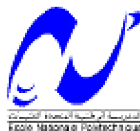


**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
*Département Génie Minier*



## **Mémoire**

**Du projet de fin d'étude**

*Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Génie Minier*

## **THÈME**

**APPROCHE D'UNE FONCTION DES  
COUTS DANS UNE EXPLOITATION A  
CIEL OUVERT**

**APPLICATION A LA CARRIERE DE  
CALCAIRE DE MEFTAHA**

**Proposé et dirigé par :**

**D<sup>r</sup> A.AIT YAHIA TENE**

**Etudié par :**

**M<sup>r</sup> SIDIBE ABDOULKARIM**

**Promotion juin 2007**

## **REMERCIEMENTS**

Je voudrais à travers ces quelques lignes exprimer sincèrement ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin pour achever ce travail.

J'aimerais tout d'abord témoigner ma profonde reconnaissance à mon promoteur M. A.AIT YAHI ATENE, pour tout le soutien et la facilité qu'il m'a apporté afin que mon projet s'achève dans les meilleures conditions possibles

Mes vifs remerciements et reconnaissance à tous nos enseignants sans lesquels je n'aurais pas pu effectuer ce modeste travail.

Je tiens également à remercier tout le personnel de la SCMI; en particulier M. MEZAGUERE K. Chef de service formation de SCMI;

M. HADJI Directeur de finance et de la comptabilité de SCMI sans oublier M.DRIF du même service.

M. AMALOU Chef de service de la carrière de calcaire

M. DEGHEMANI, M. HAMID, M. SAMIR et tous les personnels du service EMR

Je ne saurais terminer sans remercier vivement le président et les membres du jury pour avoir expertisé ce travail et m'avoir honoré par leur présence.

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

- *A mes chers parents ;*
- *A mes frères et sœurs ;*
- *A mon oncle Fousseyni ;*
- *A tous les membres de ma famille ;*
- *A tous mes amis.*

*Sidibé*

## صخلم

على أساس عدم وجود طريقة ملائمة لحساب تكلفة نشاطات الشركة الاسمنت لمتيجة تم اقتراح هذا المشروع الذي هو أداة مساهمة لحساب تكلفة إنتاج الكلس عن طريق وضع آلية ربط بين حجم الانتهاج و معرفة التكلفة الإجمالية لهذا الأخير

### الكلمات المفتاحية:

تكلفة، محجرة، تعريف التكلفة، إنتاج الكلس، دالة التكلفة، التحكم في التكلفة، تقدير، تنبؤ.

### ABSTRACT

The company SCMI does not have a relevant method of calculation of the costs of its production services. This project is a contribution to the implementation of an estimation tool for the costs of limestone, which is based on the establishment of the production costs function. This function allows to know the evolution of the production costs in function of the volume of production of limestone and it is a tool for decision-making.

### KEY WORDS:

Cost, open fit, identification of the costs, production of limestone, costs function, cost's mastery, estimate, forecast, regression.

### RESUME

L'entreprise SCMI ne dispose pas d'une méthode pertinente de calcul des coûts de revient de ses services de production. Ce projet est une contribution à la mise en place d'un outil d'estimation des coûts du calcaire qui se base sur l'établissement d'une fonction de coûts de production. Cette fonction permet de connaître l'évolution du coût de production en fonction du volume de production du calcaire et constitue un outil d'aide à la prise de décision.

### MOTS CLES :

Carrière, identification des coûts, production de calcaire, fonction des coûts, maîtrise des coûts, estimation, prévision, régression.

## SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Problématique</b> .....	2
<b>Chapitre I : Généralités sur l'entreprise, le gisement et la carrière</b>	
I. Introduction .....	4
II. Présentation de la société .....	4
III. Le ciment de Meftah : .....	6
IV. Le gisement de calcaire : .....	9
1- Situation géographique .....	9
2- Situation géologique .....	10
V. La Carrière .....	14
1- Rendement et Durée de vie de la carrière : .....	14
2- Méthode d'exploitation.....	14
2.1- Éléments du système d'exploitation .....	14
2.2-Abatage .....	16
2.3-Chargement .....	20
2.4-Transport.....	21
2.5-Préparation mécanique (concassage) : .....	21
3- PRODUCTION.....	22
4- ORGANISATION : .....	22
<b>Chapitre II: Indentification des coûts de la carrière</b>	
A) <b>Généralités</b> .....	25
Définition des coûts : .....	25
1. le coût total : CT.....	25
2. Les coûts moyens ou coûts unitaires .....	27
3. Le coût marginal (Cm) : .....	27
B) <b>Identification du Coût total de la carrière calcaire</b> : .....	29
<b>I. Les coûts fixes au niveau de la carrière</b> : .....	29
1- Coûts liés à l'utilisation du Matériel.....	29
a- Chargement .....	30
b- Transport .....	30
c- Concassage .....	31
d- Abatage : .....	32
2- Entretien Curatif.....	33
3- Frais du Personnel (Coût de la main-d'œuvre) .....	34
a. Masse Salariale .....	34
- Service carrière : .....	34
- Service EMR (entretien des matériaux roulants) .....	35
b. Charges Employeur : .....	35
4- Divers .....	35
<b>II. Les consommables (coûts variables):</b> .....	36
II.1. Les entretiens préventifs : .....	36
a. Pièces de rechange des engins de la carrière.....	36
b. Pièces de rechange du concasseur (KHD) .....	37
c. Lubrifiants .....	37
d. Graisse.....	38
II.2. Energie : .....	38

a) Fuel (gasoil).....	38
b) Electricité (concasseur) .....	38
II.3. Pneumatique .....	38
II.4. Les coûts de minage .....	39
II.5- la redevance à l'Etat .....	41
C) <b>Conclusion</b> . .....	42

### **Chapitre III : Approche de la fonction des coûts**

I. Introduction :.....	46
II. Choix de la méthode.....	47
1. Analyse des données.....	47
2. Analyse de la corrélation linéaire .....	50
3. Décision et conclusion.....	53
III. Approche de la fonction par la régression .....	54
1. Introduction.....	54
2. Modèle de régression linéaire simple .....	54
3. Equation estimée de la régression .....	55
4. Méthode des moindres carrés .....	57
5. Détermination de la fonction de coûts.....	60
6. Interprétation des coefficients de la droite.....	62
7. Coefficient de détermination $r^2$ (analyse de la variance). .....	63
8. Inférence concernant les coefficients de régression : estimation de $\beta_0$ et $\beta_1$ .....	69
8.1.Propriété des estimateurs $b_0$ et $b_1$ .....	69
8.2.Inférence concernant $\beta_1$ .....	69
8.3.Inférence concernant le paramètre $\beta_0$ .....	71
IV. Utilisation de la fonction estimée pour l'estimation et la prévision .....	73
1. Estimation ponctuelle .....	73
2. Estimation par intervalle de confiance .....	74
2.1.Estimation de la moyenne de la distribution conditionnelle de y pour $x=x_h$ : $E(y_h)$ ..	74
2.2.Estimation par intervalle de prévision d'une valeur individuelle de y .....	77
V. La fonction du coût unitaire (prix de la tonne de calcaire) .....	80
VI- Conclusion.....	87
<b>Conclusion général</b> .....	89
Annexe .....	90
Bibliographie.....	109

## Introduction générale

En Algérie l'autonomie des entreprises publiques, l'émergence du secteur privé et la présence de plus en plus forte des capitaux étrangers, visent à terme la restauration d'un marché compétitif et régulateur. C'est pourquoi la survie et la pérennité des entreprises impliquent une recherche permanente de la rentabilité. Pour cela la réhabilitation de la fonction de contrôle de gestion et l'adoption des outils appropriés de gestion deviennent incontournables pour toute entreprise qui se veut compétitive, dynamique et prospère.

La cimenterie de Meftah est l'une des quatorze usines que compte le secteur national de l'industrie du ciment. Elle représente l'une des plus importantes en terme de capacité de production. Et vu leur niveau de dépense importante nous leur avons proposé de faire une étude sur l'approche de la fonction de coût de production au niveau de la carrière de calcaire de la cimenterie.

En fait en raison de l'absence d'une étude et d'une analyse des coûts au niveau de la carrière, cette entreprise à besoin d'un outil fiable qui lui permettra d'estimer et de prévoir le coût de la production du calcaire qui représente 80% des matières premières qui entrent dans la fabrication du produit semi-fini du ciment (le clinker). L'un des outils de ce type est l'établissement *d'une fonction de coût de production* basée sur l'étude d'un certain nombre d'échantillons. Cette fonction traduit la relation qui existe entre le coût et la quantité de production, c'est-à-dire en ayant une quantité de production donnée, on pourra estimer les dépenses effectuées en utilisant la *fonction des coûts*. En plus elle permettra de voir l'évolution du prix de revient de la tonne de calcaire en fonction du volume de production.

Le plan de travail adopté pour notre projet de fin d'études est le suivant :

- la première partie est consacrée à une généralité globale de la cimenterie de Meftah, la géologie de la carrière, son système d'exploitation et ses capacités.
- la deuxième partie sera consacrée à l'identification des coûts de la carrière ;
- et dans la troisième partie, en utilisant les dépenses identifiées et les productions, on va chercher à approcher la *fonction de coût de production* et la *fonction du coût unitaire* à l'aide des outils mathématiques appropriés.

## Problématique

L'entreprise de cimenterie de Meftah ne dispose pas de comptabilité analytique. Quand il s'agit de déterminer le coût global de toutes ses structures à la fin de l'année, elle peut le faire mais pour déterminer les coûts mensuels ou journaliers d'une structure comme par exemple pour la carrière calcaire, l'entreprise ne dispose pas d'outil pour répondre à ce genre de problème. C'est-à-dire tout simplement que l'entreprise produit le ciment et ne peut avoir le coût du sac de son ciment qu'à la fin de l'année après avoir fait le compte général de ses dépenses. En ayant une comptabilité générale, l'entreprise n'a aucune idée des coûts de la tonne du calcaire qu'elle exploite chaque jour et ni de l'évolution journalière de ce coût en fonction de la production. Avec les matériels dont elle dispose, l'entreprise a le moyen de prévoir une quantité de production du ciment (donc du calcaire) et de planifier sa politique de production mais par contre elle ne peut pas prévoir les dépenses liées à cette production. Donc elle est obligée de produire et compter après. Or avec le capitalisme actuel où la survie de l'entreprise dépend de ses propres efforts (de ses bénéfices surtout) et avec la mondialisation et les fortes concurrences tant dans le marché national qu'international, l'entreprise a besoin d'avoir une maîtrise sur ses coûts pour dégager des bénéfices. Elle a besoin de connaître la courbe de l'évolution de son coût de production, de pouvoir estimer les dépenses (mensuelles ou journalières) de chacune de ses structures et surtout de prévoir ses coûts de production en fonction de sa politique de production. D'où l'importance de cette étude qui est *l'approche de la fonction de coûts de la production du calcaire* quant on sait que le calcaire lui représente 60% des matières premières pour la production du ciment. Avec cette fonction, elle pourra connaître l'évolution des ses dépenses pour la production journalière du calcaire, elle pourra déterminer le coût de la tonne du calcaire chaque jour et surtout elle pourra faire des prévisions sur ses coûts de production du calcaire et qui lui permettront de prendre les meilleures décisions dans sa politique de production (du calcaire).



Chapitre I  
Généralités sur l'entreprise, le gisement et la  
carrière

## I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous proposerons de faire une brève présentation de l'usine de cimenterie de Meftah en premier lieu et en second lieu on s'intéressera au gisement de calcaire, sa géologie, et au fonctionnement de la carrière.

## II. PRESENTATION DE LA SOCIETE [1]

Dénomination : Société des Ciments de la Mitidja par abréviation SCMI.

Date de création de la filiale : 01 janvier 1998

Capital Social : 1.400.000.000 DA.

Forme juridique : société par actions (SPA)

Effectif au 01\05\2007: 600 employés.

### Ø HISTORIQUE DE LA CIMENTERIE

- La cimenterie de Meftah est l'un des projets les plus anciens.
- Le projet s'est inscrit dans le cadre du plan quadriennal 1970 – 1973.
- La formule retenue pour la réalisation de la cimenterie a été le lot par lots. avec une intégration d'un haut niveau de conception technologique aussi bien dans les choix du procédé de fabrication que dans le mode d'exploitation.

Les principaux constructeurs ont été :

- S.N.C Lavalin
- Siemens
- Kawasaki Heavy Industrie (K H I)
- Fives Cail Babcock (F.C.B)

La date de mise en service:

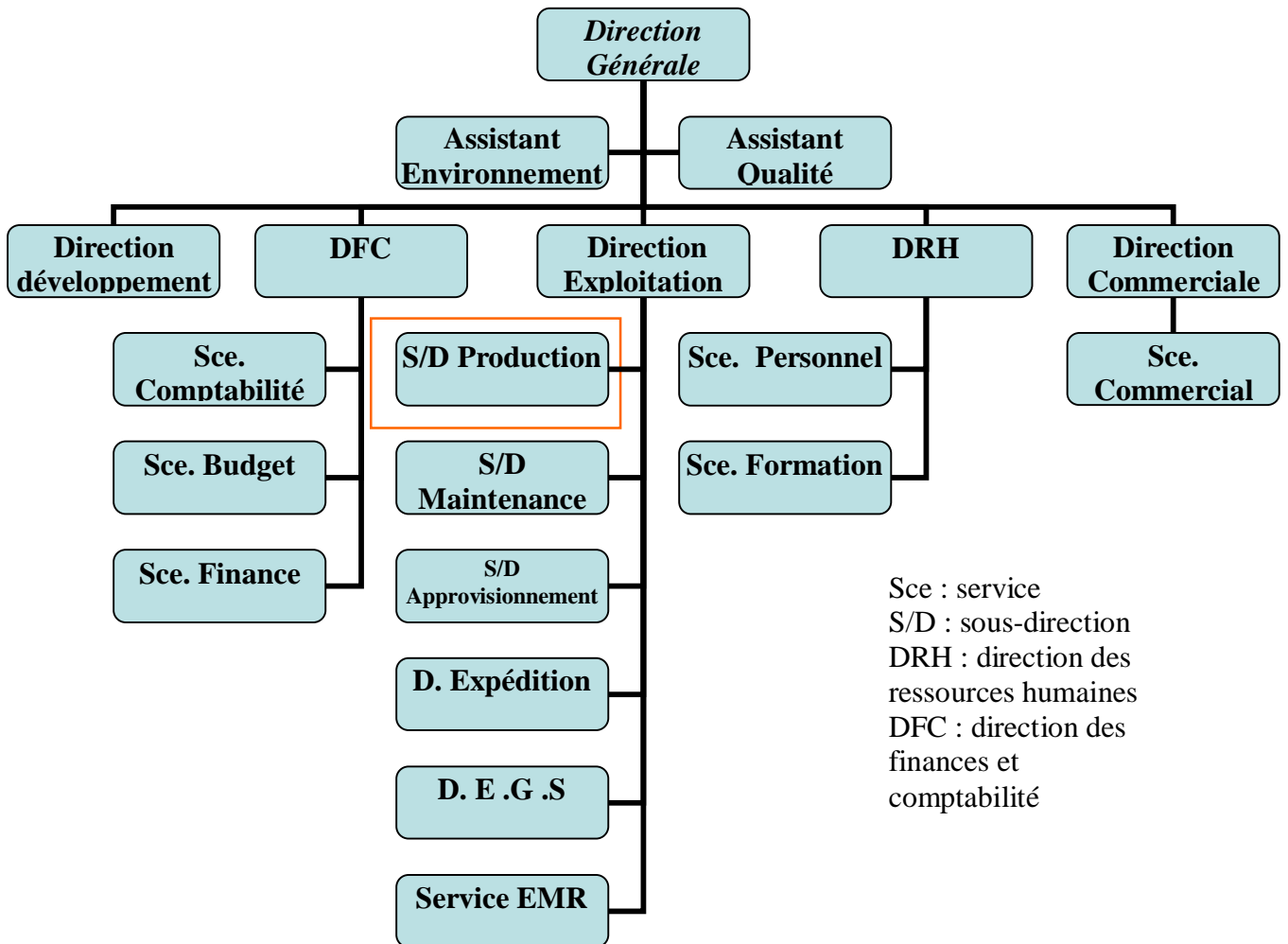
- 31 Janvier 1975, Démarrage de l'atelier Cru.
- Mai 1975, Allumage du four.
- Septembre 1975, production du ciment.

Au terme de la dernière restructuration du secteur cimentier, la cimenterie de Meftah a été rattachée à la S.C.MI. filiale du groupe E.R.C.C en date du 1 janvier 1988.

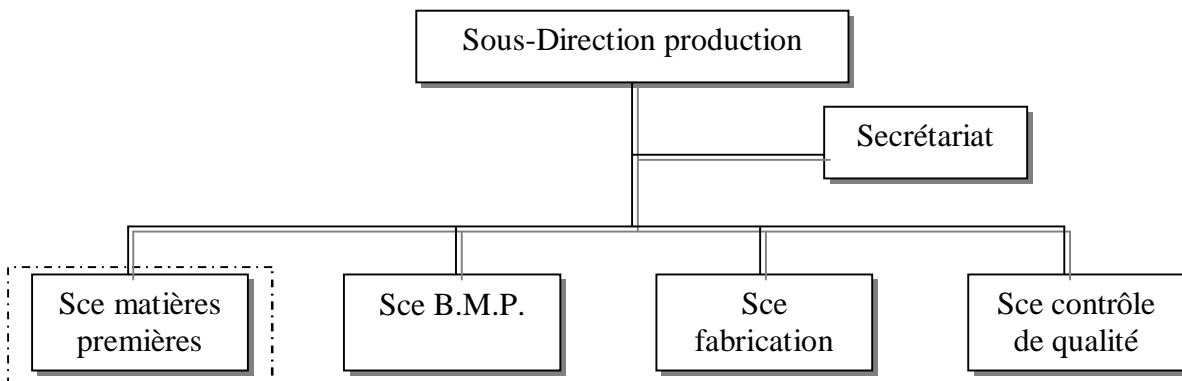
La SCM est composée de structure et de sous-structures afin de bien mener ses activités.

**L'organigramme de l'usine :**

L'administration est décomposée comme suit :



Le gisement du calcaire est rattaché à la sous direction de production plus précisément dans le service matières premières comme indiqué dans la figure ci-dessous.



### III. Le ciment de Meftah : [1], [2]

Le ciment est le matériau de base pour la construction d'ouvrages de bâtiment et de génie civil. La production de l'industrie cimentière est directement liée à l'activité du secteur de la construction en général et est donc étroitement tributaire de la conjoncture économique générale.

La chaîne de production est composée de cinq ateliers qui correspondent au processus habituel de fabrication du ciment par voie sèche.

La cimenterie utilise quatre matières premières pour la fabrication du ciment CPJ-CEM II/A 32,5 qui sont : le calcaire, l'argile, le sable, le minerai de fer, et deux ajouts : le gypse et le tuf.

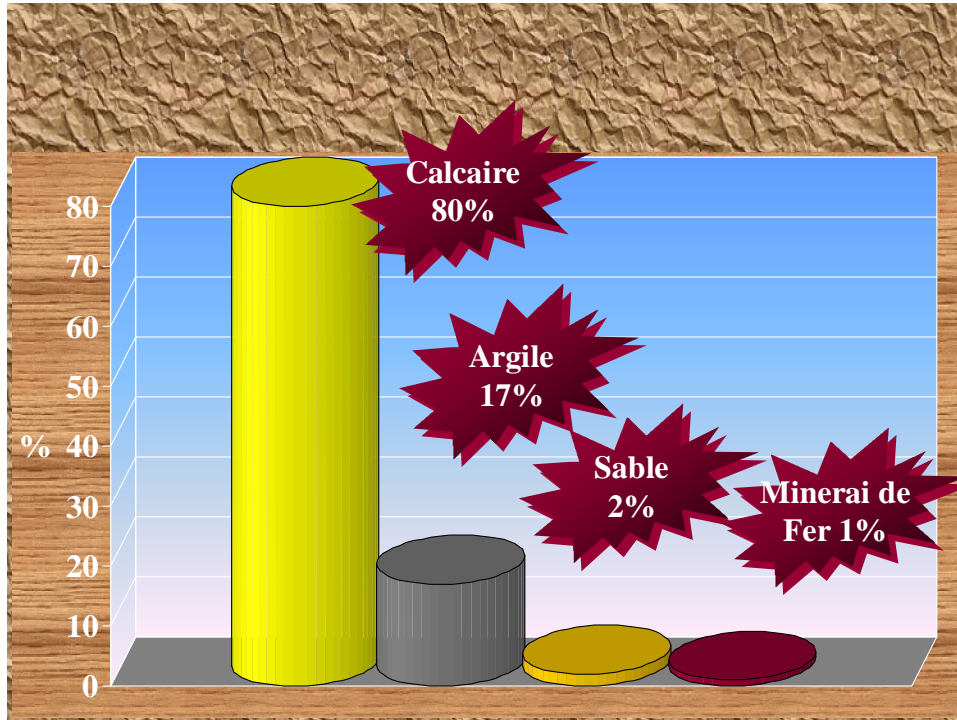
Après *extraction en carrière, concassage et homogénéisation des matières premières*, la première étape de la fabrication du ciment est la *calcination du carbonate de calcium*, qui est suivie de la *cuisson de l'oxyde de calcium* ainsi produit, avec de la silice, de l'alumine et de l'oxyde de fer, à des températures élevées pour former le clinker. Le clinker obtenu est ensuite broyé, après ajout de gypse et d'autres constituants, pour donner le ciment.

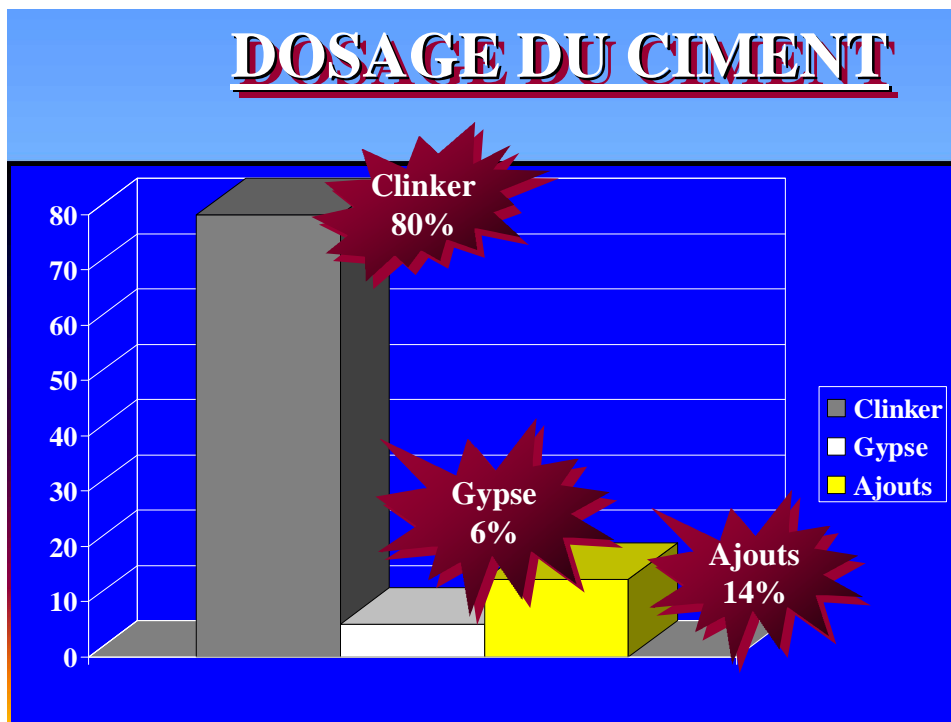
#### Etapes du procédé de fabrication du ciment

- Ø Extraction des matières premières.
- Ø Concassage (calcaire, argile, sable et minerai de fer).
- Ø Transport des matières concassées par bandes vers les halls de stockage.
- Ø Reprise des matières premières par des gratteurs, transport par bandes et mise en trémies.
- Ø Dosage, prébroyage et séchage.
- Ø Broyage et séparation (produit fini et rejets).
- Ø Homogénéisation et stockage farine.
- Ø Extraction latérale et alimentation four. ( Débit farine : 186 t/h)
- Ø Préchauffage et cuisson du mélange dans le **Four rotatif**:
  - Débit théorique : 3000t/Jour de clinker
  - Débit réel : 2600 t/Jour de clinker
- Ø Refroidissement et concassage du clinker
- Ø Manutention et stockage du clinker, gypse et ajouts.
- Ø Extraction et mise en trémie.
- Ø Dosage (clinker, gypse et ajouts).

- Ø Broyage et séparation (produit fini et rejets). (débit 90 t/h )
- Ø Transport et stockage du ciment ( 08 silos ).
- Ø Expédition en sacs et en vrac.

### DOSAGE DU CRU (clinker)





**Figure1 : composition du clinker et du ciment.**

### **Consommations spécifiques**

- Ø Consommation électrique : 130.8 KWh/t. Ciment
- Ø Consommation gaz : 905 Kcal/Kg de clinker.
- Ø Consommation briques réfractaires: 1964 Gr/tonne de clinker.
- Ø La consommation électrique moyenne mensuelle de l'atelier broyage cru est de : 2.710 MWh
- Ø La consommation moyenne mensuelle de l'atelier cuisson est de 2.045 MWh en électricité et 1.073.211 m<sup>3</sup> en gaz

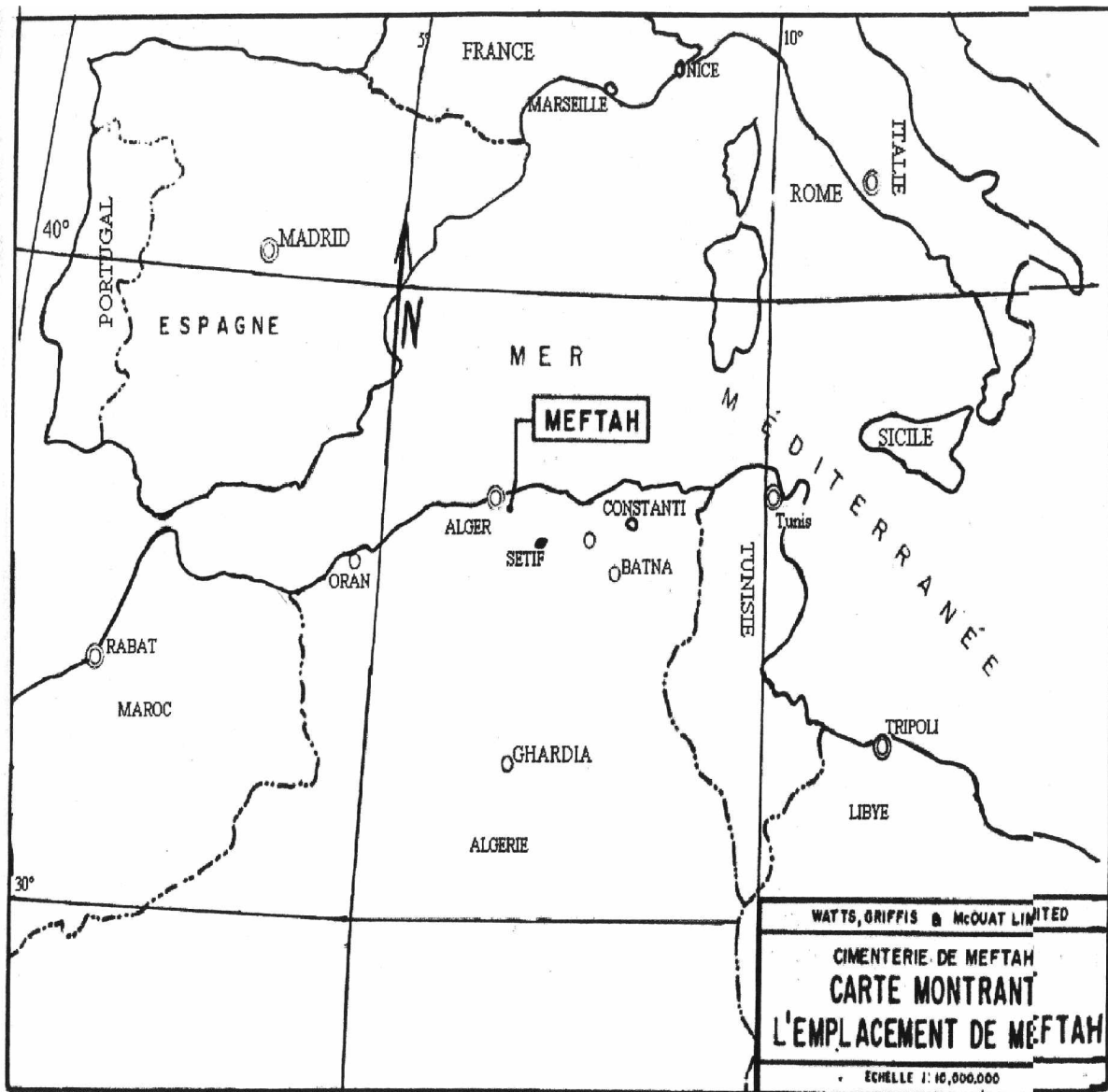
Le calcaire occupe donc 80% en matière première dans la composition du clinker, ce qui veut dire que le prix de revient du calcaire représente 80% du prix de revient des matières premières qui composent le clinker. Si le prix de revient du calcaire augmente, le prix de revient du clinker augmente et par conséquent le prix de revient du ciment va augmenter puisque le clinker représente 80% dans la composition du ciment. En d'autre terme le coût de la tonne de calcaire mérite d'être suivi si on veut diminuer le prix de revient du ciment.

Parmi ces matières premières qui composent le ciment, le sable le minerai de fer et le tuf sont achetés par l'usine chez d'autre société et elle exploite elle même le calcaire et l'argile. La carrière calcaire qui fournit l'usine en calcaire pour la fabrication du ciment est à un kilomètre du site de l'usine. Et c'est au niveau de ce gisement que nous avons entrepris notre étude afin d'établir un outil de contrôle des dépenses au niveau de cette carrière.

#### IV. le gisement de calcaire : [3], [4]

##### 1- Situation géographique

La cimenterie de Meftah est située à 20 Km au Sud Est de la ville d'Alger et à 2 Km du village de Meftah, dans la plaine de la Mitidja, au pieds du djebel Zerrouala, qui renferme les gisements de calcaire et d'argile utilisés dans la fabrication du ciment. La région a un climat méditerranéen avec une température moyenne de 20°C, elle est environ de 35°C au mois de juillet et 7 à 10°C en janvier.



**Fig1.1. Carte géographique montrant la localisation de la région de MEFTAH.**

Les coordonnées Lambert sont :

**X=548300**

**Y= 369200**

**Z= 210**

## **2- Situation géologique**

### **2.1 Tectonique de la région**

La région de Meftah est caractérisée par une structure géologique complexe traduite par une déformation structurale, qui a affecté toute la région de Meftah et a généralement produit un plissage d'orientation NE-SW et des failles le long de deux principaux axes d'orientation, NNE - SSW et WNW -ESE, essentiellement normales. Cette déformation est visible dans le calcaire et dans les formations sous-jacentes.

### **2.2 L'âge du gisement**

Le calcaire d'âge helvétien (Miocène inférieur) repose sur des grès, des conglomérats et par endroit sur de l'argile.

L'argile cartésienne (Miocène inférieur) repose en discordance sur des conglomérats.

L'argile sans stratification est affectée de fissures fermées.

Parfois les fossiles (Foraminifères, Lamellibranches et Brachiopodes) sont abondants, mais les algues sont plus visibles.

### **2.3 Géologie du gisement :**

Les formations souterraines situées à proximité du site de la cimenterie de Meftah, sont constituées principalement de calcaire impur et d'argile renfermant des lentilles de calcaire à haute teneur de carbonate de calcium et dont l'exploitation industrielle est en cours.

Les dépôts exploitables de calcaire et d'argile ont été déterminés et évalués par la firme WATTS GRIFFIS et MAC OUAT LIMITED, firme Canadienne spécialisée dans les recherches. Le calcaire et l'argile constituent 97 % des matières premières utilisées pour la fabrication du produit semi-fini du ciment (le clinker)

Parmi les six formations de calcaire situées près de la cimenterie trois d'entre elles renferment des dépôts permettant la fabrication du ciment.

--Région 1 : avec une teneur  $\geq 48\%$  de CAO et une réserve estimée à 37 millions de tonnes

--Région 6 : avec une teneur  $\geq 48\%$  de CAO et une réserve estimée à 53 millions de tonnes

--Région 8 : avec une teneur  $\geq 48\%$  de CAO et une réserve estimée à 10 millions de tonnes

Les réserves exploitables de ces régions sont évaluées par le C E T I M de Boumerdes à 100 millions de tonnes

Parmi ces trois dépôts connus, celui de la région 1 est le plus économique dont l'exploitation est en cours. Les régions 6 et 8 font partie de l'extension de la carrière actuellement en exploitation.



