

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

3/89

وزارة التعليم العالي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

«O»  
المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : D'ELECTRONIQUE

## Projet de Fin d'Etudes

en vue de l'obtention d'un ingénieur d'Etat

S U J E T

IDENTIFICATION  
ET MODELISATION

Proposé par :  
Mr F. CHIGARA

Dirigé par :  
Mr F. CHIGARA

Etudié par :  
Mlle Y. AZEB  
Mr A. K. SIBACHIR

Promotion Juin 1989

E.N.P. : 10, Avenue Hacem Badi - EL-HARRACH - ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
»O«

وزارة التعليم العالي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

«O»  
المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : D'ELECTRONIQUE

## Projet de Fin d'Études

en vue de l'obtention d'un ingénieur d'Etat

S U J E T



Proposé par :  
Mr F. CHIGARA

Dirigé par :  
Mr F. CHIGARA

Etudié par :  
Mlle Y. AZEB  
Mr A. K. SIBACHIR

Promotion Juin 1989

E.N.P. : 10, Avenue Hacén Badi - EL-HARRACH - ALGER

DEDICACES



\* Je dédie ce travail,

- A ma Mère et à mon Père ,  
pour tout ce qu'ils m'ont donné
- A ma très chère Famille
- A tous Ceux qui me sont chers.

- Yamina AZEB -

\* A ma délicieuse Mère et à mon remarquable Père ,  
qui m'ont beaucoup donné, et qui m'ont appris  
à donner

- A Abderrahmane et à Karima .

- Karim SIBACHIR -

\* A Tous Ceux qui nous aiment ,  
pour qu'ils continuent à  
nous aimer.

\* A Tous Ceux qui nous aiment pas ,  
pour ne jamais nous détester.

- Karim. S.

- Yamina. A.



REMERCIEMENTS



Nous tenons à remercier notre promoteur,  
Monsieur CHIGARA, pour son aide précieuse et  
ses conseils avisés tout au long de notre  
projet.

Nous exprimons notre gratitude à :  
Monsieur AIT - CHEIKH et Monsieur ADJOUTA ,  
pour leur aimable sympathie et pour l'aide et  
les orientations éclairées qu'ils nous ont  
fournies.

Nous tenons à remercier également Tous Ceux  
qui nous ont fourni une aide matérielle ou  
morale, durant l'élaboration de notre thèse.

A B R V I A T I O N  
= = = = = = = = = =

- P . N . L      Programmation non lineaire
- M . C . S . R    Moindres carrés simple réursive
- M . C . G      Moindres carrés généralisés
- V . I          Variable instrumental
- M . V          Maximum de vraie semblance
- S . B . P . A    Sequence binaire prendo-aléatoire
- M . V . T      Mouvement des gaz

S O M M A I R E

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION :	1
PREMIERE PARTIE : IDENTIFICATION	
<u>CHAPITRE 1</u> : IDENTIFICATION	3
1 - Classes de modèles	3
2 - Le critère	4
3 - Analyse du modèle choisi	6
<u>CHAPITRE 2</u> : METHODES D'IDENTIFICATION	10
I - Méthode des Moindres Carrés Généralisés	
1 - Les moindres carrés	10
2 - Moindre carrés généralisés	12
II - Méthode du Maximum de Vraisemblance	16
1 - Application à l'identification	17
2 - Mise en oeuvre pratique	18
3 - Problème d'initialisation	21
4 - Algorithme	21
III - Méthode de la Matrice Instrumentale	23
1 - Principe	23
2 - Concept	24
3 - Choix de la matrice instrumentale	24
4 - Méthode de matrice instrumentale récursive	25
<u>CHAPITRE 3</u> : COMPARAISON DES METHODES ET DES RESULTATS	27
I - Comparaison des méthodes	27
II - Comparaison des résultats	33
III - Comparaison des programmes et du temps de calcul	36

CHAPITRE 4	CENERALITES .....	39
	1- Aspects physio-chimique de la combustion.....	39
	2- Different types de flammes.....	41
	3- Stabilité de la flamme.....	45
	4- Aerodynamique de la flamme.....	47
	5- Modes de transmission de chaleur.....	49
CHAPITRE 5	MODELES .....	52
	1- Contrôle de la combustion .....	52
	2- Modeles de la flamme de diffusion turbulente.....	53
	3- Modeles d'échange thermique dans un feu.....	62
CONCLUSION	.....	66
ANNEXES		
BIBLIOGRAPHIE		

## INTRODUCTION

En automatique, on s'intéresse aujourd'hui à des systèmes de plus en plus complexes et variés. On cherche maintenant, non seulement à obliger le système à suivre une consigne prédéterminée, mais aussi à déterminer des commandes optimales au sens d'un critère choisi par l'utilisateur.

Pour calculer ces commandes, on a besoin de connaître les équations qui représentent le fonctionnement du procédé. Il y a donc la nécessité de mettre au point des techniques qui permettent de trouver de telles équations. C'est ce qu'on appelle identification du procédé.

Si l'on peut établir des équations régissant le fonctionnement du système à partir des lois physiques, auxquelles il obéit, il ne restera plus qu'à déterminer expérimentalement les valeurs numériques des coefficients de ces équations on aura alors un modèle de connaissance. C'est évidemment la situation la plus souhaitable. Mais hélas, la plupart des procédés industriels sont extrêmement complexes, et il faut bien avouer dans la majorité des cas notre impuissance à écrire de telles équations, soit que les calculs soient inextricables, soit que les phénomènes physiques eux-mêmes soient mal connus. Il faut donc se contenter de représenter le système par des équations mathématiques sans lien apparent avec la réalité. On dira qu'on a un modèle de représentation. Dans ce cas, on établira le modèle et on le corrigera avec le peu de connaissance théorique dont on dispose.

Nous avons pris pour exemple les fours industriels. La modélisation de tels fours conduit à des équations dont les paramètres sont soumis au contrôle caractérisant le fonctionnement thermique des fours. L'établissement de ces équations relève de la théorie particulière des fours. En effet, les équations de base de la modélisation doivent refléter le caractère particulier du fonctionnement du four. L'établissement de telles équations est un problème très compliqué. Dans une certaine étape du développement, la pratique fait recours à la modélisation séparée des phénomènes qui régissent le fonctionnement des fours. Dans ce cas, nous controlons ces phénomènes indépendamment les uns des autres.



La modélisation indépendante de ces phénomènes facilite le contrôle du four dans son ensemble, mais ne conduit pas toujours à un contrôle optimal des paramètres de la production. C'est dans cette optique qu'on examinera le four comme étant un ensemble de trois phénomènes :

- La combustion
- L'échange thermique
- La dynamique ( m vt ) des gaz.

Le travail que nous développons comporte deux parties :

- Première partie, consiste à mettre en oeuvre les différentes méthodes statistiques d'identification d'un système dynamique, ainsi que leur étude comparative. En premier chapitre, nous expliquons le choix du modèle et étudions celui-ci en détail. Le deuxième chapitre exposera les différentes méthodes d'identification. Enfin, dans le troisième chapitre, une étude comparative fera la synthèse de l'identification.
- La seconde partie, sera consacrée à l'étude théorique de la combustion industrielle et des échanges thermiques dans les fours en donnant leurs modèles respectifs dans les deux derniers chapitres. Nous consacrerons au début un chapitre qui traitera des généralités. Nous donnerons ainsi les définitions que nous avons jugé indispensables pour la compréhension des modèles.

Première Partie

IDENTIFICATION

## C HAPITRE 1

### I D E N T I F I C A T I O N

#### INTRODUCTION :

Nous avons dans l'introduction générale posé le problème de l'identification. Celle-ci est définie par ZADEH comme étant la détermination basée sur la connaissance des entrées et des sorties d'un procédé, d'un modèle, appartenant à une classe spécifiée, équivalent au procédé. Il ne s'agit donc pas de déterminer un modèle identique au procédé, mais un modèle qui se comporte comme lui, placé dans les mêmes conditions. Deux notions essentielles apparaissent donc dans cette définition : la notion de modèle et la notion d'équivalence. Nous allons dans ce qui suit développer ces deux points en montrant les diverses possibilités qui nous sont offertes.

#### I.1.- CLASSES DE MODELES :

Le choix de la classe de modèle est fondamentale. C'est ce qu'on appelle la caractérisation. La caractérisation est l'étape qualitative au cours de laquelle on décide de donner une forme bien déterminée au modèle. C'est l'étape où l'on formule des hypothèses sur la nature du système. C'est ici qu'il faut, au maximum, tirer parti des connaissances à priori que l'on peut avoir.

On a un choix très large de classe de modèle, parmi lesquels nous allons citer les plus courants :

#### I.1.1.- CAS CONTINU :

On peut représenter un système dans ce cas par :

- une équation différentielle, par exemple :

$$\ddot{Y}(t) + a_1 \dot{Y}(t) + a_2 Y(t) = b_1 \dot{U}(t) + b_2 U(t) \quad (1.1)$$

- Sa fonction de transfert, par exemple :

$$F(P) = \frac{K}{(R + PL)(JP + f)} \quad \text{OU} : \quad G(P) = \frac{K}{1 + TP} \quad (1.2)$$

- Par sa réponse impulsionnelle  $g(t)$  :

$$Y(t) = \int_0^t g(\tau) V(t-\tau) d\tau \quad (1.3)$$

avec  $V(t-\tau) = 0 \quad t < \tau$

- Une représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) \\ Y(t) = C X(t) + D U(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

I.1.2.- CAS DISCRET, par exemple :

$$Y(K+2) + a_1 Y(K+1) + a_2 Y(K) = b_1 U(K+1) + b_2 U(K). \quad (1.5)$$

Les mesures sont généralement obtenues par un calculateur en ligne sur le procédé, donc l'information est traitée de façon discrète. Le modèle n'est pas un but en lui-même, mais généralement un outil mathématique pour la commande du système. Cette commande sera elle-même, dans la plupart des cas, mise en oeuvre par le calculateur en ligne, de façon discrète. Nous pensons qu'il est préférable dans un tel cas de chercher directement un modèle discret de type (1.5). Soulignons que le problème majeur soulevé par un tel modèle est celui de la détermination de l'ordre du modèle. Il faut donc trouver quel est l'ordre du modèle qui simule le mieux le fonctionnement du système. Ce choix peut-être difficile.

I.2.- EQUIVALENCE, LES CRITERES :

La notion d'équivalence que l'on trouve dans la définition de ZADEH, s'exprime par l'intermédiaire d'un critère qu'il s'agit de minimiser. C'est la deuxième étape du travail, où l'identification proprement dite: c'est l'étape quantitative. Il s'agit d'affecter des valeurs numériques aux paramètres choisis pour le modèle. Ces valeurs sont

déterminées pour que le comportement du modèle soit le plus proche de celui du système. Les valeurs des paramètres à retenir sont alors celles qui minimiseront le critère. Le choix d'un critère est un problème important, car il aura des conséquences sur la convergence, la rapidité de la recherche itérative et sur la précision du résultat trouvé. Parmi les critères les plus usuels, citons :

- Ceux du type somme d'une norme, par exemple :

. Critère Quadratique  $C = \int_0^T E^T(t) A E(t) dt$

où A : matrice définie positive.

. Critère absolu :  $C = \int_0^T \sum_i |E_i(t)| dt$

- Ceux du type maximum :

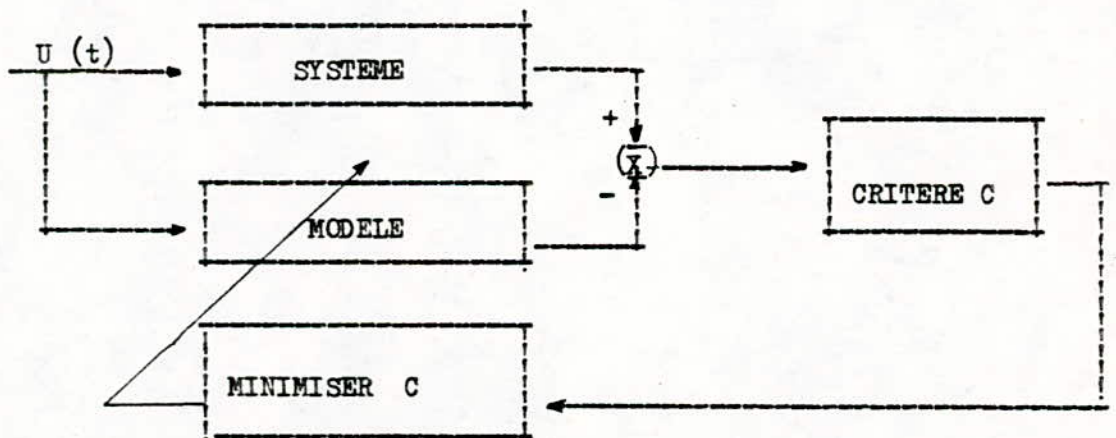
$$C = \max E^T(t) \cdot E(t)$$

$$0 \leq t \leq T$$

Signalons qu'il est très délicat, sinon impossible de choisir rationnellement à priori un critère plutôt qu'un autre. Notons cependant que le critère quadratique possède deux avantages :

- ↳ Il a une interprétation physique évidente
- Il est facile à traiter mathématiquement.

On peut schématiser le principe comme suit :



I.3.- ANALYSE DU MODELE CHOISI :

Considérons le système représenté fig 1.1.

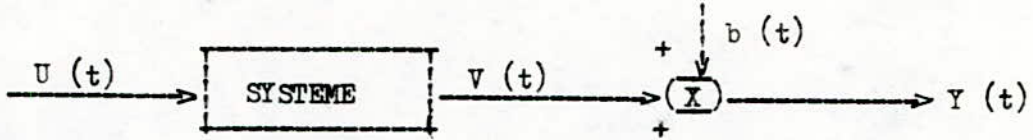


Fig. ( 1.1 )

- U (t) représente l'entrée du système
- V (t) sa sortie ( c'est le comportement normal du système )
- b (t) un bruit additif en sortie
- Y (t) la sortie mesurée.

Si n est l'ordre de système, l'équation aux récurrences la plus générale décrivant son fonctionnement est :

$$V(t) + a_1 V(t-T) + \dots + a_n V(t-nT) = b_0 U(t) + b_1 U(t-T) + \dots + b_p U(t-PT)$$

où T est la période d'échantillonnage du système. Pour éviter d'alourdir les équations, nous supposons par la suite la période T unitaire : T = 1.

$$V(t) + a_1 V(t-1) + \dots + a_n V(t-n) = b_0 U(t) + b_1 U(t-1) + \dots + b_p U(t-P).$$

Pour que le système soit physiquement réalisable, il faut :  $P \leq n$ .

Nous avons par hypothèse :

$$Y(t) = V(t) + b(t)$$

l'équation du système devient :

$$Y(t) + \sum_{i=1}^n a_i Y(t-i) = \sum_{i=0}^P b_i U(t-i) + b(t) + \sum_{i=1}^n a_i b(t-i) \quad (1.6)$$

Utilisons maintenant l'opérateur de retard  $Z^{-1}$  pour réécrire l'équation; cet opérateur est défini comme suit :

$$X(t-i) = Z^{-i} X(t)$$

donc :

$$Y(t) + \sum_{i=1}^n a_i Z^{-i} Y(t) = \sum_{i=0}^P b_i Z^{-i} U(t) + b(t) + \sum_{i=1}^n a_i Z^{-i} b(t)$$

ou encore :

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B(Z^{-1}) U(t) + A(Z^{-1}) b(t) \quad (1.7)$$

avec :

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}$$

$$B(Z^{-1}) = b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + b_p Z^{-p}$$

a) - LES RESIDUS :

Nous allons écrire le modèle sous la forme générale suivante :

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B(Z^{-1}) U(t) + e(t) \quad (1.8)$$

avec :

$$e(t) = A(Z^{-1}) \cdot b(t) \quad (1.9)$$

$e(t)$  représente un bruit généralisé que l'on appelle encore résidu.

Nous allons examiner de plus près ce que représentent les résidus :

$$e(t) = Y(t) + \sum_{i=1}^n a_i Y(t-i) - \sum_{i=0}^P b_i U(t-i) \quad (1.10)$$

Cherchons à prédire la sortie du procédé à l'aide du modèle et des mesures passées. Nous noterons cette prédiction à l'instant  $t$ :  $\hat{Y}(t/t-i)$

$$\hat{Y}(t/t-i) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n Y(t-n) + b_0 U(t) + \dots + b_p U(t-p) \quad (1.11)$$

Remarquons bien la différence entre les concepts de sortie prédéterminés par le modèle et la sortie du modèle. Pour connaître la prédiction à l'instant  $t$ , il suffit de connaître les mesures aux  $n$  instants précédents; pour connaître la sortie du modèle  $Y_M$ , il faudrait calculer la solution de l'équation récurrente :

$$A(Z^{-1}) Y_M(t) = B(Z^{-1}) U(t)$$

Depuis l'instant zéro, avec  $n$  conditions initiales.

A partir des équations (1.10) et (1.11), nous déduisons :

$$e(t) = Y(t) - \hat{Y}(t/t-i) \quad (1.12)$$

Le résidu représente l'erreur de prédiction du modèle. Si les paramètres du modèle et du système sont identiques, cette erreur est uniquement fonction du bruit sur le système.

$$e(t) = A(Z^{-1}) b(t).$$

Dans le cas contraire, elle est aussi fonction de l'imprécision des paramètres. Elle peut dépendre encore d'un mauvais choix de l'ordre du modèle.

b) - EXTENSION A PLUSIEURS ENTREES :

Si la sortie  $V(t)$  - (cf. Fig 1.1) - est la conséquence de  $m$  entrées  $U_1(t), \dots, U_m(t)$ , on aura :

$$Y(t) + a_1 Y(t-1) + \dots + a_n Y(t-n) = b_{01} U_1(t) + \dots + b_{p1} U_1(t-1) + b_{02} U_2(t) + \dots + b_{0m} U_m(t) + \dots + b_{pm} U_m(t-p_m) + e(t).$$

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B_1(Z^{-1}) U_1(t) + B_2(Z^{-1}) U_2(t) + \dots + B_m(Z^{-1}) U_m(t) + e(t)$$

Dans tout ce qui suit, nous ne traiterons que le cas mono-entrée, mono-sortie. Le lecteur pourra facilement faire extension au cas multi-entrées, mono-sortie d'après ce qui précède. Quand au cas multivariables proprement dit, il est très rarement traité en tant que tel. Bien souvent, les gens parlent d'identification multivariable quand ils se sont contentés de juxtaposer des problèmes et des solutions mono-variables, ce qui a pour effet d'augmenter la complexité des calculs, que l'on effectue globalement et non morceau par morceau, sans rendre la solution plus simple. Le processus généralement utilisé pour l'identification d'un système multivariable consiste à maintenir toutes les entrées constantes, sauf une et de regarder son effet sur les diverses sorties, le modèle global sera ainsi obtenu, transfert par transfert. Il peut, en outre, être très difficile de garder les entrées constantes, d'où l'intérêt de les prendre toutes en compte au cours de l'identification. La solution est d'identifier le système sortie par sortie, mais l'expérimentation consistera



à faire varier toutes les entrées  $U_i$  et à relever simultanément toutes les sorties  $Y_j$ .

Comme nous l'avons dit, l'identification est l'opération qui consiste à représenter un système par un modèle mathématique. C'est donc une étape capitale dans toute étude de système. Cette représentation devra évidemment décrire le comportement du processus réel aussi fidèle que possible. Mais cette notion de précision n'est pas un critère absolu. On doit aussi tenir compte de l'utilisation qu'on désire en faire et établir dans ce cadre un compromis entre la précision et la simplicité.

L'éventail des méthodes que nous allons étudier est large, et ces méthodes présentent des différences importantes entre elles. Nous verrons que la méthode des moindres carrés, qui a l'avantage de la simplicité, a le grave inconvénient de donner une estimation biaisée, et conduit à des erreurs grossières. On verra aussi que la méthode de la matrice instrumentale qui est elle aussi simple à mettre en oeuvre, et donne un estimateur non biaisé. La méthode du maximum de vraisemblance, qui a un support théorique très riche, est par contre très lourde à utiliser et nécessite l'hypothèse de bruit gaussien, c'est une méthode complexe. La méthode des moindres carrés généralisés améliore les performances de la méthode des moindres carrés, mais on a pas pu démontrer sa convergence.

(C) CHAPITRE 2.

METHODES D'IDENTIFICATION

I. - METHODE DES MOINDRES CARRES GENERALISES (1)

Nous allons dans un premier paragraphe, étudié l'estimateur des moindres carrés, qui est sans doute le plus simple de tous, aussi bien sur le plan théorique, que sur le plan de calcul lui-même. L'étude des propriétés de cette méthode nous conduira à des estimations biaisées dans le cas du modèle que nous avons choisi.

I.1. - LES MOINDRES CARRES : (1) (2) (4)

L'équation du modèle est donnée par l'expression :

$$A (Z^{-1}) y(t) = B (Z^{-1}) u(t) + e(t)$$

ou encore :

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_0 u(t) + \dots + b_p u(t-p) + e(t) \quad (2.1)$$

I.1.1. - LE CRITERE ET LA SOLUTION :

Supposons maintenant que l'on ait N couples de mesures entrée - sortie du procédé.

On peut donc écrire (N - n) fois l'équation (2.1)

$$Y(N) = - \sum_{i=1}^n a_i Y(N-i) + \sum_{i=0}^p b_i u(N-i) + e(N)$$

$$Y(N-1) = - \sum_{i=1}^n a_i Y(N-1-i) + \sum_{i=0}^p b_i u(N-1-i) + e(N-1)$$

⋮  
⋮  
⋮

$$Y(n+1) = - \sum_{i=1}^n a_i Y(n+1-i) + \sum_{i=0}^p b_i u(n+1-i) + e(n+1)$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} Y(N) \\ Y(N-1) \\ \vdots \\ Y(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y(N-1)\dots - Y(N-n) & u(N)\dots u(N-p) \\ \vdots \\ -Y(n)\dots - Y(1) & u(n+1)\dots u(n+1-p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(n+1) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Qui est de la forme :

$$\underline{Y} = X \underline{\theta} + \underline{e} \quad (2.3)$$

où  $\underline{\theta}$  est le vecteur des paramètres à estimer.

On choisit comme critère à minimiser le carré de l'erreur de prédiction, c'est-à-dire :

$$C = E^T E = \sum_{i=n+1}^N e^2(i) \quad (2.4)$$

Il faut alors trouver le vecteur  $\underline{\theta}$  qui minimise (2.4)

$$\begin{aligned} C &= (Y - X \underline{\theta})^T (Y - X \underline{\theta}) \\ C &= Y^T Y - \underline{\theta}^T X^T Y - Y^T X \underline{\theta} + \underline{\theta}^T X^T X \underline{\theta} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \underline{\theta}} \Big|_{\underline{\theta} = \hat{\underline{\theta}}} = -2 X^T Y + 2 X^T X \underline{\theta} = 0$$

$$\text{d'où } \hat{\underline{\theta}} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.5)$$

### I.1.2. - LES CARACTERISTIQUES DE L'ESTIMATEUR :

L'estimateur est dit non biaisé, si :

$$E.M.(\hat{\underline{\theta}}) = \underline{\theta}$$

C'est-à-dire s'il converge en moyenne vers la vraie valeur des paramètres. La question est de voir si cette propriété est vérifiée par l'estimateur des moindres carrés ?

$$\begin{aligned}
 EM(\hat{\theta}) &= EM \left\{ (X^T X)^{-1} X^T Y \right\} \\
 &= EM \left\{ (X^T X)^{-1} X^T (X \theta + \underline{E}) \right\} \\
 &= EM \left\{ (X^T X)^{-1} X^T X \theta + (X^T X)^{-1} X^T \underline{E} \right\} \\
 EM(\hat{\theta}) &= \theta + EM \left\{ (X^T X)^{-1} X^T \underline{E} \right\} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

L'expression (2.6) montre que l'estimateur de  $\theta$  est biaisé. Ce biais serait nul si  $\theta$  est un bruit blanc; c'est-à-dire si  $EM(\underline{E}) = 0$ .

En général, le bruit qui s'additionne à la sortie n'est pas blanc avec une moyenne nulle. En conséquence, l'estimateur des moindres carrés conduit à des résultats biaisés. Et le montant de ce biaisement est très élevé pour des systèmes ayant un rapport signal sur bruit faible. Pour y remédier, plusieurs solutions sont proposées :

- L'estimateur de MARKOV
- L'estimateur de K. STEIGLITZ et L.E. Mc BRIDE
- L'estimateur de CLARKE.

Nous étudions la dernière solution, qui n'est autre que la méthode des moindres carrés généralisés.

### 1.2. - METHODE DE CLARKE MOINDRES CARRÉS GENERALISÉS : (2) (5)

Le bruit est supposé dérivé d'un bruit blanc. figure (2.1).



Fig (2.1)

La façon la plus générale de décrire ce phénomène serait :

$$Q(z^{-1}) b(t) = P(z^{-1}) E(t)$$

Nous avons d'après ( 1.7 )

$$A ( Z^{-1} ) Y ( t ) = B ( Z^{-1} ) u ( t ) + A ( Z^{-1} ) b ( t )$$

$$A ( Z^{-1} ) Y ( t ) = B ( Z^{-1} ) u ( t ) + \frac{A ( Z^{-1} ) P ( Z^{-1} )}{Q ( Z^{-1} )} \varepsilon ( t )$$

$$A ( Z^{-1} ) Y ( t ) = B ( Z^{-1} ) u ( t ) + e ( t )$$

On a donc :

$$e ( t ) = \frac{A ( Z^{-1} ) P ( Z^{-1} )}{Q ( Z^{-1} )} \varepsilon ( t )$$

Le filtre de blanchissement théorique est donc :

$$F ( Z^{-1} ) = \left[ \frac{A ( Z^{-1} ) P ( Z^{-1} )}{Q ( Z^{-1} )} \right]^{-1}$$

donc :  $F ( Z^{-1} ) e ( t ) = \varepsilon ( t )$  ( 2.7 )

où  $\varepsilon ( t )$  est un bruit blanc.

CLARKE propose de déterminer expérimentalement le filtre  $F ( Z^{-1} )$  de la façon suivante :

$F ( Z^{-1} )$  est approché par un développement limité d'ordre  $q$

$$F ( Z^{-1} ) = 1 + f_1 Z^{-1} + \dots + f_q Z^{-1} q$$

On aura alors, d'après ( 2.7 )

$$e ( t ) + f_1 e ( t-1 ) + \dots + f_q e ( t-q ) = \varepsilon ( t ) \quad ( 2.8 )$$

Ecrivons que l'équation ( 2.8 ) est réalisée aux divers instants d'échantillonnage.

$$\begin{aligned} e ( N ) + f_1 e ( N-1 ) + \dots + f_q e ( N-q ) &= \varepsilon ( N ) \\ e ( N-1 ) + f_1 e ( N-2 ) + \dots + f_q e ( N-1-q ) &= \varepsilon ( N-1 ) \\ \vdots & \\ e ( q+1 ) + f_1 e ( q ) + \dots + f_q e ( 1 ) &= \varepsilon ( q+1 ) \end{aligned}$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(q+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e(N-1) & \dots & e(N-q) \\ \vdots & & \vdots \\ -e(q) & & e(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon(N) \\ \vdots \\ \varepsilon(q+1) \end{bmatrix}$$

$$\underline{E} = X_E \underline{f} + \underline{\varepsilon}$$

Nous reconnaissons là un problème dont la solution des moindres carrés est :

$$\underline{f} = (X_E^T X_E)^{-1} X_E^T \underline{E} \quad (2.9)$$

Comme  $\varepsilon(t)$  est un bruit blanc, l'estimateur n'est pas biaisé.

