

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'ELECTROTECHNIQUE
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique

**Mémoire de projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
D'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique**

Intitulé

**Etude des vibrations électromagnétiques dans les machines
synchrones à aimants permanents à concentration de flux**

Proposé et dirigé par :

Pr : K. BOUGHRARA

Doctorant : L. ROUBACHE

Présenté par :

BENHAMIDA Nabil

MESSEGUEM Slimane

Membres du Jury

- **Président :** O. TOUHAMI, Professeur à l'ENP
- **Promoteur :** K. BOUGHRARA, Professeur à l'ENP
- **Co-promoteur :** L. ROUBACHE, Doctorant à l'ENP
- **Examineur :** R. IBTIOUEN, Professeur à l'ENP

ENP 2018

Laboratoire de Recherche en Electrotechnique (LRE) - Ecole Nationale Polytechnique (ENP)
10, Avenue des Frères Oudek, Hassen Badi, BP. 182, 16200 El Harrach, Alger, Algérie

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département d'ELECTROTECHNIQUE
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique

**Mémoire de projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
D'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique**

Intitulé

**Etude des vibrations électromagnétiques dans les machines
synchrones à aimants permanents à concentration de flux**

Proposé et dirigé par :

Pr : K. BOUGHRARA

Doctorant : L. ROUBACHE

Présenté par :

BENHAMIDA Nabil

MESSEGUEM Slimane

Membres du Jury

- **Président :** O. TOUHAMI, Professeur à l'ENP
- **Promoteur :** K. BOUGHRARA, Professeur à l'ENP
- **Co-promoteur :** L. ROUBACHE, Doctorant à l'ENP
- **Examineur :** R. IBTIOUEN, Professeur à l'ENP

ENP 2018

Laboratoire de Recherche en Electrotechnique (LRE) - Ecole Nationale Polytechnique (ENP)
10, Avenue des Frères Oudek, Hassen Badi, BP. 182, 16200 El Harrach, Alger, Algérie

*D*édicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mes parents.

A mes frères et mes sœurs.

A toute la famille BENHAMIDA.

A tous mes amis.

BENHAMIDA Nabil

Chaleureusement je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents.

A ma chère grand-mère.

A mes frères et mes sœurs

A toute la famille MESSEGUEM.

A tous mes amis.

MESSEGUEM Slimane

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Monsieur le professeur K. BOUGHRARA pour son encadrement et ses précieux conseils grâce à qui ce travail a vu le jour.

Nous remercions particulièrement notre Co-promoteur Mr. L. ROUBACH, pour son dévouement exceptionnel, sa précieuse directive et son suivi constant.

Nos sincères et chaleureux remerciement à tous les enseignants ayant contribué à notre formation et ce depuis le tronc commun jusqu'à la dernière année de graduation.

Enfin, Nous remercions le président et les membres du jury pour nous avoir fait l'honneur d'évaluer notre travail.

ملخص:

الهدف من هذا العمل هو بناء نموذج متعدد الفيزياء كهرومغناطيسي إهتزازي لدراسة الإهتزازات الكهرومغناطيسية في الآلة المتزامنة ذات المغناطيس الدائم و التدفق المركز . تم تطوير هذا النموذج تحليليًا والتحقق من صحته في نفس الوقت باستخدام طريقة العناصر المحددة . أولاً ، نبدأ بالنمذجة الكهرومغناطيسية التي سيتم تنفيذها من خلال تطبيق طريقة النطاقات الفرعية ، وهذه النمذجة هدفها الأساسي هو حساب القوى الكهرومغناطيسية . ثانياً ، نقوم بتطوير نموذج الاهتزاز الميكانيكي ، والذي يهدف إلى تحديد ترددات الرنين للهيكال الثابت ، وأوضاع الاهتزاز التي يمكن أن تولدها الآلة التي ندرسها وحساب السعة القصوى للتشوه الشعاعي للجزء الثابت . بالإضافة إلى ذلك ، سوف ندرس بشكل تحليلي تأثير عدد الشقوق / عدد الأقطاب على الإهتزازات الكهرومغناطيسية .

الكلمات المفتاحية: نموذج متعدد الفيزياء، الاهتزازات، طريقة المجال الفرعي، طريقة العناصر المحددة، الضغط المغناطيسي، التدفق المركز، تردد الرنين، النمط ، التثريد الشعاعي .

Abstract:

The objective of this work is to build an electromagnetic-vibratory multi-physics model to study the electromagnetic vibrations in concentrating flux permanent magnet synchronous machine. This model is developed analytically and validated by the finite element method. First of all, we start with the electromagnetic modeling that will be carried out by applying the subdomain method. The goal of this modeling is the calculation of electromagnetic forces. Secondly, we develop the mechanical-vibration model, it consists of determining the resonance frequencies of the stator structure, the vibration modes that can be generated by our machine and the calculation of the maximum amplitude of the radial deformation of the stator. In addition, we will study analytically the effect of the combination number of slots / number of poles on the vibratory behavior of the studied machine.

Key words: Multiphysics model, vibrations, subdomain method, finite element method, magnetic pressure, resonant frequency, vibrations modes, radial displacement.

Résumé :

L'objectif de ce travail est de construire un modèle multi-physique électromagnétique-vibratoire pour étudier les vibrations d'origine électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. Ce modèle est développé analytiquement et validé par la méthode des éléments finis. En premier lieu, nous commençons par la modélisation électromagnétique effectuée en appliquant la méthode de sous-domaines, cette modélisation a comme but primordial le calcul des forces électromagnétiques. En deuxième lieu, nous développons le modèle mécanique-vibratoire, il consiste à déterminer les fréquences de résonance de la structure du stator, les modes de vibrations pouvant être générés par notre machine ainsi que le calcul de l'amplitude maximale de la déformation radiale du stator. De plus, nous avons étudié analytiquement l'effet de la combinaison nombre d'encoches / nombre de pôles sur le comportement vibratoire de la machine étudiée.

Mots clés : Modèle multiphysique, vibrations, méthode de sous-domaines, méthode des éléments finis, pression magnétique, fréquence de résonance, modes de vibration, déplacement radiale.

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale..... 13

Chapitre I : Généralités

I.1 Introduction.....	16
I.2 Présentation de la machine synchrone.....	16
I.3 Construction de la machine synchrone à aimants permanents.....	17
I.4 Description de la MSAP à concentration de flux.....	18
I.4.1 Stator.....	18
I.4.2 Rotor.....	19
I.4.2.1 Principe de la concentration de flux.....	20
I.4.2.2 Ponts tangentiels.....	21
I.4.2.3 Aimants permanents.....	21
I.5 Généralités sur les vibrations et bruits dans les machines électriques.....	22
I.5.1 Définitions générales.....	22
I.5.2 Sources de vibration et de bruit dans les machines électriques.....	22
I.5.3 Vibrations électromagnétiques dans les machines électriques.....	23
I.5.4 Processus de génération de vibration et bruit électromagnétique.....	24
I.5.5 Analyse modale expérimentale d'une machine électrique.....	25
I.5.6 Modélisation des vibrations électromagnétiques dans les machines électriques.....	28
I.6 Conclusion.....	29

Chapitre II : Modélisation Analytique de la MSAP à Concentration de Flux : Méthode de Sous Domaines

II.1 Introduction.....	31
II.2 Equations de diffusion du champ magnétique.....	31
II.3 Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	31
II.4 Condition de Jauge.....	32

II.5 Conditions de passage entre les milieux.....	32
II.6 Conditions aux limites.....	32
II.7 Principe de la méthode de sous domaines.....	33
II.8 Présentation de la machine étudiée.....	33
II.9 Hypothèses simplificatrices.....	35
II.10 Les équations différentielles dans chaque région.....	35
II.11 Méthode de séparation des variables.....	36
II.12 L'expression du potentiel vecteur dans chaque région.....	37
II.12.1 Dans les encoches du stator (région VII).....	37
II.12.2 Dans la zone semi-fermée de l'encoche du stator (région VI).....	40
II.12.3 Dans les aimants permanents (Région III).....	40
II.12.4 Dans les ponts tangentiels (régions II et IV).....	42
II.12.5 Dans l'entrefer (région V).....	43
II.12.6 Dans le noyau (région I).....	44
II.13 Exploitation des conditions d'interface entre les régions.....	44
II.13.1 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_{int}$	46
II.13.2 Condition de passage au niveau des rayons $r = r_1$ et $r = r_2$	46
II.13.3 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_r$	47
II.13.4 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_s$	48
II.13.5 Condition de passage au niveau du rayon $r = r_3$	48
II.14 Calcul des performances électromagnétiques.....	49
II.14.1 La densité de courant dans les encoches statoriques.....	49
II.14.2 Le flux magnétique.....	49
II.14.3 La force électromotrice.....	50
II.14.4 Le couple électromagnétique.....	50
II.14.5 Pression magnétique.....	50
II.14.6 Force magnétique déséquilibrée.....	51
II.15 Conclusion.....	51

Chapitre III : Modélisation par Eléments Finis et Validation du Modèle Analytique

III.1 Introduction.....	53
III.2 Principe de la méthode des éléments finis.....	53
III.3 Logiciel de simulation ANSYS Maxwell.....	53

III.4 Modélisation numérique par le logiciel ANSYS Maxwell.....	56
III.4.1 Construction de la machine synchrone.....	56
III.4.2 Excitation.....	57
III.4.3 Conditions aux limites.....	57
III.4.4 Définition du maillage.....	57
III.5 Validation de la méthode analytique par la méthode numérique.....	58
III.5.1 Paramètres de la machine étudiée.....	59
III.5.2 Présentation des résultats analytiques et numériques.....	59
III.5.2.1 Fonctionnement à vide.....	59
III.5.2.2 Fonctionnement en charge.....	62
III.6 Conclusion.....	64

Chapitre IV : Analyse Vibratoire de la MSAP à Concentration de Flux

IV.1 Introduction.....	66
IV.2 Déformation du stator.....	66
IV.3 Modélisation vibratoire du stator.....	68
IV.3.1 Modèle analytique vibratoire.....	68
IV.3.1.1 Formulation harmonique de la pression magnétique radiale.....	69
IV.3.1.2 Calcul des fréquences de résonances.....	69
IV.3.1.3 Amplitude des déformations radiales.....	70
IV.3.2 Modèle numérique vibratoire.....	72
IV.3.2.1 Procédure de simulation vibratoire de la MSAP à concentration de flux.....	73
IV.3.2.2 Procédure de l'analyse modale.....	74
IV.3.2.3 Procédure de l'analyse de la réponse harmonique.....	75
IV.4 Validation du modèle analytique mécanique et vibratoire.....	76
IV.5 Effet de la combinaison nombre d'encoches / nombre de pôles sur les vibrations électromagnétiques dans la MSAP à concentration de flux.....	79
IV.6 Conclusion.....	82
Conclusion générale.....	84
Bibliographie.....	86

Liste des figures

Figure I.1 :	Classement des machines synchrones.....	17
Figure I.2 :	(a) MS à aimants enterrés [3] ; (b) MS à aimants en surface [3] ; (c) MS à aimants à concentration de flux [4].....	18
Figure I.3 :	(a) Enroulement à couche unique ; (b) Enroulement à double couche..	19
Figure I.4 :	Types d'encoches [6].....	19
Figure I.5 :	Configuration du stator et du rotor de la MSAP à concentration de flux.....	20
Figure I.6 :	Principe de la concentration de flux [33].....	20
Figure I.7 :	Ponts tangentiels encerclés en noire.....	21
Figure I.8 :	Différentes sources de vibration et de bruit dans une machine électrique [3].....	23
Figure I.9 :	Déformation du stator à cause des forces magnétiques radiales [13]....	24
Figure I.10 :	Processus de génération de vibration et bruit électromagnétique dans une machine électrique : (a) Conversion de l'énergie électrique en énergie acoustique ; (b) excitation du stator et de sa culasse pour vibrer et transmettre le bruit par des forces magnétiques radiales [3]...	25
Figure I.11 :	Banc d'essais de l'analyse modale par la méthode de l'excitation par marteau de choc [35].....	26
Figure I.12 :	Analyse modale expérimentale [1].....	26
Figure I.13 :	Méthode d'excitation de la structure par secoueur (Shaker) [35].....	27
Figure I.14 :	Méthode d'excitation magnétique [35].....	27
Figure I.15 :	Modèle multiphysiques d'une machine électrique.....	28
Figure II.1 :	Les étapes de la méthode de sous domaines.....	33
Figure II.2 :	(a) La MSAP à concentration de flux à étudier ; (b) zoom sur les différents sous domaines.....	34
Figure II.3 :	Les conditions aux limites dans l'encoche statorique et la zone semi-fermée.....	37
Figure II.4 :	Les conditions aux limites dans l'aimant et les ponts tangentiels.....	41
Figure III.1 :	L'interface de ANSYS Electronics Desktop et ses types de design et fonctionnalités.....	54
Figure III.2 :	L'interface de Maxwell 2D-Design.....	55
Figure III.3 :	La fenêtre de la fonction solution type.....	55
Figure III.4 :	La MSAP à concentration de flux construite par ANSYS Maxwell 2D-Design.....	56
Figure III.5 :	Conditions aux limites de la MSAP à concentration du flux.....	57
Figure III.6 :	(a) Maillage de la machine à étudier, (b) Zoom sur le maillage.....	58

Figure III.7 :	Distribution des lignes du champ à vide (position 0° mec).....	60
Figure III.8 :	Distribution de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer à vide: (a) Induction radiale ; (b) Induction tangentielle.....	61
Figure III.9 :	(a) La forme et (b) FFT de la force électromotrice.....	61
Figure III.10 :	(a) La forme et (b) FFT du couple de détente.....	62
Figure III.11 :	Distribution des lignes de champ en charge (position 0° mec).....	62
Figure III.12 :	Distribution de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer en charge : (a) Induction radiale ; (b) Induction tangentielle.....	63
Figure III.13 :	Pression magnétique au milieu de l'entrefer en charge : (a) Pression radiale ; (b) Pression tangentielle.....	63
Figure III.14 :	La forme du couple électromagnétique en fonction de l'angle de rotation.....	64
Figure IV.1 :	Déformation du noyau du stator produit par la distribution spatiale de la force magnétique radiale [3].....	67
Figure IV.2 :	Phénomène d'excentricité du rotor.....	67
Figure IV.3 :	Le modèle simplifié du stator [12].....	69
Figure IV.4 :	Facteur d'agrandissement h_m en fonction du rapport (f_r/f_m) pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement ξ_m	71
Figure IV.5 :	Procédure de simulation et couplage multi-physique entre les différents modèles de l'analyse électromagnétique-vibratoire de la MSAP à concentration de flux.....	73
Figure IV.6 :	Structure du noyau du stator de la MSAP à concentration de flux en 3D.....	74
Figure IV.7 :	Maillage de la structure de noyau du stator en 3D.....	74
Figure IV.8 :	Application du support.....	75
Figure IV.9 :	Application des forces radiales sur les faces des dents statoriques.....	75
Figure IV.10 :	(a) La forme et (b) FFT 2D de la pression magnétique radiale dans l'espace et dans le temps.....	77
Figure IV.11 :	Premiers modes propres de la déformation du stator.....	77
Figure IV.12 :	Déformation du stator à la fréquence 800 Hz et 1600 Hz.....	78
Figure IV.13 :	Le déplacement radial du stator en fonction de la fréquence.....	79
Figure IV.14 :	Pression magnétique radiale : (a) 12/8 ; (b) 12/4 ; (c) 6/4.....	80
Figure IV.15 :	FFT 2D de la pression radiale en fonction de la fréquence et du mode : (a) configuration 12/4 ; (b) configuration 6/4.....	80
Figure IV.16 :	Les forces magnétiques déséquilibrées (F_x et F_y) au milieu de l'entrefer.....	82

Liste des tableaux

Tableau II.1 :	Liste des conditions d'interface entre les régions.....	45
Tableau III.1 :	Paramètres spécifiques de la machine à étudier.....	59
Tableau IV.1 :	Fréquences propres du stator.....	78
Tableau IV.2 :	Les modes de vibrations possibles issus de chaque combinaison encoches / pôles.....	81

Introduction générale

Introduction générale

Depuis plusieurs années, les conditions d'utilisation des machines électriques ont évolué et les contraintes économiques et environnementales poussent à la réalisation des machines électriques de plus en plus compactes, légères et moins bruyantes. La conception et l'optimisation des machines exigent de prendre en considération de nombreux phénomènes : électromagnétique, mécanique, thermique, vibro-acoustique, etc [1].

La machine synchrone à aimants permanents est une candidature pour plusieurs applications industrielles et de transports, grâce à l'importance de la valeur du couple, la densité de puissance et du rendement qu'elle fournit avec une faible inertie. Cependant, ce type de machine requiert un fonctionnement stable et silencieux lorsqu'elle est intégrée dans des environnements embarqué comme les véhicules électriques et les appareils domestiques, cette exigence demande des techniques sophistiquées et des méthodes plus judicieuses qui doivent être appliquée durant la procédure de conception et d'optimisation de la machine en question. Dans ce type de machine, le problème majeur et critique est les vibrations et le bruit acoustique. Ces vibrations sont générées par plusieurs sources, mais les vibrations d'origine électromagnétiques sont les plus dominantes surtout quand il s'agit des machines électriques à courant alternative, et c'est la source la plus considérée par plusieurs recherches dans le domaine de vibration et bruit dans les machines électriques. La vibration électromagnétique est due principalement à la force électromagnétique générée dans l'entrefer située entre le stator et rotor de la machine. Cette force possède des ordres d'harmonique spécifique qui sont liés aux fréquences propres du stator de la machine synchrone à aimants permanents [2]. Dans certaines conditions de fonctionnement (tension, fréquence, vitesse et charge), ces harmoniques provoquent des vibrations et bruits excessifs très dangereuses non seulement pour la machine, mais aussi pour les systèmes d'entraînement où elle a été intégrée. C'est pour cette raison que la réduction de ces vibrations et bruits devient un axe dominant de progrès pour le développement de ces systèmes.

Le présent travail consiste à étudier les vibrations d'origine électromagnétiques de la machine synchrone à aimant permanent à concentration de flux. Dans cette étape, un modèle multi-physique a été développé en utilisant deux approches: analytique et numérique par la méthode des éléments finis qui sert à valider l'approche analytique. Il se décompose en deux modèles, modèle électromagnétique et modèle vibratoire. Le modèle électromagnétique bidimensionnelle a pour objective de prédire la distribution du champ magnétique dans la machine et de calculer les forces électromagnétiques dans l'entrefer en

résolvant les équations électromagnétiques de Maxwell. Le modèle vibratoire est un modèle tridimensionnel permet à l'aide des forces calculées par la modélisation électromagnétique d'analyser le comportement vibratoire de la machine étudiée en déterminant les fréquences propres et l'amplitude maximale de la déformation du stator.

La résolution analytique des équations aux dérivées partielles issues des équations électromagnétiques de Maxwell sera effectuée par la méthode des sous domaines. C'est une méthode connue par sa précision et sa rapidité de calcul.

Deux logiciels de simulation numérique pour implémenter la méthode des éléments finis ont été choisi dans ce travail. Le logiciel ANSYS Maxwell pour la modélisation électromagnétique, et le logiciel ANSYS Workbench pour la modélisation vibratoire.

Dans le premier chapitre, nous commençons par une description détaillée de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. La seconde partie de ce chapitre est consacrée aux généralités concernant la vibration et bruit des machines électriques, où nous présentons les différentes sources de vibration dans les machines, le processus de génération de vibration et bruit d'origine électromagnétique, analyse modale expérimentale et la procédure de la modélisation des vibrations issues de cette source.

Le deuxième chapitre de ce mémoire sera consacré à développer le modèle analytique électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. Nous allons exposer dans ce chapitre le principe de la méthode des sous domaines avec toutes ses étapes nécessaires pour l'appliquer d'une manière rigoureuse et précise, afin de résoudre les équations de Maxwell aux dérivés partielles (Poisson et Laplace) qui nous permettent par la suite de calculer les performances électromagnétiques de la machine étudiée.

Dans le troisième chapitre, nous aborderons la première partie par la présentation de la méthodologie de la modélisation électromagnétique par la méthode des éléments finis de la machine étudiée. Les résultats obtenus de cette modélisation numérique seront comparés à ceux obtenus analytiquement, afin de valider le modèle électromagnétique analytique.

Le quatrième chapitre sera dédié à la modélisation vibratoire composée d'une analyse modale permettant de calculer les fréquences propres de la structure du stator, et l'analyse de la réponse harmonique qui nous permet d'évaluer l'amplitude maximale de la déformation radiale du stator. Pour cela, une méthode analytique et numérique seront développés. La dernière partie de ce chapitre est consacrée pour faire une brève étude sur l'effet de la combinaison nombre d'encoches/nombre de pôles sur les vibrations électromagnétiques.

Chapitre I

Généralités

I.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter tout d'abord la construction et les types de machines synchrones en détaillant plus particulièrement les machines synchrones à aimants permanents à concentration de flux. Ensuite, nous aborderons les généralités sur les vibrations et bruit dans les machines électriques, cette partie consiste à présenter les sources principales des vibrations et bruit dans une machine électrique tournante d'une manière succincte et à expliquer d'une façon approfondie la vibration et bruit d'origine électromagnétique qui est l'objet de notre mémoire. Enfin, nous présentons la procédure expérimentale de détermination des fréquences de résonances et la façon de modéliser les vibrations électromagnétiques pour une machine électrique donnée en introduisant les méthodes utilisées pour cette modélisation.

I.2 Présentation de la machine synchrone

La machine synchrone comme toute machine électrique tournante à courant alternative se compose d'un stator et d'un rotor et chacun de ces deux parties crée un champ magnétique tournant. L'interaction entre le champ tournant créé par les courants d'enroulements du stator et celle du rotor produit par un circuit d'excitation ou par des aimants permanents engendre un couple électromagnétique qui fait tourner la machine à la vitesse de synchronisme, c'est-à-dire que la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant dans la machine. Au fait, le terme synchrone provient de ce phénomène. La vitesse de rotation de la machine synchrone est liée à la fréquence des courants statoriques et au nombre de paires de pôles.

Le champ tournant rotorique est créé par un circuit d'excitation en utilisant des enroulements, dans ce cas on parle d'une machine synchrone à rotor bobiné, ou bien par des aimants permanents dans ce cas il s'agit d'une machine synchrone à aimants permanents. C'est-à-dire que les types de la machine synchrone peuvent être classés selon la nature de la source du champ magnétique du rotor comme illustré sur la Figure I.1. Contrairement à la machine synchrone à rotor bobiné, l'utilisation des aimants permanents comme une source de champ magnétique rotorique offre l'avantage immédiat d'améliorer le rendement de la machine en éliminant toutes les pertes joules au rotor et d'obtenir des inductions magnétiques plus élevées dans l'entrefer d'où l'épaisseur de l'entrefer peut être important. La machine synchrone à aimants permanents peut accepter des courants de surcharge pour démarrer rapidement.

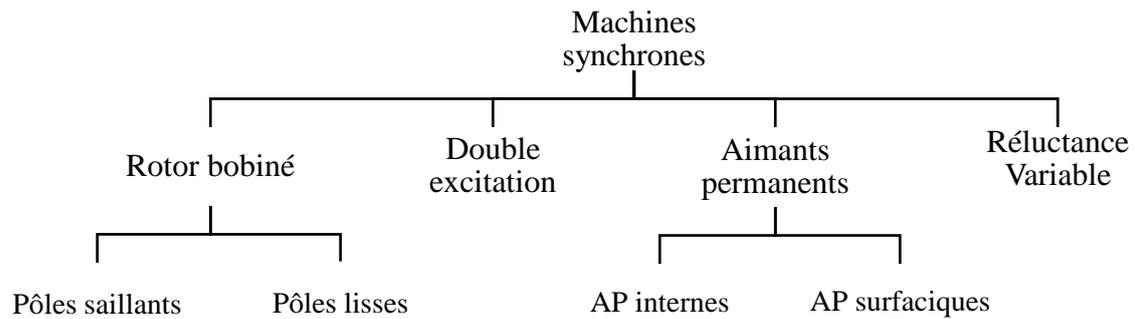


Figure I.1: Classement des machines synchrones

A propos de notre mémoire, la machine synchrone à aimants permanents sera la machine de référence pour la modélisation des vibrations d'origine électromagnétique dans les machines électriques.

I.3 Construction de la machine synchrone à aimants permanents

La machine synchrone à aimants est construite avec un stator pratiquement similaire à celui de la machine asynchrone [3]. La seule différence c'est au niveau du rotor. Au fait, le type de la MSAP est déterminé selon la configuration du rotor, c'est-à-dire la manière de disposer les aimants permanents dans le rotor. Chaque topologie de rotor confère à la MSAP des propriétés particulières. Ces configurations sont classées en 3 groupes principaux :

- **MS à aimants enterrés** (Figure I.2 (a)) : Les aimants sont démagnétisés et enterrés dans le rotor, puis ils sont magnétisés. Ce type améliore les performances de la machine (couple, puissance et rendement), la répartition du flux magnétique et la réduction des flux de fuites et vibrations.
- **MS à aimants en surface** (Figure I.2 (b)) : Les aimants permanents sont collés sur le rotor à l'aide de résine ou on les insère dans des encoches réalisées au rotor. Ce type de machine synchrone présente un bon rendement et un bon couple. Avec un flux de fuite supérieur à celui avec des aimants permanents enterrés.
- **MS à aimants à concentration de flux** (Figure I.2 (c)) : Les aimants permanents sont disposés de telle façon qu'ils fournissent une concentration de flux dans l'entrefer plus grande que le flux individuel de chaque aimant.