### 2.3.1. Description de la région 1

Le dépôt de calcaire de cette région a une forme de lentille à surface rectangulaire reposant sur le flanc Ouest d'une formation d'argile à faible pente. La lentille a une surface plane de 780 mètres de longueur et 750 mètres de largeur et une épaisseur maximum de 80 mètres. Le calcaire a une dureté égale à 3 selon l'échelle de Mohs, il est compact et il n'a pas de foliations apparentes, mais il est tacheté de cavités. Le dépôt se divise minéralogiquement en trois couches épaisses à haute teneur de carbonate de calcium et de deux couches minces à teneur décroissante

Les réserves étudiées des trois épaisseurs sont

---Couche 1 = 32 000 000 tonnes de teneur en CaO >48 %

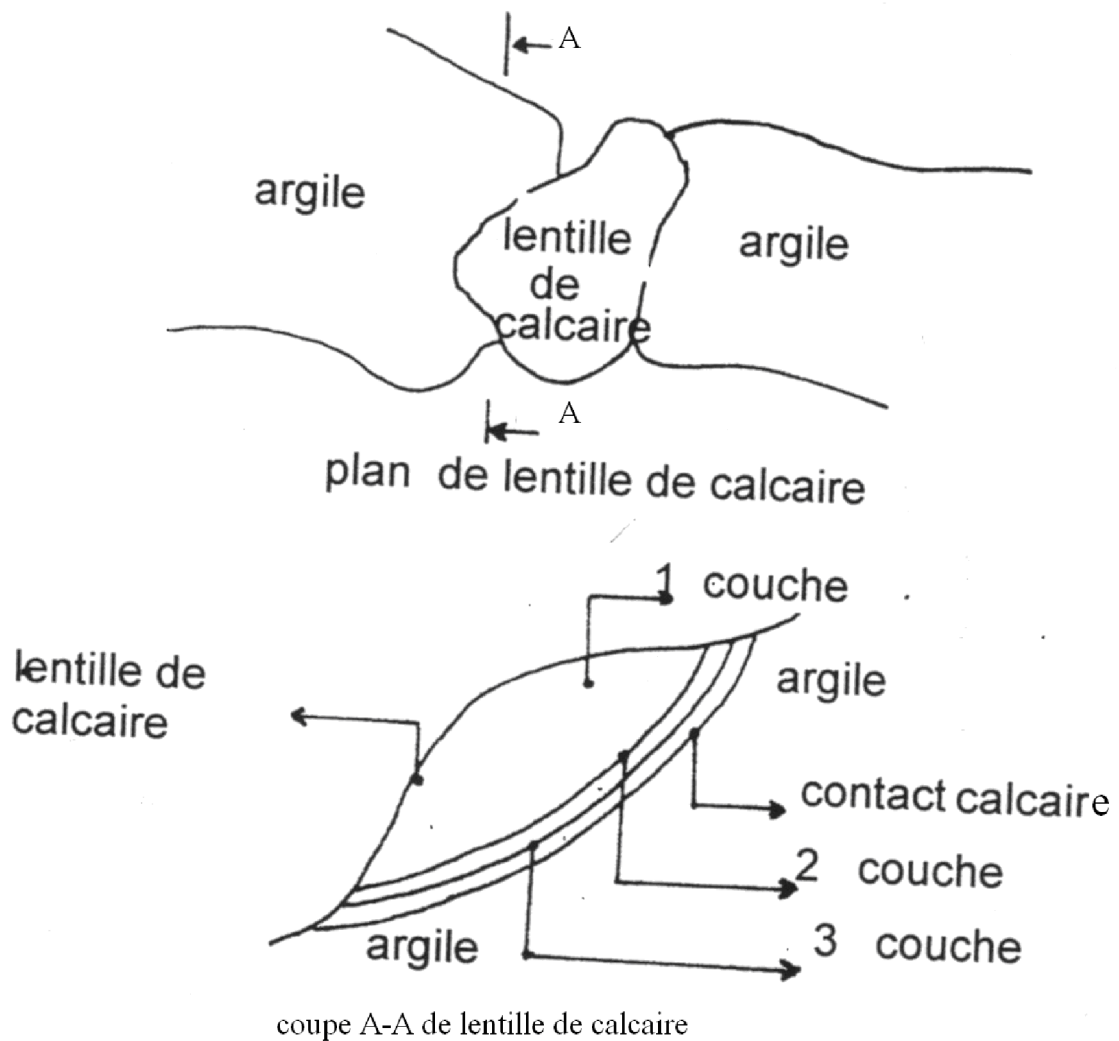
---Couche 2 = 1 444 000 tonnes de teneur en CaO de 40% à 48%

---Couche 3 = 3 464 000 tonnes de teneur en CaO < 40 %

Soit au total 37 millions de tonnes.

Le calcaire de qualité est bien exposé avec des falaises de couleur grise à la surface, il devient blanc ou jaune crème sous la surface, le calcaire est généralement cristallin ou granuleux. Le calcaire de qualité inférieure ou siliceux n'est pas aussi bien exposé que le calcaire de haute qualité parce qu'il constitue les couches les plus profondes du gisement et il est caractérisé par une teneur en silice et en alumine plus élevée.

La figure suivante représente une vue de plan et coupe de cette lentille calcaire.



**figI.2** : Plan et coupe de la lentille de calcaire d'après le rapport WATTS.

**1<sup>ère</sup> couche** : épaisseur 10-18m,

**2<sup>e</sup> couche** : épaisseur 05-10m,

**3<sup>e</sup> couche** : épaisseur 05-20m,

Configuration du dépôt

La lentille de calcaire qui constitue les flancs de la colline contient les limites de la carrière. Avec cette morphologie, l'exploitation a été commencée par le haut.

Mort terrain et végétation :

Il existe une très faible couche de mort terrain, constituée essentiellement de débris de végétaux et d'argile.

## 2.4 Sondages :

Dans l'exploration dans la plupart des gisements, les travaux de sondage sont largement sollicités puisque une bonne analyse des carottes a donné de meilleures informations sur le gisement.

La firme canadienne WATTS GRIFFIS et MAC OUAT LIMITED a effectué une trentaine de sondages dans la région 1 qui est en exploitation à l'heure actuelle. Elle a aussi fait d'autres sondages dans les autres régions de calcaire (2, 3, 6,7 et 8) et d'argile (4 et 5).

## 2.5 Les réserves :

Les réserves globales étudiées par secteurs et par catégories sont données dans le tableau suivant :

Région	Réserves par catégorie	Réserves totales (T)
Région 1	32.000.000 tonnes (3 C)	<b>36928000</b>
	1.444.000 tonnes (3 B)	
	3.484.000 tonnes (3 A)	
Région 3	500.000 tonnes (3C)	<b>500000</b>
Région 6	51.762.000 tonnes (3 C)-	<b>52904000</b>
	489.000 tonnes (3 B)	
	653.000 tonnes (3 A)	
Région 8	6.980.000 tonnes (3 C)	<b>10515000</b>
	1.995.000 tonnes (3 B)	
	1.540 000 tonnes (3 A)	
Total des réserves étudiées		<b>100847000</b>

Tableau a : réserves du calcaire

Les Réserves exploitées :

Année	Réserves exploitées [T]
Réserves exploitées du début jusqu'à avril 2002	15 111 168
2003	613300
2004	758894
2005	907536
2006	857948
Total des réserves exploitées	18 248 846
Total réserves restant	82 598 154

Tableau b : réserves exploitée

## V. la carrière [4], [5], [1],[2]

L'homogénéité du calcaire étant nécessaire pour avoir les mêmes qualités de ciment, la carrière est découpée par gradins et par qualité en teneur en CaO. Pour avoir un calcaire ayant les mêmes teneurs en CaO les parties riches et pauvres sont exploitées et mélangées en proportion

Le mode de travail dans la carrière est de deux postes par jour d'une durée de sept heures chacun du samedi au mercredi et d'un poste de 7 heures les jeudi. Pour satisfaire les demandes, des heures supplémentaires sont programmées pendant les vendredi parfois.

### 1- Rendement et Durée de vie de la carrière :

Le rendement de la carrière est la quantité de minerai extrait en une unité de temps. Le rendement de la carrière de calcaire de Meftah est en moyenne de 850 000 T par an.

Connaissant les réserves totales de la carrière  $Q_c$  et l'extraction annuelle  $A$  la durée d'existence

d'une carrière peut être déterminée par la formule :  $T = \frac{Q_c}{A}$

Pour la carrière de Meftah région 1-3,  $Q_c = 37\ 000\ 000\ T$

$$A = 850\ 000\ T$$

Ce qui nous donne une durée de vie  $T = 44\ \text{ans}$

### 2- Méthode d'exploitation

L'exploitation d'une carrière à ciel ouvert est composée par

- la préparation de la surface à l'emplacement du gisement que l'on se propose d'exploiter (délimitation du champ minier, bornage de la carrière dans le périmètre de la concession, travaux d'arpentage et d'implantation des limites)
- l'assèchement du champ de la carrière et prise de mesure contre l'afflux d'eau
- le creusement des tranchées principales (ouverture du champ de la carrière)
- l'enlèvement des stériles de recouvrement (découpage des mort-terrains)
- les travaux d'exploitation (enlèvement du minerai)
- mise à terril du stérile minier et aménagement du site après exploitation)

La méthode d'exploitation est la manière par laquelle se font les travaux d'exploitation.

Celle-ci est représentée par une succession de gradins qui sont abattus à l'explosif.

#### 2.1- Éléments du système d'exploitation

##### 2.1.1 La hauteur du gradin

La carrière de calcaire de la cimenterie de Meftah est exploitée par gradins de 15 mètres de hauteur pour les niveaux 275, 260, 245, 230, et 215, et par un gradin de 20 mètres pour le

niveau 200 et de 10mètres pour les niveau 180 et 170 avec l'avancement des fronts de taille dans la direction nord-sud. L'accès aux gradins se fait par une piste principale longeant la partie est du gisement et des pistes secondaires reliant chaque niveau.

### 2.1.2. Angle de talus du gradin

L'angle des talus est généralement compris entre 80° et 85°.

### 2.1.3. Plate-forme de travail

Elle est déterminée en fonction de la taille des engins. La plate forme de la carrière a des dimensions variables, elle est en moyenne de 40m (30 à 50m).

### 2.1.4. Longueur du bloc

Le gradin est divisé en blocs qui sont par la suite exploités par des moyens d'abattage et de chargement ; Le volume du bloc est fonction de la production, il est en général égal à la capacité d'une volée de tir. Dans la carrière de Meftah la longueur du bloc est variable (80 à 110m).

La longueur du bloc est donnée par la relation :  $B = V/S$  (cf. figureI.3)

Ou  $B = (N_t - 1) * a$

V : volume des roches à abattre

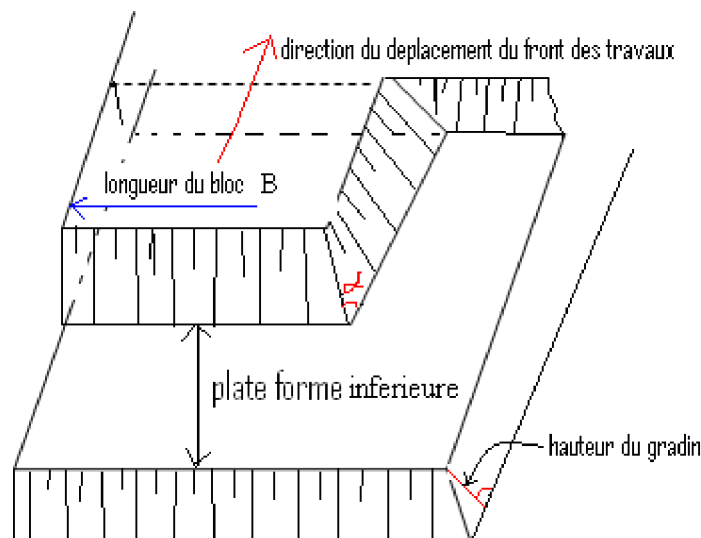
S : surface du tir = tranche d'enlèvement \*  $\frac{\text{hauteur du gradin}}{\sin \alpha}$

$N_t$  : nombre de trou

a : distance entre deux trous

### 2.1.5. La direction de déplacement du front de taille

La carrière évolue vers le sud-ouest qui est le sens de prolongement du gisement, le pendage du gisement est de 15° sud-ouest.



figI.3 Élément du système d'exploitation

## 2.2- Abatage

L'abatage est l'opération qui consiste à enlever le minerai du sol. Elle peut être réalisée par des excavateurs (bulldozer) pour les roches tendres et semi tendres ou par l'explosif pour les roches dures. Les deux méthodes sont combinées au niveau de la carrière de Meftah. Après chaque tir de mine l'abatage on utilise le bulldozer pour la récupération des zones fissurées ainsi que les pieds des gradins

La réduction du prix de revient de la tonne de ciment dépend essentiellement de l'exploitation optimale de la matière première provenant de la carrière. On souhaite toujours obtenir, après le tir, des produits abattus de petites granulométries assemblées en tas, ne comportant pas de cailloux de plus de 56mm qui, dans ce cas particulier, doivent être éliminés. Le but du plan de tir est de se rapprocher au maximum de ces conditions idéales. Les publications scientifiques récentes soulignent l'importance de l'optimisation des paramètres du tir, dans le but d'obtenir une granulométrie du tas de roche abattu qui minimise la consommation en énergie électrique des concasseurs et broyeurs. Les travaux de foration et de tir ont une influence prépondérante sur le rendement des ateliers de préparation mécanique. Le prix de revient d'une carrière est fortement influencé par les performances du concasseur primaire. Des produits abattus avec une granulométrie convenable permettent d'obtenir des rendements élevés de concassage et des résultats économiques favorables.

Le calcaire de Meftah avec une dureté (Mohs) de 3 est fragmenté à l'aide de l'explosif. La méthode utilisée pour cela est l'abatage par *tir de mine avec trous à gros diamètres*.

### a- La foration

La forage des trous est réalisée à l'aide d'une sondeuse et de trois chariots de foration, les chariots sont reliées par deux compresseurs ATLAS COPCO (20bar) et INGERSOL RAND (21bar). Ces foreuses forent en moyenne 10 trous de mine de 15m de profondeur par jour. Ces engins de foration sont regroupés dans le tableau I.1.

Engin	Nombre	Marque	Type	Puissance	Caractéristique
Chariot de foration	03	ATLAS COPCO	ROC460 PC	----	89 mm diamètre
		ATLAS COPCO	ROC 304		
		COMPAIR HOLMAN (à l'arrêt)	VOLTRA C	----	
Sondeuse	01	ATLAS COPCO	ROC F6		110 mm
Compresseur	03	Ingersol Rand	XRH 875	290 CV	21 bars
		Ingersol Rand	XRH 750	290 CV	21 bars
		ATLAS COPCO	XRHS 385	224 CV	20 bars

**Tableau.I.1 Les engins de foration de la carrière de Meftah**

#### **b- Plan de tir**

Le plan de tir utilisé est en général d'une à deux rangées de trous avec une distance entre rangées de 3m et une banquette de 3m la distance entre trous étant 3m aussi.

##### **b.1- Diamètre du trou**

Les chariots de foration sont équipés par des tiges ayant des taillants de diamètre 89mm, Ce qui est adéquat pour les cartouches d'explosif de 65mm de diamètre.

##### **b.2- Inclinaison des trous**

Les trous sont forés dans les gradins avec une inclinaison de 80° à 82°.

##### **b.3- La Profondeur du trou, $L_{tr}$**

La longueur des trous est donnée par la relation suivante

$$L_{tr} = L_s + (H/\sin 80^\circ).$$

H : hauteur de gradin.

$L_s$  : longueur de sous forage.

En pratique  $L_{tr}$  est variable puisque H (hauteur du gradin) varie de 09 à 20 m d'après la position du bloc à tirer.

##### **b.4- Sous foration, $L_s$**

Pour avoir un bon pied de gradin il est conseillé de sous forer, à Meftah la sous foration est égale à 1 m, donc  $L_s = 1m$

**b.5- Bourrage,  $L_b$** 

La longueur de bourrage appliqué à Meftah est  $L_b = 2,5$  m, La matière de bourrage est constituée principalement par le calcaire (les débris de forage).

**b.6- Longueur de charge,  $L_{ch}$** 

Elle est égale à la différence entre la profondeur du trou et la longueur de bourrage

$$L_{ch} = L_{tr} - L_b$$

**b.7- Banquette, B**

La distance entre la première rangée et le front de taille est  $b = 2$  m, mis à part les gradins présentant des pieds cette distance sera diminuée. (figI.4)

**b.8- Maille de foration**

Au niveau de la carrière de calcaire de Meftah les trous de mines sont forés avec une maille de foration égale à  $3 \times 3$  m

- **Type d'explosif**

Les explosifs utilisés sont la marmanit II et l'anfomil.

Explosifs	Densité	Vitesse de détonation m/s	Volume des gaz L/Kg
MarmanitII	0.95	4100	868
Anfomil	0.90	3000	975

**Tableau.I.2 Les caractéristiques des explosifs utilisés à Meftah**

**Marmanit II**

Sous forme de cartouche ; Diamètre = 65 mm

Longueur = 50 cm

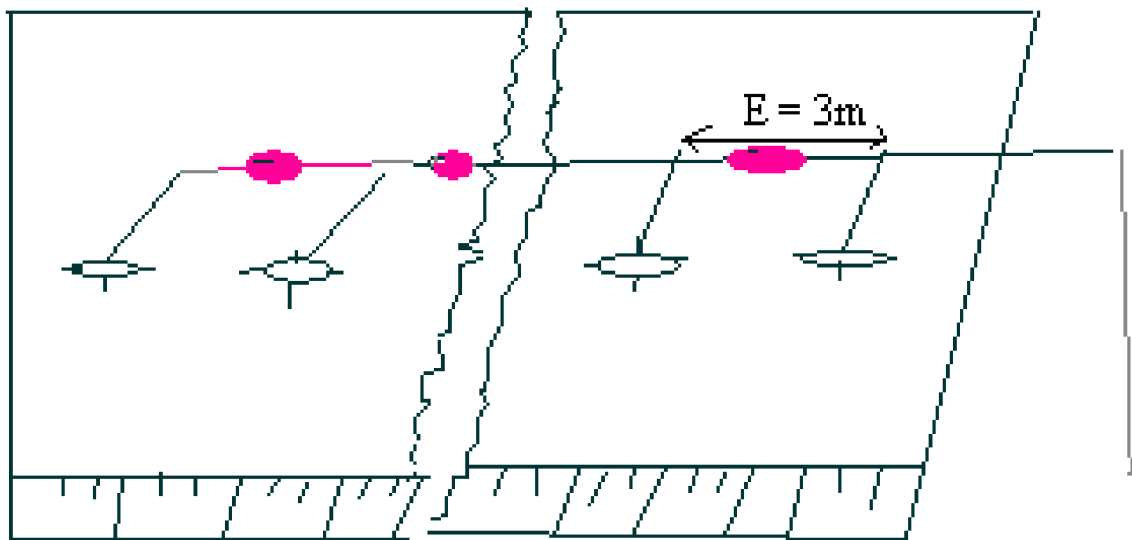
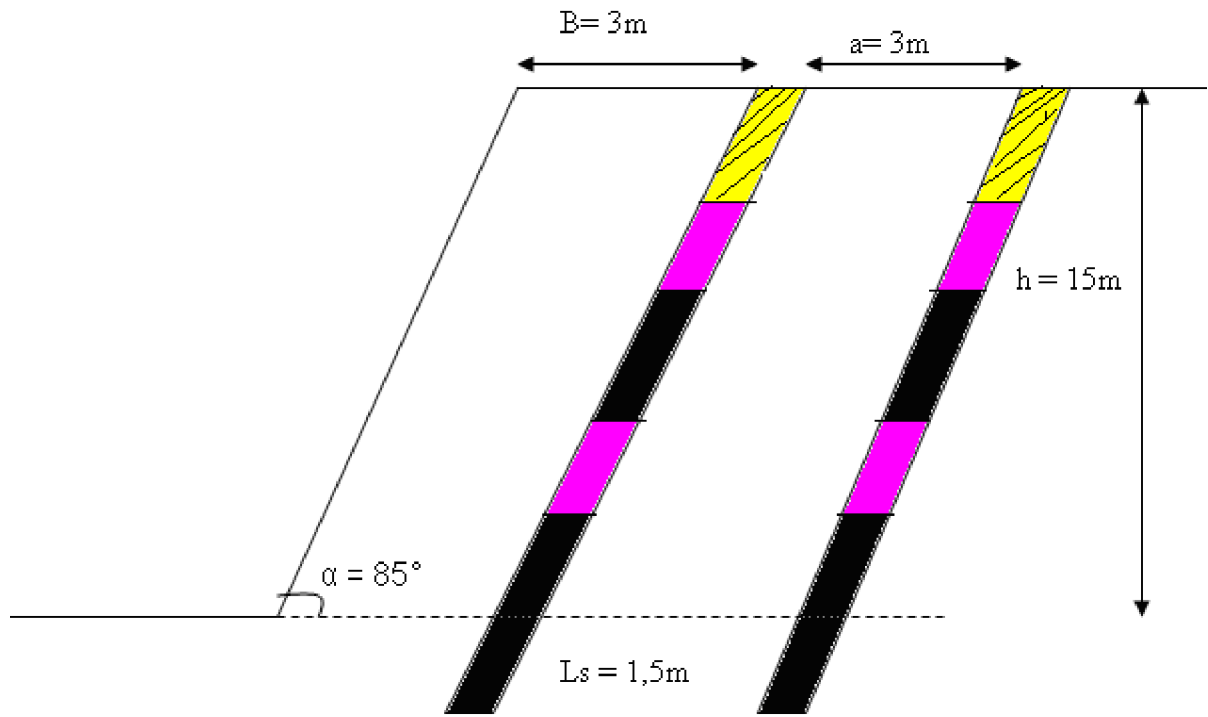
Poids = 2,5 kg






**Anfomil** Elle est sous forme de poudre (sac de 25 Kg).

La consommation spécifique d'explosifs est égale à 100 g/tonne. La quantité d'explosifs utilisée pour les tirs est égale généralement à 5000 kg. On utilise des charges continues avec 67% de marmanit et 33% d'anfomil

Le raccordement est réalisé à l'aide du cordeau détonant de 12 g et des DMR de 20 ms entre chaque 4 trous.





- |   |           |   |                         |
|---|-----------|---|-------------------------|
|  | bouillage |  | detonateur micro retard |
|  | anfomil   |  | cordeau detonant        |
|  | mamarnit  |   |                         |

FigI.5 : schéma coupe et plan du plan de tir

B : banquette

h: hauteur de gradin

a: distance entre rangée

E: distance entre trou

$\alpha$  : angle d'inclinaison

### • Emploi du bulldozer

Après le tir, on utilise le bulldozer pour nettoyer la piste et afin de faciliter le déplacement et le travail de la chargeuse et des dumpers. On emploie le bulldozer pour dégager le pied du gradin et rendre uniforme la plate forme afin de faciliter les travaux de transport et de chargement. Il est aussi utilisé pour la fragmentation des premiers mètres du front du gradin fissuré et friable à cause des effets de l'explosion

Les bulldozers employés sont le bull CAT D10R, et le bull KOMATSU D375A.

### 2.3- Chargement

Le chargement de la matière du front de taille est assuré par des chargeuses sur pneu de capacité de godet de  $8,3\text{m}^3$  et  $9\text{m}^3$ . Ce type de chargeuse offre l'avantage d'être mobile ce qui permet un déplacement rapide d'une plate forme de chargement à l'autre

Les chargeuses utilisées sont de type **Caterpillar 990 II** et **Komatsu WA700**

Le nombre de Dumper par chargeuse est donné par la formule :

$$N = \frac{[0.5 * L(\frac{60}{V_c} + \frac{60}{V_v}) + Td]}{T_{cht}} + 1 \quad \text{Ou} \quad N = \frac{[0.5(Tc + Tv) + Td]}{T_{cht}} + 1$$

$V_c$  et  $V_v$  étant les vitesses du camion chargé et à vide respectivement

$T_c$  et  $T_v$  Durée de parcours du Dumper chargé et à vide respectivement entre le concasseur et le lieu de chargement.

$T_d$  et  $T_{cht}$  temps de déchargement et de chargement respectivement

L : Distance entre le concasseur et le lieu de chargement.

N= 4 Dumpers par chargeuse à Meftah

chargeuse	Nombre	Type	Capacité
CATERPILLA R	01	990-II	8.300 m <sup>3</sup>
KOMATSU	01	WA700	9 m <sup>3</sup>

Tableau.I.3 Les

chargement de la carrière de Meftah

engins de

## 2.4- Transport

Le calcaire est transporté du front de taille vers l'atelier de concassage à l'aide de dumpers de carrière de charge utile de 32 à 41 tonnes .Il y'a cinq (5) Dumpers Caterpillar 769C, six (6) Dumpers Caterpillar 771D et trois Dumpers Komatsu HD325

Engins	Nombre	Capacité (tonnes)	Puissance (CV)
CATERPILLAR 771D	6	32 – 41	517
CATERPILLAR 769C	5	35	456
KOMATSU HD325	3	35	508

Tableau I.4 Les engins de transport de la carrière de Meftah

## 2.5- Préparation mécanique (concassage) :

Il existe trois (3) concasseurs au niveau de l'entreprise. Le *concasseur birotor FCB* avec un débit horaire de 450T/H et une puissance de 2x400KW est destiné pour le concassage du tuf et du calcaire. Le *concasseur birotor KHD* avec un débit horaire de 1000T/H et une puissance de 2x1000KW est destiné pour le concassage du calcaire uniquement. Les diamètres des blocs pour ces deux concasseur à l'entrée et à la sortie sont respectivement 0/1m et 0/30mm. Le troisième, le *concasseur Hazemag*, concasseur à percussion (mono rotor) a un débit de 250T/H et une puissance de 400KW, il est utilisé pour concasser les ajouts (argile, minerai de fer, sable). Les blocs sont de 0/350mm et de 0/25mm à l'entrée et à la sortie du concasseur.

concasseur	Marque	Type	Débit tonnes/heure	D max. entrée bloc (m <sup>3</sup> )
FCB	DRAGON	DUO 6BS	450	1
KHD	KHD HUMBOLDT Wedag	1-IDS 2000x 2520	1000	1

**Tableau.I.5 Les caractéristiques des concasseurs FCB et KHD de la carrière de Meftah**

concasseur	Nombre	Marque	Type	Vitesse Tr/min	Tension Volt	Courant A	Puissance Kwatts
FCB	2	Siemens	ILA5508	1410	5500	495	2x400
KHD	2	Siemens	IL7712- 6	1000	5500	124	2x1000

**Tableau.I.6 Les caractéristiques des moteurs des concasseurs FCB et KHD****3- PRODUCTION**

La production annuelle de calcaire est de 850 000 tonnes. Pour réaliser cet objectif la carrière fonctionne comme suit :

Nombre de jours ouvrables par an	$N_{ja} = 275 \text{ j/an}$
Nombre de jours ouvrables par semaine	$N_{js} = 5,5 \text{ j/semaine}$
Nombre de postes par jour	$N_{pj} = 2 \text{ p/j}$ sauf le Jeudi 1 poste
Nombre de poste par an	$N_{pa} = 528 \text{ p/an}$
Nombre d'heures par poste	$N_{hp} = 7 \text{ h/p}$

**4- ORGANISATION :**

Pour assurer le bon fonctionnement de la carrière de calcaire, le personnel est réparti en équipes postées en 2 fois 7 suivant :

--2 équipes de sondeurs et mineurs pour la foration des trous de mine et préparer le tir de mine à l'explosif

-- 2 équipes constituées :

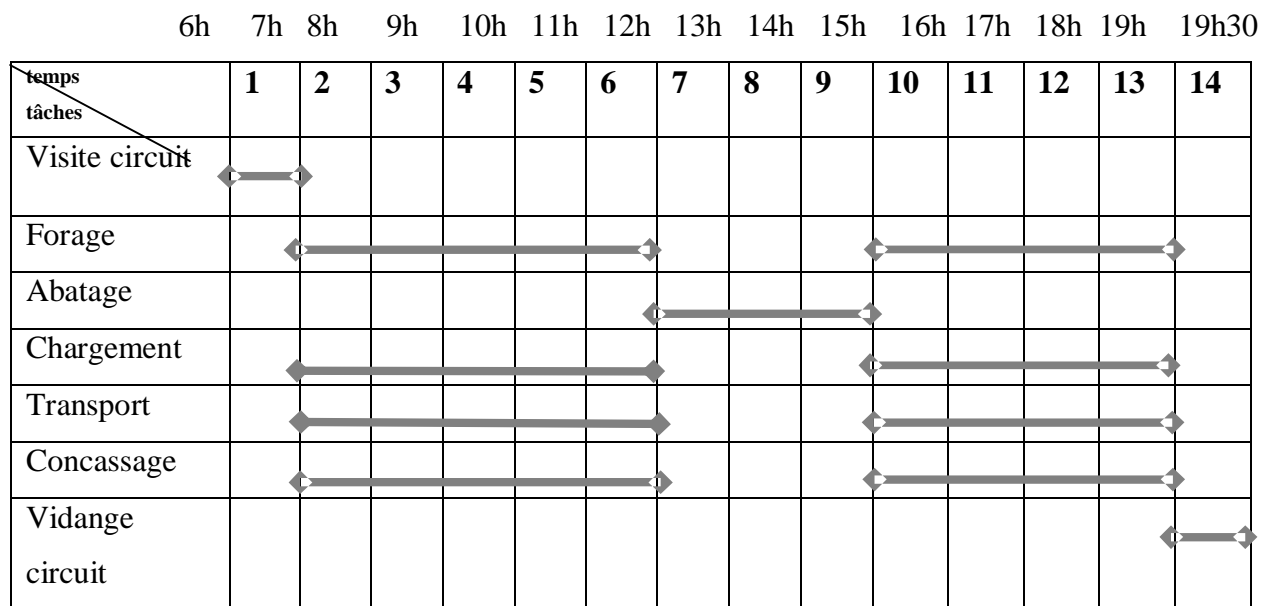
de conducteurs d'engins pour assurer, l'abattage, le chargement, et le transport du calcaire et du personnel qui assure la marche des ateliers de concassage.

L'entretien et la réparation du matériel roulant de la carrière sont assurés par le département Entretien du matériel roulant (E M R).

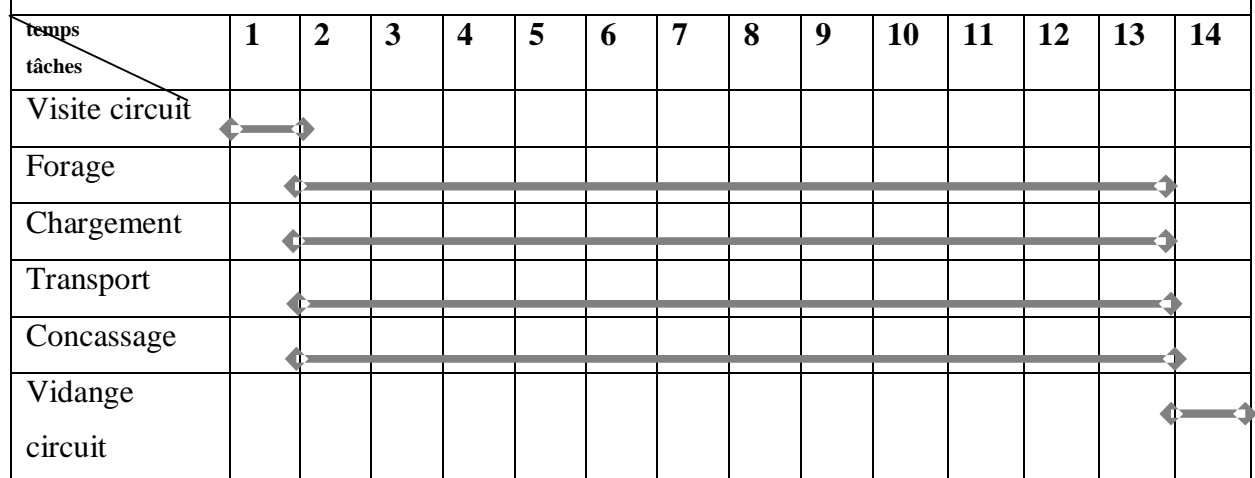
L'entretien et la maintenance des ateliers de concassage calcaire sont assurés par le département de maintenance de l'usine

L'organisation du travail à Meftah se fait selon le cyclogramme du tableau 1et 2.

