

وزارة التربية الوطنية
MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Etude de la robustesse de
la commande adaptative*

Proposé par :

Mr. R. ILLLOUL

Etudié par :

MOULAI BOUFOUCHENT
CHIHAT MOHAMED

Dirigé par

Mr. R. ILLLOUL

PROMOTION

juin 94

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Etude de la robustesse de
la commande adaptative*

Proposé par :

Mr. R. ILLOUL

Etudié par :

MOULAT BOUTOUCHENT
CHIHAT MOHAMED

Dirigé par

Mr. R. ILLOUL

PROMOTION

juin 94

E.N.P. 10, Avenue Hacem Badi El-Harrach - ALGER

DEDICACES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail à :

- *toute ma famille ;*
- *Nor, Nassim, Abdelghani et Rachid ;*
- *tous mes amis ;*
- *tous ceux que j'aime.*

B. MOULAI

DEDICACES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail à :

- Toute ma famille,
- Tous mes amis.

M. Chihab

REMERCIEMENTS

Tous nos remerciements les plus distingués sont adressés à notre promoteur, Mst R. ILLOUL, pour l'aide qu'il a nous apporté tout au long de notre travail et pour ses orientations et critiques constructives.

Nous tenons à remercier également Messieurs les membres de jury, pour l'honneur qui nous font en évaluant notre travail.

Nous n'oublirons pas d'exprimer notre reconnaissance à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin par leurs conseils, leurs soutient matériel et moral, en particulier à Mst R. Kessasra.

Que tous les enseignants qui ont contribué à notre formation reçoivent l'expression de notre profonde gratitude.

Sommaire

CHAPITRE I INTRODUCTION

I.1. Introduction 1

I.2. Nécessite de l'adaptation 2

I.3. Les différentes approches de la commande adaptative. 4

 I.3.1. *Commande adaptative à gain préprogrammé* 4

 I.3.2. *Commande adaptative a modèle de référence* 5

 I.3.3. *Commande adaptative autoajustable* 6

I.4. Présentation du mémoire 6

CHAPITRE II COMMANDE ADAPTATIVE DISCRETE

II.1. Introduction 8

II.2. Estimation paramétrique 9

 II.2.1. *Algorithme du gradient* 10

 II.2.2. *Algorithme des moindres carrés récurrents* 10

II.3. Synthèse de la loi de commande 13

 II.3.1. Introduction 13

 II.3.2. *Commande adaptative a erreur de prédiction minimale* 13

 II.3.2.a. *Commande adaptative avec l'algorithme du gradient* 16

 II.3.2.b. *Commande adaptative avec l'algorithme des M.C.R* 18

 II.3.3. Simulation 19

 II.3.4. Conclusion 20

II.4. Robustesse 29

 II.4.1. Introduction 29

 II.4.2. *Dynamiques non modélisées* 29

 *- *Normalisation et zone morte*

 II.4.3. *Perturbations déterministes* 32

 *- *Filtrage et zone morte*

 II.4.4. Simulation 34

 II.4.5. Conclusion 36

CHAPITRE III COMMANDE ADAPTATIVE CONTINUE

III.1. Introduction	45
III.2. Estimation paramétrique	45
III.2.1. <i>Technique du gradient (MIT RULE)</i>	45
III.2.2. <i>Technique des moindres carrés récursifs</i>	48
III.3. Synthèse de la loi de commande	52
III.3.1. Commande adaptative par placement de pôles avec élimination de tous les zéros	52
III.3.1.a. <i>Commande adaptative avec l'algorithme du gradient</i>	56
III.3.1.b. <i>Commande adaptative avec l'algorithme des M.C.R</i>	57
III.3.2. Simulation	59
III.3.3. Conclusion	62
III.4. Robustesse	71
III.4.1. Introduction	71
III.4.2. Dynamiques non modélisées	71
*- <i>Normalisation et zone morte</i>	
**- <i>Filtrage et normalisation</i>	
III.4.3. Perturbations déterministes	77
*- <i>Zone morte</i>	
III.4.4. Simulation	79
III.4.5. Conclusion	81
 CONCLUSION GENERALE	 93
 ANNEXES	
Annexe A	
Annexe B	
Annexe C	
 REFERENCES	

Chapitre I

Introduction

INTRODUCTION**I.1 INTRODUCTION :**

la théorie et la méthodologie de la commande adaptative se sont beaucoup enrichies aux cours de ces vingt dernières années. Cependant, l'apparition des calculateurs performants, utilisés dans le cadre d'une production plus automatisée, a permis d'appliquer la commande adaptative dans divers domaines industriels [13].

L'utilité de la commande adaptative réside dans le fait qu'elle résout le problème de contrôle des procédés, dont le comportement dynamique est partiellement ou totalement inconnu et éventuellement variable dans le temps. En effet, dans ces situations, les méthodes classiques de commande n'aboutissent pas aux performances désirées en boucle fermée, et conduisent à une dégradation de la robustesse du régulateur. Dans la littérature, il existe plusieurs définitions de l'adaptation. Le sens retenu dans ce mémoire est celui donné par [1]:

Un régulateur est dit adaptatif s'il peut changer ces paramètres d'une façon automatique en fonction des variations des dynamiques du procédé et/ou des perturbations, en conservant les performances désirées.

Tous les efforts des chercheurs ont été focalisés sur les systèmes discrets, alors que, peu d'études ont été faites sur les systèmes continus, cela est dû certainement à la complexité de l'étude de ces derniers.

Par rapport aux modèles idéaux adoptés dans la théorie pour la description des procédés, leur véritable comportement fait apparaître des différences non négligeables,

ce qui rend nécessaire la caractérisation de toutes ces incertitudes :

- Perturbations extérieures;
- Non linéarités;
- Dynamiques non modélisées;
- Paramètres variables dans le temps.

Dans le cadre de notre travail, nous allons développer deux stratégies de la commande adaptative directe des systèmes monovariables. Nous allons étudié en premier lieu les systèmes discrets, en second lieu, la commande des systèmes continus.

Dans les deux cas des figures représentées, nous montrons l'influence des dynamiques non modélisées et des perturbations déterministes sur l'algorithme de commande, et par suite nous introduisons en présence de ces incertitudes, des mécanismes assurant la robustesse du régulateur.

I.2 NECESSITE DE L'ADAPTATION :

Dans la nature, il n'existe pas de système rigoureusement linéaire au sens mathématique du terme, mais, la plupart des processus, autour d'un point de fonctionnement, ont un comportement proche de celui d'un système linéaire. On peut donc généralement considérer un système non linéaire comme étant linéaire à paramètres variables. Ces derniers peuvent varier pour d'autres raisons liées ou bien aux systèmes (vieillessement, usure des divers organes constitutifs, ..., etc), ou à la non prise en compte de variables exogènes aux systèmes (bruit de mesure, ..., etc).

Pour ces diverses raisons, les paramètres d'un procédé ne peuvent être considérés comme constants. Aussi, une commande classique, dont le régulateur est calculé une fois pour toutes, verrait les performances du système bouclé se dégrader au fûr et à mesure que l'écart entre les paramètres du processus et ceux pour lesquels le régulateur a été calculé, augmente.

Si on veut remédier à cet inconvénient, il faut réajuster les coefficients du régulateur en fonction des nouvelles valeurs des paramètres. Ainsi apparaît la nécessité de la commande adaptative. La structure de base d'un schéma adaptatif est montrée par la figure(I.1).

Cette structure est composée de deux boucles:

- Une boucle à contre réaction, qui diminue l'effet des perturbations agissant sur les variables à réguler.
- Une boucle d'adaptation qui permet de réajuster les paramètres du régulateur en fonction d'un certain indice de performance [10] et permettant ainsi, de diminuer l'effet des variations paramétriques du procédé.

Ainsi, on remarque la complémentarité entre les deux boucles et qui aboutit à un régulateur qui permet de répondre à toutes types de perturbations pouvant affecter un procédé.

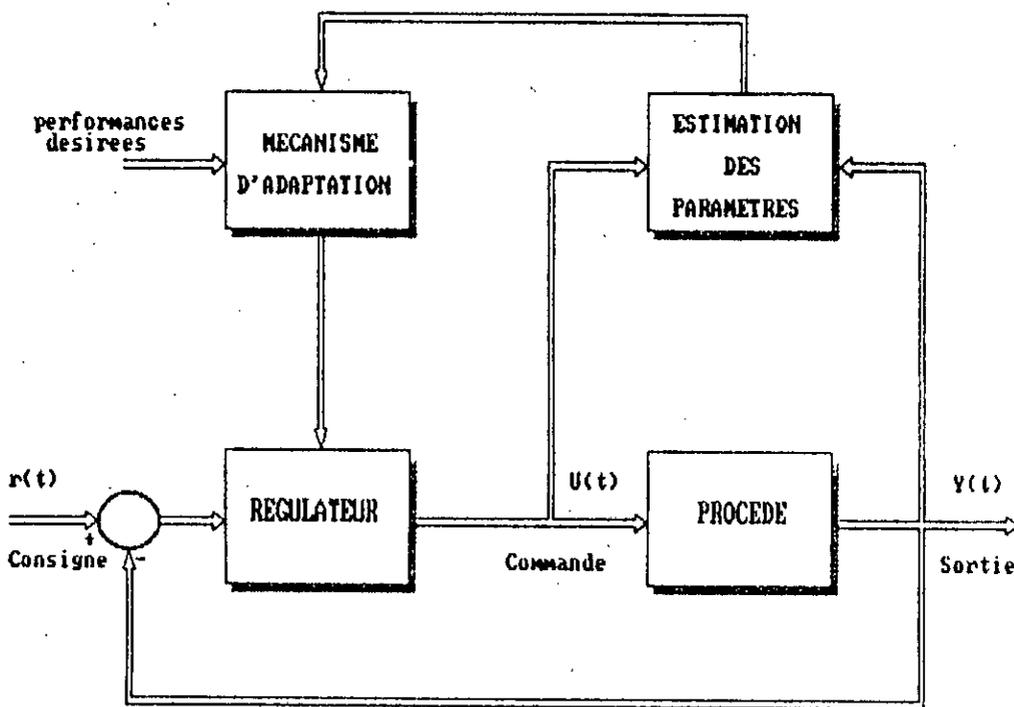


Fig. I.1 Structure de base d'un schéma adaptatif

I.3 LES DIFFERENTES APPROCHES DE LA COMMANDE ADAPTATIVE :

Dans la littérature, la commande adaptative est citée sous diverses formes :

I.3.1 Commande adaptative à gains préprogrammés :

C'est un schéma en boucle ouverte, les paramètres du régulateur sont calculés à partir d'un programme bien précisé à l'avance, basé sur les relations existant entre des variables auxiliaires du procédé et ses variations paramétriques. Dans ce cas il n'y a pas de mesures sur les performances de la boucle fermée [10,12].

La structure d'un tel système est montrée par la figure (I.2). Ce schéma permet un ajustement rapide des paramètres du régulateur, mais les performances du procédé se dégradent en cas où les corrélations citées ci dessus changent au cours du temps.

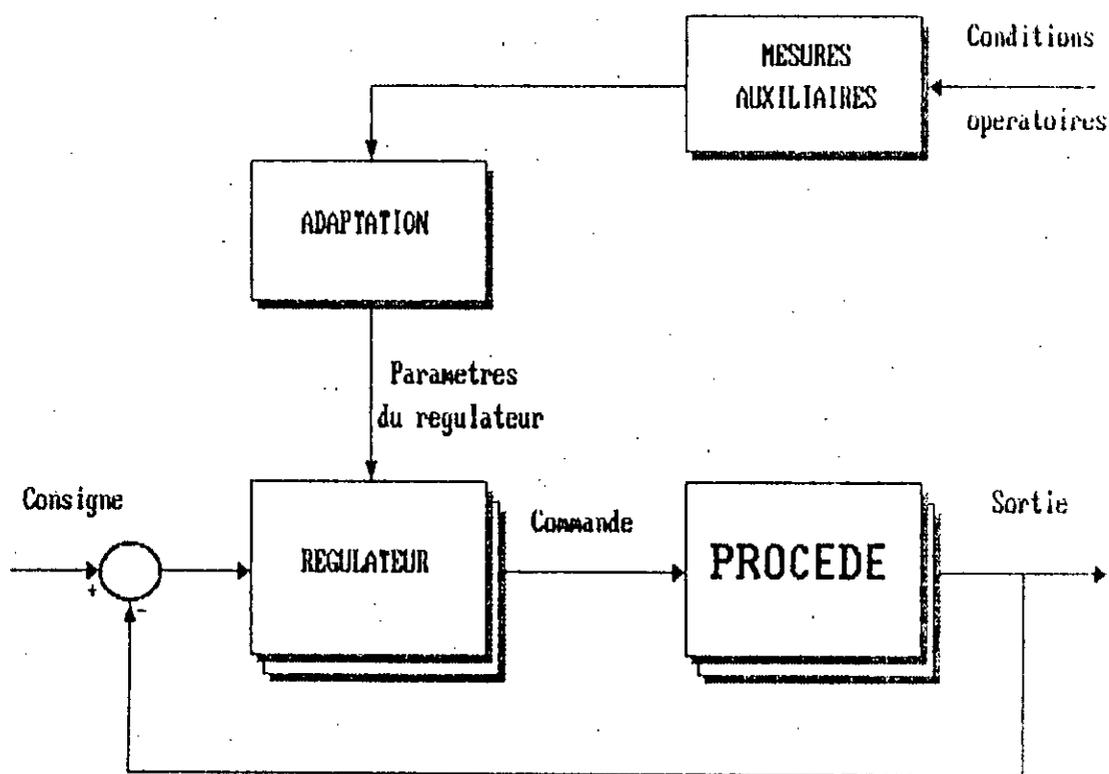


Fig. I.2 Schéma de commande adaptative à gains préprogrammés

Un autre inconvénient du gain préprogrammé, réside dans le calcul des variables auxiliaires, car cette opération nécessite des capteurs additionnels, ce qui rend cette approche très coûteuse.

I.3.2 Commande adaptative avec modèle de référence:

Cette approche se propose pour résoudre le problème où les performances désirées sont données en termes d'un modèle de référence. L'ajustement des paramètres du régulateur se fait de telle manière qu'on minimise l'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle de référence.

La structure du système est schématisée par la figure (I.3). Un tel schéma est appelé directe, car les paramètres du régulateur sont directement ajustés en fonction des mesures d'erreurs de performances. L'identification du procédé se fait implicitement car ce dernier est réparamétrisé en terme du régulateur.

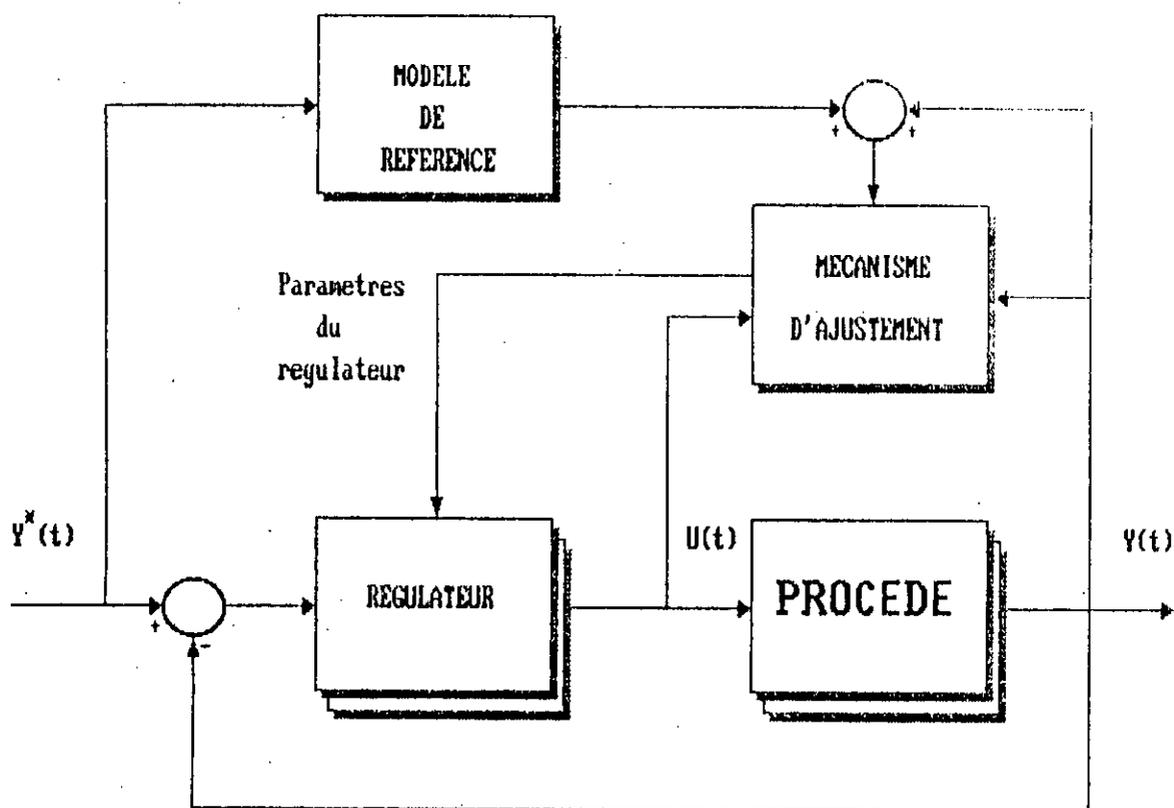


Fig. I.3 Schéma de commande adaptative à modèle de référence

I.3.3 Commande auto ajustable :

Cette approche est illustrée par la figure (I.4).

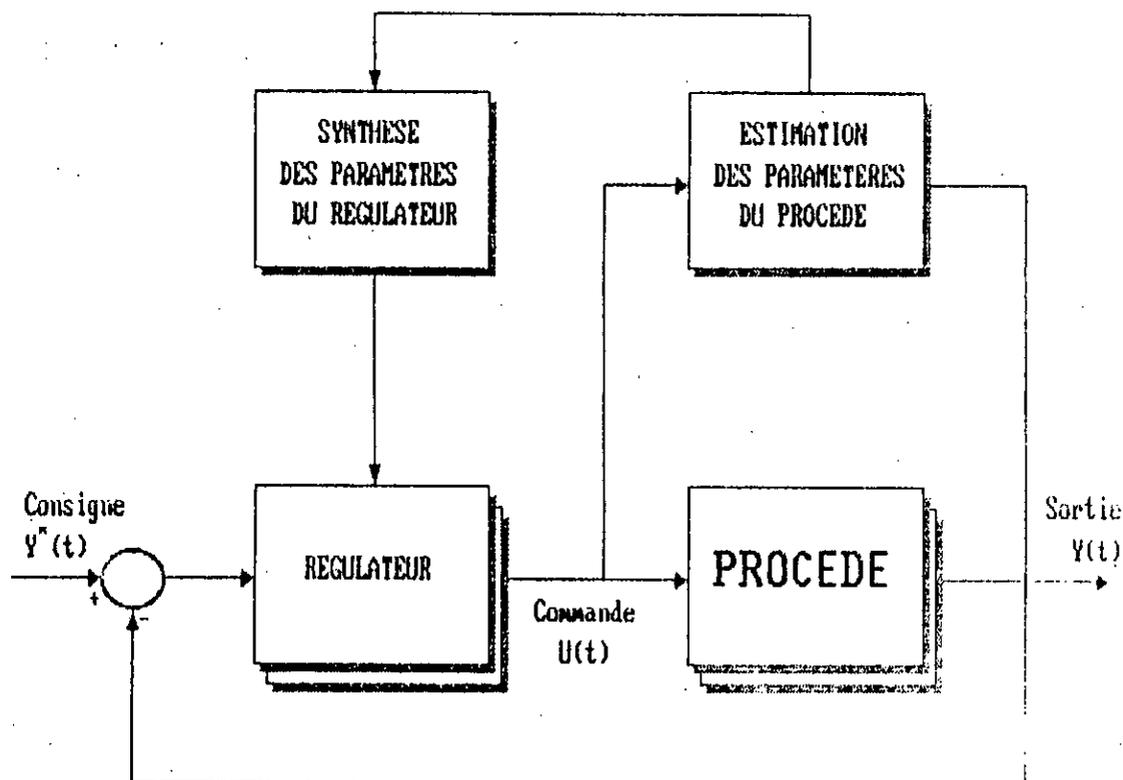


Fig. I.4 Schéma de commande adaptative auto ajustable

Ce schéma est indirecte parce que le calcul des paramètres du régulateur se fait en deux étapes :

- i) Estimation des paramètres du procédé.
- ii) Calcul des paramètres du régulateur en résolvant un problème de conception [10,7].

Le point commun de ses méthodes est un système à commander avec un régulateur ajustable. La différence entre eux réside dans la façon d'ajustement des paramètres du régulateur.

I.4 PRESENTATION DU TRAVAIL:

L'objectif de ce travail est de développer une technique moderne de commande des systèmes linéaires monovariabiles discrets et continus, à savoir la commande adaptative. Cette méthode vient pour compenser l'incapacité des méthodes classiques à répondre aux perturbations paramétriques.

Dans le chapitre I, nous avons présenté les importants schémas de la commande adaptative.

Le chapitre II sera consacré à l'étude de la commande adaptative des systèmes discrets. Deux principaux algorithmes seront présentés pour l'estimation paramétrique:

- méthode du gradient;
- méthode des M.C.R.

Ensuite, on combinera ces deux derniers avec une stratégie de commande; à savoir la commande à erreur de prédiction minimale.

Finalement, on verra, l'influence des dynamiques non modélisées et des perturbations déterministes sur la robustesse de la commande adaptative, et l'introduction des mécanismes assurant cette dernière.

Dans le chapitre III, on étudiera la commande adaptative des systèmes continus. Toute la démarche du chapitre II sera refaite, la seule différence se situe dans la stratégie de commande. En effet, on utilisera la commande adaptative par placement de pôles avec élimination de tous les zéros.

Chapitre II

Commande adaptative discrète

COMMANDE ADAPTATIVE DISCRETE

II.1 INTRODUCTION :

L'identification implicite ou explicite, est l'opération de la détermination des caractéristiques dynamiques d'un procédé dont la connaissance est nécessaire pour la conception, et la mise en oeuvre d'un système performant de commande.

Pour le choix du modèle mathématique du procédé, il existe une multitude de types de modèles:

- Les modèles de connaissance : basés sur la physico-chimie et sont extrêmement complexes et rarement utilisables en Automatique.
- Les modèles dynamiques: donnent la relation entre les variations des entrées et celles des sorties du procédé.

Notons que les modèles dynamiques sont de deux types:

- Modèles non paramétriques: réponse fréquentielle, réponse indicielle, ..., etc.
- Modèles paramétriques: fonction de transfert, équation au différence, ..., etc.

Nous nous intéressons par la suite aux modèles dynamiques paramétriques qui sont les plus appropriés pour la simulation des procédés.

Dans notre travail, on a adopté le modèle autorégressif suivant:

$$A(q^{-1})y(t) - q^{-d}B(q^{-1})u(t) + \omega(t) \quad (II.1.1)$$

où

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$$

$w(t)$: les perturbations déterministes.

q : l'opérateur retard défini comme.

$$q^{-1}y(t+1) = y(t)$$

d : le retard du système

II.2 ALGORITHMES D'ADAPTATION PARAMETRIQUE :

Les méthodes d'identification d'un procédé se basent sur l'algorithme d'adaptation paramétriques qui pilote ses paramètres à partir des informations recueillies de ses entrées-sorties à chaque pas de calcul.

Tous les algorithmes d'adaptation paramétrique ont la forme suivante [12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nouvelle estimation} \\ \text{des paramètres} \\ \text{(vecteur)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Estimation précédente} \\ \text{des paramètres} \\ \text{(vecteur)} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Gain d'adaptation} \\ \text{(matrice)} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{Fonction} \\ \text{des mesures} \\ \text{(vecteur)} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{Fonction de l'erreur} \\ \text{de prédiction} \\ \text{(scalaire)} \end{array} \right\}$$

(II.2.1)

Dans notre travail, on utilisera deux algorithmes d'adaptation paramétrique. Le premier est l'algorithme de gradient, le second est celui des moindres carrés recursifs.

II.2.1 *Algorithme du gradient modifié :*

soit le système décrit par:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) \quad (\text{II.2.2})$$

$A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$: deux polynômes en q^{-1} de degrés n et m respectivement.

Nous introduisons le vecteur des paramètres:

$$\theta = [b_1, \dots, b_n, -a_1, \dots, -a_n]^T$$

et le vecteur de mesures:

$$\phi(t-1) = [u(t-1), \dots, u(t-m+d), y(t), \dots, y(t-n)]^T$$

le critère à minimiser est:

$$J_1(t) = (y(t) - \phi^T(t-1)\theta(t-1))^2 \quad (\text{II.2.3})$$

L'algorithme du gradient suivant est donné par [8]:

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \rho_1(t) \frac{\phi(t-1)(y(t) - \phi^T(t-1)\theta(t-1))}{\rho_2 + \phi^T(t-1)\phi(t-1)}$$

(II.2.4)

où

$$\rho_2 > 0 \quad \text{et} \quad 0 < \rho_1(t) < 2$$

La convergence de cet algorithme a été démontrée dans [8].

II.2.2 *Algorithme des moindres carrés récursifs :*

Considérons le modèle donné par l'équation (II.2.2):

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t)$$

Le critère à minimiser est :

$$J_2(t) = \sum_{t-N}^t (y(t) - \phi^T(t-1)\theta(t-1))^2 \quad (\text{II.2.5})$$

N : L'horizon de l'observation.

L'algorithme des moindres carrés récursifs ainsi que la démonstration de sa convergence sont donnés dans [7].

D'après cet algorithme les estimés obéissent aux équations suivantes :

$$\theta(t) = \theta(t-1) + G(t) (y(t) - \phi^T(t-1)\theta(t-1))$$

$$G(t) = \frac{F(t-1)\phi(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)}$$

$$F(t) = F(t-1) - \frac{F(t-1)\phi(t-1)\phi^T(t-1)F(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)}$$

(II.2.6)

où

F(t): est la matrice de covariance.

G(t): est le gain d'adaptation.

Le gain d'adaptation diminue rapidement, ce qui est mauvais pour un modèle à paramètres variables dans le temps.

L'algorithme donne moins en moins de poids aux nouvelles erreurs. Dans ce cas, on introduit un facteur d'oubli qui donne plus d'importance aux données nouvelles qu'aux précédentes.

Le gain $\mathbf{G}(t)$ et la matrice $\mathbf{F}(t)$ deviennent:

$$G(t) = \frac{F(t-1)\phi(t-1)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)}$$

$$F(t) = \frac{(F(t-1) - G(t)\phi^T(t-1)F(t-1))}{\lambda_1(t)}$$

(II.2.7)

$\lambda_2(t)$ est fixé à 1;

$\lambda_1(t)$ est compris entre 0.95 et 0.99.

$\mathbf{F}(0)$ est souvent prise comme:

$$\mathbf{F}(0) = a1p \cdot \mathbf{I}$$

\mathbf{I} : Matrice identité.

En l'absence d'informations initiales sur les paramètres à estimer, on choisit $a1p$ supérieur à 1000.

Par contre, si on dispose d'une estimation initiale des paramètres (résultante d'une identification antérieure), on choisit $a1p$ inférieur à 1.

II.3 SYNTHÈSE DE LA LOI DE COMMANDE

II.3.1 Introduction :

Les travaux sur la commande adaptative directe ont porté (et portent encore) essentiellement sur les procédés à déphasage minimale (poursuite avec modèle de référence en déterministe, commande à variance minimale en stochastique).

Le problème en commande adaptative directe est d'assurer dans un certain sens la convergence des paramètres du régulateur dans un voisinage de ses vraies valeurs.

Dans ce chapitre, on se propose pour résoudre ce problème en associant la technique de la commande à erreur de prédiction minimale avec les algorithmes présentés dans le chapitre précédent (éventuellement modifiés).

II.3.2 Commande adaptative à erreur de prédiction minimale :

Étant donné le modèle du système, il faut trouver la commande qui amènera la sortie future du système à la valeur désirée.

Considérons le modèle suivant :

$$A_1(q^{-1})y(t) = q^{-d}B_1(q^{-1})u(t) \quad (\text{II.3.1})$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_1(q^{-1}) &= 1 + a_1^1 q^{-1} + \dots + a_{n_a}^1 q^{-n_a} \\ B_1(q^{-1}) &= b_0^1 + b_1^1 q^{-1} + \dots + b_{n_b}^1 q^{-n_b} \end{aligned}$$

Avec b_0^1 différent de zéro

Dans cette approche, certaines conditions sont imposées sur le procédé [10] :

- i) Connaissance des bornes supérieures de n_a et n_b .
- ii) Connaissance du retard d .
- iii) Le procédé doit être à phase minimale [10].

Soit $n \geq n_a$ et $m \geq n_b$, le système décrit par (II.3.1) est remplacé par :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) \quad (\text{II.3.2})$$

Où $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont deux polynomes en q^{-1} d'ordre n et m respectivement.

Puisque la loi de commande dépend des paramètres à d pas de prédiction, nous convertissons le modèle à la forme prédictive où le pas de prédiction est choisi égale au retard d .

En utilisant l'identité :

$$F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) = 1. \quad (\text{II.3.3})$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{d-1}q^{-d+1}$$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{n-1}q^{-n+1}$$

Nous obtenons :

$$y(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t) + \beta(q^{-1})u(t) \quad (\text{II.3.4})$$

où :

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1q^{-1} + \dots + \alpha_{n-1}q^{-n+1}$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1q^{-1} + \dots + \beta_{m+d-1}q^{-m-d+1}$$

Le passage à la forme prédictive est donné en Annexe A.

Le calcul de la loi de commande se fait en minimisant l'écart entre la sortie du système $\{y\}$ et celle désirée $\{y^*\}$ en assurant une stabilité en boucle fermée.

En prenant :

$$\theta(t) = [\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}, \beta_0, \dots, \beta_{m+d+1}]^T$$

Et :

$$\phi(t) = [y(t), \dots, y(t-n+1), u(t), \dots, u(t-m-d+1)]^T$$

Le modèle (II.3.2) est réécrit sous la forme suivante :

$$y(t+d) = \phi^T(t) \theta(t) \quad (\text{II.3.5})$$

L'erreur de poursuite est définie par :

$$\begin{aligned} e(t+d) &= y(t+d) - y^*(t+d) \\ &= \phi^T(t) \theta(t) - y^*(t+d) \end{aligned} \quad (\text{II.3.6})$$

L'idée est de choisir la commande $u(t)$ telle que :

$$e(t+d) = 0$$

Les paramètres du système étant inconnus et/ou variables dans le temps, ils sont alors estimés. Les paramètres estimés sont utilisés dans la loi de commande comme les vrais paramètres

" Principe de l'équivalence certaine " [Annexe B].

