

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département d'Automatique
Laboratoire de Commande des Processus



Mémoire
de
Magister

En Automatique

Option : Automatique des Systèmes Industriels

Mehena LOUDAHI

Ingénieur d'état en Automatique de l'ENP

Intitulé

Commande Prédictive Décentralisée Appliquée à un
Système de Suspension Active d'un Véhicule.

Présenté le 15 Juillet devant le jury composé de :

<i>Président</i>	<i>Mr NEZLI Lazhari</i>	<i>MCA, ENP</i>
<i>Directeur de Thèse</i>	<i>Mr BOUKHETALA Djamel</i>	<i>Professeur, ENP</i>
<i>Codirecteur de thèse</i>	<i>Mr BOUDJEMA Fares</i>	<i>Professeur, ENP</i>
<i>Examineurs</i>	<i>Mr TADJINE Mohamed</i>	<i>Professeur, ENP</i>
	<i>Mr HEMICI Boualem</i>	<i>MCA, ENP</i>
	<i>Mr SMAILI Arezki</i>	<i>MCA, ENP</i>

Année 2009/2010

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail à :

- *Mes très chers parents.*
- *Mes frères et sœurs.*
- *Tous mes amis.*
- *Sans oublier tous les membres de la famille
qui avance !*

Mehena.

Remerciements

Je tiens à remercier :

En premier lieu ma mère, mon père ainsi que tous les membres de ma famille pour leur soutien financier et moral durant tout mon cursus étudiant.

Puis, mes promoteurs : M. BOUKHETELA et M. BOUDJEMA pour l'aide et le soutien qui 'ils m'ont offert le long de mon étude de ce projet.

Ensuite, les enseignants du département Automatique pour la qualité de la formation qu'ils m'ont assurée, ainsi que tous les enseignants, le corps administratif et le personnel de l'école nationale polytechnique d'Alger.

Enfin, mes amis : Rabah, Saïd, Mourad, Mohamed, Lynda, Farida sans oublier « M'laoueh » et tous ceux et celles qui ont contribué de près ou de loin pour réaliser ce modeste travail.

Mehena.

ملخص.

يندرج هذا العمل ضمن أحد محاور البحث ذات الأهمية البالغة حاليا و المخصص للتحكم بالتنبؤ اللامركزي، فكان اهتمامنا أولا نظرية التحكم بالتنبؤ العام المخصص للأنظمة الغير المضطربة. بالتالي قدمنا نموذجا نظريا قادرا على تحمل الاضطرابات الخارجية المؤثرة في أنظمة التحكم؛ هذه النظرية تطبق في حالة اللامركزية على كل وحدة من النظام وهي فعالة في الأخذ بعين الاعتبار عوائق الروابط المتواجدة بين مختلف الوحدات. بما أن اهتمامنا يشمل الأنظمة المعقدة ذات الاضطرابات الغير قابلة للقياس، أدرجنا في آلية التحكم مترصدا لامركزيا للمتغيرات الداخلية للنظام الكلي. إن نتائج تطبيق النظرية المقدمة في هذا العمل على أجهزة حفظ الرفاهية لعربة متنقلة جد مرضية.

الكلمات الأساسية.

التحكم بالتنبؤ، التحكم بالتنبؤ العام، مترصد لامركزي للمتغيرات الداخلية للنظام، التحكم بالتنبؤ اللامركزي، جهاز حفظ الرفاهية، الأنظمة المعقدة.

Résumé

Le présent travail s'inscrit dans un axe de recherche important qui concerne la commande prédictive décentralisée. Ainsi, nous nous sommes initialement intéressés à la théorie de la commande prédictive généralisée, initialement établie pour les systèmes non perturbés. Dans ce travail, nous proposons une version plus élaborée capable de prendre en compte des perturbations externes. Dans le contexte décentralisé, cette loi de commande prend en considération les interconnexions entre les différents sous-systèmes. Dans le cas des systèmes complexes dont les interconnexions ne sont pas mesurables, un observateur d'état décentralisé peut être introduit afin de fournir les valeurs estimées des interconnexions. La loi de commande prédictive décentralisée élaborée est validée sur un système de suspension active d'un véhicule automobile. Les résultats obtenus montrent l'efficacité et la faisabilité des approches proposées.

Mots clé :

Commande prédictive généralisée, observateur d'état, commande décentralisée, suspension active, systèmes complexes, systèmes interconnectés.

Abstract:

The present work deals with one of the very important research axis which concerns the decentralized predictive control. In fact, we are initially interested by the theory of the generalized predictive control, established for the control of non-disturbed systems. In this work, we propose an elaborated version that can deal with the external perturbations. In the decentralized case, this control law corrects the effects of the disturbances among the different subsystems. In the case of large scale systems in which the interconnections are not available, a decentralized state observer can be introduced in order to insure the estimate of the interconnection states to the control designed station. The application results of this decentralized predictive control law are validated on an automotive vehicle active suspension system. The obtained results show the feasibility and the performance of the proposed approach.

Key words:

Generalized predictive control, decentralized state observer, decentralized control, active suspension, large scale systems, interconnected systems.

Sommaire

<i>INTRODUCTION GENERALE</i>	01
---	----

CHAPITRE I

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE

I.1. Principe de la prédiction	05
I.1.1. Prédiction à un pas	06
I.1.1.1. Prédiction de la perturbation	06
I.1.1.2. Prédiction de la sortie	07
I.1.1.3. Erreur de prédiction	08
I.1.2. Prédiction à P pas	09
I.1.2.1. Prédiction de la perturbation	09
I.1.2.2. Prédiction de la sortie	09
I.2. Commande prédictive généralisée	11
I.2.1. Introduction	11
I.2.2. Présentation théorique	12
I.2.3. Le formalisme RST de la GPC	18
I.2.4. Conclusion	21

CHAPITRE II

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE APPLIQUEE AUX SYSTEMES INTERCONNECTES

II.1. Introduction	22
II.2. Présentation théorique.....	23
II.2.1. Recherche de prédicteur optimal.....	23
II.2.2. Expression du critère quadratique	26
II.2.3. Elaboration de la loi de commande optimale.....	27
II.3. Conclusion.....	29

CHAPITRE III

SYNTHESE D'UN OBSERVATEUR D'ETAT DECENTRALISE

III.1.	Introduction.....	30
III.2.	Etat de l'art.....	31
III.3.	Position du problème	32
III.4.	Algorithme de synthèse d'un observateur d'état décentralisé.....	32
III.4.1.	Hypothèse	32
III.4.2.	Principe d'un observateur centralisé	33
III.4.3.	synthèse d'un observateur d'état décentralisé	34
III.5.	Commande par retour d'état basé sur un observateur d'état décentralisé.....	35
III.6.	Exemple d'application	37
III.7.	Simulation et interprétation des résultats	37
III.8.	Conclusion	40

CHAPITRE IV

MODELISATION DECENTRALISEE D'UNE SUSPENSION ACTIVE D'UN VEHICULE AUTOMOBILE

IV.	Modélisation et analyse des suspensions de véhicules	41
IV.1.	Introduction	41
IV.2.	Suspension passive, semi passive et active :	43
IV.2.1.	Suspension passive	43
IV.2.2.	Suspension semi active	43
IV.2.3.	Suspension active	44
IV.3.	Modélisation décentralisée de la suspension de véhicule automobile	45
IV.3.1.	Représentation du modèle quart de véhicule	45
IV.3.1.1.	Modèle linéaire	45
IV.3.1.2.	Modèle non linéaire	46
IV.3.2.	Ecriture décentralisée du modèle quart de véhicule.....	49
IV.4.	Représentation décentralisée du modèle demi véhicule	51
IV.4.1.	Modèle linéaire	51
IV.5.	Simulation en boucle ouverte.....	56
IV.6.	Résultats de simulation du modèle quart de véhicule	57
IV.7.	Résultats de simulation du modèle demi véhicule.....	58
IV.8.	Conclusion.....	60

CHAPITRE V

**COMMANDE PREDICTIVE DECENTRALISEE APPLIQUEE A UNE
SUSPENSION ACTIVE D'UN VEHICULE AUTOMOBILE**

V.1. Introduction	61
V.2. Elaboration d'un modèle numérique décentralisé de la suspension active du type demi-véhicule (bicyclette).....	62
V.3. Expression du critère quadratique de la commande prédictive généralisée	66
V.4. Commande prédictive décentralisée du système demi véhicule automobile du type bicyclette.....	66
V.5. Simulation et interprétation des résultats obtenus	67
V.5.1. Choix de la trajectoire de référence	67
V.5.2. Simulation :	68
V.6. Tests de robustesse de la commande prédictive décentralisée	75
V.7. Conclusion.....	80
 CONCLUSION GENERALE	 82
 Annexe	 85
A. Paramètres du système de suspension	85
B. Résolution des équations de Diophantine	86
C. Paramètres des polynômes caractéristiques du modèle décentralisé de la suspension active du type demi –véhicule	92

Références bibliographiques

Introduction générale

La technique de commande prédictive constitue une approche assez importante dans le domaine de commande numérique des systèmes. Elle a connu un réel essor à la fin des années quatre-vingt grâce aux efforts de D. W. Clarke et de son équipe à l'université d'Oxford. C'est une technique qui est basée sur la prédiction du comportement futur du procédé à commander, fournie par un modèle numérique, afin de définir la valeur de la grandeur de commande à appliquer au système physique pour le ramener ainsi à une plage de fonctionnement souhaitée.

Une des richesses de cette méthode provient du fait que, pour une consigne connue au moins sur un horizon, il est possible d'exploiter pleinement les informations de trajectoire situées dans le futur puisque le but de cette stratégie est de faire coïncider la sortie du processus avec cette consigne sur un horizon fini. Le principe de cette méthode très utilisée dans les problèmes de poursuite de trajectoire est basé sur les quatre points fondamentaux suivants :

- Création d'un effet anticipatif par l'exploitation de la trajectoire à suivre dans le futur. A cet effet, une séquence future de commande est élaborée afin de minimiser les erreurs de poursuite de la sortie du système à commander. Seule la première valeur de cette séquence est applicable à chaque instant.
- Définition d'un modèle numérique de prédiction capable de fournir les estimations futures de la sortie du système nécessaires pour l'anticipation et le calcul de la séquence de commande à appliquer à chaque période d'échantillonnage.
- Minimisation d'un critère quadratique à horizon fini, d'où l'aspect optimal de la théorie de commande prédictive.
- Principe de l'horizon fuyant, ceci permet un calcul en temps réel de la loi de commande qui se base sur des anticipations sur un horizon futur à chaque instant de calcul.

De nos jours, l'automatique moderne s'affronte de plus en plus à des problèmes liés à la commande des systèmes complexes dont la structure est composée de plusieurs systèmes interconnectés. Les mesure des signaux d'échange sont souvent difficiles, voire même impossibles, à cause de l'éloignement géographique des systèmes entre eux ou des complications dues fondamentalement aux insuffisances technologiques que présentent certains systèmes. Les méthodes classiques présentent alors des défauts pour la commande de ces systèmes et n'assurent plus les objectifs recherchés. Pour assurer la commande de ce type de systèmes dits complexes, l'automaticien recourt, par conséquent, à des techniques de commande dites décentralisées, capable d'assurer la commande de chacun des systèmes interconnectés en ne se basant que sur les données disponibles localement au niveau de chaque sous-système.

Les approches de commande décentralisée sont de plus en plus utilisées dans la résolution des problèmes de commande des systèmes complexes. Elles présentent un domaine de recherche très important dans les dernières années grâce aux solutions qu'elles apportent aux problèmes d'insuffisance de communication entre les différentes parties du système complexe. Elles présentent aussi des atouts économiques du fait qu'elles offrent des solutions de commande robustes aux interconnexions entre les sous-systèmes, sans avoir recours à effectuer la mesure de ces dernières qui s'avère souvent couteuse et difficile à réaliser.

L'idée d'élaborer une version décentralisée de la commande prédictive est un challenge d'actualité et dont l'intérêt s'avère majeur en vue des solutions qu'apporte cette technique aux problèmes de commande des procédés industriels en général, et notamment les processus chimiques qui présentent des dynamiques très complexes, dues à l'hostilité de l'environnement, et qui requièrent une grande maîtrise et une précision assez rigoureuse. L'aspect numérique de cette approche peut aussi constituer un de ses points forts, la flexibilité et la facilité d'implantation pratique qu'elle offre lui permettent de mieux satisfaire les exigences incessantes de l'industrie.

La commande prédictive décentralisée a connu un grand progrès ces dernières années. Elle a fait l'objet de plusieurs études, chacune d'elles est menée dans le but d'apporter la solution adéquate à un problème précis. Dans [SAW98], on propose une commande prédictive décentralisée appliquée aux canaux d'irrigation. Cette technique est basée sur

l'optimisation du critère quadratique de la commande prédictive généralisée. Dans [GOM98], on propose une procédure de commande prédictive décentralisée pour la même application. Il est constaté que ces deux études se limitent à la connaissance instantanée, à chaque station de commande i , des valeurs de la commande du niveau en aval $i+1$, qui constitue le signal d'interconnexion entre les différents niveaux. La solution qu'on apporte dans [KYR02] à la commande prédictive décentralisée est issue de la commande prédictive à base d'un modèle d'état discrétisé dont la synthèse de la loi de commande dépend des signaux d'interconnexion ; ces derniers sont fonction des états du système global. Dans cette étude, deux solutions sont proposées pour le problème décentralisé lié à la non-disponibilité des interconnexions. En premier lieu, un modèle d'estimation est proposé pour les systèmes dont les échanges d'informations se font avec un retard. La deuxième estimation est proposée pour répondre aux insuffisances de la précédente, elle se base sur le modèle global du système dont il n'est utilisé que les parties disponibles localement au niveau de chaque station de commande. Pour contourner le problème de non disponibilité des signaux d'interconnexion à chaque station de commande, on propose dans [APO03] des estimateurs neuro-flous, capables de fournir les estimations des signaux manquants au niveau de chaque station de commande.

Le présent travail a pour objectif de proposer une solution décentralisée au problème de commande prédictive qui serait applicable à une large classe de procédés industriels et de fournir une nouvelle technique qui enrichirai la recherche scientifique dans le domaine de commande prédictive décentralisée. Ce travail se base essentiellement sur la méthodologie de commande prédictive généralisée que nous avons pu étendre aux systèmes comportant des signaux de perturbation externes en plus des signaux de commande. Dans le cas de la commande des systèmes complexes, ces signaux de perturbation sont identifiés aux interconnexions qui agissent entre les sous-systèmes du procédé à commander. Ce travail est en conséquence organisé de la façon suivante :

Un premier chapitre présentant les différents aspects théoriques de la méthodologie de commande prédictive généralisée dans ses deux aspects algorithmique et polynomial, afin de bien concevoir les différentes bases de cette technique de commande numérique. Elle est fondée sur le principe de l'optimisation d'un critère quadratique pour assurer l'objectif de poursuite de la trajectoire de référence.

Une version de commande prédictive généralisée dédiée aux systèmes perturbés est introduite dans le second chapitre. L'élaboration de cette loi de commande est fondamentalement basée sur la méthode algorithmique présentée dans le chapitre précédent.

Dans le cas de commande décentralisée, les interconnexions qui constituent au niveau local des perturbation pour chaque sous-système ne sont généralement pas disponibles à chaque station de commande, d'où l'intérêt du troisième chapitre qui se consacre à la synthèse d'un observateur d'état décentralisé capable de fournir le vecteur d'état global à chaque station de commande, et implicitement les estimations des signaux d'interconnexion.

En guise d'application, notre choix se fait sur la suspension active d'un véhicule automobile. Au quatrième chapitre, nous avons élaboré une modélisation décentralisée au modèle quart de véhicule de la suspension active et notamment au modèle demi véhicule de type bicyclette, constitué d'une roue avant et une roue arrière, sur lequel nos travaux de simulation seront focalisés.

Le dernier chapitre se consacre, par conséquent, à la synthèse d'une version de la commande prédictive décentralisée appliquée à la suspension active. On y trouve aussi les résultats de simulation ainsi que les tests de robustesse de l'application de la loi de commande élaborée sur le modèle demi véhicule de la dite suspension automobile.

CHAPITRE

1

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE

I. Commande prédictive généralisée :

I.1. Principe de la prédiction :

Les principes fondamentaux de la prédiction sont largement utilisés en identification paramétrique des systèmes.

En effet, soit le système :

$$y(t) = G(q).u(t) + H(q).e(t) \quad (\text{I.1})$$

Où $y(t)$ est la sortie du système, $e(t)$ est une séquence aléatoire (bruit blanc).

Sachant que : $H(q) = \sum_{i=0}^{+\infty} h_i \cdot q^{-i}$ et $G(q) = \sum_{i=0}^{+\infty} g_i \cdot q^{-i}$

Du point de vue de la simulation, si le système sans perturbation est soumis à une entrée $u(t)$ nous obtenons alors :

$$y_s(t) = G(q).u(t) \quad (\text{I.2})$$

De même l'influence de la perturbation sur le système libre donnerait une sortie :

$$v_s(t) = H(q).e(t) \quad (\text{I.3})$$

I.1.1. Prédiction à un pas :**I.1.1.1. Prédiction de la perturbation :**

Le modèle de la perturbation du système est sous la forme :

$$v(t) = H(q).e(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} h_i e(t-i) \quad (\text{I.4})$$

Sachant que le filtre $H(q)$ est stable.

Soit alors :

$$e(t) = H_{in}(q)V(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} h_{inv_i} v(t-i) \quad (\text{I.5})$$

Dans le cas d'une prédiction à un pas, nous supposons que le signal $v(t)$ est connu jusqu'à l'instant $(t-1)$ et nous cherchons à prédire $V(t)$.

Nous décomposons le signal $v(t)$ en deux composantes :

$$\begin{aligned} v(t) &= H(q).e(t) \\ v(t) &= h_0 e(t) + \sum_{i=1}^{+\infty} h_i e(t-i) \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

$h_0 e(t)$: Partie inconnue

$\sum_{i=1}^{+\infty} h_i e(t-i)$: Partie connue

Soit : $h_0 = 1$ (i.e. : $H(q)$ est un polynôme monique).

Et soit :

$$w(t-1) = \sum_{i=1}^{+\infty} h_i e(t-1) \quad (\text{I.7})$$

A partir de l'équation (I.6) et (I.7) nous aurons :

$$v(t) = e(t) + w(t-1) \quad (\text{I.8})$$

Le prédicteur $\hat{v}(t/t-1)$ de $v(t)$ est égale à l'espérance mathématique de $v(t)$:

$$\hat{v}(t/t-1) = E[v(t)] \quad (\text{I.9})$$

Il en résulte :

$$\hat{v}(t/t-1) = E[e(t)] + w(t-1) \quad (\text{I.10})$$

Etant donné que $e(t)$ est un bruit blanc, la prédiction de $v(t)$ sera alors :

$$\hat{v}(t/t-1) = W(t-1) = \sum_{i=1}^{+\infty} h_i e(t-1) \quad (\text{I.11})$$

L'expression (I.11) n'est pas adaptée aux calculs, car les signaux $v(i)$ sont connus jusqu'à l'instant $(t-1)$, il faut alors transformer l'équation (I.11) d'une manière à répondre aux besoins de calcul, elle devient :

$$\begin{aligned} \hat{v}(t/t-1) &= \left(\sum_{i=1}^{+\infty} h_i q^{-i} \right) e(t) = [H(q) - 1]e(t) \\ \hat{v}(t/t-1) &= [H(q) - 1]H_{inv}(q)v(t) = [1 - H_{inv}(q)]v(t) \end{aligned}$$

Il en résulte :

$$H(q)\hat{v}(t/t-1) = (H(q) - 1)v(t) \quad (\text{I.12})$$

Enfin nous constatons qu'il est possible d'écrire l'équation (I.12) sous la forme équivalente suivante :

$$H(q)\hat{v}(t/t-1) = \sum_{i=1}^{+\infty} h_i v(t-i) \quad (\text{I.13})$$

I.1.1.2. Prédiction de la sortie :

Soit le modèle entrée/sortie du système du type : $y(t) = G(q)u(t) + v(t)$

$G(q)u(t)$: Partie déterministe.

$v(t)$: Partie aléatoire.

Sachant que de même pour $y(t)$, $u(t)$ est aussi connu jusqu'à l'instant $(t-1)$, la prédiction de la sortie est alors :

$$\hat{y}(t/t-1) = G(q)u(t) + \hat{v}(t/t-1) \quad (\text{I.14})$$

En utilisant la prédiction de la perturbation, nous allons obtenir

$$\hat{y}(t/t-1) = G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)]v(t) = G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)][y(t) - G(q)u(t)]$$

Nous aurons finalement le prédicteur :

$$\hat{y}(t/t-1) = H^{-1}(q)G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)]y(t) \quad (\text{I.15})$$

La forme ne faisant intervenir que $H(q)$ est :

$$H(q)\hat{y}(t/t-1) = G(q)u(t) + [H(q) - 1]y(t) \quad (\text{I.16})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\hat{y}(t/t-1) + \sum_{i=1}^{+\infty} h_i \hat{y}(t-i/t-1-i) = \sum_{i=1}^{+\infty} g_i u(t-1) + \sum_{i=1}^{+\infty} h_i y(t-i)$$

D'où :

$$\hat{y}(t/t-1) = \sum_{i=1}^{+\infty} h_i [y(t-i) - \hat{y}(t-i/t-1-i)] + \sum_{i=1}^{+\infty} g_i u(t-i) \quad (\text{I.17})$$

Cette dernière équation requiert la connaissance des signaux sur l'intervalle $] -\infty, t-1]$ ce qui n'est pas possible en pratique, en effet ces derniers signaux ne peuvent être connus que sur l'intervalle $[0, t-1]$ de ce fait le prédicteur serait :

$$\hat{y}(t/t-1) = \sum_{i=1}^t g_i u(t-i) + \sum_{i=1}^t h_i [y(t-i) - \hat{y}(t-i/t-1-i)] \quad (\text{I.18})$$

I.1.1.3. Erreur de prédiction :

L'erreur de prédiction à priori est définie comme la différence entre la sortie au temps t et la prédiction de cette sortie à l'instant t à partir des sorties précédentes connues, il advient alors d'écrire :

$$y(t) - \hat{y}(t) = -H^{-1}(q)G(q)u(t) - H^{-1}(q)y(t) \quad (\text{I.19})$$

Cette équation correspond à la partie non prédictible de la sortie et donne comme résultats :

$$y(t) - \hat{y}(t) = e(t) \quad (\text{I.20})$$

I.1.2. Prédiction à P pas :**I.1.2.1. Prédiction de la perturbation :**

Le problème posé est celui de prédire la perturbation $v(t+p)$ sur un horizon ne connaissant $v(i)$ que pour $i < t$.

Prenons dans notre cas la relation reliant la perturbation au bruit blanc :

$$v(t+p) = \sum_{i=0}^{+\infty} h_i e(t+p-i) \quad (\text{I.21})$$

Cette équation peut s'écrire de la façon suivante :

$$v(t+p) = \sum_{i=0}^{p-1} h_i e(t+p-i) + \sum_{i=p}^{+\infty} h_i e(t+p-i)$$

C'est-à-dire :

$$v(t+p) = H_l(q)e(t+p) + H_c(q)e(t) \quad (\text{I.22})$$

$$\text{Sachant que : } \begin{cases} H_l(q) = \sum_{i=0}^{p-1} h_i q^{-i} \\ H_c(q) = \sum_{i=p}^{+\infty} h_i q^{p-i} \end{cases}$$

L'espérance mathématique de la perturbation $v(t+p)$ donne alors :

$$v(t+p) = \sum_{i=p}^{+\infty} h_i e(t+p-i) = H_c(q)e(t) \quad (\text{I.23})$$

En utilisant l'équation (5) on obtient :

$$\hat{v}(t+p) = H_c(q) \cdot H_{inv}(q) \quad (\text{I.24})$$

I.1.2.2. Prédiction de la sortie :

En se basant sur le modèle précédent, la sortie à p pas est donnée comme suit :

$$y(t+p) = G(q)u(t+p) + v(t+p) \quad (\text{I.25})$$

Sachant que les signaux $u(t)$ sont supposés connus jusqu'à l'instant $(t+p-1)$, le prédicteur basé sur l'espérance mathématique du système s'écrit :

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+p/t) &= G(q)U(t+p) + \hat{v}(t+p/t) \\ &= G(q)u(t+p) + H_c(q).H^{-1}(q)v(t) \\ &= G(q)u(t+p) + H_c(q).H^{-1}[y(t) - G(p)u(t)]\end{aligned}$$

Ce dernier résultat nous permet d'écrire :

$$\hat{y}(t+p/t) = H_c(q)H^{-1}(q)y(t) + G(q)[1 - qH_c(q)H^{-1}(q)]u(t+p) \quad (\text{I.26})$$

Après calculs nous obtenons l'erreur de perturbation à priori suivante :

$$y(t+p) - \hat{y}(t+p/t) = H_1(q)e(t+p) \quad (\text{I.27})$$

C'est l'erreur de prédiction correspondant aux parties imprédictibles de la sortie à l'instant t , c'est-à-dire les valeurs futures du bruit blanc jusqu'à l'instant $(t+p)$ correspondant au nombre de pas de prédiction. Elle correspond donc à la partie du signal dépendant des bruits blancs successifs : $e(t+1), e(t+2), \dots, e(t+p)$.

I.2. Commande prédictive généralisée :

I.2.1. Introduction :

La technique de la commande prédictive est une évolution qui est apparue à travers le correcteur à minimum de variance obtenu par la minimisation du critère : [BEN01]

$$J(u, t) = E \left\{ \left[y(t+d+1) - \Gamma(t+d+1) \right]^2 \right\} \quad (\text{I.28})$$

Mais le régulateur ainsi obtenu ne correspond qu'à des systèmes à minimum de phase. Afin d'étendre ce régulateur à des systèmes à phase non minimale (commande à minimum de variance généralisée), une pénalisation est introduite sur la commande d'où :

$$J(u, t) = E \left\{ \left[y(t+d+1) - \Gamma(t+d+1) \right]^2 + \lambda \Delta u(t)^2 \right\} \quad (\text{I.29})$$

$$\text{Avec : } \Delta(q) = 1 - q^{-1}$$

A l'issue de ces résultats, la commande prédictive généralisée est apparue en introduisant un horizon de prédiction qui minimise alors le critère :

$$J(u, t) = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[y(t+j) - \Gamma(t+j) \right]^2 + \sum_{j=0}^{N_u} \Delta u(t+j-1) \right\} \quad (\text{I.30})$$

Avec N_1 et N_2 : Horizon de prédiction min et max.

N_u : Horizon de la prédiction sur la commande.

λ : Coefficient de pondération sur la commande.

A cet effet, nous pouvons en déduire que la commande prédictive se base sur 4 grandes idées [DUM02] :

- Création d'un effet anticipatif par l'exploitation de la trajectoire à suivre dans le futur.
- Définition d'un modèle numérique de prédiction.
- Minimisation d'un critère quadratique à horizon fini.
- Principe de l'horizon fuyant.

I.2.2. Présentation théorique :

Le modèle numérique de prédiction est défini par la fonction de transfert E/S qui est représentée sous la forme CARIMA (*Controlled auto Regressive Integrated Moving Average*) suivante : [DUM02], [CLA88]

$$A(q)y(t) = B(q)U(t-1) + \frac{C(q)}{\Delta} \xi(t) \quad (\text{I.31})$$

Où :

$\xi(t)$: est un bruit blanc centré.