**FIG I.6 Diagramme de GANTT pour une journée de travail avec le minage**



**FigI.7. Diagramme de GANTT pour une journée de travail sans minage**



◄————► Représentation des tâches

On remarque que toutes les tâches sont faites en continue pour les deux postes de travail. Sauf pour les jours ou il y a l'abatage, on observe un arrêt total des travaux dans la carrière pour assurer la sécurité du personnel ainsi que du matériel lors du minage. Aussi, le travail ne s'arrête pas entre midi et 13 heures, car le remplacement du personnel se fait sans rupture. On remarque aussi que la durée de poste est de 7 heures mais les matériels travaillent 6 heures par poste

**Chapitre II :**  
**Identification des coûts de la carrière**

## A) Généralités [6]

### Définition des coûts :

Les coûts sont une somme de charges relatives à un élément défini au sein du réseau comptable.

Le plan comptable générale donne la définition du coût comme suit :

Un coût est constitué par un total de dépenses rapportées à un moment donné :

- ◆ Soit à une fonction ou partie de l'entreprise.
- ◆ Soit à un objet, une prestation de service, un groupe d'objet pris à un stade autre que le stade final de livraison aux clients.

Le coût de production peut s'exprimer sous trois formes :

### 1. le coût total : CT

En courte période, le coût total d'une entreprise comporte deux catégories de dépenses :

a) **les coûts fixes (CF)** : ces coûts sont invariables, indépendants du volume de la production. Ils comprennent par exemple les loyers ; traitement et salaires indépendants de la production ; amortissement ; frais d'entretien systématiques.

b) **Les coûts variables (CV)** sont fonction des quantités produites. Ils sont exprimés par  $CV=f(Q)$ , ( $Q$  est la quantité de production). Parmi ces coûts certains sont dit *variables proportionnels*, parce qu'ils varient en stricte proportionnalité avec le volume de la production comme par exemple les matières premières, énergie, lubrifiants. Le coefficient technique de production c'est-à-dire le rapport de la consommation intermédiaire à la production totale, demeure constant. D'autres coûts sont dits *variables non proportionnels* en raison par exemple de la loi des rendements non proportionnels des facteurs. Des raison techniques peuvent intervenir : la consommation de carburant d'un véhicule n'est pas fonction linéaire à la vitesse.

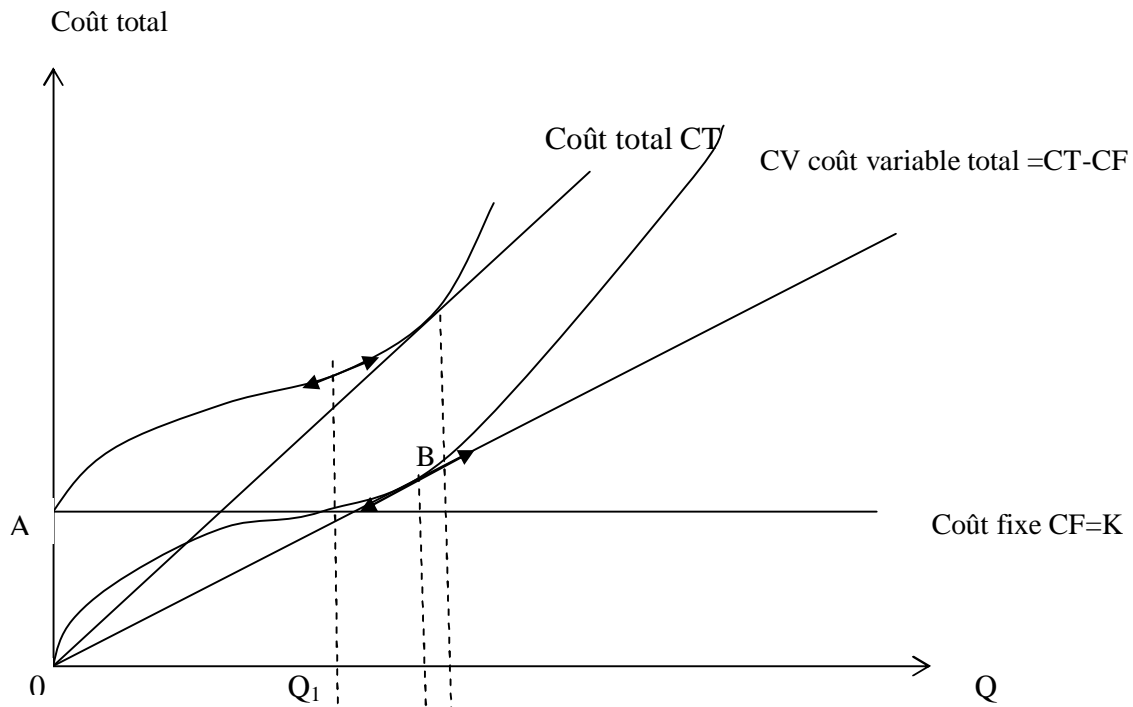
On a donc :

$CT = CF+CV$  et comme  $CV=f(Q)$  alors on peut écrire :

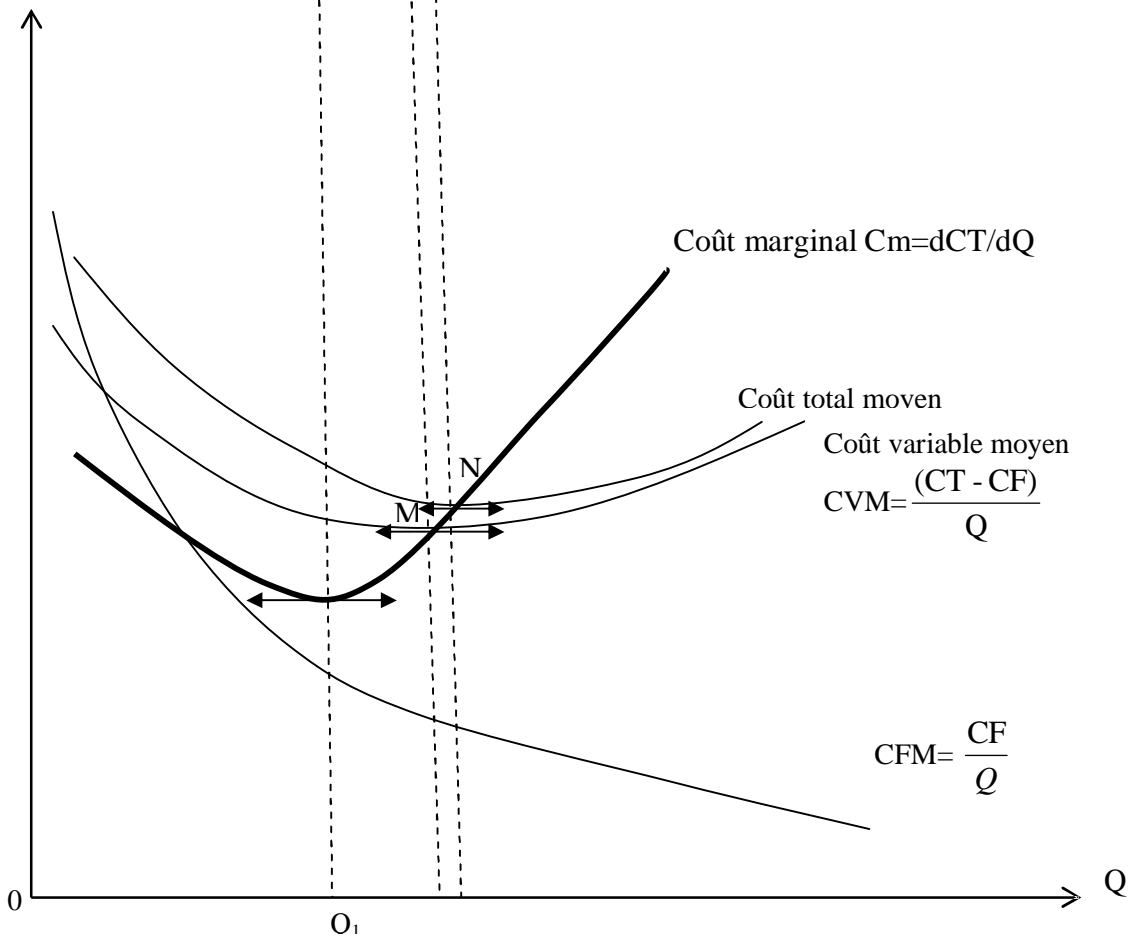
$$CT = CF+f(Q)$$

Les variations du coût total suivent donc la courbe de coût variable, c'est-à-dire *le coût apparaît comme fonction explicite de la production*. Graphiquement la courbe CT a la forme indiquée sur la figure II.1. Son ordonnée à l'origine est le point A ; la distance OA représente le coût fixe qui est à supporter pour tout niveau de production, même nul. La courbe s'élève ensuite avec la production mais à taux décroissant tant que le travail ajouté au capital met en jeu les rendements croissants.

figureII.1 : courbe du coût total, du coût fixe et du coût variable



Coût moyen et  
coût marginal





En décalant la courbe CT vers le bas d'une distance OA, on élimine l'incidence des coûts fixe, ce qui fait apparaître l'évolution du *coût variable total* (CV). En B la courbe s'infléchit. Au-delà de ce point l'accroissement de la production se réalise à rendements décroissants.

Le point B correspond bien au point de tangence de la courbe CV et de la droite passant par l'origine : le coût variable moyen est alors minimum.

## 2. Les coûts moyens ou coûts unitaires

Ils représentent les coûts globaux par unité produite. En distinguant les trois types de coûts déjà retenus, on obtient donc trois types de coûts moyens

a) **le coût fixe moyen** (CFM) est le rapport des coûts fixes par le nombre d'unités du bien produit.

$$\text{CFM} = \frac{\text{CF}}{Q}$$

La courbe CFM décroît à mesure que la production augmente, puisqu'un coût constant est reparti sur des unités plus nombreuses.

b) **le coût variable moyen** (CVM)

$$\text{CVM} = \frac{\text{CV}}{Q} = \frac{f(Q)}{Q}$$

La forme de la courbe CVM est conditionnée par l'existence de deux sortes de coûts variables : les coûts proportionnels et les coûts non proportionnels.

c) **le coût total moyen** CTM

$$\text{CTM} = \frac{\text{CT}}{Q} = \frac{\text{CF}}{Q} + \frac{f(Q)}{Q}$$

Quant la production augmente, la courbe de coût variable moyen CVM se rapproche de celle du coût global moyen (CTM)

3. **Le coût marginal (Cm)** : se définit comme le supplément de coût nécessaire à la production d'une unité supplémentaire (unité dite supplémentaire).

$\text{Cm} = \limite \text{ de } \frac{\Delta \text{CT}}{\Delta Q}$  quand  $\Delta Q$  tend vers zéro.

Le coût marginal est donc égal à la dérivé du coût total par rapport à la quantité produite

$$\text{Cm} = \frac{d\text{CT}}{dQ}$$

De plus, comme le coût fixe est indépendant du volume de production, le coût marginal est aussi indépendant du coût fixe.

Les coûts de production ont été classés en trois grandes catégories : le coût total, le coût moyen ou coût unitaire et le coût marginal. Pour l'identification des coûts (dans la section suivante), on ne considérera que le coût total (les coûts fixes et les coûts variables).

Le coût total moyen et le coût marginal seront revus respectivement dans les sections *fonction de coût de production* et *fonction du coût unitaire* dans le chapitre III

## **B) Identification du Coût total de la carrière calcaire :**

L'objectif principal de ce travail est d'essayer d'établir une relation entre les coûts et les productions journalières de la carrière. De ce fait les coûts sont classés en trois grandes catégories

- les coûts non proportionnels à la quantité de production (appelés coûts fixes)
- les coûts qui sont directement fonction de la production (ce sont les consommables)
- les coûts de minage : A part l'utilisation quotidienne du bulldozer, les opérations de minage au niveau de la carrière ne se réalise que deux fois par mois et parfois même une seule fois. Par exemple durant ce mois d'avril 2007 il n'y a eu qu'un seul tir à l'explosif. De plus, les travaux de minage n'ont pas d'influence directe sur la quantité de production journalière à moins qu'il y ait absence de roches abattues qui causera évidemment l'arrêt des autres opérations. C'est pour ces raisons que les coûts du minage seront calculés à part. A l'aide du plan de tir utilisé, on calculera tous les coûts et le tonnage des roches abattues pour une opération de minage afin de déterminer le prix de revient d'une tonne de calcaire pour l'opération d'abatage. Par la suite ce coût sera proportionnellement ajouté aux deux autres (coût chargement-transport et coût concassage).

### **I. Les coûts fixes au niveau de la carrière :**

#### **1- Coûts liés à l'utilisation du Matériel**

Ce sont les coûts de l'amortissement annuel des différents engins ainsi que les charges financières annuelles que paye l'entreprise au cours du remboursement des prêts pour chaque engin

L'amortissement en comptabilité, est un constat de la dépréciation de la valeur d'un actif immobilisé, au terme d'une opération consistant à répartir dans le temps le coût de cet élément.

L'amortissement comptable prend en compte la perte de valeur subie au cours d'une période donnée par un bien de production durable (une machine, par exemple) du fait de l'usure.

L'amortissement permet ainsi de provisionner des ressources pour financer le renouvellement des équipements usés ou obsolètes. Il mesure aussi la dépréciation du capital fixe, c'est-à-dire la diminution de la capacité productive d'un équipement.

L'amortissement (A) est calculé selon la formule suivante:

$$A = \frac{FA}{N} \quad [DA]$$

où FA est les frais d'acquisition de l'engin en DA

et N la durée de vie de l'engin en Année

Comme nous nous intéressons qu'aux coûts journaliers la part de l'amortissement par jour est :

$$A_j = \frac{FA}{N * 275} \quad [DA]$$

275 est le nombre de jour ouvrable dans l'année.

Tous les engins sont amortis pendant 10 ans au niveau de la cimenterie de Meftah.

C'est-à-dire la durée de vie des engins est **N= 10ans**.

### a- Chargement

Actuellement, les engins de chargement non amortis sont la chargeuse komatsu et la chargeuse Catpillar 990 CH 15 (Cat CH 15).

Leurs frais d'acquisition, amortissement et charge financière sont donnée dans le tableau suivant :

chargeuse	Durée d'amortissement.	Année d'acquisition.	Frais d'Acquisition [DA]	Amortissement [DA]		Charge financière [DA]		Total DA/jour
				Annuel	journalier	Annuelle	journalier	
Komatsu	10 ans	12/07/05	69 119 568,61	6911956,86	25134,4	849282,05	3088,3	<b>28222,70</b>
Cat CH15		24/05/02	70 321 928,34	7032192,834	25571,61	735105,03	2673,11	<b>28244.72</b>

Tableau.II.1 : Coûts d'amortissement et coût financier des engins de chargement

### b- Transport

Le calcaire est transporté du front de travail vers le concasseur au moyen de quatre dumpers au maximum. Le nombre utilisé varie entre deux et quatre par jour. Les dumpers utilisés sont les dumpers CAT 771D qui sont le D24, D25, D26, D27, D28 et le D29 (D24 – D29, sont les codes d'identification de ces engins). L'utilisation des engins dépend de leur disponibilité. Les frais d'acquisition, amortissement et charge financière de ces engins sont donnés dans le tableau suivant :

Dumper	Durée d'amort	Frais d'Acqui [DA]	Amortissement [DA]		charge financière[DA]		Total DA/jour
			Annuel	journalier	Annuel	journalier	
D24	10 ans	32490511,19	3249051,119	11814,73	339637,13	1235,04	<b>13049,77</b>
D25		32490511,19	3249051,119	11814,73	339637,13	1235,04	<b>13049,77</b>
D26		32490511,19	3249051,119	11814,73	339637,13	1235,04	<b>13049,77</b>
D27		32490511,19	3249051,119	11814,73	339637,13	1235,04	<b>13049,77</b>
D28		33316925,50	3331692,55	12125,25	869059,23	3160,22	<b>15285,47</b>
D29		33316925,50	3331692,55	12125,25	869059,23	3160,22	<b>15285,47</b>
Total							<b>82770,02</b>

Tableau.II.2 : Coûts d’amortissement et coût financier des engins de transport

La date d’achat des Dumpers D24, D25, D26, D27 est le 24/05/2002 et celle des dumpers D28 et D29 est le 29/05/2005.

**c- Concassage**

Le concasseur le plus utilisé actuellement pour le concassage du calcaire est le concasseur KHD. Le concasseur codifié FCB, est utilisé qu’en cas de panne du concasseur KHD. Les frais d’acquisition sont présentés dans le tableau suivant

concasseur	Année d’acquisition	Frais d’acquisition [DA]	Durée d’amortissement
FCB	01/01/1975	166 088 663,00	10 ans
KHD	21/12/1995	208 200 883,97	

Tableau.II.3 : amortissements des concasseurs KHD et FCB

Les amortissements des deux concasseurs sont nuls

**d- Abatage :**

Les coûts fixes pour l'opération abatage sont les coûts liés à l'utilisation du bulldozer (l'amortissement, consommation gasoil, huile, graisse,...), le coût de l'amortissement de la sondeuse, les pièces de rechange et les accessoires (tubes, marteau fond de trou,)

engin	Frais d'acquisition (FA) [DA]	Date d'achat	Durée d'amortissement
Chariot de foration roc304	6 404 502,38	30/09/1999	=
Compresseur Atlas COPCO	4 508 771 ,12	30/09/1999	10 ans
Sondeuse ROC F6	30 183 855,49	31/12/2005	
BULL KOMATSU	52 500 091,23	12/07/2005	

Tableau II.4 : frais d'acquisition des engins de forage et d'abatage

Quant aux prix des accessoires, ils sont comme suite :

- Ø marteaux fond de trou pour le ROC304 : 161 411 DA
- Ø marteau fond de trou ROC F6 : 177 161 DA
- Ø tige (4 m de long) ROC F6 : 32 497, 09 DA
- Ø tige (3 m de long) ROC304 : 22 263,25 DA
- Ø Adaptateur (ROC 304) : 30 233,19 DA

**Coûts journaliers dus à l'utilisation du bulldozer [11]**

désignation	Quantité/jour	Coût fixe total [DA]/jour
Chelia40 (huile)	3,36L	665,28
Chelia30 (huile)	2,646L	219,62
Chelia10W (huile)	0,756L	63,50
Tasselia90 (huile)	0,826L	99,12
tassaditA2 (huile)	14Kg	1680
gasoil	500L	6500
Pièce de rechange (préventif)	//	1897
Amortissement journalier	//	19090, 94
total		30308,52

Tableau II.5 : Coût journalier du bulldozer

**Coûts fixes journaliers de la foration**

désignation	Coût fixe total [DA]/jour
Amortissement journalier	10975,95
marteau fond de trou ROC F6	322,11
tiges (5) ROC F6	590,87
Total	11888,93

Tableau II.6 : coût fixe journalier du forage.

De ces deux tableaux ci-dessus (tableau II.5 et II.6), le coût fixe total d'une journée pour l'opération abatage est **égale à 42 197,45DA.**

**2- Entretien Curatif**

Les coûts dus aux entretiens curatifs sont difficilement quantifiables. Les pannes des engins sont accidentels et ne sont pas proportionnels à la production. Mais dans la plupart des cas on calcule ces coûts comme égal au coût d'amortissement. Mais la durée d'amortissement des matériels de l'entreprise est trop courte (10 ans). Or la durée de vie des dumpers et des chargeuses est voisine de 25 ans. Les concasseurs peuvent travailler encore beaucoup plus longtemps. Par exemple le concasseur FCB travaille depuis 1975 et cause très peu de panne matérielle jusqu'à maintenant. En se basant sur les coûts d'entretien de 2005 et 2006 et les durée de vie probable des matériels, les coûts d'entretien sont pris comme suit :

- 40% des montants d'amortissement de tous les engins de la carrière (y compris les engins déjà amortis)
- 25% des montants d'amortissement des deux concasseurs

Parmi les engins déjà amortis et travaillant dans la carrière, on a :

engin	Frais d'acquisition [DA]	Amortissement [DA]
1 Bulldozer DR10	18 810 222,79	1881022,28
03 dumpers 635C	69 186 183,11 (les 3)	6918618,31
2 Chariots de forage	12 809 004,76 (les 2)	1280900,48
1 compresseur COPCO	4 508 771,12	450877,11
1 compresseur Ingersol Rand	3 412 239,86	341223,99
1 volucompteur gasoil	269 150,00	26915
1 BobCat (sonacom)	2 395 030,55	239503,06
Coût total		11139060,23

Le coût d'entretien de ces engins est 40% de leur coût d'amortissement journalier soit 40% de  $\frac{11139060,23}{275}$  (275 est le nombre de jour ouvrable dans l'année). Donc le coût d'entretien

de ces engins s'élève à 16 202,27 DA.

Les coûts d'entretien sont résumés comme suit :

matériel	Coût d'entretien [DA]
Concasseurs (FCB et KHD)	34026,32
Engins amortis	16202,32
Engins non amortis	67713,68
total	117942,32

### 3- Frais du Personnel (Coût de la main-d'œuvre) [10] :

#### a. Masse Salariale :

C'est le total des rémunérations versées à l'ensemble des employés : les salaire de base, les primes, etc. Deux services interviennent directement dans la production du calcaire : le service carrière calcaire et le service EMR (entretien des matériaux roulants)

Pour ce mois d'avril 2007 la masse salariale est la suivante :

#### - Service carrière :

poste	Nombre de poste	Montant [DA]/mois
Agent de carrière	4	147 305,48
Chef de carrière	1	58 859,03
Chef d'exploitation carrière	4	220 905,70
Conducteur engin N1	7	320 370,61
Conducteur engin N2	15	679 964,34
Mineur	2	83 769,15
Responsable d'atelier	4	178 945,16
Sondeur	3	129 467,06
Surveillant d'atelier	5	206 140,14

Tableau.II.7 : masse salariale service calcaire avril 2007



**- Service EMR (entretien des matériaux roulants) :**

poste	Nombre de poste	Montant [DA]/mois
Chef de Sce technique	1	71 728,10
Contremaître EMR	1	65 362,73
Technicien mécanicien	3	159 169,01
Technicien supérieur (T/S)	9	425 067,37
Visiteur préparateur	1	53 586,01

Tableau.II.8 : la masse salariale service EMR avril 2007

Le coût total lié à la masse salariale pour ce mois est de 2 800 639,89 DA, soit *un coût journalier d'un montant de 93354,67 DA.*

**b. Charges Employeur :**

Ce sont les charges supplémentaires comme la restauration, les habits,...

Les charges employeur d'une journée sont d'un montant de 13 634,53 DA.

*Les frais totaux du personnel sont la somme de la masse salariale et des charges employeur.*

*Ils s'élèvent à un montant égal à 106 989,2DA par jour*

**4- Divers [10] :**

Les frais divers sont regroupés dans le tableau suivant.

Désignation	Montant [DA]/jour
produit chimique	188,65
fourniture plomberie	683,53
fournitures diverses	289,05
assurances	10 962,45
total	12 110,68

Tableau II.9 : montants divers

En résumé les coûts fixes de la carrière de calcaire sont :

Opération	Coûts fixes CF [DA]
Amortissements et des engins d'abatage	42 197,45
Amortissements et coûts financiers des engins de chargement	56 467,41
Amortissements et coûts financiers des engins de transport	82 770,02
Amortissements des concasseurs	0
Entretien curatif	117 942,32
Frais personnels	106 989,2
Divers	12 110,68
Coûts fixes globaux de la carrière	418 570,27

## II. Les consommables (coûts variables):

Les consommables sont : les entretiens préventifs, l'énergie, et les pneumatiques et les coûts du minage.

### II.1. Les entretiens préventifs :

Ce sont les pièces de rechange, les lubrifiants et les graisses.

#### a. Pièces de rechange des engins de la carrière

La durée de vie des pièces de rechange n'est pas journalière, mais hebdomadaire, mensuelle ou plus cela dépend du degré d'utilisation de l'engin.

Les consommations journalières en pièces de rechange sont caractérisées par le degré de leur usure. L'usure n'étant pas facile à mesurer chaque jour, on s'est référé à la fiche technique de chaque engin (tableau 10 ; tableau 11 de l'annexe coût) pour déterminer leur consommation horaire en différentes pièces de rechange.

La consommation totale journalière en pièces de rechange de chaque engin est calculée par la formule :

$$PR = H. P_h \quad [11]$$

où

PR est la valeur de la consommation totale journalière en pièces de change (en DA)

H la durée de travail des engins dans la journée (en Heure)

$P_h$  la valeur de la consommation horaire en pièce de rechange d'un engin (en DA)

Selon les fiches techniques des engins caterpillar, la consommation par heure en pièce de rechange est : pour les Dumpers 171,58 DA et pour les Chargeuses 103,55 DA

Selon les fiches techniques des engins Komatsu, la consommation par heure en pièce de rechange pour les chargeuses komatsu est  $P_h = 37,72$  DA

*Ces coûts sont présentés en fonction de la production journalière dans le tableau 5 de l'annexe coût*

### b. Pièces de rechange du concasseur (KHD)

Ce sont :

Désignation de la pièce	Nombre de pièces	Prix unitaire [DA]
Marteaux	54	22170,83
portes-marteaux	54	45484
ressort	01	209,60
goupilles	54	1638
axes de porte marteaux	06	106295,85
enclume	01	38 000,00

Ces pièces sont des consommables avec des durées de vie relativement longues (de 2 à 5 ans). Pour une analyse journalière comme dans notre cas, leurs consommations caractérisées par leurs usures sont presque insignifiantes et difficiles à quantifier. Pour pouvoir estimer les coûts journaliers de leurs consommations, on a fixé leur durée de vie à 3 ans (leur durée de vie moyenne d'après les techniciens). Donc une consommation journalière de 325,31 DA.

Les coûts de consommation journalière en pièces de rechange du concasseur sont déterminés de la même façon que ceux des engins de la carrière

*Ces coûts sont présentés en fonction de la production journalière dans le tableau 6 de l'annexe coût*

### c. Lubrifiants

Comme les pièces de rechange, la consommation horaire en lubrifiants des engins est déterminée à l'aide des fiches techniques des engins (tableau 12 de l'annexe coût). Elle est calculée de la même manière que les pièces de rechange selon la formule :

$$LU = L_h * H \quad [11] \quad \text{où}$$

LU est la valeur de la consommation totale journalière en lubrifiant (en DA)

H la durée de travail de l'engin dans la journée (en Heure)

$L_h$  la valeur de la consommation horaire en lubrifiant de l'engin (en DA)

*Ces coûts sont calculés et présentés en fonction de la production journalière dans le tableau 7 de l'annexe coût*

#### **d. Graisse**

Pour les chargeuses et les bulldozers le graissage se fait presque chaque jour. Les quantités de graisse consommée par le matériel sont déterminées à la suite de la nouvelle opération de graissage.

La consommation journalière en graisse des engins et du concasseur est présentée dans le tableau 8 de l'annexe Coût

### **II.2. Energie :**

Les consommations en énergie au niveau de la carrière sont les consommations en gasoil et en électricité

#### **a) Fuel (gasoil)**

Il s'agit de la quantité de gasoil consommée par jour par les Dumpers et les chargeuses. On relève cette consommation au niveau du compteur de la station de réception de gasoil le lendemain matin quand les engins s'approvisionnent. Le prix unitaire d'un litre de gasoil est de 13,00 DA. *Voire l'annexe Coût tableau 3 pour les consommations en gasoil.*

#### **b) Electricité (concasreur)**

La consommation en électricité du concasseur est relevée au niveau du compteur. Le prix du kilowattheure est égale à :

- 0,88 DA pendant les heures pleines (de 7H à 17H)
- 4,225 DA pendant les heures pointes (de 17H à 21h)
- 0,38 DA pendant les heures creuses (de 21H à 7H)

En général le concasseur marche entre 7H et 19H.

*La consommation en électricité du concasseur est présentée dans le tableau 3 de l'annexe Coût*

### **II.3. Pneumatique**

Les coûts liés à la consommation en pneumatique sont des coûts semi fixes. La durée de vie des pneus dépend non seulement de leur cadence de travail mais aussi de leur mode d'utilisation. L'état des pistes, et la façon de conduire du chauffeur joue beaucoup aussi sur la durée de vie d'un pneu. Dans le cas général au niveau de la carrière de Meftah, on a une durée de vie de cinq (5) ans pour les pneus des chargeuses et une durée de deux (2) ans pour les pneus des Dumpers en moyenne. Nos calculs seront basés sur ces durées de vie (Voire annexe coût tableau 4 pour les consommations journalières équivalentes en fonction des heures travaillées).

**Remarque :**

Connaissant les consommations horaire en pièces de rechange, en lubrifiant et en pneumatique de chaque matériel, il nous fallait tout simplement relever la durée de travail de chaque matériel dans la journée pour déterminer ses consommations journalières de ces consommables.

**II.4. Les coûts de minage**

Le volume de production journalière à la sortie du concasseur (à Meftah) n'est pas directement proportionnel à la quantité de roches abattues sur place. En fait, le volume de production à la sortie du concasseur dépend seulement de la capacité des engins de chargement et de transport utilisée si on suppose qu'on a assez de matières abattues en stock pour les alimenter.

De ce fait et en rappelant que notre but est d'établir la relation entre les coûts journaliers et le volume de production issu à la sortie du concasseur, on a séparé les coûts d'abatage des autres coûts et on va chercher le prix de revient de la tonne de calcaire abattue.

Les coûts d'abatage sont :

- les coûts liés à la foration (on utilise actuellement que la sondeuse ATLAS COPCO ROC F6 pour la foration)
- les coûts du minage

Les coûts d'abatage seront calculés théoriquement suivant les anciennes données et les paramètres du plan de tir utilisé dans la carrière. Pour cela à l'aide des dépenses du tir précédant, on va calculer d'abord les coûts des consommables puis le tonnage abattu afin de chercher le coût par tonne de calcaire des consommables. Les coûts fixes journaliers seront calculés à part.

**Calcul des consommables :**

Au niveau de la carrière calcaire, pour abattre les roches en place, un seul plan de tir est utilisé. Les données techniques de ce plan sont :

L'inclinaison des trous  $\alpha=80^\circ$

Hauteur du gradin  $h = 15\text{m}$

Banquette  $b = 3\text{m}$

Espacement  $E = 3\text{m}$

Nombre de rangées de trous  $N_r=2$

Distance entre trous  $a = 3\text{m}$

Consommation spécifique d'explosif  $q = 100\text{g/t}$

Les dépenses réalisées au cours d'un tir à l'explosif sont :

Désignation	Quantité	Prix unitaire (du kg)	Coût total [DA]
Marmanit II	3000 kg	103 DA	309 000
anfomil	2000 kg	93,50 DA	187 000
cordeau détonant	3000 m	36,48 DA	109 440
détonateur (DMR)	96	70,80 DA	6 795,80
Frais transport		26 000 DA	26 000
Total [DA]			638 235,80

Tableau II.13 : Dépenses d'un tir à l'explosif

Du tableau II.13 et des paramètres du plan de tir découle qu'on utilise 5000Kg d'explosif pour abattre 50 000 T de calcaire ( $q=100g/t$ ) et qu'on dépense 638 236,80 DA

Donc :

La quantité d'explosif  $Q = 5\ 000Kg$

La masse abattue  $M = 50\ 000\ T$

Les dépenses réalisées  $D = 638\ 236,80\ DA$

La densité de la roche  $d = 2,4$  (masse volumique  $\rho=2.4m^3/T$ )

Le volume abattu  $V$  est :  $V = \frac{M}{\rho} = \frac{50000}{2.4} = 20833m^3$

D'autre part on a :

$$V = S \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = (N-1) \cdot E \cdot (b+a) \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$S$  : surface du terrain à abattre

$N$  : nombre de trous par rangée

$E$  : distance entre trous

$b$  : longueur de la banquette

$a$  : distance entre rangées

$\alpha$  : l'inclinaison des trous

$$\begin{aligned} \text{On en déduit } N &= \frac{V \cdot \sin \alpha}{E \cdot (b+a) \cdot h} + 1 \\ &= \frac{20833 \cdot \sin 80^\circ}{3 \cdot (3+3) \cdot 15} + 1 \\ &= 77 \text{ trous de mine par rangée} \end{aligned}$$

soit un nombre de trous total égal à  $N_t = 2 \cdot N = 154$  trous.

Autrement dit il faut forer 154 trous de mine pour abattre 50 000T de roches.

