

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية للتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ANALYSE DES SYSTEMES MULTIDIMENSIONNELS

- AGREGATION -

DECOMPOSITION - COORDINATION

Proposé par :
Mr. F. CHIGARA

Etudié par :
M. MAZIDI
S. MALAQUI

Dirigé par :
Mr. F. CHIGARA

PROMOTION: Janvier 1988

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

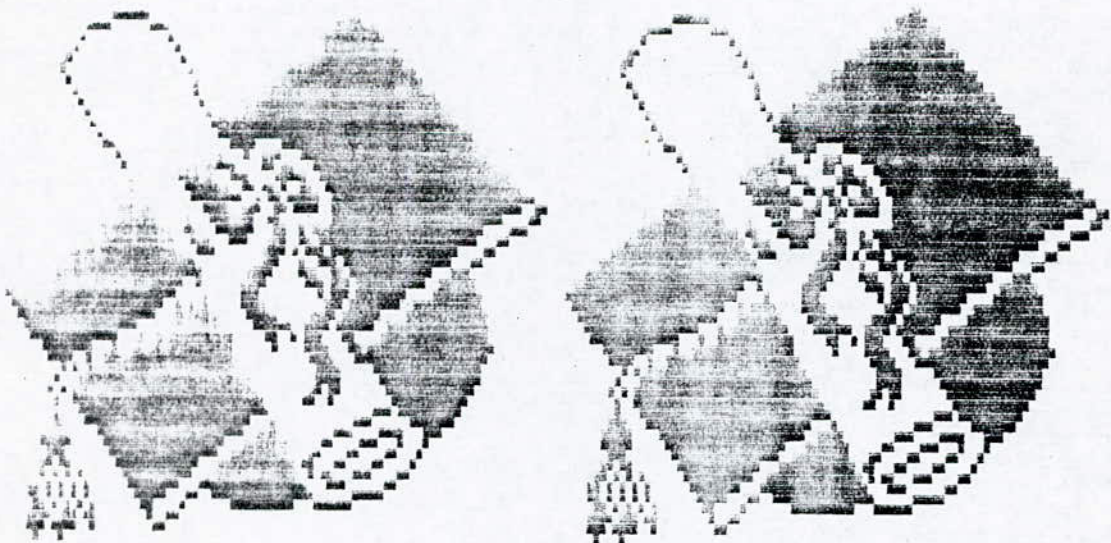
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

وَالصَّلَاةِ
وَالسَّكِينِ
وَمَا تَنْزِلُ
رَبِّ الْعَالَمِينَ

صِدْقَ اللَّهِ الْعَظِيمِ

المركز الوطني للتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES



REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier respectueusement notre promoteur Monsieur F. CHIGARA, enseignant à l'école polytechnique d'Alger pour l'aide qu'il nous a fournie durant l'élaboration de ce mémoire. Qu'il trouve ici toute notre gratitude.

Nous prions également tous les membres du jury d'agréer nos sincères remerciements pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de le juger. Nos remerciements vont à tous ceux qui d'une manière ou d'une autre ont pu apporter aide et sympathie.



CONTENTS

* INTRODUCTION GENERALE

* CHAPITRE I :

* GENERALITES

- 1.1: - Notion de système
- 1.2: - Notion de grand système
- 1.3: - Structure et représentation des systèmes multidimensionnels.
- 1.4: - Notion sur la réduction des systèmes complexes linéaires.

* CHAPITRE II :

* METHODES D'ANALYSE DE GRAND SYSTEME :

- II.1: - Généralités
- II.2: - Principe d'agrégation
- II.3: - Principe de la décomposition
- II.4: - Principe de coordination.

* CHAPITRE III:

* AGREGATION :

- III.1: - Généralités
- III.2: - Agrégation d'un système
- III.3: - Structure du modèle agrégé
- III.4: - Présentation de quelques modèles agrégés.

* CHAPITRE IV :

* AGREGATION OPTIMALE :

- IV.1: - Introduction
- IV.2: - Position du problème
- IV.3: - Agrégation optimale.

* CHAPITRE V :

* DECOMPOSITION - COORDINATION :

V.1: - Introduction

V.2: - Définition du problème

V.3: - Méthode de décomposition-coordination
du modèle.

V.4: - Méthode de décomposition-coordination
du critère.

V.5: - Synthèse des deux méthodes.

* CHAPITRE VI :

* SIMULATION PRATIQUE

* CONCLUSION GENERALE

* BIBLIOGRAPHIE

* ANNEXE.

NOTATIONS UTILISEES

- n : - Dimension du système réel.
 m : - Dimension du modèle réduit.
 r : - Nombre de commandes d'un système.
 P : - Nombre de sorties d'un système.
 A : - Matrice d'évolution du système réel.
 B : - Matrice d'évolution du système réel.
 C : - Matrice d'observation du système réel.
 D : - Matrice de transmission directe.
 X : - Vecteur d'état du système réel.
 Z : - Vecteur d'état du modèle réduit.
 U : - Vecteur d'entrée.
 y, \hat{y} : - Vecteurs de sortie des systèmes réel et réduit.
 F : - Matrice de commande du modèle réduit.
 H : - Matrice d'observation du modèle réduit.
 T : - Matrice modale.
 L : - Matrice d'agrégation.
 λ_i : - Valeurs propres de la matrice A .
 t_i : - Vecteurs propres correspondants.
 J : - Critère de réduction.
 Tr : - Trace d'une matrice.
 P_i : - Indices de commandabilité.
 Q : - Matrice de commandabilité.
 \otimes : - Produit direct de matrices.
 \bar{G} : - Matrice des énergies.
 α : - Variable de coordination.

INTRODUCTION GENERALE

Malgré les progrès considérables développés en Automatique durant ces dernières années, la commande des systèmes multidimensionnels reste encore mal connue et peu développée. Les techniques classiques monodimensionnelles ne sont pas toujours applicables à ces systèmes, et c'est pour quoi la commande des systèmes multidimensionnels constitue un vaste champ d'application pour l'automaticien.

L'analyse de ces systèmes complexes, en particulier la construction de leur modèle et les phases de leur optimisation nécessitent un grand nombre de calculations, qui augmentent rapidement avec la dimension du problème. Pour pallier à cette difficulté, la solution est approchée par deux méthodes : L'agrégation linéaire et la décomposition - coordination. Celles-ci font l'objet de notre étude qui se décompose en deux parties :

- La première partie :

Est consacrée aux notions de représentation de structure des systèmes multidimensionnels et aux méthodes d'analyse

- La deuxième partie :

Est consacrée au développement d'algorithme pour la résolution des systèmes multidimensionnels, en particulier :

. Des méthodes d'agrégation optimales qui consistent en la réduction d'un système réel en un modèle réduit agrégé. Ce dernier simplifie considérablement l'analyse des lois de commande sous-optimales.

. Des méthodes de décomposition - coordination statique, qui consistent à décomposer le grand système en un nombre de sous-systèmes, ayant chacun ses objectifs et ses contraintes. L'inter-connection des sous-systèmes peut prendre plusieurs formes.

Nous avons choisi une forme de décomposition des plus courantes, qui est la décomposition horizontale, dans laquelle on a le coordinateur et les sous-systèmes.

Des cas pratiques ont été traités pour illustrer les différentes algorithmes développées; ils concernent :

- Un variateur électronique de vitesse pour moteur à courant continu, résolu par agrégation optimale.
- Une usine de fabrication constituée de plusieurs ateliers, résolu par la méthode de décomposition - coordination.

G E N E R A L I T E S



" C H A P I T R E I "



1.1: - NOTION DE SYSTEME :

Le mot système est couramment utilisé dans les domaines de la vie, à savoir : système électrique, hydraulique, industriel, économique, etc...

On appelle système un ensemble composé de parties ordonnées. Les parties ont chacune leurs lois et une certaine indépendance. Par contre le tout a ses lois propres; car il existe entre les parties des liens, des relations identifiables au moins pour quelques unes d'entre elles, et qui s'enchainent souvent l'une à l'autre.

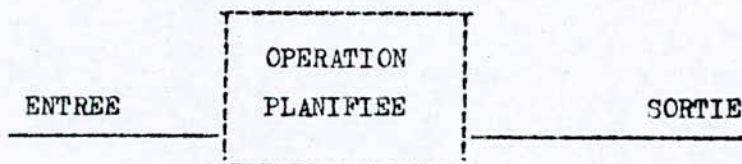
Un système existe pour atteindre un but, et son fonctionnement est contrôlé.

Il ressort tout d'abord que plusieurs conditions doivent être réalisées pour avoir un système :

- La connaissance des composants
- La connaissance des lois propres de chacune.

La description et la classification des systèmes montrent qu'un système peut être divisé en sous-systèmes; mais que ce système soit complexe ou simple son fonctionnement est le même (2, 5, 3).

Il s'agit d'atteindre un but, un objectif à partir de données qui sont estimées et calculées, puis connectés par une opération qui se déroule suivant un plan. Ainsi se présente le système le plus élémentaire, avec ses entrées, son opération planifiée et sa sortie.



- SYSTEME ELEMENTAIRE -

1.2: - NOTION DE GRAND SYSTEME :

Les problèmes de systèmes complexes (systèmes d'ordre élevé comprenant des sous-systèmes interconnectés) posent des difficultés énormes du point de vue analyse (décomposition, agrégation) et de contrôle (2, 5, 3). De tels systèmes sont rencontrés non seulement dans l'industrie, mais aussi dans le domaine socio-économique (transport et distribution, systèmes d'énergie, etc...).

Bien qu'il soit possible d'entamer directement la phase d'analyse des systèmes d'ordre réduit (définition des entrées - sorties, contrôle, construction du modèle, estimation des paramètres, définition du critère, etc...), ainsi que la phase contrôle (synthèse et implementation des algorithmes). Ceci n'est en général pas possible pour les systèmes d'ordre élevés. Les difficultés peuvent être théoriques (mauvaise convergence et divergence du même algorithme), ou de considération économique.

Il n'existe pas une méthode générale d'identification et d'optimisation. De plus, le traitement complexe exige :

- a) - De nouvelles méthodes analytiques, étant donné que la dimensionnabilité est élevée.
- b) - La nécessité d'obtenir un état intermédiaire avant le contrôle; cet état doit considérer en :
 - . Soit la réduction de la dimension du problème par une procédure d'agrégation,
 - . Soit la décomposition du système, en définissant des sous-systèmes adéquats, dans le but d'utiliser les méthodes de décomposition - coordination et une structure de contrôle à plusieurs niveaux.
- c) - La synthèse des algorithmes de contrôle utilisant les principes de décomposition - coordination.