Généralement, on prend  $q = 1$ , ce qui nous conduit à :

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 (z^{-1})$$

En conséquence, lorsqu'on est en possession des résidus, la détermination du filtre est aisée. Toutefois, les résidus restent à estimer.

Comme ce ne sont pas des grandeurs mesurables, on peut le faire à partir du modèle :

$$\underline{E} = \underline{Y} - X \hat{\underline{\theta}} \quad (2.10)$$

ou  $\hat{\underline{\theta}}$  est une première estimation des paramètres obtenus par les moindres carrés simples.

### I.2.1. - FILTRAGE DES DONNEES ET ALGORITHME :

On a d'après : (2.1)

$$A(z^{-1}) Y(t) = B(z^{-1}) u(t) + e(t)$$

Multipliant par  $F(z^{-1})$  les deux membres de l'équation :

$$A(z^{-1}) F(z^{-1}) Y(t) = B(z^{-1}) F(z^{-1}) u(t) + F(z^{-1}) e(t)$$

En tenant compte de ( 2.7 ), on peut écrire :

$$A (Z^{-1}) F (Z^{-1}) Y (t) = B (Z^{-1}) F (Z^{-1}) u (t) + \epsilon (t)$$

On pose :

$$\left( \begin{array}{l} F (Z^{-1}) Y (t) = Y^*(t) \\ F (Z^{-1}) u (t) = u^*(t) \end{array} \right) \quad ( 2.11 )$$

d'où :

$$A (Z^{-1}) Y^*(t) = B (Z^{-1}) u^*(t) + \epsilon (t) \quad ( 2.12 )$$

Que signifie pratiquement cette multiplication ? Elle signifie que l'on filtre les données à travers  $F (Z^{-1})$ . La figure ( 2.2 ) symbolise cette opération.

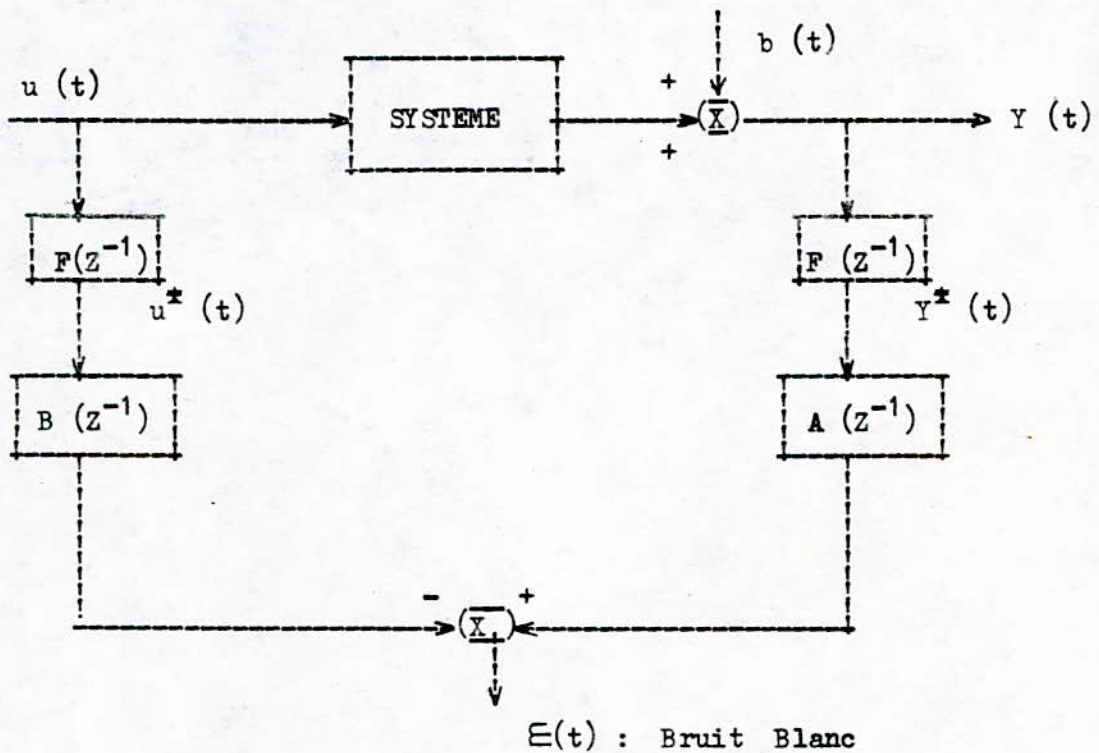


Figure ( 2.2 )

ALGORITHME :

1) - Le premier calcul fournit l'estimateur des moindres carrés

$$\hat{\underline{e}}_1 = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

2) - On estime les résidus

$$\underline{e}_1 = Y - X \hat{\underline{e}}_1$$

3) - On construit le filtre basé sur  $\hat{\underline{e}}_1$

$$f_1 = (X_{E1}^T X_{E1})^{-1} X_{E1}^T \hat{\underline{e}}_1$$

4) - On filtre les données Y et u :

$$Y^*(t) = Y(t) + f_1 Y(t-1) + \dots + f_q Y(t-q)$$

$$U^*(t) = U(t) + f_1 U(t-1) + \dots + f_q U(t-q)$$

5) - On considère  $Y^*$  et  $U^*$  comme des nouvelles données et on passe à (1).

L'organigramme du programme est développé dans l'annexe 3.

II. - METHODE DU MAXIMUM DE VRAISSEMBLANCE : (2) (1) (4)

Dans cette méthode, on prendra un bruit différent.

On sait que :

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B(Z^{-1}) U(t) + A(Z^{-1}) b(t)$$

$$\underline{\varepsilon}(t) = \frac{Q(Z^{-1})}{P(Z^{-1})} b(t) \quad \text{donc :}$$

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B(Z^{-1}) U(t) + A(Z^{-1}) \frac{P(Z^{-1})}{Q(Z^{-1})} \underline{\varepsilon}(t)$$

ou bien :

$$A(Z^{-1}) Y(t) = B(Z^{-1}) U(t) + C(Z^{-1}) \underline{\varepsilon}(t) \quad (2.12)$$

avec

$$C(Z^{-1}) = \frac{A(Z^{-1}) P(Z^{-1})}{Q(Z^{-1})} = 1 + c_1 Z^{-1} + c_2 Z^{-2} + \dots + c_q Z^{-q}$$



$\varepsilon(t)$  est un bruit blanc, centré et de variance  $\sigma^2$

L'équation ( 2.12 ) devient :

$$\varepsilon(t) = \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) A(Z^{-1}) Y(t) - \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) B(Z^{-1}) u(t) \quad ( 2.13 )$$

En retranchant  $Y(t)$  des deux membres de ( 2.13 )

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) - Y(t) &= \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) A(Z^{-1}) Y(t) - \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) B(Z^{-1}) U(t) - Y(t) \\ Y(t) &= \varepsilon(t) + \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) \left[ C(Z^{-1}) - A(Z^{-1}) \right] Y(t) + \bar{C}^{-1}(Z^{-1}) B(Z^{-1}) U(t) \end{aligned}$$

On peut alors écrire que :

$$\begin{aligned} Y(t) &= \varepsilon(t) + \hat{Y}(t/t-1) \quad \text{donc :} \\ Y(t) - \hat{Y}(t/t-1) &= \varepsilon(t) \quad ( 2.14 ) \end{aligned}$$

II.1. - APPLICATION A L'IDENTIFICATION :

On supposera que les conditions initiales sont nulles et qu'on ait  $N$  enregistrements de l'entrée et de la sortie du système; on peut alors écrire ( 2.12 ) sous la forme matricielle suivante : ( 2.15 )

$$\begin{bmatrix} 1 & a_1 & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & a_n \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & a_1 \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(N) \\ \vdots \\ Y(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_n & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & b_n \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(N) \\ \vdots \\ U(1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & c_1 & \dots & c_n & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & c_n \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & c_1 \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(N) \\ \vdots \\ \varepsilon(1) \end{bmatrix}$$

$$A \underline{Y} = B \underline{U} + C \underline{\varepsilon} \implies \underline{Y} = A^{-1} B \underline{U} + A^{-1} C \underline{\varepsilon}$$

Les matrices  $A, B, C$ , sont de dimension  $(N, N)$ ,  $\underline{U}$  est un vecteur déterministe.  $\underline{\varepsilon}$  est aléatoire, supposé blanc et centré, et gaussien, en conséquence  $Y$  est gaussien.

On choisit le critère suivant :

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N E^2 \quad (i) \quad (2.15)$$

avec :  $\underline{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_n & , & b_0 & \dots & b_p & , & c_1 & \dots & c_p \end{bmatrix}^T$

2. - MISE EN OEUVRE PRATIQUE :

Pour trouver la valeur des paramètres qui minimise  $V(\theta)$ , on applique l'une des méthodes bien connues maintenant de PNL. Soit  $V_{\theta}(\theta)$  une fonction à minimaliser et  $\underline{\theta}$  le vecteur des variables. On définit :

Le gradient:  $\underline{V}_{\theta}(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial e_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial V}{\partial e_n} \end{bmatrix}$

Le hessien :  $V_{\theta\theta}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial e_1 \partial e_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial^2 V}{\partial e_1 \partial e_n} \\ \vdots & & & & & & \\ \frac{\partial^2 V}{\partial e_n \partial e_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial^2 V}{\partial e_n \partial e_n} \end{bmatrix}$

On a mis au point un ensemble de techniques pour déterminer de façon itérative par construction d'une suite  $\underline{\theta}_i$  telle que :

$$V(\underline{\theta}_1) \geq V(\underline{\theta}_2) \geq \dots \geq V(\underline{\theta}_i) \geq V(\underline{\theta}_{i+1}) \geq \dots$$

$V(\underline{\theta})$  définie comme dans (2.15).

Cette suite converge évidemment vers un maximum local. C'est ce qu'on appelle PNL.

L'algorithme de recherche est souvent du type suivant :

$$\underline{\theta}_{i+1} = \underline{\theta}_i - K \underline{V}_{\theta}(\underline{\theta}_i)$$

C'est-à-dire basé sur le calcul du gradient où K peut être un scalaire positif ou une matrice choisie en fonction de la forme de  $V_{\theta}(\theta)$ , des moyens de calcul dont on dispose, de la qualité désirée pour le résultat spécifique, afin d'accélérer la convergence possible.

On prendra plutôt pour K, la matrice  $V_{\theta\theta}^{-1}(\theta_i)$  qui sera calculée à partir des dérivées secondes du critère.

Les méthodes de calcul des composantes  $\frac{\partial V}{\partial \theta_j}$  et  $\frac{\partial^2 V}{\partial \theta_j \partial \theta_k}$  du gradient et de la matrice des dérivées secondes sont donnés d'après l'équation ( 2.15 ), c'est-à-dire :

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_j} = \sum_{i=1}^N E(i) \frac{\partial E(i)}{\partial \theta_j} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial E(i)}{\partial \theta_j} \frac{\partial E(i)}{\partial \theta_k} + \sum_{i=1}^N E(i) \frac{\partial^2 E(i)}{\partial \theta_j \partial \theta_k} \quad (2.17)$$

Si on applique la méthode de GAUSS - NEWTON ( 2.17 ) devient alors :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial E(i)}{\partial \theta_j} \frac{\partial E(i)}{\partial \theta_k} \quad (2.18)$$

a) - CALCUL DES E(t) :

$$C (Z^{-1}) E(t) = A (Z^{-1}) Y(t) - B (Z^{-1}) U(t)$$

Cette équation aux différences peut s'exprimer sous forme d'un pseudo modèle d'état.

$$\underline{X}(i+1) = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & \dots & 0 \\ -c_2 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & -1 \\ -c_n & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \underline{X}(i) + \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} Y(i) - \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} U(i) + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} U(i+1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} Y(i+1)$$

On a supposé  $q = P = n$  ; ceci simplifie l'écriture, sur le plan pratique il suffirait alors d'annuler certains coefficients.

$$\underline{E} (i) = \begin{bmatrix} 1, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \underline{X} (i)$$

b) - CALCUL DE  $\frac{\partial E(t)}{\partial \theta_j}$

Il existe diverses relations entre ces dérivées qui diminuent le nombre de calcul.

On peut, sous forme de modèle d'état, écrire :

$$\underline{X} (i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{\partial a_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(i)}{\partial a_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{a_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(i-n+1)}{\partial a_1} \end{bmatrix}$$

$$\underline{X} (i+1) = \begin{bmatrix} -c_1 & -c_2 & \dots & -c_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{X} (i) + \begin{bmatrix} Y(i) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

On calcule alors une composante, les autres sont déduites par décalage.

On peut écrire les mêmes relations pour le calcul de  $\frac{\partial E(t)}{\partial b_i}$ ,  $\frac{\partial E(t)}{\partial c_i}$

à savoir que :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{\partial b_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(i)}{\partial b_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{\partial b_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(p-i)}{\partial b_0} \end{bmatrix} \text{ ET } \begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{\partial c_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(i)}{\partial c_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(i)}{\partial c_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(i-n+1)}{\partial c_1} \end{bmatrix}$$

3) - PROBLEME D'INITIALISATION :

Nous venons de voir les méthodes de calcul à l'instant  $i$ , pour toutes les variables utiles à la recherche de l'optimum. Pour calculer le gradient ou le hessien, il suffit d'appliquer (2.16) et (2.18). On prendra  $i = 1$  comme valeurs initiales.

$$E(1) = Y(1) - b_0 U(1)$$

$$\frac{\partial E(1)}{\partial b_0} = - U(1)$$

et les autres variables nulles.

Pour initialiser la recherche, on peut gagner du temps en supposant les paramètres  $C_j$  nuls ; le modèle devient identique à celui des moindres carrés, le critère est une fonction quadratique en  $a_i$  et  $b_i$  et en un pas l'algorithme conduit à l'estimateur des moindres carrés. Celui-ci est bien sûr biaisé, mais il a de fortes chances, surtout si le système n'est pas trop fortement bruité, d'être assez proche du véritable optimum. On démarrera donc la recherche dans de bonnes conditions.

4) - ALGORITHME :

1) - Lecture de données :

$$K = 1, C_i = 0 \quad (i=1 \dots q)$$

et  $e^1_1$  à partir des moindres carrés.

- 2)- Calcul de  $E(K)$ ,  $K = 1$
- 3)- Calcul de  $C_1$
- 4)- Calcul de  $V_{\theta\theta}^{-1}(\theta)$  et de  $V_\theta$
- 5)-  $\theta_{i+1} = \theta_i - K V_{\theta\theta}^{-1}(\theta) \cdot V_\theta$
- 6)- Calcul de  $E(k)$  et de  $C_2$
- 7)- Si  $C_2 < C_1$  va à 1 sinon diminuer  $K$
- 8)- Si  $K < 1/4$  aller à (9) sinon (5)
- 9)- Fin.

III. - METHODE DE LA MATRICE INSTRUMENTALE : (9) (11) (5)

1)- PRINCIPE :

Le principe de cette méthode repose sur l'estimation des paramètres du système, sans considérer un modèle quelconque pour le bruit. La méthode de la matrice instrumentale consiste à choisir une matrice  $W$  dont les éléments sont très " corrélés " avec les signaux d'entrée / sortie  $U(K)$  et  $Y(K)$  qui sont totalement indépendants du bruit  $e(K)$ .

La description de son algorithme est basée sur l'équation linéaire :

$$Y_b = X \theta + e \quad (2.19)$$

Par définition  $W$  est appelée matrice instrumentale si elle vérifie les deux conditions suivantes :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} W^T X = R \quad (2.20)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} W^T [Y_b - X \theta] = 0$$

$R$  : matrice non-singulière.

Ce qui signifie que  $\forall \psi$  et  $\epsilon$ , il existe  $N_0$  tel que pour  $N > N_0$  on ait :

$$Pr [ \frac{1}{N} W^T E > \psi ] < \epsilon$$

$\theta$  : est le vecteur de paramètres réels

$N$  : nombre de mesures

A ces limites peuvent se substituer les espérances, les conditions (2.20) deviennent :

$$\begin{aligned} E [ W^T X ] &= R \\ E [ W^T e ] &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ce sont ces conditions qui assurent que l'estimateur de  $\theta$  est non biaisé.

2)- CONCEPT :

En multipliant les deux membres de l'équation ( 2.19 ) par W, on obtient :

$$W^T Y_b = W^T X \theta + W^T e$$

2.1.- CHOIX DU CRITERE :

$$C = (W^T e)^T W^T e$$

$$C = (W^T Y_b - W^T X \theta)^T (W^T Y_b - W^T X \theta)$$

$$C = (Y_b^T W - \theta^T X^T W) (W^T Y_b - W^T X \theta)$$

$$C = (Y_b^T W W^T Y_b - Y_b^T W W^T X \theta - \theta^T X^T W W^T Y_b + \theta^T X^T W W^T X \theta)$$

2.2.- MINIMISATION DU CRITERE :

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \hat{\theta}_{vi}} = 0$$

$$= -Y_b^T W W^T X - X^T W W^T Y_b + X^T W W^T X \hat{\theta}_{vi} + \hat{\theta}_{vi}^T X^T W W^T X$$

d'où :

$$- 2 X^T W W^T Y_b + 2 X^T W W^T X \hat{\theta}_{vi} = 0$$

on obtient :

$$\hat{\theta}_{vi} = [X^T W W^T X]^{-1} X^T W W^T Y_b \quad (2.22.)$$

Si WX est une matrice régulière, alors :

$$\hat{\theta}_{vi} = [W^T X]^{-1} W^T Y_b$$

3.- CHOIX DE LA MATRICE INSTRUMENTALE :

Le choix de la matrice instrumentale W doit être basé sur les deux conditions précédentes ( 2.21 ).

De ce fait, la matrice W est le plus souvent obtenue par des opérations variées ( filtrage, retard, ect... ) sur l'entrée U.

En pratique, la méthode la plus utilisée est celle du modèle auxi-



liaire qui consiste à choisir une matrice W qui aura comme éléments, les valeurs de l'entrée et celles de la sortie prédéterminées par le modèle auxiliaire.

Avec la considération citée ci-dessus, la matrice instrumentale est définie comme suit :

$$W = \begin{bmatrix} -\hat{Y}(N-1) \dots \dots -\hat{Y}(N-n) U(N) \dots \dots U(N-p) \\ -\hat{Y}(N-2) \dots \dots -\hat{Y}(N-n-1) U(N-1) \dots \dots U(N-1-p) \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ -\hat{Y}(n) \dots \dots -\hat{Y}(1) \quad U(n+1) \dots \dots U(n-p+1) \end{bmatrix}$$

Ou  $\hat{Y}(K) = W^T(K) \hat{\theta}$

avec  $W^T(K) = -\hat{Y}(K-1) \dots \dots -\hat{Y}(K-n) U(K) \dots \dots U(K-p)$

REMARQUE :

Il faut donc disposer d'une valeur initiale de  $\hat{\theta}$  avant de procéder à l'établissement de la matrice W.

Ceci est possible en obtenant une première estimation de  $\hat{\theta}$  par la méthode des moindres carrés simples.

Si le système est correctement modelisé, les résidus définis comme étant l'écart de prédiction.

$$e = Y_b(K) - X \hat{\theta}_{VI}$$

seront identiques ou équivalents au bruit en sortie e(K) et donc devraient être indépendants de l'entrée.

4.- METHODE DE LA VARIABLE INSTRUMENTALE RECURSIVE :

Cette méthode est définie par les équations suivantes :

$$\hat{\theta}_{vi}(N+1) = \left( \begin{bmatrix} W(N) \\ W^T(N+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X(N) \\ X^T(N+1) \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} W(N) \\ W^T(N+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_b(N) \\ Y_b(N+1) \end{bmatrix}$$

Les paramètres estimés peuvent être consultés à partir de la formule récurrente suivante :

$$M(N+1) = \frac{P(N) W(N+1)}{1 + x^T(N+1) P(N) W(N+1)}$$

$$P(N+1) = P(N) - \frac{P(N) W(N+1) x^T(N+1) P(N)}{D(N)}$$

$$D(N) = 1 + x^T(N+1) P(N) W(N+1)$$

$$\hat{\theta}_{vi}(N+1) = \hat{\theta}_{vi}(N) + M(N+1) \left[ Y_b(N+1) - x^T(N+1) \hat{\theta}_{vi}(N) \right]$$

$$P(N) = \left[ W^T(N) X(N) \right]^{-1}$$

$$\hat{Y}(K) = W^T(K) \hat{\theta}(K-1)$$

CHAPITRE 3

COMPARAISON DES METHODES ET DES RESULTATS

Une synthèse des méthodes détaillées dans le chapitre précédent est établie, elle est relative aux méthodes des moindres carrés généralisés, de la matrice instrumentale et du maximum de vraisemblance. Pour les moindres carrés simples, l'étude fournie dans le deuxième chapitre prouve que cette méthode donne de mauvais résultats dès que le bruit est important.

La première partie du chapitre est consacrée à une comparaison des méthodes, la seconde compare les résultats.

I.- COMPARAISON DES METHODES :

I.1.- ANALYSE DU MODELE :

Nous reprenons le système sous la forme :

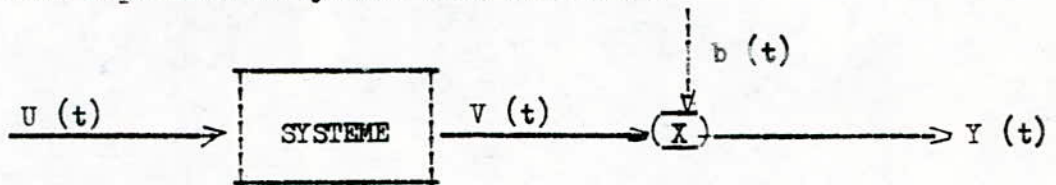


Fig . ( 3.1. )

$b (t)$  est le bruit additif en sortie, quelconque. Le fonctionnement de ce système est décrit par :

$$A (Z^{-1}) Y (t) = B (Z^{-1}) U (t) + A (Z^{-1}) b (t)$$

- Le modèle utilisé par la méthode des moindres carrés généralisés est :

$$\left. \begin{aligned} A (Z^{-1}) Y (t) &= B (Z^{-1}) U (t) + e (t) \\ F (Z^{-1}) e (t) &= \Xi (t) \end{aligned} \right\} \quad ( 3.1 )$$

$\Xi(t)$ : bruit blanc

Ce modèle est symbolisé par :

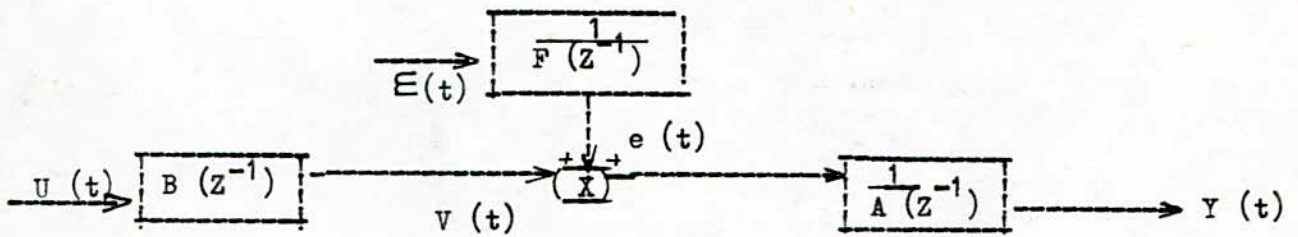


Fig. ( 3.2 )

- La méthode de la matrice instrumentale utilise un modèle moins détaillé :

$$A(z^{-1}) Y(t) = B(z^{-1}) U(t) + e(t) \quad (3.2)$$

Ce modèle est symbolisé par le schéma fonctionnel suivant :

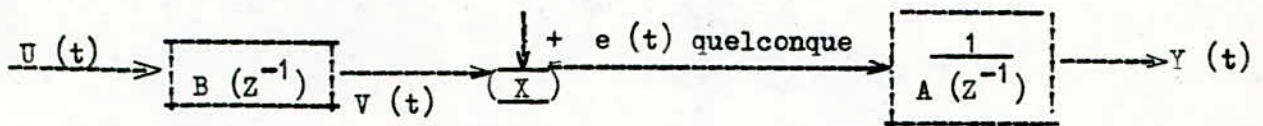


Fig. ( 3.3 )

- La méthode du maximum de vraisemblance utilise le modèle :

$$\left. \begin{aligned} A(z^{-1}) Y(t) &= B(z^{-1}) U(t) + e(t) \\ e(t) &= c(z^{-1}) E(t) \end{aligned} \right\} (3.3)$$

$E(t)$  : bruit blanc.

Ce modèle est symbolisé par le schéma fonctionnel suivant :

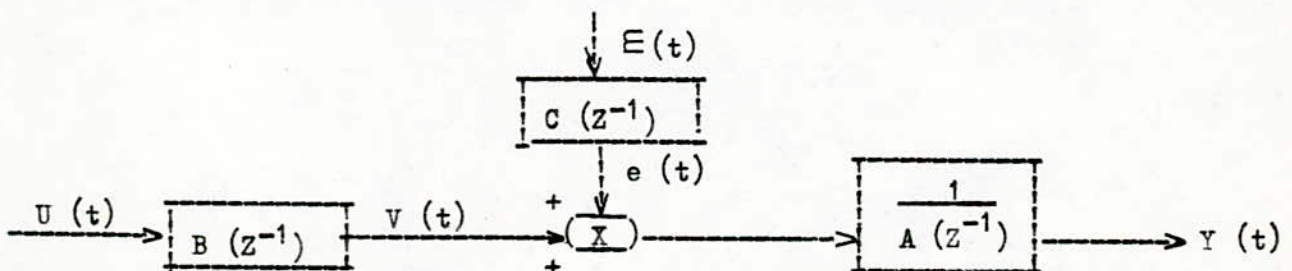


Fig ( 3 . 3 ' )

Comparons les divers modèles au schéma du procédé fig ( 3.1 )

Si  $b(t)$ , le bruit en sortie, est issu d'un bruit blanc par :

$$b(t) = G(Z^{-1}) \Xi(t)$$

on constate que pour :

- Le modèle des moindres carrés généralisés :

$$A(Z^{-1}) G(Z^{-1}) = \frac{1}{F(Z^{-1})} \quad (3.4)$$

- Le modèle de la matrice instrumentale :

$$e(t) = A(Z^{-1}) G(Z^{-1}) \Xi(t)$$

- Le modèle du maximum de vraisemblance :

$$A(Z^{-1}) G(Z^{-1}) = C(Z^{-1}) \quad (3.5)$$

Remarquons que les générateurs de bruits déterminés dans le cas des moindres généralisés et du maximum de vraisemblance sont inverses : Ceci explique que si dans le premier cas ce filtre est donné analytiquement, dans le second cas, la solution doit être déterminée par programmation non linéaire.