La sondeuse fore 10 à 12 trous de mine par jour en moyenne (d'après le sondeur), en d'autre terme il lui faut 15 jours pour atteindre cet objectif.

Les consommations de la sondeuse sont : [11]

consommables	quantité	Coût unitaire [DA]	Coût /15jours [DA]
Graisse « tassaditA2 »	240 Kg /mois	120	14 400
Huile « chelia40 »	280 L/mois	198	27 720
gasoil	300 L/jour	13	58 500
taillant	//	20 710	431,46
total			42 551,46

tableauII.14 : consommables de la sondeuse.

La durée de vie du taillant dépend des conditions naturelles de la roche à forer, pour nos calculs on a pris 2% de son coût d'achat.

Du tableau.II.13 et tableau.II.14, le coût total des consommables pour abattre les 50 000T est estimé à 739288,26 DA.

En faisant le rapport entre le tonnage et les dépenses on trouve un coût de consommation pour l'opération abatage égal à 14,79 DA la tonne de calcaire. Ce nombre sera multiplié par la quantité de production journalière pour avoir le coût journalier des consommables pour l'opération abatage (coût du minage).

En résumé, les coûts de minage journaliers sont :

$$CV = 14,79 * Q \text{ (Q est la quantité de production journalière) [DA]}$$

### II.5- la redevance à l'Etat :

La redevance est les frais qu'on paye à l'Etat pour l'extraction d'une tonne de calcaire, elle est égale à 15 DA / tonne.

*Les coûts de minage et la redevance à l'Etat sont présentés dans le tableau 9 de l'annexe coût*

**C) Conclusion :**

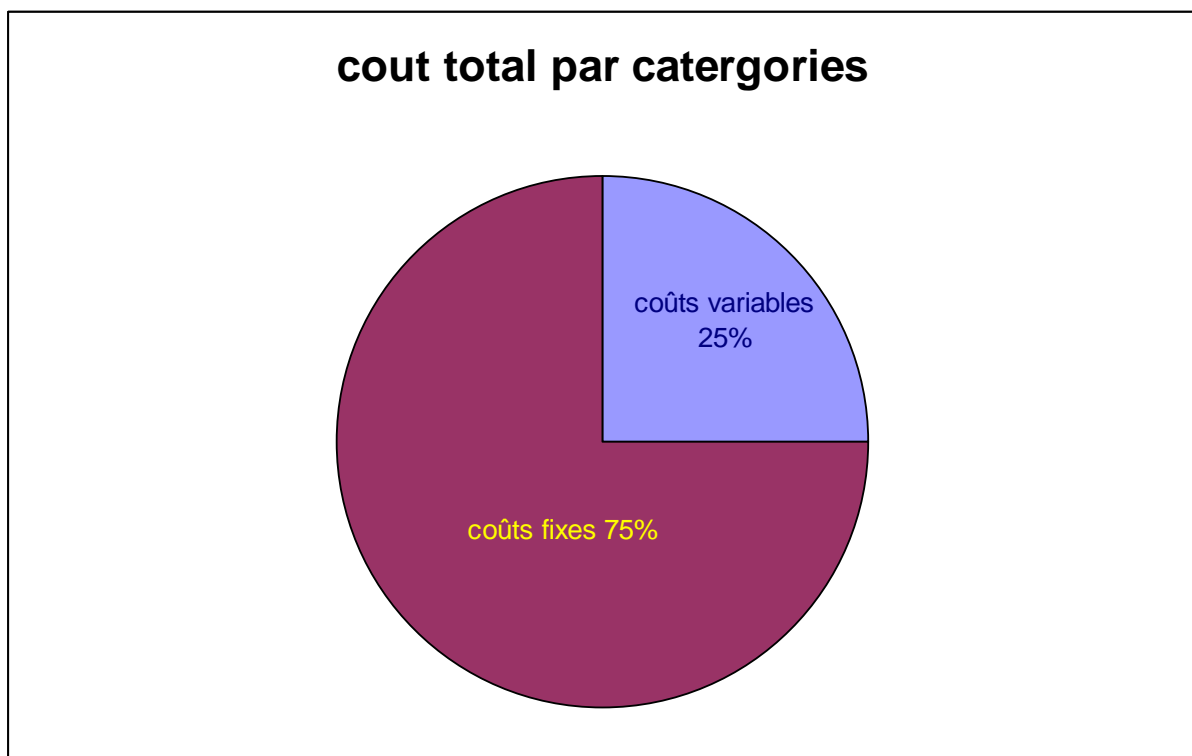
Dans ce chapitre on a essayé de mettre en évidence les coûts qui entrent dans la production du calcaire. On s'est intéressé aux coûts directs qui entrent dans la production puisque des coûts administratifs n'ont pas été pris en compte, telle que la direction générale, la direction de production, ...

Dans le tableau II.14 on voit bien que plus la production est faible plus le coût à la tonne du minerais est grande ce qui suit la logique dictée par la définition du coût total moyen

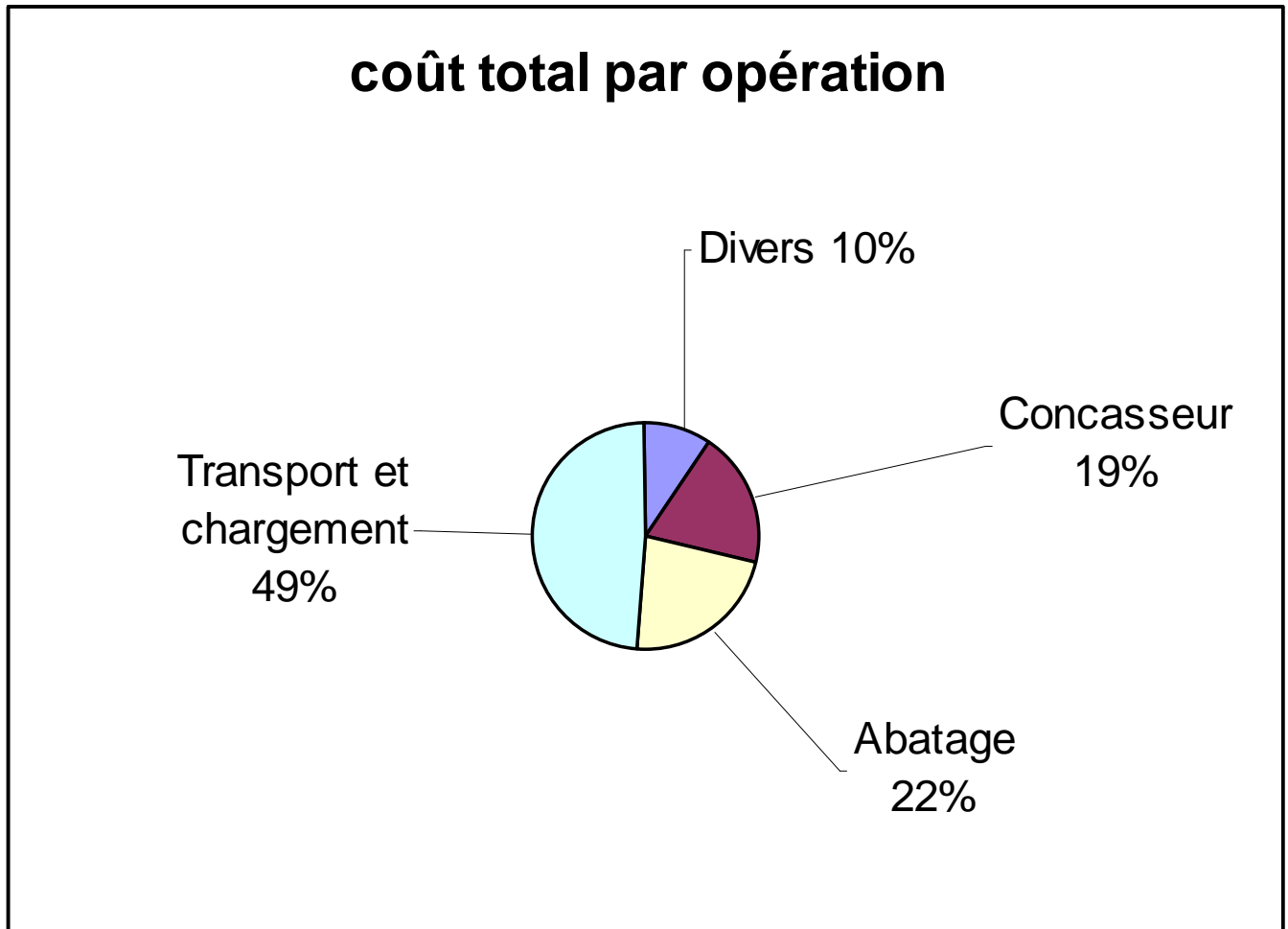
$$\text{c'est-à-dire CTM} = \frac{\text{CT}}{Q} = \frac{\text{CF}}{Q} + \frac{f(Q)}{Q}.$$

En partageant le coût total entre coût fixe et coût variable, on remarque que la part des consommables est relativement faible (25%) par rapport à la part du coût fixe (75%) ce qui montre la part importante des investissements miniers. Par ailleurs en fractionnant le coût total entre les services, c'est l'opération chargement-transport qui coûte le plus, en fait elle représente en moyenne 50% contre 22% pour l'opération abatage et 20% pour l'opération concassage, le reste est attribué aux diverses opérations comme l'assurance, la plomberie...

Ces remarques sont visualisées sur les figures suivantes :







La moyenne du prix de revient du calcaire est égal à 194 DA la tonne pour les 38 journées étudiées

Les détails de tous ces pourcentages sont présentés dans le tableau.II.14 comme suit :

Production [T]	Coût total [DA]	Part coût variable	Part coût fixe	Part par service			Coût à la tonne [DA]
				abatage	Trans+charg	concassage	
3301	560527,38	27%	73%	22%	49%	19%	154,05
3116	550665,68	25%	75%	21%	49%	19%	160,03
3677	574159,70	28%	72%	22%	48%	19%	141,28
3799	570841,36	28%	72%	22%	47%	19%	131,58
3327	562064,88	27%	73%	22%	49%	19%	153,31
3071	556361,86	26%	74%	21%	50%	19%	164,23
2660	531908,93	23%	77%	21%	50%	19%	174,29
2989	546246,01	25%	75%	21%	49%	19%	165,35
2191	512738,88	20%	80%	20%	51%	20%	201,64
4095	594175,42	31%	69%	22%	47%	18%	131,75
3501	563563,47	27%	73%	22%	48%	19%	141,46
4079	598711,78	31%	69%	23%	47%	18%	131,85
3894	581893,01	29%	71%	22%	47%	18%	135,39
2430	524404,67	21%	79%	21%	51%	20%	186,60
2723	535867,62	23%	77%	21%	50%	19%	170,73
1831	493299,90	16%	84%	19%	52%	21%	242,30
2016	506216,65	19%	81%	20%	51%	20%	225,31
2376	516725,63	20%	80%	21%	50%	20%	180,75
2903	537677,33	23%	77%	20%	50%	19%	168,53
3024	547141,63	25%	75%	21%	49%	19%	162,86
3464	573474,30	28%	72%	21%	49%	18%	149,77
3270	559860,33	26%	74%	21%	49%	19%	155,30
3170	552288,21	25%	75%	22%	49%	19%	156,98
1623	500889,54	18%	82%	22%	51%	20%	247,47
2952	543774,07	24%	76%	21%	49%	19%	160,16
3656	563680,17	27%	73%	22%	47%	19%	134,77
3179	560016,67	26%	74%	21%	49%	19%	158,96
3097	547548,47	25%	75%	22%	49%	19%	153,88
2799	538453,94	23%	77%	21%	50%	19%	167,02
1358	474593,94	13%	87%	18%	54%	21%	288,92
3889	584363,36	29%	71%	22%	47%	18%	136,21
4119	589010,08	30%	70%	23%	47%	18%	129,73
3446	566863,81	27%	73%	22%	48%	19%	148,65
4196	595762,07	31%	69%	22%	47%	18%	128,96
3672	575217,23	28%	72%	22%	48%	19%	141,76
3229	560371,73	26%	74%	21%	49%	19%	156,61
1140	478116,58	14%	86%	19%	54%	21%	355,43
2331	519984,89	21%	79%	20%	51%	20%	192,63
<b>moyenne</b>		<b>25%</b>	<b>75%</b>	<b>22%</b>	<b>49%</b>	<b>19%</b>	<b>193,79</b>

Tableau II.14 : Quantité et coût de production

**Chapitre III :**  
**Approche de la fonction des coûts**

**I. Introduction :**

La fonction de coûts est une fonction qui donne la relation entre les coûts de production et les quantités de production. Cette fonction est très importante dans la mesure où elle peut nous renseigner sur les coûts d'une quantité  $Q$  donnée.

Dans ce chapitre nous allons approcher cette fonction qui traduit la relation entre *les dépenses et la production journalière de la carrière de calcaire de Meftah*.

Cette fonction n'est pas aisée à déterminer puis qu'elle s'appuie sur l'étude d'un certain nombre d'échantillons qui sont obtenues dans des conditions différentes. Par exemple un dumper qui transporte le minerai à partir du premier gradin ne consommera pas la même quantité de gasoil que s'il le transporte du dernier gradin ; le concasseur aussi consommera plus d'énergie quand le minerai est humide que quand il est sec; etc...

Comme on parle d'échantillon, le meilleur outil pour chercher cette fonction est incontestablement l'outil statistique.

## II. Choix de la méthode

### 1. Analyse des données

Nous avons collecté au niveau de la carrière de calcaire pendant un peu plus d'un mois un échantillon de 38 éléments. Le  $i^{\text{ième}}$  élément de l'échantillon,  $x_i$  correspond à la quantité de calcaire concassée à la fin d'une journée (en tonnes) et  $y_i$  correspond aux coûts (dépenses effectuées en DA) réalisés pour avoir  $x_i$ . Les valeurs de  $x_i$  et  $y_i$  associées aux 38 éléments de l'échantillon sont présentées dans le tableau III.1.

journée (i)	production ( $x_i$ ) [tonnes]	coût total ( $y_i$ ) [DA]
1	3301	560527,38
2	3116	550665,68
3	3677	574159,70
4	3799	570841,36
5	3327	562064,88
6	3071	556361,86
7	2660	531908,93
8	2989	546246,01
9	2191	512738,88
10	4095	594175,42
11	3501	563563,47
12	4079	598711,78
13	3894	581893,01
14	2430	524404,67
15	2723	535867,62
16	1831	493299,90
17	2016	506216,65
18	2376	516725,63
19	2903	537677,33
20	3024	547141,63
21	3464	573474,30
22	3270	559860,33
23	3170	552288,21
24	1623	500889,54
25	2952	543774,07
26	3656	563680,17
27	3179	560016,67
28	3097	547548,47
29	2799	538453,94
30	1358	474593,94
31	3889	584363,36
32	4119	589010,08
33	3446	566863,81
34	4196	595762,07
35	3672	575217,23
36	3229	560371,73
37	1140	478116,58
38	2331	519984,89

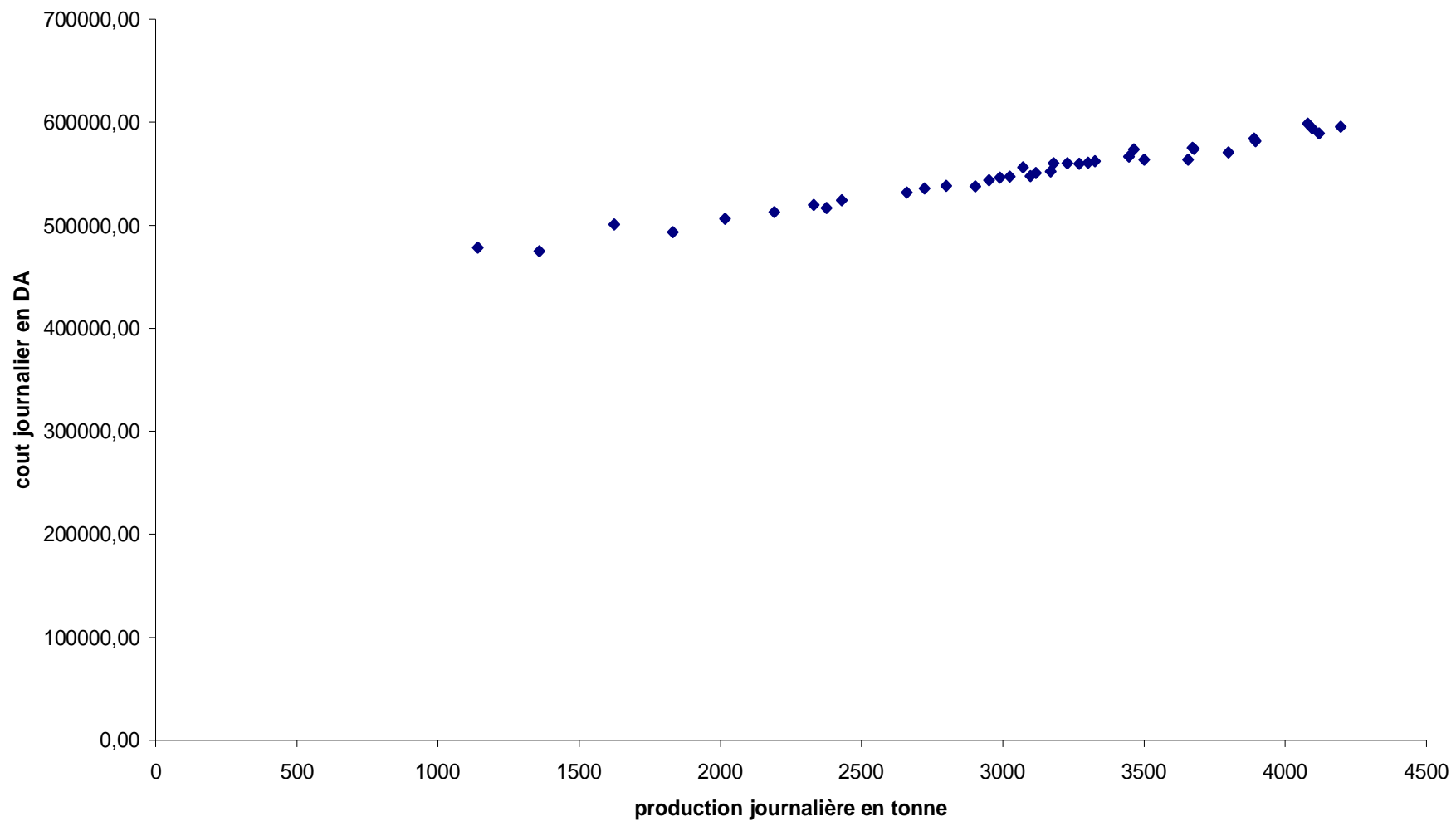
Tableau III.1 : coûts et productions journaliers

### Chapitre III Approche de la fonction des coûts

Pour une meilleure analyse, une représentation graphique est mieux indiquée.

Le graphique III.1 correspond au nuage de points, obtenu avec les données du tableau III.1. L'axe des abscisses représente la quantité de calcaire concassé pendant une journée et l'axe des ordonnées représente les coûts correspondants. Les nuages de points des analyses sont construits en plaçant les valeurs de la variable indépendante  $x$  sur l'axe des abscisse et les valeurs de la variable dépendante  $y$  sur l'axe des ordonnées. Les nuages de points nous permettent d'observer graphiquement les données et de tirer des conclusions préliminaires sur la relation éventuelle entre ces variables.

**figIII,1: Presentation du nuage de point cout journalier en fonction de la production**



Les conclusions préliminaires qu'on peut tirer de ce graphe sont le fait que les coûts augmentent avec la quantité et de plus la relation entre les deux variables semble pouvoir être linéaire. Il semble donc y avoir une relation linéaire et positive entre  $x$  et  $y$ . Ce type de relation peut être vérifié statistiquement en faisant une analyse de corrélation linéaire.

## 2. Analyse de la corrélation linéaire [9]

On dit qu'il y a corrélation entre deux variables observées sur les éléments d'une même population lorsque les variations des deux variables se produisent dans le même sens (corrélation positive) ou lorsque les variations sont dans le sens contraire.

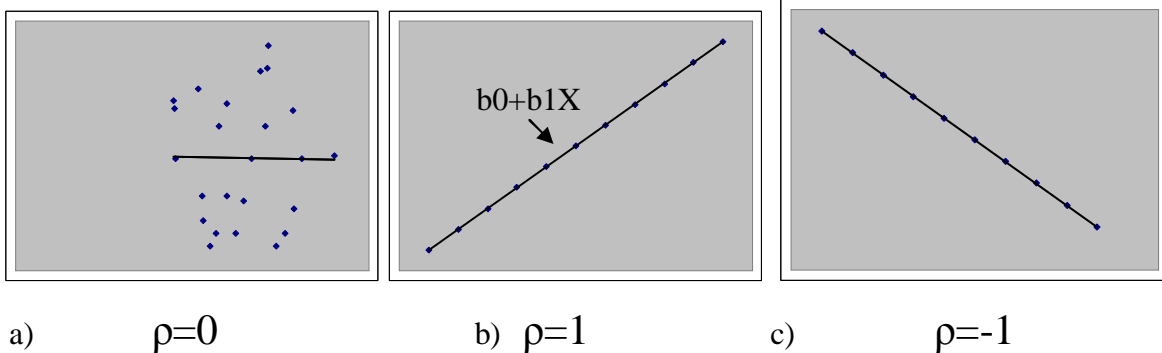
Le coefficient de corrélation noté  $\rho$  est égal à :

$$\rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$$

$\rho$  varie entre 1 et -1

$\text{Cov}(x,y)$  est la covariance de  $x$  et  $y$

$\sigma(x)$  et  $\sigma(y)$  sont respectivement l'écart type de  $x$  et de  $y$ .



**figIII.2: cas limites du coefficient de corrélation**

Malheureusement  $\rho$  est inconnue en pratique comme dans notre cas puisqu'on ne connaît pas toute la population mais seulement un échantillon de la population. En l'absence de  $\rho$  on l'estime par  $r$ , qui mesure l'intensité de la liaison linéaire entre deux variables observées.  $r$  est obtenu par le rapport suivant :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\left( \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \left( \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right)}, \quad r \text{ varie entre } 1 \text{ et } -1$$

$x_i$  : la quantité de production journalière à la sortie du concasseur



$\bar{x}$  : la moyenne des  $x_i$  ;  $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$y_i$  : les coûts journaliers (dépenses réalisées pour avoir le volume de production  $x_i$ )

$\bar{y}$  : la moyenne des  $y_i$  ;  $\bar{y} = \frac{1}{n} (y_1 + y_2 + \dots + y_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$

$n$  : le nombre d'échantillon ;  $n=38$

Pour  $r=1$  ou  $-1$  on a des points parfaitement alignés.

L'objectif de l'analyse de la corrélation est d'évaluer jusqu'à quel point ces variables sont reliées d'une façon linéaire c'est-à-dire de fournir un certain indice de l'intensité de la relation linéaire. Il faut noter que l'existence d'un coefficient de corrélation élevé n'implique pas nécessairement une relation de cause à effet entre  $x$  et  $y$  ; l'inverse est aussi vrai, c'est-à-dire qu'un faible coefficient de corrélation n'implique pas forcément qu'il n'existe aucune relation de cause à effet entre  $x$  et  $y$ . D'autre part, il se peut que même si l'on a trouvé un « bon » coefficient de corrélation, la variance de  $y$  soit tellement grande que la variance résiduelle reste élevée, et que l'écart type résiduel soit important par rapport à la moyenne.

On fait des tests d'hypothèse pour savoir si  $r$  est significatif ou non. Pour cela on calcule l'écart réduit de Student  $t$  ou la valeur critique de  $r$ ,  $r_c$  en utilisant les formules suivantes:

$$t = \frac{r - \rho}{s(r)} = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$r_c = \frac{t_{\alpha/2; n-2}}{\sqrt{(n-2) + t_{\alpha/2; n-2}^2}}$$

Où

$n$  : est la taille d'échantillon

$\alpha$  : le seuil de signification

$s(r)$  : l'écart-type de  $r$

$t_{\alpha/2; n-2}$  : écart réduit de Student au seuil de signification  $\alpha/2$  et de degré de liberté  $n-2$

Les hypothèses sont :

Hypothèse  $H_0$  :  $\rho = 0$  (absence de corrélation linéaire)

Hypothèse  $H_1$  :  $\rho \neq 0$  (présence de corrélation linéaire)

$H_1$  :  $\rho < 0$  (présence de corrélation linéaire négative)

$H_1$  :  $\rho > 0$  (présence de corrélation linéaire positive)

Une fois les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  posées on veut répondre à la question suivante :

est ce que la valeur de  $r$  calculée à partir des  $n$  couples d'observations de l'échantillon permet de supporter l'hypothèse  $H_0$  et conclure ainsi que la valeur obtenue pour  $r$  ne diffère pas significativement de 0, indiquant vraisemblablement l'absence de corrélation linéaire entre les variables concernées ?

On peut donc établir les régions d'acceptation et de rejet de  $H_0 : \rho=0$  avec  $r_c$  ou directement avec  $t$ . Les règles de décision sont :

hypothèses	Règles de décision	
	t de Student	Valeurs critiques de r
$H_0 : \rho=0$ $H_1 : \rho \neq 0$	Rejet de $H_0$ si $t > t_{\alpha/2 ; n-2}$ ou $t < - t_{\alpha/2 ; n-2}$	Rejet de $H_0$ si $r > r_c$ ou $r < -r_c$
$H_0 : \rho=0$ $H_1 : \rho > 0$	Rejet de $H_0$ si $t > t_{\alpha/2 ; n-2}$	Rejet de $H_0$ si $r > r_c$
$H_0 : \rho=0$ $H_1 : \rho < 0$	Rejet de $H_0$ si $t < - t_{\alpha/2 ; n-2}$	Rejet de $H_0$ si $r < -r_c$

Remarque : Dans nos applications nous allons prendre  $\alpha = 0,05$  c'est-à-dire 5% ce qui correspond à un niveau de confiance (probabilité) égal à 95%. Pour faire des estimations de coûts aussi importants comme dans notre cas, les probabilités acceptables sont en général supérieures ou égales à 95%. Donc  $t_{\alpha/2 ; n-2}$  correspond à  $t_{0,025 ; 36}$  ;  $36 = n-2$  ( $n=38$  taille de l'échantillon) correspond au degré de liberté de l'échantillon.  $t_{0,025 ; 36} = 2,0281$  dans la table de Student (voir fin de l'annexe régression).

### Ø Calcul de $r$ et test statistique

$$\bar{x} = 3042$$

$$\bar{y} = 548670,03$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 893197844,64$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 22072368,76$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 36867057060,51$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\left( \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \left( \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right)} = \frac{893197844,64}{\sqrt{22072368,76} * \sqrt{36867057060,51}} = 0,99$$

r est presque égal à 1

### Hypothèses statistiques.

$$H_0 : \rho=0$$

$$H_1 : \rho>0$$

### Seuil de signification

$$\alpha=5\% (0.05)$$

Calcul de t et r<sub>c</sub>

au seuil  $\alpha=5\%$   $\alpha/2=0.025$  et  $t_{\alpha/2 ; n-2}=2.0281$  dans la table de Student (voir table dans l'annexe régression)

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,99\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-(0,99)^2}} = 42,44$$

$$t=42,44$$

$$r_c = \frac{t_{\alpha/2 ; n-2}}{\sqrt{(n-2) + t_{\alpha/2 ; n-2}^2}} = \frac{2,0281}{\sqrt{(38-2) + (2,0281)^2}} = 0,96$$

$$r_c=0,96$$

### 3. Décision et conclusion

$T(42,44) > t_{\alpha/2 ; n-2}(2,0281)$  en plus  $r(0,99) > r_c(0,96)$

Donc nous rejetons  $H_0$  c'est-à-dire que la corrélation est significative.

Il existe bien une relation de type linéaire entre le coût de production et la quantité de production et de plus l'intensité de la relation linéaire est très forte avec  $r = 0,99$

Les meilleurs outils pour traduire cette relation sont les méthodes statistiques

Nous avons choisi le **modèle de régression linéaire simple** pour approcher la fonction qui traduit la relation entre les quantités produites et les coûts réalisés.

### III. Approche de la fonction par la régression [7],[8],[9]

#### 1. Introduction

On entend par régression, un modèle mathématique cherchant à expliquer la variabilité d'un phénomène mesurable par celle d'autres facteurs également mesurables, et choisis pour leur valeur explicative.

**La régression** est utilisée lorsque l'on veut étudier la liaison pouvant exister entre deux variables, ou une variable et plusieurs autres variables. Cette liaison peut prendre plusieurs formes allant de l'indépendance complète à la liaison fonctionnelle (c'est le cas par exemple de la liaison entre la circonférence  $C$  d'un cercle et son rayon  $r$  ou l'on a  $C = 2\pi r$ ).

Les méthodes statistiques utilisées pour étudier la relation entre deux variables ont été employées pour la première fois par Sir Francis Galton (1822-1911) qui s'intéressait à la relation entre la taille d'un père et celle de son fils.

Dans le processus de décision administrative ou comme support d'aide à la décision ou dans le cadre expérimentation technologique, il arrive fréquemment que des conclusions et recommandations soient basées sur l'existence d'une liaison d'ordre fonctionnel ou statistique entre deux ou plusieurs variables.

#### 2. Modèle de régression linéaire simple : [8]

La représentation graphique de nos données (graphe III.1) laisse entrevoir une relation de type linéaire autrement dit, on peut penser qu'une relation de type  $Y = b_0 + b_1 X$  (équation d'une droite), où  $Y$ , le montant des dépenses journalières est appelée variable dépendante, et  $X$ , la quantité de calcaire concassé dans la journée est appelée variable indépendante ou explicative, résume correctement l'information disponible.

Dans cette section, on étudie précisément une relation de la forme

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (1)$$

Eq1 : équation de régression linéaire simple.

Dans laquelle  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont des paramètres inconnus, et  $\varepsilon$  est une variable aléatoire prenant en compte l'existence éventuelle d'autres influences que celle de  $X$  sur  $Y$  (qu'on ne connaît pas ou qu'on ne veut pas identifier). Sans se demander, du moins pour l'instant, si ce modèle linéaire est vraiment le plus approprié pour décrire la liaison existante entre  $Y$  et  $X$  dans la

population, on pose le problème de déterminer le « meilleur » ajustement d'une droite aux couples observés dans l'échantillon. Ceci est relié au problème de l'estimation des paramètres du modèle de régression.

Equation de la régression linéaire simple :

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (2)$$

L'équation de la régression linéaire simple est représentée graphiquement par une ligne droite ;  $\beta_0$  correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite de régression,  $\beta_1$  correspond à la pente et  $E(y)$  est la moyenne de  $y$  pour une valeur donnée de  $x$ .

Cas A :

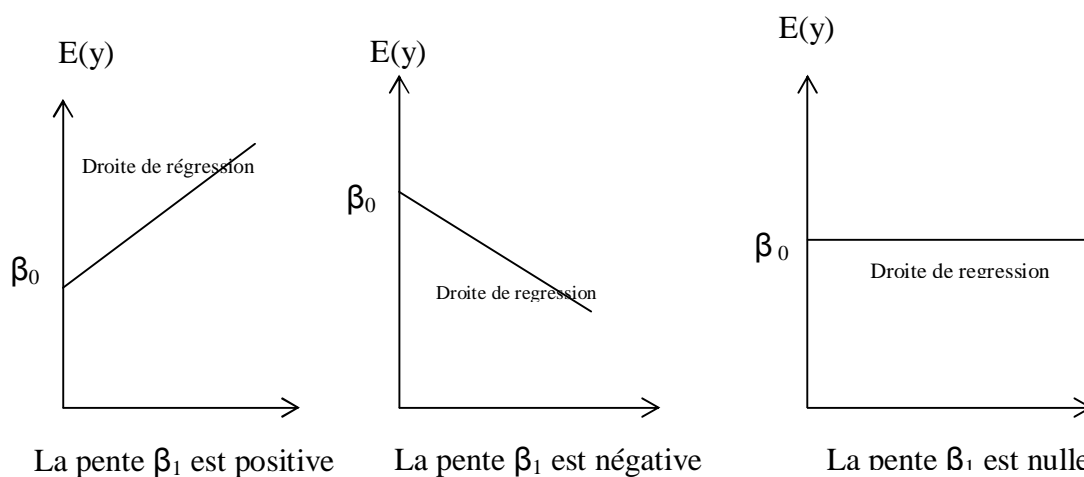
Relation linéaire positive

Cas B :

Relation linéaire négative

Cas C :

Pas de Relation



**FigIII.3** : droite de régression possible dans une régression linéaire simple.

La figIII.3 regroupe quelques exemples de droites de régression possibles, dans le cadre d'une régression linéaire simple. La droite de régression dans le cas A indique que la moyenne de  $y$  est positivement liée à  $x$ , de plus grandes valeurs de  $E(y)$  étant associées à de plus grandes valeurs de  $x$ . La droite de régression dans la cas B indique que la moyenne de  $y$  est négativement liée à  $x$ , de plus petites valeurs de  $E(y)$  étant associées à de plus grandes valeurs de  $x$ . La droite de régression dans le cas C indique que la moyenne de  $y$  n'est pas liée à  $x$ , la moyenne de  $y$  étant la même pour chaque valeur de  $x$ .