L'équation précédente devient alors :

$$\phi^T(t) \hat{\theta}(t) = y^*(t+d) \quad (\text{II.3.7})$$

où $\hat{\theta}(t)$ désigne une estimation de $\theta(t)$ à l'instant t .

II.3.2 -a) La commande avec l'algorithme du gradient :

Les estimés d'après l'algorithme du gradient obéissent aux :

$$\begin{aligned} \theta(t) - \theta(t-1) + \rho_1(t) \frac{\phi(t-d)}{\rho_2 + \phi^T(t-d)\phi(t-d)} e(t) \\ e(t) = y(t) - \phi^T(t-d)\theta(t-1) \end{aligned} \quad (II.3.8)$$

où

$$\rho_2 > 0 \quad \text{et} \quad 0 < \rho_1(t) < 2$$

A partir de l'équation (II.3.7), la loi de la commande sera :

$$\begin{aligned} u(t) = [-\theta_1(t)y(t) - \dots - \theta_n(t)y(t-n+1) - \\ \theta_{n+2}(t)u(t-1) - \dots - \theta_{n+m+d}(t)u(t-m-d+1) + \\ y^*(t+d)] / \theta_{n+1} \end{aligned} \quad (II.3.9)$$

où d'après l'Annexe A:

$$u(t) = \frac{y^*(t+d) - G(q^{-1})y(t)}{F(q^{-1})B(q^{-1})} \quad (II.3.10)$$

Cette commande ne s'applique qu'aux procédés ayant des zéros stables. Le calcul de cette loi nécessite la connaissance de la trajectoire à suivre, cette dernière est engendrée par un modèle de référence qui contient les performances désirées.

La fonction de transfert du modèle à suivre est $B_m(q^{-1})/A_m(q^{-1})$.

La commande $u(t)$ doit réaliser cette fonction de transfert entre la consigne $r(t)$ et la sortie du procédé $y(t)$. Cela n'est possible car le retard d ne peut être compensé.

Le modèle de référence est pris comme:

$$y^*(t) = q^{-d} \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t) \quad (\text{II.3.11})$$

Le schéma bloc de cette approche est donné par le schéma suivant:

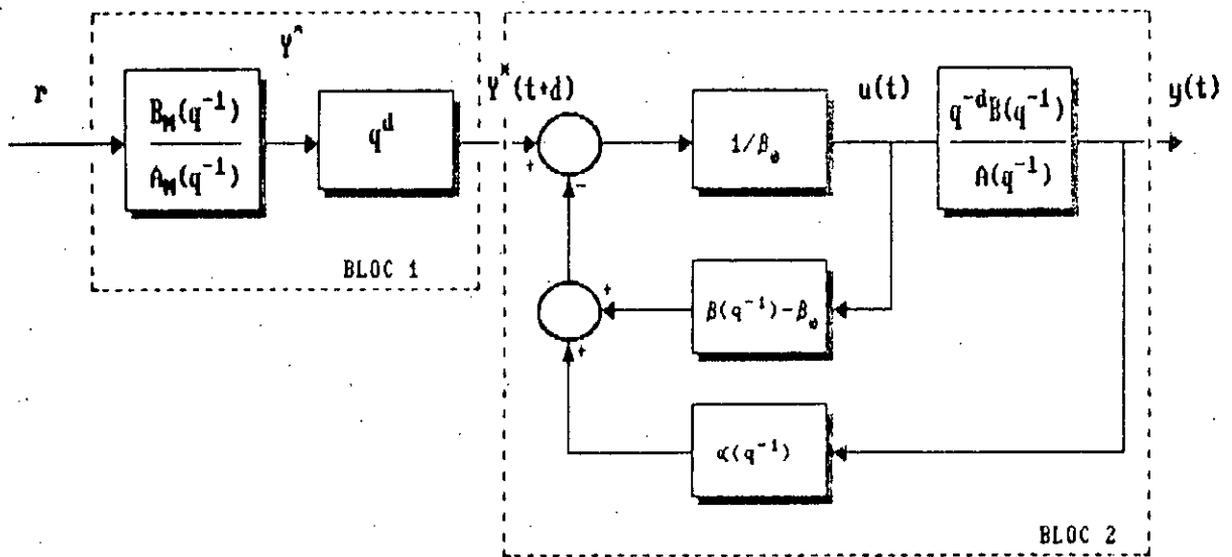


Fig. II.1 Schéma bloc de la commande adaptative à erreur de prédiction minimale

II.3.2 -b) La commande avec l'algorithme des moindres carrés récurrents:

L'algorithme (II.2.4) devient :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + G(t) (y(t) - \phi^T(t-d) \hat{\theta}(t-1))$$

$$G(t) = \frac{F(t-1) \phi(t-d)}{1 + \phi^T(t-d) F(t-1) \phi(t-d)}$$

$$F(t) = F(t-1) - \frac{F(t-1) \phi(t-d) \phi^T(t-d) F(t-1)}{1 + \phi^T(t-d) F(t-1) \phi(t-d)}$$

(II.3.12)

La loi de commande reste la même que le cas précédent.
Elle est donnée par (II.3.9) ou (II.3.10).

II.3.3 SIMULATION

II.3.3 a)- Résultats de simulation avec l'algorithme du gradient:

Considérons le système donné par:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.14 q^{-1} + 0.32 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.7 + 0.35 q^{-1}$$

Le système est stable et à phase minimale.

La trajectoire à suivre est générée par le modèle suivant:

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 1.5 q^{-1} + 0.56 q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.15 q^{-1}$$

La référence est un signal carré d'amplitude 1 et de période 125.

La figure II.2 montre la sortie du système et la trajectoire à suivre ainsi que la commande. ρ_1 et ρ_2 sont choisis égaux à 1. Les paramètres initiaux sont choisis nuls sauf θ_0 ($\theta_0 = 1$).

La sortie du système suit bien, après un certain temps la sortie du modèle de référence. L'évolution des paramètres est donnée par la figure II.3. Maintenant, nous introduisons une variation sur les paramètres pour illustrer la capacité de poursuite de l'algorithme. A l'instant $t = 120$, nous changeons les paramètres de A et B:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.8 q^{-1} + 0.55 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.6 + 0.2 q^{-1}$$

Puis, les paramètres reprennent leurs valeurs après un certain temps. Le modèle de référence reste le même. La sortie du système est montrée par la figure II.4.

L'effet de la variation est remarqué à l'instant $t = 120$. Le régulateur réagit bien à l'effet de ces changements et maintient la poursuite après une légère variation. L'effet de ces changements sur les paramètres est présenté sur la figure II.5

II.3.3 b)- Résultats de simulation avec l'algorithme des M.C.R:

on refait la même opération que pour l'algorithme du gradient et avec le même système et avec le même modèle de référence, et en utilisant l'algorithmes des moindres carrés récursifs avec facteur d'oubli. Ce dernier est choisi égal à 0.98. Le gain initial de l'algorithme est égal à 2000. La figure II.6 présente la poursuite du système à la trajectoire désirée ainsi que la commande (figure II.7).

la figure II.9 montre la rapidité de convergence des paramètres. Après l'introduction des variations paramétrique, la poursuite revient rapidement (figure II.8).

II.3.4 Conclusion

En comparant les résultats de simulation, on peut conclure que l'utilisation de l'algorithme des M.C.R nous réalise des performances meilleures que celles réalisées par l'algorithme du gradient.

L'algorithme des moindres carrés récursifs paraît le plus favorit d'être utiliser pour l'étude de la robustesse de la commande adaptative.

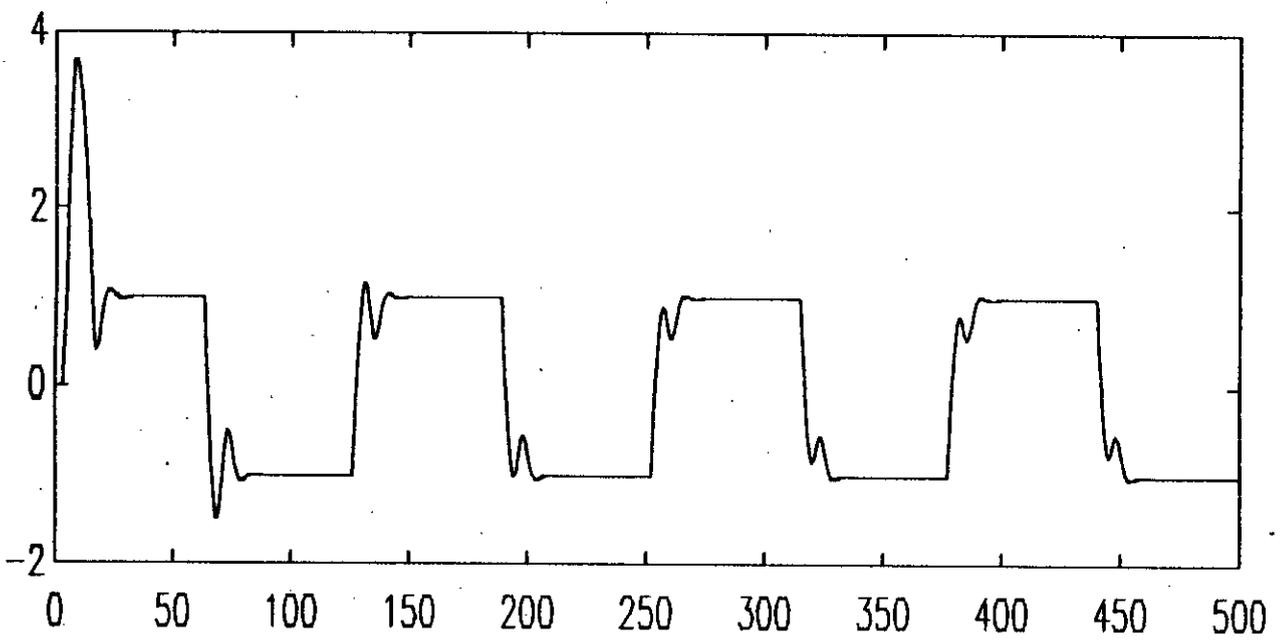
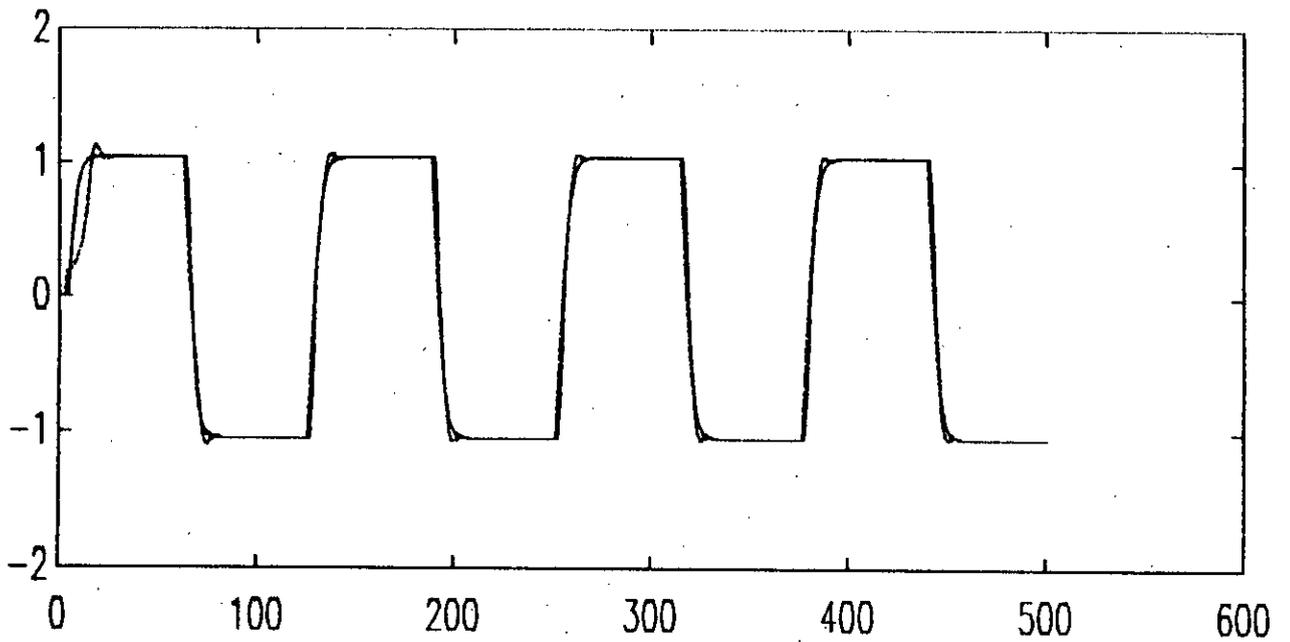


Fig. II.2 La poursuite système-modèle et la commande.

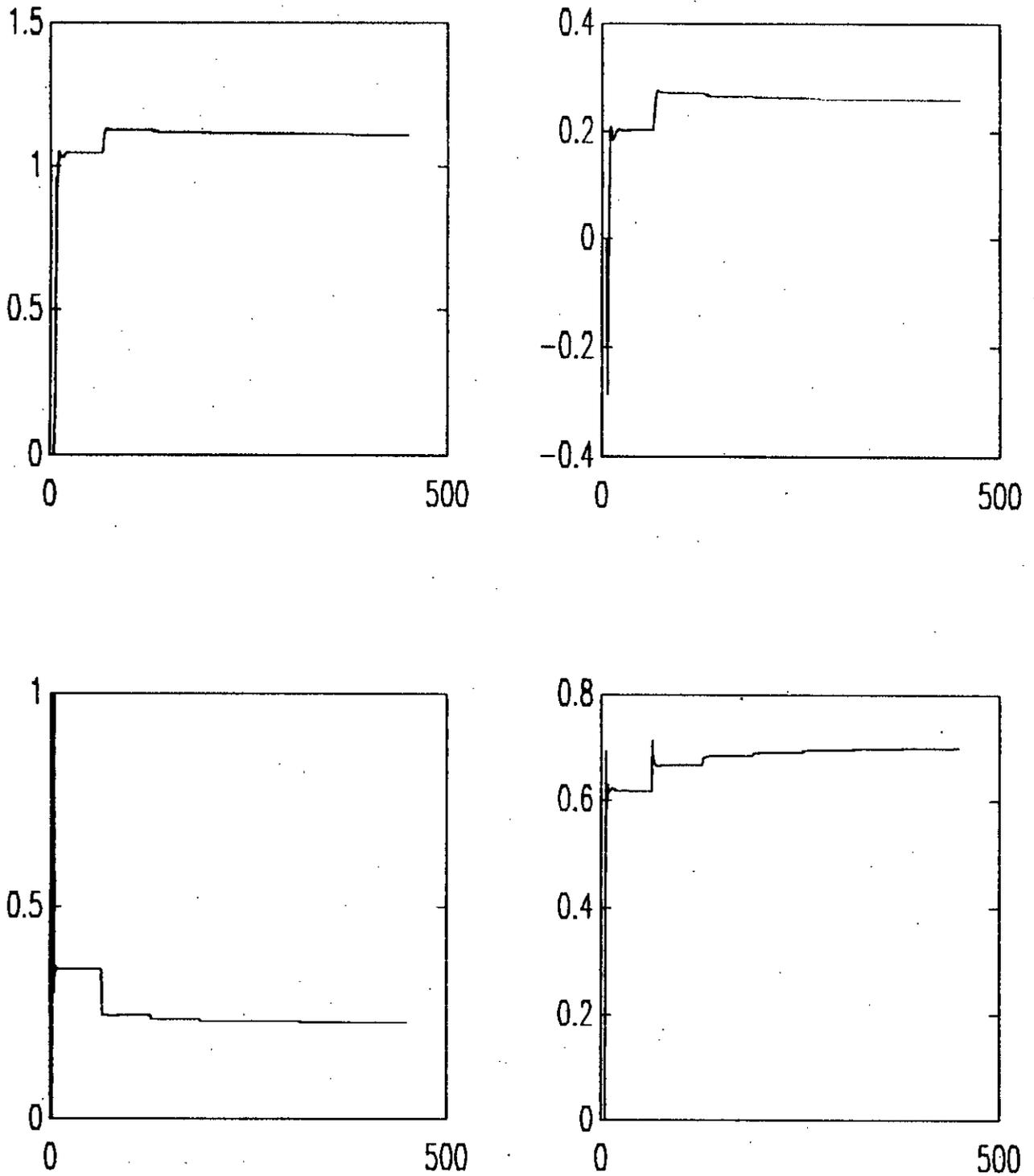


Fig. II.3 L'évolution des paramètres

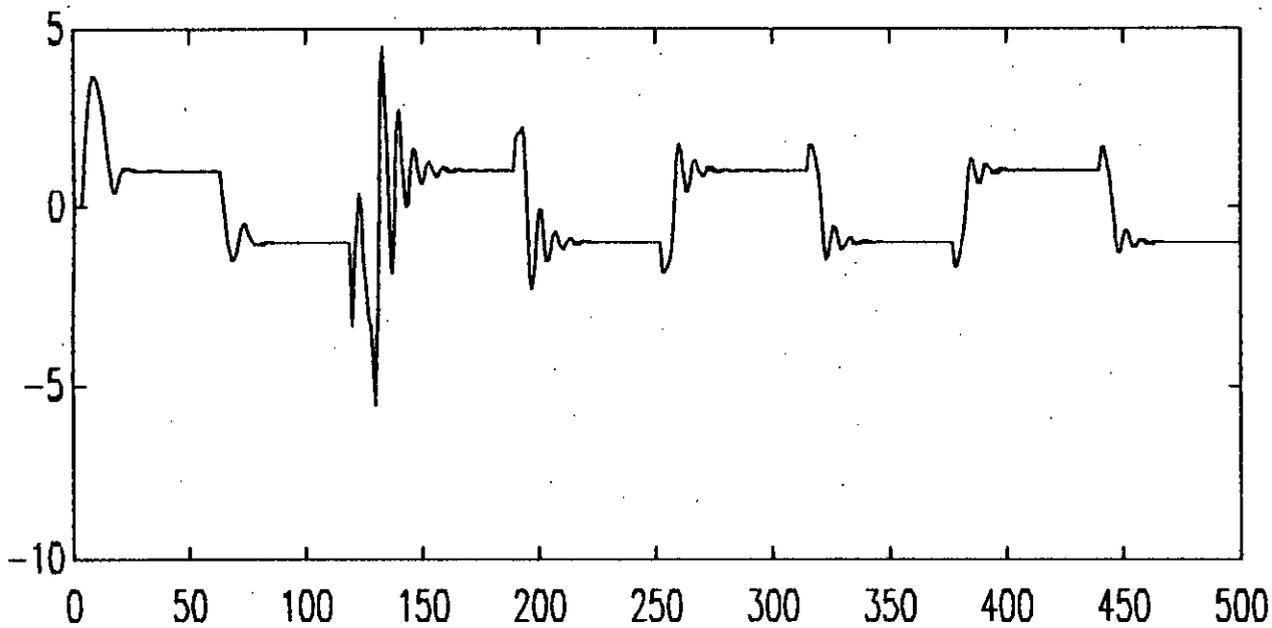
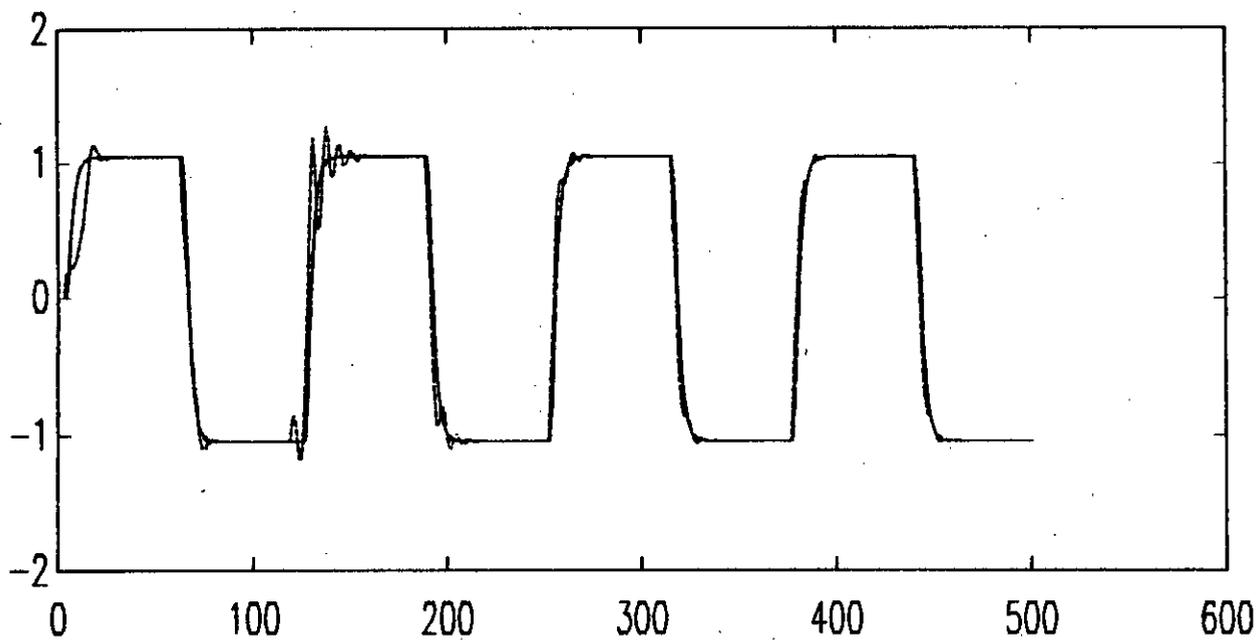


Fig. II.4 La poursuite système-modèle et la commande

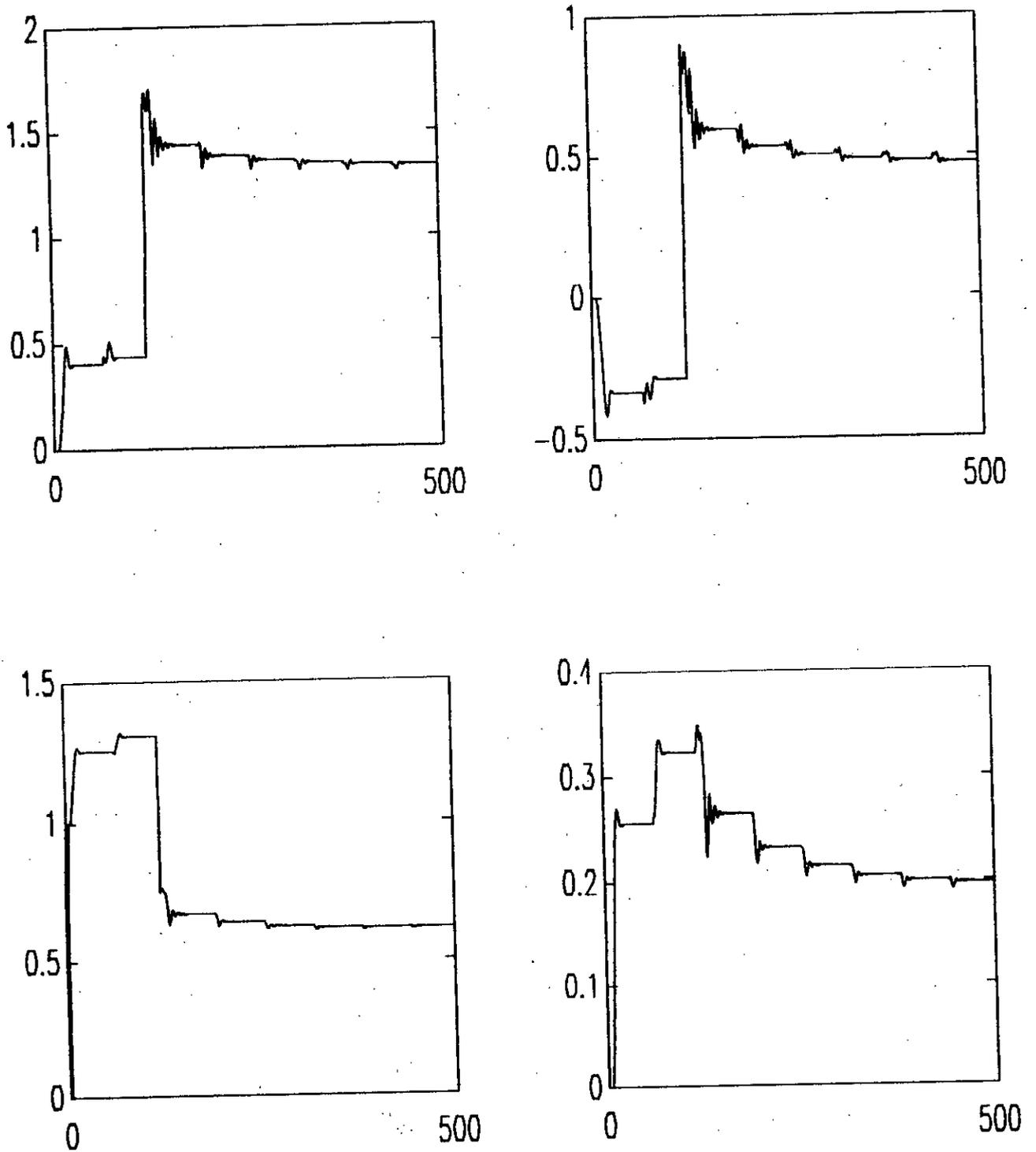


Fig. II.5 L'évolution des paramètres

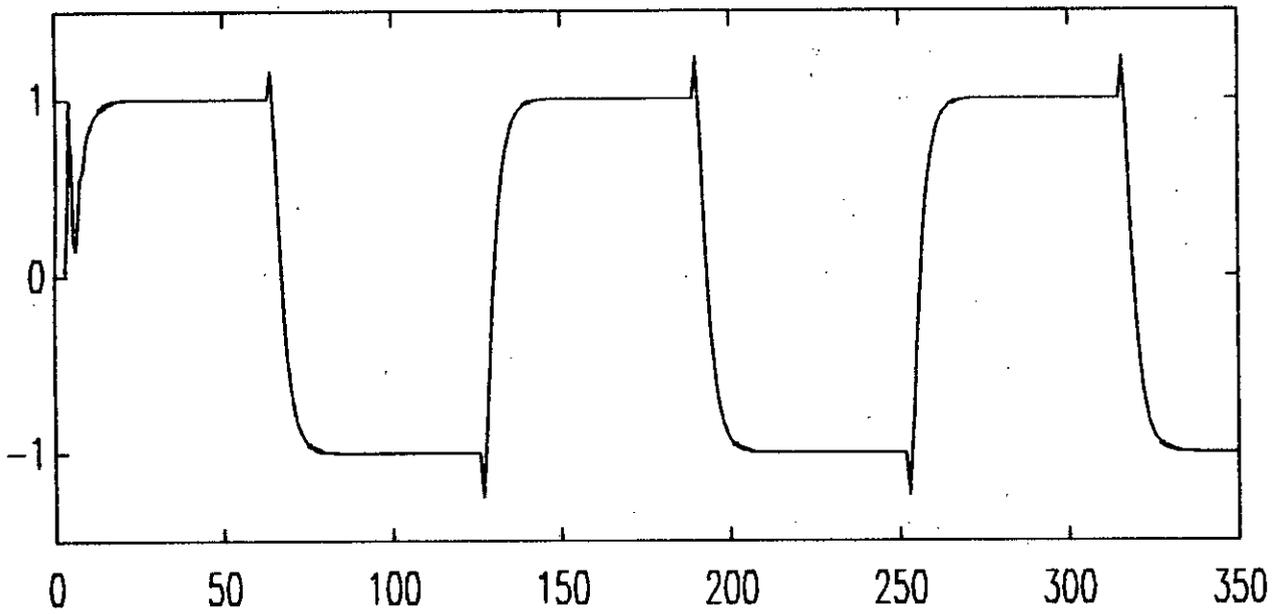
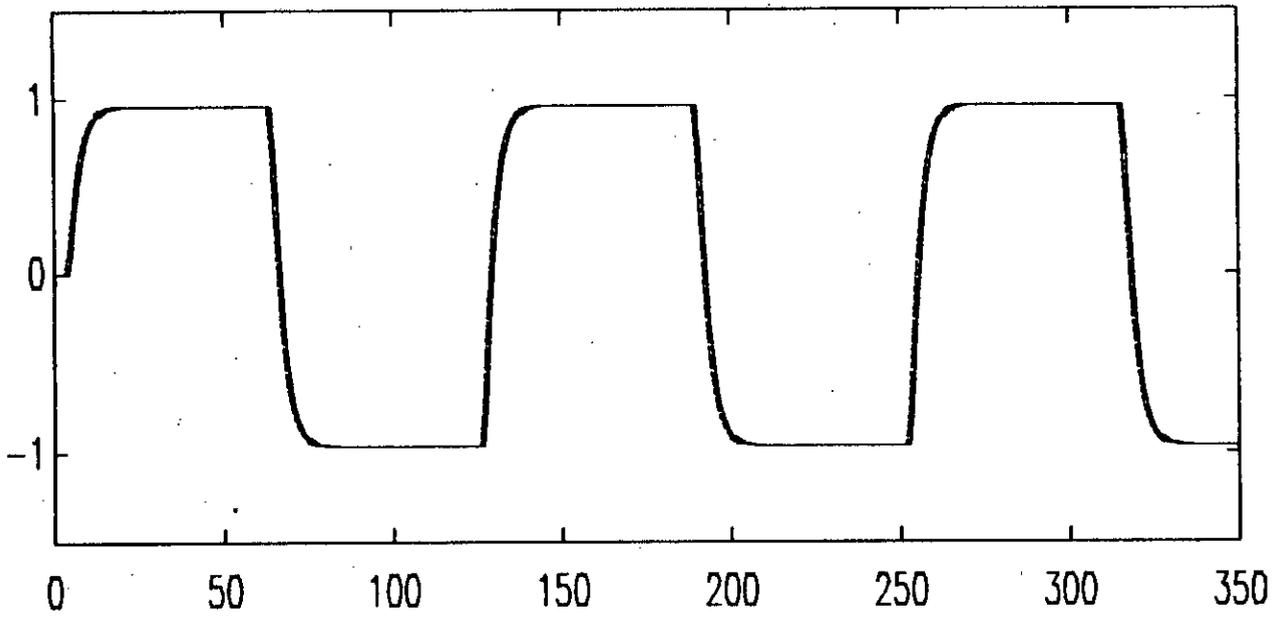


Fig. II.6 La poursuite système-modèle et la commande.