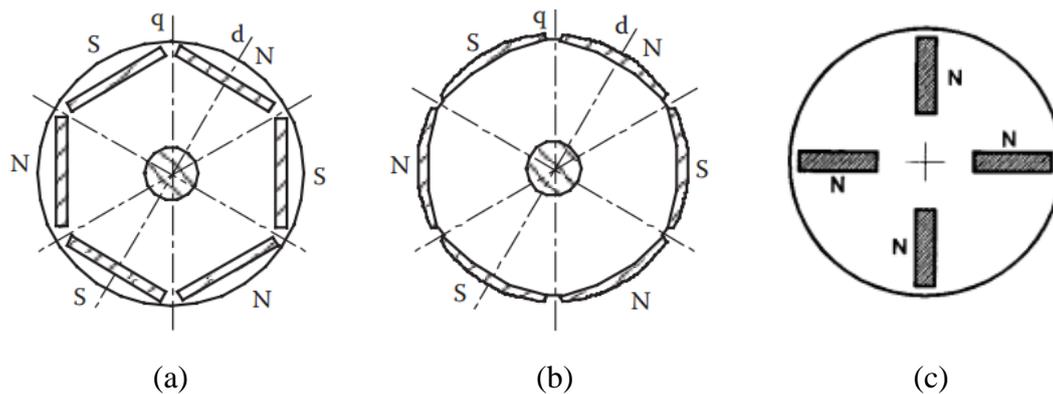


Figure I.2 : (a) MS à aimants enterrés [3] ; (b) MS à aimants en surface [3] ;
(c) MS à aimants à concentration de flux [4]

Il existe d'autres topologies des aimants extraites à partir de ces trois types de configurations de rotor. Comme par exemple les machines à aimants enterrés en forme de V et en forme de U, des aimants enterrés de forme rectangulaire disposés de façon symétrique le long de la surface externe du rotor [5].

Dans ce mémoire, nous allons étudier d'une façon approfondie la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux.

I.4 Description de la MSAP à concentration de flux

I.4.1 Stator

Il s'agit d'un stator possédant un circuit magnétique et un bobinage triphasé ou polyphasé. Le circuit magnétique est construit avec une structure empilée de tôles fines et identiques afin d'éliminer les pertes fer et les pertes par courants Foucault, il sert à canaliser les lignes du flux magnétique. Le bobinage ou l'enroulement est inséré dans des encoches et alimenté par un système de courants triphasés (I_a, I_b, I_c), alternatifs sinusoïdales ou trapézoïdales (ou bien rectangulaires) pour créer le champ magnétique statorique. Les courants du stator circulent dans la direction de l'axe Z. Fondamentalement, il existe deux types d'enroulement qui sont :

- **Enroulement à couche unique:** ce type d'enroulement, l'encoche complète ne contient qu'un seul côté d'une bobine comme il est montré sur la Figure I.3 (a). Ce type n'est généralement pas utilisé pour les machines ayant des commutateurs.
- **Enroulement à double couche:** il se compose de bobines identiques partagées d'une façon uniforme à l'intérieure de l'encoche, dans laquelle une bobine est placée dans la moitié supérieure et l'autre bobine dans la moitié inférieure comme illustré dans la Figure I.3 (b). Ce type d'enroulement offre un arrangement soigné grâce à l'identification entre les bobines.



Figure I.3 : (a) Enroulement à couche unique ; (b) Enroulement à double couche

Les enroulements sont placés dans des encoches poinçonnées dans les tôles d'acier du stator. Les encoches peuvent être classées comme suit :

- a) Encoches ouvertes.
- b) Encoches semi-ouvertes.
- c) Encoches semi-fermées.
- d) Encoches fermées.

Ces quatre types d'encoches sont présentées par la Figure I.4.

Les encoches ouvertes et semi ouvertes sont généralement rectangulaires. Par contre, les encoches fermées et semi-fermées sont généralement de forme rectangulaire ou trapézoïdale avec angles arrondis [6].

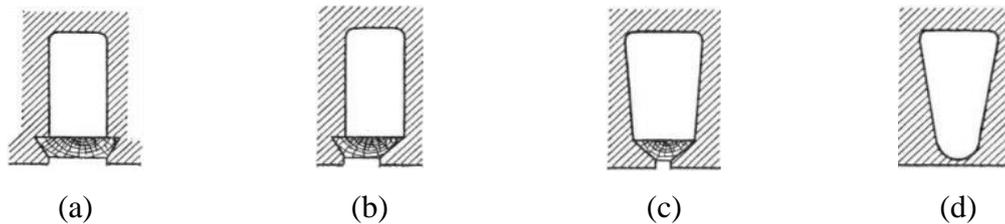


Figure I.4 : Types d'encoches [6]

Pour notre étude, nous considérons une machine avec un pas fractionnaire, c'est-à-dire que le nombre d'encoches par pôle et par phase est fractionnaire. De plus, le type d'enroulement est à couche unique placé dans des encoches de type semi-fermées de forme rectangulaire. La structure du stator est illustrée sur la Figure. I.5.

I.4.2 Rotor

A l'intérieure du rotor des aimants permanents sont disposés radialement entre des pièces polaires et qui sont magnétisés tangentiellement afin de concentrer le maximum de flux magnétique dans l'entrefer. Ce type de rotor permet d'obtenir une machine synchrone avec de bonnes performances en termes de couple et d'induction dans l'entrefer. L'effet de la concentration de flux permet d'améliorer les performances des aimants individuels.

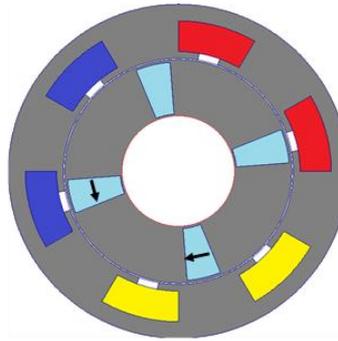


Figure I.5 : Configuration du stator et du rotor de la MSAP à concentration de flux

D'après la Figure.I.5, les aimants permanents sont insérés dans des encoches à l'intérieure du rotor. Des espaces sont présents aux extrémités de ces encoches du côté de la surface interne et externe du rotor qu'on appelle des ponts (Bridges). De cette manière nous obtenons une conception monobloc de la tôle du rotor. Ces ponts nous permettent d'avoir une flexibilité au niveau de la largeur d'encoche ainsi que de canaliser la répartition du flux des aimants dans le rotor. Cela va offrir à la machine la capacité de bien contrôler l'induction dans l'entrefer.

I.4.2.1 Principe de la concentration de flux

Le principe de concentration du flux repose sur la contribution de deux aimants tangentiuellement magnétisés à canaliser le flux au même temps dans l'entrefer. Grace à la polarisation des aimants, le flux magnétique se concentre dans les pièces polaires séparant les aimants permanents [4], c'est-à-dire que le flux concentré sera la somme du flux produit par chaque aimant. Par conséquent, la valeur de la densité du flux magnétique dans l'entrefer est importante. Ce principe est illustré par la Figure I.6.

L'effet de la concentration du flux est réalisable que si le rapport de la surface d'entrefer d'un segment entre deux aimants à la surface de l'aimant est faible et la direction de la magnétisation des aimants est tangentielle.

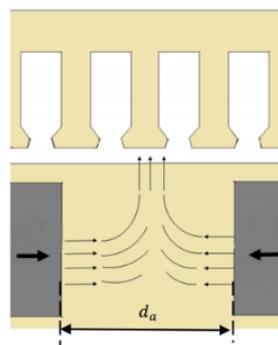


Figure I.6 : Principe de la concentration de flux [33]

I.4.2.2 Ponts tangentiels

Des grandes quantités de lignes de champ vont passer à travers les ponts situés entre l'entrefer et les aimants. Donc, la valeur du flux magnétique sera très importante. Et comme la largeur h_{pt} d'un pont tangentiel est très petite par rapport à la largeur de l'aimant l_a , alors les niveaux d'induction sera assez forts ce qui conduit à la saturation magnétique de ces endroits.

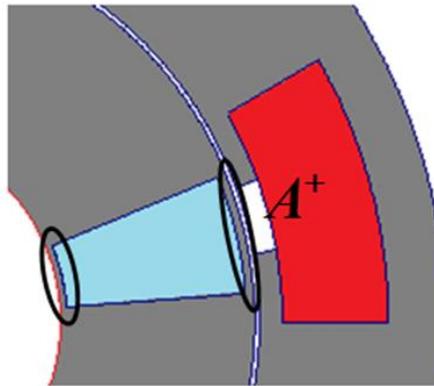


Figure I.7 : Ponts tangentiels encerclés en noir

I.4.2.3 Aimants permanents

Les aimants permanents sont fabriqués à base de matériaux magnétiques durs et caractérisés par un fort champ coercitif H_c et une aimantation \vec{M} élevée difficilement modifiable. Un aimant permanent est défini par un volume et une aimantation rigide en tout point de son volume [7]. Il a la capacité de créer lui-même un champ magnétique sans consommation d'énergie électrique ni perte d'intensité sous certaines conditions d'utilisations appropriés, c'est pour cette raison que les aimants permanents sont encore largement utilisés dans les machines électriques tournantes et notamment les machines synchrones.

Les aimants sont caractérisés par l'induction rémanente B_r , champ coercitif $-H_c$, produit d'énergie volumique $(BH)_{max}$ et la température de curie (température pour laquelle l'aimant perd son aimantation) [7]-[8]. Il est aussi essentiel de connaître en plus de ces caractéristiques les propriétés mécaniques de l'aimant.

Les aimants permanents sont classés selon leurs propriétés magnétiques, chimiques et mécaniques en 3 groupes principales [7] : ALNICO, Ferrites et Terres rares.

L'aimant permanent de type « **Ferrite** » sera utilisé pour la machine synchrone étudiée dans ce mémoire. Ce type présente des propriétés magnétiques relativement réduite (induction rémanente comprise entre 0,3 T et 0,4 T) [9].

I.5 Généralités sur les vibrations et bruits dans les machines électriques

I.5.1 Définitions générales

La vibration est un mouvement d'oscillation limité d'une particule, d'un corps élastique ou d'un système dans des directions alternativement opposées autour de sa position d'équilibre lorsque cet équilibre est perturbé. Elle se traduit par un déplacement, une vitesse et une accélération. Elle se caractérise principalement par sa fréquence, son amplitude et sa nature. L'amplitude de la vibration est le déplacement maximal du corps vibrant à partir de sa position de repos. De plus, La capacité vibratoire peut être considérée comme un paramètre de transfert du système depuis les forces appliquées à l'entrée jusqu'à la sortie du système mécanique.

Le bruit est le son gênant et indésirable pour l'oreille de l'être humain. Ce bruit dans les machines électriques est le résultat des vibrations des différentes pièces constituant ces machines. Le niveau de ces vibrations ainsi que celui du bruit dépendent principalement de l'amplitude des forces originales (forces d'excitations) qui leur ont données naissance et la réponse mécanique de la structure de la machine électrique [10]. Nous distinguons trois types de bruits : le bruit aérien (Airborne noise) qu'est provoqué par l'oscillation des molécules d'air en hautes pressions, le bruit solidien (Structure-borne) qu'est engendré par les vibrations des objets solides et le bruit d'impact qu'est transmis par une paroi mise en vibration par un choc. La notion de bruit est liée à la sensation auditive.

La fréquence de vibration est généralement comprise entre 0 et 1000Hz, et pour le bruit elle est supérieure à 1000 Hz.

La fréquence de résonance est la fréquence à laquelle un objet vibre lorsqu'il n'est pas perturbé par une force extérieure. Chaque degré de liberté d'un objet a sa propre fréquence de résonance.

I.5.2 Sources de vibration et de bruit dans les machines électriques

Les sources de vibration et de bruit produit par les machines électriques tournantes peuvent être divisées principalement en trois groupes [3]-[11] comme illustré sur la Figure I.11 :

- **Source mécanique** : les vibrations d'origine mécanique sont dues à l'assemblage, aux frottements au niveau des paliers et éventuellement des balais et des roulements. Cette source ne représente normalement qu'une faible partie au niveau de la vibration et le bruit global. Tout ça, lorsqu'il n'y a pas des défauts sur les pièces particulières de l'assemblage mécanique comme par exemples les défauts des roulements, et de plus quand il s'agit d'un bon équilibrage du rotor et une bonne réalisation de la transmission.

- **Source aérodynamique** : les vibrations d'origine aérodynamique sont liées principalement aux turbulences du flux d'air du ventilateur à travers le moteur en rotation, et plus généralement, à tout ce qui a une relation avec le mouvement du fluide de refroidissement de la machine. Ils représentent plus de la moitié du niveau de vibration globale dans la plupart des machines électrique, surtout quand il s'agit de vitesses de rotation élevées.
- **Source électromagnétique** : les vibrations d'origine électromagnétique sont issues principalement des déformations périodiques de l'induction magnétique dans les parties actives de la machine, surtout l'entrefer où le niveau des efforts électromagnétiques est important. Elles peuvent être dominantes selon la conception de la machine, son état de charge et sa vitesse. Les vibrations et bruits provenant de cette source deviennent importantes lorsque les fréquences des forces électromagnétiques coïncident avec celle des efforts mécaniques.

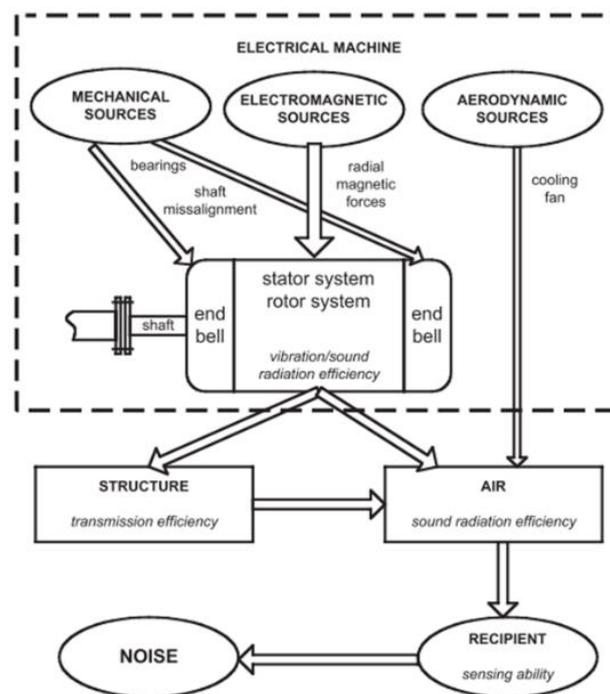


Figure I.8 : Différentes sources de vibration et de bruit dans une machine électrique [3]

I.5.3 Vibrations électromagnétiques dans les machines électriques

Les vibrations d'origines électromagnétiques découlent directement des forces magnétiques s'exerçant sur les différentes parties de la machine électrique et plus particulièrement sur la culasse du stator [3]-[12]. Ces forces sont dues à la présence de l'induction magnétique dans l'entrefer et dépendent aussi de la nature de sa distribution. Elles sont divisées en trois catégories :

- Forces tangentielles qui agissent sur le rotor pour produire le couple électromagnétique de rotation. De plus, ils apportent au même temps avec eux des vibrations tangentielles issues des harmoniques de forces [11].
- Forces radiales [3]-[13] qui s'appliquent entre le stator et le rotor engendrent des déformations et des vibrations de la structure mécanique de la machine dans la direction radiale, comme illustré sur la Figure I.12. Dans les machines synchrones à aimants permanents, les forces radiales sont les plus dominantes sources des vibrations et bruit électromagnétique et les plus considérées quand il s'agit des recherches sur l'étude de la source de vibration et bruit électromagnétique ou le calcul et l'analyse des forces magnétique et leurs distributions dans l'entrefer [14]-[15]-[16].
- Les forces magnétostrictives [13]-[17] issue de la déformation de certains matériaux lorsqu'ils sont plongés dans un champ magnétique variable. En revanche, les vibrations liées à cette force peuvent être négligées en raison de la présence des forces radiales avec de faible fréquences et de hauts ordres [3].

Les forces tangentielles et radiales s'appellent généralement les forces de Maxwell ou bien les forces de réluctances [17].

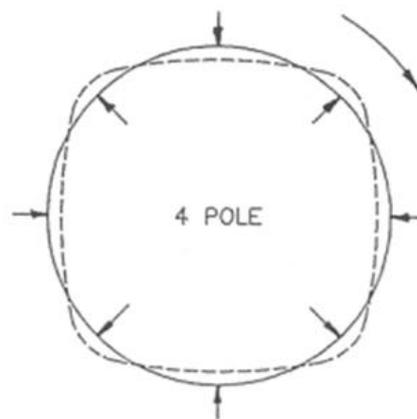


Figure I.9 : Déformation du stator à cause des forces magnétique radiales [13]

I.5.4 Processus de génération de vibration et bruit électromagnétique

Le stator et son enveloppe de la machine électrique tournante est considéré comme étant la partie la plus influencé par les forces magnétiques qui interviennent dans l'entrefer, puisque l'influence de ces forces sur le rotor sont moins importante que le stator, en raison sa constitution qui est un cylindre plein confiné à l'intérieure de la machine. Quand il s'agit d'un calcul des fréquences de résonances, les amplitudes des raies correspondantes au rotor sont moins importantes que celles engendrées par le stator.

La circulation des courants électriques dans les bobinages du stator interagit avec le champ magnétique de la machine produisant des forces magnétiques à hautes fréquences qui s'exercent sur la surface intérieure de noyau du stator. Ces forces excitent le système noyau du stator-culasse selon des modes déformations relativement précis, si leurs fréquences sont proches ou égales à l'une des fréquences de résonance de la structure du stator et sa culasse. Par conséquence, les déformations de l'assemblage du stator génèrent la vibration de la machine. A la suite de la vibration, l'air environnant à la machine est excité pour vibrer, ce qui conduit à la génération et la transmission du bruit acoustique comme présenté sur la Figure I.13.

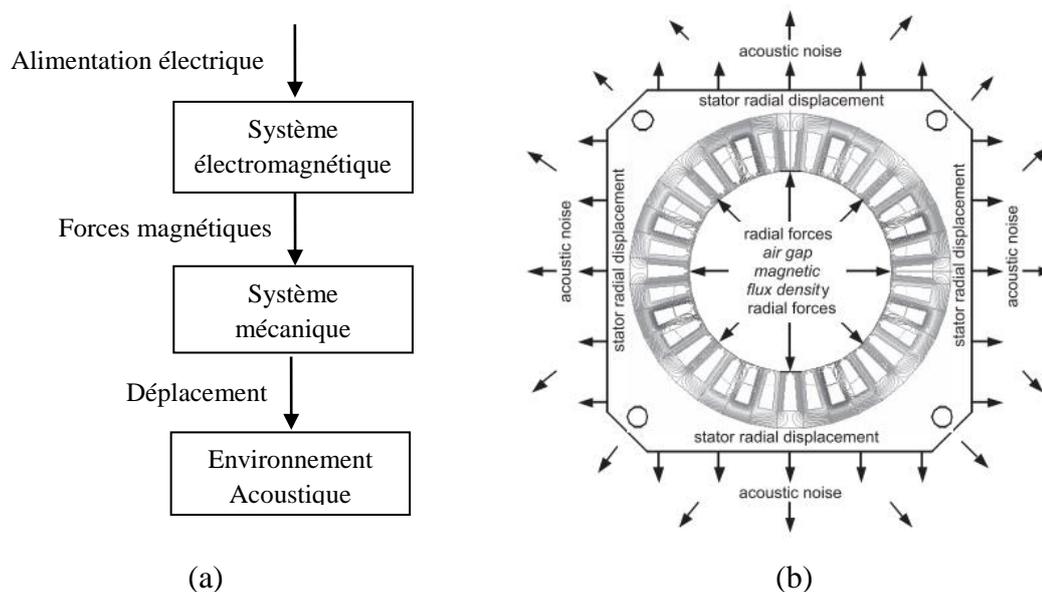


Figure I.10 : Processus de génération de vibration et bruit électromagnétique dans une machine électrique : (a) Conversion de l'énergie électrique en énergie acoustique ; (b) excitation du stator et de sa culasse pour vibrer et transmettre le bruit par des forces magnétiques radiales [3]

Deux paramètres essentiels pour déterminer la capacité vibratoire d'une telle machine électrique tournante, à savoir : l'ordre du mode de vibration et la fréquence. Et à chaque mode vibratoire correspond au moins, une fréquence de résonance.

I.5.5 Analyse modale expérimentale d'une machine électrique

Cette analyse a comme objective de déterminer les modes de déformations du stator de la machine avec leurs fréquences de résonances correspondantes et les vibrations générées par la machine.

L'analyse modale peut être mise en œuvre expérimentalement par « *la méthode d'excitation avec marteau de choc* » [35]-[36]. Cette méthode consiste à exciter le stator de la machine suspendue pour vibrer en appliquant un choc (force d'excitation proche

d'une impulsion de Dirac) à l'aide d'un marteau [1]. Grâce à un accéléromètre et un analyseur de spectre, on peut observer la réponse de la structure. L'accéléromètre est fixé à des points bien définis par un maillage de la structure du stator pour avoir des bons résultats. L'analyseur de spectre permet de déterminer la fonction de transfert d'accélération mesurée par l'accéléromètre, ce qui donne une fonction de réponse en fréquence. L'analyseur de spectre est associé à un PC avec un logiciel de traitement de mesures réalisées sur la machine qui permet de fournir les différents modes de déformations du stator, leurs fréquences de résonances avec le coefficient d'amortissement correspondant. Le figure I.11 illustre les composants du Banc d'essais nécessaire pour la méthode de l'excitation par marteau de choc.

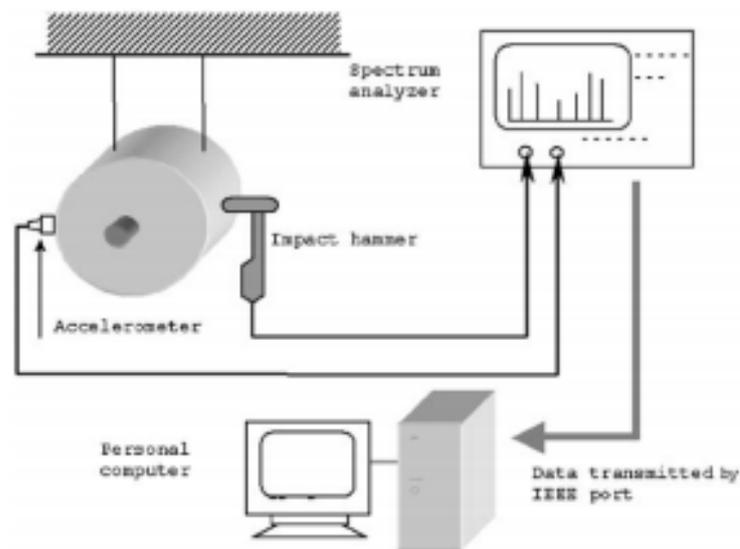


Figure I.11 : Banc d'essais de l'analyse modale par la méthode de l'excitation par marteau de choc [35]

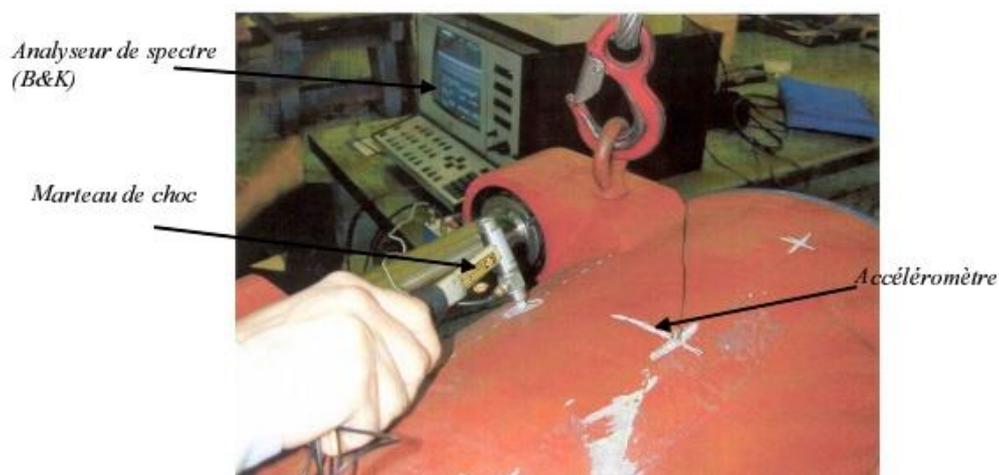


Figure I.12 : Analyse modale expérimentale [1]

Il existe 2 autres méthodes expérimentales connues pour effectuer l'analyse modale qui sont :

- **Méthode d'excitation de la structure par secoueur (Shaker) :** cette méthode ne s'effectue que sur le stator. Le secoueur est attaché à la structure et excité avec un signal à large bande pendant que la force est mesurée [36]. Figure I.13 montre les composants utilisés pour cette méthode.

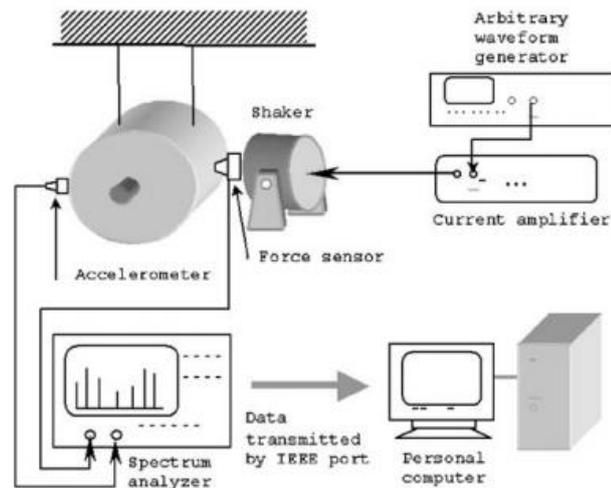


Figure I.13 : Méthode d'excitation de la structure par secoueur (Shaker) [35]

- **Méthode d'excitation magnétique (Figure I.14) :** cette méthode considère toute la structure de la machine électrique pour l'analyse modale. La machine est excitée par elle-même, en raison des bobines d'alimentation en courant adaptées [35]. L'excitation de la machine est donc interne. Elle a comme avantage par rapport aux autres méthodes d'éviter donc l'utilisation des dispositifs de l'excitation externe de la machine.