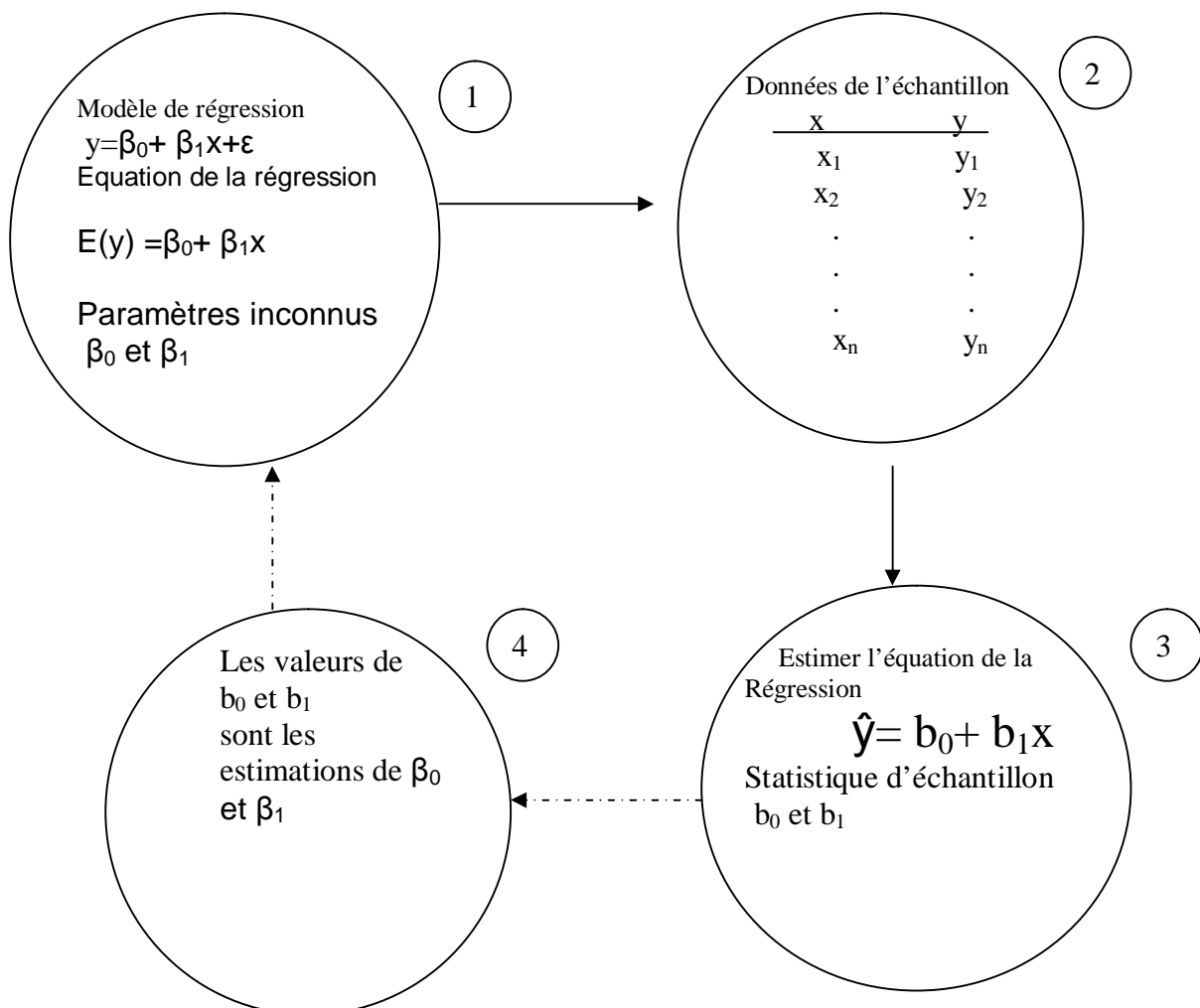
### 3. Equation estimée de la régression [7]

Si la valeur des paramètres  $\beta_0$  et  $\beta_1$  est connue, nous pouvons utiliser l'équation (2) pour calculer la moyenne de  $y$  pour une valeur donnée de  $x$ . Malheureusement, la valeur des paramètres n'est pas connue en pratique et doit être estimée en utilisant les données d'un échantillon. Les statistiques d'échantillon (notée  $b_0$  et  $b_1$ ) servent d'estimation des paramètres  $\beta_0$  et  $\beta_1$ . En substituant les valeurs de  $b_0$  et  $b_1$  à la place de  $\beta_0$  et  $\beta_1$  dans l'équation de la

régression, nous obtenons l'équation estimée de la régression. **L'équation estimée de la régression**, dans le cadre d'une régression linéaire simple s'écrit :

$$\hat{y} = b_0 + b_1x \quad (3)$$

Le graphique de l'équation estimée de la régression linéaire simple est appelé *droite de régression estimée* ;  $b_0$  correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite de régression,  $b_1$  correspond à la pente et  $\hat{y}$  est la moyenne de  $y$  pour une valeur donnée de  $x$ .



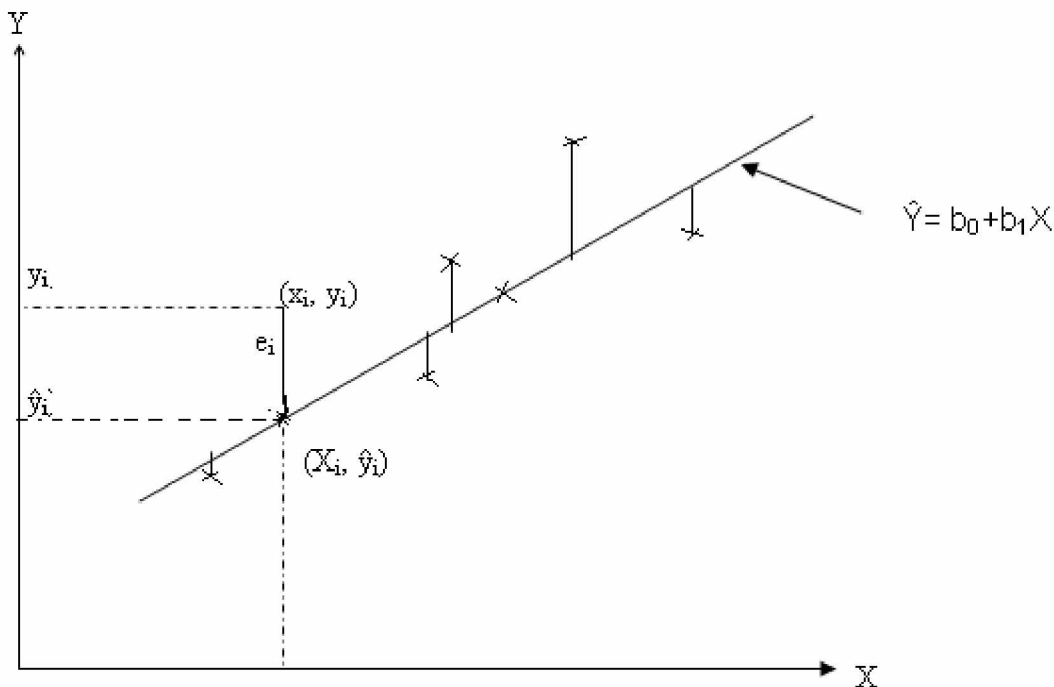
**FigIII.4** : processus d'estimation dans le cadre d'une régression linéaire simple.

Un ajustement « à main levée » d'une droite sur le nuage de points serait assez discutable, car il serait difficile de trancher entre deux droites possibles qui ne différeraient que légèrement. Il faut donc un critère pour choisir l'une de ces droites. Ce critère choisi s'appelle **Méthode des moindres carrés**.

**4. Méthode des moindres carrés : [8],[9]**

La méthode des moindres carrés est une procédure qui permet d'utiliser les données de l'échantillon pour estimer l'équation de la régression.

Ce critère que l'on retient est basée sur l'écart  $e_i$ , c'est-à-dire la distance verticale entre le point observé  $(x_i, y_i)$  et le point correspondant  $(x_i, \hat{y}_i)$  sur la droite tel qu'illustré sur la figure III.5



**figIII.5** : Ajustement d'une droite de régression par la méthode des moindres carrés.

Il semble raisonnable de déterminer (estimer) les coefficients  $b_0$  et  $b_1$  de la droite, de manière à ce que l'ensemble des écarts soit aussi faible que possible, c'est-à-dire que le  $\hat{y}$  calculé soit le plus près possible du  $y$  observé.

Selon ce critère, on détermine  $b_0$  et  $b_1$  de manière à rendre minimale la somme des carrés des écarts, c'est-à-dire à rendre minimale l'expression

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \dots\dots\dots(1)$$

La droite ainsi déterminée s'appelle la droite de régression linéaire ou encore droite des moindres carrés. Les coefficients  $b_0$  et  $b_1$  sont appelés coefficients de régression. Comme on

pourra le constater, ce critère entraîne nécessairement que  $\sum_{i=1}^n e_i = 0$ , propriété pour le

moins acceptable sur le plan du bon sens.

On est donc ramené à un problème de minimisation d'une fonction à deux variables.

$$Q(b_0, b_1) = \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Les valeurs  $b_0$  et  $b_1$  qui rendent  $Q$  minimum doivent annuler les dérivées partielles du 1<sup>er</sup> ordre, c'est-à-dire

$$\frac{\delta Q(b_0, b_1)}{\delta b_0} = 0 \text{ et } \frac{\delta Q(b_0, b_1)}{\delta b_1} = 0$$

On obtient ainsi les équations dites normales :

$$\frac{\delta Q}{\delta b_0} = -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0, \quad \left( \sum_{i=1}^n e_i = 0 \right)$$

$$\frac{\delta Q}{\delta b_1} = -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)(x_i) = 0, \quad \left( \sum e_i x_i = 0 \right)$$

En distribuant le signe de sommation et en transformant, on est conduit aux équations :

$$n b_0 + b_1 \sum x_i = \sum y_i \dots\dots\dots(2)$$

$$b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i \dots\dots\dots(3)$$

L'équation (2) peut s'écrire comme suit :

$$\bar{y} = b_0 + b_1 \bar{x}, \quad \text{où}$$



$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad \text{et} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} .$$

Elle montre que la droite de régression passe par le point moyen  $(\bar{x}, \bar{y})$  de l'échantillon, ce qui permet d'écrire son équation de la façon suivante :

$$\hat{y} = \bar{y} + b_1(x - \bar{x}), \text{ avec } b_0 = (\bar{y} - b_1 \bar{x})$$

En portant cette valeur de  $b_0$  dans l'équation (3), et en la résolvant, on obtient

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \text{ Ou bien}$$

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \dots\dots\dots (4)$$

$$b_0 = \frac{(\sum x_i^2)(\sum y_i) - (\sum x_i)(\sum x_i y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \text{ Ou bien}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \dots\dots\dots (5)$$

$x_i$  : la production journalière

$y_i$  : les coûts journaliers

$\bar{x}$  : la moyenne des  $x_i$

$\bar{y}$  : la moyenne des  $y_i$

$n$  : le nombre d'échantillon ;  $n=38$

L'étape suivante consiste à utiliser les données de l'échantillon du tableau III.1 pour déterminer les valeurs de  $b_0$  et  $b_1$  dans l'équation estimée de la régression linéaire simple.

### 5. Détermination de la fonction des coûts

Pour la  $i^{\circ}$  journée, l'équation estimée de la régression s'écrit

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$$

Où  $\hat{y}$  correspond à la valeur estimées des coûts (en DA) du  $i^{\circ}$  élément

$b_0$  correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite de régression estimée

$b_1$  correspond à la pente de la droite de régression estimée

$x_i$  correspond à la quantité du calcaire concassé (en tonnes)

Avec les coûts observés (réels) de l'élément  $i$  notés  $y_i$  et  $\hat{y}_i$  représentant la valeur estimée des coûts du  $i^{\circ}$  élément, chaque élément de l'échantillon est caractérisé par une valeur observée des coûts journaliers  $y_i$  et une valeur estimée des coûts journaliers  $\hat{y}_i$ . Si l'écart entre les valeurs observées et les valeurs estimées est faible, on peut considérer que la droite de régression estimée est bien adaptée aux données.

Les coefficients  $b_0$  et  $b_1$  sont calculés selon les équations 4 et 5, c'est-à-dire :

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

$x_i$  : la production journalière

$y_i$  : les coûts journaliers

$\bar{x}$  : la moyenne des  $x_i$

$\bar{y}$  : la moyenne des  $y_i$

$n$  : le nombre d'échantillon ;  $n=38$

$$\sum x_i = 115\,593 \quad (x_i : \text{la production journalière})$$

$$\sum y_i = 20856725,18 \quad (y_i : \text{les coûts journaliers})$$

$$\sum x_i^2 = 373697149$$

$$\sum x_i y_i = 64315612732,58$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 3042 \quad (\text{la moyenne des } x_i)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = 548670,03 \quad (\text{la moyenne des } y_i)$$

D'où

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{(38 * 64315612732,58) - (115593 * 20856725,18)}{(38 * 373697149) - (115593)^2} = 40,467$$

$$b_1 = 40,47$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = 548670,03 - 40,467 * 3042 = 425573,26$$

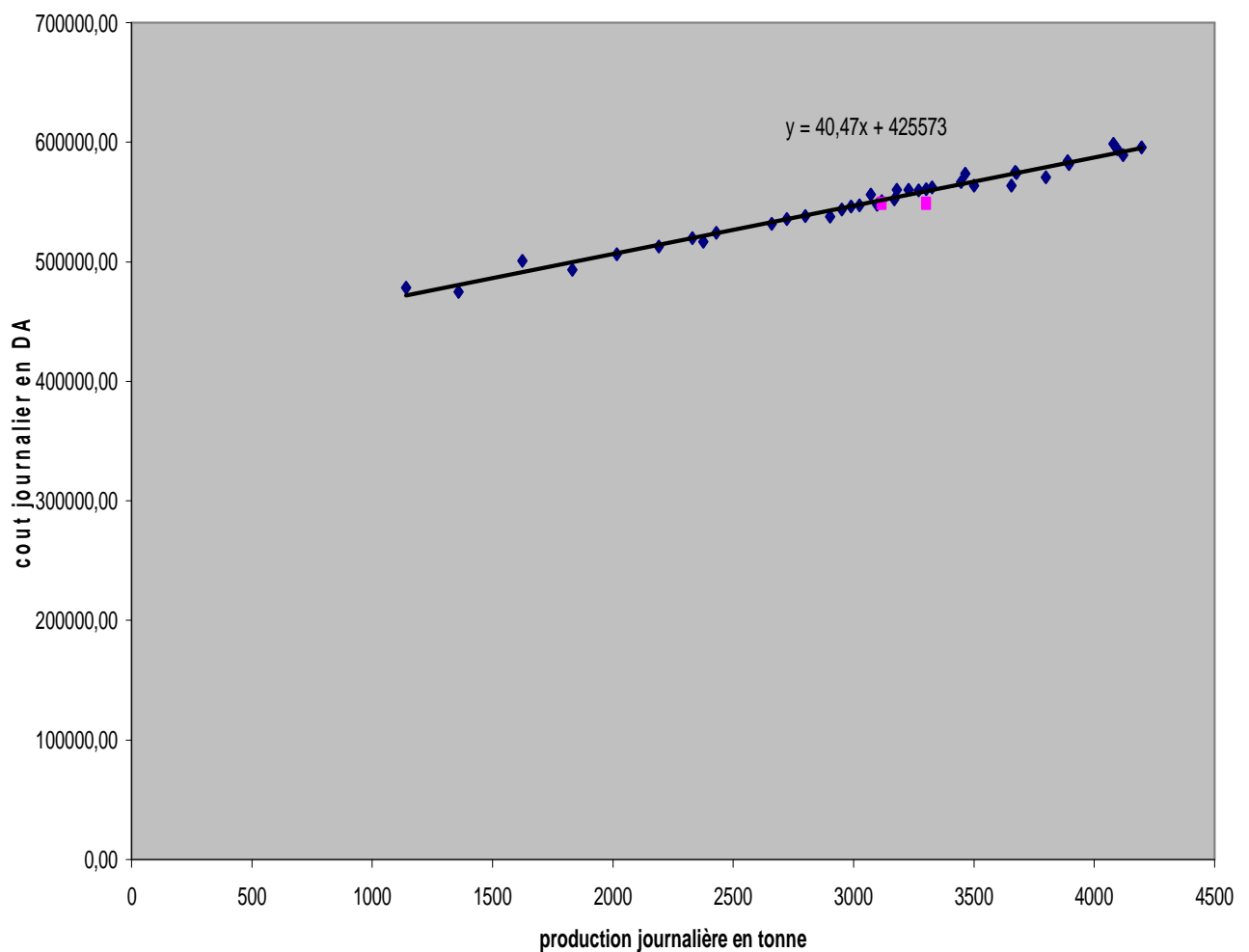
$$b_0 = 425573,26$$

Ainsi, l'équation estimée de la régression s'écrit :

$$\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$$

La graphique III.6 représente cette équation au milieu du nuage de point.

figIII,6: Equation estimée de la régression



## 6. Interprétation des coefficients de la droite

La valeur de  $b_1$ , pente de la droite représente l'augmentation du **coût total** pour une augmentation d'une tonne de calcaire concassé  $x_i$ .

Ainsi pour une augmentation d'une unité de production ( $x_i$ ) le coût total augmentera vraisemblablement de **40,47 DA** (valeur de  $b_1$ )

$$\begin{aligned}\hat{y}_i &= 425\,573,26 + (40,47)(x_i+1) \\ &= 425\,573,26 + 40,47x_i + 40,47 \\ &= (\text{estimation à } x_i) + b_1\end{aligned}$$

Dans ce contexte, la valeur de  $b_1$  représente les frais variables. La droite de régression quant à elle permet de rendre compte de l'évolution des coûts en fonction de la quantité du calcaire  $x_i$  concassé.

$$\text{A } x_i=0, \text{ alors } \hat{y}_i = b_0 = 425\,573,26 \text{ DA.}$$

On pourrait interpréter dans le contexte actuel cette valeur comme une estimation grossière des frais fixes.

L'intérêt principal de cette fonction est de pouvoir l'utiliser pour prévoir la valeur de  $y$  (coûts journalier) pour une valeur donnée de  $x$  (quantité de production journalière de calcaire). Par exemple si nous voulions prévoir les coûts pour la production de 3000 tonnes de calcaire, nous calculerions

$$\hat{y} = 425\,573,26 + 40,47(3000)$$

Nous prévoyons par conséquent des coûts d'un montant de 546 973,62 DA pour avoir cette quantité. Dans les sections suivantes, nous discuterons des méthodes qui permettent de juger de la justesse de l'utilisation de l'équation estimée de la régression pour effectuer des prévisions.

### Remarque :

Le coefficient  $b_1$  correspond au coût marginal ( $C_m$ ) décrit dans la généralité du chapitre II.

On l'avait défini comme suit :

$$C_m = \limite \text{ de } \frac{\Delta CT}{\Delta Q} \text{ quand } \Delta Q \text{ tend vers zéro}$$

$$C_m = \frac{dCT}{dQ}$$

Puis que notre fonction est une droite, donc  $C_m = \frac{d\hat{y}}{dx} = b_1$

### 7. Coefficient de détermination $r^2$ (analyse de la variance). [9]

Il est important dans l'approche de la fonction de coût de déterminer dans quelle mesure cette fonction est utile à expliquer la variation existante dans les observations  $y_i$ , c'est-à-dire de tester si la fonction que nous venons de déterminer est significative.

Ceci peut être vérifié en effectuant l'analyse de la variance. Elle va nous permettre :

Ø de quantifier la variation totale dans les observations et de la décomposer en deux sources de variation, soit :

a- une variation attribuable à la régression, cette variation est expliquée par la fonction (droite de régression)

b- une variation résiduelle, c'est la variation inexpliquée par la fonction

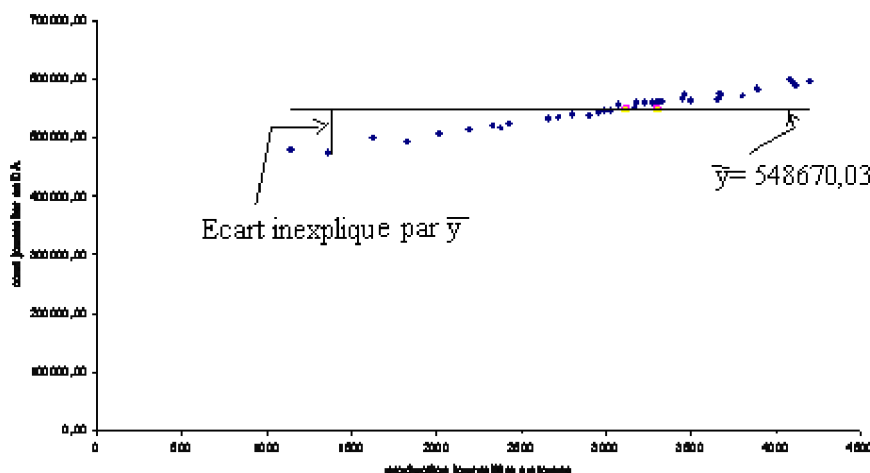
Ø de définir un indice qui donne une mesure descriptive de la qualité de l'ajustement des points expérimentaux  $(x_i, y_i)$  par la droite de régression .

#### Décomposition de la variation dans les observations : calcul des somme des carrés

Considérons d'abord que l'on veut prévoir le coût journalier sans tenir compte des valeurs prises par la variable explicative  $x$  (la quantité de production). Une bonne prévision serait d'utiliser la moyenne des dépenses journalières

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{20849461,18}{38} = 548\,670,03 \text{ DA}$$

L'écart entre la valeur observée  $y_i$  (le coût journalier) et la prévision  $\bar{y}$  (les dépenses journalières moyenne) soit  $y_i - \bar{y}$  s'appelle **écart total**, c'est l'écart inexpliquée quand on utilise la moyenne pour prévoir les dépenses. Elle est visualisée sur la figIII.7 suivante.



figIII.7 : présentation de l'écart inexpliqué par la droite  $\bar{y}$

L'ampleur de la variabilité des  $y_i$  autour de la valeur de prévision  $\bar{y}$  s'appelle **variation totale** ou **somme des carrés totale** notée SCT.

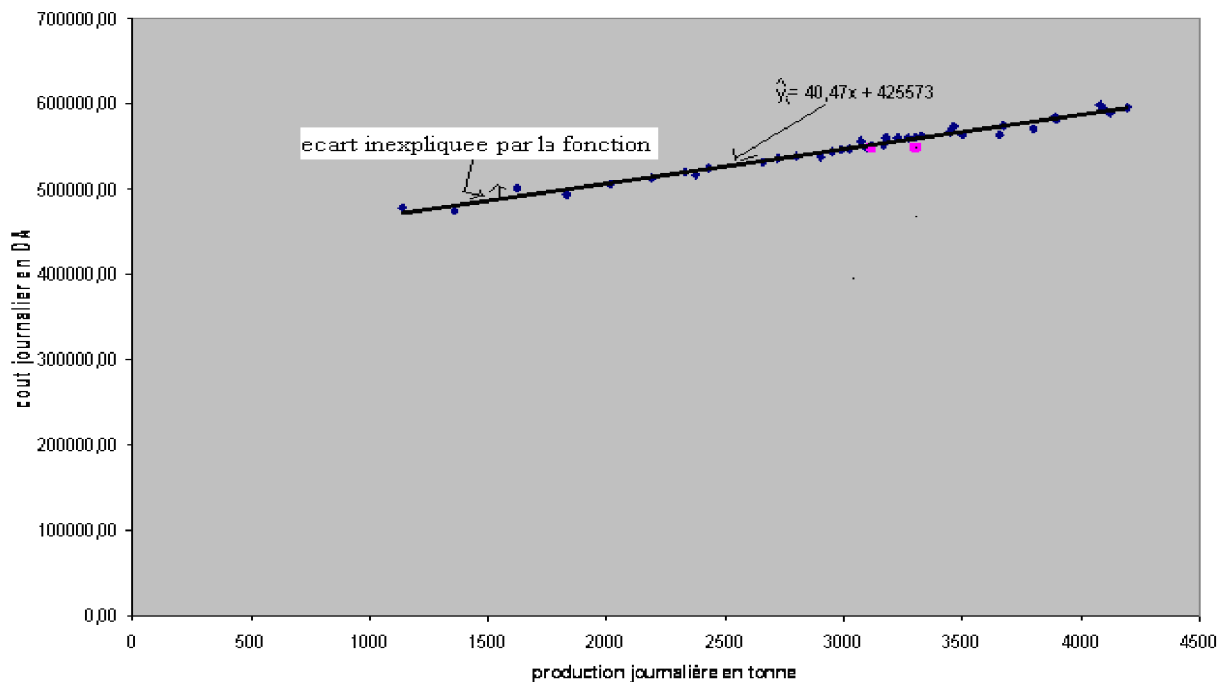
$$SCT = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

Cette quantité mesure l'erreur commise en utilisant l'équation estimée de la régression pour prévoir les coûts journaliers

En utilisant maintenant l'équation estimée de la régression pour prévoir les coûts journaliers, l'écart entre la valeur observée  $y_i$  (le coût journalier) et la prévision  $\hat{y}_i$  (la fonction de coût) soit  $y_i - \hat{y}_i$  représente **l'écart inexpliqué par la droite de régression**. Cet écart est représenté dans la figIII.8.

L'ampleur de la variabilité des  $y_i$  autour de la fonction de prévision s'appelle **variation inexpliquée par la droite** ou **somme des carrés des résidus** notée SCres.

$$SCres = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$



figIII.8 : présentation de l'écart inexpliqué par la fonction  $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$

La valeur de  $SCres$  est une mesure de l'erreur commise en utilisant l'équation estimée de la régression pour estimer les valeurs de la variable dépendante dans l'échantillon.

La fonction de prévision (ou la droite de régression) réduit l'écart total (l'écart entre les coûts observés et le coût moyen) de  $\hat{y}_i - \bar{y}$ , cet écart s'appelle écart expliqué par la fonction,

l'ampleur de la variabilité s'obtient par la formule  $\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ , elle est appelée **la variation expliquée par la droite de régression** ou **somme des carrés de la régression**, on la note **SCreg**

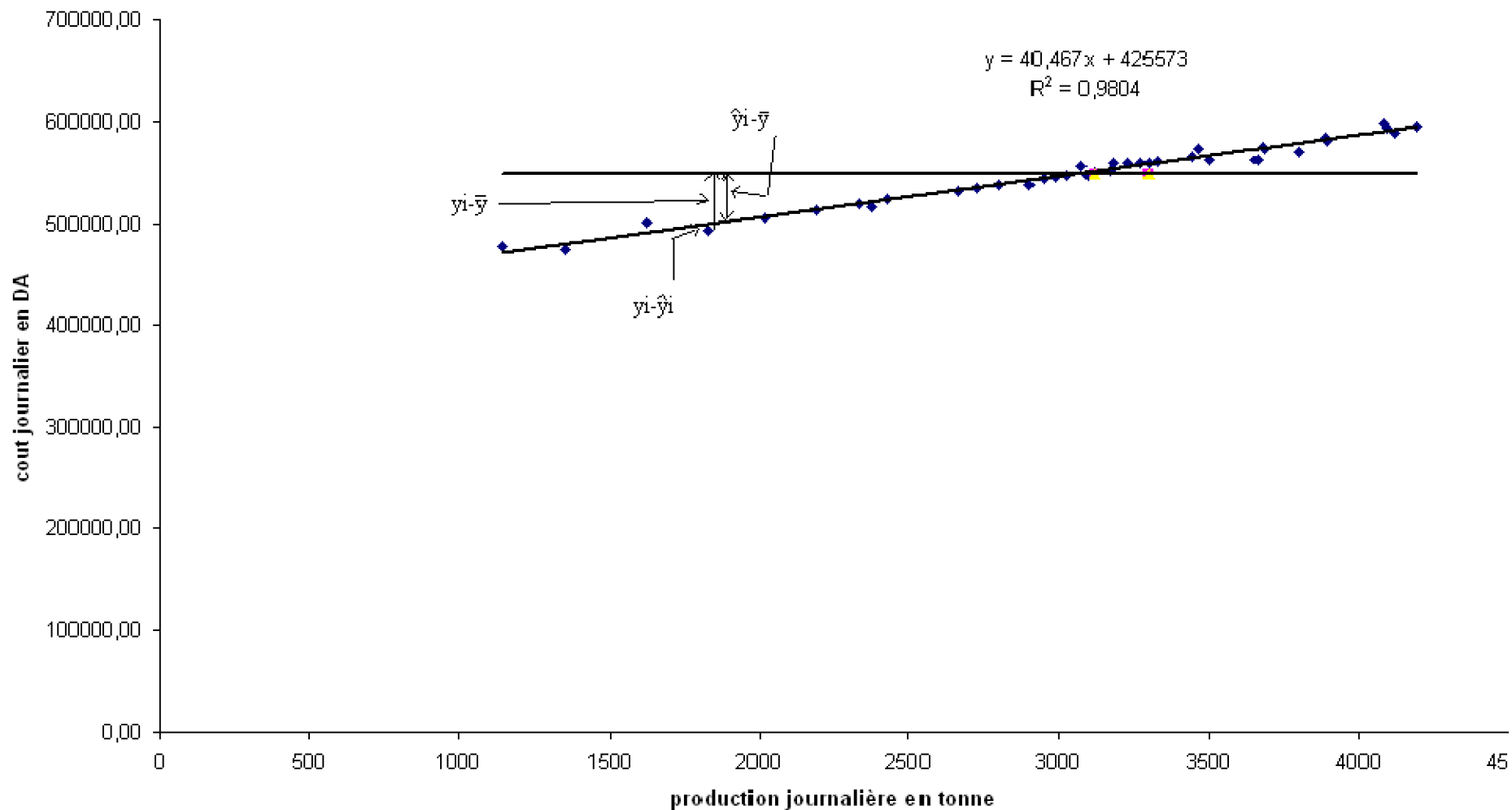
$$SCreg = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

On peut donc écrire que l'écart total ( $y_i - \bar{y}$ ) est la somme de deux composantes : écart expliqué par la fonction ( $\hat{y}_i - \bar{y}$ ) et écart inexpliqué ( $y_i - \hat{y}_i$ ).

$$y_i - \bar{y} = y_i - \hat{y}_i + \hat{y}_i - \bar{y},$$

La figure III.9 représente la droite de l'équation estimée  $\hat{y} = 48,35x_i + 339\,745,45$  et la droite correspondant à  $\bar{y} = 548670,03$ .

Notez que les points sont plus regroupés autour de la droite de régression estimée qu'autour de la droite  $\bar{y} = 548670,03$ . Nous pouvons interpréter  $SCT$  comme une mesure de l'ajustement des observations autour de la droite et  $SCres$  comme une mesure de l'ajustement autour de la droite  $\hat{y}$ .



