

PM00169

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

Département Mécanique

Promotion 1969



Etude par la théorie de l'élasticité du pincement considéré comme
moyen d'assouplage

S U J E T

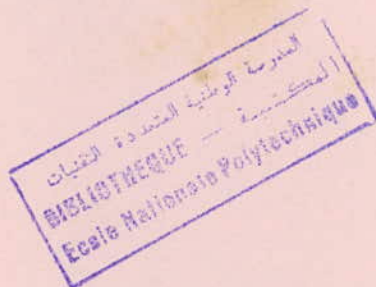
Proposé par :
BOISRAYON

Étudié par :
M^r BELFRIED

PM00169

À Monsieur ATHANASSOV en remer-
ciement d'avoir contribué à ma
fonction et d'avoir l'amabilité
d'assister à ma soutenance de
thèse qui aura lieu le 25 juin
1969 à 9 heures.

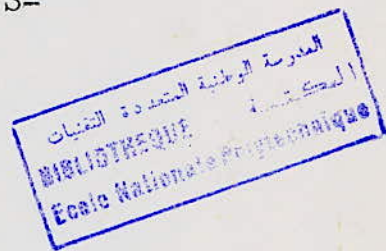
cy



-I-

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département de mécanique
Promotion 1969

ETUDE PAR LA THEORIE
DE L'ELASTICITE DU
PINCEMENT CONSIDERE
RE COMME MOYEN D'AS-
SEMBLAGE



SUJET,

proposé par: étudié par:
M^r BOISRAYON M^r BELFRIED

Soutenu devant le jury:

Président :

Monsieur BOISRAYON.....expert de l'U.N.E.S.C.O.

Assesseurs :

Messieurs,

ROJNIATOWSKI.....expert de l'U.N.E.S.C.O.

HAFIDI.....responsable du département
de mécanique

- 25 juin 1969 -

Remerciements,

Que Monsieur Bousrayon trouve ici l'expression de ma gratitude. Je tiens à remercier également tous les professeurs, assistants et agents du département de mécanique ainsi que tous mes camarades qui n'ont cessé, durant toute cette étude, de me manifester leurs encouragements et de m'accorder leur aide.

Que ma mère et mes frères Djelloul et Laïbib trouvent ici l'expression de ma profonde affection

Mohamed Belpied

~~Mohamed Belpied~~

A V E R T I S S E M E N T

Conscient de l'importance de l'étude d'un collier de serrage , ne serait-ce que sur le plan théorique , j'ai longtemps hésité avant d'opter pour ce sujet original proposé par Monsieur BOISRAYON au deuxième semestre de l'année scolaire 1968-1969. Mais si l'on examine de près le sujet, ce qui malheureusement peut échapper à un élève ingénieur, il demanderait, pour être traité complètement, un minimum d'une année en supposant que l'on ait tout le matériel en main. Or, il se trouve que le sujet , non seulement n'a été donné qu'en février, mais les possibilités offertes par le matériel dont dispose le Département de Mécanique sont limitées. Aussi , ai-je essayé d'aller le plus loin possible avec le minimum de temps qui m'a été imparti et le peu de matériel approprié; cependant, malgré certains sacrifices, je n'ai pu faire qu'une étude préliminaire (étude élémentaire du problème, conception et réalisation de l'installation pour les essais). J'espère que le sujet sera repris et approfondi par un élève de la Promotion 1970 , mais il ne faudra pas dissimuler à cet élève que c'est là un sujet très difficile , je dirais même ingrat si ce n'est la satisfaction qu'il tirerait en allant au fond du problème.

Qu'il me soit permis de rapporter dans cette introduction les difficultés auxquelles je me suis heurté lors de la réalisation pratique, afin de permettre aux membres du Jury devant lequel j'ai à soutenir le projet , de me juger non seulement sur les résultats trouvés mais aussi sur ces mêmes difficultés.

Je signale tout d'abord que j'ai pratiquement travaillé seul à cette réalisation pratique qui n'a vu le jour que bien après le temps prévu ; en effet, personne n'ignore qu'on est en train de procéder à la rénovation des ateliers de mécanique et par suite j'ai dû interrompre à plusieurs reprises mon travail par manque de courant .

Je signale ensuite qu'il est regrettable de constater dans un département aussi important que celui de mécanique, qu'on manque de beaucoup de choses: de la simple prise de courant aux appareils de mesure précis tels que l'appareil de photoélasticité qui m'aurait certainement permis de repérer les zones de concentration des tensions plus aisément que le système par jauges de contraintes ; je dirais même qu'on a besoin et de la méthode optique et de la méthode électrique pour avancer une théorie de quelque nature qu'elle soit sur le serrage par pincement.

Ne voulant pas m'étaler sur des considérations évidentes , je tiens cependant à signaler qu'il est certes intéressant d'étudier le problème en mettant en évidence l'influence de tous les paramètres n'entrant pas dans les formules obtenues à l'aide des hypothèses simplistes de départ , ce qui suppose déjà une étude sur un assez grand nombre de colliers , mais na foi , il n'y a qu'à voir le travail long et délicat que nécessite un seul collier pour se rendre compte que je n'ai pas du tout exagéré en disant qu'une étude complète d'un collier de serrage nécessiterait un minimum d'une année.

TABLE DES MATIERES

	PAGES
REMERCIEMENTS.....	II
AVERTISSEMENT.....	III
QUELQUES NOTATIONS.....	1
PRESENTATION DU PROJET.....	2
Chapitre I	
HYPOTHESE D'UNE REPARTITION UNIFORME DES EFFORTS DE SERRAGE ET D'UNE DEVIATION RADIALE	
I-1 Considérations générales.....	5
I-2 Les équations de LAME.....	5
I-3 Equations fondamentales d'un corps à symétrie axiale.....	9
I-4 Cas du frettage.....	15
I-5 Cas du collier de serrage.....	16
I-6 Conclusions.....	16
I-7 Calcul du couple de frottement "limite".....	17
I-8 Calcul de la force axiale de frottement "limite".....	18
Chapitre II	
ETUDE EXPERIMENTALE	
II-1 Généralités.....	19
II-2 Mesure du couple et de la force axiale de frottement.....	19
II-3 Mesure de l'effort de serrage.....	21
II-4 Mesures extensométriques.....	24
II-5 Conduite des mesures.....	33
Chapitre III.	
CONCLUSIONS	
III-1 Remarques sur la mesure de l'effort de serrage.....	38

III-2	Remarques sur la mesure du couple et de la force axiale de frottement.....	39
III-3	Déformation du collier.....	40
III-4	Amélioration à apporter à l'installation...	41
III-5	Conclusions générales.....	42

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE.....	44
DESSIN DE L'INSTALLATION.....	X
DESSIN DES BRANCHEMENTS DES JAUGES.....	X

QUELQUES NOTATIONS

Pour la composition de cet ouvrage, il a été fait appel à certaines conventions d'écriture simplifiée. Le signe / a été utilisé comme barre de fraction marquant son effet :

- Pour le dénominateur, jusqu'au premier signe d'opération non enfermé rencontré à sa droite ;

- Pour le numérateur, jusqu'au premier signe d'opération non enfermé rencontré à sa gauche ;

Désignation d'une dérivée partielle D ;

" " " totale d ;

Coordonnées cylindriques r, \varnothing, z ;

" cartésiennes x, y, z ;

Laplacien $L (D^2/Dx^2 + D^2/Dy^2 + D^2/Dz^2)$;

Déformation i ;

Distorsion j ;

Dilatation cubique ϵ ;

Coefficients de LAME M et G ;

Module de YOUNG E ;

Coefficient de POISSON P ;

Remarques:

1° E, P, M, G , sont liés par les formules :

$$E = G (3M + 2G)/(M + G) \quad P = M/2(M + G)$$

$$M = PE/(1 + P)(1 - 2P) \quad G = E/2(1 + P)$$

2° Dans les ouvrages :

. les coefficients de LAME sont désignés par les lettres grecques minuscules λ et μ ;

. le coefficient de POISSON est désigné par lettres grecques minuscules ϵ , μ ou σ ;

. le laplacien est désigné par la lettre grecque majuscule Δ .

PRESENTATION DU PROJET

Le problème qui se pose quand on veut étudier le procédé d'immobilisation assuré par le pincement d'un collier sur un arbre est de traduire le caractère élastique de la liaison par adhérence ainsi réalisée. Il est clair que la résistance de la liaison dépendra du serrage du boulon du collier mais dans quelle mesure ? Dépendra-t-elle aussi des dimensions du moyeu ? des caractéristiques mécaniques du matériau qui le constitue ? Existe-t-il une quelconque analogie entre un collier de serrage et une frette ?

Il paraît possible de commencer l'étude en négligeant le fait que le serrage du collier ne procurera sûrement pas une pression uniforme et par suite des tensions uniformes dans toutes les sections. Le serrage en effet peut être assuré par un ou plusieurs boulons répartis sur la longueur du collier et il existera des concentrations d'efforts au voisinage des points de serrage. Cela nécessitera une étude ultérieure plus approfondie.

Dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des efforts de serrage, on peut donc ramener le problème à un problème plan.

La mise en équation se fera au moyen des Equations de LAME en tenant compte de ce qu'aucun effort ne s'exerce à l'extérieur du collier et que l'intérieur est soumis à une certaine pression.

Il sera logique d'admettre que la déviation est radiale et que sa grandeur dépend alors seulement du rayon r , autrement dit :

$$u = g(r) \frac{x}{r} \qquad v = g(r) \frac{y}{r}$$

où $g(r)$ est la grandeur de la déviation. On cherchera

alors la forme de $g(r)$ ou, ce qui revient au même de :

$$f(r) = g(r)/r$$

pour que les équations de LAME soient satisfaites. Cette fonction sera déterminée avec deux constantes arbitraires qu'il faudra déterminer par les conditions aux limites à savoir qu'aucune force ne s'exerce sur la surface extérieure ET que la surface intérieure est soumise à une certaine pression.