1.3: - STRUCTURE ET REPRESENTATION DES SYSTEMES MULTIDIMENSIONNELS :

Au premier rang des problèmes que l'on rencontre dans l'étude des systèmes multidimensionnels se posent ceux des structures. Ils révèlent parmi les plus importants, car ce sont eux qui finalement conditionnent le plus souvent ceux de synthèse, de décomposition, à plus forte raison d'optimisation. Le problème ne fait du reste que prendre de l'acuité au fur et à mesure que les systèmes envisagés sont plus complexes, et ce sera le cas de la plus grande partie des systèmes industriels. Si la structure, d'un tel système à partir des relations entrées - sorties est ignorée, le modèle mathématique est en général de dimension restreinte de telle sorte que tout problème d'analyse ou de synthèse peut, en général, être résolu par des méthodes éprouvées. Le problème est nettement plus compliqué, cependant si le modèle mathématique est obtenu à partir d'une analyse fine du système, dont chaque élément est étudié séparément et où le modèle global est établi en tenant compte des diverses liaisons existant entre les sous-systèmes.

Les notions de systèmes, de représentation et de structure sont en effet étroitement liées.

Le terme " sous-système " sera en revanche réservé à un ensemble, dont la structure physique est inconnue et qui n'est accessible que par des entrées et des sorties. (5,8).

INTERACTION ENTREE - SORTIE :

Un système multidimensionnel non dégénéré est caractérisé par les phénomènes d'interaction ou de couplage, c'est-à-dire qu'une entrée affecte en général plusieurs sorties.

INTERACTION DES SORTIES :

Que la propriété précédente existe ou non, une perturbation agissant sur une sortie peut, se propageant dans le système, perturber d'autres sorties. Ce sera par exemple l'effet d'une condition initiale sur l'une des sorties, $J_1(0)$, toutes les entrées étant nulles. Si cette condition n'affecte que la seule sortie J_1 , on dira que le système n'est pas interactif vis à vis de cette sortie.

Dans le cas où cette propriété est vérifiée, quelle que soit la sortie envisagée, le système est qualifié dans la littérature Américaine comme possédant le caractère " d'indépendant out put restoration ".

INDEPENDANCE DES SORTIES :

Le but d'un système de commande multidimensionnel est en définitive de faire générer à la sortie des fonctions du temps diverses.

La question que l'on peut se poser alors, est de savoir si, en utilisant des fonctions d'entrées convenables, les sorties peuvent évoluer indépendamment les unes des autres et selon un programme fixe. Il est évident qu'il faut nécessairement que le nombre de sorties soit au plus égal au nombre d'entrées, car si les sorties sont plus nombreuses que les entrées quelques unes seront dépendantes d'autres.

1.4: - NOTION SUR LA REDUCTION DES SYSTEMES COMPLEXES LINEAIRES :

INTRODUCTION :

Quel est l'intérêt de représenter un grand système par un modèle réduit et quelles sont les qualités que devra posséder ce dernier ?

Parmi les différentes raisons qui existent pour justifier l'utilisation des modèles de dimension réduite, la principale résulte, sans doute, des difficultés d'ordre numérique qui apparaissent dès que l'ordre du système est suffisamment élevé. D'autre part, l'analyse ou la synthèse d'un système complexe à partir d'un modèle de dimension réduite est plus aisée, donc plus facile à réaliser.

PROBLEME DE LA REDUCTION DE MODELE :

A partir d'un système décrit par un modèle linéaire M d'ordre n , il faut trouver un modèle \hat{M} d'ordre $m < n$ réalisant une bonne approximation du précédent.

On considère, en général, les caractéristiques du vecteur erreur de sortie entre les deux modèles pour une même entrée standard (impulsion, échelon,...)

fig. 1.

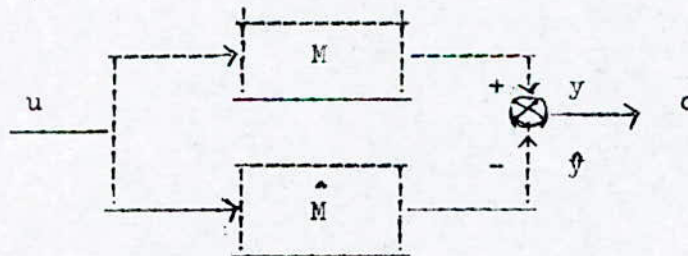


Fig. 1.1.

Nous noterons que l'approximation par des modèles de dimension réduite s'applique à des systèmes complètement commandables et observables.

La plupart des méthodes proposées jusqu'à présent se basent sur le choix de modes dominants du système initial, d'autres sur le choix de modes classés par ordre d'énergie décroissante.

L'approche " modes dominants " est la plus classique en réduction. Elle consiste à séparer les modes du système en deux groupes :

-- Les modes dominants ($\lambda_1, \dots, \lambda_m$) qui sont conservés dans le modèle réduit.

Ce groupe est habituellement constitué par les modes instables (valeurs propres ou pôles à partie réelle positive) et par les modes les plus lents (valeurs propres à partie réelle négative la plus proche de l'origine).

-- Les modes les plus rapides ($\lambda_{m+1}, \dots, \lambda_n$) qui sont négligés, du fait qu'ils s'annulent rapidement dans le temps.

* CRITERE DE CHOIX D'UNE METHODE DE REDUCTION :

Les principes qualité que l'on peut attendre d'un modèle réduit sont :

- Posséder les mêmes caractéristiques de stabilité ou d'instabilité que le système réel qu'il représente.
- Fournir une bonne approximation des sorties mesurables du système pour une classe d'entrées données ou de façon équivalente.
- Fournir une bonne approximation de la réponse en fréquence sur une gamme de fréquence donnée.
- Posséder les mêmes gains statiques entrée - sortie.
- Donner une bonne approximation du début du transitoire.
- Etre relié au système par une relation linéaire ou non linéaire même comme de façon approchée.

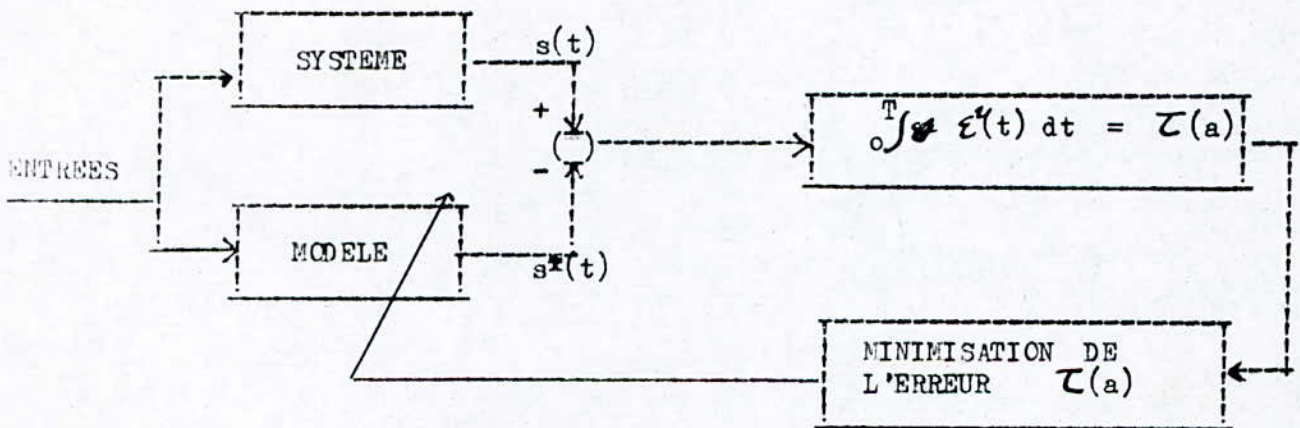
Ajoutons que la technique de réduction permettant de définir le modèle doit :

- Etre applicable quel que soit le type de processus physique, sa dimension et son nombre d'entrées et de sorties.
- Aider au choix d'une dimension convenable du modèle.
- Permettre de chiffrer l'erreur résultant de la réduction.
- Etre la plus simple possible et conduit à des calculs numériques de complexité raisonnable.

METHODE D'ANALYSE DE GRANDS SYSTEMES

II.1: - GENERALITES :

Il est nécessaire de représenter le comportement d'un processus réel par un ensemble de relations mathématiques qui constituent le modèle mathématique. Un modèle n'est acceptable que s'il reflète au moins en partie une réalité connue. Il faut l'étalonner, c'est-à-dire s'assurer sur quelques points que les résultats obtenus sur le modèle concordent avec ceux tirés du système réel. Puis nous validons le modèle, c'est-à-dire que nous élargissons son domaine d'application. On peut utiliser le schéma suivant pour parfaire le modèle, en ayant fixé au préalable l'erreur acceptable.



La formulation mathématique du modèle peut se faire de différentes facons :

- a) - Relations aux équations algébriques (processus statique)
- b) - Relations intégró-différentielles (systèmes dynamiques)
- c) - Equations aux dérivées partielles (systèmes à paramètres distribués)
- d) - Equations aux différences (système à temps discret).

Le tableau suivant nous indique la relation entre la formulation du problème et les méthodes utilisées quand à leur résolution.

REPRESENTATION DU PROBLEME

METHODE DE RESOLUTION

1) - PROCESSUS STATIQUE :

a) - Prob. sous forme d'équations

$$\begin{aligned} \max J &= J(x) \\ y(x) &= 0 \end{aligned}$$

- Multiplicateur de Lagrange

b) - Prob. sous forme d'énéquations

$$\begin{aligned} J &= J(x) \\ h(x) &= 0 \end{aligned}$$

- Multiplicateur de Kuhn Tucker

c) - Prob. linéaires

$$\begin{aligned} J &= \sum G_i X_i \quad i = 1, \dots, n \\ X_i &\leq 0 \end{aligned}$$

- Méthode du Simplexe

d) - Prob. non linéaire

$$\begin{aligned} J &= J(x) \\ g_j(x) &(\leq = \nabla b_j) \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

- Programmation N.L

2) - SYSTEME STATIQUE OU DYNAMIQUE COMPLEXE

- Décomposition - Coordination
- Calcul variationnel
- Agregation.

Le choix de l'une ou de l'autre de ces méthodes de résolution doit tenir compte de certains facteurs du point de vue mathématique, Comme l'existence de la solution et son unicité, Les conditions nécessaires et suffisantes d'optimisation, moyens de calcul (ordinateur disponible).

L'existence de la solution numérique approche le type, la taille du calculateur et le temps de la convergence si la procédure est itérative.

II.2) - PRINCIPE D'AGREGATION :

L'agrégation est une des techniques d'analyse des grands systèmes dynamiques linéaires. Elle permet la réduction du système réel de dimension n en un modèle réduit de dimension m , tel que $m < n$, ce qui facilite l'étude du système réel.

L'avantage de cette technique consiste en l'existence d'une relation linéaire entre les états du système réel et réduit de la forme : $Z = L.X$.

Cette relation explicite, amène un certain nombre de propriétés remarquables tant en modélisation, qu'en commande.