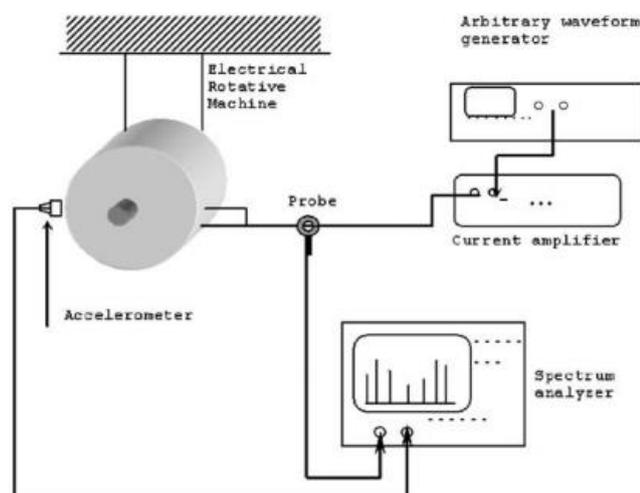


Figure I.14 : Méthode d'excitation magnétique [35]

I.5.6 Modélisation des vibrations électromagnétiques dans les machines électriques

L'étude de vibration d'origine électromagnétique d'une machine électrique nécessite d'établir un modèle multi-physique basé sur des méthodes analytiques et numériques. Ce modèle est alors décomposé en deux parties ou deux modèles : modélisation électromagnétique, modélisation mécanique vibratoire comme illustré par la Figure I.15, chaque partie modélisant un aspect spécifique. Les résultats obtenus par les expressions mathématiques de chaque partie du modèle doivent être validés numériquement par la méthode des éléments finis.

Le premier modèle concerne la modélisation électromagnétique. Cette modélisation permet d'évaluer l'induction magnétique dans l'entrefer qui nous permet par la suite de calculer les forces magnétiques radiales qui s'exercent principalement sur la structure du stator en fonction de l'espace et le temps. L'évaluation de ces forces nous permet de donner une vue globale sur le niveau et le comportement vibratoire de la structure mécanique de la machine étudiée. De plus de l'induction et les forces magnétiques, ce modèle estime aussi le couple électromagnétique de la machine, le couple de détente et la force électromotrice.

Le deuxième modèle concerne la modélisation mécanique vibratoire, cette modélisation est basée sur les résultats du modèle électromagnétique. Ce modèle sert à déterminer les fréquences de résonances et l'amplitude du déplacement liée à chaque mode de déformation de la structure de stator.

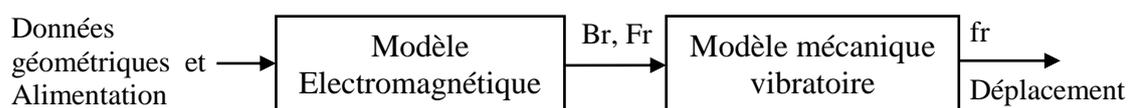


Figure I.15 : Modèle multi-physique d'une machine électrique

Il existe plusieurs méthodes analytiques pour établir le modèle électromagnétique. Parmi ces méthodes, on distingue principalement deux méthodes. La méthode des réseaux de réductances (réseaux de perméances) qui consiste à représenter la machine par un circuit magnétique équivalent à base d'une réductance magnétique équivalente dépendant du trajet et la nature du flux et aussi le matériau [1], et la méthode des sous domaines que nous allons utiliser pour la modélisation électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux dans notre mémoire. Cette méthode est basée sur la résolution des équations de Maxwell dans des régions bien déterminées dans la machine électrique (encoches, entrefer, ... etc). Les résultats de cette approche analytique seront validés numériquement par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ANSYS.

Au fait, le logiciel ANSYS sera l'outil de simulation dans tout le parcours de modélisation des vibrations de la machine synchrone dans ce mémoire.

La modélisation électromagnétique par le logiciel ANSYS se fait sur un modèle géométrique en 2D de la machine, et une géométrie en 3D pour la modélisation mécanique vibratoire.

I.6 Conclusion

Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre les différents types de machine synchrone à aimants permanents selon la configuration du rotor, puis nous nous sommes intéressés à la description des éléments constructifs de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. Dans la deuxième partie, nous avons rappelé les principales sources de vibration et bruit pouvant apparaître dans une machine électrique, ensuite nous avons expliqué en détail l'origine, le processus de génération et la transmission des vibrations et bruits électromagnétiques, sans oublier de citer la procédure de modélisation de cette source qui fera l'objet d'une étude détaillée dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Modélisation Analytique de la MSAP

à Concentration de Flux :

Méthode des Sous Domaines

II.1 Introduction

La modélisation électromagnétique des machines électriques se fait par des méthodes numériques et analytiques. Parmi les méthodes analytiques on peut citer la méthode de calcul basée sur la résolution des équations aux dérivées partielles issues des équations de Maxwell (méthode de sous-domaines) qui fera l'objet de notre modélisation.

Après un bref rappel sur les équations fondamentales de l'électromagnétisme, nous allons présenter dans ce chapitre le modèle analytique électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux.

Après avoir déterminé les solutions analytiques, nous allons calculer les performances électromagnétiques de la machine.

II.2 Equations de diffusion du champ magnétique

Les deux équations fondamentales de la magnétostatique qui seront utilisées pour définir le modèle analytique de la machine sont les équations de Maxwell :

$$\text{Théorème d'Ampère-Maxwell : } \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Théorème de Gauss : } \quad \text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Nous complétons ces équations par les relations qui décrivent le comportement des grandeurs magnétiques dans un milieu donné :

$$\text{Milieu non-aimanté : } \quad \vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Milieu aimanté : } \quad \vec{B} = \mu \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad (\text{II.4})$$

II.3 Formulation en potentiel vecteur magnétique

Sachant que $\text{div} \vec{B} = 0$ et que la divergence du rotationnel d'un champ vectoriel est nulle, on en déduit qu'il existe un champ vectoriel \vec{A} appelé potentiel vecteur tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.5})$$

A partir des équations précédentes nous déterminons le modèle mathématique. En remplaçant l'équation (II.3), (II.4) et (II.5) dans (II.1) pour obtenir les équations suivantes :

$$\text{Milieu non-aimanté : } \quad \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{j} \quad (\text{II.6})$$

$$\text{Milieu aimanté : } \quad \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} - \frac{1}{\mu_r} \vec{M} \right) = \vec{j} \quad (\text{II.7})$$

II.4 Condition de Jauge

Le potentiel vecteur n'est pas défini de manière unique. En effet il existe une infinité d'autres solutions de \vec{A} conduisant au même champ magnétique. Il faut donc imposer une condition supplémentaire afin d'assurer l'unicité de la solution issue de la résolution de l'équation (II.6) et (II.7). Cette condition appelée condition de jauge. La plus utilisée en magnéto-statique est la condition de jauge de Coulomb qui s'écrit :

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0 \quad (\text{II.8})$$

II.5 Conditions de passage entre les milieux

La machine à étudier se compose de différents milieux (le noyau, le rotor, le stator, les aimants, les encoches, entrefer...). Le champ magnétique n'a pas le même comportement, c'est-à-dire que les expressions mathématiques du modèle changent quand le milieu change. Il est essentiel donc, pour pouvoir résoudre les équations différentielles, d'appliquer les conditions de passage aux interfaces entre les différents corps.

La détermination de ces conditions est basée sur la continuité de la composante normale de l'induction magnétique et la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux densités de courants surfaciques.

$$\text{Continuité de } \vec{B}_n : \quad \vec{n} \cdot [\vec{B}_1 - \vec{B}_2] = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Discontinuité de } \vec{H}_t : \quad \vec{t} \cdot [\vec{H}_1 - \vec{H}_2] = J_s \quad (\text{II.10})$$

II.6 Conditions aux limites

Les valeurs d'un potentiel vecteur à la frontière du domaine d'étude satisfait principalement deux relations simples. Le potentiel peut être soit de valeur connue, soit normal à la surface, ce qui se traduit par :

$$\text{Condition de Dirichlet :} \quad A|_{\Gamma} = A_0 \quad (\text{II.11})$$

$$\text{Condition de Neumann :} \quad \left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_{\Gamma} = A_0 \quad (\text{II.12})$$

Les conditions de Dirichlet et Neumann sont dites homogènes si la valeur de A_0 est nulle et non homogène dans le cas contraire.

II.7 Principe de la méthode de sous domaines

La méthode des sous domaines est une méthode semi-analytique représentant une alternative entre les méthodes analytiques et numériques grâce à sa précision et rapidité [18]. C'est une méthode qui consiste à diviser le domaine d'étude (machine électrique en 2D) en plusieurs sous domaines avec géométrie polaire ou cartésienne, et en attribuant pour chaque région la perméabilité relative correspondante et les sources de champs magnétique (densité de courant pour les encoches et aimantation de l'aimant permanent). Dans chaque sous domaine, les équations de Maxwell aux dérivées partielles (Poisson ou Laplace) peuvent être résolues analytiquement en utilisant le potentiel vecteur magnétique. Comme toute méthode analytique, la méthode de sous domaines requiert avant tout des hypothèses simplificatrices sur la géométrie et les matériaux physiques de la machine électrique afin de simplifier la résolution analytique des équations. Les étapes nécessaires de la modélisation analytique d'une machine électrique par la méthode des sous domaines sont illustrées sur la Figure II.1.

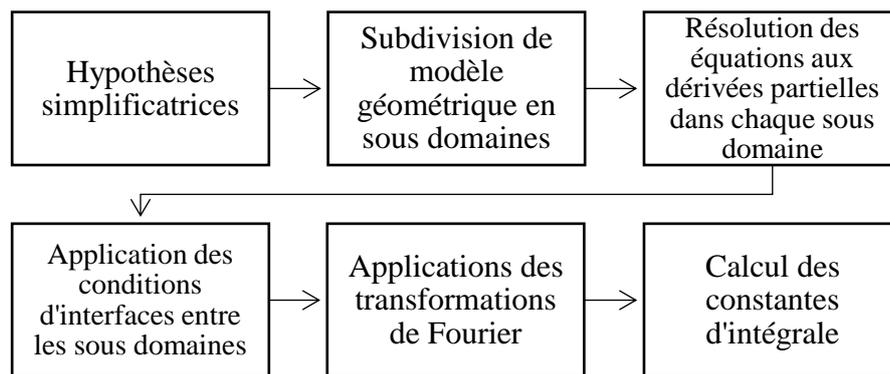


Figure II.1 : Les étapes de la méthode de sous domaines

II.8 Présentation de la machine étudiée

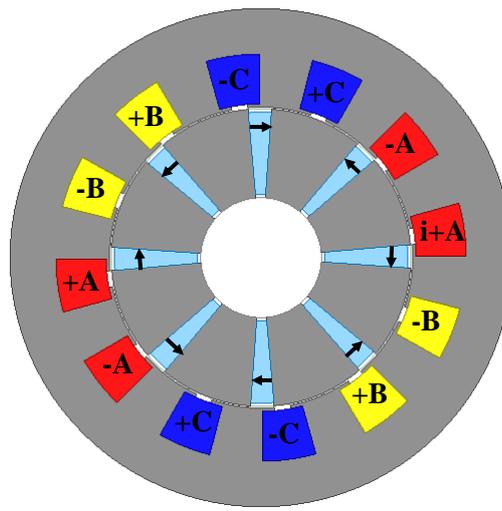
La machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux étudiée est représentée sur la Figure II.2.

Elle se compose de 12 encoches et 8 aimants permanents. Nous considérons que les aimants et les ponts tangentiels possèdent la même ouverture α . La position de l'aimant 'i' et le pont tangentiel 'i' par rapport la référence égale α_i .

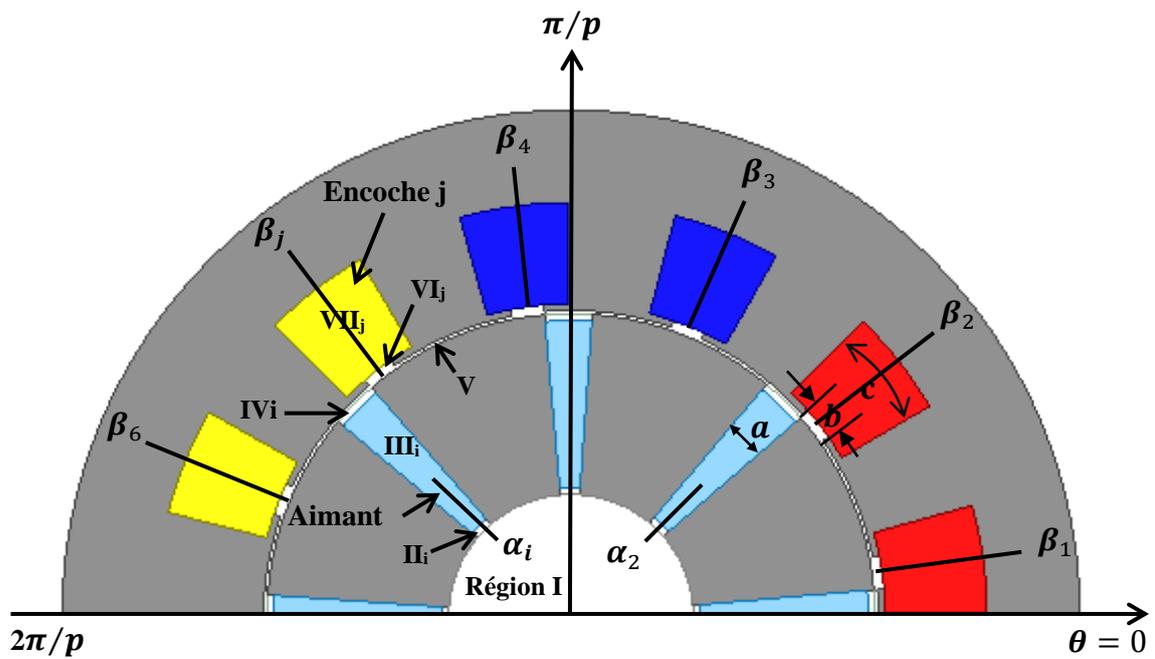
Les encoches du stator sont de type semi-fermées où b c'est l'ouverture de la zone semi-fermée et c c'est l'ouverture de l'encoche. La position de l'encoche 'j' et la zone semi-fermée 'j' par rapport la référence égale β_j .

Dans notre cas, nous allons décomposer le domaine d'étude en sept régions différentes :

- Région I : le noyau
- Région II : les ponts tangentiels 1
- Région III : les aimants
- Région IV : les ponts tangentiels 2
- Région V : l'entrefer
- Région VI : les zones semi-fermées
- Région VII : les encoches



(a)



(b)

Figure II.2 : (a) La MSAP à concentration de flux à étudier ; (b) zoom sur les différents sous domaines

II.9 Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier le problème étudié, nous devons d'abord adopter certaines hypothèses :

1. La longueur de la machine est infiniment longue dans la direction (Z), donc les effets d'extrémités sont négligeables (modèle en 2 dimension).
2. La perméabilité du fer rotorique et statorique tend vers l'infini, donc les phénomènes de saturation et d'hystérésis sont négligeables.
3. Nous supposons que la courbe de démagnétisation des aimants permanents est linéaire ($\mu_r = 1$).
4. La perméabilité relative des ponts tangentiels est égale à 1.
5. Le conducteur utilisé pour l'enroulement statorique est le cuivre, donc nous supposons que la perméabilité relative dans les encoches du stator est égale à 1.
6. La densité de courant dans les encoches du stator a seulement une composante suivant l'axe (Z).
7. L'effet de courants de Foucault dans l'enroulement statorique et dans les aimants permanents est négligé.
8. L'aimantation est purement tangentielle, c'est-à-dire que : $\vec{M} = [0 ; M_\theta ; 0]$.

II.10 Les équations différentielles dans chaque région

Dans cette modélisation, nous travaillerons en coordonnées polaires. Le potentiel vecteur \vec{A} possède une seule composante selon l'axe (Z), donc : $\vec{A} = [0 ; 0 ; A_z(r, \theta)]$.

Sachant que $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{A}) = grad(div\vec{A}) - \Delta\vec{A}$ et en appliquant la condition de jauge de Coulomb donnée par l'équation (II.8), les équations (II.6) et (II.7) donnent les équations différentielles des potentiels vecteurs magnétiques dans chaque région :

$$\Delta A_z = 0 \quad \text{région I, II, IV, V et VI (équation de Laplace)} \quad (\text{II.13})$$

$$\Delta A_z = -\mu_0 J_z \quad \text{région VII (équation de Poisson)} \quad (\text{II.14})$$

$$\Delta A_z = -\mu_0 \nabla \times \vec{M} \quad \text{région III (équation de Poisson)} \quad (\text{II.15})$$

Les expressions de l'induction radiale et tangentielle sont déterminées à partir de l'équation (II.5) par les relations suivantes :

$$B_r(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (\text{II.16})$$

$$B_\theta(r, \theta) = -\frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial r} \quad (\text{II.17})$$

II.11 Méthode de séparation des variables

Le but de la méthode de séparation des variables est la résolution de l'équation de Laplace.

L'équation (II.13) nous donne donc l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_z(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_z(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_z(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.18})$$

La méthode de résolution consiste à rechercher une solution de la forme :

$$A_z(r, \theta) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \quad (\text{II.19})$$

Nous remplaçons (II.19) dans (II.18), nous obtenons :

$$r^2 \frac{\frac{\partial^2}{\partial r^2} R(r)}{R(r)} + r \frac{\frac{\partial}{\partial r} R(r)}{R(r)} = - \frac{\frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2}}{\Theta(\theta)} = -\lambda \quad (\text{II.20})$$

Avec λ ($\lambda \in \mathfrak{R}$) c'est la constante de séparation qu'il faut définir.

Il existe donc trois possibilités pour λ :

1) Si $\lambda = 0$, on obtient les solutions suivantes :

$$\begin{cases} R(r) = C1 \cdot \ln(r) + C2 \\ \Theta(\theta) = C3(\theta - \theta_0) + C4 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

2) Si $\lambda > 0$, on obtient les solutions suivantes :

$$\begin{cases} R(r) = C1' \left(\frac{r}{R'}\right)^\lambda + C2' \left(\frac{r}{R'}\right)^{-\lambda} \\ \Theta(\theta) = C3' \sin \lambda(\theta - \theta_0) + C4' \cos \lambda(\theta - \theta_0) \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

3) Si $\lambda < 0$, on obtient les solutions suivantes :

$$\begin{cases} R(r) = C1'' \sin(\lambda \ln(r)) + C2'' \cos(\lambda \ln(r)) \\ \Theta(\theta) = C3'' e^{\lambda(\theta - \theta_0)} + C4'' e^{-\lambda(\theta - \theta_0)} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Avec θ_0 représente l'angle initiale qui correspond la valeur initiale de A_z selon θ , R et R' sont les bornes du domaine d'étude selon r ($R \leq r \leq R'$).

Il faut noter que le choix de la constante positive est imposé par la variation sinusoïdale des grandeurs magnétiques selon θ .

II.12 L'expression du potentiel vecteur dans chaque région

II.12.1 Dans les encoches du stator (région VII)

L'équation aux dérivées partielles à résoudre pour l'encoche statorique numéro 'j' est l'équation de Poisson suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zVIIj}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{zVIIj}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{zVIIj}(r, \theta) = -\mu_0 J_{zj} \quad (\text{II.24})$$

Avec : $|\theta - \beta_j| \leq \frac{c}{2}$ et $r_3 \leq r \leq r_4$

J_{zj} : C'est la densité de courant dans l'encoche.

'j' varie entre 0 et Q_s (Q_s c'est le nombre d'encoches statoriques).

La solution générale de cette équation est la somme de la solution générale de l'équation différentielle homogène et d'une solution particulière de l'équation différentielle avec second membre.

$$A_{zVIIj}(r, \theta) = A_{zVIIj}^h(r, \theta) + A_{zVIIj}^p(r, \theta) \quad (\text{II.25})$$

Les conditions aux limites pour chaque encoche sont représentées par la Figure II.3.

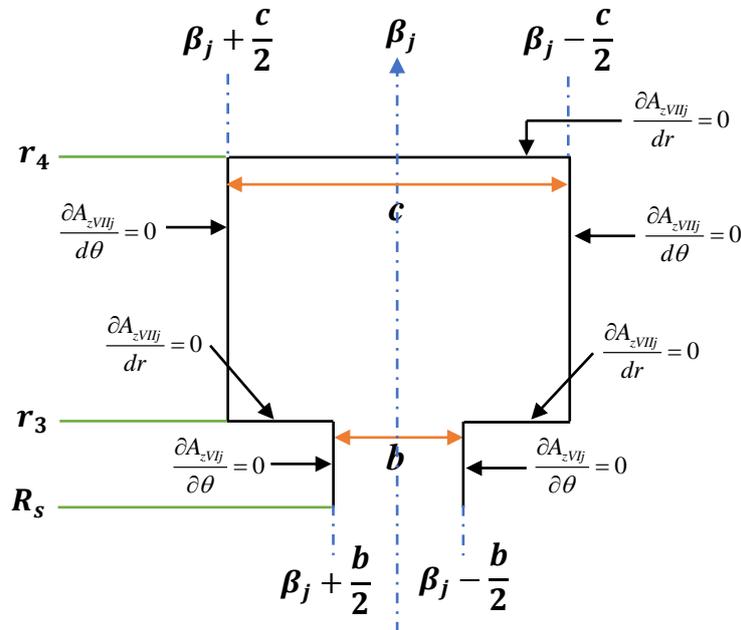


Figure II.3 : Les conditions aux limites dans l'encoche statorique et la zone semi-fermée

D'après la figure, la composante radiale du champ magnétique dans chaque côté de l'encoche et la composante tangentielle du champ en haut de l'encoche sont nuls.

$$\left. \frac{\partial A_{z_{VIIj}}}{\partial r} \right|_{r=r_4} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$\left. \frac{\partial A_{z_{VIIj}}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\beta_j-\frac{c}{2}} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_{z_{VIIj}}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\beta_j+\frac{c}{2}} = 0 \quad (\text{II.27})$$

1) Solution sans second membre

L'équation (II.24) devient :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{z_{VIIj}}^h(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{z_{VIIj}}^h(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{z_{VIIj}}^h(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.28})$$

L'application des conditions (II.27) dans (II.21) nous donne $C3 = 0$ et dans (II.22) nous donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \left. C3' \cos \lambda \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) \right|_{\theta=\beta_j-\frac{c}{2}} - \left. C4' \sin \lambda \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) \right|_{\theta=\beta_j-\frac{c}{2}} = 0 \\ \left. C3' \cos \lambda \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) \right|_{\theta=\beta_j+\frac{c}{2}} - \left. C4' \sin \lambda \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) \right|_{\theta=\beta_j+\frac{c}{2}} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

La résolution de ce système nous donne donc $C3' = 0$ et $\lambda = \frac{l\pi}{c}$ ($l \in \mathbb{N}$).

Alors la solution homogène peut être écrite sous la forme :

$$A_{z_{VIIj}}^h(r, \theta) = C1_{0j} + C2_{0j} \ln(r) + \sum_{l=1}^{\infty} \left[C1_{lj} \left(\frac{r}{r_3} \right)^{-\frac{l\pi}{c}} + C2_{lj} \left(\frac{r}{r_4} \right)^{\frac{l\pi}{c}} \right] \cos\left(\frac{l\pi}{c} \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right)\right) \quad (\text{II.30})$$

2) Recherche de la solution particulière

Nous supposons que la solution particulière est en fonction de θ seul, ce qui donne :

$$\frac{\partial A_{z_{VIIj}}^p(\theta)}{\partial r} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 A_{z_{VIIj}}^p(\theta)}{\partial r^2} = 0 \quad (\text{II.31})$$

L'équation (II.24) devient :

$$\frac{\partial^2 A_{z_{VIIj}}^p(\theta)}{\partial \theta^2} = -r^2 \mu_0 J_{zj} \quad (\text{II.32})$$

Il y a une contradiction car il existe la variable r dans l'équation différentielle, donc la solution particulière est en fonction de r seul, ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 A_{zVIIj}^p(\mathbf{r})}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.33})$$

L'équation (II.24) devient une équation différentielle du deuxième ordre avec une seule variable :

$$\frac{\partial^2 A_{zVIIj}^p(\mathbf{r})}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{zVIIj}^p(\mathbf{r})}{\partial r} = -\mu_0 J_{zj} \quad (\text{II.34})$$

Le but est de trouver une solution particulière de cette équation. Pour simplifier l'équation, on fait un changement de variable tel que :

$$y = \frac{\partial A_{zVIIj}^p(\mathbf{r})}{\partial r} \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial^2 A_{zVIIj}^p(\mathbf{r})}{\partial r^2} \quad (\text{II.35})$$

Nous remplaçons (II.35) dans (II.34) :

$$\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{1}{r} y = -\mu_0 J_{zj} \quad (\text{II.36})$$

L'équation (II.36) est une équation différentielle du premier ordre avec second membre. Il est simple donc de trouver une solution particulière de cette équation. Parmi les solutions, on peut trouver :

$$y_p = -\frac{1}{2} \mu_0 J_{zj} r \quad (\text{II.37})$$

Ce qui donne finalement après l'intégration de y_p par rapport r :

$$A_{zVIIj}^p(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4} \mu_0 J_{zj} r^2 \quad (\text{II.38})$$

La solution générale de l'équation (II.24) s'écrit donc :

$$A_{zVIIj}(r, \theta) = C1_{0j} + C2_{0j} \ln(r) - \frac{1}{4} \mu_0 J_{zj} r^2 + \sum_{l=1}^{\infty} \left[C1_{lj} \left(\frac{r}{r_3} \right)^{-\frac{l\pi}{c}} + C2_{lj} \left(\frac{r}{r_4} \right)^{\frac{l\pi}{c}} \right] \cos\left(\frac{l\pi}{c} \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) \right) \quad (\text{II.39})$$

On peut simplifier encore cette équation en appliquant la condition aux limites donnée par

l'équation (II.26), ce qui donne $C2_{0j} = \frac{1}{2} \mu_0 J_{zj} r_4^2$ et $C2_{lj} = C1_{lj} \left(\frac{r_3}{r_4} \right)^{\frac{l\pi}{c}}$.

