

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de La recherche**  
**Scientifique**

**ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE**

**Projet de fin d'études**

**Pour l'obtention du diplôme**  
**d'ingénieur d'état en électrotechnique**

**Sujet**

**IDENTIFICATION D'UNE MACHINE  
SYNCHROME**

**Présenté par :**

- Mr. METATLA Samir
- Mr. KOBOUCH Mokhtar

**Devant le jury :**

- Dr. S. MEKHTOUB Président
- Pr. O. TOUHAMI Encadreur
- Dr. R. TAHMI Examineur

Promotion Juin 2006

*DEDICACES*

*Je dédie ce travail*

*A ma mère et à mon père qui me sont très chers*

*A mes frères et à mes sœurs*

*A mes oncles et à mes tantes*

*A mes cousins et cousines*

*A mes amis en particulier Ahmed, Amar, Djamel, Moussa, Khaled, Brahim, Abd essalem, Chocri...*

**REMERCIEMENTS**

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères au Professeur*

*Touhami, mon encadreur, pour sa disponibilité et ses efforts fournis afin de mener à bien ce projet.*

*Je tiens aussi à exprimer mon extrême reconnaissance au Docteur Maḳḳitoub pour l'honneur qu'il me*

*fait en présidant le jury de cette thèse, et au Docteur Tahmi pour avoir accepté d'être membres du*

*jury.*

*J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur Hasni Mourad pour sa précieuse aide.*

*Que tous ce qui a contribué de près ou de loin, dans ma formation ainsi qu'à la réalisation de ce*

*travail reçoit ici le témoignage de ma grande sympathie.*

**Résumé :**

Avec le développement technologique et le progrès économiques depuis les deux dernières décennies, la recherche de l'efficacité devient un enjeu majeur pour l'exploitation d'un réseau d'énergie. Par conséquent. Les machines synchrones rattachées à ce dernier, doivent fonctionner à la limite de leurs possibilités et de leur stabilité, et la fiabilité de la prédiction des modèles employés pour les simuler doit être maximale.

L'objectif de ce travail est de bâtir un modèle fiable et précis capable de représenter de manière optimale le comportement dynamique des machines synchrones dans les réseaux électriques et les installations industrielles. La détermination des paramètres de ce modèle sera fait par deux méthodes, la première est basée sur les normes de CEI et la deuxième est la méthode des moindres carrés en utilisant l'oscillographe de court-circuit triphasé brusque.

**Mots clés:** Machine synchrone, Identification, Paramètres

**Abstract:**

With the technological development and economic progress for the two last decades, the research of the effectiveness has become a major stake for the exploitation of a network of energy. Consequently, The synchronous machines attached to this last, must function in extreme cases of their possibilities and their stability, and the reliability of the prediction of the models employed to simulate them must be maximum.

The objective of this work is to build a reliable and precise model able to represent in an optimal way the dynamic behavior of the synchronous machines in the electrical supply networks and the industrial facilities. The determination of the parameters of this model will be made by two methods, first is based on the standards of I.E.C and the second is the method of least squares by using the oscillograph of three-phases short-circuit.

Key word: Synchronous machine, Identification, parameters

**ملخص:**

نظرا للتطور التكنولوجي و التقدم الاقتصادي خلال العقدين الماضيين، أصبح البحث عن فعالية شبكة الطاقة أمر أساسي لاستغلالها. لذلك يجب على المولدات المتزامنة المرابطة مع هذه الأخيرة أن تعمل في حدود إمكانياتها واستقرارها، ويجب أن يكون التنبؤ بالنماذج المستخدمة لتقليدها باعلى ثقة. إن الهدف من هذا العمل هو بناء نموذج موثوق و دقيق قادر على تمثيل السلوك الديناميكي للمكنات المتزامنة في الشبكات الكهربائية والتجهيزات الصناعية. حيث يتم تقدير وسائط هذا النموذج بطريقتين، الأولى تعتمد على المعايير المعتمدة من طرف المنظمة العالمية لاليكتروتقنية، والثانية هي طريقة التربيعات الصغرى اعتمادا علي مسجل ذبذبات الدارة القصيرة ثلاثية الطور.

كلمات مفتاحية: المكنة المتزامنة، التعريفات، المعاملات

## SOMMAIRE

DÉDICACE	i
REMERCIEMENT	ii
RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	iii
ملخص	iii
SOMMAIRE	iv
LISTE DES SYMBOLES	viii
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1

**CHAPITRE I TECHNIQUES D'IDENTIFICATION**

INTRODUCTION .....	4
<b>I. 1 L'ART DE L'IDENTIFICATION .....</b>	<b>4</b>
<b>I. 1. 1 L'approche de l'identification .....</b>	<b>5</b>
<b>I. 2 MÉTHODES D'IDENTIFICATION .....</b>	<b>6</b>
<b>I. 2. 1 Méthode du modèle .....</b>	<b>6</b>
<b>I. 2. 1. 1 Détermination des paramètres .....</b>	<b>7</b>
<b>I. 2. 2 Méthodes d'optimisation .....</b>	<b>9</b>
<b>I. 2. 2. 1 Critères .....</b>	<b>9</b>
<b>I. 2. 2. 2 Algorithmes d'optimisation .....</b>	<b>10</b>
<b>I. 3 IDENTIFICATION EN TEMPS RÉEL .....</b>	<b>11</b>
<b>I. 4 LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRES.....</b>	<b>12</b>
<b>I. 4. 1 Principe .....</b>	<b>12</b>
<b>I. 4. 2 Critère.....</b>	<b>12</b>
<b>I. 4. 3 Algorithme d'optimisation .....</b>	<b>13</b>
<b>I. 5 CHOIX DE LA FRÉQUENCE D'ÉCHANTILLONNAGE .....</b>	<b>15</b>
CONCLUSION .....	16

**CHAPITRE II MODÉLISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE**

INTRODUCTION .....	18
<b>II. 1 GENERALITES.....</b>	<b>18</b>
<b>II. 1. 1 Morphologie .....</b>	<b>19</b>
<b>II. 2 MODÉLISATION CLASSIQUE DE LA MACHINE SYNCHRONE .....</b>	<b>19</b>
<b>II. 2. 1 Modélisation des amortisseurs .....</b>	<b>20</b>
<b>II. 2. 2 Mise en équation de la machine synchrone .....</b>	<b>21</b>
<b>II. 3 MODÉLISATION DANS LE RÉFÉRENTIEL DE PARK .....</b>	<b>23</b>
<b>II. 3. 1 Théorie des deux axes de Park .....</b>	<b>23</b>
<b>II. 3. 2 Grandeurs réduites relative a la machine synchrone .....</b>	<b>25</b>
<b>II. 3. 3 Schéma équivalent de la machine synchrone .....</b>	<b>27</b>
<b>II. 3. 4 Equations opérationnelles de la machine synchrone .....</b>	<b>28</b>
<b>II. 4 MODÉLISATION PAR SCHÉMA ÉQUIVALENT GÉNÉRALISÉ. ...</b>	<b>29</b>
<b>II. 4. 1 Equations de la machine pour le modèle généralisé .....</b>	<b>31</b>
<b>II. 4. 1.1 Equations des tensions .....</b>	<b>31</b>
<b>II. 4. 1. 2 Equation des flux .....</b>	<b>31</b>
<b>II. 5 DÉFINITIONS DES PARAMETRES DE LA MS .....</b>	<b>33</b>
<b>II. 5. 1 Réactances d'axe direct .....</b>	<b>33</b>
<b>II. 5. 2 Constantes de temps d'axe direct .....</b>	<b>34</b>
<b>II. 5. 3 Réactances d'axe quadrature .....</b>	<b>34</b>
<b>II. 5. 4 Constantes de temps d'axe quadrature .....</b>	<b>35</b>
<b>II. 6 ÉQUATIONS DE LA MS LORS DU COURT-CIRCUIT TRIPHASÉ</b>	
<b>BRUSQUE .....</b>	<b>36</b>
CONCLUSION .....	39

**CHAPITRE III DÉTERMINATION DES PARAMETRES PAR LES  
NORMES LA C.E.I**

INTRODUCTION .....	41
--------------------	----

<b>III. 1 TESTS CONFIRMÉS PAR LA C.E.I</b> .....	41
<b>III. 1. 1</b> Test de saturation à vide .....	41
<b>III. 1. 2</b> Test de court-circuit permanent .....	43
<b>III. 1. 3</b> Test d'excitation négative .....	43
<b>III. 1. 4</b> Test de court-circuit triphasé brusque .....	44
<b>III. 1. 5</b> Test de faible glissement .....	45
<b>III. 1. 6</b> Test de décroissance d'un courant continu dans l'induit .....	46
<b>III. 2 DÉTERMINATION DES PARAMETRES DE LA MS</b> .....	48
<b>III. 2. 1</b> La réactance synchrone longitudinale $X_d$ .....	48
<b>III. 2. 2</b> La réactance synchrone transversale $X_q$ .....	50
<b>III. 2. 3</b> Les réactances transitoire et subtransitoire d'axe 'd' $X'_d, X''_d$ .....	51
<b>III. 2. 4</b> Les constantes de temps d'axe direct $T'_d, T''_d, T'_{d0}, T''_{d0}$ .....	53
<b>III. 2. 5</b> Les constantes de temps d'axe transversal $T'_q, T''_q, T'_{q0}, T''_{q0}$ .....	55
<b>III. 3 DÉTERMINATION DES PARAMETRES D'ENROULEMENTS</b>	
<b>ROTORIQUES</b> .....	57
<b>III. 4 LES PARAMETRES OBTENUS PAR LES DIFFERENTS TESTS</b> ...	58
<b>CONCLUSION</b> .....	59

## **CHAPITRE IV ESTIMATION DES PARAMETRES PAR LA MÉTHODES DES MOINDRES CARRÉS**

<b>INTRODUCTION</b> .....	61
<b>IV. 1 CHOIX DE LA MÉTHODE</b> .....	61
<b>IV. 2 FORMULATION DU PROBLÈME</b> .....	62
<b>IV. 2. 1</b> La méthode des moindres carrés pour le modèle étudié .....	64
<b>IV. 2. 2</b> Condition d'arrêt .....	64
<b>IV. 3 ORGANIGRAMME DE L'ALGORITHME UTILISÉ</b> .....	65
<b>IV. 3 VALIDATION DU MODÈLE</b> .....	68
<b>CONCLUSION</b> .....	71

CONCLUSION GENERALE .....72  
BIBLIOGRAPHIE .....75  
ANNEXE A .....79  
ANNEXE B .....83



**LISTE DES SYMBOLES**

- a, b, c : Les trois phases statoriques.
- k, n, N : Nombres entiers.
- P : Opérateur de la Place.
- $q$  : Vecteur de pondération des mesures.
- Q : Matrice de pondération, symétrique, défini non négative.
- $r_a$  : Résistance de l'enroulement statorique.
- $r_D, r_Q$  : Résistance de l'enroulement amortisseur d'axe direct et quadrature.
- $r_f$  : Résistance de l'enroulement d'excitation.
- $i_a, i_b, i_c$  : Courants des phases statoriques.
- $r(\theta)$  : Écart entre la sortie du modèle et la sortie du système.
- $t_k$  : Variables indépendants.
- $T'_d, T''_d$  : Constantes de temps transitoire et subtransitoire de court-circuit d'axe direct.
- $T'_q, T''_q$  : Constantes de temps transitoire et subtransitoire de court-circuit d'axe quadrature.
- $T'_{d0}, T''_{d0}$  : Constantes de temps transitoire et subtransitoire à court ouvert d'axe direct.
- $T'_{q0}, T''_{q0}$  : Constantes de temps transitoire et subtransitoire à court ouvert d'axe quadrature.
- $T_D, T_Q$  : Constantes de temps du circuit amortisseur d'axe direct et quadrature.
- $T_f$  : Constantes de temps de l'enroulement d'excitation.

- $y_{réel}, y$  : Réponse du système réel
- $y_{mod}(\theta)$  : Réponse du modèle du système
- $V_a, V_b, V_c$  : Tensions des phases statoriques.
- $V_d, I_d$  : Composantes directes de la tension et du courant.
- $V_q, I_q$  : Composantes quadratures de la tension et du courant.
- $V_f, I_f$  : Tension et courant de l'enroulement d'excitation.
- $X_d, X'_d, X''_d$  : Réactances synchrone, transitoire et subtransitoire d'axe direct.
- $X_q, X'_q, X''_q$  : Réactances transitoire, transitoire et subtransitoire d'axe quadrature.
- $X_a$  : Réactance de fuite de l'enroulement statorique.
- $X_{md}, X_{mq}$  : Réactance de magnétisation statorique d'axe direct et quadrature.
- $X_{dd}, X_{qq}$  : Matrice des réactances statorique d'axe direct et quadrature.
- $X_D, X_Q$  : Réactances de l'enroulement amortisseur d'axe direct et quadrature.
- $X_{DD}, X_{QQ}$  : Matrice des réactances des enroulements amortisseurs d'axe direct et quadrature.
- $X_f$  : Réactance de fuite de l'inducteur.
- $X_{kf}$  : Réactance de Canay (mutuelle entre l'inducteur et l'amortisseur d'axe direct).
- $\lambda_\sigma$  : Perméance de l'entrefer.
- $\Phi_d, \Phi_d$  : Flux dus aux enroulements statoriques d'axe direct et quadrature.
- $\Phi_d, \Phi_d$  : Flux dus aux enroulements amortisseurs d'axe direct et quadrature.
- $\Phi_f$  : Flux dû à l'enroulement inducteur.
- $\omega_n$  : Fréquence ( Vitesse) du synchronisme.

$\omega_m$  : Fréquence ( Vitesse) mécanique.

$\theta$  : Vecteur des paramètres à identifier

$\Pi_y(y | \theta)$  : Vraisemblance de  $y$ . On suppose que les bruits sur les sorties sont distribués suivant la loi Gaussienne  $N(m_i, \sigma_i)$  de moyenne  $m_i$  et de variance  $\sigma_i$ .



# *INTRODUCTION GENERALE*

## **INTRODUCTION GENERALE**

Le développement industriel et l'amélioration des conditions de vie des populations a entraîné durant ces dernières années un accroissement remarquable de la consommation de l'énergie électrique. La conséquence immédiate est l'augmentation de la taille des réseaux d'énergie électrique qui se traduit entre autres par la multiplication des centrales électriques nécessitant des turboalternateurs de fortes puissances. L'instabilité du réseau d'énergie étant presque toujours causée par une ou plusieurs de ses machines, il devient important de fournir aux ingénieurs analystes des réseaux d'énergie électrique des modèles de machine plus fiables et plus précis. Les concepteurs des machines sont aussi intéressés par leur modélisation car lors de l'étude en vue de la construction d'une machine destinée à une utilisation particulière, l'optimisation des organes faisant sa spécificité pourrait être beaucoup plus aisée avec un modèle complet et généralisé de la machine. Par exemple, dans le domaine de l'entraînement à vitesse variable, les électroniciens de puissance et les concepteurs de machines s'intéressent de plus en plus aux modèles de machines synchrones et asynchrones à plusieurs enroulements rotoriques parce que plus flexibles et applicables à une grande bande de fréquences.

Dans les années 80, l'émergence de l'électronique de puissance dans le domaine des réseaux électriques et au développement généralisé des machines à commutation électronique à empêcher les chercheurs à réviser la modélisation classique des machines électriques afin de mieux rendre compte de leur comportement dynamique. La modélisation par circuits équivalents généralisés est devenue indispensable sur tout avec l'apparition des turboalternateurs à rotor massif qui est le siège de courants induits dans le circuit rotorique lors des phénomènes transitoires. L'influence de ce circuit délocalisé particulièrement complexe à modéliser. La nécessité de faire fonctionner les ces machines de grande puissance et leurs dispositifs de protection et de contrôle à la limite de leur possibilité et le besoin d'assurer la liaison convertisseur statique-machine ont conduit autant l'analyste de réseau que l'électronicien de puissance à effectuer des recherches approfondies sur leur comportement dynamique afin de mieux les contrôler. Un tel contrôle nécessite une connaissance de leur matrice de transfert pour

concevoir et leur adapter un dispositif de réglage. Les paramètres de la matrice de transfert sont très souvent inconnus, d'où la nécessité de leur identification préalable.

L'objectif de notre travail est l'identification d'une machine synchrone, donc la détermination de tous les paramètres figurants dans les équations de fonctionnement de la machine, en utilisant un modèle 2x2 qui apparaît suffisant pour décrire la machine étudiée. Pour ce faire, deux approches seront utilisées, la première est basée sur les tests expérimentaux confirmés par la Commission Electrotechnique Internationale, la deuxième est l'approche itérative basée sur la méthode des moindres carrés non-linéaire en partant de l'oscillographe de court-circuit triphasé brusque.

Notre travail en vue de l'identification paramétrique de la machine synchrone est subdivisé en quatre chapitres:

Dans le premier chapitre nous présentons en premier lieu les méthodes d'identification les plus générales tel que la méthode du modèle, puis les méthodes d'optimisations en prenant en détail la méthode des moindres carrés qui sera utilisée ultérieurement.

Dans le deuxième chapitre nous abordons la modélisation classique et la modélisation dans le référentiel de Park ainsi que la modélisation par schéma équivalent généralisé qui apparaît la meilleure modélisation pour élaborer un modèle mathématique complet décrit au mieux la machine dans ces divers régimes de fonctionnement.

Dans le troisième chapitre nous présentons les essais que nous avons faits sur la machine tel qu'elles sont décrites par les normes de la CEI, puis à partir des résultats de ces essais, nous déterminons les divers paramètres de la machine en donnant leurs définitions préalables. Ces paramètres seront utilisés comme le point de départ de la méthode itérative de moindres carrés.

Dans le chapitre quatre nous ferons une estimation des paramètres à partir de l'oscillographe de court-circuit brusque en utilisant la méthode des moindres carrés non-linéaire. Le test de court-circuit brusque est utilisé depuis long temps pour identifier les machines synchrones, car lors du court-circuit la machine passe par divers régimes ce qui donne un signal très riche en information qui permet de faire une bonne identification.

En fin nous validons le modèle obtenu en comparant les résultats des essais avec ceux obtenus par la simulation.



# *CHAPITRE I*

## Techniques d'identification

## INTRODUCTION

Un problème fondamental en sciences consiste à adapter un modèle constitué d'un ensemble de formules mathématique à un système réel, qu'on ne dispose parfois, comme information sur ce système, que des observations qui sont entachées d'erreurs. Ce procédé d'adaptation appelé souvent identification consiste à chercher un modèle parmi les modèles possibles du système qui réagit de la même manière, à une même excitation, que le système réel. Pour ce faire, plusieurs méthodes et techniques sont proposées qui sont basées essentiellement sur l'observation de ses entrées sorties. Le modèle obtenu peut être un modèle de représentation qui n'a aucun pouvoir explicatif de la structure physique de l'objet, ou bien un modèle de connaissance dont la structure a été établie en faisant appel à des modèles plus généraux (lois de la physico-chimie).[1]

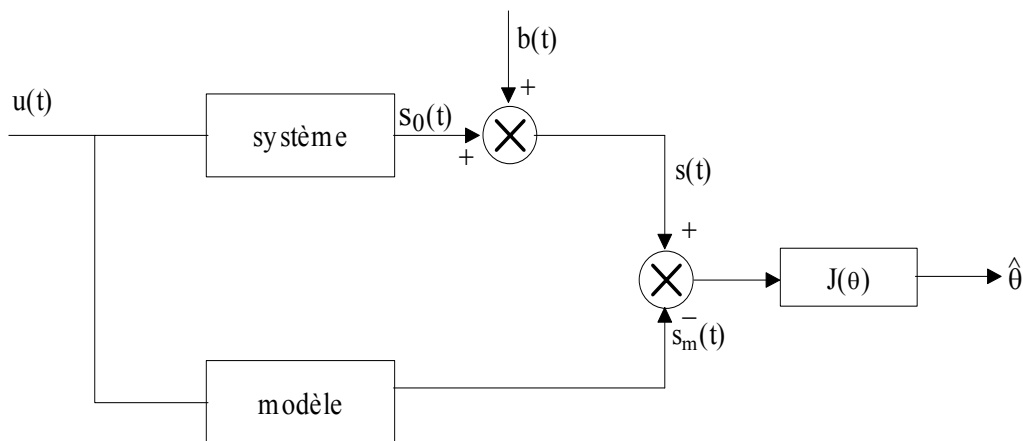
Dans le domaine des machines électriques un modèle de représentation pourrait suffire à l'automaticien pour concevoir un dispositif de commande automatique, cependant un chercheur qui étudie des nouveaux phénomènes physiques ou un constructeur qui utilise les nouveaux techniques de conception (Conception Assistée par Ordinateur CAO), doit utiliser un modèle de connaissance dont les paramètres ont une signification physique que l'on est susceptible de les retrouver avec la même signification dans les modèles d'autres processus objets.[1][2][3]

Dans ce chapitre premier nous donnons d'abord un bref aperçu sur l'art et l'approche de l'identification, puis nous présentons quelques méthodes d'identification en basant sur la méthode des moindres carrés non-linéaire que nous allons utiliser pour identifier la machine synchrone étudiée.

### I.1 L'ART DE L'IDENTIFICATION

Identifier tout processus P donné c'est trouver, dans l'ensemble des modèles M de P, un modèle  $M_0$  qui se comportera au mieux comme le processus objet. Pour évaluer objectivement cette identité du comportement, on introduit un critère de distance J entre l'objet et le modèle. Pour des raisons pratiques d'élimination des bruits qui affectent les mesures réelles, le critère J ne peut être annulée mais il doit être minimisé sous des conditions expérimentales données X.[3],[4]





**Fig(I.1)** Schéma de principe de l'identification d'un système

### I.1.1 L'approche de l'identification

L'identification du processus  $P$  comporte trois étapes essentielles: une étape qualitative, une étape quantitative et une étape de validation.

L'étape qualitative est une étape de caractérisation du processus encore appelée étape d'identification structurale ou de modélisation. Elle consiste à organiser les équations régissant le processus à identifier de manière à pouvoir le simuler adéquatement.

Les modèles peuvent être caractérisés de plusieurs façons, soit par représentation non paramétrique dite modèle externe (matrices de transfert, impédances opérationnelles, réponses impulsionnelles), soit par représentation paramétrique ou modèle interne (modèle d'état, équations différentielles etc.).

L'étape quantitative est l'étape d'estimation des paramètres de la structure du modèle retenu. Elle permet de déterminer par application des méthodes de programmation mathématique sur ordinateur numérique les valeurs numériques des divers paramètres du processus étudié.

L'étape de validation est essentiellement une étape d'étude des performances du modèle globale obtenu (structure et paramètres) qui en toute rigueur devra reproduire fidèlement le processus. Elle consiste à comparer les observations du processus réel avec la sortie du modèle.[1],[2],[3],[4]

I.2 METHODES D'IDENTIFICATION

I.2.1 Méthode du modèle

La méthode du modèle suit strictement, dans son déroulement, le principe de base de la modélisation. Dans cette méthode on réalise un système simulé (modèle) dont on peut faire varier à volonté les paramètres. On cherche, par une méthode itérative, à minimiser la distance entre le modèle et l'objet, le problème se ramène donc à un problème de minimisation de fonction, généralement réalisée par des techniques de programmation non linéaire.

L'avantage de cette méthode est qu'elle est générale. Elle s'applique à tous les système quelque soit la nature des signaux d'entrée (elle ne nécessite pas d'hypothèses particulières sur le modèle à identifier) [1],[5].