L'objectif de cette méthode est de déterminer les matrices (F, G, L) du modèle réduit, à partir du système réel.

$$\begin{array}{l} \text{Système} \\ \text{Réal} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) \\ y(t) = C X(t) + D U(t) \end{array} \right. \quad \text{Modèle} \left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}(t) = F Z(t) + G U(t) \\ \hat{y}(t) = H Z(t) \end{array} \right.$$

II.3) - PRINCIPE DE LA DECOMPOSITION :

GENERALITES :

La décomposition d'un grand système consiste à subdiviser ce dernier en N , sous-systèmes (Fig. 1) interconnectés entre eux, suivant la relation (1)

$$X_i = H_i (Z_1 \dots Z_j \dots Z_N) \quad (1)$$

Chaque sous-système est décrit par une équation dynamique (2), et une équation de modèle (3)

$$Y_i = f_i (X_i, M_i, Y_i) \quad (2)$$

$$Z_i = T_i (X_i, M_i, Y_i) \quad (3)$$

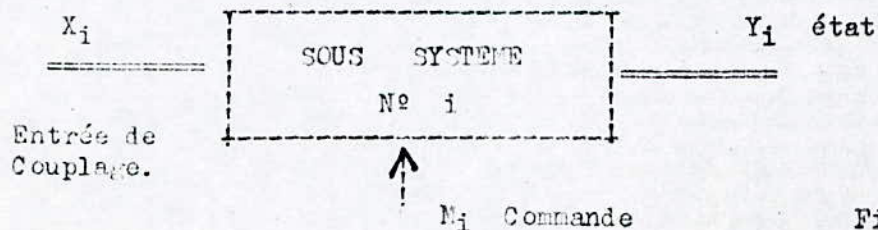


Fig. 1.

Pour réduire la complexité du problème global de grande dimension, on effectue une partition du critère.

En adaptant à ce problème les principes de la commande hiérarchisée des processus statiques (6), on montre que la fonction objective (ou critère) se décompose sous forme " séparable, additive " en deux sous-systèmes si on répartit le traitement des équations entre plusieurs niveaux de commande, il s'agit donc d'un calcul hiérarchisé par décomposition du critère (6) (4).

Deux modes de décomposition sont possibles :

-- DECOMPOSITION VERTICALE : (6). (4)

Cette méthode n'introduit pas de modification dans le critère, mais impose une hiérarchie dans l'ordre de résolution des équations du système.

Illustrons ce mode par un exemple simple :

Soit la fonction J des variables (X, Y, U, W) séparable sous la forme :

$$J = J_1 (X, Y, U) + J_2 (X, Y, W)$$

On recherche à déterminer $J^* = \text{optimum } J$.

J_1 et J_2 étant liées; si $J_1^* = J_1 (X^*, Y^*, U^*)$. Il est nécessaire que J_2 soit optimal pour les mêmes valeurs de X et de Y ; c'est-à-dire

$$J_2^* = J_2 (X^*, Y^*, W^*) \text{ pour que soit vérifiée l'équation } J^* = J_1^* + J_2^*$$

Cette méthode consiste à traiter les variables communes au premier niveau, qui fournira les valeurs X^* et Y^* par une méthode itérative. (par exemple la méthode du gradient). Voir Fig. 2/

DECOMPOSITION HORIZONTALE :

Cette méthode modifie le critère par l'adjonction d'une variable de coordination, afin d'obtenir des sous-fonctions indépendantes. Cette décomposition est utilisée si on introduit des variables de coordination liées à la nature fortement non linéaire du critère (6)

Soit, par exemple, la fonction J des variables (X, U, W) séparable

$$J = J_1 (X, U) + J_2 (X, W)$$

en posant $X = Z$:

$$\text{On écrit : } J = J_1 (X, U) + J_2 (Z, W)$$

Le paramètre de Lagrange permet d'écrire le langrangien

$$L = J_1 (X, U) + J_2 (Z, W) + \mathcal{P}(X, Z)$$

$$\text{qui devient : } L = L_1 + L_2$$

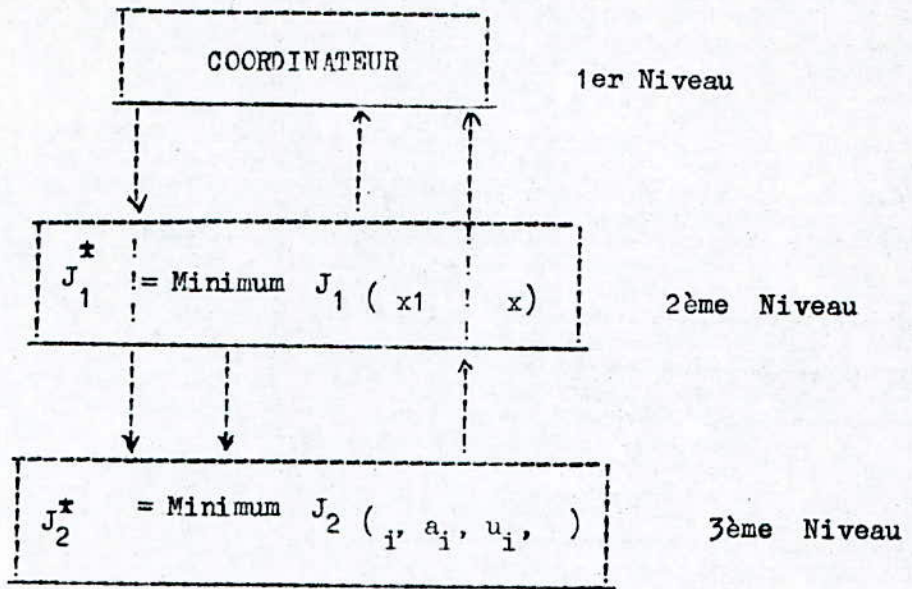
$$\text{avec : } L_1 = J_1 (X, U) + \mathcal{P} X$$

$$L_2 = J_2 (Z, W) + \mathcal{P} Z$$

L_1 et L_2 sont indépendant pour un \mathcal{P} donné

La méthode consiste donc à déterminer \mathcal{P} au niveau supérieur par un algorithme coordinateur, puis à résoudre indépendamment L_1 et L_2 qui se situent au même niveau inférieur de hiérarchie. On définit ainsi une structure hiérarchisée à deux niveaux de calcul avec décomposition horizontale du niveau inférieur

(6) voir Fig. 3.



- Fig. 2

- PRINCIPE DE LA DECOMPOSITION -

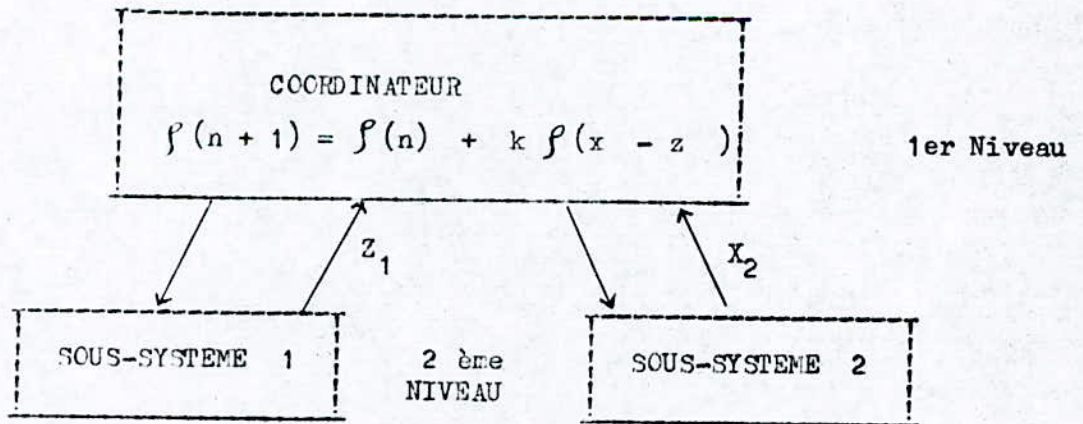


Fig. 3

- PRINCIPE DE LA DECOMPOSITION HORIZONTALE -

II.4: - PRINCIPE DE LA COORDINATION :

Le principe de la coordination hiérarchique est de décomposer le problème global P , dont l'objectif est d'optimiser un certain critère global associé à un système complexe en un certain nombre de sous problèmes P_i tel que :

La solution partielle (P_1, P_2, \dots, P_n) n'implique pas la solution du problème global P .
(II.4.1)

Pour éliminer le conflit, il est nécessaire d'introduire " un vecteur d'intervention ou paramètre de coordination " et remplacer P_i par $P_i(\alpha)$.

On obtient alors :

$(P_1(\alpha), P_2(\alpha), \dots, P_n(\alpha)) \alpha = \alpha^*$ implique la solution du problème P .

L'optimisation hiérarchique exige donc un choix de α . Parmi les nombreuses méthodes de coordination existantes pour simplifier la présentation, nous présentons deux approches très utilisées :

a) - Méthode de coordination du critère :

Les multiplicateurs de Lagrange peuvent être utilisés comme variables de coordination.

b) - Méthode de coordination du modèle :

Prédiction des sorties d'interactions Z_i des sous-systèmes.

- ◆ Méthode mixte : production des entrées d'interaction X_i
(méthode moins utilisée).

Le problème de coordination pour les systèmes multiniveaux peut être modélisé avec la structure d'un système à deux niveaux.

Notre objectif est de mettre le problème de coordination sous forme d'un modèle mathématique.

Le choix d'un système à deux niveaux est fait en raison de sa simplicité, il peut être utilisé comme modèle de base pour la synthèse des systèmes multiniveaux en général. (4).