L'expression finale du potentiel vecteur dans l'encoche stator s'écrit donc sous la forme :

$$A_{z_{vij}}(r, \theta) = C1_{0j} + \frac{1}{2} \mu_0 J_{zj} (r_4^2 \ln(r) - \frac{1}{2} r^2) + \sum_{l=1}^{\infty} C1_{lj} \left[\left(\frac{r}{r_3} \right)^{-\frac{l\pi}{c}} + \left(\frac{r_3}{r_4} \right)^{\frac{l\pi}{c}} \left(\frac{r}{r_4} \right)^{\frac{l\pi}{c}} \right] \cos \frac{l\pi}{c} (\theta - \beta_j + \frac{c}{2}) \quad (\text{II.40})$$

II.12.2 Dans la zone semi-fermée de l'encoche du stator (région VI)

Dans le sous domaine j de la zone semi-fermée (VIj), l'équation de Laplace s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{z_{vij}}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{z_{vij}}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{z_{vij}}(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.41})$$

Avec : $|\theta - \beta_j| \leq \frac{b}{2}$ et $R_s \leq r \leq r_3$

D'après la Figure II.3, les conditions aux limites dans chaque côté de la zone semi-fermée sont données par :

$$\left. \frac{\partial A_{z_{vij}}}{\partial \theta} \right|_{\theta = \beta_j - \frac{b}{2}} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_{z_{vij}}}{\partial \theta} \right|_{\theta = \beta_j + \frac{b}{2}} = 0 \quad (\text{II.42})$$

En appliquant ces conditions dans les équations (II.21) et (II.22), on trouve $C3 = 0$, $C3' = 0$ et $\lambda = \frac{k\pi}{b}$ ($k \in \mathbb{N}$). Donc la solution générale de l'équation (II.41) est donnée par :

$$A_{z_{vij}}(r, \theta) = C2_{0j} + C3_{0j} \ln(r) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[C2_{kj} \left(\frac{r}{r_3} \right)^{\frac{k\pi}{b}} + C3_{kj} \left(\frac{r}{R_s} \right)^{\frac{k\pi}{b}} \right] \cos \frac{k\pi}{b} (\theta - \beta_j + \frac{b}{2}) \quad (\text{II.43})$$

II.12.3 Dans les aimants permanents (Région III)

L'équation aux dérivées partielles à résoudre dans le sous domaine 'i' de la région III est l'équation de Poisson (II.15). Le développement de cette équation nous donne :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{z_{iii}}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{z_{iii}}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{z_{iii}}(r, \theta) = -\mu_0 \frac{M_\theta}{r} \quad (\text{II.44})$$

Avec : $|\theta - \alpha_i| \leq \frac{a}{2}$ et $r_1 \leq r \leq r_2$

'i' varie de 0 à 2p (2p c'est le nombre de pôles de la MSAP).

L'expression de l'aimantation M_θ s'écrit comme suite [20] :

$$M_\theta = M_i = \frac{B_{rem}}{\mu_0} (-1)^i \quad (\text{II.45})$$

Avec B_{rem} c'est l'induction rémanente de l'aimant permanent.

La solution générale de l'équation (II.44) est la somme de la solution homogène et la solution particulière.

$$A_{zIII}(r, \theta) = A_{zIII}^h(r, \theta) + A_{zIII}^p(r, \theta) \quad (\text{II.46})$$

Les conditions aux limites pour chaque aimant sont représentées dans la Figure II.4.

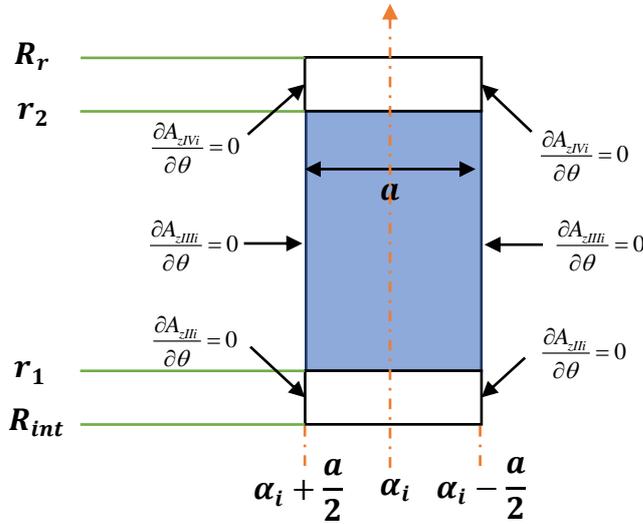


Figure II.4 : Les conditions aux limites dans l'aimant et les ponts tangentiels

D'après la Figure II.4, la composante radiale de l'induction magnétique dans chaque côté de l'aimant est nulle, ce qui donne :

$$\left. \frac{\partial A_{zVII}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i-\frac{a}{2}} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_{zVII}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i+\frac{a}{2}} = 0 \quad (\text{II.47})$$

1) Solution sans second membre

Pour trouver la solution homogène, il faut appliquer les conditions (II.47) dans les équations (II.21) et (II.22), ce qui nous donne $C_3=0$, $C_3'=0$ et $\lambda = m\pi/a$ ($m \in \mathbb{N}$).

Donc la solution homogène peut être écrite sous la forme :

$$A_{zIII}^h(r, \theta) = B1_{0i} + B2_{0i} \ln(r) + \sum_{m=1}^{\infty} \left[B1_{mi} \left(\frac{r}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + B2_{mi} \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-\frac{m\pi}{a}} \right] \cos \frac{m\pi}{a} \left(\theta - \alpha_i + \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.48})$$

2) Solution particulière :

Puisque la variable r reste dans l'équation différentielle (II.44) si nous supposons que la solution particulière est en fonction de θ seulement, donc la solution particulière est en fonction de r seulement ce qui nous donne une équation différentielle de deuxième ordre avec une seule variable :

$$\frac{\partial^2 A_{zIII}^p(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{zIII}^p(r)}{\partial r} = -\mu_0 \frac{M_i}{r} \quad (\text{II.49})$$

Il est facile de trouver une solution particulière de cette équation à cause de r qui existe dans le second membre, Parmi les solutions on peut trouver :

$$A_{zIII}^p(r) = -\mu_0 \cdot r \cdot M_i \quad (\text{II.50})$$

Alors la solution finale de l'équation (II.44) peut être exprimée par la relation suivante :

$$A_{zIII}(r, \theta) = B1_{0i} + B2_{0i} \ln(r) - \mu_0 \cdot r \cdot M_i + \sum_{m=1}^{\infty} \left[B1_{mi} \left(\frac{r}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + B2_{mi} \left(\frac{r}{r_1} \right)^{-\frac{m\pi}{a}} \right] \cos \frac{m\pi}{a} \left(\theta - \alpha_i + \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.51})$$

II.12.4 Dans les ponts tangentiels (régions II et IV)

Dans le sous domaine 'i', les équations de Laplace à résoudre dans les ponts tangentiels (régions II et IV) sont données respectivement par :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zII}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{zII}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{zII}(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.52})$$

Avec : $|\theta - \alpha_i| \leq \frac{a}{2}$ et $R_{int} \leq r \leq r_1$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zIV}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{zIV}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{zIV}(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.53})$$

Avec : $|\theta - \alpha_i| \leq \frac{a}{2}$ et $r_2 \leq r \leq R_r$

D'après la Figure II.4, les conditions aux limites dans chaque côté des ponts tangentiels sont données par les relations suivantes :

$$\left. \frac{\partial A_{zII}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i-\frac{a}{2}} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_{zII}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i+\frac{a}{2}} = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$\left. \frac{\partial A_{zIV}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i-\frac{a}{2}} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_{zIV}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha_i+\frac{a}{2}} = 0 \quad (\text{II.55})$$

Pour pouvoir résoudre les équations (II.52) et (II.53), il faut appliquer ces conditions dans les équations (II.21) et (II.22) ce qui nous donne les expressions du potentiel vecteur dans les ponts tangentiels qui peuvent être exprimées par :

$$A_{z_{II}}(r, \theta) = E1_{0i} + E2_{0i} \ln(r) + \sum_{m=1}^{\infty} \left[E1_{mi} \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + E2_{mi} \left(\frac{r}{R_{\text{int}}} \right)^{-\frac{m\pi}{a}} \right] \cos \frac{m\pi}{a} \left(\theta - \alpha_i + \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.56})$$

$$A_{z_{VI}}(r, \theta) = E3_{0i} + E4_{0i} \ln(r) + \sum_{m=1}^{\infty} \left[E3_{mi} \left(\frac{r}{R_r} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + E4_{mi} \left(\frac{r}{r_2} \right)^{-\frac{m\pi}{a}} \right] \cos \frac{m\pi}{a} \left(\theta - \alpha_i + \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.57})$$

II.12.5 Dans l'entrefer (région V)

Dans la région de l'entrefer, l'équation de Laplace en coordonnées polaire s'écrit :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zV}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{zV}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{zV}(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.58})$$

Avec : $\theta \in [0, 2\pi]$ et $R_r \leq r \leq R_s$

La condition de périodicité entre 0 et 2π pour le potentiel vecteur et le champ magnétique est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{cases} A_{zV}(r, \theta) \Big|_{\theta=2\pi} = A_{zV}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} A_{zV}(r, \theta) \Big|_{\theta=2\pi} = \frac{\partial}{\partial \theta} A_{zV}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} \end{cases} \quad (\text{II.59})$$

L'application de ces conditions dans (II.21) nous donne $C3 = 0$ et dans (II.22) nous donne le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} C3' \sin(2\pi\lambda) + C4' [\cos(2\pi\lambda) - 1] = 0 \\ C3' [\cos(2\pi\lambda) - 1] - C4' \sin(2\pi\lambda) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.60})$$

Pour s'assurer de l'existence des constantes $C3'$ et $C4'$ avec des valeurs différentes de zéro, c'est-à-dire que ce système admet une infinité de solutions, il faut que le déterminant soit égale zéro :

$$\sin^2(2\pi\lambda) + [\cos(2\pi\lambda) - 1]^2 = 0 \quad (\text{II.61})$$

La résolution de cette équation nous donne $\lambda = n$ ($n \in \mathbb{N}$).

L'expression du potentiel vecteur dans l'entrefer s'écrit donc sous la forme :

$$A_{zV}(r, \theta) = A1_0 + A2_0 \ln(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(A1_n \left(\frac{r}{R_s} \right)^n + A2_n \left(\frac{r}{R_r} \right)^{-n} \right) \sin(n\theta) + \left(A3_n \left(\frac{r}{R_s} \right)^n + A4_n \left(\frac{r}{R_r} \right)^{-n} \right) \cos(n\theta) \right] \quad (\text{II.62})$$

II.12.6 Dans le noyau (région I)

Le développement de l'équation de Laplace dans la région du noyau nous donne l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zI}(r, \theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{zI}(r, \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} A_{zI}(r, \theta) = 0 \quad (\text{II.63})$$

Avec : $\theta \in [0, 2\pi]$ et $0 \leq r \leq R_{\text{int}}$

En utilisant les équations (II.21) et (II.22) et en prenant en considération la condition de périodicité entre 0 et 2π tel que :

$$\begin{cases} A_{zI}(r, \theta)|_{\theta=2\pi} = A_{zI}(r, \theta)|_{\theta=0} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} A_{zI}(r, \theta)|_{\theta=2\pi} = \frac{\partial}{\partial \theta} A_{zI}(r, \theta)|_{\theta=0} \end{cases} \quad (\text{II.64})$$

On trouve $C3 = 0$ et $\lambda = n$ ($n \in \mathbb{N}$).

En appliquant aussi la condition de Dirichlet pour $r = 0$, c'est-à-dire que :

$$A_{zI}(r, \theta)|_{r=0} = 0 \quad (\text{II.65})$$

On obtient $C1 = 0$, $C2 = 0$ et $C2' = 0$.

Donc l'expression du potentiel vecteur dans le noyau s'écrit sous la forme :

$$A_{zI}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{\text{int}}} \right)^n [A5_n \sin(n\theta) + A6_n \cos(n\theta)] \quad (\text{II.66})$$

II.13 Exploitation des conditions d'interface entre les régions

Pour déterminer les constantes d'intégration dans les expressions (II.40), (II.43), (II.51), (II.56), (II.57), (II.62) et (II.66), les conditions de passage entre les différentes régions sont exploitées. Nous choisissons le nombre d'harmonique dans les régions (I, II, III, IV, V, VI et VII) tel que :

- N : nombres d'harmoniques d'espace dans l'entrefer et le noyau.
- M : nombres d'harmoniques d'espace dans l'aimant et le pont tangentiel 1 et 2.
- K : nombres d'harmoniques d'espace dans l'ouverture de l'encoche.
- L : nombres d'harmoniques d'espace dans l'encoche statorique.

Ces conditions de passage sont résumées dans le tableau suivant :

Région 1	Région 2	Conditions de passage	Intervalle	Surface	
I	II _i	$A_{zI}(r, \theta) = A_{zIIi}(r, \theta)$	$ \theta - \alpha_i \leq a/2$	$r = R_{\text{int}}$	(II.67)
I	II _i	$H_{\theta I}(r, \theta) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2p} H_{\theta IIi}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	Si $ \theta - \alpha_i \leq a/2$ Sinon	$r = R_{\text{int}}$	(II.68)
II _i	III _i	$A_{zIIi}(r, \theta) = A_{zIIIi}(r, \theta)$	$ \theta - \alpha_i \leq a/2$	$r = r_1$	(II.69)
II _i	III _i	$H_{\theta IIi}(r, \theta) = \begin{cases} H_{\theta IIIi}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	Si $ \theta - \alpha_i \leq a/2$ Sinon	$r = r_1$	(II.70)
III _i	IV _i	$A_{zIIIi}(r, \theta) = A_{zIVi}(r, \theta)$	$ \theta - \alpha_i \leq a/2$	$r = r_2$	(II.71)
III _i	IV _i	$H_{\theta IIIi}(r, \theta) = \begin{cases} H_{\theta IVi}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	Si $ \theta - \alpha_i \leq a/2$ Sinon	$r = r_2$	(II.72)
V	IV _i	$A_{zV}(r, \theta) = A_{zIVi}(r, \theta)$	$ \theta - \alpha_i \leq a/2$	$r = R_r$	(II.73)
V	IV _i	$H_{\theta V}(r, \theta) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2p} H_{\theta IVi}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	Si $ \theta - \alpha_i \leq a/2$ Sinon	$r = R_r$	(II.74)
V	VI _j	$A_{zV}(r, \theta) = A_{zVIj}(r, \theta)$	$ \theta - \beta_j \leq b/2$	$r = R_s$	(II.75)
V	VI _j	$H_{\theta V}(r, \theta) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{q_s} H_{\theta VIj}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	Si $ \theta - \beta_j \leq b/2$ Sinon	$r = R_s$	(II.76)
VII _j	VI _j	$A_{zVIIj}(r, \theta) = A_{zVIj}(r, \theta)$	$ \theta - \beta_j \leq b/2$	$r = r_3$	(II.77)
VII _j	VI _j	$H_{\theta VIIj}(r, \theta) = \begin{cases} 0 \\ \sum_{j=1}^{q_s} H_{\theta VIj}(r, \theta) \\ 0 \end{cases}$	$\beta_j - \frac{c}{2} \leq \theta \leq \beta_j - \frac{b}{2}$ $\beta_j - \frac{b}{2} \leq \theta \leq \beta_j + \frac{b}{2}$ $\beta_j + \frac{b}{2} \leq \theta \leq \beta_j + \frac{c}{2}$	$r = r_3$	(II.78)

Tableau II.1 : Liste des conditions d'interface entre les régions

Les conditions d'interface listées dans le Tableau II.1 concernent des régions avec des fréquences et des constantes d'intégration différentes qui nécessitent des développements

en série de Fourier pour satisfaire les égalités entre le potentiel vecteur et le champ magnétique à chaque rayon d'interface.

II.13.1 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_{int}$

Pour pouvoir appliquer l'identification entre les constantes de Fourier de la région I et la région II, nous décomposons A_{zI} en série de Fourier dans la région II et $B_{\theta IIi}$ en série de Fourier dans la région I.

Les équations (II.67) et (II.68) nous donnent le système d'équation suivant :

$$E1_{0i} + E2_{0i} \ln(R_{int}) = \frac{1}{a} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} A_{zI}(R_{int}, \theta) d\theta \quad (II.79)$$

$$E1_{mi} \left(\frac{R_{int}}{r_1} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + E2_{mi} = \frac{2}{a} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} A_{zI}(R_{int}, \theta) \cdot \cos \frac{m\pi}{a} \left(\theta - \alpha_i + \frac{a}{2} \right) d\theta \quad (II.80)$$

$$-\frac{n}{R_{int}} A5_n = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{2p} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} B_{\theta IIi}(R_{int}, \theta) \cdot \sin(n\theta) d\theta \quad (II.81)$$

$$-\frac{n}{R_{int}} A6_n = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{2p} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} B_{\theta IIi}(R_{int}, \theta) \cdot \cos(n\theta) d\theta \quad (II.82)$$

II.13.2 Condition de passage au niveau des rayons $r = r_1$ et $r = r_2$

Les expressions du potentiel vecteur et le champ magnétique dans les aimants et les ponts tangentiels possèdent la même forme et la même fréquence, par conséquent l'identification entre les constantes d'intégration de la région II_i et la région III_i ainsi que de la région III_i et la région IV_i se fait directement sans passer par la transformation de Fourier. Les équations (II.69), (II.70), (II.71) et (II.72) nous donnent le système d'équations suivant :

$$E1_{0i} + E2_{0i} \ln(r_1) = B1_{0i} + B2_{0i} \ln(r_1) - \mu_0 M_i r_1 \quad (II.83)$$

$$E1_{mi} + E2_{mi} \left(\frac{R_{int}}{r_1} \right)^{\frac{m\pi}{a}} = B1_{mi} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + B2_{mi} \quad (II.84)$$

$$E2_{0i} = B2_{0i} \quad (II.85)$$

$$E1_{mi} - E2_{mi} \left(\frac{R_{int}}{r_1} \right)^{\frac{m\pi}{a}} = B1_{mi} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} - B2_{mi} \quad (\text{II.86})$$

$$B1_{0i} + B2_{0i} \ln(r_2) - \mu_0 M_i r_2 = E3_{0i} + E4_{0i} \ln(r_2) \quad (\text{II.87})$$

$$B1_{mi} + B2_{mi} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} = E3_{mi} \left(\frac{r_2}{R_r} \right)^{\frac{m\pi}{a}} + E4_{mi} \quad (\text{II.88})$$

$$B2_{0i} = E4_{0i} \quad (\text{II.89})$$

$$B1_{mi} - B2_{mi} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{\frac{m\pi}{a}} = E3_{mi} \left(\frac{r_2}{R_r} \right)^{\frac{m\pi}{a}} - E4_{mi} \quad (\text{II.90})$$

II.13.3 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_r$

L'identification entre les constantes de Fourier de la région IV et la région V se fait par la décomposition en série de Fourier du potentiel vecteur A_{zV} dans la région V et le champ magnétique $B_{\theta IVi}$ dans la région IV.

Les équations (II.73) et (II.74) nous donnent le système d'équation suivant :

$$E3_{0i} + E4_{0i} \ln(R_r) = \frac{1}{a} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} A_{zV}(R_r, \theta) d\theta \quad (\text{II.91})$$

$$E3_{mi} + E4_{mi} \left(\frac{r_2}{R_r} \right)^{\frac{m\pi}{a}} = \frac{2}{a} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} A_{zV}(R_r, \theta) \cdot \cos \frac{m\pi}{a} (\theta - \alpha_i + \frac{a}{2}) d\theta \quad (\text{II.92})$$

$$-\frac{A2_0}{R_r} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{2p} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} B_{\theta IVi}(R_r, \theta) d\theta \quad (\text{II.93})$$

$$-\frac{n}{R_r} [A1_n \left(\frac{R_r}{R_s} \right)^n - A2_n] = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{2p} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} B_{\theta IVi}(R_r, \theta) \cdot \sin(n\theta) d\theta \quad (\text{II.94})$$

$$-\frac{n}{R_r} [A3_n \left(\frac{R_r}{R_s} \right)^n - A4_n] = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{2p} \int_{\alpha_i - \frac{a}{2}}^{\alpha_i + \frac{a}{2}} B_{\theta IVi}(R_r, \theta) \cdot \cos(n\theta) d\theta \quad (\text{II.95})$$

II.13.4 Condition de passage au niveau du rayon $r = R_s$

En utilisant les équations (II.75) et (II.76) et en appliquant la transformation de Fourier à A_{zV} dans la région VI et à $B_{\theta VIj}$ dans la région V, nous trouvons le système d'équation suivant :

$$C2_{0j} + C3_{0j} \ln(R_s) = \frac{1}{b} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} A_{zV}(R_s, \theta) d\theta \quad (\text{II.96})$$

$$C2_{kj} \left(\frac{R_s}{r_3} \right)^{\frac{k\pi}{b}} + C3_{kj} = \frac{2}{b} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} A_{zV}(R_s, \theta) \cdot \cos \frac{k\pi}{b} \left(\theta - \beta_j + \frac{b}{2} \right) d\theta \quad (\text{II.97})$$

$$-\frac{A2_0}{R_s} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{Q_s} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} B_{\theta VIj}(R_s, \theta) d\theta \quad (\text{II.98})$$

$$-\frac{n}{R_s} \left[A1_n - A2_n \left(\frac{R_r}{R_s} \right)^n \right] = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{Q_s} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} B_{\theta VIj}(R_s, \theta) \cdot \sin(n\theta) d\theta \quad (\text{II.99})$$

$$-\frac{n}{R_s} \left[A3_n - A4_n \left(\frac{R_r}{R_s} \right)^n \right] = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{Q_s} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} B_{\theta VIj}(R_s, \theta) \cdot \cos(n\theta) d\theta \quad (\text{II.100})$$

II.13.5 Condition de passage au niveau du rayon $r = r_3$

Après l'application de la transformation de Fourier à A_{zVIIj} dans la région VI et à $B_{\theta VIIj}$ dans la région VII, les équations (II.77) et (II.78) nous donnent le système d'équations suivant :

$$C2_{0j} + C3_{0j} \ln(r_3) = \frac{1}{b} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} A_{zVIIj}(r_3, \theta) d\theta \quad (\text{II.101})$$

$$C2_{kj} + C3_{kj} \left(\frac{R_s}{r_3} \right)^{\frac{k\pi}{b}} = \frac{2}{b} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} A_{zVIIj}(r_3, \theta) \cdot \cos \frac{k\pi}{b} \left(\theta - \beta_j + \frac{b}{2} \right) d\theta \quad (\text{II.102})$$

$$-\frac{1}{2} \mu_0 \left[J_{zj} \frac{r_4^2}{r_3} - r_3 \right] = \frac{1}{c} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} B_{\theta VIIj}(r_3, \theta) d\theta \quad (\text{II.103})$$

$$-C3_{lj} \left[\left(\frac{r_3}{r_4} \right)^{2\frac{l\pi}{c}} - 1 \right] \frac{l\pi}{cr_3} = \frac{2}{c} \int_{\beta_j - \frac{b}{2}}^{\beta_j + \frac{b}{2}} B_{\theta v_{lj}}(r_3, \theta) \cdot \cos \frac{l\pi}{c} \left(\theta - \beta_j + \frac{c}{2} \right) d\theta \quad (\text{II.104})$$

II.14 Calcul des performances électromagnétiques

II.14.1 La densité de courant dans les encoches statoriques

Pour calculer la distribution de la densité du courant dans les encoches stator, il faut définir la matrice de connexion de l'enroulement statorique entre les courants des phases et les encoches. Cette matrice pour un bobinage triphasé à pas fractionnaire est donnée par :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.105})$$

Nous considérons que la machine est alimentée par un courant sinusoïdal triphasé tel que :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = I_m \begin{bmatrix} \sin(p\theta_r) \\ \sin(p\theta_r - 2\pi/3) \\ \sin(p\theta_r - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{II.106})$$

Avec $\theta_r = \Omega t$ où Ω c'est la pulsation mécanique de synchronisme.

La densité de courant dans la $j^{\text{ème}}$ encoche du stator est définie par [19] :

$$J_{zj} = \frac{N_c}{S} C^T \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (\text{II.107})$$

avec : $S = c(r_4^2 - r_3^2)/2$ (la surface de l'encoche stator).

N_c : le nombre de conducteurs dans l'encoche.

II.14.2 Le flux magnétique

La détermination du flux magnétique et la force électromotrice est basé sur l'application du théorème de Stokes.

La distribution du flux dans les encoches du stator est définie par [19] :

$$\varphi_j = \frac{Lu}{S} \int_{\beta_j - \frac{c}{2}}^{\beta_j + \frac{c}{2}} \int_{r_3}^{r_4} A_{z v_{lj}}(r, \theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (\text{II.108})$$

où Lu est la longueur axiale effective de la machine.