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

Le modèle précédent peut être mis sous la forme suivante :

$$A(q)\Delta y(t) = B(q)\Delta U(t-1) + C(q)\xi(t) \quad (\text{I.32})$$

Nous sommes amenés à résoudre le problème de prédiction de la sortie à j pas connaissant $\xi(i), i \leq t$. Le système devient alors :

$$A(q)\Delta y(t+j) = B(q)\Delta U(t+j-1) + C(q)\xi(t+j) \quad (\text{I.33})$$

Le terme $C(q)\xi(t+j)$ peut s'écrire sous la forme suivante [BEN01] :

$$C(q)\xi(t+j) = \sum_{i=0}^{j-1} C_i \xi(t+j-i) + \sum_{i=j}^{nc} C_i \xi(t+j-i) \quad (\text{I.34})$$

Où : $\sum_{i=0}^{j-1} C_i \xi(t+j-i)$ est la partie imprédictible à l'instant t .

Cette décomposition en une partie disponible à l'instant t et une autre partie imprédictible au même moment se base sur l'équation de Diophantine [BEN01].

$$C(q) = E_j(q).A(q)\Delta + q^{-j}F_j(q) \quad (\text{I.35})$$

L'équation (I.35) peut être vue comme la division euclidienne de $C(q)$ par q^{-j} , et sa résolution se fait d'une façon récurrente. En remplaçant dans le modèle du système, nous aboutissons à :

$$y(t+j) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t+j-1) + E_j(q)\xi(t+j) + \frac{F_j(q)}{A(q)\Delta}\xi(t) \quad (\text{I.36})$$

Sachant que : $\deg(E_j(q)) = j-1$

A partir du modèle (I.31), nous pouvons déduire les termes connus de la perturbation, et nous obtenons :

$$\xi(t) = \frac{A(q)}{C(q)}\Delta y(t) - \frac{B(q)}{C(q)}\Delta u(t-1) \quad (\text{I.37})$$

Et le modèle devient alors :

$$y(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)}y(t) + E_j(q)\xi(t+j) + \frac{B(q)}{A(q)}u(t+j-1) - \frac{B(q)F_j(q)}{A(q)C(q)}u(t-1) \quad (\text{I.38})$$

Finalement nous pouvons écrire :

$$y(t+j) = \frac{F(q)}{C(q)}y(t) + E_j(q)\xi(t+j) + \frac{B(q)}{A(q)}[1 - q^{-j}\frac{F(q)}{C(q)}]u(t+j-1) \quad (\text{I.39})$$

En utilisant l'équation de Diophantine (I.35), nous pouvons écrire :

$$1 = \frac{E_j(q)A(q)\Delta}{C(q)} + \frac{q^{-j}F(q)}{C(q)}$$

Il en résulte :

$$1 - \frac{q^{-j}F(q)}{C(q)} = \frac{E_j(q)A(q)\Delta}{C(q)} \quad (\text{I.40})$$

A partir des équations (I.39) et (I.40) nous aurons la représentation définitive du système qui s'écrit :

$$y(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{E_j(q) \cdot B(q)}{C(q)} \Delta u(t+j-1) + E_j(q) \xi(t+j) \quad (\text{I.41})$$

Nous pouvons facilement constater que le terme $\xi(t+j)$ est indépendant des informations précédentes à l'instant t .

Le prédicteur qui minimise la variance est alors :

$$\hat{y}(t+j) = E[y(t+j)] = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{E_j(q) B(q)}{C(q)} \Delta u(t+j-1) + E_j(q) E[\xi(t+j)] \quad (\text{I.42})$$

Or $\xi(t+j)$ est un bruit blanc centré, ce qui nous permet de déduire que son espérance mathématique est nulle :

$$E[\xi(t+j)] = 0$$

De ce fait nous obtenons :

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{E_j(q) B(q)}{C(q)} \Delta u(t+j-1)$$

Nous pouvons à présent introduire la seconde équation de Diophantine suivante pour séparer les valeurs futures des valeurs passées de la commande :

$$B(q) \cdot E_j(q) = G_j(q) + q^{-j} \Gamma_j(q) \quad (\text{I.43})$$

Le prédicteur devient alors :

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} \Delta u(t-1) + G_j(q) \Delta u(t+j-1) \quad (\text{I.44})$$

Ce prédicteur peut être décomposé en réponse libre $\hat{y}_1(t+j/t)$ et réponse forcé $\hat{y}_2(t+j/t)$ tel que : [CLA88]

$$\hat{y}_1(t+j/t) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} \Delta u(t-1)$$

$$\hat{y}_2(t + j / t) = G_j(q)\Delta u(t + j - 1)$$

Sur un horizon de prédiction donné N, il est possible de donner la forme matricielle de l'équation (I.44) comme suit :

Soit le vecteur des prédictions de la réponse libre :

$$\hat{y}_1 = [\hat{y}_1(t + 1 / t) \dots \hat{y}_1(t + N / t)]^T \tag{I.45}$$

Le vecteur des incréments (variations) des commandes s'écrit :

$$u = [\Delta u(t) \dots \Delta u(t + N_u - 1)]^T \tag{I.46}$$

Et soit aussi le vecteur des prédictions :

$$\hat{y} = [\hat{y}(t + 1) \dots \hat{y}(t + N)]^T \tag{I.47}$$

A l'issue des vecteurs définis précédemment, découle le prédicteur de la GPC représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\hat{y} = Gu + \hat{y}_1 \tag{I.48}$$

Sachant que la matrice G contient les j premiers coefficients g_i du polynôme G_j selon :

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ g_{N_u-1} & \dots & g_0 & \\ g_{N-1} & \dots & g_{N-N_u} & \end{bmatrix} \tag{I.49}$$

Avec $\dim(G) = N * N_u$

L'élaboration de la loi de commande optimale est obtenue par la minimisation d'un critère quadratique, qui est la somme pondérée des erreurs de prédiction et des incréments futurs de la commande: [DUM02], [MAT00]

$$J = \sum_{N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [(\Delta u(t+j-1))]^2 \quad (\text{I.50})$$

En respectant la forme matricielle élaborée précédemment pour le modèle de prédiction qui est illustrée dans l'équation (I.27), nous pouvons aisément donner le critère quadratique de la commande sous sa forme matricielle :

$$J(u, t) = [Gu + \hat{y}_1 - w]^T [Gu + \hat{y}_1 - w] + \lambda u^T u \quad (\text{I.51})$$

Sachant que : $w = [w(t+1) \dots \dots \dots w(t+N)]^T$ est le vecteur de référence.

La solution optimale du problème précédemment soulevé dans les équations (I.48) et (I.51) est obtenue en effectuant la dérivation du critère sous sa forme matricielle par rapport à la commande u constituée dans son vecteur d'incrément [DUM96].

En effet on peut écrire :

$$J = [u^T G^T + (\hat{y}_1 - w)^T] [Gu + (\hat{y}_1 - w)] + \lambda u^T u$$

D'où

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 2 \cdot [G^T G + \lambda I_{N_u}] u + 2 \cdot G^T (\hat{y}_1 - w) \quad (\text{I.52})$$

Or, nous savons que J est un critère quadratique ($J \geq 0 \quad \forall u$), de ce fait il en découle :

$$\min(J) \Rightarrow \frac{\partial J}{\partial u} = 0$$

D'après l'équation (I.52), on peut écrire :

$$[G^T G + \lambda I_{N_u}] u + G^T (\hat{y}_1 - w) = 0 \quad (\text{I.53})$$

Soit alors la solution optimale :

$$u_{opt} = [G^T G + \lambda I_{N_u}]^{-1} G^T (w - \hat{y}_1)$$

$$\text{Avec } \dim(G^T G) = N_u * N_u$$

A ce niveau, nous pouvons dire que nous avons élaboré une solution optimale pour le problème d'optimisation matricielle lié à la commande prédictive. Cette solution nous fournit le vecteur des incréments de la commande optimale sur un horizon de N_u éléments. Or il est à savoir qu'en commande prédictive, seule la première valeur de la séquence d'incrément de commande est effective sur le système de commande en temps réel, puis, au prochain incrément de temps, le même calcul est effectué pour déterminer la commande correspondante, [DUM96] il en découle donc :

$$\Delta u(t) = \frac{G^T}{[G^T G + \lambda]} (w - \hat{y}_1) \quad (I.54)$$

Dans ce cas particulier nous pouvons dire que $N_u = 1$ d'où on en déduit que : $G^T G \in R$ et $G \in R^N$ où :

$$G = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{N-1} \end{bmatrix}$$

En conclusion, nous pouvons affirmer que la commande à appliquer est donnée par la relation suivante :

$$u(t) = u(t-1) + \frac{G^T}{G^T G + \lambda} [w - \hat{y}_1] \quad (I.55)$$

La commande prédictive ainsi introduite sous sa forme récurrente, permet d'apporter une solution performante en terme de loi de commande avancée car elle est basée sur l'optimisation en minimisant le critère quadratique composé de la somme des erreurs de prédiction d'une part et de la somme pondérée des incréments de commande d'autre part.

La minimisation du critère quadratique de la commande prédictive nous permet d'assurer la convergence de la solution optimale liée au problème de commande. La faisabilité de cette dernière est garantie du moment qu'elle est constituée d'un modèle de poursuite basée sur une représentation contenant tous les états présents et passés du système en question ainsi que tous les apports passés de la commande sur le système physique.

I.2.3. Le formalisme RST de la GPC :

L'algorithme de la commande prédictive élaboré précédemment permet notamment d'améliorer les performances des systèmes échantillonnés en créant un effet d'anticipation annulant toute erreur de positionnement ou de traînage, néanmoins aucun résultat de stabilité ne peut être établi. A partir de tel constat, une autre approche peut être développée, cette structure particulière de la commande prédictive généralisée permet de synthétiser la loi de commande sous forme polynomiale à l'aide de trois polynômes R , S et T .

Le formalisme RST permet de représenter toute commande numérique par trois polynômes R , S et T sous la forme illustrée dans la figure ci-dessous :

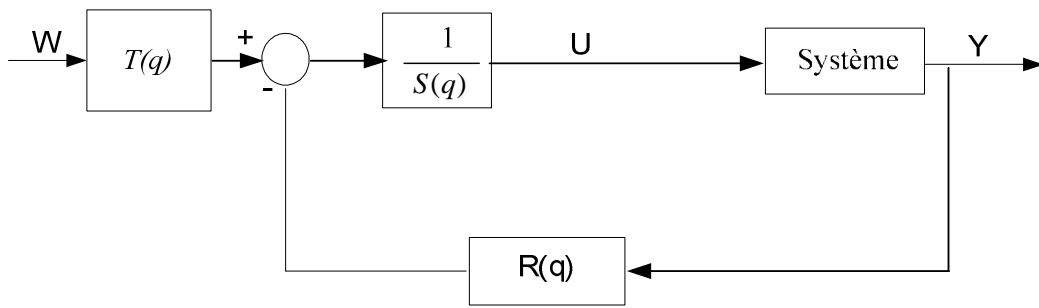


Fig. I.1 : Représentation RST d'une boucle de commande.

Cette commande est dite à objectifs séparés, car elle permet de dissocier la dynamique de poursuite du rejet des perturbations.

La loi de commande est implémentée suivant l'expression ci-dessous :

$$S(q)u(t) = T(q)w(t) - R(q)y(t) \quad (\text{I.56})$$

Si nous sommes confrontés à la résolution d'un problème de commande prédictive généralisée à j pas de prédiction, le modèle de référence du système sera exprimé sous la forme *CARIMA* donnée par l'expression :

$$y(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} \Delta u(t-1) + G_j(q) \Delta u(t+j-1) + E_j(q) \xi(t+j) \quad (\text{I.57})$$

La relation (I.57) peut être développée et représentée sous la nouvelle forme :

$$\frac{1}{E_j(q)} \left[1 - \frac{q^{-j} F_j(q)}{C(q)} \right] y(t+j) = \frac{1}{E_j(q)} \left[G_j(q) + \frac{q^{-j} \Gamma_j(q)}{C(q)} \right] \Delta u(t+j-1) + \xi(t+j) \quad (\text{I.58})$$

Par analogie avec le système représenté par le modèle *CARIMA* de l'expression (I.31) exprimé à l'instant $(t+j)$ nous pouvons déduire :

$$\begin{cases} \frac{A(q)}{C(q)} \Delta E_j(q) = 1 - q^{-j} \frac{F_j(q)}{C(q)} \\ G_j(q) + q^{-j} \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} = \frac{B(q)}{C(q)} E_j(q) \end{cases}$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} C(q) = A(q) \Delta E_j(q) + q^{-j} F_j(q) \\ B(q) E_j(q) = G_j(q) C(q) + q^{-j} \Gamma_j(q) \end{cases} \quad (\text{I.59})$$

A partir de l'équation (I.58), la réponse libre du système peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\hat{y}_1 = Fy(t) - \Gamma \Delta u(t-1) \quad (\text{I.60})$$

Où :

$$F = \begin{bmatrix} \frac{F_1(q)}{C(q)} & \dots & \frac{F_N(q)}{C(q)} \end{bmatrix}^T$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_1(q)}{C(q)} & \dots & \frac{\Gamma_N(q)}{C(q)} \end{bmatrix}^T$$

La loi de commande optimale exprimée précédemment dans la formule (I.55) peut alors s'écrire comme suit :

$$\Delta u(t) = \left[G^T G + \lambda I_{N_n} \right]^{-1} G^T \left[w - Fy(t) - \Gamma \Delta u(t-1) \right] \quad (\text{I.61})$$

Et comme nous savons que seuls les éléments de la première ligne de la matrice $\left([G^T G + \lambda I_{Nu}]^{-1} G^T\right)$ sont utilisés pour calculer la loi de commande effective $u(t)$, à cet effet nous pouvons noter les éléments de ligne en question : \bar{g}_i où $i = 1, 2, \dots, N$ et dont la valeur est : [DUM96]

$$\bar{g}_i = \frac{1}{G^T G + \lambda} g_i \quad (\text{I.62})$$

Dans ce cas particulier :

$$G = [g_0 \ g_1 \ \dots \ g_{N-1}]^T$$

Dans le cas particulier où $C(p) = 1$ qui est assez répandu en pratique, et en respectant le résultat précédent, l'expression (I.61) peut être réécrite sous la forme :

$$\Delta u(t) = \sum_{i=1}^N \bar{g}_i [w(t+i) - F_i y(t) - \Gamma_i \Delta u(t-1)] \quad (\text{I.63})$$

La structure polynomiale du système commandé en boucle fermée peut être mise sous la forme suivante :

$$\left[1 + q^{-1} \sum_{i=1}^N \bar{g}_i \Gamma_i\right] \Delta u(t) = \sum_{i=1}^N (\bar{g}_i q^i) w(t) - \sum_{i=1}^N (\bar{g}_i F_i) y(t) \quad (\text{I.64})$$

En procédant par identification par rapport à l'équation (I.56), nous obtenons :

$$\begin{cases} R(q) = \sum_{i=1}^N \bar{g}_i F_i \\ S(q) = \left[1 + q^{-1} \sum_{i=1}^N \bar{g}_i \Gamma_i\right] \Delta(q) \\ T(q) = \sum_{i=1}^N \bar{g}_i q^i \end{cases} \quad (\text{I.65})$$

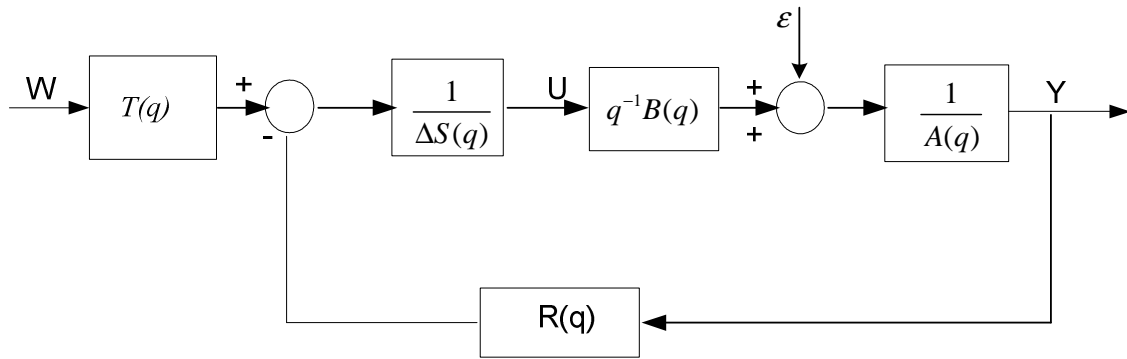


Fig. I.2 : Régulateur polynomial équivalent.

L'intérêt qui se dégage de cette représentation est que la valeur de la commande à appliquer se calcule à chaque instant par une simple équation aux différences, tandis que les polynômes R , S et T sont élaborés préalablement hors ligne.

Cette formalisation de la commande prédictive nous permet un gain en temps de calcul considérable par rapport à sa version algorithmique classique. Un autre intérêt majeur de cette représentation concerne l'étude de la stabilité de la boucle corrigée du système, qui devient désormais possible en se servant des moyens classiques de l'automatique.

I.2.4. Conclusion

La commande prédictive généralisée constitue une technique de commande numérique assez élaborée pour apporter des solutions robustes aux problèmes de poursuite de trajectoire, sa stratégie est basée sur une optimisation quadratique de l'erreur de poursuite ajoutée à un facteur de pénalisation sur la commande.

Dans des situations réelles, il est essentiel de choisir une bonne période d'échantillonnage permettant au calculateur de réussir le compromis entre la récolte suffisante d'informations sur la dynamique du système physique, fournie par un modèle de prédiction introduit au préalable, et le calcul de la loi de commande nécessaire à appliquer à chaque période d'échantillonnage. Ce dernier étant pénalisé par le nombre de paramètres dont dépend l'élaboration de la valeur de la commande qui s'avère parfois gourmande en terme de temps de calcul.

CHAPITRE

2

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE APPLIQUEE AUX SYSTEMES INTERCONNECTES

II. Commande prédictive généralisée appliquée aux systèmes perturbés

II.1. Introduction :

Dans le précédent chapitre, nous avons élaboré les deux versions algorithmique et polynomiale (RST) de la commande prédictive généralisée des systèmes mono entrée et mono sortie. Dans la version algorithmique, le prédicteur est basé sur deux équations de Diophantine, permettant de séparer les valeurs passées des valeurs futures de la perturbation (bruit blanc centré) d'une part et l'entrée (commande) d'autre part. Ceci a permis la représentation du système par une partie connue à l'instant t et une autre partie inconnue, au même instant. Du fait, nous avons pu élaborer la loi de commande optimale sous une forme polynomiale plus adaptée au calcul et facile à implémenter.

Dans le cas présent, nous apportons notre intérêt au cas des systèmes possédant, en plus de l'entrée de commande, une entrée externe non gaussienne. Cette étude nous amène en

effet, à synthétiser une loi de commande prédictive généralisée assurant la prise en charge d'un signal d'entrée étranger au système.

Ainsi, nous pouvons élargir les performances de la commande prédictive à une autre class de systèmes et d'apporter une solution optimale fiable aux systèmes échantillonnés affectés par un signal externe non négligeable.

II.2. Présentation théorique

II.2.1. Recherche du prédicteur optimal

L'un des points fondamentaux de la commande prédictive est la recherche de prédicteur optimal permettant de prévoir dignement le comportement du système dans le futur pour apporter une solution de commande adéquate satisfaisant le but recherché.

Pour cela, intéressons nous au modèle de système sous sa forme CARIMA représentée ci-dessous :

$$A(q)y(t) = B(q)U(t-1) + \frac{C(q)}{\Delta} \xi(t) + P(q)Q(t-1) \quad (\text{II.1})$$

Où :

$y(t)$ Est la sortie du système.

$U(t-1)$ Est la commande effective à l'instant t .

$Q(t-1)$ Est le signal externe influant le système.

$\xi(t)$ Est un bruit blanc gaussien.

Et sachant que :

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

$$P(q) = p_0 + p_1 q^{-1} + \dots + p_{n_p} q^{-n_p}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

$$\Delta(q) = 1 - q^{-1}$$

A présent le modèle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$A(q)\Delta y(t) = B(q)\Delta U(t-1) + P(q)\Delta Q(t-1) + C(q)\xi(t) \quad (\text{II.2})$$

Comme dans le cas du précédent chapitre, en commande prédictive, nous sommes confrontés à résoudre un problème de prédiction à j pas, ce qui nous conduit à l'expression :

$$A(q)\Delta y(t+j) = B(q)\Delta U(t+j-1) + P(q)\Delta Q(t+j-1) + C(q)\xi(t+j) \quad (\text{II.3})$$

Or, dans le cas réel, les valeurs de $\xi(i)$ ne sont connues que pour $i \leq t$. Du coup, nous sommes tenus à réécrire le terme $\xi(t+j)$ sous une nouvelle forme séparée, ceci est possible en introduisant l'équation de Diophantine suivante :

$$C(q) = E_j(q)A(q)\Delta + q^{-j}F_j(q) \quad (\text{II.4})$$

Ce qui implique :

$$C(q)\xi(t+j) = E_j(q)A(q)\Delta\xi(t+j) + F_j(q)\xi(t) \quad (\text{II.5})$$

En injectant l'équation (II.5) dans (II.3), le système peut se définir par l'expression suivante :

$$A(q)\Delta y(t+j) = B(q)\Delta U(t+j-1) + P(q)\Delta Q(t+j-1) + E_j(q)A(q)\Delta\xi(t+j) + F_j(q)\xi(t) \quad (\text{II.6})$$

La sortie du modèle à l'instant $(t+j)$ peut alors s'écrire comme suit :

$$y(t+j) = \frac{B(q)}{A(q)}U(t+j-1) + \frac{P(q)}{A(q)}Q(t+j-1) + \frac{F_j(q)}{A(q)\Delta}\xi(t) + E_j(q)\xi(t+j) \quad (\text{II.7})$$

Le terme $\xi(t)$ est supposé connu à l'instant t , et peut se calculer à partir du modèle (II.2) :

$$\xi(t) = \frac{A(q)}{C(q)}\Delta y(t) - \frac{B(q)}{C(q)}\Delta U(t-1) - \frac{P(q)}{C(q)}\Delta Q(t-1) \quad (\text{II.8})$$

En remplaçant la relation (II.8) dans l'équation (II.7), nous aboutissons au modèle suivant :

$$y(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)}y(t) + \frac{B(q)}{A(q)}\left[1 - q^{-j}\frac{F_j(q)}{C(q)}\right]U(t+j-1) + \frac{P(q)}{A(q)}\left[1 - q^{-j}\frac{F_j(q)}{C(q)}\right]Q(t+j-1) + E_j(q)\xi(t+j) \quad (\text{II.9})$$

A partir de l'équation (II.4), nous déduisons que :

$$1 - q^{-j} \frac{F_j(q)}{C(q)} = \frac{E_j(q)}{C(q)} A(q) \Delta \quad (\text{II.10})$$

Nous aboutissons alors à la représentation du modèle par l'expression suivante :

$$y(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + B(q) \frac{E_j(q)}{C(q)} \Delta U(t+j-1) + P(q) \frac{E_j(q)}{C(q)} \Delta Q(t+j-1) + E_j(q) \xi(t+j) \quad (\text{II.11})$$

Après avoir établi le modèle de l'expression (II.11), nous pouvons, à présent, calculer le prédicteur optimal qui est, en effet, l'estimation mathématique du modèle précédemment obtenu, du coup :

$$\hat{y}(t+j) = E\{y(t+j)\}$$

Nous aboutissons alors :

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + B(q) \frac{E_j(q)}{C(q)} \Delta U(t+j-1) + P(q) \frac{E_j(q)}{C(q)} \Delta Q(t+j-1) \quad (\text{II.12})$$

A ce niveau, nous avons élaboré une version du prédicteur optimal minimisant l'erreur statique, mais elle reste préliminaire. Pour que ce dernier soit adéquat et réponde au problème de synthèse d'une loi de commande prédictive, nous sommes amenés à séparer les valeurs passées des valeurs futures de la commande $U(t)$, ainsi que de l'entrée externe $Q(t)$, ceci n'est possible qu'en introduisant les deux équations de Diophantine suivantes :

$$\begin{cases} B(q)E_j(q) = G_j(q)C(q) + q^{-j}\Gamma_j(q) \\ P(q)E_j(q) = H_j(q)C(q) + q^{-j}R_j(q) \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Le prédicteur peut s'écrire, à présent, sous la forme suivante :

$$\hat{y}(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} \Delta U(t-1) + \frac{R_j(q)}{C(q)} \Delta Q(t-1) + G_j(q) \Delta U(t+j-1) + H_j(q) \Delta Q(t+j-1) \quad (\text{II.14})$$

Ainsi, nous pouvons identifier les deux parties fournies par le prédicteur de l'expression (II.14) :

- Réponse libre :

$$\hat{y}_1(t+j) = \frac{F_j(q)}{C(q)} y(t) + \frac{\Gamma_j(q)}{C(q)} \Delta U(t-1) + \frac{R_j(q)}{C(q)} \Delta Q(t-1) \quad (\text{II.15})$$

- Réponse forcée :

$$\hat{y}_2(t+j) = G_j(q)\Delta U(t+j-1) + H_j(q)\Delta Q(t+j-1) \quad (\text{II.16})$$

Sur un horizon de prédiction N , nous pouvons écrire le prédicteur de la commande prédictive sous sa forme matricielle qui est la suivante :

$$y = GU + HQ + y_1 \quad (\text{II.17})$$

Où :

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1) & \hat{y}(t+2) & \dots & \dots & \dots & \hat{y}(t+N) \end{bmatrix}^T$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t+1) & \hat{y}_1(t+2) & \dots & \dots & \dots & \hat{y}_1(t+N) \end{bmatrix}^T$$

$$U = [\Delta U(t) \quad \Delta U(t+1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \Delta U(t+N_u-1)]^T$$

$$Q = [\Delta Q(t) \quad \Delta Q(t+1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \Delta Q(t+N_q-1)]^T$$

Et sachant que :

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & & & & & \\ g_1 & g_0 & & & 0 & \\ \vdots & & \ddots & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \\ g_{N_u-1} & \dots & \dots & \dots & g_0 & \\ \vdots & & & & \vdots & \\ g_{N-1} & \dots & \dots & \dots & g_{N-N_u} & \end{bmatrix} ; H = \begin{bmatrix} h_0 & & & & & \\ h_1 & h_0 & & & 0 & \\ \vdots & & \ddots & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \\ h_{N_q-1} & \dots & \dots & \dots & h_0 & \\ \vdots & & & & \vdots & \\ h_{N-1} & \dots & \dots & \dots & h_{N-N_q} & \end{bmatrix}$$

II.2.2. Expression du critère quadratique :

Le critère quadratique de la commande prédictive est constitué d'un terme sur l'erreur de prédiction et d'un autre terme pondéré, consacré aux incréments de la commande dont on apporte une pénalisation afin de répondre à l'objectif principal de la commande prédictive.