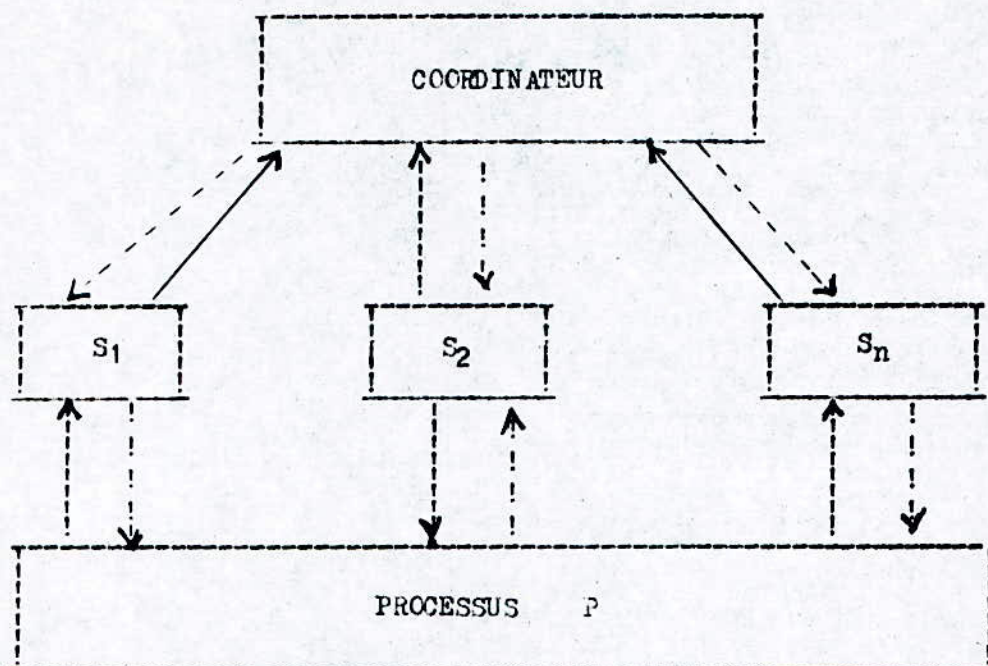
D'une manière générale, il est difficile de résoudre le problème non linéaire donné par les équations (5. 1. 6) à (5. 1. 10). Il est préférable d'utiliser les méthodes de décomposition - coordination telle que :

Solution de $(P_1(\alpha), \dots, P_N(\alpha)) \xrightarrow[\alpha = \alpha^*]{=} \text{solution de P.}$

Pour cela, on doit suivre les étapes suivantes :

-- Définition du sous problème $P_i(\alpha)$

-- L'évolution de α de la valeur initiale à la valeur finale α^* qui résoud le problème global (pb de coordination). (4).



- DESCRIPTION GENERALE D'UN SYSTEME A DEUX NIVEAUX -

 GREGATION
|| ----- ||

CHAPITRE III.
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

GENERALITES :

La description précise de nombreux systèmes physiques, conduit à un nombre important d'équations différentielles. De ce fait, l'analyse de ces systèmes et l'application de résultats classiques de la théorie de la commande optimale sont difficiles, voire impossibles. Pour éviter les difficultés liées à la commande des stratégies sous-optimales, peuvent être définies. En particulier, par l'intermédiaire de modèle de dimension réduite.

De nombreuses méthodes permettent de définir un modèle réduit (1, 2, 3, 5). Mais l'utilisation de ces méthodes, pour réaliser la commande du système, reste mal aisée. En général, ceci revient à l'absence d'une relation explicite entre le système réel et le modèle réduit.

Une synthèse, d'un grand nombre de modèles réduits classiques, est obtenue au moyen de la technique d'agrégation due à M. AOKI.

AGREGATION D'un SYSTEME

Pour un système physique (linéaire) complètement observable et commandable, décrit par un grand nombre d'équations différentielles linéaires, stationnaires

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t). \quad (3.2.1)$$

où

A : Matrice d'évolution du système réel.

B : Matrice de commande du système réel.

x : Vecteur d'état du système réel, de dimension n.

u : Vecteur d'entrée de dimension r.

De nombreux Auteurs (7) ont proposé une représentation approchée par un modèle de dimension réduite.

$$\dot{z}(t) = F z(t) + G u(t). \quad (3.2.2)$$

où

z est un vecteur de dimension m (r ≤ m ≤ n).

Le modèle réduit, décrit par (3.2.2), est un modèle agrégé (1). Si les états z (t) et x (t) vérifient la relation linéaire d'agrégation

$$z(t) = L.x(t). \quad (3.2.3)$$

où L est une matrice de dimension (m , n).

En prémultipliant par L l'équation (3.2.1) et en reportant (3.2.3) dans (3.2.2), il est bien clair que l'existence d'une telle matrice d'agrégation est assurée si, et seulement si, les conditions suivantes sont vérifiées :

$$F L = L A \quad (3.2.4)$$

$$G = L B \quad (3.2.5)$$

$$z(0) = L.x(0). \quad (3.2.6)$$

L'équation (3.2.4) impliquant que les valeurs propres de F appartiennent au spectre de A. On supposera dans la suite que F est semblable au bloc J_1 associé à certaines valeurs propres de A. [7], [5]

STRUCTURE DU MODELE AGREGÉ

Bien que la technique d'agrégation ait été introduite en automatique, en 1968, par AOKI (4, 7), aucune formulation générale de la matrice d'agrégation n'a été proposée à ce jour, et par la suite les liens existant entre divers modèles réduits n'ont pu être mis en évidence.

Pour l'établissement de l'expression générale de la matrice d'agrégation, on considère le changement de base suivant :

$$x(t) = T.V(t). \quad (3.3.1)$$

où T : matrice de passage.

l'équation d'état du système () devient :

$$\dot{V}(t) = T^{-1} A T V(t) + T^{-1} B U(t) \quad (3.3.2)$$

$$= \Lambda V(t) + \Gamma U(t) \quad (3.3.3)$$

$$\text{avec : } \Lambda = T^{-1} A T \quad (3.3.4)$$

$$\Gamma = T^{-1} B \quad (3.3.5)$$

où Λ est une matrice sous forme Jordan, car on choisit T comme matrice modale de A, c'est-à-dire une matrice dont les vecteurs colonnes sont les vecteurs propres de A à un coefficient près (7, 4, 3), soient :

$$\Lambda = T^{-1} A T = \left\{ \begin{array}{c} \overbrace{\quad}^m \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & 2 \end{array} \right] \end{array} \right. \text{ et } = T^{-1} B = \left[\begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ 1 \\ \dots \\ 2 \end{array} \right] \Bigg\}^m \quad (3.3.6)$$

$$\text{et } V = (V_1, V_2)^T$$

La forme diagonale du modèle agrégé retenant m modes du système réel est donnée par :

$$V_1(t) = \Lambda_1 V_1(t) + \Gamma_1 U(t). \quad (3.3.7)$$

La classe des modèles agrégés représentés par (3.2.2) est définie par une transformation :

$$Z(t) = M v_1(t) \quad M : \text{matrice } (m, m) \text{ quelconque.}$$

La forme la plus générale d'un modèle agrégé est donnée par :

$$\dot{Z}(t) = M \Lambda_1 M^{-1} Z(t) + M \Gamma_1 u(t).$$

Par analogie avec le système (3.2.2) on déduit que :

$$\begin{cases} F = M \Lambda_1 M^{-1} \\ G = M \Gamma_1 \end{cases} \quad (3.3.8)$$

et la relation d'agrégation correspondante est :

$$Z(t) = M v_1(t) = M \begin{pmatrix} I_m \\ 0 \end{pmatrix} v(t) = M \begin{pmatrix} I_m \\ 0 \end{pmatrix} T^{-1} x(t)$$

on pose $L_0 = \begin{pmatrix} I_m \\ 0 \end{pmatrix} T^{-1}$

on aura : $Z(t) = M L_0 x(t) = L x(t)$. (3.3.9)

d'où

La forme générale de la matrice d'agrégation est donnée par l'expression :

$$L = M \begin{pmatrix} I_m \\ 0 \end{pmatrix} T \quad (3.3.10)$$

Ceci conduit, pour le modèle agrégé, aux matrices F et G suivantes :

$$F = M^{-1} J M^{-1} ; \quad G = M L_0 B$$

(voir démonstration 1, en Annexe).

METHODES OPTIMALES DE REDUCTION :

Les méthodes optimales de réduction introduisent une mesure quantitative de l'erreur de réduction entre la réponse du système réel et de son modèle réduit. La synthèse de ce modèle étant faite en minimisant une certaine fonctionnelle de l'erreur de réduction.

La fonctionnelle, couramment utilisée en réduction, est l'intégrale du carré de l'écart entre les sorties des systèmes réels et réduits en réponse impulsionnelle.

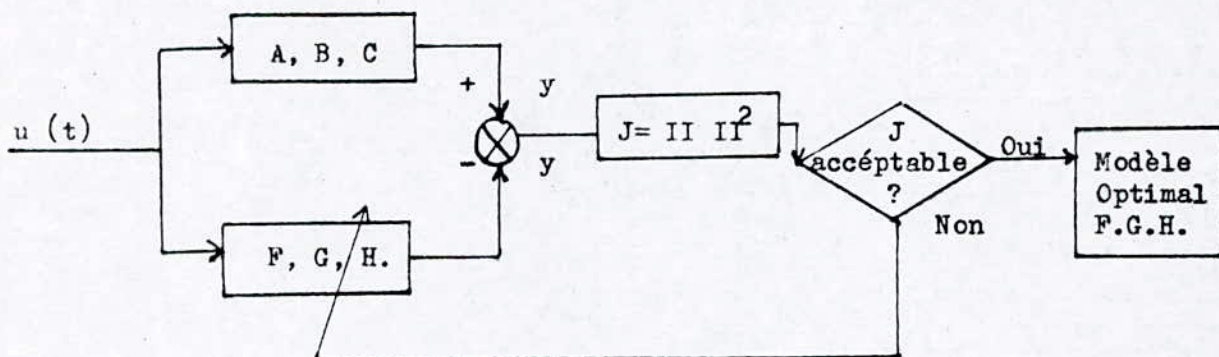
Le but de ces méthodes est d'aboutir à un modèle réduit de la forme (3.1.2) qui représente le plus possible le système initial (3.1.1), telle que l'erreur quadratique entre la réponse des deux systèmes, soit minimale.

Pour une classe d'entrée et un horizon d'observations données, dans le domaine temporel, cette mesure étant définie par :

$$J = \sum_{i=1}^r \text{Tr} \left\{ \int_0^{\infty} (y^i(t) - \hat{y}^i(t))^T (y^i(t) - \hat{y}^i(t)) dt \right\}$$

où $e^i(t) = y^i(t) - \hat{y}^i(t)$

représente l'écart en réponse impulsionnelle entre les sorties du système réel et du modèle réduit.



- CHOIX PARTICULIER DE LA MATRICE D'AGREGATION (7, 8, 9, 4)

Il existe plusieurs méthodes de réduction, se basant sur le choix de modes dominants, parmi lesquelles on cite les modèles proposés par : (DAVISSON, CHIDAMBARA, FOSSARD, etc...), qui admettent une relation linéaire entre les états du système réel et ceux du modèle réduit de la forme $Z = L x$. Ces modèles sont appelés " modèles agrégés ".

III-4 PRESENTATION DE QUELQUES MODELES AGREGES :

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques modèles proposés par : (DAVISSON, CHIDAMBARA, FOSSARD, etc...), qui sont basés sur le choix de modes dominants du système réel. Ces méthodes, bien que quelques unes aient été proposées avant 1968, sont en général des cas particuliers de l'agrégation (8, 9, 7, 4).

* MODELE DE E.J DAVISSON : (9)

DAVISSON néglige totalement les modes rapides, en supposant :

$$v_2(t) = 0 \quad \forall t \geq 0$$

. PREMIER MODELE DE E.J. DAVISSON :

Le modèle qu'il propose fournit une approximation des n premières composantes des vecteurs d'états du système initial correspondant aux m modes dominants retenus.