Les équations de LAME sont ici :

$$(M + G)D\theta/Dx + G Lu = 0$$

$$(M + G)D\theta/Dy + G Lv = 0$$

et l'on a :

$$N_1 = M\theta + 2G Du/Dx$$

$$N_2 = M\theta + 2G Dv/Dy$$

$$T_3 = G(Dv/Dx + Du/Dy)$$

avec :

$$\theta = Du/Dx + Dv/Dy + Dw/Dz$$

On admettra bien entendu que la somme des contraintes N_2 étendue à la section de la coupe du collier est égale à l'action du boulon de serrage et on calculera la contrainte N_1 sur la surface intérieure.

L'expression que l'on obtiendra dépendra théoriquement des rayons r_1 et r_2 du collier, de la longueur du collier et de l'effort de serrage ainsi que des coefficients caractéristiques du matériau M et G .

A partir de ces résultats et en tenant compte du coefficient de frottement du collier sur l'arbre, on pourra déterminer les expressions du couple de frottement et de l'effort axial de frottement correspondant à

la rupture de l'adhérence entre le collier et l'arbre.

Dans cette première étude, l'influence du jeu n'a pas été prise en considération. Il y aura donc lieu de revoir la question à ce point de vue. Une étude expérimentale mettant en évidence l'effet de ce jeu sera certainement intéressante pour analyser l'influence de ce facteur. D'après les résultats expérimentaux constatés, il sera probablement possible de corriger la théorie initiale en faisant quelques hypothèses sur la déformation du collier permettant de déterminer les zones de contact entre collier et arbre.

Enfin il sera intéressant d'analyser l'effet d'un serrage non uniforme sur la longueur du collier, mais il ne faut pas se dissimuler qu'il s'agira là d'un problème assez difficile du point de vue mathématique et que dans cette partie le recours à la photoélasticité et aux mesures par jauge de contraintes serait de nature à donner quelques précisions sur le type de répartition des efforts.

A. ETUDE THEORIQUE
ELEMENTAIRE DU
PROBLEME

Chapitre I

HYPOTHESE D'UNE REPARTITION UNIFORME DES EFFORTS DE SERRAGE ET D'UNE DEVIATION RADIALE

I-1. Considérations générales

Il paraît possible de commencer l'étude en négligeant le fait que le serrage du collier ne procure sûrement pas une pression uniforme et par suite des tensions uniformes dans toutes les sections. Le serrage en effet peut être assuré par un ou plusieurs boulons répartis sur la longueur du collier et il existera des concentrations d'efforts au voisinage des points de serrage.

Dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des efforts de serrage, nous pouvons donc ramener le problème à un problème plan.

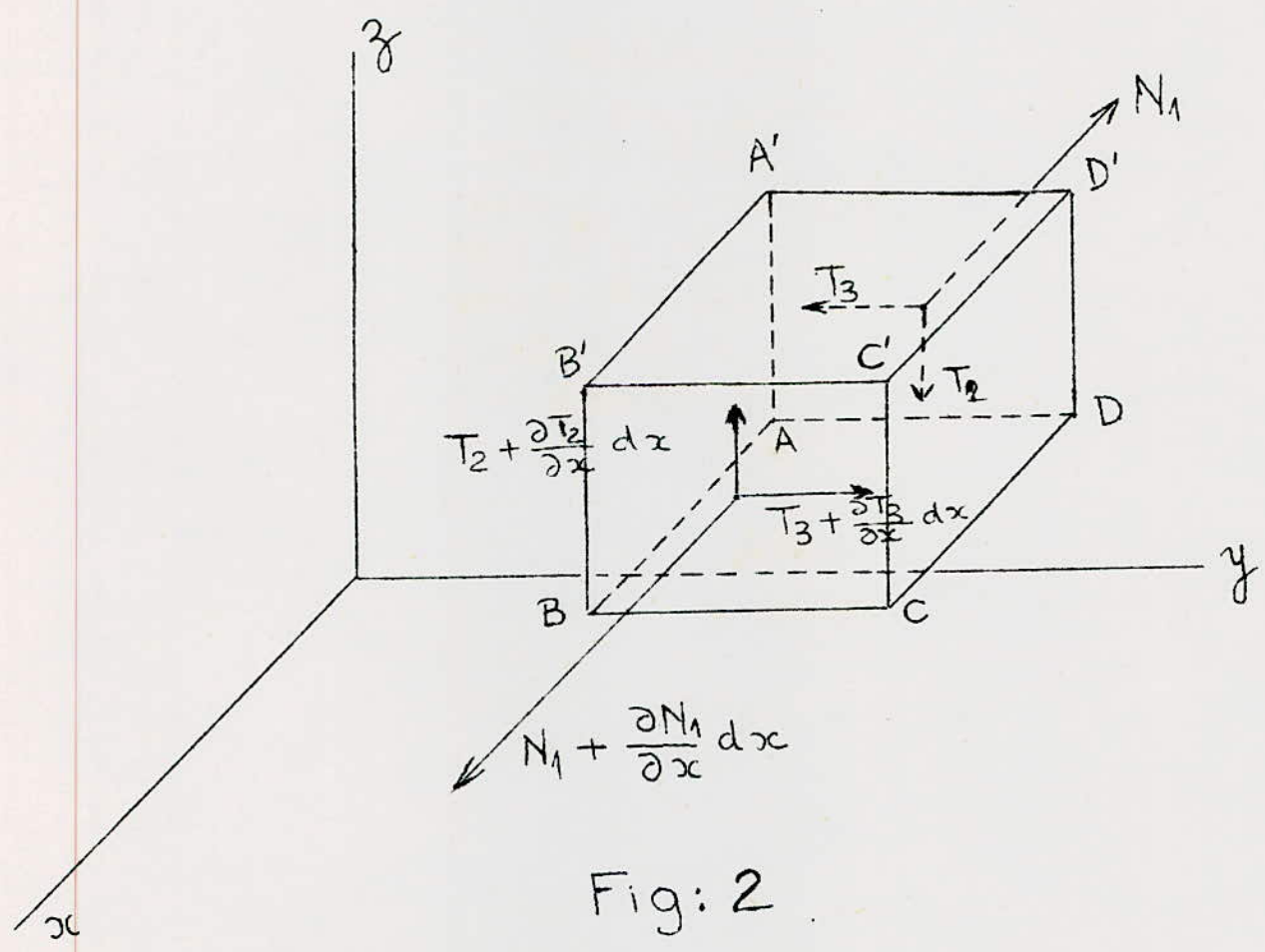
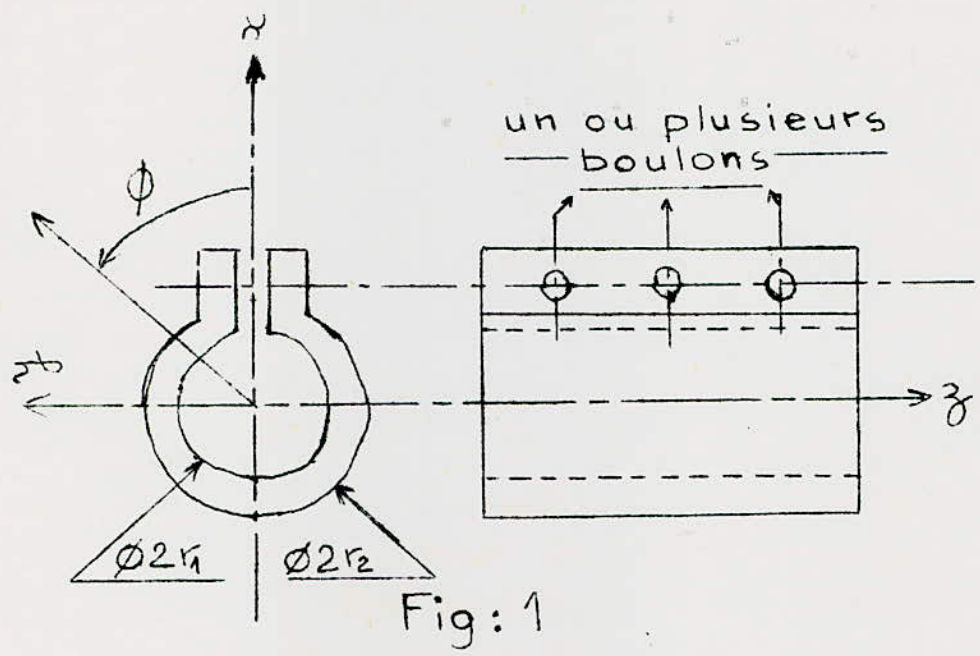
La mise en équation se fera au moyen des équations de LAME en tenant compte de ce qu'aucun effort ne s'exerce à l'extérieur du collier et que l'intérieur est soumis à une certaine pression constante (hypothèse d'une déviation radiale).

I-2. Les équations de LAME

Soit un corps solide repéré dans l'espace par un système d'axes de coordonnées $Oxyz$. Découpons dans ce corps un élément de volume en forme de parallépipède rectangle de dimensions dx, dy, dz (Fig. 2). La contrainte totale sur chaque élément sécant peut être décomposée en trois composantes. Sur la face $ADD'A'$ par exemple, agissent:

N_1 perpendiculaire à la face $ADD'A'$ et parallèle à l'axe Ox ;

T_2 appartenant à la face $ADD'A'$ et parallèle au plan



Ozx;

T_3 appartenant à la face ADD'A' et parallèle au plan Oxy.

Les autres faces du parallélépipède à savoir ABCD et ABB'A' subissent quant à elles des contraintes homologues. Les faces opposées subissent des contraintes égales et opposées, aux accroissements près qui sont de la forme:

$DN_1/Dx dx, DT_2/Dx dx, DT_3/Dx dx, etc.....$

Ecrivant les conditions d'équilibre de l'élément étudié sous l'action des contraintes et des forces de volume de composantes V_x, V_y, V_z , nous obtenons les trois expressions suivantes:

$$DN_1/Dx + DT_3/Dy + DT_2/Dz + V_x = 0$$

$$DT_3/Dx + DN_2/Dy + DT_1/Dz + V_y = 0 \quad (I-1)$$

$$DT_2/Dx + DT_1/Dy + DN_3/Dz + V_z = 0$$

Ces trois relations d'équilibre suffisent pour déterminer les six inconnues $N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3$ car ces dernières ne sont pas indépendantes puisque elles dépendent seulement des dérivées de trois fonctions u, v, w , qui sont les déplacements d'un point respectivement dans les directions Ox, Oy, Oz.