Le critère peut alors s'écrire comme suit :

$$J = \sum_{j=1}^N \hat{y}(t+j) - w(t+j) \Big]^2 + \sum_{j=0}^{N_u} \lambda [\Delta U(t+j-1)]^2 \quad (\text{II.18})$$

Où :

$$\Delta U(t + j) = 0 \quad \forall j \geq N_u$$

La forme matricielle du critère quadratique peut s'écrire de la manière suivante :

$$J = [y - w]^T [y - w] + \lambda U^T U \quad (\text{II.19})$$

Sachant que le vecteur de référence est :

$$w = [w(t + 1) \quad w(t + 2) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad w(t + N)]^T$$

II.2.3. Elaboration de la loi de commande optimale :

La loi de commande optimale est élaborée en minimisant le critère quadratique précédemment exprimé sous sa forme matricielle. L'expression (II.19) peut, en effet s'écrire comme suit :

$$J = [GU + HQ + y_1 - w]^T [GU + HQ + y_1 - w] + \lambda U^T U$$

$$J = \left[U^T G^T + [HQ + y_1 - w]^T \right] \left[GU + [HQ + y_1 - w] \right] + \lambda U^T U$$

Du fait, le critère quadratique s'écrit alors :

$$J = U^T \left[G^T G - \lambda I_{N_u} \right] U + U^T G^T [HQ + y_1 - w] + [HQ + y_1 - w]^T GU + [HQ + y_1 - w]^T [HQ + y_1 - w] \quad (\text{II.20})$$

La minimisation du critère n'est assurée que si :

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 0$$

Soit alors :

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 2 \left[G^T G + \lambda I_{N_u} \right] U + 2 G^T [HQ + y_1 - w] \quad (\text{II.21})$$

La solution optimale au problème de la commande prédictive généralisée en respectant la minimisation du critère quadratique J est alors :

$$U_{opt} = \left[G^T G + \lambda I_{N_u} \right]^{-1} G^T [w - y_1 - HQ] \quad (\text{II.22})$$

De cette séquence de commandes $U(i)$ futures, seule la première valeur est effectivement appliquée au système à chaque instant de calcul. Ainsi, seule la première valeur du signal externe $Q(i)$ est disponible à chaque instant. Nous sommes alors confrontés dans ce cas à un problème de commande prédictive généralisée prenant en charge un signal externe dont l'horizon de prédiction sur la commande ainsi que sur le signal externe sont égaux à 1, ainsi :

$$N_u = N_q = 1$$

Et la commande optimale qui en résulte est alors :

$$\Delta U(t) = \frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} [w - y_1 - H_1 \Delta Q(t)] \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$G_1 = [g_0 \quad g_1 \quad \dots \quad g_{N-1}]^T$$

$$H_1 = [h_0 \quad h_1 \quad \dots \quad h_{N-1}]^T$$

En conclusion, la commande appliquée au système à l'instant t est :

$$U(t) = U(t-1) + \frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} [w - y_1 - H_1 (Q(t) - Q(t-1))] \quad (\text{II.24})$$

Cette dernière peut être décomposée en deux parties, l'une interne par rapport au système et dépend uniquement des variables locales et l'autre externe constituée du signal étranger influant sur le système, c'est à dire :

$$U(t) = U(t-1) + \frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} [w - y_1] - \frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} H_1 [Q(t) - Q(t-1)] \quad (\text{II.25})$$

Cette dernière peut s'écrire sous la forme :

$$U(t) = U_i(t) + U_e(t) \quad (\text{II.26})$$

Sachant que :

La partie interne de la commande :

$$U_i(t) = U(t-1) + \frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} [w - y_1] \quad (\text{II.27})$$

La partie externe de la commande :

$$U_e(t) = -\frac{G_1^T}{G_1^T G + \lambda} H_1 [Q(t) - Q(t-1)] \quad (\text{II.28})$$

II.3. Conclusion :

Dans les situations réalistes, les systèmes industriels sont souvent affectés par d'autres entrées en plus de la commande, des entrées qui sont souvent caractérisées par les perturbations externes dues à l'environnement. Pour ce fait, les lois de commande synthétisées doivent prendre en compte l'action de ces dernières sur le système puisqu'elles constituent une partie influente dans sa dynamique.

Notre contribution s'inscrit à cet effet dans l'optique de la synthèse d'une version de la commande prédictive généralisée dédiée aux systèmes physique dont la dynamique dépend de perturbations venant de l'environnement dans lequel évolue ces processus. L'élaboration de cette technique de commande inspire ses bases dans le fondement de la commande prédictive généralisée conçue sur un principe d'optimisation matricielle.

Il est à remarquer que la loi de commande élaborée à l'issue de ce chapitre se constitue de deux parties distinctes : une partie qui concerne la dynamique propre au système, c'est-à-dire les variations internes du système en question, et une autre partie, externe cette fois-ci, qui à son tour nécessite la connaissance des valeurs des variables de perturbations externes agissant sur le système. Néanmoins, cela reste une solution assez judicieuse qui s'ouvrira sur de nouveaux horizons et permettra d'élargir les domaines d'application de la commande prédictive.

Le chapitre suivant se consacrera forcément à l'élaboration d'une approche d'estimation des valeurs de perturbations qui constituent les interconnexions pour le cas de systèmes interconnectés où ces dernières sont modélisées et non mesurable, afin de rendre cette technique de commande encore plus efficace.

CHAPITRE

3

SYNTHESE D'UN OBSERVATEUR D'ETAT DECENTRALISE

III.1. Introduction:

De nos jours, les structures de commande et de diagnostic des systèmes sont de plus en plus confrontées à des situations où les variables internes, dont elles en dépendent, ne sont pas explicitement disponibles. Leurs mesures s'avère parfois difficile et coûteuses voir même impossible. Les progrès de l'automatique ont permis d'apporter une solution fiable permettant d'estimer les variables d'état internes, cette estimation est basée sur ce que nous appelons "observateur d'état".

En général, un observateur d'état est un modèle bouclé d'un système qui estime les variables internes de ce dernier à partir des valeurs mesurables de l'entrée U et de la sortie Y . Il est en effet un modèle parallèle au système excité par l'entrée U appliquée au même système. Un observateur dans une structure de commande a pour mission d'utiliser les entrées et les sorties du système afin de fournir l'estimée des états de ce dernier nécessaire ensuite pour fermer la boucle de commande, ainsi nous pourrons déduire que les observateurs sont

explicitement utilisés dans les structures de commande pour remplacer les capteurs qui fournissent des valeurs mesurées des états du système en question.

L'observateur a été proposé pour la première fois dans une structure de commande par Luenberger dans les années soixante (1966) [HUI05].

Il est à savoir que dans certains cas de l'industrie, la commande dans l'espace d'état global s'avère complexe et parfois impossible. A cet effet, les méthodes de la commande décentralisée sont privilégiées, ces dernières sont souvent basées sur des observateurs d'ordre réduit ; c'est à dire décentralisés. Ils sont introduits dans les structures de commande décentralisée pour estimer les états du système en ne se basant que sur les variables disponibles localement à chaque station de commande.

III.2. Etat de l'art:

Dans le cas de l'estimation des interconnexions entre les sous-systèmes d'une structure de commande, plusieurs études y sont menées et ont données des solutions appropriées à bien des cas et plus ou moins fiable dans un cadre généralisé. Dans [HUI05], on propose une structure d'observateur à entrées totalement ou partiellement inconnues, pour le cas d'un sous-système décentralisé influencé par des interconnexions non mesurables avec les autres sous-systèmes. Cet observateur ne peut fournir que les états locaux. Dans [PAT01] l'observateur décentralisé élaboré fait intervenir les interconnexions qui sont approximées par un modèle de perturbation pour estimer les états locaux à chaque station de commande. Deux méthodes d'approximation des interconnexions dans une structure de commande décentralisée sont introduites dans [KYR02]. Elles sont en effet basées sur un modèle d'approximation linéaire. Dans la première, il est supposé que les échanges entre sous-systèmes se font avec un retard à m périodes d'échantillonnage, le modèle d'estimation utilisé dans ce cas est adaptatif, ses paramètres sont calculés à chaque instant d'échantillonnage. Cependant, la deuxième méthode est nécessaire dans le cas où il n'y a aucun échange d'information entre les stations de commande. Le modèle d'approximation utilisé dans ce cas perd alors son aspect adaptatif. Il est calculé à partir de la partie du système global correspondant au vecteur d'interconnexions. Dans [RAN89], on propose plutôt une solution à la fois simple et judicieuse puisqu'elle permet d'observer le vecteur d'état global d'un système complexe à partir des variables internes localement disponibles au niveau de chaque sous-système. La technique proposée

permet aussi de vérifier le principe de séparation entre la dynamique du système et celle de l'observateur. Nous baserons la suite de notre travail sur cette méthode, car elle nous fournit les estimées du vecteur d'état global du système nécessaires au niveau de chaque sous-système afin d'assurer la commande décentralisée.

III.3. Position du problème :

Considérons un système physique pouvant être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + \sum_{j=1}^N B_j U_j(k) \\ y_j(k) = C_j \cdot x(k) \quad ; j = 1 \dots N \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où : $x \in R^n$ est le vecteur d'état global du système

$U_j \in R^{m_j}$ est la commande de la jème station

$y_j \in R^{p_j}$ est la sortie de la jème station.

Il est à noter que le système est constitué de N paires d'entrées-sorties relatives à chacun des sous-systèmes interconnectés entre eux. La synthèse d'une loi de commande décentralisée est souvent assujettie aux interconnexions qui ne sont pas mesurables au niveau de chaque station de commande. L'utilisation d'un observateur décentralisé capable d'estimer les interconnexions s'avère inévitable à chaque station de commande.

III.4. Algorithme de synthèse d'un observateur d'état décentralisé :

Dans cette partie du travail, nous sommes intéressés par la synthèse d'un observateur d'état décentralisé relatif à chacune des stations de commande du système (III.1) n'utilisant que les variables localement disponibles.

III.4.1. Hypothèse :

- Le système ne doit avoir aucun mode fixe décentralisé.
- Les modes fixes décentralisés sont les modes du système global qui ne sont pas influencés par un bouclage décentralisé, statique ou dynamique [SCH94].

La précédente hypothèse implique que $(A, [B_1, B_2 \dots B_n])$ est complètement commandable. $(A, [C_1^T, C_2^T \dots C_N^T]^T)$ Est complètement observable, car tout mode non commandable ou non observable est forcément fixe.

III.4.2. Principe d'un observateur centralisé :

Soit un système physique défini par :

$$\begin{cases} x(k+1) = A.x(k) + B.u(k) \\ y(k) = C.x(k) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

La synthèse d'un observateur d'état centralisé nous mène à définir la dynamique de ce dernier comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A.\hat{x}(k) + B.u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C.\hat{x}(k) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

La matrice de gain L définit le comportement dynamique de l'observateur. Elle est généralement calculée par un placement de pôles.

L'erreur d'observation est définie comme suit :

$$e(k) \cong x(k) - \hat{x}(k)$$

La dynamique de l'observateur centralisé est alors :

$$e(k+1) = (A - LC)e(k) \quad (\text{III.4})$$

Pour une observation optimale, la dynamique de l'observateur doit être plus rapide que celle du système à observer [PAT01].

Soit :

$$\sigma(A - LC) = \sigma(A^T - C^T L^T)$$

A cet effet, le système dual ou système précédent est défini comme :

$$\eta(k+1) = A^T.\eta(k) + C^T.\xi(k) \quad (\text{III.5})$$

Le retour d'état stabilisant appliqué au système (III.5) peut s'écrire comme suit :

$$\xi(k) = -L^T.\eta(k) \quad (\text{III.6})$$

Le système (III.5) peut alors se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= A^T.\eta(k) - C^T.L^T.\eta(k) \\ \Rightarrow \eta(k+1) &= (A^T - C^T.L^T).\eta(k) \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

Il est à conclure que la stabilisation du système (III.4) est équivalente à stabiliser son système dual, donné par l'équation (III.7).

III.4.3. synthèse d'un observateur d'état décentralisé :

Etant donné le modèle décentralisé (III.1), la structure de l'observateur décentralisé relatif à la $j^{\text{ème}}$ station de commande est donnée par l'équation :

$$\begin{cases} \hat{x}_j(k+1) = A\hat{x}_j(k) + \sum_{i=1}^N B_i U_i(k) + L_j(y_j(k) + \hat{y}_j(k)) \\ \hat{y}_j(k) = C_j \cdot \hat{x}_j(k) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Il est à noter que cet observateur fournit l'estimée du vecteur d'état global en ne se basant que sur des données locales.

L'erreur d'observation relative à la $j^{\text{ème}}$ station s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_j(k) &= x(k) - \hat{x}_j(k) \\ \Rightarrow e_j(k+1) &= (A - L_j \cdot C_j) \cdot e_j(k) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

L'erreur d'observation globale relative au système s'écrit :

$$e(k+1) = \begin{bmatrix} e_1(k+1) \\ \vdots \\ e_N(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - L_1 C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & A - L_N C_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1(k) \\ \vdots \\ e_N(k) \end{bmatrix}$$

C'est-à-dire que :

$$e(k+1) = \text{diag}(A - L_i \cdot C_i) \cdot e(k) \quad ; \quad i = 1 \dots N$$

Si toutes les paires (A, C_i) sont complètement observables, il est alors possible de calculer les matrices L_i séparément de manière à ce que les valeurs propres de $(A - L_j \cdot C_j)$ soient placées aux emplacements désirés, pour permettre la convergence de l'observateur.

Dans la structure (III.8) tout l'espace d'entrée est nécessaire pour l'estimation du vecteur global d'état, qui à son tour, servira dans la structure de commande afin de calculer les valeurs des commandes effectives à chaque instant.

III.5. Commande par retour d'état basé sur un observateur d'état décentralisé :

Etant donné le système représenté dans le modèle (III.1), nous sommes confronté dans ce cas à synthétiser une commande par retour d'état de sorte à satisfaire les conditions de stabilité et des performances, du type :

$$U_j(k) = -F_j \cdot x(k) \quad (\text{III.11})$$

Ainsi le système bouclé devient :

$$x(k+1) = (A - \sum_{i=1}^N B_i F_i) \cdot x(k) \quad (\text{III.12})$$

Nous utilisons l'observateur décentralisé défini par l'équation (III.8), le retour d'état issu de cet observateur s'écrit :

$$U_j(k) = -F_j \cdot \hat{x}_j(k) \quad (\text{III.13})$$

L'observateur devient alors :

$$\hat{x}_j(k+1) = (A - \sum_{i=1}^N B_i F_i) \hat{x}_j(k) + L_j \cdot C_j (x(k) - \hat{x}_j(k)) \quad (\text{III.14})$$

La motivation qui nous incite à utiliser cette structure d'observateur est que $(A - \sum_{i=1}^N B_i U_i)$ est la matrice de retour d'état du système bouclé, d'où la poursuite est assurée par la stabilisation des erreurs de sortie $(y_j - C_j \cdot x_j)$. Une deuxième motivation réside dans le fait que la loi de commande (III.13), (III.14) assure la séparation de la dynamique de l'observateur et celle du système.

Théorème :

Les valeurs propres du système (III.1) sous le retour d'état décentralisé (III.13), (III.14) sont données par :

$$\lambda(A - \sum_{j=1}^N B_j F_j) \cup \lambda(\bar{A} - H \cdot \bar{C})$$

Où:

$$\bar{C} = \text{diag}(C_j) \quad ; \quad j = 1 \dots N$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A - \sum_{i=2}^N B_i F_i & B_2 F_2 & \dots & B_N F_N \\ B_1 F_1 & A - \sum_{i=1; i \neq 2}^N B_i F_i & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & B_N F_N \\ B_1 F_1 & B_2 F_2 & \dots & A - \sum_{i=1}^{N-1} B_i F_i \end{pmatrix}$$

Preuve :

Soit l'erreur d'observation de la $j^{\text{ème}}$ station de commande définie dans l'équation (III.9), en appliquant le retour d'état décentralisé (III.13), (III.14), la dynamique du système en boucle fermée s'écrit :

$$x(k+1) = \left(A - \sum_{i=1}^N B_i F_i \right) \cdot x(k) + \sum_{i=1}^N B_i F_i e_i(k) \quad (\text{III.15})$$

De cette manière, la dynamique de l'erreur d'observation se traduit sous la forme ci dessous:

$$e_j(k+1) = \left(A - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N B_i F_i - H_j C_j \right) e_j(k) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N B_i F_i e_i(k) \quad (\text{III.16})$$

Après la constitution du vecteur global des erreurs d'observation, le système augmenté est alors donné par:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - \sum_{i=1}^N B_i F_i & X \\ 0 & \bar{A} \quad L\bar{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Où :

$$e = [e_1^T \quad e_2^T \quad \dots \quad e_N^T]^T$$

$$X = [B_1 F_1 \quad B_2 F_2 \quad \dots \quad B_N F_N]$$

Du fait que le système matriciel est triangulaire supérieur, nous pouvons alors justifier la séparation des valeurs propres, la dynamique de l'erreur d'observation est ensuite donnée par :

$$e(k+1) = (\bar{A} - L.\bar{C}).e(k) \quad (\text{III.18})$$

III.6. Exemple d'application :

Considérons le système d'ordre quatre suivant piloté par deux stations de commandes :

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0.99 & 0 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 1 & 0.0099 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9802 \end{bmatrix} \cdot x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot U_1(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0099 \end{bmatrix} \cdot U_2(k) \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot x(k) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Dans le cas où toutes les paires (A_i, C_i) ; sont complètement observables, le calcul de L_j ; $j = 1 \dots N$ peut se faire séparément de façon à ce que les valeurs propres de $(A - L_j.C_j)$ soient aux endroits désirés.

III.7. Simulation et interprétation des résultats :

Il est remarquable que le système possède deux modes oscillatoires et deux modes stables, ceci est en effet explicite dans le résultat de simulation en boucle ouverte illustrée dans la *fig. 3.1*. Les valeurs initiales sont arbitrairement choisies et elles sont données par le vecteur $x = [0 \ 3 \ 5 \ 1]^T$. Cette figure illustre aussi les dynamiques des états fournis par un observateur centralisé du système.

La *fig. 3.2* illustre les résultats d'observations décentralisées appliquées en boucle ouverte. Dans cette figure, on voit bien qu'il est aussi possible d'observer le système global localement au niveau de chaque station de commande.

En *fig. 3.3*, nous pouvons constater les résultats d'un retour d'état centralisé comparé à un retour d'état décentralisé, illustré en la *fig. 3.4*, basés sur les deux observateurs centralisé et décentralisé simultanément synthétisés pour la stabilisation du système.

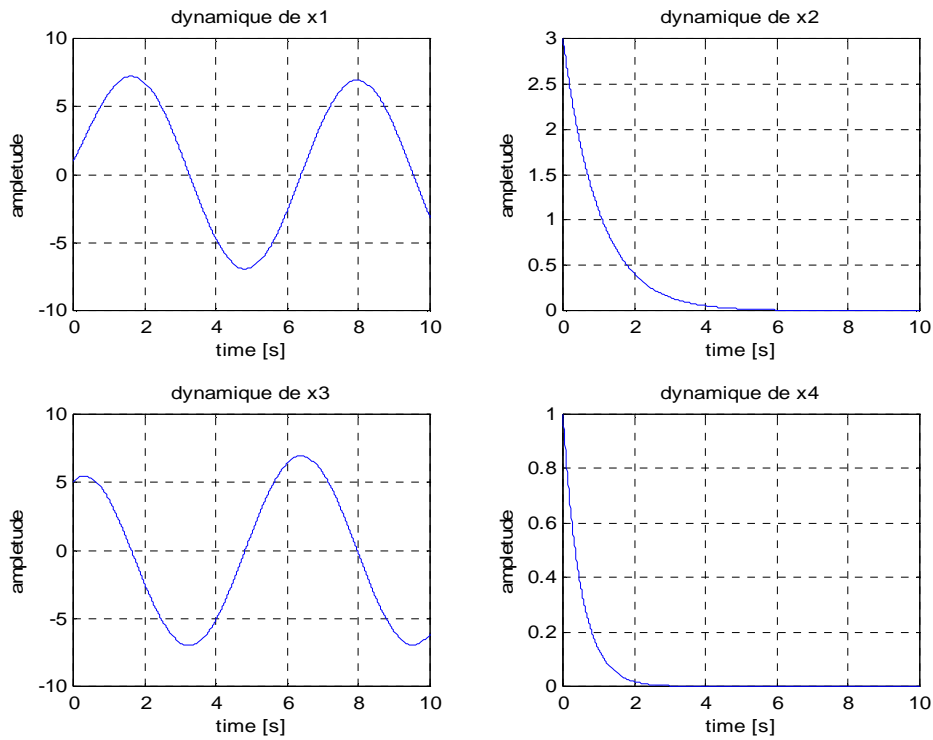
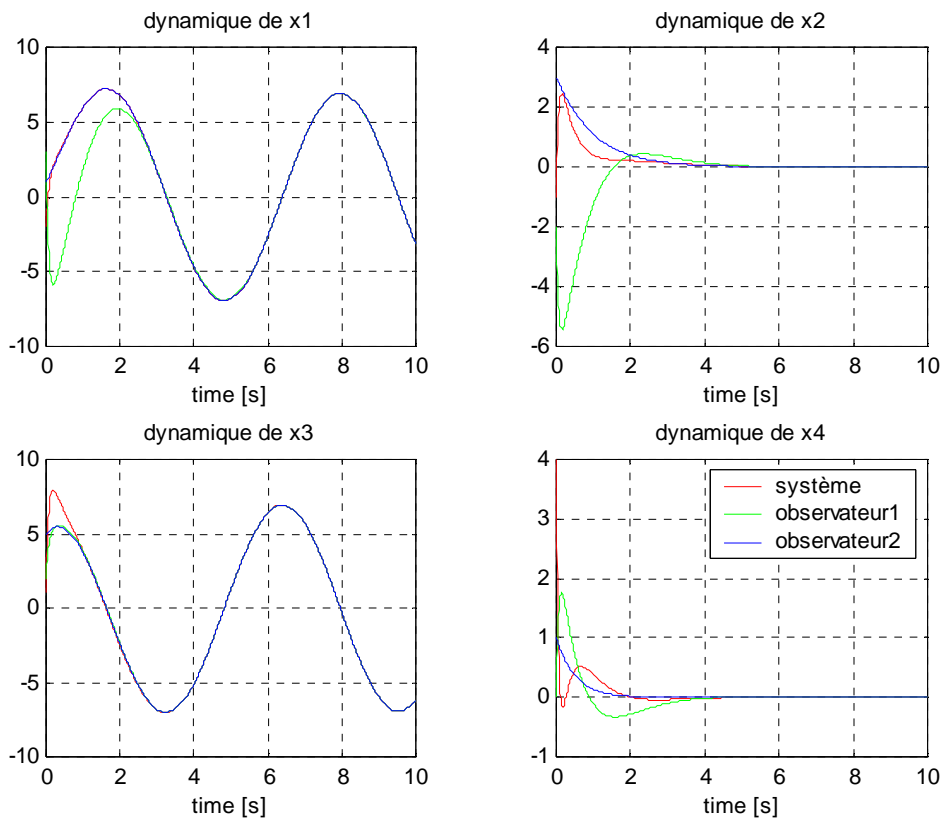


Fig. 3.1 : dynamique du système en boucle ouverte



dynamique des observateurs décentralisés

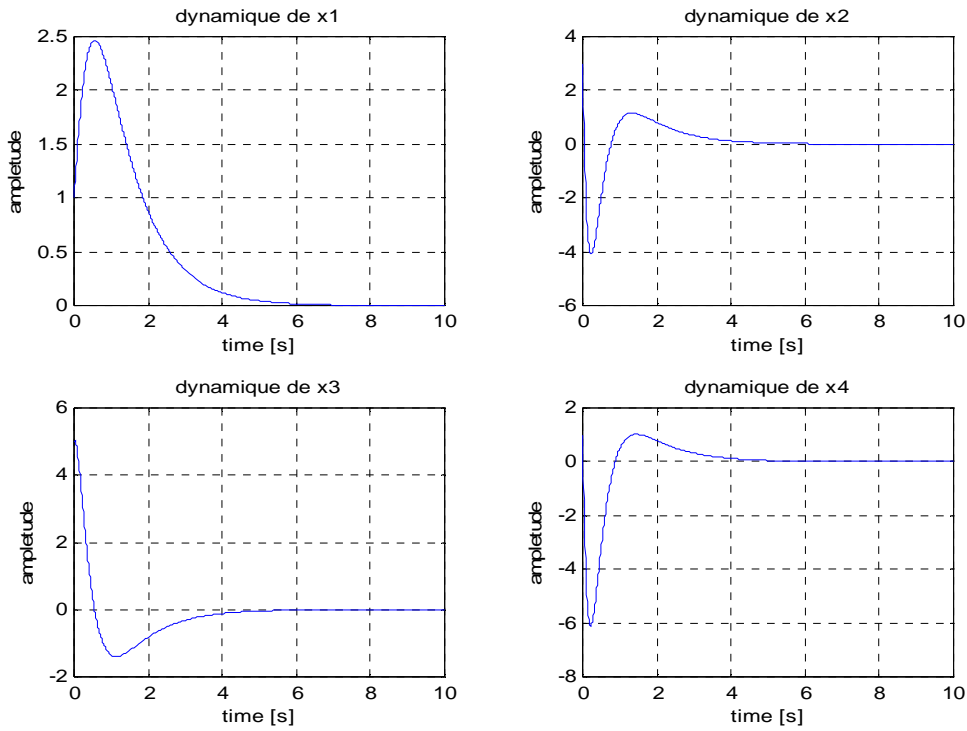


Fig. 3.3 : dynamique du système stabilisé par un retour d'état

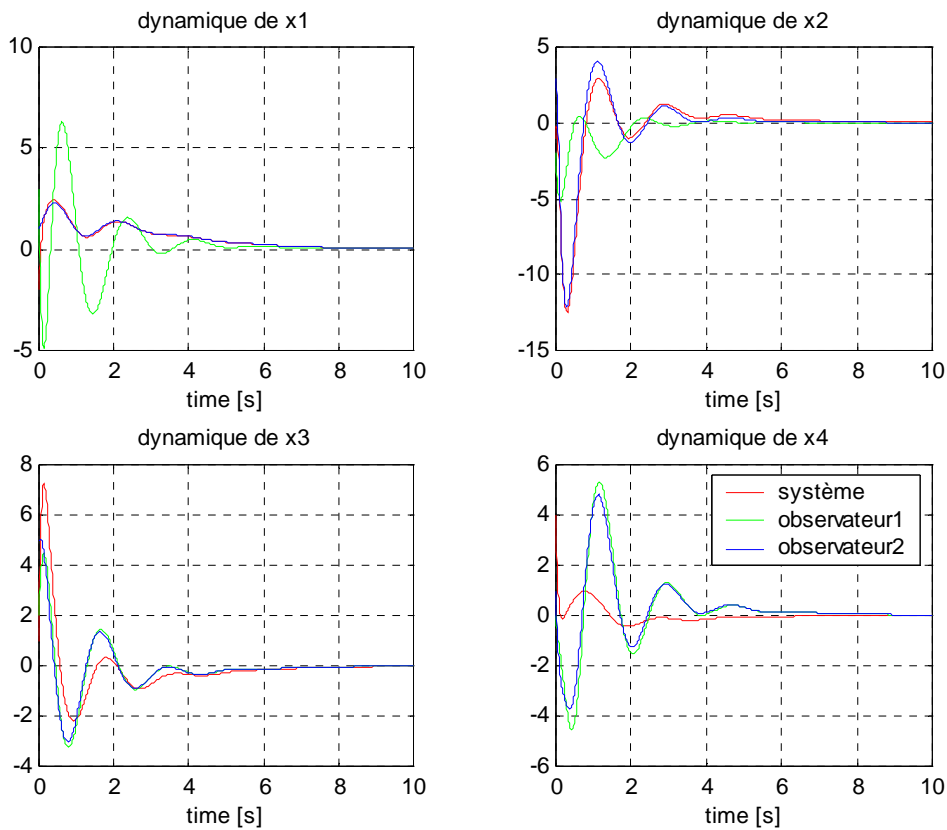


Fig. 3.4 : dynamique du système stabilisé à base de la dynamique des observateurs décentralisés

III.8. Conclusion :

A l'issue de ce chapitre, nous voyons bien qu'il est possible de synthétiser pour un système complexe un observateur d'état décentralisé relatif à chaque station de commande. Ce dernier est capable de fournir le vecteur d'état du système global en ne se basant que sur les mesures locales disponible au niveau de chaque sous système.

