

12/96

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

Présenté pour l'obtention du  
Diplôme d'Ingénieur d'Etat en  
GENIE CIVIL

THEME

MODELE D'ACCELEROGRAMMES  
POUR LE CALCUL DES STRUCTURES

*Proposé et dirigé par :*  
Dr. M. HAMMOUTENE

*Etudié par :*  
Khaled TOUNSI  
Sid Ahmed ZERMOUT

*Juin 1996*

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

Présenté pour l'obtention du  
Diplôme d'Ingénieur d'Etat en  
GENIE CIVIL

THEME

MODELE D'ACCELEROGRAMMES  
POUR LE CALCUL DES STRUCTURES

*Proposé et dirigé par :*  
*Dr. M. HAMMOUTENE*

*Etudié par :*  
*Khaled TOUNSI*  
*Sid Ahmed ZERMOUT*

*Juin 1996*

## DEDICACES

- . *A la mémoire de mon père*
- . *A ma mère avec tout le dévouement et la reconnaissance pour les sacrifices consentis à mon égard et pour ses encouragements tout au long de ma scolarité.*
- . *A mes frères Hocine et Mohamed Lamine*
- . *A mon oncle Abdelkader et ma tante Akila*
- . *A mon oncle Naïm*
- . *A la mémoire de mon cousin Billel*
- . *A toute ma famille*
- . *A tous mes amis*
- . *A tous ceux qui me sont chers*

*Khalel*

## DEDICACES

- . *A mes chers parents*
- . *A mes frères et soeurs*
- . *A tous mes amis*

*Sid-Ahmed*

## Remerciements

Au terme de ce travail , nous tenons à remercier particulièrement notre promoteur Dr Malek Hammoutene, pour son suivi, ses conseils et son apport pour l'aboutissement de ce projet .

Un remerciement particulier est adressé à Mr H.Tounsi ainsi qu'à tout le personnel de AXONE pour leur apport très précieux à ce travail.

Nous remercions Mr M.Remki pour ses conseils et son apport bibliographique, ainsi que Melle K.Kadi étudiante post-graduante en Génie Civil à l'ENP pour son aide.

Nous remercions Mr le Pr B.Tiliouine pour nous avoir fait l'honneur de présider notre jury.

Nos remerciements vont également à Mr M.K.Berrahi pour ses conseils, et à MM. M.Demidem et R.Boutemeur pour avoir accepté d'évaluer notre travail.

*Nous n'excluons pas de ces remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à notre formation qu'ils soient enseignants ou techniciens (et là notre pensée va à ceux qui veillent à nous épauler au centre de calcul et à la bibliothèque centrale et périodique) ainsi que tous les anonymes qui de par leur contribution font à ce que nos conditions de travail soient les meilleures possibles.*

ان الطبيعة العشوائية للزلازل تفرض على المهندس المدني ان يتبنى نموذج رياضي لمنحنى التسارع من اجل تمثيل الزلازل ، و هذا من اجل دراسة سلوك المنشآت اثناء الزلازل ، و ذلك بطريقة حسابية. على هذا النموذج ان يمثل عمل و اثر الزلازل باكبر دقة و وفاء ممكنين. يمثل هذا المشروع مشاركة متواضعة في هذا الميدان.

### ABSTRACT :

The aim of this work is the definition of a seismic acceleration taking in account the effects of the sedimentary deposits. We have considered the incidence of the two kinds of shear waves (SH and SV), and then have determined the associated optimized accelerograms, we have done it for three thick of soil. The methodology adopted allows us the description of the polarization of the different constitutive waves reaching the site.

We have also analyzed the effects of the two original components and the optimized ones, through the determination of the response of a given structure subjected at this solicitations, and in an other hand the determination of the associated response spectra.

We have finished our modest contribution by a comparative study of the obtained spectra and those proposed by the algerian parasismic reglementation.

### RESUME :

Le but de ce travail est la définition de l'accélération sismique compte tenu de l'effet des dépôts sédimentaires. Nous avons considéré les sollicitations sismiques résultant de l'incidence de chacun des deux types d'ondes de cisaillement (SH et SV), à la base desquelles deux accélérogrammes optimisés ont été évalués et ce pour trois épaisseurs de la couche de sol. Il nous a été alors possible de décrire la polarisation des diverses ondes sismiques arrivant au site.

Nous avons aussi analysé l'effet sur les structures des deux composantes originales à celui des accélérogrammes optimisés à travers leur application à une structure d'une part et la détermination des spectres de réponse associés, d'autre part.

Enfin, nous avons fini notre modeste contribution par une étude comparative des spectres de réponse obtenus avec ceux proposés par le règlement parasismique algérien.

SOMMAIRE

**CHAPITRE : 0 INTRODUCTION GENERALE**

**CHAPITRE : 1 ELEMENTS DE SISMOLOGIE**

- 1- Introduction
- 2- Nature de l'action sismique
- 3- Types d'ondes sismiques
  - 3-1- Ondes de volume
  - 3-2- Ondes de surface
- 4- Paramètres caractéristiques du mouvement sismique
- 5- Caractérisation du mouvement sismique
  - 5-1- Définition
  - 5-2- Durée du séisme
  - 5-3- Evaluation des séismes
  - 5-4- Spectre de réponse
  - 5-5- Spectre de calcul

**CHAPITRE : 2 MODELISATION DE LA SOURCE SISMIQUE**

- 1- Introduction
- 2- Modèle de source de Haskell
  - 2-1- Diagramme de rayonnement
  - 2-2- Décroissance géométrique
  - 2-3- Source finie

**CHAPITRE : 3 THEORIE DES ONDES ET FONCTION D'AMPLIFICATION**

- 1- Introduction
- 2- Propagation des ondes sismiques dans un milieu continu
  - 2-1- Réflexion et réfraction d'une onde sismique
  - 2-2- Demi espace homogène isotrope
  - 2-3- Demi espace homogène isotrope surmonté d'une couche de sol
- 3- Fonction d'amplification
  - 3-1- Définition
  - 3-2- Propriétés de la fonction d'amplification
- 4- Détermination du signal en surface libre
- 5- Influence de la couche de sol sur le signal au rocher

## **CHAPITRE : 4      ANALYSE STATIQUE D'UNE STRUCTURE**

- 1- Introduction
- 2- Concept des éléments finis
  - 2-1- Différentes approches
  - 2-2- Convergence d'une solution MEF
- 3- Analyse statique
  - 3-1- Méthode de résolution
  - 3-2- Méthode statique équivalente
- 4- Application

## **CHAPITRE : 5      ANALYSE DES STRUCTURES SOUS EXCITATION SISMIQUE**

- 1- Introduction
- 2- Formulation de l'équation de mouvement
- 3- Analyse modale de la structure
  - 3-1- Modélisation de la structure
  - 3-2- Problèmes aux valeurs propres
  - 3-3- Méthodes d'approches pour la résolution des problèmes aux valeurs propres
- 4- Réponse de la structure
  - 4-1- Principe de superposition modale
  - 4-2- Sélection des modes utiles
- 5- Excitation par déplacement d'appuis
  - 5-1- Système à un degré de liberté
  - 5-2- Pseudo-accélération
  - 5-3- Système à plusieurs degré de liberté
  - 5-4- Utilisation d'un spectre de réponse
- 6- Combinaison dans le cas d'excitation sismiques uniformes
- 7- Application

## **CHAPITRE : 6      COMPOSITION ET POLARISATION DES ONDES SISMQUES**

- 1- Introduction
- 2- Polarisation elleptique des ondes
- 3- Composition de 2 ondes sismiques dans le plan

## **CHAPITRE : 7      CONCLUSION**

### **ANNEXES**

- Annexe A
- Annexe B
- Annexe C

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## CHAPITRE 0

INTRODUCTION GENERALE

## 1- INTRODUCTION GENERALE :

Les séismes font partie des cataclysmes naturels qui ont toujours exercé une grande fascination sur l'humanité. Ils sont responsables de la destruction de villes entières, de la mort de millions d'êtres humains, et ont souvent des conséquences économiques désastreuses pour les pays touchés.

Suite aux dommages que peut engendrer un séisme, et avec l'accélération du développement industriel et la réalisation de constructions audacieuses telles que: barrages, tours de grande hauteur, centrales nucléaires, etc..., le besoin d'une garantie antisismique des constructions s'impose comme une absolue nécessité du point de vue socio-économique et même politique.

Cette garantie passe d'abord par la prévention des ouvrages contre les séismes, et par la quantification du risque sismique dans une région vu que la prédiction d'un séisme dans une zone déterminée est très difficile voire impossible, ceci relève de l'exploit.

Cette prise en compte du risque sismique dans la conception d'un grand nombre d'ouvrages importants, a contribué au développement rapide d'une science récente : **LE GENIE PARASISMIQUE**.

Sous cet essor, sont apparues plusieurs disciplines dont :

- La sismologie,
- La dynamique des sols,
- La dynamique des structures et équipements,
- L' instrumentation sismique.

En fait, le problème posé à l'ingénieur en phase d'avant projet de construction est le suivant : construire sur un site donné un ouvrage qui doit résister à l'éventualité d'un séisme. Pour résoudre ce problème, l'ouvrage considéré doit faire l'objet d'un calcul sismique; ce dernier a pour but la détermination des grandeurs dépendant du séisme qui sont nécessaires au dimensionnement de l'ouvrage.

Pour ce fait, les problèmes de dynamique peuvent porter sur deux catégories

- *Problème de propagation des ondes.*
- *Problème de dynamique des structures.*

Dans le cadre de ce présent travail, notre étude traitera les deux aspects de la dynamique . Cette étude sera menée en trois (03) volets :

Le premier volet concernera le comportement du sol, vu qu'il est le siège du séisme. Le but de cette première phase de notre étude est de déterminer l'influence du sol sur le signal généré par le séisme au niveau de l'assise rocheuse, et ceci en passant par l'étude d'un modèle de source ainsi que des paramètres intrinsèques du sol, dont le paramètre le plus important, à savoir, *la fonction d'amplification*.

Le second volet de cette étude traitera l'effet du séisme sur une structure conçue pour être implantée à la surface du sol. Cette seconde phase du projet comportera une analyse statique puis une analyse dynamique d'une structure autostable sous l'effet des différents mouvements induits par le séisme simulé, et ce pour différentes épaisseurs de la couche de sol, on déterminera la réponse dynamique vis-à-vis du séisme, et les efforts sismiques dans les éléments, paramètres nécessaires pour le dimensionnement de la structure.

Dans le troisième volet, on mènera une étude pour la composition des mouvements et accélérogrammes induits par les ondes  $S_H$  et  $S_V$ , on optimisera le mouvement sismique obtenu à la surface du sol, on déterminera ainsi les directions principales du séisme (*axe majeur et axe mineur*). On calculera aussi la réponse de la structure sous l'effet des accélérogrammes optimisés.

La phase finale de cette étude sera réservée aux conclusions générales et suggestions qui découlent au terme de ce projet.

# CHAPITRE 1

ELEMENTS DE SISMOLOGIE

## 1- INTRODUCTION :

Les séismes apparaissent comme une manifestation susceptible de phénomènes qui se poursuivent à l'échelle des temps géologiques. Ils sont la conséquence des lentes déformations qui affectent les régions supérieures du globe terrestre et au cours desquelles des quantités considérable d'énergie s'accumulent dans les matériaux constitutifs sous forme d'énergie de déformation. Après rupture (dépassement de l'équilibre limite), il y a un ébranlement qui se propage sous forme d'ondes sismiques.

L'état actuel des connaissances en sismologie est tel que, s'il n'est pas possible de prédire l'instant où le séisme se produira en un lieu donné, il est au moins possible d'identifier les zones à haut risque sismique et d'y construire en conséquences pour limiter les dégâts.

Ces limitations passent nécessairement par la connaissance détaillée du mécanisme générateur des séismes pour pouvoir être en mesure de construire en zone sismique.

## 2- NATURE DE L'ACTION SISMIQUE :

L'action sismique consiste en un mouvement vibratoire du sol de forte amplitude caractère aléatoire correspondant à une libération brutale d'une partie de l'énergie se propageant sous forme d'ondes élastiques ayant pris naissance à l'intérieur de l'écorce terrestre de durée variable mais toujours brève. Ces ondes se diffusent dans toutes les directions à partir de la source et se manifestent sous forme de déplacement du sol qui sera enregistré par des stations dotées d'instruments adéquats.

A l'origine de tels phénomène se trouvent les déformations lentes de la croûte terrestre ou du milieu sous-jacent, qui entraînent l'accumulation de tensions internes. Ces dernières finissent par dépasser, en un point donné, la résistance des roches au cisaillement, produisant à l'endroit en question une rupture qui se propage ensuite. La faille résultante constitue désormais une zone de faiblesse dans la croûte.

Les propriétés de l'action sismique dépendent de nombreux facteurs, dont notamment : la magnitude, le mécanisme au foyer et la profondeur du foyer, la distance du site à la source, la direction de propagation, les propriétés mécaniques et la configuration des milieux traversés, ainsi que les caractéristiques géologiques, géotechniques et topographiques du site.

Les mouvements sismiques du sol sont très complexes et l'évaluation des caractéristiques de ces mouvements et leur quantification est essentielle. L'explication de leurs causes a fait l'objet de plusieurs théories :

- théorie de la source explosive
- théorie de la tectoniques des plaques
- la subduction

- le décrochement
- la compression

### 3- LES ONDES SISMIQUES :

Après rupture, l'énergie est libérée sous forme d'ondes sismiques de divers types. Ces dernières se propagent rapidement à partir du foyer, provoquant une secousse sismique et engendrant en surface un mouvement complexe difficile à prédire en un site donné.

On distingue les types d'ondes suivantes :

- Ondes de volume.
- Ondes de surface.

#### 3-1- Ondes de volumes :

Elles prennent naissance dans le foyer et se propagent à l'intérieur de la terre (dans un volume), sous deux formes :

##### . *Ondes longitudinales ou ondes P (ondes primaires)* :

Ce sont des ondes de dilatation ou de compression qui se propagent à une vitesse moyenne de 7 à 8 Km/h et induisent une déformation parallèle à la direction de propagation. Elles s'accompagnent d'un changement de volume.

##### . *Ondes transversales ou ondes S (ondes secondaires)* :

Ce sont des ondes de cisaillement, correspondant à un mouvement sans variation de volume. Elles se propagent à une vitesse de 4 à 5 Km/h et induisent une distorsion dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Ces ondes sont les plus dangereuses pour les constructions, elles sont d'une importance primordiale en génie parasismique.

A la différence des ondes longitudinales, les ondes transversales ne peuvent se propager dans les milieux liquides ou gazeux, en raison de l'inaptitude de ces milieux à transmettre les efforts de cisaillement.

Les vitesses de propagation des ondes  $P$  et  $S$  sont définies par :

$$V_p = \left[ \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right]^{1/2} ; \quad V_s = \left[ \frac{\mu}{\rho} \right]^{1/2}$$

où : -  $V_p$  : vitesse des ondes P

-  $V_s$  : vitesse des ondes S

-  $\rho$  : masse volumique de la couche de sol

-  $\lambda$  et  $\mu$  : coefficients de Lamé

Comme les constantes élastiques sont positives,  $V_p$  est toujours supérieure à  $V_s$ .

Le coefficient de Poisson est donné par :  $\nu = \frac{0.5 - \alpha^2}{1 - \alpha^2}$  où :  $\alpha = \frac{V_s}{V_p}$

### 3-2- Ondes de surface :

Les ondes de volume rencontrent des discontinuités et des hétérogénéités ou la surface libre. En heurtant ces surfaces, elles donnent naissance à des ondes de surface n'intéressant le sol que sur une profondeur extrêmement faible. On distingue principalement :

- les ondes de Rayleigh
- les ondes de Love

#### . Ondes de RAYLEIGH ou ondes R :

Ce sont les ondes pour lesquelles les points du sol décrivent des ellipses dans le plan vertical de la direction de propagation. Elles entraînent des compressions ou des tractions ainsi que des cisaillements dans le sol.

#### . Ondes de LOVE ou ondes Q :

Ce sont les ondes pour lesquelles les points du sol se déplacent dans un plan tangent à la surface perpendiculairement à la direction de propagation. Elles n'entraînent que des contraintes de cisaillement.

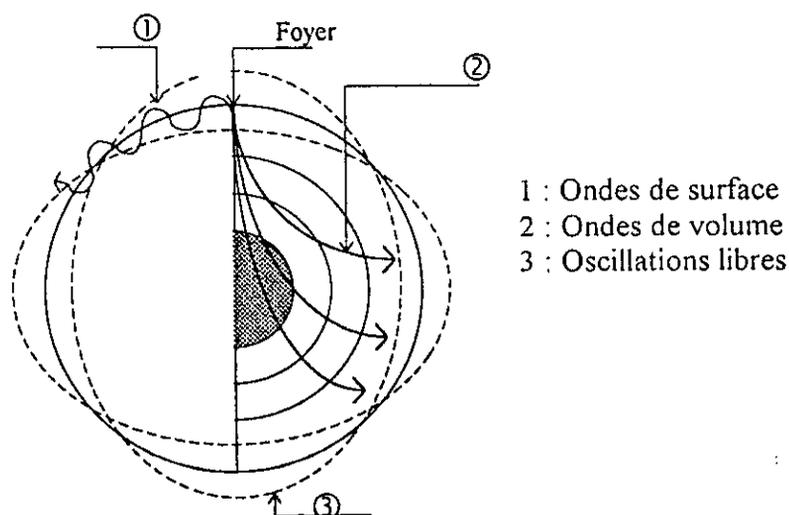


Fig. 1.1 - Types d'ondes

### 3-3- Mouvement particulaire au passage d'une onde plane :

#### 3-3-1- Onde P :

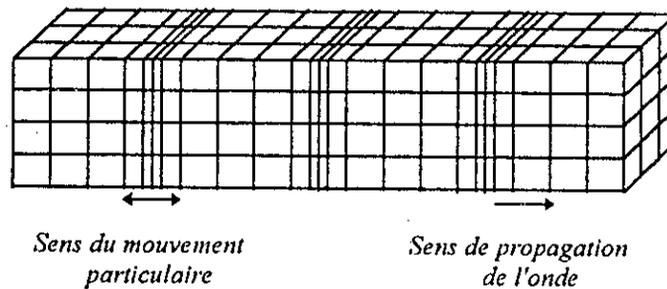


Fig. 1.2.a - Mouvement des particules de sol au passage d'ondes P

#### 3-3-2- Onde S :

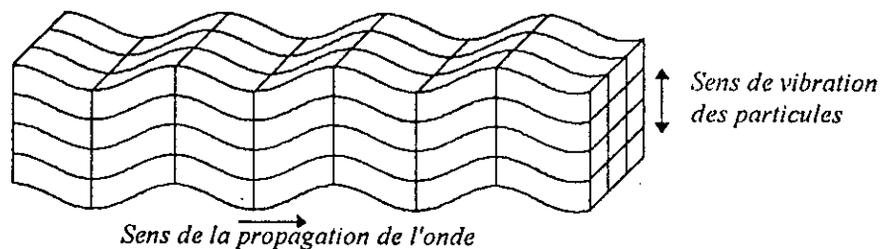


Fig. 1.2.b - Mouvement des particules de sol au passage d'ondes S

## 4- PARAMETRES CARACTERISTIQUES DU MOUVEMENT SISMIQUE :

Lorsqu'un front d'ondes de volume rencontre la séparation de deux couches de terrains, ayant des propriétés physiques différentes, une onde est réfléchiée dans le premier milieu, une autre est transmise par réfraction dans le second milieu. Par ailleurs, après réfraction ou réflexion, la nature des ondes peut changer (*conversion des ondes*). Donc pendant la propagation d'une onde sismique, il y a le passage d'un type d'onde à l'autre si bien qu'au niveau du sol, le signal recueilli présente un aspect tout à fait aléatoire.

Lorsque les ondes sismiques atteignent un site à la surface du globe, elles engendrent des vibrations en trois dimensions (deux horizontales orthogonales et une verticale). Les enregistrements des accélérations de ces mouvements en fonction du temps s'effectuent à l'aide d'accélérographes, ils constituent les accélérogrammes.

Par intégration d'un accélérogramme, on peut obtenir les diagrammes de vitesse et de déplacement en fonction du temps.

Cette opération exige une minimisation des erreurs dues aux basses fréquences et les processus de différenciation pour les réponses des systèmes à hautes fréquences qui exigent aussi une réduction des erreurs à hautes fréquences.

Une approche pratique pour résoudre ces deux problèmes consiste à réduire les erreurs de digitalisation à des niveaux acceptables et ce en filtrant les accélérogrammes.

Une fois ces corrections faites, l'accélérogramme résultant sera utilisé pour le calcul des paramètres du mouvement sismique, en l'occurrence, l'accélération, la vitesse, le déplacement, les contraintes,...etc.

La bonne compréhension de ces paramètres est d'une grande importance en Génie Parasismique.

## 5- CARACTERISATION DU MOUVEMENT SISMIQUE :

### 5-1- Définitions :

#### a- L'épicentre géométrique :

L'épicentre géométrique est la projection verticale du foyer sismique sur la surface libre. Fig.1.3

#### b- La distance focale :

La distance focale d'un bâtiment est la distance qui le sépare du foyer sismique.

Fig.1.3

#### c- La distance épacentrale :

La distance épacentrale d'un bâtiment est la distance qui le sépare de l'épicentre géométrique. Fig.1.3

#### d- L'épicentre d'observation :

C'est le site où se produit le maximum de dégâts lors d'un séisme. Il n'est pas forcément confondu avec l'épicentre géométrique.

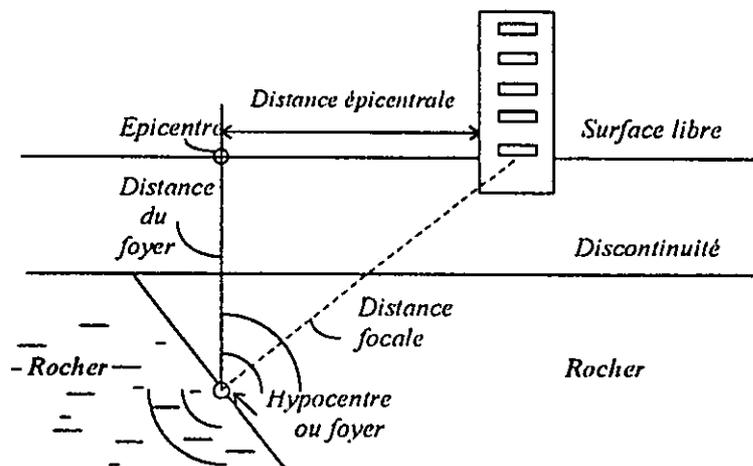


Fig 1.3 - Caractéristiques du mouvement sismique

### 5-2- Durée d'un séisme :

La durée d'un séisme est très variable mais toujours brève (quelques secondes à quelques dizaines de secondes).

La détermination de ce paramètre dans la caractérisation d'un séisme est très délicate à partir de l'accélérogramme.

Certains sismologues ont proposé de la définir à partir du diagramme d'*HUSID* qui proposa une forme convenable pour quantifier la variation du niveau de vibration dans le temps.

Si  $a(t)$  est l'accélération en fonction du temps,  $T$  la durée totale du séisme (de l'accélérogramme). Ainsi une variable normalisée  $h(t)$  peut être définie par :

$$h(t) = \frac{\int_0^t [a(t)]^2 dt}{\int_0^T [a(t)]^2 dt} \quad h(t) : \text{est appelée tracé d'HUSID}$$

L'intégrale au dénominateur est une mesure de l'énergie contenue dans l'accélérogramme.

On peut alors définir la durée significative du séisme comme étant le temps requis pour passer du niveau 5% au niveau 95% du tracé d'*HUSID*.

### 5-3- Evaluation des séismes :

Pour l'ingénieur en génie civil, la caractéristique essentielle est l'aptitude plus ou moins grande du séisme à provoquer en un point donné de la surface des actions mécaniques et des destructions.

Pour représenter cette grandeur, on utilise aujourd'hui des échelles macroscopiques désignées par : l'échelle des magnitudes et l'échelle des intensités.

#### 5-3-1- Magnitude :

La magnitude représente une mesure de l'énergie libérée par la rupture de la faille dans la zone source. Elle est calculée comme étant le logarithme de l'amplitude maximale enregistré par un sismographe du type Wood-Anderson, ayant une période propre de 0.8s et un pourcentage d'amortissement critique de 80%, situé à 100 Km de l'épicentre.

D'une façon générale la magnitude est calculée par l'expression :

$$M = \log \frac{A}{T} + F(\Delta, h) + S$$

- où :
- A : L'amplitude maximale de l'onde sismique enregistrée.
  - T : Période de l'onde sismique enregistrée.
  - F : Représente le facteur de correction de la distance épacentrale  $\Delta$  et de la profondeur h.
  - S : Représente un facteur de site.

La magnitude d'un séisme est un nombre réel exprimé en chiffres arabes.

Entre la magnitude  $M$  et l'énergie libérée  $E$  a été établie la relation suivante :

$$E = 10^{1.8 + 1.5M} \text{ KJoules}$$

### 5-3-2- Intensité :

L'échelle d'intensité attribuée à un séisme caractérise son importance en un lieu donné, d'après les manifestations ressenties par les personnes et les dégâts subis par les constructions.

L'intensité d'un séisme dépend du lieu où elle est mesurée et décroît généralement quand la distance épacentrale du lieu d'observation augmente. Elle est exprimée en chiffres romains. Il existe deux grandes échelles de mesure :

#### *a- L'échelle macroscopique internationale - l'échelle MERCALLI :*

Elles décrivent les effets d'un séisme observé sur l'environnement, les constructions, et le sens de l'homme.

Degré I : secousse imperceptible à l'homme mais enregistrées par les appareils de mesure .

Degré II-III : secousse ressenties par un faible nombre de personnes .

Degré IV-V : séisme ressenti par de nombreuses personnes.

Degré VI : séisme ressenti par la plupart des personnes .

Degré VII : dommages légers aux constructions .

Degré VIII-IX : dommages importants aux constructions .

Degré X : destruction générale des bâtiments .

Degré XI-XII : catastrophes .

**b- L'échelle macroscopique M.S.K :**

Plus précise, elle prend en compte le type de construction et le pourcentage des bâtiments affectés, pour l'évaluation des dégâts.

**5-4- Spectre de réponse :**

Le spectre de réponse en accélération, vitesse ou déplacement permet de faire intervenir la notion de contenu en fréquence du mouvement sismique, son but est de caractériser un séisme d'après une structure.

Par définition, un spectre de réponse exprime la réponse maximale des grandeurs d'un oscillateurs simples à un degré de liberté de fréquence propre et de coefficient d'amortissement variables.

Par ailleurs, pour une même secousse sismique, les spectres de réponse établis en surface sont différents selon qu'ils correspondent à un affleurement rocheux ou à un dépôt sédimentaire. Les caractéristiques des sédiments vont influencer sur le mouvement du sol enregistré en surface. Par conséquent, la forme du spectre de réponse établi en surface est très sensible à la nature du sol.

**5-5- Spectre de calcul :**

Lorsqu'il s'agit de déterminer le spectre de réponse à prendre en compte pour le calcul des constructions en un site donné, il est exclu un seul acclérogramme, même s'il a été enregistré au voisinage du site. Ainsi, en se basant sur l'étude des spectres de réponses associés à plusieurs séismes et sur le calcul des réponses correspondants à différents enregistrements de mouvements, il est possible d'estimer la forme générale de spectres typiques, ou de déduire des règles qui permettent de construire, de façon approximative, des spectres de calcul utilisables pour la conception des structures.

Il existe une différence fondamentale entre un spectre de réponse (*response spectrum*) et un spectre de calcul (*design spectrum*). Le premier caractérise la réponse calculée associée à un mouvement sismique particulier (unique), alors que le second caractérise une classe de mouvements sismiques pouvant exciter un site bien défini.

## CHAPITRE 2

MODELISATION DE LA  
SOURCE SISMIQUE

## 1- INTRODUCTION :

Pour déterminer les plus importantes propriétés de la radiation des ondes sismiques à partir d'une faille représentée par une dislocation dans un milieu élastique, infini et isotrope, on procède à une modélisation de la source.

A cause des difficultés de solution des problèmes de fracture, et de la limitation des données d'observation disponibles, des modèles simplifiés ont été proposés par les sismologues. Il est beaucoup plus simple de modéliser un tremblement de terre par la spécification en fonction du temps en chaque point du plan de faille.

Parfois, la source du tremblement de terre est représentée par un point (*source ponctuelle*) dont la position correspond à celle de l'hypocentre. Ce modèle élémentaire de source sismique est adéquat dans plusieurs problèmes de sismologie.

Cependant, l'étude détaillée du mécanisme de la source nécessite une représentation plus réaliste. Cette dernière s'appuie sur le modèle de propagation de la rupture le long de la faille.