Ce modèle est défini par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = F z(t) + G u(t) \\ \hat{y}(t) = I_m z(t) \end{cases} \quad (\text{III.4.1})$$

avec $F = T_1 \Lambda_1 T_1^{-1}$ et $G = T_1 \Gamma_1$

T_1 résulte de la partition de la matrice modale ou de changement de base conduisant à l'équation (3.3.1) :

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & : & T_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ T_3 & : & T_4 \\ & & \vdots \end{bmatrix}$$

Λ_1 est supposé contenir les m valeurs propres dominantes du système réel. Compte tenu des résultats établis précédemment (

Ce modèle peut être obtenu par la matrice d'agrégation :

$$L = T_1 L_0 \quad (3.4.2)$$

L'existence de ce modèle implique que la matrice T_1 soit inversible. Ceci correspond à la restriction apportée par DAVISON sur le choix des composantes d'état du modèle réduit.

Le fait que le modèle de DAVISON soit un modèle agrégé, a été mentionné par ACKI (1).

SECOND MODELE DE DAVISON :

Afin d'éliminer l'erreur en régime permanent, dans le cas des systèmes stables soumis à des entrées échelon. Davison a proposé un second modèle pour les systèmes à une et plusieurs entrées.

- CAS DES SYSTEMES MONO - ENTREE :

Pour ce modèle, l'état \bar{z} se déduit de l'état z du premier modèle par la relation :

$$\bar{z}(t) = \text{diag} \left\{ d_i \right\} z(t) = D z(t). \quad (3.4.3)$$

avec :

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & d_m \end{bmatrix}$$

Cette matrice $D (m, m)$ est différente de la matrice D utilisée en (3.1). Les d_j étant choisis de façon à assurer l'identité des régimes permanents.

Les paramètres sont donnés par :

$$\begin{cases} dj = \frac{(A \ B)_j}{(F \ G)} & \text{si } (F^{-1} G)_j \neq 0 \\ dj = 1 & \text{si } (F^{-1} G)_j = 0 \end{cases}$$

avec $j = 1, \dots, m.$

où $(F^{-1} G)_j$ est le $j^{\text{ème}}$ élément du vecteur colonne $(F^{-1} G)$ d'ordre $m.$

et $(A^{-1} B)_j^*$ est le $j^{\text{ème}}$ élément du vecteur colonne $(A^{-1} B)$

$(*)$ = asterisque indiquant la réduction.

Le nouveau modèle proposé en appliquant la relation () au premier modèle de DAVISON est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{z}^* (t) &= D F D^{-1} z^* (t) + D G u (t) \\ \hat{y} (t) &= D^{-1} z^* (t). \end{aligned}$$

Avec ce modèle, un état permanent est atteint par une entrée échelon (si $(F^{-1} G)_j \neq 0$) est un comportement dynamique satisfaisant et maintenu.

REMARQUE :

Il faut noter que si $(F^{-1} G)_j = 0$ pour un certain j , l'état permanent de la variable z_j^* introduit une erreur qui peut être corrigée

De ce fait, les variables qu'il faut retenir alors dans le modèle réduit ainsi l'ordre du modèle seront choisis avec :

$$(F^{-1} G)_j \neq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

En effet, la matrice D ne peut pas exister lorsque l'une des composantes x_i et z_i est nulle en régime permanent.

Au cas où le modèle réduit existe, la matrice d'agrégation est donnée par :

$$L_D^* = D T_1 L_0 = D L_0$$

On montre ca comme suit :

$$\begin{aligned} z^{\mathbf{x}} &= D z = D T_1 V_1 = D T_1 (I_m \begin{matrix} \vdots \\ 0 \end{matrix}) T^{-1} x = D T_1 L_0 X \\ &= D L_D X \end{aligned}$$

$$\text{d'où } z^{\mathbf{x}} = L_D^{\mathbf{x}} X$$

- CAS DES SYSTEMES MULTI-ENTREES :

Pour des systèmes à plusieurs entrées, le modèle de DAVISON correspondant est le suivant :

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= F z_i + G_i U_i & i = 1, 2, \dots, r \\ & & r : \text{entrées.} \end{aligned}$$

$$z^{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^n D_i z_i$$

$$\text{où } G = (G_1, G_2, \dots, G_r)$$

Les D_i pour $i = 1, 2, \dots, r$ sont déterminés à partir de () en mettant G_i à la place de B où

$$B = (B_1, B_2, \dots, B_r)$$

B_1, B_2, \dots, B_r sont les vecteurs colonnes constituant la matrice de commande B .

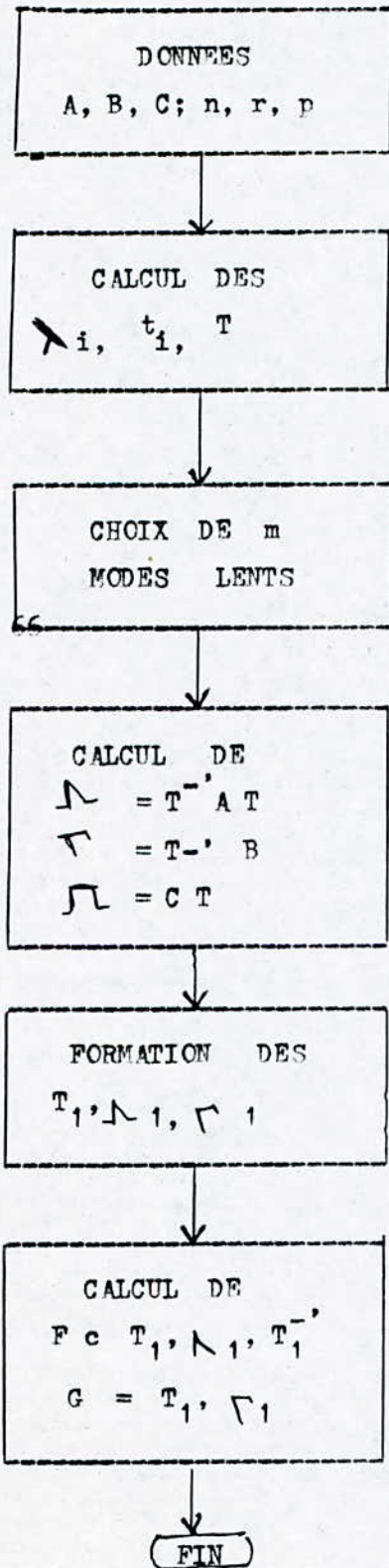
Le modèle précédent () peut s'écrire selon la forme suivante :

$$\dot{z}^{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^r D_i F z_i + \sum_{i=1}^r D_i G_i U_i$$

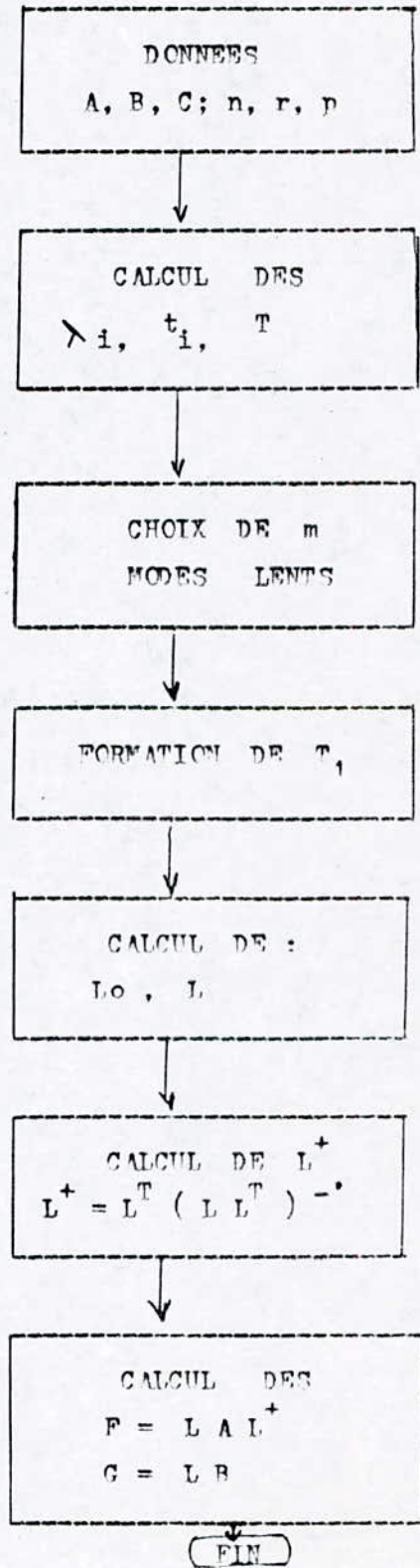
$$z^{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^r D_i z_i$$

En conclusion, on peut dire que le second modèle de DAVISON n'est qu'une modification de son premier modèle, qui n'est pas agrégé, vu qu'il est impossible de trouver une relation linéaire reliant l'état $z^{\mathbf{x}}$ à l'état z . En effet, l'état de ce dernier est déduit de l'état z par une translation de vecteur constant destinée à éliminer l'erreur permanente.

1 er MODELE DE DAVISON



(PROCEDE CLASSIQUE)



(PROCEDE PAR AGREGATION)

* MODELE DE CHIDAMBARA :

Parmi les modèles qu'a proposé CHIDAMBARA, un modèle agrégé se basant sur le choix de modes dominants du système réel. Son but était d'approximer les états par un nombre d'état inférieur.

$$\text{soit : } \begin{array}{ccc} \dot{X}(t) = A X(t) + B u(t) & \xrightarrow{\text{réduction}} & \dot{Z}(t) = F Z(t) + G u(t) \\ \text{Système réel} & & \text{(modèle réduit)} \end{array}$$

Après un changement de base ($X = T V$) où T est la matrice modale, l'équation d'état du système réel devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \Lambda V(t) + T^{-1} B u(t) \\ \text{avec : } \Lambda &= T^{-1} A T = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4.)$$

où $J_i (k_i \times k_i)$ est un bloc Jordan correspondant à λ_i d'ordre de multiplicité k_i .

Il est toujours possible de choisir T tel que les valeurs propres prédominantes de A soient présents dans J_1, J_2, \dots, J_j et les autres dans J_{j+1}, \dots, J_n .

L'équation (3.4.) peut s'écrire alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_j & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & n_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_2 \\ \vdots \end{bmatrix} + T^{-1} B u$$

où

$P_j (m \times m)$: matrice contenant les valeurs propres prédominantes.

$r_j (n - m) \times (n - m)$: matrice contenant les valeurs propres dont l'effet peut être négligeable au niveau de la réponse.