L'existence et la convergence des observateurs élaborés dans le présent chapitre sont pénalisées par une condition d'observabilité locale qu'il faut satisfaire, liée aux modes fixes du système complexe. Cette contrainte limite son utilisation aux systèmes ne possédant pas de modes fixes décentralisés, c'est-à-dire, complètement observables à partir de chaque station de commande.

La synthèse d'un retour d'état décentralisé basé sur cet observateur satisfait le principe de séparation, ce qui implique nécessairement la séparation entre la dynamique du système et les erreurs d'observation.

CHAPITRE

4

MODELISATION DECENTRALISEE D'UNE SUSPENSION ACTIVE D'UN VEHICULE AUTOMOBILE

IV.Modélisation et analyse des suspensions de véhicules : [SAM01], [KAR06]

IV.1. Introduction

En automatique, une des étapes les plus importantes de l'analyse et la synthèse des systèmes dynamiques est la modélisation, car elle permet de donner un modèle mathématique reproduisant convenablement le comportement d'un système physique quelle que soit sa complexité. Ce modèle mathématique doit être le plus précis possible afin d'aboutir à des lois de commande plus appropriées, mais tout en évitant la complexité pour que l'analyse et la synthèse de la commande soient, en effet, non coûteuses et physiquement réalisables.

La modélisation d'un système de suspension, qui consiste généralement en un groupement d'éléments passifs tels que les ressorts et les amortisseurs, est régit par un ensemble d'équations mathématiques donnant l'interaction entre les dynamiques des différents constituants du système ; tel est le cas d'une suspension passive. Cette modélisation intègre nécessairement, dans le cas d'une suspension active, un élément actif qui génère une force par consommation d'énergie.

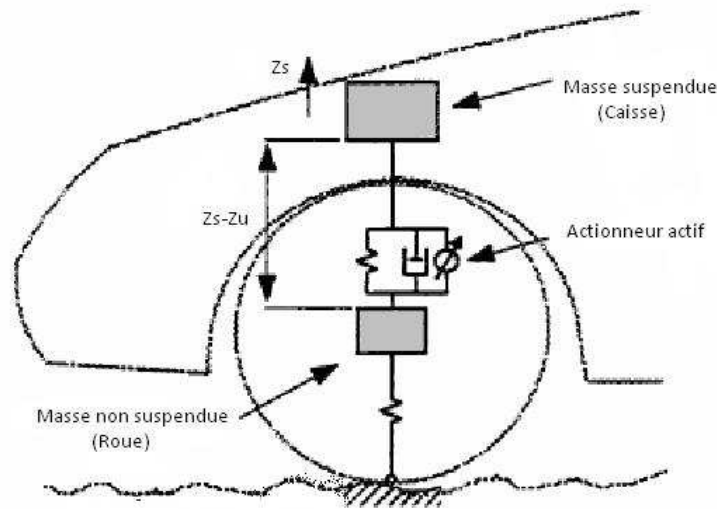


Fig. IV.1 : Eléments constituant une suspension automobile

Dans cette partie du travail, nous présenterons les trois types de suspension, à savoir la suspension passive, semi active et active, ainsi que les deux différents modèles de suspension de véhicule qui sont : le modèle quart de véhicule mono-roue et le modèle demi véhicule du type bicyclette. Le choix d'un modèle de suspension de véhicule dépend des mouvements auxquels on s'intéresse, toutefois, les différents mouvements généralement pris en compte sont les déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux, le roulis, le lacet et le tangage des différents éléments constituant le système de suspension d'un véhicule.

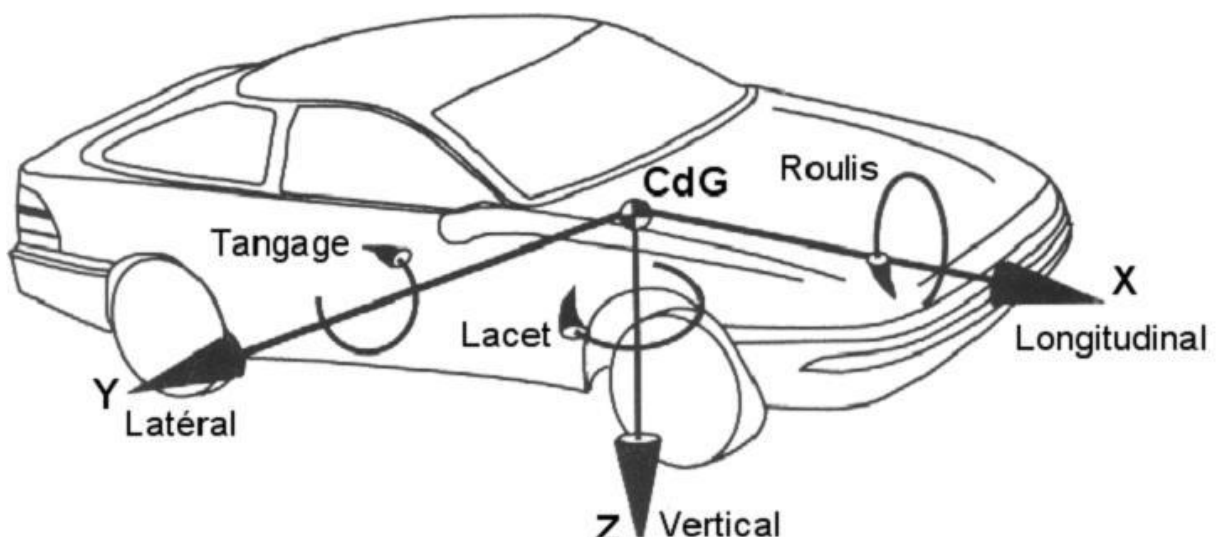


Fig. IV.2 : Mouvements linéaires et angulaires d'un véhicule

IV.2. Suspension passive, semi passive et active : [SAM01]

Les suspensions peuvent être classées selon l'apport externe de force, de ce fait nous distinguons trois types de suspension de véhicule.

IV.2.1. Suspension passive :

De manière générale, elle consiste en un support parallèle d'un ressort et d'un amortisseur, elle est basée sur le principe de la dissipation d'énergie dans l'amortisseur. Le modèle de ce type de suspension est de nature linéaire, en effet, l'isolement de la vibration entre la source de vibration et le système exigeant une protection, est accompli par l'insertion d'un élément linéaire de rigidité (le ressort) et d'un élément linéaire d'atténuation (l'amortisseur). Dans le cas d'une suspension passive, la rigidité et l'amortissement ne peuvent être changés une fois choisis, par conséquent, il est important de les choisir soigneusement afin de fournir de meilleures performances.

Bien que ce type de suspension soit très employé en pratique, ses performances du point de vue confort ne sont pas réellement satisfaisantes. Des études ont montrées que l'augmentation du coefficient d'amortissement augmente le confort du véhicule mais diminue la qualité du contact route-pneu. Ces limitations sur les performances d'une suspension passive ont menées à l'élaboration d'autres types de suspension.

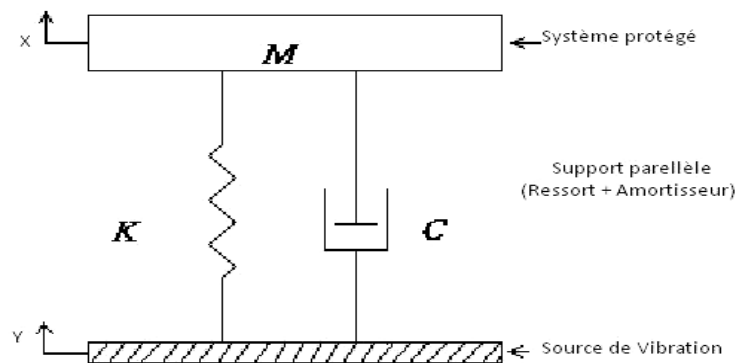


Fig. IV.3 : Modélisation d'un système de suspension passive

IV.2.2. Suspension semi active :

Le système de suspension semi active est similaire au système passif tant que tous les éléments génèrent leurs propres forces, toutefois, nous considérons que le coefficient d'amortissement peut être changé instantanément.

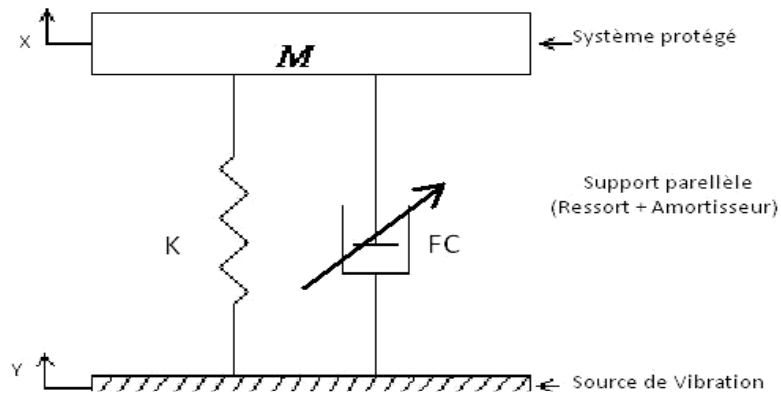


Fig. IV.4 : Modélisation d'une suspension semi active

Le choix de ce système est motivé par le désir d'améliorer partiellement les performances des suspensions passives avec un minimum de matériel, l'inconvénient de ce type de suspensions en est le coût ainsi que le désagrément de l'usure de l'amortisseur dont la durée de vie est écourtée.

IV.2.3. Suspension active :

La suspension active est caractérisée par le besoin de source extérieure d'énergie. Ceci permet d'activer le système de contrôle qui produira sans interruption la force nécessaire pour améliorer le système de suspension. Dans ce type de systèmes, les ressorts et les amortisseurs sont remplacés partiellement ou totalement par des actionneurs, la force développée par ces derniers est produite en conformité avec une loi de commande qui utilise les données des différents capteurs attachés au véhicule.

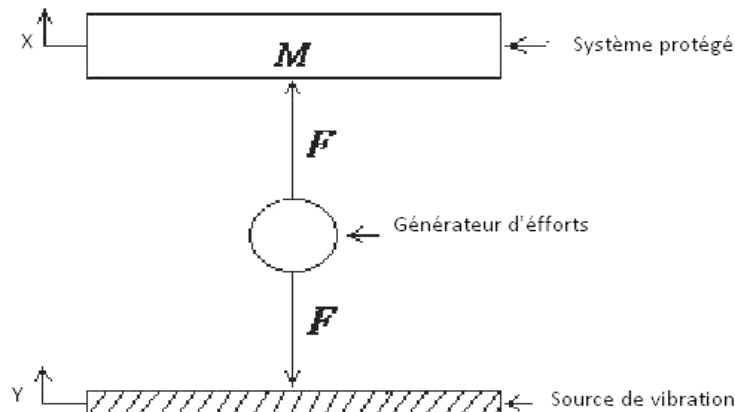


Fig. IV.5 : Modélisation d'une suspension active

La suspension hydro-active (Citroën), par exemple, permet en faisant varier à l'aide d'une pompe la pression du fluide dans la suspension hydraulique, de générer une force indépendante des positions relatives de la caisse et de la roue.

IV.3. Modélisation décentralisée de la suspension de véhicule automobile :

IV.3.1. Représentation du modèle quart de véhicule :

Le modèle de suspension automobile le plus simple est le modèle quart de véhicule, qui ne prend en charge que le mouvement vertical de la caisse. Ce modèle est appelé quart de véhicule à un degré de liberté.

Si de plus la tenue de route est étudiée, il convient de tenir compte aussi des mouvements verticaux de la roue, ce modèle est appelé modèle de quart de véhicule à deux degrés de liberté.

IV.3.1.1. Modèle linéaire :

La figure ci-dessous représente un modèle quart de véhicule d'un système de suspension passive dans lequel la roue est connectée au châssis du véhicule à travers une combinaison ressort-amortisseur, le pneu quant à lui est modélisé par un simple ressort sans amortissement.

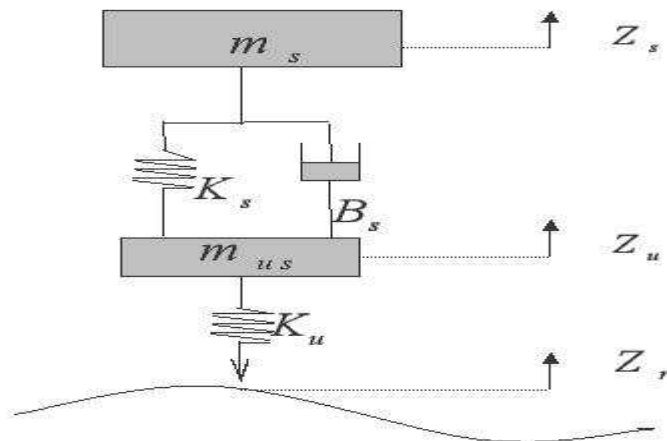


Fig. IV.6 : Modèle du quart de véhicule en suspension passive

Les équations du modèle sont données en additionnant les forces verticales agissant sur la masse suspendue (m_s) et la masse non suspendue (m_{us}) ; ainsi, la dynamique linéaire de ce modèle est donnée par les équations suivantes :

$$m_s \ddot{Z}_s = K_s(Z_u - Z_s) + B_s(\dot{Z}_u - \dot{Z}_s)$$

$$m_{us} \ddot{Z}_u = K_u(Z_r - Z_u) - K_s(Z_u - Z_s) - B_s(\dot{Z}_u - \dot{Z}_s)$$

Où : K_s et K_u sont respectivement les raideurs du ressort et de la roue, B_s est le coefficient d'amortissement. Z_s et Z_u sont respectivement les déplacements de la masse suspendue (m_s) et la masse non suspendue (m_{us}). Z_r est le profil de la chaussée.

Si nous posons :

$$X = [Z_s, \dot{Z}_s, Z_u, \dot{Z}_u]^T \text{ et } d = Z_r$$

La représentation d'état associée aux équations précédentes est alors :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{m_s} & -\frac{B_s}{m_s} & \frac{K_s}{m_s} & \frac{B_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{m_{us}} & \frac{B_s}{m_{us}} & -\frac{K_s + K_u}{m_{us}} & -\frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_u}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot Z_r \quad (\text{IV.1})$$

Si on ajoute une force de commande $U = F_A$, la suspension devient active et sa représentation d'état est alors la suivante :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{m_s} & -\frac{B_s}{m_s} & \frac{K_s}{m_s} & \frac{B_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{m_{us}} & \frac{B_s}{m_{us}} & -\frac{K_s + K_u}{m_{us}} & -\frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot U + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_u}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot Z_r \quad (\text{IV.2})$$

IV.3.1.2. Modèle non linéaire : [KAR06], [RAJ94]

Le modèle non linéaire du système est issu en introduisant les dynamiques des actionneurs utilisés pour générer les commandes utiles au contrôle du système. La caractéristique non linéaire de l'actionneur relève de plusieurs facteurs tels que la non-linéarité existant entre le débit et la pression, la compressibilité du fluide, les frictions ...

En plus des éléments passifs que contient le système de suspension passive, un dispositif de suspension active contient un actionneur, qui a pour rôle de générer les commandes nécessaires afin d'atteindre les performances désirées.

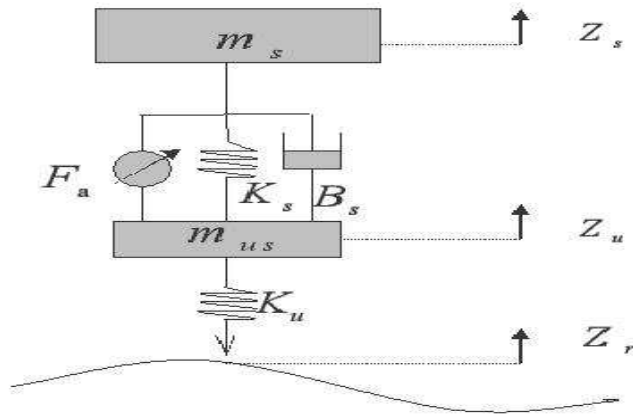


Fig. IV.7 : Modèle du quart de véhicule en suspension active

L'actionneur utilisé est une servovalve hydraulique dont la représentation est illustrée dans la figure suivante :

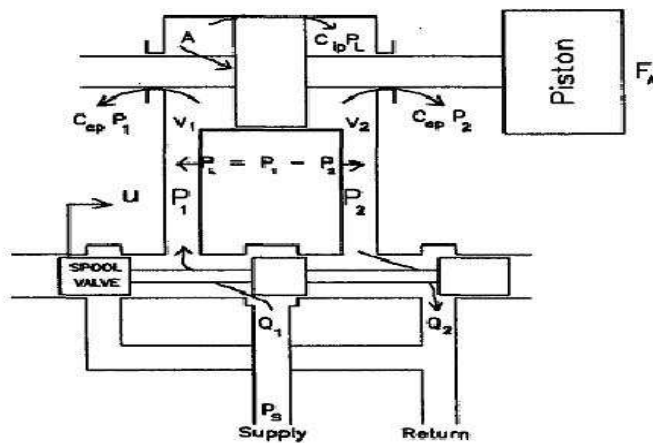


Fig. IV.8 : Actionneur hydraulique

La commande générée par l'actionneur est donnée par :

$$F_A = A.P_l$$

Sachant que :

A : Surface du piston.

P_l : Chute de pression dans le piston.

Il est à savoir que la relation entre la chute de pression du piston et le flux hydraulique du liquide utilisé est la suivante :

$$\frac{V_t}{4 \cdot \beta_e} \cdot \dot{P}_l = Q - C_{tp} \cdot P_l - A(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) \quad (IV.3)$$

Avec :

$$Q = \text{sign}(P_s - \text{sign}(x_v) \cdot P_l) \cdot C_d \cdot \omega \cdot x_v \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho} |P_s - \text{sign}(x_v) \cdot P_l|}$$

$$\dot{x}_v = \frac{1}{\tau} \cdot (u - x_v)$$

Où $\text{sign}(\cdot)$ désigne la fonction signe.

Tenant compte des relations précédentes, et en posant :

$$\alpha = \frac{4 \cdot \beta_e}{V_t}, \quad \beta = \alpha \cdot C_{tp}, \quad \gamma = \alpha \cdot C_d \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= Z_s, & x_2 &= \dot{Z}_s \\ x_3 &= Z_u, & x_4 &= \dot{Z}_u \\ x_5 &= P_l, & x_6 &= x_v \\ u &= K_{sv} \cdot I_{sv} \end{aligned}$$

Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{m_s} (K_s \cdot (x_1 - x_3) + B_s \cdot (x_2 - x_4) - A \cdot x_5) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_{us}} (K_s \cdot (x_1 - x_3) + B_s \cdot (x_2 - x_4) - K_u \cdot (x_3 - Z_r) - A \cdot x_5) \\ \dot{x}_5 = -\beta \cdot x_5 - \alpha \cdot A \cdot (x_2 - x_4) + \gamma \cdot \omega_2 \cdot x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{\tau} \cdot (u - x_6) \end{cases} \quad (IV.4)$$

Sachant que :

$$\omega_2 = \text{sign}(P_s - \text{sign}(x_6) \cdot x_5) \cdot \sqrt{|P_s - \text{sign}(x_6) \cdot x_5|}$$

Le système est en effet de la forme :

$$\dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u \quad (IV.5)$$

Ou :

$$f(X) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{1}{m_s}(K_s \cdot (x_1 - x_3) + B_s \cdot (x_2 - x_4) - A \cdot x_5) \\ x_4 \\ \frac{1}{m_{us}}(K_s \cdot (x_1 - x_3) + B_s \cdot (x_2 - x_4) - K_u \cdot (x_3 - Z_r) - A \cdot x_5) \\ -\beta \cdot x_5 - \alpha \cdot A \cdot (x_2 - x_4) + \gamma \cdot \omega_2 \cdot x_6 \\ \dot{x}_6 = -\frac{1}{\tau} \cdot x_6 \end{bmatrix}$$

$$g(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}^T$$

IV.3.2. Ecriture décentralisée du modèle quart de véhicule :

Dans cette partie du travail nous nous intéressons au modèle quart de véhicule linéaire établi précédemment par les équations dynamiques suivantes :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{m_s} & -\frac{B_s}{m_s} & \frac{K_s}{m_s} & \frac{B_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{m_{us}} & \frac{B_s}{m_{us}} & -\frac{K_s + K_u}{m_{us}} & -\frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot U + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_u}{m_{us}} \end{bmatrix} \cdot Z_r \quad (IV.6)$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \cdot X$$

Si l'on prend les deux commandes suivantes :

$$\begin{cases} U_1 = U \\ U_2 = -U \end{cases}$$

Le système peut alors être réécrit de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{X}_{11} \\ \dot{X}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_s}{m_s} & -\frac{B_s}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_s}{m_s} & \frac{B_s}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} Z_r \\ y_1 = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{X}_{21} \\ \dot{X}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_s + K_u}{m_{us}} & -\frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_s}{m_{us}} & \frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_u}{m_{us}} \end{bmatrix} Z_r \\ y_2 = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{22} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (IV.7)$$

A l'issue de cette écriture, nous constatons que le système est constitué de deux sous-systèmes interconnectés entre eux, la loi de commande à élaborer, dans ce cas, sera alors décentralisée. Le développement de l'équation précédente au domaine de Laplace nous fournit l'écriture du système dans l'espace de transfert suivante :

$$\begin{cases} Y_1(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{B_s}{m_s}s + \frac{K_s}{m_s}} \left[U_1(s) + \frac{K_s}{m_s} X_{21}(s) + \frac{B_s}{m_s} X_{22}(s) \right] \\ Y_2(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{B_s}{m_{us}}s + \frac{K_s + K_u}{m_{us}}} \left[U_2(s) + \frac{K_s}{m_{us}} X_{11}(s) + \frac{B_s}{m_{us}} X_{12}(s) + \frac{K_u}{m_{us}} Z_r(s) \right] \end{cases} \quad (IV.8)$$

A partir des résultats précédents et sachant que $\begin{cases} X_{11} = Y_1 \\ X_{12} = \dot{X}_{11} \end{cases}$ et $\begin{cases} X_{21} = Y_2 \\ X_{22} = \dot{X}_{21} \end{cases}$, nous pouvons donner, alors, le schéma fonctionnel des deux sous-systèmes interconnectés du modèle quart de véhicule de la suspension active :

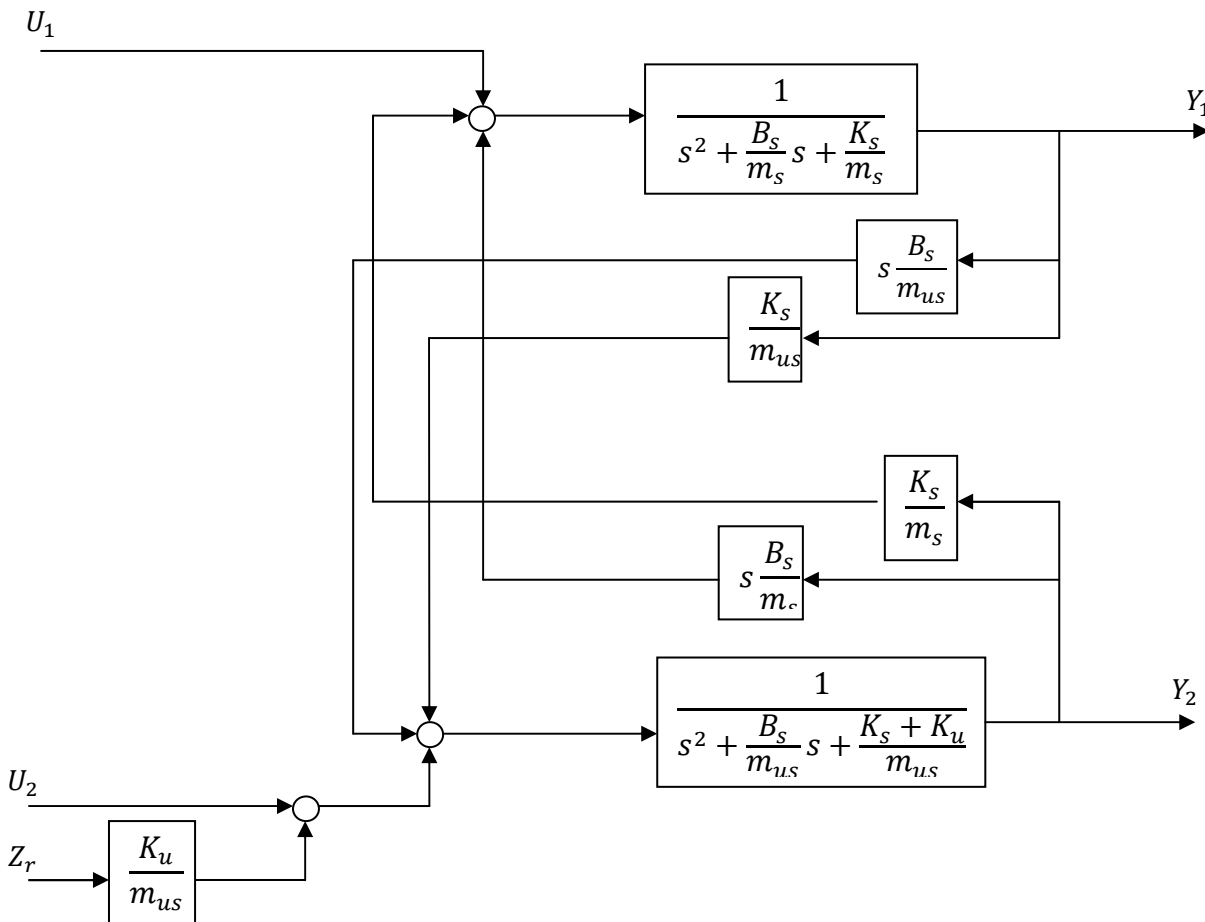


Fig. IV.9 : Schéma bloc de la représentation décentralisée d'une suspension active du type quart de véhicule

IV.4. Représentation décentralisée du modèle demi véhicule :

Le modèle demi-véhicule est un modèle qui regroupe deux quart de véhicule connectés entre eux par un châssis considéré homogène. Du moment que notre étude est consacrée au mouvement vertical et au tangage, nous choisissons, en effet, le modèle demi-véhicule du type bicyclette, qui permet notamment de visualiser le rapport de charge entre le train avant et le train arrière lors d'une accélération, un freinage ou un passage sur un nid de poule.