## 2- MODELE DE SOURCE CINEMATIQUE DE HASKELL :

Pour simuler les séismes, *HASKELL* a proposé un modèle de source dans lequel le glissement est uniforme et la faille de forme rectangulaire et pour lequel la rupture se propage avec une vitesse constante. *Fig. 2.1.*

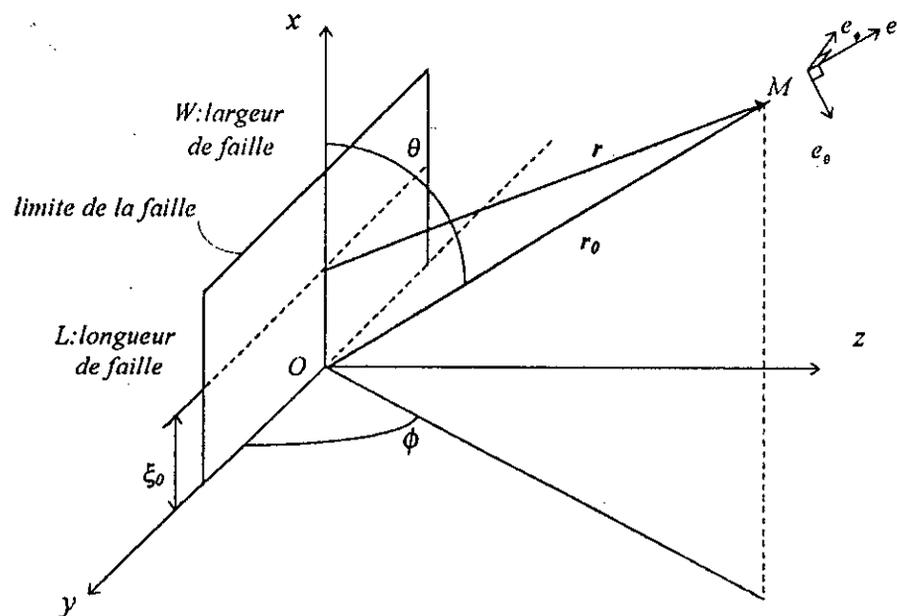


Fig. 2.1 - Plan de faille.

La faille est représentée dans un repère cartésien  $x, y, z$ . L'introduction des coordonnées sphériques permet une représentation du rayonnement de la faille, le point  $M$  représentant le récepteur.

Le rayonnement du modèle est donné par :

$$U(r_0, t) = R_c(\theta, \varphi, r) \cdot \frac{M_0}{4\pi\rho r_0 c^3} \cdot f\left(t - \frac{r_0}{c}\right)$$

On peut mettre en évidence trois facteurs dans cette expression :

- $R_c(\theta, \varphi, r)$  représente le diagramme de rayonnement.
- $\frac{M_0}{4\pi\rho r_0 c^3}$  représente la décroissance géométrique.
- $f\left(t - \frac{r_0}{c}\right)$  représente la forme de l'onde.

Dans cette formule  $U$  est le déplacement d'un point à l'instant  $t$  et à la distance  $r_0$  de la source,  $M_0$  est le moment sismique,  $\rho$  la densité,  $c$  la vitesse de propagation de l'onde,  $\theta$  et  $\varphi$  les angles en coordonnées sphériques de la direction source-observateur.

### 2-1- Diagramme de rayonnement :

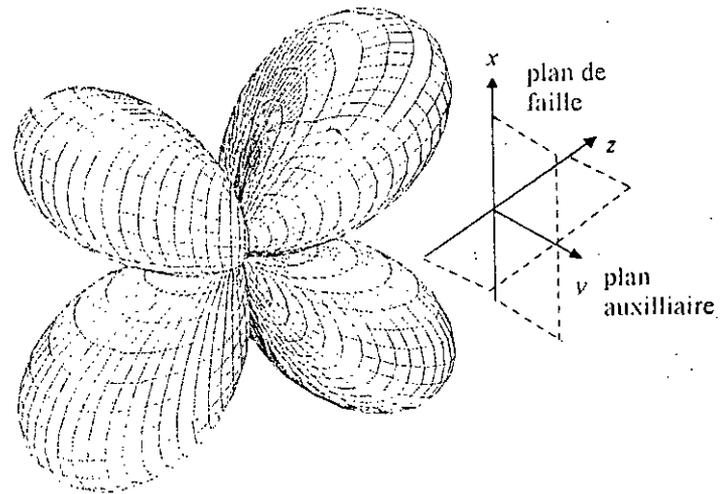
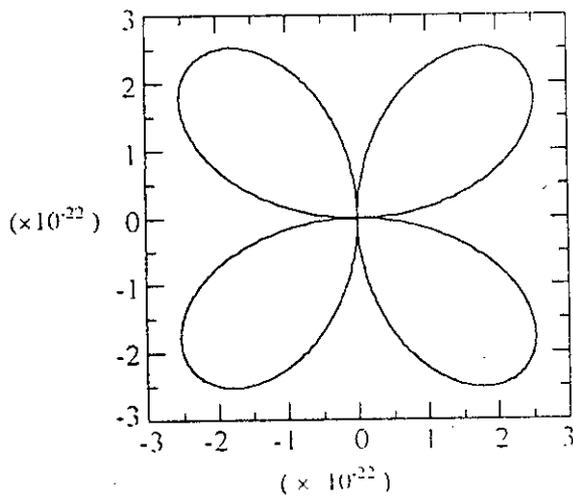
La direction de propagation de l'onde et l'orientation du plan de faille ont un effet de directivité sur l'onde.

Pour l'onde  $P$ , lorsque  $\sin(2\theta) = 0$ , le rayonnement est nul. Le plan de faille et le plan orthogonal à la dislocation, appelé plan auxiliaire, sont des plans nodaux pour la radiation. Par contre, la radiation est maximale à  $45^\circ$  par rapport à ces plans ou  $\sin(2\theta) = 1$  (Fig. 2.2.a). L'espace est ainsi divisé en quadrants par les plans nodaux.

Pour l'onde  $S_V$ , on note un rayonnement maximal à  $0^\circ$  par rapport aux plans nodaux alors qu'il est nul à  $45^\circ$ . Fig. 2.2.b.

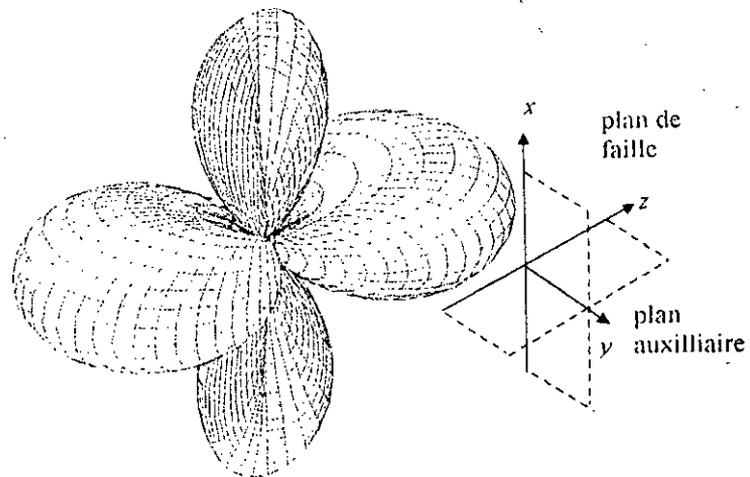
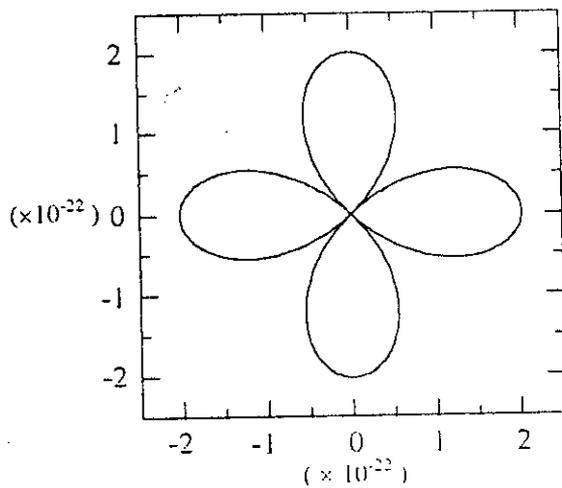
Pour illustrer le rayonnement des ondes  $P$  et  $S_V$ , on traite le profil de sol suivant :

- densité du sol :  $\rho = 2650 \text{ g cm}^3$
- vitesse de propagation des ondes -  $P$  :  $\alpha = 6000 \text{ m/s}$  ,  $S_V$  :  $\beta = 3500 \text{ m/s}$ .
- longueur de la faille :  $L = 1 \text{ km}$
- distance source-observateur :  $r = 30 \text{ km}$
- vitesse de rupture :  $V_r = 0.72 \beta$



variation de  $1/4\pi r_0 \alpha^3 \cdot R_a$  pour  $\varphi=60^\circ$

Fig. 2.2.a - Rayonnement onde P



variation de  $1/4\pi r_0 \beta^3 \cdot R_b$  pour  $\varphi=60^\circ$

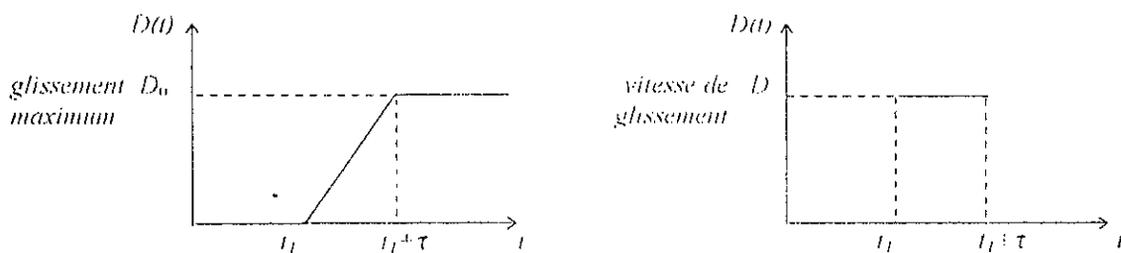
Fig. 2.2.b - Rayonnement onde  $S_y$

Le relevé des polarités des premiers mouvements des ondes P en compression ou en dilatation pour les stations sismologiques mondiales permet de déterminer les plans nodaux et en déduire la direction de la faille et son pendage.

### 2-2-1- La forme de l'onde :

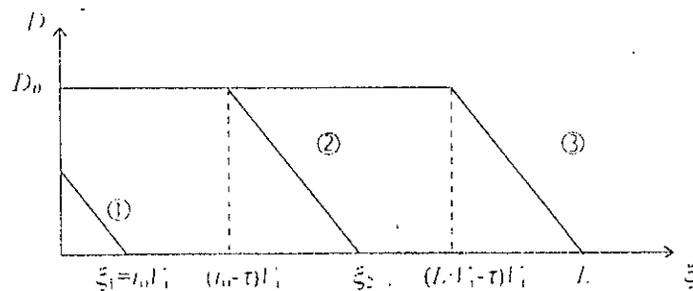
Le glissement qui se produit le long de la faille lors de la rupture, met un certain temps avant d'atteindre sa valeur finale. La façon suivant laquelle on passe d'un état à l'autre dépend de la rupture. *HASKELL* a choisi un modèle simple où le passage se fait en forme de rampe représentée à la *Fig. 2.3*. La rupture se propageant de bas vers le haut avec une vitesse  $V_r$ , va produire un glissement de tous les points d'un déplacement maximum  $D_0$  pendant une durée  $\tau$  appelée temps de montée (temps de glissement d'un point).

La forme de l'onde  $f(t)$  est proportionnelle à la dérivée de  $D(t)$ : c'est un créneau de largeur  $\tau$ .



*Fig. 2.3* forme d'onde

A un instant  $t$  donné, l'état de glissement de chaque point le long de la faille est représenté dans *Fig. 2.4*.



*Fig. 2.4* - Etat de glissement des points le long de la faille à un instant donné.

On distingue 3 cas :

Cas 1 :  $0 < t_0 < \tau$

Aucun n'a atteint un état de glissement final.

Cas 2 :  $\tau < t_0 < \frac{L}{V_r}$

Au moins un point a atteint un état de glissement final.

Cas 3 :  $\frac{L}{V_r} < t_0 < \frac{L}{V_r} + \tau$

La rupture a atteint la limite de la faille.

### 2-2- La décroissance géométrique :

Elle est représentée par le coefficient :  $\frac{M_0}{4\pi\rho_0 c^3}$

Il y a trois éléments importants dans cette expression :

En premier lieu l'amplitude du déplacement est proportionnelle au moment sismique  $M_0$  défini par :

$$M_0 = \mu \cdot L \cdot W \cdot D_0$$

où : -  $\mu$  : coefficient de viscosité du milieu. -  $W$  : largeur de la faille  
-  $L$  : longueur de la faille -  $D_0$  : glissement maximum

Le moment sismique peut être représenté suivant un système de force équivalent à une dislocation Fig. 2.5.

On note aussi que le déplacement est inversement proportionnel à la distance source-observateur  $r_0$  et au cube de la vitesse  $c$  (a ou b) de l'onde. C'est pour cette raison que l'amplitude de l'onde S est, en général, plus importantes que celle de l'onde P, puisque la vitesse de propagation des ondes S est supérieure à celle des ondes P.

Cette dislocation ou déplacement relatif d'un côté du plan de la faille par rapport à l'autre va produire pour les ondes P une distribution de compression et de dilatation Fig. 2.5.a, et de cisaillement Fig. 2.5.b.

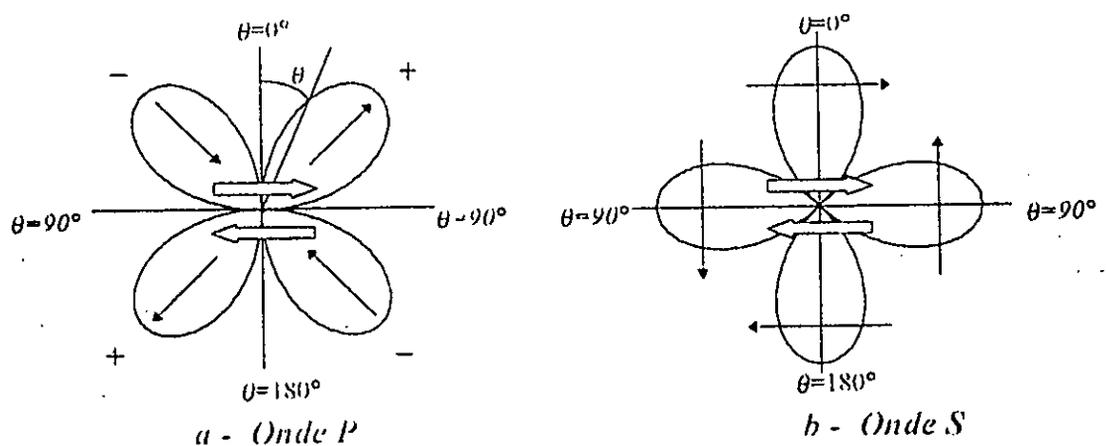


Fig. 2.5 - Distribution des contraintes

2-3- Source finie :

Le spectre de Fourier de la source est donné par :

$$U(\omega) = \frac{M_0}{4\pi\rho c^3 r_0} \cdot R(\theta, \varphi) \cdot \frac{\sin(X_\tau)}{X_\tau} \cdot \frac{\sin(X_L)}{X_L}$$

$\omega = 2\pi/T$  est la pulsation.

où :  $X_\tau = \omega\tau/2$

$$X_L = \omega l_r/2 \quad \left( l_r = L(1/V_r - \cos\theta/c) \right)$$

Le double facteur en  $\sin X/X$  détermine la forme de l'onde. Si  $\omega$  tend vers zéro, alors  $X_\tau$  et  $X_L$  tendent aussi vers zéro et  $\sin X/X$  tendra vers 1. Donc la limite à basse fréquence du spectre est  $M_0/4\pi\rho r_0 c^3$ . D'autre part  $\sin X/X$  est constant au voisinage de zéro de l'argument et commence à diminuer rapidement à partir de un radian. Si  $X_\tau$  et  $X_L$  sont plus grands que 1, alors le spectre varie comme  $1/(X_\tau \cdot X_L)$ , donc comme  $\omega^{-2}$ .

La figure 2.6 donne la forme du spectre sur une échelle logarithmique.

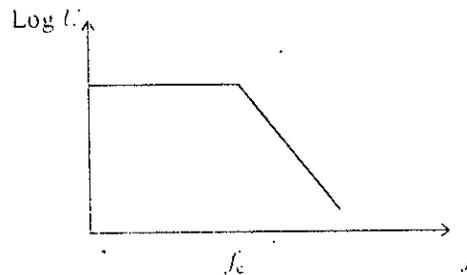


Fig 2.6 - Forme du spectre du signal P ou S sur une échelle logarithmique

La fréquence coin est donnée par :

$$X_\tau \cdot X_L = 1 \quad \text{donc :} \quad \omega_c \frac{l_r}{2} \cdot \omega_c \frac{\tau}{2} = 1$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{l_r\tau}}$$

**Remarque importante :**

Pour les ondes sismiques à longues périodes, ayant des longueurs d'ondes plus grandes que les dimensions de la faille, le modèle de dislocation est une approximation très utile pour la modélisation du rayonnement sismique à grande distance de la source.

Pour les hautes fréquences, qui sont celles qui intéressent le génie parasismique, le modèle de *HASKELL* n'est pas physiquement acceptable. En effet, le modèle à glissement uniforme viole la continuité de la matière près des bords de la faille.

Le rayonnement à haute fréquence étant contrôlé par la dynamique du front de rupture, ce modèle ne peut pas être utilisé pour le calcul des mouvements forts en champ proche. Il est néanmoins possible d'introduire des modifications au modèle de la dislocation simple afin de pouvoir ainsi simuler de façon approchée le rayonnement d'une fracture de géométrie générale .

## CHAPITRE 3

THEORIE DES ONDES ET  
FONCTION D'AMPLIFICATION

## 1- INTRODUCTION :

L'objet de ce présent chapitre est de présenter les outils mathématiques nécessaires pour les problèmes de propagation d'ondes élastiques dans un milieu horizontal stratifié, chaque couche étant continue, isotrope et d'épaisseur constante.

Les différentes couches sont supposées à comportement visco-élastique linéaire équivalent.

Le problème est lié à la nature du mouvement incident et à la nature du milieu dans lequel il se propage.

## 2- PROPAGATION DES ONDES SISMIQUES DANS UN MILIEU CONTINU

Dans ce qui suit, les hypothèses fondamentales sont :

. Le profil de sol est supposé infini horizontalement.

. Chaque couche de sol est entièrement définie par son module de cisaillement, sa masse volumique, son coefficient d'amortissement et son épaisseur.

### 2-1- Réflexion et réfraction d'une onde sismique :

Lorsqu'une onde heurte une surface de discontinuité des caractéristiques mécaniques séparant deux milieux, il se produit un phénomène de réflexion ou de réfraction. De plus, il se produit des changements de mode, une onde incidente donnant, en général, naissance à des ondes longitudinales et à des ondes de cisaillement, éventuellement à des ondes de surface. On appelle ces ondes *des ondes convertibles*. Les ondes  $P$  et  $S_V$  sont classées dans cette catégorie. Lorsque l'interface est horizontale, les ondes  $P$  donnent lieu à une conversion en  $P$  et  $S_V$  et les ondes  $S_V$  sont converties en  $P$  et  $S_V$ .

Les lois de réflexion ou lois de *SNELL* permettent de déterminer les angles de direction de propagation des ondes réfléchies et réfractées.

$$\frac{\sin i_1}{\alpha_1} = \frac{\sin i_2}{\alpha_2} = \frac{\sin j_1}{\beta_1} = \frac{\sin j_2}{\beta_2} = p = \text{cste}$$

La loi de *SNELL* montre que si les caractéristiques mécaniques des deux milieux et l'angle  $i_1$  de l'onde incidente sont tels que :

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} \sin(i_1) > 1 \quad i_2 \text{ est imaginaire.}$$

L'onde plane donne naissance à une onde de surface se propageant avec une vitesse  $\frac{\beta_2}{\sin(i_2)}$ .

### 2-2- Demi espace homogène isotrope :

Supposons une surface libre plane ( $z = 0$ ) et une onde se propageant avec une incidence  $i$  par rapport à la verticale. On considérera les deux types d'ondes  $P$  et  $S_V$ .

Pour le système d'axes choisi, les ondes  $P$  et  $S_V$  sont indépendantes de  $y$  représentées sur les figures 3.1 et 3.2 :

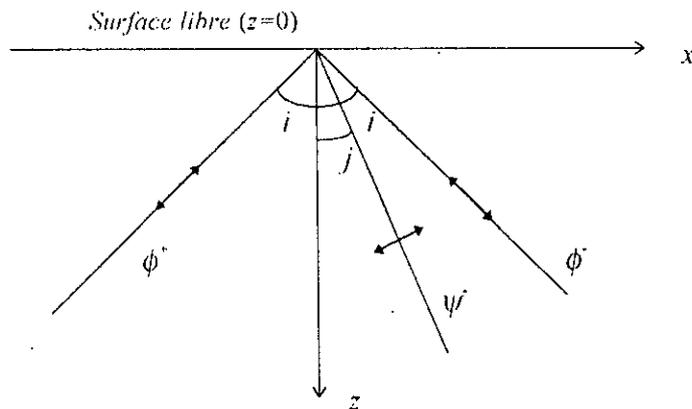


Fig 3.1 - Réflexion d'une onde  $P$  à la surface libre d'un solide élastique

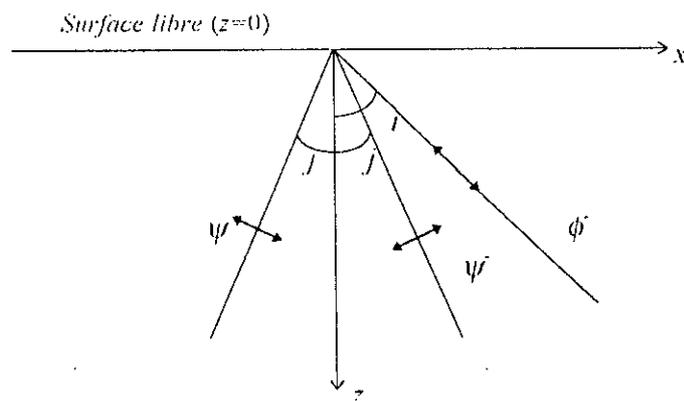


Fig 3.2 - Réflexion d'une onde  $S_V$  à la surface libre d'un solide élastique

Pour les ondes  $P$ ,  $S_V$  et  $S_H$ , les vecteurs déplacements sont respectivement donnés par les expressions :

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, 0, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \\ \underline{U} &= \left( -\frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ \underline{U} &= (0, v, 0)\end{aligned}$$

D'où le déplacement associé aux deux ondes  $P$  et  $S_V$  :

$$\underline{U} = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

où  $\phi$  et  $\psi$  représentent des fonctions potentielles associées respectivement à la dilatation et à la rotation du milieu.

avec :  $\phi = \phi^+ + \phi^-$  et  $\psi = \psi^-$  pour une onde  $P$  incidente.

et  $\phi = \phi^-$  et  $\psi = \psi^+ + \psi^-$  pour une onde  $S_V$  incidente.

Dans le cas d'une radiation, les contraintes sont données par :

$$\begin{aligned}\sigma_{xz} &= \mu \left( \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \\ \sigma_{xy} &= \mu \left( \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right) \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left( \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial U_z}{\partial z}\end{aligned}$$

Pour une onde  $P$ , on aura :

$$\begin{aligned}\sigma_{xz} &= 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\end{aligned}$$

Pour une radiation  $S_V$ , on obtiendra les contraintes suivantes :

$$\sigma_{xz} = \mu \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$$

$$\sigma_{yz} = 0$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z}$$

Pour l'onde  $SH$ , les contraintes seront les suivantes :

$$\sigma_{xz} = 0$$

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\sigma_{zz} = 0$$

Dans les deux cas  $P$  et  $S_V$ , les conditions limites, correspondant à des contraintes nulles à la surface libre, sont données par :

$$[\sigma_{xz} = 0]_{z=0}$$

$$[\sigma_{zz} = 0]_{z=0}$$

Ces conditions nous permettent de déterminer les coefficients de réflexion de l'onde incidente.

### 2-3-Demi espace homogène isotrope surmonté d'une couche de sol (monocouche) :

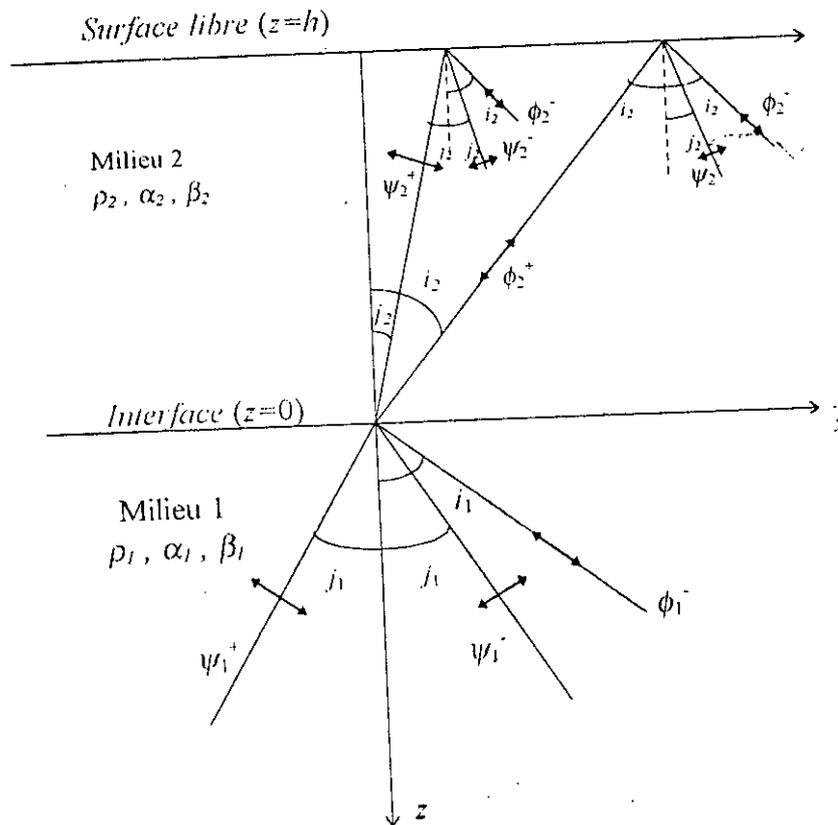


Fig 3.3 - Propagation d'une onde Sv à incidence quelconque dans un profil de sol

#### 2-3-1- Partition de l'énergie sur l'interface :

La figure 3.3 montre qu'une onde  $S_V$  incidente donne naissance à l'interface à deux ondes réfractées  $P^{++}$  et  $S_V^+$ , ainsi qu'à deux ondes réfléchies  $P^-$  et  $S_V^-$ .

Pour déterminer la part de l'énergie transmise et réfléchi dans chaque onde naissante, on utilise les mêmes équations de déplacements et contraintes correspondant à une radiation  $S_V$  définies antérieurement (demi espace homogène isotrope) et on tient compte des conditions limites et des conditions de continuité suivantes :

- conditions limites : à la surface libre

$$[\sigma_{xz} = 0]_{z=h}$$

$$[\sigma_{yz} = 0]_{z=h}$$

$$[\sigma_{zz} = 0]_{z=h}$$

- continuité des contraintes : à l'interface

$$\left[ \sigma_{zz}^1 = \sigma_{zz}^2 \right]_{z=0}$$

$$\left[ \sigma_{xz}^1 = \sigma_{xz}^2 \right]_{z=0}$$

- continuité des vitesses : ( des déplacements )

- vitesse normale : déplacement  $U_z$

$$\left[ U_z^1 = U_z^2 \right]_{z=0}$$

- vitesse tangentielle : déplacement  $U_x$

$$\left[ U_x^1 = U_x^2 \right]_{z=0}$$

Les angles de rayonnement sismique avec la normale à la surface de discontinuité suivent la *loi de SNELL* :

$$\frac{\sin i_1}{\alpha_1} = \frac{\sin i_2}{\alpha_2} = \frac{\sin j_1}{\beta_1} = \frac{\sin j_2}{\beta_2} = p = \text{cste}$$

En écrivant les équations de mouvement dans chaque milieu on obtien le système suivant :

$$\sum_{k=1}^n \sigma_{ij}^{(1)} = \sum_{k=1}^n \sigma_{ij}^{(2)} \quad i = 1,3$$

$$\sum_{k=1}^n u_i^{(1)} = \sum_{k=1}^n u_i^{(2)} \quad i = 1,3$$

puis en résolvant ces équations tout en considérant les conditions limites citées ci-dessus, on arrive à un système d'équations algébriques où les inconnues sont les coefficients de réfraction et de réflexion. En résolvant ce système, on dégage les valeurs des coefficients de transmission et de réflexion de l'onde incidente.

### 3- FONCTION D'AMPLIFICATION :

La détermination de la *fonction d'amplification* ou *fonction de transfert* d'un profil de sol nous permet de mettre en évidence le comportement de ce dernier vis-à-vis d'une excitation sismique générée à sa base.

La donnée de la fonction d'amplification représente une démarche considérable dans l'évaluation de la réponse sismique d'une couche de sol, d'autant plus qu'elle nous permet de prédire le mouvement sismique en tout point du profil du sol et plus particulièrement en surface libre à partir d'une excitation générée au niveau de l'assise rocheuse.

Il s'agit donc de déterminer les caractéristiques du mouvement sismique au voisinage de la surface libre qui sont nécessaires au dimensionnement des ouvrages de Génie Civil.