A partir de (), on peut écrire :

$$\dot{V}_1(t) = P_J V_1(t) + \left\{ \text{les } m \text{ premières lignes de } T^{-1} B \right\} u(t)$$

C'est l'équation d'état du modèle réduit :

$$\dot{Z}(t) = F Z(t) + G u(t)$$

$$\text{avec : } F = P_J, \quad G = \left\{ \text{les } m \text{ premières lignes de } T^{-1} B \right\}$$

et $Z(t) = V_1(t)$

La matrice d'agrégation du modèle est donc donnée par :

$$Z = V_1 = (I_m \vdots 0) V = (I_m \vdots 0) T^{-1} X = L_0 X$$

L'auteur améliora son modèle par une optimisation de la matrice de sortie H, en minimisant un critère portant sur les P sorties ($p < m$) des modèles réduits et réel soumis à des entrées polynômiales d'ordre ≤ 2 .

Il existe d'autres modèles pour le même auteur, mais qui ne sont pas agrégés. (10, 5, 7).



GREGATION



PTIMALE



CHAPITRE IV.



* INTRODUCTION :

Parmi les nombreuses méthodes de réduction, applicables aux systèmes multi-variables, la technique d'agrégation optimale présente un intérêt particulier.

En effet, l'existence d'une relation linéaire, entre les états des systèmes réel et réduit, amène un certain nombre de propriétés remarquables. Toutefois le choix des modes du modèle agrégé qui appartiennent nécessairement à l'ensemble des modes du système initiale est fondamental pour la qualité des résultats obtenus.

Dans la plupart des applications des modèles réduits au sens des modes dominants, les modes retenus sont les plus lents (3, 4, 5, 7).

Deux méthodes ont été proposées pour aborder, de façon plus réaliste, ce problème de choix des modes dominants.

a) - La première consiste à rechercher les modes très faiblement commandables ou très faiblement observables.

Cette méthode n'est pas vraiment satisfaisante, car elle ne tient pas en compte du fait qu'une faible observation d'un mode peut être compensée par une forte excitation.

b) - La deuxième, dernièrement proposée, permet de déterminer un modèle agrégé optimal au sens d'un critère quadratique et pour un horizon d'observation infini. L'optimisation porte seulement sur le choix des modes et conduit à définir un modèle réduit dont les sorties conservent strictement les pondérations des modes retenues.

Il s'agit en somme d'effectuer un choix optimal des modes, or pour ce choix, il faut envisager $\binom{m}{n}$ cas différents (n et m désignent respectivement les dimensions des modèles initial et réduit).

Si bien que cette technique est difficilement applicable pour un système de grande dimension.

La technique que nous allons étudier dans ce chapitre, bien que, dans son principe, sous optimal par rapport à la précédente, conduit à des résultats satisfaisants lorsqu'une optimisation par rapport à la matrice des sorties est effectuée et ce avec un volume de calcul réduit.

- Position du Problème

Soit le système invariant; supposé complètement commandable et observable décrit par :

$$\begin{cases} \dot{X} = A X + B U \\ y = C X \end{cases} \quad (4.2.1)$$

où

$$X \in \mathbb{R}^n, \quad U \in \mathbb{R}^r, \quad y \in \mathbb{R}^p.$$

est un modèle simplifié dont l'état Z est agrégé de X .

$$Z(t) = L X(t) \quad \forall t \geq 0$$

$$\begin{cases} \dot{Z} = F Z + G U \\ \hat{y} = H Z \end{cases} \quad (4.2.2)$$

$$Z \in \mathbb{R}^m, \quad \hat{y} \in \mathbb{R}^p \quad m \leq n$$

Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence du modèle agrégé impliquent que le spectre des valeurs propres de F soit un sous ensemble des valeurs propres de A .

De ce fait, sans diminuer la généralité des résultats, nous pouvons supposer que le modèle agrégé est sous la forme de Jordan,

avec :

$$\begin{cases} L = L_0 \\ F = \Lambda - 1 \\ G = T^{-1} \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} L_0 = (I_m : 0)^T \\ F = (T^{-1}, A T) \\ G = (T^{-1}, B) \end{cases} \quad (4.2.3)$$

Le problème d'agrégation optimale consiste à définir les matrices (L, F, G, H) du modèle agrégé pour que l'approximation des sorties de (4.2.1) obtenues par $\hat{y}(t)$ soient optimales au sens d'un critère quadratique de réduction J :

$$J = \sum_{i=1}^r \int_0^{t_f} (e^i(t))^T (e^i(t)) dt$$

défini à partir de l'écart entre les sorties du système et du modèle.

$$e^i(t) = y^i(t) - \hat{y}^i(t) \quad i = 1, \dots, p$$

où l'indice i note la réponse obtenue lorsque toutes les entrées sont nulles, à l'exception de l'entrée U_i . Ceci étant vrai pour des entrées déterministes tel que l'échelon, l'impulsion, etc... Pour des entrées stochastiques (aléatoires) le critère J s'écrit de la forme :

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left\{ e^T(t) Q e(t) \right\} \quad \text{avec} \quad Q = I_r \times r$$

E : espérance mathématique des signaux stochastiques.

Le modèle agrégé défini par la matrice d'agrégation sera donc :

$$\dot{Z}(t) = A_1 Z(t) + P_1 U(t)$$

$$y(t) = H Z(t) + K U(t).$$

La solution sous-optimale de ce système se résume en deux étapes (11, 3) :

- Sélection des modes à retenir dans le modèle agrégé
- Optimisation du critère par rapport à H pour ce choix de modes.

La qualité des résultats obtenus par cette méthode dépend essentiellement du choix préalable des modes.

Bien entendu, le modèle agrégé, ainsi défini, ne correspond pas à l'optimum du problème global, mais seulement au minimum du critère par ce choix de mode donné.

Toutefois, si ce choix est convenablement fait, cette solution conduit en général à des résultats très satisfaisants.

Etudions d'abord le choix optimal de H et K pour des entrées classiques déterministes, tel que l'échelon et l'impulsion.

IV.3 AGREGATION OPTIMALE POUR DES ENTREEES IMPULSIONNELLES :

Pour des entrées impulsionnelles, la présence de matrice de couplage entrée - sortie n'intervient qu'à l'instant $t = 0$ où l'entrée est appliquée.

De ce fait, une optimisation par rapport à K , sur l'horizon $(0, t_f)$ n'apporte rien de plus que n'importe quel autre choix de K . Nous prenons donc

cette étude $K = D$, de façon à nous ramener au problème de l'agrégation d'un triplet (A, B, C) par (U_1, Γ_1, H) .

La solution du problème d'optimisation posé est obtenue de façon classique en réécrivant le critère J :

$$J = \sum_{i=1}^r T_r \left\{ \int_0^{+\infty} (y^i(t) - \hat{y}^i(t))^T (y^i(t) - \hat{y}^i(t)) dt \right\}$$

Donc, en sachant que :

$$y(t) = C X(t) + D U(t)$$

$$\hat{y}(t) = H L_o X(t) + D U(t).$$

la réponse impulsionnelle du système quand seulement l'entrée U_i est excitée s'écrit :

$$\text{Sachant que : } e^i(t) = y^i(t) - \hat{y}^i(t) = (C - H L_o) X_i(t)$$

$$e^i(t) = (C - H L_o) e^{pt} b_i$$

$$J = \text{trace} \left\{ (C - H L_o)^T \cdot (C - H L_o) W \right\} \quad (4.3.1)$$

$$\text{où } W = \sum_{i=1}^r \int_0^{t_f} e^{A\tau} B^i B^{iT} e^{A\tau} d\tau \quad (4.3.2)$$

$$\text{avec } W_1 = \int_0^{t_f} e^{A\tau} B^1 B^{1T} e^{A\tau} d\tau \quad (4.3.3)$$

Solution de l'équation de Lyapov

$$A W_1 + W_1 A^T + B^1 B^{1T} = 0$$

Et en exprimant la condition d'optimalité du premier ordre par rapport à H .

$$\frac{\partial J}{\partial H} = 2 (H L_o W L_o^T - C W L_o^T) = 0$$

(Voir démonstration 2, en Annexe)

Le choix optimal de la matrice H est donc donné par :

$$H = L W L_o^T (L_o W L_o^T)^{-1} \quad (4.3.4)$$

Il est facile de vérifier que cette condition est aussi suffisante, puisque :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial H_j^2} = 2 L_o W L_o^T > 0 \quad \forall j = 1, \dots, P$$

où h_j^T note les lignes de H .

b) AGREGATION OPTIMALE POUR LES ENTREES ECHELONS :

Pour définir un modèle agrégé optimal pour ce type d'entrées, il est nécessaire d'introduire un ensemble de contraintes sur les régimes permanents du système et du modèle.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y^i(t) - \hat{y}^i(t)) = 0 \quad i = 1, \dots, r$$

Lorsque ces contraintes sont satisfaites, le critère (4.3.1) existe et est égal à : (11, 3).

$$J_0 = \text{trace} \left\{ (C - H L_o)^T \cdot (C - H L_o) \tilde{W} \right\} \quad (4.3.6)$$

$$\tilde{W} = A^{-1} W A^{-T} \quad (4.3.7)$$

C'est donc un problème d'optimisation avec contrainte qui doit être résolu et deux cas peuvent se présenter selon que le modèle agrégé comporte ou non une matrice de couplage entrée - sortie K .

1er CAS :

La sortie du modèle est définie par H et K . En remarquant que le critère J_0 sans contrainte ne dépend que de H , le problème sera donc traité de la façon suivante :

- Calculer la solution optimale H^* minimisant le critère J_0 sans contrainte. Le résultat obtenu est identique au cas impulsionnel et H^* se déduit de (4.3.4) en remplaçant W par \tilde{W}
- Fixer la matrice K de façon à assurer les contraintes sur le régime asymptotique, soit :

$$K = (C - H^* L_o) X_0 + D \quad (4.3.8)$$

où X_0 est la matrice formée de r vecteurs

$$X_0 = A^{-1} B$$

Puisque le minimum absolu d'un critère est atteint dans le cas sans contrainte, il est évident que la solution proposée est la solution optimale pour des entrées échelons.

2ème CAS :

La sortie du modèle est définie par H . Dans ce cas, les matrices de couplage du système et du modèle réduit sont égales ($K = D$) et le critère J_0 sera minimisé avec les contraintes (4.3.5)

La résolution par la méthode de Lagrange conduit à définir un critère modifié

$$J_0' = J_0 + 2 \text{Tr} (P^T (C - H L_0) X_0) \quad (4.3.9)$$

où P est une matrice (P, r) de multiplicateur de Lagrange.

Le calcul du gradient par rapport à H et P fournit les conditions nécessaires d'optimalité.

$$\begin{cases} \frac{\partial J_0'}{\partial H} = 2 (H L_0 \tilde{W} L_0^T - C \tilde{W} L_0^T - P X_0^T L_0^T) = 0 \\ \frac{\partial J_0'}{\partial P} = 2 (C - H L_0) X_0 = 0 \end{cases} \quad (4.3.10)$$

En combinant ces deux équations, l'expression de H optimale s'écrit :

$$H = C \tilde{W} L_0^T (I_m - E (E^T V E)^{-1} E^T V + C X_0 (E^T V E)^{-1} E^T V \quad (4.3.11)$$

avec $V = (L_0 \tilde{W} L_0^T)^{-1}$ et $E = L_0 X_0$

REMARQUE :

Ce résultat n'est valable que si la dimension m du modèle agrégé est supérieur au nombre d'entrées r si $m = r$.