Écrivons la loi de HOOKE généralisée liant les contraintes aux déformations:

$$N_1 = M \left(\frac{1-\nu}{E} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$N_2 = M \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1-\nu}{E} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (I-2)$$

$$N_3 = M \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1-\nu}{E} \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$T_1 = G(Dv/Dz + Dw/Dy)$$

$$T_2 = G(Dw/Dx + Du/Dz) \quad (I-2)'$$

$$T_3 = G(Du/Dy + Dv/Dx)$$

Si l'on désigne par $\Theta = Du/Dx + Dv/Dy + Dw/Dz$ la dilatation cubique et si l'on introduit l'opérateur de LAPLACE $L = D^2/Dx^2 + D^2/Dy^2 + D^2/Dz^2$, on obtient les relations d'équilibre (I-1) sous la forme due à LAME:

$$(M + G)D\Theta/Dx + G Lu + Vx = 0$$

$$(M + G)D\Theta/Dy + G Lv + Vy = 0 \quad (I-3)$$

$$(M + G)D\Theta/Dz + G Lw + Vz = 0$$

et la loi de HOOKE généralisée (I-2) et (I-2)' devient

$$N_k = M\Theta + 2Gi_k \quad (I-4)$$

$$T_k = Gj_k$$

avec $k = 1, 2, 3$.

Remarque 1:

En dérivant la première relation (I-4) en x , la deuxième en y , la troisième en z et additionnant, nous obtenons:

$$(M+G) L\Theta + G(D Lu/Dx + D Lv/Dy + D Lw/Dz) + DVx/Dx + DVy/Dy + DVz/Dz = 0$$

Il est aisé en outre de montrer que:

$$D Lu/Dx + D Lv/Dy + D Lw/Dz = L\Theta$$

de sorte que la dilatation cubique obéit à la relation:

$$(M + 2G)L\Theta + DVx/Dx + DVy/Dy + DVz/Dz = 0 \quad (I-4)'$$

Si c'est comme souvent en pratique les actions à distance sont constantes ou négligeables devant les charges appliquées, cette relation se réduit à:

$$L\theta = 0 \quad (I-4)''$$

Autrement dit, les déformations se répartissent de façon que, dans toute l'étendue du solide, la dilatation soit une fonction harmonique.

Remarque 2:

Les fonctions u, v, w sont entièrement déterminées par les équations aux limites, qui expriment l'équilibre à la surface du corps, sous l'action des forces superficielles. Si l, m, n désignent les cosinus directeurs de la normale extérieure à la surface limite du corps, les équations aux limites s'écrivent, en fonction des contraintes:

$$\begin{aligned} lN_1 + mT_3 + nT_2 &= S_x \\ lT_3 + mN_2 + nT_1 &= S_y \\ lT_2 + mT_1 + nN_3 &= S_z \end{aligned} \quad (I-5)$$

et, en fonction des déformations:

$$\begin{aligned} M\theta_l + G(2i_1l + j_3m + j_2n) &= S_x \\ M\theta_m + G(j_3l + 2i_2m + j_1n) &= S_y \\ M\theta_n + G(j_2l + j_1m + 2i_3n) &= S_z \end{aligned} \quad (I-6)$$

I-3. Equations fondamentales d'un corps à symétrie axiale.

Nous allons adopter les équations précédentes à un corps cylindrique dans le cas où la charge est invariable le long de l'axe. Le problème se ramène

donc à un problème plan; soit Oxy ce plan.

Les contraintes conservent leurs valeurs respectives pour des points occupant des positions homologues dans chaque section normale. Quant aux déformations, l'identité des tranches impose:

$$Du/Dz = Dv/Dz = 0 \quad \text{et} \quad Dw/Dx = Dw/Dy = 0$$

et il en résulte:

$$j_1 = Dv/Dz + Dw/Dy = 0$$

$$\text{et} \quad j_2 = Dw/Dx + Du/Dz = 0$$

ce qui physiquement est évident, car chacune des tranches subissant les mêmes déformations, il ne peut y avoir de glissement au contact entre elles.

Dans le cas où aucune force n'agit sur les extrémités du cylindre, nous pouvons écrire, conformément aux équations (I-4):

$$N_3 = 0 = M\Theta + 2GDw/Dz$$

et il en vient:

$$-M(Du/Dx + Dv/Dy) = (M + 2G)Dw/Dz \quad (\text{I-6})$$

Le premier membre de cette égalité ne dépend que de x et de y, le second ne dépend que de z; l'indépendance des coordonnées x, y, z exige que chaque membre soit égal à une même constante; par suite :

$$Dw/Dz = C^{te}$$

$$Du/Dx + Dv/Dy = C^{te} \quad (\text{I-7})$$

$$Du/Dx + Dv/Dy + Dw/Dz = C^{te}$$

et les équations de LAME (I-3) s'écrivent en négligeant les forces de volume :

$$\mathbb{L}u = \mathbb{L}v = \mathbb{L}w = 0 \quad (\text{I-8})$$

Les fonctions u, v, w , obéissent donc à une loi de LAPLACE.

Remarque :

Nous pouvons nous demander s'il peut exister un état d'équilibre élastique dans lequel la contrainte N_3 étant nulle partout, la répartition serait quand même bidimensionnelle en x, y .

COKER a montré qu'en toute rigueur ceci est impossible mais que les équations générales peuvent être satisfaites avec $N_3 = 0$ à condition que toutes les autres grandeurs varient avec z , ce qui exclue l'hypothèse du problème bidimensionnel rigoureux.

Cependant nous admettons la possibilité d'un problème plan et nous continuons.

En posant $\Theta' = Du/Dx + Dv/Dy$ qui est la dilatation superficielle et $M' = 2MG/(M + 2G)$, nous obtenons les équations de YOUNG (I-4) sous la forme :

$$\begin{aligned} N_1 &= M'\Theta' + 2Gi_1 \\ N_2 &= M'\Theta' + 2Gi_2 \\ T_3 &= Gj_3 \end{aligned} \quad (\text{I-9})$$

et les équations aux limites (I-6) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \pm N_1 x/r \pm T_3 y/r &= S_x \\ \pm T_3 x/r \pm N_2 y/r &= S_y \end{aligned} \quad (\text{I-10})$$

Lors de la déformation du cylindre, chaque point du cylindre subit un certain déplacement ; la symétrie axiale veut que ce déplacement soit radiale et qu'en un point défini par les coordonnées cylindriques r, θ, z les axes principaux sont l'un suivant le rayon l'autre suivant la tangente au cercle de rayon r et le troisième est parallèle à l'axe du cylindre ; soit :

$$u = g(r)x/r \quad \text{et} \quad v = g(r)y/r \quad (\text{I-II})$$

où $g(r)$ est la grandeur de la déviation. Le problème consiste à déterminer $g(r)$ ou ce qui revient au même à chercher la fonction $f(r) = g(r)/r$ pour que les équations (I-8) soient satisfaites.

Nous avons :

$$Lu = x(3/r \cdot df/dr + d^2f/dr^2)$$

$$Lv = y(3/r \cdot df/dr + d^2f/dr^2)$$

et les équations (I-8) se réduisent à l'unique équation

$$rd^2f/dr^2 + 3df/dr = 0 \quad (\text{I-12})$$

qui n'est autre qu'une équation différentielle d'EULER dont nous rechercherons la solution sous la forme $f=r^m$

Portant $f = r^m$ dans (I-12), nous obtenons :

$$rm(m-1)r^{m-2} + 3mr^{m-1} = 0$$

$$\text{ou} \quad m(m+2) = 0$$

Nous pouvons écrire deux solutions particulières linéairement indépendantes 1 et $1/r^2$. La solution générale de l'équation (I-12) sera :

$$f = C_1 + C_2/r^2$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes arbitraires dépendant des conditions limites. Nous pouvons alors calculer

toutes les inconnues :

$$f(r) = C_1 + C_2/r^2$$

$$g(r) = rC_1 + C_2/r$$

$$u = x(C_1 + C_2/r^2)$$

$$v = y \quad " \quad " \quad (\text{I-13})$$

$$\theta = 2C_1$$

$$\begin{aligned} N_1 &= 2 (M' + G) C_1 + 2G (1-2x^2/r^2) C_2/r^2 \\ N_2 &= 2 (M' + G) C_1 + 2G (1-2y^2/r^2) C_2/r^2 \quad (I-13) \\ T_3 &= - 4 G xy C_2 /r^4 \end{aligned}$$

Considérons un cylindre de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2 . Pour la généralité, nous supposons que le cylindre est chargé simultanément par la pression intérieure p_1 et la pression extérieure p_2 . Par la suite, faisant $p_1 = 0$ ou $p_2 = 0$, nous pourrions nous ramener au seul cas où nous avons une pression extérieure ou intérieure.