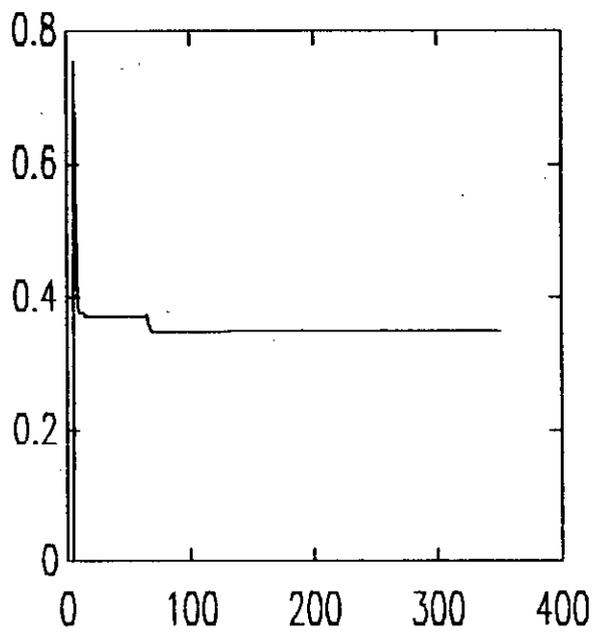
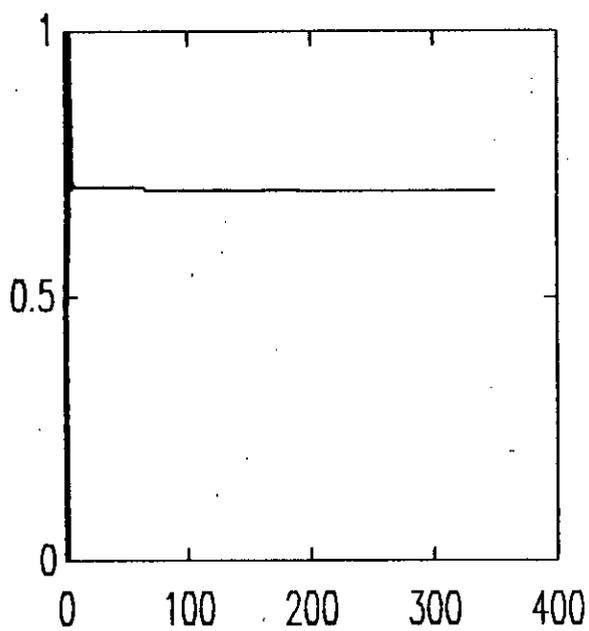
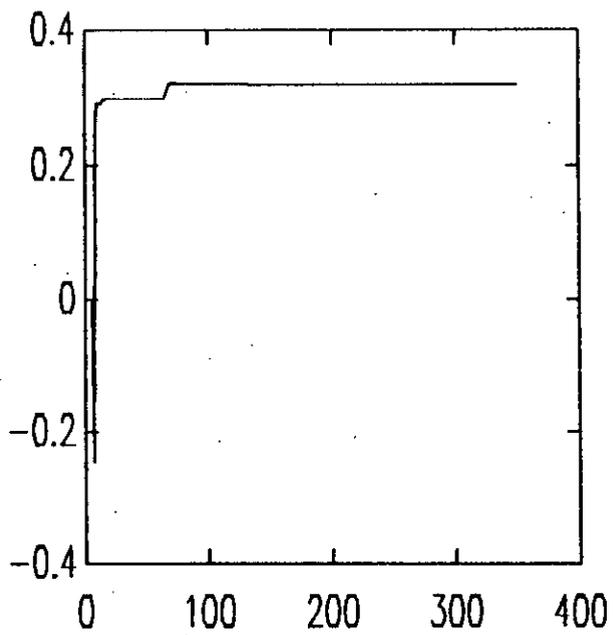
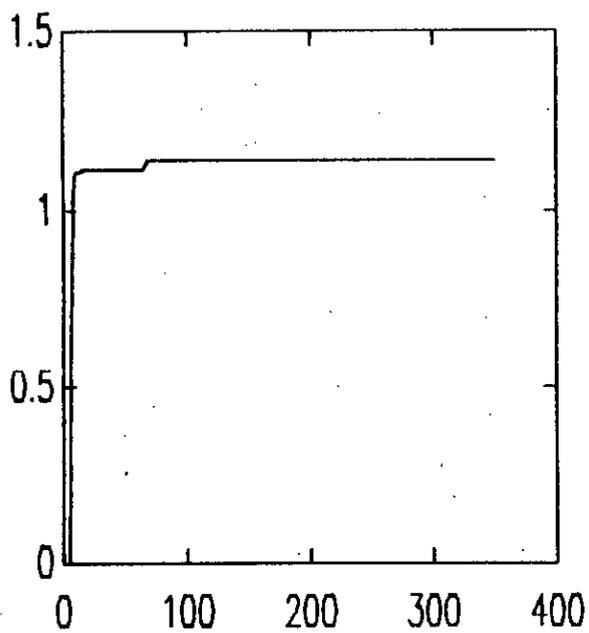


Fig. II.7 L'évolution des paramètres

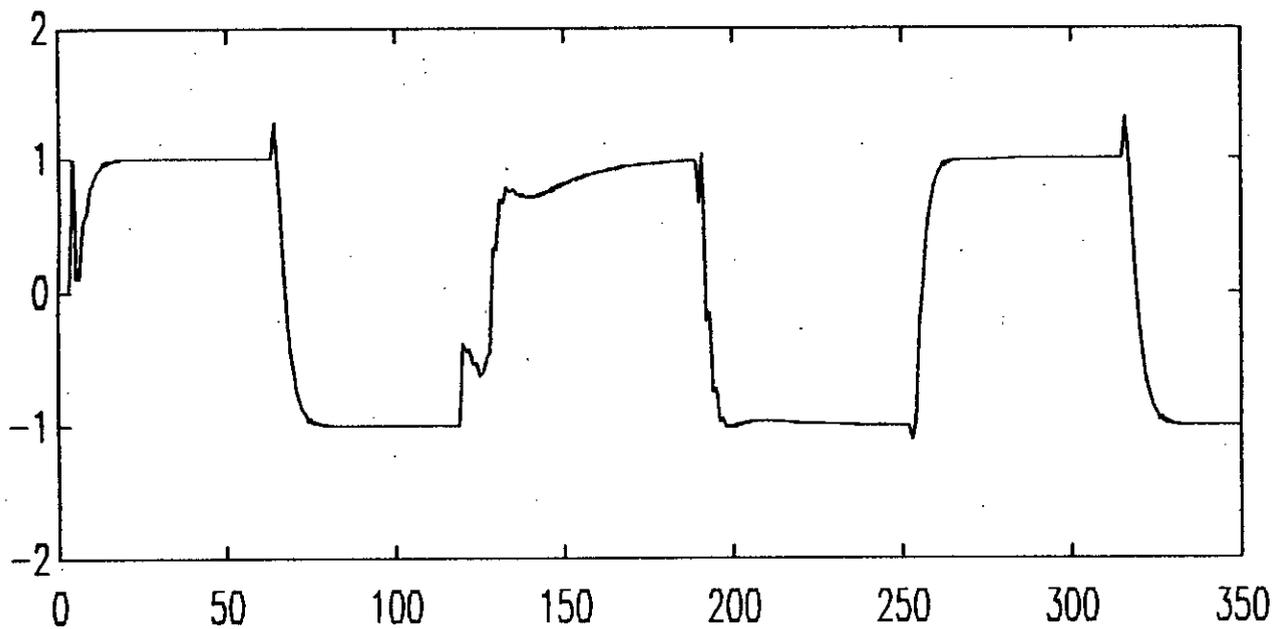
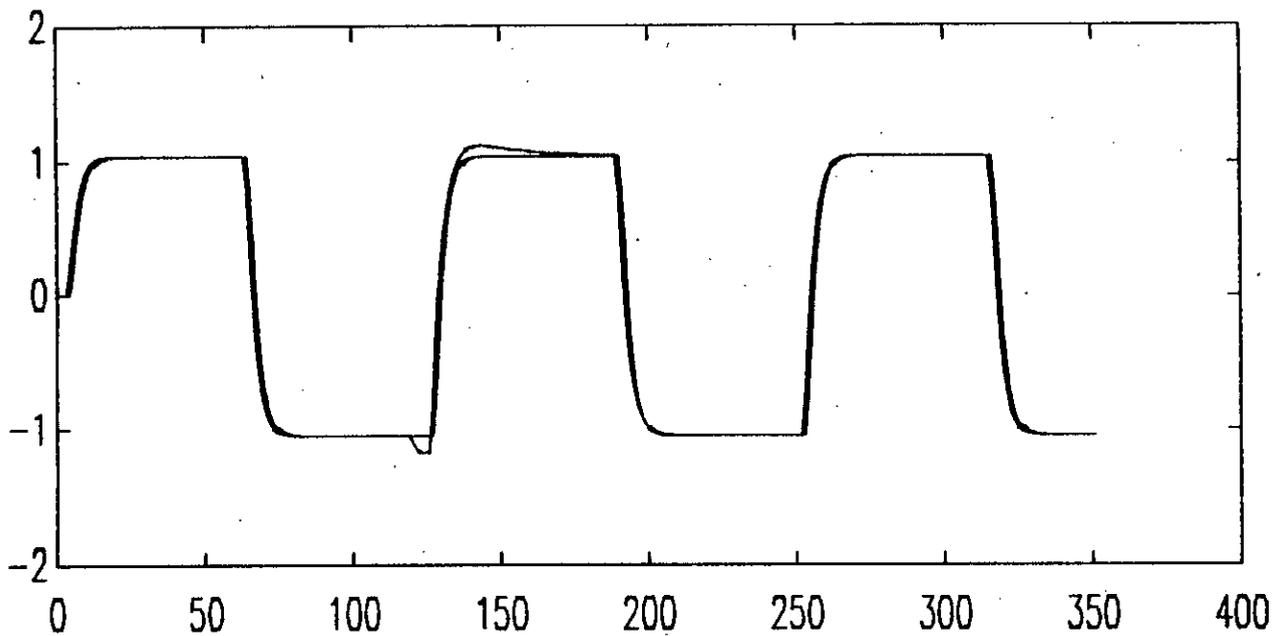


Fig. II.8 La poursuite système-modèle et la commande.

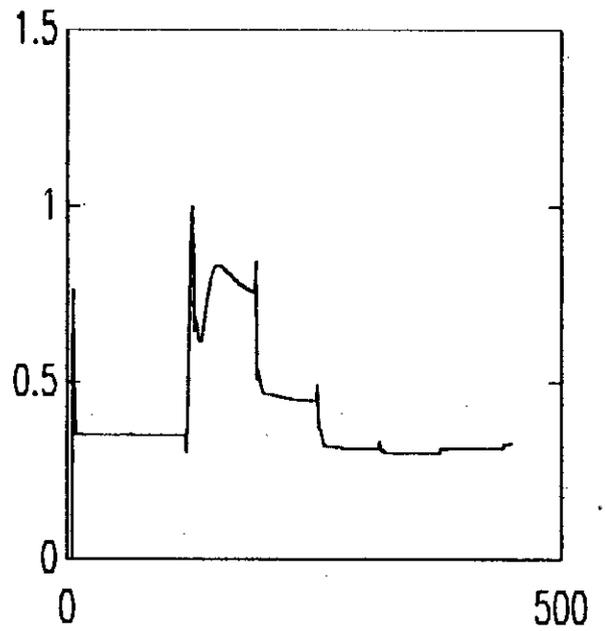
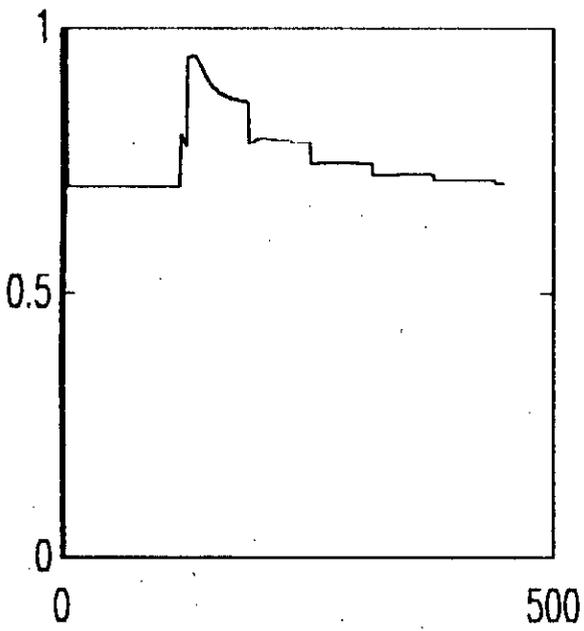
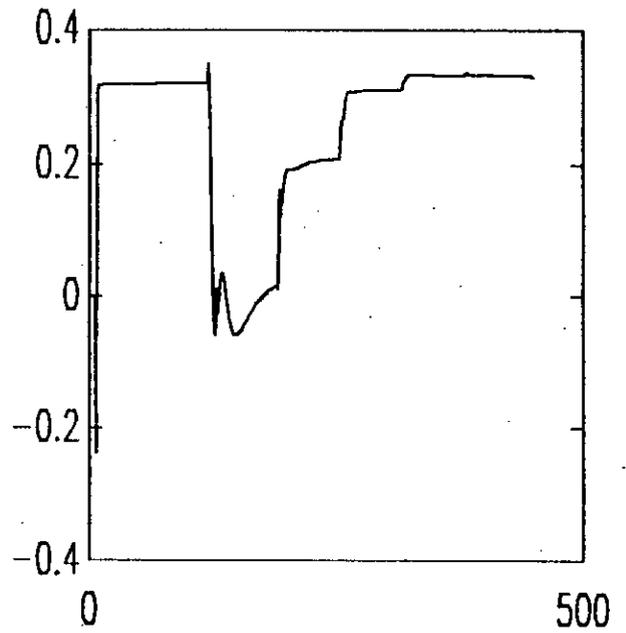
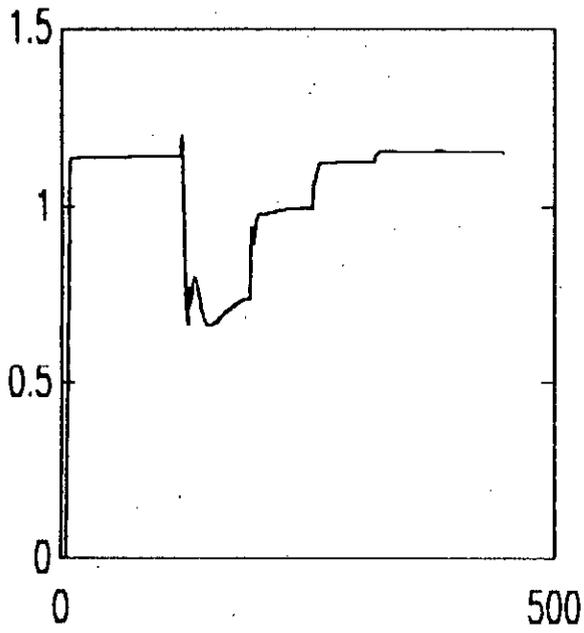


Fig. II.9 L'évolution des paramètres

II.4 ROBUSTESSE

II.4.1 Introduction:

Pour une stratégie de commande, la notion de robustesse n'a de sens, que si on définit la robustesse d'une propriété particulière par rapport à un effet perturbateur particulier.

Dans le chapitre précédent, on a supposé que le système est bien modélisé et non perturbé. Dans ce chapitre, on s'intéressera essentiellement aux problèmes de la robustesse de la partie d'adaptation, lorsque les hypothèses concernant le système et de son environnement sont violées. Donc, on va étudier l'influence des dynamiques non modélisées et des perturbations déterministes (de charges) sur la stabilité du système en B.F et sur la capacité de poursuite de l'algorithme d'adaptation paramétrique.

La caractérisation des incertitudes, n'engendrent pas nécessairement des modèles estimés admissibles, ce qui implique l'introduction des mécanismes et des modifications pour assurer l'admissibilité des modèles. Cette dernière est obtenue par approche passive ou active.

- Approche passive: Modification de l'algorithme d'estimation paramétrique.
 - Approche active: Modification de la loi de commande.
- Dans ce qui suit, on a adopté la première approche.

II.4.2 Dynamiques non modélisées:

Considérons le système suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) \quad (\text{II.4.1})$$

Avec:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} \quad b_0$$

différent de 0

Supposons qu'on a pas modélisé certaines dynamiques du système et on adopte le modèle ci dessous :

$$A'(q^{-1})y(t) = q^{-d}B'(q^{-1})u(t) + w(t) \tag{II.4.2}$$

Avec:

$$A'(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B'(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}$$

Avec:

$$n' < n \text{ et } m' < m$$

Et

$w(t)$: correspond à la réponse non modélisée.

L'algorithme utilisé est celui des moindres carrés récursifs (II.3.12) qui estime les paramètres de la loi de commande donnés par:

$$u(t) = [-\theta_1(t)y(t) - \dots - \theta_{n'}y(t-n'+1) - \theta_{n'+2}u(t-1) - \dots - \theta_{n'+m'+d}u(t-m'-d+1) + y^*(t+d)]$$

(II.4.3)

Les dynamiques non modélisées correspondent à des perturbations non nécessairement bornées. Pour s'assurer de la bornitude de toutes les données, on utilise la normalisation.

Le système (II.4.2) devient:

$$\bar{y}(t) = \theta^T \bar{\phi}(t-1) + \bar{w}(t)$$

(II.4.4)

Avec:

$$\bar{y}(t) = \frac{y(t)}{\sqrt{\eta(t)}}, \bar{u}(t) = \frac{u(t)}{\sqrt{\eta(t)}} \\ \bar{\phi}(t) = \frac{\phi(t)}{\sqrt{\eta(t)}}, \bar{w}(t) = \frac{w(t)}{\sqrt{\eta(t)}}$$

où: $\eta(t)$ est le facteur de normalisation [11], est choisi comme:

$$\eta(t) = \mu\eta(t-1) + g \max(\phi^T \phi, \eta_0)$$

$$0 < \mu < 1, g > 0, \eta_0 > 0$$

(II.4.5)

L'erreur $\epsilon(t)$ peut être écrite comme:

$$\epsilon(t) = \epsilon_1(t) + \epsilon_2(t)$$

Avec

$\epsilon_1(t)$: erreur paramétrique.

$\epsilon_2(t)$: erreur due aux dynamiques non modélisées.

Puisque l'algorithme des moindres carrés récursifs, prend en charge d'éliminer $\epsilon_1(t)$, alors, le critère à minimiser devient :

$$J_3(t) = \sum_1^n \epsilon_2^2(t) \quad (\text{II.4.6})$$

L'erreur $\epsilon_2(t)$ ne pouvant être nulle, elle tend vers une valeur limite. Par conséquent, le critère (II.4.6) diverge. Dans ce cas, on gèle l'algorithme d'adaptation. La manière d'implémentation d'une telle approche, est de spécifier une zone morte pour l'erreur de poursuite, dans laquelle l'algorithme est gelé. L'amplitude de cette zone devra être choisie de façon à maintenir des performances acceptables pour le schéma de commande.

Puisqu'on travaille avec des systèmes linéaires, valables qu'autour du point de fonctionnement, une grande erreur de poursuite impliquerait que les données d'entrée-sortie peuvent être inutiles pour l'algorithme. Donc, il est souhaitable de geler ce dernier dans le cas où l'erreur de poursuite sort de la zone de linéarité du processus.

Une manière de décider si les données sont utiles ou non, pour l'algorithme est d'utiliser la quantité:

$$\Gamma = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{|y^*(t+d) - \phi^T(t)\theta(t)|}{1 + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} > \delta \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\delta \geq \text{Max}|w(t)|$$

L'algorithme (II.3.9) devient :

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \Gamma \frac{F(t)\bar{\phi}(t)e(t+1)}{\bar{\phi}(t)F(t)\bar{\phi}(t) + \lambda_1/\lambda_2}$$

(II.4.7)

II.4.3 Perturbations de charges:

Considérons le modèle de système suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + w_c(t) \quad \text{(II.4.8)}$$

où:

$A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$: sont deux polynômes en q^{-1} d'ordre n et m respectivement.

$w_c(t)$: correspond à des perturbations déterministes (de charges).

Dans le cas où le système est affecté par des perturbations déterministes bornées, on traite les données par un filtre bien choisi, et on gèle l'algorithme d'adaptation paramétrique. Le gel se fait en spécifiant une zone morte pour l'erreur de poursuite dans laquelle l'algorithme est arrêté.

Le filtre est choisi comme suit [11];

$$FH(q^{-1}) = \frac{C_1(q^{-1})}{C_2(q^{-1})C_3(q^{-1})}$$

$C_1(q^{-1}) / C_2(q^{-1})$: définit les caractéristiques spectrales de la perturbation.

$1 / C_3(q^{-1})$: définit le modèle interne de la perturbation

L'algorithme des moindres carrés récursifs devient :

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \Gamma \frac{F(t)\phi_f e(t+1)}{\phi_f^T(t)F(t)\phi_f(t) + \lambda_1/\lambda_2}$$

(II.4.8)

où Γ est calculé en tenant compte de l'amplitude de la zone morte.

$$\text{Et } \phi_f(t) = \phi / FH(q^{-1}).$$

II.4.4 *Simulation:*II.4.4 a)- Résultats de simulation avec les dynamiques non modélisées:

Nous présentons des résultats de simulation sur le système stable et à phase minimale suivant :

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.89 q^{-1} + 0.072 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.8 + 0.35 q^{-1}$$

Ce modèle est utilisé pour générer la sortie du système y .
Le modèle utilisé pour le calcul de la loi de commande est donné par :

$$A^*(q^{-1}) = 1 - 0.2 q^{-1}$$

$$B^*(q^{-1}) = 0.8$$

La trajectoire à suivre est générée par :

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 0.52q^{-1}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.18q^{-1}$$

La sortie du modèle de référence sera donnée par:

$$y^*(t) = B_m(q^{-1})/A_m(q^{-1}) r(t)$$

$r(t)$: est un signal carré d'amplitude 1 et de période 125.

Les dynamiques non modélisées sont approximées par:

$$w(t) = -0.072 y(t-2) + 0.35 u(t-2)$$

La figure (II.10) montre la commande et la poursuite du système au modèle de référence. On remarque que, l'écart entre les sorties croit rapidement avec le temps, l'explosion de l'algorithme est remarquée à l'instant $t=300$, sur les paramètres présentés par la figure (II.11).

La divergence est due à l'accumulation de l'erreur sur le long de l'horizon de l'estimation.

Introduisons maintenant, la normalisation et la zone morte, en choisissant :

$$\mu = 0.8, \quad g = 1 \quad \text{et} \quad \eta_0 = 10$$

L'amplitude de la zone morte est prise égale à 5%.

On obtient la figure (II.12) qui montre une *poursuite* acceptable du système à la trajectoire désirée, ainsi que la commande.

La convergence des paramètres est illustrée sur la figure (II.13).

II.4.4 b)- Résultats de simulation avec des perturbations déterministes:

Considérons le modèle suivant:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.72q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.8 + 0.4q^{-1}$$

$$d = 1$$

C'est un système stable et à minimum de phase. La perturbation de charge est un échelon d'amplitude $w_c = 0.06$.

La trajectoire désirée est donnée par:

$$y^*(t) = B_m(q^{-1})/A_m(q^{-1}) r(t)$$

Avec:

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 1.036q^{-1} + 0.2636q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.4q^{-1}$$

$r(t)$: est un signal carré d'amplitude 1 et de période de 125.

La figure (II.14) montre la poursuite du système au modèle de référence. La sortie du système essaye de poursuivre la trajectoire voulue, mais l'effet de w_c , impose l'écart entre ces deux dernières. L'évolution des paramètres est donnée par la figure (II.15), les paramètres varient fortement en fonction du temps en oscillant.

Afin de remédier à ces problèmes, on introduit un filtre passe haut, car les perturbations de charge correspondent à des basses fréquences.

Ce filtre est défini par $FH(q^{-1}) = 1/(1 - 0.2q^{-1})$, qui a pour but de diminuer l'erreur de poursuite ou de l'annuler complètement avec un bon choix de sa fréquence de coupure.

Pour éviter la divergence des paramètres, on introduit une zone morte d'amplitude égale à 6.5% .

La figure (II.16) illustre la poursuite désirée.

La convergence des paramètres est montrée sur la figure (II.17).

II.4.5 Conclusion:

D'après les résultats de simulation, la caractérisation des incertitudes, comme les dynamiques non modélisées et les perturbations déterministes bornées, sont d'une grande importance, car ces dernières détériorent les performances projetées et amène à une déstabilisation au niveau de la stratégie de commande adoptée.

La modification passive de l'algorithme de commande faite par le biais de l'introduction des techniques de robustification, (normalisation et zone morte pour les dynamiques non modélisées, filtrage et zone morte pour les perturbations) nous réalise des résultats acceptables.

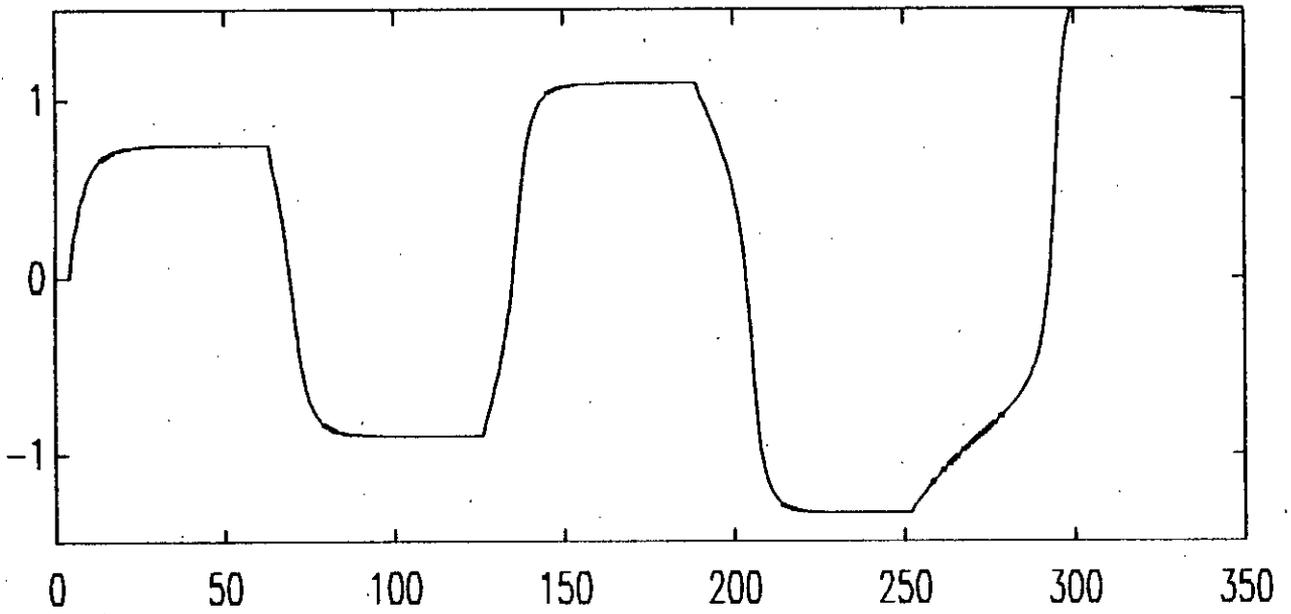
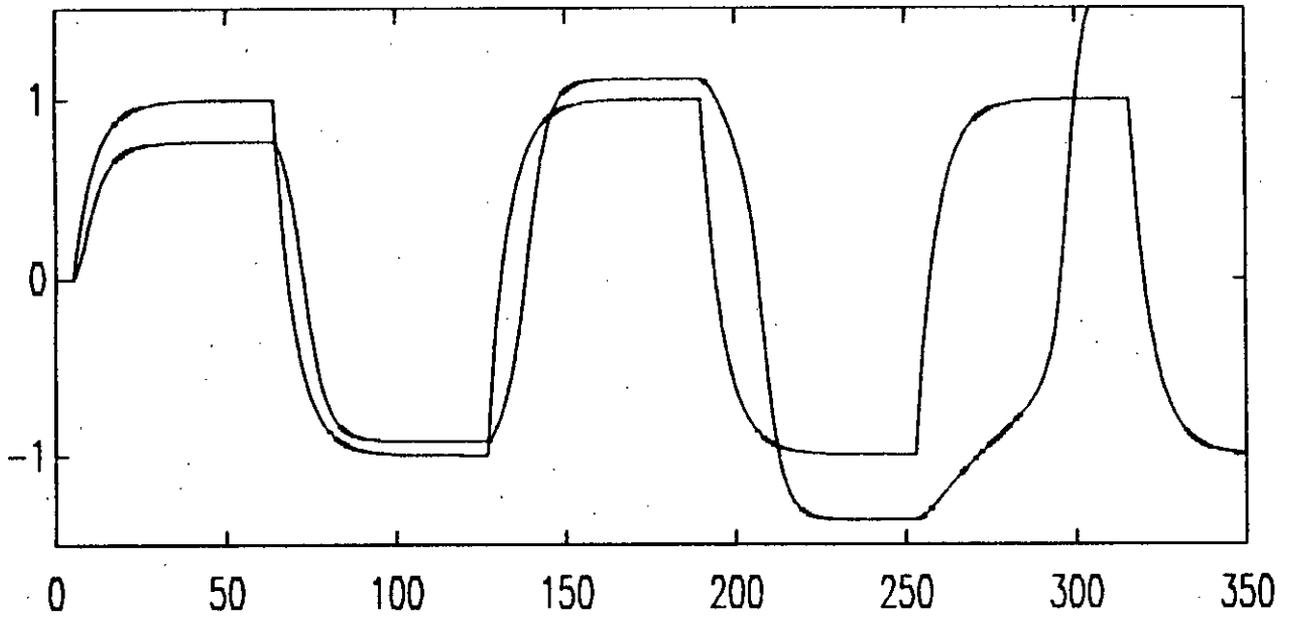


Fig. II.10 La poursuite système-modèle et la commande.