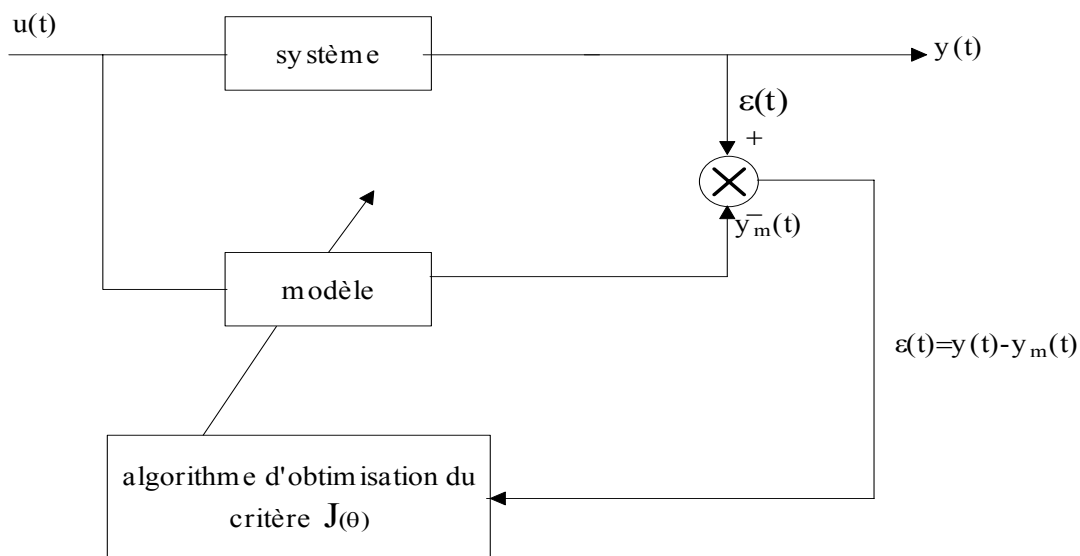


Fig (I. 2) Schéma de principe de la méthode du modèle

Soient  $y_i$  les différentes mesures effectuées et  $y(t)$  une combinaison linéaire de ces mesures pondérés par des paramètres ( $a_i$ ) que nous cherchons à déterminer:

$$Y(t) = a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t) + \dots + a_p y_p(t) \tag{I. 1}$$

On pose:

$$H = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$$

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$$

Où :  $H$  : vecteur des mesures

$\theta$  : vecteur des paramètres

Ainsi la relation (I. 1) s'écrit sous la forme :

$$Y(t) = H^T \cdot \theta \tag{I. 2}$$

Il est à noter que dans la relation (I.2) la quantité  $y(t)$  n'est pas entachée de bruits. Dans le cas général où  $y(t)$  est bruitée la relation (I. 2) devient :

$$Y(t) = H^T \cdot \theta + b(t) \tag{I. 3}$$

Dans la plupart des cas les signaux sont traités par des calculateurs numériques et doivent être sous forme discrète; si ces signaux sont échantillonnés à la période  $T$ , les divers échantillons

seront:  $y(T), y(2T), \dots, y(nT)$   $n = 1 \dots N$

**I.2.1.1 Détermination des paramètres**

Si on considère  $N+1$  échantillons, les différentes mesures seront:

$$\begin{cases} Y(n) = H^T(n) \cdot \theta + b(n) \\ Y(n-1) = H^T(n-1) \cdot \theta + b(n-1) \\ \vdots \\ Y(n-N) = H^T(n-N) \cdot \theta + b(n-N) \end{cases} \tag{I. 4}$$

En passant à la forme matricielle, (I. 4) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} Y(n) \\ Y(n-1) \\ \vdots \\ Y(n-N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^T(n) \\ H^T(n-1) \\ \vdots \\ H^T(n-N) \end{bmatrix} \cdot \theta + \begin{bmatrix} b(n) \\ b(n-1) \\ \vdots \\ b(n-N) \end{bmatrix} \tag{I. 5}$$

$$\begin{aligned} \text{Posons: } \underline{Y}(n) &= [Y(n) \ Y(n-1) \ \dots \ Y(n-N)] \\ \underline{b}(n) &= [b(n) \ b(n-1) \ \dots \ b(n-N)] \\ \underline{H}(n) &= [H(n) \ H(n-1) \ \dots \ H(n-N)] \end{aligned}$$

Le système (I. 5) peut alors s'écrire sous la forme:

$$\underline{Y}(n) = \underline{H}(n).\theta + \underline{b}(n) \quad (\text{I. 6})$$

Ainsi on tire:

$$\theta = \underline{H}^{-1}(n).\underline{Y}(n) - \underline{H}^{-1}(n).b(n) \quad (\text{I. 7})$$

Soit  $\hat{\theta}$  le vecteur de paramètres estimés et  $\tilde{\theta}$  l'erreur commise sur cette estimation :

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \quad (\text{I. 8})$$

L'erreur sur l'observation est :

$$\varepsilon(n) = \underline{Y}(n) - \hat{\underline{Y}}(n) \quad (\text{I. 9})$$

Les différentes méthodes de détermination des paramètres consistent à minimiser un certain critère d'optimalité  $J(\theta)$ .

C'est la formulation de ce critère qui définit la méthode de calcul à utiliser. Actuellement, plusieurs méthodes de recherches existent : [9] [10]

- les méthodes analytiques
- les méthodes directes
- les méthodes de programmation non linéaires du premier ordre et de deuxième ordre.

Les méthodes analytiques supposent que l'on puisse calculer le gradient du critère et résoudre analytiquement  $\nabla J(\theta) = 0$ , ceci est rarement possible en pratique.

Les méthodes directes telles que celle de Powell Rosenbrok, ne nécessitent que le calcul de  $J(\theta)$  à chaque pas, elles sont généralement lentes et ne sont intéressantes que si  $\nabla J(\theta)$  est facile à évaluer.

Les méthodes de programmation non linéaires du premier ordre telles que le gradient, gradient conjugué..., nécessitent à chaque pas l'évaluation de  $J(\theta)$  et de  $\nabla J(\theta)$ . [10]

Les méthodes du second ordre tel que celles de Levenberg-Maquardt, Newton-Raphson... demandent l'évaluation de  $J(\theta)$ ,  $\nabla J(\theta)$ ,  $\nabla^2 J(\theta)$  à chaque pas. [10] [11]

## **I.2.2 Méthodes d'optimisation**

On trouve plusieurs méthodes de minimisation des fonctions (critères) dans la littérature, ces méthodes se différencient entre elles par le critère et l'algorithme d'optimisation utilisés. Le choix de la méthode dépend essentiellement de la nature du problème étudié et aussi de l'exigence sur la précision des résultats.

### **I.2.2.1 Critères**

Il existe un grand nombre de critères, dont les plus connus sont décrits ci-dessous.

- *Critère quadratique:*

Le critère quadratique est le plus utilisé, il est généralement de la forme:

$$J_{qua}(\theta) = r^T(\theta) \cdot Q \cdot r(\theta) \quad (\text{I. 10})$$

Où:  $r(\theta) = (y - y_m(\theta))$  est l'écart entre la réponse du système et celle du modèle.

- *Critère en valeur absolue:*

Ces critères sont beaucoup moins utilisés que les critères quadratiques car leur caractère non différentiable ne permet pas d'utiliser les algorithmes d'optimisation reposant sur un développement limité du critère. Ces critères peuvent s'écrire:

$$J_{abs}(\theta) = q^T |r(\theta)| \quad (\text{I. 11})$$

- *Critères du maximum de vraisemblance*

Le principe de ces critères est de déterminer le vecteur des paramètres accordant aux données le maximum de crédibilité. Ces critères utilisent les informations sur les bruits de mesures. Ces critères ont pour expression

$$J_{mv}(\theta) = \Pi_y(y | \theta) \quad (\text{I. 12})$$

Avec:  $\Pi_y(y | \theta)$  est le vraisemblance de  $y$ . On suppose que les bruits sur les sorties sont distribués suivant la loi Gaussienne  $N(m_i, \sigma_i)$  de moyenne  $m_i$  et de variance  $\sigma_i$ .

Il y a d'autres critères plus ou moins utilisés tel que les critères bayessiens qui sont une extension des critères du maximum de vraisemblance.[6],[7],[8]

### I.2.2.2 Algorithmes d'optimisation

Il existe une grande diversité d'algorithmes d'optimisation. Leur principe est de rechercher un minimum global du critère au moyen d'une procédure itérative. Ces algorithmes peuvent se classer dans trois grandes familles :[6],[7],[8]

#### - Algorithmes d'ordre 0

Ces algorithmes ne faisant appel qu'à la valeur du critère à minimiser. Les plus connus sont la méthode de dichotomie ainsi que les méthodes de Fibonacci, ils s'appliquent lorsque le critère n'est pas dérivable par rapport au vecteur des paramètres à estimer ou bien lorsque la détermination de la dérivée du critère par rapport au vecteur des paramètres est trop complexe.

#### - Algorithmes d'ordre 1

Ces algorithmes font partie de la méthode générale appelée méthode du gradient. Ils sont basés sur le développement limité du critère au premier ordre.

$$J(\theta_{i+1}) = J(\theta_i + \Delta\theta_i) = J(\theta_i) + \nabla J(\theta_i) \cdot \Delta\theta_i + o\|\Delta\theta\| \quad (\text{I. 13})$$

On cherche à minimiser le critère  $J(\theta)$ , il est alors nécessaire d'avoir  $\nabla J(\theta_i) \cdot \Delta\theta_i < 0$ . Il faut déterminer  $\Delta\theta_i$  assurant cette condition. La méthode du gradient consiste à choisir  $\Delta\theta_i$  colinéaire au vecteur gradient et de sens opposé.

$\Delta\theta_i = -\mu \cdot \nabla J(\theta_i)$ , il vient alors  $\Delta J(\theta_i) = -\nabla J(\theta_i) \cdot \mu \cdot \nabla J(\theta_i) < 0$ . La minimisation du critère est alors assurée.

#### - Algorithmes d'ordre 2

Les méthodes qui utilisent les algorithmes d'ordre 2 sont les méthodes de type Newton. Ces algorithmes sont basés sur le développement limité du critère au second ordre, permettant

de construire simultanément une direction de recherche, ainsi qu'un pas de recherche. Les méthodes de type Newton les plus utilisées sont la méthode de Gauss-Newton, de et de Levenberg-Marquart. Le principe de ces méthodes sera décrit §I.4.3.

### **I. 3 IDENTIFICATION EN TEMPS RÉEL**

L'identification en temps réel est un procédé nouvel qui a apparu avec les calculateurs numériques rapides, le principe de cette méthode consiste à faire évoluer le vecteur des paramètres au fur et à mesure de l'apparition des informations obtenues à partir des mesures d'entrées-sorties, en faisant appel à des méthodes d'identification en temps réel qui constituent un domaine encore en pleine évolution.

En effet, dans plusieurs industries, il est grandement souhaité d'obtenir les résultats de l'identification de manière récursive en même temps que processus développe les données en vue de réglage des valeurs pour le contrôle en temps réel.[10]

Dans ce cadre diverses méthodes d'identification classiques peuvent être converties en techniques d'identification en temps réel en moment que l'estimée satisfasse à une équation récursive.

Afin de montrer le caractère valable de ces composantes, appelons le vecteur des paramètres comme suit

$$\underline{\theta}(n) = [a_1(n) \ a_2(n) \ \dots \ a_p(n)]^t \quad (\text{I. 14})$$

La forme générale recouvrant tous les algorithmes récursifs

$$\hat{\underline{\theta}}(n+1) = \hat{\underline{\theta}}(n) + G(n+1)e(n+1) \quad (\text{I.15})$$

Ou les expression de  $G(n+1)$  et  $e(n+1)$  dépendent du type d'algorithme choisi et expriment respectivement le gain et l'erreur de mise à jour de l'algorithme. Parmi les techniques d'identification qui permettent ce type d'approche, les plus utilisées sont :

- les méthodes des moindres carrés récursives avec facteur d'oubli ou à fenêtre glissante
- les méthodes des moindres carrés récursives avec filtrage de Kalman étendu.
- approche par techniques adaptatives (contrôle adaptatif)
- algorithmes à trace constante ou bornée, etc....

## I. 4 LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS [6],[7],[8]

La méthode de loin la plus connue est la méthode des moindres carrés, développée par Gauss au début du XIX<sup>e</sup> siècle. Elle est applicable quelque soit le problème linéaire ou non-linéaires, elle est basée sur la minimisation d'un critère quadratique en utilisant un algorithme généralement d'ordre 2.

Dans notre étude on s'intéresse aux moindres carrés non-linéaires, puisque dans la plus part des cas les problèmes de la science sont des problèmes non-linéaires, ainsi la méthode la plus utilisée et la plus efficace est les moindres carrés non-linéaires.

### I.4.1 Principe

Le principe de la méthode est basé sur la minimisation d'un critère fonction de l'écart entre la réponse du processus réel et la réponse du modèle du processus. Cette minimisation est effectuée à l'aide d'un algorithme d'optimisation qui retournera alors une estimation de la valeur des paramètres.

### I. 4. 2 Critère

Le critère choisi est le critère quadratique. Posons  $r_k = (y_k - f(t_k, \theta))$  l'écart entre la sortie du système réel  $y_k$  et la réponse du modèle du système  $f(t_k, \theta)$ , au k<sup>ème</sup> point, calculé avec le vecteur des paramètres  $\theta$ . Le critère quadratique, noté  $J(\theta)$ , peut s'écrire :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N r_k(\theta)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y_k - f(t_k, \theta))^2 \quad (\text{I. 16})$$

Avec :

$N$  : horizon d'identification ou nombres de points de mesure.

$y_k$  : réponse du système au k<sup>ème</sup> point.

$f(t_k, \theta)$  : réponse du modèle du système au k<sup>ème</sup> point.

Le choix d'un critère quadratique n'est pas fortuit, mais il est justifié par deux raisons, la première est pour avoir une fonction (critère) différentiable et la deuxième est pour ne pas avoir des neutralisations entre les écarts positifs par ceux qui sont négatifs.



**I. 4. 3 Algorithme d'optimisation**

L'algorithme d'optimisation choisi est un algorithme de type Levenberg-Marquardt. Cet algorithme a été choisi pour sa rapidité de convergence, notamment par rapport à l'algorithme du gradient et sa robustesse en pratique, se qui justifie son utilisation dans un grand nombre de logiciels spécialisés.

Le développement limité du critère au second ordre peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 J(\theta_{i+1}) &= J(\theta_i + \Delta\theta_i) = J(\theta_i) + \left. \frac{\partial J}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i} \cdot \Delta\theta_i + \frac{\partial^2 J}{2 \cdot \partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta_i} \cdot \Delta\theta_i^2 + o\|\Delta\theta\|^2 \\
 &= J(\theta_i) + \nabla J(\theta_i) \cdot \Delta\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i^T \cdot \nabla^2 J(\theta_i) \cdot \Delta\theta_i + o\|\Delta\theta\|^2
 \end{aligned}
 \tag{I. 17}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 \nabla J &= \frac{\partial J}{\partial \theta} = \nabla r(\theta)^T \cdot r(\theta) \\
 \nabla^2 J &= \frac{\partial^2 J}{\partial \theta^2} = \nabla r(\theta)^T \cdot \nabla r(\theta) + \sum_{k=1}^N r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta)
 \end{aligned}$$

Posons  $\Delta J = J(\theta_{i+1}) - J(\theta_i)$  la variation du critère. Cette variation a pour expression

$$\Delta J = \nabla r(\theta)^T \cdot r(\theta) \cdot \Delta\theta + \left[ \nabla r(\theta)^T \cdot \nabla r(\theta) + \sum_{k=1}^N r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta) \right] \cdot \Delta\theta^2 + o\|\Delta\theta\|^2
 \tag{I. 18}$$

La variation du critère sera minimale lorsque la dérivé de  $\Delta J$  par rapport a  $\Delta\theta$  sera nulle (condition nécessaire d'optimalité). Il vient donc:

$$\nabla r(\theta)^T \cdot r(\theta) + \left[ \nabla r(\theta)^T \cdot \nabla r(\theta) + \sum_{k=1}^N r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta) \right] \cdot \Delta\theta \cong 0$$

D'où:

$$\Delta\theta_i = - \left[ \nabla r(\theta_i)^T \cdot \nabla r(\theta_i) + \sum_{k=1}^N r_k(\theta_i) \cdot \nabla^2 r_k(\theta_i) \right]^{-1} \cdot \nabla r(\theta_i)^T \cdot r(\theta_i)
 \tag{I. 19}$$

Ainsi on peut envisager la solution du problème (I. 16) par la méthode de Newton dont l'itération k est définie comme:

$$\begin{cases} \Delta \theta^{(k)} = - [\nabla^2 J(\theta^{(k)})]^{-1} \cdot \nabla J(\theta^{(k)}) \\ \theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \Delta \theta^{(k)} \end{cases} \quad (\text{I. 20})$$

Dans la pratique on procède cependant différemment étant donné que l'évaluation de la matrice Hessienne  $\nabla^2 J$  peut s'avérer très difficile, voire impossible.

La méthode de Levenberg-Marquardt consiste à approcher la matrice des dérivées seconde  $\nabla^2 r(\theta)$  par une matrice diagonale  $\mu I$ . Le système (I. 20) devient alors:

$$\begin{cases} [\nabla r(\theta^{(k)})^T \cdot \nabla r(\theta^{(k)}) + \mu I] \cdot \Delta \theta^{(k)} = -\nabla r(\theta^{(k)})^T \cdot r(\theta^{(k)}) \\ \theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \Delta \theta^{(k)} \end{cases} \quad (\text{I. 21})$$

Ainsi, l'algorithme de Levenberg-Marquardt peut s'écrire:

- 1). Initialisation des paramètres  $\theta^{(0)}$ .
- 2). Pour  $k = 0, 1, 2, \dots$  jusqu'à convergence faire
- 3). Calculer  $\nabla r(\theta^{(k)})$  et  $\mu$
- 4). Résoudre  $[\nabla r(\theta^{(k)})^T \cdot \nabla r(\theta^{(k)}) + \mu I] \cdot \Delta \theta^{(k)} = -\nabla r(\theta^{(k)})^T \cdot r(\theta^{(k)})$
- 5). Mis à jour des paramètres  $\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \Delta \theta^{(k)}$
- 6). Fin faire

Suivant le choix de  $\mu$ ,  $0 \leq \mu < \infty$  le pas de Levenberg-Marquardt se situe entre le pas de Gauss-Newton pour  $\mu = 0$  et le pas de la méthode de descente pour  $\mu = \infty$ .

En pratique on choisi une valeur initiale et on calcule la première itération, s'il y a convergence la valeur de  $\mu$  sera divisée par 2 pour augmenter le pas de convergence, sinon elle sera multipliée par 2 pour diminuer le pas de convergence et garantir une robustesse de la méthode.

**I. 5 CHOIX DE LA FRÉQUENCE D'ÉCHANTILLONNAGE**

Pour que les signaux, entrée sortie du système, soient traités par les calculateurs numériques, il faut qu'ils soient sous forme discrète. Le choix de la fréquence de discrétisation des signaux est un facteur très important pour obtenir un signal représentatif.

En effet, pour pouvoir reconstituer un signal continu à partir de la séquence discrétisée, il faut que la fréquence d'échantillonnage vérifie la condition de Shannon ( $f_e > 2f_{\max}$ ). Où  $f_{\max}$  est la fréquence maximum du signal continu.  $f_e$  la fréquence d'échantillonnage.

Par contre, si la fréquence d'échantillonnage est très importante, il y aura redondance d'information, ainsi dans le programme, on aura des matrices d'ordre élevé qui demandent des capacités mémoires très grandes au calculateur.[9]

## CONCLUSION

Comme nous venons de le voir, les méthodes d'identification sont relativement simples à comprendre, la différence majeure entre elles réside dans le critère et l'algorithme utilisés. Le choix de la méthode dépend essentiellement du modèle sur lequel sera appliquée et le type des mesures effectuées.

Les méthodes les plus performantes, tel que la méthode du maximum de vraisemblance et les méthodes de type Newton, sont très difficiles à mettre en œuvre. Par contre l'utilisation des méthodes simples donne des résultats moins précis et une convergence très lente ou pas de convergence du tout. On peut donc dire que le choix de la méthode à utiliser doit répondre à certains critères, il doit répondre aux exigences sur la précision des paramètres, d'une part, et le temps de calcul doit être le plus court possible, d'une autre part. Rappelons que le facteur temps est très important pour les nouvelles techniques d'identification en temps réel.

Cependant quelque soit la méthode utilisée, le but recherché par l'identification est de trouver les paramètres du modèle, à partir des signaux d'entrée sortie, qui représente au mieux le système étudié.



# *CHAPITRE II*

## Modélisation de la machine synchrone

## INTRODUCTION

L'objectif de la science a toujours été de faire des modèles. C'est pourquoi le lecteur comprendra aisément que personne ne peut avoir la prétention d'exposer, en quelques pages, la ou même une méthode de modélisation.

La modélisation est une démarche ambitieuse, et la démarche ne peut pas être complète, satisfaisante et définitive. Elle ne relève donc pas uniquement des mathématiques, elle fait appel également à toute connaissance théorique et pratique, mais aussi à l'habileté de l'opérateur, habileté qui vient avec la pratique du métier. [1],[12]

La modélisation des machines synchrones a suscité l'attention étendue dans la littérature; dans l'industrie les machines synchrones sont alimentées par des convertisseurs statiques ou par le réseau infini, et elles sont généralement représentées par un système multivariable non linéaire dont les paramètres varient suivant le point de fonctionnement. Dans les études de stabilité de réseaux, les machines sont introduites sous forme d'un système d'équation de tension et de mouvement traduisant le comportement d'un certain modèle de la machine synchrone. Lorsque le réseau comporte un grand nombre de machines il est avantageux de choisir un modèle plus simple afin de réduire le temps de calcul. Il faut toutefois définir l'importance des termes négligés et introduire éventuellement des termes correctifs suivant la nature du problème étudié [2],[3].

Dans ce chapitre nous commencerons par des généralités sur les machines synchrones, ensuite nous traiterons la modélisation classique puis la modélisation dans le référentiel de Park, et en fin la modélisation par schémas équivalents généralisés.

### II.1 GÉNÉRALITÉ

Selon le Vocabulaire Electrotechnique Internationale « Une machine synchrone est une machine a courant alternatif dans la quelle la fréquence de la tension induite engendrée et la vitesse de rotation sont dans un rapport constant tel que  $f = \frac{p \Omega}{2 \cdot \pi}$  .

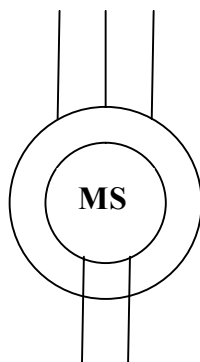
$f$  = fréquence de la tension induite [Hz].

$P$  = nombre de paires de pôles.

$\Omega$  : vitesse de rotation en [rad / s].

Les machines synchrones se représentent dans les schémas par des symboles normalisés affectés des lettres GS lorsque la machine fonctionne en génératrice (alternateur) et MS dans le cas d'un moteur [13].

### II.1.1 MORPHOLOGIE



**Fig (II.1)** symbole d'un moteur synchrone triphasé

La machine synchrone est constituée de deux parties essentielles, une partie immobile appelée stator et l'autre mobile, en rotation autour de l'axe de symétrie de la machine, appelée rotor.

Le stator est un empilement de tôles d'acier de forme cylindrique, les encoches sont usinés sur sa face intérieure dans les quels sont logés trois enroulements identiques décalés l'un de l'autre d'un angle électrique de  $120^\circ$  (c-a-d un angle mécanique de  $120^\circ / P$  paire de pôles).

Le rotor muni d'un enroulement monophasé excité en courant continu se présente sous deux formes distinctes définissant deux familles de machines synchrones.

- les machines à rotor cylindrique (lisse) dites turboalternateurs ou turbomoteurs.
- les machines à pôles saillants.

### II.2 MODÉLISATION CLASSIQUE DE LA MACHINE SYNCHRONE

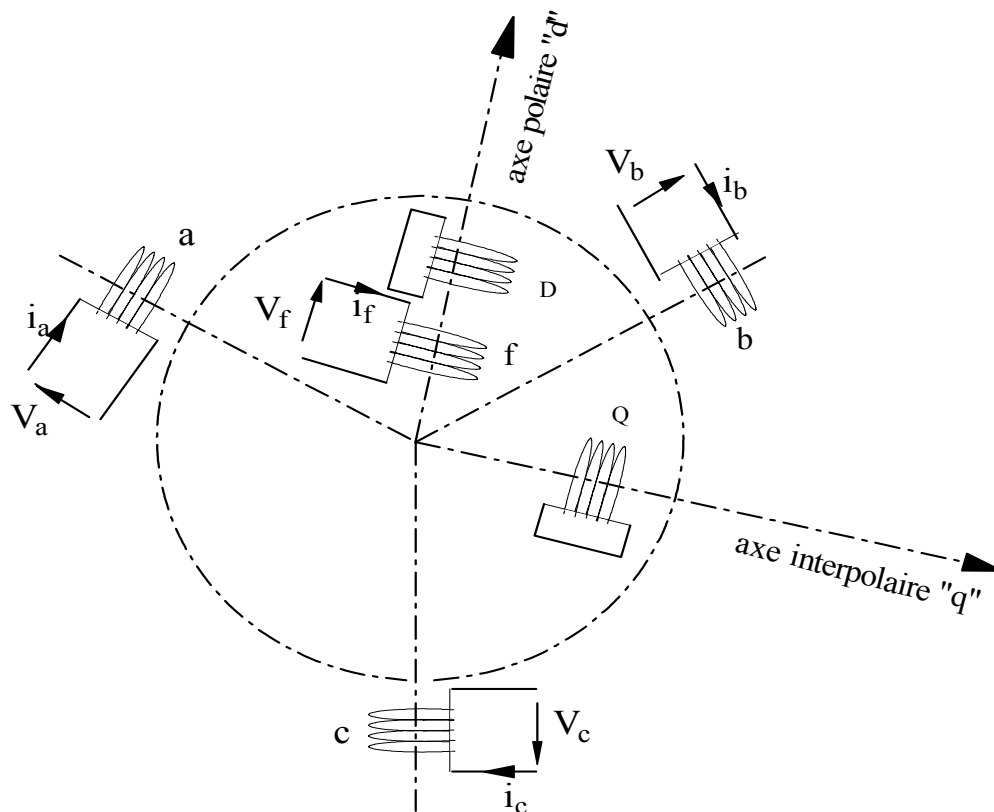
D'ordinaire les machines synchrones sont munies, en plus de l'enroulement d'induit et l'enroulement inducteur, d'un troisième enroulement dit amortisseur, son rôle est de s'opposer à toute variation rapide du flux à travers le rotor.