Nous déterminons les constantes C_1 et C_2 au moyen des conditions aux limites (I - 10) en notant que: pour $r = r_1$, nous avons $S_x = +p_1 x/r_1$ et $S_y = + p_1 y/r_1$ pour $r = r_2$, nous avons $S_x = -p_2 x/r_2$ et $S_y = - p_2 y/r_2$

Nous obtenons alors quatre équations qui se ramènent en réalité seulement à deux :

$$\begin{aligned} 2(M'+G) C_1 - 2GC_2/r_1^2 &= - p_1 \\ 2(M'+G) C_1 - 2GC_2/r_2^2 &= - p_2 \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} C_1 &= (p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)/2(M'+G) (r_2^2 - r_1^2) \\ C_2 &= r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)/2G (r_2^2 - r_1^2) \end{aligned}$$

Après élimination des constantes C_1 et C_2 , les expressions (I - 13b, f, g et h) deviennent :

$$\begin{aligned} g(r) &= (p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)/2(M'+G)(r_2^2 - r_1^2) + \\ &+ r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)/2G(r_2^2 - r_1^2)r \\ N_1 &= (p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2)/(r_2^2 - r_1^2) + \\ &+ r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2) (1-2x^2/r^2)/r^2 (r_2^2 - r_1^2) \end{aligned}$$

$$N_2 = (p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2) / (r_2^2 - r_1^2) + r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2) (1 - 2y^2/r^2) / r^2 (r_2^2 - r_1^2) \quad (I-14)$$

$$T_3 = - 2xyr_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2) / r^4 (r_2^2 - r_1^2)$$

Ceci étant, voyons les cas particuliers.

a. Cylindre chargé par une pression intérieure:

Alors $p_1 = p$ et $p_2 = 0$; les expressions (I-14) s'écrivent :

$$g(r) = \frac{pr_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} (r/(M' + G) + r_2^2/Gr)$$

$$N_1 = \frac{pr_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} (1 + r_2^2(1 - 2x^2/r^2)/r^2)$$

(I-15)

$$N_2 = N_1 (\text{pour } x = y)$$

$$T_3 = - 2xypr_1^2 r_2^2 / r^4 (r_2^2 - r_1^2)$$

b. Cylindre chargé par une pression extérieure:

Alors $p_1 = 0$ et $p_2 = p$; les expressions (I-14) deviennent:

$$g(r) = - \frac{pr_2^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} (r/(M' + G) + r_1^2/Gr)$$

$$N_1 = - \frac{pr_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} (1 + r_1^2(1 - 2x^2/r^2)/r^2)$$

(I-16)

$$N_2 = N_1 (\text{pour } x = y)$$

$$T_3 = 2xypr_1^2 r_2^2 / r^4 (r_2^2 - r_1^2)$$

I - 4. Cas du frettage

Supposons donnés deux cylindres . Soit $a = 0$ le rayon intérieur du premier cylindre et r_1 son rayon extérieur. Le rayon intérieur du second cylindre est plus petit que le rayon extérieur du premier de la quantité e , c'est à dire nous avons $r_1 - e$. Le rayon extérieur du second cylindre est r_2 . Si nous chauffons le cylindre de plus grand diamètre, il se dilate et le premier peut y être introduit librement. Après refroidissement, il se produit entre les cylindres une pression de contact p . déterminons-la.

Le rayon extérieur du cylindre intérieur se contracte et les points de sa surface se déplacent de la même quantité négative $g_1(r_1)$. Le rayon intérieur du cylindre extérieur se trouve agrandi : la déformation $g_2(r_1)$ qui en résulte et donc ici positive la quantité $g_2(r_1) + g_1(r_1)$ doit être égale à la différence e des rayons à froid ; soit :

$$e = g_2(r_1) + g_1(r_1) \quad (I- 17)$$

Le déplacement $g_1(r_1)$ se détermine par la formule (I - 16a) dans laquelle nous remplaçons r_1 par 0 et r_2 par r_1 ; il vient alors :

$$g_1(r_1) = - pr_1 / 2(M'_1 + G_1)$$

Le déplacement $g_2(r_1)$ se détermine par l'expression (I- 15a) ; soit :

$$g_2(r_1) = \frac{pr_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} \left(r_1 / (M'_2 + G_2) + r_2^2 / G_2 r_1 \right)$$

Les constantes élastiques sont supposées différentes pour les deux cylindres, d'où les indices 1 et 2. L'expression (I- 17) permet de calculer p :

$$p = \frac{e}{\frac{r_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)}(r_1/(M_2' + G_2) + r_2^2/G_2 r_1) + r_1/2(M_1' + G_1)}$$

relation qu'on notera (I-18).

Dans le cas où $M_1' = M_2' = M'$ et $G_1 = G_2 = G$, nous trouvons la formule de KIRNER :

$$p = Ee(1 - r_1^2/r_2^2)/2r_1$$

I-5. Cas du collier de serrage

Avec les hypothèses déjà mentionnées, nous sommes ramenés en ce qui concerne le collier deserrage à un cylindre chargé par une pression intérieure $p_1 = p$ et une pression extérieure nulle.

Pour déterminer la pression p entre le collier et l'arbre, coupons le collier suivant l'axe Ox et admettons que la somme des contraintes étendue à la section de la coupe soit égale à l'action des boulons de serrage; autrement dit:

$$\int_{r_1}^{r_2} N_2(y=0) l dr = zQ$$

où z est le nombre des boulons;

Q est l'effort de serrage relatif à un seul boulon;

l est la longueur du collier.

Portant $y = 0$ dans l'expression (I-15c), nous trouvons :

$$N_2(y=0) = \frac{pr_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} (1 + r_2^2/r_1^2)$$

et le résultat de l'intégration est immédiat :

$$p = zQ/lr_1 \quad (I-19)$$

I-6. Conclusions

Il est intéressant de noter que la pression

entre le collier et l'arbre est proportionnelle à l'effort de serrage Q .

p entre le collier de serrage et l'arbre est indépendante des caractéristiques élastiques des matériaux en contact et de l'épaisseur du collier alors que pour le frettage la pression p est indépendante de la longueur du cylindre.

Si devons faire un assemblage indémontable, nous opterions pour une liaison par frettage car nous pourrions jouer sur plusieurs paramètres pour obtenir la qualité de serrage désirée; cependant nous sommes limités par le coefficient de dilatation de la frette en ce qui concerne le jeu initial entre l'arbre et le cylindre.

par contre, une liaison par collier de serrage permet une pression réglable et un assemblage démontable.

I-7. Calcul du couple de frottement "limite"

Nous entendons par couple de frottement "limite" celui qui correspond à la rupture de l'adhérence entre l'arbre et le collier; si nous appliquons un moment extérieur à l'arbre, celui-ci est équilibré par le couple de frottement M_{fr} tel que:

$$dM_{fr} = (pdS \operatorname{tg}\varphi') r_1$$

avec φ' angle de frottement

$$dS = r_1 d\varphi l$$

p = pression précédemment calculée

Compte tenu que p est constante sur toute la circonférence pour un effort de serrage déterminé Q, l'intégration donnant M_{fr} est immédiate:

$$M_{fr} = 2\pi \operatorname{tg}\varphi' p r_1^2 l$$

En remplaçant p par sa valeur donnée par (I-17) et qu'à la limite $\operatorname{tg}\varphi' = f =$ coefficient de frottement arbre/collier, nous avons:

$$M_{fr} = (2\pi f z r_1) Q \quad (I-20)$$

I-8. Calcul de la force axiale de frottement "limite"

DE même, la force axiale de frottement "limite" correspond au glissement de l'arbre par rapport au collier; si une force axiale extérieure agit sur l'arbre, celle-ci est égale à chaque instant à la force axiale de frottement telle que:

$$A_{fr} = 2\pi \operatorname{tg} \theta' p r_1 l$$

soit, à la limite:

$$A_{fr} = (2\pi f z) Q \quad (I-20)'$$

Comme nous le voyons, M_{fr} et A_{fr} sont fonctions linéaires de l'effort de serrage, s'annulant avec celui-ci; ils sont dans un rapport constant qui est le rayon intérieur r_1 du collier.

B. E T U D E E X P E R I M E N T A L E

Chapitre II

ETUDE EXPERIMENTALE

II-1. Généralités

Nous avons vu dans l'étude théorique précédente que le moment et la force axiale de frottement sont fonctions linéaires de l'effort de serrage Q , s'annulant avec celui-ci, indépendamment de la longueur du collier, de son épaisseur et des caractéristiques des matériaux, hormis la caractéristique de contact à savoir le coefficient de frottement.

Une étude pratique s'impose pour vérifier la validité des formules (I - 19), (I - 20) et (I - 20)' en mettant en évidence l'influence de la longueur du collier. Une étude expérimentale mettant en évidence l'effet du jeu entre l'arbre et le collier est aussi intéressante pour analyser l'influence de ce facteur.

D'après les résultats expérimentaux constatés, il sera probablement possible de corriger la théorie initiale en faisant quelques hypothèses sur la déformation du collier permettant de déterminer les zones de contact entre collier et arbre.

II-2. Mesure du couple et de la force axiale de frottement

L'arbre, monté sur deux paliers, porte à une de ses extrémités une poulie avec une gorge de diamètre $D = 280$ mm ; à cette poulie est accroché un plateau sur lequel vont des poids P qui exercent donc un moment $M = P(D + \text{diamètre du fil})/2$; au moment de la rupture de l'adhérence entre l'arbre et le collier, ce moment M est égal au couple de frottement M_{fr} ; déterminons ce moment M_{fr} en fonction de l'effort de serrage Q . Conformément à l'équation (I - 20), nous avons :

$$M_{fr} = (2II f z r_1) Q$$

En admettant que :

$f = 0,15$ (acier/acier à sec) ;

$z = 1$ boulon ;

$r_1 = 28 \text{ mm} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

il vient :

$$M_{fr} = 0,0264 Q \quad (\text{II} - 1)$$

où M_{fr} est exprimé en mKg et Q en kg (ou ce qui revient au même, si Q est exprimé en N, M_{fr} sera exprimé en m N).

Le fil soutenant le plateau a un diamètre de 6 mm et le diamètre de fond de gorge de la poulie est, comme nous l'avons déjà signalé, $D = 280 \text{ mm}$; soit :

$$M_{fr} = 0,143 P \quad (\text{II} - 2)$$

où M_{fr}/P est homogène à des mètres.

A l'aide des relations (II -1) et (II -2), nous pouvons trouver une relation entre P et Q :

$$P = 0,1845 Q \quad (\text{II} - 3)$$

L'autre extrémité de l'arbre porte un anneau dynamométrique qui travaille à la compression à l'aide d'une vis de manoeuvre, l'alignement entre celle-ci et l'arbre étant rigoureux ; au moment de la rupture de l'adhérence entre l'arbre et le collier, la force A indiquée par l'anneau dynamométrique est égale à la force axiale de frottement A_{fr} . Les lectures sont faites sur un comparateur ; une courbe d'étalonnage (pratiquement une droite) permet de nous donner l'équivalence en newtons :

$$A = 53 x \quad (\text{II} - 4)$$

où A est exprimée en N et x est le nombre de graduations.