Le développement de cette équation donne :

$$\varphi_j = Lu.C1_{0j} + \varphi_{J_{zj}} \quad (\text{II.109a})$$

$$\varphi_{J_{zj}} = \frac{\mu_0}{8} Lu.J_{zj} \frac{r_3^2 + [2 - 4\ln(r_3)]r_4^2 r_3^2 + [4\ln(r_4) - 3]r_4^4}{r_4^2 - r_3^2} \quad (\text{II.109b})$$

Il faut noter que pour le fonctionnement à vide, c'est-à-dire pour $J_{zj} = 0$, le terme $\varphi_{J_{zj}}$ devient nul. Le flux magnétique à vide dans les trois phases du stator est donné donc par :

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = N_c.C. [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_{Q_s-1} \quad \varphi_{Q_s}]^T \quad (\text{II.110})$$

II.14.3 La force électromotrice

La force électromotrice à vide peut être obtenue en dérivant le vecteur du flux magnétique à vide par rapport au temps, ce qui est traduit par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \Omega \frac{d}{d\theta_r} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (\text{II.111})$$

II.14.4 Le couple électromagnétique

Le couple électromagnétique développé par la machine peut se calculer par la méthode du tenseur de Maxwell :

$$\Gamma_e = \frac{R_g^2.Lu}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{rV}|_{r=R_g} \cdot B_{\theta V}|_{r=R_g} d\theta \quad (\text{II.112})$$

Où R_g est le rayon du cercle placé au milieu de l'entrefer.

Il faut noter que cette expression peut être utilisée pour calculer le couple de détente (fonctionnement à vide de la machine) et le couple électromagnétique en charge.

II.14.5 Pression magnétique

A partir de l'induction dans l'entrefer, les composantes radiales et tangentielles de la pression magnétique appliquée au stator en fonction de θ et θ_r à R_g sont définies par [19] :

$$P_r = \frac{1}{2\mu_0} \left(B_{rV}|_{r=R_g}^2 - B_{\theta V}|_{r=R_g}^2 \right) \quad (\text{II.113})$$

$$P_\theta = \frac{1}{\mu_0} B_{rV}|_{r=R_g} \cdot B_{\theta V}|_{r=R_g} \quad (\text{II.114})$$

II.14.6 Force magnétique déséquilibrée

La force magnétique déséquilibrée est la force magnétique globale résultante qui agit sur le rotor à cause de la distribution asymétrique du champ magnétique dans l'entrefer [20]. Les composantes de cette force selon x et y pour $r = R_g$ sont définies par [19] :

$$F_x = R_g \cdot Lu \int_0^{2\pi} [P_r \cdot \cos(\theta) + P_\theta \sin(\theta)] d\theta \quad (\text{II.115})$$

$$F_y = R_g \cdot Lu \int_0^{2\pi} [P_r \cdot \sin(\theta) - P_\theta \cos(\theta)] d\theta \quad (\text{II.116})$$

II.15 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un modèle analytique d'une machine synchrone à aimants permanents à concentration du flux. Tout d'abord nous avons présenté les équations générales de la magnétostatique, puis nous avons utilisé ces équations pour définir le modèle analytique bidimensionnelle basé sur la résolution des équations aux dérivées partielles (Poisson et Laplace) dans les différentes régions. Ensuite nous avons utilisé la transformation de Fourier et les conditions d'interface entre les régions pour déterminer les expressions analytiques du potentiel vecteur et l'induction magnétique qui permet de connaître l'évolution du champ en tout point de l'espace. Enfin nous avons utilisé ces expressions pour calculer les performances électromagnétiques de la machine.

Chapitre III

Modélisation par Eléments Finis

et

Validation du Modèle Analytique

III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est la modélisation numérique par la méthode des éléments finis de la machine synchrone à aimants permanent à concentration de flux, afin de valider les résultats du modèle électromagnétique analytique de la machine. Pour cela, nous utiliserons le logiciel ANSYS Maxwell.

Ce chapitre s'articule sur quatre parties principales. Premièrement, Nous présenterons le principe de la modélisation par éléments finis. Deuxièmement, la description du logiciel de simulation ANSYS Maxwell. Troisièmement, nous aborderons la modélisation numérique de notre machine par le logiciel ANSYS en présentant toutes les étapes essentielles. La dernière partie consiste à présenter au même temps et sous les mêmes hypothèses et les mêmes conditions les résultats de simulation analytique et numérique.

III.2 Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation des équations aux dérivées partielles décrivant le comportement physique du système avec des géométries compliquées, de charges, propriétés des matériaux et de conditions aux limites données. Le principe de cette méthode est de subdiviser le système ou la machine électrique en petites sous régions appelées éléments finis [21], ces éléments constituent ce qu'on appelle le maillage. Après la discrétisation en éléments finis, on résout localement dans chacun de ceux-ci, les équations associées. La forme des éléments est directement liée à la dimension du problème c'est-à-dire 2D ou 3D, on utilise généralement des triangles ou des quadrilatères [22].

La discrétisation est l'une des étapes de la méthode des éléments finis la plus importante, car la précision des résultats dépend de la manière de discrétiser le problème et de la finesse du maillage.

III.3 Logiciel de simulation ANSYS Maxwell

Le logiciel ANSYS est un logiciel commercial utilisant l'analyse par éléments finis pour résoudre les équations différentielles. Ce logiciel inclut des structures mécaniques, électromagnétiques, dynamique de fluide, dynamique explicite, et hydrodynamique. ANSYS Electronics Desktop fournit un environnement compréhensible pour la conception et la simulation de divers structures et composants électroniques, en créant ou important un dessin, configuration de simulation, validation de la conception, exécution de l'analyse, et publication des résultats. Comme illustré sur la Figure III.1, ANSYS Electronics comporte

plusieurs types de design et fonctionnalités : HHFS Design, HFSS Design 3D, Layout Design, HFSS-IE Design, Q3D Extractor Design, Maxwell 2D Design, Maxwell 3D Design...etc. Il permet de paramétrer des conceptions à l'aide de la fonction Optimetrics afin d'étudier l'effet de la variation d'un paramètre de conception sur le comportement du système global.

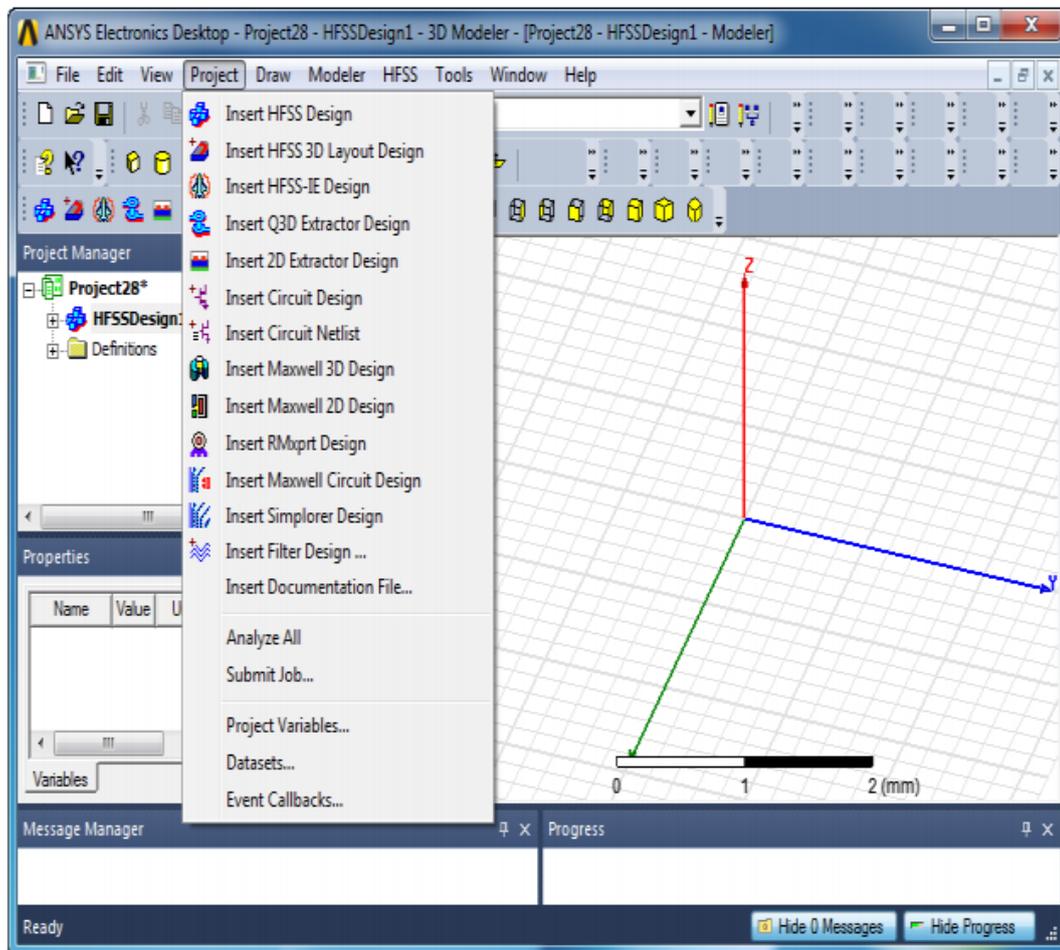


Figure III.1 : L'interface de ANSYS Electronics Desktop et ses types de design et fonctionnalités

ANSYS Maxwell est un logiciel interactif et un module électromagnétique du logiciel ANSYS le plus utilisé pour la conception et l'optimisation des machines électriques. Il peut résoudre des problèmes en 2D et 3D avec plusieurs types de solveur. L'interface utilisateur comme illustré sur la Figure III.2 comporte plusieurs fonctionnalités simple et facile à utiliser pour la conception de n'importe quel type de structure avec différents matériaux d'une façon rapide et plus précise. Il permet de calculer les performances électromagnétiques en résolvant les équations de Maxwell dans n'importe quelle région finie dans la machine électrique en définissant les conditions initiales et les conditions aux limites appropriées.

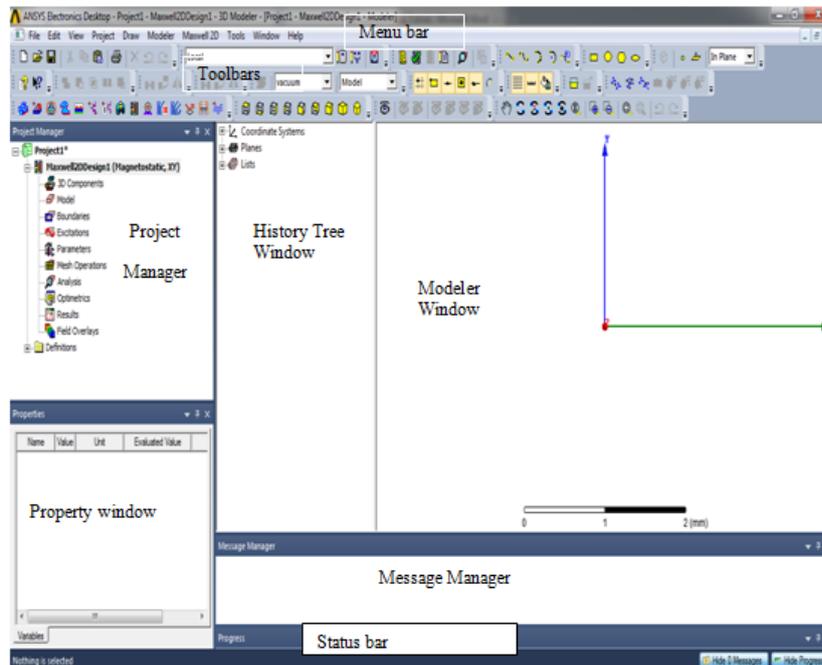


Figure III.2 : L'interface de Maxwell 2D-Design

Le Maxwell 2D-Design utilise l'analyse par éléments finis pour résoudre les équations différentielles dans la machine électrique, 2D Electrostatic, Magnetostatic, eddy current (courants de Foucault), et Transient. Avant d'étudier le comportement de n'importe quelle structure par ANSYS Maxwell, nous devons déterminer le type de solveur que nous allons utiliser pour cette étude. Pour cela, ANSYS Maxwell 2D-Design nous offre la fonction « Solution Type ». Sa fenêtre est présentée sur la Figure III.3.

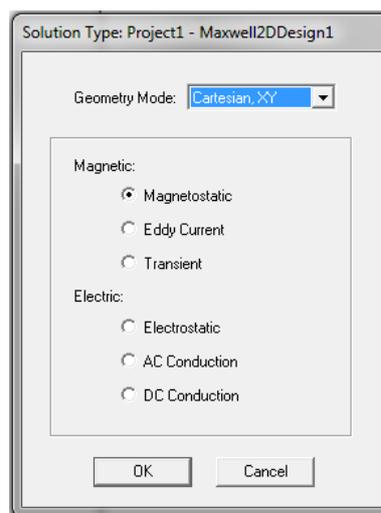


Figure III.3 : La fenêtre de la fonction solution type

La procédure de la modélisation numérique d'une machine électrique pour faire l'analyse électromagnétique par le logiciel ANSYS Maxwell 2D-Design implique plusieurs étapes à faire, et qui sont :

1. Choix du type de solveur (Solution Type).
2. Construction de la géométrie de la machine.
3. Définition des propriétés (Matériaux) de chaque élément constituant la machine.
4. Application de l'excitation.
5. Définition des conditions aux limites.
6. Choix et application du type de Maillage sur la machine.
7. Ajout de la solution setup (Configuration de la solution).
8. Validation du design.
9. Lancement de la simulation.
10. Affichage des résultats.

III.4 Modélisation numérique par le logiciel ANSYS Maxwell

III.4.1 Construction de la machine synchrone

La machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux construite par ANSYS Maxwell 2D Design est illustrée sur la figure suivante :

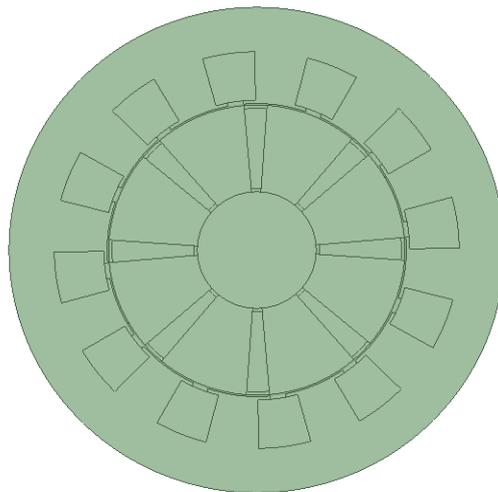


Figure III.4 : La MSAP à concentration de flux construite par ANSYS Maxwell 2D-Design

Les propriétés matérielles de chaque élément de la machine :

- **Stator :** Fer, Perméabilité relative : $\mu_r = 10000$
- **Rotor :** Fer, Perméabilité relative : $\mu_r = 10000$
- **Enroulements du stator :** Cuivre, Perméabilité relative : $\mu_r = 1$
- **Aimants permanents :** il est de type « NdFe30 », $\mu_r = 1$
- **L'aimantation de l'aimant permanent :** $M = 318309.89 \text{ A/m}$
- **Ponts tangentiels :** $\mu_r = 1$.

III.4.2 Excitation

L'application de l'excitation de la machine qui est l'alimentation des enroulements du stator sous ANSYS Maxwell 2D Design dépend du type de solveur choisit pour l'étude du comportement électromagnétique de la machine électrique.

Nous choisissons comme type de solveur le 'Transient'. L'excitation dans ce cas sera un système de courants sinusoïdales triphasées alternatifs appliquées dans les trois phases (A, B, C) de la machine.

III.4.3 Conditions aux limites

La condition aux limites est appliquée sur la ligne de délimitation de toute la partie du stator. Cette condition est traduite par le potentiel vecteur nul ($A_z = 0$). Les lignes de flux magnétiques sont toutes tangentes à cette limite de la région.

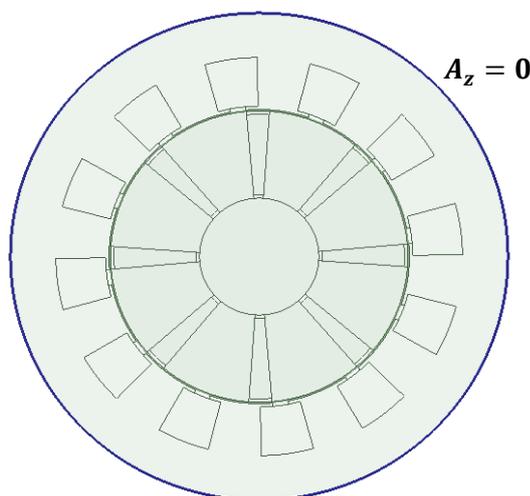


Figure III.5 : Conditions aux limites de la MSAP à concentration du flux

III.4.4 Définition du maillage

Nous devons définir un maillage précis de la machine, puisque la méthode des éléments finis nécessite une discrétisation du domaine d'analyse. Plus le nombre d'éléments constituant le maillage est plus grand, plus la solution des équations de Maxwell aux dérivés partielles sera plus précise et proche de la réalité. Par conséquent, le maillage doit être resserré au niveau de l'entrefer, car c'est l'endroit le plus concerné de la machine électrique. Où nous devons obtenir des valeurs de l'induction et la pression magnétique bien définis et très précises. Ces valeurs sont nécessaires pour l'étude du modèle mécanique vibratoire de la machine par la suite.

Le maillage de la machine synchrone réalisé à l'aide du logiciel ANSYS Maxwell est illustré sur la figure suivante :

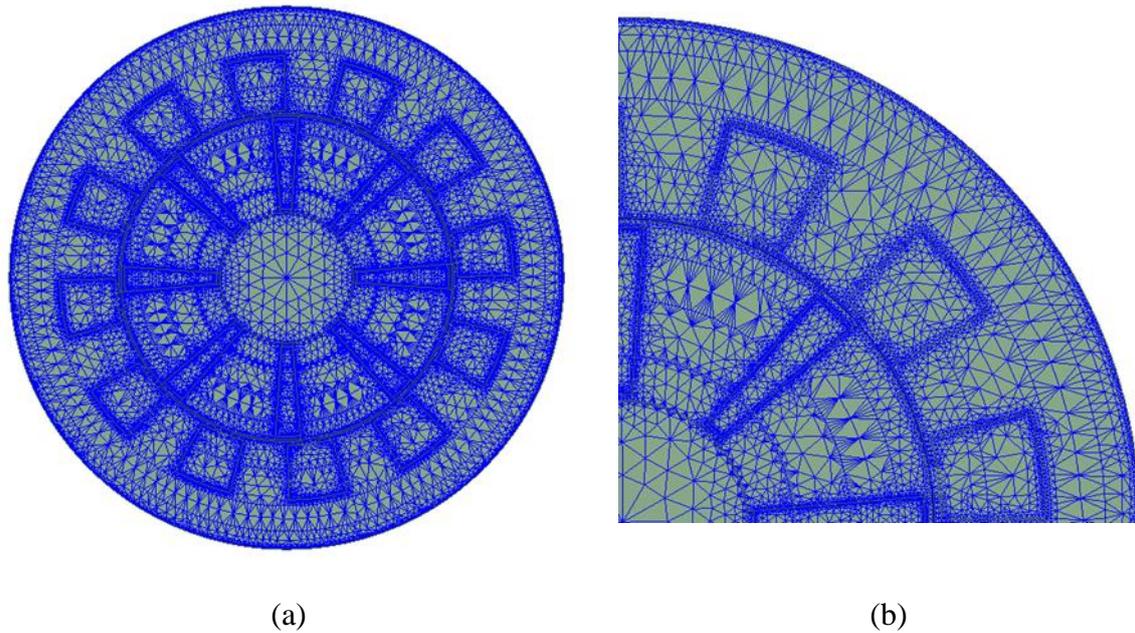


Figure III.6 : (a) Maillage de la machine à étudier ; (b) Zoom sur le maillage

III.5 Validation de la méthode analytique par la méthode numérique

Afin de valider le modèle analytique électromagnétique développé au deuxième chapitre, il est nécessaire de comparer les résultats analytiques aux résultats numériques. Pour cela, nous allons utiliser le logiciel MATLAB pour programmer la méthode des sous domaines et le logiciel ANSYS Maxwell comme un outil de simulation numérique par éléments finis. Dans notre cas, les simulations de la méthode analytique sont obtenues pour le nombre d'harmoniques suivant ($N=150$, $M=10$, $K=10$ et $L=10$). Pour les simulations de la méthode numérique, nous allons utiliser 55474 éléments.

Les simulations analytiques et numériques sont effectuées dans l'espace et dans le temps. Pour cela, nous choisissons un vecteur d'espace de 1000 points (de 0 à 360°) et un vecteur du temps qu'il est convertit à l'angle de rotation mécanique de 200 points (de 0 à 90°).

A cause du nombre élevé des éléments (pour avoir la meilleur précision possible) et la longueur du vecteur espace et du vecteur temps, le temps de calcul nécessaire pour une simulation numérique pour un point de fonctionnement donné, est d'environ 60 min. Pour les simulations de la méthode analytique, le temps de calcul est d'environ 4 min.

Les simulations analytiques et numériques sur la machine sont effectuées pour le fonctionnement à vide et en charge.

III.5.1 Paramètres de la machine étudiée

Les paramètres de la machine à étudier dans ce mémoire et les points de fonctionnement sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètre	Symbole	Valeur
Induction rémanente des aimants	B_{rm}	0.4 T
Perméabilité relative des aimants	μ_{rm}	1
Nombre de conducteurs dans l'encoche statorique	N_c	30
Valeur maximale du courant de phase	I_m	15 A
Nombre d'encoches statoriques	Q_s	12
Ouverture de l'encoche statorique	c	15°
Ouverture de la zone semi-fermée de l'encoche	b	6°
Ouverture de l'aimant	a	9°
Nombre de paires de pôles	p	4
Rayon externe du stator	R_{ext}	75 mm
Rayon externe des encoches statoriques	r_4	60.3 mm
Rayon interne des encoches statoriques	r_3	46.3 mm
Rayon interne du stator	R_s	45.3 mm
Rayon externe du rotor	R_r	44.8 mm
Rayon externe des aimants	r_2	43.8 mm
Rayon interne des aimants	r_1	19 mm
Rayon interne du rotor	R_{int}	18 mm
Epaisseur de l'entrefer	e	0.5 mm
Longueur des ponts rotoriques	l_p	1 mm
Longueur de la zone semi-fermée de l'encoche statorique	l_s	1 mm
Longueur de la machine	L_u	57 mm
Vitesse de synchronisme	Ω	750 tr/min

Tableau III.1 : Paramètres spécifiques de la machine à étudier

III.5.2 Présentation des résultats analytiques et numériques

III.5.2.1 Fonctionnement à vide

Nous considérons que la machine fonctionne en mode génératrice à vide, c'est-à-dire que le rotor tourne à la vitesse de synchronisme, et le courant dans les phases statoriques est nul (la densité de courant J_{zj} est nulle). Ci-dessous nous avons représenté les lignes de

champ, l'induction magnétique radiale et tangentielle, le couple de détente et la force électromotrice à vide.

La Figure III.7 représente la distribution des lignes du champ magnétique en fonctionnement à vide de la machine pour la position 0° mec du rotor obtenue par la méthode des éléments finis, ces lignes proviennent que des aimants permanents. Cette figure nous montre bien la concentration des lignes de flux dans l'entrefer. Nous remarquons que les lignes du champ sont équilibrées sur chaque partie de la machine et qu'ils se referment sur chaque pôle. Nous observons aussi l'apparition des lignes de fuites au niveau des encoches statoriques.

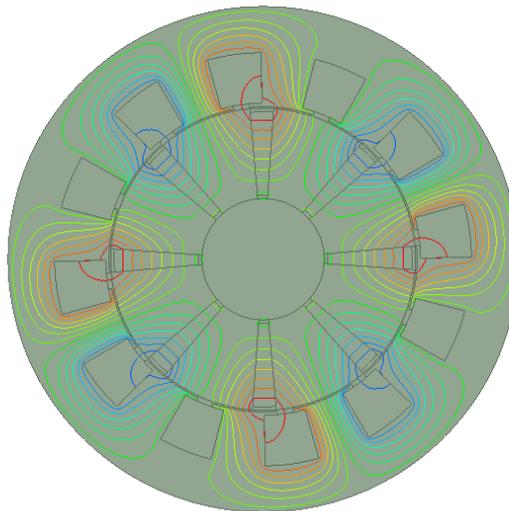


Figure III.7 : Distribution des lignes du champ à vide (position 0° mec)

La Figure III.8 présente la variation de la composante radiale et tangentielle de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer en fonction de l'angle d'espace pour la position 0° mec du rotor. D'après cette figure, nous remarquons une très bonne concordance entre les formes de l'induction donnée par les deux méthodes, cela veut dire que les calculs analytiques sont validés par la méthode des éléments finis. Nous pouvons remarquer aussi que la période de l'induction radiale et tangentielle est égale $\pi/2$, ce qui confirme la répartition équilibrée des lignes du champ sur la Figure III.7. Nous pouvons voir clairement que l'induction radiale présente des creux d'induction dues à l'ouverture de l'encoche statorique (effet de l'encoche) [23].