#### 3-1- Définition :

La *fonction d'amplification* est définie comme étant le rapport de l'amplitude du déplacement à la surface libre de la couche de sol (*point A*) à l'amplitude du déplacement à l'interface (*point B*). Fig 3.4

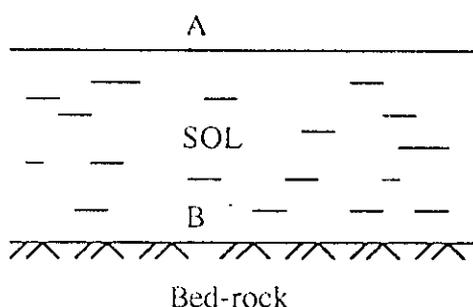


Fig 3.4 - Fonction d'amplification entre les points A et B

La fonction d'amplification entre la couche  $i$  et la couche  $j$  est définie par le rapport des amplitudes de déplacements dans les deux couches :

$$T_{ij} = \frac{A_i(0)}{A_j(0)}$$

### 3-2- Propriétés de la fonction d'amplification :

La fonction d'amplification présente des propriétés importantes :

- Elle donne une présentation graphique claire et des informations qualitatives concernant l'effet du sol. Un simple coup d'oeil sur cette courbe est suffisant pour déterminer dans quel champ de fréquences le sol peut avoir des conséquences néfastes sur les ouvrages érigés à sa surface.

- Cette fonction est une caractéristique intrinsèque du profil de sol, elle est indépendante du séisme.

- La détermination de cette fonction est nécessaire comme première étape pour le calcul des accélérogrammes et du spectre de réponse à la surface libre du profil de sol.

Pour une incidence verticale (nulle), la fonction d'amplification d'une onde  $S_v$  sera donnée par :

$$T(\omega) = \frac{1}{\cos \frac{\omega h}{\beta}} \quad \text{où : } \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

### 4- DETERMINATION DU SIGNAL EN SURFACE LIBRE :

Pour la détermination des spectres de la propagation de l'onde dans le sol, on procède comme suit :

- On calcule la fonction d'amplification du système par le rapport des amplitudes, le résultat est une fonction de la fréquence.

- On transforme l'accélérogramme à l'origine au domaine fréquentiel en utilisant la technique de la transformée de *FOURIER*.

- On multiplie le spectre de Fourier obtenu par la fonction d'amplification pour obtenir le spectre de Fourier du mouvement à la surface.

- On transforme le spectre de Fourier obtenu dans le domaine temporel en utilisant la transformée inverse de Fourier.

La figure 3.5 offre une illustration de ce procédé :

- $x(t)$  : signal à l'origine .
- $H(\omega)$  : fonction de transfert .
- $y(t)$  : signal à la surface .

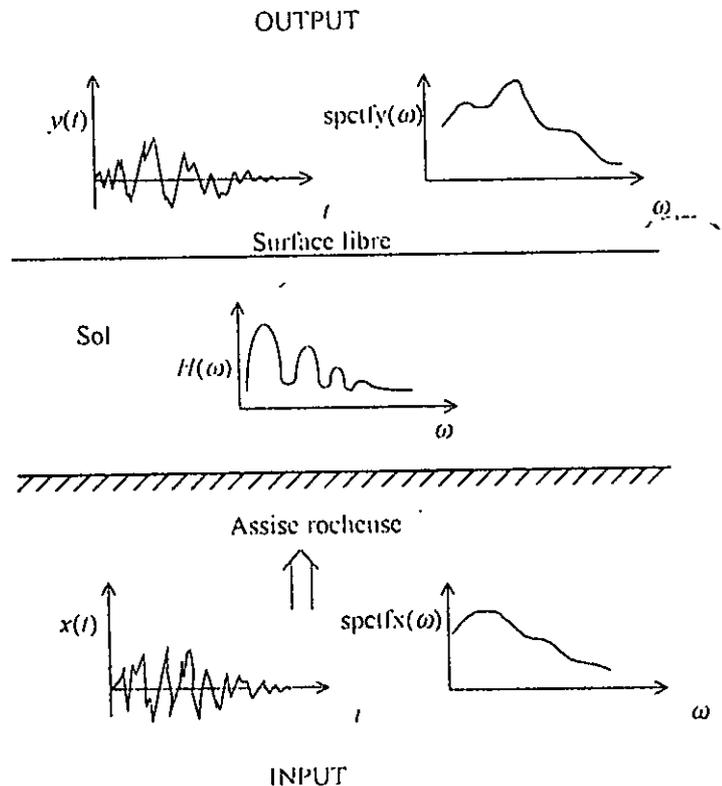


Fig 3.5 - Progression du mouvement d'origine

### 5- INFLUENCE DE LA COUCHE DE SOL SUR LE SIGNAL AU ROCHER :

Les courbes des fonctions d'amplification représentées sur les figures 3-6 [ $S_v$ ] et 3-7 [ $S_H$ ] ont été obtenues pour un profil de sol constitué d'une assise rocheuse de *Granite* surmontée d'une couche de *Marne*. Les caractéristiques physiques du profil sont les suivantes :

- Granite :  $\rho_1 = 2700 \text{ g/cm}^3$  ,  $\beta_1 = 3000 \text{ m/s}$  ,  $Q_1 = 150$
- Marne :  $\rho_2 = 2200 \text{ g/cm}^3$  ,  $\beta_2 = 1400 \text{ m/s}$  ,  $Q_2 = 50$

où :  $Q$  facteur de qualité  $Q = 1 / 2 \xi$

On s'intéresse à trois catégories de site:

- Sol peu profond :  $H = 50 \text{ m}$
- Sol intermédiaire :  $H = 100 \text{ m}$
- Sol profond :  $H = 250 \text{ m}$

Les fonctions d'amplification présentent un caractère oscillatoire alternant amplification et désamplifications du même ordre, dû aux interférences entre ondes directes et ondes diffractées. La valeur minimale de l'amplification est égale à 1 et est obtenue pour les valeurs  $f = n \beta_2 / 2H$ , alors que l'amplification maximale a lieu pour  $f = (2n+1) \beta_2 / 4H$ .

Nous notons une modification conséquente des accélérogrammes d'origine :

- Pour l'onde  $S_v$  et pour une épaisseur de sol  $H = 50 \text{ m}$  (Fig. 3.8), l'amplification pour le mode fondamental  $f = \beta_2 / 4H = 7 \text{ Hz}$  atteint  $500 \text{ cm/s}^2$ , alors que pour la même fréquence, on enregistre à l'origine une accélération de  $100 \text{ cm/s}^2$ . Les amplifications sont plus importantes pour les accélérogrammes obtenus pour  $H = 100 \text{ m}$  (Fig. 3.9) et  $H = 250 \text{ m}$  (Fig. 3.10) malgré que la valeur de la fonction d'amplification soit moins importante, ceci peut s'expliquer par le nombre plus important des pics d'amplification quand l'épaisseur du sol diminue.

Le spectre de Fourier à l'interface (Fig. 3.8-b) présente de grandes amplitudes pour les basses fréquences qui diminuent pour des fréquences plus grandes. Cette forme du spectre à l'interface fait que la fonction de transfert pour les faibles hauteurs de la couche du sol, amplifie les hautes fréquences (faibles amplitudes) alors qu'elle amplifie les basses fréquences (grandes amplitudes) pour des hauteurs plus grandes de la couche du sol. Donc le transfert de l'énergie se fait des hautes fréquences pour les sols peu profonds vers les basses fréquences pour les sols profonds. Cela est visible sur le spectre de Fourier à la surface (Fig. 3.8-d), où les valeurs amplifiées correspondent aux pics de la fonction de transfert. La dispersion spatiale de l'énergie, du fait que les ondes de hautes fréquences ont un amortissement plus rapide que les ondes de basses fréquences, cela se traduit par un adoucissement du tracé de l'accélérogramme.

- Pour l'onde  $S_H$ , on note les mêmes variations et conclusions que celles présentées par l'onde  $S_v$  avec une nette diminution de l'importance des amplitudes pour la fonction de transfert

Ces remarques, nous mènent à conclure que l'amplification augmente avec la profondeur, d'où le mouvement sismique au sommet est plus important qu'à la base. Cette amplification peut être ramenée à la réflexion des ondes incidentes vers l'intérieur du sol où est concentrée l'énergie sismique. Au contraire, au rocher, la divergence des ondes réfléchies conduit à une désamplification de l'amplitude des mouvements associés à l'onde directe.

Ces conclusions étayées par les différents tracés des accélérogrammes confirment que la distance épiscopale joue un rôle important dans la modification de l'allure des accélérogrammes et l'importance de l'amplification du signal au rocher.

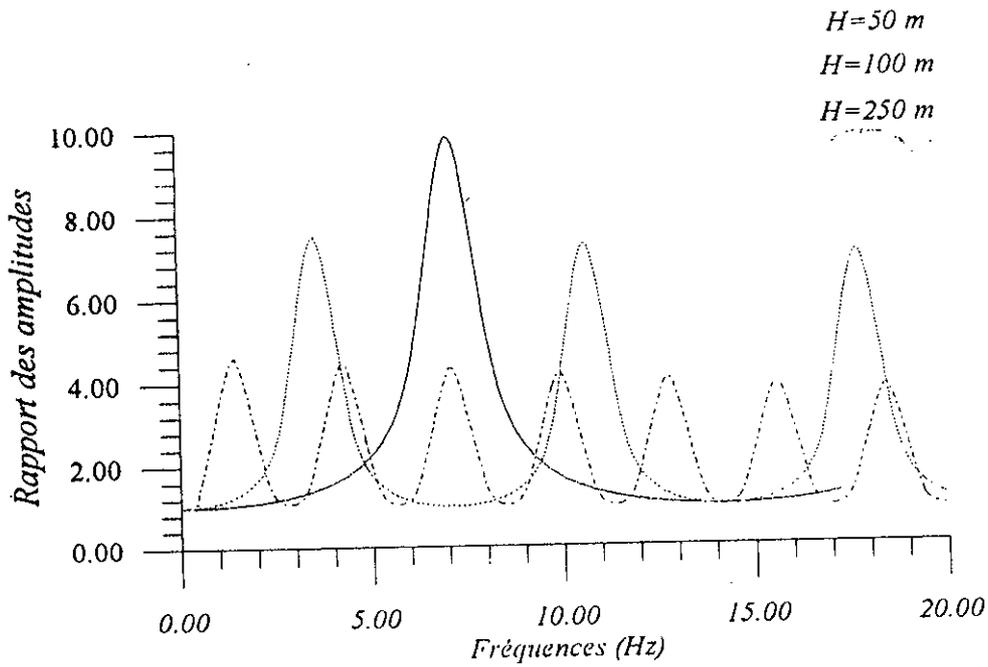


Fig. 3.6 - Fonction d'amplification d'une onde SV

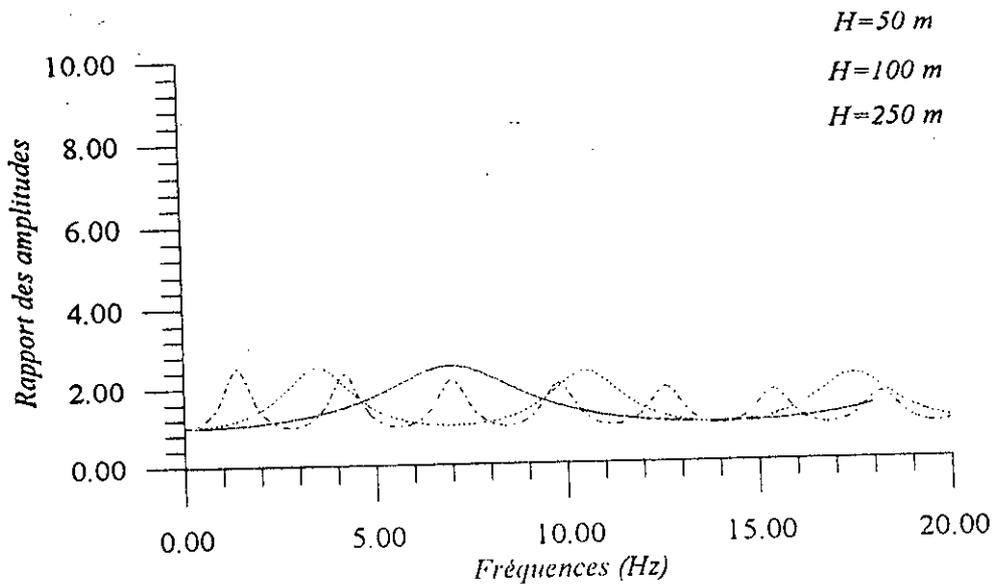


Fig 3.7 - Fonction d'amplification d'une onde SH

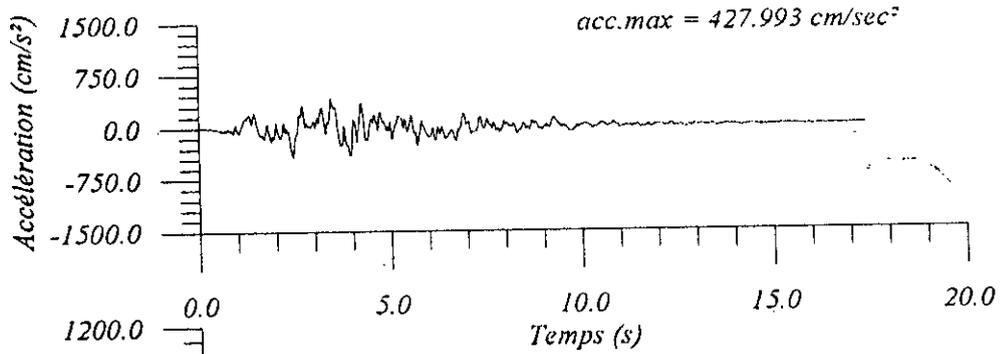


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

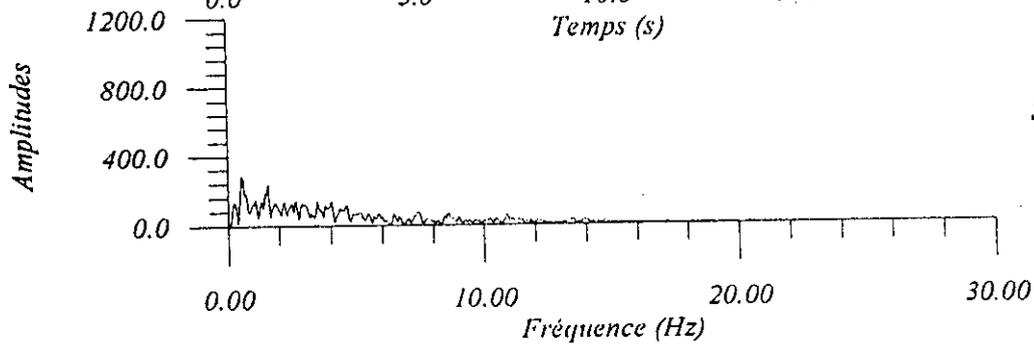


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

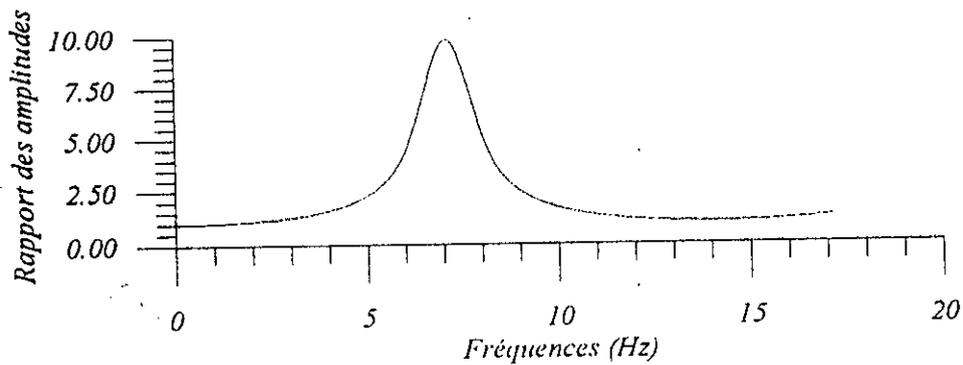


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

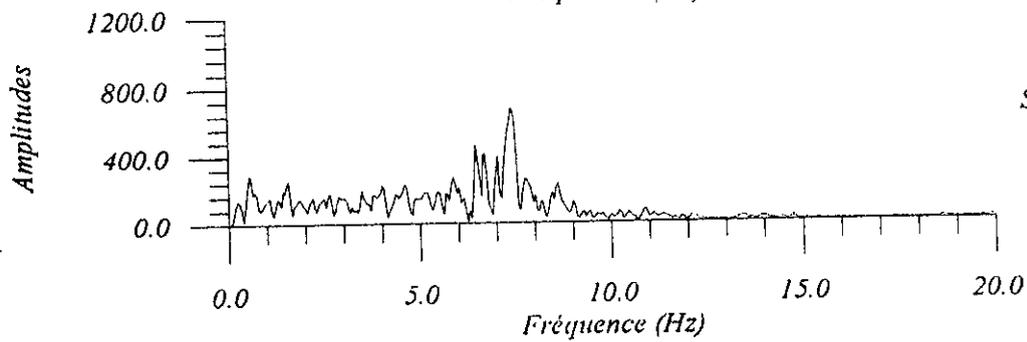


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

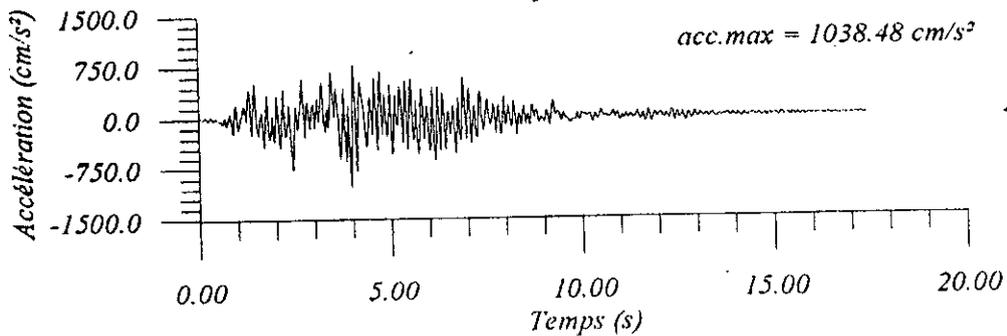


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.8 - Accélérogrammes générés par une onde SV  
[ H=50 m ]

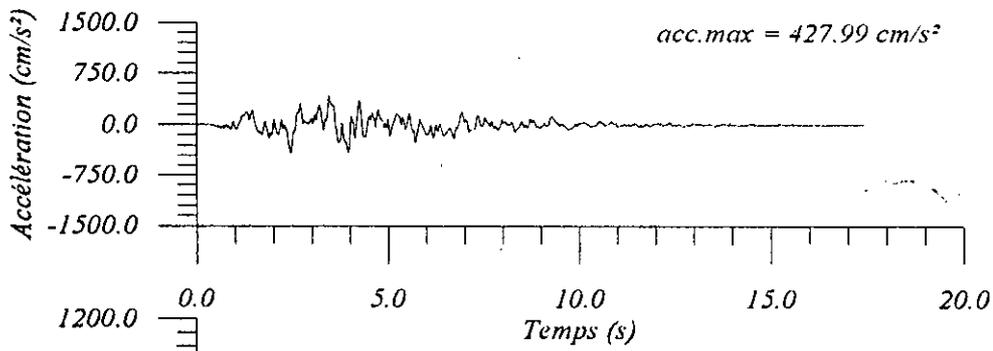


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

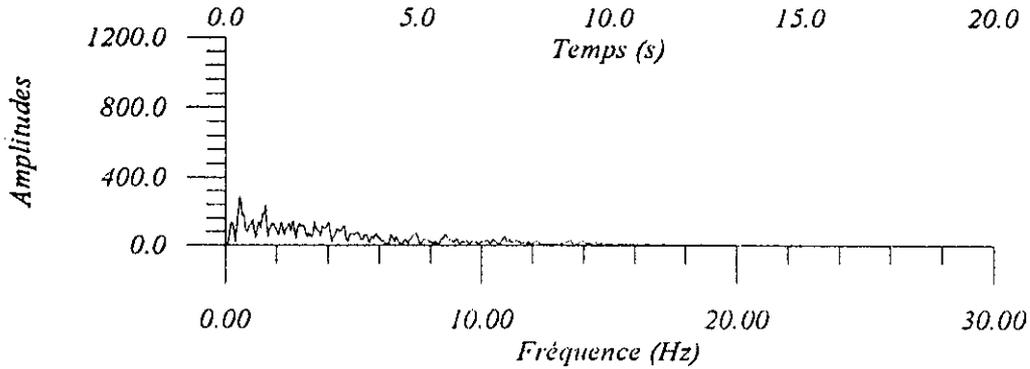


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

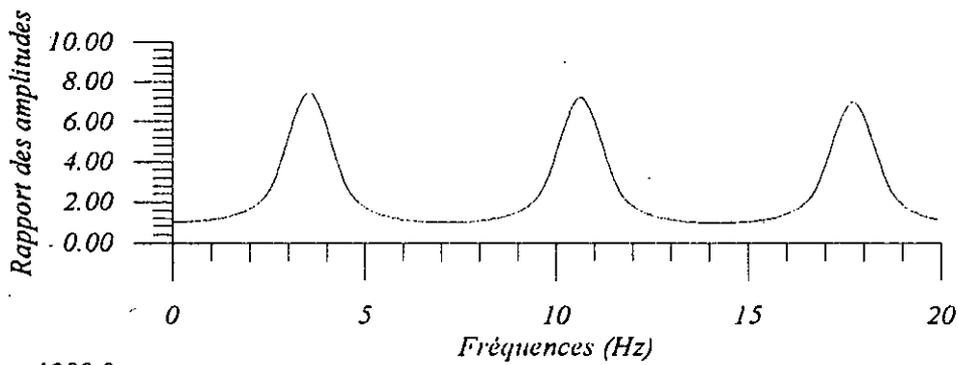


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

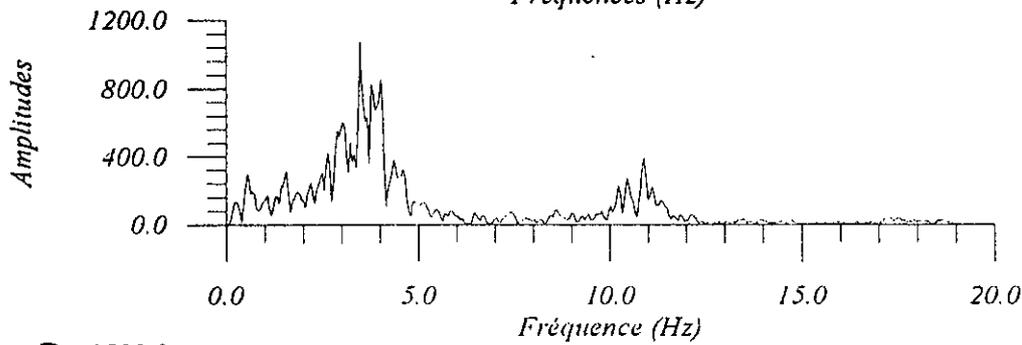


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

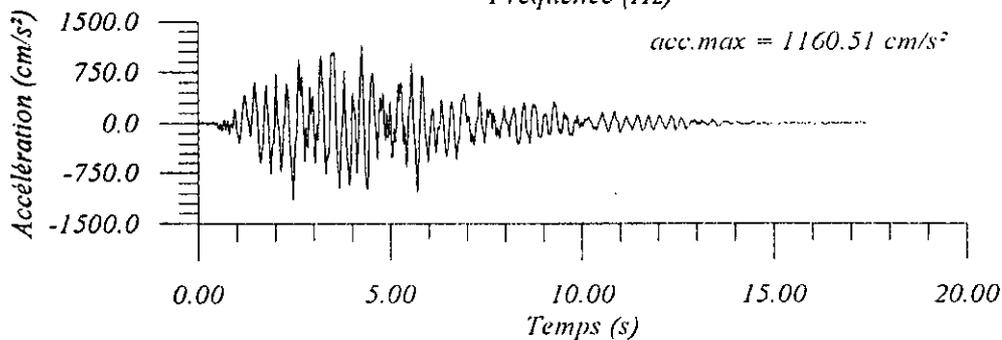


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.9 - Accélérogrammes générés par une onde SV  
[ H=100 m ]

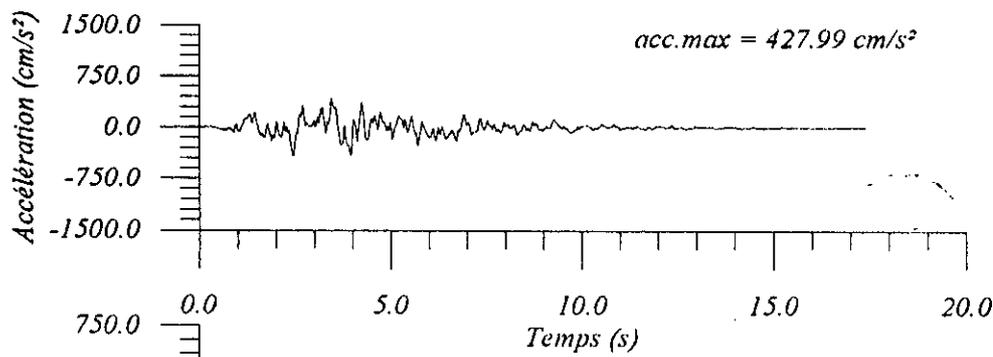


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

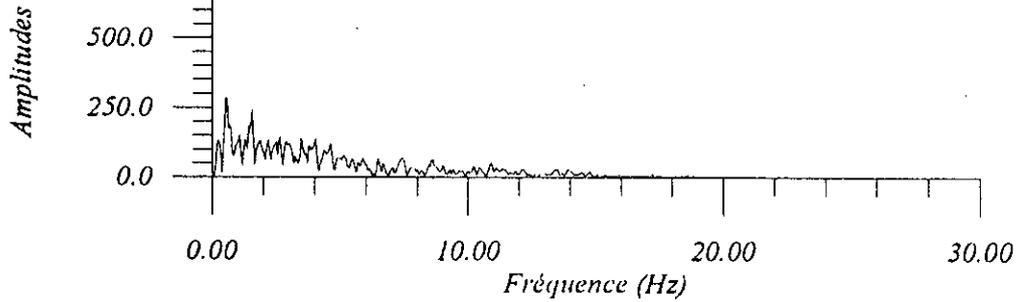


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

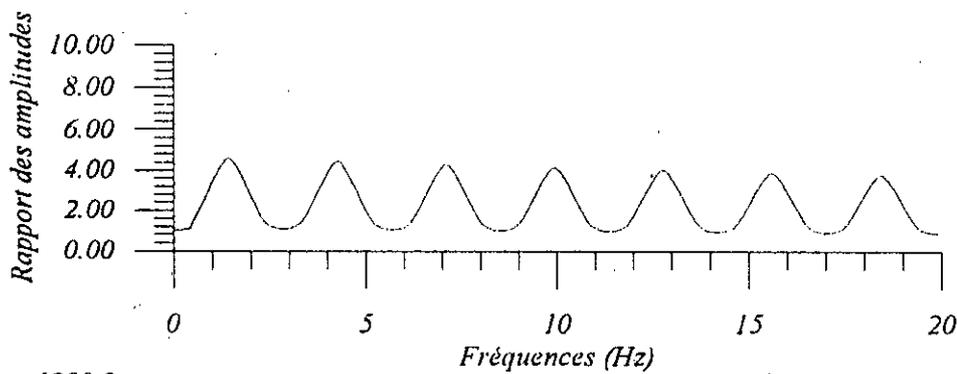


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

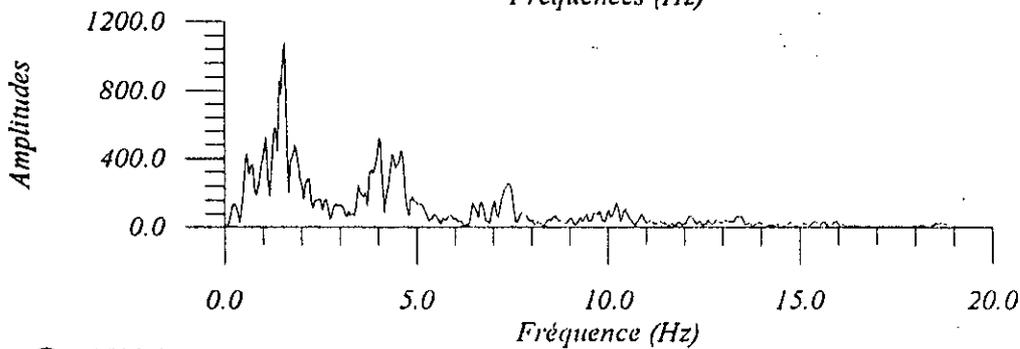


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

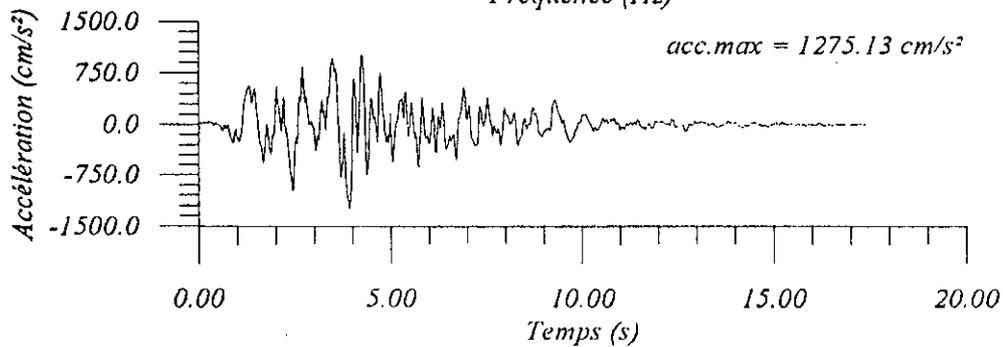


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.10- Accélérogrammes générés par une onde SV  
[ H=250 m ]