Conformément à l'équation (I -20)', nous avons:

$$A_{fr} = (2II f z) Q$$

soit : $A_{fr} = 0,943 Q \quad (\text{II} - 5)$

La fig. 3 montre un schéma de l'installation.

II- 3. Mesure de l'effort de serrage

Le collier serre l'arbre à l'aide d'un seul boulon. Pour mesurer l'effort de serrage Q , nous optons pour deux méthodes :

- à l'aide d'une clé ;
- à l'aide d'une jauge de contrainte.

1- Calcul de Q à l'aide d'une clé :

A l'aide d'une clé, nous devons vaincre :

a) le couple de frottement M_1 entre les filets de la vis et ceux de l'écrou, tel que :

$$M_1 = Q R_m \operatorname{tg}(\phi_1 + \phi_2)$$

où Q est le serrage cherché ;

$$R_m = (d + d_n)/4 ;$$

ϕ_2 = angle de frottement entre les filets ;

ϕ_1 = inclinaison des filets.

Les caractéristiques du boulon sont :

$$d = 14 \text{ mm}$$

$$p = 2 \text{ mm}$$

$$d_n = d - \sqrt{2} p = 11,2 \text{ mm}$$

$$\text{et } \sin. \phi_1 = p/2\pi R_m = 0,05$$

Nous pouvons prendre comme coefficient de frottement acier /acier :

$$f = \operatorname{tg} \phi_2 = 0,15$$

$$\phi_1 \text{ petit, donc } \sin. \phi_1 = \operatorname{tg} \phi_1 = 0,05$$

produit $\operatorname{tg} \phi_1 \cdot \operatorname{tg} \phi_2$ est très inférieur à l'unité, donc :

$$\operatorname{tg} (\phi_1 + \phi_2) = \operatorname{tg} \phi_1 + \operatorname{tg} \phi_2 = 0,20$$

$$\text{d'où : } M_1 = 1,26 Q \quad (\text{II -6})$$

où M_1 est exprimée en mmkg et Q en kg.

b) le couple de frottement M_2 de l'écrou sur la pièce. Nous admettons que la pression est répartie uniformément sur la surface de contact ; soit :

$$\text{soit } p = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi (R^2 - r^2)}$$

(ON4)

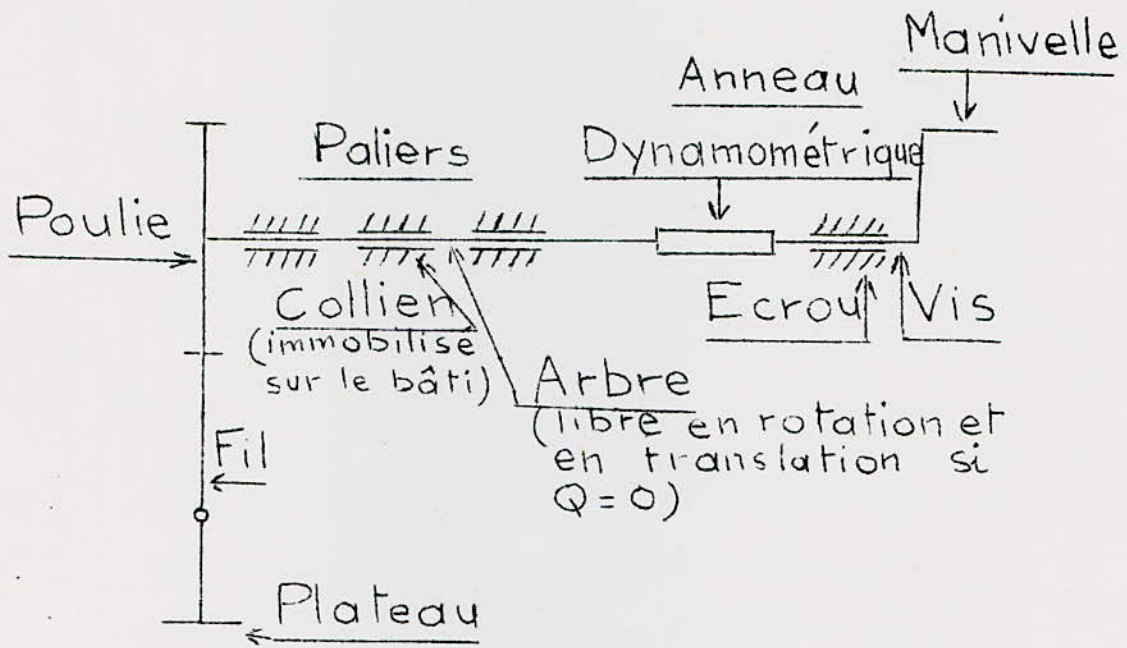
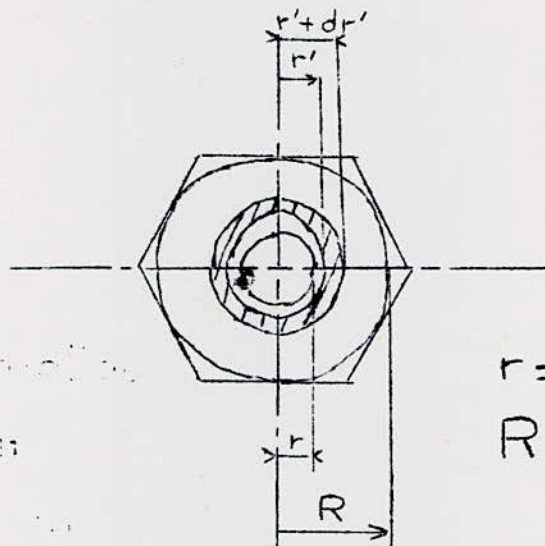


Fig. 3

Schéma de l'installation pour la mesure du couple et de la force axiale de frottement



$$r = 7,5 \text{ m/m}$$

$$R = 10,5 \text{ m/m}$$

Fig. 4

$$p = Q/S = Q/II(R^2 - r^2)$$

(cf fig 4)

Le couple élémentaire s'exerçant sur une portion de surface annulaire comprise entre les rayons r' et $r' + dr'$ est:

$$\begin{aligned} dM_2 &= (pdS) \operatorname{tg} \phi_1 r' \\ &= (2 II p \operatorname{tg} \phi_1) r'^2 dr' \end{aligned}$$

Intégrant entre r et R , nous obtenons:

$$M_2 = 2 \operatorname{tg} \phi_1 (R^3 - r^3) Q / 3(R^2 - r^2)$$

Compte tenu de $R = 10,5 \text{ mm}$, $r = 7,5 \text{ mm}$, $\operatorname{tg} \phi_1 = 0,15$ il vient tous calculs faits:

$$M_2 = 1,36 Q \quad (\text{II-7})$$

où M_2/Q est homogène à des mm.

Additionnant membre à membre les égalités (II-6) et (II-7), nous obtenons:

$$M_1 + M_2 = 2,63 Q$$

soit:

$$Q = 0,38(M_1 + M_2) \quad (\text{II-8})$$

Q , exprimé en Kg, est l'effort de serrage cherché; $(M_1 + M_2)$, exprimé en mmKg, se détermine à partir de l'effort F exercé sur la clé.

Cherchons une relation entre F et Q . Soit $l = 680 \text{ mm}$ le bras de levier de la clé; nous avons alors:

$$(M_1 + M_2) = F.l$$

Soit:

$$Q = 258,4 F \quad (\text{II-8}')'$$

La réalisation pratique pour exercer l'effort F est très simple; il suffit pour cela de tenir la clé horizontale à l'aide d'un fil on accroche à la clé un second fil qui porte à son autre extrémité un plateau, on fait passer une corde par le trou de la clé.

ce fil devant passer sur une poulie de telle façon que celui-ci soit horizontal et perpendiculaire à la clé.

2 - Calcul de Q à l'aide d'une jauge de contrainte:

Une jauge de contrainte montée en traction sur le boulon de serrage nous donne la déformation "i" à l'aide de l'appareil de mesure dont nous parlerons ultérieurement ; ce qui nous permet de calculer la contrainte d'extension N_e à l'aide de la loi élémentaire de HOOKE:

$$N_e = Ei$$

La section du boulon qui résiste à la traction est celle du noyau c'est-à-dire:

$$S_n = \pi d_n^2 / 4$$

Aussi avons-nous dû charioter le boulon au diamètre du noyau sur une longueur de 25 mm environ.