Nous avons donné le calcul de l'erreur de prédiction des modèles. Cette erreur dans le cas du modèle ( 3.1 ) est :

$$Y(t) - \hat{y}(t/t-1) = e(t)$$

et dans le cas du modèle ( 3.3 ) :

$$Y(t) - \hat{y}(t/t-1) = \Xi(t)$$

et comme  $e(t) = A(Z^{-1}) G(Z^{-1}) \Xi(t)$

La variance de l'erreur est supérieure dans le cas du modèle ( 3.1 ).

Nous avons vu ( I.1.2 ) que minimiser l'erreur de prédiction du modèle ( 3.2 ) conduit à un estimateur biaisé; l'estimateur des moindres carrés.

I.2.- COMPARAISON DES METHODES DE CALCUL :

Nous allons donner ici des schémas symbolisant les méthodes de calcul dans chaque cas.

La figure ( 3.4 ) représente le calcul des moindres carrés généralisés.

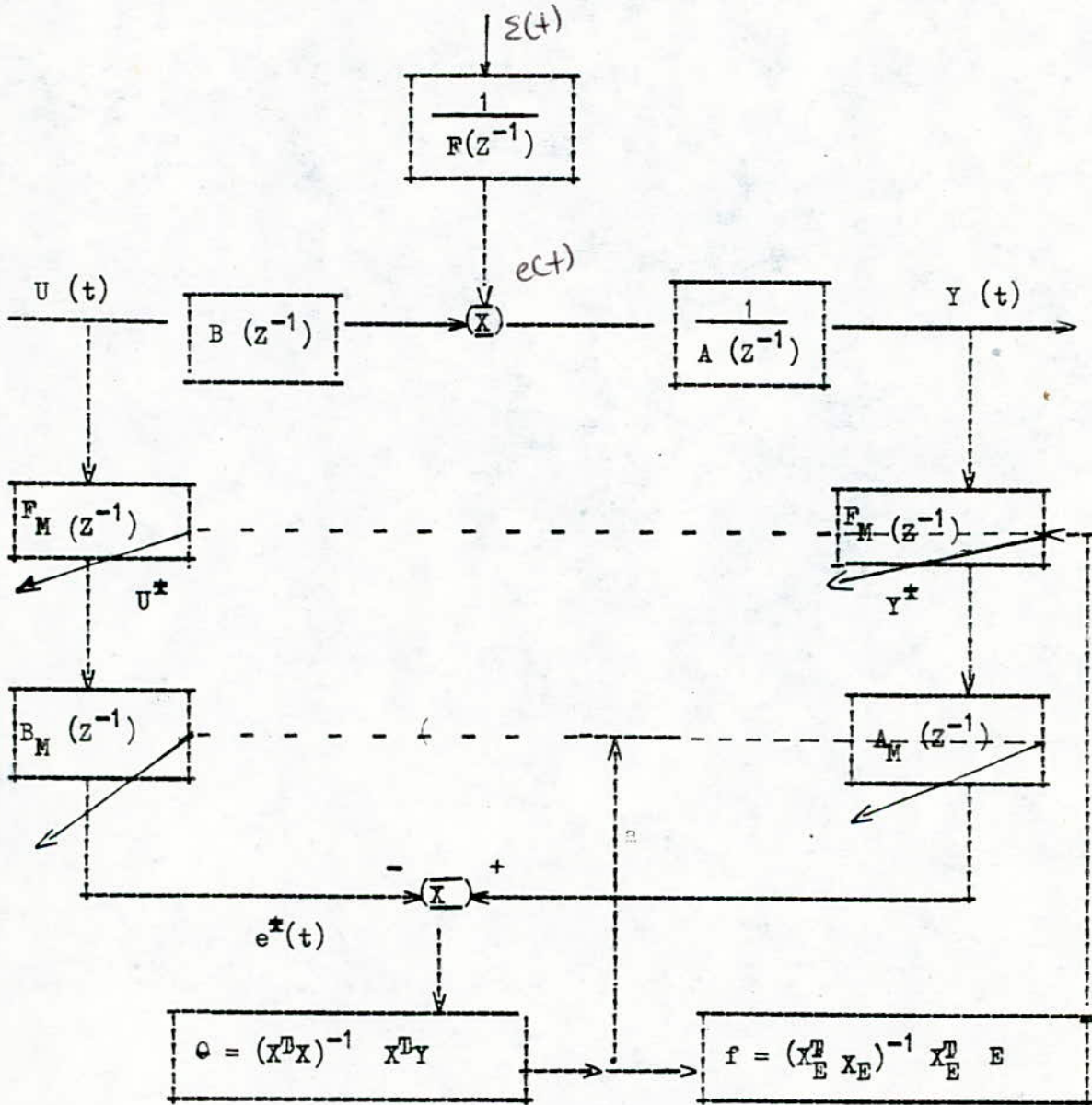


FIG. ( 3.4 )

A mesure que le filtre calculé  $F_M(Z^{-1})$  se rapproche du filtre  $F(Z^{-1})$ , les paramètres  $A_M(Z^{-1})$  et  $B_M(Z^{-1})$  se rapprochent des paramètres du procédé  $A(Z^{-1})$  et  $B(Z^{-1})$ .

- La fig. ( 3.5 ) donne le principe de calcul de la matrice instrumentale.

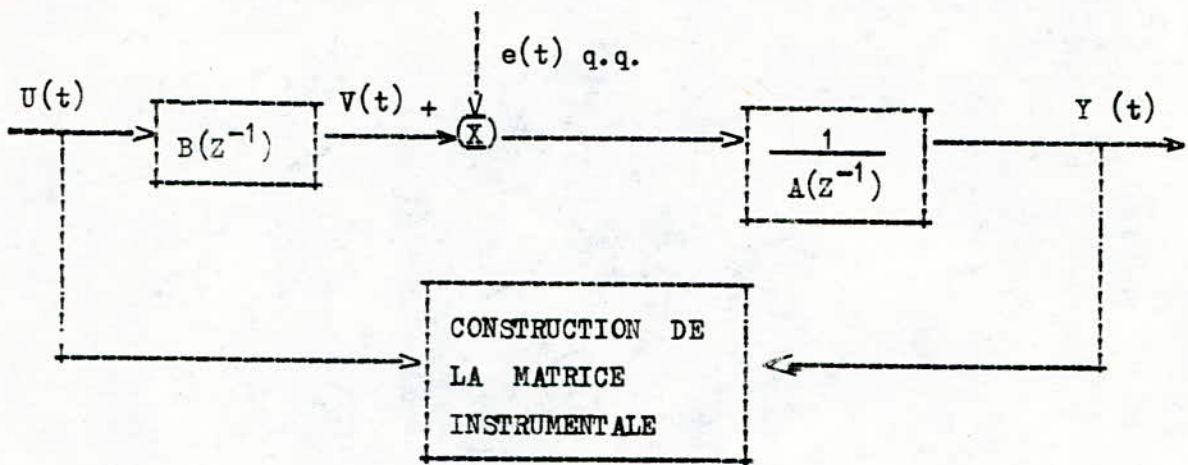


Fig. ( 3.5 )

On voit que le modèle représenté par le schémas fonctionnel ne nécessite aucun calcul itératif. La convergence de  $A_m(Z^{-1})$  et  $B_m(Z^{-1})$  vers  $A(Z^{-1})$  et  $B(Z^{-1})$  respectivement est démontrée; si la matrice instrumentale possède certaines propriétés ( 2.20 )

- La fig. ( 3.6 ) donne le principe de la méthode du maximum de vraisemblance.

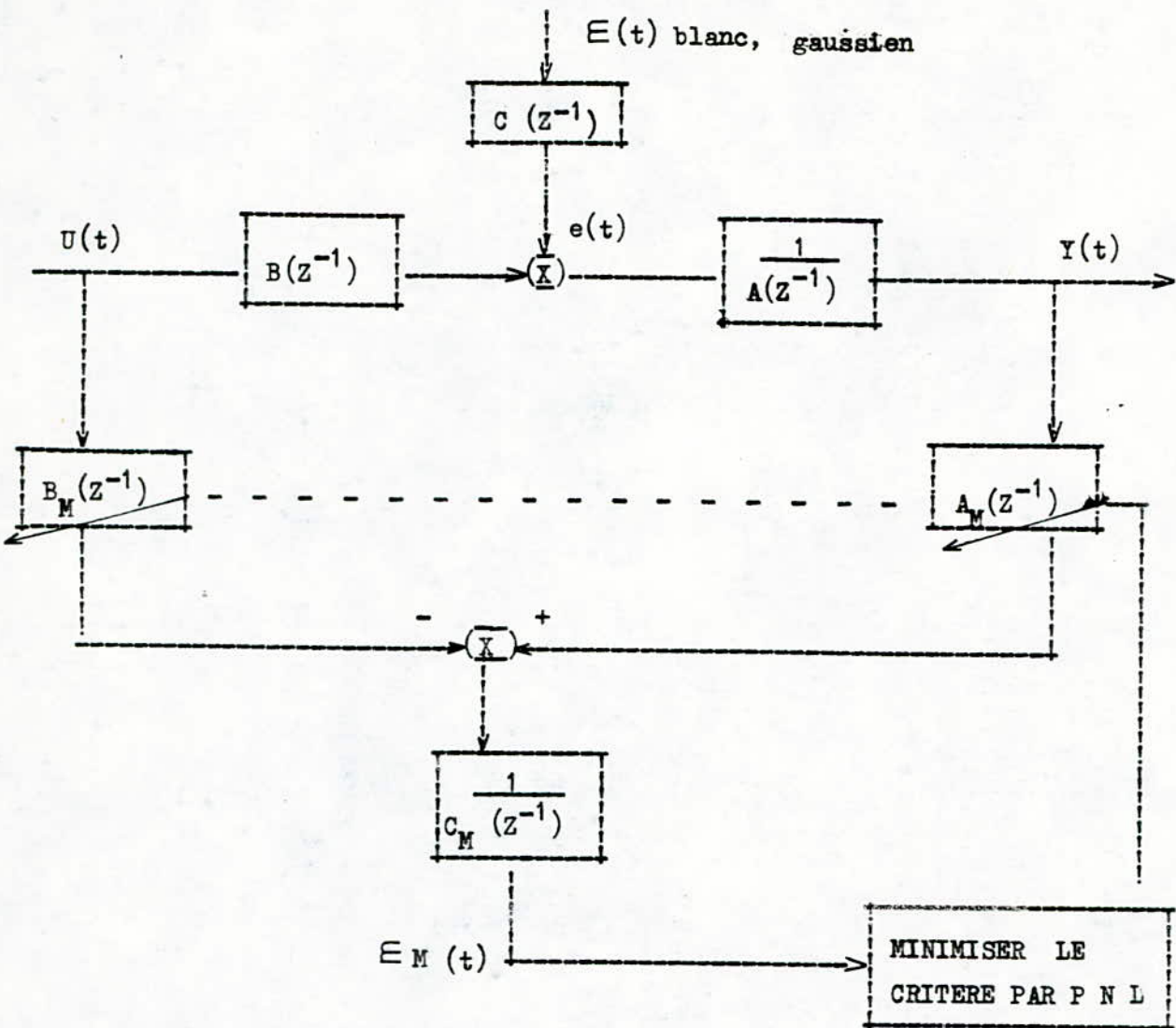


Fig. ( 3.6 )

La recherche des paramètres  $A_M(z^{-1})$ ,  $B_M(z^{-1})$  et  $C_M(z^{-1})$  se fait par P N L. Le bruit doit être gaussien. Alors l'estimateur est à variance minimale.

Les schémas nous permettent de constater que la méthode la plus simple est celle de la matrice instrumentale. Les principes de M C G et M V sont proches. Toutefois, dans le premier cas, le filtre  $F(z^{-1})$  est déterminé analytiquement et n'est considéré que comme un intermédiaire permettant de rendre  $e^*(t)$  identique au bruit blanc, ce qui donne un estimateur non biaisé. Dans le second cas, le filtre  $C(z^{-1})$  est considéré comme une partie du système à identifier : la solution n'est pas analytique, mais fait appel à la P N L.



I.3.- DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU BRUIT :

Les méthodes des M C G et M V fournissent, outre les paramètres du système  $A(Z^{-1})$  et  $B(Z^{-1})$ , les paramètres du générateur de bruit,  $F(Z^{-1})$  et  $C(Z^{-1})$ . La connaissance du système est donc plus complète lorsqu'on identifie par l'une de ces méthodes, plutôt que par la matrice instrumentale. Donc en connaissant  $F(Z^{-1})$ ,  $C(Z^{-1})$ , on peut remonter facilement à  $E(t)$ . Dans le cas de la matrice instrumentale, on peut seulement remonter à  $b(t)$  :

$$e(t) = A(Z^{-1}) b(t)$$

sans toutefois atteindre  $E(t)$ .

II.- COMPARAISON DES RESULTATS :

Les résultats expérimentaux que nous allons exposer ont été présentés dans le travail de S. GENTIL (1).

La façon la plus simple et la plus efficace pour comparer les performances de chaque programme sur le plan numérique est d'identifier un système non bruité.

L'équation simulée est :

$$Y(t) - 1,5 Y(t-1) + 0,7 Y(t-2) = U(t-1) + 0,5 U(t-2)$$

Les résultats sont reportés au tableau 1.

	$\theta$	$\theta_{M C G}$	$\theta_{M I}$	$\theta_{M V}$
a 1	- 1,5	- 1,49999	- 1,50002	- 1,50000
a 2	0,7	0,69999	0,70001	0,70000
b 1	0	0,00000	0,00000	- 0,00000
b 2	1	0,99999	0,99999	1,00000
b 3	0,5	0,50001	0,49998	0,50000

Tableau 1.

Exemple 2 :

L'équation simulée est du type :

$$Y(t) - 1,5 Y(t-1) + 0,7 Y(t-2) = U(t-2) + 0,5 U(t-2) + e(t)$$

$$e(t) = \varepsilon(t)$$

$\varepsilon(t)$  : blanc, gaussien, centré, d'écart type 0,9.

Les résultats sont reportés au tableau 2.

$\theta$	$\theta_{MCC_T}$	$\theta_{MI}$	$\theta_{MV}$
- 1,5	- 1,53	- 1,54	- 1,51
0,7	0,71	0,72	0,70
0	0,09	0,07	0,08
1	0,99	0,99	1,01
0,5	0,55	0,53	0,57
0			

Tableau 2.

Des deux exemples précédents, il nous est permis de conclure que les trois méthodes fournissent les mêmes résultats en l'absence du bruit; donc les différences de comportement seront dues à la présence de bruit sur le système. Par ailleurs, les trois méthodes fournissent les mêmes résultats en présence de bruit blanc, donc les différences de comportement seront dues à la façon dont chacune tient compte des bruits.

Exemple 3 :

L'équation simulée est du type :

$$V(t) - 1,5 V(t-1) + 0,7 V(t-2) = U(t) + 0,5 U(t-1)$$

$$Y(t) = V(t) + b(t)$$

$$b(t) = \varepsilon(t)$$

Nous allons identifier le système pour différents écarts-type de bruit :

$E(t)$  : blanc, centré, gaussien, d'écart-type :

$$\sigma_1 = 0,09, \quad \sigma_2 = 0,45, \quad \sigma_3 = 0,9.$$

Les résultats sont reportés aux tableaux 3, 4, 5.

$\theta$	$\theta_{M C G}$	$\theta_{M I}$	$\theta_{M V}$
- 1,5	- 1,498 $\pm$ 0,003	- 1,50	- 1,502 $\pm$ 0,002
0,7	0,699 $\pm$ 0,003	0,70	0,701 $\pm$ 0,001
0	0,012 $\pm$ 0,011	0,01	0,009 $\pm$ 0,010
1	0,974 $\pm$ 0,016	0,98	0,980 $\pm$ 0,017
0,5	0,529 $\pm$ 0,013	0,52	0,510 $\pm$ 0,013

Tableau. 3

$\theta$	$\theta_{M C C_T}$	$\theta_{M I}$	$\theta_{M V}$
- 1,5	- 1,48 $\pm$ 0,02	- 1,53	- 1,51 $\pm$ 0,01
0,7	0,60 $\pm$ 0,01	0,72	0,71 $\pm$ 0,01
0	0,06 $\pm$ 0,06	0,03	0,05 $\pm$ 0,05
1	0,86 $\pm$ 0,08	0,88	0,92 $\pm$ 0,08
0,5	0,67 $\pm$ 0,07	0,09	0,55 $\pm$ 0,07

Tableau. 4

$\theta$	$\theta_{M C_1 C_T}$	$\theta_{M I}$	$\theta_{M V}$
- 1,5	$- 1,45 \pm 0,03$	- 1,64	$- 1,515 \pm 0,015$
0,7	$0,66 \pm 0,03$	0,79	$0,711 \pm 0,013$
0	$0,13 \pm 0,11$	0,07	$0,093 \pm 0,096$
1	$0,70 \pm 0,16$	0,74	$0,842 \pm 0,171$
0,5	$0,88 \pm 0,14$	0,61	$0,599 \pm 0,135$

Tableau 5

L'examen de ces trois tableaux amène les remarques suivantes :

- Les résultats sont d'autant meilleurs qu'il y a moins de bruit.
- Les paramètres  $b_i$  sont moins bien identifiés que les paramètres  $a_i$ .
- Les résultats fournis par les moindres carrés généralisés et la matrice instrumentale sont assez semblables. Ceux du maximum de vraisemblance sont très nettement meilleurs dans le cas d'un niveau du bruit moyen ou fort.

### III.- COMPARAISON DES PROGRAMMES ET DU TEMPS DE CALCUL :

On voit que le maximum de vraisemblance est la méthode qui occupe le plus de place en machine, et dont le déroulement est le plus long. Les moindres carrés généralisés sont légèrement plus encombrant que la matrice instrumentale. Ils nécessitent aussi plus de temps de calcul ( calcul du filtre et itérations supplémentaires ).

Les résultats présentés dans ce chapitre nous ont permis de dégager certaines caractéristiques des méthodes utilisées :

- L'expérimentation doit être soignée dans tous les cas : l'augmentation du bruit dégrade le modèle.
- De façon générale, les paramètres les mieux identifiés, sont les paramètres  $a_i$  ; les paramètres  $b_i$  sont les plus perturbés par le bruit.
- Nous avons toujours obtenu un modèle meilleur et plus précis avec la méthode du maximum de vraisemblance. Les méthodes des moindres carrés généralisés et de la matrice instrumentale ont des performances comparables.
- La méthode du maximum de vraisemblance est la plus longue et la plus coûteuse à employer. Ce défaut est compensé par la qualité de l'estimateur obtenu.

Nous avons essayé de donner, dans ce chapitre, le plus d'informations possible, afin que le lecteur intéressé puisse faire un choix objectif en fonction des moyens dont il dispose, et de la précision qu'il désire obtenir.

Deuxième Partie

MODELISATION

## INTRODUCTION

Dans le passé, l'interprétation de la recherche fondamentale et des applications de la combustion a souvent connu bien des entraves. Les causes en sont multiples. La combustion étant un phénomène compliqué et d'accès difficile, tant au plan théorique, qu'au plan expérimental : multiplicité des réactions élémentaires, complexité aérodynamique du milieu réactionnel, température élevée, grande vitesse de réaction, ect...

Les chercheurs ont été conduit à travailler sur des modèles très simplifiés. D'autre part, ils se heurtaient à la méconnaissance des conditions où s'effectue réellement la combustion, méconnaissance dûe là encore à des difficultés d'ordre théorique et expérimental, notamment en ce qui concerne l'aérodynamique interne des fours et des échanges thermiques.

## C HAPITRE 4.

### GENERALITES

#### I.- ASPECTS PHYSIO-CHIMIQUES DE LA COMBUSTION : (12) (13) (14) (15)

##### A.- PRINCIPES DE BASE DE LA COMBUSTION :

###### 1) DEFINITION :

La combustion est un ensemble de réaction d'oxydation d'un combustible par un comburant, généralement de l'air. Le combustible est de nature variable, mais il comprend toujours :

- Du carbone,
- De l'hydrogène,
- Accessoirement, du soufre, de l'oxygène et de l'azote.

###### 2)- REACTION DE COMBUSTION :

Prencns, à titre d'exemple, la combustion du méthane. Si la température du mélange de méthane et d'oxygène est portée à un niveau suffisamment élevé, une réaction s'amorce et se propage, avec dessipation des espèces initiales et formation de corps nouveaux, essentiellement du gaz carbonique  $C_{O_2}$  et de la vapeur d'eau  $H_2O$  et d'autres corps, l'oxyde de carbone CO par exemple.

On appelle chaleur de combustion la différence entre les chaleurs de formation des produits de réaction et celles des réactifs. Le pouvoir calorifique est justement la chaleur dégagée.

###### 3)- VITESSE REACTIONNELLE :

La vitesse réactionnelle  $V_R$  peut être exprimée par la variation dans le temps de la concentration de l'un des réactifs initiaux ou, au contraire, de la variation dans le temps de la concentration d'un des produits de la réaction.



4)- LA RICHESSE :

La nature des réactifs étant définie, il est nécessaire pour caractériser le milieu réactionnel de préciser sa composition; c'est-à-dire les quantités relatives de combustible et de comburant en présence.

Un procédé commode consiste à comparer le rapport  $\left\{ \frac{\text{Combustible}}{\text{Comburant}} \right\}$  à un rapport de référence, dit rapport Stoechiométrique.

L'expression  $\varphi = \left\{ \frac{\text{Combustible}}{\text{Comburant}} \right\}_{\text{vrai}} \times \left\{ \frac{\text{Comburant}}{\text{Combustible}} \right\}_{\text{Stoechio}}$

définit la richesse du milieu réactionnel.

- Si  $\varphi = 1$ , on est en présence d'un mélange stoechiométrique  
 $\varphi > 1$ , on est en présence d'un mélange riche  
 $\varphi < 1$ , on est en présence d'un mélange pauvre.

B. - MECANISME ELEMENTAIRE DE LA COMBUSTION :

La Combustion :

- Est très accélérée par la température
- Dégage une très forte quantité de chaleur
- Se produit essentiellement en phase gazeuse
- Se compose d'une succession de réactions interne intermédiaires en chaîne avec production de radicaux libres, eux-mêmes catalyseurs des réactions suivantes.
- Consomme une grande quantité de comburant gazeux.

Il existe deux phases de la combustion :

1)- INFLAMMATION :

a)- MECANISME :

Enflammer un mélange gazeux consiste à faire démarrer les réactions de combustion. Le moyen est de porter le mélange à une température, dite température d'inflammation.

b)- CARACTERISTIQUES DE L'INFLAMMATION :

L'inflammation ne se produit pas dans n'importe quelles conditions :

- Il faut une certaine température.
- Cette température va dépendre de la pression, concentration et caractéristiques des parois environnantes; les proportions combustible-comburant doivent se situer dans certaines proportions qu'on appelle limites d'inflammabilité.

c)- FACTEURS INFLUANT SUR LES LIMITES D'INFLAMMABILITE :

- 1) - L'énergie d'inflammation
- 2) - Dimension de l'enceinte: le domaine d'inflammabilité s'élargit quand les dimensions augmentent.
- 3) - Température initiale du mélange gazeux : elle correspond toujours à un léger élargissement du domaine d'inflammabilité.
- 4) - La pression
- 5) - La nature du comburant : un comburant suroxygéné augmente le domaine d'inflammabilité considérablement.

2)- PROPAGATION :

Suivant la vitesse avec laquelle la réaction de combustion se propage dans le milieu réactionnel, la propagation est dite :

- Déflagration : si la vitesse de propagation est subsonique
- Détonation : si la vitesse de propagation est supersonique.

II.- DIFFERENTS TYPES DE FLAMMES : (12) (15)

Il existe deux types de flammes, soit à prémélange, soit sans prémélange. Dans le premier type de flamme, une partie de l'air de combustion est mélangée au combustible, avant que celui-ci ne débouche au nez du brûleur. Ce prémélange permet d'obtenir une combustion plus rapide. Dans le deuxième type, l'air de combustion entrant dans le four parallèlement au jet de gaz et diffusant lentement dans celui-ci. Ils donnent une flamme longue et plus lumineuse que ceux à prémélange.

A.- FLAMME DE MELANGE PREALABLE :

1)- FLAMME LAMINAIRE :

Dans ce cas, les vitesses, pression ainsi que les températures en chaque point ne sont pas animées de fluctuations désordonnées dans le temps.

Dans ces conditions, considérons fig.(1) un élément de front de flamme ( F ) qui se déplace dans l'espace, avec la vitesse spatiale  $V_s$ , en se dirigeant vers les gaz frais pour les consommer, et en laissant derrière lui les gaz brûlés.

On appelle vitesse de propagation du front de flamme, la vitesse  $V_p$  définie comme suit :

$$\begin{array}{c} \longrightarrow \\ V_p \end{array} = \begin{array}{c} \longrightarrow \\ V_s \end{array} - \begin{array}{c} \longrightarrow \\ V \end{array}$$

avec  $V$  : vitesse d'écoulement du mélange frais.

2)- FLAMME TURBULENTE :

La combustion se propage le plus souvent dans des fluides qui se trouvent être en régime turbulent; c'est-à-dire un régime d'écoulement pour lequel les propriétés en chaque point varient d'une manière erratique dans le temps.

Ainsi, les vitesses débitantes sont telles que le nombre de REYNOLDS des écoulements dépasse la valeur 2000 - 3000 qui est le critère de transition entre le régime laminaire et le régime turbulent. Quand le mélange combustible passe du régime laminaire au régime turbulent, on constate :

- Un épaissement du front de flamme,
- Une extinction possible de la flamme si l'intensité de la turbulence devient trop importante,
- Un accroissement du bruit de combustion.

Dans toutes les formules disponibles dans la littérature, la vitesse de déflagration en régime turbulent  $V_T$  est reliée à la vitesse de déflagration en régime laminaire  $V_f$ .