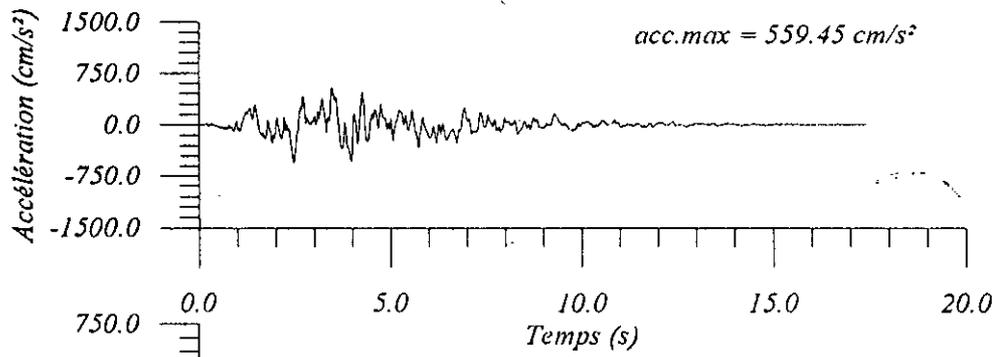


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

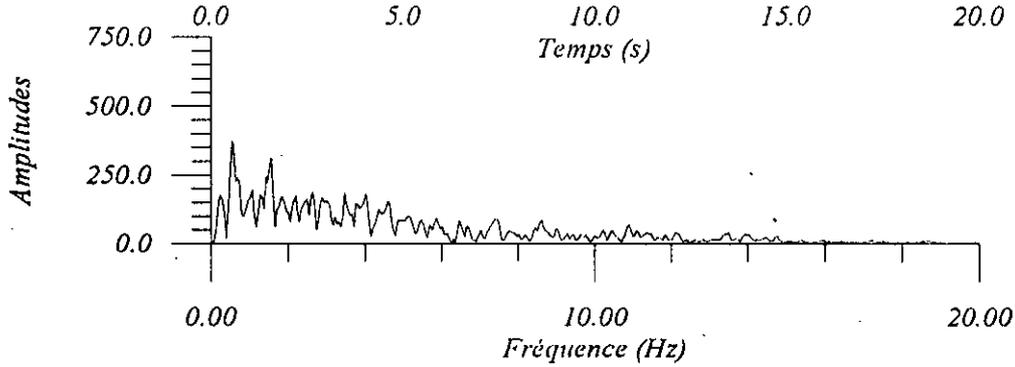


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

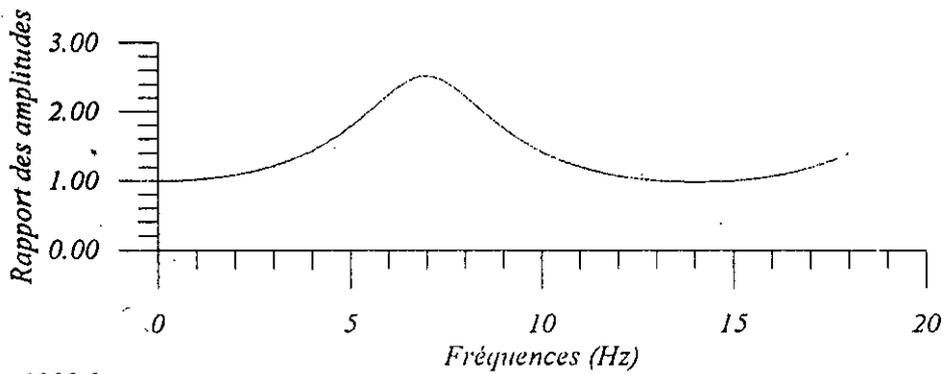


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

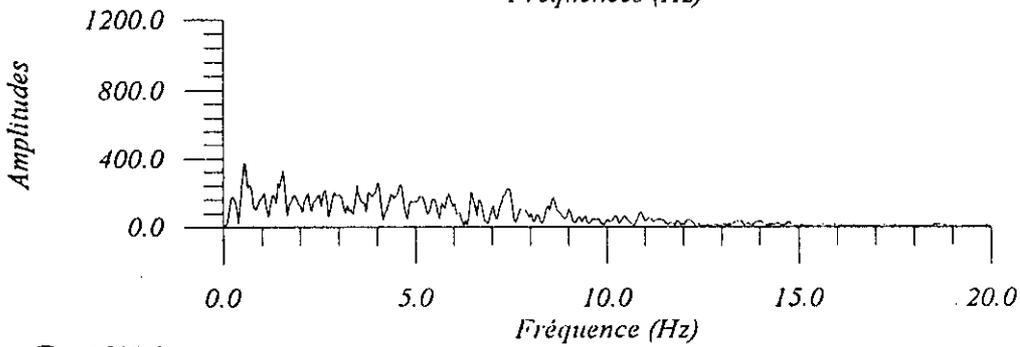


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

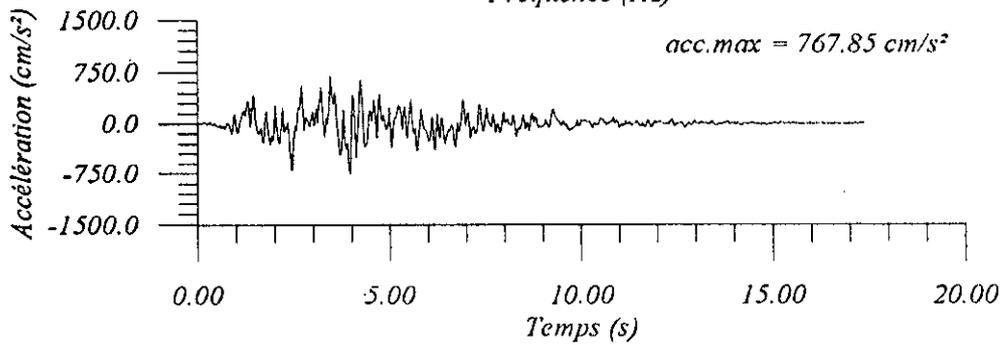


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.11 - Accélérogrammes générés par une onde SH  
[ H=50 m ]

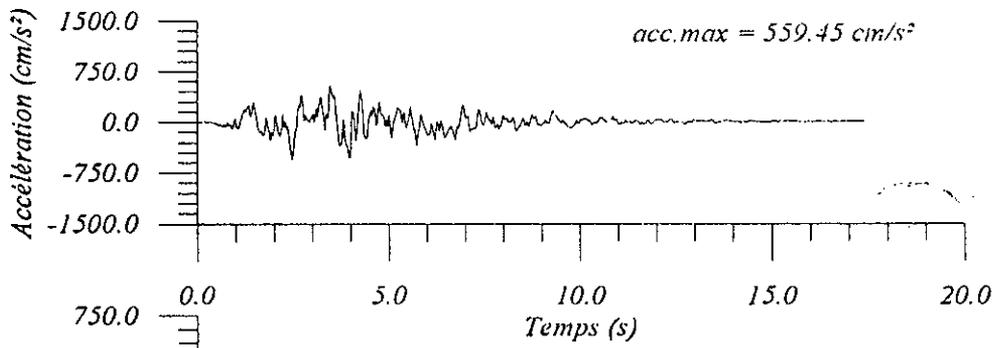


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

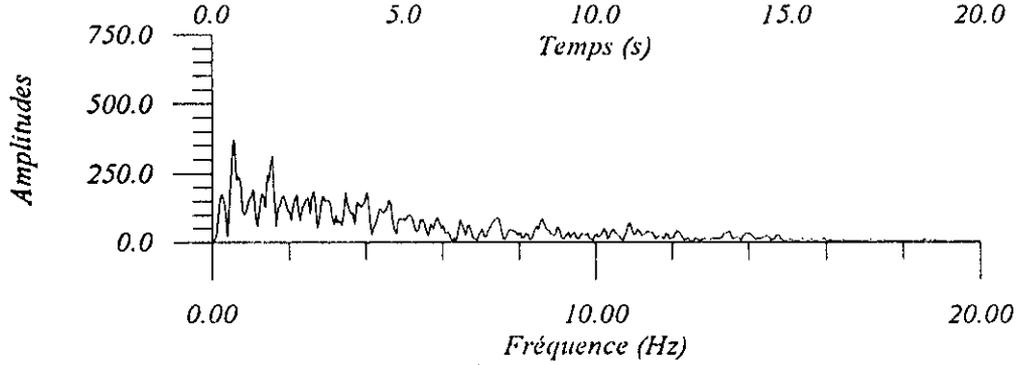


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

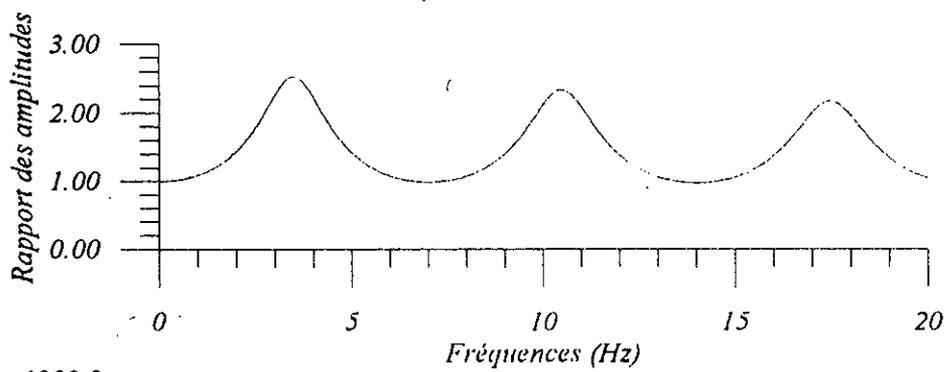


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

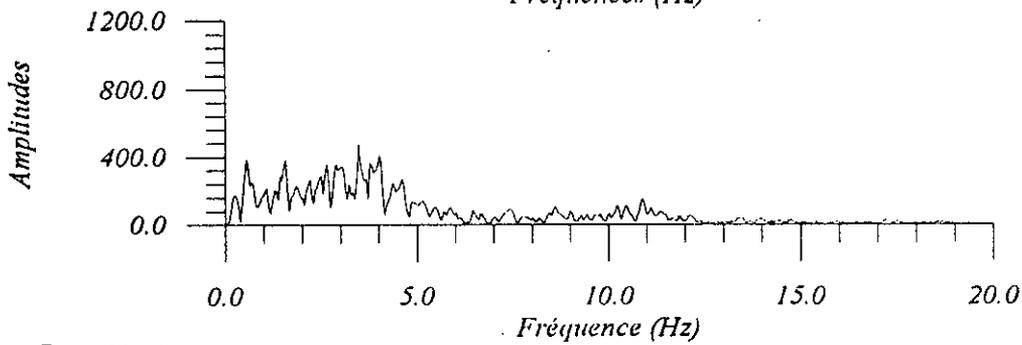


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

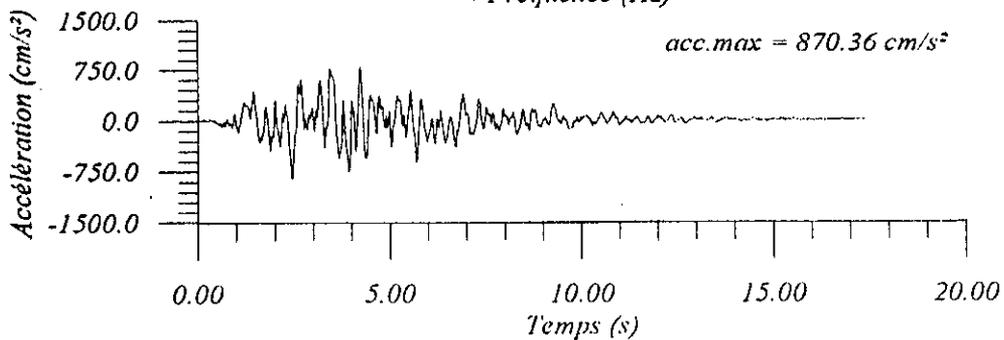


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.12 - Accélérogrammes générés par une onde SH  
[  $H=100$  m ]

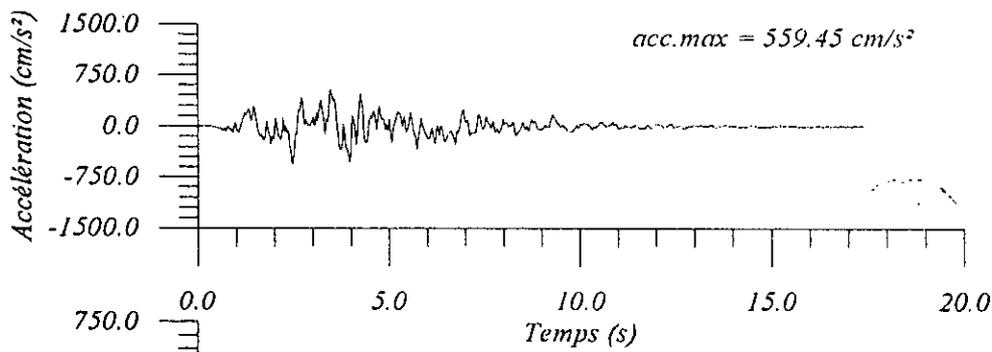


Fig. a  
Accélérogramme  
à l'interface

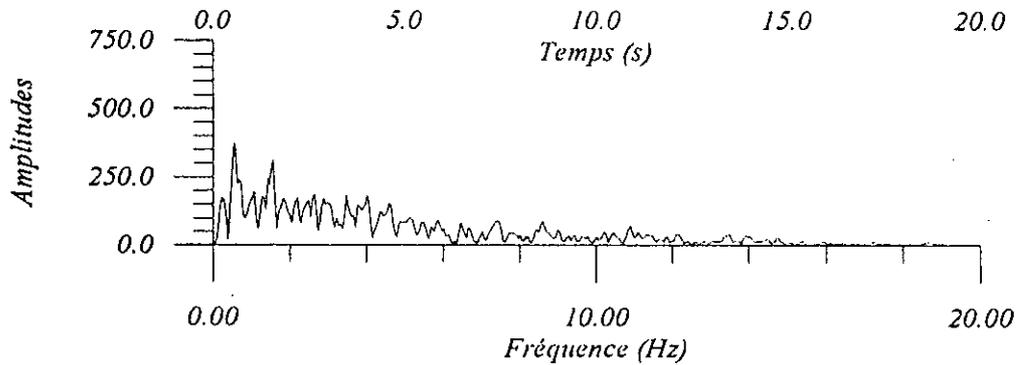


Fig. b  
Spectre de fourier  
à l'interface

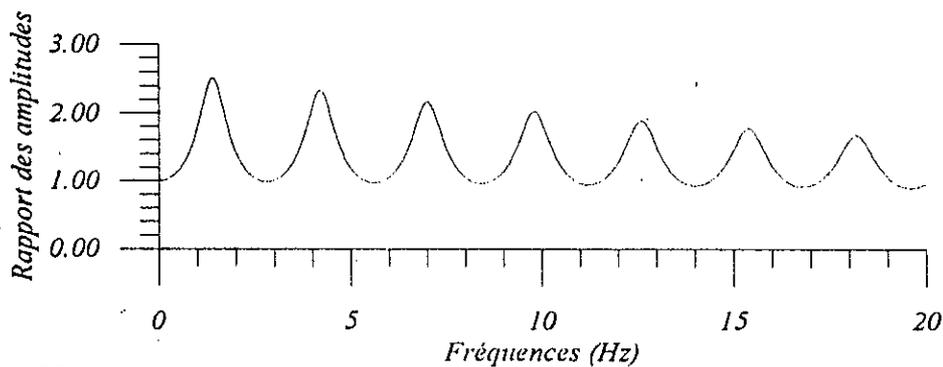


Fig. c  
Fonction  
d'amplification

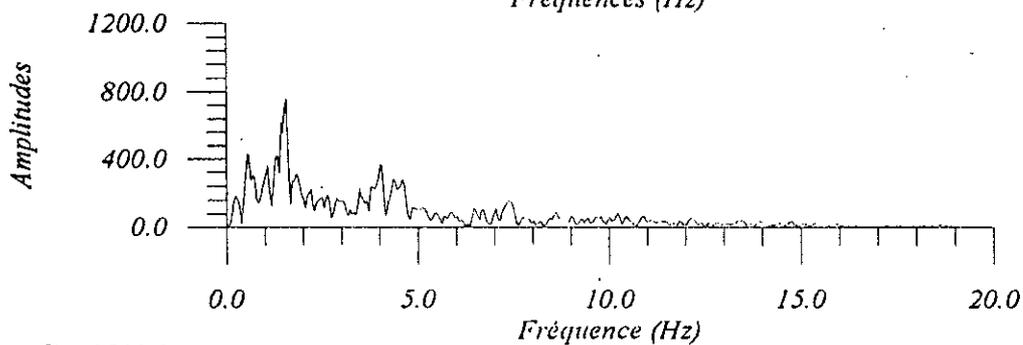


Fig. d  
Spectre de fourier  
à la surface

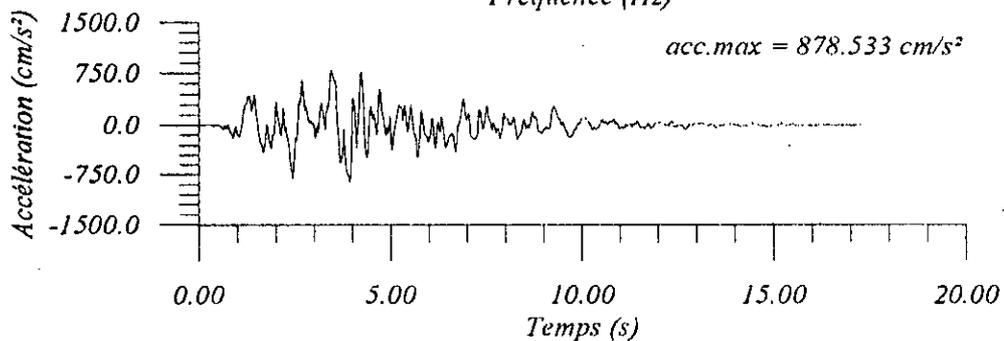


Fig. e  
Accélérogramme  
à la surface

Fig 3.13 - Accélérogrammes générés par une onde SH  
[ H=250 m ]

# CHAPITRE 4

ANALYSE STATIQUE  
D'UNE STRUCTURE

## 1- INTRODUCTION :

Les techniques de calcul des structures ont connu ces dernières années un développement considérable, motivé par les besoins des industries de pointe et soutenu par les progrès effectués dans le domaine des ordinateurs. Ainsi la méthode des éléments finis (M.E.F) est-elle communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans les secteurs de l'industrie: aérospatial, nucléaire, génie civil, construction navale, mécanique, etc...

Il est à noter que la M.E.F appliquée au calcul des structures est une technique récente, à caractère pluridisciplinaire, car elle met en oeuvre les connaissances de trois disciplines de base :

- *la mécanique des structures* : élasticité, RDM, dynamique, ect...
- *l'analyse numérique* : méthodes d'approximation, problèmes de valeurs propres..
- *l'informatique appliqué* : développement de logiciels.

Le concept des éléments finis, dans l'analyse des structures, a été introduit, en 1956, par *J.Turner* et *W.Clough*. L'utilisation de ce concept a connu un grand essor grâce à la performance accrue de l'outil informatique.

Actuellement, un grand nombre de logiciels de la méthode des éléments finis ont été développés pour répondre à la demande croissante des industries.

## 2- CONCEPT DES ELEMENTS FINIS :

La méthode des éléments finis est une idéalisation de la réalité. Elle consiste en la discrétisation du milieu continu en sous domaines de forme relativement simple appelés "*élément finis* " reliés entre eux par un nombre fini de points nodaux situés en leurs frontières.

Les bases théoriques de méthode des éléments finis reposent d'une part sur la formulation énergétique de la mécanique des structures et d'autre part sur les méthodes d'approximation.

La M.E.F permet de ramener les problèmes de milieux continus à des problèmes discrets à un nombre fini de paramètres inconnus qui sont déterminés par application de critères énergétiques. La connaissance des propriétés de chaque élément, nous permet de déterminer les déplacements des points nodaux qui sont les inconnues du problème et ainsi d'en déduire, grâce à des techniques d'assemblage, les propriétés de toute la structure.

La M.E.F nécessite donc :

- *des calculs matriciels élémentaires* : matrices de rigidité, forces...
- *des calculs au niveau global* : assemblage des caractéristiques élémentaires et résolution du problème global.

### 2-1- Différentes approches :

En mécanique des structures, une formulation pour la construction des équations algébriques d'une représentation complète par éléments finis peut être menée selon trois approches :

#### 2-1-1- Approche équilibre (contraintes) :

L'inconnue du problème consiste dans le champ de contrainte. Le critère variationnel utilisé est celui de l'énergie potentielle complémentaire.

#### 2-1-2- Approche cinématique (déplacements) :

Cette approche, basée sur la stationnarité de l'énergie potentielle totale, considère comme inconnue du problème le champ de déplacement. Elle représente l'approche la plus utilisée pour la résolution des problèmes par la M.E.F.

#### 2-1-3- Approche mixte :

Les inconnues dans cette approche sont les champs de contraintes et déplacements. Elle est basée sur le critère variationnel de la fonctionnelle de Reissner.

Le premier aspect des éléments finis est que l'utilisateur doit transmettre au programme la description de la structure calculée sous forme de données :

- paramètres généraux du problème ( nombre de noeuds et d'éléments ).
- propriétés des matériaux.
- coordonnées des noeuds de maillage.
- spécification des éléments ( type d'élément, matériau, numéros de noeuds connectés à l'élément, et autre caractéristiques géométriques).
- méthode des déplacements.

### 2-2- Convergence d'une solution M.E.F :

Dans les discussions de convergence d'une solution MEF, il est sous entendu que la convergence s'effectue vers la solution exacte d'un modèle idéalisé décrivant un système physique. Cette convergence peut se faire de manière monotone ou non monotone.

**2-2-1- Convergence monotone :**

Les éléments doivent répondre aux deux critères suivants :

**a- Elément complet :**

Les fonctions de déplacements doivent être en mesure de représenter un déplacement de corps rigide, donc un état de déformation nul, lorsqu'il s'agit effectivement d'un tel état, aussi bien qu'un état de déformation constante dans le cas correspondant.

**b- Elément compatible :**

Un élément est dit compatible quand il permet la définition d'un champ compatible c'est-à-dire les fonctions déplacements et leurs dérivées premières doivent être continues. Cette continuité s'applique à l'intérieur des éléments et aux interfaces inter-éléments.

Physiquement, l'incompatibilité s'explique par l'apparition de vide entre les éléments, ou par le recouvrement lors de l'assemblage.

**Remarque :**

Le respect de ces deux conditions assure la convergence monotone de la solution MEF vers la solution exacte avec l'augmentation du nombre d'éléments. La convergence se fait par défaut (valeurs inférieures) à cause de la rigidité artificielle créée par la discrétisation.

**2-2-2- Convergence non monotone :**

L'utilisation des éléments non conformes dans la MEF porte atteinte à l'aspect monotone de la convergence. Cependant, ces éléments peuvent converger vers la solution exacte. Il s'agit alors de convergence non monotone.

La tendance actuelle en matière d'éléments consiste à garder la propriété de complétude comme condition essentielle mais à remplacer la compatibilité par un autre critère de complétude sur un groupe d'éléments. Ce test de complétude collective est appelé "*patch test*".

**- Patch Test :**

Dans le cas d'éléments non compatibles, la convergence ne sera assurée que si l'élément répond avec succès au *patch test* appelé aussi *test de rapiéçage*. L'élément ou le groupement d'éléments doit contenir au moins un noeud interne. On bloque quelques noeuds de l'éléments pour éliminer tout déplacement de corps rigide, puis, on impose aux noeuds externes des déplacements en accord avec un état de déformation constant.

On dira que le test est vérifié et que la convergence de la solution, pour ce type d'éléments, est assurée, lorsque les déplacements aux noeuds internes sont en accord avec l'état de déformation constant imposé.

### 3- ANALYSE STATIQUE :

#### 3-1- Méthode de résolution :

La résolution du problème statique de la structure se fera par le biais de la méthode des déplacements qui est à la base des grands programmes actuels et se prête bien à la programmation.

En général, si la fréquence du chargement appliqué est inférieur au 1/3 de la fréquence fondamentale de la structure, le problème est quasi-statique. Alors, les effets de l'inertie peuvent être négligés donc le système  $K.U = F$  est suffisamment précis même si  $U$  et  $F$  varient "lentement" dans le temps.

##### 3-1-1- Principe de la méthode des déplacements :

Dans cette méthode, le problème est formulé en fonction des déplacements aux noeuds de la structure qui permettent d'aboutir à la position déformée considérée, pour les structures élastiques comme une position d'équilibre.

On peut mettre en évidence les différentes étapes de calcul suivantes :

- *Formulation élémentaire* :

.Calcul des matrices de rigidité élémentaires

- *Formulation globale* :

.Assemblage des matrices de rigidité de manière à satisfaire les équations d'équilibre aux noeuds.

.Introduction des conditions de déplacements aux appuis.

.Résolution par rapport aux inconnues de déplacements.

.Calcul des contraintes dans les éléments et vérification des flèches admissibles.

##### 3-1-2- Matrice de rigidité d'un élément de poutre en flexion :

*a - Cas d'une poutre horizontale* :

Considérons l'élément poutre de longueur  $L$ , de section constante  $A$  et d'inertie  $I$ , représenté ci-dessous :

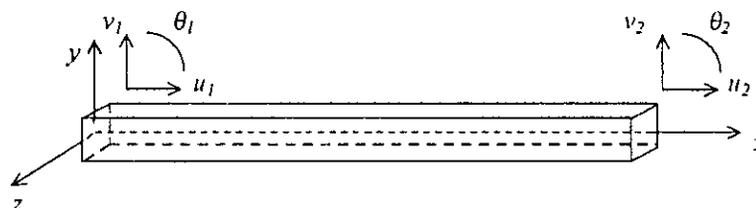


Fig. 4.1 - Degrés de liberté d'un élément poutre

Dans ce cas, on aura :

- Vecteur déplacement aux noeuds :

$$U = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

- Vecteur forces appliquées aux noeuds :

$$F = \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

La matrice rigidité pour l'élément est donnée par :

$$[K^e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

où :  $E$  est le module de déformation longitudinale du matériau considéré appelé aussi *module de Young*.

**b - Matrice de transformation :**

Considérons un élément de poutre inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.

La matrice transformation est définie par :

$$[R] = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec :  $\lambda = \cos \alpha$

$\mu = \sin \alpha$

Dans ce cas, la matrice rigidité est donnée par :

$$[K] = [R]^T \cdot [K] \cdot [R]$$

D'où :

$$[K] = \begin{bmatrix} \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda\mu(a-b) & -\mu c - \lambda^2 a - \mu^2 b & \lambda\mu(a+b) & -\lambda\mu(a-b) & -\mu c \\ & \mu^2 a + \lambda^2 b & \lambda c & -\lambda\mu(a-b) & -\lambda\mu(a+b) & \lambda c \\ & \lambda c & 2d & \mu c & -\lambda c & d \\ & & & \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda\mu(a-b) & \mu c \\ & & & & \lambda^2 a + \mu^2 b & -\lambda c \\ & & & & & 2d \end{bmatrix}$$

*SYM*

où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des constantes définies comme suit :

$$a = \frac{EA}{L}, \quad b = \frac{12EI}{L^3}, \quad c = \frac{6EI}{L^2}, \quad d = \frac{2EI}{L}$$

Après assemblage des matrices élémentaires dans une matrice rigidité globale, on exprime l'équilibre des noeuds par :

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} U_j = F_i \quad i = 1, \dots, n$$

ou bien sous forme matricielle :

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\}$$

### 3-2- Méthode statique équivalente :

Les forces réelles qui se développent dans la construction sont remplacées par un système de force statiques fictives dont les effets sont considérés équivalents aux effets de l'action sismique.

#### 3-2-1- Calcul de l'action sismique :

L'action sismique est calculée conformément à la formule présentée dans l'article 3.2.1.3 des règles parasismiques algériennes RPA 88 :

$$V = A \cdot D \cdot B \cdot Q \cdot W$$

où :  $A$  : coefficient d'accélération de zone donné par *tableau 1, RPA 88*

$D$  : facteur d'amplification dynamique, *figure 4 et tableau 2, RPA 88*

$B$  : facteur de comportement, *tableau 3, RPA 88*

$Q$  : facteur de qualité, *formule (3-3) et tableau 4, RPA 88*

$W$  : poids de la structure

#### 3-2-2- Distribution verticale de la force sismique :

La force latérale  $V$  doit être distribuée sur toute la hauteur de la structure selon les formules suivantes:

$$V = F_t + \sum_{i=1}^n F_i$$

où la force additionnelle au sommet  $F_t$  est donnée par :

$$F_t = 0.07 \cdot T \cdot V \quad \text{avec : } F_t \leq 0.25 \cdot V$$

$$F_t = 0 \quad \text{si } T \leq 0.7 \text{ sec}$$

La partie restante de l'effort horizontal  $V$  doit être distribuée sur la hauteur de la structure selon l'expression :

$$F_k = \frac{(V - F_t) \cdot W_k \cdot h_k}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot h_i}$$

$F_k$  étant l'effort horizontal au niveau  $k$

$h_i$  est le niveau d'un plancher quelconque

$h_k$  est le niveau du plancher considéré

### 3-2-3- Distribution horizontale des forces sismiques :

Pour les structures comportant des planchers ou diaphragmes horizontaux rigides, l'effort tranchant total dans chaque plan horizontal sera distribué aux différents plans de contreventement proportionnellement à leurs rigidités.