Le calcul de l'effort de serrage Q s'obtient en multipliant la contrainte par la section; soit:

$$Q = E i \cdot S_n$$

E, pour l'acier, est environ $2 \cdot 10^4$ Kg/mm² et $S_n = 98,5 \text{ mm}^2$
D'où:

$$Q = 1,97 \cdot 10^6 i \quad (\text{II-9})$$

II- 4. Mesures extensométriques:

II-4-1. Généralités:

Un capteur à résistance (ou une jauge de contrainte) est constitué par un fil fin de 0,015 à 0,030 mm d'épaisseur collé en zigzag sur une bande de papier (fig.5). Les fils d'arrivée sont soudés ou brasés aux

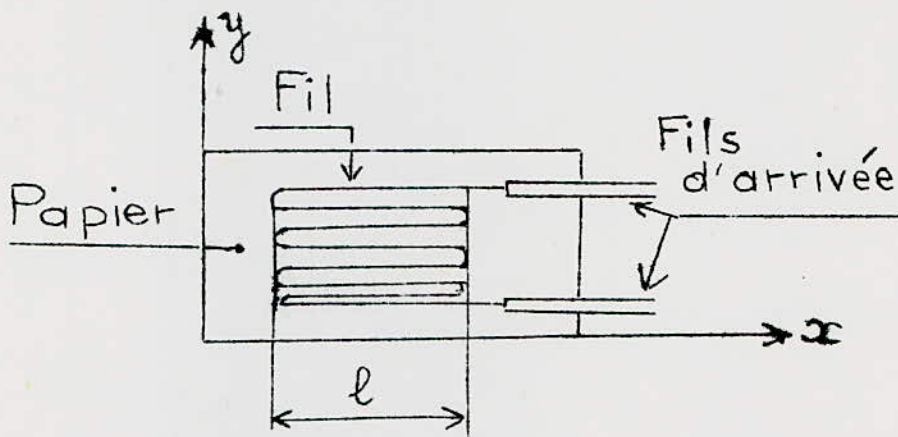


Fig. 5
[jauge de contrainte simple

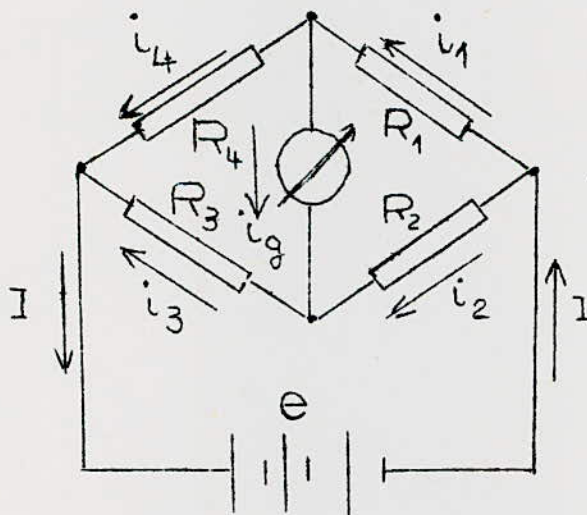


Fig. 6
[Pont de Wheatstone

extrémités de la résistance.

Nous collons le capteur sur la surface de la pièce étudiée de telle sorte que la base l coïncide avec la direction dans laquelle nous désirons mesurer la déformation. Lorsque l'adhérence est bonne, le fil s'allonge avec la surface de la pièce étudiée et sa résistance ohmique qui varie est enregistrée comme un indice de déformation. Il résulte de l'expérience que la variation relative de la résistance ohmique du fil dR/R est proportionnelle à son allongement,

$$dR/R = k dl/l = k i \quad (\text{II-10})$$

où k est le facteur de jauge ou coefficient de tensosensibilité.

Lors d'essais statiques, le capteur collé sur la surface de la pièce étudiée est intercalé en pont dans l'appareil de mesure avec un galvanomètre. Une des quatre résistances du pont (Fig.6), R_1 par exemple, représente la résistance de la jauge. Les autres résistances sont choisies de manière qu'en l'absence de l'allongement de la pièce (avant l'expérience) le pont soit équilibré; le courant i_g dans le galvanomètre est alors nul. Nous savons que nous devons alors avoir la relation :

$$R_1/R_4 = R_2/R_3 \quad (\text{II-11})$$

D'ordinaire R_4 est un capteur identique au premier, et les résistances R_2 et R_3 sont égales. Par conséquent, R_c désignant la résistance d'un capteur,

$$R_1 = R_4 = R_c ; R_2 = R_3 = R$$

et la condition (II-11) est observée.

Etablissant les équations de KIRCHHOFF pour les différents circuits (Fig.6), nous trouvons aisément que le courant qui passe dans le galvanomètre, le pont

étant déséquilibré, est :

$$i_g = e \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_3} \quad (\text{II-12})$$

Nous supposons alors que la résistance interne de la source de courant et celle du galvanomètre sont négligeables devant les résistances R_1, R_2, R_3, R_4 .

Lorsque le capteur travaille, la résistance R_1 varie et nous avons :

$$R_1 = R_c + dR_c$$

$$R_2 = R_3 = R$$

$$R_4 = R_c$$

L'expression (II - 12) devient alors :

$$i_g = e(dR_c/R_c)/2(R+R_c) \quad (\text{II - 13})$$

Ainsi le courant dans le galvanomètre est proportionnel à la variation de la résistance du capteur et par conséquent, à la déformation.

Lorsque nous étudions l'état de contraintes d'une construction complexe (c'est notre cas) nous utilisons un grand nombre de capteurs dont il faut relever les indications. Nous nous servons alors d'un seul galvanomètre et les résistances R_2 et R_3 sont communes, les couples de résistances R_1 et R_2 étant intercalés successivement pour chaque point étudié et les indications enregistrées. Pour éviter les erreurs dues aux variations de la tension d'alimentation e , nous équilibrons le pont avant chaque nouvelle mesure à l'aide d'une résistance r .

II - 4- 2 sources d'erreurs :

a - température :

Elle intervient de deux manières :

- Par la variation de la résistance du fil métallique ;

- par la dilatation différentielle du fil de la jauge et du matériau sur lequel il est collé

b - Echauffement par effet Joule :

Nous diminuons ces effets en faisant passer le moins de courant possible dans les jauges. Cependant, puisque à chaque jauge qui travaille est intercalée une jauge de compensation identique (4^e résistance du pont), la température des 2 capteurs est la même ; dans ces conditions les variations des résistances R_1 (jauge qui travaille) et R_4 (jauge de compensation) dues à l'échauffement est identique. Par conséquent, l'équilibre du pont n'est pas altéré, la relation (II - 11) étant conservée.

c - Résistance de contact :

Il est prudent de ne pas toucher aux connexions.

d - Sensibilité transversale des jauges :

Le i que nous mesurons est pris dans le sens de la plus grande longueur, mais il existe aussi une variation de la longueur du fil dans le sens transversal. Soit i_x l'allongement du fil dans le sens longitudinal de la jauge :

$$dR/R = k i_x$$

Le fil de la jauge est également sensible à la contraction latérale à cause des boucles de raccordement. Soit i_y la contraction latérale :

$$i_y = - P i_x$$

d'où la valeur plus approchée du coefficient de sensibilité :

$$\begin{aligned} dR/R &= k_x i_x + k_y i_y = (k_x - P k_y) i_x \\ k &= k_x - P k_y = k_x (1 - P k_y/k_x) \end{aligned} \quad (\text{II} - 14)$$

La base l augmentant, le rapport k_y/k_x diminue et est insignifiant pour les capteurs ordinaires de base $l = 20$ mm. Pour les capteurs ayant une petite base (l inférieure à 5 mm), k_y est comparable à k_x et doit être pris en considération lors des calculs des contraintes.

e - Collage :

En traction, il suffit que la jauge soit correctement collée aux deux extrémités. En compression, la jauge doit être collée correctement sur toute la surface.

- Avant de coller une jauge de contraintes sur un matériau, celui-ci doit-être préparé de la manière suivante :

- Nous rendons la surface du matériau suffisamment rugueuse pour que la colle y adhère facilement ;
- Nous nettoyons l'endroit choisi en le brossant puis en le rinçant à l'aide d'acétone. Nous terminons le nettoyage à l'aide de coton hydrophile imbibé d'acétone. L'emplacement est suffisamment propre que si le tampon de coton ne se salit plus.

Après ces opérations, l'endroit nettoyé ne plus être touché avec les doigts.

- Dans un deuxième temps, nous nettoyons la surface à coller de la jauge avec un morceau de coton ou de tissu propre légèrement imbibé d'acétone puis nous laissons sécher.

- Dans un troisième temps, nous préparons la colle comme l'indique la notice qui l'accompagne.

- Enfin nous appliquons la colle sur le matériau :
- nous plaçons la jauge sur l'emplacement prévu et nous la recouvrons d'une feuille transparente spéciale ;
 - nous appuyons pendant deux à trois minutes sur la jauge en évitant de la faire glisser sur le matériau ;
 - nous laissons durcir la colle pendant 15 minutes (sans appuyer sur la jauge), ensuite nous enlevons la feuille transparente.

En principe, des mesures statiques peuvent être effectuées après une heure de durcissement ; pour les mesures dynamiques (ce qui n'est pas notre cas), une demi-heure suffirait.

II - 4 - 3. Disposition des jauges :

Nous convions le lecteur à consulter le schéma général du branchement des jauges.

Signalons cependant que nous ne collons pas des jauges dans toutes les positions car :

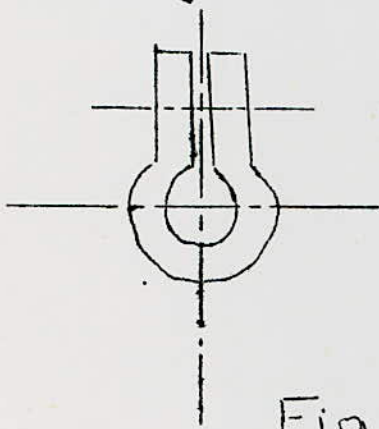
- nous sommes limités par le nombre de jauges, nous n'avons pas de jauges appropriées pour certaines positions? etc...
- le collier admet deux plans de symétrie (Cf. fig. 7) :
 - o Le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre, passant par l'axe du boulon ;
 - o Le plan radial perpendiculaire à l'axe du boulon.

II - 4 - 4. Appareil de mesure :

a - Circuit électrique simplifié :

Le circuit comprenant le pont de mesure est essentiellement un pont de WHEASTONE avec les deux branches de mesure du pont constitué d'un potentiomètre et d'un générateur, montés en série avec deux transformateurs analogues, pour permettre d'obtenir un point d'équilibre à l'aide du potentiomètre (voir schéma d'ensemble).

Trace du premier plan de symétrie



Trace du deuxième plan de symétrie

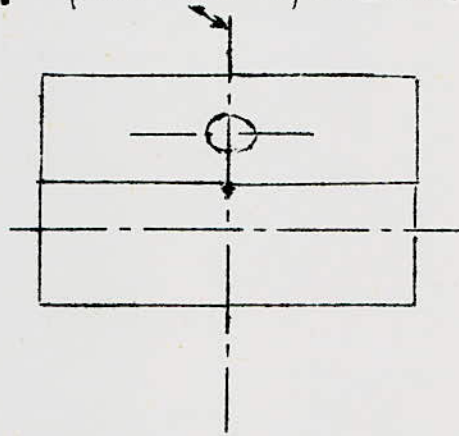


Fig. 7

Vers première
plaquette la-
térale au canal
choisi

Vers un des plots
centraux notés
A, B, C, D, E, F, G, H
J, K, L

Vers deuxième
plaquette latérale
au canal choisi

jauge qui
travaille
(R_1)

jauge de
compensation
(R_2)

[$R_1 = R_2$ lorsque l'échantillon
n'est soumis à aucune contrainte]

Fig. 8

[Schéma de principe pour le
branchement d'une jauge.