Dans le cas des machines à pôles saillants cet enroulement amortisseur est constitué de barres de cuivre nu logées dans des encoches pratiquées dans les pièces polaires et reliées entre elles à leurs extrémités par deux anneaux conducteurs. Dans le cas des machines à pôles lisses, c'est la partie massive du fer rotorique qui joue le rôle d'amortisseur [13],[14].

### II.2.1 Modélisation des amortisseurs

La modélisation des amortisseurs est la partie la plus délicate dans la modélisation des machines synchrones, car l'enroulement amortisseur est réparti sur les pièces polaires du rotor à pôles saillants et est délocalisé pour un rotor lisse.

Pour tenir compte de leur effet sur le comportement des machines synchrones, les amortisseurs sont modélisés par des enroulements en court-circuit agissant suivant l'axe polaire et l'axe interpolaire. Le cas le plus simple est de prendre un enroulement suivant l'axe polaire et un autre suivant l'axe interpolaire, comme montrer sur la figure **Fig.(II.3)**.



Fig(II .3) Représentation schématique de la machine synchrone



### II.2.2 MISE EN ÉQUATION DE LA MACHINE SYNCHRONE

En partant de la représentation schématique de la machine synchrone sur la figure **Fig (II.3)**, et sous les hypothèses simplificatrices suivantes :

- On néglige :
  - La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault.
  - L'effet de peau qui augmente les résistances et diminue les inductances.
  - L'effet de la température sur la valeur des résistances.
- On considère que :
  - Les lignes d'induction dans l'entrefer sont radiales.
  - La répartition spatiale de la force magnétomotrice est sinusoïdale, ce qui permet de prendre en considération seulement le premier harmonique d'espace de la distribution de la force magnétomotrice, créée par chaque phase de l'induit.
  - Les trois phases de la machines sont équilibrées et que la machine possède une symétrie cylindrique [12],[13],[14].

On peut écrire les équations de tension et de flux suivantes.

#### - Equations de tensions

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{sa} = r_s i_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} \\ v_{sb} = r_s i_{sb} + \frac{d\phi_{sb}}{dt} \\ v_{sc} = r_s i_{sc} + \frac{d\phi_{sc}}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{II. 1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_f = r_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_D i_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = r_Q i_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{II. 2})$$

Ou sous forme matricielle :

$$[v_s] = [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}[\phi_s] \quad (\text{II.3})$$

$$[v_r] = [R_r][i_r] + \frac{d}{dt}[\phi_r] \quad (\text{II.4})$$

- **Equation de flux**

$$[\phi_s] = [L_{ss}][i_s] + [M_{rs}][i_r] \quad (\text{II.5})$$

$$[\phi_r] = [L_{rr}][i_r] + [M_{rs}][i_s] \quad (\text{II.6})$$

Où :

$[v_s], [i_s], [v_r], [i_r]$  : vecteurs des tensions et courants statoriques et rotoriques. (annexe A)

$[R_s], [R_r]$  : les matrices des résistances statoriques et rotoriques. (annexe A)

$[L_{ss}], [L_{rr}], [M_{rs}], [M_{sr}]$  : sont respectivement les inductances propres, statoriques et rotoriques, et mutuelles stator-rotor. (Annexe A)

Le système d'équations formé par (II.3) à (II.6) n'est pas linéaire, du fait des inductances variables qui dépend de  $\theta$  (annexe A), la position du rotor par rapport au stator, et ne prêt pas bien à une étude analytique des phénomènes dont la machine synchrone est le siège. La résolution numérique de ce système est possible mais peu commode, à cause des coefficients variables des matrices inductances. [13],[14]

Pour supprimer cette non-linéarité on transforme les enroulements statoriques en enroulements orthogonaux en utilisant la transformation de Park. Celle-ci permet de rendre indépendante de  $\theta$  les expressions des inductances dans les relations liant les flux transformés aux courants transformés. [12],[13]

## II.3 MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONNE DANS LE RÉFÉRENTIEL DE PARK

### II.3.1 Théorie des deux axes de Park

R. H. Park a présenté sa transformation lors de l'étude de la machine synchrone comme moyen de simplifier les équations de celle-ci. Cette transformation, appelée souvent transformation de deux axes de Park, fait correspondre aux variables réelles leurs composantes homopolaire (indice o), d'axe direct (indice d) et d'axe quadrature (indice q) dans un référentiel constitué de deux axes orthogonaux, l'axe direct ou l'axe polaire et l'axe quadrature ou l'axe interpolaire. L'utilisation de la transformation de Park dans l'étude des machines électriques permet de ramener le système différentiel à coefficients périodiques caractérisent le fonctionnement d'une machine à un système différentiel à coefficients constants.

L'application de la transformation de Park à la machine synchrone consiste à effectuer le changement de variable suivant.

$$[v_s] = [P(\theta)] [v_{cs}] \quad ; \quad [i_s] = [P(\theta)] [i_{cs}]$$

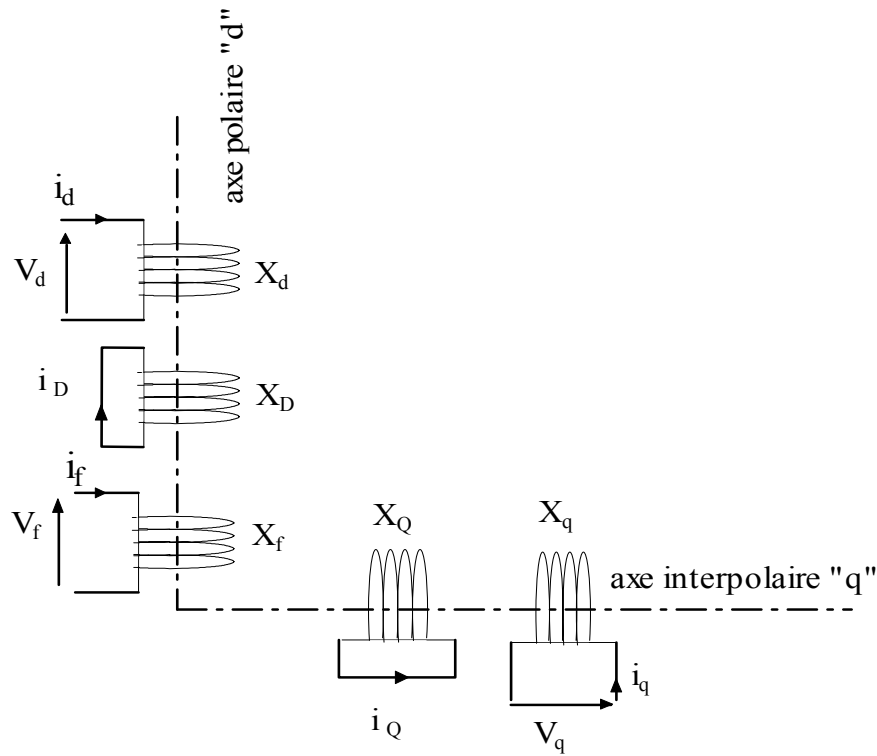
Où :  $[P(\theta)]$  étant la matrice de la transformation de Park (annexe A).

$[v_{cs}]$ ,  $[i_{cs}]$  sont respectivement le vecteur des tensions et courants statorique dans le référentiel de Park. [13],[14]

On note que les enroulements rotoriques ne subissent aucune transformation puisqu'ils sont déjà, par construction, ordonnés selon deux axes perpendiculaires.

Le choix judicieux de la position du référentiel de Park par rapport au rotor donne encore une simplification des équations, le meilleur choix est de prendre les deux axes de Park confondus avec les deux axes perpendiculaires de la roue polaire.

Ainsi la machine synchrone dans le référentiel de Park sera représentée par des enroulements ordonnés selon deux axes perpendiculaires, donc découplés magnétiquement, comme montrer sur la figure suivant.



Fig(II .4) Modèle de Park de la machine synchrone

Et les équations de la machine synchrone dans le référentiel de Park ont pour expression :

$$\begin{cases} u_d = r_s i_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_m \phi_q \\ u_q = r_s i_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_m \phi_d \\ u_o = r_s i_o + \frac{d\phi_o}{dt} \end{cases} \quad (\text{II. 7})$$

$$\begin{cases} u_f = r_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_D i_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = r_Q i_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{cases} \quad (\text{II. 8})$$

La machine étant supposée symétrique et le réseaux équilibré, ce qui donne une composante homopolaire nulle ( $u_0 = i_0 = 0$ ), ainsi le système d'équations se réduit à cinq équation au lieu de six.

### II.3.2 Grandeurs réduites relatives à la machine synchrone

Pour faciliter le calcul on utilise souvent la notion de valeurs réduites (pu), en considérant les valeurs assignées de la machine étudiée.

Pour la machine synchrone on utilise les grandeurs de bases, choisis convenablement, suivantes.

#### - Grandeurs de base au stator

$$\text{Tension de base : } U_b = \sqrt{2} U_n$$

$$\text{Courant de base : } I_b = \sqrt{2} I_n$$

#### - Grandeur de base au rotor

Pour les circuits rotoriques, la considération relative au choix du courant de base  $I_{kb}$  d'un enroulement  $k$  consiste à exprimer que ce courant circulant dans l'enroulement  $k$  crée dans l'entrefer le même flux que le courant de base  $I_{sb}$  circulant dans l'enroulement statorique. L'avantage de ce choix est de permettre une représentation simple de la machine synchrone au moyen de schémas équivalents dans lesquels les éléments sont connectés entre eux par des liaisons galvanique. [13]

Selon ce critère, on a en effet, en désignant par  $\lambda_\sigma$  la perméance de l'entrefer :

$$\phi = N_k \lambda_\sigma I_{kb} = \frac{3}{2} N_s \lambda_\sigma I_{sb} \quad (\text{II. 9})$$

L'inductance mutuelle  $L_{sk}$  et l'inductance principale  $L_h$  valent :

$$L_{sk} = N_s N_k \lambda_\sigma \quad ; \quad L_h = \frac{3}{2} N_s^2 \lambda_\sigma$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}
 U_{sb} &= I_{sb} Z_n \\
 &= \frac{2}{3} (N_k / N_s) I_{kb} Z_n = (L_{sk} / L_h) I_{kb} Z_n = \omega_n L_{sk} I_{kb} (Z_n / X_h)
 \end{aligned}$$

Le quotient  $Z_n / X_h$  exprime la valeur en p.u de la réactance principale  $X_h$ .

On obtient ainsi :

$$I_{kb} = (U_{sb} / \omega_n L_{sk}) X_h$$

Les autres grandeurs de référence sont données par les relations suivantes:

$$\text{La puissance : } P_{kb} = P_{sb}$$

$$\text{La tension : } U_{kb} = \frac{P_{sb}}{I_{kb}}$$

$$\text{Les impédances : } Z_{kb} = \frac{U_{kb}}{I_{kb}} = \frac{3 (\omega_n L_{sk})^2}{2 Z_n} \frac{1}{x_h^2}$$

Les valeurs réduites de tous les paramètres s'obtiennent en divisant leur valeur par la valeur de base correspondante.

Les systèmes d'équations (II. 7) et (II. 8) s'écrivent alors en valeurs réduites sous la forme :

$$\begin{cases}
 u_d = r_a i_d + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_m \phi_q \\
 u_q = r_a i_q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_m \phi_d
 \end{cases} \quad (\text{II. 10})$$

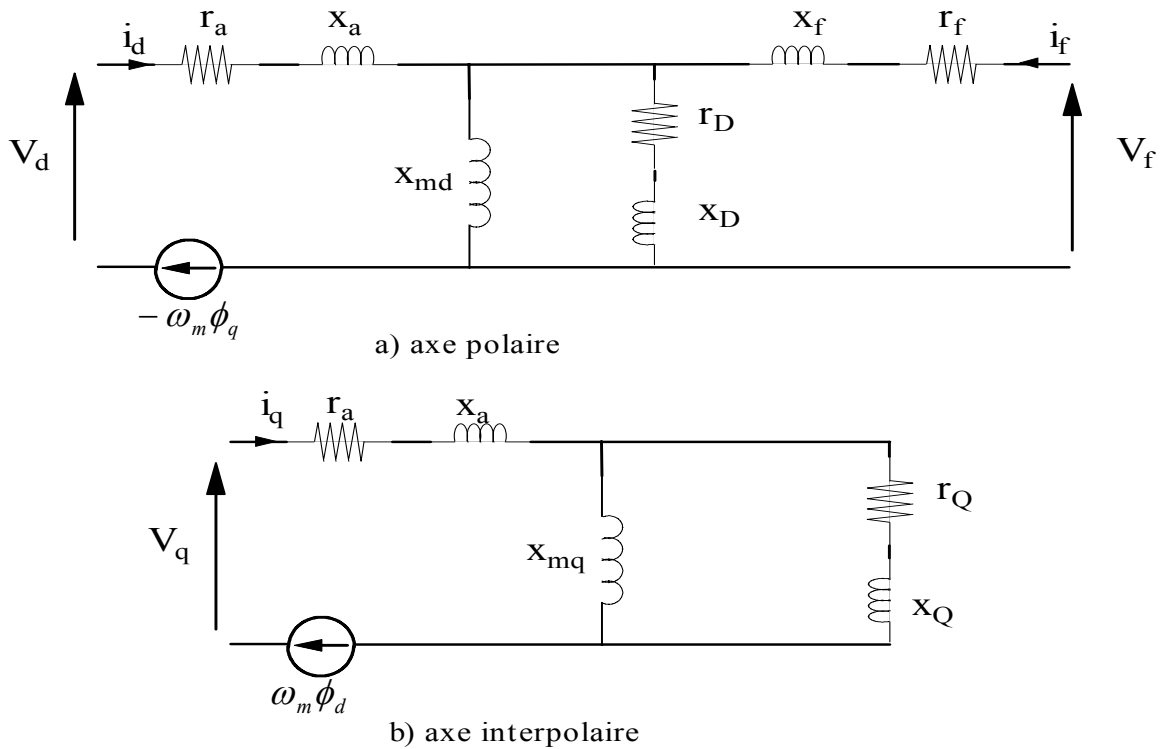
$$\begin{cases}
 u_f = r_f i_f + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\phi_f}{dt} \\
 0 = r_D i_D + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\phi_D}{dt} \\
 0 = r_Q i_Q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\phi_Q}{dt}
 \end{cases} \quad (\text{II. 11})$$

Dans les expressions de  $V_d$  et de  $V_q$  on voit apparaître les f.e.m statiques  $\frac{d\phi_d}{dt}$  et  $\frac{d\phi_q}{dt}$ , dues à la variation des flux, responsable des comportements transitoires électromagnétiques, et les f.e.m dynamiques  $\omega_m \cdot \phi_q$  et  $\omega_m \cdot \phi_d$  dues à la rotation et qui sont responsable du transfert de puissance.

**III.3.3 Schéma équivalent de la machine synchrone**

A cause de l’anisotropie électrique et magnétique que présente la machine synchrone, sa présentation nécessite deux schémas équivalents différents selon les axes d et q. L’anisotropie électrique est due à l’existence de l’enroulement d’excitation sur l’axe direct, cet enroulement ne figure pas sur l’axe quadrature, et l’anisotropie magnétique est due à la différence de perméance du circuit magnétique selon les deux axes précités.[13],[14]

Le schéma équivalent de base de la machine synchrone en tenant compte des amortisseurs est celui représenté sur la figure ci-dessous.



**fig(II.5)** Schéma équivalent de la machine synchrone

### II.3.4 Equations opérationnelles de la machine synchrone

En appliquant la transformation de Laplace aux systèmes d'équations (II.10) et (II.11), en aboutit aux systèmes d'équations suivant :

$P = d / dt$  : opérateur de Laplace.

$$\begin{cases} U_d(p) = r_a i_d(p) + p\phi_d(p) - \omega_m \phi_q(p) \\ U_q(p) = r_a i_q(p) + p\phi_q(p) + \omega_m \phi_d(p) \end{cases} \quad (\text{II. 12})$$

$$\begin{cases} U_f(p) = r_f i_f(p) + p\phi_f(p) \\ 0 = r_D i_D(p) + p\phi_D(p) \\ 0 = r_Q i_Q(p) + p\phi_Q(p) \end{cases} \quad (\text{II. 13})$$

En mettant  $\omega_m = 0$ , ces équations deviennent :

$$\begin{cases} [r_a + pX_d(p)] \cdot i_d = U_d - pG(p) \cdot U_f \\ [r_a + pX_q(p)] \cdot i_q = U_q \\ r_f i_f + p\phi_f = U_f \end{cases} \quad (\text{II. 14})$$

Cette forme d'écriture des équations de la machine a l'avantage d'être indépendante du nombre d'enroulements amortisseurs considérés sur chaque axe.

En réalité, c'est l'ordre des fonctions  $X_d(p)$ ,  $X_q(p)$  et  $G(p)$  qui dépend du nombre d'amortisseurs considérés. Dans le cas où l'on suppose qu'il n'existe qu'un seul amortisseur sur chaque axes, les impédances opérationnelles s'écrivent:

$$\begin{aligned} X_d(p) &= X_d \frac{(1 + pT_d') \cdot (1 + pT_d'')}{(1 + pT_{d0}') \cdot (1 + pT_{d0}'')} \\ X_q(p) &= X_q \frac{(1 + pT_q') \cdot (1 + pT_q'')}{(1 + pT_{q0}') \cdot (1 + pT_{q0}'')} \\ G(p) &= \frac{X_{md}}{\omega r_f} \frac{(1 + pT_{D1})}{(1 + pT_{d0}') \cdot (1 + pT_{d0}'')} \end{aligned} \quad (\text{II. 15})$$

Ces fonctions opérationnelles n'ont pas de signification physique [15], mais elles suffisent pour la description du comportement des machines synchrones [16]. Elles peuvent être mesurées à partir des relations suivantes :



$$X_d(p) = \left. \frac{U_d(p)}{i_d(p)} \right|_{U_f=0}, \quad X_q(p) = \left. \frac{U_q(p)}{i_q(p)} \right|_{U_f=0}, \quad G(p) = \left. \frac{U_d(p)}{p \cdot i_f(p)} \right|_{i_d=0}$$

D'après ce qu'on a vu jusqu'ici, on constate que pour identifier la machine synchrone il faut trouver les valeurs de tous les paramètres intervenant dans chaque équation, i.e  $X_d(p)$  et  $G(p)$  pour l'identification de l'axe direct et  $X_q(p)$  pour identifier l'axe en quadrature.

### II. 4 MODÉLISATION DE LA MS PAR SCHEMA ÉQUIVALENT GÉNÉRALISÉ

Le modèle de la machine synchrone étudié précédemment est un modèle simplifié, les calculs basés sur ce modèle conduisent souvent à un grand écart entre les grandeurs mesurés et les grandeurs prédéterminés [12],[3], ce qui a poussé les chercheurs à réviser la modélisation classique des machines électriques (i.e les machines synchrones) pour mieux rendre compte à leurs comportement dynamique.

En réalité, le rotor d'une machine synchrone comporte plusieurs circuits rotoriques. Figure (II.6). En effet, lorsque le flux varie avec le temps, selon la loi de Faraday, il y aura naissance des courants induits sur les dents et les pièces massives du rotor [18][19][20].

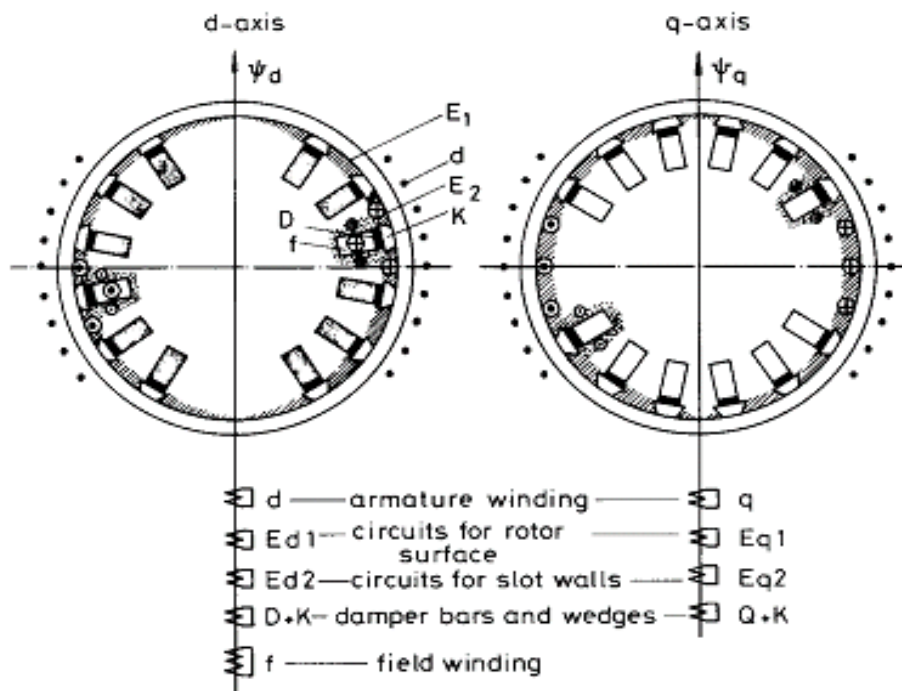
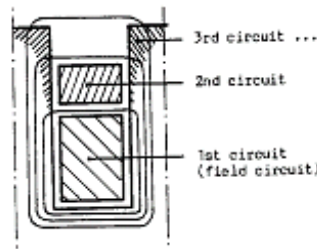


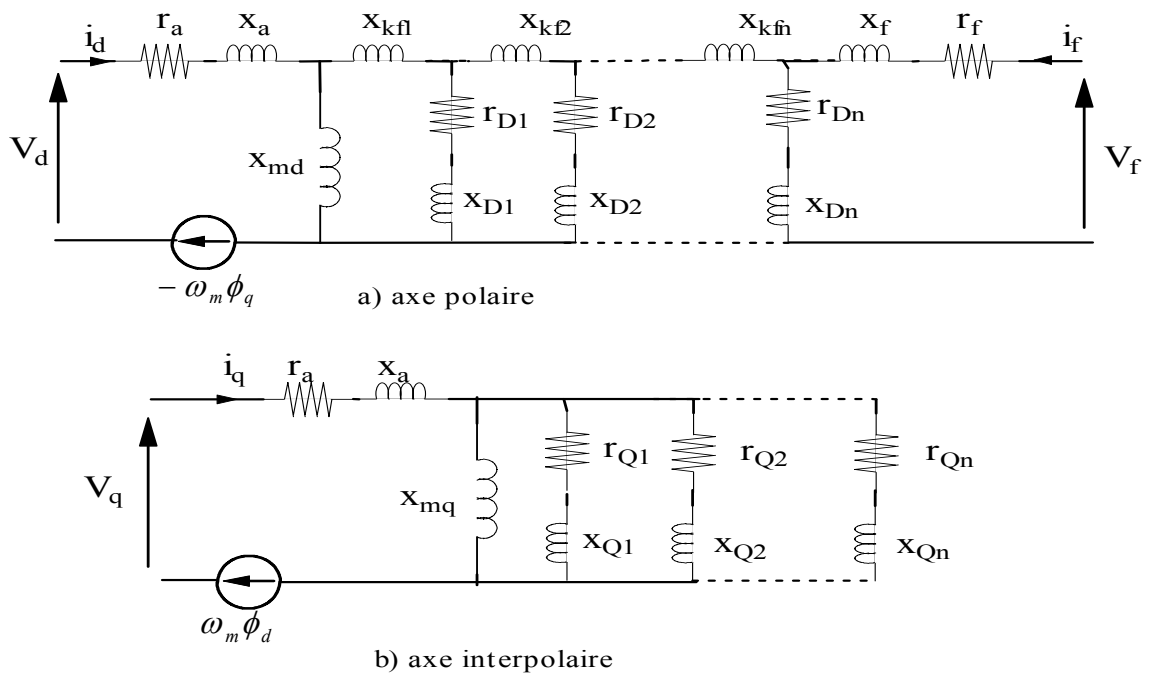
Fig (II. 6) Illustration schématique des enroulements selon l'axe d et q d'un turboalternateur.[18]



Fig(II.7) Structure du couplage magnétique des circuits rotoriques[19]

L'effet de ces courants induits est important dans le cas des turboalternateurs qui n'ont pas d'enroulement amortisseurs, et en particulier pour les machines à pôles saillants qui ont un rotor massif [17],[18]. La modélisation par schéma équivalent généralisé est nécessaire dans le domaine de la simulation des réseaux de transport en vue de l'étude des régimes harmoniques, et dans le domaine des moteurs à commutation électronique en vue de leur conception et de la commande des entraînements où ils sont utilisés [17].