### 3-2-4- Sollicitations aux noeuds :

Pour chaque étage, l'effort sismique revenant à chaque file sera distribué aux noeuds proportionnellement aux inerties des poteaux. Pour les poteaux de rive, l'inertie est pondérée par un coefficient égal à 0.8.

## 4- APPLICATION A UN PORTIQUE DE BATIMENT :

### 4- 1- Présentation de la structure :

L'ouvrage proposé pour l'étude est un bâtiment R+10 à usage habitation implanté dans une zone II, dans un site exposé sur un terrain ferme, présentant les caractéristiques suivantes :

- Longueur en plan du bâtiment :  $L_y = 12\text{ m}$
- Largeur en plan du bâtiment :  $L_x = 36\text{ m}$
- La hauteur d'étage :  $h_e = 3\text{ m}$
- La hauteur totale du bâtiment :  $H = 27\text{ m}$
- Charges permanentes :  $g = 600\text{ kg/m}^2$
- Charges d'exploitation :  $q = 175\text{ kg/m}^2$

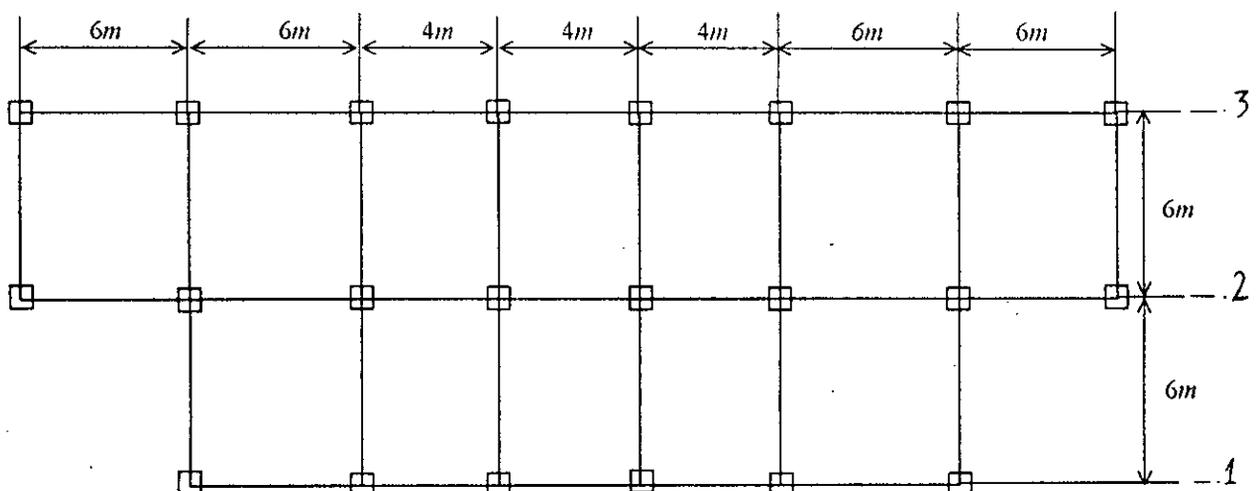


Fig.4.2 Vue en plan du bâtiment

Un prédimensionnement selon les prescriptions des Règles Parasismiques Algériennes *RPA 88*, a donné :

- Prédimensionnement des poteaux :

$$b_1 = 50 \text{ cm} ; \quad h_1 = 50 \text{ cm} ; \quad I_1 = 5.21 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

- Prédimensionnement des poutres :

$$b = 50 \text{ cm} ; \quad h = 60 \text{ cm} ; \quad I = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

Le calcul de l'effort sismique ( *RPA 88* ) conduit à une valeur de l'effort tranchant à la base estimée à  $247.55 \text{ t}$  dans le sens longitudinal et  $198 \text{ t}$  dans le transversal.

Après avoir déterminé les efforts qui sollicitent chaque élément de l'ouvrage tout en considérant les charges permanentes estimées et la sollicitation horizontale induite par le séisme, on procède à l'analyse statique du portique le plus sollicité, à savoir, le portique longitudinal n° 2 dont les caractéristiques sont :

Nombre de noeud total de la structure = 80

Nombre d'éléments = 135

Nombre de degré de liberté par élément = 6

Nombre de degré de liberté par noeud = 3

Module de Young :  $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$

Pour cela, on développe un programme d'analyse statique de structures dont on présente l'organigramme dans l'*Annexe C*.

Le programme exécuté pour le cas de notre structure donne les résultats suivants:

Nombre de degré de liberté total (nombre d'équations) = 240

Nombre de forces connues = 216

Le déplacement maximum est obtenu pour le degré de liberté horizontal du noeud n° 73, et a pour valeur :  $U_{\max} = 3.202 \text{ cm}$ .

Les réactions développées aux noeuds d'appuis sont données dans le tableau 4.1.

La déformée du portique soumis aux charges permanentes et aux charges sismiques est représentée à la figure 4.3.

N° du noeud	Effort tranchant [t]	Effort normal [t]	Moment de flexion [t.m]
1	-5.39771	147.708	14.0449
2	-11.5843	335.091	20.3384
3	-13.6652	262.445	22.5192
4	-12.8727	236.288	21.7590
5	-12.9313	241.457	21.8302
6	-10.8599	309.112	19.7575
7	-11.8877	334.998	20.8056
8	-12.5452	219.457	21.4772

Tableau 4.1

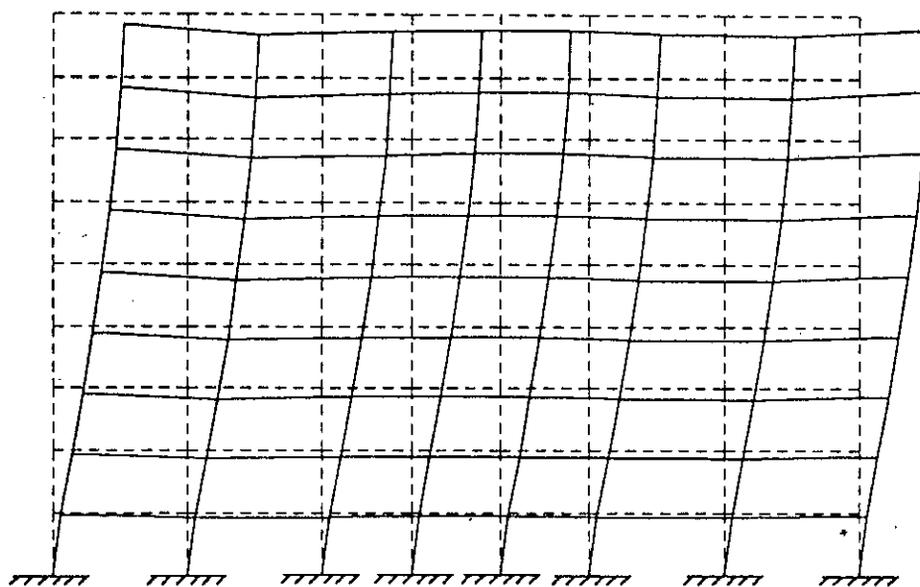


Fig. 4.3 Représentation de la déformée du portique 2 sous l'action des charges permanentes et sismiques

## CHAPITRE 5

ANALYSE DES STRUCTURES  
SOUS EXCITATION SISMIQUE

## 1- INTRODUCTION :

De nombreux problèmes d'analyse des structures peuvent être traités par la méthode statique. Cependant, il existe plusieurs cas où l'on ne peut négliger les forces d'inertie et d'amortissement résultant de la variation des forces appliquées, car les termes inertiels et d'amortissement deviennent importants, une étude dynamique du système donc s'impose.

Un phénomène dynamique est caractérisé par son évolution dans le temps, c'est-à-dire qu'il existe une succession de solutions du problème à tout instant ou du moins à tous les instants qui présentent un intérêt dans l'histoire de la réponse. De plus l'existence des forces d'inertie est une caractéristique très importantes dans un problème dynamique. Ces forces d'inertie résultent de l'accélération d'une structure réplondant à un chargement dynamique.

Les mouvements sismiques induisent dans les structures des actions dynamiques dues essentiellement aux forces d'inertie qui apparaissent dans les masses lorsque qu'on impose le mouvement au niveau des supports.

## 2- FORMULATION DE L'EQUATION DE MOUVEMENT :

L'équation du mouvement du système s'exprime en écrivant l'équilibre des forces effectivement associées à chaque degré de liberté. Pour chaque noeud  $i$  on aura quatre types de forces :

- la force élastique de rappel :  $F_{ei}$
- la force d'amortissement :  $F_{Ci}$
- la force d'inertie :  $F_{Ii}$
- les forces extérieures :  $P_i(t)$

Le système des équations d'équilibre s'écrit donc :

$$[F_I] + [F_C] + [F_e] = [P(t)]$$

Chaque force résistante s'exprime au moyen de coefficients d'influence.

Pour une structure à comportement linéaire, l'expression des forces élastiques  $F_{ei}$  peut s'écrire :

$$\{F_e\} = [k]\{u\}$$

où  $[k]$  s'appelle la matrice de rigidité de la structure, et  $\{u\}$  le vecteur déplacement représentant la déformé de la structure.

Si l'amortissement est de type visqueux les forces d'amortissements peuvent s'écrire

$$\{F_c\} = [c]\{\dot{u}\}$$

où  $[c]$  est la matrice d'amortissement, et  $\{\dot{u}\}$  est le vecteur vitesse.

Les forces d'inerties peuvent s'écrire :

$$\{F_I\} = [m]\{\ddot{u}\}$$

$[m]$  est la matrice masse,  $\{\ddot{u}\}$  est le vecteur accélération.

En supposant la masse concentrée aux points de définition des déplacements en translation, on obtient une matrice masse diagonale qui s'écrit :

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_i & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix}$$

L'équilibre dynamique global de la structure s'exprime sous la forme :

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{P(t)\}$$

Cette équation exprime les  $N$  équations d'équilibre relatives aux  $N$  degrés de liberté choisis pour définir la réponse.

### **3- ANALYSE MODALE DE LA STRUCTURE :**

Pour déterminer la réponse dynamique d'une structure linéaire, la connaissance de ses modes et fréquences propres est primordiale. Mais, on note qu'on peut obtenir une précision satisfaisante dans la réponse en ne considérant qu'un nombre limité de ces modes.

Pour le calcul des modes propres d'une structure, une analyse vibratoire est nécessaire.

#### **3-1- Modélisation de la structure :**

Elle consiste en l'établissement d'un modèle de calcul qui reproduise au mieux le comportement dynamique réel de la structure, la détermination de ce modèle est une phase essentielle pour l'étude de la réponse à une secousse sismique. Une bonne modélisation nécessite en général un ensemble de réflexions et de choix sur :

- le choix de dimensions à considérer pour le modèle

- le degré de raffinement du modèle suivant qu'on attend une connaissance détaillée de la distribution des sollicitations dans les différents éléments ou simplement une réponse globale de la structure.

- l'aptitude du modèle à représenter correctement les modes de déformations de la structure susceptibles d'être excités par le mouvement sismique.

### 3-1-1- Modélisation pour le calcul des pseudo accélération :

Afin de limiter les calculs, on peut avoir intérêt à procéder en deux phases successives:

- On calcule d'abord les pseudo-accélération à l'aide d'un modèle simplifié.

- On considère ensuite ces accélérations comme des cas de charges statiques que l'on impose à un modèle plus détaillée en vue du calcul des efforts.

Pour un bâtiment ne présentant pas de dissymétries excessives, on peut utiliser un modèle plan obtenu en cumulant les différents éléments de contreventement parallèles.

Pour l'étude d'un séisme horizontal, on assimile un bâtiment à une console verticale en prenant en compte seulement les déplacements horizontaux.

### 3-2- Les problèmes aux valeurs propres :

#### 3-2-1- Calcul des fréquences propres et des modes propres de vibration d'un système

L'équation de mouvement d'un système se déplaçant librement sans amortissement est donnée par :

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = 0 \quad (5-1)$$

Une solution particulière est donnée par l'expression :

$$\{u\} = \{\hat{u}\} \sin(\omega t + \theta)$$

où  $\{\hat{u}\}$  représente les modes de déformation possibles du système et  $\theta$  est un angle de déphasage. Le vecteur des accélérations a pour valeur :

$$\{\ddot{u}\} = -\omega^2 \{\hat{u}\} \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 \{u\}$$

l'équation (5-1) s'écrit donc :

$$-\omega^2 [m]\{\hat{u}\} \sin(\omega t + \theta) + [k]\{\hat{u}\} \sin(\omega t + \theta) = 0$$

Cette équation doit être vérifiée à tout instant  $t$  ; on en déduit donc:

$$[[k] - \omega^2 [m]]\{\hat{u}\} = 0$$

Cette relation représente un système de  $N$  équations à  $N$  inconnues qui sont les composantes du vecteur  $\{\hat{u}\}$ . Une solution non nulle n'est possible que si le déterminant de la matrice  $[k] - \omega^2 [m]$  est nul :

$$|[k] - \omega^2 [m]| = 0 \quad (5-2)$$

Cette équation est appelée l'équation aux fréquences du système. En développant ce déterminant, on obtient une équation de degré  $N$  en  $\omega^2$  pour un système à  $N$  degrés de liberté. La résolution de cette équation fournit les valeurs des pulsations  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_N$  relatives aux  $N$  modes de vibrations possibles.

Chaque pulsation  $\omega_i$  du système caractérise un mode propre de vibration ou forme propre  $\phi_i$  exprimé par l'équation :

$$[[k] - \omega_i^2 [m]] \cdot \{\phi\}_i = \{0\} \quad (5-3)$$

Soit  $[\Phi]$  la matrice construite par colonnes à partir des vecteurs propres, cette matrice est dite *matrice modale* associée à la structure.

### 3-2- Propriétés des vecteurs modaux :

$$a- \quad \omega_i^2 = \frac{\{\phi\}_i^T [k] \{\phi\}_i}{\{\phi\}_i^T [m] \{\phi\}_i}$$

$$b- \quad \{\phi\}_j^T [k] \{\phi\}_i = 0 \quad i \neq j$$

$$c- \quad \{\phi\}_j^T [m] \{\phi\}_i = 0 \quad i \neq j$$

Les propriétés  $b$  et  $c$  représentent les conditions d'orthogonalité des matrices rigidité et masse par rapport aux modes propres.

### 3-3- Méthode d'approche pour la résolution des problèmes aux valeurs propres :

Les méthodes de résolution des problèmes aux valeurs propres se présentent sous forme de deux catégories: méthodes directes et méthodes itératives.

Parmi ces méthodes, on cite :

- la méthode itérative directe ,
- la méthode itérative inverse ,
- la méthode itérative des sous espaces .
- la méthode de JACOBI.

#### 4- REPOSE DE LA STRUCTURE :

La justification d'une structure soumise à une secousse sismique peut être menée de deux manières différentes soit par la méthode de superposition modale ou alors en utilisant la méthode directe.

Le choix entre les deux méthodes dépend de la nature du problème et du contenu fréquentiel de l'excitation.

La méthode directe est utilisée pour les problèmes non linéaires ou pour les excitations dont le contenu fréquentiel est susceptible d'exciter un grand nombre des modes de la structure. L'analyse directe en régime transitoire implique l'intégration pas à pas de l'équation de mouvement.

L'analyse par superposition modale est de loin la méthode la plus répandue pour la justification des structures linéaires soumises aux effets d'une secousse sismique et dont les premiers modes propres sont susceptibles d'être excités.

##### 4-1- Principe de la superposition modale :

Les modes propres de vibration forment entre eux une base de  $n$  vecteurs indépendants sur laquelle le vecteur déplacement  $U$  du système réel peut être projeté comme suit :

$$U = \phi_1 \cdot y_1 + \phi_2 \cdot y_2 + \dots + \phi_n \cdot y_n = \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot y_i$$

$$\text{Soit : } \{U\} = [\Phi] \cdot \{Y\} \quad (5-4)$$

La matrice modale constituée permet ainsi le passage du vecteur des coordonnées généralisées  $Y$  au vecteur des coordonnées géométriques  $U$ .

En adoptant la transformation (5-4), l'équation (5-1) du mouvement dynamique de la structure s'écrit :

$$[m] \cdot [\Phi] \cdot \ddot{Y} + [c] \cdot [\Phi] \cdot \dot{Y} + [k] \cdot [\Phi] \cdot Y = p(t) \quad (5-5)$$

En multipliant les deux membres de cette équation par le transposé  $i^{\text{ème}}$  mode de vibration  $\{\phi_i\}^T$ , on obtient :

$$[\Phi_i]^T \cdot [m] \cdot [\Phi] \cdot \ddot{Y} + [\Phi_i]^T \cdot [c] \cdot [\Phi] \cdot \dot{Y} + [\Phi_i]^T \cdot [k] \cdot [\Phi] \cdot Y = [\Phi_i]^T \cdot p(t) \quad (5-6)$$

Les propriétés d'orthogonalités des matrices masse et rigidité par rapport aux modes propres, nous permettent d'éliminer tous les termes dans les matrices masse et rigidité de l'équation précédente sauf celui qui correspond au  $i^{\text{ème}}$  mode. Ce même procédé peut être appliqué à la matrice d'amortissement si elle se présente sous la forme d'une combinaison linéaire de la matrice masse et rigidité :  $[c] = \alpha[m] + \beta[k]$ .

Dans ce cas, on peut également écrire :

$$\{\phi\}_j^T [c] \{\phi\}_i = 0 \quad i \neq j \quad (5-8)$$

Compte tenu des conditions (5-3) et (5-4), l'équation (5-6) devient :

$$\{\phi_i\}^T [m] \{\phi_i\} \ddot{Y}_i + \{\phi_i\}^T [c] \{\phi_i\} \dot{Y}_i + \{\phi_i\}^T [k] \{\phi_i\} Y_i = \{\phi_i\}^T P_i(t) \quad (5-9)$$

L'équation (5-9) indique que le problème initial se réduit à une forme découplée qui ne représente qu'une équation différentielle dépendant uniquement de l'amplitude  $Y_i$  ; c'est d'ailleurs l'équation dynamique d'un oscillateur simple de masse  $M_i$ , de rigidité  $K$  et d'amortissement  $C$  soumis à un chargement dynamique  $P(t)$  avec :

$$\begin{aligned} M_i &= \{\phi_i\}^T [m] \{\phi_i\} \\ K_i &= \{\phi_i\}^T [k] \{\phi_i\} = \omega_i^2 M_i \\ C_i &= \{\phi_i\}^T [c] \{\phi_i\} = 2 \xi_i \omega_i M_i \\ P(t)_i &= \{\phi_i\}^T \frac{P(t)}{M_i} \end{aligned}$$

où  $\omega_i$  et  $\xi_i$  sont la pulsation propre et le taux d'amortissement de l'oscillateur du  $i^{\text{ème}}$  mode propre de vibration.

Par conséquent, l'équation dynamique du mouvement pour chaque mode propre de vibration peut se mettre sous la forme suivante :

$$\ddot{Y}_i + 2 \xi_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = P_i(t) \quad (5-10)$$

Pour chacun des modes de vibration, on calcule ainsi la déformation de la structure (en passant des coordonnées généralisées aux coordonnées géométriques) et les accélérations ( $U = \omega^2 U$ ) qui, appliquées de manière statique aux masses, permettent de retrouver cette déformée par un calcul statique usuel.

#### 4-2- Sélection des modes utiles :

Les modèles dynamiques possèdent, en général, un grand nombre de degrés de liberté tel que l'extraction de tous les modes de vibration ne peut être envisagée pour des raisons économiques.

On se contente donc de calculer les premiers modes de vibration dans un classement par périodes décroissantes.

Avant de poursuivre le calcul, il faut tout d'abord s'assurer que le nombre de modes évalués est suffisant et donc que des modes importants n'ont pas été négligés.

Ensuite, il convient d'éliminer tous les modes ne correspondant pas à des efforts notables, afin de simplifier l'exploitation des résultats. La sélection s'effectue d'après la valeur maximale de l'énergie potentielle emmagasinée dans la structure lors du mouvement.

Pour le mode  $j$ , cette énergie a pour expression :

$$E_j = \frac{1}{2} U_j^T \cdot [k] \cdot U_j$$

## 5- EXCITATION PAR DEPLACEMENT D'APPUIS :

L'effet d'un séisme sur le comportement d'une structure est assimilé à une excitation qui génère un déplacement de la base de la structure supposée rigide et parfaitement encastrée au sol.

Un tel modèle permet d'étudier l'effet, sur une structure, du mouvement du sol provoqué par un séisme. Ce mouvement engendré par le séisme est une translation horizontale de la base de la structure.

### 5-1- Système à un degré de liberté :

La forme la plus simple de la réponse à un séisme, est le cas d'un système à un degré de liberté (SDOF) qui est sujet à une translation identique de tous les points de son appui. On considère le système SDOF présenté sur la *figure 5.1*.

Pour tenir compte du mouvement du sol en cas de séisme, on impose au point  $A$  un déplacement horizontal  $u_s(t)$  variable avec le temps.

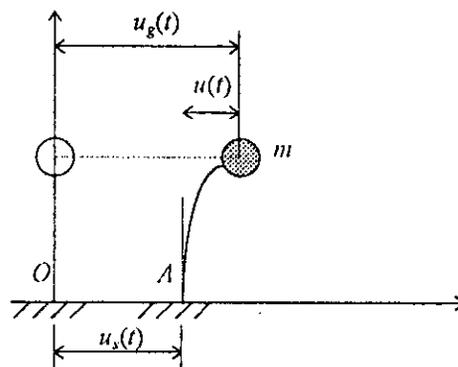


Fig 5.1 - Excitation par déplacement d'appui.

Les déplacements de la masse  $m$  sont mesurés, soit dans un repère relatif lié au point  $A$  (déplacement  $u(t)$ ) soit dans un repère global (déplacement  $u_g(t)$ ).

L'équation de mouvement du système est donnée par :

$$m\ddot{u}_g + c\dot{u} + ku = 0 \quad (5-11)$$

Où l'indice  $g$  indique le déplacement dans le repère global.

La force effective du séisme qui produit la réponse dynamique du système résulte du fait que le terme de la force d'inertie dans l'équation (5.11) dépend du déplacement total, alors que la force d'amortissement et la force élastique dépendent du déplacement relatif. On note que  $u_g = u_s + u$ , donc l'équation (5.11) peut s'écrire en terme de déplacement relatif par :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F_{eff}$$

où la force effective du séisme est donnée par :  $F_{eff} = -m\ddot{u}_s$

On voit qu'on se ramène à l'étude d'un oscillateur simple dans le repère relatif, en supposant la masse soumise à une force fictive  $F_{eff}$  proportionnelle à l'accélération absolue du point d'appui  $A$ .

La solution est donnée par l'intégrale de Duhamel qui prend la forme particulière :

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_s(\tau) \exp[-\xi\omega(t-\tau)] \cdot \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau$$

avec :  $\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ .

On constate que la valeur du déplacement ne dépend que de la pulsation  $\omega$ , du coefficient d'amortissement  $\xi$  et de l'accélération  $\ddot{u}(t)$  du sol.

### 5-2- Pseudo-accélération :

Lorsque le déplacement relatif  $u$  de la masse a été calculé, on peut en déduire la force associée aux déformations :

$$F_e = ku(t) \quad (5-12)$$

L'équation de l'équilibre dynamique d'une vibration libre non amortie est de la forme :

$$F_I + F_e = 0 \quad (5-13)$$

où pour un mouvement harmonique :  $F_I = m\ddot{u}(t) = -m\omega^2 u(t)$

En substituant dans l'équation (5-13) on aura :

$$F_e = m\omega^2 u(t) \quad (5-14)$$

L'équivalence entre l'équation (5-12) et (5-14) est évidente par le fait que :

$$\omega^2 = k/m.$$

L'équation (5-14) n'implique pas que  $\omega^2 u(t)$  est l'accélération totale de la masse, car en général, la force d'amortissement agit sur le système en plus de la force d'inertie. L'expression de l'accélération totale est donnée par :

$$\ddot{u}_g(t) = -2\xi\omega\dot{u}(t) - \omega^2 u(t)$$

Le terme de l'amortissement peut être négligé sur la base que la force d'amortissement a une petite contribution dans la relation d'équilibre. L'accélération totale est donnée approximativement par :

$$\ddot{u}_g(t) = -\omega^2 u(t) \quad (5-15)$$

Cette accélération est appelée *pseudo-accélération*.

La connaissance du spectre de réponse permet d'obtenir la réponse maximum du système très facilement. En considérant les valeurs de la période et de l'amortissement de la structure. Donc :

$$\begin{aligned} u_{\max} &= S_d(\xi, T) \\ \ddot{u}_{g,\max} &= S_a(\xi, T) \\ F_{e,\max} &= mS_a(\xi, T) \end{aligned}$$

où :

$S_d$  : est la valeur lu sur le spectre de déplacement.

$S_a$  : la valeur lu sur le spectre de pseudo-accélération.

$F_{e,\max}$  : est la valeur maximum de la force élastique.

On note que :  $S_a = \omega^2 S_d$ .

### 5-3- Système à plusieurs degrés de liberté :

L'analyse de la réponse à un séisme pour un système à plusieurs degrés de liberté (MDOF) peut être portée en notation matricielle de manière entièrement identique au développement des équations pour un système SDOF.

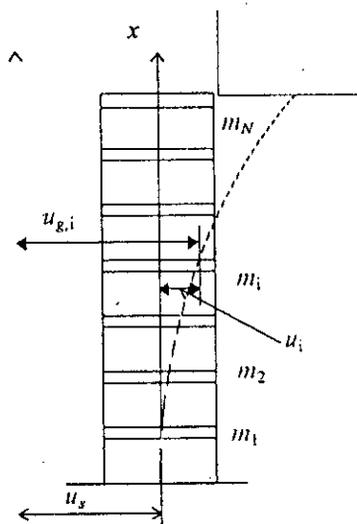


Fig 5.2 - Système à plusieurs degrés de libertés avec translation de la base.

Donc les équations de mouvement d'un bâtiment à plusieurs étages Fig. 5.2 peuvent être écrites par analogie à l'équation (5-11).

$$[m]\{\ddot{u}\}_g + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = 0 \quad (5-16)$$

Le déplacement dans le repère globale est la somme du déplacement relatif  $u(t)$  et du déplacement résultant directement du mouvement de la base. Pour le système Fig. 5.2, cette relation s'écrit :

$$\{u\}_g = \{u\} + \{1\}u \quad (5-17)$$

où  $\{1\}$  représente un vecteur dont tous les termes sont égaux à 1. Ce vecteur exprime le fait qu'une translation unitaire de la base de la structure produit un déplacement unitaire de tous les degrés de liberté.

En substituant l'équation (5-17) dans (5-16), on aura les équations du mouvement relatif :

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F\}_{eff}$$

où :

$$\{F\}_{eff} = -[m]\{1\}\ddot{u}_s(t)$$

La transformation en coordonnées normales nous donne les  $N$  équations modales découplées de la forme :

$$M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t)$$

où  $M_n$ ,  $C_n$  et  $K_n$  sont les propriétés généralisées associées aux  $N$  modes,  $Y_n$  est l'amplitude de la réponse modale, et la force généralisée résultant de l'excitation sismique est donnée par :

$$F_n = \{\phi\}_n^T \{F_{eff}\} = L_n \ddot{u}_s(t)$$

où pour la structure Fig. 5.2 , le facteur modal de l'excitation sismique est donné par :

$$L_n = \{\phi\}_n^T [m] \{1\}$$

La réponse de chaque mode est donnée par :

$$Y_n(t) = \frac{L_n}{M_n} u_n(t)$$

où l'intégrale modale de la réponse sismique est de la forme de l'intégrale de Duhamel et dépend de l'amortissement  $\xi_n$  et de la fréquence  $\omega_n$  du  $n^{eme}$  mode de vibration. Le vecteur de déplacement relatif de ce mode est donné par :

$$\{u(t)\}_n = \{\phi\}_n \frac{L_n}{M_n} u_n(t)$$

Finalement, le vecteur de déplacement relatif due a toute les réponses modales est obtenue par superposition

$$\{u(x,t)\} = [\Phi] \{Y(t)\} = [\Phi] \left\{ \frac{L_n}{M_n} u_n(t) \right\}$$

Les forces élastiques associées aux déplacements relatifs peuvent être obtenues directement par multiplication avec la matrice de raideur

$$\{F_e(t)\} = [k] \{u(t)\} = [k] [\Phi] \{Y(t)\} \quad (5-18)$$

Il est plus convenant d'exprimer cette force en terme de la force d'inertie équivalente. L'équivalence entre la force élastique et la force d'inertie est donnée par :

$$[k] [\Phi] = [m] [\Phi] [\Omega^2]$$

où  $[\Omega^2]$  est la matrice diagonale dont les termes sont le carré des fréquences modales  $\omega_n^2$ . En substituant dans l'équation (5-18) l'expression de la force élastique devient :

$$\{F_e(t)\} = [m] [\Phi] [\Omega^2] \{Y(t)\} = [m] [\Phi] \left\{ \frac{L_n}{M_n} \omega_n^2 u_n(t) \right\}$$

Le vecteur force élastique associé à chaque mode est donné par :

$$\{F_e(t)\}_n = [m] \{\phi\}_n \frac{L_n}{M_n} \omega_n^2 u_n(t) \quad (5-19)$$

La détermination des forces élastique à n'importe quel temps  $t$  pendant la durée du séisme, permet de retrouvée la résultante des forces au même temps  $t$  en utilisant les procédures statiques standards.