Seules les contraintes peuvent être assurées, et il n'y a pas d'optimisation possible (11, 12).

- La première solution a pour avantage de fournir une meilleure approximation. Toutefois, la réponse obtenue présente une discontinuité à l'origine différente de celle du système réel, puisque $K \neq D$.

Pour certaine application, cette solution ne peut être tolérée. Il faut alors choisir $K = D$ et fixer H par la seconde méthode.

CHOIX DES MODES RETENUS PAR LE MODELE AGREGÉ OPTIMAL :

Tous les modèles réduits agrégés proposés jusqu'à présent retiennent les modes les plus lents et instables.

Ce choix est fondé sur des considérations liées à la durée d'un mode sans tenir compte de la façon dont il est excité ou observé.

En d'autres termes, il se base sur les propriétés de A sans tenir compte de B, C .

Les solutions pour ce choix de modes qui ont été proposées jusqu'à présent sont loin d'être satisfaisants.

Citons parmi lesquelles une méthode reposant sur la recherche judicieuse des modes les plus " fortement observable " et de les retenir dans le modèle agrégé (11).

L'avantage que présente cette approche, est sa simplicité comparée à la complexité d'une minimisation globale qui nécessite C_n^m minimisation partielle avec m modes fixes.

En pratique, cela signifie que le choix des modes est une étape fondamentale qui peut conduire soit à une solution proche de l'optimum global (souvent même à cet optimum), soit à une solution qui en est très éloignée.

Une méthode plus satisfaisante a été proposée durant les quelques dernières années, toujours dans le but d'avoir un choix convenable des modes significatifs de la sortie d'un système. Cette méthode repose sur deux études successives qui mettent en évidence :

- L'énergie associée à chaque mode
- Certaines propriétés du régime asymptotique.

L'utilisation conjointe de ces deux informations conduit à classer les modes par ordre d'importance décroissante et permet de définir à la fois une dimension m convenable et les modes à retenir.

Dans tout ce qui suit, nous supposons que le système a une entrée et une sortie. Nous verrons ensuite, à la fin, le cas multi-variables.

1) - SELECTION DES MODES A PARTIR DU REGIME TRANSITOIRE :

Cette étude a pour but de classer par ordre d'importance décroissante, les contributions énergétiques apportées pour chaque mode dans la sortie du système.

Par exemple dans le cas d'une réponse impulsionnelle.

$$y(t) = \sum_{i=1}^n w_i e^{\lambda_i t} \gamma_i \quad (4.3.12)$$

L'énergie apportée par chaque mode se calcule au moyen de τ

$$W\lambda_i = \int_0^{t_f} (w_i e^{\lambda_i t} \gamma_i)^2 dt \quad (4.3.13)$$

t_f étant l'horizon d'observation utilisé dans le critère (4.3.1) et

$$\begin{aligned} \Omega &= C^T = w_1, \dots, w_n \\ \Gamma &= T B = \gamma_1, \dots, \gamma_n \\ \Lambda &= T^{-1} A T = \text{diag } \lambda_i \end{aligned}$$

Pour simplifier les n valeurs propres de A sont supposées réelles et distinctes.

L'importance énergétique des modes est donc mesurée par les $W\lambda_i$ et un préclassement peut être effectué en classant les $W\lambda_i$ par ordre décroissant. mais du point de vue réduction, ce premier classement n'est pas satisfaisant car, s'il tient compte de l'énergie, il masque le signe de la contribution du mode, telle qu'elle apparaît dans $y(t)$. En effet, si deux modes λ_i et λ_j sont voisins ($\lambda_i \neq \lambda_j$) et ont tous deux une énergie notable et du même ordre de grandeur ($W\lambda_i \neq W\lambda_j$) au niveau de réponse s'ils apparaissent avec des signes contraires leurs contributions effective est

négligeable.

Le test sur le signe des contributions apportées par deux modes λ_i et λ_j peut se faire sur le terme croisé.

$$W_{\lambda_i, \lambda_j} = \int_0^{t_f} (W_i e^{\lambda_i t} \gamma_i) (W_j e^{\lambda_j t} \gamma_j) dt \quad (4.3.14)$$

si $W_{\lambda_i, \lambda_j} > 0$, les énergies associées aux modes λ_i et λ_j sont de même signe alors que s'il est négatif, elle sont des signes opposés.

Pour tenir compte de cette remarque, le classement initial des modes est modifié de la façon suivante.

Lorsque deux modes ont des contributions de même importance ($W_{\lambda_i} \neq W_{\lambda_j}$) et sont de durées voisines ($\lambda_i \neq \lambda_j$) le signe de W_{λ_i, λ_j} est testé. Si W_{λ_i, λ_j} est positif, le classement initial reste inchangé.

Dans le cas contraire, les deux modes λ_i et λ_j sont éliminés du classement.

La règle pratique et empirique utilisée pour définir si deux modes sont de même importance est :

$$\frac{W_{\lambda_i} - W_{\lambda_j}}{W_{\lambda_i}} \leq 10\% ; \quad \frac{\lambda_i - \lambda_j}{\lambda_i} \leq 10\%$$

Le classement final, ainsi obtenu, fournit deux renseignements :

- L'ordre préférentiel dans lequel doivent être retenus les modes,
- La dimension " m " à donner au modèle réduit.

En effet, pour les W_{λ_j} , nous connaissons l'importance des contributions de chacun des modes classés et pour fixer " m ", il suffit d'utiliser un test d'arrêt du type $W_{\lambda_k} \gg W_{\lambda_{k+1}}$, λ_k et λ_{k+1} étant deux modes classés en position m et (m + 1).

Le raisonnement qui vient d'être fait, pour des modes réels, s'étend facilement à des modes complexes.

Dans ce cas, c'est bien entendu sur la paire de modes complexes conjugués qu'il faut travailler et de façon à travailler dans le domaine réel, il faut transformer la forme diagonale complexe en forme diagonale par blocs réels.

$$\begin{array}{c|c} i & a+jb \\ \hline i+1 & a-jb \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} i & a & b \\ \hline i+1 & -b & a \end{array}$$

- Mode λ_i Complexe -

REMARQUE :

Afin d'obtenir cette forme de blocs réels par le calcul, on procède de la façon suivante :

Soit un mode complexe (λ_i, λ_i^*) , le vecteur propre qu'il faut associer à λ_i sera un vecteur composé des parties réelles du vecteur propre correspondant à λ_i .

Le second vecteur propre à λ_i^* sera le vecteur composé des parties imaginaires de ce vecteur propre correspondant à λ_i (3, 12).

Les différentes énergies à calculer peuvent s'obtenir à partir de la matrice W.

$$W = \int_0^{t_f} e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau \quad (4.3.15)$$

où W est solution de l'équation de Lyapunov :

$$A W + W A^T + B B^T = 0$$

On forme \bar{G} matrice définie par le produit direct :

$$\bar{G} = (C^T)^T (C^T) \otimes (T^{-1} W T^{-T}) \quad (4.3.16)$$

T est la matrice modale transformant A sous la forme diagonale (ou sous forme diagonale par bloc dans le cas où les valeurs propres sont multiples dégénérées ou complexes).

Pour un mode réel (λ_i réel), l'énergie est donnée par :

$$W_{\lambda_i} = \bar{g}_{ii} \quad (4.3.17)$$

et pour un mode complexe (paire complexe $\lambda_j, \lambda_{j+1} = \lambda_j^*$)

$$W_{\lambda_j} = \bar{g}_{jj} + \bar{g}_{i+1, j+1} + \bar{g}_{j, j+1} + \bar{g}_{j+1, j} \quad (4.3.18)$$

Quand aux termes croisés, ils se calculent par l'une des relations :

$${}^W \lambda_i, \lambda_j = \bar{g}_{ij} \quad (4.3.19)$$

Si les deux modes sont réels :

$${}^W \lambda_j, \lambda_k = \bar{g}_{j,k} + \bar{g}_{j+1,j+1} + \bar{g}_{j,k+1} + \bar{g}_{j+1,k} \quad (4.3.20)$$

Si les deux modes sont complexes (paires complexes λ_j, λ_j^* et λ_k, λ_k^*):

$${}^W \lambda_i, \lambda_j = \bar{g}_{i,j} + \bar{g}_{i,j+1} \quad (4.3.21)$$

Si un mode est réel (λ_i) et un mode est complexe (λ_j, λ_j^*).

L'ALGORITHME DE CHOIX DES MODES EST LE SUIVANT :

- Former la matrice \bar{G} définies par (4.3.16)
- Classer les modes par ordre d'énergie décroissante (en utilisant les égalités 4.3.18 et 4.3.17).
- Si deux modes λ_i et λ_j sont tels que :

$$\operatorname{Re}(\lambda_i) \neq \operatorname{Re}(\lambda_j) \quad \text{et} \quad {}^W \lambda_i \neq {}^W \lambda_j$$

Tester le signe du produit croisé ${}^W \lambda_i \lambda_j$.

Si le signe est positif, le classement reste inchangé; dans le cas contraire les deux modes sont retirés du classement.

- Retenir dans le modèle agrégé les " m " premiers modes du classement obtenu après (c). Le choix de " m " se fait en comparant les énergies des modes classés en positions m et m + 1 tel que ${}^W \lambda_j \gg {}^W \lambda_i$.

L'application de cette méthode dans le cas de systèmes ayant des pôles simples complexes conjugués s'obtient aussi à partir de la matrice \bar{G} . Il suffit de considérer la somme des termes du sous bloc formé à partir des lignes et colonnes associées à la paire de pôles complexes considérée.

SELECTION DES MODES A PARTIR DU REGIME PERMANENT :

L'étude énergétique des modes à partir de la matrice W définie sur le transitoire se révèle dans certains cas insuffisante, car elle ne tient pas compte des contraintes asymptotiques.

Prenons par exemple le cas d'une réponse indicielle.

La contribution en sortie d'un mode rapide se traduit par un terme équivalent à une discontinuité d'amplitude plus ou moins grande. Dans le cas où un mode rapide amène une discontinuité très importante ce mode n'est pas négligeable, même si son énergie en transitoire est faible comparée à celle d'autres modes. En effet, si le modèle agrégé ne retient pas ce mode, la prise en compte de la contrainte asymptotique va conduire à amplifier les modes les plus lents retenus et amener une erreur transitoire importante. C'est ce qu'illustre la Fig.