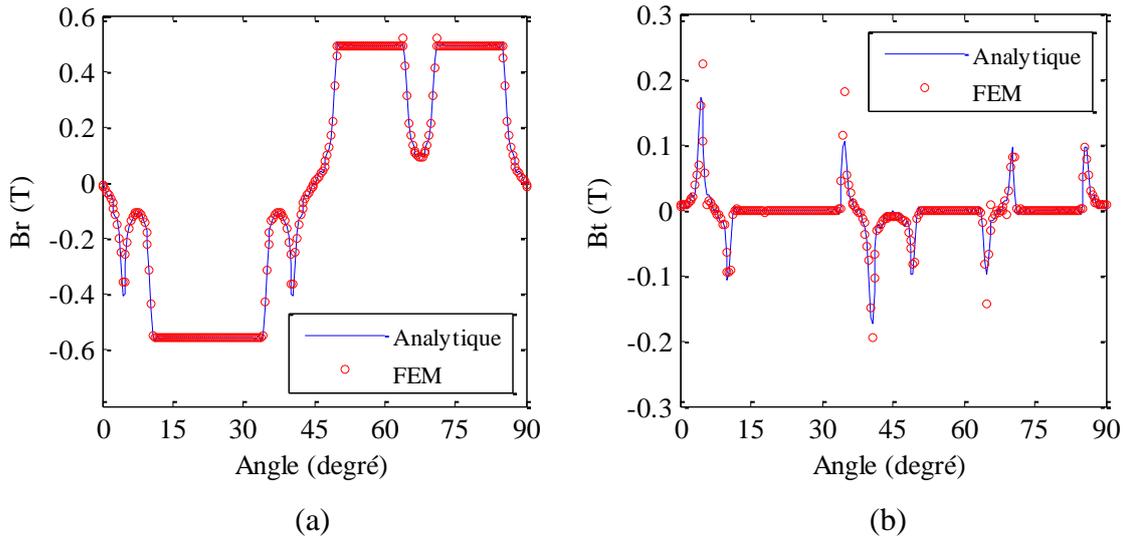


Figure III.8 : Distribution de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer à vide :
 (a) Induction radiale ; (b) Induction tangentielle

Sur la Figure III.9, nous représentons la variation de la force électromotrice en fonction de l'angle de rotation et sa FFT. D'après cette figure, les résultats analytiques sont identiques à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. Nous pouvons remarquer que la forme de la force électromotrice est modulée et moins sinusoïdale, cela due aux harmoniques d'espaces et au type de bobinage choisi (enroulement à couche unique). Les harmoniques d'espaces impaires d'ordres 1, 7, 13 sont prédominantes comme il est illustré sur la Figure III.9-b.

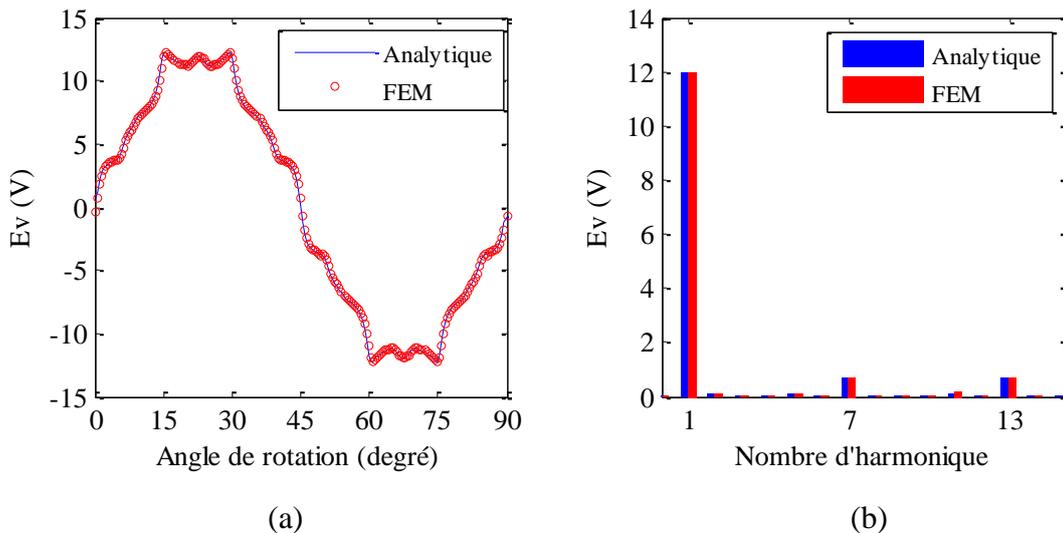


Figure III.9 : (a) La forme et (b) FFT de la force électromotrice

La Figure III.10 présentant la variation du couple de détente en fonction de l'angle de rotation et sa FFT, indique une correspondance satisfaisante entre les résultats obtenus

analytiquement et ceux obtenus par éléments finis. Sa période est de 15° mécanique correspondant à un pas d'encoche. Selon la Figure III.10-b, les harmoniques paires d'ordres 6, 12, 18, 24 sont importantes.

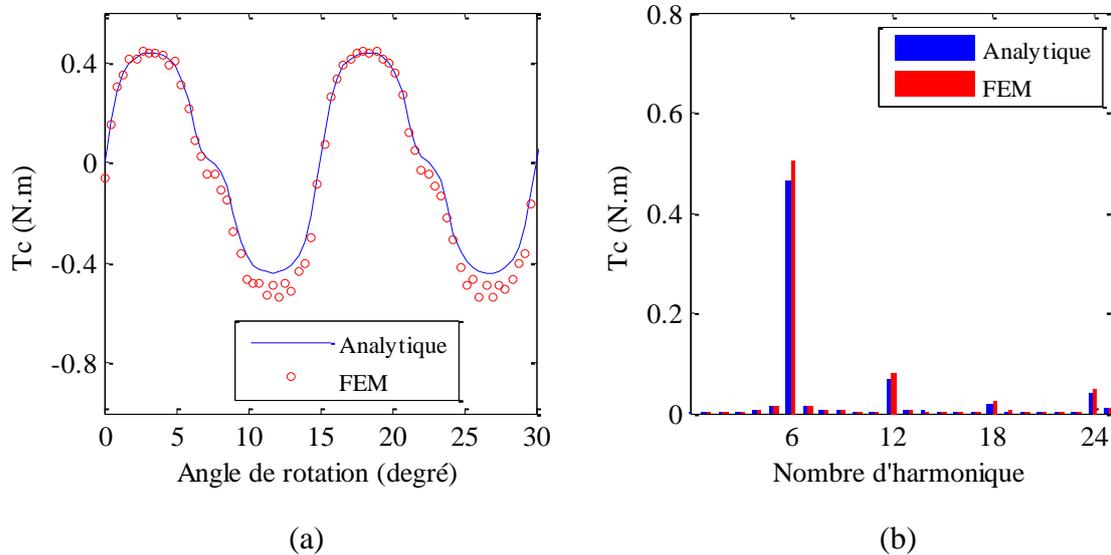


Figure III.10 : (a) La forme et (b) FFT du couple de détente

III.5.2.2 Fonctionnement en charge

Le calcul du champ magnétique créé par les aimants permanents et les phases statoriques alimentées par un courant sinusoïdal triphasé, permet de déterminer la distribution des lignes de champ et les allures de l'induction, la pression magnétique et le couple électromagnétique.

La Figure III.11 illustrant la répartition des lignes de champ magnétique pour la position 0° mec du rotor obtenue par la méthode des éléments finis, montre une distribution équilibrée des lignes de champ. Nous observons aussi qu'il existe des lignes de fuites au niveau des encoches statoriques et du noyau du rotor.

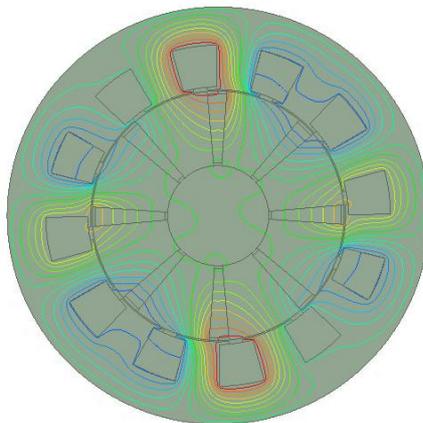


Figure III.11: Distribution des lignes de champ en charge (position 0° mec)

Les Figure III.12 et III.13 montrent la distribution de l'induction et la pression magnétique ((a) composante radiale et (b) composante tangentielle) au milieu de l'entrefer en fonction de l'angle d'espace pour la position 0° mec du rotor. D'après ces figures, les résultats trouvés par la méthode analytique et numérique sont identiques. Selon la figure III.12, la variation de l'induction magnétique radiale et tangentielle est supérieure à celle obtenue à vide, grâce à la contribution de deux sources du champ magnétique (aimants permanents rotoriques et courants statoriques). Nous constatons que l'induction et la pression magnétique sont périodiques de période π , ce qui permet de prouver que la distribution des lignes de champ est équilibrée (Figure III.11). De plus, nous pouvons remarquer que les composantes tangentielles de l'induction et la pression magnétique sont faibles par rapport aux composantes radiales de l'induction et la pression magnétique.

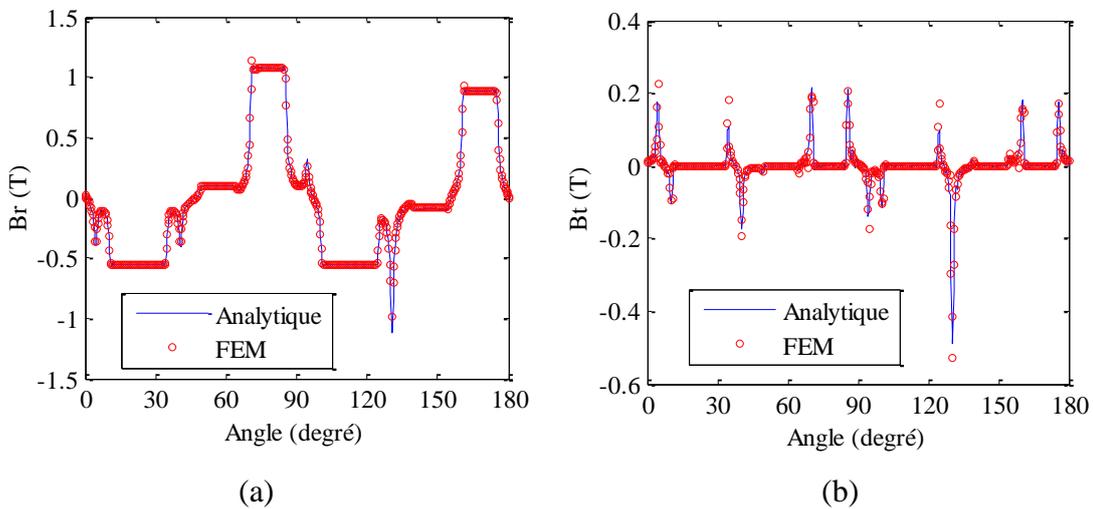


Figure III.12 : Distribution de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer en charge :
(a) Induction radiale ; (b) Induction tangentielle

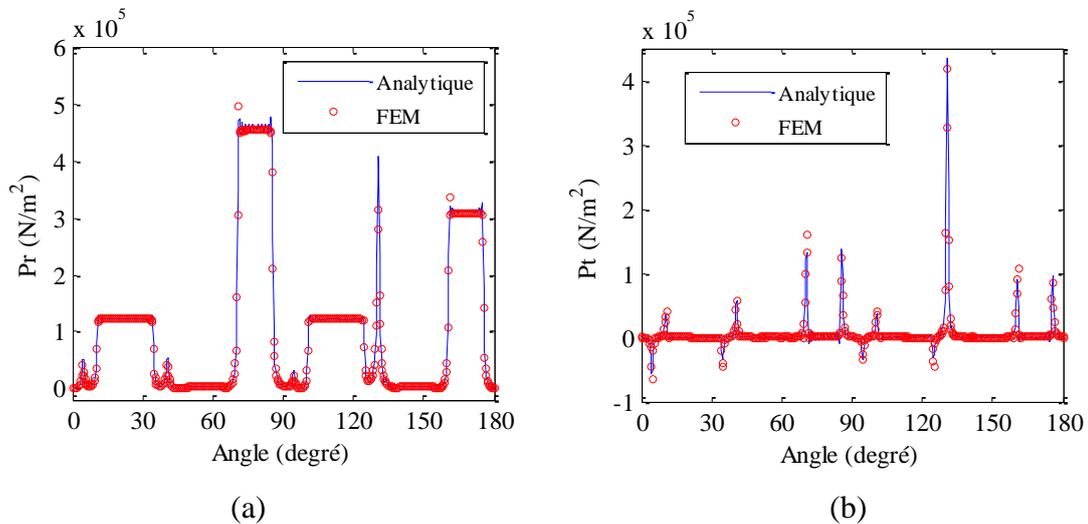


Figure III.13 : Pression magnétique au milieu de l'entrefer en charge :
(a) Pression radiale ; (b) Pression tangentielle

La Figure III.14 donnant la variation du couple électromagnétique en fonction de l'angle de rotation montre que les résultats analytiques sont validés numériquement. Comme illustré sur la Figure III.14, la valeur moyenne du couple est différente de zéro et maximale du fait que le courant d'alimentation est en phase avec la force électromotrice.

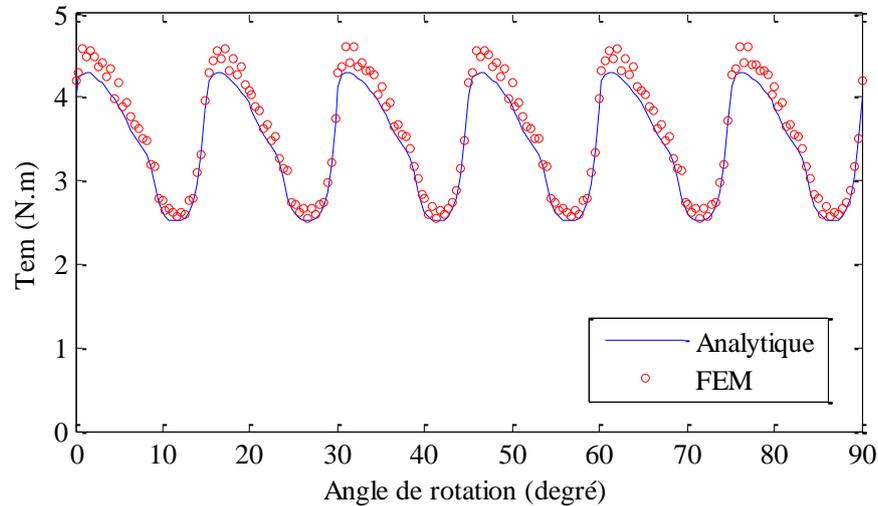


Figure III.14 : La forme du couple électromagnétique en fonction de l'angle de rotation

Concernant la force magnétique déséquilibrée, la valeur de ces composantes F_x et F_y est pratiquement nulle à cause de la distribution symétrique de l'induction et la pression magnétique dans l'entrefer. Cette dernière sera traitée en détails au chapitre IV.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué la modélisation numérique basée sur la méthode des éléments finis en 2D pour valider le modèle analytique électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. Tout d'abord, nous avons présenté succinctement le principe de la méthode des éléments finis. Ensuite, nous avons décrit le logiciel de simulation ANSYS Maxwell, en présentant les étapes essentielles de la procédure de modélisation numérique à l'aide de ce logiciel. Enfin, nous avons effectué une comparaison entre les résultats issus du modèle analytique et numérique.

D'après les résultats de simulation, nous pouvons confirmer que le modèle analytique est précis, ce qui nous permet d'utiliser ce modèle électromagnétique pour développer le modèle mécanique vibratoire au chapitre suivant.

Chapitre IV

Analyse Vibratoire de la MSAP à Concentration de Flux

IV.1 Introduction

Le but de la modélisation mécanique et la prédiction des vibrations électromagnétiques de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux est de déterminer les fréquences propres de son stator et les modes de déformations que peut produire cette machine sous l'action des forces électromagnétiques radiales pour des points de fonctionnement bien choisis, ainsi que d'évaluer la valeur du déplacement maximale de la déformation radiale de la structure du stator. Pour cela, nous allons utiliser une méthode analytique qui sera validée par la méthode numérique utilisant le logiciel ANSYS Workbench.

Dans le présent chapitre, nous commencerons par une brève explication sur la déformation du stator d'une machine électrique. Ensuite, nous aborderons la modélisation vibratoire de la machine étudiée en présentant la procédure à exécuter pour les deux modèles (analytique et numérique). Puis, nous présenterons les résultats obtenus analytiquement et numériquement de cette modélisation. Enfin, la dernière partie de ce chapitre sera consacrée pour étudier l'effet de la combinaison du nombre d'encoches et de pôles sur les vibrations d'origine électromagnétique dans les machines synchrones à aimants permanents à concentration de flux.

IV.2 Déformation du stator

La déformation du stator ne peut se produire que si la fréquence de la force magnétique radiale (plus précisément la fréquence de l'un des harmoniques de la force) est proche ou égale à l'une des fréquences propres de la structure du stator et l'ordre de la force r est le même que le mode de vibration m du stator. Cette déformation est responsable de la production et de la transmission de la plus grande proportion de la capacité vibratoire et le niveau de bruit acoustique dans la machine électrique tournante [3]. C'est pour cela on remarque que la plupart des recherches ne considèrent que le stator pour la prédiction de la vibration et le bruit dans n'importe qu'elle type de machine électrique [24]-[26]. Selon la valeur du mode m , la déformation du noyau du stator se présente selon différentes formes. Les formes des déformations les plus importantes et les plus connues sont celles des modes circonférentiels bas, $m=0, 1, 2, 3$ et 4 . La Figure IV.1 illustre la forme du noyau du stator qui correspond à chacun de ces modes (avec $m = r$).

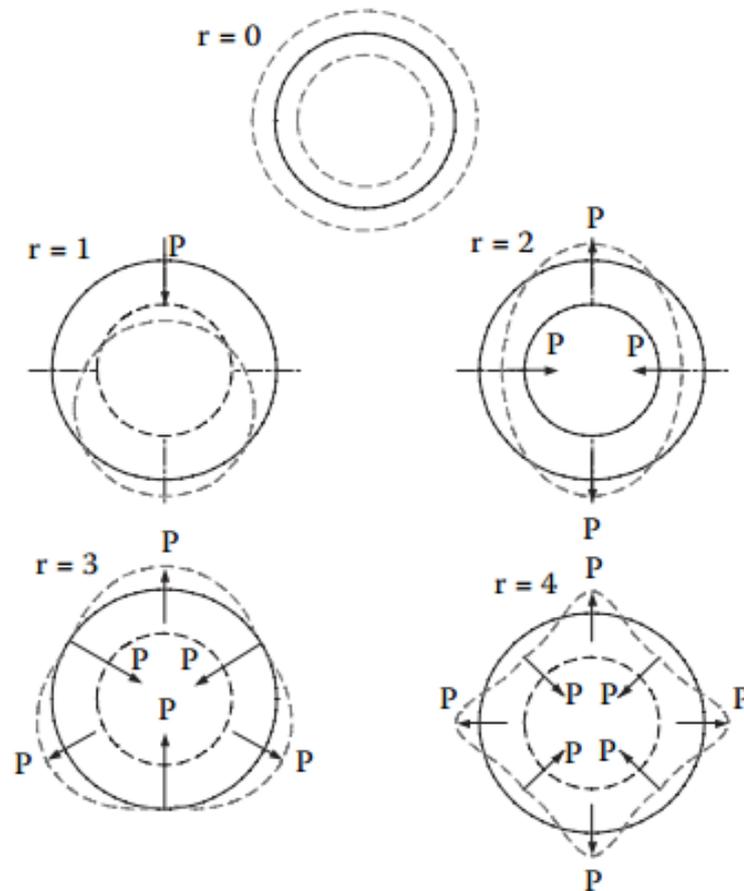


Figure IV.1 : Déformation du noyau du stator produit par la distribution spatiale de la force magnétique radiale [3]

Mode $m=0$: Dans ce mode, la distribution de la densité de force magnétique radiale est uniforme autour de la périphérie du stator et varie périodiquement avec le temps. Il provoque une vibration radiale du noyau du stator et peut être comparé à un récipient cylindrique avec une surpression interne variable. Ce mode s'appelle mode de respiration.

Mode $m=1$: Ce mode est très particulier par rapport aux autres modes, car les forces radiales agissent directement sur le rotor. La distribution des forces magnétique radiales tend à déplacer le rotor radialement loin de son axe de coïncidence avec celle du stator, ce phénomène s'appelle " Excentricité " [27]. La Figure IV.2 illustre ce phénomène.



Figure IV.2 : Phénomène d'excentricité du rotor

Modes $m=2, 3, 4$: D'après la Figure IV.1, ces modes se présentent sous forme des déformations ovales du noyau du stator [3] qui sont dues essentiellement à la répartition des valeurs élevées de la force radiale dans des points bien précis sur le noyau du stator, pour lui donner ces formes particulières.

L'évaluation de l'amplitude de la déformation radiale du noyau du stator nécessite de calculer ce qu'on appelle le *déplacement maximum associé à chaque mode de vibration*, et qui dépend de la fréquence propre du mode et la fréquence de la pression magnétique radiale. Pour cela, on doit passer par une modélisation vibratoire du système du stator basée sur une procédure d'analyse analytique et numérique bien judicieuse et sous des hypothèses de simplification.

IV.3 Modélisation vibratoire du stator

IV.3.1 Modèle analytique vibratoire

Dans cette partie, nous allons détailler le modèle analytique vibratoire de la machine qui permet à partir de la pression magnétique radiale de déterminer l'expression analytique de la déformation du stator (le déplacement radial de chaque point statorique). La modélisation analytique vibratoire est basée sur quatre hypothèses simplificatrices :

1. Comme décrit dans le chapitre précédent, la composante tangentielle de la pression magnétique dans l'entrefer est très faible par rapport à la composante radiale, il est donc raisonnable de négliger la contribution de la pression tangentielle et de considérer que la pression radiale dans notre modélisation.
2. Puisque notre étude vibratoire concerne uniquement le stator, et que le mode 1 agit directement sur le rotor, nous allons négliger ce mode pour le calcul de la fréquence de résonance et le déplacement radial.
3. Les déformations tangentielles et axiales sont négligées.
4. L'analyse analytique de la vibration du système stator complet (tôle, carcasse, bobinage, pattes et pieds de fixation, ailettes, ...) est difficile. Pour cela, nous allons considérer que la tôle comme un modèle simplifié du stator. La tôle est prise comme un tube cylindrique d'épaisseur et de rayon constants comme illustré sur la figure ci-dessous.

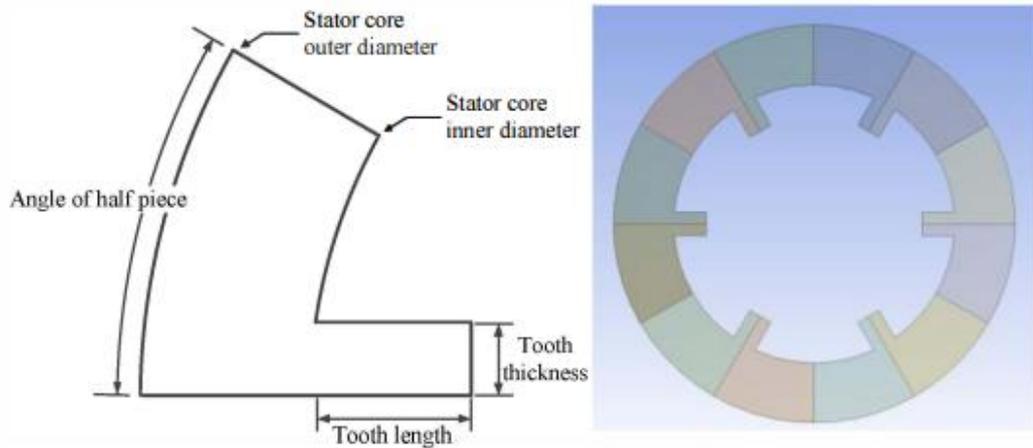


Figure IV.3 : Le modèle simplifié du stator [12]

IV.3.1.1 Formulation harmonique de la pression magnétique radiale

En appliquant la transformation de Fourier bidimensionnelle (FFT 2D) sur l'expression de la pression magnétique radiale définie dans le chapitre II (équation II.113), nous pouvons généraliser le contenu spectral de la pression magnétique radiale dans l'entrefer en fonction de l'espace et du temps par l'expression suivante [1] :

$$P_{mf}(\theta, t) = \sum_{mf} P_{mf} \sin(m\theta - 2\pi ft - \varphi_m) \quad (\text{IV.1})$$

avec φ_m est l'angle de phase associé à chaque harmonique.

IV.3.1.2 Calcul des fréquences de résonances

Le calcul des fréquences de résonances mécaniques de la structure est essentiel dans l'analyse vibratoire des machines électriques tournantes. Différents types de fréquences peuvent apparaître selon les modes $\mathbf{m} = \mathbf{0}$ ou $\mathbf{m} > 1$.

La fréquence de résonance pour la vibration d'ordre zéro est donnée par l'expression suivante [3] :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_c} \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c k_i k_{md}}} \text{ [Hz]} \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$$R_c = \frac{R_{ext} + r_4}{2} \text{ (Rayon moyen de la culasse du stator en m)}$$

$$E_c = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa (Module de Young)}$$

$$\rho_c = 7850 \text{ kg/m}^3 \text{ (Densité volumique)}$$

$$k_i = 0.96 \text{ (Facteur d'emplacement)}$$

k_{md} : Facteur d'addition de masse pour le déplacement, il peut être calculé par [3] :

$$k_{md} = \frac{M_c + M_t}{M_c} \quad (\text{IV.3})$$

où :

M_c : la masse de la culasse du stator en Kg

M_t : la masse des dents statoriques en Kg

Lorsque $m > 1$, la fréquence de résonance du stator est donnée par [3] :

$$f_m = f_0 k \frac{m(m^2 - 1)}{\sqrt{m^2 + 1}} \quad (\text{IV.4})$$

avec :

k : le paramètre d'épaisseur, son expression est donnée par [3] :

$$k = \frac{h_c}{2\sqrt{3}R_c} \quad (\text{IV.1})$$

IV.3.1.3 Amplitude des déformations radiales

Après avoir déterminé les expressions analytiques de la fréquence de résonance liée à chaque mode de déformation, il nous reste à calculer les déformations radiales de la machine étudiée. Plusieurs approches, Heller [28], Yang [29], Timar [30], Jordon [31], proposent diverses expressions analytiques qui permettent de déterminer l'amplitude des déformations radiales. Dans notre travail, nous allons utiliser les formules de Jordan.