Le schéma équivalent généralisé de la machine synchrone est obtenu en considérant (n) enroulements amortisseurs selon chaque axe (d et q), et une inductance mutuelle supplémentaire suivant l'axe direct entre l'enroulement d'excitation et chaque enroulement amortisseur considéré suivant le même axe, dite inductance de Canay (indice kfi) [18]. Comme montré sur la figure ci-dessous.



Fig(II.8) Schéma équivalent généralisé de la machine synchrone

**II.4.1 Equation de la machine synchrone pour le modèle généralisé**

En considérant le schéma équivalent généralisé à (n) circuits rotoriques de la figure ci-dessus, les équations de la machine auront pour expressions :

**II.4.1.1 Equations des tensions**

$$\left\{ \begin{array}{l} U_d = r_a i_d + \frac{1}{\omega_m} \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_m \phi_q \\ U_q = r_a i_q + \frac{1}{\omega_m} \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_m \phi_d \\ U_f = r_f i_f + \frac{1}{\omega_m} \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_{Di} i_{Di} + \frac{1}{\omega_m} \frac{d\phi_{Di}}{dt} \\ 0 = r_{Qi} i_{Qi} + \frac{1}{\omega_m} \frac{d\phi_{Qi}}{dt} \end{array} \right. \quad \text{(II. 16)}$$

i= 1,2,...,n

**II.4.2.2 Equations des flux**

a) selon l'axe direct

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = X_{dd} i_d + X_{df} i_f + X_{dDn} i_{Dn} + \dots + X_{dDn} i_{Dn} \\ \phi_f = X_{fd} i_d + X_{ff} i_f + X_{fDn} i_{Dn} + \dots + X_{fDn} i_{Dn} \\ \phi_{D1} = X_{D1d} i_d + X_{D1f} i_f + X_{D1D1} i_{D1} + \dots + X_{DnD1} i_{Dn} \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_{Dn} = X_{Dnd} i_d + X_{Dnf} i_f + X_{DnD1} i_{D1} + \dots + X_{DnDn} i_{Dn} \end{array} \right. \quad \text{(II. 17)}$$

## b) selon l'axe en quadrature

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_q = X_{qq}i_q + X_{qQ1}i_{Q1} + X_{qQ2}i_{Q2} + \dots + X_{qQn}i_{Qn} \\ \phi_{Q1} = X_{Q1q}i_q + X_{Q1Q1}i_{Q1} + X_{Q2Q1}i_{Q2} + \dots + X_{QnQ1}i_{Qn} \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_{Qn} = X_{Qnq}i_q + X_{QnQ1}i_{Q1} + X_{QnQ2}i_{Q2} + \dots + X_{QnQn}i_{Qn} \end{array} \right. \quad (\text{II. 18})$$

Les équations de tensions peuvent s'écrire sous la forme:

$$[V] = [R + \omega_n G] \cdot [i] + \frac{1}{\omega_n} \left[ X \frac{di}{dt} \right] \quad (\text{II. 19})$$

Les matrices  $[V]$ ,  $[R]$ ,  $[G]$ ,  $[i]$ ,  $[X]$  sont données dans l'annexe A

Ainsi les fonctions opérationnelles  $X_d(p)$ ,  $X_q(p)$  et  $G(p)$  prennent la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_d(p) = X_d \frac{(1 + pT'_d) \cdot (1 + pT''_d) \dots (1 + pT^n_d)}{(1 + pT'_{d0}) \cdot (1 + pT''_{d0}) \dots (1 + pT^n_{d0})} \\ X_q(p) = X_q \frac{(1 + pT'_q) \cdot (1 + pT''_q) \dots (1 + pT^n_q)}{(1 + pT'_{q0}) \cdot (1 + pT''_{q0}) \dots (1 + pT^n_{q0})} \\ G(p) = \frac{X_{md}}{\omega r_f} \frac{(1 + pT_{D1}) \cdot (1 + pT_{D2}) \dots (1 + pT_{D(n-1)})}{(1 + pT'_{d0}) \cdot (1 + pT''_{d0}) \dots (1 + pT^n_{d0})} \end{array} \right. \quad (\text{II. 20})$$

Il apparaît clairement dans ces fonctions opérationnelles, les régimes transitoire et permanent. Le nombre (n) d'amortisseurs définit le degré des fonctions opérationnelles et subdivise le régime transitoire en (n-1) échelles de temps [15].

Les schémas équivalents généralisés à (n) circuits rotoriques sont des schémas de caractère académique et ne peuvent être appliqués en réalité. En pratique, généralement un modèle d'ordre réduit suffit pour décrire le comportement des machines synchrones (quatre

circuits par axe pour les turboalternateurs et trois pour les machines des centrales hydrauliques) [13].

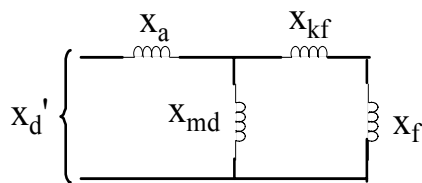
### II.5 DEFINITIONS DES PARAMETRES DE LA MACHINE SYNCHROME

Les paramètres de la machine synchrone sont liés entre eux ce qui facilite leur identification. En effet la détermination de l'un d'entre eux permet la déduction de plusieurs autres paramètres sur le même axe [21].

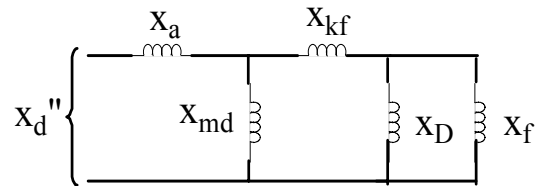
Les réactances en valeurs réduites et les constantes de temps peuvent être défini à partir des éléments des schémas équivalents comme suit [13] :

(On note que le modèle utilisé pour définir ces paramètres est un modèle simplifié afin de faciliter le calcul.)

#### II.5.1 Réactances d'axe direct



Fig(II. 9) Définition de  $X_d'$



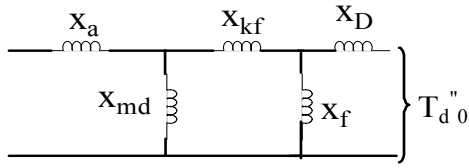
Fig(II. 10) Définition de  $X_d''$

$$X_d = X_a + X_{md} \tag{II. 21}$$

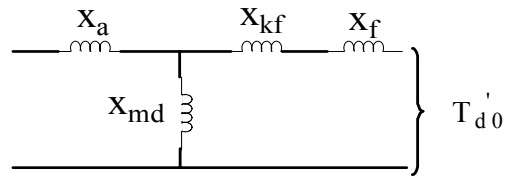
$$X_d' = X_a + \frac{X_{md}(X_f + X_{kf})}{X_{md} + X_f + X_{kf}} \tag{II. 22}$$

$$X_d'' = X_a + \frac{X_D \cdot X_f \cdot X_{md} + X_D \cdot X_{kf} \cdot X_{md} + X_{kf} \cdot X_f \cdot X_{md}}{X_f \cdot X_{md} + X_D \cdot X_{md} + X_D \cdot X_f + X_D \cdot X_{kf} + X_{kf} \cdot X_{md}} \tag{II. 23}$$

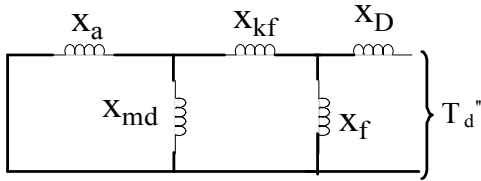
II.5.2 Constantes de temps d'axe direct



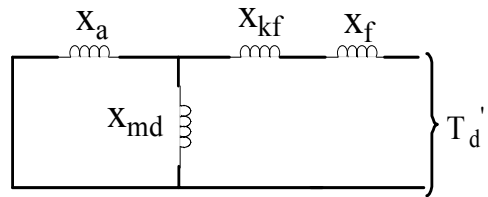
Fig(II. 11) Définition de  $T_{d''}$



Fig(II. 12) Définition de  $T_{d'}$



fig(II. 13) Définition de  $T_{d''}$



Fig(II. 14) Définition de  $T_{d'}$

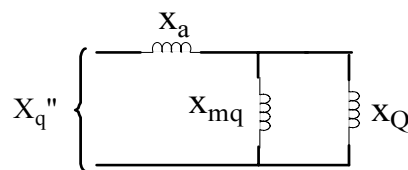
$$T_{d'} = \frac{1}{\omega_m r_f} \left( X_f + X_{kf} + \frac{X_{md} \cdot X_a}{X_{md} + X_a} \right) \tag{II. 24}$$

$$T_{d''} = \frac{1}{\omega_m r_D} \left( X_D + \frac{X_{md} \cdot X_{kf} \cdot X_f + X_{md} \cdot X_f \cdot X_a + X_a \cdot X_{kf} \cdot X_f}{X_{md} \cdot X_f + X_a \cdot X_f + X_{md} \cdot X_{kf} + X_a \cdot X_{kf} + X_{md} \cdot X_a} \right) = T_D \tag{II. 25}$$

$$T_{d0'} = \frac{1}{\omega_m r_f} (X_{md} + X_f + X_{kf}) \tag{II. 26}$$

$$T_{d0''} = \frac{1}{\omega_m r_D} \left( X_D + \frac{X_f (X_{md} + X_{kf})}{X_{md} + X_{kf} + X_f} \right) \tag{II. 27}$$

II.5.3 Réactance d'axe quadrature

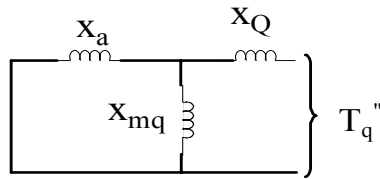


Fig(II. 15) Définition de  $X_{q''}$

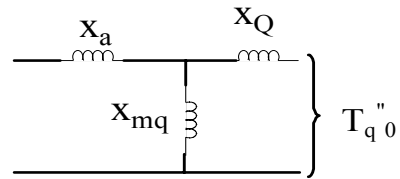
$$X_q = X_{mq} + X_a \tag{II. 28}$$

$$X_q'' = X_a + \frac{X_{mq} \cdot X_Q}{X_{mq} + X_Q} \tag{II. 29}$$

**II.5.4 Constantes de temps d'axe quadrature**



**Fig(II. 16)** Définition de  $T_q''$



**Fig(II. 17)** Définition de  $T_{q0}''$

$$T_q'' = \frac{1}{\omega_m \cdot r_Q} \left( X_Q + \frac{X_{mq} \cdot X_a}{X_{mq} + X_a} \right) = T_Q \tag{II. 30}$$

$$T_{q0}'' = \frac{1}{\omega_m \cdot r_Q} (X_Q + X_{mq}) \tag{II. 31}$$

**- Autres relations**

$$X_d' = X_d \cdot \frac{T_d'}{T_{d0}'} \tag{II. 32}$$

$$X_d'' = X_d \cdot \frac{T_d' \cdot T_d''}{T_{d0}' \cdot T_{d0}''} = X_d' \cdot \frac{T_d''}{T_{d0}''} \tag{II. 33}$$

$$X_q'' = X_q \cdot \frac{T_q''}{T_{q0}''} \tag{II. 34}$$

$$X_d'' + X_q'' = 2 \cdot \omega_m \cdot r_a \cdot T_a \tag{II. 35}$$

## II.6 ÉQUATIONS DE LA MS LORS D'UN COURT-CIRCUIT SYMÉTRIQUE

Le court-circuit symétrique est effectué à partir de la marche à vide en créant le court-circuit triphasé le plus proche possible des bornes de l'induit, les trois phases doivent être mis en court-circuit simultanément [13],[14]. Les conditions initiales sont :

$$i_{d0} = i_{q0} = i_{D0} = i_{Q0} = 0$$

$$U_d = 0, U_q = \sqrt{2}.E = \sqrt{2}U_{s0}, U_f = U_f$$

A l'instant  $t=0$  on applique le court-circuit, et on a :

$$U_d = 0, U_q = -\sqrt{2}.E, U_f = 0$$

Tenant compte des ces conditions, les flux suivant les deux axes d et q seront :

$$\phi_d = \phi_{d0} \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \cos(\omega.t) \quad (\text{II. 36})$$

$$\phi_q = -\phi_{d0} \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \sin(\omega.t) \quad (\text{II. 37})$$

D'où on déduit les courant correspondants :

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U_{s0}}{X_d''} \left[ \cos(\omega.t) \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) - \left(1 - \frac{X_d''}{X_d'}\right) \exp\left(-\frac{t}{T_d''}\right) - \left(\frac{X_d''}{X_d'} - \frac{X_d''}{X_d}\right) \exp\left(-\frac{t}{T_d'}\right) - \frac{X_d''}{X_d} \right] \quad (\text{II. 38})$$

$$i_q = -\frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{X_q''} \sin(\omega.t) \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \quad (\text{II. 39})$$

$$\text{Avec } T_a = \frac{2 \cdot X_d'' \cdot X_q''}{r_s (X_d'' + X_q''). \omega}$$



L'application la transformation de Park inverse donne l'expression du courant de phase :

$$i_a = -\sqrt{2}.U_{s0} \left[ \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d''}\right) + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d'}\right) + \frac{1}{X_d} \right] \cdot \cos(\omega.t + \varphi) + \frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) \cos(\varphi) + \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) \cos(2\omega.t + \varphi) \right] \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \quad (\text{II. 40})$$

Les courants des phases b et c sont obtenus en remplaçant  $\varphi$  par  $\varphi+120^\circ$  et  $\varphi-120^\circ$  respectivement.

L'expression du courant  $i_a$  peut être décomposé en trois parties :

1- La composante alternative fondamentale de pulsation  $\omega$  qui est la somme :

- Du terme permanent d'amplitude  $\frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{X_d}$ .
- Du terme transitoire d'amplitude initiale  $\left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) \sqrt{2}.U_{s0}$  et de constante d'amortissement  $T_d'$ .
- Du terme subtransitoire d'amplitude initiale  $\left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) \sqrt{2}.U_{s0}$  et de constante d'amortissement  $T_d''$ .

2- La composante asymétrique de valeur initiale  $\frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{2} \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) \cos(\varphi)$  amortie avec la constante de temps  $T_a$ .

3- La composante du deuxième harmonique, de pulsation  $2\omega$  et d'amplitude initiale  $\frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{2} \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right)$  amortie avec la constante de temps  $T_a$ .

Le courant d'excitation a pour expression :

$$i_f = i_{f0} \left[ 1 + \frac{X_d - X_d'}{X_d'} \left( \exp\left(-\frac{t}{T_d'}\right) - \left( 1 - \frac{T_f}{T_d''} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d''}\right) - \frac{T_f}{T_d''} \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \cos(\omega.t) \right) \right] \quad (\text{II. 41})$$

On voit que le courant  $i_f$  la somme de quatre termes :

- Le courant d'excitation initiale  $i_{f0}$ .
- Un courant apériodique s'amortissant très rapidement avec la constante  $T_d''$ .
- Un courant apériodique s'amortissant lentement avec la constante  $T_d'$ .
- Un courant de pulsation  $\omega$  s'amortissant rapidement avec la constante  $T_a$ .

## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons traité la modélisation classique et la modélisation par schémas équivalents des machines synchrones, cette dernière a l'avantage de la simplicité de représentation de la machine synchrone, en particulier le rotor; de plus les schémas équivalents sont régis par les lois des réseaux électriques (lois de Kirchhoff) ce qui rend l'analyse plus simple. L'extension de la théorie de Park (modèle de base de la machine synchrone) à  $n$  circuits rotoriques en tenant compte des réactances de fuites et mutuelles permet d'étudier les phénomènes dynamiques et les contraintes s'exerçant sur la machine de façon précise. Ce pendant, la modélisation par schémas équivalents d'ordre élevé pose le problème de la complexité des formules analytiques des différents paramètres ainsi que les expressions des courants de court-circuit. Une solution, de plus en plus utilisée à ce problème, est la décomposition du modèle de la machine synchrone par approche multi-échelle de temps.

La détermination des paramètres figurants dans les équations de fonctionnement consiste à trouver leurs valeurs numériques, c'est ce que nous aborderons dans le chapitre suivant.

# *CHAPITRE III*

Détermination des paramètres par  
les normes de la C.E.I

## INTRODUCTION

Le développement très rapide des techniques de commande des machines électriques a entraîné des exigences de plus en plus importantes quand à la finesse de la détermination des paramètres des machines électriques.

En effet, plus en est exigeant au niveau des performances que l'on désire obtenir pour la commande des machines électriques, plus en est sensible aux erreurs de modélisation [4],[12]. Il existe de nombreuses méthodes pour l'identification des machines électriques; dans le cas des machines synchrones, la méthode de base est celle basé sur les tests confirmés par la Commission Electrotechnique Internationale. Le processus de détermination des paramètres consiste à calculer certains paramètres par des mesures directs (résultats des tests), et d'en déduire les paramètres qui ne sont pas accessibles aux mesures directes, par des relations fonction de la topologie adoptée pour le modèle choisi.[12]

Dans ce chapitre nous décrivons les tests que nous avons réalisés puis nous présentons les résultats obtenus à partir des tests conventionnels confirmés par la C.E.I.

### III.1 TESTS CONFIRMES PAR LA C.E .I

Les tests que nous avons réalisés sont faits sur une machine synchrone, du laboratoire des machines électriques de l'ENP, dont les caractéristiques nominales sont:

- |                        |                                  |
|------------------------|----------------------------------|
| - puissance apparente  | $S_n = 3 \text{ kVA}$            |
| - Facteur de puissance | $\text{Cos}(\varphi) = 0.8$      |
| - Fréquence            | $f = 50 \text{ Hz}$              |
| - Vitesse de rotation  | $\Omega = 1500 \text{ tr / min}$ |
| - Courant d'excitation | $j = 2.8 \text{ A}$              |
| - Tension              | $127 / 220 \text{ V}$            |
| - Courant              | $13.85 / 8 \text{ A}$            |

#### III.1.1 Test de saturation à vide

L'essai de saturation à vide est effectuée en entraînant la machine à essayer au moyen d'un moteur approprié.

Pendant l'essai à vide, le courant d'excitation, la tension aux bornes et la fréquence ( ou la vitesse de rotation) doivent être relevés simultanément, la variation du courant d'excitation doit s'effectuer par échelons progressifs en allant des tension les plus élevées vers les tension les plus basses, les point étant réparties uniformément ; autant que possible, l'essai doit être commencé à la tension qui correspond à l'excitation de pleine charge, et au minimum à 1.3 fois la tension assignée de la machine essayée, et être poursuivi jusqu'à 0.2 fois cette tension assignée, à moins que la tension résiduelle ne soit plus élevée.

Lorsque le courant d'excitation est réduit à zéro, la tension résiduelle est mesurée, si cette tension résiduelle est importante, il est nécessaire d'introduire une correction. A cet effet, la partie rectiligne de la courbe à vide est prolongée jusqu'à son point d'intersection avec l'axe des abscisses. La longueur de l'axe des abscisses, limitée par ce prolongement de la courbe, représente la valeur de la correction qui devra être ajouté à toutes les valeurs mesurées du courant d'excitation. [22]

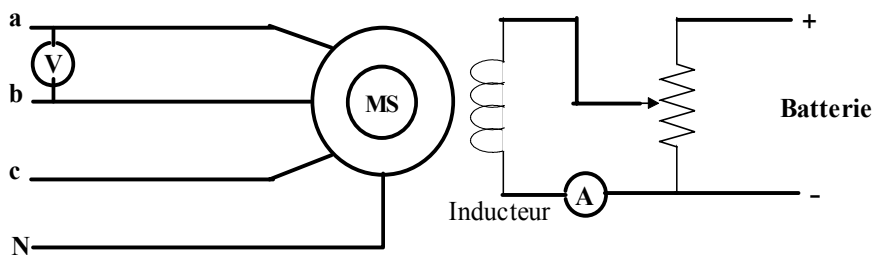


Fig (III. 1) Câblage de la machine pour l'essai à vide

Les résultats (valeurs corrigées) de cette essai sont donnés dans le tableau (III.1), la tension résiduelle est de 10 V.

$I_f(A)$	0	0,15	0,65	0,85	1,15	1,55	1,75	1,95	2,15
$U_o(V)$	0	10	40	60	84	105	125	135	145
$I_f(A)$	2,35	2,65	2,85	3,05	3,25	3,55	3,65	3,85	4,05
$U_o (V)$	155	165	170	175	180	185	190	192	195

Tableau (III.1): Caractéristique de saturation à vide

### III.1.2 Test de court-circuit permanent

L'essai en court-circuit triphasé permanent est effectué en entraînant la machine essayée en génératrice au moyen d'un moteur approprié.

Le court-circuit doit être réalisé aussi près que possible des bornes de la machine, le courant d'excitation étant appliqué après l'établissement du court-circuit.

Pendant l'essai en court-circuit triphasé permanent, le courant d'excitation et le courant en ligne de l'induit doivent être relevés simultanément. Une des lecture est faite à un courant voisin du courant d'induit assigné. La vitesse de rotation (ou la fréquence) peut différer de sa valeur assignée mais ne doit pas inférieure à 0.2 fois la valeur assignée. [22]

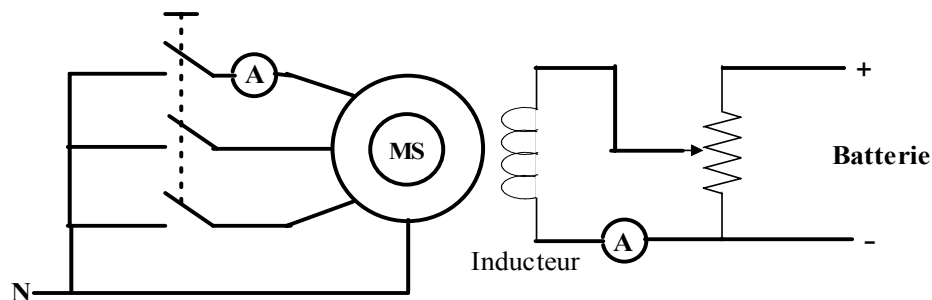


Fig (III. 2) Câblage de la machine pour l'essai en court-circuit permanent

Les résultats de cet essai sont:

$I_f$ (A)	0,05	0,15	0,38	0,68	0,77	0,99	1,2	1,4	1,6
$I_{cc}$ (A)	0,4	1	2	3	4	5	6	7	8

Tableau (III.2) : Caractéristique en court-circuit permanent

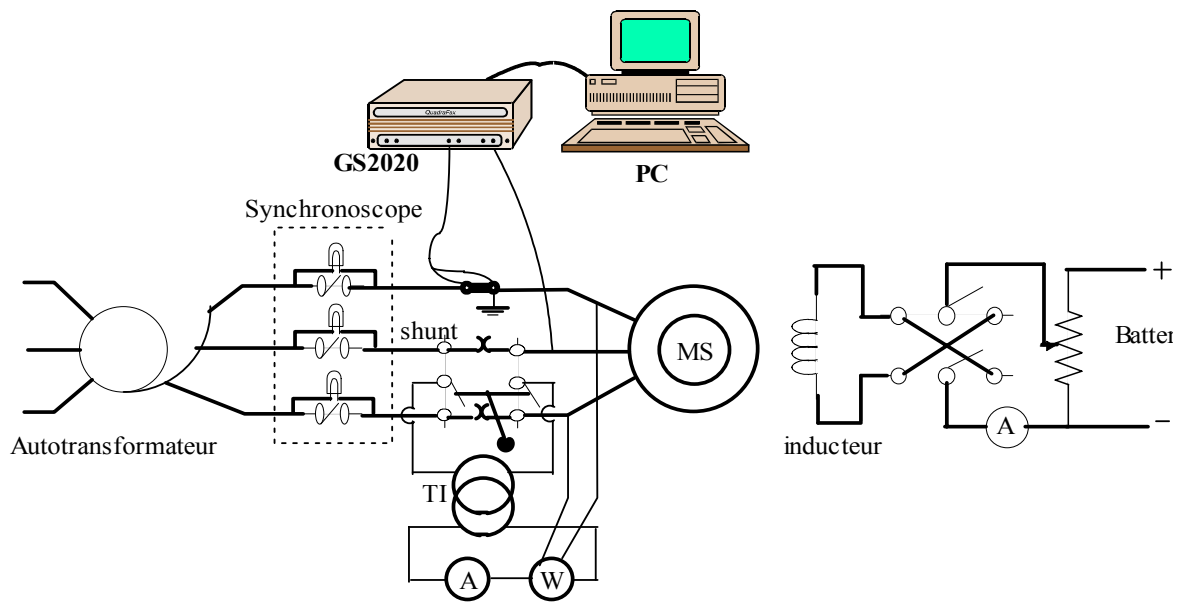
### III.1.3 Test à excitation négative

L'essai est effectué sur la machine fonctionnant à vide en parallèle avec le réseau. Le courant d'excitation est réduit progressivement jusqu'à zéro, sa polarité est inversée, et il est ensuite augmentée dans le sens négatif, il arrive un moment où la machine se trouve à la limite de stabilité, la FMM statorique devenant trop élevée.