IV.4.1. Modèle linéaire :

Le modèle demi-véhicule d'une suspension passive est représenté par la figure ci-après :

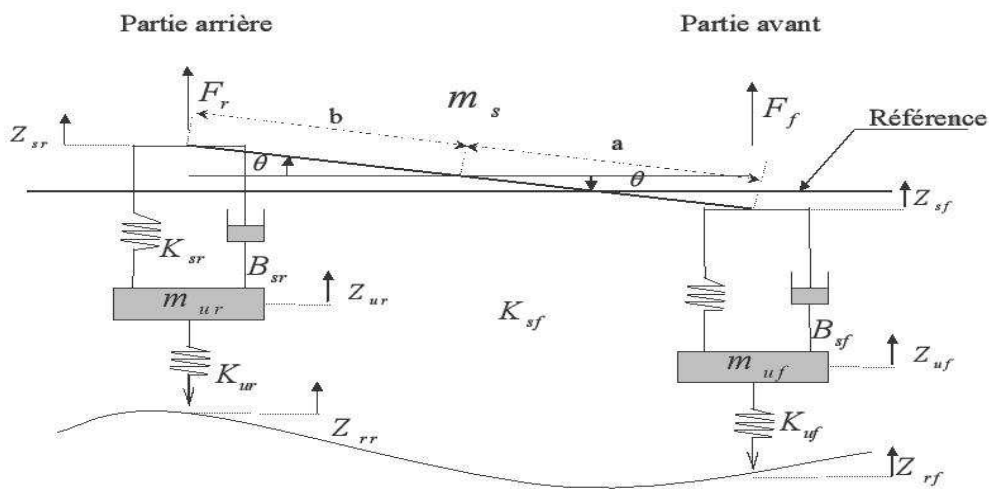


Fig. IV.10 : Modèle demi-véhicule du type bicyclette
(Suspension passive)

Pour des raisons de simplification, nous considérons que l'angle de tangage est assez petit.

Soit la masse de la caisse m_s ainsi que son moment d'inertie I_y , les masses suspendues avant et arrière sont respectivement m_{uf} et m_{ur} , les profils de la route avant et arrière sont respectivement Z_{rf} et Z_{rr} .

En examinant la figure précédente, nous aboutissons aux équations suivantes, qui illustrent bien les déplacements avant et arrière de la caisse en fonction du déplacement du châssis Z ainsi que l'angle de tangage θ :

$$\begin{aligned} Z_{sf} &= Z - a \cdot \sin(\theta) \cong Z - a \cdot \theta \\ Z_{sr} &= Z + b \cdot \sin(\theta) \cong Z + b \cdot \theta \end{aligned} \quad (\text{IV. 9})$$

Les forces équivalentes des deux cotés sont les suivantes :

Partie avant

$$F_f = -K_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + U_f \quad (\text{IV. 10})$$

Partie arrière

$$F_r = -K_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + U_r \quad (\text{IV. 11})$$

Après l'application de la seconde loi de Newton et en considérant que le point d'équilibre statique est l'origine des déplacements linéaires et angulaires nous aboutissons aux équations suivantes :

$$\ddot{Z} = \frac{1}{m_s} \cdot [F_f + F_r] \quad (\text{IV. 12})$$

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = -F_f \cdot a \cdot \cos(\theta) + F_r \cdot b \cdot \cos(\theta) \cong -F_f \cdot a + F_r \cdot b \quad (\text{IV. 13})$$

Si r_y est le rayon de giration, nous aurons en suite :

$$I_y = m_s \cdot r_y^2 \quad (\text{IV. 14})$$

D'où

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m_s \cdot r_y^2} [-aF_f + bF_r] \quad (\text{IV. 15})$$

Or, nous savons que :

$$Z_{sf} = Z - a \cdot \theta$$

Nous pouvons, alors aboutir à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}\ddot{Z}_{sf} &= \ddot{Z} - a \cdot \ddot{\theta} \\ &= \frac{1}{m_s} \cdot [F_f + F_r] - \frac{a}{m_s \cdot r_y^2} [-aF_f + bF_r]\end{aligned}$$

A partir de l'équation précédente, nous aboutissons à la relation illustrant la dynamique de la partie avant de la caisse de la suspension automobile du modèle demi-véhicule du type bicyclette :

$$\ddot{Z}_{sf} = \left[\frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] F_f + \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] F_r \quad (\text{IV. 16})$$

De la même manière nous pouvons écrire :

$$Z_{sr} = Z + b \cdot \theta$$

D'où

$$\begin{aligned}\ddot{Z}_{sr} &= \ddot{Z} + b \cdot \ddot{\theta} \\ &= \frac{1}{m_s} \cdot [F_f + F_r] + \frac{b}{m_s \cdot r_y^2} [-aF_f + bF_r]\end{aligned}$$

La dynamique de la partie arrière de la caisse de la suspension automobile du modèle demi-véhicule du type bicyclette se résume ensuite à l'équation suivante :

$$\ddot{Z}_{sr} = \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] F_f + \left[\frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] F_r \quad (\text{IV. 17})$$

L'application de la seconde loi de Newton aux masses suspendues (roues) nous permet d'avoir les résultats suivants :

Roue avant :

$$m_{uf} \cdot \ddot{Z}_{uf} = B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + K_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - U_f - K_{uf} \cdot (Z_{uf} - Z_{rf}) \quad (\text{IV. 18})$$

Roue arrière :

$$m_{ur} \cdot \ddot{Z}_{ur} = B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + K_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - U_r - K_{ur} \cdot (Z_{ur} - Z_{rr}) \quad (\text{IV. 19})$$

Ainsi, nous pouvons récapituler comme suit :

Partie avant :

$$\begin{cases} \ddot{Z}_{sf} = \left[\frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] [-K_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + U_f] \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] [-K_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + U_r] \\ \ddot{Z}_{uf} = \frac{1}{m_{uf}} [B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + K_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - K_{uf} \cdot (Z_{uf} - Z_{rf}) - U_f] \end{cases} \quad (IV.20)$$

Partie arrière

$$\begin{cases} \ddot{Z}_{sr} = \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] [-K_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + U_f] \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] [-K_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + U_r] \\ \ddot{Z}_{ur} = \frac{1}{m_{ur}} [B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + K_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - K_{ur} \cdot (Z_{ur} - Z_{rr}) - U_r] \end{cases} \quad (IV.21)$$

Arrivés à ce stade, nous pouvons définir l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned} x_1 &= Z_{sf}, & x_2 &= \dot{Z}_{sf} \\ x_3 &= Z_{uf}, & x_4 &= \dot{Z}_{uf} \\ x_5 &= Z_{sr}, & x_6 &= \dot{Z}_{sr} \\ x_7 &= Z_{ur}, & x_8 &= \dot{Z}_{ur} \end{aligned}$$

La représentation d'état correspondant au système d'équations précédent peut, alors, s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left[\frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) + U_f) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) + U_r) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_{uf}} [K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) + B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) - K_{uf} \cdot (x_3 - Z_{rf}) - U_f] \end{cases} \quad (IV.22)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) + U_f) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) + U_r) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_{ur}} [K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) + B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) - K_{ur} \cdot (x_7 - Z_{rr}) - U_r] \end{cases} \quad (IV.23)$$

Avec un tel choix des variables d'état, nous pouvons écrire le modèle demi-véhicule de la suspension active sous la forme de deux sous-systèmes identiques, l'un correspondant à la partie avant et l'autre à la partie arrière. Il est à noter que ces deux sous-systèmes sont contraints par une interconnexion sur les états ainsi que sur les commandes (les entrées). Il est facilement remarquable que le facteur d'interconnexion sur les commandes dans chacune des deux parties décentralisées du système est de l'ordre de $6 \cdot 10^{-4}$. Pour ce qui suit, nous utiliserons cette particularité afin de négliger l'apport de l'interconnexion sur la commande face aux autres grandeurs d'interconnexion. De ce fait, nous aboutissons à un système représentatif de la suspension active du modèle demi-véhicule dont l'interconnexion est exclusivement concentrée sur les états de chaque sous-système.

IV.5. Simulation en boucle ouverte

La simulation des modèles linéaires de la suspension passive d'un véhicule automobile consiste à donner une représentation du comportement de cette dernière face aux variations type du profile de la chaussée. Dans les différentes simulations, les perturbations de la route prises en compte sont les dos d'âne et les trottoirs, ce qui nous permettra de donner des représentations graphiques sur le comportement de la suspension automobile dans des conditions réalistes.

Les trottoirs sont modélisés par des échelons, tandis que les dos d'âne sont considérés comme une alternance positive d'une fonction sinusoïdale. Il est aussi à savoir que le profil de cette modélisation sinusoïdale dépend de l'amplitude du dos d'âne, sa longueur ainsi que la vitesse de déplacement du véhicule.

$$z(t) = a. \sin\left(v. \frac{\pi}{L}. t\right) \quad (\text{IV. 24})$$

Où

a : est l'amplitude du dos d'âne mesurée en mètres

v : est la vitesse du véhicule.

L : est la longueur du dos d'âne.

IV.6. Résultats de simulation du modèle quart de véhicule :

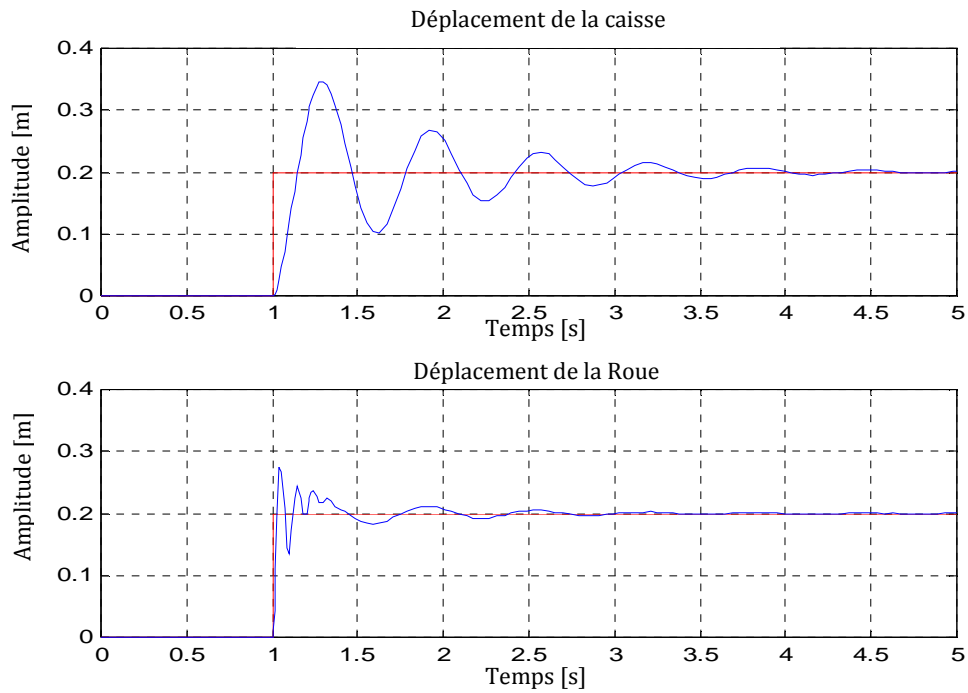


Fig. IV.11 : passage sur un trottoir d'amplitude de 20 cm à une vitesse de 10 Km/h

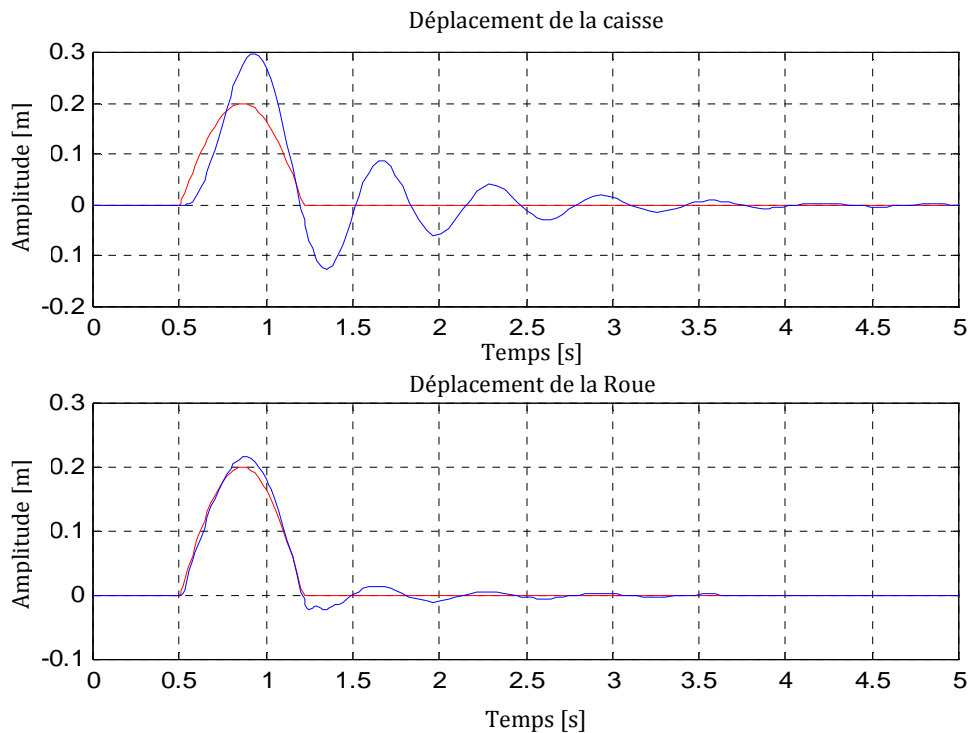


Fig. IV.12 : passage sur un dos d'âne d'amplitude de 20 cm à une vitesse de 10 Km/h

IV.7. Résultats de simulation du modèle demi véhicule

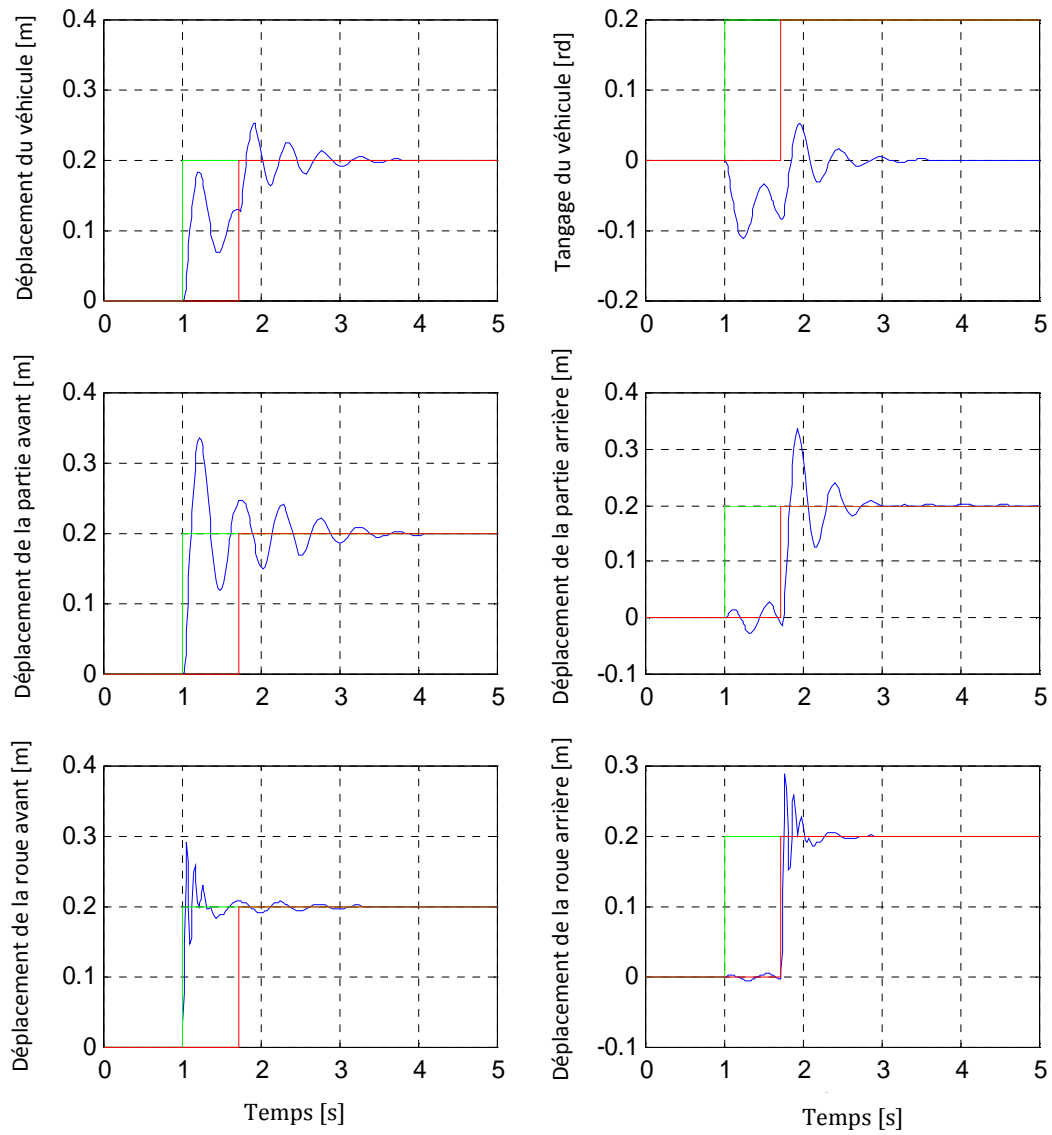


Fig. IV.13 : passage sur un trottoir d'amplitude de 20 cm à une vitesse de 10 Km/h

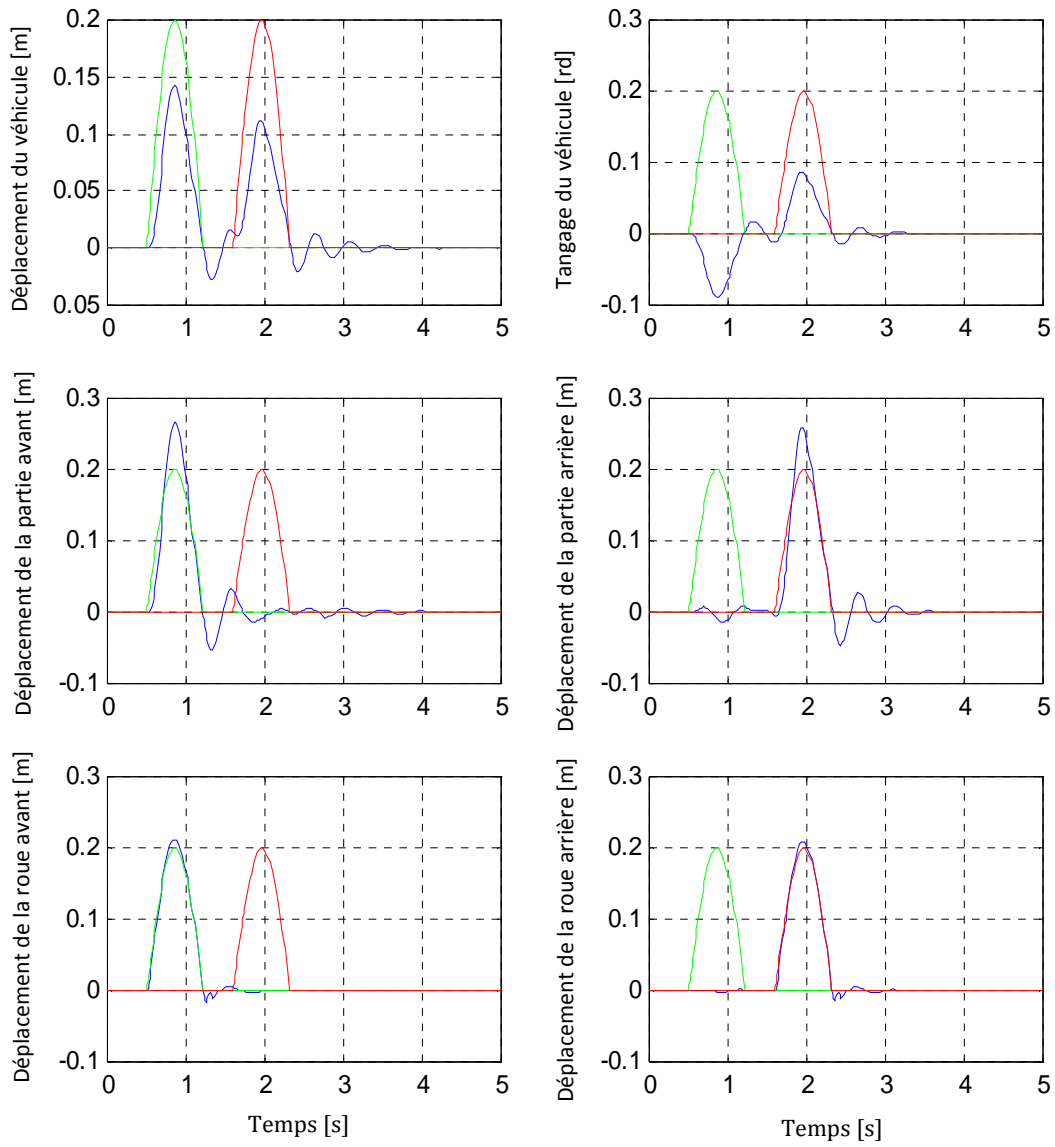


Fig. IV.14 : passage sur un dos d'âne d'amplitude de 20 cm à une vitesse de 10 Km/h

IV.8. conclusion

les systèmes de suspension automobile exigent de plus en plus d'attention au cours de ces dernières années. Le confort assuré par des systèmes passifs (classiques) constitués d'éléments oscillants et décapatifs possède une dynamique qui s'incline aux modes oscillatoires de ces derniers, comme l'ont montré les simulations en boucle ouverte de ces systèmes.

L'étude de ce chapitre nous permet de comprendre qu'il est possible d'améliorer la réponse des systèmes de suspension et optimiser, de ce fait, leur confort grâce aux solutions de l'automatique qui assurent la commande de ces derniers, en y ajoutant des actionneurs (générateurs d'efforts) qui rendent ainsi ces systèmes actifs et donc commandables.

Nous avons donné dans ce chapitre une version décentralisée de la modélisation de la suspension active d'un véhicule automobile. Cette dernière peut se considérer comme un système complexe, car, comme nous l'avons vu, elle est constituée de deux sous-systèmes interconnectés entre eux dont chacun peut être commandable à travers une commande locale.

L'élaboration d'une loi de commande pour les systèmes de suspension active se fera au chapitre suivant, ce qui apportera une solution réalisable pour satisfaire les exigences des utilisateurs automobile en terme de confort et de tenue de route.

CHAPITRE

5

COMMANDE PREDICTIVE DECENTRALISEE APPLIQUEE A UNE SUSPENSION ACTIVE D'UN VEHICULE AUTOMOBILE

V.1. Introduction :

Les systèmes de suspension étaient à l'origine conçus pour assurer le confort et améliorer la qualité du trajet effectué par le véhicule automobile, pour cela, on employait des éléments mécaniques dissipatifs, amortissant et filtrant afin de réduire les perturbations causées par le relief sur la cabine, on utilisait alors des systèmes passifs dont les caractéristiques ne changent qu'avec l'usure des composants.

Actuellement, on conçoit des systèmes de suspension qui s'adaptent aux circonstances du déplacement de la cabine en ajoutant aux systèmes de suspension classiques des générateurs d'efforts ou des actionneurs commandés par des régulateurs prenant en compte les différents paramètres intervenant dans le système de suspension et améliorant à chaque instant le comportement du système, ce qui se traduit par un confort et une tenue de route sans précédent.

Les techniques de commande prédictive basées sur l'optimisation permettent d'apporter à la commande des systèmes une solution performante en termes de loi de commande avancée, c'est une approche qui est de plus en plus utilisée en vue de ses performances et des résultats satisfaisants qu'elle assure.

A l'issue des chapitres précédents, nous pouvons à présent concevoir une version décentralisée de la commande prédictive généralisée. C'est une technique qui fournit des lois de commande prenant en compte les signaux d'interconnexion entre les sous-systèmes d'un procédé global.

Dans le cas d'un système à faibles interconnexions, cette méthodologie permet, en effet, de commander chaque sous-système en ne se basant que sur les données disponibles localement et en prenant en compte l'effet des échanges entre les différentes constituantes du système qui sont caractérisés par les interconnexions.

V.2. Elaboration d'un modèle numérique décentralisé de la suspension active du type demi-véhicule (bicyclette) :

Dans notre cas, nous nous intéressons à la modélisation demi-véhicule automobile du type bicyclette, cette dernière est constituée d'une roue avant interconnectée à une roue arrière par le biais d'un châssis qui retransmet les perturbations d'un sous-système à un autre.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le modèle d'état décentralisé de la suspension active d'un demi-véhicule du type bicyclette est donné par le système d'équations suivantes :

Partie avant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left[\frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) + U_f) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] (-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8)) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_{uf}} [K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) + B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) - K_{uf} \cdot (x_3 - Z_{rf}) - U_f] \end{cases} \quad (V.1)$$

Partie arrière :

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_y^2} \right] \left(-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) \right) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{m_s \cdot r_y^2} \right] \left(-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) + U_r \right) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_{ur}} \left[K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) + B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) - K_{ur} \cdot (x_7 - Z_{rr}) - U_r \right] \end{cases} \quad (V.2)$$

A partir du modèle précédent, nous pouvons définir le modèle CARIMA de la suspension active du type demi véhicule bicyclette comme suit :

$$\begin{aligned} A_1(q) \cdot \Delta y_1(t) &= B_1(q) \cdot \Delta u_1(t-1) + P_{11}(q) \cdot \Delta X_{75}(t-1) \\ &\quad + P_{12}(q) \cdot \Delta X_{86}(t-1) + P_{13}(q) \cdot \Delta Z_{rf}(t-1) + C_1(q) \cdot \xi_1(t) \end{aligned} \quad (V.3a)$$

$$\begin{aligned} A_2(q) \cdot \Delta y_2(t) &= B_2(q) \cdot \Delta u_2(t-1) + P_{21}(q) \cdot \Delta X_{31}(t-1) \\ &\quad + P_{22}(q) \cdot \Delta X_{42}(t-1) + P_{23}(q) \cdot \Delta Z_{rR}(t-1) + C_2(q) \cdot \xi_2(t) \end{aligned} \quad (V.3b)$$

Où les polynômes correspondants sont donnés à l'annexe C

Il est à savoir que :

$$\begin{aligned} C_1(q) &= C_2(q) = 1 \\ \Delta(q) &= 1 - q^{-1} \end{aligned}$$

Afin de garantir une séparation des erreurs de prédiction en deux parties, une disponible à l'instant t et une autre imprédictible au même moment, nous introduisons les équations de Diophantine suivantes :

$$\begin{cases} C_1 = E_{1j} \cdot A_1 \cdot \Delta + q^{-j} \cdot F_{1j} \\ C_2 = E_{2j} \cdot A_2 \cdot \Delta + q^{-j} \cdot F_{2j} \end{cases} \quad (V.4)$$

Où j est le nombre de pas de prédiction associé aux deux systèmes.