Le pont est alimenté en courant alternatif produit par un oscillateur à la fréquence de 1700 c/s environ.

La partie extérieure du pont de mesure est constituée par une des onze sorties possibles que l'on désire brancher.

Toutes les jauges de contraintes connectées sont alimentées par la tension entière du pont à partir du circuit oscillant, et cela continuellement de telle manière qu'il n'y ait pas de période de chauffage lors d'un changement de canal.

b - Réglage initial de l'appareil :

Lorsqu'é nous branchons une jauge pour la première fois, nous devons suivre la procédure suivante avant de procéder aux lectures :

- nous mettons en marche et nous attendons que le spot apparaisse ;
 - nous ajustons la brillance et le focus ;
 - nous commutons sur le canal à utiliser ;
 - nous mettons le commutateur à 3 positions sur N et le commutateur 0 - 10000 au milieu de son échelle ;
 - nous augmentons le gain ;
- nous observons le spot sur l'écran et nous utilisons les commutateurs 0 - 10 000 et 0 - 1 000 pour obtenir une trace horizontale ; le réglage du contrôleur de phase est nécessaire pour aplatir la boucle en une simple droite ;
- nous augmentons le gain et nous utilisons le potentiomètre 0 - 100 pour obtenir un signal horizontal. Un autre réglage du contrôleur de phase peut être nécessaire ;
 - nous attendons 15 mn pour que les jauges se stabilisent en température ;

PM 00169
Après p. 33 (1)

- 34 -

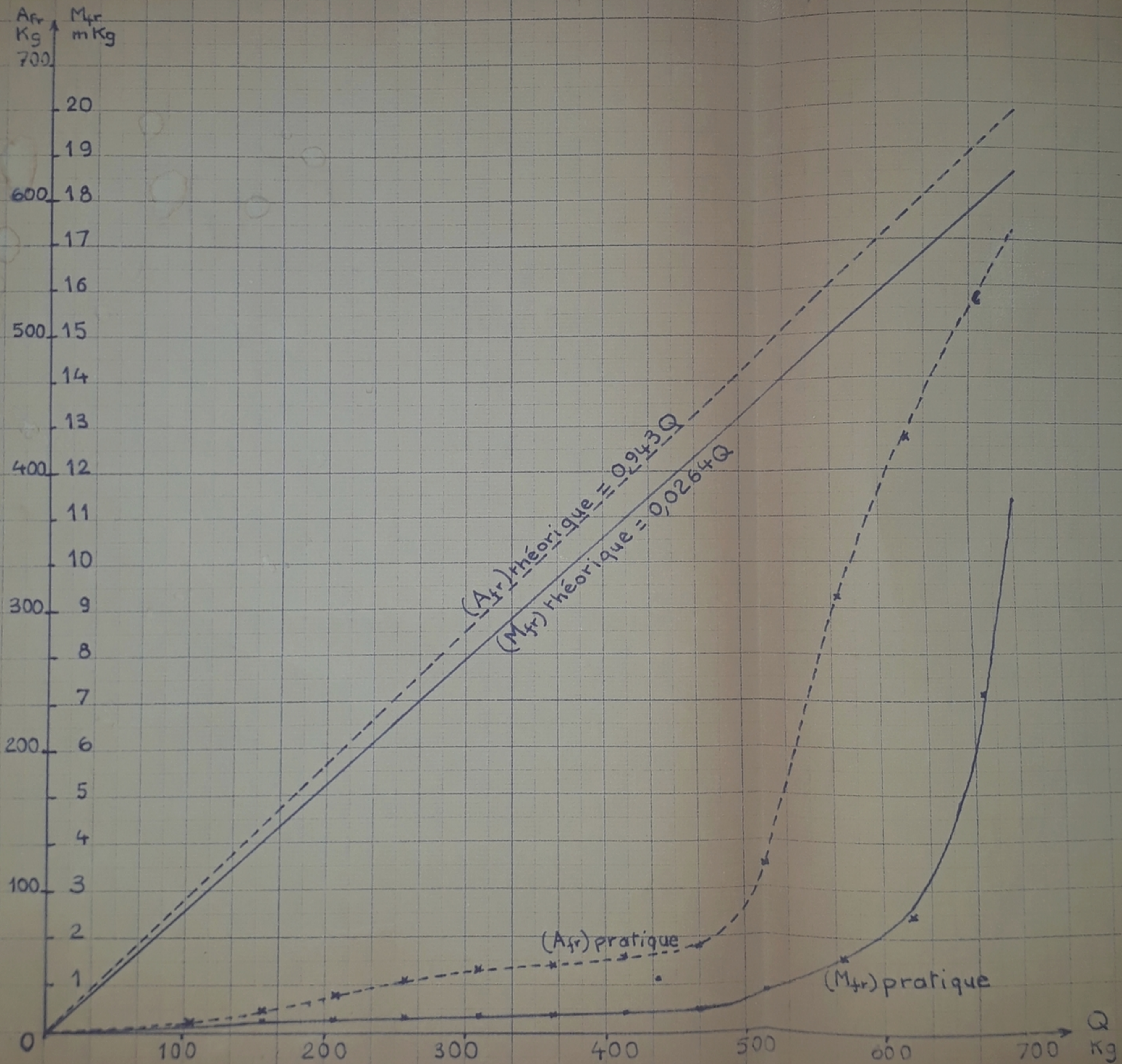
1^{er} PHASE : Etude de la déformation du collier, Valeurs données
par l'expérience:

- élongations en μ/m ;
- F en grammes.

1A	0	51	84	111	146	199	244	253	283	320	351
1B	0	113	192	260	315	366	368	383	400	420	437
1C	0	114	197	256	289	353	364	381	398	418	437
1D	0	113	188	254	289	353	364	380	396	412	417
1E	0	105	182	238	281	336	344	362	370	375	386
1F	0	112	174	241	278	342	351	362	368	373	379
2A	0	3	5	8	10	10	11	11	17	23	29
2B	0	-6	-12	-12	-12	-16	-15	-13	-10	-8	-6
2C	0	-7	-17	-17	-17	-17	-16	-15	-12	-9	-5
2D	0	-6	-15	-16	-17	-19	-20	-20	-15	-13	-12
2E	0	14	22	28	32	41	48	51	54	57	60
2F	0	34	49	57	62	70	75	87	96	104	110
2G	0	26	43	56	71	79	83	88	97	106	115
2H	0	35	54	77	89	101	104	108	114	120	126
2J	0	-2	-2	-1	0	0	0	12	15	18	22
2K	0	-2	-3	-3	-3	-3	-2	-1	0	5	9
2L	0	-6	-10	-11	-13	-20	-18	-18	-15	-12	-9
F	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000

1^{er} PHASE : Etude de la déformation du collier, Valeurs utiles ;
 Cf. Formules (II-15), (II-9) et (II-8) ;
 $l = 110 \text{ mm}$; $r_1 = 28 \text{ mm}$; $r_2 = 43 \text{ mm}$

$i \times 10^{-6}$	0	49	81	107	141	192	235	244	271	308	338	
Q(jauge) Kg	0	97	160	184	278	368	413	480	534	606	665	
$i_r \cdot 10^{-6}$ $r=r_2, \phi=\pm\frac{\pi}{2}$	$z=0$	0	109	185	250	303	352	354	368	385	404	420
	$z=\pm 15$	0	110	189	246	278	340	350	366	383	402	420
	$z=\pm 26$	0	109	181	244	278	340	350	365	382	396	401
	$z=\pm 38$	0	101	175	229	270	323	331	348	356	361	371
	$z=\pm 51$	0	108	167	232	268	329	338	348	354	358	364
$i_r \cdot 10^{-6}$ $r=\frac{r_1+r_2}{2}, \beta=\pm\frac{\alpha}{2}$	$\phi=\pm\frac{\pi}{4}$	0	3	5	8	10	10	11	11	16	22	28
	$\phi=\pm\frac{\pi}{2}$	0	-6	-12	-12	-12	-15	-14	-13	-10	-8	-6
	$\phi=\pm\frac{3\pi}{4}$	0	-7	-16	-16	-16	-16	-15	-14	-12	-9	-5
	$\phi=\pi$	0	-6	-14	-15	-16	-18	-19	-19	-14	-13	-12
$i_r \cdot 10^{-6}$ $r=\frac{r_1+r_2}{2}, \beta=\pm\frac{\alpha}{2}$	$\phi=\pm\frac{\pi}{4}$	0	13	21	27	31	39	46	49	52	55	58
	$\phi=\pm\frac{\pi}{2}$	0	33	47	55	60	67	72	84	92	100	106
	$\phi=\pm\frac{3\pi}{4}$	0	25	41	54	68	76	80	85	93	102	111
	$\phi=\pi$	0	34	52	74	86	97	100	104	111	115	121
$i_z \cdot 10^{-6}$ $r=r_2, \phi=\pm\frac{\pi}{2}$	$z=\pm 18$	0	-2	-2	-1	0	0	0	12	14	17	21
	$z=\pm 33$	0	-2	-3	-3	-3	-3	-2	-1	0	5	9
	$z=\pm 47$	0	-6	-10	-11	-13	-19	-17	-17	-14	-12	-9
Q(clé) Kg	0	129	258	388	517	646	775	905	1034	1163	1292	



- nous réajustons le potentiomètre et le contrôleur de phase si nécessaire.