Il suffit d'une très légère variation  $dP/d\theta$  pour que la machine glisse d'un pôle. C'est-à-dire pour que l'angle  $\theta$  entre l'axe polaire et l'axe de la FMM du stator, passe de 0 (axe direct du pôle avant décrochage) à  $\pi$  (axe direct du pôle suivant).

En même temps, il est clair que le courant d'induit passera par une valeur maximale correspondant à la réluctance de l'axe transversal.

On mesure durant cet essai la tension entre phase U et le courant d'induit I, ceci au moment où la machine commence à glisser. [13],[22]



**Fig(III. 3)** Câblage de la machine pour l'essai à excitation négative

### III.1.4 Test de court-circuit triphasé brusque

L'essai de court-circuit triphasé brusque pour la détermination des grandeurs caractéristiques des machines synchrones est effectué à la vitesse de rotation assignée. L'essai est effectué en créant le court-circuit triphasé le plus proche possible des bornes de l'enroulement de l'induit lors du fonctionnement à vide de la machine à des niveaux de tensions allant de 0.1 à 0.7 fois la tension nominale [13],[22].

Les courant statorique de court-circuit et d'excitation sont enregistrés au moyen d'un shunt et d'une carte d'acquisition (GS2020).



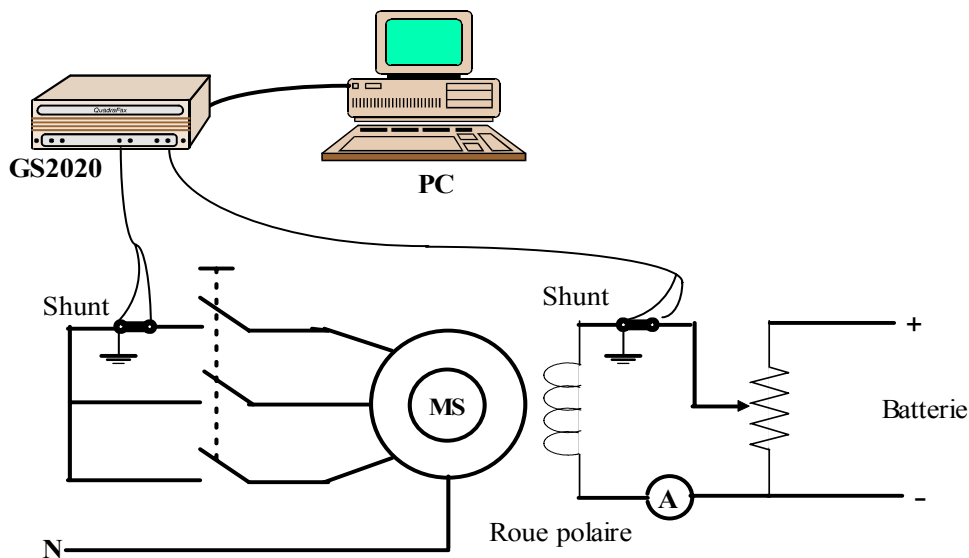


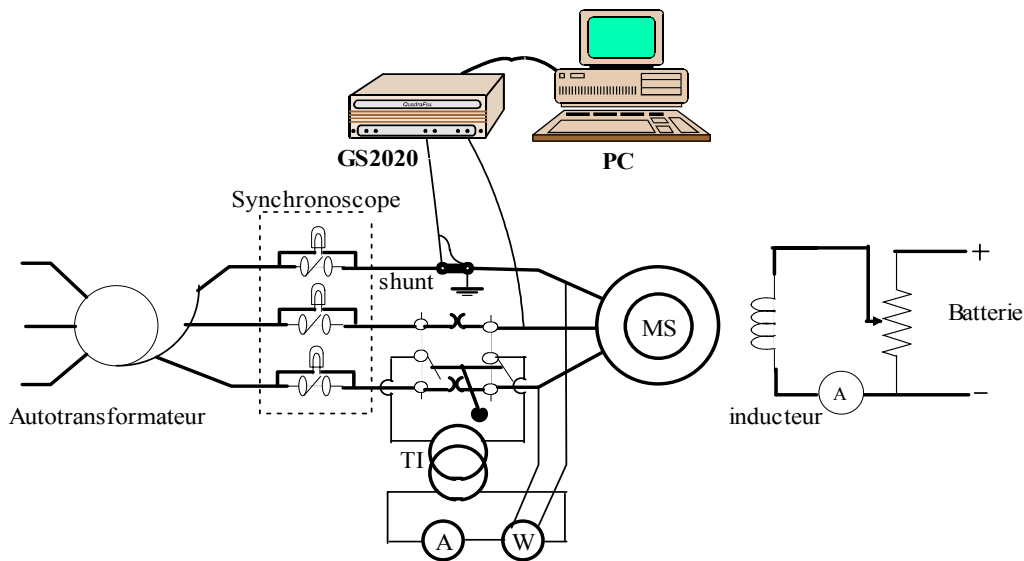
Fig (III. 4) Cablage de la machine pour l'essai en court-circuit brusque

### III.1.5 Test de faible glissement

Pendant l'essai à faible glissement, une tension triphasée symétrique inférieure à la normale ( $0.01U_n$  à  $0.2U_n$ ) est appliquée aux bornes de l'induit de la machine essayée. La tension doit être telle que la machine ne risque pas de s'accrocher. L'enroulement d'excitation doit être mis en circuit ouvert et le rotor est entraîné par un moteur de manière à tourner avec un glissement inférieur à 1%, de telle sorte que les courants induits dans les circuits amortisseurs pendant la marche asynchrone aient une influence négligeable sur les mesures.

L'enroulement d'excitation doit être mis en court-circuit directement ou sur une résistance de décharge pendant la mise en circuit et hors circuit de la source d'alimentation, de manière à éviter qu'il ne soit endommagé.

Du fait de la présence d'un glissement, la tension induite au rotor varie à la fréquence du glissement. De même, la tension et le courant d'induit vont être modulés et présenter des maxima et minima. Lorsque la tension d'induit sera maximale et le courant sera minimal, on se trouve dans l'axe direct. Inversement, lorsque la tension d'induit sera minimale et le courant sera maximal, on se trouve dans l'axe transverse. [13],[22].



Fig(III. 5) Câblage de la machine pour l'essai à faible glissement

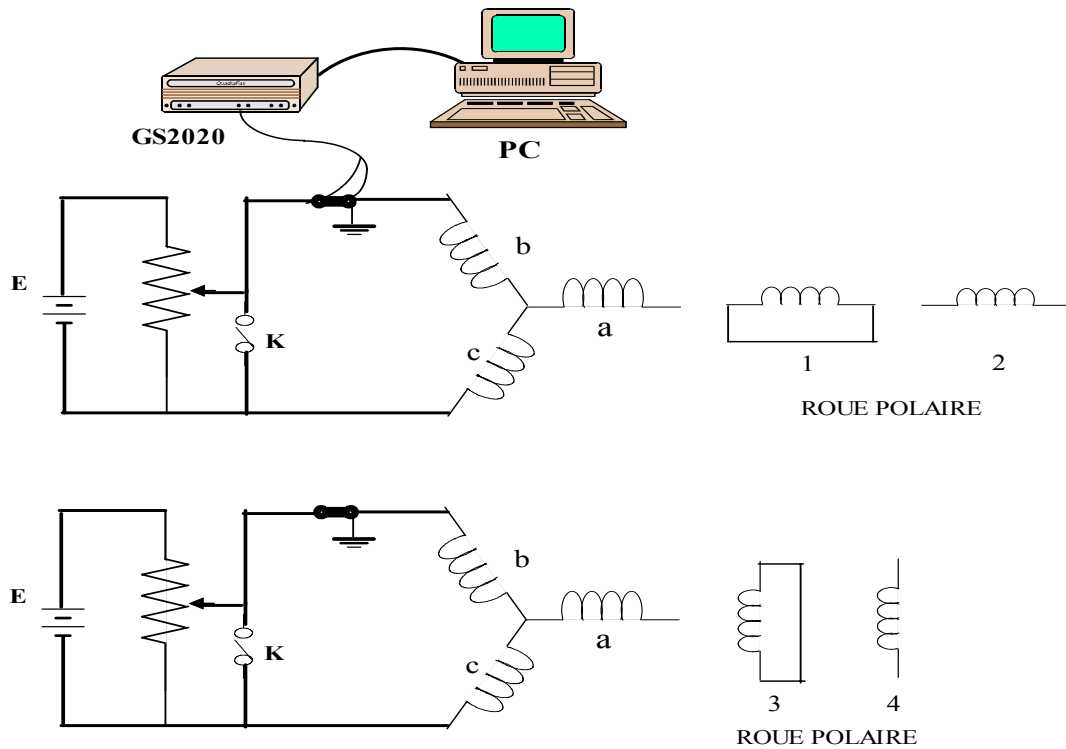
### III.1.6 Test de décroissance de courant continu dans l'induit

Nous étudions dans ce qui suit une méthode de détermination des paramètres du régime transitoire d'une machine synchrone au moyen de mesures effectués à l'arrêt. Du fait de son caractère statique, cette méthode présente par rapport aux méthodes dynamique habituelles des avantages certains : hormis la détermination des paramètres caractéristiques de la machine cette méthode permet la mesure des constantes de temps du composantes apériodiques transitoires et subtransitoire selon les deux axes.

La méthode proposée consiste à provoquer des variations d'un courant continu parcourant les enroulement de la machine à l'arrêt. Ces fonction sont misent en évidence à l'aide d'un oscillographe. L'analyse des courbes obtenues mène à la détermination de tous les paramètres, qui apparaissent dans les équations de Park.

Cette méthode est la synthèse de la méthode classique de mesures de paramètres, qui s'appuie sur l'analyse des courant de court-circuit brusque, et de la méthode statique de mesure de la réactance subtransitoire.

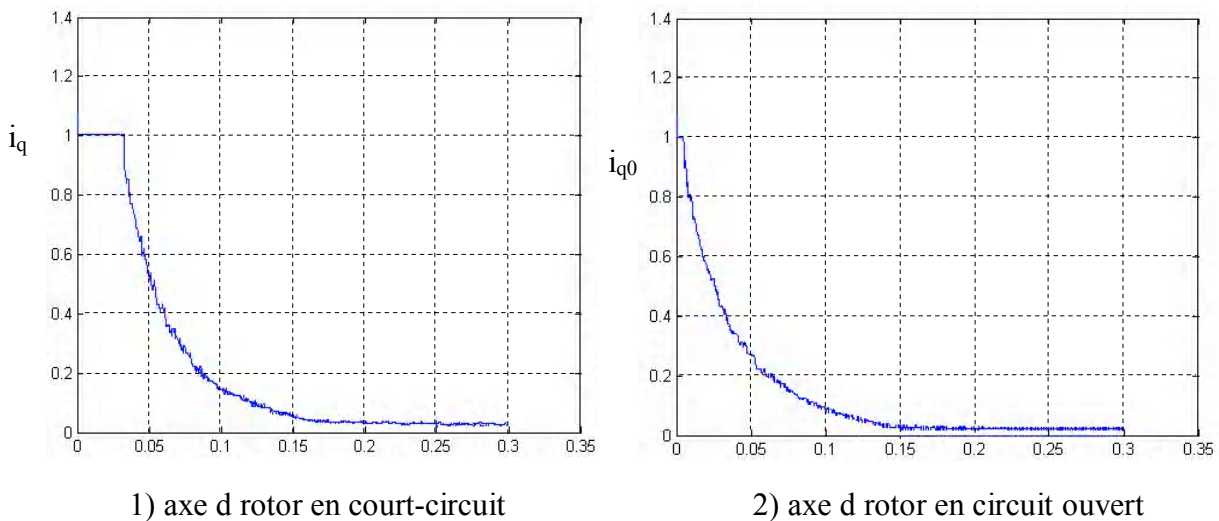
La variation du courant constituant la fonction de mesure résulte de la fermeture brusque de deux bornes du stator ou des bagues du rotor. Avant la fermeture de l'interrupteur, l'enroulement qui sera fermé, est parcouru par un courant continu de valeur déterminée.[12],[22]



**Fig (III.6)** Essai de décroissance du courant continu dans l'induit

- 1) axe d rotor en court-circuit
- 2) axe d rotor en circuit ouvert
- 3) axe q rotor en court-circuit
- 4) axe q rotor en circuit ouvert

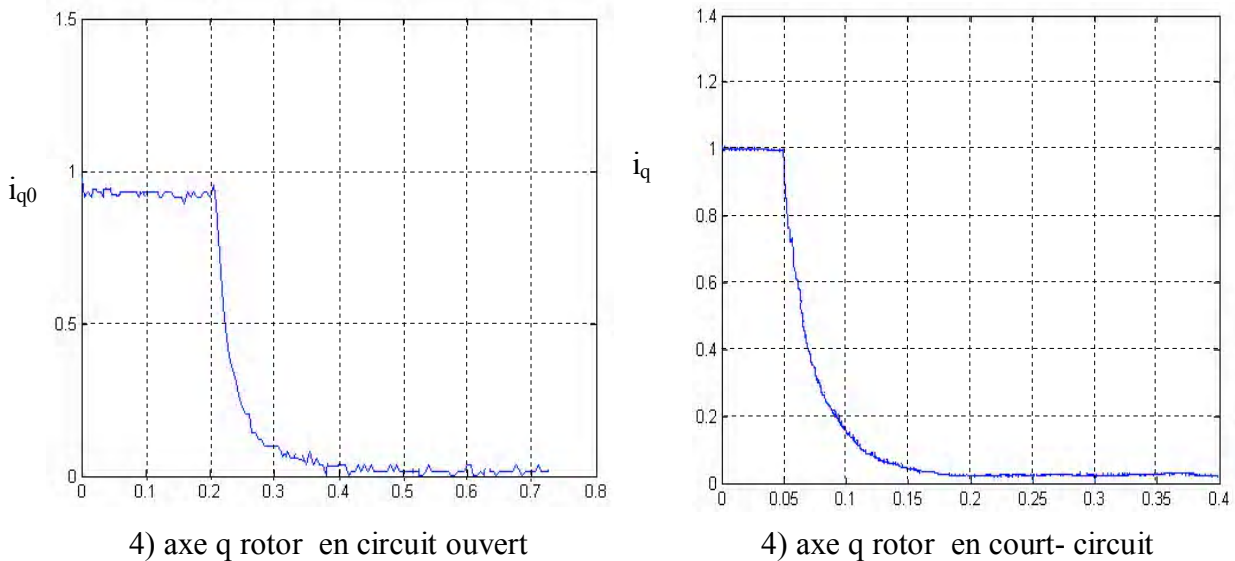
Les résultats de cet essai sont représentés sur les figures suivantes:



1) axe d rotor en court-circuit

2) axe d rotor en circuit ouvert

**Fig(III.7)** Décroissance d'un courant continu dans l'induit suivant axe d



**Fig(III.7)** Décroissance d'un courant continu dans l'induit suivant axe q

## III.2 DÉTERMINATION DES PARAMETRES DE LA MACHINE SYNCHRONE

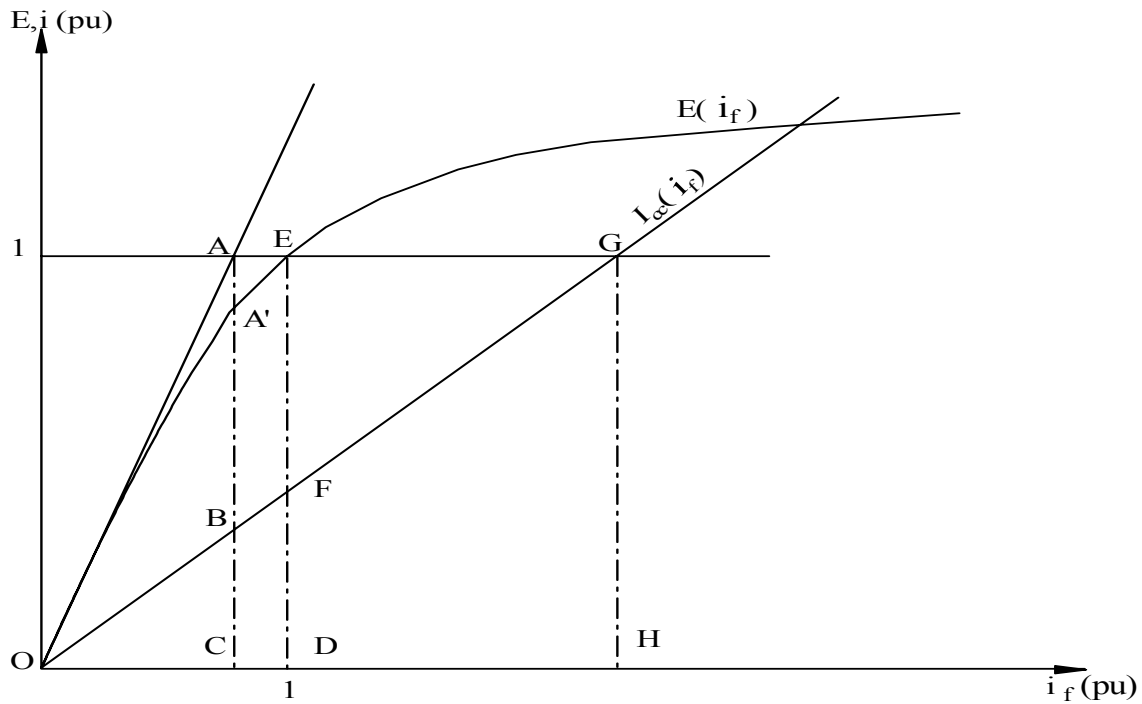
### III.2.1 Détermination de la réactance synchrone longitudinale $X_d$

#### - Définition [22]

Selon les normes de la CEI, la réactance synchrone longitudinale  $X_d$  est définie comme suit: " *Quotient de la valeur en régime établi du terme fondamental de la composante de la tension d'induit produite par le flux longitudinal total dû au courant d'induit longitudinal, par la valeur du terme fondamental de ce courant*".

#### - A partir de l'essai à vide et en court-circuit permanent

La réactance synchrone longitudinale correspond à l'état non saturé de la machine, et déterminé de la caractéristique de saturation à vide et de la caractéristique en court-circuit triphasé permanent en faisant le rapport de la tension qui correspond sur la partie linéaire de la caractéristique à vide pour un courant d'excitation déterminé, et du courant de court-circuit qui correspond à ce même courant d'excitation sur la caractéristique en court-circuit.[23]



**Fig(III. 7)** Courbe de saturation à vide  $E=f(i_f)$ , et du court-circuit triphasé permanent  $I_{cc}=f(i_f)$

A partir de caractéristique de saturation à vide  $E= f(i_f)$  et de court-circuit triphasé permanent  $I_{cc}= f(i_f)$  on détermine les paramètres suivants:

$$X_d = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_{BC}} = 14.61 \ \Omega \qquad x_d = \frac{AC}{BC} = \frac{OH}{OC} = 0.53 \ \text{pu}$$

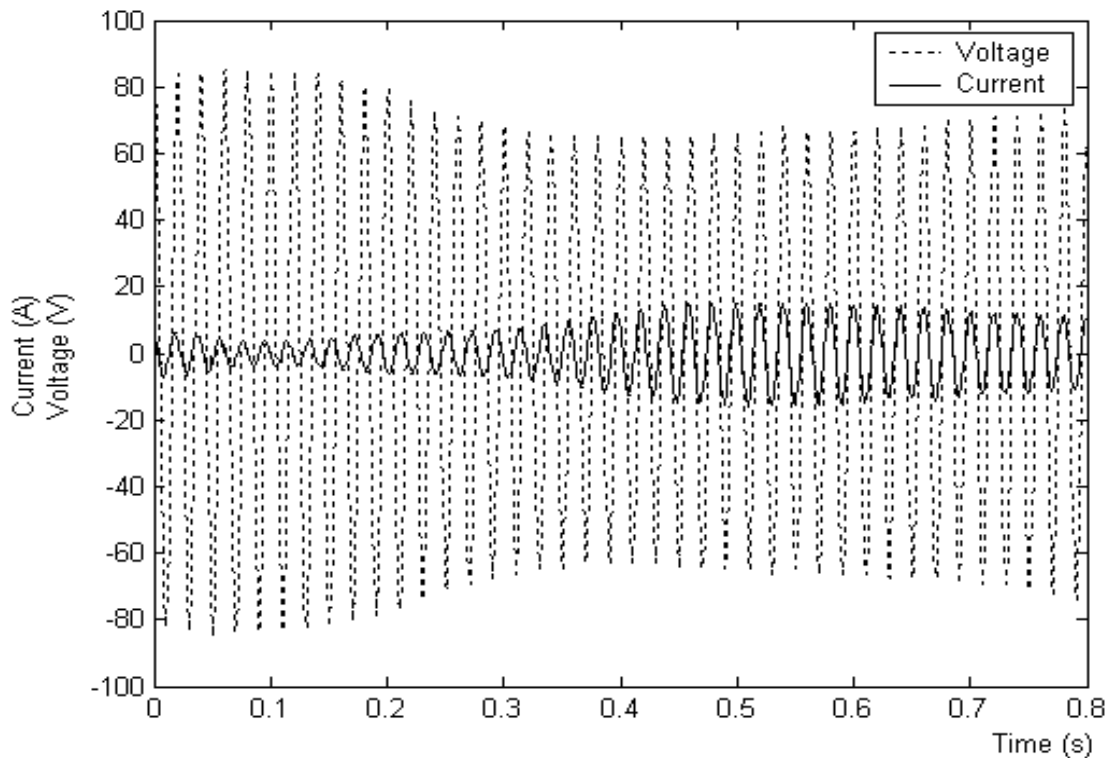
$$x_{md} = \frac{A'C}{BD} = 0.51 \ \text{pu}$$

$$x_a = x_d - x_{md} = 0.02 \ \text{pu}$$

Le rapport de court-circuit  $K_{cc} = \frac{OD}{OH} = 0.86$

**- A partir de l'essai à faible glissement**

La réactance synchrone longitudinale peut être déterminée, à partir de cet essai, en mesurant la tension et le courant au moment où la tension aux bornes de l'enroulement d'excitation à circuit ouvert est nulle.



Fig(III.8) Oscillographe de faible glissement

$$X_d = \frac{U_{\max}}{\sqrt{3} \cdot I_{\min}} = 13.08 \ \Omega \qquad x_d = \frac{u_{\max}}{i_{\min}} = 0.47 \ \text{pu}$$

### III.2.2 Détermination de la réactance synchrone transversale $X_q$

#### - Définition [22]

La réactance synchrone transversale est le " *Quotient de la valeur en régime établi du terme fondamental de la composante de la tension d'induit produite par le flux transversal total dû au courant d'induit transversal, par la valeur du terme fondamental de ce courant*".