A présent, nous pouvons calculer le prédicteur optimal du système à j pas qui est donné par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(t+j) = & \frac{F_{1j}(q)}{C_1(q)} \cdot y_1(t) + \frac{B_1(q)E_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta u_1(t+j-1) + \frac{P_{11}(q)E_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{75}(t+j-1) \\ & + \frac{P_{12}(q)E_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{86}(t+j-1) + \frac{P_{13}(q)E_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta Z_{rf}(t+j-1) \end{aligned} \quad (V.5a)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_2(t+j) = & \frac{F_{2j}(q)}{C_2(q)} \cdot y_2(t) + \frac{B_2(q)E_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta u_2(t+j-1) + \frac{P_{21}(q)E_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{31}(t+j-1) \\ & + \frac{P_{22}(q)E_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{42}(t+j-1) + \frac{P_{23}(q)E_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta Z_{rr}(t+j-1) \end{aligned} \quad (V.5b)$$

Introduisons à présent les équations de Diophantine qui à leur tour permettent de séparer les valeurs passées des valeurs futures des commandes $U_1(i)$ et $U_2(i)$ ainsi que les signaux d'interconnexion et de perturbation relatifs à chaque sous système ; ces équations de Diophantine sont en effet les suivantes :

Sous-système avant :

$$\begin{cases} B_1 \cdot E_{1j} = G_{1j} \cdot C_1 + q^{-j} \cdot K_{1j} \\ P_{1i} \cdot E_{1j} = H_{1ij} \cdot C_1 + q^{-j} \cdot R_{1ij} \end{cases} \quad \text{où } i = 1 \dots 3 \quad (V.6)$$

Sous-système arrière :

$$\begin{cases} B_2 \cdot E_{2j} = G_{2j} \cdot C_2 + q^{-j} \cdot K_{2j} \\ P_{2i} \cdot E_{2j} = H_{2ij} \cdot C_2 + q^{-j} \cdot R_{2ij} \end{cases} \quad \text{où } i = 1 \dots 3 \quad (V.7)$$

A l'issue de l'application de ces équations précédentes, le prédicteur du système peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(t+j/t) = & \frac{F_{1j}(q)}{C_1(q)} y_1(t) + \frac{K_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta u_1(t-1) + \frac{R_{11j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{75}(t-1) + \frac{R_{12j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{86}(t-1) \\ & + \frac{R_{13j}(q)}{C_1(q)} \Delta Z_{rf}(t-1) + G_{1j}(q) \cdot \Delta u_1(t+j-1) + H_{11j}(q) \Delta X_{75}(t+j-1) \\ & + H_{12j}(q) \Delta X_{86}(t+j-1) + H_{13j}(q) \Delta Z_{rf}(t+j-1) \end{aligned} \quad (V.8a)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_2(t+j/t) = & \frac{F_{2j}(q)}{C_2(q)} y_2(t) + \frac{K_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta u_2(t-1) + \frac{R_{21j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{31}(t-1) + \frac{R_{22j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{42}(t-1) \\ & + \frac{R_{23j}(q)}{C_2(q)} \Delta Z_{rr}(t-1) + G_{2j}(q) \cdot \Delta u_2(t+j-1) + H_{21j}(q) \Delta X_{31}(t+j-1) \\ & + H_{22j}(q) \Delta X_{42}(t+j-1) + H_{23j}(q) \Delta Z_{rr}(t+j-1) \end{aligned} \quad (V.8b)$$

Le prédicteur précédemment exposé peut être décomposé en deux parties, la première concerne la réponse libre du système et la seconde est consacrée à la réponse en régime forcé ; ces dernières se définissent comme suit :

Sous-système I (partie avant)

- Réponse libre :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{11}(t+j/t) = & \frac{F_{1j}(q)}{C_1(q)} y_1(t) + \frac{K_{1j}(q)}{C_1(q)} \Delta u_1(t-1) + \frac{R_{11j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{75}(t-1) + \frac{R_{12j}(q)}{C_1(q)} \Delta X_{86}(t-1) \\ & + \frac{R_{13j}(q)}{C_1(q)} \Delta Z_{rf}(t-1) \end{aligned} \quad (\text{V. 9a})$$

- Réponse forcée :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{12}(t+j/t) = & G_{1j}(q) \cdot \Delta u_1(t+j-1) + H_{11j}(q) \Delta \cdot X_{75}(t+j-1) + H_{12j}(q) \Delta \cdot X_{86}(t+j-1) \\ & + H_{13j}(q) \Delta \cdot Z_{rf}(t+j-1) \end{aligned} \quad (\text{V. 9b})$$

Sous-système II (partie arrière)

- Réponse libre :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{21}(t+j/t) = & \frac{F_{2j}(q)}{C_2(q)} y_2(t) + \frac{K_{2j}(q)}{C_2(q)} \Delta u_2(t-1) + \frac{R_{21j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{31}(t-1) + \frac{R_{22j}(q)}{C_2(q)} \Delta X_{42}(t-1) \\ & + \frac{R_{23j}(q)}{C_2(q)} \Delta Z_{rr}(t-1) \end{aligned} \quad (\text{V. 10a})$$

- Réponse forcée :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{22}(t+j/t) = & G_{2j}(q) \cdot \Delta u_2(t+j-1) + H_{21j}(q) \Delta \cdot X_{31}(t+j-1) + H_{22j}(q) \Delta \cdot X_{42}(t+j-1) \\ & + H_{23j}(q) \Delta \cdot Z_{rr}(t+j-1) \end{aligned} \quad (\text{V. 10b})$$

Sur un horizon de prédiction N , le prédicteur de la commande prédictive peut s'écrire sous sa forme matricielle qui est :

$$\begin{cases} Y_1 = G_1 \cdot U_1 + H_{11} \cdot X_{75} + H_{12} \cdot X_{86} + H_{13} \cdot Z_{rf} + Y_{11} \\ Y_2 = G_2 \cdot U_2 + H_{21} \cdot X_{31} + H_{22} \cdot X_{42} + H_{23} \cdot Z_{rr} + Y_{21} \end{cases} \quad (\text{V. 11})$$

V.3. Expression du critère quadratique de la commande prédictive généralisée :

Dans ce cas, il faut définir un critère quadratique pour chacun des deux sous-systèmes, la forme matricielle de ce dernier est donnée dans les équations suivantes :

$$J_1 = [Y_1 - w_1]^T [Y_1 - w_1] + \lambda_1 \cdot U_1^T U_1 \quad (\text{V.12a})$$

$$J_2 = [Y_2 - w_2]^T [Y_2 - w_2] + \lambda_2 \cdot U_2^T U_2 \quad (\text{V.12b})$$

Où w_1 et w_2 sont les trajectoires de référence que doit suivre la sortie de chaque sous-système.

Par analogie au chapitres deux, nous pouvons aboutir à présent à la loi de commande prédictive basée sur l'optimisation du critère quadratique élaboré précédemment, cette loi de commande s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} u_1(t) = u_1(t-1) + \frac{G_{11}^T}{G_{11}^T G_{11} - \lambda_1} (w_1 - Y_{11} - H_{111} \cdot \Delta X_{75}(t) - H_{121} \cdot \Delta X_{86}(t) - H_{131} \cdot \Delta Z_{rf}(t)) \\ u_2(t) = u_2(t-1) + \frac{G_{21}^T}{G_{21}^T G_{21} - \lambda_2} (w_2 - Y_{21} - H_{211} \cdot \Delta X_{31}(t) - H_{221} \cdot \Delta X_{42}(t) - H_{231} \cdot \Delta Z_{rr}(t)) \end{cases}$$

Où

G_{11} et G_{12} Constituent les premières colonnes des matrices G_1 et G_2

Il est de même pour les éléments H_{ij1} où $i = 1 \dots 3$ et où $j = 1 \dots 2$

V.4. Commande prédictive décentralisée du système demi véhicule automobile du type bicyclette :

Chacune des deux lois de commande, obtenues précédemment, peut être décomposée en deux parties, à savoir : une partie interne, propre à chaque sous-système et dépend uniquement de variables locales notée $u_{ic}(t)$, et une partie décentralisée qui dépend des variables d'interconnexion localement indisponibles à savoir $u_{id}(t)$.

Ceci nous permet alors de définir les deux lois de commande comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{1C}(t) = u_{1C}(t-1) + \frac{G_{11}^T}{G_{11}^T G_{11} - \lambda_1} (w_1 - Y_{11}) \\ u_{1D}(t) = \frac{G_{11}^T}{G_{11}^T G_{11} - \lambda_1} (-H_{111} \cdot \Delta X_{75}(t) - H_{121} \cdot \Delta X_{86}(t) - H_{131} \cdot \Delta Z_{rf}(t)) \\ u_{2C}(t) = u_{2C}(t-1) + \frac{G_{21}^T}{G_{21}^T G_{21} - \lambda_2} (w_2 - Y_{21}) \\ u_{2D}(t) = \frac{G_{21}^T}{G_{21}^T G_{21} - \lambda_1} (-H_{211} \cdot \Delta X_{31}(t) - H_{221} \cdot \Delta X_{42}(t) - H_{231} \cdot \Delta Z_{rr}(t)) \end{array} \right. \quad (\text{V.13})$$

Avec :

$X_{31} = X_{23} - X_{21}$; $X_{42} = X_{24} - X_{22}$: Interconnexions liées au sous-système I.

$X_{75} = X_{17} - X_{15}$; $X_{86} = X_{18} - X_{16}$: Interconnexions liées au sous-système II.

$Z_r = [Z_{rf} \ Z_{rr}]$ Vecteur de perturbation associé au système global.

V.5. Simulation et interprétation des résultats obtenus :

V.5.1. Choix de la trajectoire de référence :

Avant de passer en revue les résultats de la simulation, il y a lieu de choisir une trajectoire de référence adéquate à la prise en considération des perturbations du profil et qui est facile à générer afin de mieux adapter le système aux objectifs de la commande, la trajectoire de référence choisie est générée par la transformée suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} w1 = \frac{\rho}{S + \rho} X_3 \\ w2 = \frac{\rho}{S + \rho} X_7 \end{array} \right. \quad (\text{V.14})$$

Où X_3 et X_7 caractérisent les déplacements de la roue avant et la roue arrière simultanément

Le choix du paramètre ρ peut affecter le confort du système de suspension ainsi élaboré ainsi que la tenue de route, à cet effet, il est à noter :

- Pour des valeurs petites de ρ , les perturbations causées par la chaussée et retransmises à la caisse par le biais de la roue sont rejetées par le filtre, ceci permet d'obtenir un comportement confortable du système de suspension.
- Si la valeur de ρ est grand, les perturbations causées par la chaussée sont de moins en moins rejetées, ceci permet d'imposer à la caisse une dynamique comparable à celle de la chaussée ce qui réduit les perturbations engendrées par l'inertie de la caisse sur la roue.

V.5.2. Simulation :

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le modèle demi-véhicule est confronté à deux types de perturbations qui sont, en effet, la montée sur un trottoir et puis sur un dos d'âne à une vitesse de 10 Km/h. Les simulations sont notamment effectuées pour différentes valeurs du paramètre de filtrage utilisé pour la génération de la trajectoire de référence ρ .

Le confort du système est dépendant des valeurs de ρ , comme le montrent les figures suivantes, il est constatable que ce dernier s'améliore au fur et à mesure que ρ diminue, cette diminution permet aussi d'avoir des allures plus au moins douces sur les variations de la commande et ainsi rendre leur réalisation relativement plus simple.

Le léger décalage entre la variable de sortie et la trajectoire de référence w_i est du au fait des limitations physiques que présente le système ; la génération de la trajectoire se fait à partir d'une version filtrée du déplacement de la roue dont les positions sont disponibles jusqu'à l'instant t , de ce fait, il a bien fallu les décaler dans le temps pour réaliser les soustractions $(w_i(t + j) - Y_{i1}(t + j))$.

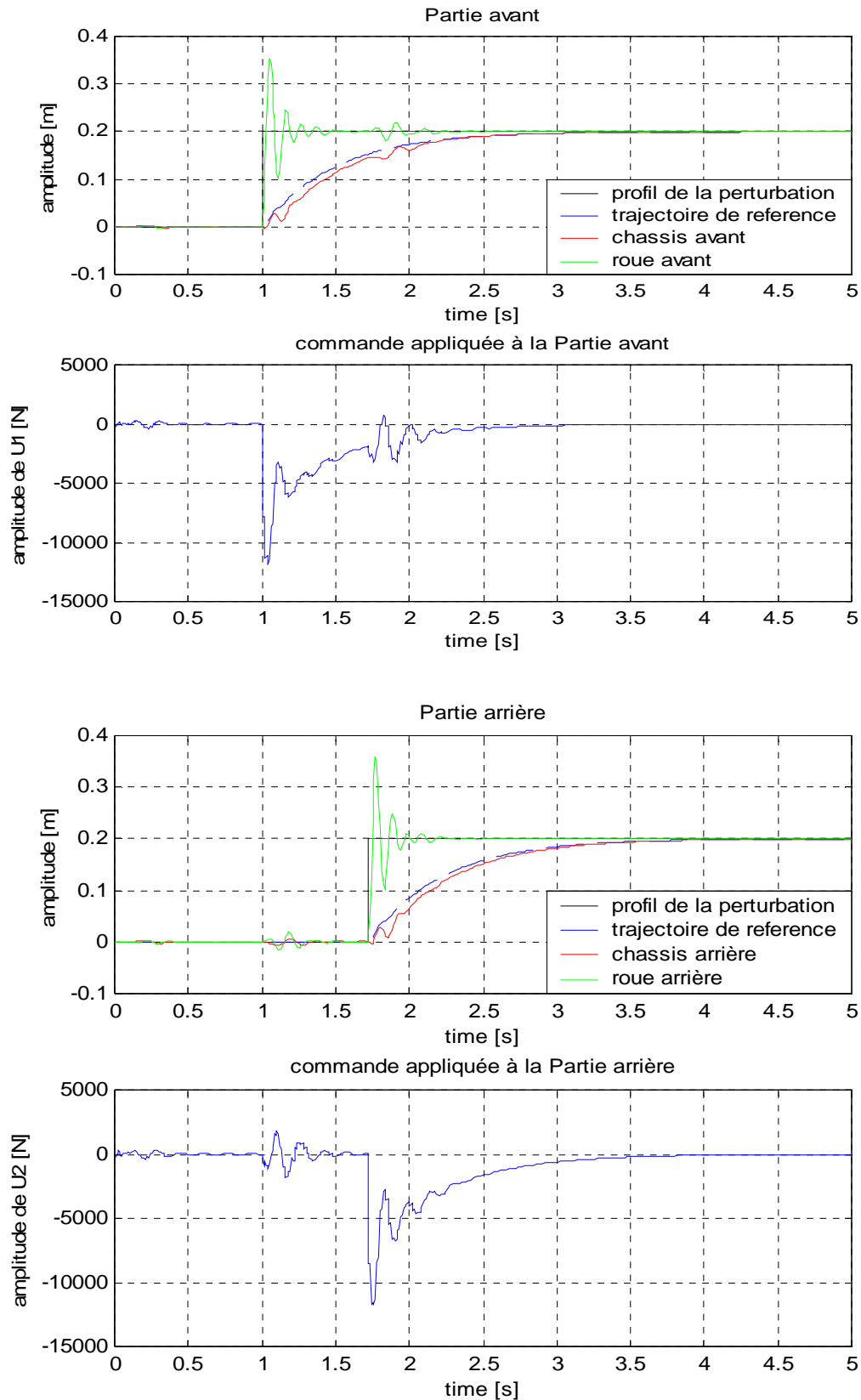


Fig. 5.1 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un trottoir à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 2$)

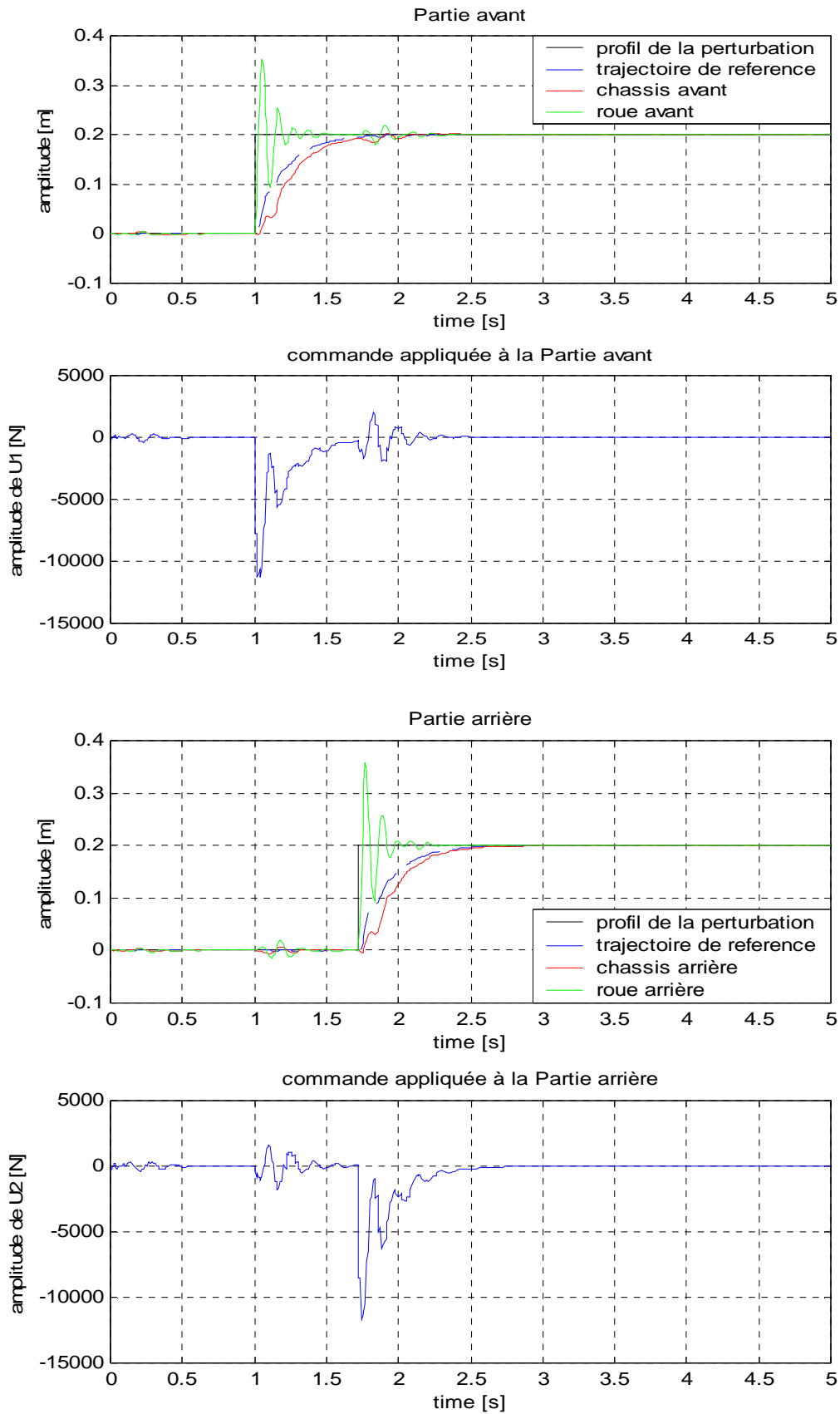


Fig. 5.2 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un trottoir à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 5$)

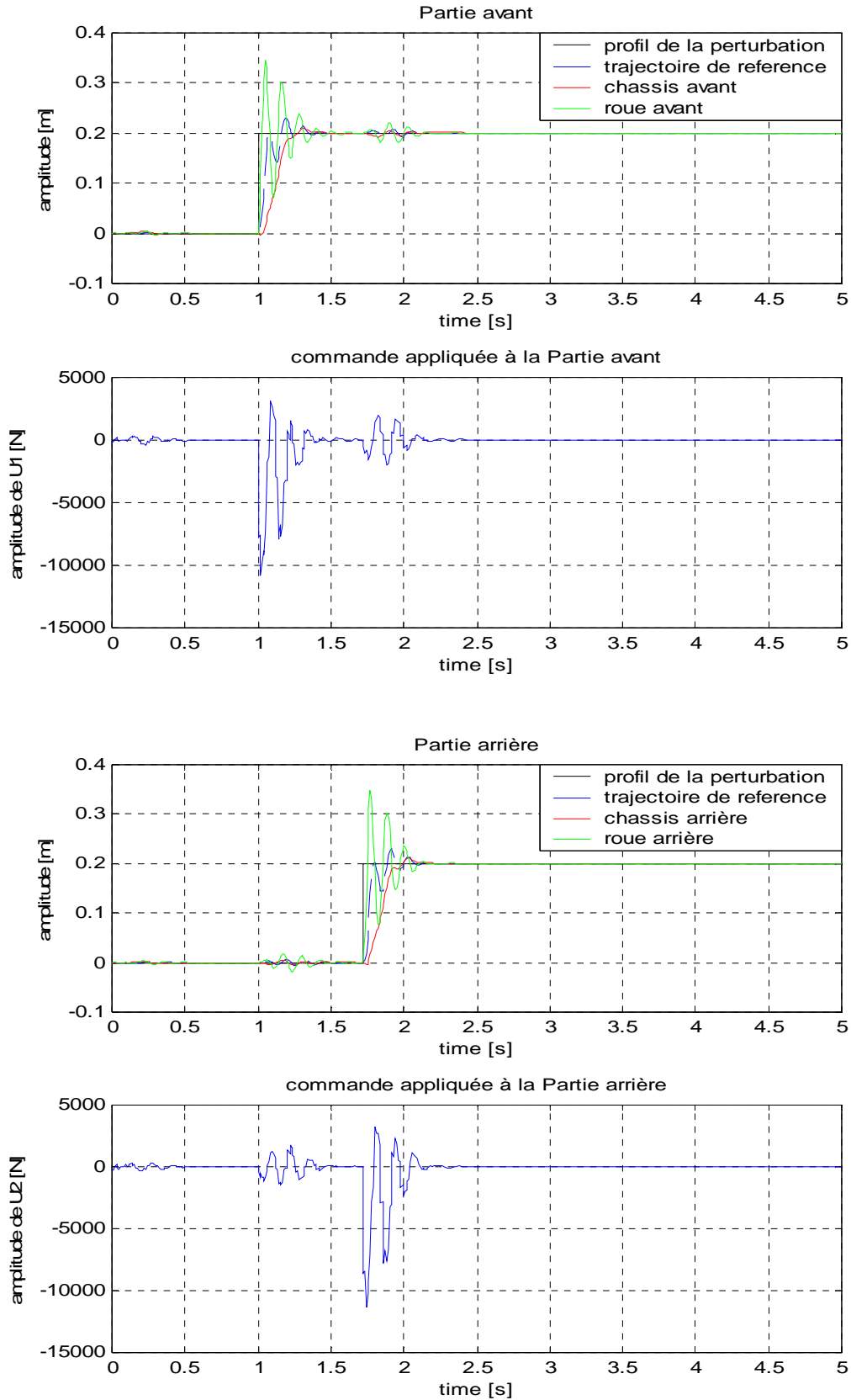


Fig. 5.3 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un trottoir à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 20$)

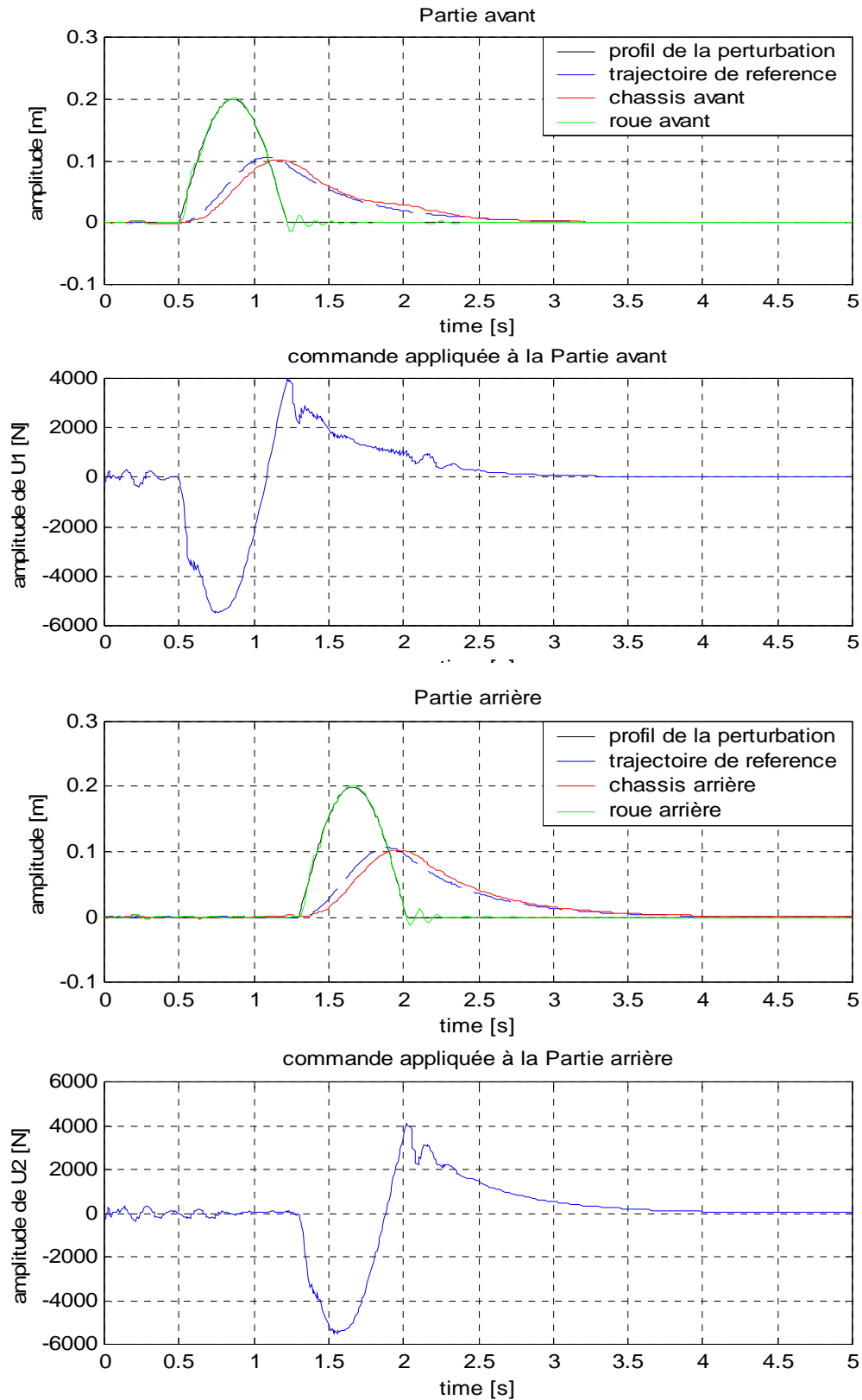


Fig. 5.4 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un dos d'âne à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 2$)