FigIII.10 : Ecart pa rapport à la fonction estimée  $\hat{y} = 48,35x_i + 339\,745,45$  et la droite correspondant à  $\bar{y} = 548670,03$



Par déduction de la relation des écarts, la relation entre SCT, SCreg et SCres est :

$$SCT = SCres + SCreg$$

SCreg représente la variation expliquée par l'équation (attribuable à la régression)

SCres représente la partie inexpliquée (attribuable aux résidus)

$$\begin{array}{rclcl} \sum (y_i - \bar{y})^2 & = & \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 & + & \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ \text{Variation} & = & \text{variation} & + & \text{variation} \\ \text{totale} & & \text{expliquée} & & \text{inexpliquée} \\ & & \text{par la droite} & & \text{par la droite} \end{array}$$

### Ø Coefficient de détermination $r^2$

La proportion de la variation totale dans les observations  $y_i$  (autour de la moyenne  $\bar{y}$ ) qui est expliquée par la droite de régression est donnée par le coefficient de détermination notée  $r^2$  et qui s'exprime comme le rapport de la variation expliquée sur la variation totale :

$$r^2 = \frac{\text{variation}_\text{expliquée}}{\text{variation}_\text{totale}} = \frac{SCreg}{SCT} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$SCT = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 36867057060,51$$

$$SCres = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 722210160,45$$

$$SCreg = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SCT - SCres = 36144846900,06 \quad \text{d' où}$$

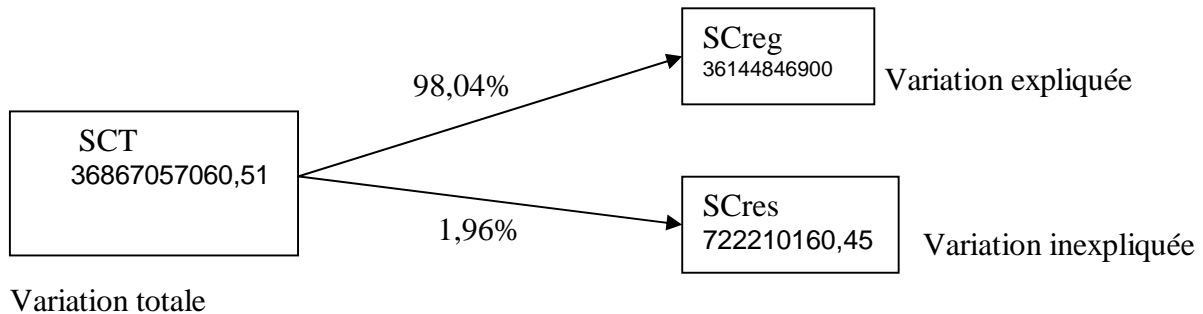
$$r^2 = \frac{36144846900,06}{36867057060,51} = 0,9804$$

$$\mathbf{r^2 = 0,9804}$$

C'est un indice de la qualité de l'ajustement de la droite aux points expérimentaux.

Lorsqu'on exprime le coefficient de détermination sous forme de pourcentage, on peut l'interpréter comme le pourcentage de la somme des carrés totale, expliqué par l'équation estimée de la régression. Dans notre cas nous concluons que 98,04 % de la somme des carrés totale peut être expliquée en utilisant l'équation estimée de la régression

$\hat{y} = 40,47x_i + 425\,573,26$  pour prévoir les coûts journaliers.



En d'autres termes 98,04 % de la variation des coûts journaliers peut s'expliquer par la relation linéaire entre les coûts journaliers et la quantité de production journalière. Une telle adéquation de l'équation estimée de la régression est satisfaisante.

Remarques :

La relation entre le coefficient de corrélation et le coefficient de détermination est :

$$r = (\text{Signe de } b_1) \sqrt{\text{coefficient de détermination}}$$

En utilisant le coefficient de détermination seul, nous ne pouvons pas dire si la relation entre  $x$  et  $y$  est statistiquement significative. Une telle conclusion doit être fondée sur des considérations qui impliquent la taille de l'échantillon et les propriétés des distributions d'échantillonnage appropriées des estimateurs des moindres carrés ou par le calcul du coefficient de corrélation linéaire.

## 8. Inférence concernant les coefficients de régression : estimation de $\beta_0$ et $\beta_1$ [9]

### 8.1. Propriété des estimateurs $b_0$ et $b_1$

On avait mentionné dans les sections précédentes que les coefficients  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont estimés respectivement par  $b_0$  et  $b_1$ . Les propriétés de ces estimateurs sont :

- Ce sont des estimateurs linéaires

$$E(b_0) = \beta_0 \text{ et } E(b_1) = \beta_1$$

- Ils possèdent une variance minimale.

(Détaille dans l'annexe régression)

### 8.2. Inférence concernant $\beta_1$

La distribution d'échantillonnage de l'estimateur  $b_1$  est une distribution normale de moyenne

$$E(b_1) = \beta_1$$

$$\text{Var}(b_1) = \sigma^2(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \text{ où}$$

$\text{Var}(y_i)$  ou  $\sigma^2$  est la variance des coûts  $y_i$

$$\sigma^2 = \text{var}(y_i) = \text{var}(e_i) .$$

$\text{Var}(b_1)$  ou  $\sigma^2(b_1)$  est la variance de  $b_1$

La variance des  $y_i$  est estimée par  $s^2$  et la variance de  $b_1$  est estimée par  $s^2(b_1)$

$$s^2(b_1) = \frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{avec } s^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{SC_{res}}{n-2} \text{ la variance des résidus ou des } y_i \text{ ( } \text{var}(y_i) \text{ )}$$

$\sigma(b_1)$  appelé écart-type de  $b_1$  est estimée par  $s(b_1) = \sqrt{s^2(b_1)}$

La fluctuation de l'écart réduit sous la loi de Student est  $t = \frac{b_1 - \beta_1}{s(b_1)}$

Ce rapport est utile pour le calcul d'intervalle de confiance pour  $\beta_1$  et sur l'élaboration d'un test statistique sur  $\beta_1$

**a. Estimation de  $\beta_1$  par intervalle de confiance**

On définit un intervalle de confiance ayant un niveau de confiance  $100(1-\alpha)$  % de contenir la vraie valeur de  $\beta_1$  comme suit :

$$b_1 - t_{\alpha/2;n-2} * s(b_1) \leq \beta_1 \leq b_1 + t_{\alpha/2;n-2} * s(b_1)$$

$t_{\alpha/2;n-2}$  représente la valeur tabulée de la distribution de Student avec n-2 degré de liberté

telle que la probabilité que t soit compris entre  $- t_{\alpha/2;n-2}$  et  $+ t_{\alpha/2;n-2}$  est  $1-\alpha$

$$b_1 = 40,47$$

$$n = 38$$

$$s^2 = \frac{SCres}{n-2} = \frac{722210160,45}{38-2} = 20061393,35$$

$$s = \sqrt{s^2} = 4478,99468$$

$$s^2(b_1) = \frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{20061393,35}{22072368,76} = 0,91$$

$$s(b_1) = 0,95$$

$$t_{0,025;36} = 2,0281 \text{ (de la table de Student).}$$

d'où

$$\begin{aligned} \beta_1 &= b_1 \pm t_{\alpha/2;n-2} * s(b_1) \\ &= 40,47 \pm 2,0281 * 0,95 \\ &= 40,47 \pm 1,93 \end{aligned}$$

Autrement dit

$$\mathbf{38,53 \text{ DA} \leq \beta_1 \leq 42,40 \text{ DA}}$$

### b. Interprétation de l'intervalle de confiance:

Selon les résultats de cet échantillon, on peut s'attendre à ce que le coût moyen de la production augmente de 40,47 DA pour une augmentation unitaire de la quantité de production et inversement.

De plus la marge d'erreur sera en valeur absolue d'au plus 1,93 DA dans 95% des cas. On attribue à l'intervalle  $38,53 \text{ DA} \leq \beta_1 \leq 42,40 \text{ DA}$ , un niveau de confiance de 95% de contenir la valeur vraie de  $\beta_1$

#### Remarque :

Par la fonction  $E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$  nous voyons que le paramètre  $\beta_1$  traduit la dépendance linéaire entre  $y$  et  $x$ . cette dépendance est vérifiée (c'est-à-dire si  $\beta_1$  est significativement différent de 0) selon la loi de Student

$$t = \frac{b_1 - \beta_1}{s(b_1)} = \frac{b_1}{s / \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \text{ par le test}$$

Rejet de  $H_0$  si

$$t > t_{\alpha/2; n-2} \quad \text{ou}$$

$$t < -t_{\alpha/2; n-2}$$

$b_1 = 40,47$  et  $s(b_1) = 0,95$  d'où  $t = 42,45$

$$t_{\alpha/2; n-2} = 2,0281$$

$$t > t_{\alpha/2; n-2}$$

Ce qui nous permet de conclure que la composante  $\beta_1 x$  est significative au seuil de 5%

### 8.3. Inférence concernant le paramètre $\beta_0$

Il est moins fréquent d'effectuer de l'inférence concernant le paramètre  $\beta_0$ . Plusieurs situations ne comportent aucune valeur dans le voisinage de  $x=0$ . Dans certains cas, l'interprétation pratique du paramètre  $\beta_0$  est dénudée de sens, dans d'autres, elle représente un certain intérêt. Ainsi pour notre cas le paramètre  $\beta_0$  représente théoriquement les frais fixes de production. Pour avoir une estimation fiable des frais fixes il faudra avoir suffisamment de données sur les coûts de la production pour des faibles quantités à produire.

#### a. Estimation de $\beta_0$ par intervalle de confiance

Tout comme dans le cas de  $\beta_1$  le calcul d'un intervalle de confiance autour de  $\beta_0$  ou l'exécution d'un test statistique sur  $\beta_0$  requiert la connaissance des principales caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de  $b_0$ .

La distribution d'échantillonnage de l'estimateur  $b_1$  est une distribution normale de moyenne  $E(b_1) = \beta_1$

$$\text{Var}(b_0) = \sigma^2(b_0) = \sigma^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \text{ où } \sigma^2 = \text{var}(y_i) = \text{var}(\varepsilon_i) \text{ et } \sigma(b_1) = (\sigma^2(b_1))^{0.5}$$

Ils sont estimés respectivement par

$$s^2(b_0) = s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \text{ et } s(b_0) = \sqrt{s^2(b_0)}$$

La fluctuation de l'écart réduit sous la loi de Student est  $t = \frac{b_0 - \beta_0}{s(b_0)}$

On définit un intervalle de confiance ayant un niveau de confiance de  $100(1-\alpha) \%$  de contenir la vraie valeur de  $\beta_1$  comme suit :

$$b_0 - t_{\alpha/2; n-2} * s(b_0) \leq \beta_0 \leq b_0 + t_{\alpha/2; n-2} * s(b_0)$$

$$b_0 = 425\,573,26 \text{ DA}$$

$$s^2 = \frac{SC_{res}}{n-2} = \frac{722210160,45}{38-2} = 20061393,35$$

$$s = \sqrt{s^2} = 4478,99468$$

$$s^2(b_0) = s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) = 8967493,912$$

$$s(b_0) = \sqrt{s^2(b_0)} = 2994,577418$$

$\alpha = 0.05$  seuil de signification

$t_{0,025;36} = 2.0281$  (de la table de Student).

$$\text{D'où } \beta_0 = b_0 \pm t_{\alpha/2; n-2} * s(b_0)$$

$$= 425\,573,26 \pm 2,0281 * 2994,577418$$

$$= 6073,30$$

$$\beta_0 = 425\,573,26 \pm 6073,30 \text{ DA}$$

En d'autre terme

$$419\,499,96 \text{ DA} \leq \beta_0 \leq 431\,646,56 \text{ DA}$$

### b. Interprétation de l'intervalle de confiance de $\beta_0$ :

A l'aide de l'intervalle de confiance de  $\beta_0$ , on peut conclure avec un niveau de confiance de 95% que les coûts fixes qui entrent dans la production journalière du calcaire se trouvent entre 419 499,96 DA et 431 646,56 DA

#### IV. Utilisation de la fonction estimée $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$ pour l'estimation et la prévision : [7],[8],[9]

La construction d'un modèle prend toute son importance lorsqu'il peut aider, directement ou indirectement, à la prise de décisions. Lorsqu'on se prépare à prendre une décision conditionnelle, et dans ce contexte, la fonction de coûts peut être utile. Elle permet en effet d'expliquer la variabilité d'un phénomène mesurable par celles d'autres facteurs également mesurables choisis pour leur valeur explicative.

On peut chercher soit à déterminer la valeur moyenne  $E(y)$  de  $y$  pour une valeur donnée de  $x_0$  de  $x$ .

Le modèle de régression linéaire simple est une hypothèse sur la relation entre  $x$  et  $y$ . Utilisant la méthode des moindres carrés, nous avons estimé l'équation de la régression linéaire simple. Si les résultats prouvent l'existence d'une relation statistiquement significative entre  $x$  et  $y$ , et si l'équation estimée de la régression semble bien adaptée aux données, l'équation estimée de la régression peut servir à faire des estimations et des prévisions. Il existe deux type d'estimation : l'estimation ponctuelle et l'estimation par intervalle de confiance.

##### 1. Estimation ponctuelle

L'équation estimée de la régression  $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$  fournit une estimation de la relation entre la production journalière  $x$  et les coûts journaliers  $y$ . Nous pouvons utiliser cette équation pour effectuer une estimation ponctuelle de la moyenne de  $y$  pour une valeur particulière de  $x$  ou pour prévoir la valeur de  $y$  associée à une valeur particulière de  $x$ . Par exemple, supposez qu'on veuille effectuer une estimation ponctuelle de la moyenne des coûts journaliers pour toutes les journées d'une production de 2000 tonnes de calcaire concassé. En utilisant l'équation estimée de la régression  $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$ , nous voyons que pour  $x = 2000$   $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47(2000) = 506\,513,26$  DA.

Ainsi, une estimation ponctuelle de la moyenne des coûts pour toutes les journées dont la production du calcaire est de 2000 t est égale à 506 513,26 DA.

Maintenant, supposez qu'on veuille prévoir les coûts de production du 01/07/07 avec une production de 2000 t. Dans ce cas, nous ne sommes pas intéressés par la valeur des coûts moyens de toutes les journées d'une production de 2000 tonnes de calcaire concassé, mais par la prévision des coûts d'une seule journée. Or il s'avère que l'estimation ponctuelle d'une valeur de  $y$  est la même que l'estimation ponctuelle de la valeur moyenne de  $y$ . Par conséquent, nous prévoyons des coûts journaliers d'un montant de 506 513,26 DA pour ce jour.

## 2. Estimation par intervalle de confiance

Les estimations ponctuelles ne fournissent aucune information sur la précision de l'estimation. Pour cela, il faut effectuer des estimations par intervalle. Le premier type d'estimation par intervalle de confiance est une estimation par intervalle de la *valeur moyenne de y* pour une valeur donnée de  $x$ . Le second type d'estimation, *estimation par intervalle de prévision*, est utilisé lorsqu'on souhaite obtenir une estimation par intervalle d'une *seule valeur* de  $y$  correspondant à une valeur donnée de  $x$ . Avec une estimation ponctuelle, on obtient la même valeur lorsqu'on estime la valeur moyenne de  $y$  ou lorsqu'on prévoit une valeur individuelle de  $y$ , tandis qu'avec des estimations par intervalle on obtient des valeurs différentes.

Les intervalles de confiance et les intervalles de prévision indiquent la précision des résultats de la régression. Plus les intervalles sont petits, plus le degré de précision est élevé.

### 2.1. Estimation de la moyenne de la distribution conditionnelle de $y$ pour $x=x_h$ : $E(y_h)$

Nous savons que dans le cas du modèle linéaire simple, la moyenne des  $y_i$ , à  $x=x_i$  est donnée par  $E(y_i)=\beta_0 +\beta_1x_i$ . Cette quantité  $E(y_i)$  peut être considérée comme la valeur moyenne des  $y_i$  pour l'ensemble des unités de la production dont la valeur prise par la variable explicative est  $x_i$ .

L'estimation ponctuelle de  $E(y_h)$  pour  $x=x_h$  s'obtient de la droite de régression  $\hat{y}_h= b_0+b_1x_h$ , c'est l'estimation la plus plausible. Toutefois une estimation ponctuelle est souvent insuffisante puisqu'elle ne tient pas compte de l'erreur possible dans l'estimation, erreur attribuable aux fluctuations d'échantillonnage.

Pour quantifier cette erreur attribuable aux fluctuations d'échantillonnage de  $\hat{y}$  il faut évaluer la marge d'erreur dans l'estimation de  $E(y_h)$  ce qui nous amène à établir un intervalle de confiance autour de  $E(y_h)$ .

#### Distribution d'échantillonnage de $\hat{y}_h$

La distribution d'échantillonnage de  $\hat{y}_h$  correspond aux divers valeurs possibles de  $\hat{y}$  qu'on obtiendrait pour des échantillons répétés de même taille, chacun ayant les mêmes valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  pour la variable explicative.

Les principales propriétés de cette distribution d'échantillonnage sont les suivantes :

La distribution d'échantillonnage de  $\hat{y}_h= b_0+b_1x_h$  est une distribution normale de moyenne



$$E(\hat{y}_h) = E(b_0 + b_1 x_h)$$

$$= E(Y_h) = \beta_0 + \beta_1 x_h \quad \text{et de variance}$$

$$\text{Var}(\hat{y}_h) = \sigma^2(\hat{y}_h) = \sigma^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

estimée par

$$s^2(\hat{y}_h) = s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

Les fluctuations de l'écart réduit  $\hat{y} = \frac{(\hat{y}_h - E(y))}{\sigma^2(\hat{y}_h)}$

suivent la loi normale centrée réduite où

$$\sigma(\hat{y}_h) = \sigma \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2} \quad \text{estimée par}$$

$$s(\hat{y}_h) = s \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2}$$

Notez que à  $X_h = \bar{x}$   $S(\hat{y}_h) = S(b_0)$

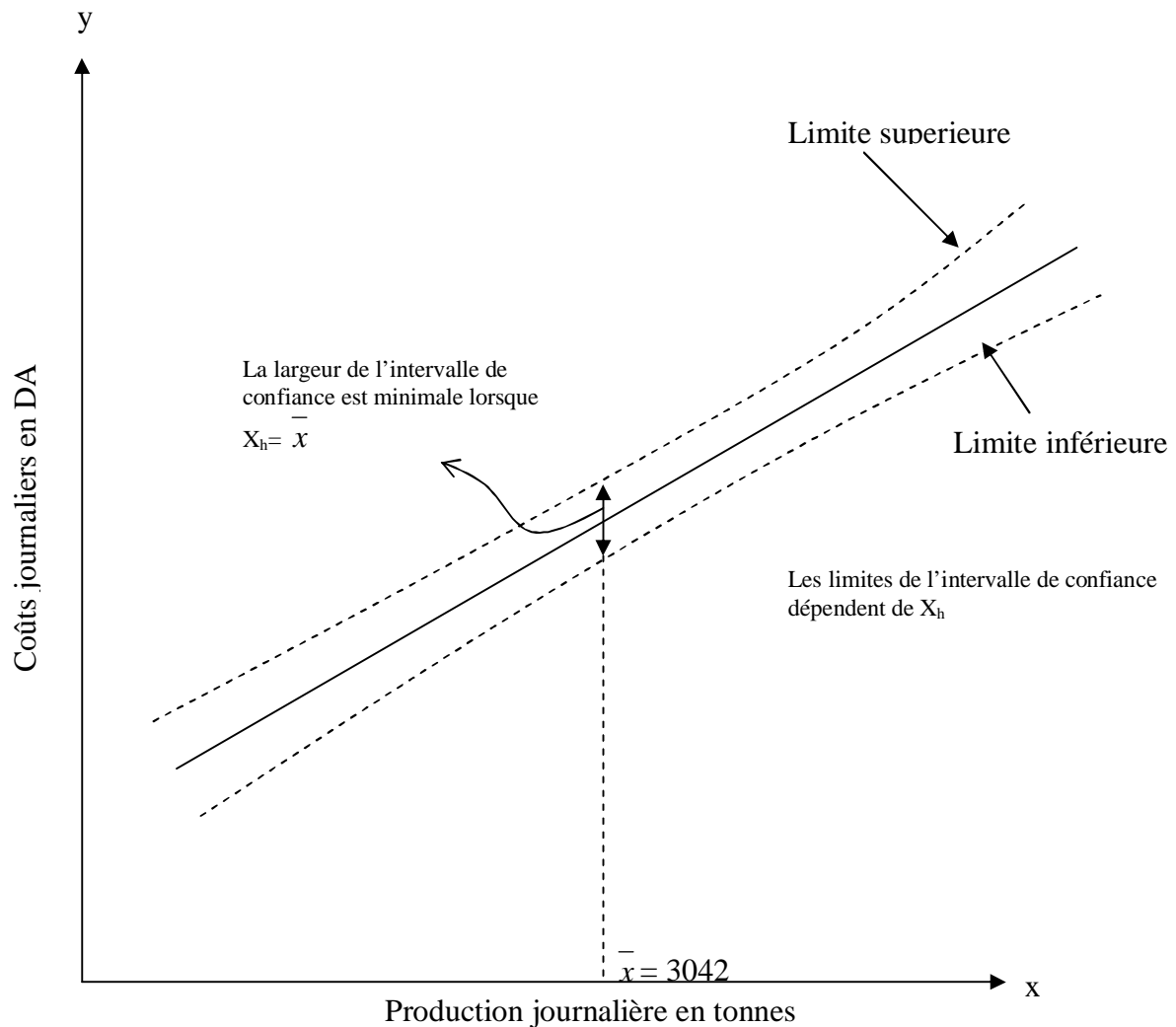
$$X_h = \bar{x}, S(\hat{y}_h) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{qui est la valeur minimale que peut prendre } s(\hat{y}_h).$$

L'intervalle de confiance est donné par la formule :

$$\hat{y}_h - t_{\alpha/2; n-2} * s(\hat{y}_h) \leq E(y_h) \leq \hat{y}_h + t_{\alpha/2; n-2} * s(\hat{y}_h)$$

La marge d'erreur qu'on obtient sera au plus  $= \pm t_{\alpha/2; n-2} * s(\hat{y}_h)$  au niveau de confiance

100(1- $\alpha$ ) %



FigIII.11 : présentation de l'intervalle de confiance

Par exemple supposons qu'on veuille estimer le coût pour la production de 3677 tonne de calcaire (c'est le tonnage de la 3<sup>e</sup> journée de notre échantillon) par intervalle de confiance ( $E(y_h)$ ). Donc  $x_h = x_3 = 3677$  T

En utilisant la fonction  $\hat{y}_i = 425\,573,26 + 40,47x_i$ , on a :

$$\hat{y}_h = \hat{y}_3 = 425\,573,26 + 40,47(3677) = 574381,45 \text{ DA}$$

$$s^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} = \frac{SC_{res}}{n - 2} = 20061393,35 \quad (\text{la variance})$$

$$s = \sqrt{s^2} = 4478,99468 \quad (\text{l'écart-type})$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 3042 \quad (\text{la production moyenne})$$

$$t_{0,025;36} = 2.0281 \quad (\alpha=5\% \text{ Table de Student dans annexe régression})$$

$$s(\hat{y}_3) = s \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_3 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2} = 961,12$$

$$t_{\alpha/2; n-2} * s(\hat{y}_h) = 2,0281 * 931,12 = 1949,24$$

D'où  $E(y_3) = \hat{y}_3 \pm t_{\alpha/2; n-2} * s(\hat{y}_h) = 574\,381,45 \text{ DA} \pm 1949,24$ , en d'autres termes on peut dire qu'on est sûr à 95% que la valeur moyenne du coût de la production de 3677 T se trouve entre 572 432,21 DA et 576 330,69 DA

Dans le tableau III.1, le coût réel observé est égal à 574159,70 DA, et on remarque que ce coût se trouve dans l'intervalle de confiance calculé, ce qui veut dire qu'on n'allait pas se tromper en faisant la prévision avec l'intervalle.

Notez que l'écart type estimé le plus faible de  $\hat{y}_h$  donné par l'expression

$$s(\hat{y}_h) = s \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2}, \text{ est obtenu pour } x_h = \bar{x} \text{ et la quantité } x_h - \bar{x} = 0. \text{ Dans ce cas,}$$

l'écart type estimé de  $\hat{y}_h$  devient

$$s(\hat{y}_h) = s \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n} \right)^{1/2} = s \sqrt{\frac{1}{n}}$$

Ce résultat implique que la meilleure estimation ou l'estimation la plus précise de la moyenne  $y$  est obtenue lorsque  $x_h = \bar{x}$ . En fait, plus  $x_h$  est loin de  $\bar{x}$ , plus  $x_h - \bar{x}$  s'accroît. Par conséquent, les intervalles de confiance pour la moyenne de  $y$  deviennent plus larges lorsque  $x_h$  s'écarte de  $\bar{x}$ . La figure III.11 illustre graphiquement ce résultat.

## 2.2. Estimation par intervalle de prévision d'une valeur individuelle de $y$

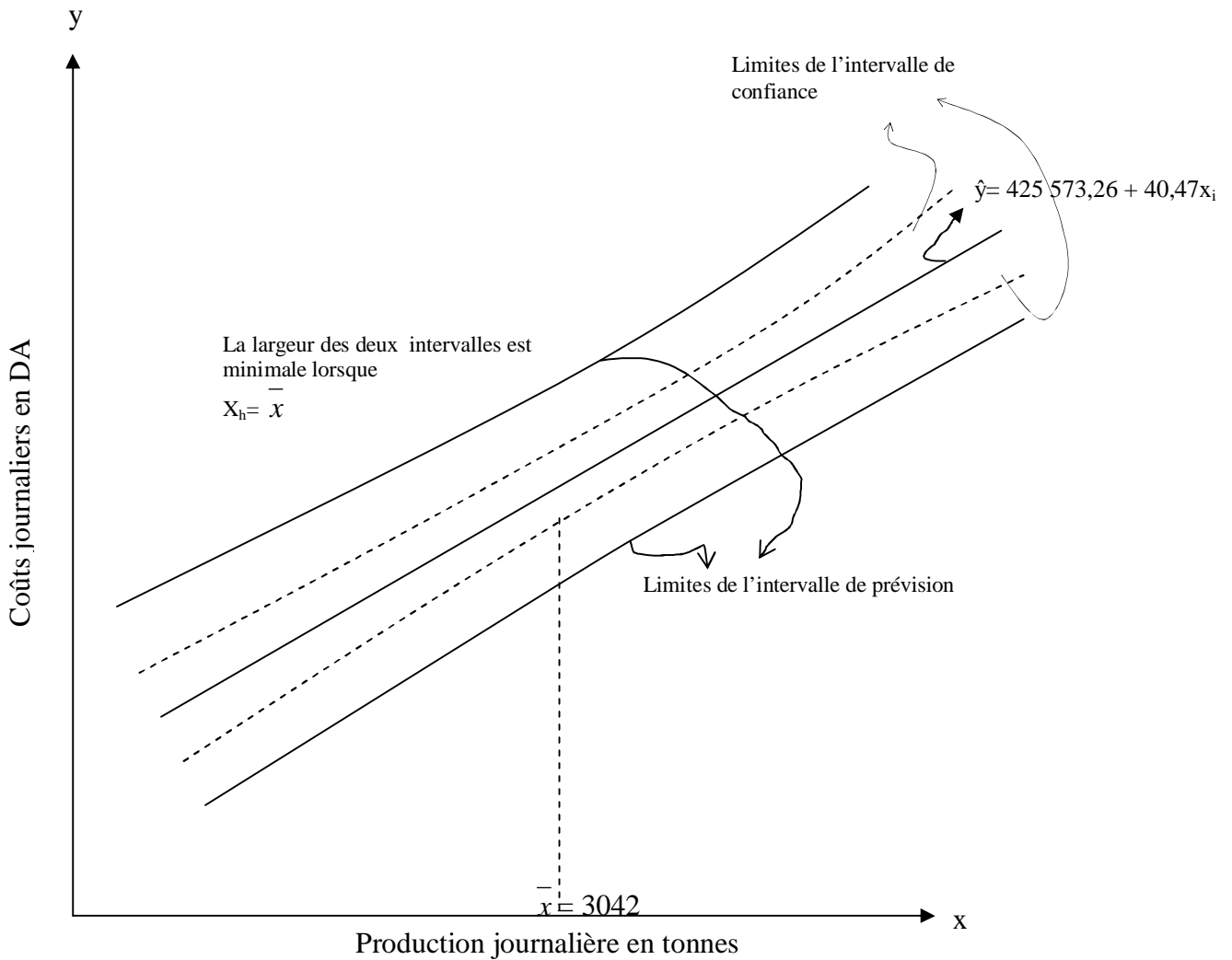
On disait que le modèle prend toute son importance lorsqu'il peut aider, directement ou indirectement, à la prise de décisions.

On veut prédire une valeur  $y_0$  de  $y$ , si l'on connaît la valeur  $x_0$  de  $x$  qui lui correspond, on peut prédire pour  $y$  la valeur  $b_0 + b_1 x_0$ , c'est-à-dire celle calculée par la droite de régression. La différence entre cette prédiction et celle fournie pour la valeur moyenne  $E(y_0)$  se situe au niveau de leur précision respective, la première étant moins précise que la seconde. En effet la variance de  $y_0$  est plus grande que celle de  $\hat{y}_0$ . Encore ici, le fait qu'il y ait une liaison entre  $y$  et  $x$  et que l'on connaisse la valeur de  $x_0$  de  $x$ , permet d'améliorer la prédiction de  $y_0$ . On peut

montrer que  $\text{Var}(y) \geq \text{Var}(y/x)$ , et que le gain de précision obtenu par l'emploi de la droite des moindres carrés est dans le rapport de  $(1-\rho^2)$  où  $\rho$  est le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ , c'est-à-dire  $[\text{Var}(y/x)/ \text{Var}(y)] = 1-\rho^2$ .

Pour effectuer une estimation par intervalle de prévision, nous devons d'abord estimer la variance associée à l'utilisation de  $\hat{y}_h$  comme estimateur de la valeur individuelle de  $y$  lorsque  $x = x_h$ . Cette variance est composée de la somme des deux éléments suivants.

1. la variance des valeurs individuelles de  $y$ , estimée par  $s^2$ .
2. La variance associée à l'utilisation de  $\hat{y}_h$  pour estimer  $E(y_p)$ , estimée par  $S^2_{\hat{y}_h}$



figIII.12 : présentation de l'intervalle de prévision

La formule pour estimer la variance d'une valeur individuelle de  $y_h$ , notées  $S_{ind}$ , est

$$\begin{aligned} S_{ind}^2 &= S^2 + S^2_{\hat{y}_h} \\ &= S^2 + S^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n} \right] \\ &= S^2 \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n} \right] \end{aligned}$$

Par conséquent une estimation de l'écart type d'une valeur individuelle de  $y_h$  est donnée par

$$S_{ind} = S \sqrt{\left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n} \right]}$$

L'expression générale d'un intervalle de prévision d'une valeur individuelle de  $y$  ( $y_h$ ) est la suivante :

$$\hat{y}_h - t_{\alpha/2; n-2} * S_{ind} \leq y_h \leq \hat{y}_h + t_{\alpha/2; n-2} * S_{ind}$$

Où le coefficient de confiance est égal à  $1 - \alpha$  et  $t_{\alpha/2; n-2}$  est basé sur la distribution de Student à  $n-2$  degrés de liberté.

A la fois les estimations par intervalle de confiance et par intervalle de prévision sont plus précises lorsque la valeur de la variable indépendante est  $x_h = \bar{x}$ . Les formes générales des intervalles de confiance et des intervalles de prévision, plus larges, sont représentées à la Figure III.12.