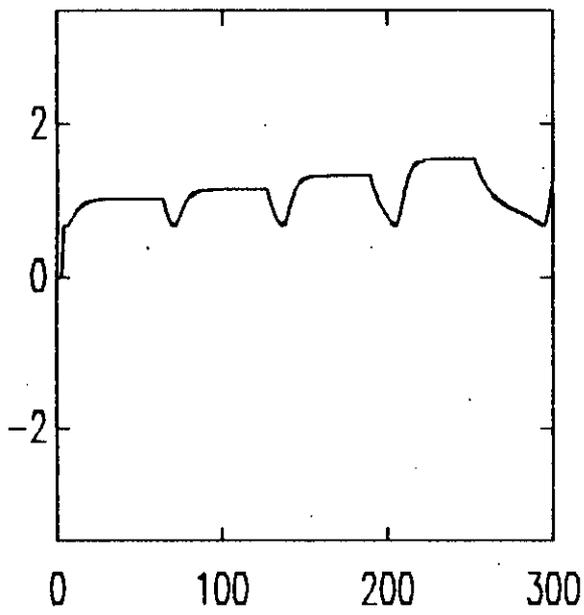
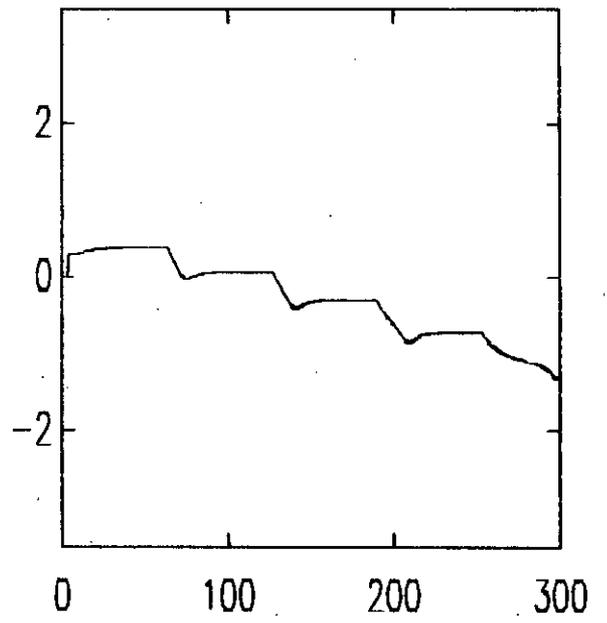
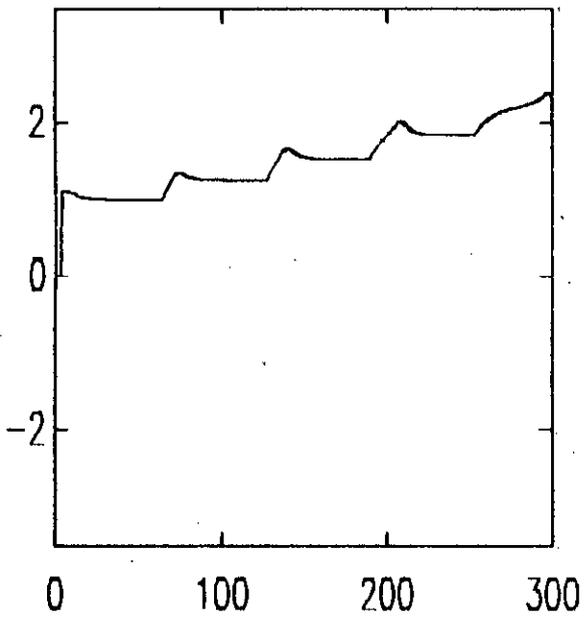


Fig. II.11 L'évolution des paramètres

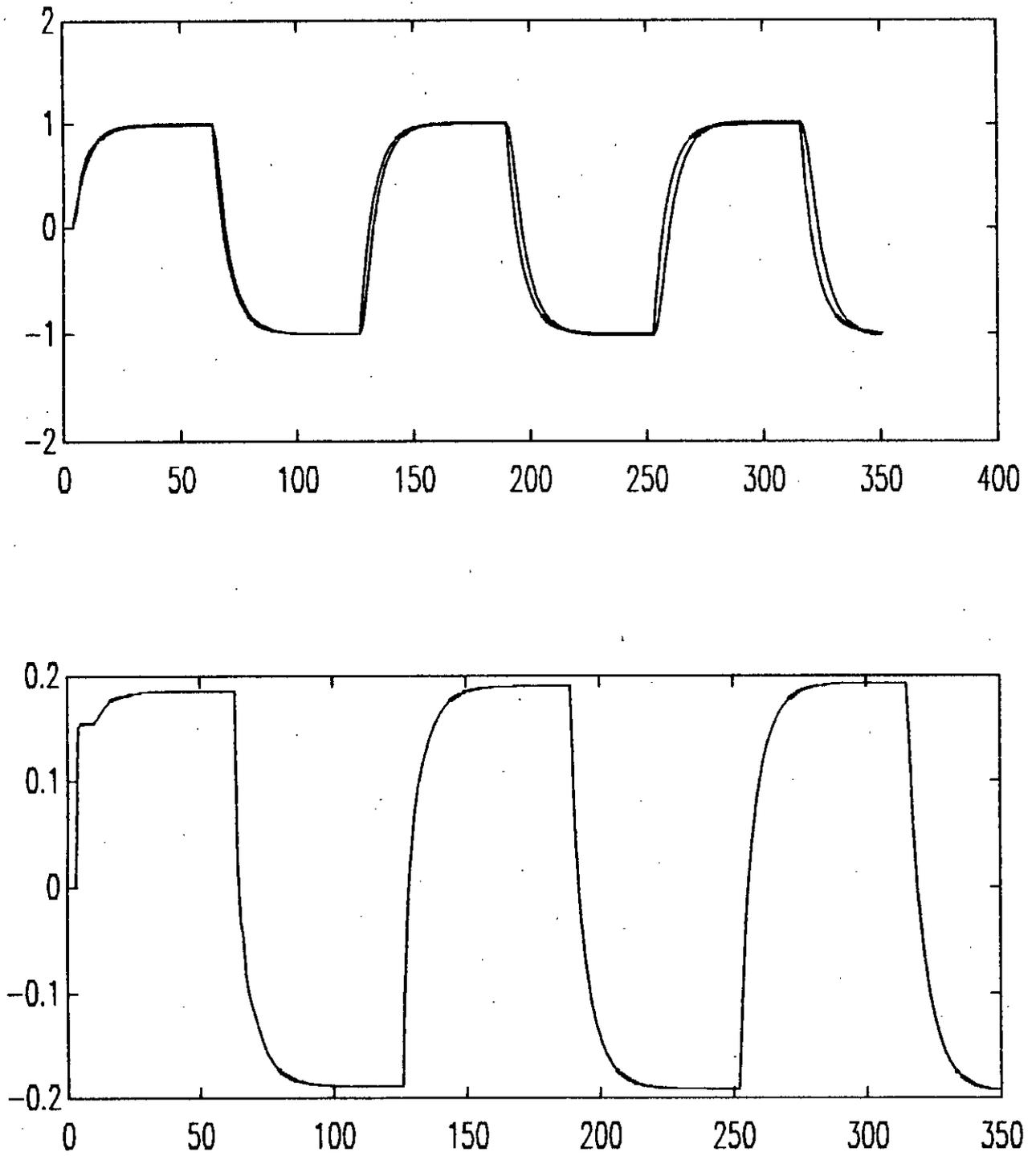


Fig. II.12 La poursuite système-modèle et la commande

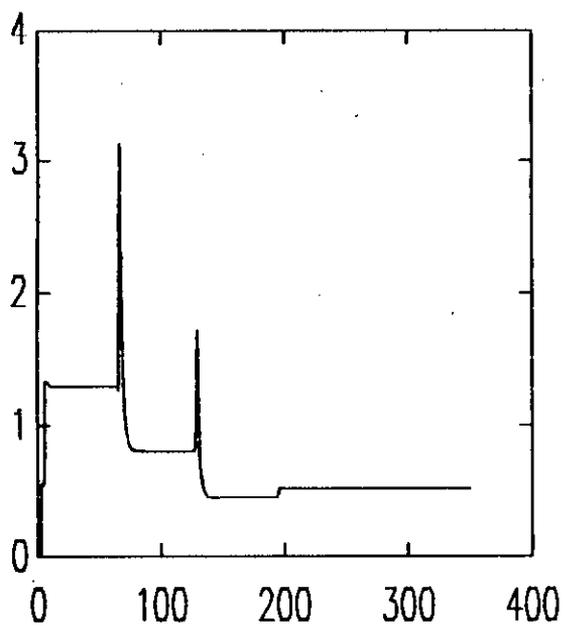
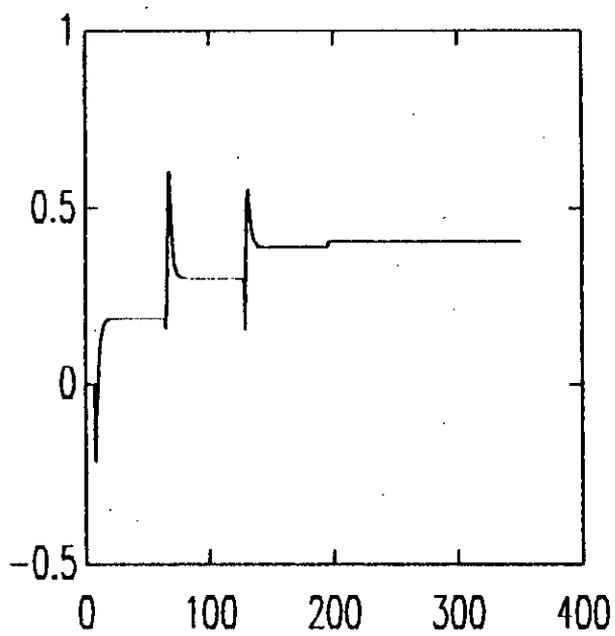
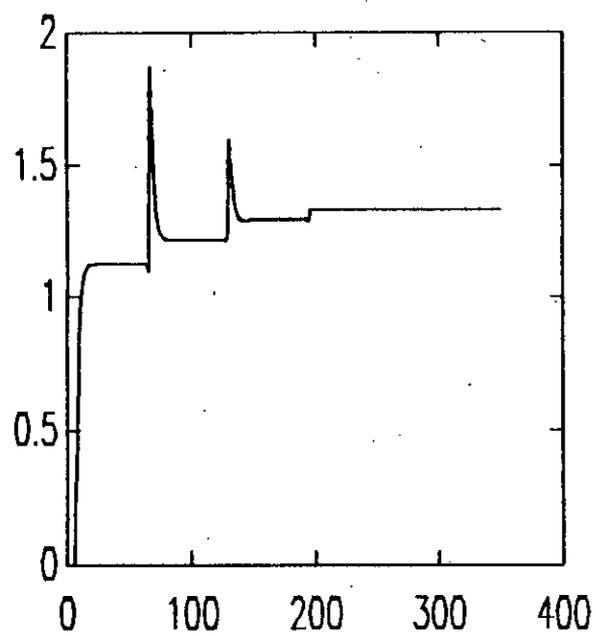


Fig. II.13 L'évolution des paramètres

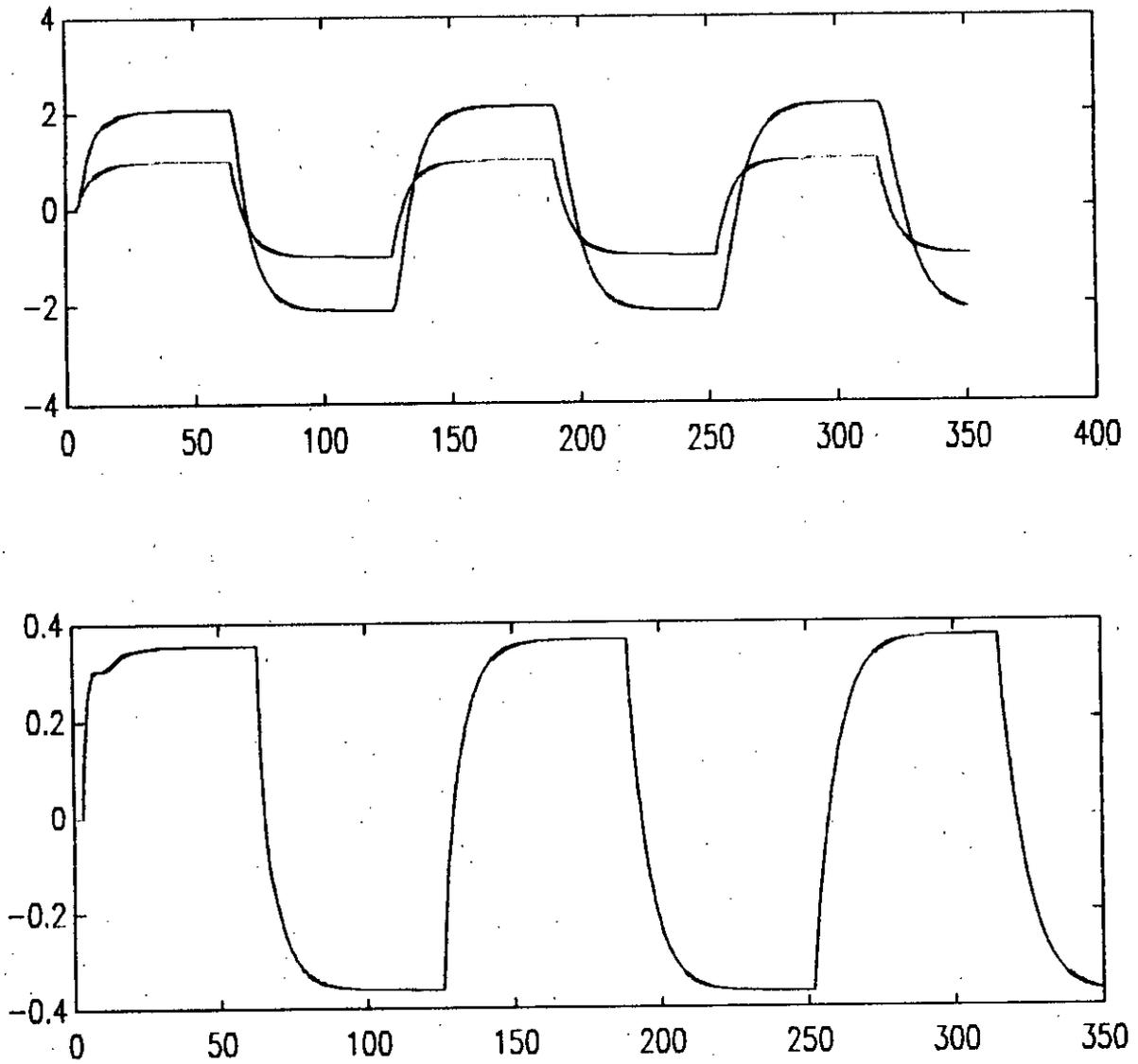


Fig. II.14 La poursuite système-modèle et la commande.

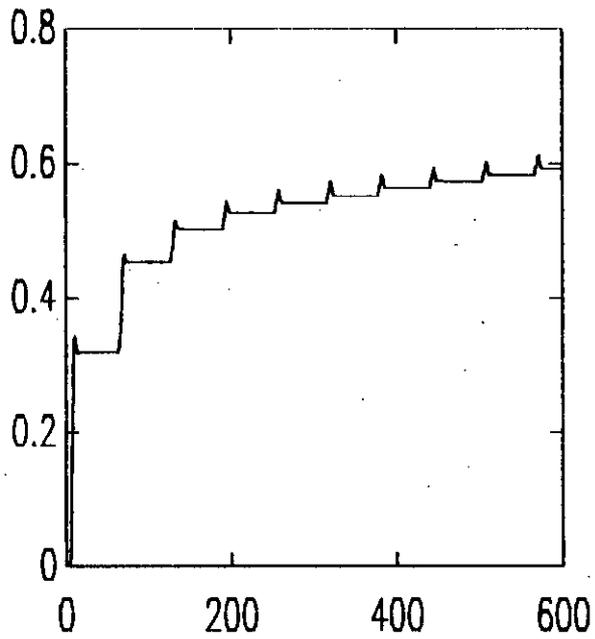
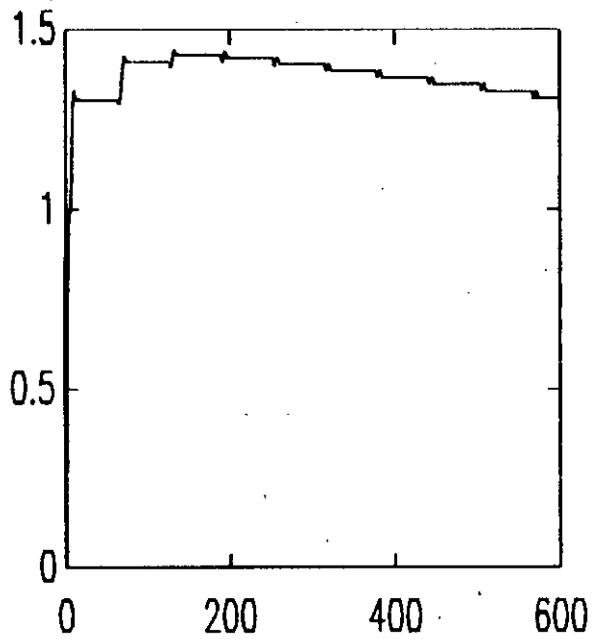
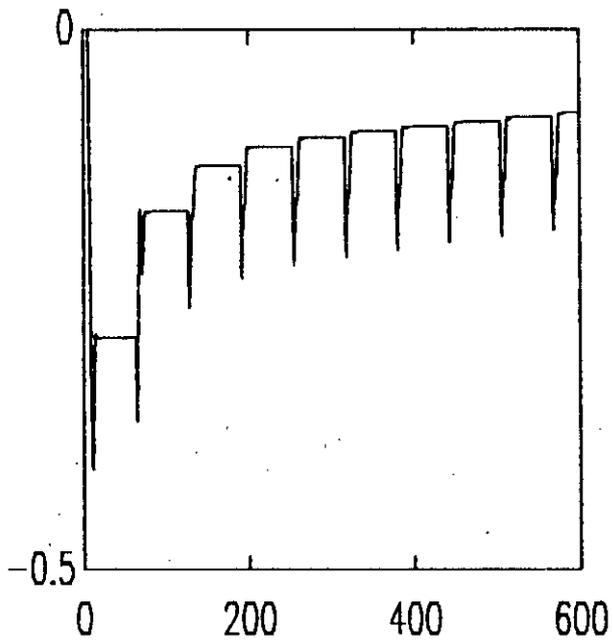
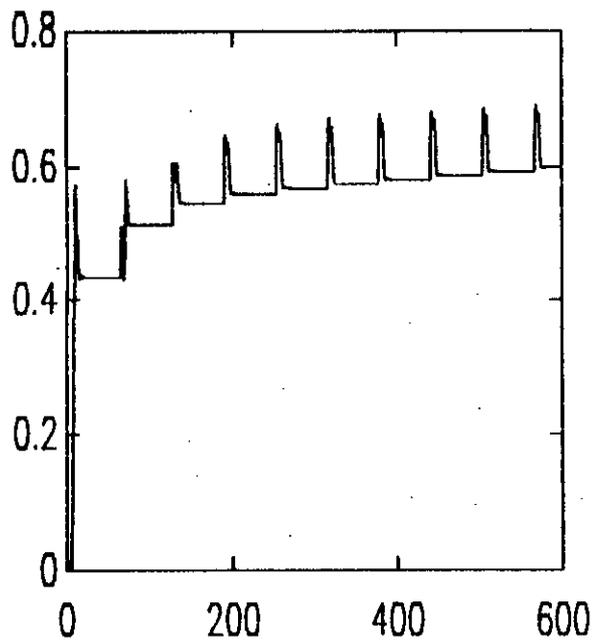


Fig. II.15 L'évolution des paramètres

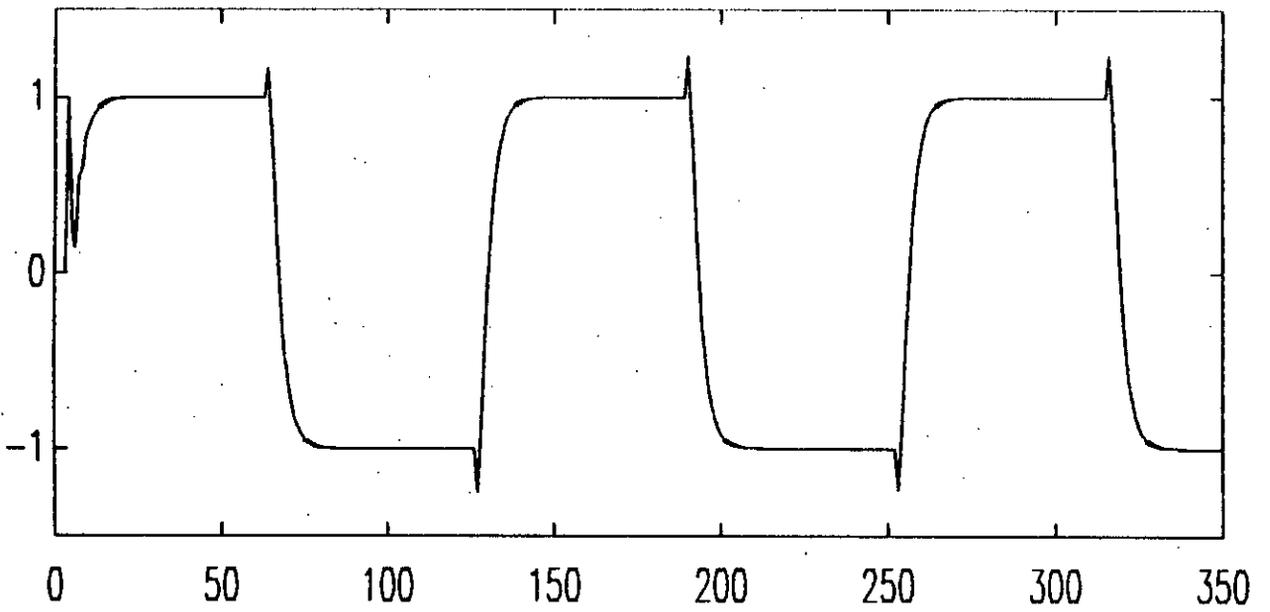
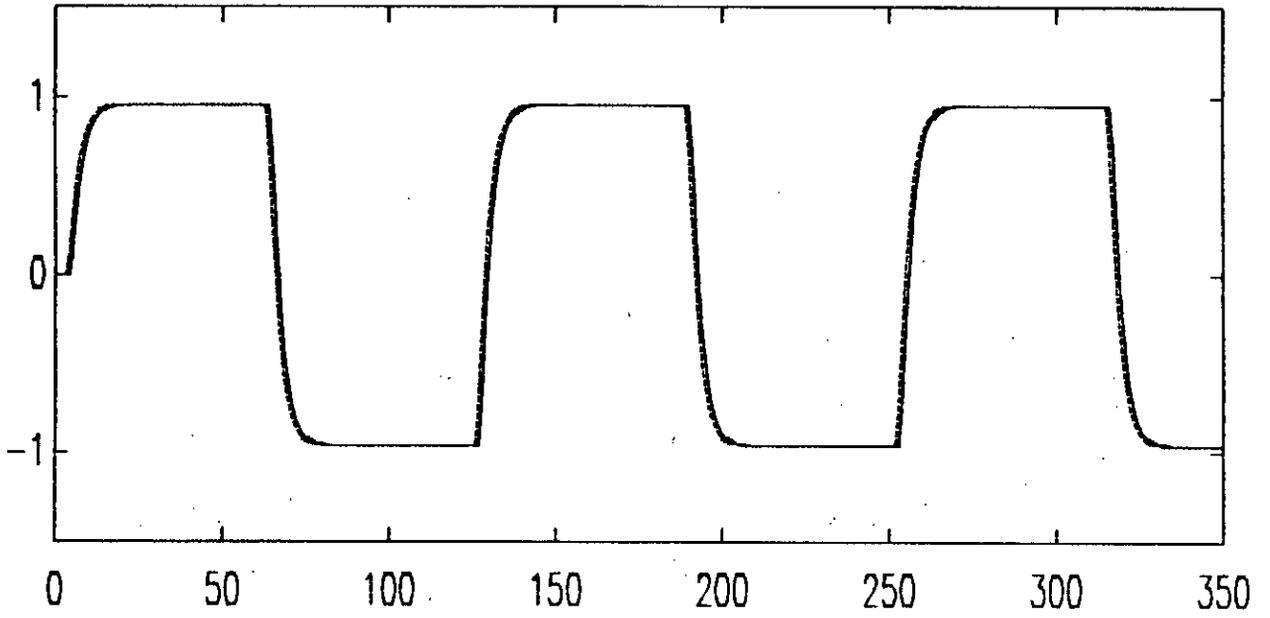


Fig. II.16 La poursuite système-modèle et la commande.

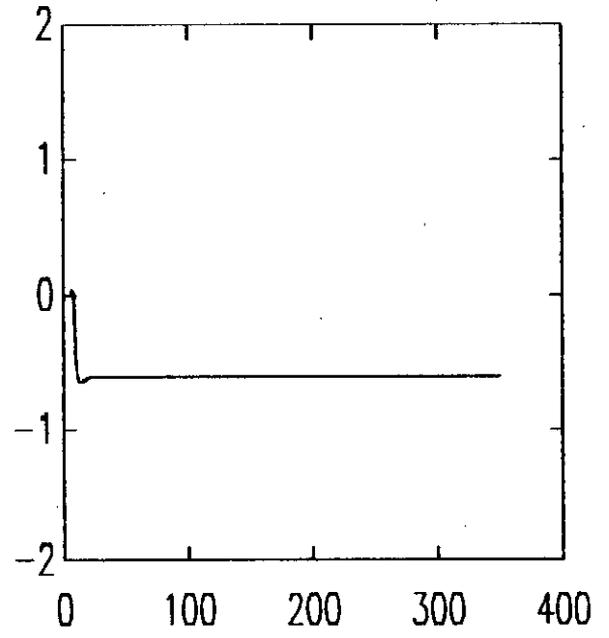
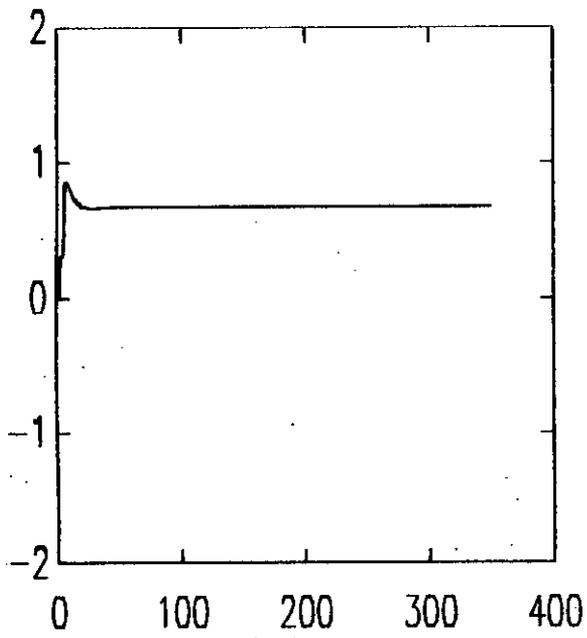
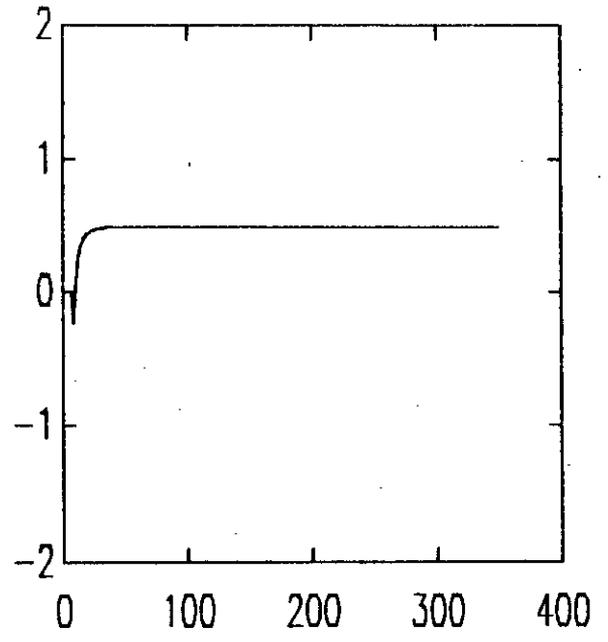
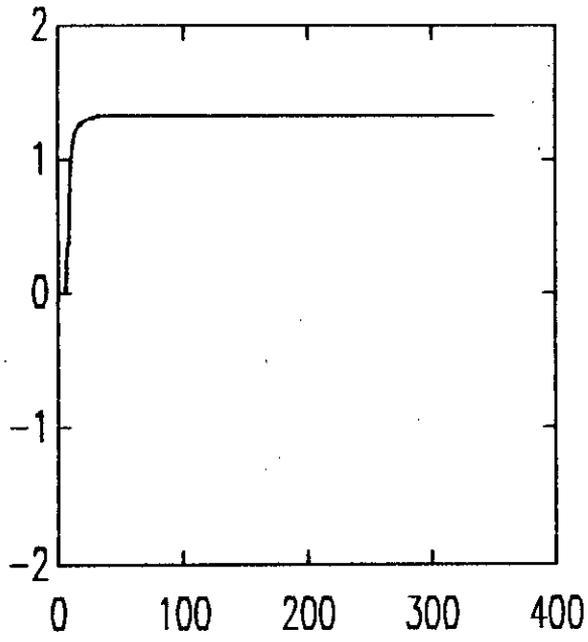


Fig. II.9 L'évolution des paramètres

Chapitre III

Commande adaptative continue

COMMANDE ADAPTATIVE CONTINUE

III.1 INTRODUCTION

En ce qui concerne les procédés continus, les travaux sont beaucoup plus rares, et la seule structure de commande linéaire permettant une loi de commande directe, est la commande par placement de pôles.

Cette technique amène à un modèle linéaire surparamétrisé, contenant explicitement les paramètres des régulateurs [11]. Ces derniers sont ajustés par deux algorithmes d'estimation, à savoir:

- l'algorithme du gradient ;
- l'algorithme des M.C.R.