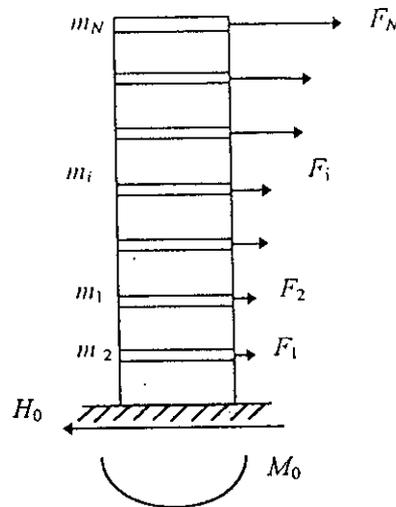


Fig 5.3 - Forces élastiques dans un système à plusieurs degrés de liberté

La force de cisaillement  $H_0$  du système Fig. 5.3 est donnée par la somme des forces agissants à chaque étage.

$$H_0(t) = \sum_{i=1}^N F_{e,i}(t) = \{1\}^T \{F_e(t)\}_n$$

En substituant l'équation (5-19) dans cette expression on obtient :

$$H_0(t) = \sum_{n=1}^N \frac{L_n^2}{M_n} \omega_n^2 u_n(t)$$

en notant que  $\{1\}^T [m][\Phi] = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_N]$ . Aussi, la valeur de la résultante du moment à la base du bâtiment est :

$$M_0(t) = \sum_{i=1}^N x_i F_{e,i}(t) = \{x\}^T \{F_e(t)\}$$

où  $x_i$  est la distance de la masse  $i$  de la base et  $\{x\}$  est le vecteur regroupant ces distances.

En substituant l'équation (5-19) on obtient :

$$M_0(t) = \{x\}^T [m][\Phi] \left\{ \frac{L_n}{M_n} \omega_n^2 u(t) \right\} \quad (5-20)$$

La quantité  $L_n^2/M_n$  dans l'équation (5-20) a la dimension d'une masse et est appelé masse modale effective de la structure car elle peut être interprété comme étant la partie de la masse totale qui répond au tremblement de terre dans chaque mode.

## 5-4- Utilisation d'un spectre de réponse :

Pour chaque mode individuel de la structure, la réponse maximum peut être obtenue directement du spectre de réponse comme pour un système à un degré de liberté. Le déplacement maximum pour le mode  $n$  est donné par :

$$\{u\}_{n,\max} = \{\phi\}_n \frac{L_n}{M_n} S_d(\xi_n, T_n)$$

où  $S_d(\xi_n, T_n)$  est le déplacement spectral correspondant à l'amortissement et la période du  $n^{\text{ème}}$  mode de vibration. Le vecteur de la force élastique maximum du  $n^{\text{ème}}$  mode est donné par :

$$\{F_e\}_{n,\max} = [m]\{\phi\}_n \frac{L_n}{M_n} S_a(\xi_n, T_n)$$

où  $S_a(\xi_n, T_n)$  est l'accélération spectrale.

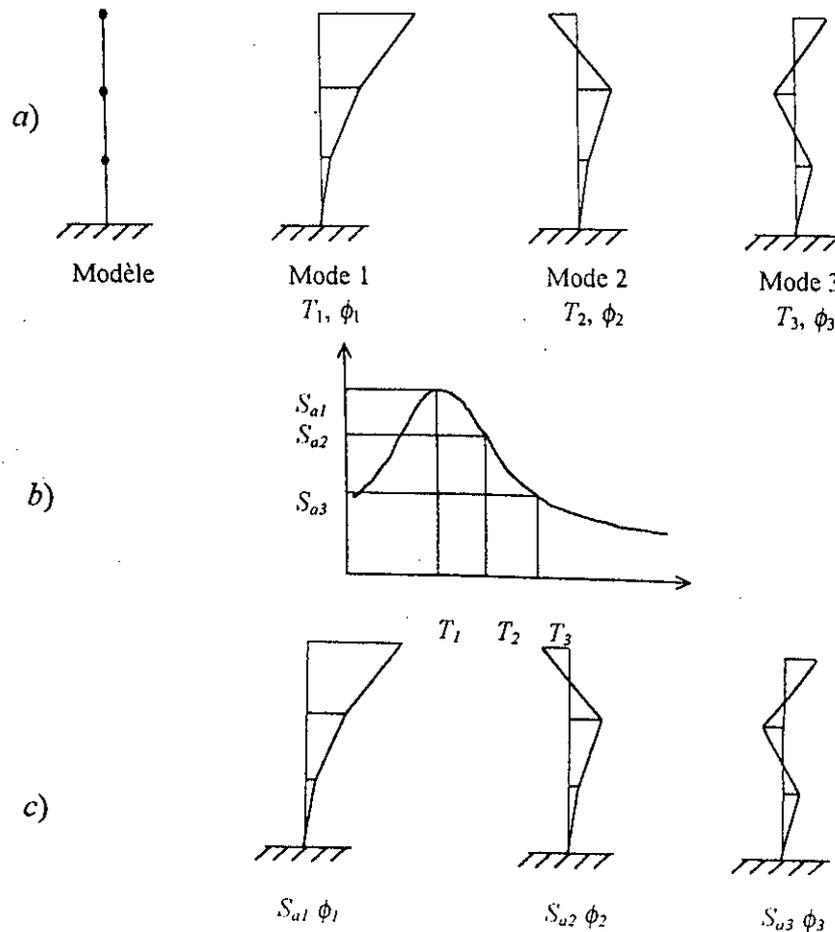


Fig. 5.4 - Principes de l'étude à l'aide d'un spectre de réponse

a- Calcul des vecteurs propres.

b - Lecture du spectre.

c - Réponse modale

## 6- COMBINAISON MODALE DANS LE CAS D'EXCITATIONS SISMIQUES UNIFORMES :

Lors de la conception et de l'analyse parasismique des structures linéaires, une hypothèse est fréquemment adoptée. Elle stipule que la structure étudiée subit un mouvement du sol de nature uniforme. En d'autres termes, la même excitation sismique est supposée agir simultanément au niveau de tous les points d'appuis de la structure au sol.

Cependant, cette hypothèse implique que les vibrations du sol résultent d'une propagation verticale d'ondes sismiques spatialement uniformes, ou alors que les dimensions de la base de la structure considérée sont petites relativement aux longueurs d'ondes sismiques (ce qui est vrai pour les structures peu étendues), d'où l'analyse dynamique s'en trouve amplement simplifiée puisque seule la variation temporelle du signal sismique est à considérer.

Dans le cadre d'un calcul des réponses physiques, l'un des moyens les plus efficaces est, sans doute, celui qui se base sur le principe de superposition modale. En effet, il est plus simple de quantifier les réponses modales (histoires temporelles ou quantités maximales) d'un système structural à  $N$  degré de liberté, puis de combiner ces réponses selon un procédé adéquat qui permette d'approcher au mieux la réponse exacte.

Dans le cas d'excitations sismiques uniformes, plusieurs règles de combinaison des réponses modales existent. On appelle  $X_m$  le déplacement, accélération, effort ou contrainte apparaissant au noeud  $m$ . Parmi les méthodes existantes, on peut citer :

### 4-3-1- Somme quadratique :

Il est recherché une réponse totale peu contraignante en faisant appel au calcul probabiliste.

On fait l'hypothèse que la probabilité, pour que la réponse  $X_m$  ne dépasse pas une valeur maximale  $(X_m)_{max}$ , soit la même pour tous les modes. Dans ce cas, la réponse recherchée est donnée par règle de combinaison suivante :

$$\bar{X}_m = \left[ \sum_i X_{im}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad i : \text{mode}$$

qui est dite *règle de combinaison quadratique* et qui ne considère pas l'intercorrélation modale car dans le cas particulier de structures ayant des modes de vibration bien séparés, les réponses modales peuvent être considérées comme étant statistiquement indépendantes.

7- APPLICATION :

Nous avons fait l'étude dynamique du portique 2 sous l'action des accélérogrammes générés par les ondes  $S_V$  et  $S_H$  et cela pour les trois hauteurs ( $H=50; 100; 250 m$ ).

Les résultats obtenus pour l'analyse modale du portique 2 sont donnés par le tableau 5.1.

Nous remarquons que les périodes propres de la structure varient entre 0.24 s et 2.88 s ce qui représente la plage de périodes où l'intensité spectrale est la plus grande.

Mode	$\omega$ (rad/s)	$T$ (s)	$L$
1	2.18	2.88	1297.89
2	6.26	1.00	423.78
3	10.13	0.62	258.21
4	14.17	0.44	177.65
5	17.94	0.35	120.64
6	20.60	0.30	70.89
7	22.36	0.28	64.85
8	24.5	0.26	48.05
9	26.00	0.24	23.75

Tableau 5.1

Les spectres de réponse en accélération obtenus pour notre étude présentent une forme spectrale semblable aux spectres normalisés préétablis pour les sols intermédiaires ce qui est le cas de notre sol (*marne*).

Nous notons que les spectres d'accélération croissent avec l'épaisseur de la couche de surface, et ce pour les deux types d'ondes étudiées comme le montrent les figures (5-5) et (5-6). Ces remarques déduites des spectres montrent l'importance et l'influence de la distance épiscopentrale sur l'allure des spectres de réponse et prévoient une augmentation de la réponse de la structure.

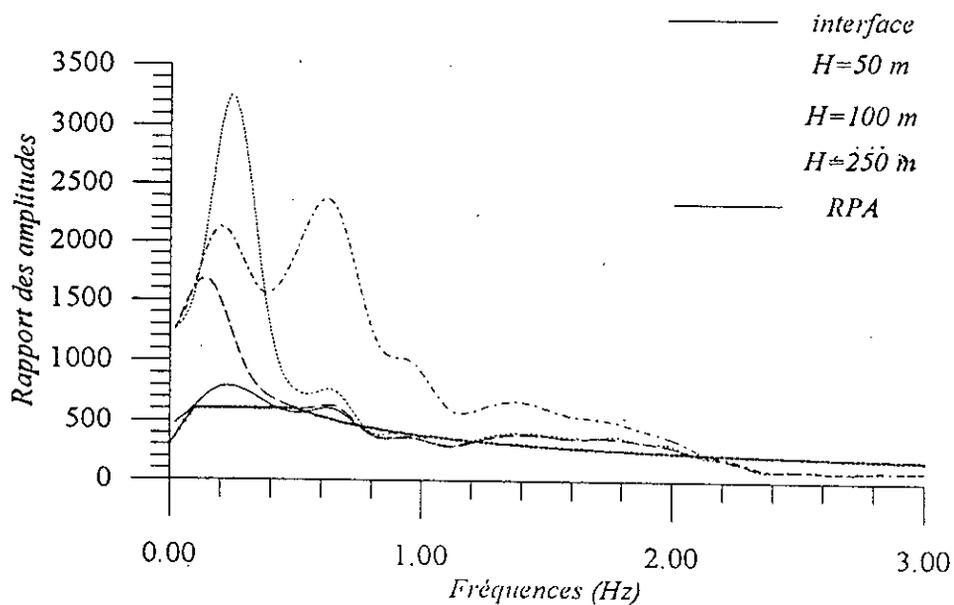


Fig. 5.6 - Spectres de réponse en accélération de l'onde SV

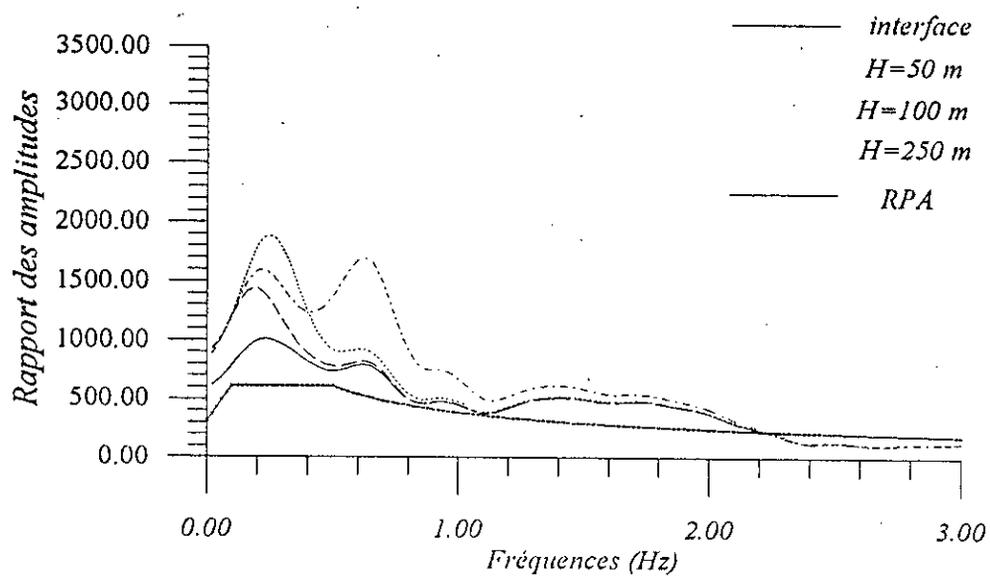


Fig. 5.5 - Spectres de réponse en accélération de l'onde SH

Nous avons appliqué au portique 2 les accélérogrammes obtenus pour les ondes  $S_V$  et  $S_H$  et cela pour les trois hauteurs de la couche de sol. Les résultats obtenus pour chaque mode sont représentés dans le tableau 5.2-a [ $S_V$ ] et 5.2-b [ $S_H$ ].

où :

- $S_d$  : valeur lue sur le spectre de déplacement.
- $S_a$  : valeur lue sur le spectre d'accélération.
- $U_{max}$  : déplacement maximum de la structure

Mode	h = 50 m			h = 100 m			h = 250 m		
	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)
1	19.72	935.30	5.2261	19.83	94.09	5.2570	20.95	99.39	5.5539
2	9.29	363.61	0.8352	9.90	387.51	0.8901	2.41	942.45	2.1648
3	6.83	701.56	0.4120	8.00	821.71	0.4826	25.84	265.34	1.5580
4	3.77	756.64	0.1571	5.24	1051.5	0.2184	9.90	1986.3	0.4125
5	2.63	846.31	0.0664	5.66	1823.8	0.1430	4.45	1434.7	0.1125
6	1.81	770.65	0.0382	6.24	2647.9	0.1314	2.91	1236.4	0.0614
7	1.97	989.34	0.0230	7.20	3602.5	0.0838	3.24	1618.6	0.0376
8	1.80	1079.3	0.0137	6.44	3864.5	0.0489	3.32	1993.5	0.0252
9	1.60	1085.0	0.0050	5.42	3664.1	0.0170	3.47	2346.7	0.0109
$(\sum U^2)^{1/2}$	-	-	5.2936	-	-	5.3371	-	-	5.9724

Tableau 5.2.a - Onde  $S_V$

Mode	h = 50 m			h = 100 m			h = 250 m		
	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)	$S_d$ (cm)	$S_a$ (cm/s <sup>2</sup> )	$U_{max}$ (cm)
1	25.75	122.15	6.8256	25.83	122.53	6.8470	26.49	125.66	7.0217
2	12.00	469.97	1.0795	12.56	491.83	1.1297	17.79	696.32	1.5994
3	8.77	900.44	0.5288	9.85	1011.5	0.5940	18.42	1891.3	1.1107
4	4.79	962.74	0.1999	5.97	1199.2	0.2490	7.17	1439.6	0.2998
5	3.30	1063.3	0.0833	4.82	1553.1	0.1218	4.05	1303.6	0.1022
6	2.24	950.86	0.0515	3.80	1616.1	0.0802	2.45	1039.1	0.0472
7	2.43	1216.5	0.0289	4.04	2018.2	0.0469	2.81	1409.2	0.0328
8	2.19	1316.9	0.0167	3.55	2131.9	0.0270	2.70	1624.8	0.0206
9	1.94	1313.2	0.0061	3.06	2068.4	0.0096	2.53	1712.1	0.0079
$(\sum U^2)^{1/2}$	-	-	6.9125	-	-	6.9422	-	-	7.2066

Tableau 5.2.b - Onde  $S_H$

Nous remarquons que le déplacement diminue considérablement à partir du deuxième mode. Cela est dû au fait que le premier mode est le plus prépondérant, et peut être dans ce cas le seul mode pris en compte pour le calcul. Cela se traduit bien sur les figures (5.7.a), (5.7.b), (5.7.c), qui représentent respectivement le 1<sup>er</sup>, le 2<sup>ème</sup>, et le 3<sup>ème</sup> mode du portique soumis à l'accélérogramme généré par une onde  $S_V$  ( $H = 50m$ ), ainsi que la figure (5.8) qui représente la déformée finale du portique après superposition quadratique des modes qui est pratiquement la même que celle du premier mode.

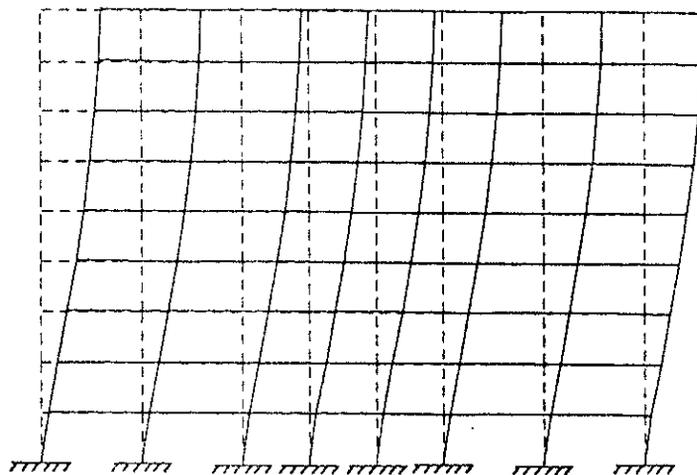


Fig. 5.7. a - 1<sup>er</sup> mode de vibration

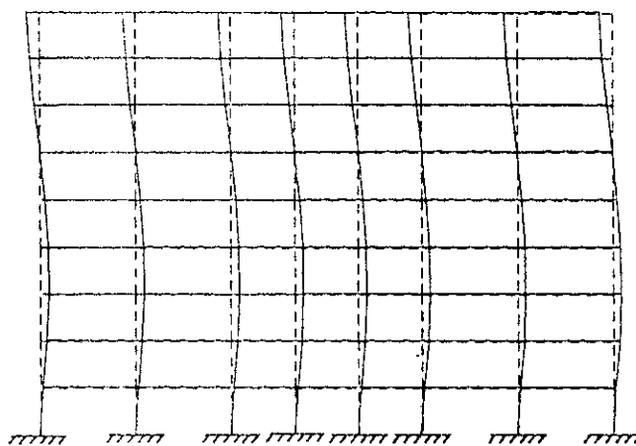


Fig. 5.7. b - 2<sup>ème</sup> mode de vibration

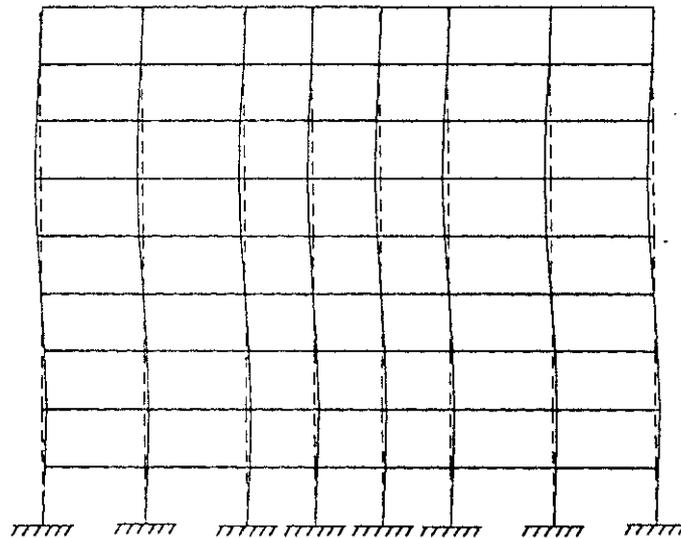


Fig. 5.7. c - 3<sup>ème</sup> Mode de vibration

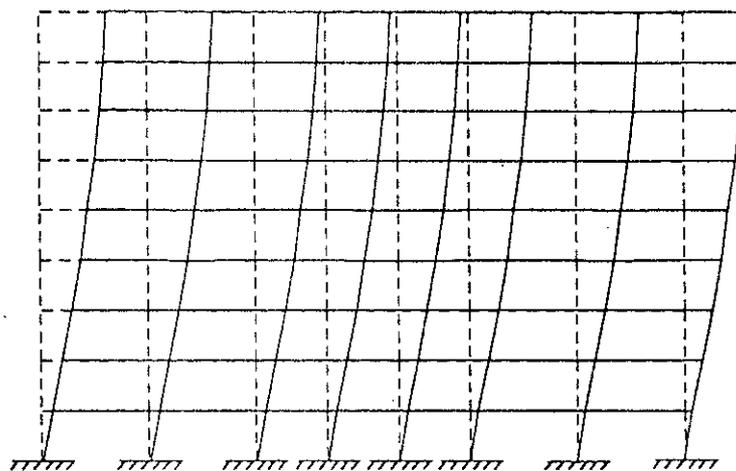


Fig. 5.8 - Déformée finale du portique  
après superposition des modes.

Nous avons remarqué que le déplacement maximum du portique augmente selon que la hauteur de la couche superficielle du sol croît ce qui confirme les remarques faites précédemment sur les spectres de réponse..

Il faut signaler que la déformée de chaque structure dépend de ces modes propres et du spectre de réponse considéré; donc une étude propre à chaque structure s'impose.

## CHAPITRE 6

COMPOSITION ET  
POLARISATION DES ONDES

L'équation (6-1) est l'équation d'une ellipse vu que le déterminant associé est positif. Cette ellipse est délimitée par un rectangle parallèle aux axes dont la longueur est  $2 a_x$  et la largeur  $2 a_y$ , l'intersection avec le rectangle s'effectue aux points  $(\pm a_x, \pm a_y \cos \phi)$  et  $(\pm a_x \cos \phi, \pm a_y)$ .

En général, les axes de l'ellipse ne sont pas  $Ox, Oy$ . On définit les axes de l'ellipse par  $OX, OY$  qui sont respectivement l'axe majeur et mineur et l'angle  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi$ ) délimité par  $Ox$  et  $OX$  qui définit la direction de l'axe majeur.

### 3- COMPOSITION DE DEUX ONDES PLANES :

Les composantes  $Ax$  et  $Ay$  respectivement de l'onde majeur et l'onde mineur sont données fonction de  $a_x$  et  $a_y$  par :

$$\begin{aligned} Ax &= a_x \cos \alpha + a_y \sin \alpha \\ Ay &= -a_x \sin \alpha + a_y \cos \alpha \end{aligned}$$

En posant :

$$\begin{aligned} Ax &= a_x \sin (\omega t + \phi_0) \\ Ay &= a_y \cos (\omega t + \phi_0) \end{aligned}$$

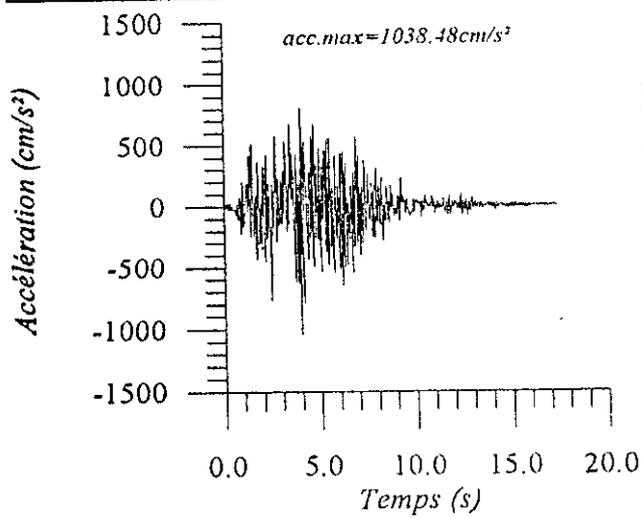
on détermine la direction majeure par :

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2a_x a_y \cos \phi}{a_x^2 - a_y^2}$$

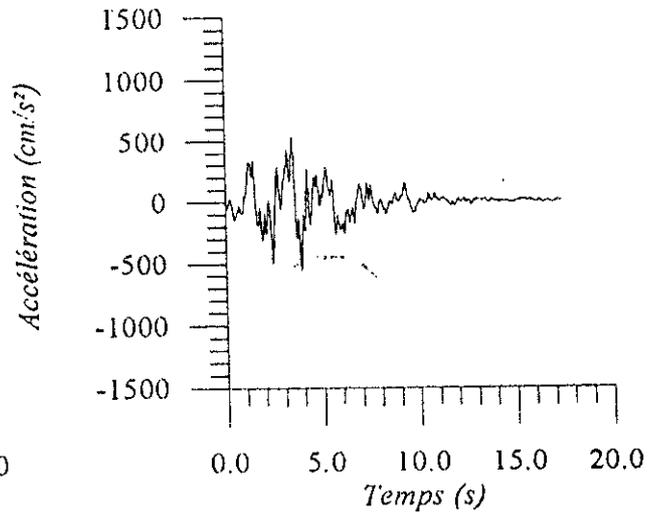
Pour notre étude, on représente l'optimisation des ondes  $S_V$  et  $S_H$  sur les figures (6-2), (6-3) et (6-4). La polarisation des deux ondes  $S_V$  et  $S_H$  est représentée sur la figure (6-5).

Nous remarquons clairement une nette augmentation des accélérogrammes optimisés majeurs pour les trois hauteurs. Cette augmentation est d'autant plus intéressante puisque elle se répercute sur les spectres de réponses de façon significative. Nous remarquons aussi (Fig. 6.4) que l'angle de polarisation a tendance à augmenter et diminuer de façon alternée. Les valeurs assez basses de l'angle optimale font que l'onde mineur ait des valeurs relativement faibles.

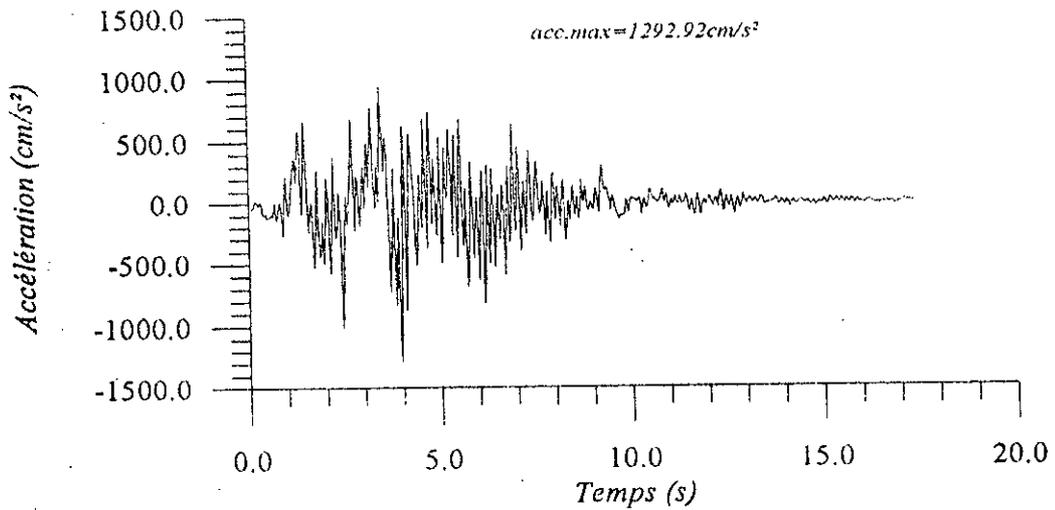
L'optimisation et la polarisation des ondes peuvent trouver application dans des considérations sismologiques comme par exemple la détermination de la direction maximale du séisme ou de la polarisation des ondes compte tenu des diagrammes de radiation.