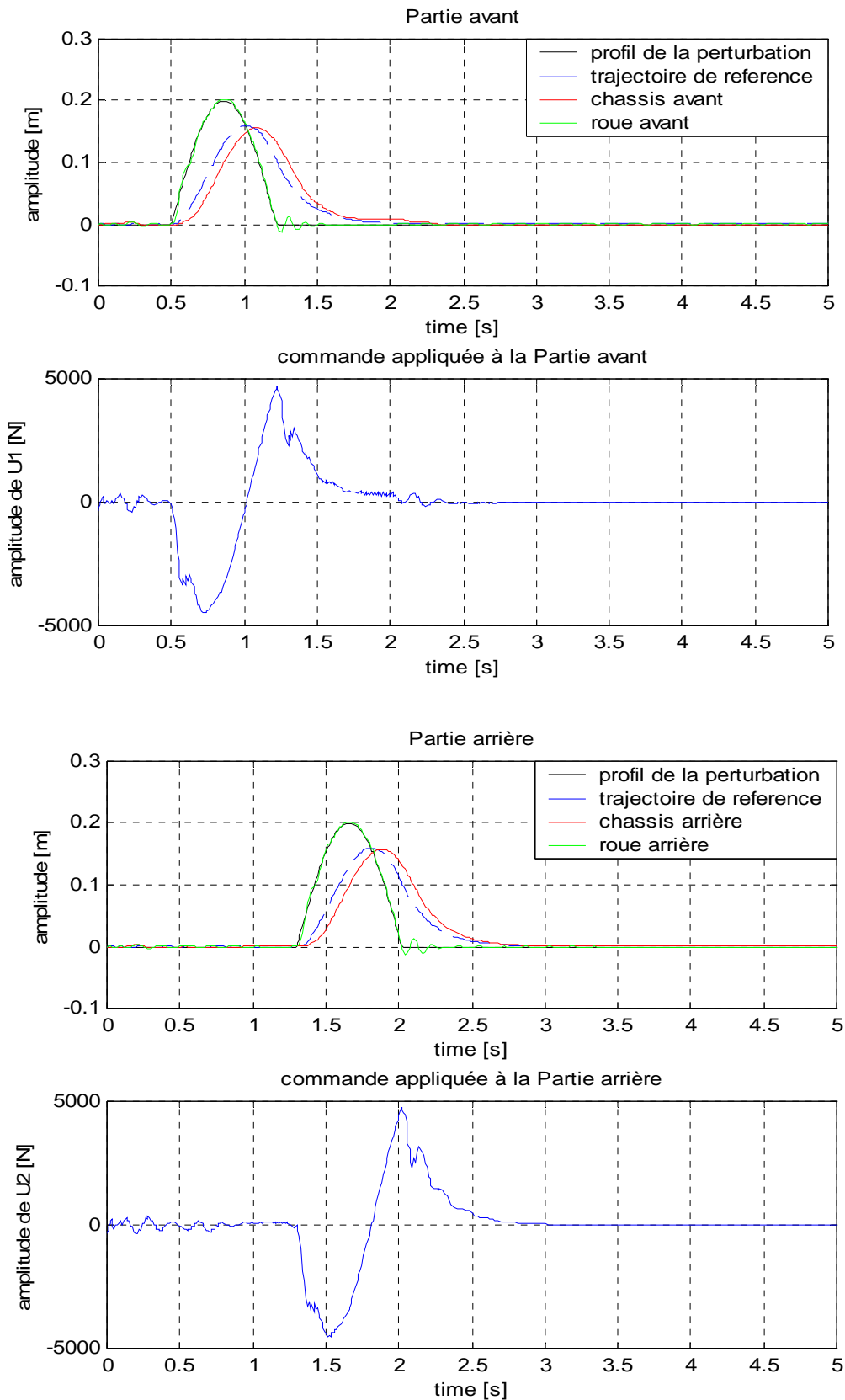


Fig. 5.5 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un dos d'âne à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 5$)

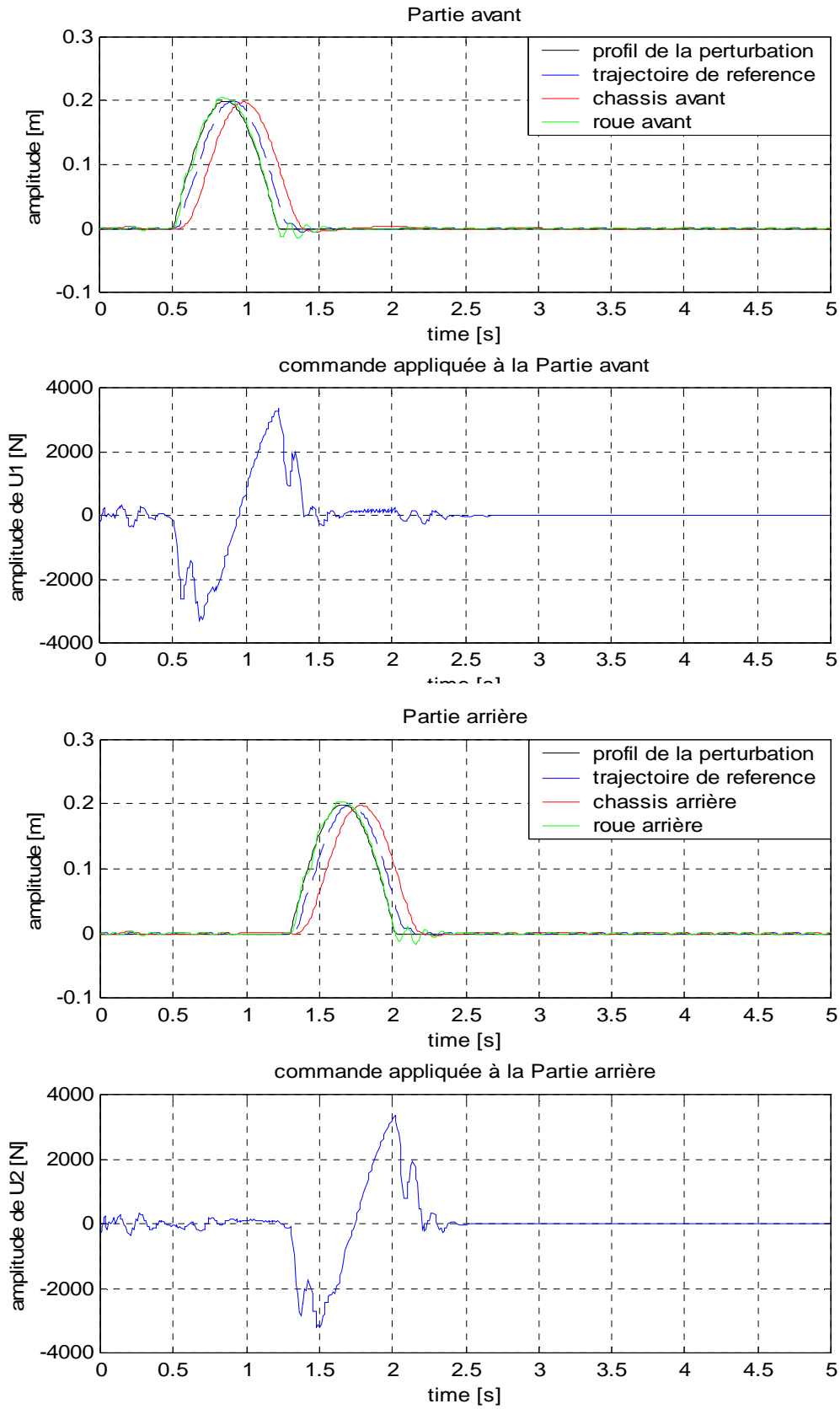


Fig. 5.6 : réponse du modèle demi-véhicule de la suspension active lors d'une montée sur un dos d'âne à vitesse de 10 Km/h ($\rho = 20$)

V.6. Tests de robustesse de la commande prédictive décentralisée:

Dans cette partie de notre travail, nous soumettons la loi de commande prédictive décentralisée à des tests de robustesse en faisant volontairement varier les paramètres du système. Le but de ces tests est de savoir comment se comporte cette commande en cas de défaillance du système et de voir à quel point cette dernière peut être efficace dans des conditions réalistes, où le système est sujet à des défauts et de nombreuses défaillances.

Au premier lieu, nous effectuons les simulations en doublant la valeur de la masse suspendue ($2 \cdot M_s$), dans l'objectif d'avoir une idée sur le comportement du système commandé face à une surcharge. La figure (fig. 5.7) nous permet de voir que les trajectoires de référence sont bien suivies, nous remarquons aussi une légère perturbation dans l'évolution de la réponse du processus sans pour autant avoir des pertes considérables dans le confort du système de suspension.

La figure (fig. 5.8) nous permet de voir les résultats de simulation dans le cas où la constante de raideur du ressort relatif à la roue avant diminue de quatre-vingt dix pour cent (90%), dans ce cas la poursuite de la trajectoire de référence est aussi assurée mais avec une légère variation liée à la tenue de route. Il est aussi à savoir que la loi de commande associée au sous-système perturbé a diminué dans son ampleur, par contre la réponse du deuxième sous-système n'est pas influencée par cette perturbation.

Quand le premier sous-système est soumis à une variation du coefficient d'amortissement, à savoir une diminution de quatre-vingt dix pour cent (90%), comme le montre la figure (fig. 5.9), les résultats montrent que la poursuite est parfaitement assurée par les deux sous-systèmes, par contre il y'a une légère dégradation concernant la tenue de route et qui reste acceptable malgré cette perturbation.

Dans le cas où le premier sous-système est soumis à une double perturbation (fig.5.10), à savoir une diminution du coefficient d'amortissement et de la constante de raideur de quatre-vingt dix pour cent (90%) simultanément, les résultats obtenus montrent une bonne poursuite de la référence par les deux sous-systèmes mais une mauvaise tenue de route du sous-système perturbé. Il est aussi remarquable que l'ampleur de la commande relative au sous-système perturbé a nettement diminué.

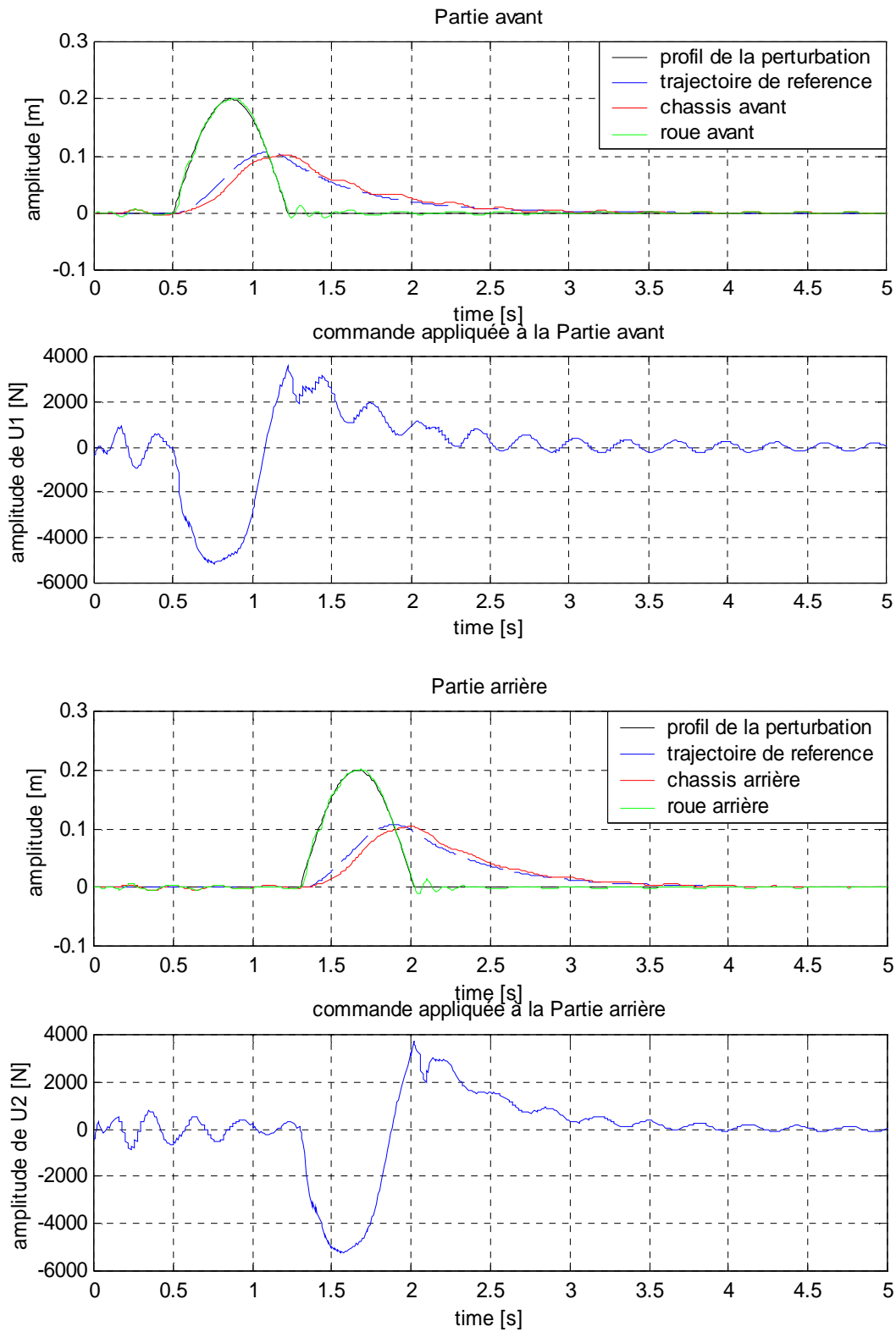


Fig. 5.7 : Résultats de simulation dans le cas d'une multiplication de la masse suspendue par deux

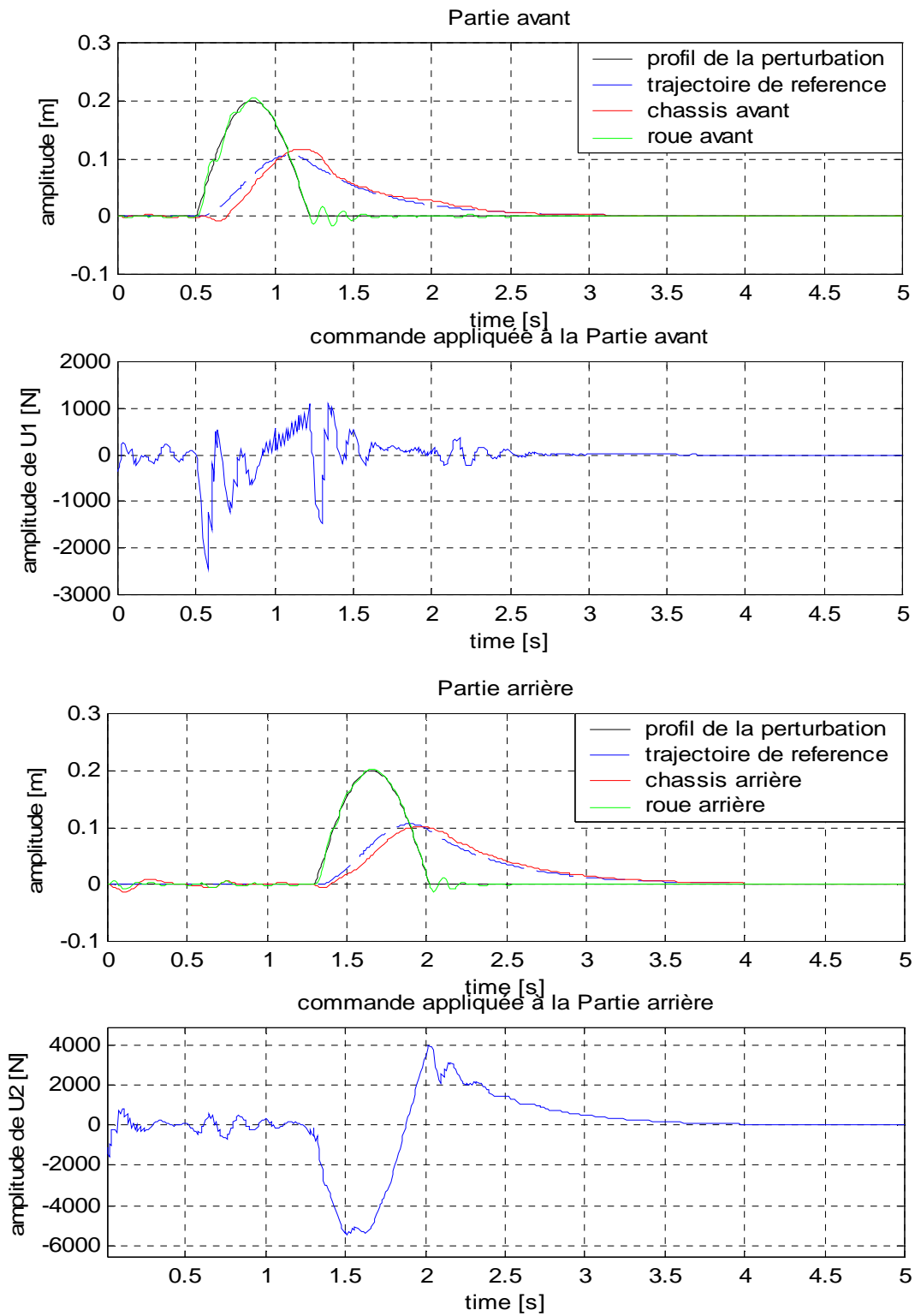


Fig. 5.8 : Résultats de simulation dans le cas d'une diminution de la constante de raideur de quatre-vingt dix pour cent (90%)

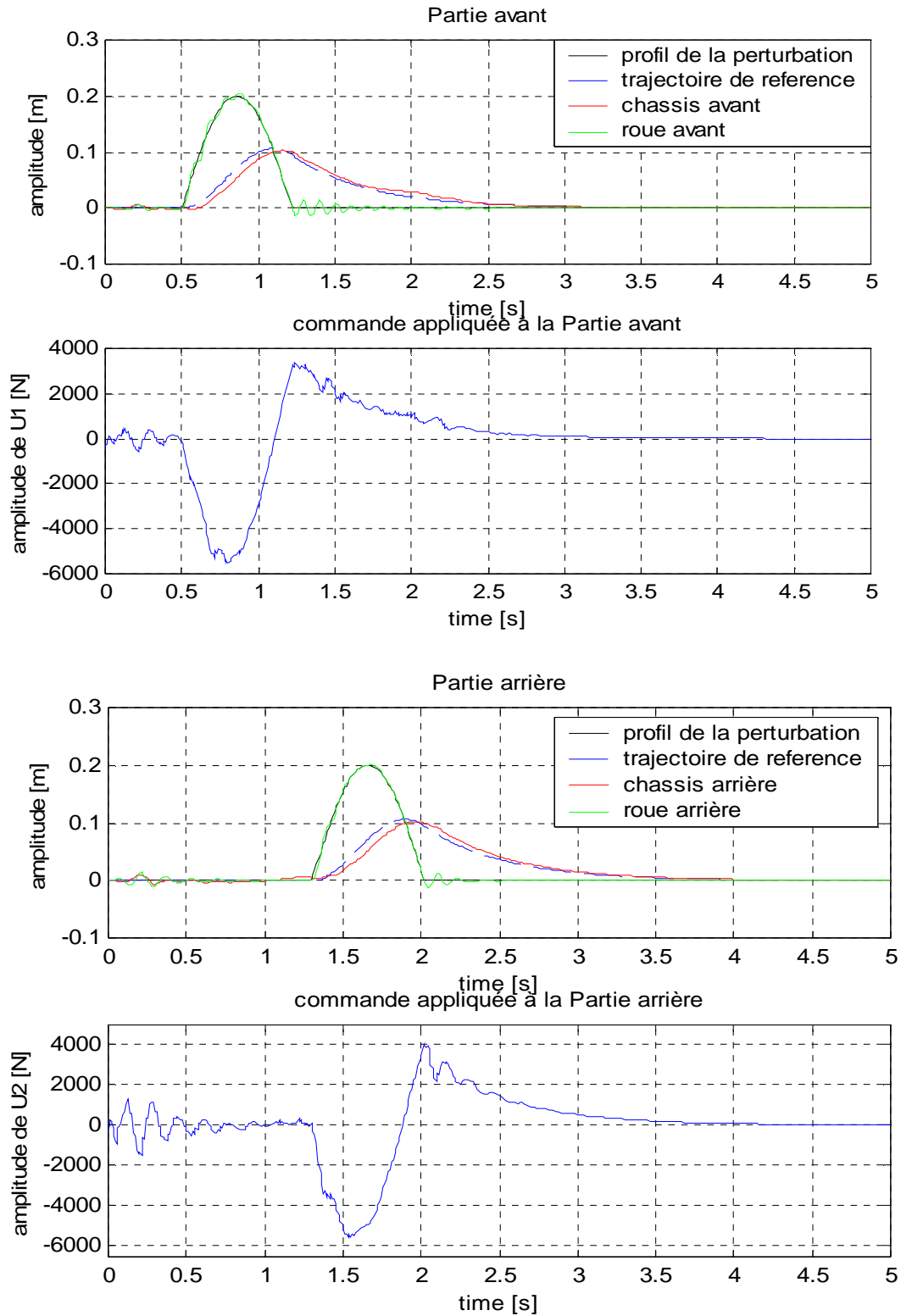


Fig. 5.9 : Résultats de simulation dans le cas d'une diminution du coefficient d'amortissement de quatre-vingt dix pour cent (90%)

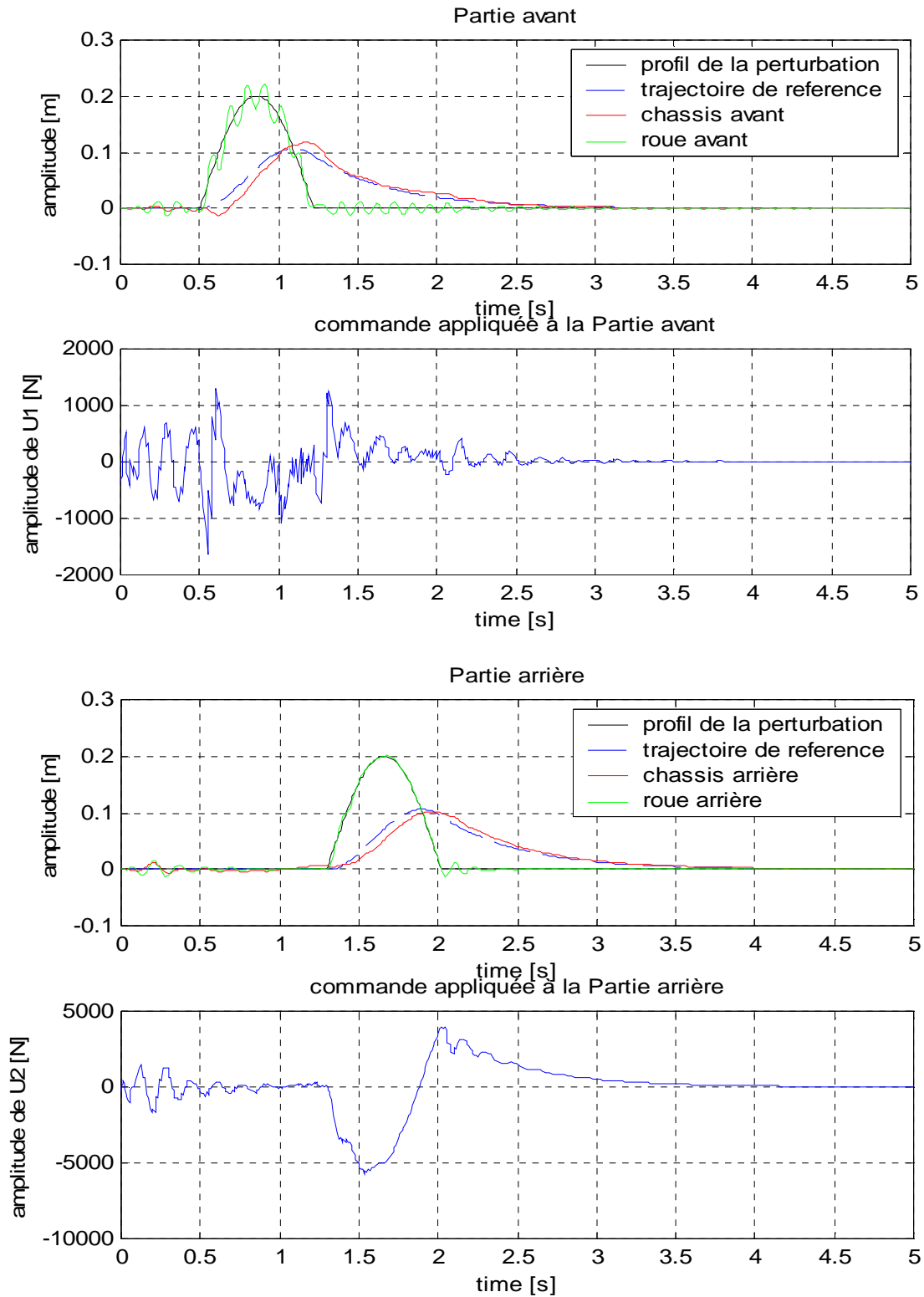


Fig. 5.10 : Résultats de simulation dans le cas d'une diminution du coefficient d'amortissement et de la constante de raideur de quatre-vingt dix pour cent simultanément (90%)

V.7. Conclusion

Le résultat d'application de la commande prédictive décentralisée, synthétisée au cours de ce chapitre, montre l'efficacité de cette dernière qui apporte une solution envisageable dans la commande des systèmes interconnectés. Pour le cas d'une suspension active d'un demi-véhicule automobile du type bicyclette, cette technique se montre très satisfaisante et répond parfaitement aux objectifs de poursuite

En dépit des insuffisances dans la mesure des signaux d'interconnexion dans les systèmes complexes, un observateur d'état décentralisé peut être intégré. C'est en effet une solution économique du fait qu'elle se passe des capteurs intégrés au dispositif de commande et intègre parfaitement le principe de l'automatisation des véhicules automobiles qui s'appuie sur des régulateurs numériques.

Il est remarquable que les efforts générés par les actionneurs de commande pour améliorer la réponse du système de suspension (c'est-à-dire garantir le confort de ce dernier) soient assez considérables, ceci est dû aux paramètres du système qui se caractérise par une dynamique oscillatoire. Nous remarquons, de ce fait, que les systèmes d'actionneurs hydrauliques sont très adaptés pour la génération de ce type d'efforts que nécessitent chacune des deux stations de commande.

A l'issue des simulations de ce chapitre, nous avons constaté que le facteur coût qui pénalise la commande dans l'expression du critère quadratique de la commande prédictive doit être extrêmement petit pour assurer l'objectif de poursuite, ce qui se traduit par l'impossibilité d'optimisation de la valeur de la commande à appliquer au système. Cette situation constitue, en conséquence, une contrainte de l'application de cette loi de commande prédictive décentralisée à la suspension automobile si l'on veut assurer une poursuite de référence à commande minimale.

Pour pouvoir minimiser les variations de cette commande sur ce type de systèmes et assurer en revanche les objectifs de poursuite, il serait peut être judicieux de mener des études focalisées sur le dimensionnement des paramètres de ce système de suspension active.

Les tests de perturbation montrent l'efficacité et la robustesse de la loi de commande prédictive décentralisée, élaborée dans notre travail, par rapport à des perturbations considérables. Les résultats obtenus montrent la robustesse de cette dernière qui est basée sur un calcul anticipatif de la loi de commande issu du modèle de prédiction. Dans le cas d'une défaillance totale du système de suspension classique, ce qui présente un cas de panne extrêmement rare en pratique, la correction apportée au système garantit la poursuite (c'est à dire le confort) mais n'assure pas une bonne tenue de route.

En vertu des nombreux tests de perturbation effectués, la loi de commande prédictive décentralisée prouve son efficacité par rapport aux variations paramétriques. En effet, elle constitue une approche très importante dans la commande des systèmes complexes du fait qu'elle apporte des solutions robustes au problème de poursuite dans le cas décentralisé où les interconnexions entre les sous-systèmes sont indisponibles.