Les estimés sont utilisés comme étant les vrais paramètres [Annex B].

III.2 ESTIMATION PARAMETRIQUE

III.2.1 Algorithme du Gradient (MIT RULE):

Soit le procédé décrit par:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{1 + a_1s + \dots + a_ns^n} \tag{III.1.1}$$

A partir de cette fonction de transfert :

$$y(s) = -a_1sy(s) - \dots - a_ns^ny(s) + b_0u(s) + b_1su(s) + \dots + b_ms^mu(s) \tag{III.1.2}$$

Comme l'action de la dérivée est physiquement irréalisable, on introduit un filtre stable [2] de degré supérieur ou égale au degré de A(s).

Ce filtrage nous permet ainsi l'obtention des dérivées successives de y et de u , (III.1.2) devient :

$$y_f(s) = -a_1 \frac{s}{P(s)} y(s) - \dots - a_n \frac{s^n}{p(s)} y(s) + \frac{b_0}{P(s)} u(s) + b_1 \frac{s}{p(s)} u(s) + \dots + b_m \frac{s^m}{p(s)} u(s)$$

(III.1.3)

Introduisons le vecteur des mesures:

$$\phi^T(s) = \left[-\frac{s}{P(s)} y(s), -\dots, -\frac{s^n}{p(s)} y(s), \frac{1}{P(s)} u(s), \frac{s}{p(s)} u(s), \dots, \frac{s^m}{p(s)} u(s) \right]$$

Définissons:

$$y_f(t) = \mathcal{L}^{-1}[y_f(s)]$$

$$\phi(t) = \mathcal{L}^{-1}[\phi(s)]$$

Avec \mathcal{L}^{-1} transformée inverse de Laplace.

Le vecteur de paramètres

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m]$$

L'équation (III.1.3) s'écrit :

$$y_f(t) - \phi^T(t) \theta \quad (\text{III.1.4})$$

Soit l'erreur:

$$e(t) = y_f(t) - \phi^T(t) \theta \quad (\text{III.1.5})$$

Le critère à minimiser est :

$$J(\theta, t) = \frac{1}{2} e^2(t) \quad (\text{III.1.6})$$

L'ajustement des paramètres de θ se fait dans la direction du gradient négatif de J d'où:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (\text{III.1.7})$$

L'équation (III.1.5) peut être écrite comme:

$$e(t) = \phi^T(t) (\theta - \hat{\theta}) \quad (\text{III.1.8})$$

d'où:

$$\frac{\partial e(t)}{\partial \theta} = -\phi(t) \quad (\text{III.1.9})$$

Remplaçons (III.1.9) dans (III.1.7), on obtient:

Par analogie avec le cas discret, il vaudrait mieux diviser l'algorithme sur une valeur $\alpha + \phi^T \phi$, donc:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \gamma\phi(t)e(t) \quad (\text{III.1.10})$$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{\gamma\phi(t)e(t)}{\alpha + \phi^T(t)\phi(t)} \quad (\text{III.1.11})$$

où $\gamma \gg 1$ et $\alpha > 0$

III.2.2 Algorithme des moindres Carrés récursifs:

Soit le modèle donné par (III.1.4):

$$y_f(t) = \phi^T(t)\theta$$

Le critère à minimiser est donné par [8]:

$$J'(\theta, t) = \frac{1}{2}e^{-\beta t}(\theta - \theta_0)^T Q_0(\theta - \theta_0) + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \left[\frac{(\phi^T(\tau)\theta - y_f(\tau))^2}{m^2(\tau)} \right] d\tau \quad (\text{III.I.12})$$

où β : facteur d'accélération de l'estimation
et $m^2(\tau)$: fonction de normalisation.

La fonction coût est exponentiellement pondérée, elle pénalise les erreurs d'estimation basées sur les actuels et les anciens estimés. Le facteur de pondération β joue le rôle du facteur d'oubli, ie. quand t augmente. L'effet des anciennes données et les valeurs initiales des paramètres décroît exponentiellement.

$\theta_0 = \hat{\theta}(0)$; Q_0 une matrice symétrique définie positive, qui sert à pondérer le coût final.

La valeur minimale de $\theta(t)$ vérifie :

$$\frac{\partial J'}{\partial \theta(t)} = 0$$

En dérivant (III.1.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J'}{\partial \theta(t)} &= Q_0 e^{-\beta t} (\theta(t) - \theta_0) + \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \left[\frac{\phi^T(\tau) \theta(t) - y_f(\tau)}{m^2(\tau)} \right] \phi(\tau) d\tau = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.1.13})$$

$$\begin{aligned} Q_0 e^{-\beta t} (\theta(t) - \theta_0) &+ \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \left[\frac{\phi(\tau) \phi^T(\tau)}{m^2(\tau)} \right] \theta(t) - \\ &e^{-\beta t} Q_0 \theta_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{y_f(\tau) \phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (\text{III.1.14})$$

D'où :

$$\theta(t) = K(t) \left[e^{-\beta t} Q_0 \theta_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{y_f(\tau) \phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau \right] \quad (*)$$

$$K(t) = \left[e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\phi(\tau) \phi(\tau)^T}{m^2(\tau)} d\tau \right]^{-1} \quad (\text{III.1.15})$$

Avec: $K(0) = Q_0^{-1}$

L'équation (III.1.15) est une forme non récursive, car les nouveaux estimés ne dépendent pas des anciens estimés des paramètres.

Pour obtenir une forme récursive, on dérive l'équation (*) et en utilisant l'identité :

$$K(t)K^{-1}(t) = I$$

avec I: matrice Identité

Si on dérive cette dernière équation, on obtient :

$$\frac{dK(t)}{dt} K(t)^{-1} + K(t) \frac{dK(t)^{-1}}{dt} = 0$$

Ce qui implique:

$$\frac{dK(t)}{dt} = -K(t) \frac{dK(t)^{-1}}{dt} K(t) \quad (\text{III.1.16})$$

Mais de (III.1.15):

$$K^{-1}(t) = [e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\phi(\tau)\phi^T(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau]$$

$$\frac{dK^{-1}(t)}{dt} = -[\beta e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t \beta e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\phi(\tau)\phi^T(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau] + \frac{\phi(t)\phi^T(t)}{m^2(t)}$$

$$= -\beta [e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{\phi(\tau)\phi^T(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau] + \frac{\phi(t)\phi^T(t)}{m^2(t)}$$

$$\frac{dK^{-1}(t)}{dt} = -\beta K^{-1}(t) + \frac{\phi(t)\phi^T(t)}{m^2(t)} \quad (\text{III.1.17})$$

En remplaçant (III.1.17) dans (III.1.16), on obtient:

$$\frac{dK(t)}{dt} = -K(t) \left[-\beta K^{-1}(t) + \frac{\phi(t)\phi^T(t)}{m^2(t)} \right] K(t)$$

$$\frac{dK(t)}{dt} = +\beta K(t) - \frac{K(t)\phi(t)\phi^T(t)K(t)}{m^2(t)} \quad (\text{III.1.18})$$

Par analogie avec le cas discret, on prend:

$$m^2(t) = 1 + \phi^T(t)K(t)\phi(t)$$

En dérivant l'équation (*), on aura:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \left[\beta K(t) - \frac{K(t)\phi(t)\phi^T(t)K(t)}{m^2(t)} \right] [e^{-\beta t} Q_0 \theta_0$$

$$+ \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{y_f(\tau)\phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau] - \beta K(t) [e^{-\beta t} Q_0 \theta_0$$

$$+ \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{y(\tau)\phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau] + \frac{K(t)y_f(t)\phi(t)}{m^2(t)}$$

D'où:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{K(t)\phi(t)}{m^2(t)} \epsilon(t)$$

$$\epsilon(t) = y_f(t) - \phi^T(t)\theta(t)$$

souvent on choisit $\delta=0$ et $K(0) = Q^{-1}_0 = q I$; $q > 0$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{K(t)\phi(t)\epsilon(t)}{\alpha + \phi^T(t)K(t)\phi(t)}$$

$$\epsilon(t) = y_f(t) - \phi^T\theta(t)$$

$$\frac{dK(t)}{dt} = -\frac{K(t)\phi^T(t)\phi(t)K(t)}{\alpha + \phi^T(t)K(t)\phi(t)} \quad (\text{III.1.19})$$

Avec: $\alpha > 0 \quad K(0) = q I \quad ; \quad q > 0$

III.3 SYNTHÈSE DE LA LOI DE COMMANDE

Considérons le système déterministe suivant:

$$A(s)y(s) = B(s)u(s) \quad (\text{III.2.1})$$

Où $A(s)$ et $B(s)$ deux polynômes en s de degré n et m respectivement.

Avec: $B = b_0 B^+$; B^+ polynôme stable;
 b_0 : est appelé gain à haute fréquence.

L'objectif de cette synthèse est de trouver un régulateur qui oblige la sortie du système à suivre une trajectoire désirée y_m ; cette dernière est générée par le modèle de référence suivant:

$$A_m(s)Y_m(s) = B_m(s)u_c(s) \quad (\text{III.2.2})$$

Où: $A_m(s)$ et $B_m(s)$: deux polynômes en s
 $U_c(s)$: signal de référence

La stratégie de commande adoptée est celle du placement de

La stratégie de commande adoptée est celle du placement de pôles avec élimination des zéros du système [2]. La synthèse du régulateur en utilisant cette stratégie est donnée par l'Annexe C:

$$R(s)u(s) - T(s)u_c(s) - S(s)y(s) \quad (\text{III.2.3})$$

avec

$$T(s) = \frac{A_0(s)B_m(s)}{b_0} \quad (\text{III.2.4})$$

$$b_0 = \frac{B(s)}{B^+(s)} \quad (\text{III.2.5})$$

$$R(s) = R_1(s)B^+(s) \quad (\text{III.2.6})$$

avec $R_1(s)$ et $S(s)$ sont reliés par :

$$A(s)R_1(s) + b_0S(s) = A_0(s)A_m(s) \quad (\text{III.2.7})$$

En multipliant les deux membres de l'équation (III.2.7) par y , on obtient:

$$AR_1y + b_0Sy = A_0A_my \quad (\text{III.2.8})$$

$$BuR_1 + b_0Sy = A_0A_my \quad (\text{III.2.9})$$

L'équation (III.2.9) deviendra:

$$b_0(Ru+Sy) - A_0A_my \quad (\text{III.2.10})$$

En multipliant ainsi l'équation (III.2.2) par A_0 , on aura :

$$A_0A_my_m - A_0B_mU_c \quad (\text{III.2.11})$$

D'après l'équation (III.2.4), et l'équation [III.2.11), on aura:

$$A_0A_my_m - b_0Tu_c \quad (\text{III.2.12})$$

En retranchant l'équation (III.2.12) de l'équation (III.2.10), on aura:

$$A_0A_m(y-y_m) - A_0A_me - b_0(Ru+Sy-Tu_c) \quad (\text{III.2.13})$$

D'où l'erreur de poursuite est égale à:

$$e - y - y_m = \frac{b_0}{A_0A_m} (Ru+Sy-Tu_c) \quad (\text{III.2.14})$$

On filtre l'erreur e par un filtre Q/P . La raison de l'introduction d'un tel filtrage va être justifier ultérieurement. L'erreur de poursuite filtrée sera donc:

$$e_f = \frac{Q}{P} e = \frac{Qb_0}{A_0A_m} \left(\frac{R}{P}u + \frac{S}{P}y - \frac{T}{P}u_c \right) \quad (\text{III.2.15})$$

Avec Q polynôme en s de degré supérieur ou égal au degré de A_0A_m , et $P = P_1P_2$

Avec :

P_1 : Polynôme en s de degré n - m

P_2 : Polynôme en s de degré égal au degré de R

Le terme R/P peut être écrit par:

$$\frac{R}{P} = \frac{(R - P_2 + P_2)}{P_1 P_2} = \frac{1}{P_1} + \frac{R - P_2}{P}$$

L'erreur filtrée deviendra alors:

$$e_f = \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \left(\frac{1}{P_1} u + \frac{R - P_2}{P} u + \frac{S}{P} y - \frac{T}{P} u_c \right) \quad (\text{III.2.16})$$

C'est là où apparaît l'importance du filtrage introduit dans (III.2.15), car P_1 représente par analogie avec les systèmes discrets, le retard d, d'où la nécessité de connaître P_1 à priori.

Soient k, l, et j les degrés de R, S, T respectivement, introduisons le vecteur des paramètres du régulateur (R, S, T) :

$$\theta^T = [r_1, \dots, r_k, s_0, \dots, s_l, t_0, \dots, t_j]$$

Avec : r_i représente les coefficients de R - P_1

Et le vecteur de mesures :

$$\phi^T(s) = \left[\frac{s^{k-1}}{P(s)} u, \dots, \frac{1}{P(s)}, \frac{s^l}{P(s)} y, \dots, \frac{1}{P(s)} y, \right. \\ \left. - \frac{s^j}{P(s)} u_c, \dots, - \frac{1}{P(s)} u_c \right]$$

L'équation (III.2.16) s'écrit sous la forme :

$$e_f = \frac{b_0 Q}{A_0 A_m} \left(\frac{1}{P_1} u + \phi^T \theta \right) \quad (\text{III.2.17})$$

La loi de commande est calculée de façon que l'erreur filtrée soit nulle, d'où :

$$u = -P_1 (\phi^T \theta) = -P_1 (\theta^T \phi) = -\theta^T P_1 \phi \quad (\text{III.2.18})$$

Pour faciliter le calcul, on choisit $Q = A_0 A_m$ avec $P_1 = A_0$ et $P_2 = A_m$ [2].

Si $\hat{\theta}$ représente une estimation du vecteur θ , l'erreur filtrée peut être écrite sous la forme :

$$e_f = b_0 (\phi^T \hat{\theta} - \phi^T \theta - \frac{1}{P_1} \theta^T P_1 \phi + \phi^T \theta) \quad (\text{III.2.19})$$

Introduisons les signaux η et ϵ définis par :

$$\eta = \frac{1}{P_1} \theta^T (P_1 \phi) - \phi^T \theta = - \left(\frac{1}{P_1} u + \phi^T \theta \right) \quad (\text{III.2.20})$$

$$\epsilon = e_f + b_0 \eta = b_0 (\phi^T \hat{\theta} - \phi^T \theta) \quad (\text{III.2.21})$$

III.3.1 a)- Commande avec l'algorithme du gradient:

En combinant la loi de commande donnée par l'équation (III.2.18) avec la technique du gradient (MIT RULE), on aboutit à :

$$u = -\theta^T P_1 \phi \quad (\text{III.2.22})$$

Où: θ est donné par :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{\gamma e(t)\phi(t)}{\alpha + \phi^T(t)\phi(t)} \quad (\text{III.2.23})$$

Le schéma d'une telle approche est donné par la figure (III.1)

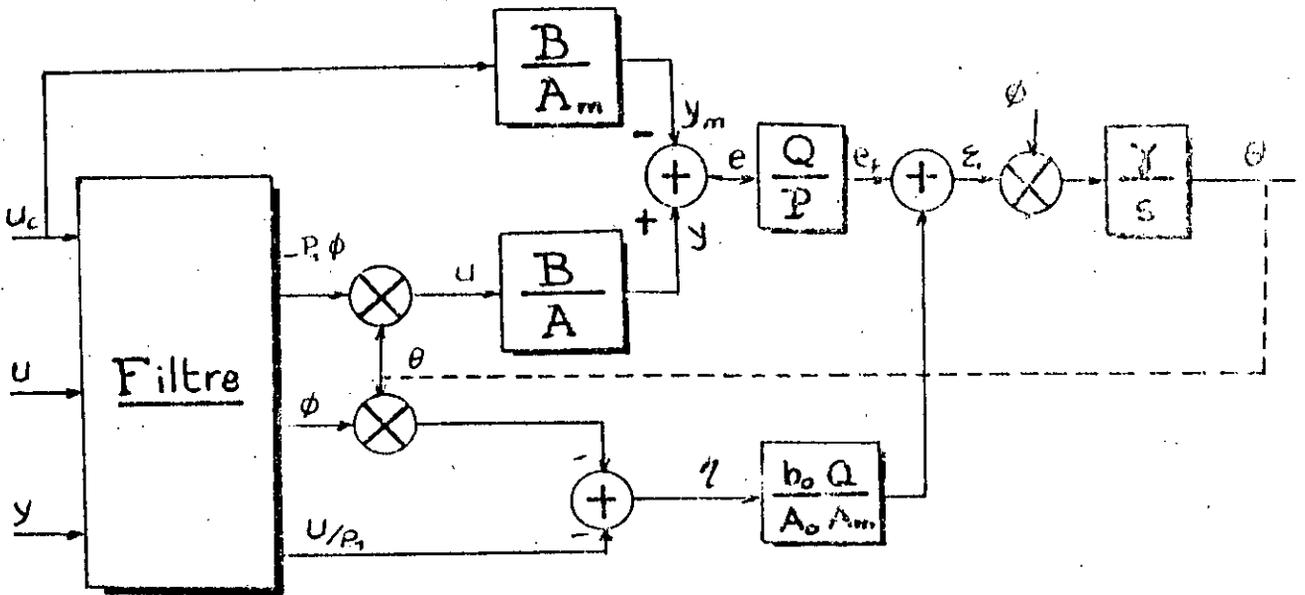


Fig. III.1 Schéma bloc d'un système SISO avec MRAC (Estimateur-Gradient)

III.3.1 b)- Commande avec L'algorithme des M.C.R:

La loi de commande reste la même que celle donnée par l'équation (III.2.22) :

$$u = -\theta^T P_1 \phi$$

Avec: θ est donné par l'algorithme des M.C.R :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{k(t)e(t)\phi(t)}{\alpha + \phi^T(t)K(t)\phi(t)} \quad (\text{III.2.24})$$

Où

$$\alpha > 0$$

$$e(t) = y_m - \phi^T \theta \quad (\text{III.2.25})$$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{K(t)\phi(t)\phi^T(t)}{\alpha + \phi^T(t)K(t)\phi(t)} \quad (\text{III.1.19})$$

$$k(0) = qI, \quad q > 0$$

Une telle stratégie est schématisée sur la fig (III.2).

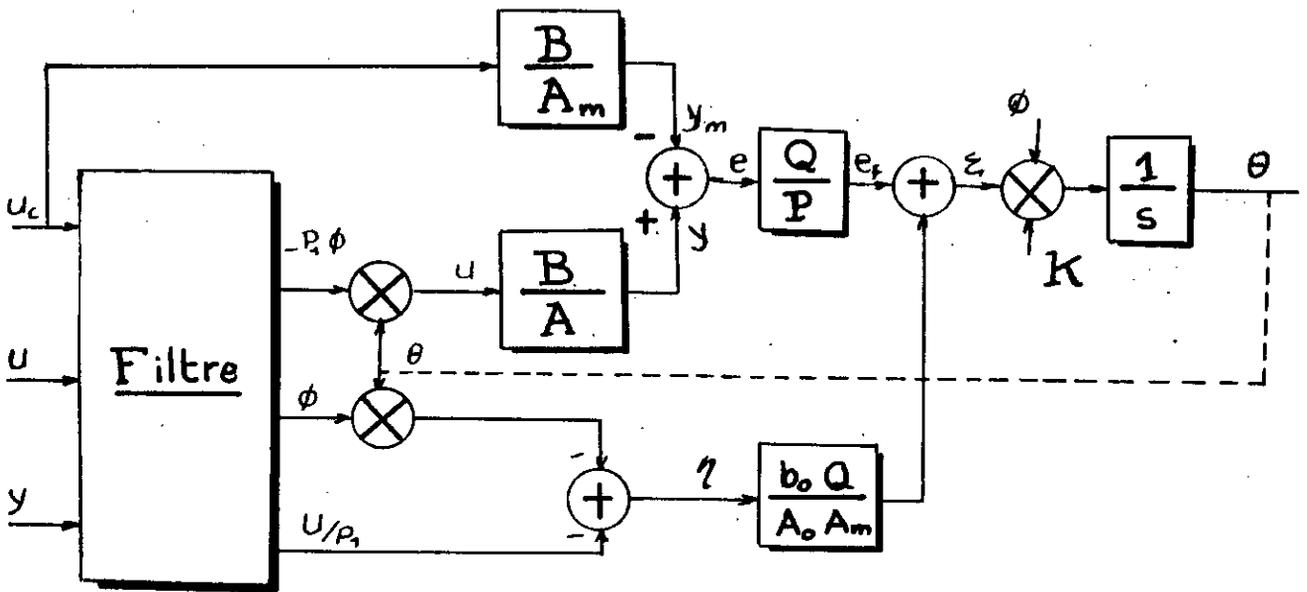


Fig. III.2 Schéma bloc d'un système SISO avec MRAC (Estimateur-M.C.R)

III.3.2 Simulation:

Considérons le modèle suivant :

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{Gb}{(s+a)(s+b)}$$

Avec y et u représentent la sortie du système et sa commande respectivement.

On veut que notre système suit parfaitement le modèle de référence, donné par :

$$\frac{y_m(s)}{u_c(s)} = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} = \frac{w_0^2}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$$

Avec y_m et u_c sont la sortie et l'entrée du modèle de référence respectivement.

D'après (III.2.1), on a :

$$\mathbf{B} = \mathbf{b}_0 \mathbf{B}^+$$

Par identification avec le modèle choisi, on tire :

$$\mathbf{B}^+ = 1 \quad \text{et} \quad \mathbf{b}_0 = \mathbf{G}b$$

Le système choisi est stable et à phase minimale.

Le filtre Q/P donné dans le paragraphe (III.1) est égal à 1 pour une raison de simplicité.

De même :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2, \quad \mathbf{P}_1 = \mathbf{A}_m \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_2 = \mathbf{A}_0$$

Pour que la condition C.13 (Annexe C), soit vérifiée, il suffit de choisir:

$$\deg \mathbf{A}_0 = 1 \quad \deg \mathbf{A}_m = \deg \mathbf{P}_1 = 2$$

$$\deg \mathbf{T} = \deg \mathbf{A}_0 + \deg \mathbf{B}_m = 1$$

D'après (C.12), alors :

$$\begin{aligned} A_0(s) &= s + a_0 \\ R(s) &= s + r_1 \\ S(s) &= s_0 s + s_1 \\ T(s) &= t_0 s + t_1 \end{aligned}$$

L'équation de DIOPHANTINE donnée par (C.8), donne :

$$\begin{aligned} t_0 &= w_0^2 / Gb \\ t_1 &= a_0 w_0^2 / Gb \\ r_1' &= r_1 - a_0 = 2\xi w_0 - a - b \\ s_0 &= (2\xi w_0 a_0 + w_0^2 - (a+b) r_1 - ab) / Gb \\ s_1 &= (a_0 w_0^2 - a b r_1) / Gb \end{aligned}$$

On choisit $G = 2$, $b = 10$, $a = 1$.

La dynamique observable est choisie par le biais de a_0 , telle que :

$$a_0 = 3$$

En ce qui concerne les performances désirées, celles ci ont été choisies comme suit :

$$w_0 = 2 \quad \text{et} \quad \xi = 1.$$

Le signal de référence est un signal carré d'amplitude 1 est de période 40. Le modèle choisi va être utilisé pour la simulation en gradient et en M.C.R.

III.3.3 a)- Résultats de simulation avec l'algorithme du gradient :

Dans l'algorithme du gradient (III.2.23), on choisit :

$$\gamma = 55 \quad \text{et} \quad \alpha = 15$$

Le vecteur des paramètres initial est choisi nul sauf le paramètre t_0 ($t_0 = 0.195$).

La figure (III.3) montre la sortie du système et la trajectoire à suivre, ainsi que la commande. La sortie du système suit parfaitement après un certain temps, la sortie désirée.

L'évolution des paramètres est donnée par la figure (III.4). Les paramètres convergent après un transitoire, vers leurs valeurs.

Afin de tester la capacité de poursuite de l'algorithme, on introduit des variations paramétriques. A l'instant $t = 280$, les paramètres de notre système deviennent: $a = 1.25$, $b = 11.5$

La figure (III.5) présente le comportement de la sortie du système et la commande vis à vis les perturbations paramétriques. la sortie y suit, après un certain temps la trajectoire y_d .

La figure (III.6) montre que les paramètres convergent vers leurs nouvelles valeurs.

III.3.3 b)- Résultats de simulation avec l'algorithme des M.C.R:

Dans l'algorithme des M.C.R donné par (III.2.24), on prend :

$$\mathbf{q} = 55 \quad \text{et} \quad \mathbf{a} = 10$$

Les paramètres initiaux sont pris comme ceux dans la simulation avec l'algorithme du gradient.

La figure (III.7) montre la sortie du système et celle du modèle de référence, ainsi que la commande. La sortie y se confond avec la trajectoire y_d , après un laps de temps.

La figure (III.8) donne l'évolution des paramètres. Ces derniers convergent rapidement vers leurs valeurs. Afin de voir l'influence des changements paramétriques sur l'algorithme de commande, on introduit des variations sur les paramètres à l'instant $t = 280$. L'effet de ces variations sur la poursuite et sur la convergence des paramètres est montré sur la figure (III.9) et sur la figure (III.10) respectivement. Juste après $t = 280$,

la poursuite est récupérée, et les paramètres convergent vers des nouvelles valeurs.

III.3.4 *Conclusion:*

Après avoir vu tous les résultats de simulation (poursuite et convergence paramétrique), avec les deux algorithmes développés précédemment, on peut conclure que l'algorithme du gradient est très simple à implémenter, mais présente des performances assez dégradées par rapport à l'algorithme des M.C.R.

L'avantage de ce dernier réside, dans le fait qu'il assure une convergence rapide des paramètres, permettant ainsi d'accélérer la poursuite du système au modèle de référence. Grâce aux performances de l'algorithme des M.C.R citées ci dessus, on va l'adopter pour la suite de ce chapitre.

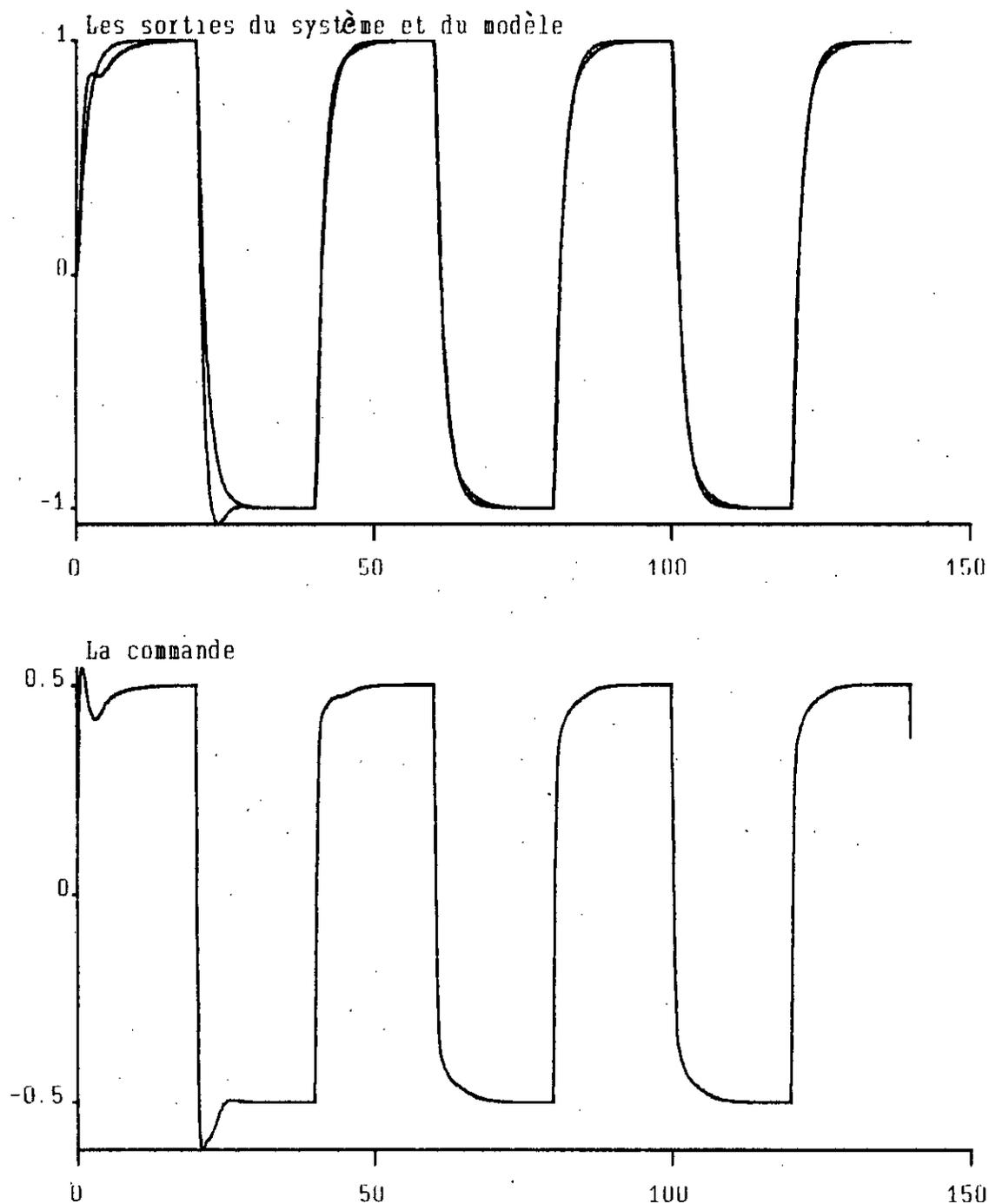


Fig. III.3 La poursuite système-modèle et la commande.