Pour le mode $m = 0$, l'amplitude de la déformation radiale du stator est donnée par [1] :

$$A_0 = \frac{R_a R_c}{E_c h_c} P_{mf} h_m \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$$R_a = \frac{R_r + R_s}{2} \text{ (Rayon d'alésage en m)}$$

$$h_c = R_{ext} - r_4 \text{ (Épaisseur de l'anneau du stator)}$$

h_m : Facteur d'agrandissement.

Pour les modes supérieurs à 1, l'amplitude du déplacement radial peut être calculée par l'expression suivante [1] :

$$A_m = \frac{12R_a R_c^3}{E_c h_c^3 (m^2 - 1)^2} P_{mf} h_m \quad (\text{IV.3})$$

Le facteur d'agrandissement h_m peut être défini par [1]-[3] :

$$h_m = \frac{1}{\sqrt{[1 - (f_r/f_m)^2]^2 + [2\xi_m (f_r/f_m)]^2}} \quad (\text{IV.4})$$

où ξ_m est le coefficient d'amortissement.

Pour comprendre l'effet du coefficient d'amortissement ξ_m , le facteur d'agrandissement h_m calculé par l'équation IV.11 est tracé en fonction du rapport (f_r/f_m) pour différentes valeurs de ξ_m sur la Figure IV.4. Nous remarquons que le facteur d'agrandissement h_m augmente quand $\Delta f = |f_r - f_m|$ diminue et ξ_m diminue. Par contre, pour $f_r = f_m$, le facteur d'agrandissement h_m devient maximal, c'est-à-dire que l'amplitude du déplacement radial dans ce cas est contrôlée par l'amortissement mécanique de la structure. Donc le coefficient d'amortissement n'intervient que lorsque la fréquence de la pression magnétique radiale tend vers la fréquence de résonance.

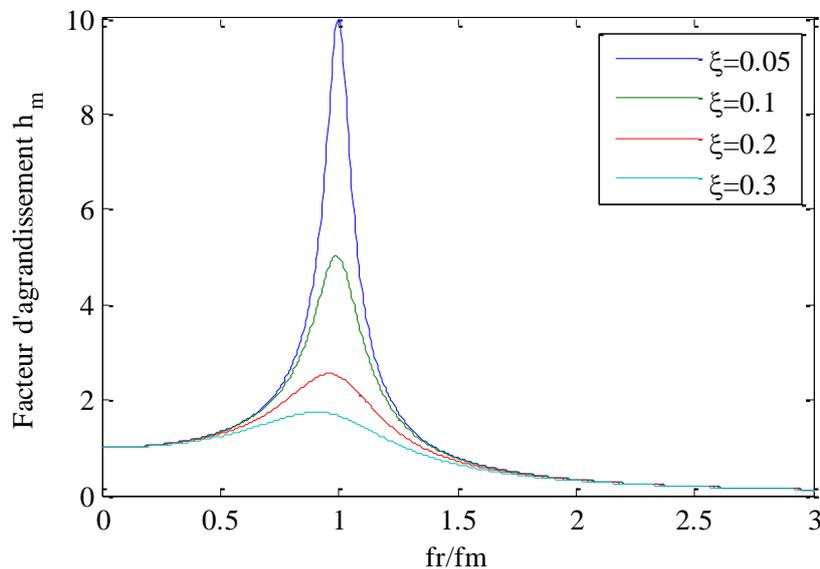


Figure IV.4 : Facteur d'agrandissement h_m en fonction du rapport (f_r/f_m) pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement ξ_m

La détermination analytique de l'amortissement mécanique est souvent difficile. Les approches expérimentales sont généralement adoptées dans ce cas. Le coefficient d'amortissement du stator dépend de la fréquence de résonance. Une expression empirique pour les machines de petite et moyenne taille est suggérée par [3] :

$$\zeta_m = \frac{1}{2\pi} (2.76 \times 10^{-5} f_m + 0.062) \quad (\text{IV.5})$$

IV.3.2 Modèle numérique vibratoire

La modélisation numérique est basée principalement sur l'analyse par éléments finis, pour cela nous utilisons le logiciel ANSYS Workbench comme outil de simulation numérique. C'est un logiciel connu surtout dans le domaine de l'analyse vibratoire des machines électriques tournantes grâce à ses hautes performances numériques (rapidité du calcul, résultats précis, ...etc), la diversité fonctionnelle et modèles d'analyse dans son interface d'utilisateur. Cette modélisation consiste principalement en deux analyses : *l'analyse modale* et *l'analyse de réponse d'harmonique*.

Analyse modale : il est nécessaire pour déterminer les caractéristiques vibratoires de la structure du stator, et qui sont les fréquences propres et les formes de mode correspondantes. Ce sont deux paramètres essentiels dans la conception du stator de la machine pour des conditions de charge dynamique. Cette analyse est considérée comme étant le premier départ de la modélisation numérique vibratoire d'une machine puisque ses résultats sont utilisés pour l'analyse de la réponse harmonique.

Analyse de la réponse harmonique : elle est utilisée pour déterminer la réponse de la structure du stator aux forces électromagnétiques radiales variées harmoniquement avec le temps et qui est l'amplitude du déplacement de la déformation du noyau du stator. Cette analyse permet aussi de vérifier si la structure de la machine étudiée surmontera avec succès la résonance, la fatigue et d'autres effets indésirables dus à la vibration du stator en comparant les fréquences et l'ordre des forces radiales avec les fréquences propres et les modes de vibrations du système du stator [3].

L'analyse harmonique nécessite d'avoir avant tout les harmoniques des forces électromagnétiques radiales appliquées sur les dents statoriques et calculées dans le modèle électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents, pour avoir un modèle mécanique chargé par des forces d'origine magnétique. Cela est possible grâce à l'outil de couplage multi-physique entre les modèles fournis par le logiciel ANSYS Workbench, qui nous permet d'importer les résultats de l'analyse électromagnétique effectuée par le logiciel ANSYS Maxwell 2D vers l'analyse de réponse harmonique en 3D, on peut aussi importer la géométrie de la structure du stator et les propriétés des matériaux d'un modèle à l'autre, comme il est montré sur la Figure IV.5.

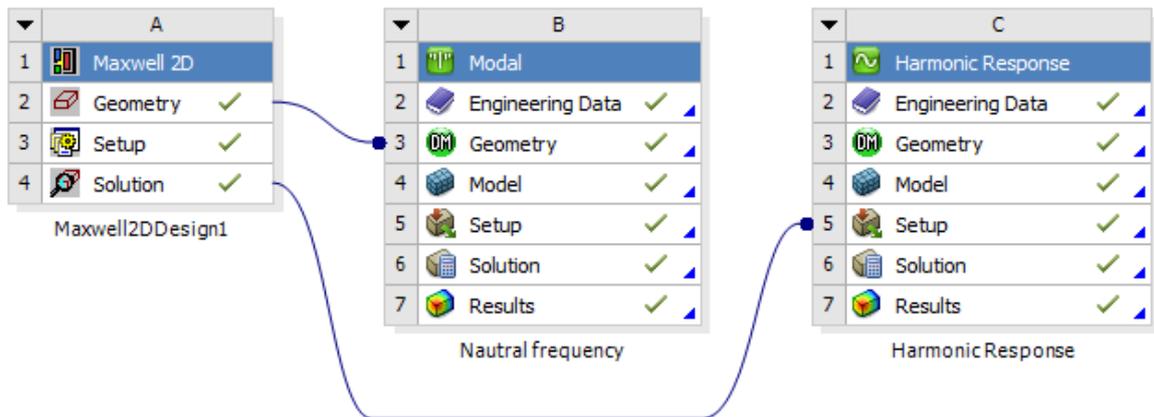


Figure IV.5 : Procédure de simulation et couplage multi-physique entre les différents modèles de l'analyse électromagnétique-vibratoire de la MSAP à concentration de flux

IV.3.2.1 Procédure de simulation vibratoire de la MSAP à concentration de flux

Dans notre modélisation numérique vibratoire nous ne considérerons que le noyau du stator pour étudier les vibrations d'origine électromagnétique agissant dans la MSAP à concentration de flux. De plus, le calcul des fréquences propres, les déplacements associés à chaque mode de vibration du stator sera effectué par le logiciel ANSYS Mechanical qui est intégré au logiciel ANSYS Workbench.

Comme toute simulation numérique par éléments finis, les étapes principales de la modélisation numérique vibratoire de la MSAP à concentration de flux en utilisant le logiciel ANSYS Workbench sont présentées comme suit :

- Construction de la géométrie du stator en 3D de la machine étudiée. A l'aide du logiciel Design Modeler intégré dans ANSYS Workbench, nous pouvons construire le noyau du stator en 3D en extrudant sa géométrie en 2D importée à partir du modèle de Maxwell (comme illustré sur la Figure IV.6), en élevant au même temps le reste des composants de la machine étudiée (rotor, bobinage, ... etc). La Figure IV.6 illustre la géométrie en 3D du noyau du stator.
- Définir les propriétés du matériau nécessaire.
- Génération du maillage.
- Application des charges (application des forces magnétiques radiales sur les faces des dents statorique, conditions aux limites et supports).
- Démarrage de la simulation pour avoir la solution en utilisant le Solveur numérique.
- Les résultats de simulation peuvent être présentés sous forme de graphiques, de courbes, ou des tables grâce au post-traitement sous l'ANSYS Mechanical.

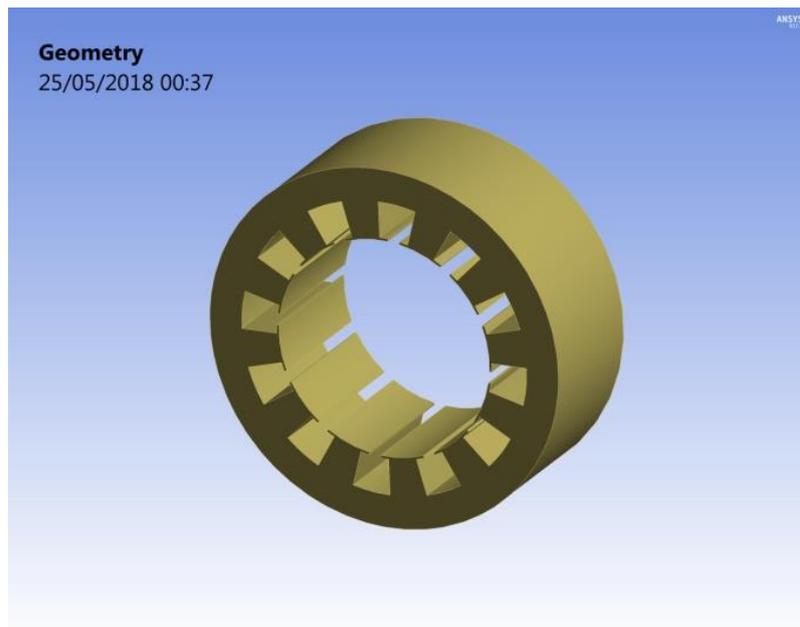


Figure IV.6 : Structure du noyau du stator de la MSAP à concentration de flux en 3D

IV.3.2.2 Procédure de l'analyse modale

La procédure de cette analyse n'est pas compliquée à effectuer avant de lancer la simulation pour déterminer les fréquences propres associées à chaque mode. Il suffit de générer le maillage de la structure du noyau du stator en 3D (Figure IV.7) et appliquer les différents supports (Cylindrical support and displacement) comme illustré sur la Figure IV.8, puis on définit le nombre maximum de modes qui nous intéresse grâce à l'option de gestion des paramètres d'analyse sous ANSYS Mechanical.

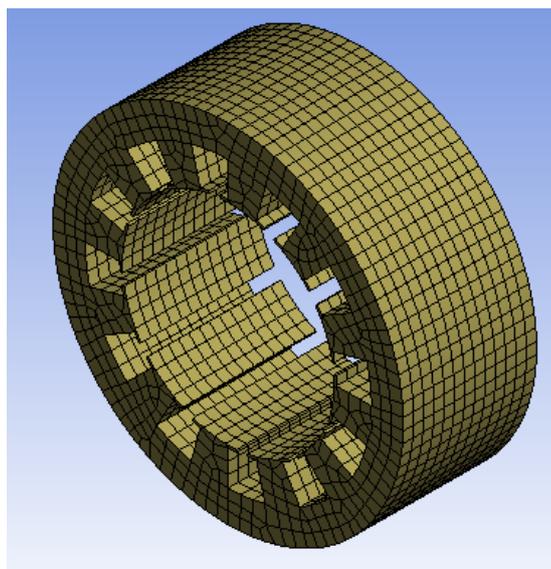


Figure IV.7 : Maillage de la structure du noyau du stator en 3D

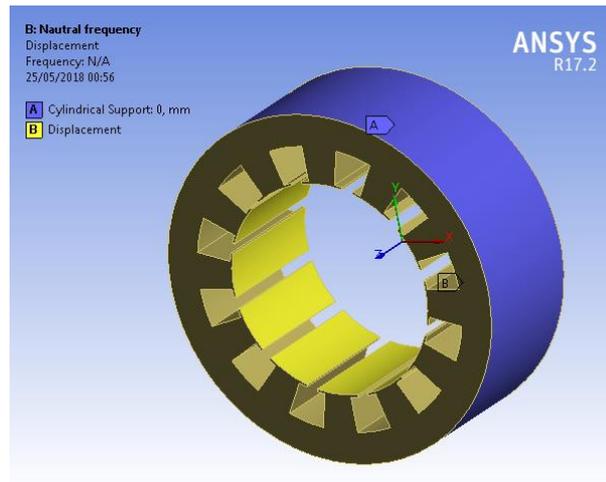


Figure IV.8 : Application du support

Le support cylindrique et déplacement "Cylindrical support and displacement" a été appliqué sur la surface externe et les faces des dents du stator, afin d'éliminer la déformation axiale du noyau du stator.

IV.3.2.3 Procédure de l'analyse de la réponse harmonique

Dans cette analyse harmonique, on suit les mêmes étapes que celles de l'analyse modale. La seule différence est dans l'application de la charge et le réglage des paramètres de l'analyse. Nous devons appliquer les forces électromagnétiques radiales importées du modèle électromagnétique sur les faces des dents statoriques, pour avoir les déformations du stator qui proviennent de ces forces. La Figure IV.9 illustre les forces radiales définies sur chaque face des dents statoriques.

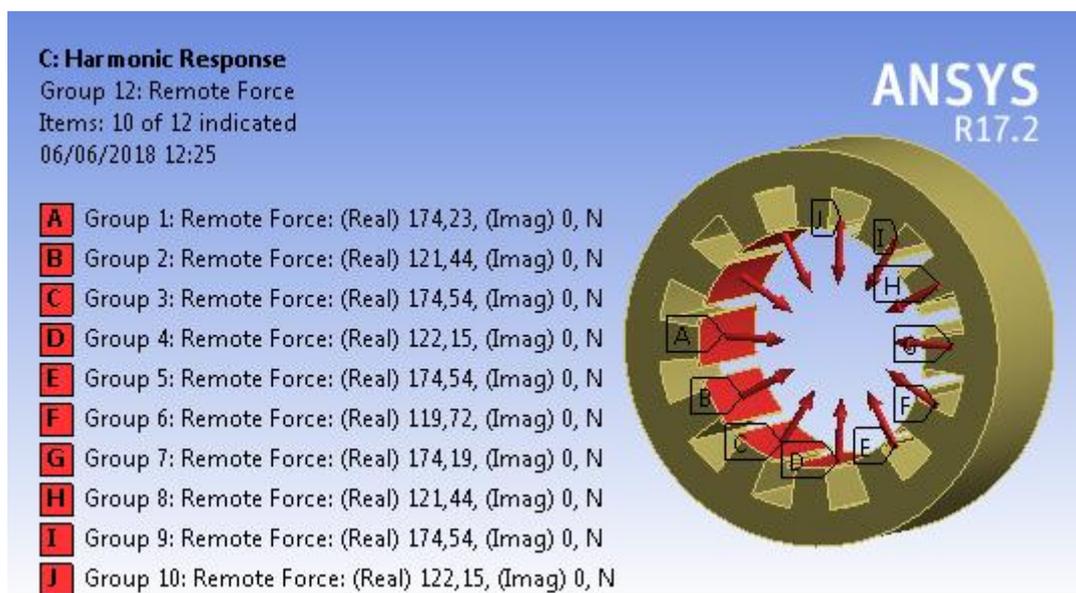


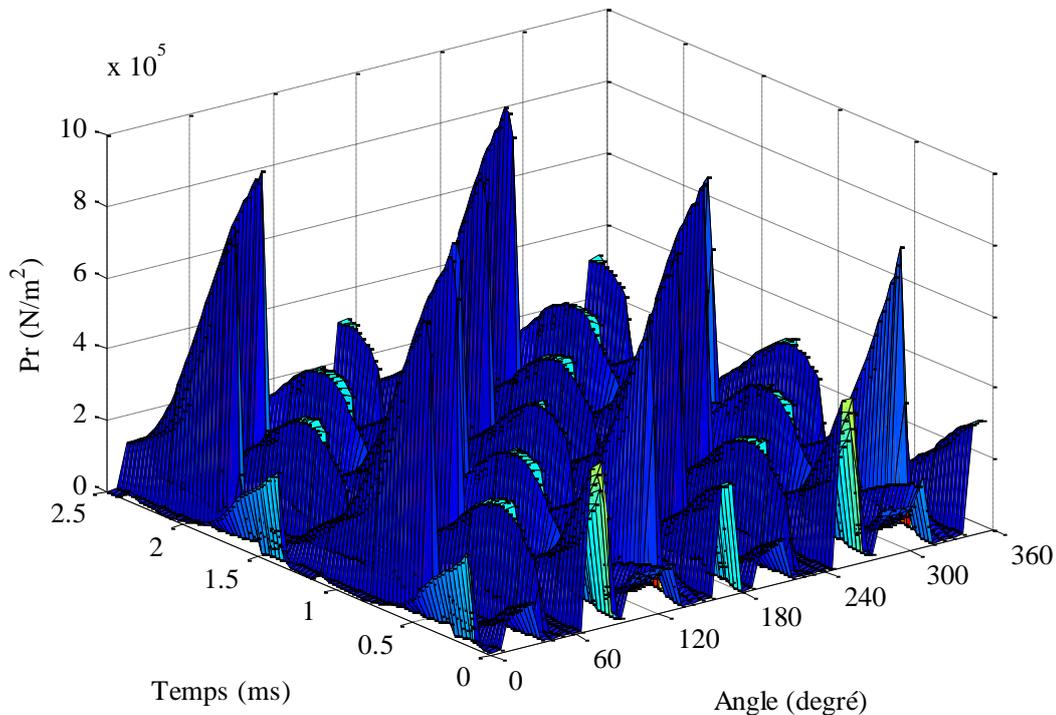
Figure IV.9 : Application des forces radiales sur les faces des dents statoriques

IV.4 Validation du modèle analytique mécanique et vibratoire

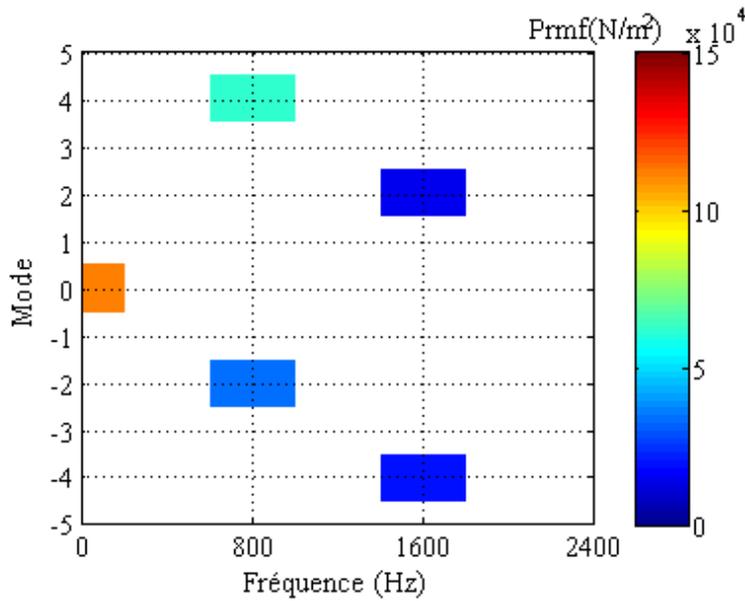
Après avoir calculé l'induction et la pression magnétique radiale dans l'espace et dans le temps dans le chapitre précédent, les résultats de calcul sont enregistrés dans une matrice $[n \times m]$, n représente la longueur du vecteur temps (angle de rotation) et m la longueur du vecteur d'espace. Ensuite, nous allons appliquer la transformée de Fourier bidimensionnelle en utilisant la fonction "fft2" sous MATLAB sur la pression magnétique radiale dans l'espace et dans le temps, cette étape nous donne les modes et les fréquences de la pression radiale.

Les fréquences de résonances propres liées à chaque mode de la structure statorique de la machine étudiée, l'amplitude de la déformation radiale du stator ont été calculé à partir des expressions analytiques du modèle vibratoire. Puis, elles ont été comparé et validé par les résultats du modèle numérique.

Sur la Figure IV.10, nous présentons la forme de la pression radiale en fonction du temps et d'espace et sa FFT 2D en fonction de la fréquence et du mode, pour une fréquence d'alimentation de la machine $f_s = 400 \text{ Hz}$ et d'une vitesse de rotation de 6000 tr/min. D'après la Figure IV.10 (b), nous retrouvons des harmoniques multiples de 2 du mode spatial et de la fréquence f_s , par exemple les combinaisons $[2, 4f_s]$ et $[4, 2f_s]$.



(a)



(b)

Figure IV.10 : (a) La forme et (b) FFT 2D de la pression magnétique radiale dans l'espace et dans le temps

Après l'analyse modale numérique, nous avons pu déterminer la forme des quatre premières modes de la déformation du stator avec leurs fréquences propres comme illustrée sur la Figure IV.11.

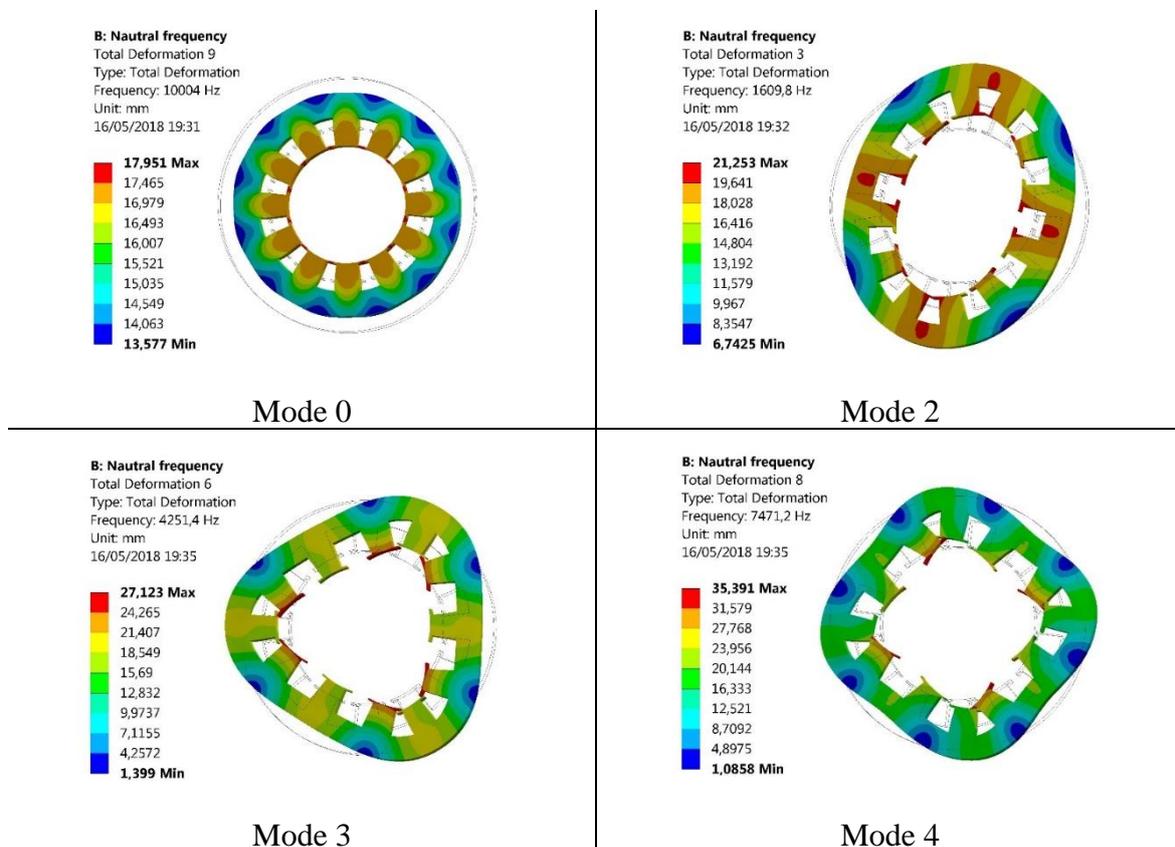


Figure IV.11 : Premiers modes propres de la déformation du stator

Le Tableau IV.1 représente une comparaison entre les fréquences propres de chaque mode du stator calculées analytiquement et celles obtenues numériquement. Il apparaît clairement que les fréquences propres obtenues par les deux méthodes sont très proches, cela est confirmé par la valeur de l'erreur relative qui est inférieure à 11%. Après avoir validé les fréquences propres déterminées analytiquement, nous pouvons donc les utiliser pour calculer le déplacement radial du stator.