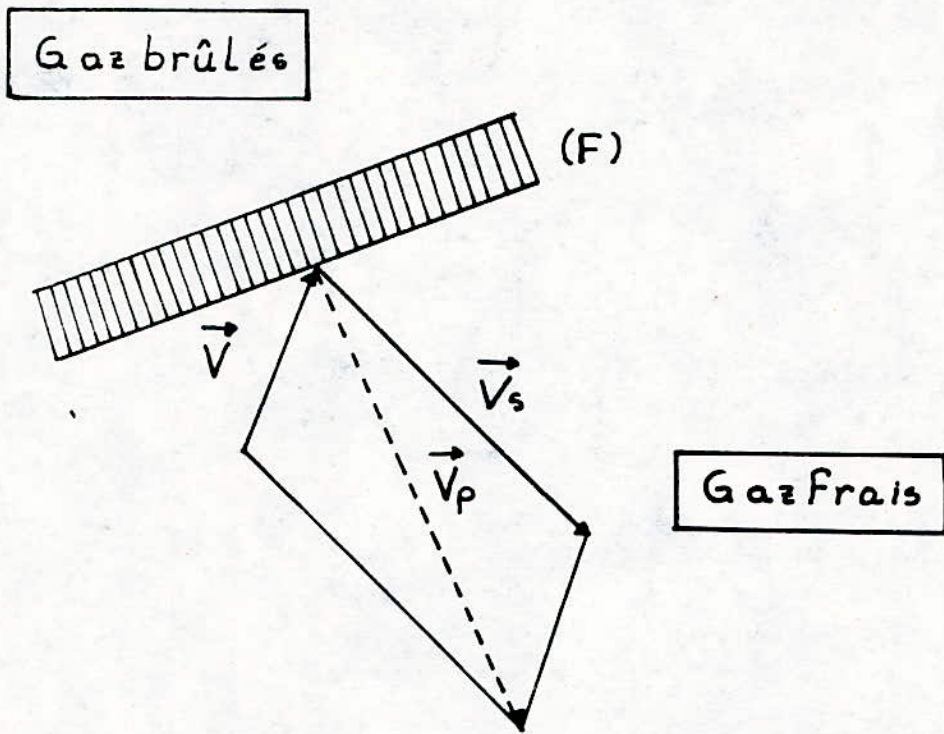


Fig. 1. - Définition de la vitesse de Propagation

Le type de relation le plus simple rendant compte de la vitesse de déflagration turbulente est :

$$V_T = K V_f R_e^n$$

$R_e = \frac{V D}{\gamma}$  désigne le nombre de REYNOLDS

avec D : diamètre de brûleur

$\gamma$  : viscosité cinématique du mélange

K : constante spécifique du mélange gazeux.

Gaz de France propose comme constantes :

$$K = 0,09 \text{ et } n = 0,4$$

Le champ de turbulence est caractérisé par l'existence de vitesses relatives fluctuantes par rapport à la vitesse moyenne d'écoulement. Pour une direction donnée :

$$V_{\text{instantanée}} = \bar{V}_{\text{moyenne}} + \tilde{V}_{\text{fluctuation}}$$

#### B.- FLAMME DE DIFFUSION ( SANS MELANGE PREALABLE ) :

##### 1)- REGIME LAMINAIRE :

En régime laminaire, la flamme de diffusion a l'aspect d'un fesseau dont le contour est bien défini, sa longueur est proportionnelle au débit gazeux.

##### 2)- REGIME TURBULENT :

L'étude de la flamme de diffusion en régime turbulent est difficile, on ne dispose actuellement que d'un certain nombre de données sur les propriétés de ces flammes. Ces données peuvent se résumer comme suit :

- Le déroulement de la combustion est surtout influencé par deux facteurs : Le processus de mélange entre le combustible et le comburant; et le phénomène de recirculation des produits de combustion.
- Plus la poussée de réaction du jet gazeux est grande, plus la combustion est rapide et plus la température atteinte dans la flamme est élevée.

- Le préchauffage de l'air de combustion accélère le craquage du combustible dans la flamme et entraîne une augmentation d'une part de la température, et d'autre part de la chaleur émise par la flamme.
- Une injection supplémentaire de combustible dans le courant des produits de combustion augmente fortement la quantité d'énergie rayonnée par la flamme.

### III.- STABILITE DE LA FLAMME : (13) (15)

La stabilisation consiste à accrocher un front de flamme au nez du brûleur. Pour y parvenir, on fait appel aux conditions suivantes, qui sont remplies simultanément :

- La concentration en combustible est comprise entre les limites d'inflammabilité.
- L'énergie disponible est suffisante pour déclencher le mécanisme d'allumage.
- La vitesse de déflagration est égale et opposée à la vitesse du mélange frais.

Le procédé le plus utilisé, consiste à créer une zone de recirculation interne par interposition d'un obstacle solide dans la veine gazeuse ou par mise en rotation des fluides.

Comme il est schématisé sur la figure ( 2 ), cette recirculation systématique permet :

- De ramener constamment vers la section de sortie du brûleur des espèces combustibles remises ainsi en contact avec l'air frais ;
- D'y maintenir un niveau d'énergie suffisant pour provoquer l'auto-inflammation permanente, grâce au transport de gaz chauds ;
- De créer localement, du fait de la courbure des lignes de courant, des conditions aérodynamiques propices au ralentissement des écoulements.

Ceci permet à un élément de front de flamme ( f ) de se maintenir accroché au brûleur, et de jouer le rôle d'une source d'allumage permanente permettant à la combustion de se propager.

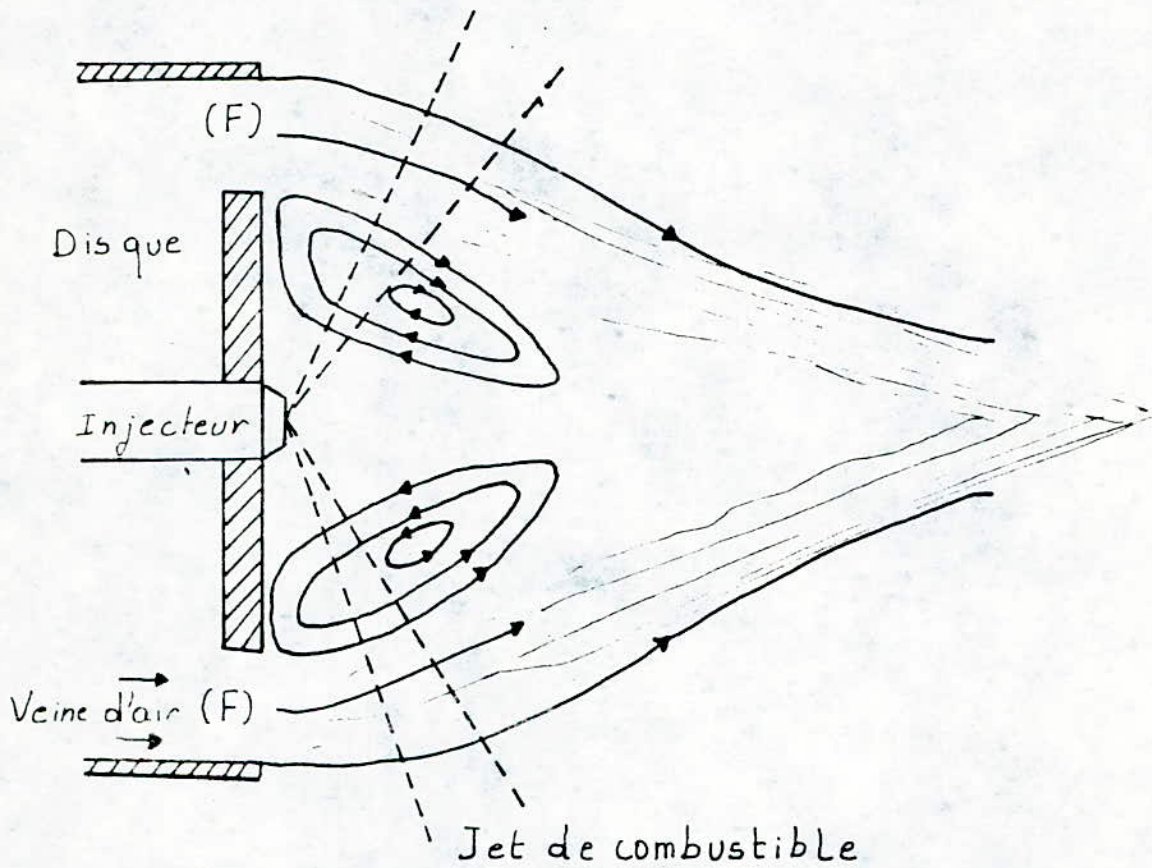


Fig. 2. - Stabilisation d'un Front de Flamme de diffusion en aval d'un obstacle

#### IV.- AERODYNAMIQUE DANS LE FOYER :

Le foyer est une enceinte limitée, dans laquelle la combustion est organisée.

Soit une chambre de section circulaire, où circule un fluide. Si on maintient le débit primaire  $q_g$ , on constate que pour un débit secondaire inférieur à une valeur critique  $q_c$ , il apparaît une zone de recirculation. Cette zone de recirculation se traduit par un réseau de ligne de courant, tel que celui de la fig. ( 3 ). Dans la zone où le mélange a lieu sans recirculation; on constate que la courbe de vitesse se présente sous la forme indiquée par la fig. ( 4 ). On distingue trois parties essentielles :

- 1) - Le jet 1 caractérisé par un maximum de vitesse sur l'axe
- 2) - Un palier à vitesse constante
- 3) - Une couche limite à gradient de vitesse élevé au voisinage de la paroi.

#### V.- MODE DE TRANSMISSION DE CHALEUR : (16) (17)

Le transfert de chaleur peut être défini comme étant la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. La littérature traitant du transfert de chaleur reconnaît généralement trois modes de transmission : conduction , rayonnement et convection.

##### 1)- LA CONDUCTION :

La conduction est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule à l'intérieur du milieu ( solide, liquide ou gaz ) d'une région à haute température vers une autre à basse température.

On considère un solide de forme donnée, dont on connaît en chaque point le coefficient de conductivité. On connaît la température en chaque point à l'instant  $t = 0$ . On se propose de déterminer l'évolution des températures à l'intérieur du solide. En langage mathématique, il s'agit de trouver une fonction  $\theta (X,Y,z,t)$  sachant qu'elle satisfait à une équation aux dérivées partielles et connaissant les conditions initiales et les conditions aux limites.



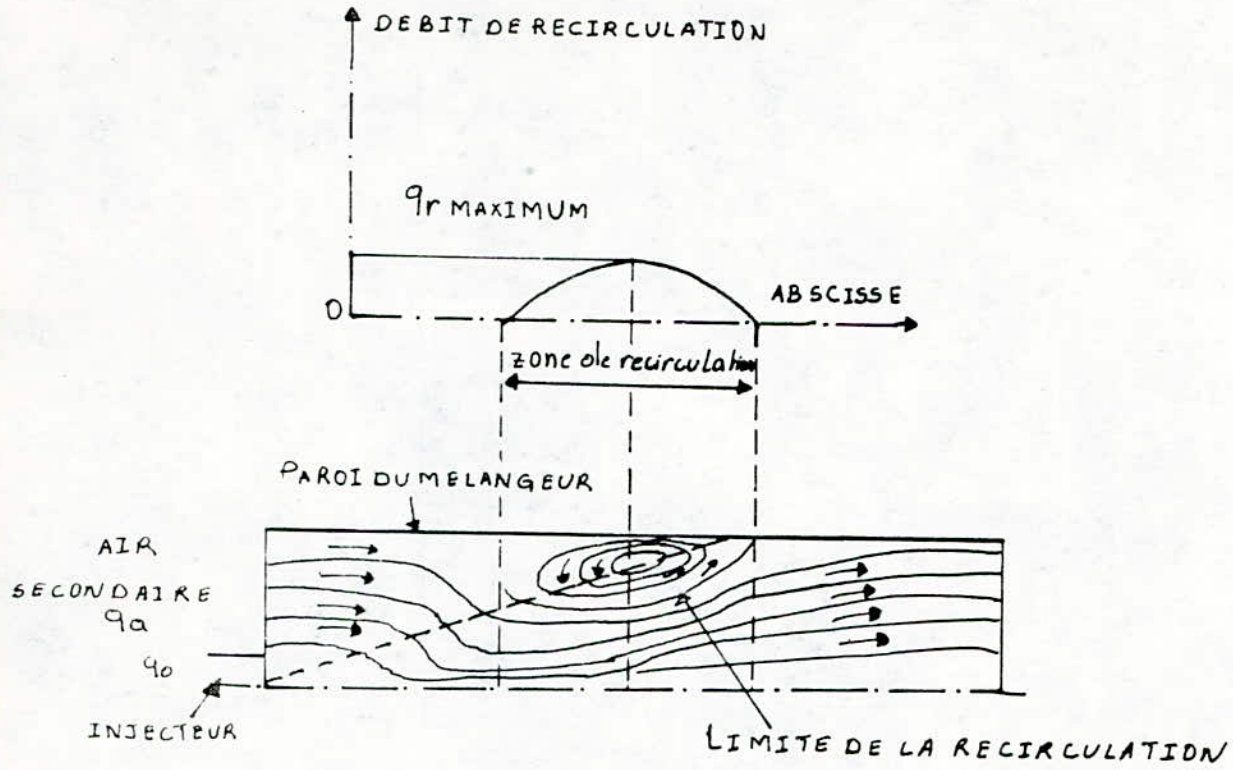


Fig. 3. - Schéma théorique de l'écoulement

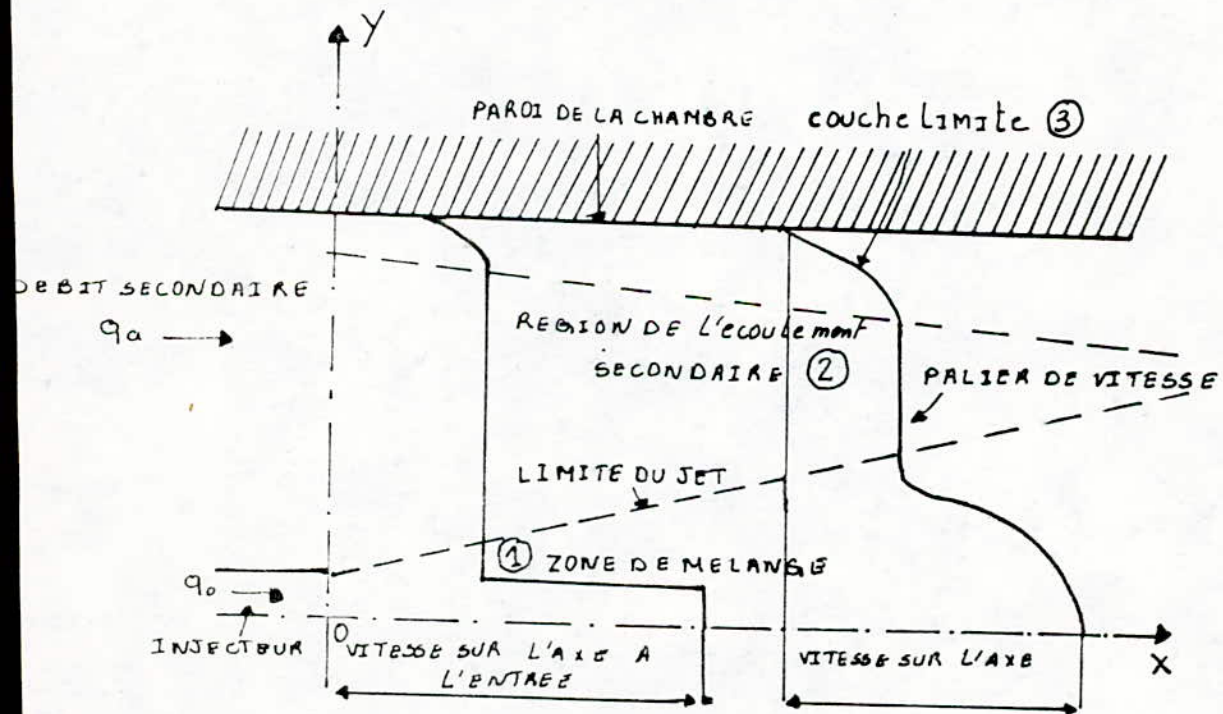


Fig. 4. - Profils des vitesses et définitions

L'équation générale de la conduction est :

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \Delta \theta$$

si  $\lambda$  est indépendant de  $\theta$

$c$  étant la chaleur spécifique

$\lambda$  étant la conductibilité thermique

$\rho$  étant la masse spécifique.

On pose généralement 
$$a = \frac{\lambda}{c \rho}$$

" a " est dit coefficient de diffusivité.

Par hypothèses :

- L'écoulement est symétrique, donc les isothermes sont à chaque instant parallèles aux faces,  $\theta$  ne dépend que de  $x$  et de  $t$

La fonction  $\theta(x, t)$  doit satisfaire l'équation :

$$a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

ainsi qu'à la condition initiale :  $\hat{\theta}(x, 0) = \theta_0$  pour

$$- e < x < e$$

et aux conditions aux limites :

$$\theta(-e, t) = \theta_0$$

$$\theta(e, t) = 0$$

La solution du problème s'exprime par la série :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{4}{\pi} \left[ e^{-\frac{\pi^2 a t}{4 e^2}} \cos \frac{\pi x}{2 e} - \frac{1}{3} e^{-\left\{ \left( \frac{3\pi}{2} \right)^2 \frac{a t}{e^2} \right\}} \cos \frac{3\pi x}{2 e} + 1 \dots \right]$$

Lorsque  $t$  augmente, cette série se limitant au premier terme adopter pour expression approchée :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{4}{\pi} \exp \left( - \frac{\pi^2 a t}{4 e^2} \right) \cos \frac{\pi x}{e} \quad (1)$$

2.- RAYONNEMENT :

Le rayonnement est le mécanisme par lequel la chaleur se transmet d'un corps à haute température vers un autre à basse température, lorsque ces corps sont séparés dans l'espace.

Deux plans  $P_1$  et  $P_2$  sont maintenus respectivement à la température  $T_1$  et  $T_2$ . Soit  $S$  leur surface et soient  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  respectivement les facteurs d'émission des plans  $P_1$  et  $P_2$  et  $T_1$  et  $T_2$  leurs températures respectives.

Le flux de chaleur  $\phi$  transmis du plan  $P_1$  au plan  $P_2$  est égale à :

$$\phi_r = \sigma S (T_1^4 - T_2^4) \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2} \quad (2)$$

On pose généralement :

$$r = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2}$$

La formule (2) devient alors :

$$\phi_r = r \sigma S (T_1^4 - T_2^4)$$

$r$  est dit coefficient de transmission

on pose  $K = r \sigma$

$$\text{donc } \phi_r = K S (T_1^4 - T_2^4).$$

3.- LA CONVECTION :

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz soit :

- $\phi$  : le flux de chaleur traversant la surface du solide  $S$
- $\theta_s$  : la température du solide
- $\theta_g$  : la température du fluide

Alors l'équation de la transmission de chaleur s'écrit :

$$\phi_c = \alpha \quad s \quad ( e_s - e_g )$$

où  $\alpha$  : est le coefficient de convection.

$\sigma$  est une constante universelle qui vaut dans le système C G S  
 $5,73 \quad 10^{-12} \quad \text{Watt} / \text{Cm}^2 / \text{degré.}$

## CHAPITRE 5

### LES MODELES

#### I. - CONTROLE DE LA COMBUSTION : [ 15 ] [ 21 ] [ 19 ]

Les paramètres influençant la qualité de la combustion sont principalement :

- 1)- L'excès d'air, ce paramètre est d'une importance capitale en ce qui concerne la qualité de la combustion. On constate que lorsque l'excès d'air ( e ) croit :
  - le rendement thermique utile décroît,
  - L'indice pondéral ( I P ) qui traduit la quantité de particules solides recueillies dans les fumées évacuées présente un minimum situé vers  $e = 35 \%$  ; au dessous de ce réglage, la combustion manque d'air, et au-delà, la flamme est perturbée.
  - La teneur en oxydes d'azote (  $N O_x$  ) des fumées présente un maximum situé vers  $e = 35$  à  $40 \%$  . Au dessous de ce réglage, le rendement de conversion de  $N_2$  en  $N O_x$  est contrarié par un manque d'oxygène, au-delà le refroidissement important de la flamme ralentit le processus de conversion  $N_2 + O_2 \longrightarrow N O_x$
- 2)- L'augmentation de la viscosité des gaz diminue la turbulence de la flamme.
- 3)- La température de l'air de combustion : un préchauffage du comburant favorise l'évaporation des fractions légères du combustible, tout en augmentant la vitesse débitante dans le brûleur, ce qui favorise le mélange air - combustible.

#### 4)- ENTHALPIE :

Dans les fours, on utilise au maximum l'enthalpie des gaz, sortant du foyer pour réchauffer l'air de combustion jusqu'à des températures de l'ordre de 1000 à 1200 °C.

Le préchauffage du comburant a pour conséquence d'accroître l'enthalpie.

- 5)- A partir du réglage donné du brûleur, il est possible de prévoir la composition des fumées évacuées.
- 6)- On peut aussi prévoir à partir de la connaissance de la teneur en un ou plusieurs constituants l'excès de comburant.

Il existe des diagrammes de combustion ( voir annexe 2 ), qui permettent :

- Le contrôle immédiat du domaine de richesse dans lequel on se situe.
- La vérification rapide d'un calcul qui n'est pas à l'abri d'une erreur.
- La prédétermination aisée des paramètres à afficher pour la conduite d'une flamme dans les conditions données.
- La vérification des analyses des fumées et de prévoir ou corriger les réglages du brûleur en cours d'exploitation.

## II.- MODELE D'UNE FLAMME DE DIFFUSION TURBULENTE :

### \* INTRODUCTION :

La ~~prédiction~~ de certains aspects du comportement de la flamme de diffusion en écoulement turbulent impose, dans la plupart des cas, l'utilisation d'un modèle mathématique.

L'élaboration d'un tel modèle avec un excès de réalismes le rend encombrant et, non seulement son utilisation n'est pas aisée, mais elle risque de s'avérer très coûteuse. Pour contourner ces difficultés, on peut rechercher des moyens de simplification.

Simplifier ce modèle peut s'opérer en faisant une étude semi-empirique des problèmes se posant dans l'industrie et en prenant des hypothèses sur certains phénomènes physiques.

Les hypothèses suivantes sont nécessaires :

- Symétrie axiale
- Ecoulement turbulent permanent
- La gravité est négligeable
- La vitesse axiale  $U$  ne dépend que de  $X$
- La vitesse radiale  $V$  ne dépend que de  $X$  et  $r$ .

1)- MODELE DE LA FLAMME DE DIFFUSION TURBULENTE :

Les équations simplifiées du bilan décrivant le modèle d'une flamme de diffusion turbulente, sont données par : (24)

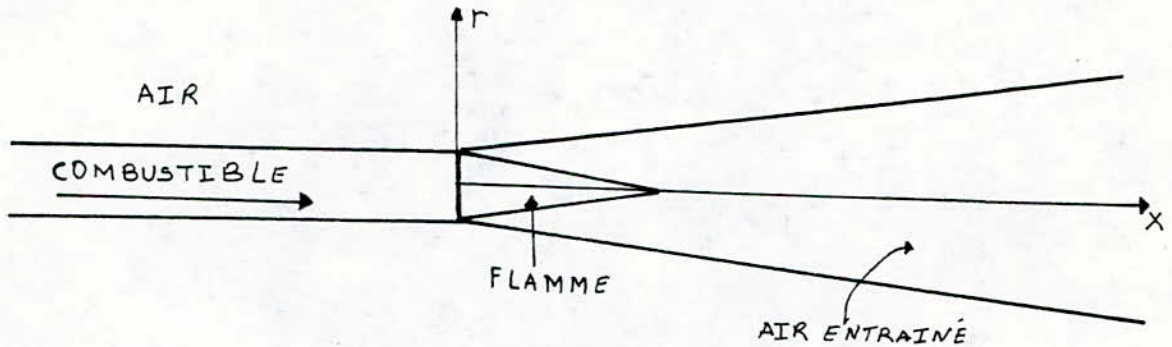


FIG. 5.

Elles se présentent de la façon suivante :

Masse: 
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} \tilde{u}) = 0$$

Quantité de mouvement projetée suivant x

$$\frac{u}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho} \tilde{u} \tilde{u}) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x}$$

Quantité de mouvement projetée suivant r :

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial r} = 0$$

ENTHALPIE :

$$\frac{h}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \tilde{v}) + \frac{h}{x} (\bar{\rho} \tilde{u}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left( \frac{1}{V_k} - \frac{1}{V_h} \right) \frac{K}{V_r} \right\}$$

EQUATIONS DE CONSERVATION DES ESPECES CHIMIQUES :

$$Y_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \tilde{v}) + Y_i (\bar{\rho} \tilde{u}) = \bar{\rho} \tilde{w}_i$$

Dans ces équations  $\rho$ ,  $v$ ,  $u$ ,  $P$ ,  $h$ ,  $Y_i$ , et  $\mu$  représentent respectivement la masse volumique, la vitesse radiale, la vitesse axiale, la pression, l'enthalpie, la fraction massique de l'espèce chimique et la viscosité. L'énergie cinétique turbulente et les nombres de Prandtl et de Schmidt turbulents d'enthalpie, l'énergie cinétique et d'espèces sont représentés par  $K$ ,  $\overline{v}_h$ ,  $\overline{v}_k$ ,  $\overline{v}_m$ . Le taux de production de l'espèce  $i$  par unité de masse du mélange est  $\tilde{W}_i$ .

Le système d'équation que nous venons d'écrire, n'est pas fermé, et il nous reste à donner des règles de calcul d'enthalpie, d'espèces chimiques, de la viscosité, de la température et de la richesse.

- CALCUL DES CONCENTRATIONS DES ESPECES CHIMIQUES DE LA RICHESSE : (18)

Pour contrôler rapidement la conduite d'un processus, on utilise des représentations graphiques qui expriment la dépendance de la richesse vis à vis de la composition des produits de combustion. Ces représentations sont dites diagrammes de combustion.

Nous avons tracé un diagramme d'Ostward qui est le plus utilisé pour tout combustible.

Ce diagramme est construit dans le système de coordonnées :

- Teneur en  $C O_2$  des produits de combustion secs  $\alpha$  (%)
- Teneur en  $O_2$  des produits de combustion secs  $W$  (%)

Il comporte deux réseaux de courbes, qui sont respectivement :

- Un faisceau de droites concurrentes, chacune d'elles étant relative à un rapport

$$\left\{ \frac{C O}{C O_2} \right\}$$

- Un ensemble de courbes curvilignes dont chacune représente une richesse.

Les équations qui permettent de tracer ce diagramme sont :



$$\frac{h}{\alpha} = \frac{V_{H_2O}}{V_{CO_2}} \left( 1 + \frac{B}{\alpha} \right) \frac{B/\alpha}{B/\alpha + K} \quad (1)$$

$$\alpha \left[ \frac{100}{\alpha_0} \left( 1 + \frac{B}{\alpha} \right) - 1,89 \frac{B}{\alpha} - 0,89 \frac{h}{\alpha} \right] + 4,78 W = 100 \quad (2)$$

$$\phi = 1 + 3,78 \left[ \frac{B + h - 2 W}{2 (100 - \alpha - B - h - W)} \right] \quad (3)$$

avec :

- .  $CO_2 = \alpha$
- .  $CO = B$
- .  $H_2 = h$
- .  $O_2 = W$
- .  $N_2 = \delta$

Ce sont les concentrations en % dosées dans le gaz de combustion.