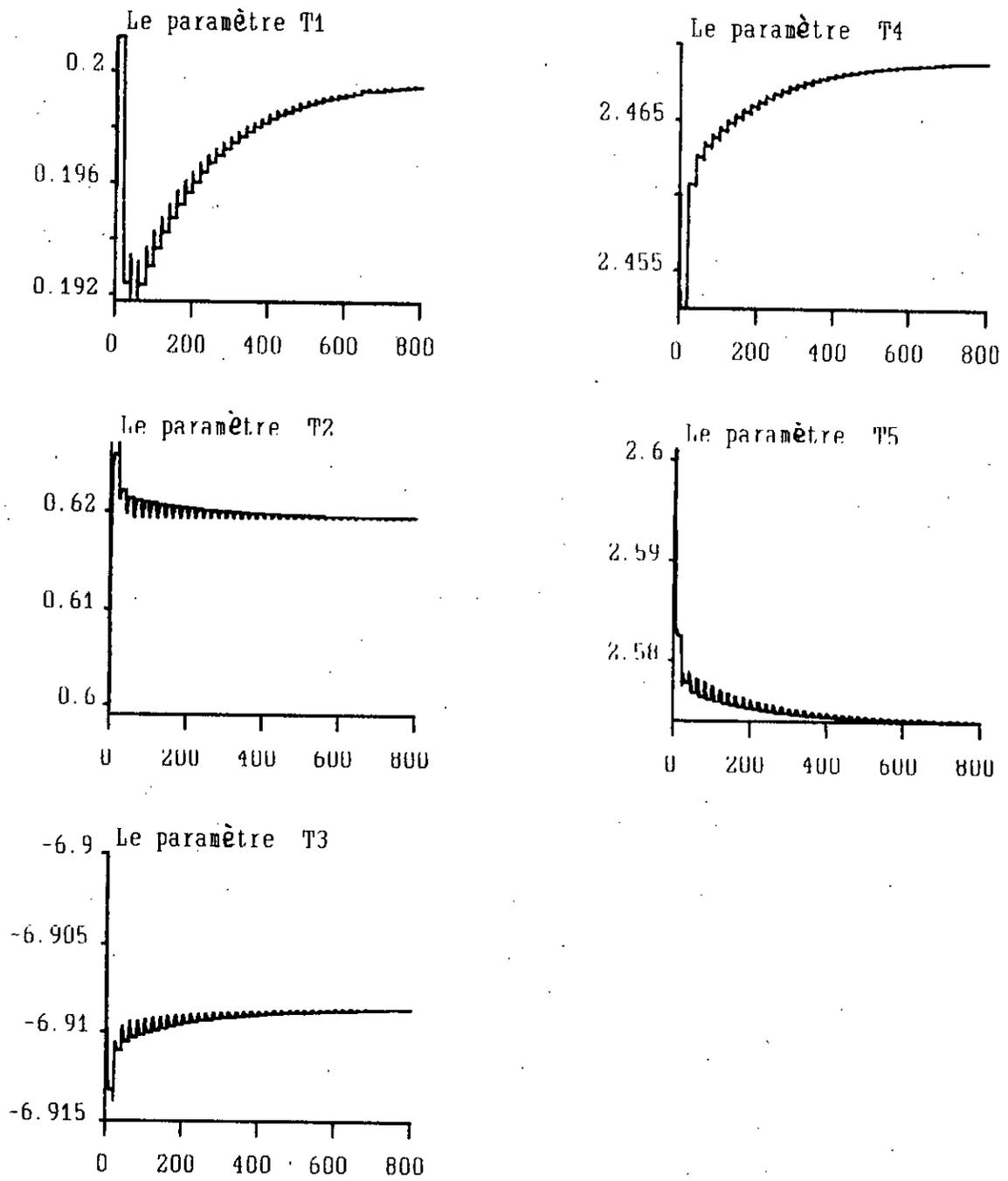


Fig. III.4 L'évolution des paramètres

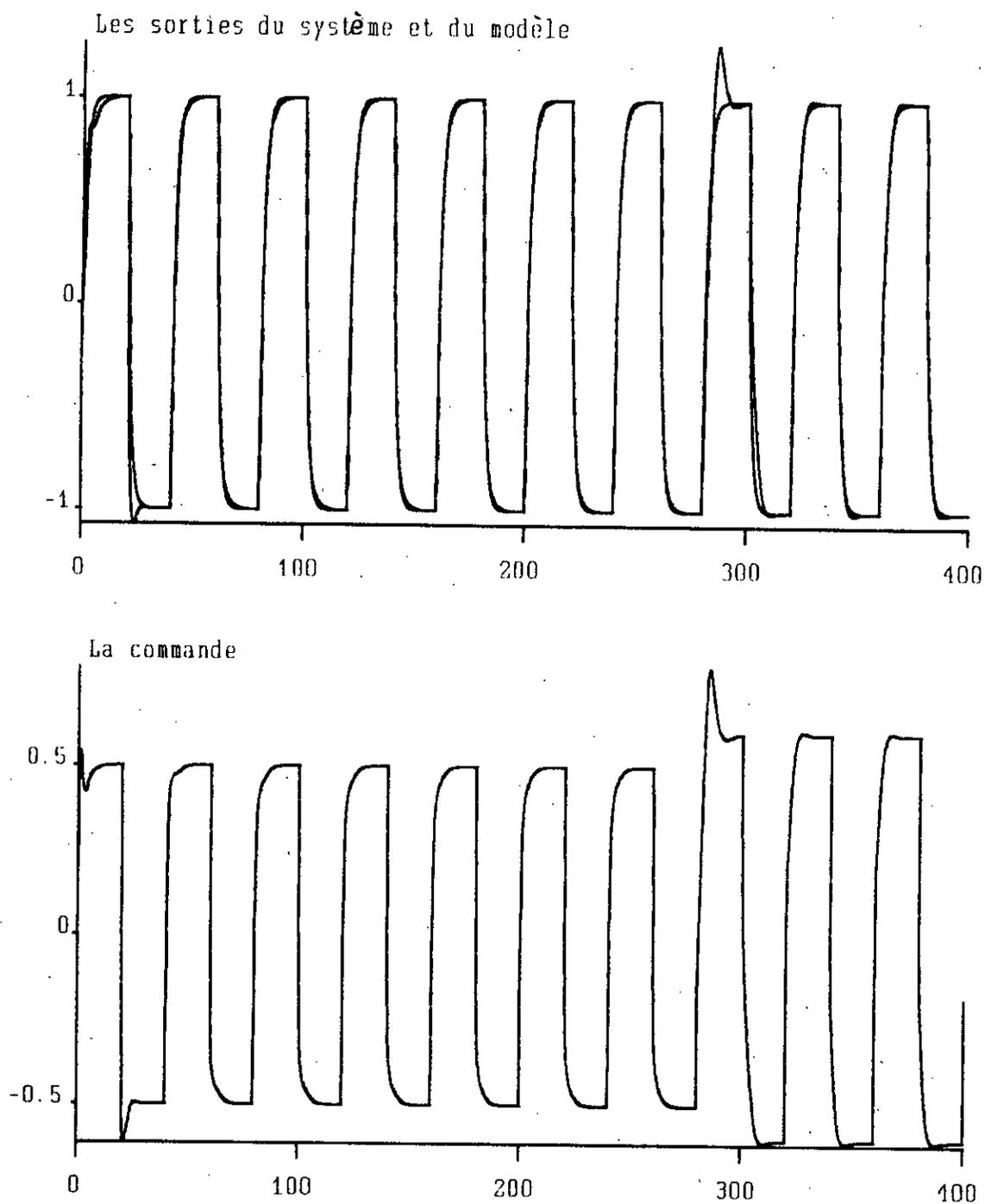


Fig. III.5 La poursuite système-modèle et la commande

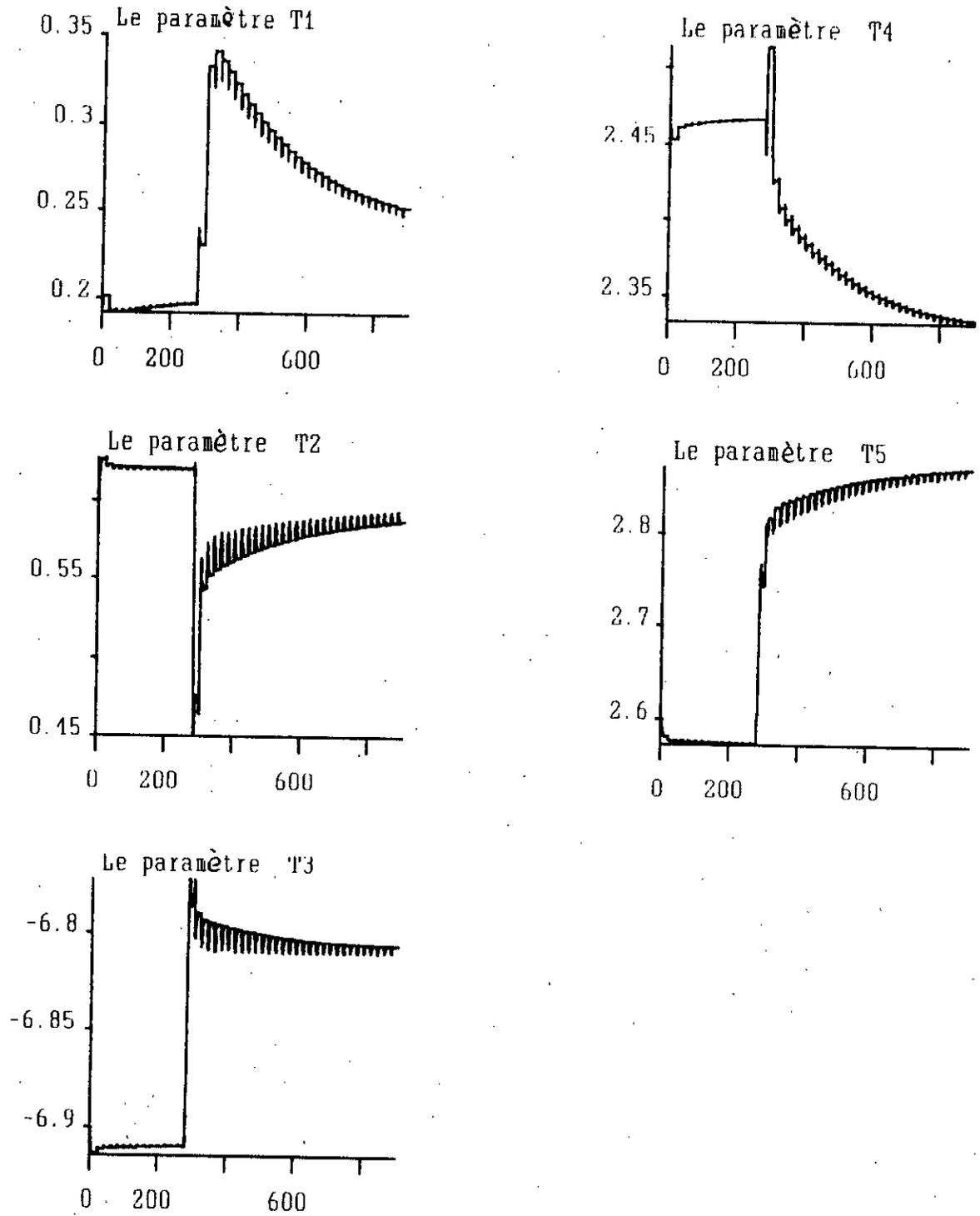


Fig. III.6 L'évolution des paramètres

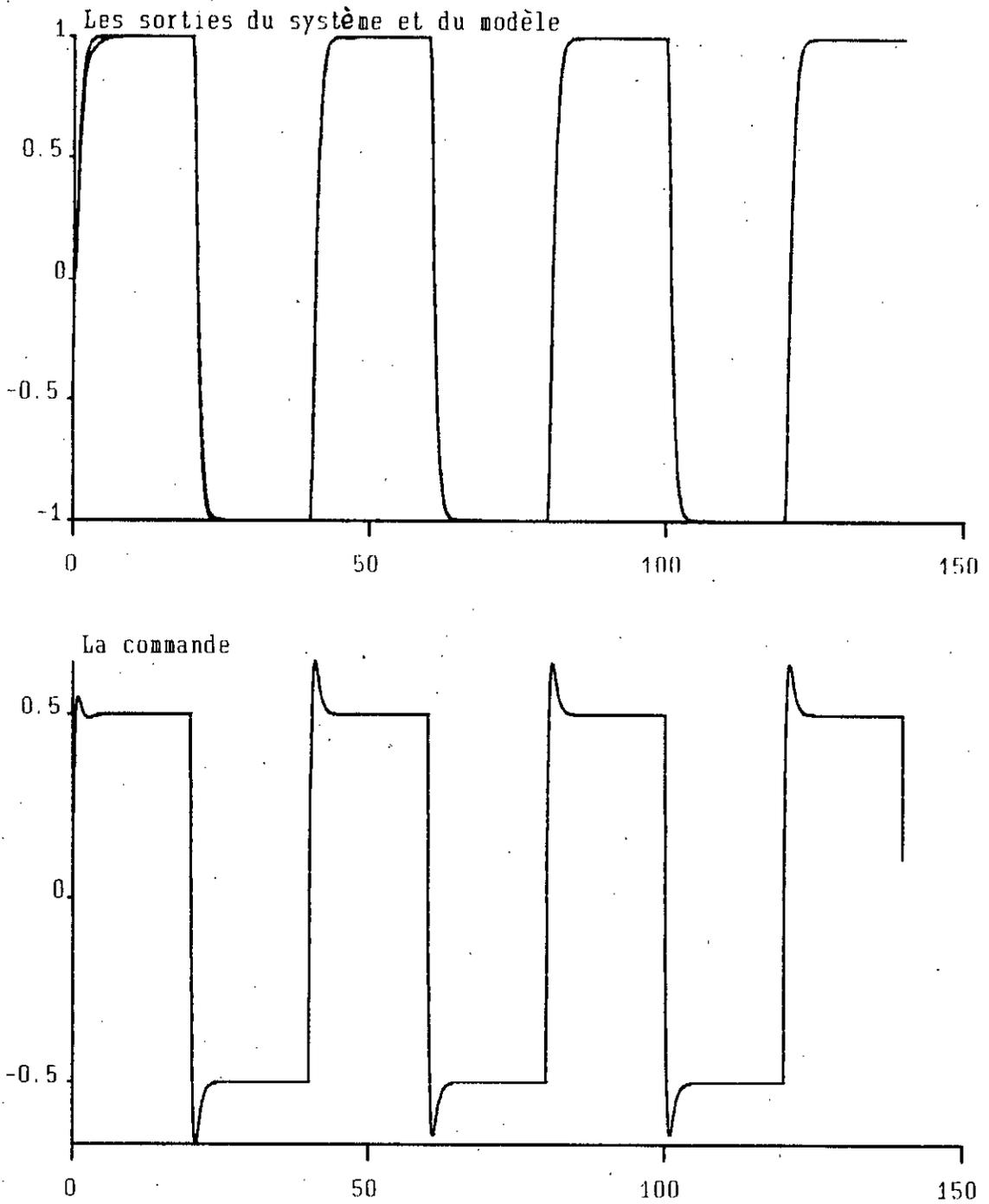


Fig. III.7 La poursuite système-modèle et la commande.

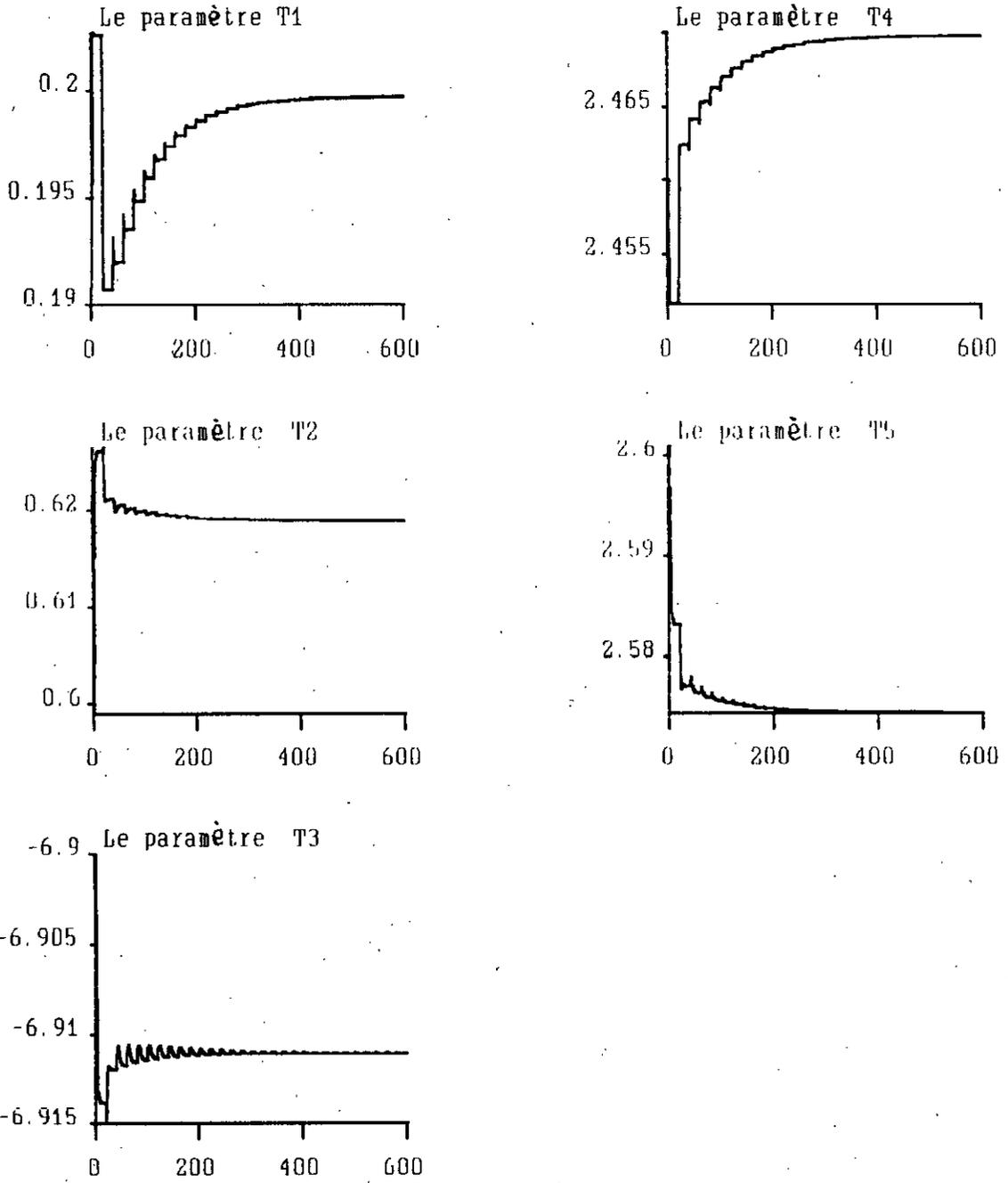


Fig. III.8 L'évolution des paramètres

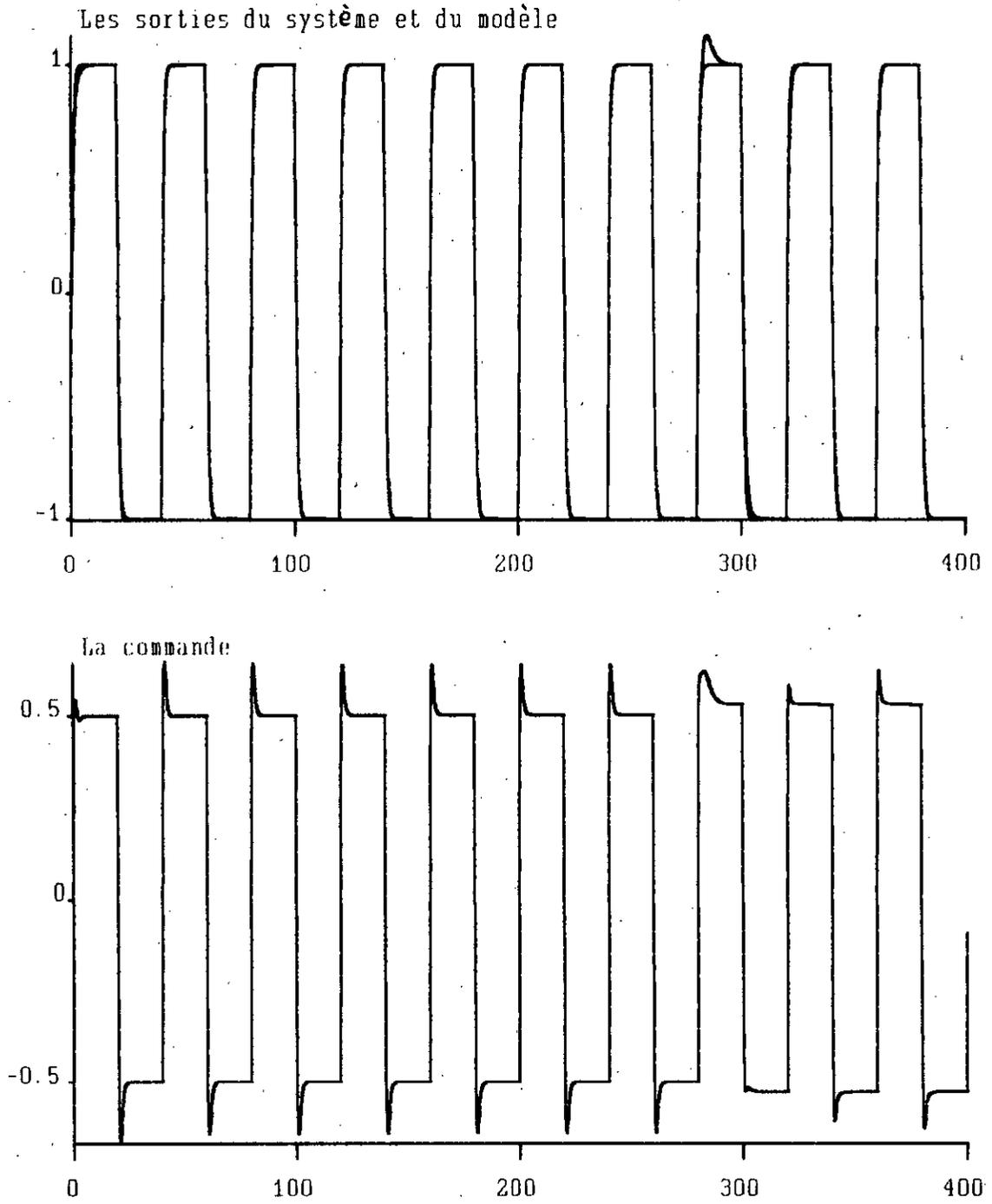


Fig. III.9 La poursuite système-modèle et la commande.

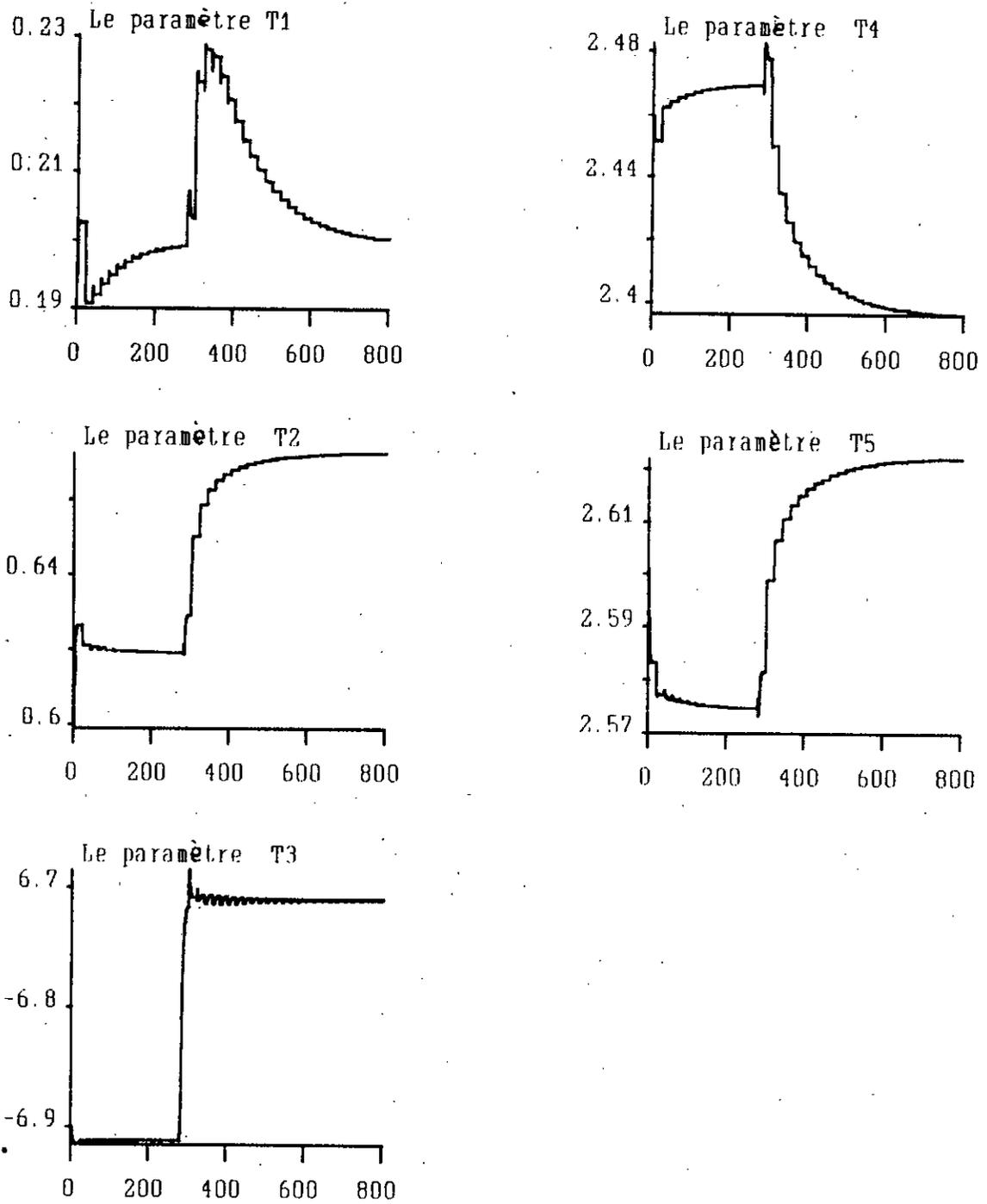


Fig. III.10 L'évolution des paramètres

III.4 ROBUSTESSE

III.4.1 Introduction:

La synthèse de la loi de commande et l'estimation des paramètres dans la dernière partie, ont été faites pour des systèmes supposés bien modélisés et non perturbés.

Dans le cas où, on ne respecte pas ces conditions, le schéma de commande sera inefficace et verrait ses performances se dégrader. Afin de remédier à ce problème, on fait recours à des modifications. Ces dernières sont introduites par voie passive.

Dans ce qui suit, on va étudier l'influence des dynamiques non modélisées, ainsi que les perturbations de charge (déterministes) sur la stabilité du système en boucle fermée et sur la capacité de poursuite de l'algorithme d'adaptation paramétrique.

III.4.2 Dynamiques non modélisées:

*- Normalisation et zone morte:

Considérons le système décrit par (III.1.1) :

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{1 + a_1 s + \dots + a_n s^n}$$

(III.4.1)

Supposons qu'on va utiliser le modèle suivant:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{\hat{m}} s^{\hat{m}}}{1 + a_1 s + \dots + a_{\hat{n}} s^{\hat{n}}}$$

(III.4.2)

Où:

$$\hat{n} < n$$

$$\hat{m} < m$$

La loi de commande est donnée par (III.2.22) :

$$u = -\theta' P_1 \phi'$$

(III.4.3)

Avec :

$$\theta' = [f'_1, \dots, f'_{k'}, s_0, \dots, s_{l'}, \dots, \hat{e}_0, \dots, \hat{e}_{j'}]^T$$

Et :

$$\phi' = \left[\frac{s^{k'-1}}{p} u, \dots, \frac{1}{p} u, \frac{s^{l'}}{p} y, \dots, \frac{1}{p} y, -\frac{s^{j'}}{p} uc, \dots, -\frac{1}{p} uc \right]^T$$

Avec :

$$k' < k, \quad l' < l \quad \text{et} \quad j' < j$$

Les estimés sont donnés par l'algorithme (III.2.24) :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta'}{dt} &= \frac{k'(t)\phi'(t)\epsilon(t)}{\alpha + \phi'^T(t)k'(t)\phi'(t)} \\ \epsilon(t) &= y_m(t) - \phi^T(t)\theta'(t) \\ \frac{dk'(t)}{dt} &= \frac{-k'(t)\phi'(t)\phi^T(t)}{\alpha + \phi'^T(t)k'(t)\phi'(t)} \end{aligned}$$

Avec :

$$\phi'(t) = \mathcal{L}^{-1}[\phi'(s)]$$

$$k'(0) = q \cdot I$$

Où: I : matrice identité, $q > 0$, $\alpha > 0$

La loi de commande donnée ci dessus assure la poursuite de la trajectoire désirée dans le cas idéal.

Les dynamiques non modélisées présentent parfois des perturbations non nécessairement bornées. Pour s'assurer de leur bornitude, on utilise souvent une normalisation qui a pour but de borner toutes les données utilisées par l'algorithme.

L'équation (III.4.2) devient dans le domaine temporel :

$$y(t) - -a_1\dot{y}(t) - \dots - a_n y^{(n)}(t) - b_0 u(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t)$$

(III.4.4)

A cause des dynamiques non modélisées, la dernière équation devient :

$$y(t) - -a_1\dot{y}(t) - \dots - a_n y^{(n)}(t) + b_0 u(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t) + w(t)$$

(III.4.5)

Où $w(t)$ est la réponse due aux dynamiques non modélisées.

Après l'introduction de la normalisation, l'équation précédente s'écrit :

$$\bar{y}(t) - -a_1\bar{y}(t) - \dots - a_n \bar{y}^{(n)}(t) + b_0 \bar{u}(t) + \dots + b_m \bar{u}^{(m)}(t) + \bar{w}(t)$$

(III.4.6)

Où:

$$\bar{y}(t) = \frac{y(t)}{no(t)}$$

$$\bar{u}(t) = \frac{u(t)}{no(t)}$$

$$\bar{w}(t) = \frac{w(t)}{no(t)}$$

La norme $no(t)$ peut être choisie comme en [2], elle est

donnée par:

$$C \cdot no(t) = \text{MAX} (|y(t)|, |u(t)|) \quad (\text{III.4.7})$$

Avec: C est un filtre stable en opérateur (d/dt)

L'algorithme des moindres carrés récursifs deviendra :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta'(t)}{dt} &= \frac{k'(t)\bar{\phi}'(t)\bar{\epsilon}(t)}{\alpha + \bar{\phi}'^T(t)k'(t)\bar{\phi}'(t)} \\ \frac{dk'(t)}{dt} &= \frac{-k'(t)\bar{\phi}'(t)\bar{\phi}'^T(t)k'(t)}{\alpha + \bar{\phi}'^T(t)k'(t)\bar{\phi}'(t)} \end{aligned} \quad (\text{III.4.8})$$

Avec:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}(t) &= \frac{\epsilon(t)}{no(t)} \\ \bar{\phi}'(t) &= \frac{\phi'(t)}{no(t)} \end{aligned}$$

L'algorithme des M.C.R garantit que l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\infty} \bar{\epsilon}^2(t) dt \quad (\text{III.4.9})$$

est convergente, par conséquent :

$$\lim \bar{\epsilon}(t) = 0 \quad (\text{III.4.10})$$

Avec: $\epsilon(t)$ correspond seulement aux erreurs paramétriques.