Elle est déterminée au moyen des essais suivants:

#### - A partir de l'essai d'excitation négative

La réactance synchrone transversale  $X_q$  est déterminée au moyen de l'essai d'excitation négatif en utilisant la formule:

$$x_q = (x_d) \cdot \frac{u_r}{u_r + (e)} = 0.32 \ \text{pu}$$

Si le courant d'induit ( $i_r$ ) au moment où la machine glisse d'un pôle est mesuré au cours de cette essai,  $X_q$  est déterminé au moyen de la formule:

$$X_q = \frac{U_r}{\sqrt{3} \cdot I_r} = 9.05 \quad \Omega \qquad x_q = \frac{u_r}{i_r} = 0.33 \quad \text{pu}$$

- **A partir de l'essai à faible glissement**

Pour déterminer  $X_q$  au moyen de l'essai à faible glissement on mesure la tension et le courant d'induit au moment où la tension aux bornes de l'enroulement d'excitation est maximale.

$$X_q = \frac{U_{\min}}{\sqrt{3} \cdot I_{\max}} = 7.97 \quad \Omega \qquad x_q = \frac{u_{\min}}{i_{\max}} = 0.26 \quad \text{pu}$$

### III.2.3 Détermination des réactances transitoires et subtransitoires longitudinales $X''_d$ $X'_d$

- **Définitions** [22]

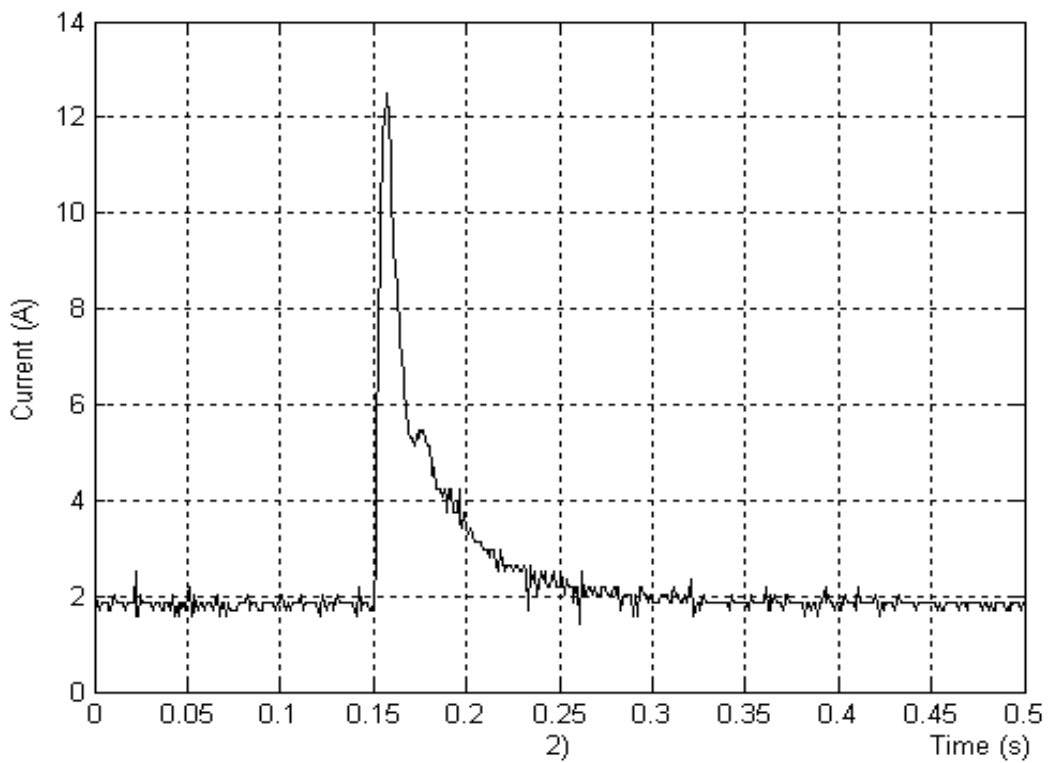
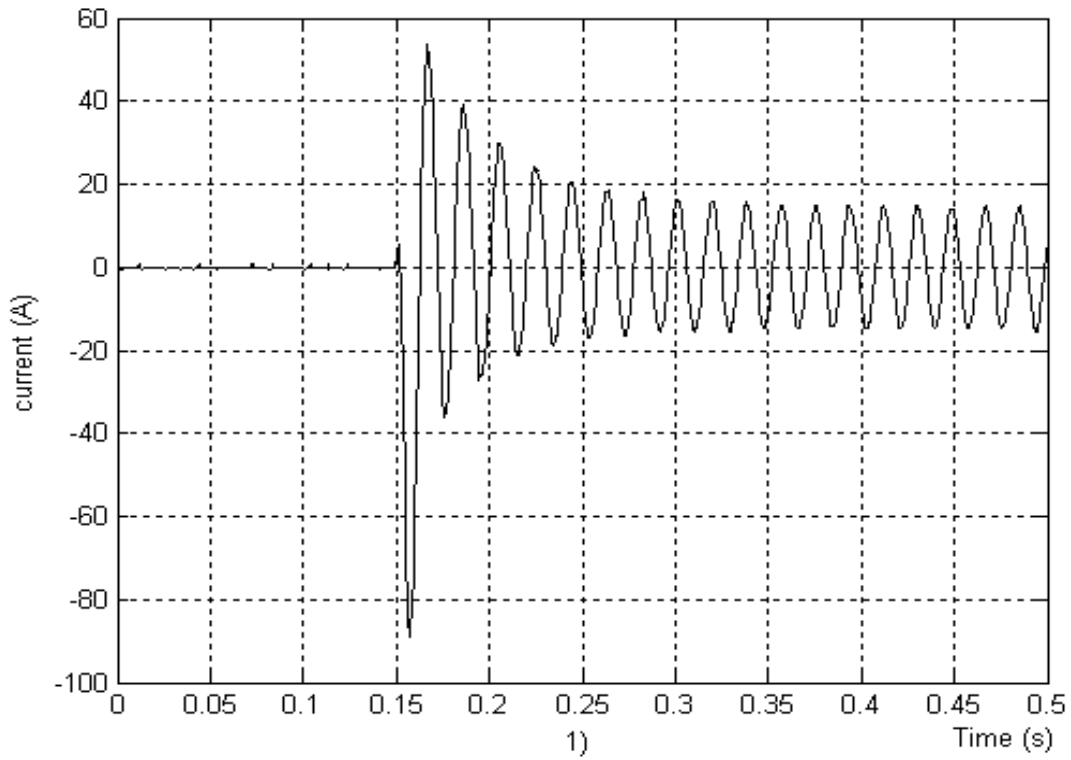
La réactance transitoire longitudinale est : " le quotient de la valeur initiale d'une variation brusque du terme fondamental de la composante de la tension d'induit produite par le flux longitudinal d'induit total, par la valeur de la variation simultanée du terme fondamental de la composante longitudinale du courant d'induit, la machine tournant à sa vitesse assignée et les composantes à décroissance rapide pendant les premières périodes étant enlevées".

La réactance subtransitoire longitudinale est: " le quotient de la valeur initiale d'une variation brusque du terme fondamental de la composante de la tension d'induit produite par le flux longitudinal d'induit total, par la valeur de variation simultanée du terme fondamental de la composant longitudinale du courant d'induit, la machine tournant à sa vitesse nominale".

Les réactances  $X''_d$  et  $X'_d$  sont déterminées à partir de l'essai en court-circuit triphasé brusque.

- **Réactance subtransitoire longitudinale**

Le courant mesuré juste à près le court-circuit triphasé brusque ( $t=0$ ) est :  $I''_{cc}(0) = 62.423 \text{ A}$



**Fig(III.9)** Oscillographes des courant de court-circuit  
1) Courant d'induit  
2) courant d'excitation



$$x_d'' = \frac{v_{a0} \cdot I_n}{I_{cc}'' \cdot V_n} = 0.07 \text{ pu}$$

#### - Réactance transitoire longitudinale

La valeur initiale du courant de court-circuit correspondant au régime transitoire est de :  $I_{cc}(0) = 38.671 \text{ A}$

$$x_d' = \frac{v_{a0} \cdot I_n}{I_{cc}' \cdot V_n} = 0.12 \text{ pu}$$

### III.2.4 Détermination des constantes de temps de l'axe longitudinal

#### - Définitions [22].

La constante de temps subtransitoire longitudinale en court-circuit est définie comme étant: *"le temps nécessaire pour que la composante rapidement amortie du courant longitudinal dans l'induit en court-circuit, présente dans les toute première périodes qui suivent une variation brusque des conditions de fonctionnement, décroisse jusqu'à (1/e) fois de sa valeur initiale"*.

La constante de temps transitoire longitudinale en court-circuit est définie comme étant: *"le temps nécessaire pour que la composante variant lentement du courant longitudinal dans l'induit en court-circuit décroisse jusqu'à (1/e) fois sa valeur initiale à la suite d'une variation brusque des conditions de fonctionnement"*.

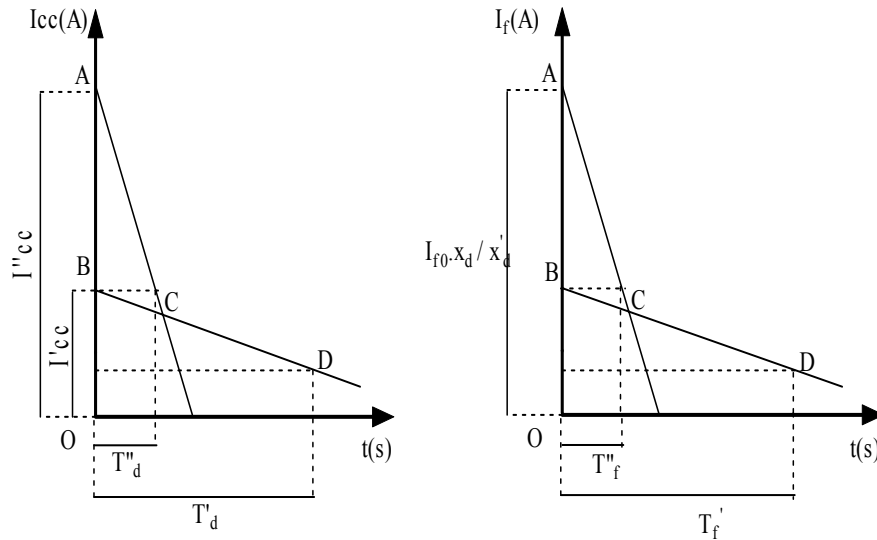
La constante de temps subtransitoire longitudinale est: *"le temps nécessaire pour que la composante à amortissement rapide de la tension de l'induit à circuit ouvert due au flux longitudinal, présente dans les toutes première périodes qui suivent une variation brusque des conditions de fonctionnement, décroisse jusqu'à (1/e) fois sa valeur initiale"*.

La constante de temps transitoire longitudinale à circuit ouvert est: *"le temps nécessaire pour que la composante lentement amortie de la de la tension à circuit ouvert due aux flux longitudinal, décroisse jusqu'à (1/e) fois sa valeur initiale à la suite d'une variation brusque des conditions de fonctionnement "*.

A partir de ces définitions, les constantes de temps d'axe direct peuvent déterminés comme suit:

- A partir de l'essai de court-circuit brusque

A partir du tracé des tangentes aux enveloppes des courants de court-circuit brusque Fig(III.10), on trouve:



Fig(III.10) Tracé des tangentes aux enveloppes des courants de court-circuit brusque

$$T''_d = 0.026 \text{ s}$$

$$T''_f = 0.022 \text{ s}$$

$$T'_d = 0.050 \text{ s}$$

$$T'_f = 0.075 \text{ s}$$

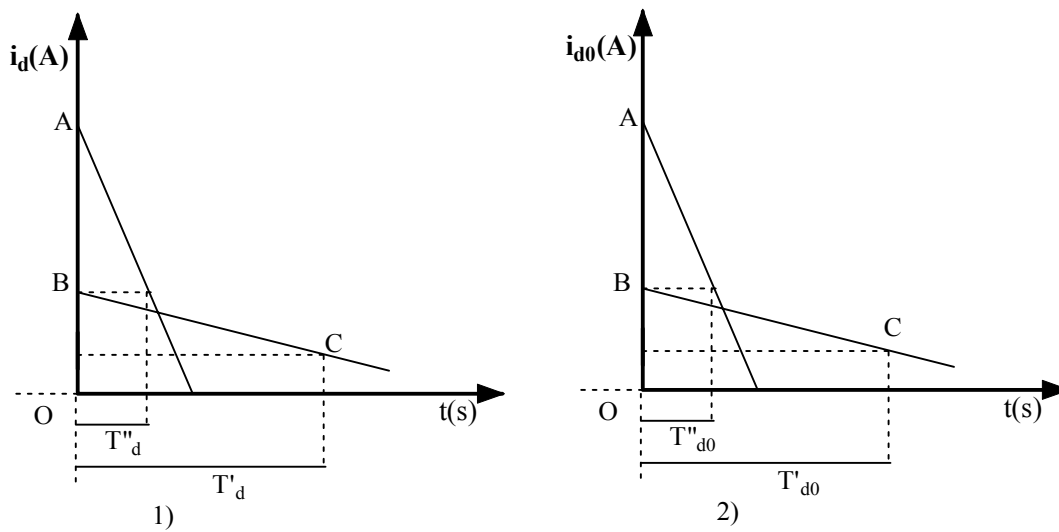
Ainsi on peut déduire les constantes de temps d'axe direct à circuit ouvert à partir des expressions suivantes:

$$T'_{d0} = T'_d \frac{X'_d}{X_d} = 0.090 \text{ s}$$

$$T''_{d0} = T''_d \frac{X'_d}{X''_d} = 0.047 \text{ s}$$

- A partir de l'essai de décroissance d'un courant continu dans l'induit

Le tracé des tangentes aux courbes de décroissance du courant dans l'induit Fig(III.7), le rotor est positionné selon l'axe direct, permet de déterminer toutes les constantes de temps de l'axe direct, ainsi :



**Fig(III.10)** Tracé des tangentes aux courbes de décroissance de courant suivant l'axe d  
 1) rotor en court-circuit.  
 2) rotor en circuit ouvert.

$$T'_{d0} = 0.10 \text{ s}$$

$$T'_d = 0.08 \text{ s}$$

$$T''_{d0} = 0.050 \text{ s}$$

$$T''_d = 0.035 \text{ s}$$

### III.2.5 Détermination des constantes de temps de l'axe transversal

#### - Définitions [22]

La constante de temps transitoire transversale à circuit ouvert  $T'_{q0}$  est définie comme étant " le temps nécessaire pour que la composante à amortissement lent de la tension d'induit à circuit ouvert, due au flux transversal, décroisse jusqu'à  $(1/e)$  fois sa valeur initiale à la suite d'une variation brusque des conditions de fonctionnement".

La constante de temps transitoire transversale en court-circuit  $T'_q$  est: " le temps nécessaire pour que la composante à amortissement lent du courant transversal dans l'induit en court-circuit décroisse jusqu'à  $(1/e)$  fois sa valeur initiale, à la suite d'une variation brusque des conditions de fonctionnement".

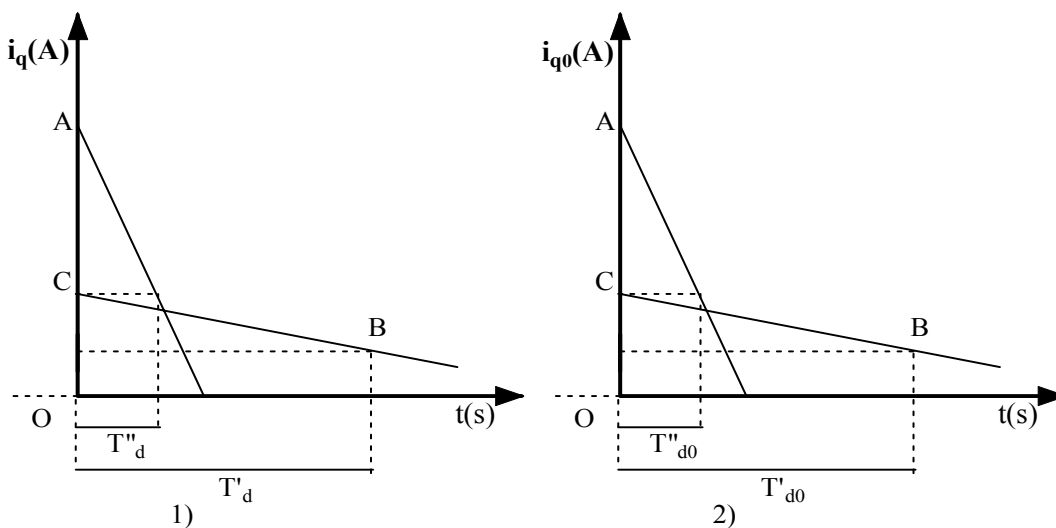
La constante de temps subtransitoire longitudinale à circuit ouvert  $T''_{q0}$  est : " le temps nécessaire pour que la composante à amortissement rapide de la tension de l'induit à circuit ouvert due au flux longitudinal, présente dans les toutes première périodes qui suivent une

variation brusque des conditions de fonctionnement, décroisse jusqu'à (1/e) sa valeur initiale".

La constante de temps subtransitoire longitudinale en court-circuit  $T''_q$  est définie comme étant " le temps nécessaire pour que la composante à amortissement rapide de la tension de l'induit à circuit ouvert due au flux transversal, présente dans les toutes première périodes qui suivent une variation brusque des conditions de fonctionnement, décroisse jusqu'à (1/e) fois sa valeur initiale".

Toutes les constantes de temps de l'axe transversal peuvent être déterminées à partir de l'essai de décroissance d'un courant continu dans l'induit, le rotor étant positionné selon l'axe transverse.

En traçant les tangentes aux courbes **Fig(III.8)**, on trouve:



**Fig(III.10)** Tracé des tangentes aux courbes de décroissance de courant suivant l'axe q

- 1) rotor en court-circuit.
- 2) rotor en circuit ouvert.

$$T'_{q0} = 0.11 \text{ s}$$

$$T'_q = 0.09 \text{ s}$$

$$T''_{q0} = 0.07 \text{ s}$$

$$T''_q = 0.065 \text{ s}$$

La réactance subtransitoire d'axe transversal peut être calculée en utilisant la formule **(II.33)** du chapitre précédent.

$$x''_q = x_q \cdot \frac{T''_q}{T''_{q0}} = 0.24 \text{ pu}$$

## III.3 DÉTERMINATION DES PARAMETRES D'ENROULEMENTS ROTORIQUES

Les paramètres des enroulements rotoriques sont au moyen des relations liants les différents paramètres de la machine décrites au paragraphe (II.5) du chapitre précédent.

$$x_a = x_d - x_{m d} = 0.02 \text{ pu}$$

$$x_f = x_{m d} \cdot \frac{x_d' - x_a}{x_d - x_d'} = 0.12 \text{ pu}$$

$$x_d' = x_a + \frac{x_{m d} \cdot (x_{kf} + x_f)}{x_{m d} + x_{kf} + x_f} \Rightarrow x_{kf} = 0.0044 \text{ pu}$$

$$r_f = \frac{1}{\omega T_{d0}'} (x_{m d} + x_{kf} + x_f) = 0.005 \text{ pu}$$

$$T_d' = \frac{1}{\omega \cdot r_D} \cdot \frac{x_d'' (x_d' - x_a)}{x_d' (x_d' - x_d'')} \Rightarrow r_D = 0.0048 \text{ pu}$$

$$x_{mq} = x_q - x_a = 0.31 \text{ pu}$$

$$x_q'' = X_a + \frac{x_{mq} \cdot x_Q}{x_{mq} + x_Q} \Rightarrow x_Q = 0.15 \text{ pu}$$

$$T_{d0}'' = \frac{1}{\omega \cdot r_D} \left( x_D + \frac{x_f (x_{m d} + x_{kf})}{x_{m d} + x_{kf} + x_f} \right) \Rightarrow x_D = 0.135 \text{ pu}$$

$$T_D = \frac{x_D}{\omega \cdot r_D} = 0.0895 \text{ s}$$

$$T_{q0}' = \frac{1}{\omega \cdot r_Q} \cdot (X_Q + X_{mq}) \Rightarrow r_Q = 0.0074 \text{ pu}$$

## III.4 LES PARAMETRES OBTENUS PAR LES DIFFÉRENTS TESTS

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
$X_d$ [pu]	0.500	$X_Q$ [pu]	0.150
$X_{md}$ [pu]	0.510	$R_Q$ [pu]	0.007
$X_a$ [pu]	0.020	$T_d'$	0.065
$X_d'$ [pu]	0.120	$T_d''$	0.030
$X_d''$ [pu]	0.070	$T_{d0}'$	0.095
$X_q$ [pu]	0.300	$T_{d0}''$	0.048
$X_q''$ [pu]	0.240	$T_q'$	0.090
$X_{mq}$ [pu]	0.310	$T_q''$	0.070
$X_f$ [pu]	0.120	$T_{q0}'$	0.110
$X_{kf}$ [pu]	0.004	$T_{d0}''$	0.065
$R_f$ [pu]	0.005	$T_D$	0.089
$X_D$ [pu]	0.135	$T_f''$	0.022
$R_D$ [pu]	0.004	$T_f'$	0.075

## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons déterminé tous les paramètres de la machine synchrone soit par mesure directe à partir des tests confirmés par la Commission Electrotechnique Internationale, soit par des relations analytiques liants les paramètres mesurés à ceux inaccessibles à la mesure.

La méthode des tests de court-circuit et de saturation à vide ont permis de déterminer directement à partir des constructions géométriques (tangentes aux courbes et aux oscillographes), les valeurs des réactances et constantes de temps transitoires et subtransitoires d'axe longitudinal. Cependant, cette méthode n'est pas suffisante pour une identification complète de la machine synchrone car elle ne permet pas de déterminer les paramètres suivant l'axe transversal; ces derniers sont calculés à partir de l'essai à faible glissement et à excitation négative.

L'essai statique de décroissance d'un courant continu dans l'induit s'est révélé être un essai complet, permet de déterminer les paramètres suivant les deux axes. Cet essai a l'avantage de la simplicité d'exécution et de l'absence des risques sur la machine, mais elle est peu utilisée pour les machines de faible puissance.

En fin nous signalons que ces méthodes sont basées sur les constructions géométriques et ne donnent pas des résultats précis. Souvent les résultats de ces méthodes sont utilisés comme le point de départ des méthodes itératives qui donnent des résultats bien précis.

# *CHAPITRE IV*

Estimation des paramètres par la  
méthode des moindres carrés



## INTRODUCTION

La modélisation de la machine synchrone (chapitre II), effectuée à partir des lois de la physique, a permis l'obtention d'un modèle de connaissance (modèle simplifiés de type 2x1). Ces modèles sont, dans la grande majorité des cas, des modèles non linéaires, ils sont valables dans une large plage autour d'un point de fonctionnement. Les hypothèses simplificatrices émises lors de la construction du modèle permettent d'obtenir un modèle qui reste utilisable, d'un point de vue mathématique, pour effectuer la synthèse de lois de commandes, qui est leur principale utilisation.

L'adaptation de ce modèle pour qu'il représente bien la machine étudiée nécessite l'utilisation des méthodes numérique. La méthode des moindres carrés est l'une des méthodes les plus connues et qui présente une robustesse intéressante en pratique, c'est la raison qui justifie notre choix de cette méthode.

Dans ce chapitre nous reformulant d'abord l'algorithme en utilisant les équations de la machine et nous donnons l'organigramme du programme utilisé, et en fin nous présentons les résultats du programme et nous validons notre modèles en comparant les résultats de simulation avec les résultats des tests pratiques.

### IV. 1 CHOIX DE LA MÉTHODE

Après analyse de différentes méthodes d'identification (chapitre I), le choix c'est porté sur la méthode du modèle, avec critère quadratique (méthode des moindres carrés) et algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt. La méthode du modèle a été choisie car le modèle de la machine synchrone est non linéaire par rapport aux paramètres, et parce qu'il est nécessaire d'utiliser une technique applicable aux systèmes non linéaires. Le critère quadratique a été choisi car c'est un critère différentiable qui autorise ainsi la mise en œuvre d'algorithmes d'optimisation reposant sur un développement limité du critère, qui sont les algorithmes les plus performants.

L'algorithme d'optimisation choisi est un algorithme de type Newton. Ces algorithmes, bien que plus difficiles à mettre en œuvre que les algorithmes de type gradient, sont préférables car bien plus performants.

## IV. 2 FORMULATION DU PROBLÈME

L'estimation que nous allons faire est basée sur le test de court-circuit triphasé brusque, décrit au paragraphe (III. 1. 4) du chapitre précédent, par la méthode des moindres carrés en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cet algorithme est d'ordre deux et nécessite l'évaluation du gradient du critère à chaque itération.

Rappelons les équations de la machine synchrone lors d'un court-circuit triphasé brusque à partir du fonctionnement à vide qui sont données au paragraphe (II. 6) du chapitre deux.