A partir du dosage de deux constituants B et effectué sur le gaz sec, le diagramme permet d'obtenir très rapidement.

- La richesse du milieu réactionnel
- La composition complète des fumées.

Connaissant donc B et  $\alpha$  nous calculons h de l'expression (1)

$$h = \frac{V_{H_2O}}{V_{CO_2}} \left( 1 + \frac{B}{\alpha} \right) \frac{B/\alpha}{B/\alpha + K} \alpha$$

K : constante d'équilibre de la réaction.

Nous pouvons maintenant déduire W de l'expression (2)

$$W = \frac{100 - A\alpha}{4,78}$$

avec :

$$A = \frac{100}{\alpha_0} \left( 1 + \frac{B}{\alpha} \right) - 1,89 \frac{B}{\alpha} - 0,89 \frac{h}{\alpha}$$

Finalement, le calcul de la richesse est donné par l'expression ( 3 )

$$\phi = 1 + 3,78 \left[ \frac{B + h - 2 W}{2 ( 100 - \alpha - B - h - W )} \right]$$

Les volumes des fumées sèches et humides à évacuer s'écrivent respectivement par définition :

$$V_F = 100 \frac{V_{CO_2}}{\alpha + B}$$

$$V_F' = 100 \frac{V_{CO_2}}{\alpha + B} \left( 1 - \frac{h}{100} \right) + V_{H_2O}$$

CALCUL DE LA TEMPERATURE ADIABATIQUE ( 22 )

Le point où on a effectué le prélèvement est caractérisé par l'enthalpie à la température cherchée et par la vitesse V

soit :  $h + \frac{v^2}{2} = h_o$  ( 1 )

si M est le nombre de Mach

$$v = M \sqrt{\gamma R T}$$
 ( 2 )

avec R = constante massique du gaz

$\gamma$  = rapport des chaleurs massiques  $C_p / C_v$

( 1 ) devient :  $h + \frac{M^2}{2} \gamma R T = h_o$  ( 3 )

La relation qui donne l'enthalpie en fonction de la richesse est donnée par :

$$h_a + \phi F_S h_o = ( 1 + \phi F_S ) h$$
 ( 4 )

avec :

- . h : enthalpie du mélange
- .  $\phi$  : richesse du mélange
- .  $h_a$  : enthalpie globale de l'air
- .  $h_o$  : enthalpie globale de gaz naturel
- .  $F_S$  : rapport du mélange stoechiométrique:

$$\begin{aligned} \text{où} \quad h_a &= (\Delta H_F)_a + (\Delta H_S)_a \\ h_o &= (\Delta H_F)_o + (\Delta H_S)_o \end{aligned}$$

avec  $(\Delta H_F)$  l'enthalpie standard de formation

$(\Delta H_S)$  l'enthalpie sensible.

Les valeurs de ces enthalpies sont données pour chaque composant par le tableau 1 en annexe 2.

Le calcul du rapport stoechiométrique est fait également en annexe 2.

$$F_S = \left( \frac{C}{A} \right)_{st} = 0,659$$

En combinant (3) et (4), on obtient :

$$T = \frac{2 (h_o - h_a)}{(1 + \phi F_S) M^2 \gamma R}$$

Le Mach peut être calculé par la donnée des pressions statiques et totales,  $P$  et  $P$  suivant la relation

$$P = p \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

De façon standard, on se contentera de :

$$\gamma \approx 1,3$$

$$R = 287 \text{ j / kg}$$

- CALCUL DE LA VITESSE :

$$\text{d'après (2)} \quad V = M \sqrt{\gamma R T}$$

- CALCUL DE L'ENTHALPIE : (22) (19)

L'enthalpie d'un gaz composé de  $N$  espèces à la température  $T$ , est donnée par :

$$h = \sum_{j=1}^N x_j \cdot h_j \quad (1)$$

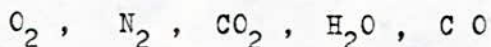
$$h_j = h_j^o + \int_{T_0}^T C_{pj} dT \quad (2)$$

- . h = Enthalpie du mélange
- . h<sub>j</sub> = Enthalpie molaire de l'espèce j
- . X<sub>j</sub> = Fraction molaire de l'espèce j
- . h<sub>j</sub><sup>o</sup> = Enthalpie spécifique de formation dans l'état de référence T<sub>o</sub>, P<sub>o</sub>
- . C<sub>pj</sub> = Chaleur spécifique à pression constante.

La chaleur spécifique en fonction de la température est exprimée par [ 20 ] :

$$C_{pj} = a_{0j} + a_{1j} \frac{T}{1000} + a_{2j} \frac{T^2}{(1000)^2} + a_{3j} \frac{T^3}{(1000)^3} + a_{4j} \frac{T^4}{(1000)^4} + a_{5j} \frac{T^5}{(1000)^5} \quad (3)$$

Pour les cinq espèces considérées dans la suite des calculs :



Les coefficients a<sub>ji</sub> et l'enthalpie spécifique sont donnés sous forme de tableau 2 en annexe 2.

- CALCUL DE LA VISCOSITE: [ 18 ]

La théorie de Chapman - Enskog fait intervenir l'effet des forces intermoléculaires (  $\mathcal{J}b_v$  ) pour le calcul de la viscosité en considérant, en détail, les interactions entre les molécules en collision. D'une manière générale, on peut écrire la solution de viscosité sous forme :

$$\mu = 26,69 \frac{\sqrt{M T}}{V^2 \mathcal{J}b_v} \quad (u p) \quad (micropoises)$$

- où
- .  $\eta$  : Viscosité
  - . M : Masse moléculaire
  - . T : Température
  - .  $\bar{V}$  : Diamètre de collision
  - .  $\int_{0v}$  : Intégrale de collision

$$10^9 \eta p = 0,1 N_S / m^2$$

Pour le calcul de l'intégrale de collision ( $\int_{0v}$ ) Newfeld et A L ont proposé une équation empirique qui est :

$$\int_{0v} = \frac{A}{(T^*)^B} + \frac{C}{\exp(DT^*)} + \frac{E}{\exp(FT^*)}$$

avec :

- .  $T^*$  : Température réduite t q :  $T^* = \frac{K T}{E}$
- . K : Constante de Boltzmann
- . E : Energie caractéristique
- . A  $\approx$  1,16 145
- . B  $\approx$  0,14 874
- . C  $\approx$  0,524 874
- . D  $\approx$  0,77 320
- . E  $\approx$  2,16 178
- . F  $\approx$  2,43 787

CALCUL DE LA VISCOSITE DU MELANGE :

$$\eta_m = \sum_{i=1}^n \frac{y_i \cdot \eta_i}{\sum_{j=1}^n y_j \phi_{ij}}$$

$$\phi_{ji} = \frac{\eta_j \cdot M_i}{\eta_i \cdot M_j} \phi_{ij}$$

$$\omega, \phi_{ij} = \frac{[1 + (\eta_i/\eta_j)^{1/2} (M_j/M_i)^{1/4}]}{[8 (1 + M_i/M_j)]}$$

avec :

- $\eta_m$  : Viscosité du mélange
- y : Fraction molaire.

Le tableau N° 3 donne les valeurs de  $K/\epsilon$  pour chaque espèce en annexe 2.

CALCUL DE LA TEMPERATURE DE LA FUMEE :

$$T_F = \frac{C v}{V_F \cdot C_{PF}}$$

$C_{PF}$  = La capacité calorifique de la fumée

$V_F$  = Volume de la fumée

$C v$  = Pouvoir calorifique du combustible

$$C_{PF} = C_{pO_2} \cdot V_{O_2} + C_{pCO_2} V_{CO_2} + V_{N_2} C_{pN_2} + V_{H_2} \cdot C_{pH_2} + V_{CO} C_{pCO}$$

$$C v = C_{V CH_4} X_{CH_4} + C_{VC_2H_6} X_{C_2H_6} + C_{VC_3H_8} X_{C_3H_8} + C_{VC_4H_{10}} X_{C_4H_{10}} + C_{VC_5H_{12}} X_{C_5H_{12}}$$

avec: la capacité calorifique et le pouvoir calorifique de chaque espèce sont donnés par le tableau 4 en annexe 2.

2)- PROGRAMME DE SIMULATION :

A partir de l'étude faite précédemment, nous avons développé un programme qui est basé sur la modélisation d'une flamme de diffusion turbulente. L'organigramme du programme est donné à l'annexe : 3 .

### III. - MODELE DE L'ECHANGE THERMIQUE D'UN FOUR :

#### INTRODUCTION :

Les fours industriels sont des consommateurs importants d'énergie, suite à l'augmentation des coûts de l'énergie, de nombreux efforts ont été accomplis afin d'accroître le rendement des fours.

L'application des techniques modernes se heurte malheureusement à un problème de taille. La meilleure solution à ce problème est d'élaborer un modèle qui a été développé par P. Eykhoff (23).

#### I. - LE MODELE D'ECHANGE THERMIQUE D'UN FOUR :

Dans la charge, le transfert de chaleur se fait par conduction et la température suit la loi de Fourier.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{1}{c\rho} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \frac{\partial e}{\partial z} \right) \quad (1)$$

- . C : est la chaleur spécifique
- .  $\lambda$  : est la conductibilité thermique
- .  $\rho$  : la masse spécifique.

Le transfert de chaleur entre le four et la charge se fait par rayonnement. Le modèle de rayonnement est donné par la loi de Boltzman.

$$q_r = S K ( T^4 - e^4 ) \quad (2)$$

- . K : est la constante du four
- . S : est la surface de captation
- . T : est la température du four
- . e : est la température de la charge.

Il existe une relation empirique qui fait appel à la température adiabatique de combustion  $T_{ad}$ .

Cette relation a été établie par LONG (15)

$$T = (T_{ad} T_F)^{0,5} \quad (3)$$

On additionne au flux calculé dans l'équation (2) un terme de convection.

$$\phi_{convection} = \alpha S (T - \theta) \quad (4)$$

$\alpha$  est le coefficient de convection.

On obtient la relation :

$$Q = K S (T^4 - \theta^4) + \alpha S (T - \theta) \quad (5)$$

Q est la puissance calorifique transmise à S (fig. 6)

La résolution de (1), (3) et (5) permet de calculer simultanément  $\theta$ , T et Q pour autant que l'on connaisse la température des gaz évacués du four ( $T_F$ ).

Pour la démonstration de ces formules voir [26].

## 2)- IDENTIFICATION :

L'identification est basée sur des mesures faites dans des fours expérimentaux. Les températures internes et sur la surface sont mesurées aux différents points de la charge.

On utilise les températures mesurées sur la surface de la charge comme conditions aux limites, et on intègre l'équation (1) pour avoir la température interne. Alors, la comparaison entre la température mesurée en un point donné et la température calculée entraîne un critère relativement bon pour la précision de l'identification.

L'identification peut être exprimée en terme d'optimisation du critère. Pour cela, on utilise l'algorithme de Fibonacci [25]. Ceci, constitue l'identification des paramètres de la charge.

Une fois qu'on a la distribution de la température interne de la charge, on utilise la loi de Stefan Boltzmann, (2) pour calculer la température du four. Comparer à la température théorique, ceci nous permet d'identifier le transfert de chaleur dans le four.



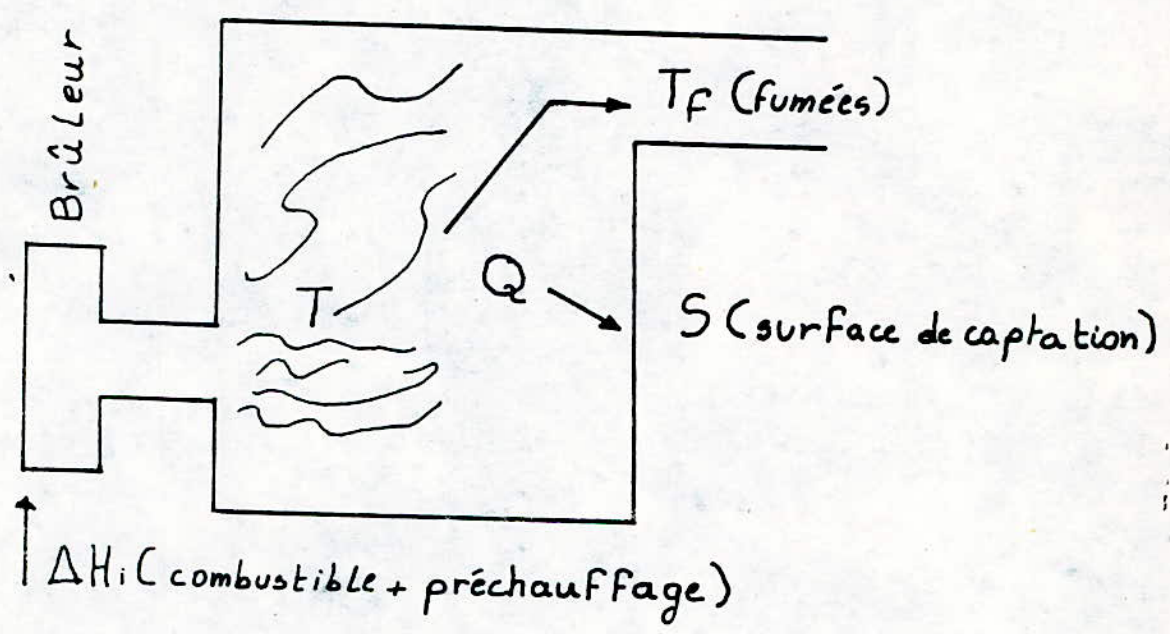


Fig.6. - Schema du Four

L'ALGORITHME DU MODELE :

Les températures de la fumée et adiabatique sont calculées par le programme du modèle de la flamme de diffusion turbulente .

$$- a = \frac{\lambda}{c \rho}$$

$$- \theta = \theta_0 \frac{4}{\pi} \exp \left[ - \frac{\pi^2}{4} \frac{a t}{e^2} \right] \cdot \frac{\pi}{2} \frac{x}{e}$$

$$- T = ( T_{ad} T_F )^{0,5}$$

$$- Q = K S ( T^4 - e^4 ) + \alpha S ( T - \theta )$$

## C O N C L U S I O N

L'étude de l'identification développée dans les chapitres précédents, nous a permis de constater que la méthode des moindres carrés généralisés n'a pas de support théorique très rigoureux, mais fournit une bonne estimation des paramètres. Par ailleurs, cette méthode fournit, outre les paramètres du système, ceux d'un modèle de générateur de bruit.

La méthode de la matrice instrumentale possède un support théorique intéressant et est de mise en oeuvre très facile.

La méthode de maximum de vraisemblance possède un support théorique très riche, on peut, en particulier, démontrer que dans le cas de bruit gaussien elle fournit l'estimateur à variance minimale. Bien qu'indispensable en théorie, l'hypothèse de bruit gaussien pouvait ne pas être respectée en pratique. La méthode fournit un modèle de générateur de bruit, par contre, sa mise en oeuvre est difficile, et le coût de l'identification élevé.

La comparaison des méthodes montre que les moindres carrés généralisés et la matrice instrumentale ont des résultats pratiquement identiques et que le maximum de vraisemblance fournit toujours de meilleurs résultats.

Nous avons pu constater que la méthode de la matrice instrumentale qui, contrairement aux autres, ne fournit pas la précision de l'estimation et ne minimise aucun critère, permet moins aisément que les deux autres méthodes de choisir la structure du modèle quand on ignore celle-ci à priori. Elle est donc d'un emploi moins agréable en temps différé, mais la plus adaptée au temps réel.

L'identification n'est pas un problème mathématique, mais un problème de physicien. Il faut toujours relier les modèles obtenus à la réalité physique. Il faut au mieux réaliser le compromis précision-simplicité. Il ne faut jamais perdre de vue le but du modèle, c'est généralement la commande du système : de façon très rigoureuse donc, on ne devrait juger la qualité du modèle qu'en fonction de la qualité de la commande qu'il a servi à déterminer.

Le but de cette première partie n'était pas de décider si une des méthodes est toujours préférable au autres, mais plutôt de donner tous les éléments possibles pour permettre à l'utilisateur un choix réfléchi en fonction de son problème particulier et des moyens dont il dispose.

Dans la deuxième partie, dans le cadre de l'étude d'un four de cimenterie, nous avons développé les calculs nécessaires à l'établissement d'un modèle de flamme turbulente et celui de l'échange thermique dans le four.

Les modèles proposés permettent de prédire l'évolution des paramètres pondérants de nos fonctions objectives. Un effort a été porté sur le calcul de ces paramètres (Température, Concentration, Vitesse, Espece Chimique, etc...).

La combustion peut être alors contrôlée essentiellement par la diffusion des espèces chimiques. Laquelle peut être considérablement accrue par les effets de la turbulence.

Toute modification apportée à la température ou à la teneur en oxygène se répercute sur la nature des flammes; et en conséquence sur les échanges thermiques entre flamme et matière à chauffer.

Dans le modèle établi, beaucoup d'hypothèses simplificatives ont été prises en considération. Des améliorations ultérieures peuvent être apportées, avec notamment l'apport du savoir faire d'opérateurs de cimenteries expérimentés.

Annexe 1

GENERATION  
DES  
DONNEES

\* REMARQUES CONCERNANT LES PROGRAMMES DES DIFFERENTES METHODES D'IDENTIFICATION

REALISES :

Dans la partie d'identification, nous avons estimé les paramètres du système représenté par l'équation suivante :

$$Y(k) - 0.079 Y(k-1) - 0.047 Y(k-2) = 0.975 U(k-1) - 0.223 U(k-2)$$

Nous avons eu à élaborer d'abord un programme de génération de données qui nous permettait alors de disposer d'une entrée représentée par une séquence binaire pseudo aléatoire, ainsi que d'une sortie bruitée réalisée par addition d'un bruit réalisé par un générateur de nombres aléatoires, à la sortie simulée du système calculé à l'aide de l'équation.

Les programmes ont été réalisés en BASIC sur un ordinateur : M.24 "OLIVETTI".

A \* CHOIX DES SIGNAUX D'ENTREES POUR AVOIR UNE BONNE IDENTIFICATION :

Il est bien évident que certaines entrées sont meilleures que d'autres du point de vue de l'identification.

L'entrée appliquée ne devra pas perturber fortement le système en particulier, il ne faut pas éloigner la sortie du point de fonctionnement choisi. C'est-à-dire que l'entrée doit être autant que possible à valeur moyenne nulle.

D'autre part, on a intérêt à exciter le système le plus possible si on veut en tirer beaucoup d'information, en particulier l'exciter dans toute la bande de fréquence intéressante. En conséquence, l'entrée idéale sur le plan fréquentiel serait un bruit blanc.

Un tel signal existe, c'est ce qu'on appelle une séquence binaire pseudo-aléatoire ( S B P A ).

B. \* PROGRAMME DE SIMULATION DE DONNEES :

Le programme de génération de données comporte quatre phases essentielles :

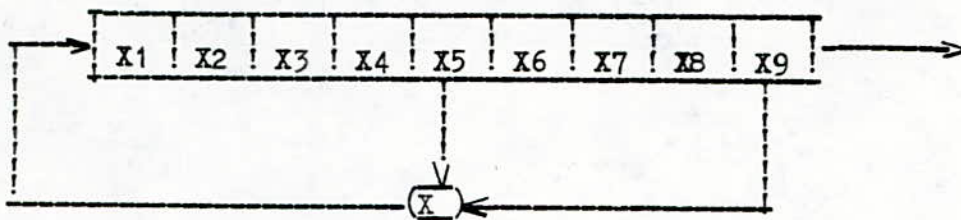
- 1)- Séquence binaire pseudo-aléatoire S B P A
- 2)- Equations aux différences
- 3)- Bruit blanc
- 4)- Sortie bruitée.

Un test sur le rapport bruit sur signal est effectué en fin de programme

\* 1.- SEQUENCE BINAIRE PSEUDO-ALEATOIRE :

Une séquence étant une suite d'évènements, elle est pseudo-aléatoire. autrement dit, elle est créée de façon déterministe, mais elle apparaît comme aléatoire à un observateur qui ignore la façon dont elle est fabriquée.

Cette séquence de niveau  $\pm 1$  a été engendrée à partir d'un registre à décalage, comportant 9 digits et rétroalimenté à travers une fonction " produit - changé de signe "



La longueur maximale de la période est  $L = 511$  ( $L = 2^N - 1$ ) et dont on a retenu 500 premières valeurs puisque l'on a besoin de générer 500 mesures au total.

\* 2 - EQUATION AUX DIFFERENCES :

La seule difficulté, contournée par un artifice d'indilage, qui s'est présentée pour la génération des différentes valeurs de la suite ( $y(k)$ ) était due au fait que les indices négatifs (concernant les variables indicées) ne sont pas tolérées par le langage basic.

\* 3 - BRUIT BLANC :

Un générateur de nombre aléatoires "random" (RND) (disponible en GW Basic) engendre une séquence de nombres aléatoires uniformément distribuée entre 0 et 1.

Cette fonction random a été introduite dans la fonction distribuée suivant la loi Rayleigh :

$$Y(x) = 2 \sqrt{\ln \left( \frac{1}{\text{RND}(x)} \right)}$$

Pour obtenir une distribution Gaussienne, nous avons dû ensuite considérer la fonction composée :

$$B B(x) = Y(x) \cdot \cos \left[ 2 \pi \text{RND}(x+1) \right]$$

Qui est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . Nous avons effectué un centrage du bruit blanc généré avant de l'utiliser.



\* 4 - SORTIE BRUITEE :

La séquence de sortie bruitée  $\{ Y_b ( x ) \}$  a été obtenue par addition à la séquence de sortie non bruitée  $( Y ( x ) )$  du bruit blanc centré  $B B ( x )$

Nous avons établi en fin de programme un test sur le rapport bruit / signal qui est défini comme suit :

$$B / S = \frac{\sqrt{V_B^2}}{\sqrt{V_{yB}^2}}$$

Ce rapport représente le rapport de l'écart type du bruit sur l'écart type du signal de sortie bruité.

Il est choisi au début du programme et l'écart type du bruit est alors déterminé automatiquement pour répondre à la valeur du rapport bruit / signal désiré.

Les résultats statistiques sont ensuite calculés après que les données générées aient été emmagasinées dans un fichier qui sera utilisé dans la suite par les programmes M C S R , V I et M V .

\* C - CONCLUSION :

Les résultats de l'identification reportés sur les tableaux en annexe 4; ils correspondent à un rapport bruit sur signal d'environ 0,147 soit 14,7 % et un bruit centré d'écart type : 0,42.

Ces résultats sont jugés très acceptables de même que des tests ont été effectués avec un rapport bruit sur signal plus faible, on a alors observé une convergence plus rapide des trois méthodes et donc une qualité de l'estimateur, meilleure.

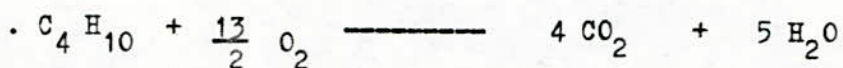
Annexe 2

CARACTERISTIQUES  
DU GAZ NATUREL  
UTILISE

## CALCUL DU RAPPORT STOECHIOMETRIQUE

### 1) - REACTIONS CHIMIQUES DES COMPOSANTS DU G N

EN MELANGE STOECHIOMETRIQUE :



### 2) - CALCUL DE LA MASSE D'AIR :

Masse d'oxygène nécessaire à la combustion de 100 moles de G N

. Pour 83,43 moles de  $\text{C H}_4$ , il faut:  $2 \cdot 83,43 = 166,86$  moles de  $\text{O}_2$

. Pour 6,92 moles de  $\text{C}_2\text{H}_6$ , il faut:  $\frac{7}{2} \cdot 6,92 = 24,22$  moles de  $\text{O}_2$

. Pour 2,12 moles de  $\text{C}_3\text{H}_8$ , il faut:  $5 \cdot 2,12 = 10,60$  moles de  $\text{O}_2$

. Pour 0,83 moles de  $\text{C}_4\text{H}_{10}$ , il faut:  $\frac{13}{2} \cdot 0,83 = 5,39$  moles de  $\text{O}_2$

. Pour 0,21 moles de  $\text{C}_5\text{H}_{12}$ , il faut:  $8 \cdot 0,21 = 1,68$  moles de  $\text{O}_2$

La masse d'oxygène nécessaire à la combustion de 100 moles de G N est :

$$166,86 + 24,22 + 10,60 + 5,395 + 1,68 = 208,75 \text{ moles } \text{O}_2$$

$$= 208,75 \cdot 32$$

$$= 6680,16 \text{ gr}$$

Masse de  $N_2$  correspondant à 3,76 moles de  $N_2$  :

$$208,75 \cdot 3,76 \cdot 28,016 = 21\,989,758 \text{ gr}$$

La masse d'air :

$$6\,680,16 + 21\,989,758 = 28\,669,918 \text{ grs}$$

$$A = 28\,669,918 \text{ g}$$

3) - MASSE MOLAIRE DU G N : C

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C H_4 = 16,042$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C_2 H_6 = 30,068$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C_3 H_8 = 44,094$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C_4 H_{10} = 58,12$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C_5 H_{12} = 72,146$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } N_2 = 28,016$$

$$\cdot \text{ Masse molaire du } C O_2 = 44,01.$$

$$M G N = \frac{1}{100} \left[ \begin{array}{l} 16,042 \cdot 83,43 + 30,068 \cdot 6,92 + 44,094 \cdot 2,12 \\ + 58,12 \cdot 0,83 + 72,146 \cdot 0,21 + 28,016 \cdot 5,93 \\ + 44,01 \cdot 0,21 \end{array} \right]$$

$$M G N = C = 1890,5434 \text{ grammes}$$

$$d'où \left\{ \frac{C}{A} \right\}_{st} = 1890,543 / 28\,669,918$$

$$\boxed{(C/A)_{st} = 0,0659}$$

o

GAZ	Composition	Composition	Masse Moléculaire	H°s	- H°f	-H248°
Unité	%	%	Kg/mole	Kcal/mole	Kcal/mole	Kcal/mole
N2	5,93	79,1	28,016	2,07227	0	-2,07227
O2		20,9	32	2,06978	0	-2,06978
CO2	0,21		44,01	2,23811	93,96813	91,73042
CH4	83,43		16,012	2,397	15,98678	13,58978
C2H6	6,92		30,068	2,856	16,51737	13,66137
C3H8	2,12		44,094	3,512	19,4819	15,96996
C4H10	0,83		58,12	4,645	23,3318	18,6865
C7H12	0,21		72,146	5,668	27,2671	21,19914
GN					15,6420	12,6804
AIR					0	-2,07174