Mais, notre système est mal modélisé, donc, il sera affecté par des perturbations dues aux dynamiques non modélisées. L'erreur de poursuite normalisée peut être alors écrite comme:

$$\bar{\epsilon}(t) = \bar{\epsilon}_0(t) + \bar{\epsilon}^*(t) \quad (\text{III.4.11})$$

Avec

ϵ_0 : erreur paramétrique.

ϵ^* : erreur due aux dynamiques non modélisées.

D'après ce qui a été dit précédemment, et lorsque :

$$t \rightarrow \infty$$

$$\bar{\epsilon}_0 \rightarrow 0$$

$$\bar{\epsilon}^* \rightarrow \epsilon_1$$

Donc $\epsilon(t)$ tend vers ϵ_1 , qui est l'optimum qu'on peut atteindre avec la modélisation considérée. Comme ϵ_1 est parfois inconnue et non nulle, l'intégrale suivante:

$$\int_0^{\infty} \bar{\epsilon}^2(t) dt$$

diverge, et on aura une explosion de l'algorithme.

Une solution évidente pour éviter cette divergence, est de geler l'algorithme quand l'erreur de poursuite atteint sa valeur limite.

Cette technique est implémentée en spécifiant une zone morte pour l'erreur $\epsilon(t)$, dans laquelle l'algorithme est arrêté.

Une manière de juger si on doit activer ou non l'opération du gel

est d'utiliser la quantité :

$$N(t) = \begin{cases} \bar{e}(t) & \text{si } |\bar{e}(t)| \geq \epsilon_1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.4.12})$$

Avec :

$$\text{MAX } |\bar{w}(t)| \leq \epsilon_1$$

L'algorithme des M.C.R deviendra :

$$\begin{aligned} \frac{d \theta'(t)}{dt} &= \frac{k'(t) \bar{\phi}'(t) N(t)}{\alpha + \bar{\phi}'^T(t) k'(t) \bar{\phi}'(t)} \\ \frac{d k'(t)}{dt} &= \frac{-k'(t) \bar{\phi}'(t) \bar{\phi}'^T(t) k'(t)}{\alpha + \bar{\phi}'^T(t) k'(t) \bar{\phi}'(t)} \end{aligned} \quad (\text{III.4.13})$$

L'algorithme (III.4.13) utilise la normalisation et la zone morte.

Remarque :

La loi de commande reste la même que celle donnée par (III.4.3).

**** - Normalisation et filtrage :**

Les dynamiques non modélisées correspondent à des hautes fréquences qui vont influencer les performances réalisées par le schéma de commande. Afin d'assurer la convergence paramétrique et une bonne poursuite, on introduit un filtre stable passe bas $F(s)$, en guise d'une réduction de l'effet de ces hautes fréquences, tel que :

$F(s) = 1/(1 + T_f s)$ où T_f est bien choisi.

On utilise la normalisation dans le même but que celui cité précédemment. L'A.A.P des M.C.R sera :

$$\frac{d\theta'}{dt} = \frac{k'(t)\bar{e}_F(t)\overline{\phi}'_F(t)}{\alpha + \overline{\phi}'^T_F(t)k'(t)\overline{\phi}'_F(t)} \quad (\text{III.4.14})$$

$$\frac{dk'(t)}{dt} = \frac{-k'(t)\overline{\phi}'_F(t)\overline{\phi}'^T_F(t)k'(t)}{\alpha + \overline{\phi}'^T_F(t)k'(t)\overline{\phi}'_F(t)}$$

Où

$$\overline{\phi}'_F(s) = F(s)\overline{\phi}'(s) \quad (\text{III.4.15})$$

$$\bar{e}_F(s) = F(s)\bar{e}(s)$$

Ce dernier algorithme est celui des moindres carrés récursifs utilisant la normalisation et le filtrage à haute fréquence.

III.4.3 Perturbation déterministe :

Considérons le système satisfaisant à l'équation suivante:

$$y(t) = -a_1\dot{y}(t) - \dots - a_n y^{(n)}(t) + b_0 u(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t) + w_c(t) \quad (\text{III.4.15})$$

Où: $w_c(t)$ est une perturbation de charge mesurable et bornée.

La commande qui permet au système de suivre le modèle de référence est donnée par (III.2.22):

$$u = -\theta^T P_1 \phi \quad (\text{III.4.16})$$

En présence d'une composante continue qui s'additionne à la sortie du système, l'erreur de poursuite s'écrit :

$$\epsilon(t) = \epsilon_\theta(t) + \epsilon_*(t) \quad (\text{III.4.17})$$

Avec: $\epsilon_\theta(t)$: erreur paramétrique.

$\epsilon_*(t)$: erreur due à la perturbation de charge.

Puisque l'algorithme des M.C.R. prend en charge l'élimination de $\epsilon_\theta(t)$, donc $\epsilon(t)$ devient - pour t grand - égale à ϵ_c .

Sachant que ϵ_c est l'optimum qu'on peut atteindre avec la stratégie de commande adoptée, en outre, cet optimum est non nul ce qui rend l'intégrale suivante divergente.

$$\int_0^{\infty} \epsilon^2(t) dt \quad (\text{III.4.18})$$

Afin d'éviter l'explosion de l'algorithme des M.C.R., on utilise la technique du gel de l'A.A.P (détaillée dans III.4.2.a). Avec cette modification, l'algorithme est donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{k(t)\phi(t)N(t)}{\alpha + \phi^T(t)k(t)\phi(t)} \\ \frac{dk(t)}{dt} &= \frac{-k(t)\phi(t)\phi^T(t)k(t)}{\alpha + \phi^T(t)k(t)\phi(t)} \\ N(t) &= \begin{cases} \epsilon(t) & \text{si } |\epsilon(t)| \geq \epsilon_c \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.4.19})$$

$$\text{MAX}|w_c(t)| \leq \epsilon_c$$

III.4.4 *Simulation*:III.4.4 a)- Dynamiques non modélisées:

Considérons le système donné par:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Gb}{(s+a)(s+b)}$$

$y(s)$ et $u(s)$ sont la sortie et l'entrée du système respectivement.

Le système choisi est stable et à phase minimale.

En négligeant la dynamique $(b/(s+b))$, le système ci dessus devient:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G}{s+a}$$

Dans le domaine temporel , la dernière équation devient:

$$\frac{d y(t)}{dt} = -ay(t) + Gu(t)$$

A cause des dynamiques non modélisées, l'équation précédente s'écrit:

$$\frac{d y(t)}{dt} = -ay(t) + Gu(t) + w(t)$$

Avec: $w(t)$ est la réponse due aux dynamiques non modélisées, elle est régie par l'équation suivante:

$$\frac{dw(t)}{dt} = -bw(t) + \frac{Gb}{a-b} u(t)$$

La trajectoire désirée est générée par le modèle :

$$\frac{y_m(s)}{u_c(s)} = \frac{w_0}{s+w_0}$$

u_c : signal carré d'amplitude 1 et de période 40.

D'après l'annexe C on a :

$$\begin{aligned} R(s) &= s + r_1 \\ A_0(s) &= s + a_0 \\ T(s) &= t_0 s + t_1 \\ S(s) &= s_0 \end{aligned}$$

La résolution de l'équation de DIOPHANTINE donne:

$$\begin{aligned} t_0 &= w_0/G \\ t_1 &= a_0 w_0/G \\ r_1' &= r_1 - a_0 = w_0 - a \\ s_0 &= (w_0 a_0 - a r_1)/G \end{aligned}$$

On refait la même procédure que pour la partie (III.3.2 b), en utilisant l'algorithme des M.C.R pour l'estimation des paramètres en prenant $q=80$ et $a=10$.

La figure (III.11) montre la sortie du système et celle du modèle de référence, ainsi que la commande. On remarque sur cette figure que le système essaye au début de suivre le modèle de référence, mais à partir d'un certain temps, l'écart entre eux croît avec le temps et la commande augmente en amplitude et se déstabilise.

La figure (III.12) présente l'évolution des paramètres. Ces derniers ont un aspect oscillant.

a) Normalisation et zone morte:

Le polynôme $C(t)$ est choisi égal à 1. La zone morte est d'amplitude 4%.

La figure (III.13) montre les sorties du système et du modèle. On voit bien que l'erreur de poursuite a remarquablement diminué.

L'évolution des paramètres est présentée par la figure(III.14). Les estimés convergent vers leurs valeurs.

b) Normalisation et filtrage:

Le filtre passe bas pris comme suit:

$$F(s) = 1 / (1 + 0.125s)$$

$C(t)$ reste égal à 1. La figure (III.16) montre l'évolution des estimés, ces derniers convergent. La poursuite du système au modèle est présentée sur la figure (III.15). Elle est améliorée et les deux sorties apparaissent confondues.

III.4.4. b)- Perturbations déterministes:

Soit le système décrit par:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -(a+b) \frac{dy(t)}{dt} - a b y(t) + G b u(t) + w_c(t)$$

Avec: y et u sont la sortie et l'entrée du système respectivement.

$w_c(t)$: est une perturbation déterministe (de charge), et elle est choisie comme échelon d'amplitude 0.1.

soit: $a = 1$; $b = 10$ et $g = 20$

Le modèle de référence est le même que celui donné par (III.3.2) avec les spécifications suivantes : $\xi = 1$ et $w_0 = 2$.

Le signal de référence est un signal carré d'amplitude 1 et de période 40. En utilisant l'algorithme des M.C.R avec: $a = 10$ et $q = 55$, on obtient la figure (III.17) qui montre la sortie du système, la trajectoire à suivre et la commande.

L'évolution des paramètres est donnée par la figure (III.18), on remarque que les performances sont médiocres.

L'amplitude de la zone morte est choisie égale à 0.14.

L'introduction de la zone morte donne la figure (III.19), montrant une poursuite acceptable du système à la trajectoire désirée.

La figure (III.20) présente l'évolution des paramètres qui ont trouvé leur convergence.

III.4.5 Conclusion:

Les dynamiques non modélisées et les perturbations déterministes

présentent un effet déstabilisant sur la convergence paramétrique, ainsi que sur la poursuite.

L'introduction des mécanismes de robustification (normalisation et zone morte ou filtrage et normalisation pour les dynamiques non modélisées, la zone morte pour les perturbations déterministes), nous a permis l'obtention des performances acceptables en poursuite et en convergence paramétrique.

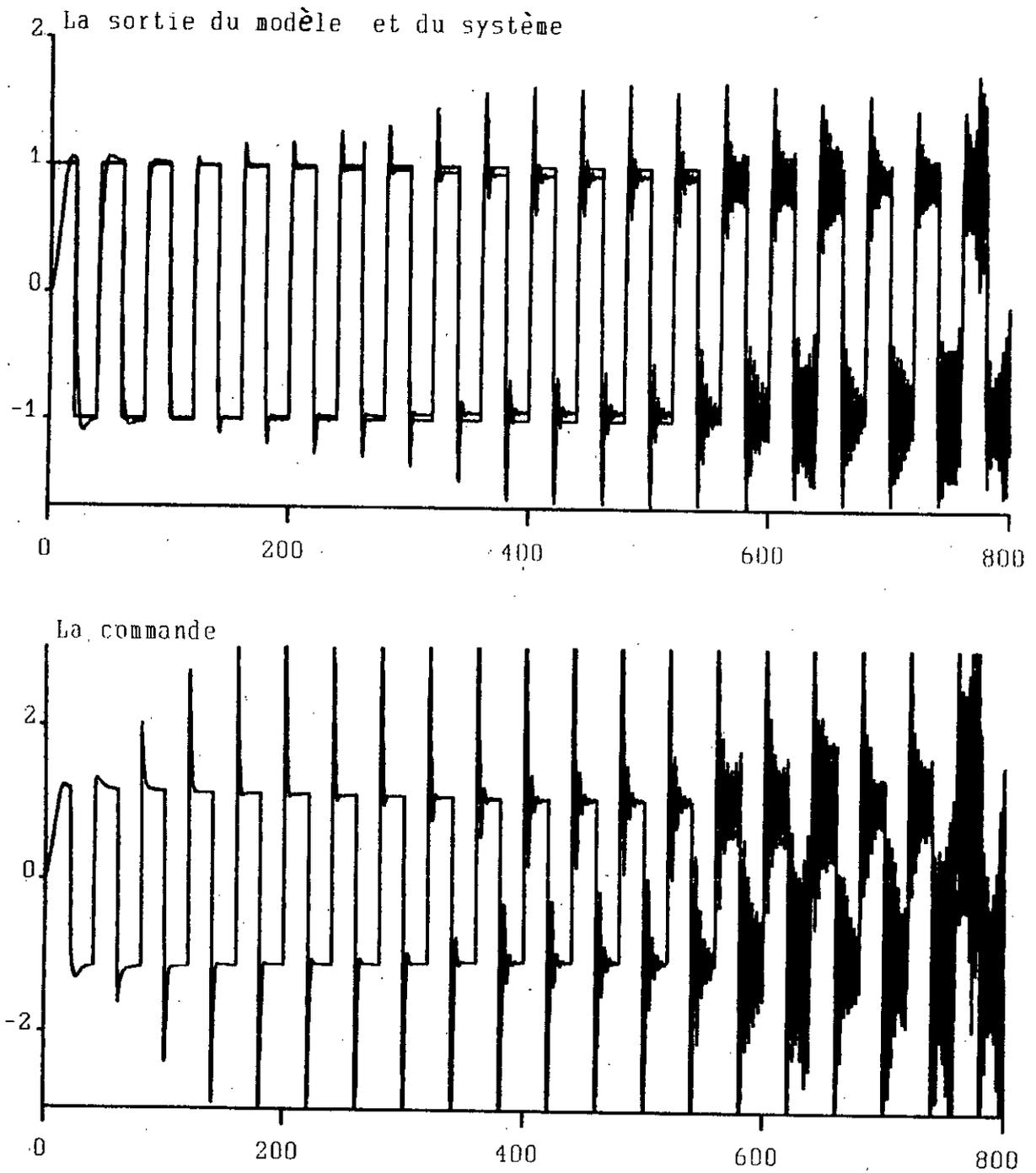


Fig. III.11 La poursuite système-modèle et la commande.

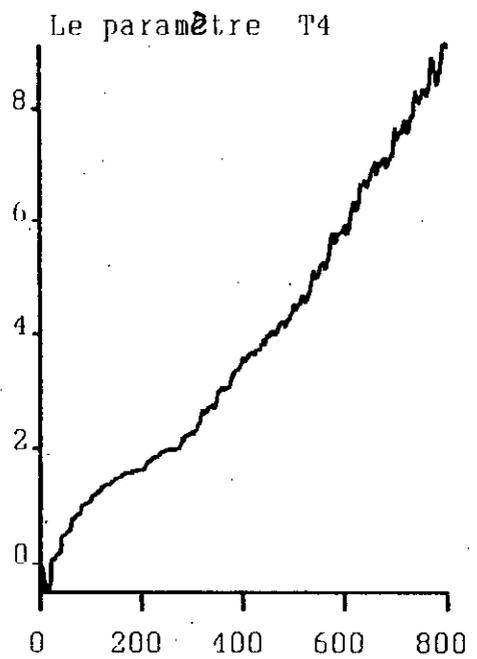
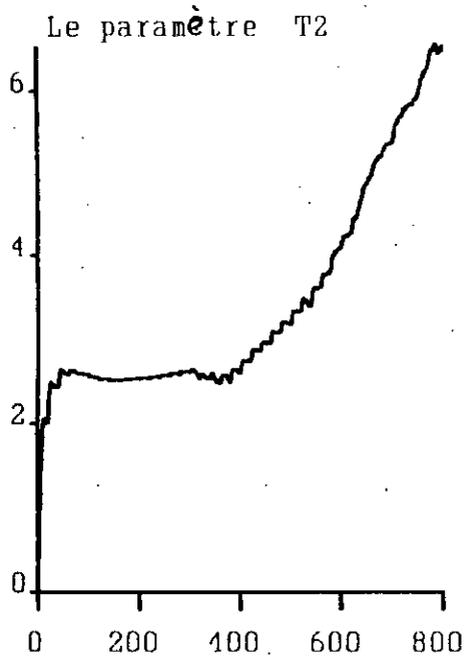
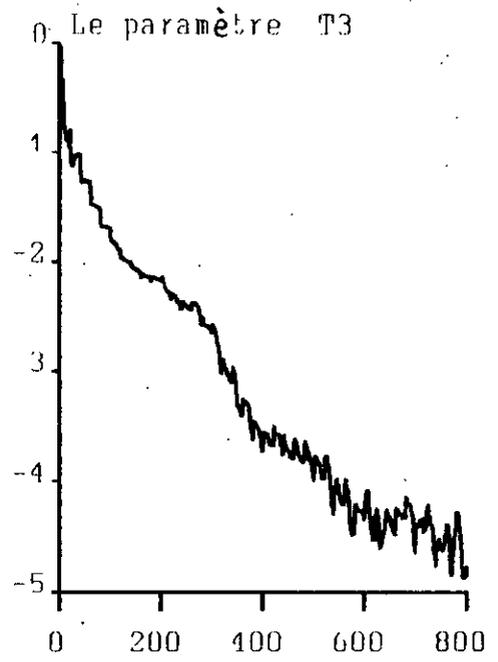
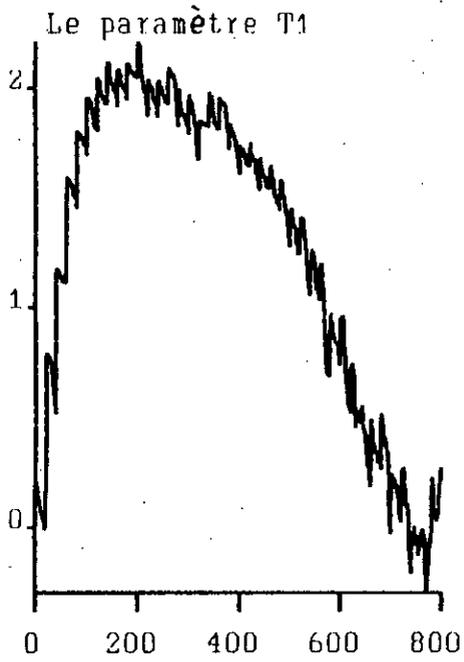


Fig. III.12 L'évolution des paramètres

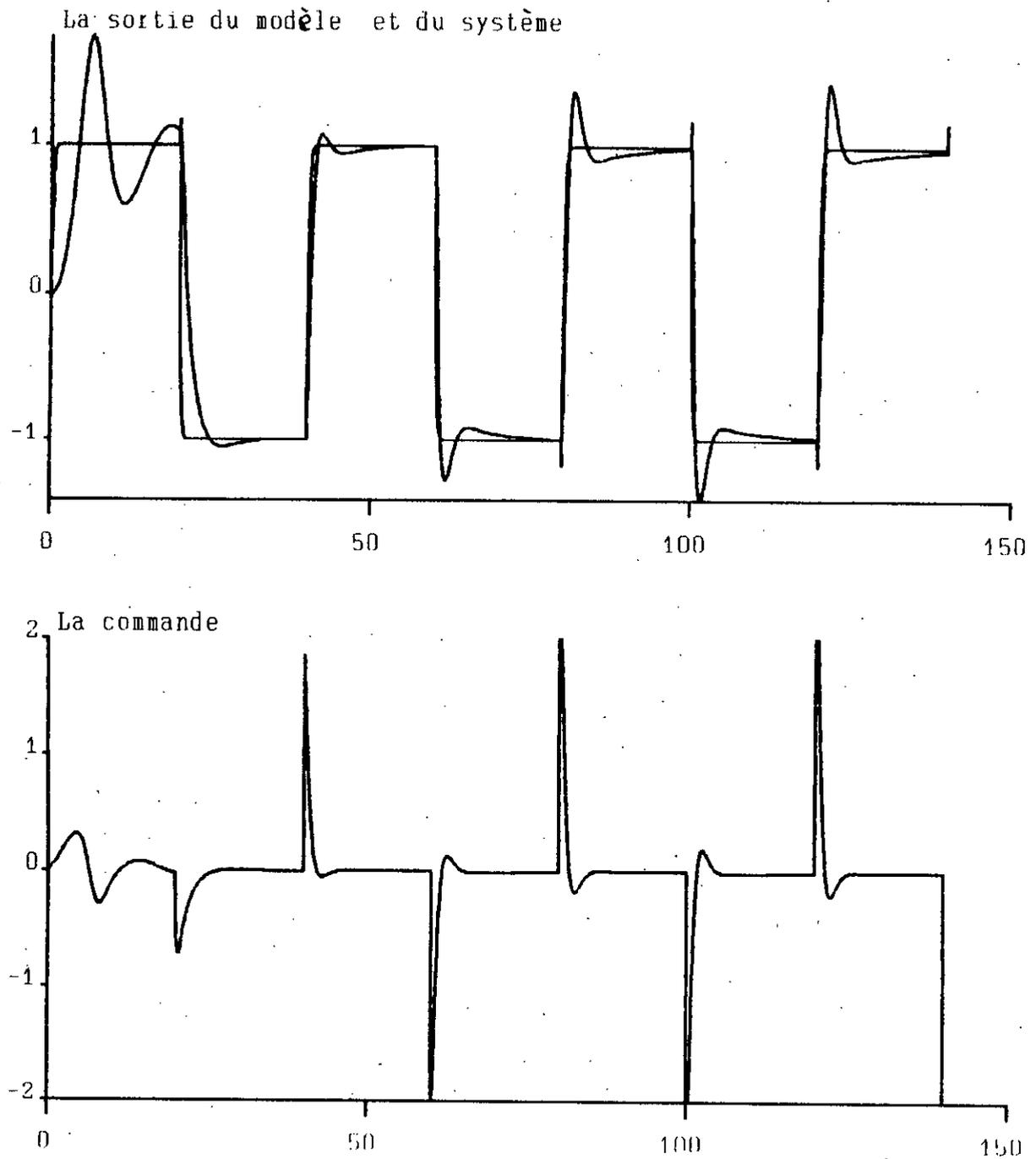


Fig. III.13 La poursuite système-modèle et la commande

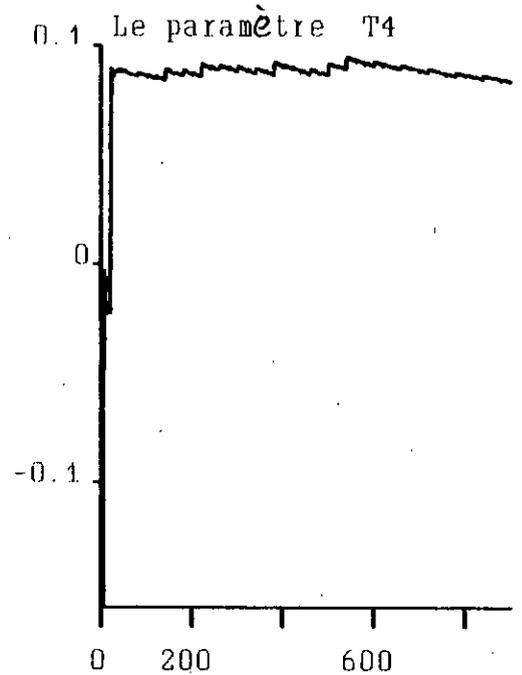
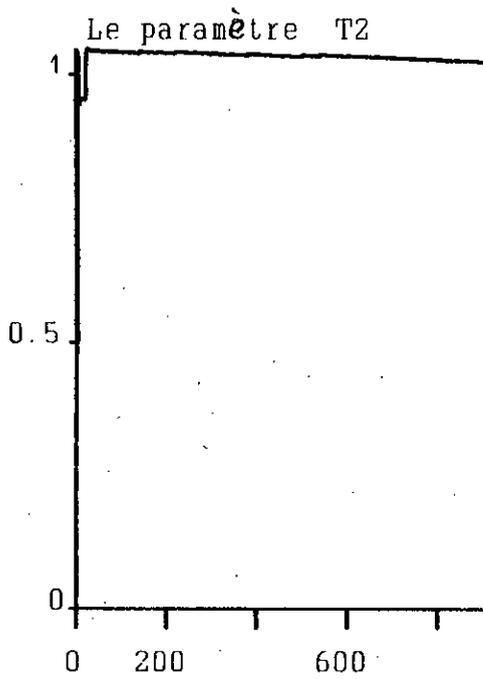
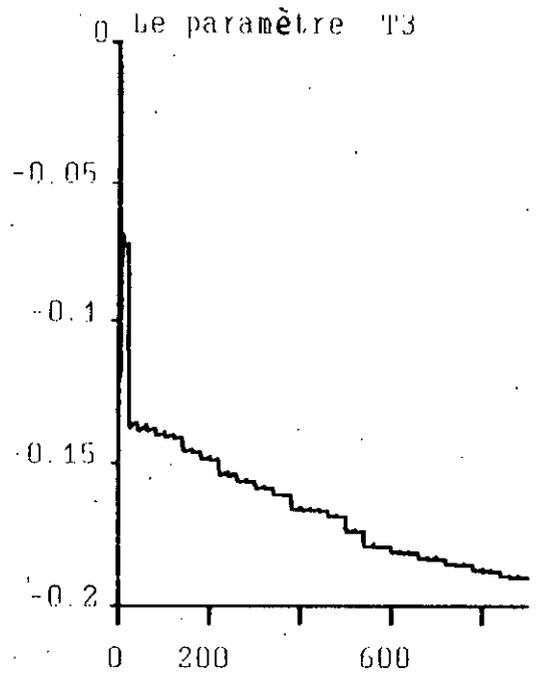
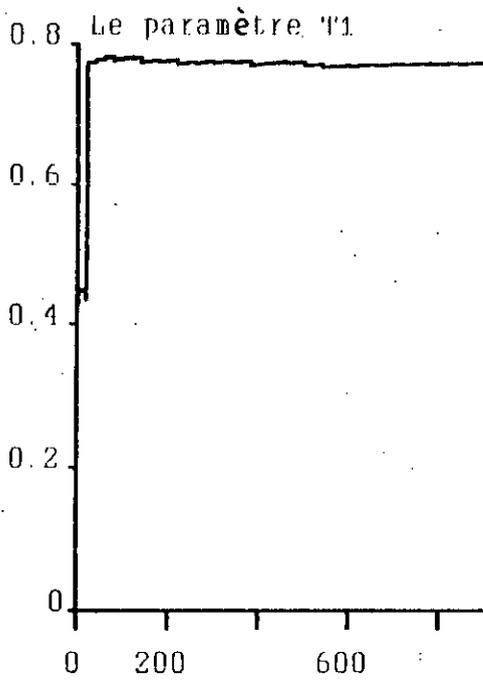


Fig. III.14 L'évolution des paramètres

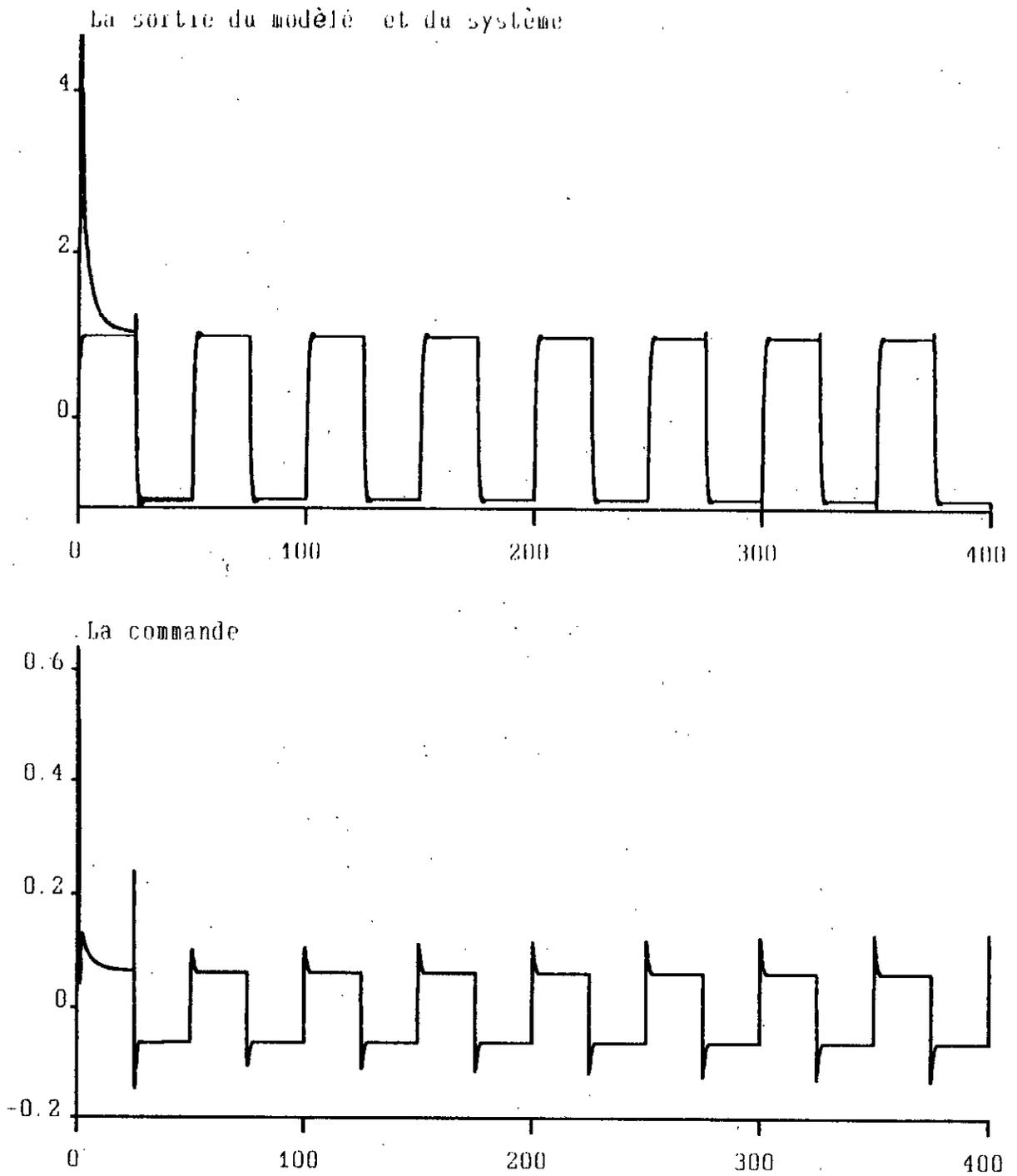


Fig. III.15 La poursuite système-modèle et la commande.