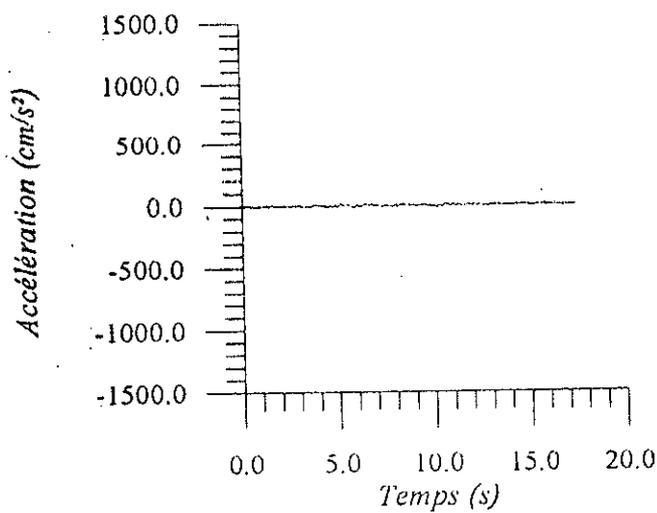
Accélérogramme onde Sv



Accélérogramme onde SH



Accélérogramme composé majeur



Accélérogramme composé mineur

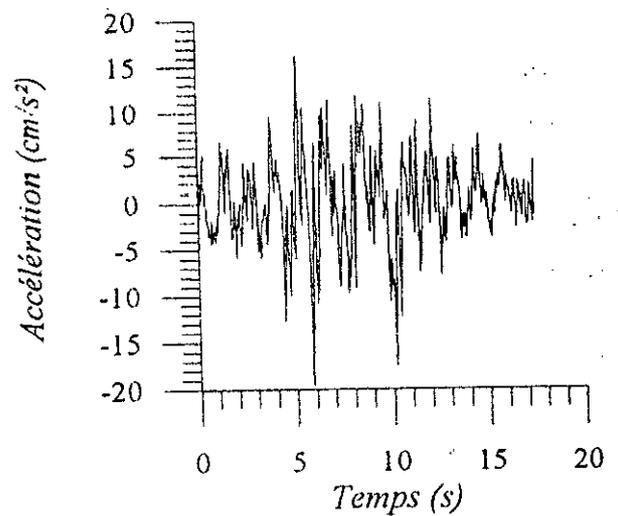
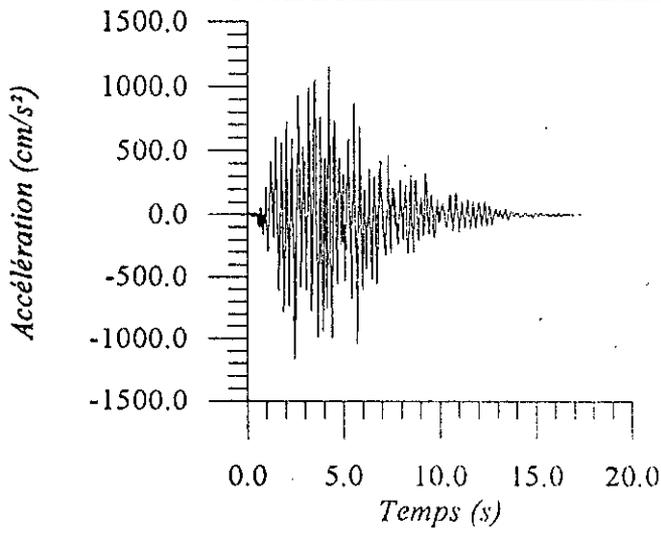
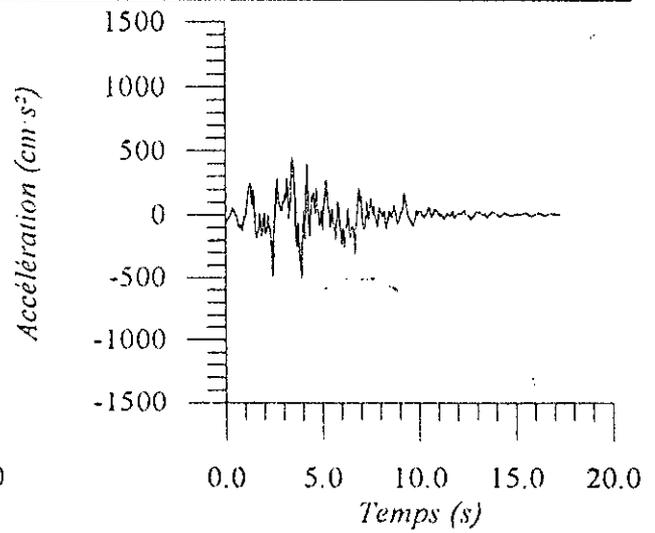


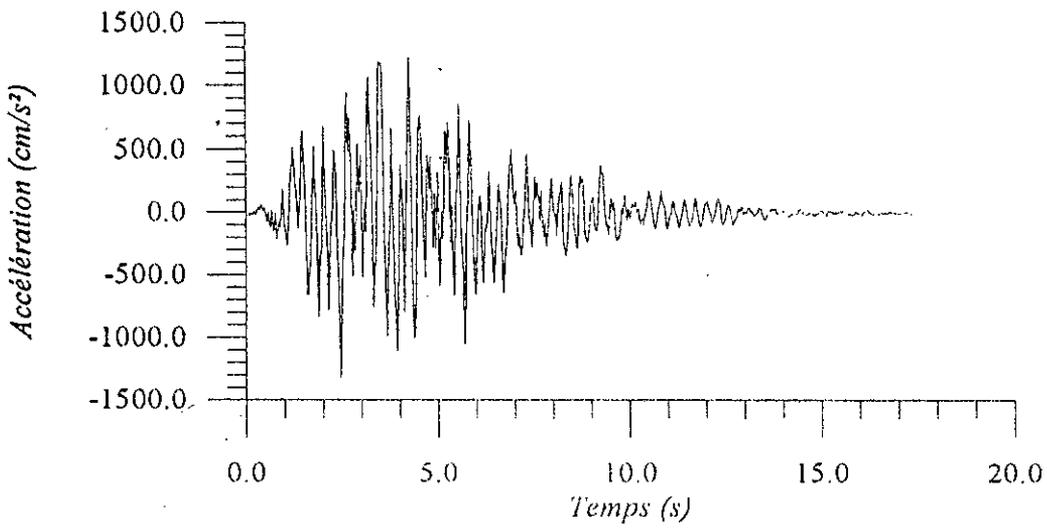
Fig. 6.1 - Accélérogrammes optimisés [ h=50 m ]



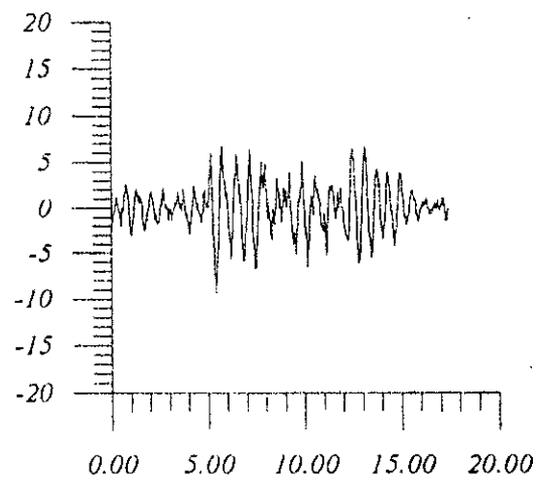
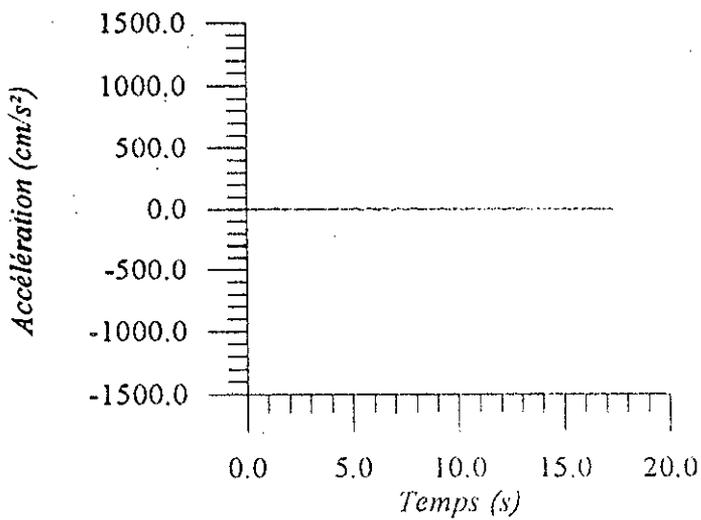
Accélérogramme onde Sv



Accélérogramme onde SH

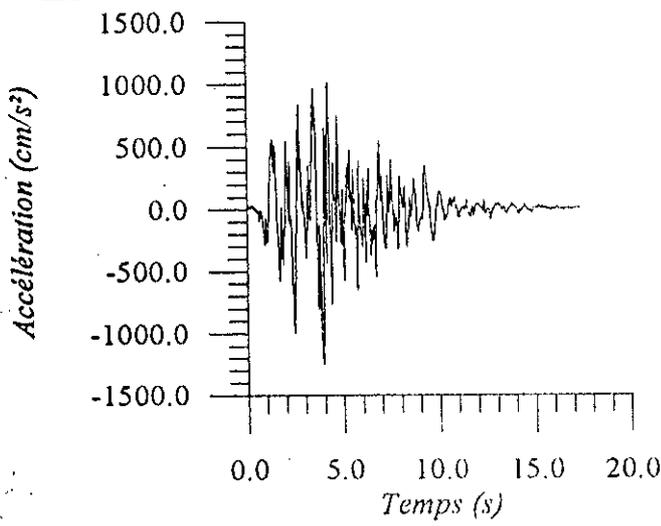


Accélérogramme composé majeur

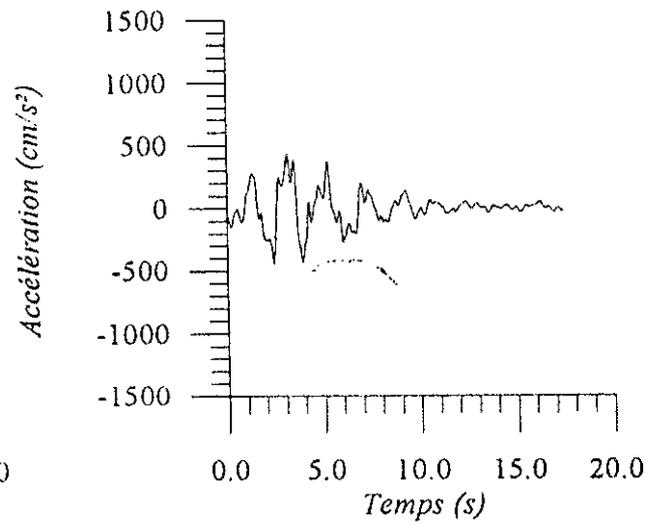


Accélérogramme composé mineur

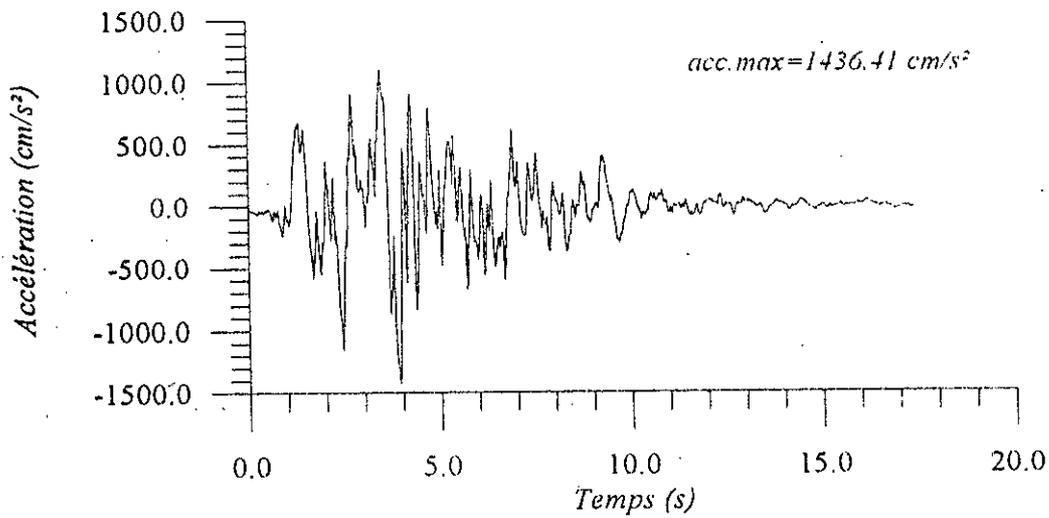
Fig. 6.2 - Accélérogrammes optimisés [ H=100 m ]



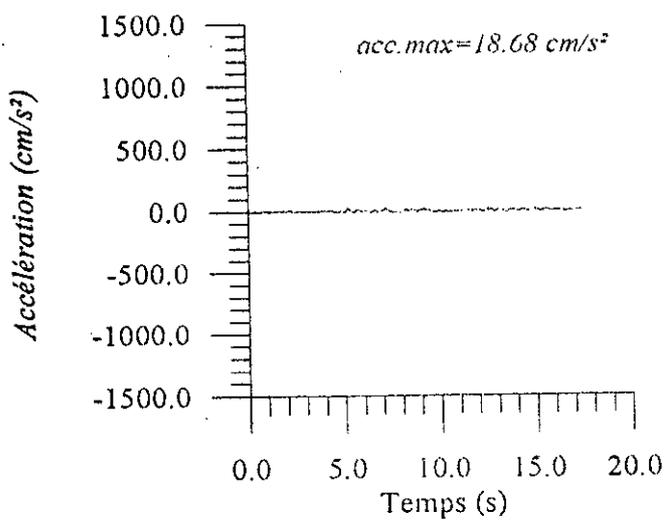
Accélérogramme onde Sv



Accélérogramme onde SH



Accélérogramme composé majeur



Accélérogramme composé mineur

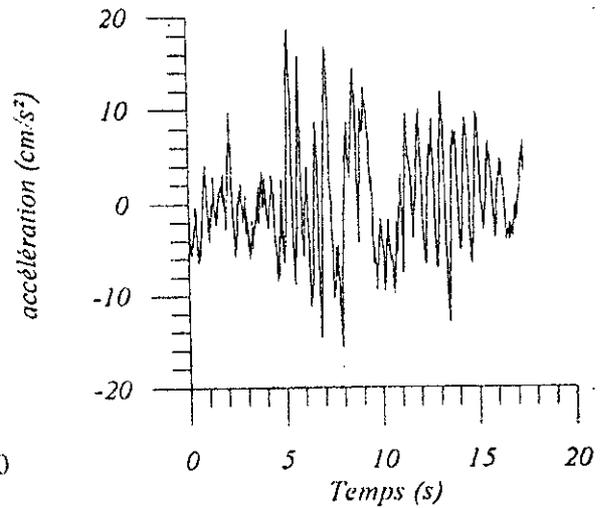


Fig. 6.2 - Accélérogrammes optimisés [  $h=250\text{ m}$  ]

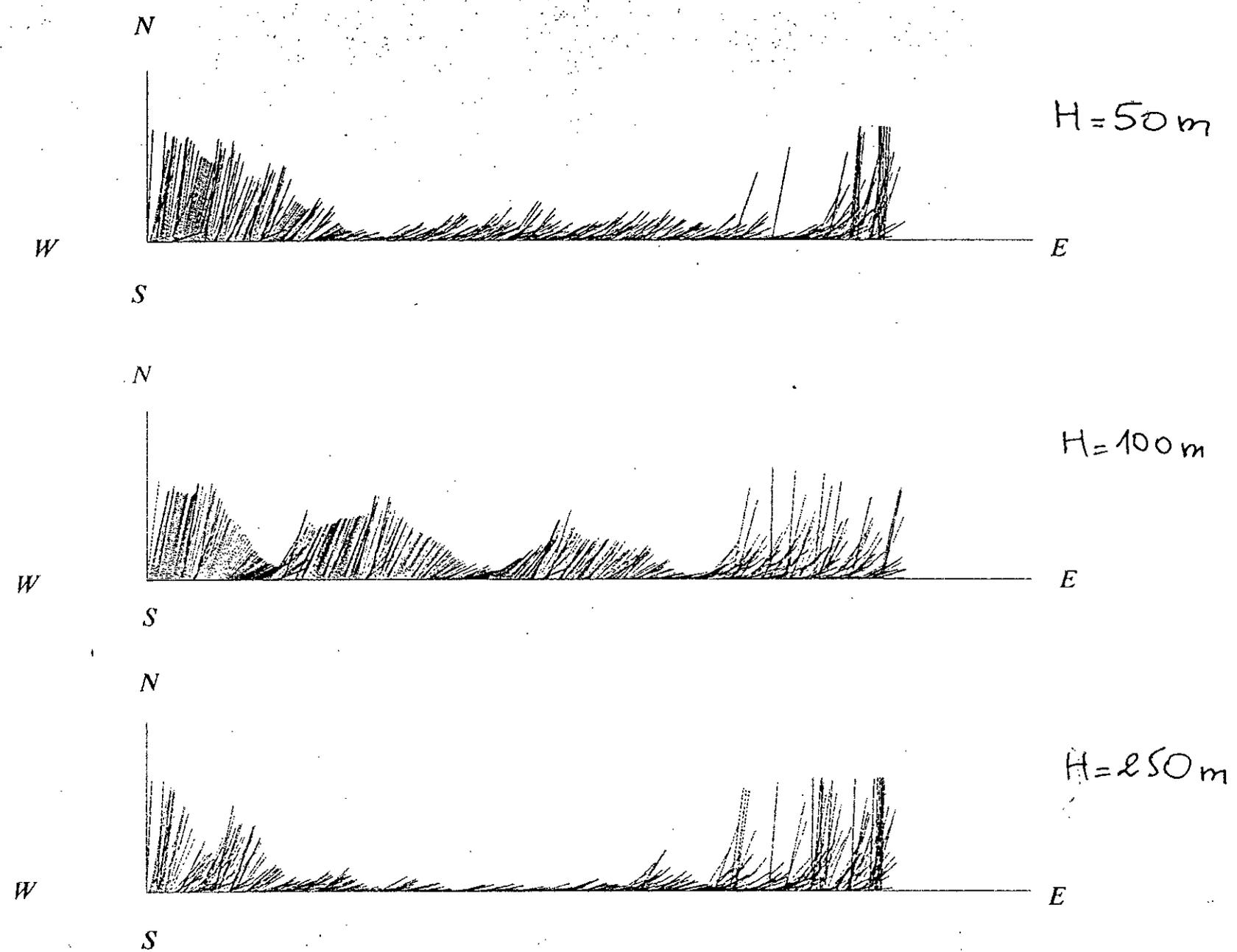


fig. 6.4 - Variation de l'angle de polarisation des ondes SV et SH

## CHAPITRE 7

CONCLUSION

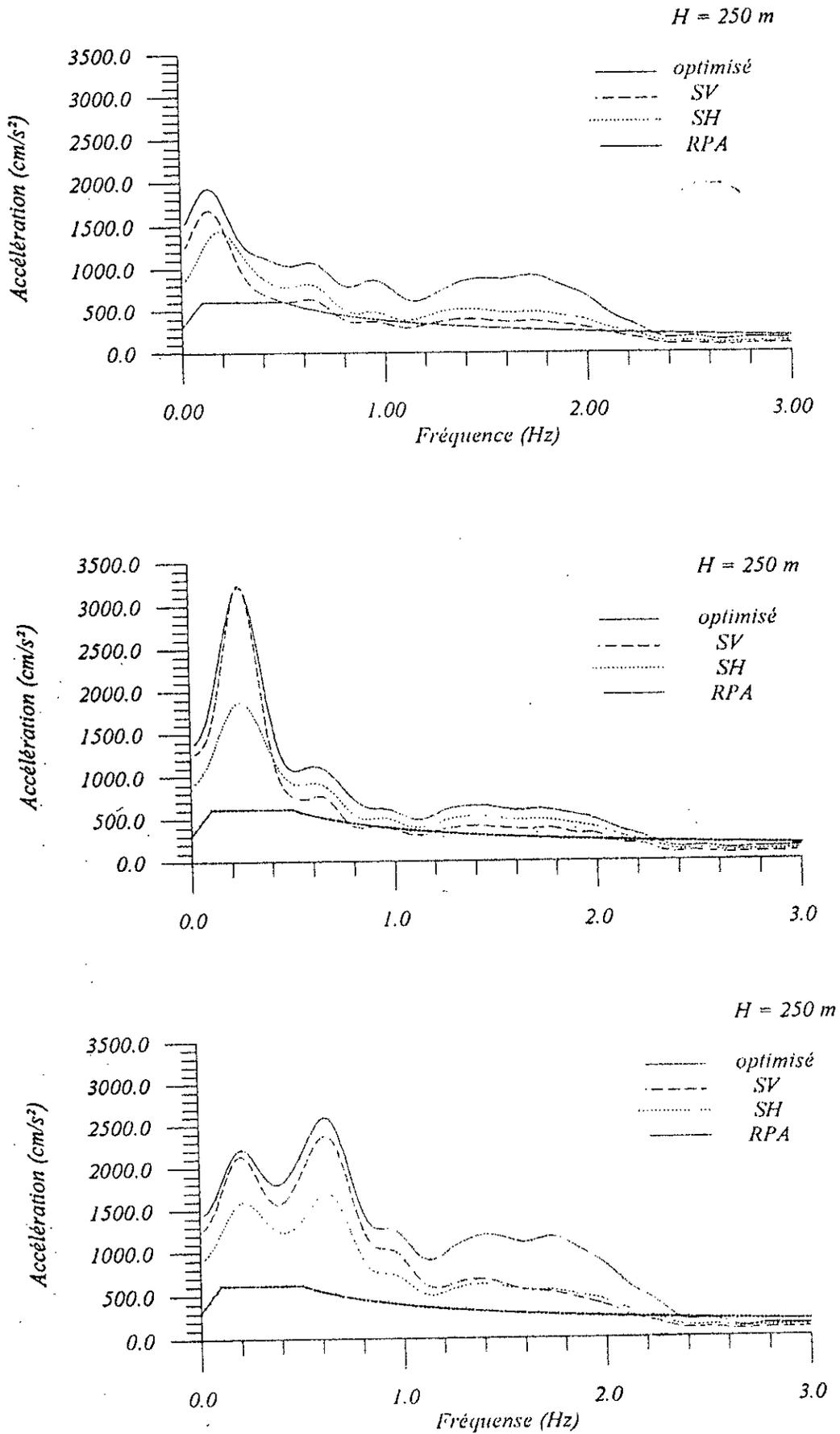


Fig. 6.5 - Spectres de réponses en accélération

## CONCLUSION :

Les résultats présentés donnent une idée assez fidèle de l'ordre de grandeur des altérations que subit le signal généré au rocher. Tous les résultats montrent, à l'évidence, l'intérêt et l'importance de la structure géologique et géotechnique du sol pour le génie parasismique. On peut, en effet, affirmer l'existence des effets des couches de surface (alluvions et sédiments) puisque l'amplification de la crête par rapport à la base mentionnée dans la littérature dépassent parfois 20 dans le domaine spectral, et 4 à 5 dans le domaine temporel. Les terrains de surface jouent un rôle de filtre sélectif vis-à-vis du signal issu du substratum.

La prédiction de ces amplifications nécessite au préalable une compréhension physique du phénomène et des modèles numériques en concordance avec les observations.

Bien que le modèle de *Haskell* ait donné des résultats acceptables pour notre analyse, il reste cependant limité et ne peut être pris en compte pour les séismes de hautes fréquences qui intéressent le génie parasismique, il est possible d'introduire des modifications au modèle de dislocation simple afin de le rendre plus réaliste et pouvoir ainsi simuler, de façon plus approchée, le rayonnement d'une fracture de géométrie générale.

Le paramètre le plus souvent utilisé en sismologie de l'ingénieur, et considéré comme représentatif des dégâts causés aux constructions, est la valeur maximale de l'accélération du mouvement de sol. En réalité, la gravité des dégâts d'un séisme dépend de plusieurs paramètres du mouvement (contenu fréquentiel, accélération, déplacement, durée, condition du sol...). Il est donc illusoire de vouloir y correspondre un seul d'entre eux. La prévision doit plutôt porter sur le spectre entier du mouvement du sol.

Dans notre étude, on ne considère que la variabilité dans le temps de l'excitation sismique, on peut considérer la variabilité spatiales (mouvements non uniformes) qui est nécessaire dans le cas de mouvements sismiques forts. Cela implique la prise en compte de l'inter-correlation modale.

Les valeurs des paramètres déduites de l'enregistrement d'une seule composante ne sont pas représentatives, il est indispensable d'enregistrer et d'interpréter chacune des trois composantes du mouvement, bien que l'expérience montre que la composante verticale est, en général, inférieure aux composantes horizontales. Dans ce sens, une étude en trois dimensions peut être élaborée pour obtenir des résultats plus précis.

On constate que la réponse de chaque structure à un séisme est liée à ses modes propres, c'est pour cette raison que les constructions flexibles sont dans des conditions relativement plus défavorables que les structures rigides dans le cas où la structure est éloignée de l'épicentre (hauteur du sol grande) vu que leurs périodes propres sont assez petites.

Au contraire, dans les régions proches de l'épicentre, les constructions rigides peuvent subir de graves endommagements, tandis que les constructions flexibles restent intactes.

Ces résultats, bien que partiels, montrent la nécessité de prendre en compte les effets de site d'origine structurale dans toute étude.

L'application de la dynamique des structures aux problèmes sismiques est relativement récente et continue d'évoluer rapidement en fonction de l'augmentation des capacités de calcul et du progrès des connaissances sur la nature du mouvement sismique et des techniques de résolution numérique.

# ANNEXES

**ANNEXE : A ANALYSE D'UN SYSTEME A UN DEGRE DE LIBERTE****1- EQUATION DE MOUVEMENT :**

Les propriétés qui caractérisent le comportement dynamique d'une structures sont :

- la force d'excitation  $F(t)$
- la rigidité de la structure  $k$
- la masse de la structure  $m$
- l'amortissement  $c$

L'équation générale qui régit le mouvement du système est une équation différentielle de la forme :

$$m u''(t) + c u'(t) + k u(t) = F(t) \quad (A-1)$$

Cette équation peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$u''(t) + 2\beta u'(t) + \omega^2 u(t) = F(t) \quad (A-2)$$

où :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{exprimée en rad / sec, représente la pulsation du système}$$

$$2\beta = \frac{c}{m} \quad \text{facteur d'amortissement}$$

**2- RESOLUTION DE L'EQUATION DE MOUVEMENT :**

Pour la résolution de l'équation de mouvement décrite par l'équation (A-1), on distingue deux types de vibrations .

- Vibrations libres : représentées par l'équation homogène associée à l'équation (A-1)
- Vibrations forcées : en présence de chargement extérieur appliqué à la structure .

**3- VIBRATIONS LIBRES :**

Dans ce cas l'équation (A-1) devient :

$$m u''(t) + c u'(t) + k u(t) = 0 \quad (A-3)$$

L'équation (A-3) est une équation différentielle homogène de second ordre, la solution de cette équation s'écrit donc :

$$u(t) = G e^{rt}$$

Substituant cette expression dans l'équation (A-3), on obtient :

$$(m r^2 + c r + k) G e^{rt} = 0 \quad (A-4)$$

Simplifiant par  $m G e^{rt}$  et en posant  $\omega^2 = k/m$ , l'équation (A-4) devient :

$$r^2 + \frac{c}{m} r + \omega^2 = 0 \quad (A-5)$$

Le type de mouvement représenté par l'équation (A-5) dépendra de l'amortissement  $c$ .

- $c = 0$  le système est libre non amorti
- $c \neq 0$  le système est libre amorti

### 3-1- Vibrations non-amorties : $C = 0$

L'équation (A-3) devient :

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0$$

La solution de l'équation est de la forme :

$$u(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (A-6)$$

Les constantes  $A$  et  $B$  s'expriment en fonction des conditions initiales. Pour  $u(0) = u_0$  et  $\dot{u}(0) = \dot{u}_0$  on aura :

$$u = u_0 \cos(\omega t) + \frac{\dot{u}_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

On définit la fréquence  $f$  et la période  $T$  d'une vibration :

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

### 3-2- Vibrations amorties : $C \neq 0$

la forme de la solution dépend de la valeur du coefficient d'amortissement  $c$ . On distingue les trois cas suivants :

#### a - Amortissement critique :

La valeur de l'amortissement critique est donc :

$$c_c = 2 m \omega$$

Et la réponse est de la forme :

$$u(t) = (A + B t) e^{-\omega t}$$

$A$  et  $B$  sont déterminés par les conditions initiales.

La forme finale de la réponse dans un cas d'amortissement critique est :

$$u(t) = [u(0) (1 + \omega t) + \dot{u}(0) t] e^{-\omega t}$$

Il n'y a aucune oscillation autour de la position d'équilibre. Le système revient à la position d'équilibre.

#### b - Amortissement sous-critique :

$$\frac{c}{2m} < \omega \quad \text{d'où} \quad c < c_c$$

La réponse dans ce cas est de la forme :

$$u(t) = e^{-\xi \omega t} [A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t]$$

avec :  $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$  (A-7)

$\omega_D$ : pseudo-pulsation en oscillations amorties.

$A$  et  $B$  sont déterminés par les conditions initiales. Ce qui nous donne :

$$u(t) = e^{-\xi \omega t} \left[ \frac{u(0) + \dot{u}(0) \xi \omega}{\omega_D} \sin \omega_D t + u(0) \cos \omega_D t \right]$$

Le système oscille de part et d'autre de la position neutre avec une pulsation  $\omega_D$  mais l'amplitude diminue exponentiellement au fur et à mesure que la réponse s'amortit

Généralement, pour les structures les plus fréquemment rencontrées :  $\xi < 20\%$ ; on voit donc bien que d'après (A-7) que l'on peut confondre  $\omega_D$  et  $\omega$  avec une précision de 2%.

**c - Amortissement sur-critique :**

Ce cas d'amortissement est rarement rencontré dans la pratique .

$$\omega < \frac{c}{2m}$$

$$\text{d'où } c > c_c \quad \text{donc } \xi > 1$$

La solution est de la forme :

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} [ A \sin \omega t + B \cos \omega t ]$$

$$\text{avec : } \omega_D = \omega \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées au moyen des conditions initiales .

Cette réponse n'est pas oscillatoire , elle est comparable au système critique avec un retour vers la position d'équilibre plus lent à cause du facteur d'amortissement plus important .

**- Valeurs pratiques du coefficient d'amortissement :**

- Charpente métallique soudée :  $\xi = 4\%$
- Béton précontraint :  $\xi = 5\%$
- Charpente métallique boulonnée :  $\xi = 7\%$
- Béton armé :  $\xi = 7\%$

**4- VIBRATIONS FORCÉES :**

Si le système proposé à l'étude est excité par force ou chargement extérieur , on dit qu'on est en présence d'une structure vibratoire forcée .