T A B L E A U    1

Espece	a0	a1	a2	a3	a4	a5	H0
CH4	1,801	2,189E1	-6,591	-4,4877	0,6353	-9,147E-2	-1,590E1
C2H5	2,776	3,8843E1	-1,473E1	2,667	-2,210E-1	7,200E-3	-1,6517E1
C3H8	2,248	6,135E01	-3,038E01	9,425	-1,844	1,660E-1	-1,948E1
C4H10	-8,803	1,240E2	-9,587E1	4,346E1	-1,056E1	1,838E0	-2,333E1
C5H12	-2,390E1	2,025E02	-1,815E2	8,880E1	-2,224E1	2,206	-2,726E1
CO2	5,275	1,561E1	-1,187E1	4,942	-1,074	9,520E-2	-9,396E1
N2	6,455	5,954E-1	1,980	-1,672	5,120E-1	-5,573E-2	0

T A B L E A U 2

Espece	M	$\sigma$ (A°)	$\epsilon/K$ (K°)	X (%)
CH <sub>4</sub>	16	3,758	148,6	88,43
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	30	4,443	215,7	6,92
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	44	5,118	237,1	2,62
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58	4,685	531,4	0,83
C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72	5,784	341,1	0,10
CO <sub>2</sub>	44	3,941	195,2	0,21
N <sub>2</sub>	28	3,798	71,4	5,99

T A B L E A U 3

o

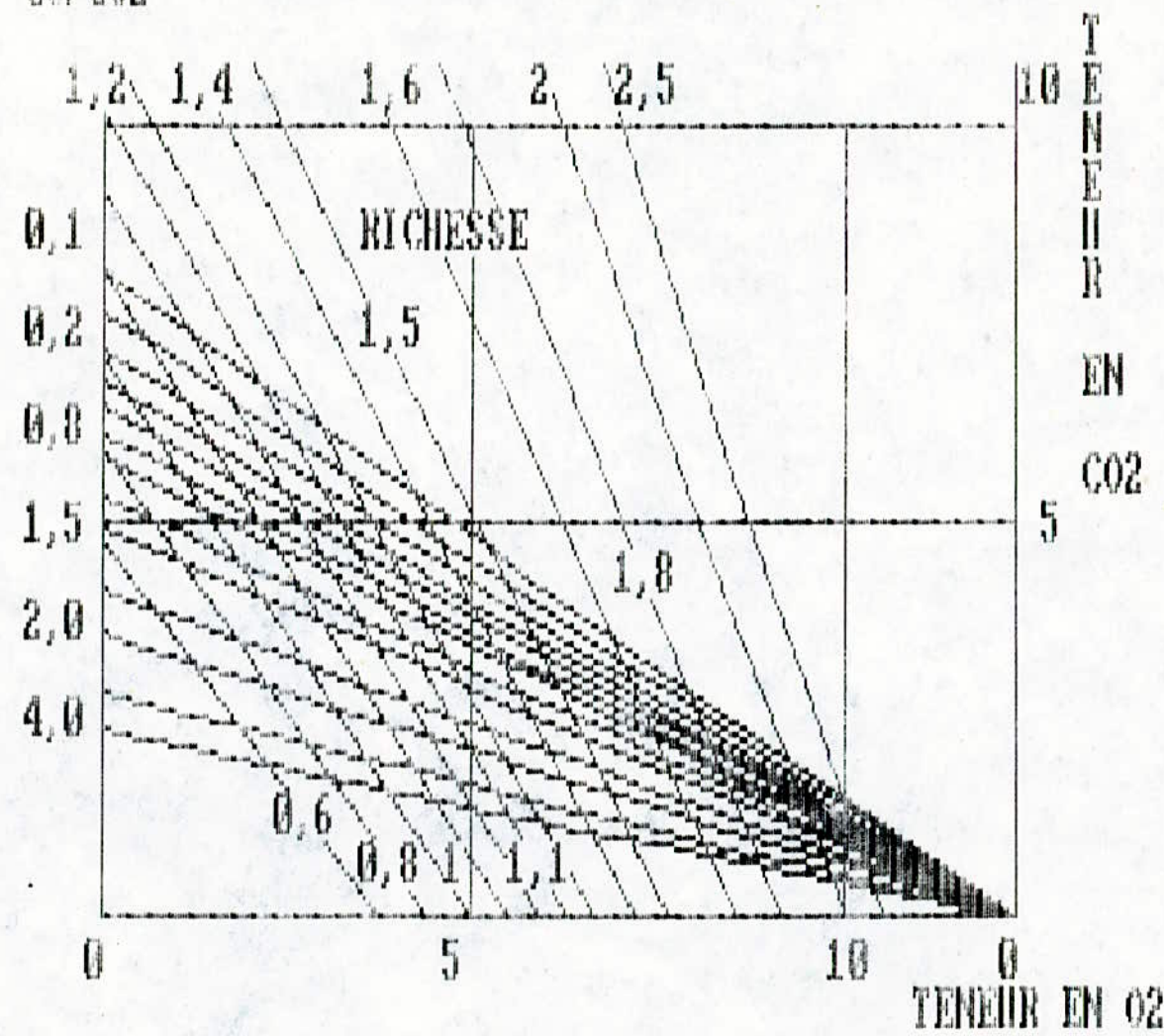
GAZ	CPi
	Kg/m <sup>3</sup> °C
N <sub>2</sub>	1,420
O <sub>2</sub>	1,504
CO	1,436
CO <sub>2</sub>	2,264
H <sub>2</sub>	1,343
H <sub>2</sub> O	1,777

GAZ	CVi
	Kj/m <sup>3</sup>
CH <sub>4</sub>	35797
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	64351
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	93575
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	123552
C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	144076

T A B L E A U 4



CO/CO2

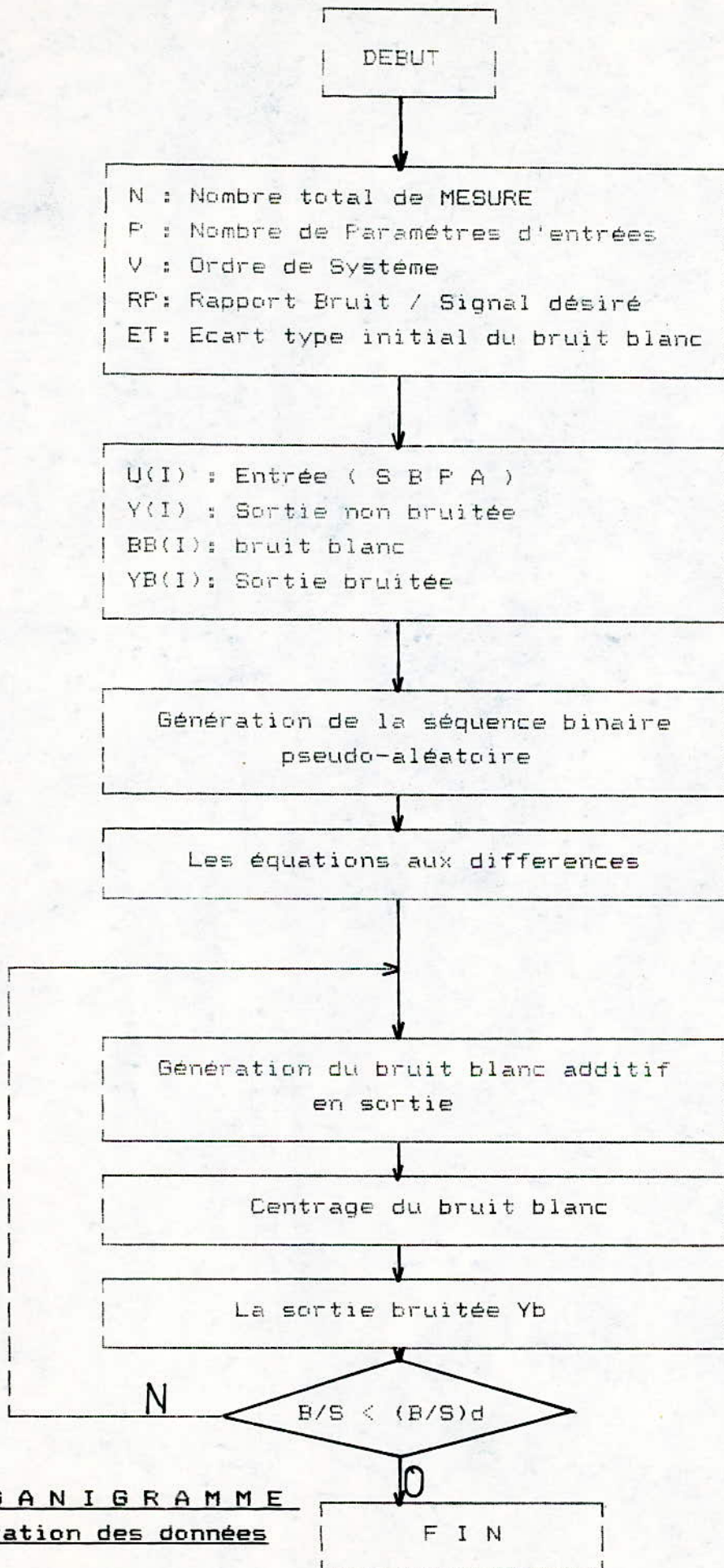


>

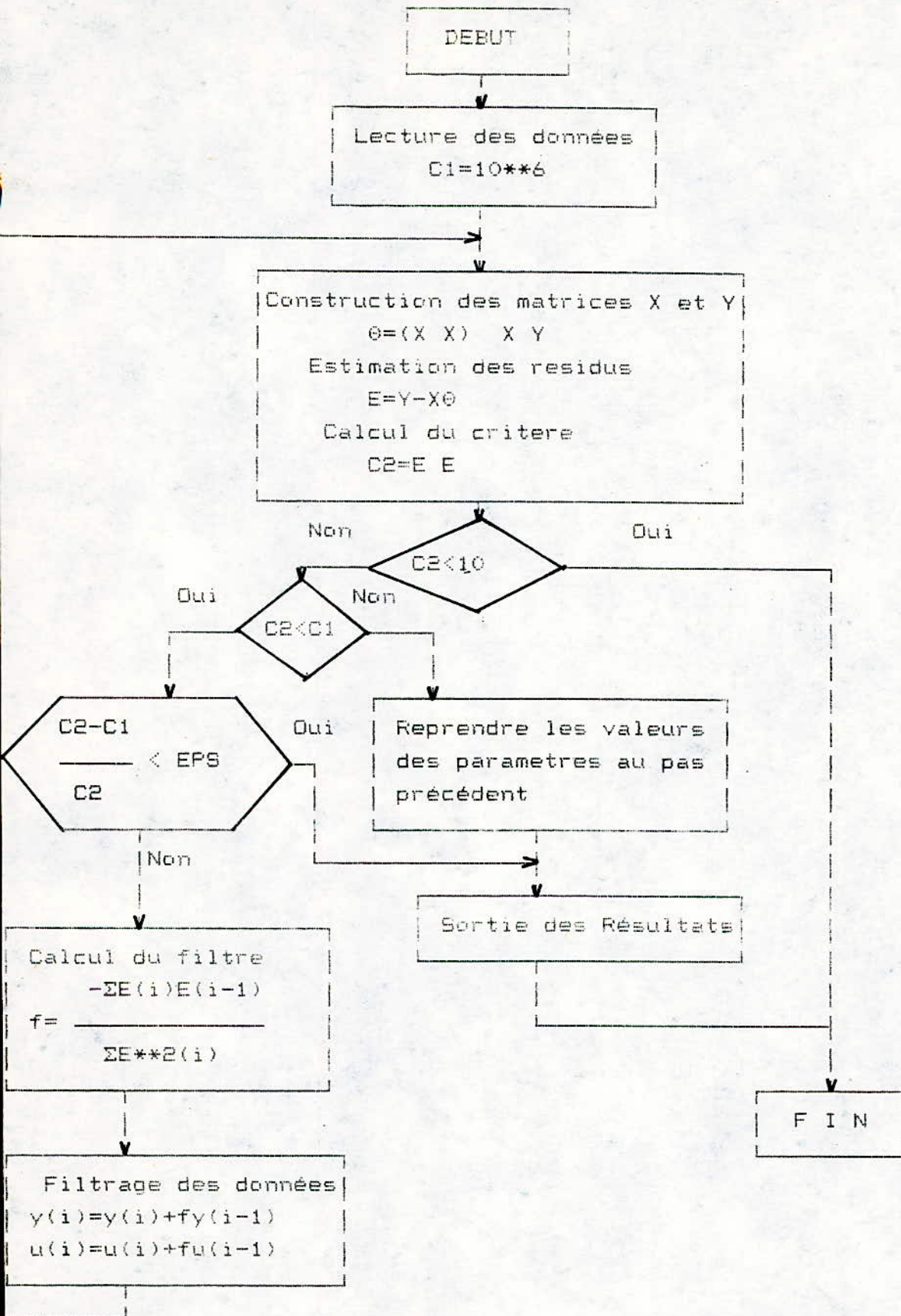
DIAGRAMME DE COMBUSTION

Annexe 3

ORGANIGRAMMES  
ET  
PROGRAMMES

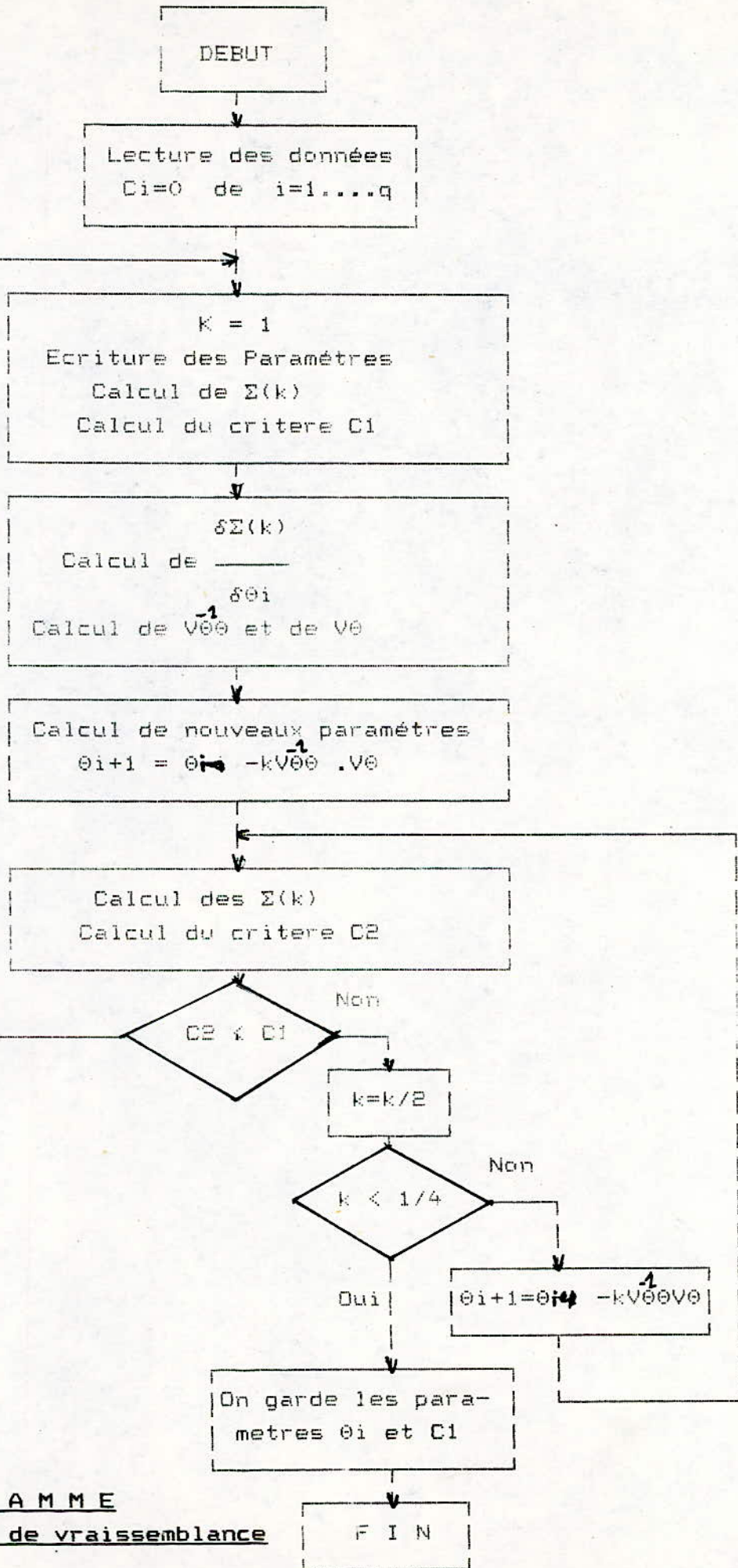


ORGANIGRAMME  
Génération des données



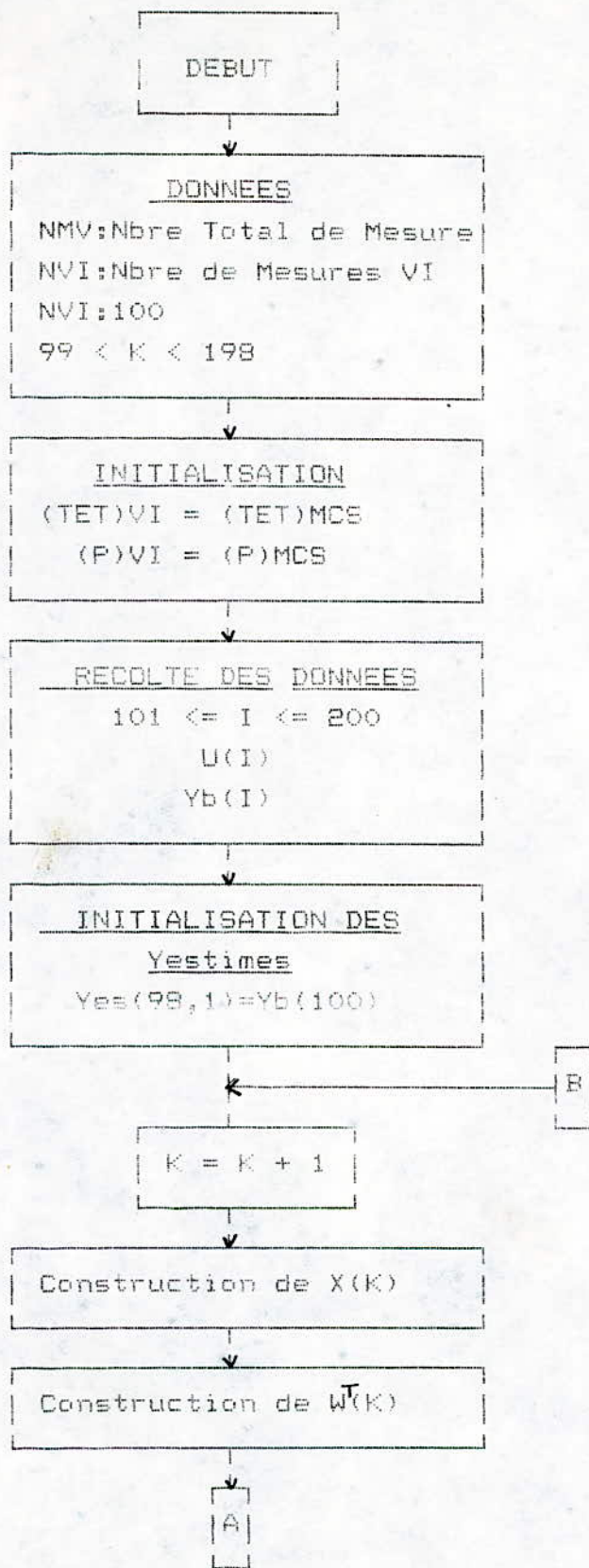
ORGANIGRAMME

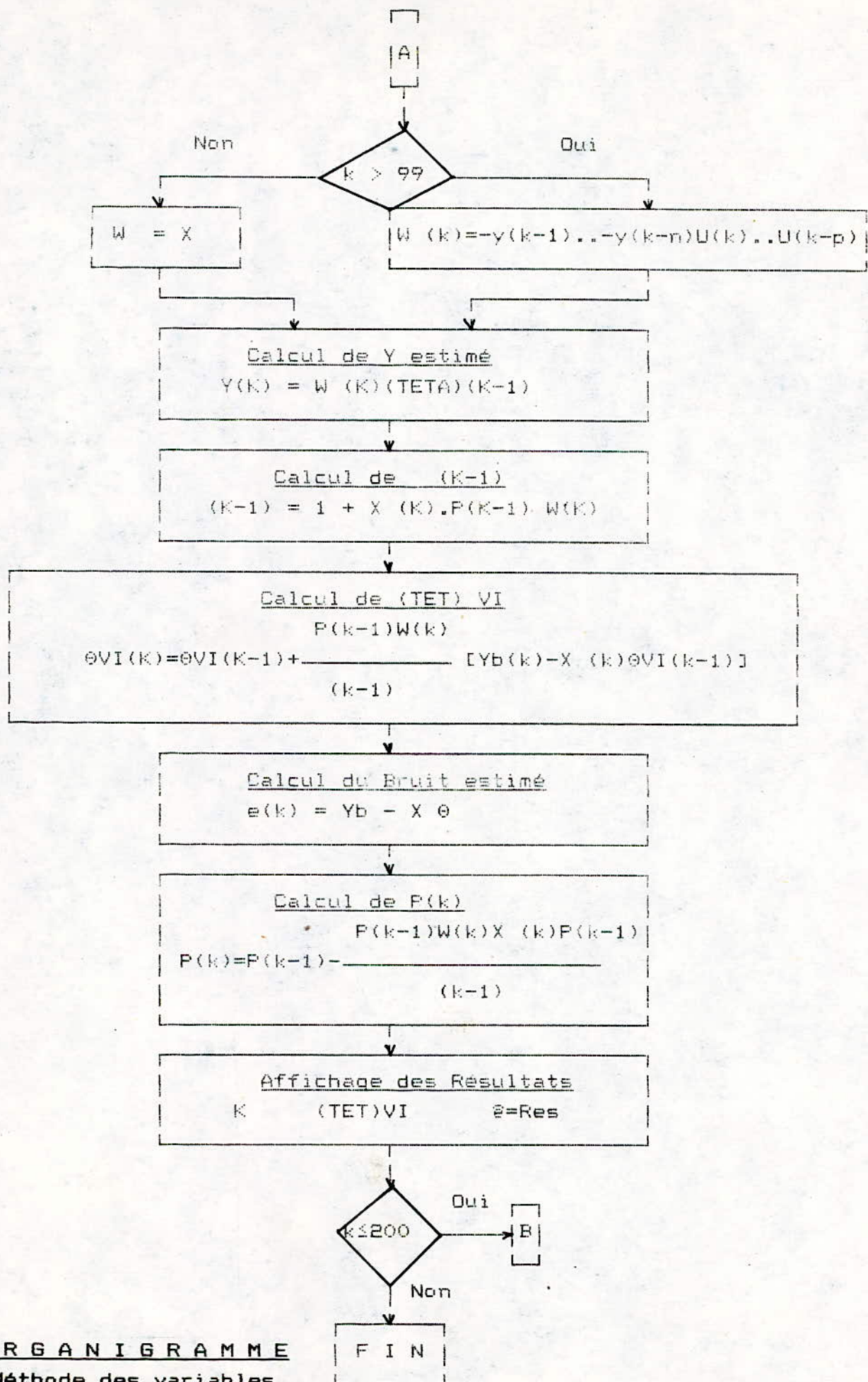
Méthode des Moindres Carrés Généralisés



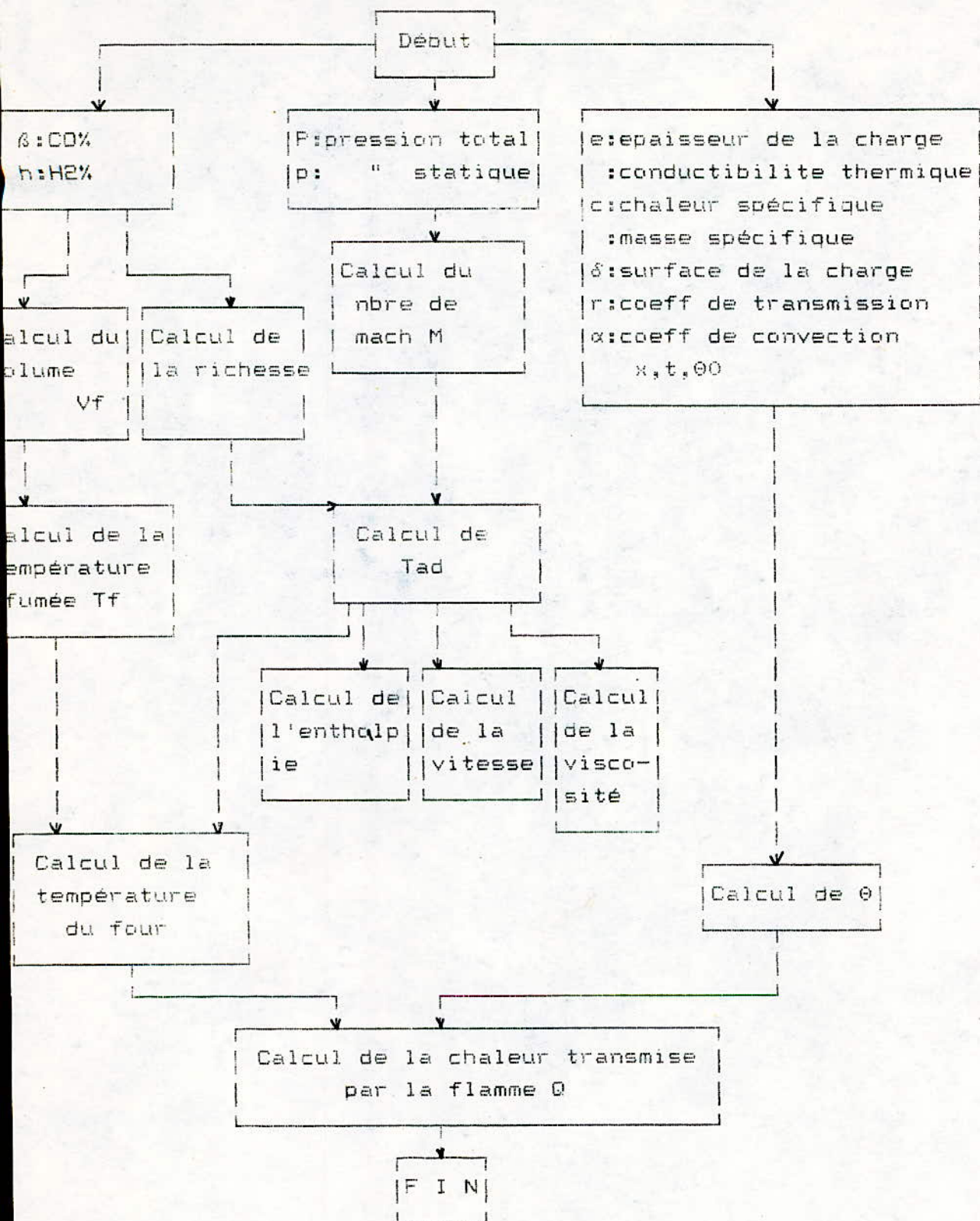
ORGANIGRAMME

thode du maximum de vraisemblance





**ORGANIGRAMME**  
**Méthode des variables**  
**instrumentales**



**ORGANIGRAMME**

**Calcul des différents paramètres du four**



```

10 ' *****
20 ' * PROGRAMME : GENERATION DE DONNEES *
30 ' *****
40 '
50 '
60 '
70 OPEN "R",#3,"A:DONAS",34
80 FIELD #3,2 AS UDAT$,8 AS YDAT$,8 AS BBDAT$,8 AS YBDAT$,8 AS ECT$
90 REM : N :Ordre du systeme
100 REM : P+1 :Nbre de parametres de l'entree
110 REM : NM :Nbre total de mesures
120 N=2 : P=2 : NM=200
130 CLS : LOCATE 10,10
140 INPUT " RAPPORT BRUIT/SIGNAL DESIRE RP=";RP
150 CLS : LOCATE 10,10
160 INPUT "ECART TYPE INITIAL DU BRUIT BLANC ET=";ET
170 REM:..U(i) :Entrees (SBPA)
180 '.....Y(i) :Sorties non bruitees (EQUA.DIFF)
190 '.....BB(i):Bruit blanc
200 '.....YBV(i):Sorties bruitees
210 DIM U(NM),Y(NM),BB(NM),YBV(NM),S(NM)
220 FOR X=1 TO NM
230 '
240 REM:.....SEQUENCE BINAIRE PSEUDO ALEATOIRE (SBPA).....
250 '
260 IF X<10 THEN U(X)=1 ELSE U(X)=-U(X-5)*U(X-9)
270 '
280 REM:.....EQUATION AUX DIFFERENCES.....
290 ' Coefficient de l'equation
300 A(1)=-7.900001E-02
310 A(2)=-.047
320 B(0)=0
330 B(1)=.975
340 B(2)=-.223
350 '
360 S(X)=0
370 FOR I=1 TO N
380 CO=X-I
390 IF X-I<0 THEN CO=CO+I
400 S(X)=S(X)-A(I)*Y(CO)
410 NEXT I
420 FOR J=1 TO P+1
430 C1=X-J+1
440 IF (X-J+1)<0 THEN C1=C1+J-2
450 S(X)=S(X)+B(J-1)*U(C1)
460 NEXT J
470 Y(X)=S(X)
480 NEXT X
490 RANDOMIZE TIMER
500 SBB=0:SYB=0 :SBBC=0
510 '
520 REM: .....BRUIT BLANC.....
530 '
540 FOR X=1 TO NM
550 X1=SQR(-2*LOG(RND))
560 X2=2*3.141592*RND
570 BB(X)=X1*COS(X2)*ET
580 SBB=SBB+BB(X)
590 NEXT X
600 MBB=SBB/NM
610 '...Centrage du bruit blanc.....

