avec la surface de la plaque , de la vitesse  $V$  , et inversement avec la distance  $y$  .

Ainsi puisque , par les triangles semblables ,  $\frac{V}{y} = \frac{dV}{dy}$  , nous avons :

$$F/S = \mu \cdot \frac{dV}{dy} \quad \text{équation de Newton}$$

La viscosité cinématique d'un liquide est le rapport de la viscosité dynamique de ce liquide à sa masse volumique ; elle est généralement désignée par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{d'équation de dimension } L^2.T^{-1}$$

#### A.2.2 Principe .

On mesure le temps mis par un volume déterminé de prise d'essai contenu dans le réservoir d'un viscosimètre en verre ( de type UBBELOHDE ) pour s'écouler par un capillaire calibré .

La viscosité cinématique est calculée à partir du temps nécessaire à l'écoulement au moyen de la formule :

$$\nu = c \cdot t - b/t$$

c : constante de viscosimètre .

t : durée d'écoulement observée en seconde .

b : constante expérimentale .

Si on choisit un viscosimètre dont le capillaire est très fin donc le temps d'écoulement est maximal , alors on peut négliger le terme  $b/t$  et l'expression précédente s'écrit :

$$\nu = c \cdot t$$

#### A.2.3 Mode opératoire .

- Charger le viscosimètre UBBELOHDE ( fig A.5 ) . Pour cela incliner l'instrument d'environ  $30^\circ$  sur la verticale , introduire suffisamment de liquide dans le tube 1 pour amener le niveau jusqu'au trait inférieur .

Le niveau ne doit pas dépasser le trait de remplissage supérieur lorsque le viscosimètre est redressé verticalement et que le liquide s'est écoulé du tube 1 . Le tube en U inférieur doit être complètement rempli sans renfermer de bulles d'air .

- Quand le viscosimètre est resté dans le bain à température constante , placer un doigt sur le tube 3 et aspirer par le tube 2 jusqu'à ce que le liquide atteigne le centre du réservoir B .

- Débrancher l'aspiration du tube 2 . Retirer le doigt du tube 3 et le placer immédiatement sur le tube 2 jusqu'à ce que le liquide se soit égoutté de l'extrémité inférieure du capillaire . Retirer alors le doigt du tube 2 mesurer la durée d'écoulement et calculer la viscosité cinématique .

- Entre deux opérations successives le viscosimètre sera nettoyé à fond en le rinçant avec un solvant très volatil ( acétone ) .

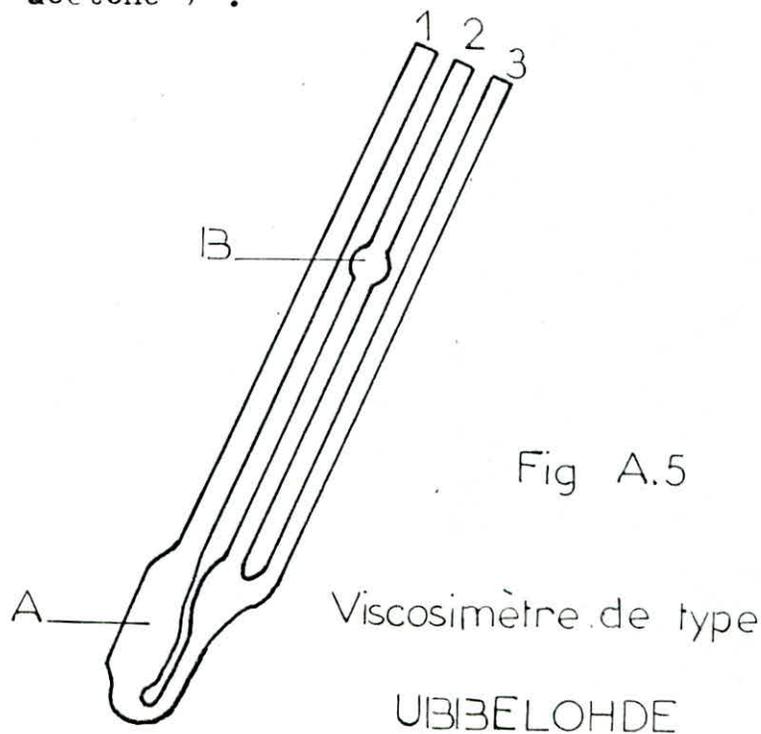


Fig A.5

Viscosimètre de type

UBBELOHDE

A.2.4 Détermination de la constante du viscosimètre .

Pour la détermination de la constante du viscosimètre ,  $c$  , on détermine en premier lieu le temps d'écoulement de l'eau distillée à une température bien déterminé ( généralement  $20^{\circ}\text{C}$  ) or à cette température la viscosité cinématique de l'eau distillée est connue .

Pour nos expériences , on a choisi trois viscosimètres dont le diamètre du capillaire est  $0,5$  ;  $0,78$  et  $1,04$  mm et on a trouvé leurs constantes respectivement  $0,12$  ;  $0,19$  et  $0,34$   $\text{mm}^2/\text{s}^2$  ; et après avoir eu ces constantes , on a pu calculer les viscosités de l'eau de robinet, de l'huile de paraffine et de la glycérine .

B I B L I O G R A P H I E

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

- [1] A.FOUST, A.L.WENZEL, C.W.CURTIS, L.MAUS et A.L.BRYCE ,  
" Principe of unit operations " ,  
Ed . John Wiley . Senc.Inc , New-York (1960 ) .
- [2] A.PAREENOFF , " Les mineraux en grain " ,  
Ed. Masson & Cie , Paris ( 1970 ) .
- [3] B.BARIOU , " Technologie - Introduction au génie chimique-  
traitement des solides tome 1 " ,  
Ed . Dunod , ( 1971 ) .
- [4] E.C.BLANC , " Technologie des appareils de fragmentation  
et de classement dimensionnel tome 3 " ,  
Ed . Eyrolles , Paris ( 1971 ) .
- [5] E.W.STEEL , J.M.GHEE , " Water supply and sewerage " ,  
Ed . International student , New-York ( 1979 ) .
- [6] G.ARDITTI , " Technologie chimique industrielle tome 1 " ,  
Ed . Eyrolles , Paris ( 1965 ) .
- [7] G.McKAY , W.R.MURPHY ; M.HILLIS , " Settling characteristics  
of discs and cylinders " , Canadian journal of  
chemical engineering , vol.66, p:107-111 , ( 1988 ) .
- [8] J.M.COULSON , J.F.RICHARDSON , J.R.BACKHURST & J.H.HARKER ,  
" Chemical engineering " , vol.2, 3<sup>e</sup> edition ,  
Ed . Pergamon press , ( 1978 ) .
- [9] M.ENTAT , " Technique de l'ingénieur , Décantation " ,  
A 5450 .
- [10] M.S.EL-GENK , SUNG-HO KIM & DALE ERICKSON ,  
" Sedimentation of binary mixtures of particles  
of unequal densities and of different sizes " ,  
Chemical eng.commun , vol.36, p:99-119 , ( 1986 )

- [11] R.L.C FLEMMER , C.L.L.BANKS , " On the drag coefficient  
of a sphere " ,  
Powder technologie, vol.48 , p:217-221 , ( 1986 ).
- [12] R.H.PERRY & CHILTON , chemical engineering hand book ,  
4<sup>e</sup> edition , ( 1978 ) .