## V. Etude de la fonction du coût unitaire (prix de la tonne de calcaire) [12]

De la même manière qu'on a défini la fonction de coûts de production, la fonction du coût unitaire exprime le prix de revient de la tonne de calcaire en fonction de la quantité de production. Le coût unitaire ( $P_i$ ) est défini par le rapport du coût de production ( $y_i$ ) sur la quantité produite ( $x_i$ ).

$$P_i = y_i/x_i$$

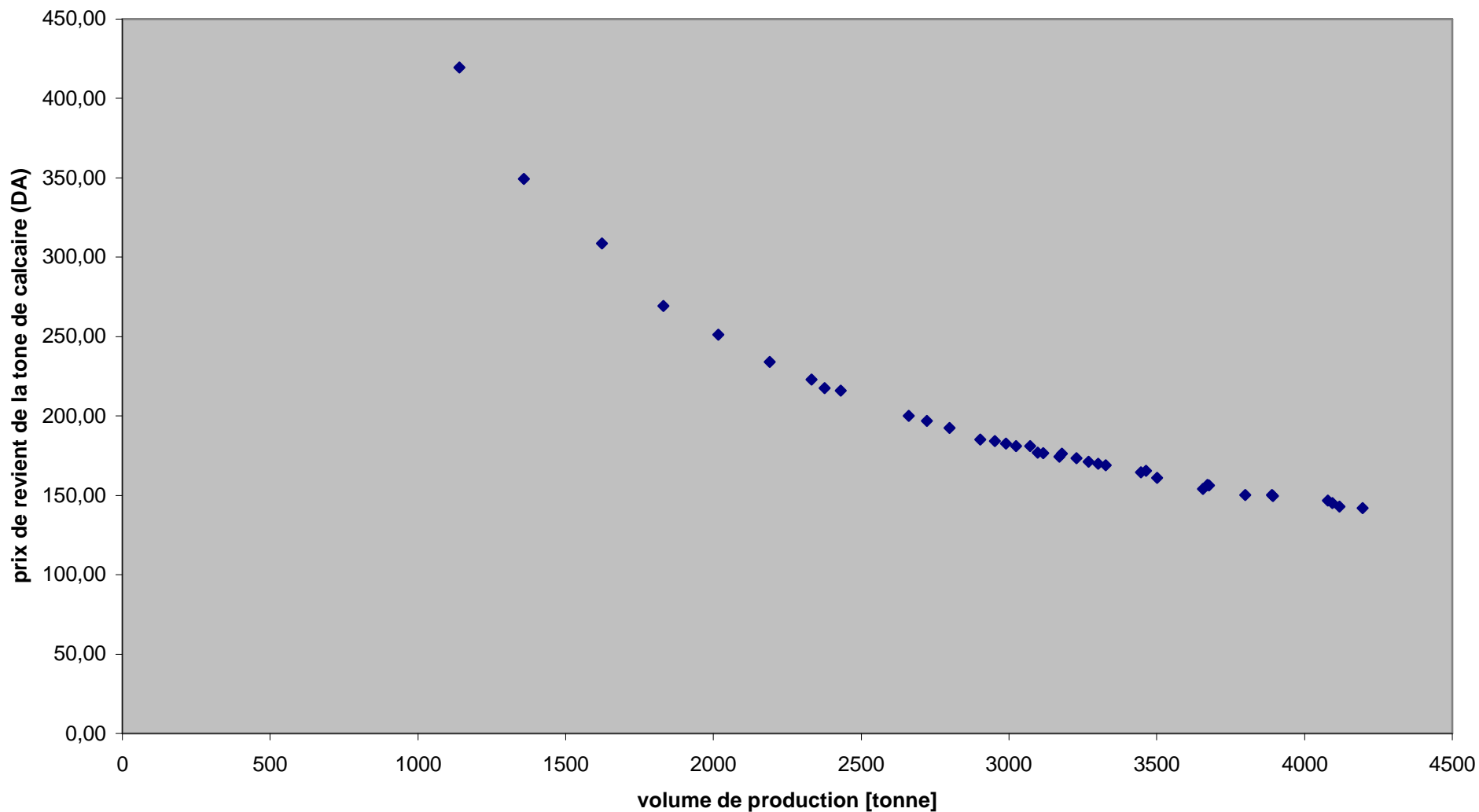
Du tableau III.1 on déduit le tableau III.2 comme suit :

journée (i)	production (tonnes) ( $x_i$ )	Prix de revient [DA/T] ( $p_i$ )
1	3301	169,81
2	3116	179,15
3	3677	156,15
4	3299	149,03
5	3327	166,34
6	3271	181,17
7	2660	199,10
8	3589	182,75
9	2191	235,08
10	4095	142,65
11	3301	160,30
12	4079	145,25
13	3894	150,63
14	2430	213,49
15	2723	196,79
16	2080	274,46
17	2316	253,89
18	2376	217,48
19	2903	187,36
20	3024	184,24
21	3464	168,05
22	3470	171,21
23	3170	171,84
24	1623	298,62
25	2952	184,21
26	3156	152,39
27	3179	176,16
28	3097	179,98
29	2799	194,39
30	1358	357,31
31	3889	151,94
32	4119	140,51
33	3446	164,50
34	4196	142,54
35	3672	153,97
36	3729	173,54
37	1140	426,64
38	2331	223,07

Tableau III.2 : quantité de production et prix de revient de production

La représentation en nuage de points de ces données est la suivante :

figIII,13:nuage de point du cout unitaire en fonction de la quantité produite



De la figIII.13 il est difficile de voir le type de fonction appropriée. Néanmoins les fonctions les plus probables sont les fonctions logarithmiques ou puissance.

Si on considère que la fonction est une fonction puissance, il est préférable de tracer le nuage de points dans un repère log-log ou bien on trace le nuage de points de coordonnées  $(t_i = \ln(x_i), z_i = \ln(\hat{p}_i))$ . Si les points paraissent alignés on tente alors une régression linéaire de  $z_i$  en fonction de  $t_i$ .

Si la droite d'ajustement a pour équation  $z = at + b$ , cela signifie que  $\ln(\hat{p}_i) = a \ln(x) + b$ . il existe donc une relation en puissance entre  $\hat{p}$  et  $x$  :

$$\hat{p} = e^z = e^b x^a = k x^a$$

Les formules de régression linéaire qu'on a démontré dans la section fonction de coûts donnent :

$$a = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(z_i - \bar{z})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (\text{la formule de } b_1)$$

$$k = \frac{\exp(\bar{z})}{\exp(a\bar{t})} \quad (k = e^{b_0}; \exp = e = \text{exponentielle})$$

Où  $\bar{t}$  correspond à la moyenne des  $t_i$  ou des  $\ln(x_i)$

( $x_i$  est la quantité de production de la journée  $i$ )

$\bar{z}$  correspond à la moyenne des  $z_i$  ou des  $\ln(\hat{p}_i)$

( $\hat{p}_i$  est le prix de revient de la tonne correspondant à la quantité  $x_i$ )

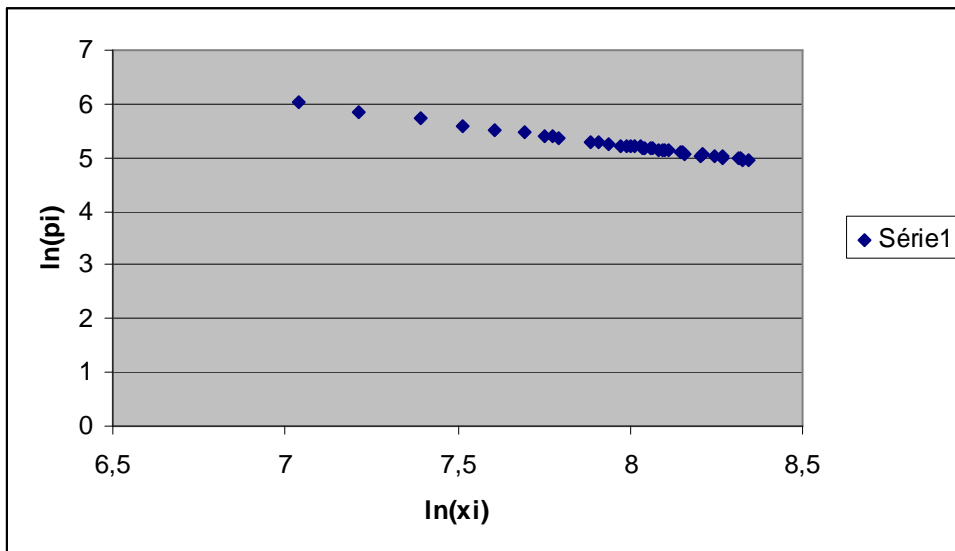
Mais si on considère que la fonction est logarithmique, on trace le nuage de points dans un repère semi-log ou dans un repère de coordonnées  $(\hat{p}_i, t_i = \ln(x_i))$ . Dans le même raisonnement, si les points paraissent alignés et que la droite d'ajustement a pour équation  $\hat{p} = at_i + b$ , cela signifie que  $\hat{p} = a \ln(x) + b$

$$\text{Avec } a = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(p_i - \bar{p})}{\sum (t_i - \bar{t})^2}$$

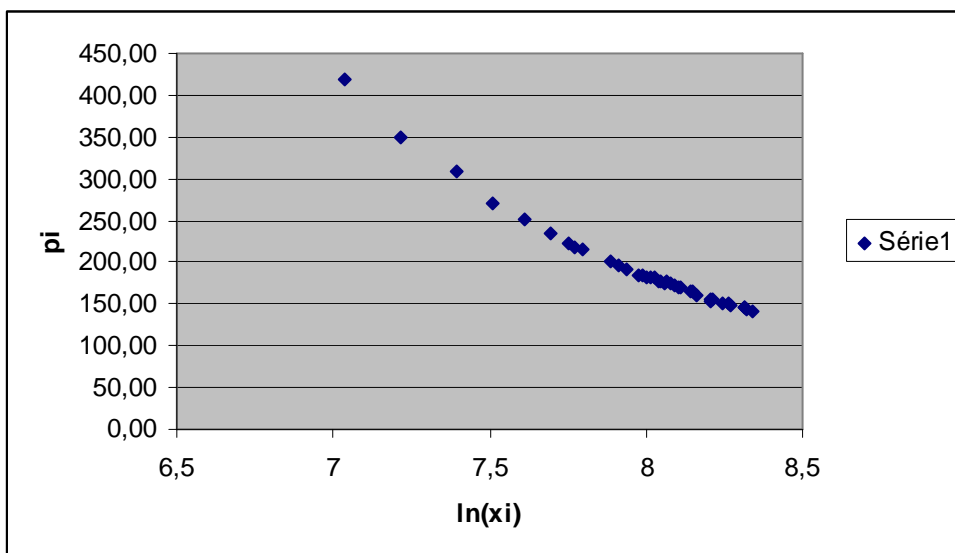
$$b = \bar{p} - a\bar{t}$$

Les deux cas de nuage de points sont représentés dans les figures figIII.14 et figIII.15





**figIII.14** : présentation de nuage de points du prix de revient en fonction du volume de production dans le repère log-log



**figIII.15** : présentation de nuage de points du prix de revient en fonction du volume de production dans le repère semi-log

Parmi ces deux figures (figIII.14 et figIII.15), c'est celle représentée dans le repère log-log qui a le nuage de points le plus aligné sous forme de droite ; donc la relation entre le coût de la tonne de calcaire en fonction du volume de production est plus une fonction puissance de la forme

$$\hat{p}_i = k * X_i^a$$

avec

$$a = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(z_i - \bar{z})}{\sum (t_i - \bar{t})^2}$$

$$k = \frac{\exp(\bar{z})}{\exp(a\bar{t})}$$

où  $t_i = \ln(x_i)$ ,  $x_i$  est la quantité de la production journalière du calcaire

$z_i = \ln(\hat{p}_i)$ ,  $\hat{p}_i$  est le prix de revient de la tonne de calcaire correspondant à un niveau de production  $x_i$

#### Ø Calcul des coefficients a et k

$$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{n} = \frac{\sum \ln(p_i)}{n} = \frac{198,85}{38} = 5,23, \quad (\mathbf{n} \text{ est le nombre d'échantillon } n=38)$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{\sum \ln(x_i)}{n} = \frac{303,27}{38} = 7,98$$

$$\text{D'où} \quad a = \frac{\sum (t_i - \bar{t})(z_i - \bar{z})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} = \frac{-2,787}{3,432} = -0,812$$

$$k = \frac{\exp(\bar{z})}{\exp(a\bar{t})} = \frac{\exp(5,23)}{\exp(-0,812 * 7,98)} = 122206,488$$

Donc la fonction qui traduit la variation du prix de revient de la tonne de calcaire en fonction du volume de production est :

$$\hat{p}_i = 122206,488 x_i^{-0,812}$$

Le choix de la fonction pouvait se faire aussi en calculant le coefficient de détermination  $r^2$ .

La meilleure fonction est celle qui a le coefficient de détermination plus proche de 1

$$r^2 = \frac{\text{variation\_expliquée}}{\text{variation\_totale}} = \frac{SC_{reg}}{SCT} = \frac{\sum (\hat{p}_i - \bar{P})^2}{\sum (P_i - \bar{P})^2} \quad \text{Avec } \bar{P} = \text{la moyenne du prix}$$

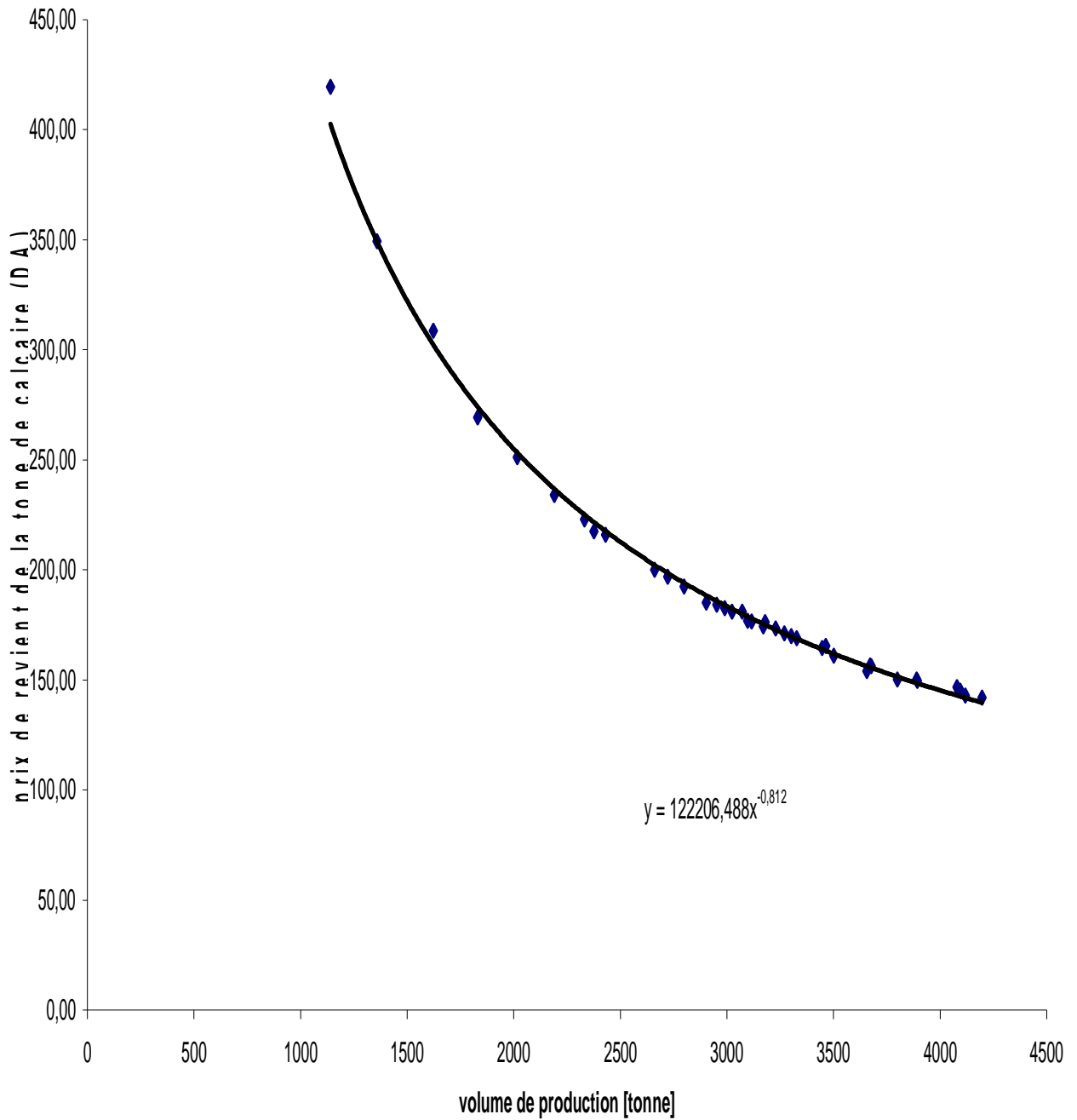
$\hat{p}_i$  est la fonction cherchée.

$$r^2 = \frac{SC_{reg}}{SCT} = \frac{\sum (\hat{P}_i - \bar{P})^2}{\sum (P_i - \bar{P})^2} = 0,9972$$

Autrement dit, 99,72% des variations du coût unitaire en fonction du volume de production sont expliquées par la fonction  $\hat{p}_i = 122206,488x_i^{-0,812}$

La figure III.16 montre cette courbe

figIII,16:la fonction du cout unitaire



### Ø Analyse de la fonction du coût unitaire de la tonne:

La fonction du prix de revient représente le coût total moyen (CTM) qu'on a décrit dans les généralités du chapitre II ; le coût unitaire diminue quand la quantité de production augmente.

Pour un volume de production de calcaire nul ( $x = 0$ ), selon la fonction

$\hat{p}_i = 122206,488X_i^{-0,812}$ , on obtient un prix de revient infini. Mais en réalité, pour une quantité de production égale à zéro, le prix de revient de la tonne de calcaire est égale au coefficient  $b_0$  de la fonction de coût de production ( $b_0 = 425\,573,26$  DA) qui représente le coût fixe (CF), c'est le prix de revient maximal. Le prix de revient minimal de la tonne de calcaire correspond au prix de revient de la quantité de production journalière maximale. Par exemple pour un volume de production égale à 800 T et 4500T, on aura un prix de revient de la tonne égal respectivement à 536,77 DA et 132,03 DA.

#### Remarques :

1- Les fonctions de coûts de production et du coût unitaire ne doivent pas être utilisées au delà des productions journalières. Il n'est pas évident que la fonction de production journalière évolue de la même façon que la fonction de coûts de production hebdomadaire ou mensuelle.

Par exemple supposons que pendant un mois (30 jours) on produise par jour 3000T de calcaire ( $x_i = 3000T$ ). En utilisant la fonction de coût de production  $\hat{y}_i = 40,47x_i + 425\,573,26$ , on trouve un coût total égal à 546 983,26 DA par jour soit 16 409 497,80 DA par mois ( $30 * 546\,983,26DA$ ) pour une production de 90 000T ( $30*3000T$ ). Et en utilisant la fonction du coût unitaire  $\hat{p}_i = 122206,488X_i^{-0,812}$ , on a un prix de la tonne de calcaire égal à 183,52 DA.

Mais si on voulait utiliser directement ces fonctions pour estimer le coût total et le coût unitaire de la production mensuelle  $x = 90\,000$  T, on trouverait respectivement 4 067 873,26DA et 11,59 DA soit une réduction de 75% du coût total réel de production et de 94% du prix réel de la tonne de calcaire.

2- Aussi il faut noter qu'on peut utiliser la fonction de coût pour déterminer le prix de la tonne de calcaire ou utiliser la fonction du prix de revient de la tonne pour déterminer le coût total de production, mais il faut noter que la fonction de coûts de production est plus précise dans l'estimation du coût total que la fonction du coût unitaire et inversement (c'est-à-dire la fonction du coût unitaire est plus précise que la fonction de coûts de production dans l'estimation du prix de la tonne de calcaire pour un volume de production donnée)

3- dans le cas où les conditions actuelles changeraient, il serait nécessaire de faire des corrections des fonctions. Dans le cas par exemple où l'on achèterait de nouveaux matériels ou l'on augmenterait le nombre d'ouvriers ou encore dans le cas où les coûts des consommables changeraient.

4- les méthodes d'estimation et de prévision pour la fonction du coût unitaire se fait de la même façon que celle des coûts totaux, il suffit de faire un changement de variables  $y = \ln(p)$  et  $X = \ln(x)$  pour avoir les mêmes formes d'équation  $y = b_0 + b_1X$ .

## VI- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord utilisé les lois statistiques afin de déterminer le type de relation qui existe entre le coût et la quantité de production journalière. La représentation des nuages de points de nos données et l'analyse de la corrélation linéaire nous ont permis de conclure que la fonction recherchée est de type linéaire. Puis, on a montré comment utiliser l'analyse de la régression pour déterminer cette fonction. On a vu ensuite que pour une régression linéaire simple, le modèle de régression est  $y = \beta_0 + \beta_1x + \varepsilon$ . L'équation de la régression linéaire simple  $E(y) = \beta_0 + \beta_1x$  décrit la façon dont la moyenne ou l'espérance mathématique de  $y$  est reliée à  $x$ . Nous avons utilisé les données de l'échantillon et la méthode des moindres carrés pour estimer l'équation de la régression  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  où  $b_0$  et  $b_1$  sont les statistiques d'échantillon utilisées pour estimer les paramètres inconnus du modèle  $\beta_0$  et  $\beta_1$ .

On a trouvé  $\hat{y}_i = 40,47x_i + 425\,573,26$

Et les coefficients  $\beta_0$  et  $\beta_1$  ont été estimés selon les intervalles :

$$b_1 - t_{\alpha/2;n-2} * s(b_1) \leq \beta_1 \leq b_1 + t_{\alpha/2;n-2} * s(b_1)$$

$$b_0 - t_{\alpha/2;n-2} * s(b_0) \leq \beta_0 \leq b_0 + t_{\alpha/2;n-2} * s(b_0)$$

dont les valeurs sont:

$$38,53 \text{ DA} \leq \beta_1 \leq 42,40 \text{ DA}$$

$$419499,96 \text{ DA} \leq \beta_0 \leq 431646,56 \text{ DA}$$

Le coefficient de détermination  $r^2$  a été présenté comme une mesure de l'adéquation de l'équation estimée de la régression; on peut l'interpréter comme la proportion de la variation de la variable dépendante  $y$  expliquée par la fonction estimée.

On a eu  $r^2 = 0,9804$  et on a expliqué que ce chiffre veut dire que la relation entre le coût et le volume de production est expliquée à 98,04% des cas par la fonction

$$\hat{y}_i = 40,47x_i + 425\,573,26$$

Nous avons montré comment utiliser la fonction estimée pour construire des intervalles de confiance pour la moyenne de  $y$  et des intervalles de prévision pour des valeurs de  $y$  qui sont données respectivement par les formules :

$$\hat{y}_h - t_{\alpha/2;n-2} * s(\hat{y}_h) \leq E(Y_h) \leq \hat{y}_h + t_{\alpha/2;n-2} * s(\hat{y}_h)$$

$$\hat{y}_h - t_{\alpha/2;n-2} * S_{ind} \leq y_h \leq \hat{y}_h + t_{\alpha/2;n-2} * S_{ind}$$

Avec

$$s(\hat{y}_h) = s \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2}$$

$$S_{ind} = S \sqrt{\left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n} \right]}$$

On a étudié la variation du prix de revient de la tonne de calcaire par rapport au volume de production. Le nuage de point du prix de revient en fonction de la production nous a permis d'opter pour une fonction puissance et le coefficient de détermination la confirmé à 99,72% que la fonction est :

$$\hat{p}_i = 122206,488X_i^{-0.812}$$

En fin on a fait une remarque sur l'utilisation de ces fonctions. Ces fonctions ne peuvent pas être utilisé dans toutes les conditions. Elles ne doivent être utilisées que dans des conditions proches de celles qui existent actuellement.

### Conclusion générale

Le calcaire représente 64% des matières premières qui entrent dans la composition du ciment de l'usine de Meftah, du coup une hausse du prix de revient du calcaire entraîne une augmentation relativement considérable du prix de revient de la tonne du ciment. Par conséquent il était essentiel de faire une analyse de ce genre au niveau de la carrière de calcaire afin de voir l'évolution du coût en fonction du volume de production.

La première conclusion tirée de cette étude est la part que représentent les investissements miniers. Ces investissements représentés essentiellement par le coût des matériels et les frais personnels sont au tour de 75% du coût total (part des coûts fixes). Donc une utilisation optimale de ces matériels est nécessaire pour avoir un prix de revient optimal du calcaire.

La deuxième conclusion concerne les consommables qui représente 25% du coût total. Parmi ces consommables, le coût de minage (essentiellement le coût des explosifs et accessoires) représente 33% du coût variable (au tour de 15 DA/tonne). Donc une optimisation des procédés de forage et de tir peut aider à diminuer le coût de la tonne du calcaire. En plus du coût de minage, un autre point important est la consommation en gasoil, elle représente 22% du coût des consommables (environ 32 000 DA par jour).

L'application de la régression nous a permis de voir l'évolution du coût total en fonction de la production qui était l'objectif principal de ce projet fin d'étude. Grâce à 38 échantillons récoltés pendant 38 journées on peut conclure que le coût total de production de la carrière de calcaire ( $\hat{y}_i$ ) de Meftah évolue de façon linéaire en fonction de la quantité de production, en plus on est certain à 98,04% que cette fonction linéaire est  $\hat{y}_i = 40,47x_i + 425\,573,26$ . L'entreprise n'ayant pas fait préalablement une étude sur le coût du calcaire et n'a pas par conséquent de données sur son prix de revient, peut désormais connaître le coût de la quantité de calcaire qu'il produise chaque jour en utilisant cette fonction. Les méthodes d'estimation et de prévisions qu'on a vu permettent d'utiliser cette fonction avec plus de précision. L'entreprise doit utiliser cette fonction afin d'effectuer des corrections nécessaires, par exemples dans le cas où la durée d'amortissement des matériels actuels s'achève ou bien lors de l'achat de nouveaux matériels.

La fonction du coût unitaire nous a renseigné sur l'évolution du coût de la tonne de calcaire en fonction du volume de production. On a vu que le coût de la tonne du calcaire ( $\hat{p}$ ) évolue suivant la fonction  $\hat{p}_i = 122\,206,488X_i^{-0,812}$ . La production maximale journalière de notre échantillon est 4196 T soit un coût unitaire  $\hat{p} = 139,75$  DA, c'est le coût minimum enregistré de cet échantillon.

Lorsqu'on relève une sous-utilisation des engins actuellement utilisés on peut être certain de la diminution du coût de revient unitaire.

Cependant il faut dire que le besoin en calcaire est dicté par les prévisions en ciment à produire. En fin la dernière conclusion qu'on peut tirer de cette étude est l'importance de la fonction de production qu'on a vue en sa qualité de prévision. Dans la plupart des entreprises la politique de production est régit par les demandes du marché. De ce fait la fonction de production est un outil important et fiable pour une prise de décision de production car il nous permet d'estimer à l'avance les coûts pour la production d'un volume donnée. Les fonctions qu'on a déterminé pour la carrière de calcaire de Meftah sont des outils d'estimation et de prévision pour l'entreprise, mais il faut dire que ce ne sont pas des outils parfait. Le grand problème qui se pose c'est comment corriger ces fonctions dans le cas où les prix des consommables changeraient et on peut aussi décider d'augmenter la production en achetant de nouveaux matériels et en augmentant le personnel. De plus dans quelques années les amortissements de plusieurs engins seront nuls.



**Annexe coût**

**Tableau 1 : Production journalière de calcaire**

Date	jour	Heure travaillée[h]	total production[t]	nombre de dumpers	type chargeuse
25/03/2007	dimanche	10,5	3301	4	KOMATSU
26/03/2007	lundi	10,5	3116	4	KOMATSU
27/03/2007	mardi	12	3677	4	KOMATSU
28/03/2007	mercredi	12	3799	3	KOMATSU
29/03/2007	jeudi	11	3327	3	KOMATSU
31/03/2007	samedi	10,5	3071	4	KOMATSU
01/04/2007	dimanche	9,25	2660	3	KOMATSU
02/04/2007	lundi	12	2989	4	KOMATSU
03/04/2007	mardi	8	2191	4	KOMATSU
04/04/2007	mercredi	11	4095	4	KOMATSU
05/04/2007	jeudi	11	3501	4	KOMATSU
07/04/2007	samedi	12	4079	4	KOMATSU
08/04/2007	dimanche	12	3894	4	KOMATSU
09/04/2007	lundi	9,7	2430	3	KOMATSU
10/04/2007	mardi	10	2723	3	KOMATSU
11/04/2007	mercredi	7	1831	3	KOMATSU
12/04/2007	jeudi	8	2016	4	KOMATSU
14/04/2007	samedi	10,5	2376	2	KOMATSU
15/04/2007	dimanche	10	2903	4	KOMATSU
16/04/2007	lundi	10,5	3024	4	KOMATSU
17/04/2007	mardi	12	3464	4	KOMATSU
18/04/2007	mercredi	12	3270	4	KOMATSU
19/04/2007	jeudi	11,5	3170	2	KOMATSU
20/04/2007	vendredi	6	1623	4	KOMATSU
21/04/2007	samedi	12	2952	3	KOMATSU
22/04/2007	dimanche	12	3656	3	KOMATSU
23/04/2007	lundi	11	3179	4	KOMATSU
24/04/2007	mardi	11,5	3097	3	KOMATSU
25/04/2007	mercredi	12	2799	3	KOMATSU
26/04/2007	jeudi	5,5	1358	2	KOMATSU
28/04/2007	samedi	12	3889	4	CATERPILLAR
29/04/2007	dimanche	12	4119	4	CATERPILLAR
30/04/2007	lundi	9,5	3446	4	CATERPILLAR
01/05/2007	mardi	12	4196	4	CATERPILLAR
02/05/2007	mercredi	12	3672	4	KOMATSU
03/05/2007	jeudi	12	3229	3	KOMATSU
05/05/2007	samedi	4,5	1140	4	KOMATSU
06/05/2007	dimanche	9	2331	3	KOMATSU

Les engins qui travaillaient durant notre séjour dans la carrière sont les dumpers D24, D25, D26, D27 (capacité de 32 T chacun), les Dumpers D28, D29 (capacité 41 T Chacun) la chargeuse Komatsu (godet de 9 m<sup>3</sup>) et la chargeuse Caterpillar (godet de 8,3m<sup>3</sup>).

La durée des heures travaillées totales dans la journée sans arrêt est de 12 heures.

**Tableau 2 : Coûts fixes journaliers**

Opération	Coûts [DA]
Coûts fixes abatage (amortissement)	42197,45
Coûts fixes chargement (amortissement + charge financière)	56467,41
Coûts fixes transport (amortissement + coût financier)	82770,02
Entretien curatif	117942,32
Frais personnels	106989,2
Divers	12110,68
Coûts fixes globaux de la carrière	418477,08

Les concasseurs sont déjà amortis.

Les frais d'acquisition des matériels sont les suivants :

matériel	Frais d'acquisition [DA]	Durée d'amortissement (N)
Sondeuse ROC F6	30 183 855,49	10 ans
Chariot de forage roc304	6 404 502,38	
Compresseur Atlas COPC	4 508 771 ,12	
Bulldozer KOMATSU	52 500 091,23	
Chargeuse Komatsu	69 119 568,61	
Chargeuse Caterpillar	70 321 928,34	
Dumper (D24, D25, D26,D27)	32 490 511,19	
Dumper(D28,D29)	33 316 925,50	
Concasseur FCB	166 088 663,00	
Concasseur KHD	208 200 883,97	

L'amortissement journalier est calculé selon la formule :

$$A_j = \frac{FA}{10 * 275} \text{ où FA est le frais d'acquisition du matériel concerné}$$

10 est la durée de l'amortissement

275 est le nombre de jour ouvrable dans l'année.

**Tableau 3 : Consommation journalière en gasoil**

total production[t]	total gasoil		électricité	
	Quantité [L]	Coût [DA]	kwh	Coût [DA]
3301	1589	21769,30	5868,44	8936,80
3116	1308	17919,60	5539,56	8435,95
3677	1529	20947,30	6536,89	9429,46
3799	1342	18385,40	5864,89	8460,10
3327	1585	21714,50	5914,67	8834,36
3071	1791	24536,70	5815,11	8855,58
2660	1351	18508,70	4728,89	7612,23
2989	1004	13754,80	6380,44	9203,79
2191	1179	16152,30	3895,11	6714,20
4095	2110	28907,00	7280,00	10873,67
3501	1550	21235,00	5868,44	8765,32
4079	1917	26262,90	7251,56	10460,37
3894	1581	21659,70	6922,67	9985,95
2430	1311	17960,70	4320,00	6807,79
2723	1424	19508,80	4840,89	7527,58
1831	868	11891,60	3697,78	6819,76
2016	889	12179,30	4117,33	7097,25
2376	1023	14015,10	4224,00	6432,55
2903	1375	18837,50	5160,89	8025,18
3024	1269	17385,30	5376,00	8186,88
3464	1982	27153,40	6158,22	8883,24
3270	1409	19303,30	6168,89	8898,62
3170	1187	16261,90	5635,56	8267,11
1623	1093	14974,10	2885,33	5785,09
2952	1273	17440,10	5248,00	7570,24
3656	1157	15850,90	5610,67	8093,39
3179	1786	24468,20	5651,56	8441,37
3097	1253	17166,10	5505,78	8076,74
2799	1246	17070,20	4976,00	7177,88
1358	1088	14905,60	2414,22	5087,42
3889	1790	24523,00	6913,78	9973,12
4119	1586	21728,20	7322,67	10562,95
3446	1825	25002,50	6126,22	9743,92
4196	1897	25988,90	7459,56	10760,41
3672	1618	22166,60	6528,00	9416,64
3229	1487	20371,90	6629,33	9562,81
1140	1203	16481,10	2737,78	6515,91
2331	1287	17631,90	4144,00	6754,72

La consommation en gasoil d'un Dumper varie entre 250 à 400L par jour et celle d'une chargeuse varie entre 500 à 750L par une journée pleine. Tout dépend bien sûr de la durée de travail de l'engin.

La consommation en électricité du concasseur dépend entre autre de la granulométrie de la matière première à concasser, de son degré d'humidité et du débit.