```

```

620 FOR X=1 TO NM
630 BB(X)=BB(X)-MBB
631 SBBC=SBBC+BB(X)
640 '
650 REM:.....SORTIE BRUITEE .....
660 YBV(X)=Y(X)+BB(X)
670 SYB=SYB+YBV(X)
680 NEXT X
690 REM:....TEST SUR LE RAPPORT BRUIT/SIGNAL....
700 '
701 MBBC=SBBC/NM
710 MYB=SYB/NM
711 '.....Centrage sortie bruitée.....
712 SYBC=0
713 FOR I=1 TO NM
714 YBV(I)=YBV(I)-MYB
715 SYBC=SYBC+YBV(I)
716 NEXT I
717 MYB=SYBC/NM
720 VBB=0:VYB=0
730 FOR I=1 TO NM
740 VBB=VBB+(BB(I)-MBBC)^2
750 VYB=VYB+(YBV(I)-MYB)^2
760 NEXT I
770 SIGBB=(VBB/NM)
780 SIGYB=(VYB/NM)
790 RAPP=SIGBB/SIGYB
800 PRINT "RAPPORT B/S=";RAPP
810 IF RAPP >RP THEN ET=ET-(ET/1000) ELSE 830
820 GOTO 500
830 REM .....Sortie des resultats.....
840 PRINT " X      U(X)      Y(X)      BB(X)      YBV(X)"
850 FOR X=1 TO NM
860 LSET UDAT$=MKI$(U(X))
870 LSET YDAT$=MKS$(Y(X))
880 LSET BBDAT$=MKS$(BB(X))
890 LSET YBDAT$=MKS$(YBV(X))
900 PUT#3,X
910 PRINT USING"### ## ###.### ###.### ###.###";X,U(X),Y(X),BB(X),YBV(X)
920 NEXT X
930 LSET ECT$=MKS$(ET)
940 PUT#3,501
950 REM : ...Resultats statistiques.....
960 PRINT "MOYENNE SORTIE BRUITEE : ";MYB
970 PRINT "MOYENNE BRUIT BLANC : ";MBBC
980 PRINT "RAPPORT B/S : ";RAPP
990 PRINT "ECART TYPE BRUIT BLANC : ";ET
1000 END

```

```

10 '
20 '
30 '
40 ' *****
50 ' ***** PROGRAMATION DES METHODES D'IDENTIFICATION *****
60 ' *****
70 '
80 '
90 '
100 REM :N:Odre du systeme
110 REM :P+1:Nbre de parametres de l'entree
120 REM :NM:Nbre de mesures (MCSR)
130 '
140 '
150 N=2:P=2:NM=100:ALP=1000:NMV=200
160 DIM XT(NM-N,N+P+1) , YB(NMV-N,1),YBV(NMV),U(NMV+1)
170 DIM TET(N+P+1,1) , MP(N+P+1,N+P+1)
180 DIM XTL(1,N+P+1),XC(N+P+1,1),D(NMV),RES2(NMV) ,Y(NMV+1)
190 DIM TETV(N+P+1,1),MPV(N+P+1,N+P+1),YES(NMV,1),RES(NMV),FIC(NVI)
200 '
210 '.....RECOLTE DES DONNEES.....
220 '
230 OPEN"R",#3,"A:DONAS",34
240 FIELD#3,2 AS UDAT$,8 AS YBDAT$,8 AS YDAT$,8 AS BBDAT$,8 AS ECT$
250 FOR J=1 TO (NM)
260 GET#3,J
270 U(J)=CVI(UDAT$)
280 YBV(J)=CVS(YBDAT$)
290 NEXT J
300 DIM A1(N),B1(N),M(N),L(N),Q(N,N)
310 DIM F1(N,NMV),X1(N,NMV+1),EPS(NMV)
320 DIM SB(N,NMV),ZB(N+1,NMV+1)
330 KEY OFF:CLS
340 ET$="":FOR I=1 TO 80:ET$=ET$+"*":NEXT I
350 LOCATE 5,1:PRINT ET$
360 LOCATE 7,10:PRINT" I D E N T I F I C A T I O N ... M E N U : "
370 LOCATE 9,1:PRINT ET$
380 LOCATE 11,15:PRINT"MOIDRES CARREES GENERALISEES
390 LOCATE 13,15:PRINT"MAXIMUM DE VRAISSEMBLENCE
400 LOCATE 15,15:PRINT"MATRICE INSTRUMENTALE
410 LOCATE 17,15:PRINT"EXIT
420 LOCATE 20,1:PRINT ET$:LOCATE 22,1:PRINT ET$
430 LOCATE 21,44:PRINT "Votre choix :";:CHOIX$=INKEY$
440 CHOIX=VAL(CHOIX$):IF CHOIX<1 OR CHOIX>4 THEN 430
450 A111=VAL(CHOIX$):PRINT A111
460 PRINT :INPUT "TAPEZ RETURN";R$:PRINT
470 ON CHOIX GOTO 480,490,490,500
480 GOSUB 550:GOTO 6570
490 GOSUB 2230:GOTO 6570
500 CLS:NEW
510 ' *****
520 ' * PROGRAMME :MOINDERS CARREES GENERALISES *
530 ' *****
540 '
550 C1=.000001
560 EPS=.001
570 M=NM-N
580 W=N+P+1
590 '

```

```

600 '
600 '
610 REM :.....INITIALISATION .....
620 '..... MATRICE TETA.....
630 FOR I=1 TO N+P+1
640 TET(I,1)=0
650 NEXT I
660 '..... MATRICE P.....
670 FOR I=1 TO N+P+1
680 FOR J=1 TO N+P+1
690 IF I=J THEN MP(I,J)=ALP ELSE MP(I,J)=0
700 NEXT J
710 NEXT I
720 '
730 '
740 '.....
750 '      Debut boucle principale
760 '.....
770 FOR J=1 TO (NM-N)
780 '
790 '.....Construction matrice Yb.....
800 FOR I=1 TO (NM-N)
810 IF I>J THEN YB(I,1)=0 ELSE YB(I,1)=YBV(I+N)
820 NEXT I
830 '
840 '.....Construction matrice X(n).....
850 FOR I=J TO (NM-N)
860 FOR L=1 TO (N+P+1)
870 IF I=J THEN 880 ELSE 900
880 IF L<=N THEN XT(I,L)=-YBV(N-L+J) ELSE XT(I,L)=U(2*N-L+J+1)
890 GOTO 910
900 XT(I,L)=0
910 NEXT L,I
920 '
930 '.....CONSTRUCTION Xt(n+1) et x(n+1).....
940 FOR L=1 TO N+P+1
950 XTL(1,L)=XT(J,L)
960 XC(L,1)=XTL(1,L)
970 NEXT L
980 '
990 REM:.....CALCUL DE D(n).....
1000 '.....Produit de P(n).x(n+1) .....
1010 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1020 J1=1
1030 H(I1,J1)=0
1040 FOR K1=1 TO (N+P+1)
1050 H(I1,J1)=H(I1,J1)+MP(I1,K1)*XC(K1,J1)
1060 NEXT K1
1070 NEXT I1
1080 '
1090 '.....Produit de xt(n+1)*(P(n)*x(n+1)).....
1100 I1=1
1110 J1=1
1120 V(I1,J1)=0
1130 FOR K1=1 TO (N+P+1)
1140 V(I1,J1)=V(I1,J1)+XTL(I1,K1)*H(K1,J1)
1150 NEXT K1
1160 '
1170 '.....Calcul de D(n).....
1180 D(J-1)=1+V(1,1)

```

```

1190 '
1200 REM:..CALCUL DE TETA(n+1).....
1210 '.....Produit xt(n+1)*TETA(n).....
1220 I1=1
1230 J1=1
1240 W(I1,J1)=0
1250 FOR K1=1 TO (N+P+1)
1260 W(I1,J1)=W(I1,J1)+XTL(I1,K1)*TET(K1,J1)
1270 NEXT K1
1280 '
1290 '.....Difference yb(n+1)-xt(n+1)*TETA(n)....
1300 DIF=YB(J,1)-W(1,1)
1310 '
1320 '.....Preparation calcul P(n)*x(n+1)/D(n).....
1330 FOR I2=1 TO (N+P+1)
1340 J2=1
1350 DIV(I2,J2)=H(I2,J2)/D(J-1)
1360 NEXT I2
1370 '
1380 '.....Produit mat par scalaire.....
1390 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1400 J1=1
1410 PR(I1,J1)=DIV(I1,J1)*DIF
1420 NEXT I1
1430 '
1440 '.... Calcul TETA(n+1).....
1450 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1460 TET(I1,1)=TET(I1,1)+PR(I1,1)
1470 NEXT I1
1480 '
1490 REM:.....CALCUL DE P(n+1).....
1500 '.....Calcul de xt(n+1)*P(n).....
1510 I1=1
1520 FOR J1=1 TO(N+P+1)
1530 Z(I1,J1)=0
1540 FOR K1=1 TO (N+P+1)
1550 Z(I1,J1)=Z(I1,J1)+XTL(I1,K1)*MP(K1,J1)
1560 NEXT K1
1570 NEXT J1
1580 '.....Calcul de PR2=DIV*Z .....
1590 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1600 FOR J1=1 TO (N+P+1)
1610 PR2(I1,J1)=0
1620 K1=1
1630 PR2(I1,J1)=PR2(I1,J1)+DIV(I1,K1)*Z(K1,J1)
1640 NEXT J1
1650 NEXT I1
1660 '.....Calcul de P(n+1).....
1670 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1680 FOR J1=1 TO (N+P+1)
1690 MP(I1,J1)=MP(I1,J1)-PR2(I1,J1)
1700 NEXT J1
1710 NEXT I1
1720 PRINT "J=";J
1730 FOR I=1 TO N+P+1
1740 TETG(I,1)=TET(I,1)
1750 PRINT "TETG(";J;" )=";TETG(I,1)
1760 NEXT I
1770 REM:.....CALCUL DE RESIDU.....
1780 '.....PRODUIT DE X*TET.....

```

```

1790 I2=1
1800 J2=1
1810 M2(I2,J2)=0
1820 FOR K2=1 TO N+P+1
1830 M2(1,1)=M2(1,1)+XT(1,K2)*TET(K2,1)
1840 NEXT K2
1850 '.....DIFFERENCE DE YB-X*TET.....
1860 RES2(J)=YB(J,1)-M2(1,1)
1870 PRINT "e^=";RES2(J)
1880 PRINT
1890 NEXT J
1900 REM:.....CALCUL DU CRITERE C2=e^(trans)*e^
1910 C2=0
1920 FOR J1=1 TO M
1930 C2=C2+E^(J)^2
1940 NEXT J1
1950 IF C2<.000001 THEN 2160
1960 IF C1<C2 THEN 2160
1970 IF (C2-C1)/C2<EPS THEN 2160
1980 C1=C2
1990 REM:..... CALCUL DU FILTRE
2000 SOM2=0:SOM1=0
2010 FOR J=1 TO M-1
2020 SOM2=SOM2+E^(J)^2
2030 NEXT J
2040 FOR J=2 TO M
2050 SOM1=SOM1+E^(J)*E^(J-1)
2060 NEXT J
2070 F1=SOM1/SOM2
2080 FOR J=1 TO N1
2090 YB1(J)=YB(J)-F1*YB(J-1)
2100 U1(J)=U(J)-F1*U(J-1)
2110 NEXT J
2120 FOR J=1 TO N1
2130 YB(J)=YB1(J):U(J)=U1(J)
2140 NEXT J
2150 GOTO 800
2160 FOR I=1 TO N+P+1
2170 TET(I,1)=TETG(I,1)
2180 NEXT I
2190 PRINT "IDENTIFICATION PAR LES MOINDRES CARREES GENERALISEES"
2200 RETURN
2210 REM:.....INITIALISATION
2220 '.....Matrice teta
2230 FOR I=1 TO N+P+1
2240 TET(I,1)=0
2250 NEXT I
2260 '.....Matrice P
2270 FOR I=1 TO N+P+1
2280 FOR J=1 TO N+P+1
2290 IF I=J THEN MP(I,J)=ALP ELSE MP(I,J)=0
2300 NEXT J
2310 NEXT I
2320 '.....
2330 '          Debut boucle principale          '
2340 '.....
2350 FOR J=1 TO (NM-N)
2360 '

```

```

2370 REM:.....Construction matrice Yb
2380 FOR I=1 TO (NM-N)
2390 IF I>J THEN YB(I,1)=0 ELSE YB(I,1)=YBV(I+N)
2400 NEXT I
2410 '
2420 REM:..... Construction matrice X(n)
2430 FOR I=J TO (NM-N)
2440 FOR L=1 TO (N+P+1)
2450 IF I=J THEN 2460 ELSE 2480
2460 IF L<=N THEN XT(I,L)=-YBV(N-L+J) ELSE XT(I,L)=U(2*N-L+J+1)
2470 GOTO 2490
2480 XT(I,L)=0
2490 NEXT L,I
2500 '
2510 REM:..... Construction xt(n+1) et x(n+1)
2520 FOR L=1 TO N+P+1
2530 XTL(1,L)=XT(J,L)
2540 XC(L,1)=XTL(1,L)
2550 NEXT L
2560 '
2570 REM:..... CALCUL DE D(n)
2580 REM:..... Produit de P(n).x(n+1)
2590 FOR I1=1 TO (N+P+1)
2600 J1=1
2610 H(I1,J1)=0
2620 FOR K1=1 TO (N+P+1)
2630 H(I1,J1)=H(I1,J1)+MP(I1,K1)*XC(K1,J1)
2640 NEXT K1
2650 NEXT I1
2660 REM:..... produit de xt(n+1)*(P(n)*x(n+1))
2670 I1=1
2680 J1=1
2690 V(1,1)=0
2700 FOR K1=1 TO (N+P+1)
2710 V(I1,J1)=V(I1,J1)+XTL(I1,K1)*H(K1,J1)
2720 NEXT K1
2730 REM:..... Calcul de D(n)
2740 D(J-1)=1+V(1,1)
2750 REM:..... CALCUL DE TETA(n+1)
2760 REM:..... Produit xt(n+1)*TETA(n)
2770 I1=1
2780 J1=1
2790 W(I1,J1)=0
2800 FOR K1=1 TO (N+P+1)
2810 W(I1,J1)=W(I1,J1)+XTL(I1,K1)*TET(K1,J1)
2820 NEXT K1
2830 '
2840 REM:..... Difference yb(n+1)-xt(n+1)*TETA
2850 DIF=YB(J,1)-W(1,1)
2860 REM:..... Preparation calcul P(n)*x(n+1)/D(n)
2870 FOR I2=1 TO (N+P+1)
2880 J2=1
2890 DIV(I2,J2)=H(I2,J2)/D(J-1)
2900 NEXT I2
2910 REM:..... Produit mat par scalaire
2920 FOR I1=1 TO (N+P+1)
2930 J1=1
2940 PR(I1,J1)=DIV(I1,J1)*DIF

```

```

2950 NEXT I1
2960 REM:..... Calcul TETA(n+1)
2970 FOR I1=1 TO (N+P+1)
2980 TET(I1,1)=TET(I1,1)+PR(I1,1)
2990 NEXT I1
3000 REM:..... CALCUL DE P(n+1)
3010 REM:..... Calcul de xt(n+1)*P(n)
3020 I1=1
3030 FOR J1=1 TO(N+P+1)
3040 Z(I1,J1)=0
3050 FOR K1=1 TO (N+P+1)
3060 Z(I1,J1)=Z(I1,J1)+XTL(I1,K1)*MP(K1,J1)
3070 NEXT K1
3080 NEXT J1
3090 REM:..... Calcul de PR2=DIV*Z
3100 FOR I1=1 TO (N+P+1)
3110 FOR J1=1 TO (N+P+1)
3120 PR2(I1,J1)=0
3130 K1=1
3140 PR2(I1,J1)=PR2(I1,J1)+DIV(I1,K1)*Z(K1,J1)
3150 NEXT J1
3160 NEXT I1
3170 REM:..... Calcul de P(n+1)
3180 FOR I1=1 TO (N+P+1)
3190 FOR J1=1 TO (N+P+1)
3200 MP(I1,J1)=MP(I1,J1)-PR2(I1,J1)
3210 NEXT J1
3220 NEXT I1
3230 NEXT J
3240 IF A111=3 THEN 5110
3250 '
3260 ' *****
3270 ' ***** METHODE DE MAXIMUM DE VRAISSEMBLANCE *****
3280 ' *****
3290 '
3300 FOR I=1 TO NMV
3310 Y(I)=YBV(I)
3320 NEXT I
3330 W=N:L2=1+P+W+Q:NMV1=NMV+1
3340 DIM D1(W,W),PRO(L2)
3350 DIM SA(W,NMV),ZA(W+1,NMV1)
3360 DIM SC(W,NMV),ZC(W+1,NMV1)
3370 DIM DER(L2),SOMA(W+1),SOMB(W+1),SOMC(W+1)
3380 DIM INV(L2,L2),CM(L2)
3390 K1=1:L3=P+1
3400 GOSUB 3410:GOTO 3750
3410 FOR J=1 TO W
3420 A1(J)=TET(J,1)
3430 NEXT J
3440 REM:..... Calcul de la matrices B
3450 FOR J=1 TO P
3460 B1(J)=TET(J+W+1,1)
3470 NEXT J
3480 REM:..... Calcul de la matrices Q
3490 FOR J=1 TO Q
3500 Q(J,J+1)=1
3510 Q(J,1)=-TET(L1+J,1)
3520 NEXT J

```



```

3530 REM:..... Calcul des matrices M ,L
3540 M(1)=1:L(1)=TET(3,1)
3550 X1(1,1)=Y(1)-(L(1)*U(1))
3560 FOR I=1 TO W
3570 FOR J=1 TO W
3580 F1(I,J)=0
3590 NEXT J,I
3600 FOR J=1 TO NMV
3610 REM:..... Calcul du produit Q*X=F
3620 FOR W2=1 TO W
3630 FOR W3=1 TO W
3640 F1(W2,J)=F1(W2,J)+Q(W2,W3)*X1(W2,J)
3650 NEXT W3,W2
3660 ..... REM Calcul de X(I+1)
3670 FOR K=1 TO W
3680 X1(K,J+1)=F1(K,J)+A1(K)*Y(J)-B1(K)*U(J)+M(K)*Y(J+1)-L(K)*U(J+1)
3690 NEXT K,J
3700 FOR J=0 TO NMV-1
3710 EPS(J+1)=X1(1,J+1)
3720 NEXT J
3730 RETURN
3740 REM:..... Calcul du critre C1=1/2 E(i)**2
3750 C1=0
3760 FOR J=1 TO NMV
3770 C1=C1+EPS(J)^2
3780 NEXT J:C1=C1/2
3790 REM:..... Calcul de D=Q**T
3800 FOR J=1 TO W
3810 FOR K=1 TO W
3820 D1(J,K)=Q(K,J)
3830 NEXT K,J
3840 REM:..... CALCUL DE d/da
3850 FOR I=1 TO W
3860 FOR J=1 TO W
3870 SC(I,J)=0:SB(I,J)=0:SA(I,J)=0
3880 SOMA(I)=0:SOMB(I)=0:SOMC(I)=0
3890 NEXT J,I
3900 FOR J=1 TO NMV
3910 FOR W4=1 TO W
3920 FOR W5=1 TO W
3930 SA(W4,J)=SA(W4,J)+D1(W4,W5)*ZA(W5,J)
3940 NEXT W5,W4
3950 FOR K=1 TO W
3960 ZA(K,J+1)=SA(K,J)+M(K)*Y(K)
3970 NEXT K,J
3980 REM:..... CALCUL DE d/db
3990 ZB(1,1)=-U(1)
4000 FOR J=1 TO NMV
4010 FOR W4=1 TO W
4020 FOR W5=1 TO W
4030 SB(W4,J)=SB(W4,J)+D1(W4,W5)*ZB(W5,J)
4040 NEXT W5,W4
4050 FOR K=1 TO W
4060 ZB(K,J+1)=SB(K,J)-M(K)*U(J)
4070 NEXT K,J
4080 FOR J=1 TO NMV
4090 FOR W4=1 TO W
4100 FOR W5=1 TO W

```

```

4110 SC(W4,J)=SC(W4,J)+D1(W4,W5)*ZC(W5,J)
4120 NEXT W5,W4
4130 -
4140 ZC(K,J+1)=SB(K,J)+M(K)*EPS(J)
4150 NEXT K,J
4160 REM:..... Calcul de  $\bar{V}O(\bar{O}i)$ 
4170 FOR K=1 TO W
4180 FOR J=1 TO NMV
4190 SOMA(K)=SOMA(K)+EPS(J)*ZA(K,J)
4200 NEXT J
4210 DER(K)=SOMA(K)
4220 NEXT K
4230 FOR K=1 TO 1+P
4240 FOR J=1 TO NMV
4250 SOMB(K)=SOMB(K)+EPS(J)*ZB(K,J)
4260 NEXT J
4270 C5=W:C7=1+P+W:C4=1+P
4280 DER(K+C5)=SOM(K)
4290 NEXT K
4300 FOR K=1 TO Q
4310 FOR J=1 TO NMV
4320 SOMC(K)=SOMC(K)+EPS(J)*ZC(K,J)
4330 NEXT J
4340 DER(C7+K)=SOMC(K)
4350 NEXT K
4360 REM:..... Calcul de la matrice  $\bar{V}O^{-1}(\bar{O})$ 
4370 FOR T=1 TO W
4380 FOR S=1 TO W
4390 FOR J=1 TO NMV
4400 INV(T,S)=INV(T,S)+ZA(T,J)*ZA(S,J)
4410 NEXT J,S,T
4420 FOR T=1 TO W
4430 FOR S=1 TO C4
4440 FOR J=1 TO NMV
4450 INV(T,S+W)=INV(T,S+W)+ZA(T,J)*ZB(S,J)
4460 NEXT J,S,T
4470 H1=C7
4480 FOR T=1 TO W
4490 FOR S=1 TO Q
4500 FOR J=1 TO NMV
4510 INV(T,S+H1)=INV(T,S+H1)+ZA(T,J)*ZC(S,J)
4520 NEXT J,S,T
4530 FOR S=1 TO W
4540 FOR T=1 TO C4
4550 FOR J=1 TO NMV
4560 INV(T+W,S)=INV(T+W,S)+ZB(T,J)*ZA(S,J)
4570 NEXT J,T,S
4580 FOR T=1 TO Q
4590 FOR S=1 TO W
4600 FOR J=1 TO NMV
4610 INV(T+H1,S)=INV(T+H1,S)+ZC(T,J)*ZA(S,T)
4620 NEXT J,S,T
4630 FOR T=1 TO C4
4640 FOR S=1 TO C4
4650 FOR J=1 TO NMV
4660 INV(T+W,S+W)=INV(T+W,S+W)+ZB(T,J)*ZB(S,J)
4670 NEXT J,S,T
4680 FOR T=1 TO C4

```

```

4690 FOR S=1 TO Q
4700 FOR J=1 TO NMV
4710 INV(T+W,S+C7)=INV(T+W,S+C7)+ZB(T,J)*ZC(I,J)
4720 NEXT J,S,T
4730 FOR T=1 TO Q
4740 FOR S=1 TO C4
4750 FOR J=1 TO NMV
4760 INV(T+C7,S+W)=INV(T+C7,S+W)+ZC(T,J)*ZB(S,J)
4770 NEXT J,S,T
4780 FOR T=1 TO Q
4790 FOR S=1 TO Q
4800 FOR J=1 TO NMV
4810 INV(T+H1,S+H1)=INV(T+H1,S+H1)+ZC(T,J)*ZC(S,J)
4820 NEXT J,S,T
4830 REM:..... CALCUL DE NOUVEAUX PAREMETRES
4840 FOR R=1 TO L2
4850 FOR K=1 TO L2
4860 PRO(R)=PRO(R)+INV(R,K)*DER(K)
4870 NEXT K,R
4880 FOR J=1 TO L2
4890 CM(J)=TET(J,1)
4900 NEXT J
4910 FOR J=1 TO L2
4920 TET(J,1)=CM(J)-K1*PRO(J)
4930 NEXT J
4940 GOSUB 3410
4950 REM:..... CALCUL DU CRITERE
4960 C2=0:FOR J=1 TO NMV
4970 C2=C2+EPS(J)^2
4980 NEXT J:C2=C2/2
4990 IF C2<C1 THEN GOTO 3390
5000 K1=K1/2
5010 IF K1>.25 THEN GOTO 4910
5020 PRINT "IDENTIFICATION PAR MAXIMUM DE VRAISSEBLANCE "
5030 RETURN
5040 '
5050 ' *****
5060 ' * PROGRAMME VARIABLES INSTRUMENTALES *
5070 ' *****
5080 '
5090 REM : NMV:Nbre total de mesures
5100 REM :NVI:Nbre mesures VI
5110 NVI=100
5120 '.....INITIALISATION MATRICES TETA ET MP
5130 FOR I=1 TO N+P+1
5140 TETV(I,1)=TET(I,1)
5150 NEXT I
5160 FOR I=1 TO N+P+1
5170 FOR J=1 TO N+P+1
5180 MPV(I,J)=MP(I,J)
5190 NEXT J,I
5200 '
5210 REM:....RECOLTE DES DONNEES.....
5220 FOR I=101 TO NMV
5230 GET#3,I
5240 U(I)=CVI(UDAT$)
5250 YBV(I)=CVS(YBDAT$)
5260 NEXT I