Mode m	Méthode Analytique Fréquence propre (Hz)	Méthode numérique (FEM) Fréquence propre (Hz)	Erreur relative (%)
0	9918	10004	0.86
2	1544	1609.8	4.09
3	4368	4251.4	2.67
4	8376	7471.2	10.8

Tableau IV.1 : Fréquences propres du stator

En observant la FFT 2D de la pression radiale sur la Figure IV.10 (b), notre machine synchrone à aimants peut générer des vibrations de mode $m = 2$ aux fréquences $2f_s = 800 \text{ Hz}$ et $4f_s = 1600 \text{ Hz}$, car ces fréquences sont plus proches de la fréquence de résonance propre de ce mode qu'à celle du mode de vibration $m = 4$, malgré que l'amplitude des harmoniques de pression d'ordre 4 de ces deux fréquences est importante par rapport à ceux des harmoniques de pression d'ordre 2. Cela est confirmé numériquement par l'analyse de la réponse harmonique (Harmonic response) où nous avons retrouvé que le stator se déforme selon le mode $m = 2$ à la fréquence 800 Hz et 1600 Hz, comme illustré sur la Figure IV.12.

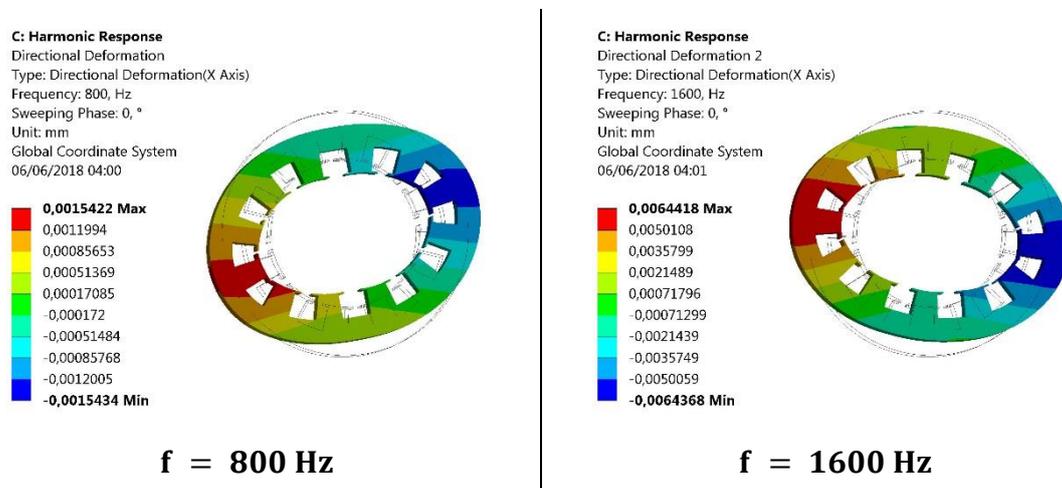


Figure IV.12 : Déformation du stator à la fréquence 800 Hz et 1600 Hz

La Figure IV.13 présente le déplacement radial maximal à la surface externe du stator en fonction de la fréquence. Nous constatons que l'amplitude du déplacement calculé par la méthode analytique est très proche de celle obtenue par éléments finis, donc nous pouvons dire que le modèle analytique est validé. Il est remarquable aussi que l'amplitude du déplacement radial à la fréquence $f = 1600 \text{ Hz}$ est importante, car cette fréquence est très proche de la fréquence de résonance du mode $m = 2$ (voir Tableau IV.1).

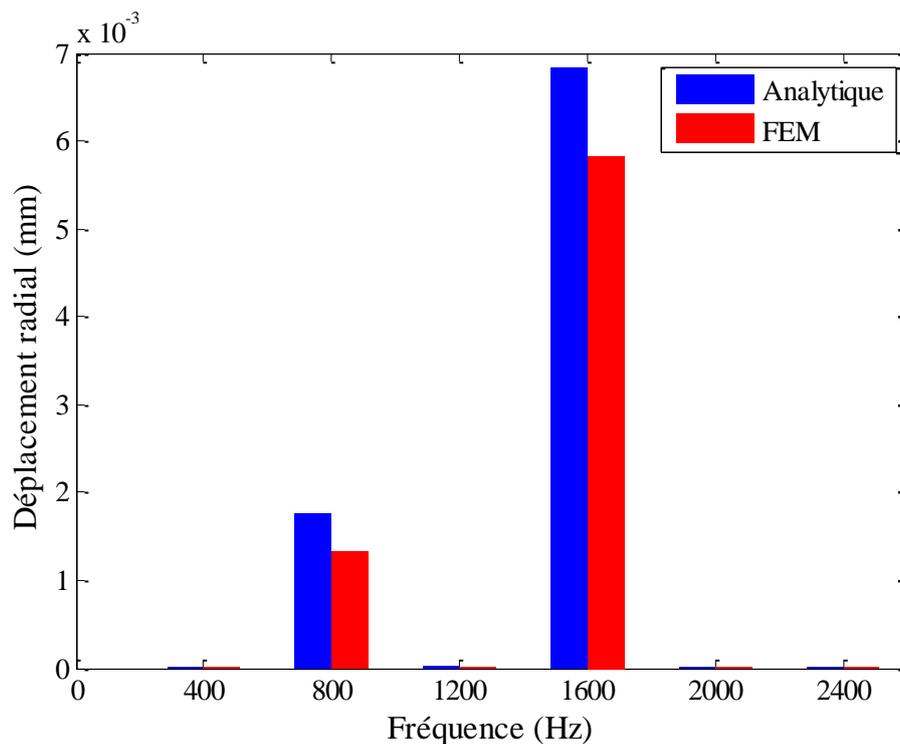


Figure IV.13 : Le déplacement radial du stator en fonction de la fréquence

IV.5 Effet de la combinaison nombre d'encoches / nombre de pôles sur les vibrations électromagnétiques dans la MSAP à concentration de flux

La combinaison entre le nombre de pôles et le nombre d'encoches a un grand effet sur les vibrations d'origine électromagnétique dans les machines électriques et notamment sur l'apparition ou la disparition de certains modes vibratoires [14]-[32]. Pour voir clairement cet effet, nous allons appliquer le modèle analytique électromagnétique et vibratoire développé sur trois types de configurations du nombre d'encoches et de pôles (6/4, 12/4 et 12/8) de la MSAP à concentration de flux pour une fréquence d'alimentation égale à 400 Hz.

La Figure IV.14 représente la forme de la pression magnétique radiale au milieu de l'entrefer en fonction de l'angle d'espace pour la position 0° mec du rotor pour les trois types de configuration.

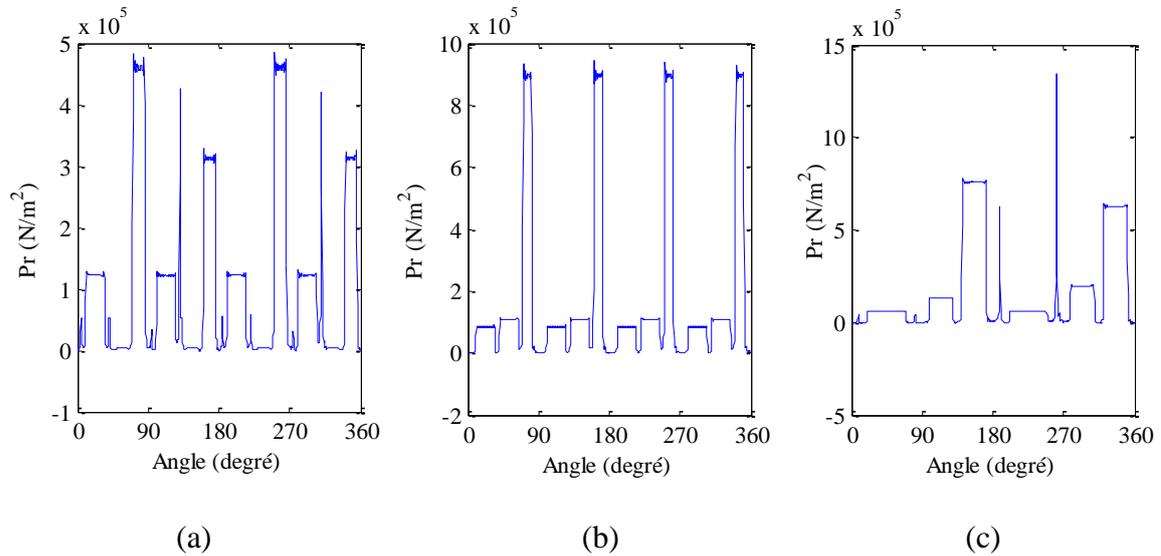


Figure IV.14 : Pression magnétique radiale : (a) 12/8 ; (b) 12/4 ; (c) 6/4

La Figure IV.15 représente la FFT 2D de la pression magnétique radiale de deux combinaison 6/4 et 12/4 de la machine.

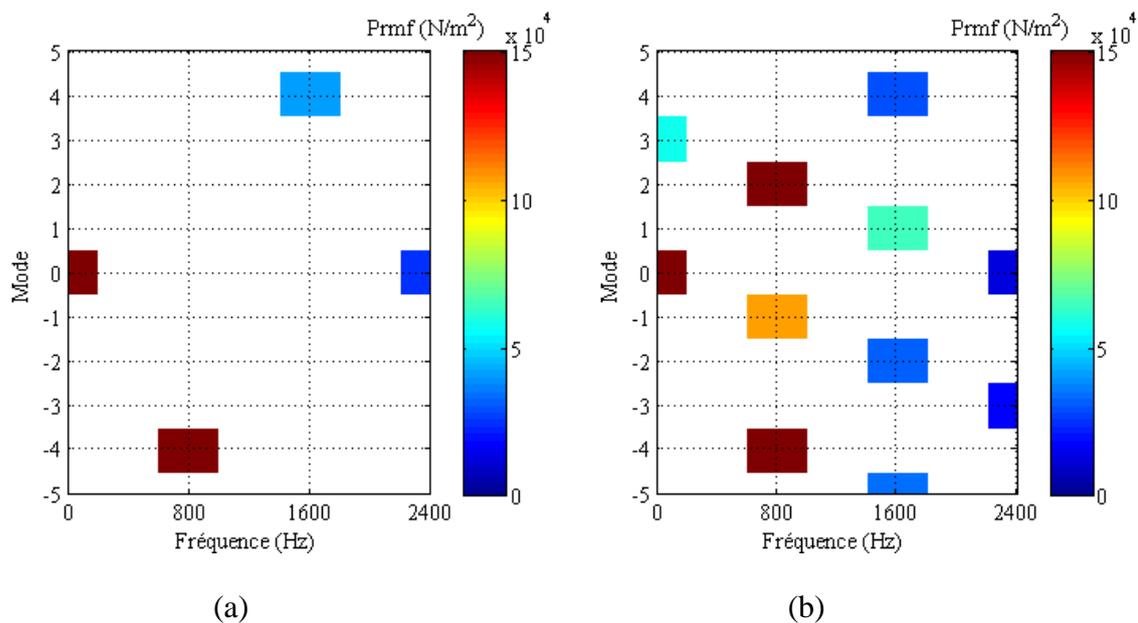


Figure IV.15 : FFT 2D de la pression radiale en fonction de la fréquence et du mode :
(a) configuration 12/4 ; (b) configuration 6/4

A partir de la Figure IV.10 (b) et la Figure IV.15 nous pouvons déduire le tableau suivant :

Encoches / pôles	Nombre d'encoche par pole et par phase $\left(q = \frac{Q_s}{2pm}\right)$	Succession des phases	Disposition du bobinage	Modes
12/8	0.5	[A -A C -C B -B A -A C -C B- B]	Symétrique % π	0, 2, 4, 6 ...
12/4	1	[A -C B -A C -B A -C B -A C -B]	Symétrique % π et $\pi/2$	0, 4, 8 ...
6/4	0.5	[A -A C -C B -B]	Asymétrique	0, 1, 2, 3, 4 ...

Tableau IV.2 : Les modes de vibrations possibles issus de chaque combinaison encoches / pôles

D'après le Tableau IV.2, les modes de vibrations qui peuvent être générés par notre machine varient d'une combinaison à l'autre.

Pour la configuration 12/8, nous constatons l'apparition des modes multiples de 2, ce qui est due à la disposition symétrique du bobinage statorique par rapport à π (diamétralement symétrique), ce qui est confirmé par la distribution periodique de période π de la pression magnétique radiale comme illustré sur la Figure IV.14 (a).

Pour la configuration 12/4, nous remarquons bien la disparition des modes d'ordre $4k + 2$ ($k \in \mathbb{Z}$) sous l'influence de la disposition symétrique du bobinage par rapport à $\pi/2$, ainsi que l'élimination des modes impaire grâce à la symétrie du bobinage par rapport π , qui est aussi confirmé par la Figure IV.14 (b) dont la distribution de la pression magnétique radiale est periodique par rapport à $\pi/2$.

Pour la configuration 6/4, nous remarquons l'apparition de tous les modes circonférentiels et plus particulièrement le premier mode, cela est due au fait de la disposition du bobinage asymétrique dans les encoches statoriques, la pression magnétique dans ce cas est asymétrique et donc déséquilibrée (Figure IV.14 (c)). L'asymétrie est responsable de l'apparition de la force magnétique déséquilibrée au niveau de l'entrefer (Figure IV.16), cette force agit beaucoup plus sur le rotor ce qui donne lieu donc à l'apparition du mode de flexion $m = 1$.

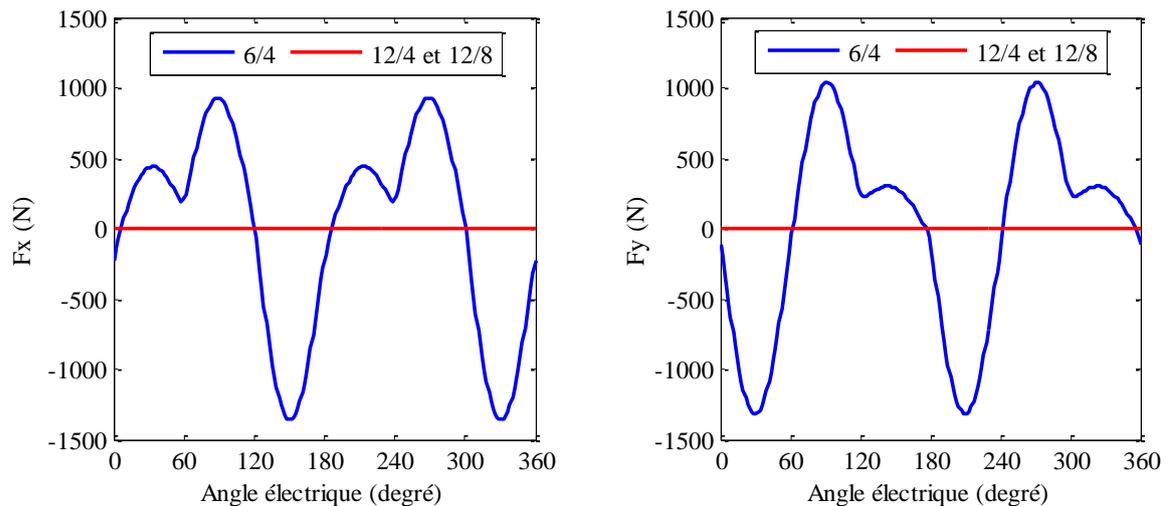


Figure IV.16 : Les forces magnétiques déséquilibrées (F_x et F_y) au milieu de l'entrefer

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement vibratoire de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux, à travers la modélisation mécanique vibratoire analytique et numérique par éléments finis. Nous avons tout d'abord commencé par décrire la méthode analytique, en introduisant les différentes expressions du calcul des fréquences propres de la structure du stator et le déplacement radial. Ensuite, nous avons décrit la méthode numérique basée sur l'analyse par éléments finis en utilisant le logiciel ANSYS Workbench. Cette méthode se divise en deux parties, une pour l'analyse modale pour valider le calcul analytique des fréquences propres et l'autre pour l'analyse de la réponse harmonique qui sert à valider le déplacement radial calculé analytiquement. Enfin, nous avons consacré la dernière partie de ce chapitre pour l'étude analytique de l'effet de la combinaison nombre d'encoches / nombres de pôles sur les modes de vibration que peut générer la machine étudiée.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce mémoire avait comme but de réaliser un modèle multi-physique électromagnétique-vibratoire afin d'étudier les vibrations d'origine électromagnétique de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux. Pour ce faire, deux méthodes ont été développées, la méthode analytique et la méthode numérique par éléments finis. La deuxième méthode a été adoptée pour valider le modèle multi-physique analytique.

Un bon accord a été obtenu en comparant les résultats obtenus par le modèle multi-physique analytique et celui par éléments finis. Pour cela, le modèle analytique développé est un outil appréciable pour la prédiction du comportement vibratoire électromagnétique de ce type de machine électrique.

La détermination de la distribution de l'induction magnétique et les forces électromagnétiques radiales dans l'entrefer est une étape primordiale avant la modélisation des vibrations électromagnétiques.

Les harmoniques fréquentielles et spatiales de la pression magnétique radiale ayant une amplitude élevée et qui peuvent engendrer la déformation du stator de la machine étudiée sont de la forme $[2m, 2kf_s]$ avec $\{m \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}\}$, f_s est la fréquence d'alimentation.

Selon les conditions de fonctionnement appliquées à la machine étudiée, nous avons pu montrer à travers le modèle multi-physique que la machine synchrone à aimants permanent à concentration de flux avec 12 encoches et 8 pôles génère des vibrations du second mode ($m=2$) aux fréquences $2f_s$ et $4f_s$ des harmoniques de la pression magnétique radiale. De plus, l'amplitude du déplacement radiale du stator de notre machine a été importante à ces fréquences.

Les modes de vibrations sont influencés beaucoup par la fréquence d'alimentation de la machine, plus on augmente la fréquence d'alimentation plus on se rapproche des fréquences de résonance du stator ce qui entraîne par conséquent l'apparition d'autres modes de vibration.

En profitant du modèle analytique validé, nous avons pu étudier l'effet de la combinaison nombre d'encoches / nombre de pôles sur les vibrations électromagnétique de la machine étudiée. Il a été montré que le choix de la combinaison encoche/pôle affecte significativement les modes vibratoires de la machine synchrone à aimants permanents. Un choix judicieux de cette combinaison permet de limiter de plus ou moins les modes de vibrations les plus dangereux qui peuvent être générés par notre machine.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] A. Ait-Hammouda, “Pré-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatif et à vitesse variable”, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lille et de l’Université des Sciences et de la Technologies de Lille, France, 2005.
- [2] H. Shin, J-H. Choi, H-I. Park and S-M. Jang “Vibration Analysis and Measurements Through Prediction of Electromagnetic Vibration Sources of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Analytical Magnetic Field Calculations”, IEEE Trans. on Magn, vol. 48, no. 11, pp. 4216-4219, November 2012.
- [3] Jacek. F. Gieras, Chong Wang, Joseph Cho Lai, “Noise of polyphase electric motors”, CRC, Taylor & Francis Group, 2005.
- [4] M. Hippner, R. G. Harley, “Looking for an optimal rotor for high speed permanent magnet synchropious machine”, IEEE IAS Annu Meeting, vol. 1, pp. 265-270, October 1992.
- [5] F. Charih, “Comparaisons théorique et expérimentale de machines à aimants permanents pour la traction de véhicules électriques”, Thèse de doctorat, Energie électrique, Université de Franche-Comté, France, Octobre 2015.
- [6] M. Kostenko, L. Piotrov, “Machines électriques : Machines à courant alternatif”, Tome II, 1ère édition, Édition MIR, 1969.
- [7] H. Djeridi, “Calcul d’une machine synchrone à aimants en utilisant la méthode des équation d’intégrale de frontière et la méthode des éléments finis”, PFE, ENP, 2003.
- [8] D. Martinez, “ Design of a permanent-magnet synchronous machine with non-overlapping concentrated windings for the shell eco marathon urban prototype”, Degree project in electrical engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2012.
- [9] U.S. Deshpande, “Recent advances in materials for use in permanent magnet machines- A review”, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, vol. 1, pp. 509-515, 2003.
- [10] A. J. Ellison, C. J. Moore, « Acoustic noise and vibration of rotating electric machines », IEEE Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, vol. 115, No. 11, pp. 1633-1640, November 1968.
- [11] Y. Shenbo, Z. Qing, T. Renyuan, “Researches on noise and vibration characteristics of large-capacity permanent magnet synchronous machine”, IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems , vol. 2, pp. 846-849, 2001.
- [12] H-J. Shin, J-Y. Choi, “General Vibration Characteristics for Stators of Electric Machines”, IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems , pp. 1644-1647, October 2013.

- [13] J. R. Hendershot, "Causes and sources of audible noise in electric motors," in Proc. 22nd Incremental Motion Control Systems and Devices Symposium, B.C. Kuo, Ed., Champaign, IL, pp 259-270, June 8, 1993.
- [14] G. Verez, G. Barakat, G. Hoblos, O. Bennouna, Y. Amara, "Vibrations et bruit d'origine électromagnétique dans les machines synchrones à aimants permanents ayant des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents", Symposium de Génie Électrique 2014, Juil 2014, Cachan, France.
- [15] S. Yu and R. Tang, "Electromagnetic and Mechanical Characterizations of Noise and Vibration in Permanent Magnet Synchronous Machines", IEEE Trans. on Magn, vol. 42, No. 4, pp. 1335- 1338, April 2006.
- [16] J.F. Gieras, C. Wang, C. S. Lai Joseph, N. Ertugrul, "Analytic prediction of noise of magnetic origin produced by permanent brushless motor", IEEE International Electric Machines and Drives Conference, vol. 1, pp. 148-152, 2007.
- [17] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, P. Brochet, " bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrone", Technique de l'ingénieur, Publication D 3580, 1996.
- [18] J. Le Besnerais and al "A review of subdomain modeling techniques in electrical machines: performances and applications", IEEE International Conference Electric Machines (ICEM), pp. 86-92, November 2016.
- [19] K. Boughrara, R. Ibtouen and F. Dubas, "Analytical Prediction of Electromagnetic Performances and Unbalanced Magnetic Forces in Fractional-Solt Spoke-Type Permanent-Magnet Machines", IEEE International Conference on Electrical Machines (ICEM), pp. 1366-1372, 2016.
- [20] D. Ishak, Z.Q. Zhu and D. Howe "Unbalanced Magnetic Forces in Permanent Magnet Brushless Machines with Diametrically Asymmetric Phase Windings", IEEE Trans. on Industry App., vol. 43, no. 6, pp. 1544-1553, November/December 2007.
- [21] D. Zhong, " Finite element analysis of synchronous machines", Dissertation in Electrical Engineering, The Pennsylvania State University, USA, May 2010.
- [22] S. J. Salon, "Finite Element Analysis of Electrical Machines", Book, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1995.
- [23] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug "Exact Analytical Method for Magnetic Field Computation in the Air Gap of Cylindrical Electrical Machines Considering Slotting Effects", IEEE Trans. on Magn, vol. 46, no. 4, pp. 1092-1099, April 2010.
- [24] R. Islam and I. Husain, "Analytical Model for Predicting Noise and Vibration in Permanent-Magnet Synchronous Motors", IEEE Trans. on Industry App., vol. 46, no. 6, pp. 2346-2354, November/December 2010.
- [25] F. Lin, S. Zuo, W. Deng, and S. Wu, "Modeling and Analysis of Electromagnetic Force, Vibration and Noise in Permanent Magnet Synchronous Motor Considering Current Harmonics", IEEE Trans. on Ind Electron., vol. 63, no. 12, pp. 7455-7466, December 2016.

- [26] J. Hallal, “ Études des vibrations d’origine électromagnétique d’une machine électrique : conception optimisée et variabilité du comportement vibratoire”, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, Juin 2014.
- [27] A. Tenhunen, T. Benedetti, T. P. Holopainen and A. Arkkio, “Electromagnetic forces in cage induction motors with rotor eccentricity”, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, pp. 1616-1622, 2003.
- [28] B. Heller and V. Hamata, “Harmonic Field Effects in Induction Machines”, Academia (Czechoslovak Academy of Sciences), Prague, 1977.
- [29] S.J. Yang, “Low-Noise Electrical Motors”, Clarendon Press, Oxford, 1981.
- [30] P.L. Timar, A. Fazekas, J. Kiss, A. Miklos and S.J. Yang, “Noise and Vibration of Electrical Machines”, Elsevier, Amsterdam – Oxford – New York – Tokyo, Japan, 1989.
- [31] H. Jordan, “Gerauscharme Elektromotoren”, Verlag W. Girardet, Essen, 1950.
- [32] Y. S. Chen, Z. Q. Zhu, and D. Howe “Vibration of PM Brushless Machines Having a Fractional Number of Slots Per Pole”, IEEE Trans. on Magn, vol. 42, no. 10, pp. 3395-3397, October 2006.
- [33] S. G. Palleja, “ Méthodes de résolution du modèle analytique magnétique des machines synchrones ” , PFE, Supélec, France, Juillet 2014.
- [34] A. Ait-Hammouda.A, S. Vivier, M. Hecquet, M. Goueygou, P. Brochet, A.Randria “ Comportement vibro-acoustique d’une machine synchrone à aimants permanents : développement de modèles multi-physiques en vue d’une optimisation ” EF’2003, Gif-surYvette, 9-10 décembre 2003, CD-ROM.
- [35] J.-P. Lecoq, R. Romary, J.-F. Brudny, T. Czapla “Five methods of stator natural frequency determination : case of induction and switched reluctance machines”, Mechanical Systems and Signal Processing, pp. 1133-1159, 2004.
- [36] F. Sebastián, S. Roman, K. Knut “A method for a modal measurement of electrical machines”, TECNIACUSTICA, vol. 4, 2009.