**Tableau 4 : Consommation journalière en pneumatique**

Heures travaillées[h]	Nombre de dumpers	total production[t]	coût Consommation en pneu [DA]		
			Dumpers	chargeuse	total
10,5	4	3301	1224,55	374,85	1599,40
10,5	4	3116	1224,55	374,85	1599,40
12	4	3677	1399,48	428,40	1827,88
12	3	3799	1049,61	428,40	1478,01
11	4	3327	1282,86	392,70	1675,56
10,5	4	3071	1224,55	374,85	1599,40
9,25	3	2660	809,08	330,23	1139,30
12	4	2989	1399,48	428,40	1827,88
8	3	2191	699,74	285,60	985,34
11	4	4095	1282,86	392,70	1675,56
11	3	3501	962,15	392,70	1354,85
12	4	4079	1399,48	428,40	1827,88
12	4	3894	1399,48	428,40	1827,88
9,7	3	2430	848,44	346,29	1194,73
10	3	2723	874,68	357,00	1231,68
7	4	1831	816,37	249,90	1066,27
8	4	2016	932,99	285,60	1218,59
10,5	2	2376	612,27	374,85	987,12
10	4	2903	1166,24	357,00	1523,24
10,5	4	3024	1224,55	374,85	1599,40
12	4	3464	1399,48	428,40	1827,88
12	4	3270	1399,48	428,40	1827,88
11,5	4	3170	1341,17	410,55	1751,72
6	2	1623	349,87	214,20	564,07
12	3	2952	1049,61	428,40	1478,01
12	3	3656	1049,61	428,40	1478,01
11	4	3179	1282,86	392,70	1675,56
11,5	3	3097	1005,88	410,55	1416,43
12	3	2799	1049,61	428,40	1478,01
5,5	2	1358	320,72	196,35	517,07
12	4	3889	1399,48	428,40	1655,30
12	4	4119	1399,48	428,40	1655,30
9,5	4	3446	1107,92	339,15	1310,44
12	4	4196	1399,48	428,40	1655,30
12	4	3672	1399,48	428,40	1827,88
12	4	3229	1399,48	428,40	1827,88
4,5	3	1140	393,60	160,65	554,25
9	3	2331	787,21	321,30	1108,51

Pour calculer les consommations journalières en pneus, on a considéré que les pneus des chargeuses ont une durée de vie de 5 ans et ceux des dumpers une durée de vie de 2 ans.

On a estimé la consommation horaire en pneu selon la formule suivante :

Annexe coûts

$$C_{ph} = \frac{P_p}{D * 275 * 12}$$

Où  $P_p$  est le prix d'un pneu

D la durée de vie d'un pneu

275 est le nombre de jour travaillé dans l'année.

12 est la durée de travail des matériels dans les deux postes du jour.

Pour les Dumpers la consommation journalière est :

$$DC_{pj} = H * C_{ph} * N * 6$$

H : heures travaillées dans la journée

N : Nombre de dumpers qui ont travaillé

6 : Nombre de pneus d'un dumper.

Pour les chargeuses la consommation journalière est :

$$CC_{pj} = H * C_{ph} * 4$$

4 est le nombre de pneu par chargeuse.

Le coût total est la somme des deux consommations :

$$C_T = DC_{pj} + CC_{pj}$$

Les prix unitaires des pneus sont dans le tableau suivant :

engin	Durée de vie [ans]	Prix unitaire ( $P_p$ ) [DA]
Chargeuse komatsu	5	589050
Chargeuse caterpillar	5	351744
Dumper	2	192429

**Tableau 5 : Consommation journalière en pièce de rechange.**

total production[t]	Heure travaillée[h]	Nombre de dumpers	coût Consommation en pièces de rechange [DA]		
			Dumpers	chargeuse	coût total
3301	10,5	4	7206,43	396,04	7602,47
3116	10,5	4	7206,43	396,04	7602,47
3677	12	4	8235,91	452,62	8688,54
3799	12	3	6176,94	452,62	6629,56
3327	11	4	7549,59	414,90	7964,49
3071	10,5	4	7206,43	396,04	7602,47
2660	9,25	3	4761,39	348,90	5110,28
2989	12	4	8235,91	452,62	8688,54
2191	8	3	4117,96	301,75	4419,71
4095	11	4	7549,59	414,90	7964,49
3501	11	3	5662,19	414,90	6077,10
4079	12	4	8235,91	452,62	8688,54
3894	12	4	8235,91	452,62	8688,54
2430	9,7	3	4993,02	365,87	5358,89
2723	10	3	5147,45	377,19	5524,63
1831	7	4	4804,28	264,03	5068,31
2016	8	4	5490,61	301,75	5792,36
2376	10,5	2	3603,21	396,04	3999,26
2903	10	4	6863,26	377,19	7240,45
3024	10,5	4	7206,43	396,04	7602,47
3464	12	4	8235,91	452,62	8688,54
3270	12	4	8235,91	452,62	8688,54
3170	11,5	4	7892,75	433,76	8326,52
1623	6	2	2058,98	226,31	2285,29
2952	12	3	6176,94	452,62	6629,56
3656	12	3	6176,94	452,62	6629,56
3179	11	4	7549,59	414,90	7964,49
3097	11,5	3	5919,56	433,76	6353,33
2799	12	3	6176,94	452,62	6629,56
1358	5,5	2	1887,40	207,45	2094,85
3889	12	4	8235,91	<b>1242,66</b>	9478,58
4119	12	4	8235,91	<b>1242,66</b>	9478,58
3446	9,5	4	6520,10	<b>983,77</b>	7503,87
4196	12	4	8235,91	<b>1242,66</b>	9478,58
3672	12	4	8235,91	452,62	8688,54
3229	12	4	8235,91	452,62	8688,54
1140	4,5	3	2316,35	169,73	2486,08
2331	9	3	4632,70	339,47	4972,17

Pour les consommations en pièces de rechange, les mécaniciens se réfèrent aux fiches techniques des engins.

Selon les fiches techniques des engins la consommation horaire en pièce de rechange est de :

- 171,58 DA pour les dumpers
- 103,56 DA pour la chargeuse Caterpillar
-

Annexe coûts

- 37,72 DA pour la chargeuse Komatsu.

Donc la consommation journalière est le produit entre la consommation horaire et les heures de marche des engins utilisés.

**Tableau 6 : Consommation journalière en pièce de rechange du concasseur KHD**

Marteaux [DA]	porte-marteaux[DA]	ressort [DA]	goupilles [DA]	axes de porte-marteaux [DA]	enclume [DA]	total [DA]	total production[t]
1269,74	2604,99	0,22	93,81	676,43	40,30	3415,76	3301
1269,74	2604,99	0,22	93,81	676,43	40,30	3415,76	3116
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3677
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3799
1330,20	2729,04	0,23	98,28	708,64	42,22	3578,41	3327
1269,74	2604,99	0,22	93,81	676,43	40,30	3415,76	3071
1118,58	2294,87	0,20	82,64	595,90	35,51	3009,12	2660
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	2989
967,42	1984,76	0,17	71,48	515,37	30,71	2602,48	2191
1330,20	2729,04	0,23	98,28	708,64	42,22	3578,41	4095
1330,20	2729,04	0,23	98,28	708,64	42,22	3578,41	3501
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	4079
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3894
1172,99	2406,52	0,21	86,67	624,89	37,23	3155,51	2430
1209,27	2480,95	0,21	89,35	644,22	38,38	3253,10	2723
846,49	1736,66	0,15	62,54	450,95	26,87	2277,17	1831
967,42	1984,76	0,17	71,48	515,37	30,71	2602,48	2016
1269,74	2604,99	0,22	93,81	676,43	40,30	3415,76	2376
1209,27	2480,95	0,21	89,35	644,22	38,38	3253,10	2903
1269,74	2604,99	0,22	93,81	676,43	40,30	3415,76	3024
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3464
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3270
1390,66	2853,09	0,24	102,75	740,85	44,14	3741,07	3170
725,56	1488,57	0,13	53,61	386,53	23,03	1951,86	1623
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	2952
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3656
1330,20	2729,04	0,23	98,28	708,64	42,22	3578,41	3179
1390,66	2853,09	0,24	102,75	740,85	44,14	3741,07	3097
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	2799
665,10	1364,52	0,12	49,14	354,32	21,11	1789,21	1358
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3889
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	4119
1148,81	2356,90	0,20	84,88	612,01	36,46	3090,45	3446
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	4196
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3672
1451,13	2977,13	0,25	107,21	773,06	46,06	3903,72	3229
544,17	1116,43	0,10	40,21	289,90	17,27	1463,90	1140
1088,35	2232,85	0,19	80,41	579,80	34,55	2927,79	2331



**Tableau 7 : Consommation lubrifiant par jour**

total production [t]	Heure travaillée[h]	Nombre de dumpers	coût Consommation en lubrifiant[DA]			
			Dumpers	chargeuse	concasseur	Coût total [DA]
3301	10,5	4	3040,13	1169,78	1144,32	5354,23
3116	10,5	4	3040,13	1169,78	1144,32	5354,23
3677	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
3299	12	3	2605,82	1336,90	1281,64	5224,36
3327	11	4	3184,90	1225,49	1190,10	5600,48
3271	10,5	4	3040,13	1169,78	1144,32	5354,23
2660	9,25	3	2008,66	1030,52	1029,89	4069,07
3589	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
2191	8	3	1737,22	891,26	915,46	3543,94
4095	11	4	3184,90	1225,49	1190,10	5600,48
3301	11	3	2388,67	1225,49	1190,10	4804,26
4079	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
3894	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
2430	9,7	3	2106,37	1080,66	1071,09	4258,12
2723	10	3	2171,52	1114,08	1098,55	4384,15
2080	7	4	2026,75	779,86	823,91	3630,52
2316	8	4	2316,29	891,26	915,46	4123,01
2376	10,5	2	1520,06	1169,78	1144,32	3834,17
2903	10	4	2895,36	1114,08	1098,55	5107,99
3024	10,5	4	3040,13	1169,78	1144,32	5354,23
3464	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
3470	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
3170	11,5	4	3329,66	1281,19	1235,87	5846,72
1623	6	2	868,61	668,45	732,37	2269,42
2952	12	3	2605,82	1336,90	1281,64	5224,36
3156	12	3	2605,82	1336,90	1281,64	5224,36
3179	11	4	3184,90	1225,49	1190,10	5600,48
3097	11,5	3	2497,25	1281,19	1235,87	5014,31
2799	12	3	2605,82	1336,90	1281,64	5224,36
1358	5,5	2	796,22	612,74	686,59	2095,56
3889	12	4	3474,43	1278,30	1281,64	6034,37
4119	12	4	3474,43	1278,30	1281,64	6034,37
3446	9,5	4	2750,59	1011,99	1052,78	4815,36
4196	12	4	3474,43	1278,30	1281,64	6034,37
3672	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
3729	12	4	3474,43	1336,90	1281,64	6092,97
1540	4,5	3	977,18	501,34	595,05	2073,57
2331	9	3	1954,37	1002,67	1007,00	3964,04

## Annexe coûts

Les huiles consommés les dumpers et les chargeuses et leurs prix unitaire (le litre) sont les suivantes :

Type d'huile	Prix du litre [DA]
huile 15W40 - Chelia40	198
TDTO SAE30 - Chelia30	83
HYDO 10W - Chelia10W	84
TDTO SAE50 - Tassilia90	120

Les huiles consommés le concasseur et leurs prix unitaire (le litre) sont les suivantes :

Type d'huile	Prix du litre [DA]
RUMELA150	103,83
FODDA320	93,44
TISKA68	99,27

**Tableau 8 : Consommation journalière en graisse**

production En tonne	Dumpers		chargeuse		concasseur		coût total [DA]
	qté [kg]	Coût [DA]	qté [kg]	Coût [DA]	qté [kg]	Coût [DA]	
3301	4,2	504	8,4	1008	0,13	23,55	1535,55
3116	3,4	408	6,8	816	0,11	19,06	1535,55
3677	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3299	3	360	8	960	0,13	22,43	1610,91
3327	3,6	432	7,2	864	0,11	20,19	1608,67
3271	3,4	408	6,8	816	0,11	19,06	1535,55
2660	2,175	261	5,8	696	0,09	16,26	1241,75
3589	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
2191	1,8	216	4,8	576	0,08	13,46	1073,94
4095	3,6	432	7,2	864	0,11	20,19	1608,67
3301	2,7	324	7,2	864	0,11	20,19	1476,67
4079	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3894	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
2430	2,31	277,2	6,16	739,2	0,10	17,27	1302,16
2723	2,4	288	6,4	768	0,10	17,94	1342,43
2080	2	240	4	480	0,06	11,21	1023,70
2316	2,4	288	4,8	576	0,08	13,46	1169,94
2376	1,7	204	6,8	816	0,11	19,06	1283,55
2903	3,2	384	6,4	768	0,10	17,94	1462,43
3024	3,4	408	6,8	816	0,11	19,06	1535,55
3464	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3470	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3170	3,8	456	7,6	912	0,12	21,31	1681,79
1623	0,8	96	3,2	384	0,05	8,97	733,46
2952	3	360	8	960	0,13	22,43	1610,91
3156	3	360	8	960	0,13	22,43	1610,91
3179	3,6	432	7,2	864	0,11	20,19	1608,67
3097	2,85	342	7,6	912	0,12	21,31	1543,79
2799	3	360	8	960	0,13	22,43	1610,91
1358	0,7	84	2,8	336	0,04	7,85	672,34
3889	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
4119	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3446	3	360	6	720	0,09	16,82	1389,31
4196	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3672	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
3729	4	480	8	960	0,13	22,43	1754,91
1540	0,75	90	2	240	0,03	5,61	604,09
2331	2,1	252	5,6	672	0,09	15,70	1208,19

La graisse consommée par les dumpers et les chargeuses est la « TassaditA2 », elle coûte 120 DA le Kg

La graisse consommée par le concasseur est la « TassaditP<sub>0</sub> », elle coûte 179,43 DA le Kg

**Tableau 9 : coûts de minage, redevance à l'Etat**

Production [T]	coûts de minage [DA]	Redevance à l'état [DA]	coût total [DA]
3301	48821,79	49515,00	98336,79
3116	46085,64	46740,00	92825,64
3677	54382,83	55155,00	109537,83
3799	56187,21	56985,00	113172,21
3327	49206,33	49905,00	99111,33
3071	45420,09	46065,00	91485,09
2660	39341,4	39900,00	79241,40
2989	44207,31	44835,00	89042,31
2191	32404,89	32865,00	65269,89
4095	60565,05	61425,00	121990,05
3501	51779,79	52515,00	104294,79
4079	66558,41	61185,00	127743,41
3894	57592,26	58410,00	116002,26
2430	35939,7	36450,00	72389,70
2723	40273,17	40845,00	81118,17
1831	22080,49	27465,00	49545,49
2016	29816,64	30240,00	60056,64
2376	35141,04	35640,00	70781,04
2903	36705,37	43545,00	80250,37
3024	44724,96	45360,00	90084,96
3464	51232,56	51960,00	103192,56
3270	48363,3	49050,00	97413,30
3170	46884,3	47550,00	94434,30
1623	36004,17	24345,00	60349,17
2952	43660,08	44280,00	87940,08
3656	54072,24	54840,00	108912,24
3179	47017,41	47685,00	94702,41
3097	45804,63	46455,00	92259,63
2799	41397,21	41985,00	83382,21
1358	15084,82	20370,00	35454,82
3889	57518,31	58335,00	115853,31
4119	60920,01	61785,00	122705,01
3446	50966,34	51690,00	102656,34
4196	62058,84	62940,00	124998,84
3672	54308,88	55080,00	109388,88
3229	47756,91	48435,00	96191,91
1140	18860,6	17100,00	35960,60
2331	34475,49	34965,00	69440,49

La redevance à l'état est égale à la production multipliée par 15 (15DA/tonne)

ENGIN		Dumper 771D					chargeuse caterpillar /Bulldozer			
		Référence	Quantité	Périodicité	Prix unitaire [DA]	Coût/heure [DA]	Référence	Quantité	prix unitaire [DA]	coût/heure
moteur	Filtre à huile	1 R 0716	2	250 H	2496,32	19,97	1 R 0716	2	2496,32	19,97
	Filtre fuel primaire	1 R 0749	1	500 H	2893	5,78	1 R 0749	1	2893	5,79
	Filtre fuel finisseur	1 290 373	1	500 H	7790	15,58	1 290 373	2	7790	31,16
	Filtre à air primaire	6 I 2505	2	2000 H	8598	8,598	6 I 2505	2	8598	8,60
	Filtre à air secondaire	6 I 2506	2	2000 H	7717	7,717	6 I 2506	2	7717	7,72
Transmission	B à V	1 G 8878	1	500 H	10718	21,436	132 8876	2	5129,25	20,52
	Convertisseur	1 G 8878	1	500 H	10718	21,436	"		5129,25	0
	desserrage des freins	130 32 12	2	500 H	9690	38,76			5129,25	0
Hydraulique	Equipement	4T 6888	1	500 H	2518	5,036	4T 3134	2	1225,82	4,90
	Direction	1 724 395	1	500 H	13631	27,262	4T 3134	2	1225,82	4,90
					<b>Total (P<sub>h</sub>)</b>	<b>171,58156</b>				<b>103,56</b>

Tableau10 : Fiche technique de la consommation en pièce de rechange des engins « CATERPILLAR »

Selon cette fiche, la consommation par heure en pièce de rechange est :

- 171,58 DA pour les Dumpers
- 103,55 DA pour la Chargeuse Caterpillar

Annexe coûts

ENGIN		Chargeuse/bull			prix unitaire (DA)	cons par h (DA)
		Référence	Quantité	Périodicité (H)		
moteur	Filtre à huile	600-211-1231	2	250	1464	11,71
	Filtre fuel primaire	600-311-8320	3	500	634	3,80
	Filtre à eau Sce	600-411-1171	1	500	1882	3,76
	Filtre à air primaire	600-181-4400	1	2000	8598	4,30
	Filtre à air secondaire	6128-81-7042	1	2000	7717	3,86
Transmission	B à V	424-16-11140	4	500	1055,29	8,44
Hydraulique	Equipement	07063-01142	3	2000	1225,82	1,84
					total/heure	37,72

Tableau.11 : Fiche technique de la consommation en pièce de rechange des engins « KOMATSU »

Selon cette fiche, la consommation par heure en pièce de rechange pour les chargeuses komatsu est  $P_h = 37,72$  DA

Remarque : les pièces qui ne figurent pas dans ces deux tableaux (tableau.II.10 et tableau.II.11) sont des pièces qui sont changées qu'en cas de panne inattendu de l'engin pour ces pièces. Pour cela les dépenses de ces pièces figurent dans les coûts de l'entretien curatif.

## Annexe coûts

ENGIN	Convertisseur et Frein	Type d'huile	Prix unitaire [DA]	Quantité	Périodicité
Dumper CAT 771D	Moteur	15W40 - Chelia40	198	46 L	250 Hrs
	Transmission	TDTO SAE30 - Chelia30	83	80 L	1000 Hrs
	Convertisseur et Frein	TDTO SAE30 - Chelia30		20 L	1000 Hrs
	Direction	HYDO 10W - Chelia10W	84	54 L	2000 Hrs
	Différentiel et réducteurs finaux (Roues AR)	TDTO SAE50 - Tassilia90	120	84 L	2000 Hrs
	Paliers Roues AV	TDTO SAE50 - Tassilia90		2.4 L	500 Hrs
Chargeuse CAT990 II	Moteur	15W40		72 L	250 Hrs
	Transmission	TDTO SAE30		125 L	1000 Hrs
	Equipement et Freins	HYDO 10W		174 L	2000 Hrs
	Direction et Ventilateur	HYDO 10W		129 L	2000 Hrs
	Différentiel et Réducteurs (AV-AR)	TDTO SAE50		218 L x2	2000 Hrs
	Pivot godet	TDTO SAE50		1 L	500 Hrs
Chargeuse komatsu/ bulldozer	Moteur	15W40		51 L	250 Hrs
	Transmission	TDTO SAE30		120 L	1000 Hrs
	Equipement et Freins	HYDO 10W		740L	2000 Hrs
	Direction et Ventilateur	HYDO 10W		8 L	2000 Hrs
	Différentiel et réducteurs (AV-AR)	TDTO SAE50		245Lx2	2000 Hrs
	Pivot godet	TDTO SAE50		1L	500 Hrs

Tableau 12 : FICHE de consommation en LUBRIFIANTS

**Annexe régression**



### Hypothèse du modèle de la régression

1. Absence d'erreur de mesure sur la variable explicative. C'est une condition souvent difficile à respecter lorsque l'on mesure des variables économiques.
2. Absence de biais systématique, c'est-à-dire que sur un grand nombre d'observations concernant  $x$ , terme résiduel  $\varepsilon$  est de moyenne nulle. Cette hypothèse se traduit statistiquement par

$$E(\varepsilon_i/x=x_0) = 0 \text{ pour tout } i$$

Autrement dit, toutes les distributions conditionnelles de  $(\varepsilon_i/x_i)$  sont de moyenne nulle, pour tout  $x_i$

Une autre condition qui doit être vérifiée pour l'application de la méthode des moindres carrés est celle de l'indépendance entre les valeurs prise par  $x$  et les résiduels  $\varepsilon$ , c'est-à-dire que  $COV(\varepsilon, X) = 0$ .

3. Absence de liaison entre les termes résiduels, c'est-à-dire que les écarts  $\varepsilon_i$  et  $\varepsilon_j$  relatifs à deux observations quelconque  $i$  et  $j$  ( $i \neq j$ ) sont non corrélées entre eux ; la connaissance de  $\varepsilon_i$  ne permet pas de prédire la valeur de  $\varepsilon_j$ , et l'on a

$$COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \text{ pour tout } i \neq j.$$

Cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée, et c'est le cas en particulier dans l'observation de phénomènes temporels, où souvent il existe une corrélation positive entre termes résiduels successifs : c'est ce qu'on appelle l'autocorrection

4. Une hypothèse d'homoscédasticité selon laquelle la variance des résultats possibles reste constante, quelle que soient les valeurs prises par la variable  $X$ . cette hypothèse se traduit statistiquement par  $Var(\varepsilon_i/X = x_i) = E(\varepsilon_i^2/x = x_i) = \sigma^2$ , pour tout  $x_i$ , c'est-à-dire que dans la distribution conjointe des  $(x,y)$ , toutes les distributions conditionnelles de  $(y/x)$  ont même variance.

5. Les erreurs aléatoires  $\varepsilon_i$ , suivent une distribution normale, c'est-à-dire que

$$\varepsilon_i \in N(0, \sigma^2), \text{ pour tout } i.$$

Propriété des estimateurs  $b_0$  et  $b_1$ 

## Propriété de linéarité

$b_0$  peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des  $Y_i$  :

$$b_0 = \sum k_i y_i$$

Utilisons d'abord le fait que

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Puisque le numérateur peut s'écrire

$$\sum (x_i - \bar{x}) * y_i - \bar{y} \sum (x_i - \bar{x}) \text{ et que}$$

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0 .$$

D'autre part,  $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$

$$b_0 = \frac{\sum y_i}{n} - \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i \bar{x}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum y_i}{n} - \bar{x} \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sum \left[ \frac{1}{n} - \frac{\bar{x} * (x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right] y_i$$

Posons  $k_i = \left[ \frac{1}{n} - \frac{\bar{x} * (x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]$ . Pour

une valeur particulière  $x_i$ ,  $k_i$  est une constante, par conséquent

$$b_0 = \sum k_i y_i$$

$b_1$  peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des  $Y_i$  :

$$b_1 = \sum k_i y_i$$

on sait que

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Donc

$$b_1 = \sum \left[ \frac{(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right] y_i$$

en posant

$$k_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \text{ on obtient}$$

$$b_1 = \sum k_i y_i .$$

## Absence de biais

$b_0$  est un estimateur sans biais de  $\beta_0$  :

$$E(b_0) = \beta_0.$$

Puisque  $b_0 = \sum ki yi$ , alors

$$E(b_0) = E[\sum ki yi] = \sum ki E(yi).$$

D'autre part,  $E(Yi) = \beta_0 + \beta_1 xi$ .

$$\begin{aligned} \text{Alors } E(b_0) &= \sum ki (\beta_0 + \beta_1 xi) \\ &= \beta_0 \sum ki + \beta_1 \sum kixi. \end{aligned}$$

Déterminons ce que vaut

$$\sum ki \text{ et } \sum kixi$$

$$k_i = \left[ \frac{1}{n} - \frac{\bar{x} * (xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2} \right].$$

$$\sum ki = \sum \frac{1}{n} - \frac{\bar{x} \sum (xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2} \text{ or}$$

$$\sum (xi - \bar{x}) = 0 \text{ alors}$$

$$\sum ki = \sum \frac{1}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

$$\boxed{\sum ki = 1}$$

$$\begin{aligned} \sum kixi &= \sum \frac{xi}{n} - \frac{\bar{x} \sum (xi - \bar{x}) xi}{\sum (xi - \bar{x})^2} \\ &= \sum \frac{xi}{n} - \frac{\bar{x} \sum (xi - \bar{x}) (xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2} \end{aligned}$$

$$= \sum \frac{xi}{n} - \frac{\bar{x} \sum (xi - \bar{x})^2}{\sum (xi - \bar{x})^2} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

$$\boxed{\sum kixi = 0}$$

Donc

$$E(b_0) = \beta_0 \sum ki + \beta_1 \sum kixi$$

$$= (\beta_0)(1) + \beta_1(0) = \beta_0.$$

$b_1$  est un estimateur sans biais de  $\beta_1$  :

$$E(b_1) = \beta_1.$$

Puisque  $b_1 = \sum ki yi$ , alors

$$E(b_1) = E[\sum ki yi] = \sum ki E(yi).$$

D'autre part,  $E(Yi) = \beta_0 + \beta_1 xi$ .

$$\begin{aligned} \text{Alors } E(b_1) &= \sum ki (\beta_0 + \beta_1 xi) \\ &= \beta_0 \sum ki + \beta_1 \sum kixi. \end{aligned}$$

Déterminons ce que vaut

$$\sum ki \text{ et } \sum kixi$$

$$k_i = \frac{(xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2},$$

$$\sum ki = \frac{\sum (xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2} = 0$$

$$\boxed{\sum ki = 0}$$

$$\begin{aligned} \sum kixi &= \frac{\sum (xi - \bar{x}) xi}{\sum (xi - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\sum (xi - \bar{x}) (xi - \bar{x})}{\sum (xi - \bar{x})^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\sum kixi = 1} \quad \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{\sum (xi - \bar{x})^2} = 1$$

On obtient alors

$$\begin{aligned} E(b_1) &= \beta_0 \sum ki + \beta_1 \sum kixi \\ &= (\beta_0)(0) + \beta_1(1) = \beta_1 \end{aligned}$$

Tableau de Student

$\alpha/2$						
v	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1	3,07768354	6,31375151	12,7062047	31,8205159	63,6567412
2	0,81649658	1,88561808	2,91998558	4,30265273	6,96455673	9,9248432
3	0,76489233	1,63774435	2,35336343	3,1824463	4,54070286	5,84090931
4	0,74069708	1,53320627	2,13184678	2,77644511	3,74694739	4,60409487
5	0,72668684	1,47588404	2,01504837	2,57058183	3,36493	4,03214298
6	0,7175582	1,43975575	1,94318027	2,44691185	3,1426684	3,70742802
7	0,71114178	1,41492393	1,8945786	2,36462425	2,99795157	3,4994833
8	0,70638661	1,39681531	1,85954803	2,30600413	2,89645945	3,35538733
9	0,70272215	1,38302874	1,83311292	2,26215716	2,82143792	3,24983554
10	0,69981206	1,37218364	1,8124611	2,22813884	2,76376946	3,16927267
11	0,69744533	1,36343032	1,79588481	2,20098516	2,71807918	3,10580651
12	0,69548287	1,35621733	1,78228755	2,17881283	2,68099799	3,05453959
13	0,6938293	1,35017129	1,77093338	2,16036865	2,65030884	3,01227583
14	0,69241707	1,34503037	1,76131012	2,14478668	2,62449406	2,97684273
15	0,69119695	1,34060561	1,75305033	2,13144954	2,60248029	2,94671288
16	0,69013225	1,33675717	1,74588367	2,11990529	2,58348718	2,92078162
17	0,68919508	1,33337939	1,73960672	2,10981556	2,56693397	2,89823052
18	0,68836381	1,33039094	1,73406359	2,10092204	2,55237962	2,87844047
19	0,68762146	1,32772821	1,72913279	2,09302405	2,53948319	2,8609346
20	0,6869545	1,32534071	1,72471822	2,08596344	2,527977	2,84533971
21	0,68635199	1,32318787	1,72074287	2,07961384	2,51764801	2,83135955
22	0,68580503	1,32123674	1,71714434	2,07387306	2,50832455	2,81875606
23	0,68530628	1,31946024	1,71387152	2,0686576	2,49986674	2,80733568
24	0,68484963	1,31783593	1,71088207	2,06389855	2,49215947	2,7969395
25	0,68442996	1,31634507	1,70814075	2,05953854	2,48510717	2,78743581
26	0,68404297	1,31497186	1,7056179	2,05552942	2,47862982	2,77871452
27	0,68368498	1,31370291	1,70328842	2,05183049	2,4726599	2,77068295
28	0,68335284	1,31252678	1,70113091	2,04840711	2,46714009	2,76326244
29	0,68304386	1,31143365	1,699127	2,04522961	2,46202135	2,7563859
30	0,68275569	1,31041503	1,69726085	2,04227245	2,45726153	2,74999565
31	0,68248631	1,30946355	1,69551874	2,03951344	2,45282418	2,74404192
32	0,68223392	1,30857279	1,6938887	2,03693333	2,44867762	2,73848148
33	0,68199698	1,30773712	1,69236026	2,03451529	2,44479418	2,73327664
34	0,6817741	1,30695159	1,6909242	2,0322445	2,44114961	2,72839436
35	0,68156408	1,3062118	1,68957244	2,03010792	2,43772253	2,72380559
36	0,68136582	1,30551389	1,68829769	<b>2,02809399</b>	2,43449404	2,71948463
37	0,68117838	1,30485438	1,6870936	2,02619245	2,4314474	2,71540872
38	0,68100088	1,3042302	1,68595446	2,02439415	2,42856763	2,7115576
39	0,68083256	1,30363859	1,68487512	2,0226909	2,42584141	2,70791318
40	0,68067272	1,30307705	1,68385101	2,02107537	2,42325677	2,70445926
41	0,68052074	1,30254336	1,682878	2,01954095	2,42080299	2,7011813
42	0,68037604	1,30203549	1,68195236	2,01808168	2,41847035	2,69806618
43	0,68023813	1,30155161	1,6810707	2,01669217	2,41625012	2,69510207
44	0,68010654	1,30109006	1,68022998	2,01536755	2,41413436	2,69227826
45	0,67998083	1,30064933	1,67942739	2,01410336	2,41211587	2,68958501

$\alpha$  : représente le niveau de confiance

v : représente le degré de liberté ;  $v = n-2$  ; n étant la taille de l'échantillon

## Bibliographie

- [1] Rapport de la Société des ciments de la Mitidja
- [2] Dr. T. SERRADJ  
« Nouvelles Techniques d'Exploitation des Matériaux de Carrières » Séminaire  
Hôtel Sheraton Alger le 17 et 18 mars 2003
- [3] WATTS GRIFFIS AND MC OUAT LIMITED,  
Géologie de la région de Meftah (ERCC), 1970.
- [4] M<sup>r</sup> ALLOUCHE Samir Mémoire de fin d'études 2006 de l'école nationale  
polytechnique « Mise Au Point D'une Application De Contrôle Des Coûts Opérationnels dans  
une Carrière (Carrière de MEFTAH) » ENP
- [5] B. BOKY « exploitation des Mines », 1968
- [6] ALAIN SAMUELSON « Les grands courants de la Pensée Economique », Mir  
Moscou 1993
- [7] ANDERSON, SWEENEY et WILLIAMS « Statistiques pour l'économie et la  
gestion » 2<sup>e</sup> édition
- [8] JEAN M. MARTEL & RAYMOND NADEAU « Statistiques en gestion et en  
économie », 1980
- [9] GERALD BAILLARGEON « Probabilités, Statistique et Technique de Regression »,  
1989
- [10] : Source DRH (direction ressource humaine) de la cimenterie de Meftah 2007
- [11] : source EMR (entretien matériaux roulants) de la cimenterie de Meftah 2007
- [12] : cours statistique, département d'économie, INA ; 2005
- Pour me contacter voici mes emails : [abksidib83@yahoo.fr](mailto:abksidib83@yahoo.fr)  
[abdoulsidi@hotmail.com](mailto:abdoulsidi@hotmail.com)