```

```

5270 '
5280 REM:....INITIALISATION DES Y ESTIMES.....
5290 YES(98,1)=YBV(100)
5300 PASS=1
5310 '.....
5320 '  Debut boucle principale
5330 '.....
5340 FOR K=99 TO NMV-N
5350 '
5360 '....Construction de xt(k).....
5370 FOR L=1 TO N+P+1
5380 IF L<=N THEN XTL(1,L)=-YBV(N-L+K) ELSE XTL(1,L)=U(2*N-L+K+1)
5390 NEXT L
5400 '
5410 '....Construction de wt(k).....
5420 IF K>99 GOTO 5470
5430 FOR L=1 TO N+P+1
5440 WT(1,L)=XTL(1,L)
5450 NEXT L
5460 GOTO 5510
5470 FOR L=1 TO N+P+1
5480 IF L<=N THEN WT(1,L)=-YES(K-L,1) ELSE WT(1,L)=U(2*N-L+K+1)
5490 NEXT L
5500 '
5510 '....Calcul de w(k).....
5520 FOR L=1 TO N+P+1
5530 WC(L,1)=WT(1,L)
5540 NEXT L
5550 '
5560 '....Calcul de Y estime.....
5570 YES(K,1)=0
5580 FOR K1=1 TO N+P+1
5590 YES(K,1)=YES(K,1)+WT(1,K1)*TETV(K1,1)
5600 NEXT K1
5610 '
5620 REM:..CALCUL DE D(k-1) .....
5630 '....Preparation de P(k-1)*w(k).....
5640 FOR I1=1 TO N+P+1
5650 A(I1,1)=0
5660 FOR K1=1 TO N+P+1
5670 A(I1,1)=A(I1,1)+MPV(I1,K1)*WC(K1,1)
5680 NEXT K1,I1
5690 '
5700 '....Produit xt(k)*(P(k-1)*w(k)).....
5710 PR1(1,1)=0
5720 FOR K1=1 TO N+P+1
5730 PR1(1,1)=PR1(1,1)+XTL(1,K1)*A(K1,1)
5740 NEXT K1
5750 '
5760 '....Calcul de D(k-1).....
5770 D(K-1)=1+PR1(1,1)
5780 '
5790 REM:...CALCUL DE TETA VI .....
5800 '.....Preparation xt(k)*TETA VI.....
5810 PR2(1,1)=0
5820 FOR K1=1 TO N+P+1
5830 PR2(1,1)=PR2(1,1)+XTL(1,K1)*TETV(K1,1)
5840 NEXT K1

```

```

5850 '
5860 '...Preparation (yb(k)-xt(k)*TETA VI)....
5870 DIF=YBV(K+N)-PR2(1,1)
5880 '
5890 '...Preparation DE P(k-1)*w(k)/D(k-1)....
5900 FOR I1=1 TO N+P+1
5910 RAP(I1,1)=A(I1,1)/D(K-1)
5920 NEXT I1
5930 '
5940 '...Preparation P(k-1)*w(k)(yb(k)-xt(k)*TETVI)/D(k-1)....
5950 FOR I1=1 TO N+P+1
5960 PR3(I1,1)=RAP(I1,1)*DIF
5970 NEXT I1
5980 '
5990 '....Calcul de TETA VI .....
6000 FOR I1=1 TO N+P+1
6010 TETV(I1,1)=TETV(I1,1)+PR3(I1,1)
6020 NEXT I1
6030 '
6040 '
6050 REM:.....CALCUL DU BRUIT ESTIME.....
6060 PR4(1,1)=0
6070 FOR K1=1 TO N+P+1
6080 PR4(1,1)=PR4(1,1)+XTL(1,K1)*TETV(K1,1)
6090 NEXT K1
6100 RES(K)=YBV(K+N)-PR4(1,1)
6110 '
6120 REM:.....CALCUL DE P(k).....
6130 '... Preparation DE xt(k)*P(k-1).....
6140 FOR J1=1 TO N+P+1
6150 B11(1,J1)=0
6160 FOR K1=1 TO N+P+1
6170 B11(1,J1)=B11(1,J1)+XTL(1,K1)*MPV(K1,J1)
6180 NEXT K1,J1
6190 '
6200 '....Calcul de (P(k-1)*w(k))*xt*P(k-1)/D(k-1)
6210 FOR I1=1 TO N+P+1
6220 FOR J1=1 TO N+P+1
6230 B2(I1,J1)=0
6240 B2(I1,J1)=B2(I1,J1)+RAP(I1,1)*B11(1,J1)
6250 NEXT J1,I1
6260 '
6270 '....Calcul de P(k).....
6280 FOR I1=1 TO N+P+1
6290 FOR J1=1 TO N+P+1
6300 MPV(I1,J1)=MPV(I1,J1)-B2(I1,J1)
6310 NEXT J1,I1
6320 '
6330 REM:...Affichage des resultas.....
6340 PRINT "K=";K;"
6350 FOR N1=1 TO 5
6360 PRINT "TETV(";N1;"," ,1)=";TETV(N1,1)
6370 NEXT N1
6380 PRINT "e^=";RES(K)
6390 PRINT
6400 NEXT K
6410 '.....
6420 ' . Fin de boucle principale .

```

```

6430 ' .....
6440 REM :....SORTIE DES RESULTATS.....
6450 FOR I=1 TO N+P+1
6460 TET(I,1)=TETV(I,1)
6470 NEXT I
6480 PRINT "IDENTIFICATION PAR LA MATRICE INSTRUMENTALE"
6490 RETURN
6500 '
6510 '
6520 ' *****
6530 ' ***** REM SORTIE DES RESULTATS *****
6540 ' *****
6550 '
6560 '
6570 GET#3,501
6580 ET=CVS(ECT$)
6590 S1$=" *****"
6600 S2$=" * TETA * 0 * Oest *"
6610 S3$=" *-----*"
6620 S4$=" * A(1) * -0.079 *"
6630 S5$=" * *"
6640 S6$=" * A(2) * -0.047 *"
6650 S8$=" * B(0) * 0.000 *"
6660 S10$=" * B(1) * 0.975 *"
6670 S12$=" * B(2) * -0.223 *"
6680 S20$=" * d = "
6690 S21$=" *"
6700 PRINT " RESULTATS DE L'IDENTIFICATION":PRINT :PRINT :P.
6710 PRINT S1$,S2$,S3$,S4$;
6720 PRINT USING "###.####";TET(1,1);
6730 PRINT S5$,S3$,S6$;
6740 PRINT USING "###.####";TET(2,1);
6750 PRINT S5$,S3$,S8$;
6760 PRINT USING "##.##^ ^ ^";TET(3,1);
6770 PRINT S5$,S3$,S10$;
6780 PRINT USING "###.####";TET(4,1);
6790 PRINT S5$,S3$,S12$;
6800 PRINT USING "###.####";TET(5,1);
6810 PRINT S5$,S1$
6820 PRINT S20$;
6830 PRINT USING "####.###";ET;
6840 PRINT S21$,S1$
6850 PRINT :INPUT "VOULEZ-VOUS FAIRE UN AUTRE CHOIX ?(O/N)";R$:PRINT
6860 IF R$="N" THEN 500 ELSE 330

```

```

10
20
30
40 *****
50 ***          PROGRAMME DE          ***
60 ***          CALCUL DES PARAMETRES RELATIFS AU FOUR          ***
70 *****
80
90
100
110 DIM M(10),SIG(10),EX(10),TE(10)
120 INPUT "donnez la concentration de CO dans la fumee(en %)";BET
130 INPUT "donnez la concentration de CO2 dans la fumee(en %)"; ALF
140 INPUT "donnez le volume total du combustible utilise ...)"; VGAZ
150 INPUT ".....donnez la pression totale.....";P
160 INPUT ".....donnez la pression statique....";P1
170 INPUT ".....donnez la temperature initiale du four..";TI
180 INPUT ".....donnez la surface de captation....";S
190 INPUT ".....donnez la constante du foyer....";K
200 INPUT "...donnez le coefficient de transfert convectif..";H
210 INPUT "VOULEZ-VOUS FAIRE UNE CORRECTION(O/N) ";R$
220 IF R$="o" OR R$="O" THEN 120
230 'REM.....MODELISATION DE LA COMBUTION INDUSTRIELLE.....
240 'REM.....CALCUL DE CONCENTRATION DES ESPECES CHIMIQUES...
250 VH2O=1.61:VCO2=1.04:K2=2.56
260 ALFO=11.9:K1=VH2O/VCO2
270 K5=BET/ALF
280 H2=ALF*K1*K5*(1+K5)/(K5+K2)
290 A=(100*(1+(BET/ALF))/ALFO)-(1.89*(BET/ALF))-(.89*H2/ALF)
300 W= (100-(A*ALF))/4.78
310 DELT=100-H2-BET-ALF-W
320 FI1=(BET+H2-(2*W))/(2*DELT)
330 FI=1+(3.75*FI1)
340 'REM.....CALCUL DU VOLUME FUMEE.....
350 VF=100*VCO2/(ALF+BET)
360 VFS=VF*(1-(H2/100))+VH2O
370 'REM.....CALCUL DU NOMBRE DE MACH.....
380 M1=SQR(P/P1):M2=SQR(M1)
390 M11=SQR(M2*6.66)
400 'REM.....CALCUL DE LA TEMPERATURE ADIABATIQUE..
410 FS=.659:R=287:GAMA=1.3
420 TAD1=(1+(FI*FS))*(M11^2)*R*GAMA
430 TAD=2*(HK-HA)/TAD1
440
450 'REM .....CALCUL DE LA VISCOSITE
460
470 'REM.....CARACTERISTIQUES DES COMBUSTIBLES.....
480 M(1)=16:S(1)=3.758:E(1)=148.6:Y(1)=83.43
490 M(2)=30:S(2)=4.443:E(2)=215.7:Y(2)=6.92
500 M(3)=44:S(3)=5.118:E(3)= 237.1:Y(3)=2.62
510 M(4)=58:S(4)=4.687:E(4)=531.4:Y(4)=.83
520 M(5)=72:S(5)=5.784:E(5)=341.1:Y(5)=.1
530 M(6)=44:S(6)=3.941:E(6)=195.2:Y(6)=.21
540 M(7)=28:S(7)=3.798:E(7)=71.4:Y(7)=5.99
550
560 A=1.16145
570 B=.14874
580 C=.52487
590 D=.7732

```

```

600 E1=2.16178
610 F=2.43787
620 PRINT " LA VALEUR DE LA VISCOSITE DE CHAQUE ESPESE "
630 'REM.....BOUCLE PRINCIPALE.....
640 FOR I=1 TO 7
650 'REM.....CALCUL DE TE.....
660 TE(I)=TAD/E(I)
670 'REM.....CALCUL DU PARAMERTE POTENTIEL.....
680 A1(I)=A/(TE(I)^B)
690 A2(I)=C/(EXP(D*TE(I)))
700 A3(I)=E1/(EXP(F*TE(I)))
710 OM(I)=A1(I)+A2(I)+A3(I)
720 '
730 'REM.....CALCUL DE LA VISCOSITE DE CHAQUE ESPECE.....
740 A4(I)=SQR(M(I)*TAD)
750 A5(I)=S(I)^2*OM(I)
760 VIS1(I)=26.29*A4(I)/A5(I)
770 NEXT I
780 '
790 'REM.....CALCUL DE LA VISCOSITE DU MELANGE.....
800 'REM.....CALCUL DES FI(I,J)
810 FOR I=1 TO 7
820 FOR J=1 TO 7
830 FI1(I,J)=(1+((VIS1(I)/VIS1(J))^.5
840 FI2(I,J)=(8*(1+(M(I)/M(J))))^.5
850 FI(I,J)=FI1(I,J)/FI2(I,J)
860 NEXT J,I
870 A(1)=0:VIS(1)=0
880 FOR I=1 TO 7
890 FOR J=1 TO 7
900 A(I)=A(I)+Y(I)*FI(I,J)
910 NEXT J
920 VIS(I)=VIS(I)+(Y(I)*VIS1(I)/A(I))
930 NEXT I
940 '.....REM PROGRAMME DE CALCUL DE L'ENTHALPIE
950 C(1,1)=1.801:C(2,1)=21.89:C(3,1)=-6.591:C(4,1)=.4877
960 C(5,1)=.6353841 :C(6,1)=-9.147001E-02:H(1)=-17.9
970 C(1,2)=2.776 :C(2,2)=38.43:C(3,2)=-14.73:C(4,2)=2.667
980 C(5,2)=-.221851 :C(6,2)=.0072:H(2)=-20.24
990 C(1,3)=2.248 :C(2,3)=61.35:C(3,3)=-30.38:C(4,3)=9.425
1000 C(5,3)=-1.844861 :C(6,3)=.166:H(3)=-24.82
1010 C(1,4)=-8.803001 :C(2,4)=124!:C(3,4)=-95.87:C(4,4)=43.46
1020 C(5,4)=-10.56871 :C(6,4)=1.838 :H(4)=-32.15
1030 C(1,5)=-23.9:C(2,5)=202.5:C(3,5)=-181.5:C(4,5)=88.8
1040 C(5,5)=-22.24881 :C(6,5)=2.206:H(5)=-38.3
1050 C(1,6)=6.455 :C(2,6)=.5954:C(3,6)=1.98 :C(4,6)=-1.672
1060 C(5,6)=.5120001891#:C(6,6)=-.05573:H(6)=0
1070 T0=273
1080 Z=T0/1000
1090 Z1=TAD/1000
1100 FOR J=1 TO 7
1110 X1=1000*Z*(C(1,J)+(C(2,J)/2)*Z+(C(3,J)/3)*Z^2
1120 X(J)=(C(4,J)/4)*Z^3+(C(5,J)/5)*Z^4+(C(6,J)/6)*Z^5)+X1
1130 ET1=H(J)-X(J)+1000*Z1*(C(1,J)+(C(2,J)/2)*Z1+(C(3,J)/3)*Z^2
1140 ET(J)=(C(4,J)/4)*Z^3+(C(5,J)/5)*Z^4+(C(6,J)/6)*Z^5)+ET1
1150 NEXT J
1160 'REM.....CALCUL DE LA VITESSE.....
1170 V11=GAMA*R*TAD
1180 V=M11*SQR(V11)
1190 'REM.....CALCUL DE LA TEMPERATURE FUMEE.....
1200 VALF=VF*ALF/100

```



```

1210 VW=VF*W/100:VG=VGAZ/100:VCH4=VG*Y(1)
1220 VDELT=DELF*VF/100:VC2H4=VG*Y(2)
1230 VBET=VF*BET/100:VC3H8=VG*Y(3)
1240 VH2=VF*H2/100:VC4H10=VG*Y(4):VC5H12=VG*Y(5)
1250 CPALF=2.264:CPW=1.504:CPDELT=1.42:CPBET=1.436:CPH2=1.343
1260 CVCH4=35797!:CVC2H6=64351!:CVC3H8=93575!
1270 CVC4H10=123552!:CVC5H12=144076!
1280 CPF=CPALF*VALF+CPW*VW+CPDELT*VDELT+CPBET*VBET+CPH2*VH2
1290 CV1=CVCH4*VCH4+CVC2H6*VC2H6+CVC3H8*VC3H8
1300 CV=CV1+CVC5H12*VC5H12+CVC4H10*VC4H10
1310 TF=CV/(VF*CPF)
1320 'REM .....MODELE DU FOUR.....
1330 'REM .....CALCUL DE LA TEMPERATURE INTERNE DE LA CHARGE.....
1340 TET1=COS((3.14/2)*X/C)
1350 A21=LAMDA/(C*RO):E11=(A21*TEMPS)/(ET^2)
1360 TET2=(4/3014)*EXP(-(3.014^2)*E11/4)*TET1
1370 TET=TET1*TET2
1380 'REM.....CALCUL DE LA TEMPERATURE DU FOYER.....
1390 TFO=SQR(TAD*TF)
1400 'REM:CALCUL DE LA PUISSANCE CALORIFIQUE TRNSMISE A LA SURFACE S..
1410 Q1=K*S*((T^4)-(TET^4))
1420 Q2=ALF1*S*(T-TET)
1430 Q=Q1+Q2
1440 '
1450 '
1460 '
1470 '
1480 '
1490 '
1500 '
1510 '
1520 CLS:LOCATE 2,25:PRINT " LES RESULTATS ....."
1530 PRINT "LES CONCENTRATIONS DES ESPECES CHIMIQUES (en %):"
1540 PRINT
1550 PRINT
1560 PRINT "O2 = ";W
1570 PRINT "CO2 = ";ALF
1580 PRINT "CO = ";BET
1590 PRINT "H2 = ";H2
1600 PRINT "N2 = ";DELT
1610 LOCATE 15,15:PRINT "LA RICHESSE DU MILIEU EST EGALE A =";FI
1620 LOCATE 18,15:PRINT "LE VOLUME DE LA FUMEE EST ....";VF
1630 LOCATE 23,50:INPUT "TAPEZ RETURN POUR CONTINUER";R$
1640 CLS:LOCATE 2,25:PRINT " LES RESULTATS ....."
1650 LOCATE 5,15:PRINT "LA TEMPERATURE ADIABATIQUE DU FOUR EST....";TAD
1660 LOCATE 10,15:PRINT "LA TEMPERATURE DE LA FUMEE EST.... ";TF
1670 LOCATE 15,15:PRINT "LA TEMPERATURE DU FOUR EST .... ";TFO
1680 LOCATE 23,50:INPUT "TAPEZ RETURN POUR CONTINUER";R$
1690 CLS:LOCATE 2,25:PRINT " LES RESULTATS ....."
1700 LOCATE 5,15:PRINT "LA VITESSE DU MALANGE EST.....";V
1710 PRINT "LA PUISSANCE CALORIFIQUE TRANSMISE A LA CHARGE EST..";Q
1720 LOCATE 23,50:INPUT "TAPEZ RETURN POUR CONTINUER";R$
1730 CLS:LOCATE 2,25:PRINT " LES RESULTATS ....."
1740 LOCATE 5,15:PRINT "LA VISCOSITE DU MALANGE EST.....";VIS(7)
1750 LOCATE 10,15:PRINT "L'ENTALPIE DU MELANGE EST..";ET(7)
1760 LOCATE 23,50:INPUT "TAPEZ RETURN POUR CONTINUER";R$
1770 LOCATE 10,10:INPUT "VOULLEZ-VOUS FAIRE UN AUTRE CALCUL (O/N)";R$
1780 IF R$="o" OR R$="O" THEN 120
1790 CLS

```

RESULTATS  
DE  
L'IDENTIFICATION

LES DONNEES GENEREES

X	U(X)	Y(X)	BB(X)	YBV(X)
1	1	0.0000000	0.0296875	0.0590512
2	1	0.9750000	0.2713108	1.2756740
3	1	0.8290251	0.2674581	1.1258470
4	1	0.8633180	-0.4702509	0.4224309
5	1	0.8591663	0.4575249	1.3460550
6	1	0.8604501	-0.7065447	0.1832691
7	1	0.8603564	0.1573187	1.0470390
8	1	0.8604093	0.7154034	1.6051760
9	1	0.8604091	0.9277982	1.8175710
10	-1	0.8604116	-0.2588633	0.6309120
11	-1	-1.0895880	0.3949393	-0.6652853
12	-1	-0.7976383	0.4513830	-0.3168916
13	-1	-0.8662241	0.1833818	-0.6534787
14	-1	-0.8579207	-0.4548498	-1.2834070
15	1	-0.8604884	-0.4838849	-1.3150100

: : : : :

188	1	-1.0839580	0.0836956	-0.9708989
189	1	1.1499820	0.5256603	1.7050060
190	1	0.7919026	0.0047710	0.8260373
191	-1	0.8686095	-0.3293761	0.5685971
192	-1	-1.0921610	-0.0608300	-1.1236270
193	1	-0.7974561	-0.4259971	-1.1940890
194	-1	1.0836690	-0.3092422	0.8037909
195	-1	-1.1498710	-0.1854725	-1.3059800
196	-1	-0.7919074	0.2234087	-0.5391350
197	1	-0.8686046	0.7741421	-0.0650988
198	-1	1.0921610	0.3491642	1.4706880
199	1	-1.1525440	-0.1374050	-1.2605850
200	-1	1.1582810	0.4843659	1.6720100

LES RESULTATS STATIQUES

MOYENNE SORTIE BRUITEE : -1.072884E-08  
 MOYENNE BRUIT BLANC : 1.117587E-08  
 RAPPORT B/S : .1180072  
 ECART TYPE BRUIT BLANC : .42

RSULTATS DE L'IDENTIFICATION PAR LA METHODE  
DES MOINDRES CARRES GENERALISES

```
*****  
*   TETA   *    0    *   0est   *  
*-----*  
*   A(1)   * -0.079 * -0.06965 *  
*-----*  
*   A(2)   * -0.047 * -0.04560 *  
*-----*  
*   B(0)   *  0.000 * 3.07E-07 *  
*-----*  
*   B(1)   *  0.975 *  0.97499 *  
*-----*  
*   B(2)   * -0.223 * -0.21388 *  
*****  
*   d =    *  0.420 *  
*****
```

RESULTATS DE L'IDENTIFICATION PAR LA METHODE  
DE MAXIMUM DE VRAISSEMBLANCE

```
*****  
*   TETA   *      0      *   0est   *  
*-----*  
*   A(1)   * -0.079   * -0.06137 *  
*-----*  
*   A(2)   * -0.047   * -0.04435 *  
*-----*  
*   B(0)   *  0.000   * 6.93E-07 *  
*-----*  
*   B(1)   *  0.975   *  0.97498 *  
*-----*  
*   B(2)   * -0.223   * -0.20581 *  
*****  
*   d =    *  0.420   *  
*****
```

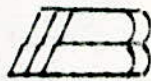
RESULTATS DE L'IDENTIFICATION PAR LA METHODE  
DE LA MATRICE INSTRUMENTALE

```

*****
*   TETA   *      0      *   0est   *
*-----*
*   A(1)   * -0.079   * -0.06957 *
*-----*
*   A(2)   * -0.047   * -0.04558 *
*-----*
*   B(0)   *  0.000   *  1.18E-05 *
*-----*
*   B(1)   *  0.975   *  0.97499 *
*-----*
*   B(2)   * -0.223   * -0.21381 *
*****
*   d =    *  0.420   *
*****

```

\*



## BIBLIOGRAPHIE



- ( 1 ) - GENTIL S., " Etude comparative de diverses méthodes statistiques d'identification de systèmes dynamiques " .Thèse 3ème cycle, Université Scientifique et Médicale ( Grenoble 72 ).
- ( 2 ) - Claude FOULARD, " Commande et régulation par ordinateur numérique " . Eyrolles.
- ( 3 ) - V. STREJC, " Least squares parameter estimation " . Automatica vol 16 pp 535 - 550.
- ( 4 ) - Peter STOICA, " Instrumental variable méthode for identification et Hammerstein systems " . INT.J.Control 1982, vol 1,35 N° 3 ( 450 - 476 )  
- Torsten SODERSTROM,
- ( 5 ) - Y. SEVELY, " Identification - Estimation " . Université Paul SABATIER.
- ( 6 ) - Jerry M. MENDEL, " Control theory " . Vol.1 Marcel DEKKER INC NY 73.
- ( 7 ) - P. BOUDAREL, " Commande optimale des Processus ( T2 ) " . Dunod ( 68 ).  
- J. DELMAS,  
- P. GUICHET,
- ( 8 ) - M.G. SINGH, " Systems, décomposition, optimisation and control " . Pergamon Press ( G.B 78 )  
- A. TITLI,
- ( 9 ) - HALILALI, " Identification de Processus " . Polycope U.S.T.H.B.

- (10). - "Identification system Parameter Estimation Preprints  
of the 3rd IFAC Symposium the Hague / Delft . Holand  
12 . 15 June 73
- (11). - J Pentinen et "Multivariable tuning regulators for unknown systems"  
H.N -KOIVO Danstadt, Red. Rep. of Germany  
Sept. 24 . 28 . 79.
- (12). - J. Richaled "Modelisation et identification des Processus"  
Techniques de l'ingenieur R 7140.
- (13). - G. Mannot "La combustion dans les fours et les chaudières"  
Publication de IFP.
- (14). - John Wiley "Foundations of optimal control theory  
et E.B. Lee  
Sons, inc
- (15). - E. Pertuis "La combustion industrielle"  
Publication de l'IFP.
- (16). - R. Loison "Chauffage industriel et utilisation des combustibles"  
Technique et Documentation
- (17). - KRITH "Transmission de chaleur"
- (18). - RC Reid "The Properties of gases and liquids"  
J.M. PRAUSNITZ Mc Grawhill. 3rd edition
- (19). - J.P Pelletier "Techniques numeriques appliquées au calcul scientifique"  
Mason et cil 71
- (20). - V. PROSKOURIAKOV "La chimie du petrol et du gaz"  
A. DRABKINE Col moscou
- (21). - A. FOSSARD "Commande des systemes multidimensionnels"  
Ed Dunod 72
- (22). - F.A WILLIAMS " Combustion theory "  
addison - wesley LONDON 65



- ( 23 ). - P. WUITHIER " Le petrole Raffinage en Genie Chimique "  
 technip 1965.
- ( 24 ). - Y. SADALLAH " Analyse du Jet de Rechauffe d'un turbe reacteur "  
 thèse de Docteur ingenieur  
 Ecole centrale des Arts et Manufactures 1984
- ( 25 ). - P. EYKHOFF " Identification and system parameter estimate "  
 3rd IFAC symposium .
- ( 26 ). - P. CALUIN " combustion de gaz Prémétangés et théorie des flammes "  
 N° 310 1987 P ( 491 . 503 )
- M. CURTAT " Modelisation du feu de local  
 N° 315 . 316 1988 P( 173 - 177)
- D. BRASS " Modelisation du comportement électrique "  
 N° 318 - 319 1988 P( 371 - 379 )

REVUES GENERALES DE THERMIQUE