L'équation du courant d'induit est donnée par:

$$i_a = -\sqrt{2}.U_{s0} \left[ \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d''}\right) + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d'}\right) + \frac{1}{X_d} \right] \cdot \cos(\omega.t + \varphi) \\ + \frac{\sqrt{2}.U_{s0}}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) \cos(\varphi) + \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) \cos(2.\omega.t + \varphi) \right] \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \quad (\text{IV. 1})$$

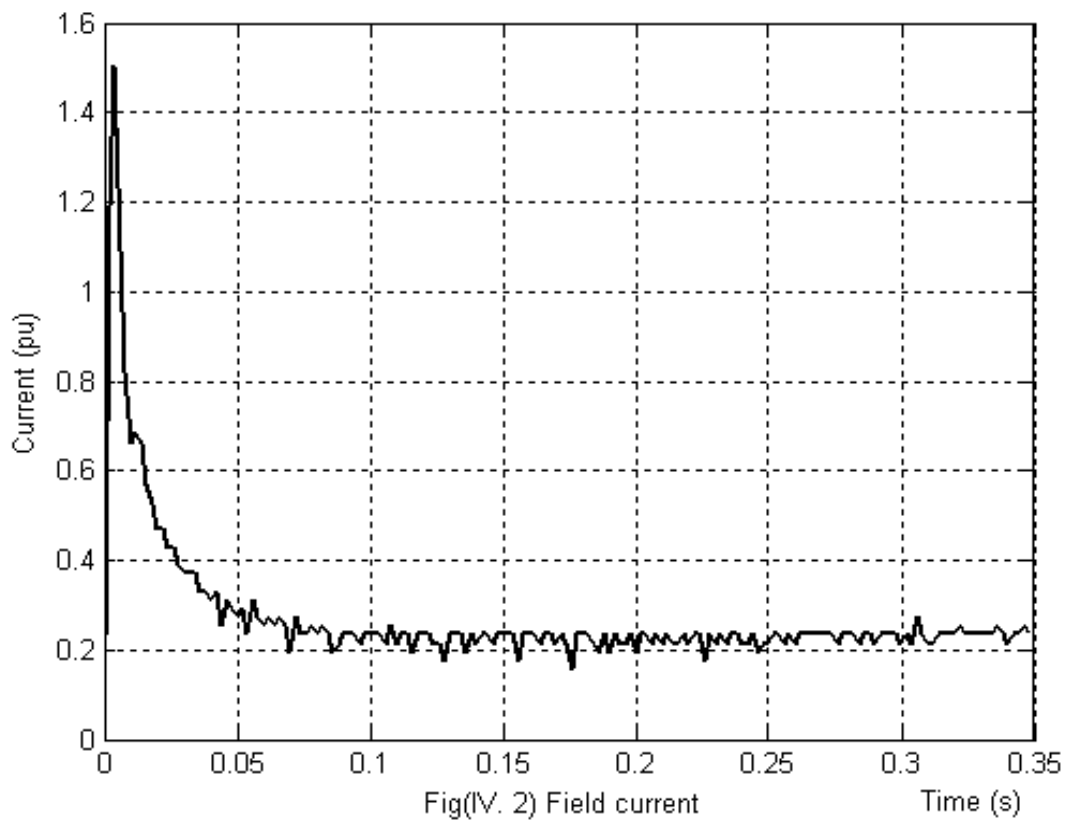
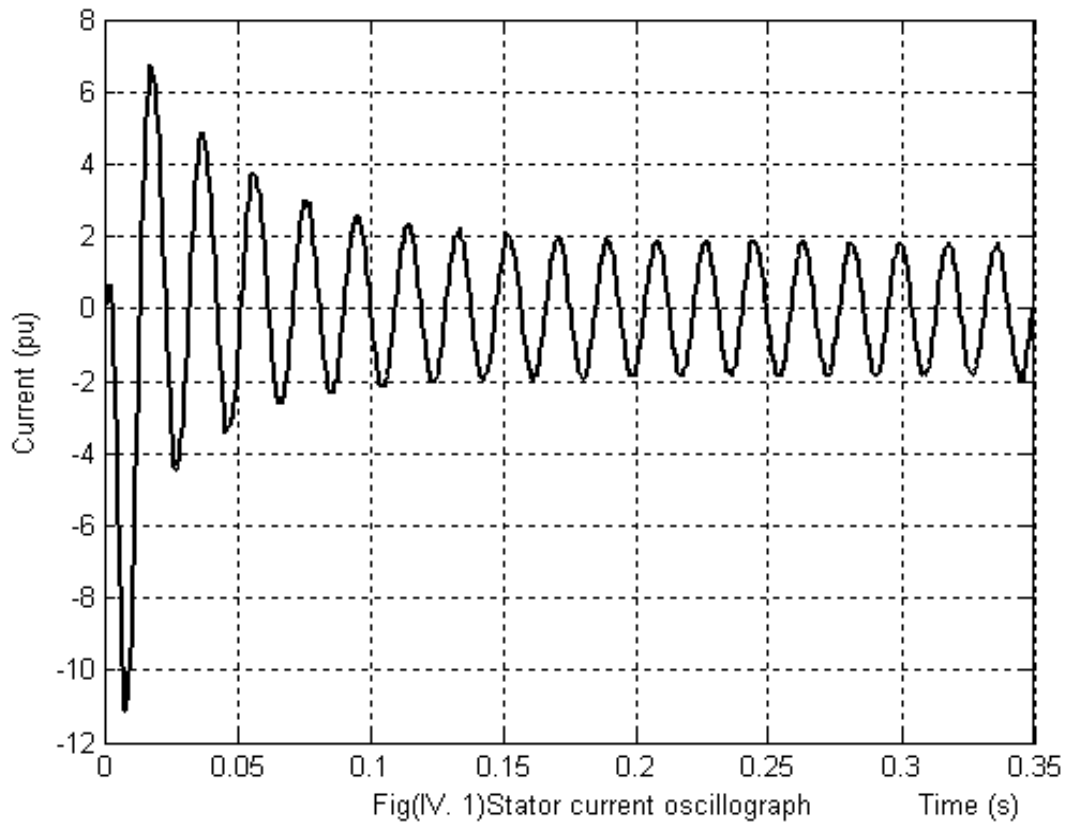
Les deux autres expressions des courants  $i_b$ ,  $i_c$  sont obtenus en remplaçant  $\varphi$  par  $(\varphi+2\pi/3)$  et  $(\varphi-2\pi/3)$  successivement.

Le courant d'excitation est donné par:

$$i_f = i_{f0} \left[ 1 + \frac{X_d - X_d'}{X_d'} \left( \exp\left(-\frac{t}{T_d'}\right) - \left( 1 - \frac{T_f}{T_d} \right) \exp\left(-\frac{t}{T_d''}\right) - \frac{T_f}{T_d} \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \cos(\omega.t) \right) \right] \quad (\text{IV. 2})$$

Ces expressions sont déterminées en considérant un modèle de type 2x1, le modèle le plus utilisé pour le type de machines étudiée (machines à pôles saillants)

Les courants de ligne et d'excitation relevés lors du test de court-circuit triphasé brusque sont montrés sur les figures ci-dessous.



**IV. 2. 1 La méthode des moindres carrés pour le modèle étudié**

En posant  $i$  le courant de court-circuit ou la réponse du système **fig(IV. 1)** et **fig(IV. 2)**

$$\nabla J(\theta) = \frac{1}{2} \nabla r(\theta)^T . r(\theta) \quad (\text{IV. 3})$$

et  $\hat{i}$  la réponse du modèle équation **(IV. 1)**, **(IV. 2)**, le critère quadratique s'écrit :

$$\text{Avec: } r(\theta) = (i - \hat{i})$$

Le vecteur gradient est :

$$\nabla J(\theta) = \nabla r(\theta)^T . r(\theta) \quad (\text{IV. 4})$$

La matrice hessienne est rapprochée par:

$$\nabla^2 J(\theta) \cong \nabla r(\theta)^T . \nabla r(\theta) + \mu I \quad (\text{IV. 5})$$

Les matrices  $\nabla J(\theta)$ ,  $\nabla J^2(\theta)$ ,  $\nabla r(\theta)$ ,  $\nabla^2 r(\theta)$  sont données dans l'annexe B.

On note que le déphasage  $\varphi$  au moment du court-circuit est très difficile à déterminer expérimentalement, pour ce la nous l'avons considéré comme une variable supplémentaire.

La minimisation du critère  $J(\theta)$ , donc de l'écart entre  $i$  et  $\hat{i}$  est assuré en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt décrit au paragraphe **(I. 4. 3)** du premier chapitre.

$$\begin{cases} \left[ \nabla r(\theta^{(k)})^T . \nabla r(\theta^{(k)}) + \mu I \right] . \Delta \theta^{(k)} = -\nabla r(\theta^{(k)})^T . r(\theta^{(k)}) \\ \theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \Delta \theta^{(k)} \end{cases} \quad (\text{IV. 6})$$

Cet algorithme est traduit en un programme, écrit en Matlab, dont l'organigramme sera donné au paragraphe suivant.

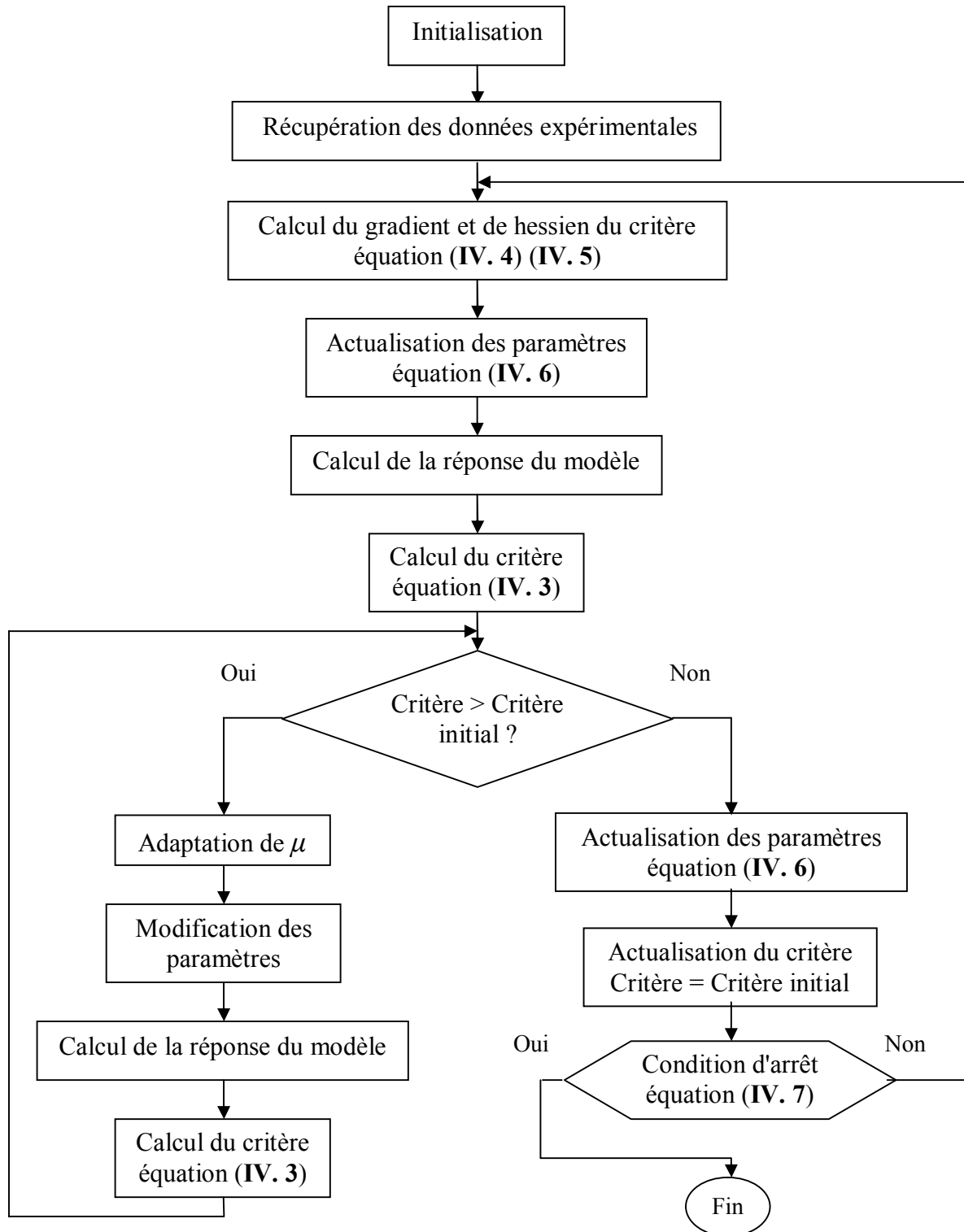
**IV. 2. 2 Condition d'arrêt**

La méthode du modèle étant une méthode itérative, il faut donner une ou plusieurs conditions permettant de stopper les itérations. Les itérations pourront être arrêtées lorsque la variation des paramètres devient très faible, la convergence de l'algorithme peut devenir très lente sans améliorer sensiblement la qualité de la réponse du modèle. Pour éviter cela, on définit alors un test permettant d'arrêter les itérations lorsque la variation des paramètres devient inférieure à une valeur fixée. L'expression de ce test peut s'écrire :

$$\sum_{i=1}^N \Delta(\theta_i)^2 / \sum_{i=1}^N (\theta_i)^2 \leq \delta^2 \quad (\text{IV. 7})$$

## IV. 3 ORGANIGRAMME DE L'ALGORITHME UTILISÉ

La figure ci-dessous permet d'illustrer la méthode d'estimation utilisée.



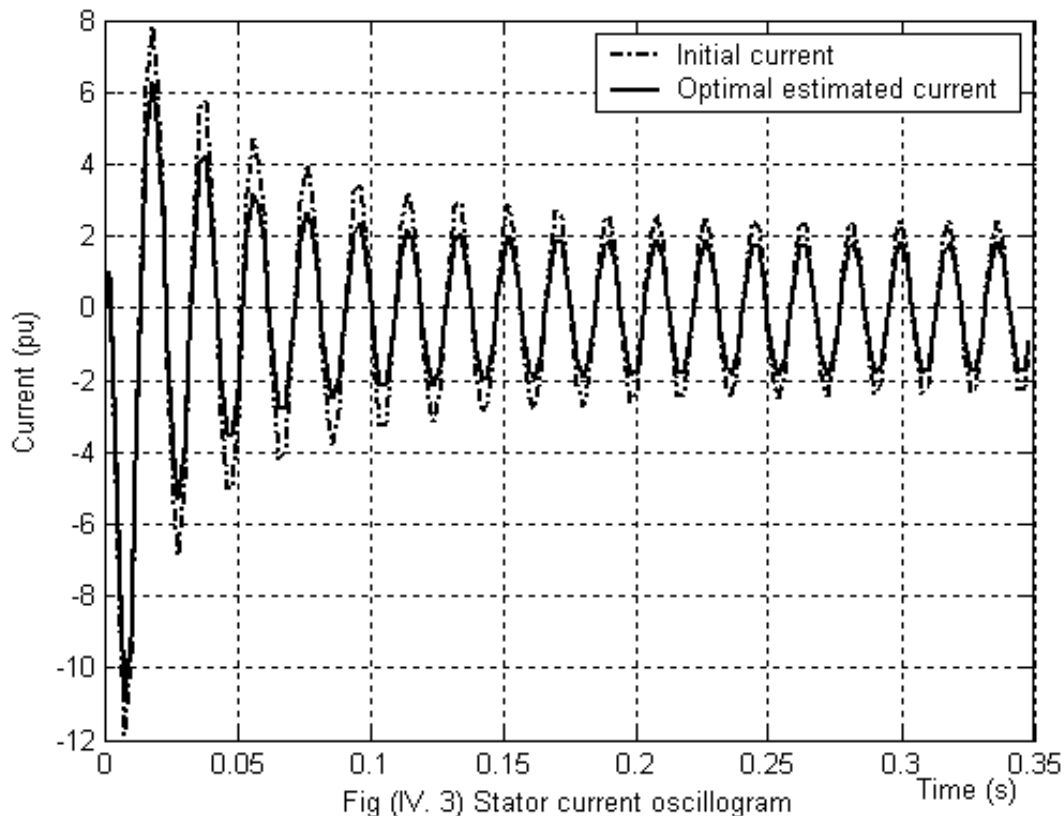
Fig(IV. 3) Organigramme de l'algorithme de Levenger-Marquardt

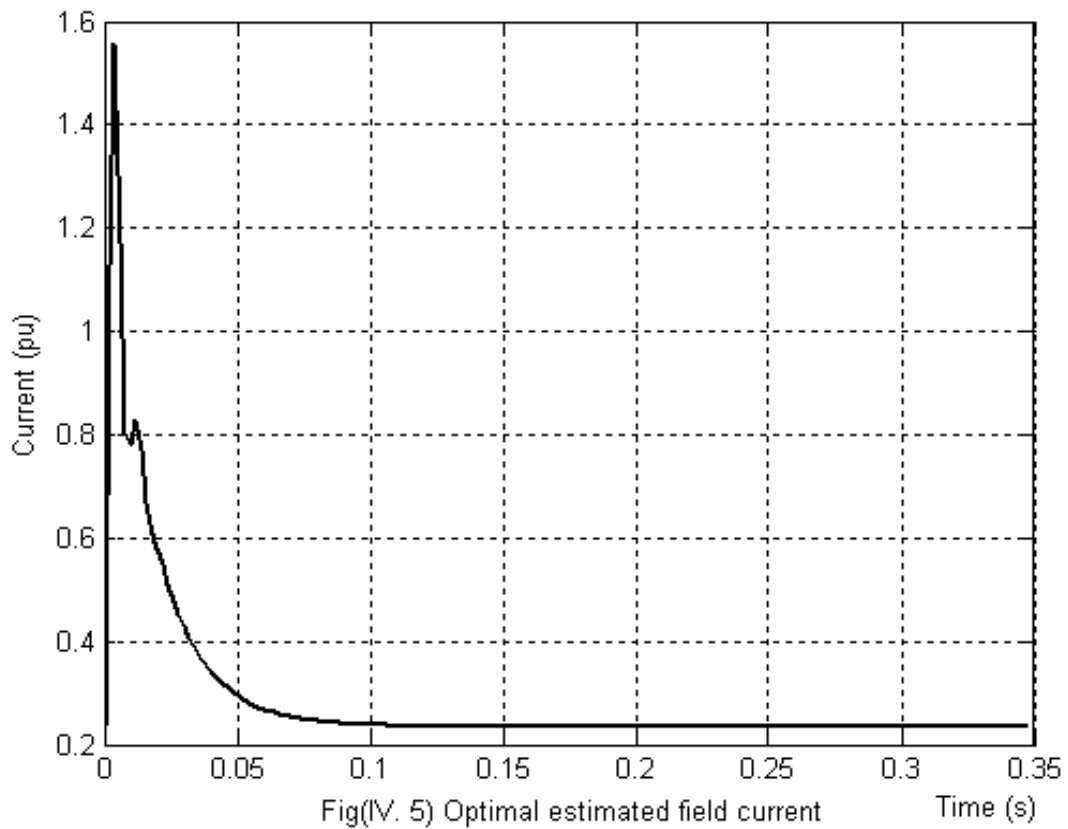
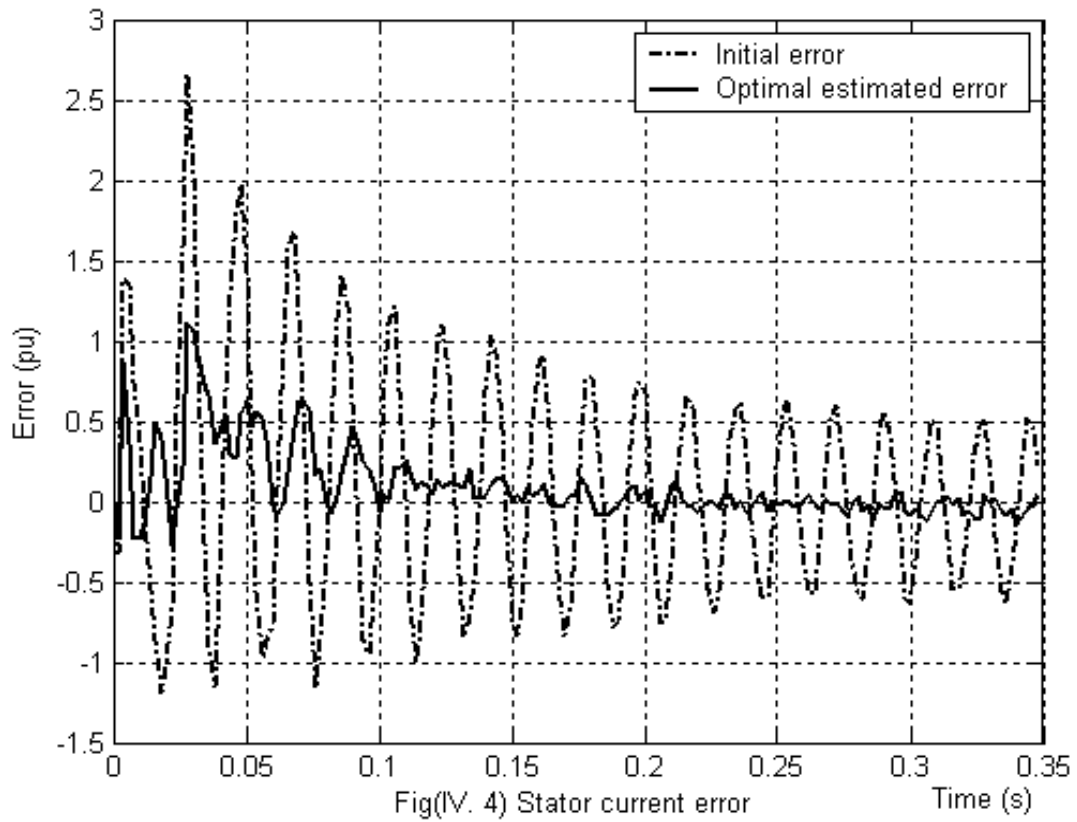
Les valeurs initiales des paramètres utilisées pour exécuter le programme sont obtenues à partir des résultats des tests expérimentaux (chapitre III).

Les valeurs estimées des paramètres de la machine, les résultats du programme sont :

$$\begin{aligned} r_s &= 0.035 \text{ pu} & T_d' &= 0.046 \text{ (s)} \\ X_d &= 0.450 \text{ pu} & T_d'' &= 0.024 \text{ (s)} \\ X_d' &= 0.151 \text{ pu} & T_f &= 0.022 \text{ (s)} \\ X_d'' &= 0.080 \text{ pu} \\ X_q'' &= 0.357 \text{ pu} \end{aligned}$$

La réponse du modèle de la machine en injectant les paramètres estimés dans les équations (IV. 1) et (IV. 2) est représentée sur les figures suivantes:

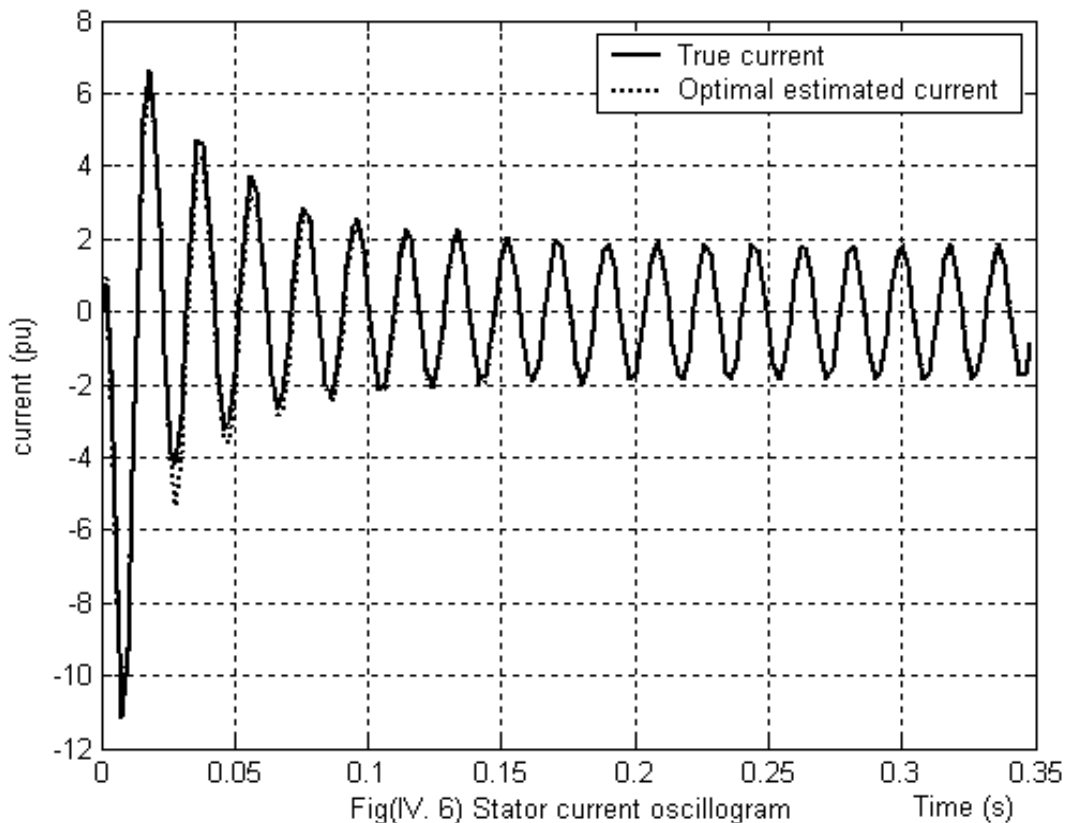




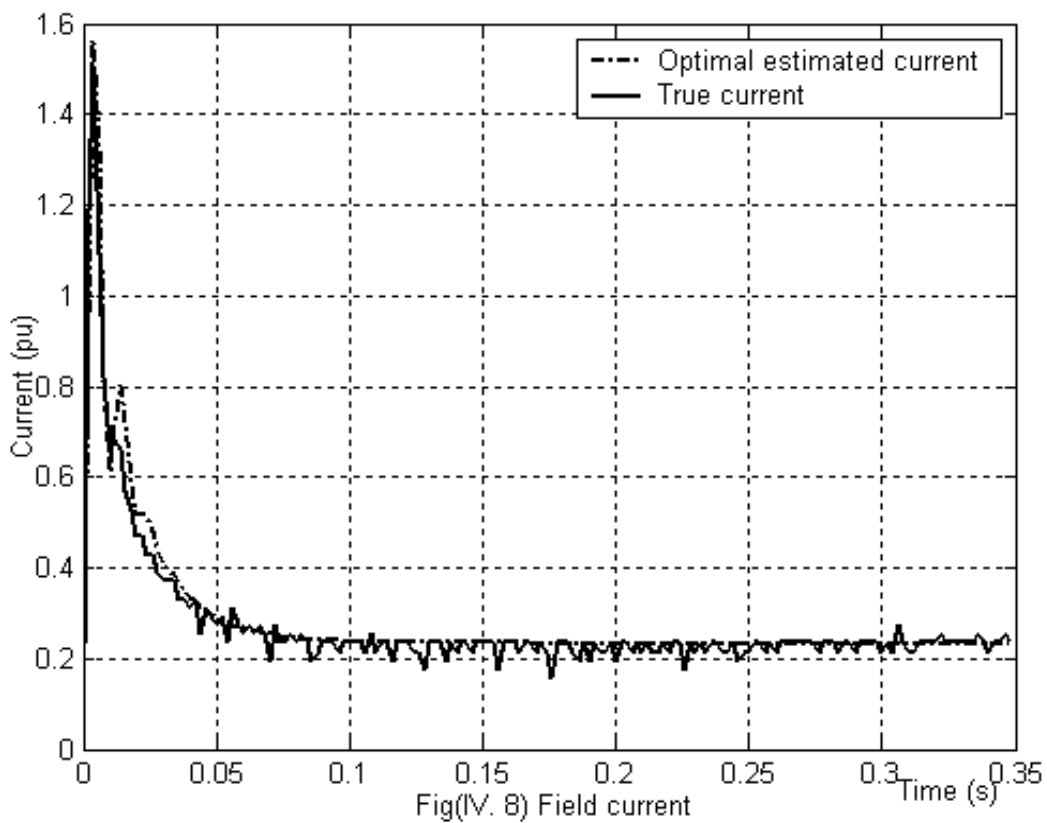
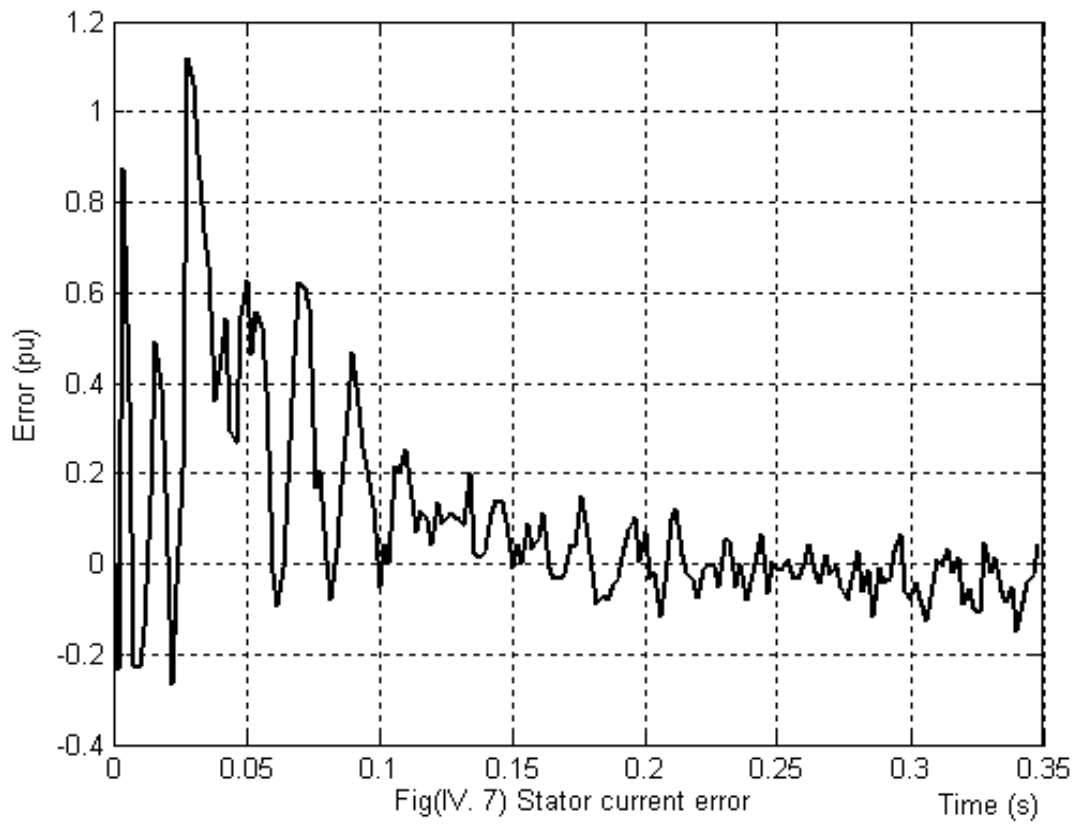
#### IV. VALIDATION DU MODÈLE

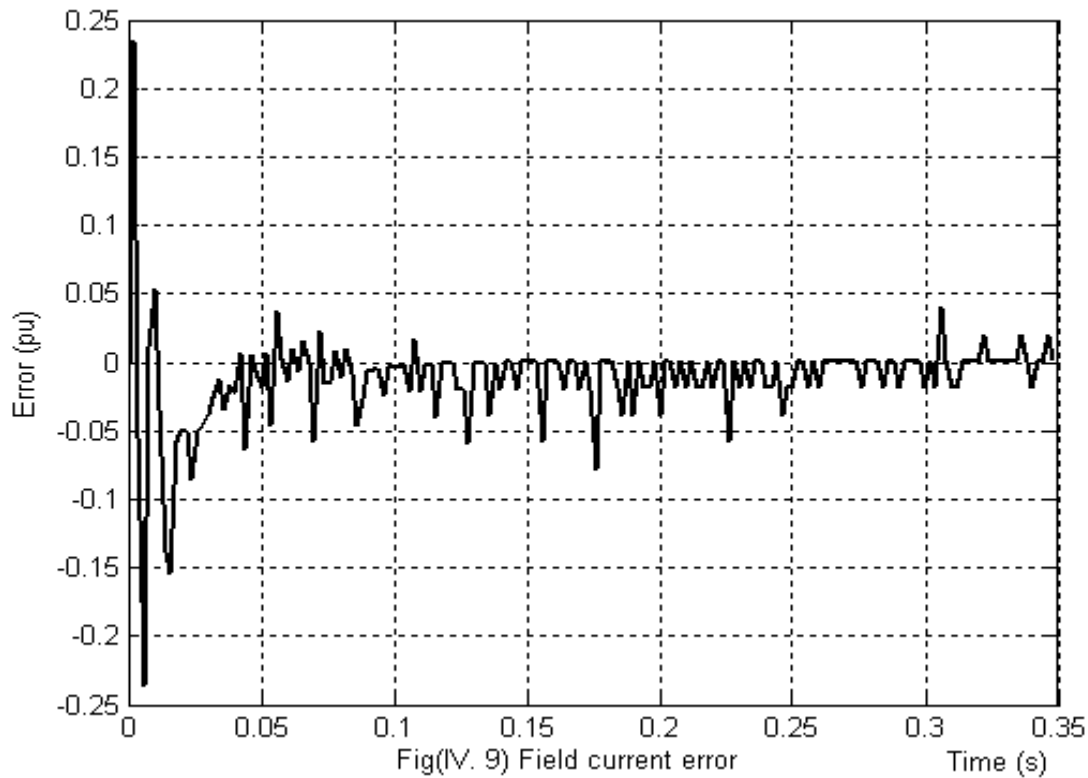
Le modèle obtenu doit réagir de la même manière que le système objet. Dans ce qui suit nous donnerons l'oscillographe du courant d'induit et l'évolution du courant d'excitation lors du court-circuit (courants réels et simulés), ainsi que l'erreur de l'estimation sur les deux courants.

Ces illustrations doivent justifier les simplifications faites sur le modèle d'une part (simplifications et hypothèses faites lors de la modélisation de la machine synchrone), et sur la méthode d'estimation ( simplification faites sur la matrice hessienne) d'autre part.

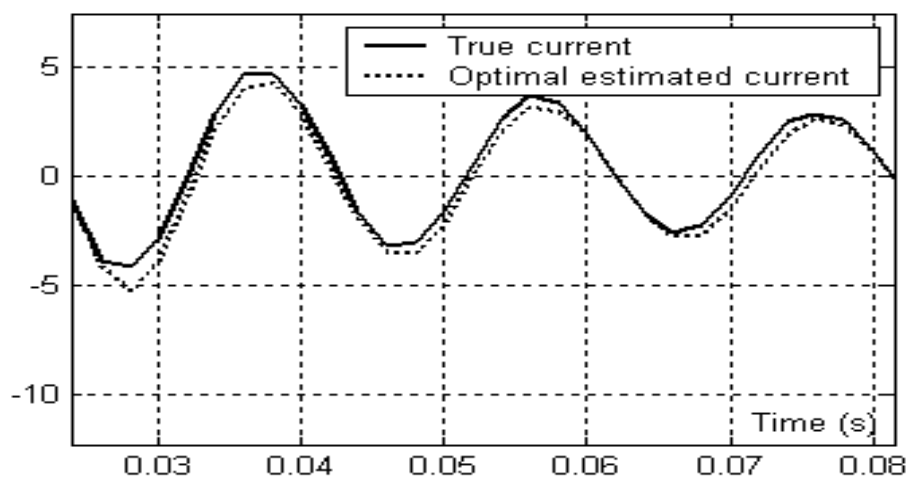








Comme montré sur les figures ci-dessus, le modèle épouse bien le système étudié, qui est la machine synchrone, particulièrement en régime permanent où l'erreur est très petite, **fig(IV. 7)**. L'erreur, relativement importante, pendant le régime transitoire et subtransitoire n'implique pas une mauvaise estimation des paramètres correspondant à ces deux régimes, car cette erreur est due dans sa majorité à un décalage dans le temps entre le courant réel et le courant estimé **Fig(IV. 10)**



**Fig(IV. 10)** Stator current oscillograph

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, une méthode d'identification paramétrique non linéaire a été mise en œuvre et appliquée à la détermination des paramètres d'un modèle de la machine synchrone, les résultats obtenus sont intéressants. Les paramètres identifiés permettent d'avoir une réponse du modèle proche de la réponse du système réel ce qui valide la bonne identification de ces paramètres. Il a été vu que le modèle initial de la machine, en utilisant les paramètres trouvés par les tests confirmés par la CEI, ne permet pas de simuler avec une précision acceptable le comportement du système réel. Il a donc fallu affiner l'identification de la machine par l'utilisation du calculateur numérique. Le modèle obtenu, bien que non parfait et ne permet pas une modélisation de toutes les dynamiques du système réel, permet d'obtenir des résultats qui se sont nettement améliorés par rapport au modèle initial.

L'inconvénient majeur de la méthode des moindres carrés est qu'elle nécessite à chaque itération la résolution d'un système différentiel, dans notre cas d'ordre 8. Cette résolution demandant un temps de calcul considérable et ne permettant pas d'utiliser la méthode en temps réel.



# *CONCLUSION GENERALE*

## **CONCLUSION GENERALE**

L'identification, bien qu'elle apparaisse simple à faire, nécessite autant de connaissances physiques sur le processus que de connaissances mathématiques pour mettre en œuvre une méthode d'identification. En effet, avant de passer à l'étape quantitative qui est la détermination des valeurs numériques des paramètres, il faut d'abord faire une modélisation aussi complète que possible, en tenant compte de la globalité des phénomènes physiques au sein du processus.

La modélisation par schéma équivalent généralisé de la machine synchrone, qui est la modélisation la plus représentative, a permis d'élaborer un modèle plus simple à manipuler et valide pour les divers régimes de fonctionnement. Notre choix d'un modèle simplifié (modèle de type 2x1) peut être justifié par deux raisons. La première est liée au type de la machine étudiée qui ne demande pas un ordre élevé du modèle, d'ailleurs ce modèle pourrait suffire pour la majorité des applications. La deuxième raison est pour ne pas tomber sur des expressions très compliquées donc très difficiles à traiter.

La deuxième étape de l'identification est une étape quantitative qui demande de nombreux essais sur la machine. Les essais que nous avons faits, confirmés par la C.E.I., ont permis de déterminer tous les paramètres du modèle. Cependant la simulation du modèle ainsi obtenue donne des résultats qui ne sont pas très intéressants, bien sûr ça ne signifie pas que le modèle est invalide, mais c'est la précision sur les paramètres qui n'est pas très bonne, rappelons que les paramètres ont été calculés à partir des constructions graphiques qui sont une source importante d'erreurs.

Pour améliorer les résultats obtenus nous avons utilisé une méthode plus performante qui est la méthode des moindres carrés non-linéaire, cette dernière est basée sur la minimisation de l'écart entre la réponse du modèle et celle du système en agissant sur les paramètres. Pour mettre cette méthode en œuvre, l'oscillographe de court-circuit qui est très riche en information est considéré comme la réponse du système, et le modèle est constitué des équations de la machine en court-circuit.

Les résultats de cette méthode, comme nous venons de le voir au chapitre IV, sont très intéressants et la réponse du modèle est très proche de celle du système que ce soit pour le

courant de l'induit ou de l'inducteur. Ces résultats constituent une justification des hypothèses faites sur lors de la modélisation de la machine et confirment la validité du modèle que nous avons utilisé.

De façon générale, pour identifier un système l'utilisateur se doit de disposer d'un ensemble de mesures du système à étudier, d'envisager la structure générale du modèle à identifier puis déterminer les paramètres de ce dernier pour ensuite les valider ou les modifier selon les simulations du modèle obtenu.



# *BIBLIOGRAPHIE*

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1]: "modélisation et identification des processus", Techniques de l'ingénieur, R7140
- [2]: H. B. Karayaka, A. Keyhani, "Methodology Development for Estimation of Armature Circuit and Field Winding Parameters of Large Utility Generators", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, December 1999 pp 901-908.
- [3]: R. Wamkeue, " Modélisation et identification statistique des machines synchrones : outils et concepts", Thèse Doctorat E.P.M 1998.
- [4]: Rolf Johansson, "system modelling identification", Prentice Hall 1993, pp 6-285
- [5]: M. Najim, "Modélisation et identification en traitement du signal", Edition Masson 1988
- [6]: A. Gourdin, M. Boumehrat, "Méthodes numériques", Office des publications universitaires, 2<sup>ème</sup> Edition 1991, pp 357-364.
- [7]: Augustin SANCHEZ, "Approche non linéaire de la commande en contraction d'un muscle artificiel pneumatique de McKibben", Thèse Doctorat, I.N.S.A.T 2000.
- [8]: Y.V.LINNIK, "Méthode des moindres carrés", Dunod 1963.
- [9]: I.D Landau, "Identification et commande des systèmes à l'aide des progiciels P.I.M et PC-REG" .Traié des nouvelles technologies, série automatique, édition hermès, Paris 1988
- [10]: J.P. Sandraz-S. Gentil-C. Foulard. "Commande et régulation par calculateurs numériques ". Edition Eyrolles 1982
- [11]: N.D.Rao –S. C. Tripathy. "Power system static state estimation by the Levenberg-Marquardt algorithm".IEEE Trans on PAS, VOL,PAS 99,N<sup>0</sup>2, March / April 1980,pp695-702.



- [12] : H. Mourad, "Identification paramétrique et structurale d'une machine synchrone", Thèse magistère ENP juin 1996.
- [13] : J. CHATELAIN. "Machines électriques", Traité d'électricité, Volume X, presses polytechnique romandes, 1<sup>ère</sup> édition 1983.pp 327-391.
- [14] : J. LESENNE, F. NOTELET, G. SÉGUIER. "Introduction à l'électrotechnique approfondie", Technique et Documentation, 1981.pp 77-96.
- [15] : O. TOUHAMI, C. IUNG. "Identification paramétrique et définition des grandeurs physiques d'une machine synchrone", j. Physique II France 2 (1992), pp 1943-1955
- [16] : I. M. CANAY, "Determination of the model parameters of machines from the reactance operators  $X_d(p)$  ,  $X_q(p)$ ", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 2, June 1993, pp 272-279.
- [17]: I. KAMWA, "Modélisation par circuits équivalents généralisés et identification des machines électriques sur un domaine de fréquence étendu", CCECE / CCGEI, IEEE 1995, pp 1091-1095.
- [18]: I. M. CANAY, "Physical significance of sub-subtransient quantities in dynamic behaviour of synchronous machines", IEE PROCEEDINGS, Vol. 135, Pt. B, No. 6, NOVEMBER 1988, pp 334-340.
- [19]: I. M. CANAY, "Modelling of alternating-current machines having multiple rotor circuits ", IEEE Transactions on energy conversion, vol. 8, No. 2, June 1993, pp 280-296.
- [20] : F. LAGUEBEDJ, "Détermination des paramètres d'une machine synchrone et influence du modèle sur le régime transitoire", Thèse Magistère, ENP 1993.

[21] : I. M. CANAY, "Relationships between Parameter Sets of Equivalent Synchronous Machine Models", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 14, No. 4, December 1999, pp 1075-1080.

[22]:" Méthodes pour la détermination à partir d'essais des grandeurs des machines synchrones", C.E.I 1985



# *ANNEXES*

## ANNEXE A

## Matrices des grandeurs de la machine

## 1) Les vecteurs tensions et courants statoriques et rotoriques sont:

- vecteur des tensions statoriques:

$$[v_s] = [v_a \ v_b \ v_c]^T \quad (\text{A. 1})$$

- vecteur des tensions rotoriques:

$$[v_r] = [v_f \ v_D \ v_Q]^T \quad (\text{A. 2})$$

$$v_D = v_Q = 0$$

- vecteur des courants statoriques:

$$[i_s] = [i_a \ i_b \ i_c]^T \quad (\text{A. 3})$$

- vecteur des courants rotoriques

$$[i_r] = [i_f \ i_D \ i_Q]^T \quad (\text{A. 4})$$

## 2) Les matrices des résistances statoriques et rotoriques:

- Matrice des résistances statoriques.

$$[R_s] = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5})$$

- Matrice des résistances rotoriques.

$$[R_r] = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6})$$

## 3) Les matrices inductances statoriques et rotoriques:

### 3.1) Matrices des inductances propres et mutuelles statoriques.

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \quad (\text{A. 7})$$

- Vecteur des inductances propres statoriques.

Les inductances propres et mutuelles statoriques sont des fonctions ( fonction de la position du rotor par rapport au stator) périodiques de période  $\pi$  dont le développement en série de fourrier peut s'écrire:

$$L_a = L_0 + L_2 \cos(2\theta) + L_4 \cos(4\theta) + \dots$$

$$M_{ab} = M_0 + M_2 \cos 2(\theta - \pi / 3) + M_4 \cos 4(\theta - \pi / 3) + \dots$$

Ainsi on peut écrire en considérant le développement au second ordre.

$$\begin{bmatrix} L_a \\ L_b \\ L_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_0 \\ L_0 \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta - 4\pi / 3) \\ \cos(2\theta - 4\pi / 3) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 8})$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{ac} \\ M_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 \\ M_0 \\ M_0 \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta - 4\pi / 3) \\ \cos(2\theta - 4\pi / 3) \end{bmatrix} \quad (\text{A. 9})$$

- Matrice des inductances mutuelles stator-rotor.

$$[M_{rs}] = [M_{sr}]_t = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 10})$$

Les inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques sont fonction de la position du rotor par rapport au stator. Elle sont données comme suit:

- Mutuelles entre l'enroulement d'excitation et l'enroulement statorique

$$\begin{aligned} M_{af} &= M_{af0} \cos(\theta) \\ M_{bf} &= M_{bf0} \cos(\theta - 2\pi/3) \\ M_{cf} &= M_{cf0} \cos(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (\text{A. 11})$$

- Mutuelles entre l'enroulement amortisseur D et l'enroulement statorique

$$\begin{aligned} M_{aD} &= M_{aD0} \cos(\theta) \\ M_{bD} &= M_{bD0} \cos(\theta - 2\pi/3) \\ M_{cD} &= M_{cD0} \cos(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

- Mutuelles entre l'enroulement amortisseur Q et l'enroulement statorique

$$\begin{aligned} M_{aQ} &= M_{aQ0} \cos(\theta) \\ M_{bQ} &= M_{bQ0} \cos(\theta - 2\pi/3) \\ M_{cQ} &= M_{cQ0} \cos(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (\text{A. 13})$$

### 3.2) Matrice des inductances propres et mutuelles rotoriques:

La matrice des inductances rotoriques est une matrice dont les éléments sont des constantes, elle est donnée par:

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \quad (\text{A. 14})$$

### 4) La transformation de Park:

La transformation de Park peut être représentée par la matrice suivante.

$$[P(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 15})$$

Ainsi on aura:

$$\begin{aligned} [v_{cs}] &= [P(\theta)]^{-1} \cdot [v_s] \\ [i_{cs}] &= [P(\theta)]^{-1} \cdot [i_s] \end{aligned} \tag{A. 16}$$

Avec :  $[v_{cs}] = [v_0 \ v_d \ v_q]$

$$[i_{cs}] = [i_0 \ i_d \ i_q]$$

**5) Equations de la machine pour le modèle généralisé:**

- Vecteurs des tensions et courants.

$$\begin{aligned} [V] &= [v_d \ v_f \ 0 \ \dots \ 0 \ v_q \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ [i] &= [i_d \ i_f \ i_{D1} \ \dots \ i_{Dn} \ i_q \ i_{Q1} \ \dots \ i_{Qn}] \end{aligned} \tag{A. 17}$$

Les équations de tension s'écrivent:

$$[V] = [R + \omega_n G] \cdot [i] + \frac{1}{\omega_n} \left[ X \frac{di}{dt} \right] \tag{A. 18}$$

Avec :

$$[R] = \text{diag} [r_a \ r_f \ r_{D1} \ \dots \ r_{Dn} \ r_a \ r_{Q1} \ \dots \ r_{Qn}]$$

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & G_q \\ \vdots & \dots & \dots & 0 \\ G_d & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} X_{dd} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & X_{qq} \end{bmatrix}$$

$$[G_d] = [X_d \ X_{df} \ X_{dD1} \ \dots \ X_{dDn}]$$

$$[G_q] = [X_q \ X_{qf} \ X_{qD1} \ \dots \ X_{qDn}]$$

$$[X_{dd}] = \begin{bmatrix} X_d & X_{df} & X_{dD1} & \dots & X_{dDn} \\ X_{fd} & X_f & \dots & \dots & X_{fDn} \\ \vdots & & & & \vdots \\ X_{Dn} & \dots & \dots & & X_{Dn} \end{bmatrix}$$

$$[X_{qq}] = \begin{bmatrix} X_q & X_{qQ1} & \dots & X_{qQn} \\ X_{Q1q} & X_{Q1} & \dots & X_{Q1Qn} \\ \vdots & & & \vdots \\ X_{Qn} & \dots & \dots & X_{Qn} \end{bmatrix}$$

## ANNEXE B

## Matrice Jacobinne, Matrice Hessienne

Le critère quadratique s'écrit sous la forme:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} r(\theta)^T \cdot r(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N r_k(\theta)^2 \quad (\text{B. 1})$$

Dans notre cas on a :

$$r_k(\theta) = (i_k - \hat{i}_k(t, \theta))$$

$$\theta = [X_d \ X'_d \ X''_d \ T'_d \ T''_d \ X_q \ r_s \ \varphi]$$

Ainsi, on déduit la matrice Jacobinne

$$\nabla J(\theta) = \frac{1}{2} \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = \nabla r(\theta)^T \cdot r(\theta) \quad (\text{B. 2})$$

$$\nabla r(\theta) = -\nabla \hat{i}(t, \theta)$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial X_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial X'_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial X''_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial T'_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial T''_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial X_q} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial r_s} & \frac{\partial \hat{i}(t_1, \theta)}{\partial \varphi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial X_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial X'_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial X''_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial T'_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial T''_d} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial X_q} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial r_s} & \frac{\partial \hat{i}(t_N, \theta)}{\partial \varphi} \end{bmatrix}$$

Et la matrice Hessienne

$$\begin{aligned} \nabla^2 J(\theta) &= \sum_{k=1}^N (\nabla r_k(\theta) \cdot \nabla r_k(\theta)^T + r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta)) \\ &= \nabla r(\theta)^T \cdot \nabla r(\theta) + \sum_{k=1}^N r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta) \end{aligned}$$

$$\nabla^2 r(\theta) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \hat{i}(t, \theta)}{\partial \theta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \hat{i}(t, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \hat{i}(t, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \dots & \frac{\partial^2 \hat{i}(t, \theta)}{\partial \theta_n^2} \end{bmatrix}$$



D'où:

$$\nabla^2 r(\theta) =$$

$$-\sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d^2} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_d \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'^2_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X'_d \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''^2_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X''_d \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'^2_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T'_d \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''^2_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial T''_d \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q^2} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial X_q \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s^2} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial r_s \partial \varphi} \\ \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial X_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial X'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial X''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial T'_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial T''_d} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial X_q} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi \partial r_s} & \frac{\partial^2 i(t_k, \theta)}{\partial \varphi^2} \end{bmatrix}$$

Il apparaît claire que la calcul de  $\nabla^2 r(\theta)$  n'est pas du tout facile, pour ce la on fait une

approximation de  $\sum_{k=1}^N r_k(\theta) \cdot \nabla^2 r_k(\theta)$  par la matrice  $C.I$  tel que:

$I$  : est la matrice identité d'ordre 8x8

$C$ : est une constante qui définit le pas de convergence à chaque itération. Elle peut être négligée lorsque on est très proche de la solution, on tombe ainsi sur l'algorithme de Gauss-Newton

Donc  $\nabla^2 J(\theta)$  s'écrit:

$$\nabla^2 J(\theta) \cong \nabla r(\theta)^T \cdot \nabla r(\theta) + C.I \tag{B. 3}$$