Les différents canaux utilisés peuvent maintenant être sélectionnés et la lecture du zéro doit être notée. Si l'échantillon est alors soumis à un effort, les allongements qui en résultent font varier la résistance des jauges collées et le pont de WHEASTONE se trouve déséquilibré ; il s'agit alors de l'équilibrer à l'aide des commutateurs 0 - 100, 0 - 1 000 et 0 - 10 000 ; l'équilibre est obtenu lorsque la boucle se ramène à une droite horizontale ; nous obtenons alors de nouvelles valeurs sur les commutateurs 0 - 100, 0 - 1 000 et 0 - 10 000 ; la différence entre ces lectures et les lectures du zéro donne un enregistrement de i en microns/mètre, si le facteur de jauge est $k = 2$.

c - Correction à apporter à la lecture :

Le pont est prévu pour un facteur de jauge de 2 et ne peut pas être modifié. Soit k_1 le facteur de jauge utilisée et i la lecture donnée par l'appareil ; la vraie valeur est :

$$i_1 = 2i/k_1$$

Dans notre cas $k_1 = 2,08$ pour toutes les jauges branchées, soit :

$$i_1 = 0,963 i \quad (\text{II} - 15)$$

II - 5. Conduite des mesures :

L'expérience sera menée suivant deux phases :
- Une première phase consiste à prendre toutes les élongations accusées par les jauges de contraintes et l'effort F appliqué sur la clé, pour différents serrages.
- La deuxième phase consiste à noter l'élongation enregistrée sur l'appareil pour la jauge collée sur le boulon et l'effort F pour différents serrages ; nous mesurons aussi la force axiale et le moment de frottement.

C. CONCLUSIONS

Chapitre III
CONCLUSIONS

III-1. Remarques sur la mesure de l'effort de serrage

Comme nous le savons déjà, deux possibilités se sont présentées à nous pour évaluer Q : à l'aide d'une jauge de contraintes et à l'aide d'une clé; mais comme nous le voyons (Cf. page 35), les valeurs trouvées pour Q diffèrent sensiblement; nous ne pouvons à priori préférer les résultats de l'une ou l'autre méthode car elles comportent toutes deux des sources d'erreurs.

En ce qui concerne la méthode électrique, en plus des erreurs déjà mentionnées au paragraphe (II-4-2), elle comporte une autre source d'erreurs d'ordre purement pratique. En effet, pour pouvoir brancher la jauge du boulon au circuit électrique, nous avons dû mettre entre la tête du boulon et le collier une pièce circulaire, d'une épaisseur de 20 mm environ, fendue sur toute sa longueur; cette fente nécessaire favorise malheureusement une flexion du boulon pour des efforts de serrage importants; aussi la jauge, au lieu d'indiquer une extension, indiquait-elle une compression, compression due à cette même flexion. Pour pallier à cet inconvénient, nous avons dû monter entre la tête du boulon et la pièce fendue une rondelle robuste, ce qui a pour effet d'uniformiser la pression sur la tête du boulon; mais une légère flexion a subsisté; pour pallier à cette nouvelle source d'erreurs, nous avons dû coller une seconde jauge diamétralement opposée à la précédente et en série avec celle-ci; de cette manière, si une des jauges indique, en plus de l'extension du boulon, une compression due à la flexion, la seconde jauge indique, en plus de l'extension du boulon, une traction due à la flexion, et par suite, toute

source d'erreurs due à la flexion du boulon est pratiquement éliminée.

Quant à la mesure de l'effort de serrage à l'aide d'une clé, elle est entièrement subordonnée aux coefficients de frottement relatifs au contact des filets et à celui de l'écrou avec la rondelle, que nous avons admis tous deux égaux à 0,15.

Pour arriver à un résultat correct pour Q:

III-1-1 en ce qui concerne la méthode électrique, il faudrait essayer de mettre entre la tête du boulon et le collier une pièce portant une fente mais non sur toute sa longueur (le branchement serait évidemment plus délicat), l'idée de coller deux jauges en série (ou indépendantes) diamétralement opposées restant de rigueur.

III-1-2 en ce qui concerne la méthode mécanique, il faudrait essayer d'usiner soi-même le boulon de serrage; on peut ainsi juger plus aisément des valeurs à donner aux coefficients de frottement d'après le soin apporté à l'usinage.

III-2. Remarques sur la mesure du couple et de la force axiale de frottement

Les courbes pratiques du couple et de la force axiale de frottement sont entièrement subordonnées à la mesure du serrage à l'aide d'une clé (l'indication électrique n'ayant pas été prise en considération pour les raisons indiquées à la page 36).

Pour des efforts de serrage faibles, nous constatons que les valeurs théoriques et pratiques sont complètement différentes; mais celles-ci, aux erreurs des essais près, se rejoignent pour des efforts de serrage importants. Nous serions tentés de dire que les courbes pratiques sont asymptotiques aux courbes théoriques.

III-3. Déformation du collier

Nous ne pouvons qu'apporter un jugement d'ordre qualitatif sur le serrage par pincement car les valeurs des élongations accusées par les jauges sont un peu douteuses en quelque sorte. En effet, pour avancer une théorie de quelque nature qu'elle soit, il faudrait, à notre sens, nous baser sur plusieurs expériences d'extensométrie et de photoélasticimétrie.

Les conclusions sont faites en considérant les résultats exposés à la page 35; l'aspect qualitatif du serrage nous est essentiellement fourni par les jauges radiales et axiales.

III-3-1 Jauge radiale montée à 45°:

Théoriquement, toutes les jauges radiales devraient indiquer une compression constante quel que soit l'angle polaire ϕ . Or cette jauge indique une traction due certainement à la sensibilité transversale de celle-ci; cette hypothèse, pour être valable, nous conduit à admettre qu'il n'y aurait pas contact entre le collier et l'arbre pour $\phi = 0$ à 45° (ou plus); c'est pourquoi un essai permettant de déterminer les zones de contact entre l'arbre et le collier serait nécessaire.

III-3-2 Autres jauges radiales:

Elles indiquent une compression comme le prévoit la théorie; mais si théoriquement, cette compression est proportionnelle à l'effort de serrage, il n'en est rien pratiquement; d'abord nous constatons que i_r est une fonction croissante de Q puis, quand celui-ci augmente, diminue jusqu'à tendre vers zéro. Physiquement, cela revient à admettre qu'il n'y aurait plus contact, pour des efforts de serrage importants, entre l'arbre et le collier aux extrémités de ce dernier.

III-3-3 Jauges axiales:

Là aussi, nous enregistrons une compression pour des efforts de serrage faibles, qui croit avec ceux-ci; mais à mesure que Q augmente, cette compression diminue jusqu'à même laisser place à une traction importante lorsque z tend vers zéro; ce résultat concorde avec celui donné par les jauges radiales à savoir qu'il n'y aurait plus contact aux extrémités du collier entre ce dernier et l'arbre.

III-4. Améliorations à apporter à l'installation

III-4-1 Alignement entre l'arbre et l'anneau dynamométrique:

Celui-ci devant être rigoureux, il faudrait prévoir pour la vis de manoeuvre un écrou réglable en hauteur et dans le sens transversal.

III-4-2 Renforcement du collier:

Nous avons remarqué lors de la mesure du couple de frottement qu'après desserrage complet du boulon, il subsistait un couple de frottement à vaincre beaucoup plus important que celui de départ; l'explication la plus raisonnable, à notre sens, serait d'admettre que le support immédiat du collier aurait subi des efforts de flexion lui faisant passer sa limite élastique: il en résulterait une déformation permanente de ce support qui appuierait le collier contre l'arbre.

III-4-3 Mesure du couple de frottement:

Il serait souhaitable de rejeter le système rudimentaire pour la mesure du couple de frottement. Deux méthodes plus perfectionnées sont possibles:

a- La première méthode consisterait à appliquer l'effort P sur la poulie à l'aide d'un anneau dynamométrique monté en traction et manoeuvré à l'aide d'une vis, comme pour la détermination de la force axiale

de frottement à la seule différence que dans ce cas, l'anneau est monté en compression (il est évident qu'on pourrait aussi monter ce dernier en traction).

b- La seconde méthode reposerait sur la mesure du couple de torsion de l'arbre qui est égal au couple de frottement au moment de la rupture de l'adhérence entre l'arbre et le collier. La réalisation pratique du système de mesure du couple de torsion est simple: il suffirait de monter un disque d'assez grand diamètre, concentrique à l'arbre et solidaire du bâti, ce disque devant être gradué en degrés. Ensuite, il faudrait monter deux index solidaires de l'arbre et distants d'une certaine longueur connue l ; supposons qu'au début de l'expérience, ces index fassent entre eux un angle ϕ_1 (qui peut être nul); soit ϕ_2 l'angle que font les deux index au moment de la rupture de l'adhérence; nous avons alors:

$$M_{fr} = G J_o (\phi_2 - \phi_1) / l$$

où $-J_o$, supposé constant sur la longueur l , est le moment d'inertie polaire de la section ($J_o = 1,57 r_1^4$);
- G est le module d'élasticité transversal.

III-5. Conclusions générales

Nous croyons avoir apporté, compte tenu des possibilités limitées offertes par le matériel dont dispose l'Ecole, le maximum d'éclaircissements sur le serrage par pincement; il va sans dire que ce n'est là que des conclusions parfois vagues qui mériteraient d'être approfondies. Ainsi, la détermination des zones de contact entre l'arbre et le collier en fonction du jeu initial, l'influence de la longueur du collier et de celle du nombre de boulons de serrage seraient de nature à donner plus de précision sur le pincement. Mais il ne faut pas

se dissimuler que pour arriver à une théorie acceptable on doit procéder avec des méthodes rigoureuses: vernissage photoélasticimétrie, extensométrie.

Nous terminons en faisant remarquer que l'étude est loin d'être terminée; au contraire, elle ne fait que commencer car des résultats importants restent à découvrir, jalons de l'exploitation future.

B I B L I O G R A P H I E

V. FEODOSSIEV.- Résistance des matériaux.

H. LEBOITEUX. -La mécanique des solides réels.

H. LEBOITEUX, R. BOUSSARD.- Elasticité et photoélasti-
cimétrie.

L.LANDAU, E.LIFCHITZ.- Théorie de l'élasticité.

TECHNIQUES DE L'INGENIEUR.-Généralités, Tome I.