Le chargement extérieur peut avoir différentes sources , mais il se présente sous deux formes :

- chargement périodique
- chargement non périodique

**4-1 Chargement harmonique :**

Le chargement harmonique est un chargement périodique de forme sinusoïdale , donné par l'équation :

$$P(t) = P_0 \sin \omega t$$

- où :  $P_0$  : amplitude du chargement  
 $\omega$  : fréquence de chargement

L'équation de mouvement devient :

$$u(t) + 2\xi\omega u(t) + \omega^2 u(t) = \frac{P_0}{m} \sin \omega t \quad (A-8)$$

On suppose le système sous-amorti :

La solution homogène de l'équation (A-8) est :

$$u_c(t) = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t)$$

avec : 
$$\xi = \frac{c}{2m\omega}$$

La solution générale s'écrit :

$$u(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) e^{-\xi\omega t} + \frac{P_0}{k} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} [(1-\beta^2) \sin \omega t - 2\xi\beta \cos \omega t]$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées par les conditions initiales .

Le premier terme de cette solution représente la réponse transitoire qui disparaît lorsque  $t$  croît , donc il ne présente que peu d'intérêt .

Le second terme représente la réponse permanente , il est fonction de la fréquence de chargement mais avec un déphasage .

### Résonance :

Le phénomène de résonance est obtenu pour  $\omega = \omega$  d'où  $\beta = 1$  .

La réponse de la structure ne présente pas le maximum mais elle en est très proche .

$$D_{\beta=1} = \frac{1}{2\xi}$$

Pour obtenir  $\beta_{pic}$  , on pose :  $\frac{\partial D}{\partial \beta} = 0$

Pour  $\xi < \frac{1}{2}$  ; on a :

$$\beta_{pic} = \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$$D_{max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - 2\xi^2}}$$

Le facteur de réponse est donné par :

$$R(t) = \frac{1}{2\xi} (e^{-\xi\omega t} - 1) \cos \omega t$$

## 5 - CALCUL DE LA REPONSE A UN CHARGEMENT PAR IMPULSION :

Une méthode commode pour approcher la réponse maximum à un chargement par une impulsion  $P(t)$  appliquée entre  $0 < t < t_1$  très court, consiste à exprimer la variation de mouvement d'une masse  $m$ .

$$m\Delta u = \int_0^{t_1} [P(t) - ku(t)] dt \quad (A-9)$$

où :  $\Delta v$  est la variation de vitesse produite par l'application de l'impulsion  $P(t)$ .

Pour des impulsions très courtes, le déplacement  $u(t)$  tend vers 0 ainsi que la force de rappel élastique  $ku(t)$  donc négligeable dans l'équation (A-9). D'où :

$$\Delta u = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt \quad (A-10)$$

Comme le mouvement qui résulte de l'application de  $P(t)$  pour  $t > t_1$  est un mouvement en oscillations libres avec pour conditions initiales :  $u(t_1)$ ,  $\dot{u}(t_1)$ , on a :

$$\text{Pour : } t = t - t_1 \quad u(t) = \frac{u(t_1)}{\omega} \sin \omega t + u(t_1) \cos \omega t$$

Or  $u(t_1)$  est suffisamment petit pour être négligé en pratique, de plus  $\dot{u}(t_1) = \Delta \dot{u}$ , d'où (A-10) devient :

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \left[ \int_0^{t_1} P(t) dt \right] \sin \omega t \quad (A-11)$$

Cette procédure peut être généralisée au d'une excitation dynamique quelconque :

Dans le cas d'un accélérogramme, on le discrétise en intervalle de longueur  $\Delta t$  (en général  $\Delta t = 0.02s$ ) et on considère que l'accélérogramme est une succession d'impulsions de durée  $\Delta t$ .

Ainsi, le long de l'accélérogramme, les effets des impulsions successives s'ajoutent les aux autres.

Pour une impulsion survenant au temps  $\tau$  pendant l'intervalle de temps  $\Delta \tau = \Delta t$ , on considère que  $P(\tau) = c^{ste}$  sur  $\Delta \tau$  ce qui donne en appliquant (A-11) :

$$du(t) = \frac{P(\tau) d\tau}{m\omega} \sin \omega(t - \tau) \quad (A-12)$$

Donc pour avoir l'effet de toute les impulsions , il suffit d'intégrer le long de l'axe du temps sur la durée de l'impulsion totale :

$$u(t) = \int_0^{t_d} dv(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^{t_d} P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (A-13)$$

L'équation (A-12) représente la réponse à une impulsion  $P(\tau)$ . Si  $P(\tau) = 1$ , on a alors la définition de réponse impulsionnelle :

$$du = h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega} \sin \omega(t - \tau)$$

Alors l'équation (A-13), appelée intégrale de DUHAMEL pour les systèmes non-amortis, s'écrit :

$$u(t) = \int_0^{t_d} P(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

intégrale de convolution

$$u(t) = P(t) * h(t)$$

\* désigne le produit de convolution .

En présence de structures amorties , le calcul se mène de la même manière :

$$du(t) = e^{-\omega\xi(t-\tau)} \left( \frac{P(\tau) d\tau}{m\omega} \sin \omega(t - \tau) \right)$$

En intégrant sur la durée totale du chargement , on obtient :

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

En définissant la réponse impulsionnelle pour  $P(\tau) = 1$  :

$$h(t - \tau) = \frac{e^{-\xi\omega(t-\tau)}}{m\omega} \sin \omega(t - \tau)$$

$$u(t) = \int_0^t p(\tau) h(t - \tau) d\tau = P(t) * h(t)$$

L'équation ci-dessus montre que les valeurs instantanées de la réponse sont données par des sommes pondérées de valeurs instantanées du chargement .

Les coefficients de pondération sont les valeurs instantanées de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  .

## ANNEXE : B    SPECTRE DE REPONSE

### 1 - PRINCIPE D'ELABORATION DU SPECTRE DE REPONSE :

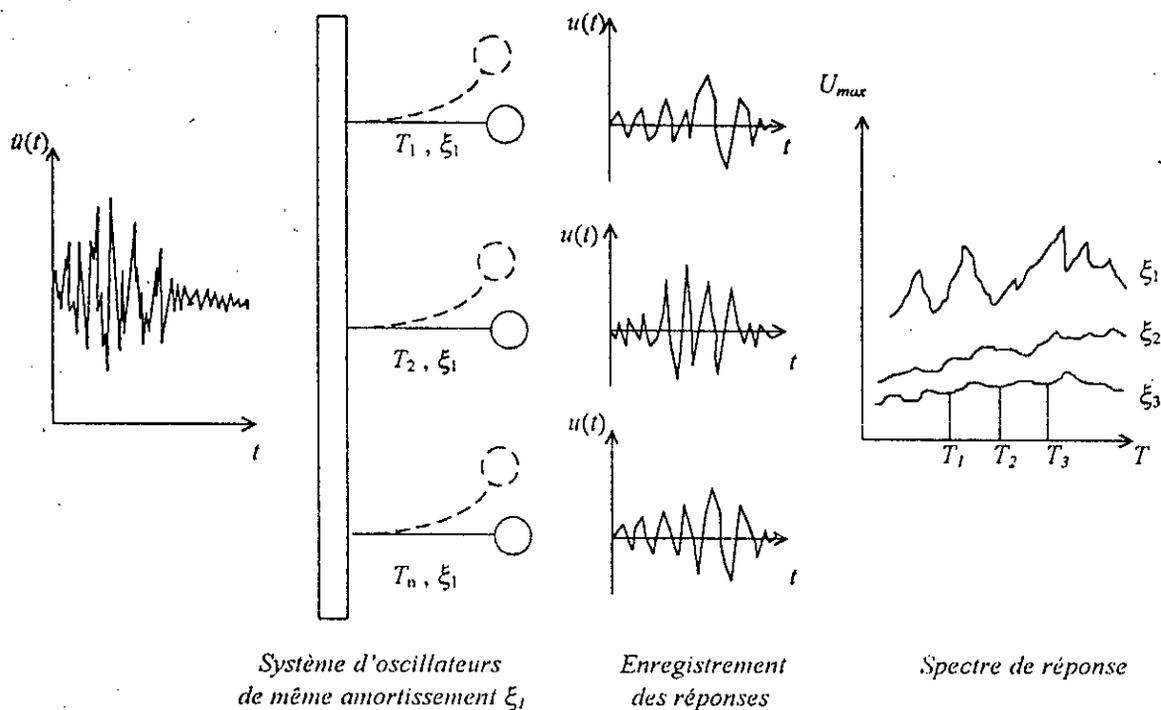
Au lieu d'utiliser le processus complet des vibrations sismiques des constructions en fonction du temps, la méthode spectrale ne considère que les valeurs maximales de leurs caractéristiques cinématiques (déplacements, vitesses, accélérations).

On étudie à cet effet le " *comportement dynamique* " d'oscillateurs ayant même caractéristiques dynamiques ( période, amortissement ) que les structures réelles, et sollicités par un processus vibratoire conforme à un sismographe.

On en déduit les "courbes spectrales" ou " spectres de réponse " qui donnent les valeurs maximales des accélérations, vitesses ou déplacements de l'oscillateur en fonction de sa période propre et de son amortissement.

Ces courbes spectrales seront directement utilisées pour le calcul des constructions.

Le schéma de l'établissement expérimental des spectres de réponse est donné ci-dessous



## 2- ETUDE DE LA REPOSE SUR L'ENSEMBLE DU DOMAINE DE FREQUENCES:

L'étude dans le domaine des temps est générale et peut servir à déterminer la réponse de tout système linéaire à un degré de liberté soumis à une excitation quelconque ; mais il est parfois plus commode de porter l'étude dans le domaine des fréquences .

Le calcul dans le domaine des fréquences est analogue dans sa conception à l'étude en présence de charges périodiques .

L'application littérale de l'analyse en fréquences mène à des calculs longs et fastidieux d'intégrales . Il convient donc de rendre la méthode plus commode d'accès en la formulant de manière numérique .

### 2-1- Transformée de FOURIER :

Soit un signal à valeurs complexes  $s(t)$  de la variable continue  $t$  . On définit la Transformée de Fourier ,  $TF\{s(t)\}$  de la variable  $f$  par :

$$S(f) = TF[s(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-2\pi j f t} dt$$

La base  $\exp(-2\pi j f t)$  est orthonormée et directe , la fonction  $TF[s(t)]$  est indéfiniment dérivable .

On note  $TFI$  la Transformée de Fourier Inverse qui permet le passage du domaine fréquentiel au domaine temporel .

$$TFI[S(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{2\pi j f t} df$$

Les applications  $TF$  et  $TFI$  sont mutuellement réciproques .

La transformée de Fourier permet de faciliter le calcul du produit de convolution , en le passant d'une forme intégrale à un simple produit de fonctions .

**2-2- Fonction de transfert :**

On considère que  $P(t)$  est une impulsion due à la fréquence  $f'$  ; alors :

$$P(t) = \int 1 \cdot e^{2\pi j f t} df = e^{2\pi j f' t}$$

car :

$$\begin{array}{ll} P(t) = 1 & f = f' \\ P(t) = 0 & \text{ailleurs} \end{array}$$

En prenant la réponse  $u(t) = P(t) * H(t)$ , dans le domaine fréquentiel  $U(f) = P(f) \cdot H(f)$ , on aura :

$$\begin{array}{ll} u(t) & U(f) \\ \dot{u}(t) & i\omega U(f) \\ \ddot{u}(t) & \omega^2 U(f) \end{array}$$

On peut donc écrire l'équation de mouvement dans le domaine fréquentiel :

$$-\omega^2 m U(f) + i c \omega U(f) + k U(f) = e^{2\pi j f' t}$$

$$U(f) = \frac{1}{-\omega^2 m + i c \omega + k} e^{2\pi j f' t}$$

c-à-d :

$$H(f) = \frac{1}{-(2\pi f)^2 m + i(2\pi f)c + k} \quad \text{pour } f = f'$$

$$H(f) = 0 \quad \text{partout ailleurs}$$

Donc la réponse à une harmonique du mouvement pour  $P(t) = e^{2\pi j f' t}$  est :

$$U(f) = \frac{1}{-\omega^2 m + i c \omega + k} e^{2\pi j f' t}$$

avec :

$$H(f) = \frac{1}{-(2\pi f)^2 m + i(2\pi f)c + k}$$

En introduisant le rapport de fréquence  $\beta$  et le facteur d'amortissement  $\xi$ , on aura :

$$H(f) = \frac{1}{k(-\beta^2 + 2i\beta\xi + 1)}$$

### 3- SPECTRE DE DEPLACEMENT ET DE PSEUDO-ACCLERATION :

On considère un oscillateur simple lié au sol et caractérisé par sa pulsation  $\omega$  et son coefficient d'amortissement  $\xi$ , soumis aux effets d'un séisme (donnés par un accélérogramme).

A un instant  $t$  quelconque, le déplacement relatif peut être calculé par l'intégrale de DUHAMEL :

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_0} \int_0^t v_s(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_0(t-\tau) d\tau$$

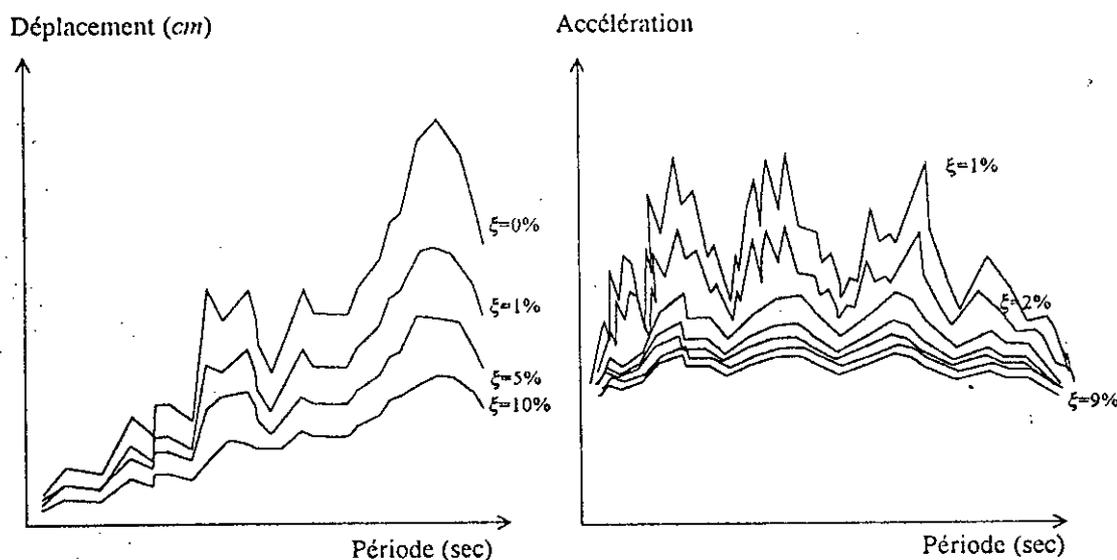
avec :  $\omega_0 = \omega \sqrt{1-\xi^2}$

La fonction  $u_s(t)$  étant connue, le déplacement ne dépend que de  $\omega$  et  $\xi$ , donc  $u_{max}$  dépend seulement de  $\omega$  et  $\xi$ ; pour une valeur donnée de  $\xi$ , on peut donc tracer la courbe reliant le déplacement maximum et la période  $T$ . Cette courbe est appelée spectre de déplacement de structure.

Ce spectre permet par une simple lecture d'évaluer le déplacement maximum donc les efforts maximaux.

Par contre, le spectre ne fournit pas la valeur du temps à laquelle se produit le déplacement maximum.

On peut, de la même façon, tracer la courbe donnant le maximum de la pseudo-accelération  $\gamma_{max}$  en fonction de la période  $T$ , puisque :  $\gamma_{max} = \omega^2 u_{max}$



*Spectre de réponse*

*Spectre d'accélération*

Les spectres de déplacement et de pseudo-accelération peuvent être représentés sur la même figure si on utilise les coordonnées logarithmiques .

$$\text{On pose : } Z = \omega U_{max} = \frac{2\pi}{T} U_{max}$$

$$\text{on peut écrire : } \gamma_{max} = \omega Z = \frac{2\pi}{T} Z$$

$$U_{max} = \frac{Z}{\omega} = \frac{T}{2\pi} Z$$

En introduisant le logarithme , on obtient :

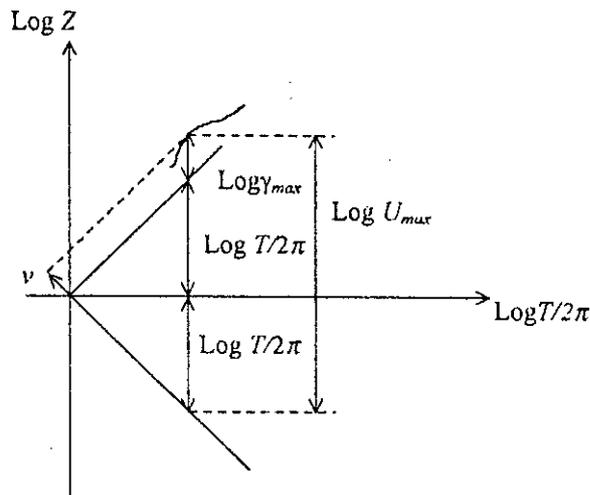
$$\log \gamma_{max} = \log Z - \log \frac{T}{2\pi}$$

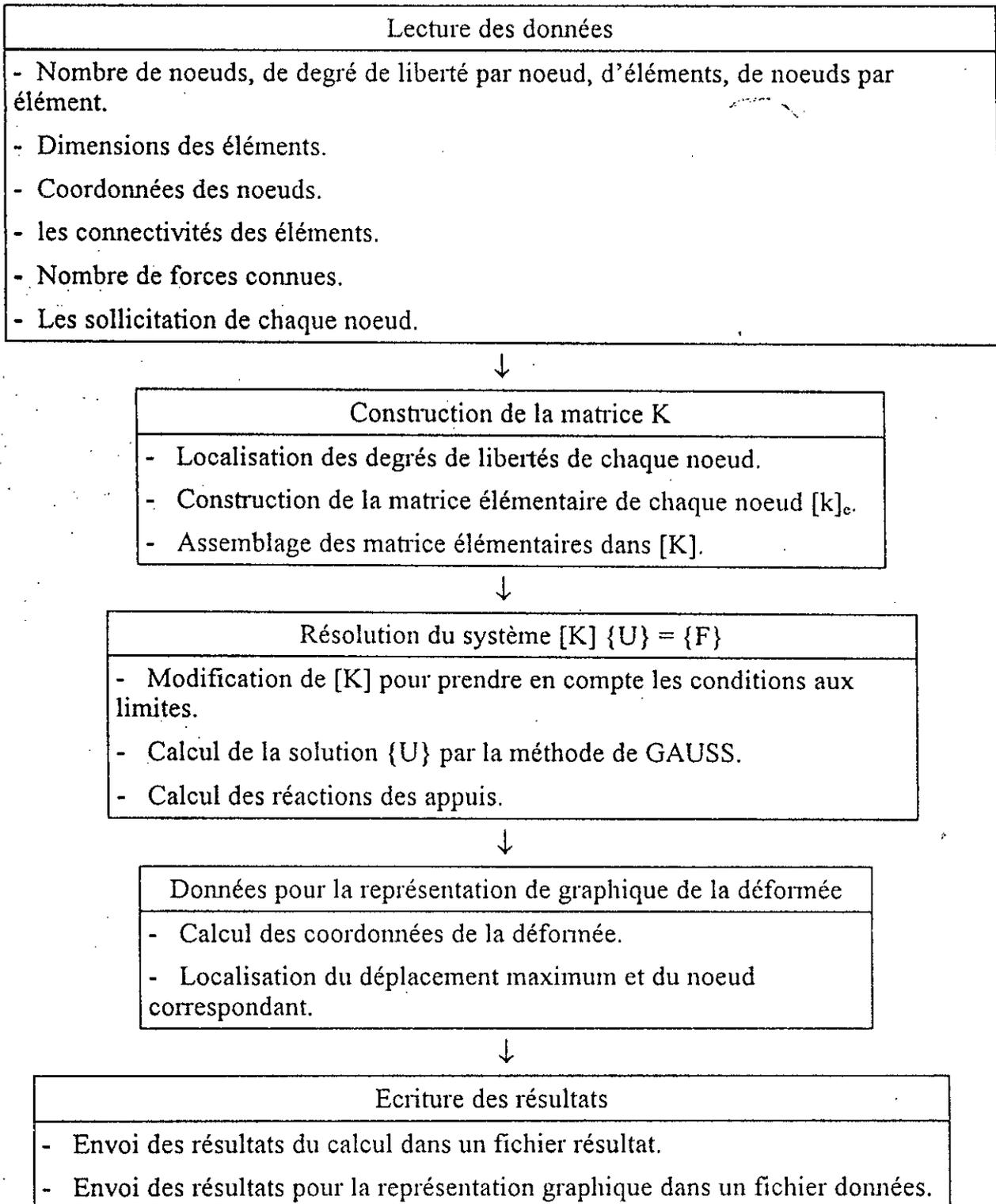
$$\log U_{max} = \log Z + \log \frac{T}{2\pi}$$

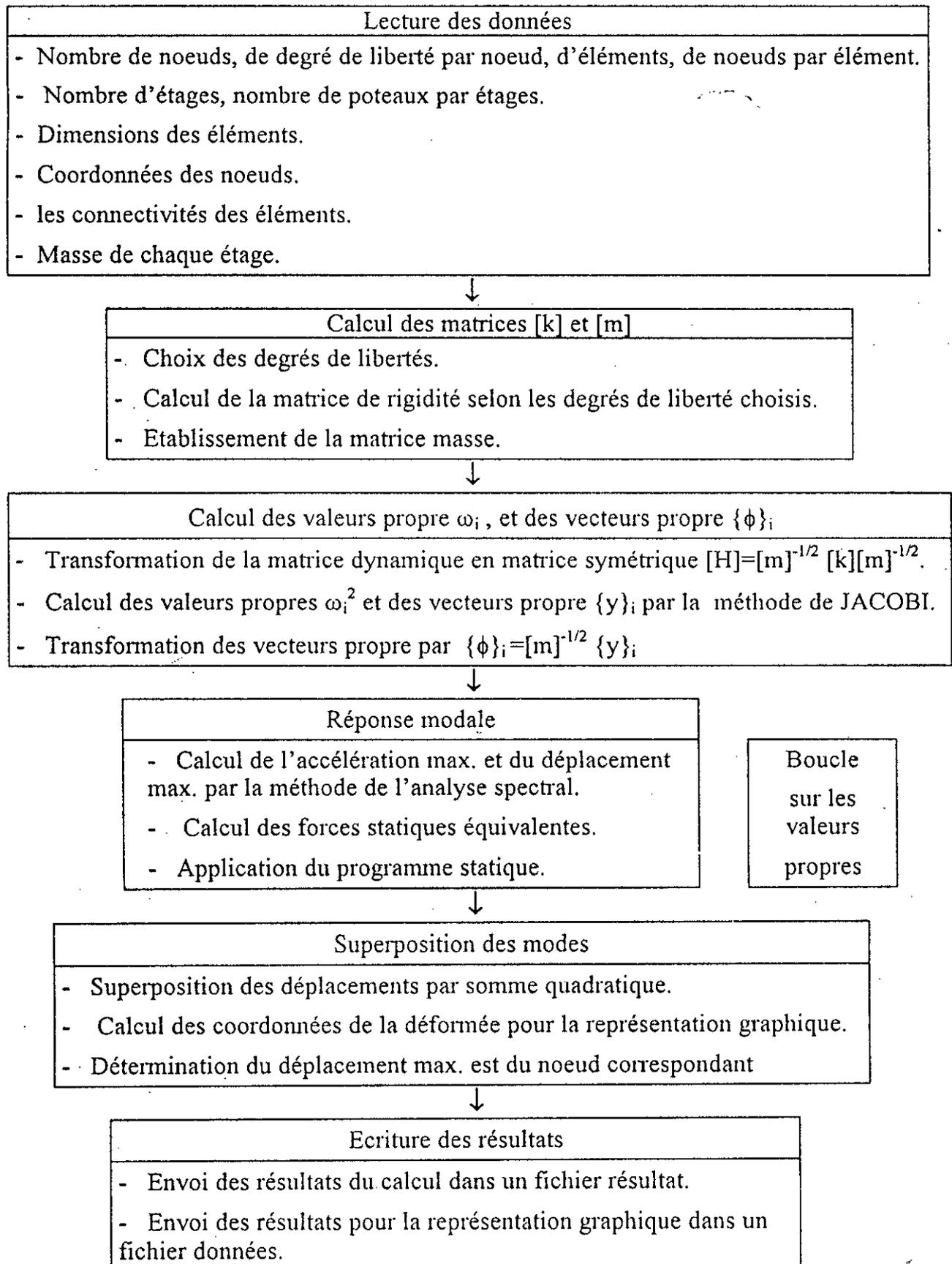
D'où la relation suivante qui relie le spectre de déplacement et celui de la pseudo-accelération :

$$\log U_{max} = \log \gamma_{max} + 2 \log \frac{T}{2\pi}$$

Donc les spectres de déplacement et d'accélération peuvent être représentés sur le même graphe si on utilise les coordonnées logarithmiques :



**PROGRAMME DE CALCUL STATIQUE : STAT**

**PROGRAMME DE L'ANALYSE DYNAMIQUE : DYN**

## BIBLIOGRAPHIE

- [ 1 ] Bard P.Y  
" Cours de sismologie de l'ingénieur "  
Institut de recherche interdisciplinaire de géologie et de mécanique  
IRIGM - LGIT , 1989
- [ 2 ] Berrah M.K  
" Cours de vibration aléatoire "  
Ecole Nationale Polytechnique , Département Génie Civil , 1995
- [ 3 ] Boore D.M  
" Stochastic simulation of light frequency ground motion based on  
seismological models of the radiated spectra "
- [ 4 ] Capra A ; Davidovici V  
" Calcul des structures en zone sismique "  
3 édition , Eyrolles , Paris , 1984
- [ 5 ] Clough R.W ; Penzien J  
" Dynamique des structures "  
Mc Graw-Hill , New York , 1975
- [ 6 ] Demidem M  
" Cours de calcul automatique des structures "  
Ecole nationale polytechnique , Département Génie Civil , 1995
- [ 7 ] Dhatt G ; Touzot G  
" Présentation de la méthode des éléments finis "  
2 édition , Maloine S.A , Paris , 1984
- [ 8 ] Hassaïm M , Souissi J  
" Programme de calcul des accélérations sismiques sous incidence des ondes  
SH pour un profil à une couche sédimentaire "  
Projet de fin d'études , ENP , 1995

[ 9 ] Kennett B.L.N

" Seismic waves propagation in stratified media "  
Cambridge University Press , 1983

[ 10 ] Pecker A

" Dynamique des sols "  
Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées , ENPC , Paris , 1984

[ 11 ] Sibson R.H

" Earthquake faulting as a structural process "  
Journal of structural geology , Vol 11 , N° 1/2 , p.1-14 , 1989

[ 12 ] Taheri J.S

" A generalized strong motion accelerogram based on maximization from two horizontal components "  
Bulletin of Seismological Society of America , BSSA, Vol 67 , N° 3  
p.863-876 , Juin 1977

[ 13 ] Tiljoui B

" Cours de dynamique des structures "  
Ecole nationale polytechnique , Departement Génie Civil , 1995

[ 15 ] Zienkiewicz O.C

" La méthode des éléments finis : Application à l'art de l'ingénieur "  
Ediscience , Paris , 1973

## ملخص :

ان الطبيعة العشوائية للزلازل تفرض على المهندس المدني ان يتبنى نموذج رياضي لمنحنى التسارع من اجل تمثيل الزلازل ، و هذا من اجل دراسة سلوك المنشآت اثناء الزلازل ، و ذلك بطريقة حسابية. على هذا النموذج ان يمثل عمل و اثر الزلازل باكبر دقة و وفاء ممكنين. يمثل هذا المشروع مشاركة متواضعة في هذا الميدان.

## ABSTRACT :

The aim of this work is the definition of a seismic acceleration taking in account the effects of the sedimentary deposits. We have considered the incidence of the two kinds of shear waves (SH and SV), and then have determined the associated optimized accelerograms, we have done it for three thick. of soil. The methodology adopted allows us the description of the polarization of the different constitutive waves reaching the site.

We have also analyzed the effects of the two original components and the optimized ones, through the determination of the response of a given structure subjected at this solicitations, and in an other hand the determination of the associated response spectra.

We have finished our modest contribution by a comparative study of the obtained spectra and those proposed by the algerian parasismic reglementation.

## RESUME :

Le but de ce travail est la définition de l'accélération sismique compte tenu de l'effet des dépôts sédimentaires. Nous avons considéré les sollicitations sismiques résultant de l'incidence de chacun des deux types d'ondes de cisaillement (SH et SV), à la base desquelles deux accélérogrammes optimisés ont été évalués et ce pour trois épaisseurs de la couche de sol. Il nous a été alors possible de décrire la polarisation des diverses ondes sismiques arrivant au site.

Nous avons aussi analysé l'effet sur les structures des deux composantes originales à celui des accélérogrammes optimisés à travers leur application à une structure d'une part et la détermination des spectres de réponse associés, d'autre part.

Enfin, nous avons fini notre modeste contribution par une étude comparative des spectres de réponse obtenus avec ceux proposés par le règlement parasismique algérien.