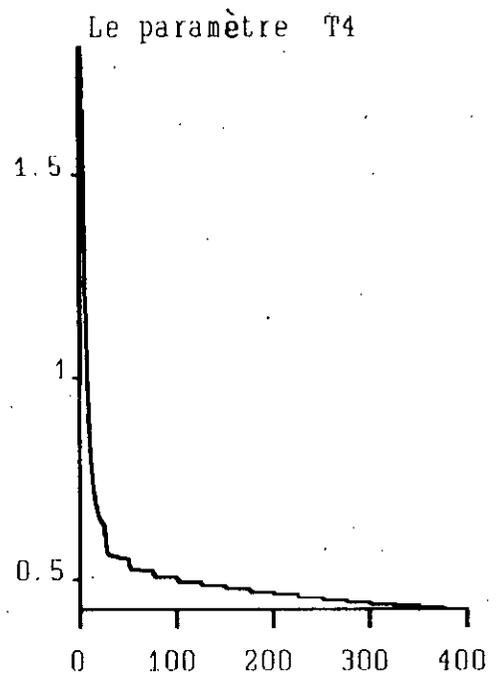
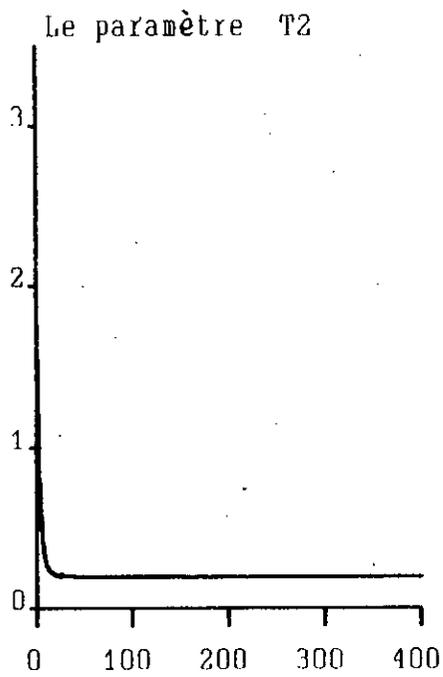
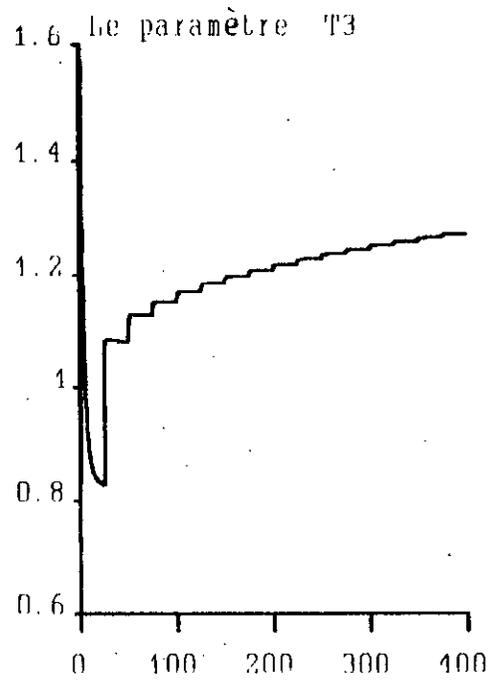
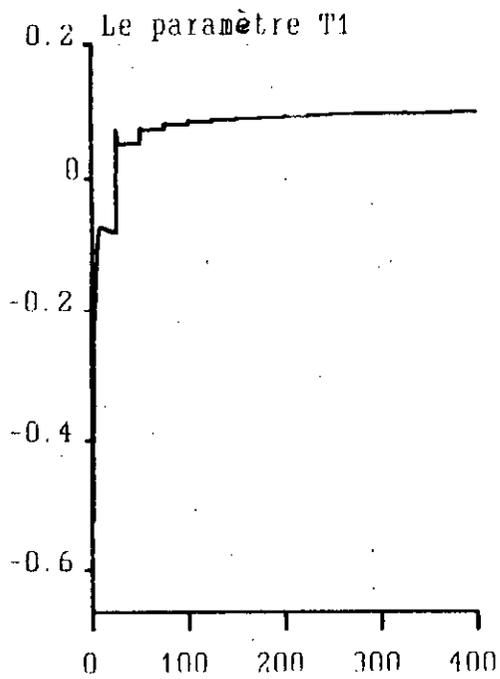


Fig. III.16 L'évolution des paramètres

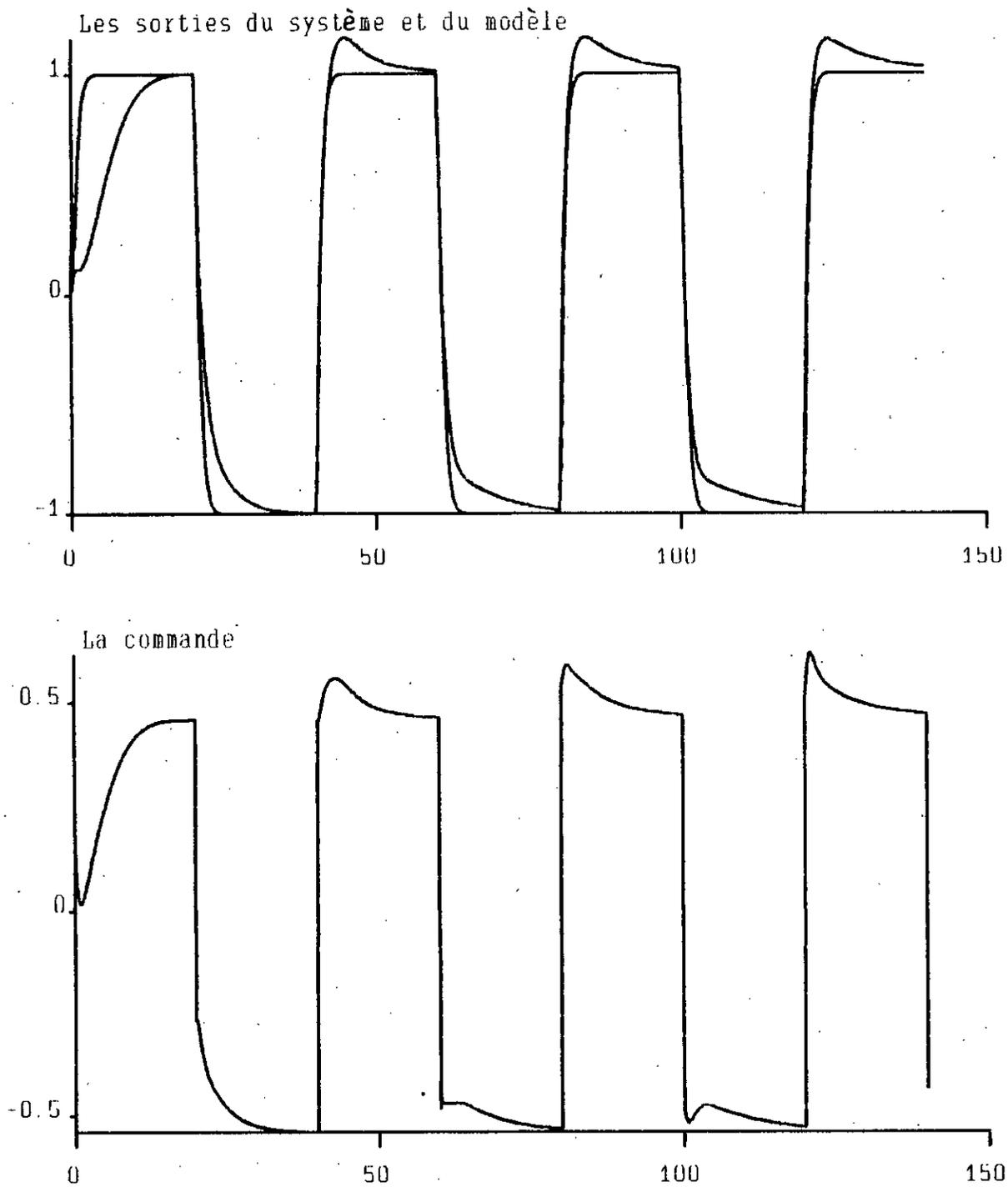


Fig. III.17 La poursuite système-modèle et la commande.

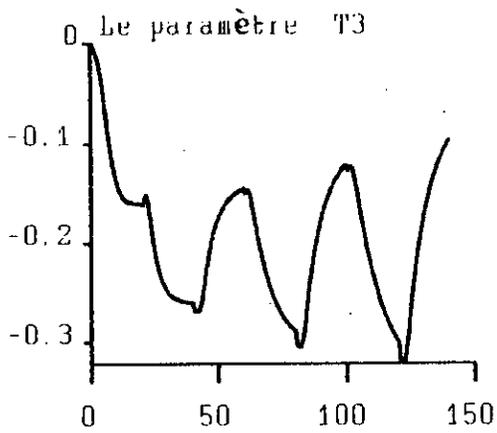
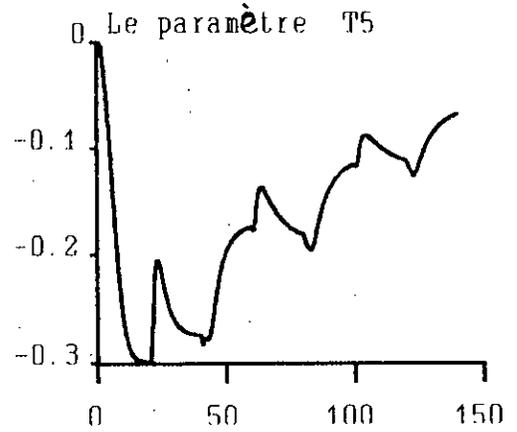
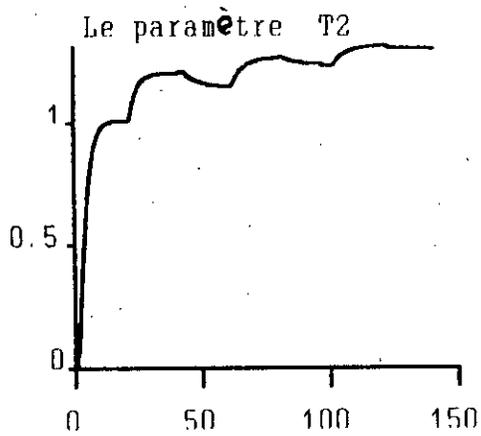
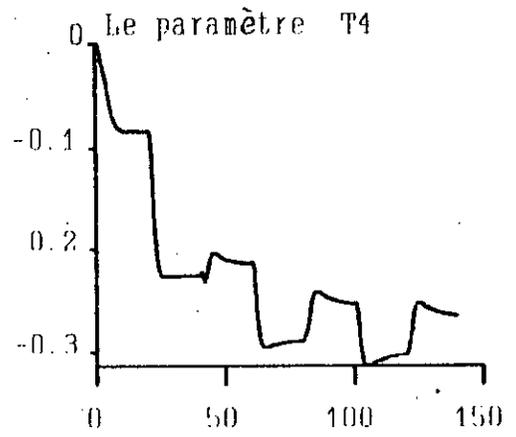
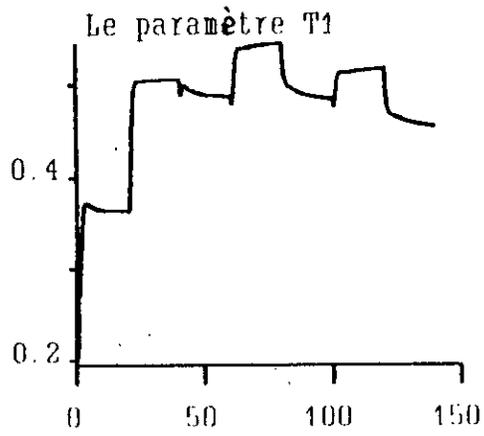


Fig. III.18 L'évolution des paramètres

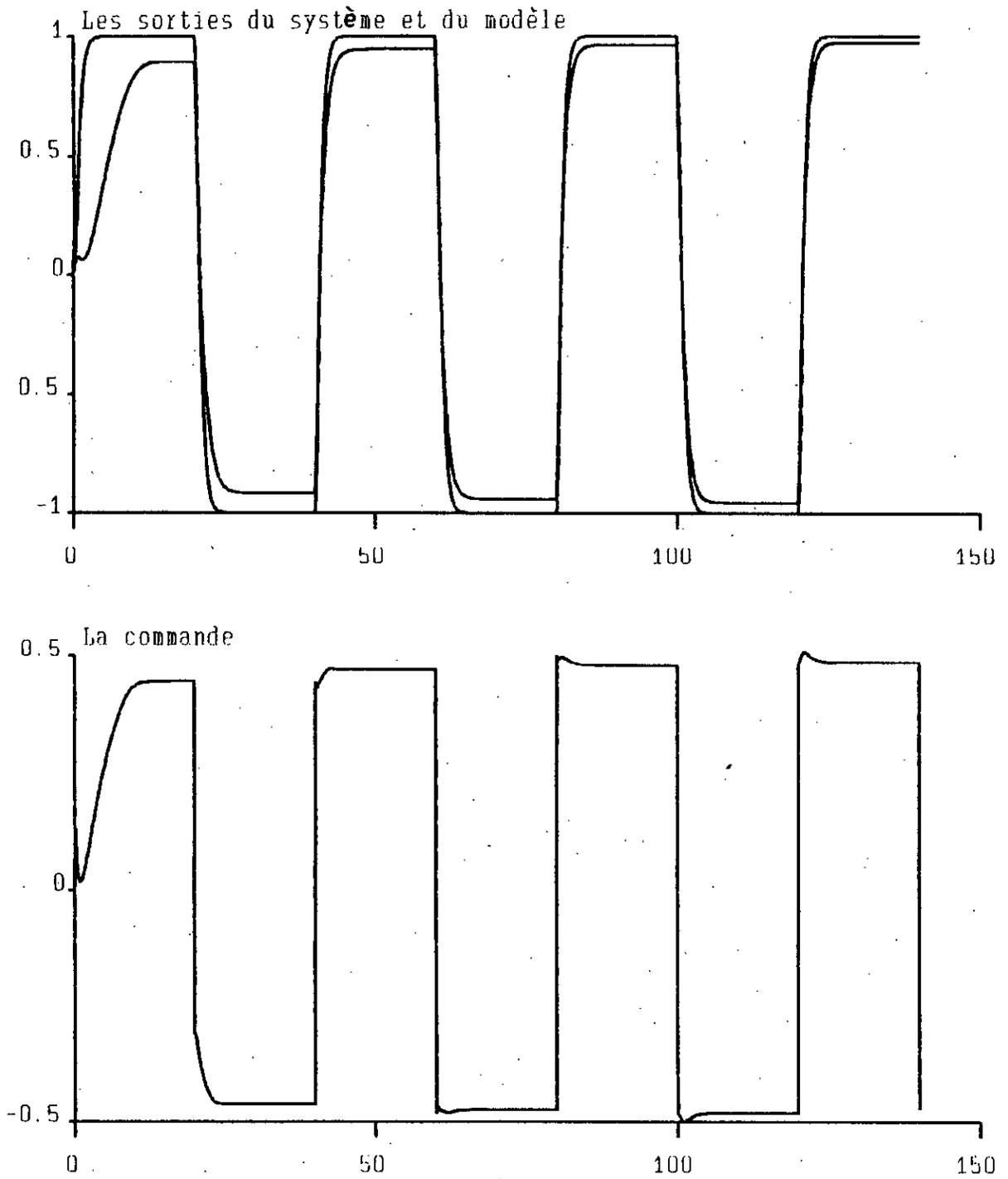


Fig. III.19 La poursuite système-modèle et la commande.

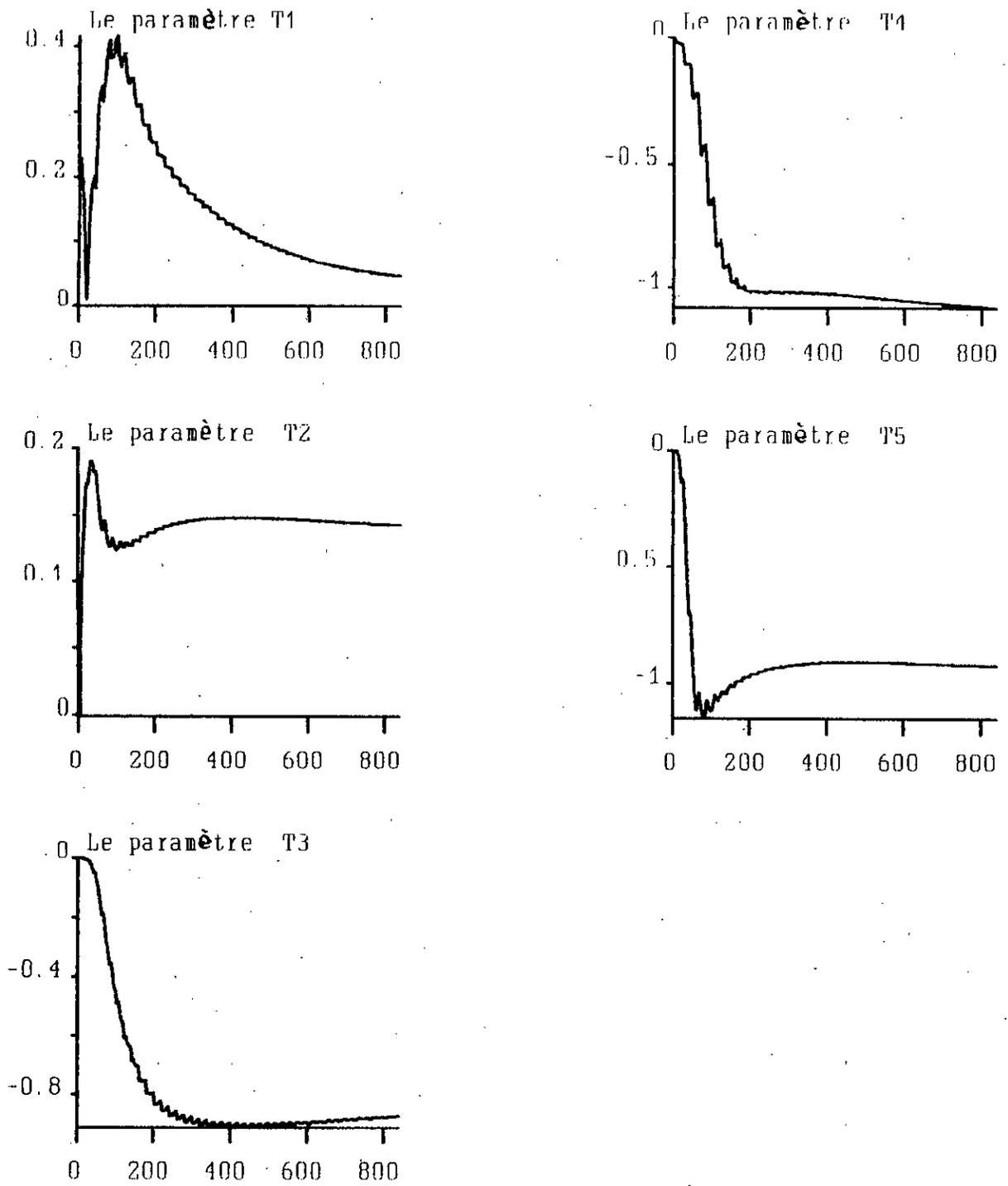


Fig. III.20 L'évolution des paramètres

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons étudié la robustesse de la commande adaptative directe appliquée aux systèmes monovariables discrets et continus.

La stratégie développée pour le cas discret (commande à erreur de prédiction minimale) a montré, sous des hypothèses restrictives, que l'algorithme converge, et la commande réalise une erreur de poursuite nulle. Cependant, le domaine de l'utilisation de cette technique se limite aux systèmes à phase minimale.

Pour les systèmes continus, on a opté pour une autre technique (placement de pôles). Les résultats ont montré que sous certaines conditions et certains choix adéquats, l'algorithme converge, et l'erreur de poursuite est nulle. Cette technique peut être utilisée pour les systèmes à phase minimale ou non, mais présente des problèmes d'implémentation (résolution de l'équation de DIOPHANTINE).

L'étude de la robustesse de la commande adaptative a montré que les dynamiques non modélisées et les perturbations détériorent les performances du régulateur.

Les modifications passives apportées à l'algorithme, ont abouti à des résultats acceptables:

- *- Normalisation : assure la bornitude des données .
- *- Zone morte : évite l'explosion de l'algorithme.
- *- Filtrage haute fréquence: réduit l'effet des dynamiques non modélisées.
- *- Filtrage basse fréquence: diminue l'effet des perturbations de charge.

Les techniques de robustification ont été utilisées seules ou combinées.

En réalité, ce travail n'est que l'illustration d'un modèle simple qui est la commande adaptative des systèmes monovariables déterministes, qui vue certaines exigences et contraintes nécessite une extension aux cas multivariable stochastique afin de pouvoir le concrétiser sur des procédés réels.

ANNEXES

ANNEXE A

LA FORME PREDICTIVE MONOVARIABLE

Considérons le système décrit par le modèle suivant :

$$\mathbf{A}(q^{-1})\mathbf{y}(t) = q^{-d} \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(t) \quad (\text{A.1})$$

Introduisons l'identité :

$$\frac{1}{\mathbf{A}(q^{-1})} = \mathbf{F}(q^{-1}) + q^{-d} \frac{\mathbf{G}(q^{-1})}{\mathbf{A}(q^{-1})} \quad (\text{A.2})$$

issue de la division de 1 sur le polynôme $\mathbf{A}(q^{-1})$, jusqu'à l'ordre d .

Avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{d-1} q^{-d+1} \\ \mathbf{G}(q^{-1}) &= g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{n-1} q^{-n+1} \end{aligned}$$

En multipliant (A.1) par $\mathbf{F}(q^{-1})$, on obtient :

$$\mathbf{F}(q^{-1})\mathbf{A}(q^{-1})\mathbf{y}(t) = q^{-d} \mathbf{F}(q^{-1}) \overset{\mathbf{B}(q^{-1})}{\mathbf{u}(t)} \quad (\text{A.3})$$

En introduisons l'identité (A.2) dans (A.3)
on aboutit à :

$$(1 - q^{-d} \mathbf{G}(q^{-1}))\mathbf{y}(t) - q^{-d} \mathbf{F}(q^{-1})\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(t) \quad (\text{A.4})$$

En réarrangeant cette équation, on obtient :

$$y(t) = q^{-d}(G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})B(q^{-1})u(t)) \quad (\text{A.5})$$

La forme prédictive de la sortie sera donnée par:

$$y(t+d) = G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})B(q^{-1})u(t) \quad (\text{A.6})$$

ANNEXE B

PRINCIPE DE L'EQUIVALENCE CERTAINE

Dans la commande adaptative autoajustable ou avec modèle de référence, l'estimation des paramètres du procédé ou du régulateur se fait en ligne.

La motivation du principe de l'équivalence certaine est d'utiliser les estimés comme étant les vrais paramètres [10].

Dans ce cas, on néglige les incertitudes sur les estimés.

ANNEXE C

METHODE DE PLACEMENT DE POLES AVEC ELIMINATION DE TOUS LES ZEROS [4].

Considérons le système décrit par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (C.1)$$

Où $A(s)$ et $B(s)$ deux polynômes en s de degrés n et m respectivement.

u : Le signal de commande.

y : La sortie du système.

Notre objectif est de calculer un régulateur qui oblige le système de suivre un modèle de référence contenant les performances désirées.

La fonction de transfert qui génère la trajectoire voulue est :

$$\frac{y_m(s)}{u_c(s)} = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} \quad (C.2)$$

Avec

$A_m(s)$ et $B_m(s)$ deux polynômes en s .

La condition de causalité impose que :

$$\text{deg } A_m - \text{deg } B_m \geq \text{deg } A - \text{deg } B$$

La loi de commande adoptée est :

$$R u = T u_c - S y \quad (C.3)$$

Où :

R, S et T sont des polynomes de degrés k , l , j respectivement.

En tirant $u(s)$ de (c.1) et en la remplaçant dans (c.3), on aboutit à :

$$\frac{RA}{B}y - Tu_c - Sy$$

D'où:

$$(A R + B S) y(s) = B T u_c(s) \quad (C.4)$$

Pour obtenir la réponse voulue du système en boucle fermée, A_m doit diviser $(A R + B S)$.

Les zéros du système obtenus par $(B=0)$, correspondent à ses poles en boucle fermée. Si on suppose que tous les zéros du polynome B sont dans le demi plan gauche et il est de la forme suivante :

$$B = b_0 B^+ \quad (C.5)$$

Où B^+ est un polynôme stable.

De l'équation (C.4), le polynôme $(A R + B S)$ doit contenir $B^+ A_m$, le reste décrit la dynamique observable.

Donc, le polynôme $(A R + B S)$ contient :

- Les zéros à éliminer donnés B^+ .
- Les pôles désirés donnés par A_m .
- Les pôles observables.

Il peut être alors écrit comme ci dessous :

$$A R + B S = B^+ A_0 A_m \quad (C.6)$$

De cette équation, on remarque que B^+ divise R, ce qui nous permet d'écrire :

$$R = B^+ R_1 \quad (C.7)$$

En divisant l'équation (c.6) par B^+ on aura :

$$A R_1 + b_0 S = A_0 A_m \quad (C.8)$$

Cette dernière équation est connue sous le nom de DIOPHANTINE.

Si on multiplie les deux membres de l'équation (c.8) par y , on obtient :

$$A R_1 y + b_0 S y = A_0 A_m y = B R_1 u + b_0 S y$$

Ce qui implique que :

$$\begin{aligned} A_0 A_m y &= b_0 B^+ R_1 u + b_0 S y \\ &= b_0 (R u + S y) \end{aligned} \quad (C.9)$$

Et puisque :

$$b_0 (R u + S y) = T u_c$$

On aura :

$$\begin{aligned} b_0 T u_c - b_0 S y + b_0 R \frac{A}{B} y - (b_0 + A R_1) y \\ - A_0 A_m y \end{aligned} \quad (C.10)$$

Comme on voudrait que y suit parfaitement y_m , on remplace la valeur de y_m dans (C.2) par y , et on tire u_c :

$$u_c = \frac{A_m}{B_m} y \quad (C.11)$$

En remplaçant cette dernière équation dans (c.10), on aboutit à :

$$b_0 T \frac{A_m}{B_m} y - A_0 A_m y \quad (C.12)$$

Ce qui implique :

$$T = \frac{A_0 \beta_m}{b_0}$$

Comme résumé de cette technique de commande :

- On doit connaître préalablement des bornes supérieures de A et B.
- choisir le modèle de référence tel que :

$$\deg A_0 \geq 2\deg A - \deg A_m - \deg B^+ - 1$$

L'algorithme de calcul de la commande est le suivant :

ETAPE 1 :

Former **B** tel que : $B = b_0 B^+$

ETAPE 2 :

Résoudre l'équation de DIOPHANTINE (c.8).

ETAPE 3 :

Former **R** telle que : $R = R_1 B^+$ et $T = A_0 B_m / b_0$

ETAPE 4 :

Calculer la commande suivant :

$$Ru = Tu_c - Sy$$



Références



REFERENCES

- [1] K.J. Aström, "Theory and applications of adaptive control A survey.", *Automatica*, Vol 19, N.5 pp 471-486, 1983.
- [2] K.J. Aström and Wittenlmark, *Adaptive control*, Addison -Wesley ; publishing company, 1989.
- [3] G.L. Aguirrebeita, " Stable MRAC design for discrete plants with unmodelled dynamics ", *IEE proceeding*, Vol 134, pt D N 3, pp 145-152, 1987.
- [4] H.Eliot and R. Cristi, " Global stability of adaptive pole placement algorithms ", *IEEE Automatic Control*, Vol Ac-30, N° 4, pp 348-356, 1985.
- [5] Fiedlander Kosut, "Robust adaptive control : conditions for global stability ", *IEEE proceeding*, Vol 74, N° 6, pp 136-142, 1984.
- [6] Gawthrop, " Some interpretations of the self tuning controller", *IEE Proceeding*, Vol 124, N° 10, 1977.
- [7] G.C Goodwin and K.S Sin, *Adaptive filtering: prediction and control*, Prentice Hall, New York, 1984.
- [8] G.C Goodwin, " A perspective on convergence of adaptive control algorithms", *Automatica*, Vol 60, N° 4 1989.
- [9] G.Kreisselmeier and K.S Narrendra, "Stable MRAC in the presence of bounded disturbances", *IEEE Automatic Control*, Vol A-c 27 pp 1169-1175, 1982.
- [10] I.D Landau et L. Dugard, *Commande adaptative : aspects pratiques et theoriques*, Masson, Paris, 1986, France.
- [11] I.D Landau et L Dugard, *Commande adaptative des systèmes :théorie, méthodologie et applications*, Laboratoire d'automatique de Grenoble, 1990, France.
- [12] I.D Landau, *Identification et commande des systèmes*, Hérmes, Paris, 1993, France.
- [13] K. Najim, *Commande adaptative des processus industriels*, Masson, Paris, 1982, France
- [14] V. Peterka, " Predictor based on self tuning control", *Automatica*, Vol 20 N°1 pp 39-50, 19

- [15] C. Rohrs, L.S Valvani, " Robusteness of adaptive control algorithms in the presence of unmodelled dynamics", **IEEE Automatic Control**, Vol A-c 30, pp 881-889, 1985.
- [16] B.H Swanick and Nicholson, " Self tuning and adaptive control:theory and applications", **IEE Control Engineering series**, 1981.
- [17] W.A Walovich and P.L Fald, " Invariants canonical forms under dynamic compensation", **Siam Journal of Control Optimisation**, Vol 14 N°6 pp 969-1008, 1976