Conclusion générale

L'automatique est une science qui connaît chaque jour des progrès nouveaux ; c'est une science capable d'apporter des solutions qui s'adaptent de mieux en mieux aux exigences quotidiennes dans le domaine de la commande. Chaque jour apparaissent alors dans ce domaine des théories nouvelles qui fusionnent les unes dans les autres et tendent vers cet objectif commun. Inspirés par ce principe, notre travail s'inscrit dans un axe de recherche qui se consacre à la synthèse et l'élaboration de lois de commande prédictives appliquées aux systèmes décentralisés. Nous avons essentiellement orienté notre travail vers la stratégie de commande prédictive généralisée afin d'en synthétiser une version décentralisée et d'élargir ses domaines d'application à la commande des systèmes complexes.

Le travail présenté dans ce mémoire a permis d'apporter une contribution à la commande prédictive généralisée appliquée aux systèmes perturbés. Il a également permis de fournir une solution fiable aux problèmes posés par les systèmes complexes interconnectés. La loi de commande synthétisée se compose alors de deux parties ; une partie se basant sur les informations disponibles au niveau du système en question, et une deuxième partie externe qui doit prendre en compte l'effet des signaux de perturbation agissant sur la dynamique du procédé.

Cette étude nous a conduits à approfondir nos connaissances dans le domaine de la commande prédictive, ainsi que dans le domaine de l'observation et la commande des systèmes de grande dimension. Elle nous a également permis de contribuer à apporter une solution au problème de la commande prédictive décentralisée. Les résultats de cette approche de commande décentralisée, synthétisée dans ce travail puis appliquée sur un système de suspension active d'un véhicule automobile, sont acceptables et apportent une solution satisfaisante au problème de poursuite de trajectoire de référence.

Pour éviter le problème d'insuffisance et de la non disponibilité des mesures des interconnexions entre les différents sous-systèmes du procédé à commander, il est souvent nécessaire de synthétiser un observateur d'état décentralisé capable de fournir les valeurs

estimées des signaux d'interconnexion à chaque station de commande. Néanmoins, cette structure d'observateur, utilisée dans l'implémentation de la loi de commande prédictive décentralisée, reste limitée. En effet, elle ne répond pas à toutes les exigences du problème d'observation décentralisée, car elle ne concerne qu'une certaine classe de systèmes interconnectés dont le modèle doit satisfaire certaines conditions d'observabilité locales imposées

L'application de la commande prédictive décentralisée, synthétisée au cours de ce travail, apporte une solution adéquate à la commande des systèmes interconnectés. Pour le cas d'une suspension active d'un demi-véhicule automobile, cette technique se montre très satisfaisante et répond parfaitement aux objectifs recherchés. C'est en effet une solution efficace qui intègre parfaitement le principe de l'automatisation des véhicules automobile qui s'appuie sur des régulateurs numériques.

Les efforts générés par les actionneurs de commande, pour garantir le confort dans le cas de notre application, sont assez élevés. De ce fait, les systèmes d'actionneurs hydrauliques sont très adaptés à la génération de ce type d'efforts que nécessite chacune des deux stations de commande. A l'issue des simulations, nous avons constaté que le facteur coût, qui pénalise la commande dans l'optimisation du critère quadratique, doit être extrêmement petit pour assurer l'objectif de poursuite, ce qui implique l'impossibilité de la minimisation de l'énergie de la commande à appliquer au système. Cette situation constitue, en conséquence, une contrainte de l'application de cette loi de commande prédictive décentralisée sur la suspension automobile basée sur principe de poursuite de référence à commande minimale.

Pour pouvoir minimiser les variations de cette commande sur ce type de systèmes et assurer en revanche les objectifs de poursuite, il serait peut être judicieux de mener des études focalisées sur le dimensionnement des paramètres du système de suspension active.

La commande prédictive est connue pour sa grande robustesse par rapport aux variations paramétriques. Ce comportement est dû à l'effet anticipatif sur lequel est basée l'élaboration de la loi de commande qui prédit le comportement futur du procédé à commander. Dans le cas de notre travail, la commande prédictive décentralisée élaborée ne perd pas de son aspect robuste du fait qu'elle est basée sur le même principe d'anticipation.

En plus de sa robustesse par rapport aux variations paramétriques, elle se montre aussi insensible aux défaillances locales liées à chaque sous-système puisque la variation des paramètres n'influence que localement et les autres stations de commande assurent parfaitement leur rôle dans notre cas d'étude.

Un des résultats importants de la loi de commande prédictive décentralisée est qu'elle est capable d'assurer la séparation des défaillances entre les différents sous-systèmes. Elle est par conséquent, une solution robuste qui s'adapte parfaitement aux problèmes de commande décentralisée des systèmes complexes, car elle engendre des actions basées sur l'anticipation pour compenser les défaillances qui surgissent sur le système.

L'application de la loi de commande élaborée à l'issue de ce travail sur d'autres systèmes physiques interconnectés reste appréciable et constitue un point essentiel pour pouvoir aboutir à des conclusions encore plus fondées et précises par rapport à l'étude que nous avons menée pour apporter des solutions au problème de commande prédictive décentralisée.

A.

Paramètres du système de suspension :

Soit le modèle utilisé pour la représentation décentralisée du système de suspension :

Sous-système avant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left[\frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{m_s \cdot r_{y_r}^2} \right] (-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) + U_f) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_{y_r}^2} \right] (-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) + U_r) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_{uf}} [K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) + B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) - K_{uf} \cdot (x_3 - Z_{rf}) - U_f] \end{cases}$$

Sous-système arrière :

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \left[\frac{1}{m_s} - \frac{a \cdot b}{m_s \cdot r_{y_r}^2} \right] (-K_{sf} \cdot (x_1 - x_3) - B_{sf} \cdot (x_2 - x_4) + U_f) \\ \quad + \left[\frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{m_s \cdot r_{y_r}^2} \right] (-K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) - B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) + U_r) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_{ur}} [K_{sr} \cdot (x_5 - x_7) + B_{sr} \cdot (x_6 - x_8) - K_{ur} \cdot (x_7 - Z_{rr}) - U_r] \end{cases}$$

Les valeurs des paramètres du système sont en effet données comme suit :

$m_{uf} = m_{ur} = 59 \text{ kg}$: Masse des roués avant et arrière.

$K_{sf} = K_{sr} = 3500 \text{ N/m}$: Constantes de raideur des deux ressorts avant et arrière.

$K_{uf} = K_{ur} = 190000 \text{ N/m}$: Constantes de raideur des deux ressorts pneus.

$B_{sf} = B_{sr} = 1000 \text{ N/m}$: Coefficients d'amortissement avant et arrière.

$m_s = 300 \text{ kg}$: Masse du châssis.

$a = 1.4 \text{ m}$; $b = 1.7 \text{ m}$: Distances entre les extrémités et le centre d'inertie de la voiture.

B.

Résolution des équations de Diophantine :

L'élaboration du prédicteur optimal en commande prédictive est explicitement pénalisé par une résolution récurrente de certaines équations dites de Diophantine, dans ce qui suit, une résolution de ces dites équations est proposée.

Soit le système physique représenté par le modèle suivant mis sous la forme KARIMA :

$$\Delta A(q).y(t) = B_d(q).\Delta u(t) + C(q).\xi(t)$$

Dans le but de simplifier l'établissement des formules de récurrence, le retard du système est inclus dans $B_d(q)$, on a donc $B_d(q) = q^{-d}.B(q)$. De plus $C(q)$ est considéré comme une constante, de sorte que : $e(q) = C_0.\xi(t)$

Nous posons :

$$\begin{aligned}\alpha(q) &= \Delta.A(q) \\ \text{deg}[\alpha(q)] &= n_a + 1\end{aligned}$$

Ainsi, le modèle du système devint :

$$\alpha(q).y(t) = B_d(q).\Delta u(t) + e(t)$$

Soient, à présent, les deux équations de Diophantine suivantes :

$$\begin{cases} \alpha(q).E_j(q) + q^{-j}.F_j(q) = 1 \\ G_j(q) + q^{-j}.\Gamma_j(q) = E_j(q).B(q) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} \text{deg}(E_j(q)) = j - 1 \\ \text{deg}(F_j(q)) = n_a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{deg}(G_j(q)) = j - 1 \\ \text{deg}(\Gamma_j(q)) = n_b - 1 \end{cases}$$

A l'aide des deux identités précédentes, le prédicteur de $y(t + j)$ à l'instant t s'exprime par la formule :

$$y(t + j) = F_j(q).y(t) + \Gamma_j(q).\Delta u(t - 1) + G_j(q).\Delta u(t + j - 1) + E_j(q).e(t + j)$$

Or, à l'instant t , $E_j(q).e(t + j)$ est dans le futur, par conséquent en supposant que le signal $e(t + j)$ est centré et de valeur moyenne nulle, la meilleure estimée de $y(t + j)$ est :

$$\hat{y}(t + j) = F_j(q).y(t) + \Gamma_j(q).\Delta u(t - 1) + G_j(q).\Delta u(t + j - 1)$$

1. Calcul du polynôme $\alpha(q)$:

Soit :

$$A(q) = a_0 + a_1 \cdot q^{-1} + a_2 \cdot q^{-2} + \dots + a_{n_a} \cdot q^{-n_a}$$

Ainsi, on écrit :

$$\begin{aligned} \alpha(q) &= (1 - q^{-1}) \cdot A(q) = (1 - q^{-1}) \cdot (a_0 + a_1 \cdot q^{-1} + a_2 \cdot q^{-2} + \dots + a_{n_a} \cdot q^{-n_a}) \\ \Rightarrow \alpha(q) &= (a_0 + a_1 \cdot q^{-1} + a_2 \cdot q^{-2} + \dots + a_{n_a} \cdot q^{-n_a}) \\ &\quad - (a_0 q^{-1} + a_1 \cdot q^{-2} + a_2 \cdot q^{-3} + \dots + a_{n_a} \cdot q^{-(n_a+1)}) \end{aligned}$$

D'où :

$$\alpha(q) = a_0 + (a_1 - a_0)q^{-1} + \dots + (a_{n_a} - a_{n_a-1})q^{-n_a} - a_{n_a} \cdot q^{-(n_a+1)}$$

Or :

$$\alpha(q) = \sum_{i=0}^{n_a+1} \alpha_i \cdot q^{-i}$$

Les coefficients α_i du polynôme $\alpha(q)$ sont alors donnés par :

$$\begin{cases} \alpha_0 = a_0 = 1 \\ \alpha_i = a_i - a_{i-1}; \quad 0 < i \leq n_a \\ \alpha_{n_a+1} = -a_{n_a} \end{cases}$$

2. Calcul récursif des polynômes $E_j(q)$ et $F_j(q)$:

- $j = 1$:

$$\alpha(q) \cdot E_1(q) + q^{-1} \cdot F_1(q) = 1$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \deg(E_1(q)) = 0 \\ \deg(F_1(q)) = n_a \end{cases}$$

La résolution de la précédente équation est donc comme suit :

$$\begin{cases} E_1(q) = 1 \\ F_1(q) = \sum_{i=0}^{n_a} f_i^1 \cdot q^{-i} \end{cases}$$

Or, si $E_1(q) = 1$, nous pouvons alors écrire :

$$\begin{aligned} \alpha(q) + q^{-1} \cdot F_1(q) &= 1 \\ \Rightarrow F_1(q) &= q^{+1} \cdot (1 - \alpha(q)) \end{aligned}$$

Et donc :

$$f_i^1 = -\alpha_{i+1}; \quad 0 \leq i \leq n_a$$

- *Hypothèse de récurrence :*

On suppose connus les polynômes $E_j(q)$ et $F_j(q)$ jusqu'au rang j .

- *Au rang $j+1$:*

Nous pouvons à ce stade écrire :

$$\alpha(q).E_j(q) + q^{-j}.F_j(q) = 1$$

$$\alpha(q).E_{j+1}(q) + q^{-(j+1)}.F_{j+1}(q) = 1$$

Soit alors :

$$\alpha(q).[E_{j+1}(q) - E_j(q)] + q^{-j}.[q^{-1}.F_{j+1}(q) - F_j(q)] = 0$$

Posons alors :

$$V_j(q) + v_j.q^{-j} = E_{j+1}(q) - E_j(q)$$

Ainsi, nous obtenons :

$$\alpha(q).V_j(q) + q^{-j}.[q^{-1}.F_{j+1}(q) - F_j(q) + v_j.\alpha(q)] = 0$$

Or, nous savons que $\alpha(q)$ et q^{-j} sont premiers entre eux, et du fait nous obtenons :

$$\begin{cases} V_j(q) = 0 \\ [q^{-1}.F_{j+1}(q) - F_j(q) + v_j.\alpha(q)] = 0 \end{cases}$$

On en déduit alors que :

$$\begin{cases} E_{j+1}(q) = E_j(q) + v_j.q^{-j} \\ E_{j+1}(q) = \sum_{i=0}^j e_i^{j+1}.q^{-i} \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} e_i^{j+1} = e_i^j; & 0 \leq i \leq j-1 \\ e_j^{j+1} = v_j = f_0^j \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} F_{j+1}(q) = q[F_j(q) - f_0^j \cdot \alpha(q)] \\ F_{j+1}(q) = \sum_{i=0}^{n_a} f_i^{j+1} \cdot q^{-i} \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} f_i^{j+1} = f_{i+1}^j - f_0^j \cdot \alpha_{i+1}; & 0 \leq i \leq n_a - 1 \\ f_{n_a}^{j+1} = -f_0^j \cdot \alpha_{n_a+1} \end{cases}$$

3. Calcul récursif des polynômes $G_j(q)$ et $\Gamma_j(q)$:

Nous avons :

$$G_j(q) + q^{-j} \cdot \Gamma_j(q) = E_j(q) \cdot B(q)$$

Avec :

$$\begin{cases} \deg(G_j(q)) = j - 1 \\ \deg(\Gamma_j(q)) = n_b - 1 \end{cases}$$

- $j = 1$:

$$G_1(q) + q^{-1} \cdot \Gamma_1(q) = E_1(q) \cdot B(q)$$

Or $E_1(q) = 1$, nous obtenons donc :

$$G_1(q) + q^{-1} \cdot \Gamma_1(q) = B(q)$$

A partir de l'équation précédente on en déduit que :

$$\begin{cases} G_1(q) = g_0^1 = b_0 \\ \Gamma_1(q) = \sum_{i=0}^{n_b-1} \gamma_i^1 \cdot q^{-i} \end{cases}$$

Avec $\gamma_i^1 = b_{i+1}$; $0 \leq i \leq n_b - 1$.

- *Hypothèse de récurrence :*

Supposons que les polynômes $G_j(q)$ et $\Gamma_j(q)$ sont connus jusqu'au rang j .

- Au rang $j+1$:

$$G_j(q) + q^{-j} \cdot \Gamma_j(q) = E_j(q) \cdot B(q)$$

$$G_{j+1}(q) + q^{-(j+1)} \cdot \Gamma_{j+1}(q) = E_{j+1}(q) \cdot B(q)$$

Nous déduisons que :

$$[G_{j+1}(q) - G_j(q)] + q^{-j} \cdot [q^{-1}\Gamma_{j+1}(q) - \Gamma_j(q)] = [E_{j+1}(q) - E_j(q)] \cdot B(q)$$

Or, il est démontré précédemment que :

$$E_{j+1}(q) - E_j(q) = f_0^j \cdot q^{-j}$$

$$\Rightarrow [G_{j+1}(q) - G_j(q)] + q^{-j} \cdot [q^{-1}\Gamma_{j+1}(q) - \Gamma_j(q)] = f_0^j \cdot q^{-j} \cdot B(q)$$

Et donc, nous aboutissons au résultat :

$$\begin{cases} g_i^{j+1} = g_i^j; & 0 \leq i \leq j-1 \\ g_j^{j+1} = f_0^j \cdot b_0 + \gamma_0^j \end{cases}$$

Et :

$$\begin{cases} \gamma_i^{j+1} - \gamma_{i+1}^j = f_0^j \cdot b_{i+1}; & 0 \leq i \leq n_b - 2 \\ \gamma_{n_b-1}^{j+1} = f_0^j \cdot b_{n_b} \end{cases}$$

4. Résumé :

En guise de résumé, il est impératif de retenir ce qui suit :

$\alpha(q) = \sum_{i=0}^{n_a+1} \alpha_i \cdot q^{-i}$	$\begin{cases} \alpha_0 = a_0 = 1 \\ \alpha_i = a_i - a_{i-1}; \quad 0 < i \leq n_a \\ \alpha_{n_a+1} = -a_{n_a} \end{cases}$
$E_j(q) = \sum_{i=0}^{j-1} e_i^j \cdot q^{-i}$	$\begin{cases} e_0^1 = 1 \\ e_i^j = e_i^{j-1}; \quad 0 \leq i \leq j-2 \\ e_{j-1}^j = f_0^{j-1} \end{cases}$
$F_j(q) = \sum_{i=0}^{n_a} f_i^j \cdot q^{-i}$	$\begin{cases} f_i^1 = -\alpha_{i+1}; \quad 0 \leq i \leq n_a \\ f_i^j = f_{i+1}^{j-1} - f_0^{j-1} \cdot \alpha_{i+1}; \quad 0 \leq i \leq n_a - 1 \\ f_{n_a}^j = -f_0^{j-1} \cdot \alpha_{n_a+1} \end{cases}$
$\Gamma_j(q) = \sum_{i=0}^{n_b-1} \gamma_i^j \cdot q^{-i}$	$\begin{cases} \gamma_i^1 = b_{i+1}; \quad 0 \leq i \leq n_b - 1 \\ \gamma_i^j = \gamma_{i+1}^{j-1} + f_0^{j-1} \cdot b_{i+1}; \quad 0 \leq i \leq n_b - 2 \\ \gamma_{n_b-1}^j = f_0^{j-1} \cdot b_{n_b} \end{cases}$
$g_j(q) = \sum_{i=0}^{j-1} g_i^j \cdot q^{-i}$	$\begin{cases} g_0^1 = b_0 \\ g_i^j = g_i^{j-1}; \quad 0 \leq i \leq j-2 \\ g_{j-1}^j = f_0^{j-1} \cdot b_0 + \gamma_0^{j-1} \end{cases}$

C.

Paramètres des polynômes caractéristiques du modèle décentralisé de la suspension active du type demi véhicule :

A partir du modèle d'état de la suspension active du type demi véhicule illustré au cours du chapitre IV et énoncé en l'annexe A, nous pouvons définir le modèle CARIMA de la suspension active du type demi véhicule bicyclette comme suit :

Partie avant :

$$A_1(q) \cdot \Delta y_1(t) = B_1(q) \cdot \Delta u_1(t-1) + P_{11}(q) \cdot \Delta X_{75}(t-1) \\ + P_{12}(q) \cdot \Delta X_{86}(t-1) + P_{13}(q) \cdot \Delta Z_{rf}(t-1) + C_1(q) \cdot \xi_1(t) \quad (V. 3a)$$

Partie arrière :

$$A_2(q) \cdot \Delta y_2(t) = B_2(q) \cdot \Delta u_2(t-1) + P_{21}(q) \cdot \Delta X_{31}(t-1) \\ + P_{22}(q) \cdot \Delta X_{42}(t-1) + P_{23}(q) \cdot \Delta Z_{rR}(t-1) + C_2(q) \cdot \xi_2(t) \quad (V. 3b)$$

Où les polynômes correspondants sont :

$$A_1(q) = 1 - 2.442 q^{-1} + 2.695 q^{-2} - 1.821 q^{-3} + 0.6378 q^{-4}$$

$$B_1(q) = 9.417 * 10^{-7} q^{-1} - 1.634 * 10^{-9} q^{-2} + 2.69410^{-7} q^{-3} + 7.98 * 10^{-7} q^{-4}$$

$$P_{11}(q) = 0.004432 q^{-1} + 0.001719 q^{-2} + 0.0007081 q^{-3} + 0.00304 q^{-4}$$

$$P_{12}(q) = 1.266 * 10^{-4} q^{-1} + 4.91 * 10^{-5} q^{-2} + 2.02310^{-5} q^{-3} + 8.68410^{-5} q^{-4}$$

$$P_{13}(q) = 0.02333 q^{-1} + 0.07873 q^{-2} - 0.01887 q^{-3} - 0.01293 q^{-4}$$

$$A_2(q) = 1 - 2.418 q^{-1} + 2.666 q^{-2} - 1.789 q^{-3} + 0.6246 q^{-4}$$

$$B_2(q) = 1.111 * 10^{-6} q^{-1} - 8.566 * 10^{-9} q^{-2} + 3.234 * 10^{-7} q^{-3} + 9.34910^{-7} q^{-4}$$

$$P_{21}(q) = 0.0044 q^{-1} + 0.001675 q^{-2} + 0.0007209 q^{-3} + 0.002996 q^{-4}$$

$$P_{22}(q) = 1.257 * 10^{-4} q^{-1} + 4.787 * 10^{-5} q^{-2} + 2.06 * 10^{-5} q^{-3} + 8.559 * 10^{-5} q^{-4}$$

$$P_{23}(q) = 0.02758 q^{-1} + 0.09251 q^{-2} - 0.02234 q^{-3} - 0.01513 q^{-4}$$

$$C_1(q) = C_2(q) = 1$$

$$\Delta(q) = 1 - q^{-1}$$

Références bibliographiques :

- [SAW98]: S. Sawadogo, R.M. Faye, P.O. Malaterre, F. Mora-Camino, '*Decentralized predictive controller for delivery canals*', IEEE, 1998.
- [BEN01] : R. Ben Abdennour, '*identification et commande des procédés*', Editions technip, 2001.
- [DUM02] : Dedier Dumur, '*Contribution à l'analyse et au développement d'algorithmes de commande prédictive*', Université Paris XI, 2002.
- [CLA88]: D. W. Clarke, '*Application of Generalized predictive control to industrial processes*', IEEE, Avril 1988.
- [MAT00]: D. Matko, K. Kavsek-Biasizzo, I. Skrtjanc, G. Music, '*generalized predictive control of a thermal plant using fuzzy model*', proceedings of the American control conference, Juin 2000.
- [MIL99]: R.M. Miller, S.L. Shah, R.K. Wood, E.K. Kqok, '*predictive PID*', Elsevier Sciences, Isa Transactions 38, pp 11-23, 1999.
- [DUM96]: Dedier Dumur, P. Boucher, '*La commande prédictive*', Edition Technip, 1996
- [IOA03]: P. Ioannou and all. '*Decentralized and reconfiguration control of large scale systems with application to a segmented telescope test bed*', university of Southern California, Mars 2003.
- [NOR00]: J.E. Normey-Rico, E.F. Camacho, '*Multivariable generalized predictive control based on the smith predictor*', IEE Proceeding online, IEE 2000.
- [KOU93]: B. Kouvaritakis, J.A. Rossiter, '*Multivariable stable generalized predictive control*', IEE Proceedings, IEE1993.
- [EKL01]: P.Eklund, M. Tufvesson, '*Predictive control of irrigation canals*', Lund institute of technology, Sweden, Master thesis, Fevrier 2001.
- [JIA01]: Jailaing Lu, G. chen, H. Ying, '*predictive fuzzy PID control: theory, design and simulation*', Elsevier Sciences Inc, Information Sciences 137, pp 157-187, 2001.
- [PIN05] : S. Pinon, E.F. Camacho, B Kuchen, M. Pena, '*Constrained predictive control of a greenhouse*', Elsevier BV, Computers and electronic in agriculture, 49,pp 317-329, Août 2005.
- [ALA96]: W.I. Alama, R. Scattolini, '*constrained receding horizon predictive control of a binary distillation column*', International conference of control '96, septembre 1996.

- [WAN04]: Y.J.Wang, J.B. Rawlings, '*A new robust model predictive control method I: Theory and computation*', Elsevier, Journal of process control (14), PP 231-347, 2004.
- [PEN07]: Hui Peng end all. '*Nonlinear system modeling and robust predictive control based on RBF-ARX model*', Elsevier, Engineering
- [HUI05]: S. Hui, S. H. Zak, '*observer design for systems with unknown inputs*', int. J. Appl. Math. Comput. Sci, Vol. 15, No. 4, pp 431-446, 2005.
- [PAT01]: T.Patri, W. Wolfermann, D. Schroder, '*the usage of decentralized observer in continous moving webs*', IEEE 2001.
- [SCH91]: D.A. Schoenwald, U. Ozguner, '*some issues in decentralized nonlinear control systems*', Proceedings on th 30th IEEE Conference on decision and control, IEEE 1991.
- [KYR02]: E.J. Kyriannakis K.G. Arvanitis, N. Sigrimis, '*online improvement on the decentralized predictive control of the heat dynamics on a greenhouse*', 15th Triennial world congress, Barcelona, spain, IFAC 2002.
- [RAN89]: Ranjit A. Date, Joe H. Chow, '*A reliable coordinated decentralized control system design*', Proceedings of the 20th conference of decision and control, IEEE Decembre 1989.
- [CHU95]: W.H. Chung, J.L. Speyer, '*A general framework for decentralized estimation*', Proceedings of the American control conference, 1995.
- [TRI01]: S. Tripakis,' *Undecidable problems of decentralized observation and control*', Proceedings of the40th IEEE conference of decision and control, IEEE2001.
- [SUN84]: M.K. Sundareshan, P.C.K. Huang,' *on the design of a decentralized observation schemes for large scale systems*', IEEE Transactions in Automatics and Control, IEEE 1984.
- [SCH94]: J.D. Schierman, A.A. Rodriguez, D.K. Schmidt, '*Feasibility of decentralize control architectures for highly couples flight/propulsion systems*', Proceedings on the 33rd conference on decision and control. IEEE 1994
- [WAN95]: Y. Wang, L.Xie, C.E. de Souza, '*robust decentralized control of interconnected uncertain linear systems*', Proceedings on the 34rd conference on decision and control. IEEE 1995
- [PAG03]: P. R. Pagilla, H. Zhong, '*semi globally stable decentralized control of a class on large scale interconnected systems*', proceedings of the American control conference, IEEE 2003.

- [PAG04] P. R. Pagille, Y. Zhu, '*a decentralized output feedback controller for a class of large-scale interconnected nonlinear systems*' Proceedings of the 2004 American control conference. IEEE 2004
- [SAM01]: D. Sammier, '*Sur la modélisation et la commande de suspension de véhicules automobiles*', Thèse de doctorat, INP de Grenoble, 2001.
- [KAR06] : M. Kara-Zaitri, N. Messaoudi, '*commande neuro-floue d'une suspension active de véhicule*', Ecole Nationale Polytechnique, Alger, Juin 2006 ?
- [RAJ94]: R. Rajamani, J.K. Hedrick, '*performance of active automotive suspension with hydraulic actuators: theory and experiment*', proceeding on the American control conference, IEEE 1994
- [MAH97]: R.K.Mahra, J. N. Amin, K.J. Hedrick, C. Osrio, S. Gopaldasamy, '*Active suspension using preview information and model predictive control*', Proceeding of the 1997 IEEE International Conference on control applications, IEEE 1997
- [HAC94]: A. Hac, '*Decentralized control of active vehicle suspensions with preview*', Proceedings of the American control conference, IEEE 1994
- [GOM98]: M. Gomes, J. Rodellard, F. Veà, J. Mantcon, J. Cardona, '*decentralized predictive control of multi-reach canals*', IEEE 1998.
- [APO03]: G.K. Apostolikas, T. Pimenides, S.G. Tzafestas, '*Model-based predictive control of large-scale systems based on fuzzy, neural, and neuro-fuzzy estimators*', Studies in informatics and control, Vol. 12 No 1, mars 2003.