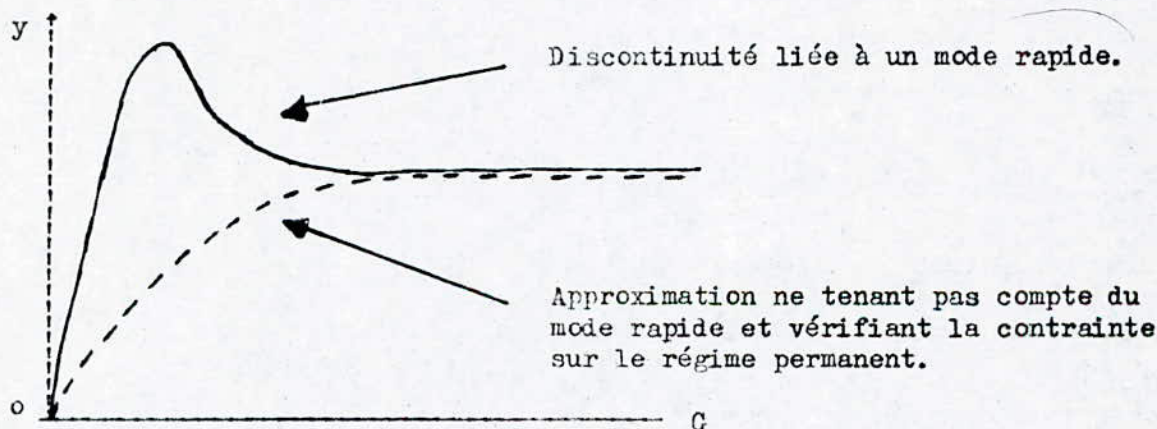


Fig 1 DISCONTINUITÉ DUE AUX MODES RAPIDES.

Pour détecter ce type de situation, une étude de la contribution apportée par chaque mode au régime permanent est nécessaire. Ceci concerne tous les modes les plus rapides que ceux retenus au terme de l'étude énergétique (en pratique, cette étude se limite à l'étude des modes au moins dix fois plus rapides). Ceci peut s'obtenir en faisant le calcul pour chaque couple entrée - sortie de la matrice ligne décomposant le régime permanent sur la base modale.

$$p^{ij} = \Omega^j(x) \Lambda^{-1} \Gamma^i = (P_1, P_2, \dots, P_n) \quad (4.3.22)$$

où Γ^i est la i ème colonne de Γ et Ω^j la j ème ligne de Ω

Et on vérifie tout d'abord si la discontinuité recherchée est significative, c'est-à-dire si :

$\lambda = \sum_E P_i$ est du même ordre de grandeur que le régime permanent de la sortie (E note l'ensemble des modes rapides étudiés).

Dans ce cas, on extrait le ou les modes rapides qui apportent effectivement cette discontinuité.

La sélection se fait simplement en classant les $|P_i|$ et en vérifiant, comme pour l'étude que lorsque deux modes sont voisins, les P_i correspondant sont de même signe.

Le test de signe évite de retenir deux modes qui s'annulent réciproquement en régime permanent. Dans le cas de pôles complexes conjugués (mode complexe). On considère les termes P_i et P_{i+1} .

REMARQUE :

En définitive, les modes retenus par le modèle agrégé sont constitués par l'union des modes retenus au terme des deux étapes de sélection citées précédemment.

Toutefois, la sélection complémentaire à partir du régime permanent ne se justifie que dans l'étude de réponses impulsionnelles où $K = D$. Dans le cas où le modèle agrégé est défini avec $K \neq D$, il n'est pas nécessaire de faire l'étude qui vient d'être mentionnée, puisque la discontinuité pourra être prise en compte par le terme $K U(t)$.

Pour traiter le cas multidimensionnel, citons deux solutions proposées :

1ère SOLUTION :

Elle consiste à étudier globalement toutes les entrées et les sorties, ce qui revient à utiliser dans l'expression de G :

$$W = \sum_{i=1}^r \int_0^{t_f} (X^i(t)) \cdot (X^i(t))^T dt.$$

et à appliquer l'algorithme monovariante décrit plus haut .

2 ème SOLUTION :

Elle consiste à reprendre l'étude décrite plus haut pour chaque couple entrée - sortie (P , r) fois.

Ensuite, la meilleure union possible des modes sélectionnés pour chaque cas étudié est retenue comme choix des modes.

Cette méthode permet une analyse plus fine, mais elle est difficilement applicable si le nombre d'entrées et de sorties est élevé.

En général, la meilleure solution possible consiste à faire l'union des modes retenus pour chaque couple entrée - sortie.

Malheureusement, cette solution se révèle dans certains cas très défavorable, assez délicate, et impose à l'utilisateur de trouver un compromis acceptable entre le nombre de modes retenus pour chaque sortie et la dimension du modèle.
(12 ; 11).

ALGORITHME D'AGREGATION OPTIMALE :

La mise en oeuvre de la méthode d'agrégation optimale développée auparavant est du type conversationnelle.

Le programme se fait en trois étapes successives :

a) - 1ère ETAPE :

Elle est destinée à des calculs communs, comportant le calcul de la forme modale et le calcul de W obtenu par résolution de l'équation de Lyapunov.

b) - 2ème ETAPE :

Dans cette étape, la limite des modes susceptibles d'être retenus est fournie à l'utilisateur.

Ce dernier choisit la dimension " m " et les modes correspondants pour le modèle agrégé. Ces données sont ensuite introduites dans le programme.

c) - 3ème ETAPE :

Cette étape comporte le calcul du modèle optimal et le critère d'erreur associé, si l'utilisateur juge les résultats insuffisants, il peut relancer cette dernière partie du programme en augmentant la dimension " m " (en ajoutant d'autres modes au choix initial).

ORGANIGRAMME PROPOSE :

Nous avons essayé de programmer cette méthode par des entrées échelons. Car la réduction de modèle par des entrées échelons ne fait intervenir l'étude de la discontinuité, puisqu'elle est prise en compte par le terme $k u(t)$ si ($k \neq D$).

ORGANIGRAMME :

- 1) - Calculer les valeurs propres.
- 2) - Calculer les valeurs propres et former T .
- 3) - Trouver la solution de l'équation de Lyapunov W .
- 4) - Calcul de $\bar{C} = (C T)^T (C T) (x) (T^{-1} W T^{-T})$

- 5) - Classement par ordre décroissant des $W \lambda_i$, $W \lambda_j$ et des valeurs propres associées X_i , λ_j .

(mais insuffisant, donc on voit s'ils sont voisins et de signes contraires) \implies 6°).

- 6) - Test :

$$\pm \frac{W \lambda_i - W \lambda_j}{W \lambda_i} \leq 10 \%$$

$$\pm \frac{\lambda_i - \lambda_j}{\lambda_i} \leq 10 \%$$

Pour voir s'ils sont de même signe.

- 7) - Test sur le signe des contributions apportées par deux modes λ_i et λ_j (car s'ils sont de même importance et de signes contraires, leur contribution effective est négligeable).

Il se fait sur le terme croisé $W \lambda_i$, λ_j .

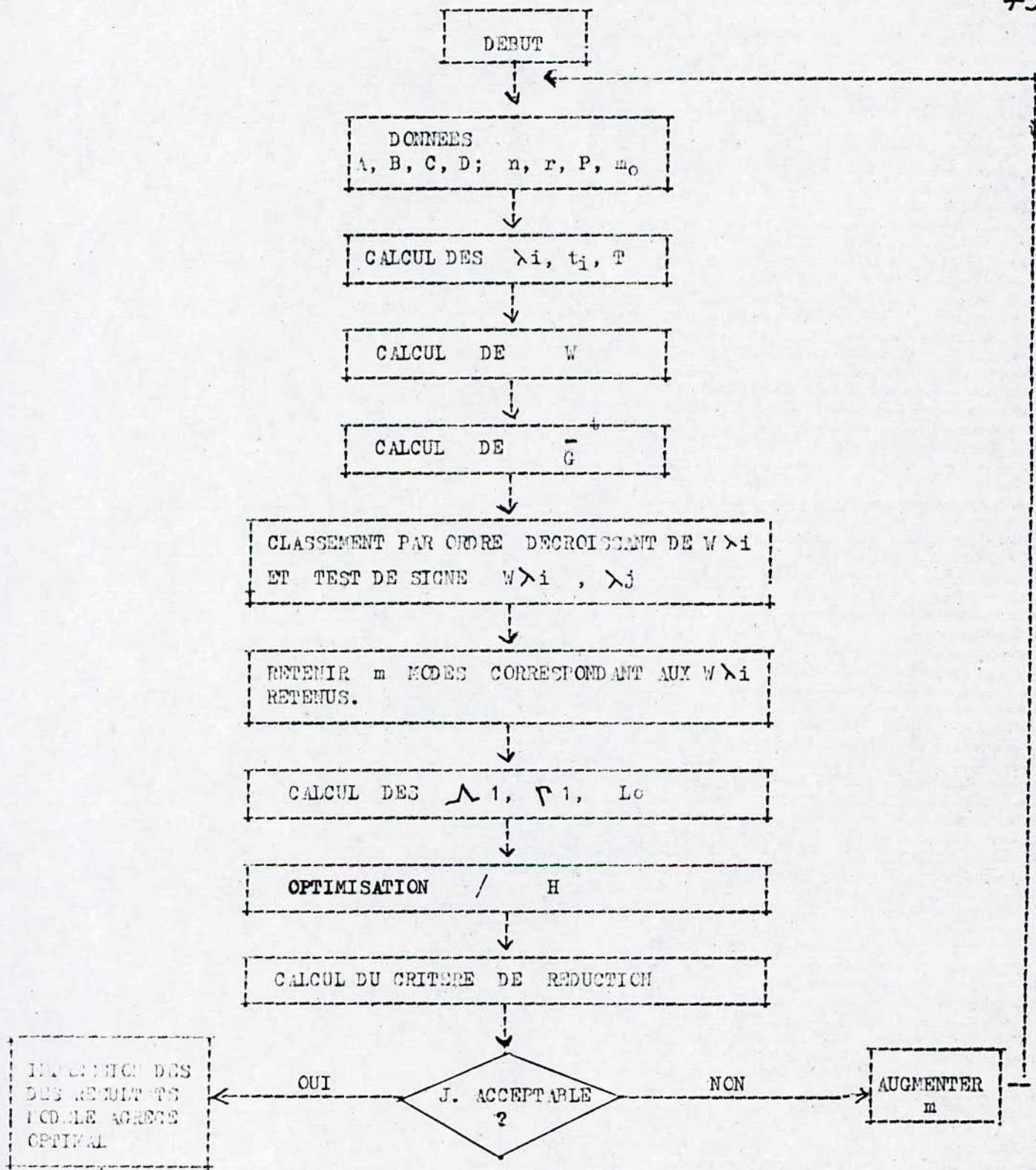
Si :

$W \lambda_i \lambda_j > 0 \implies$ même signe \implies classement initial inchangé.

$W \lambda_i \lambda_j < 0 \implies$ signe opposé \implies λ_i, λ_j éliminés du classement.

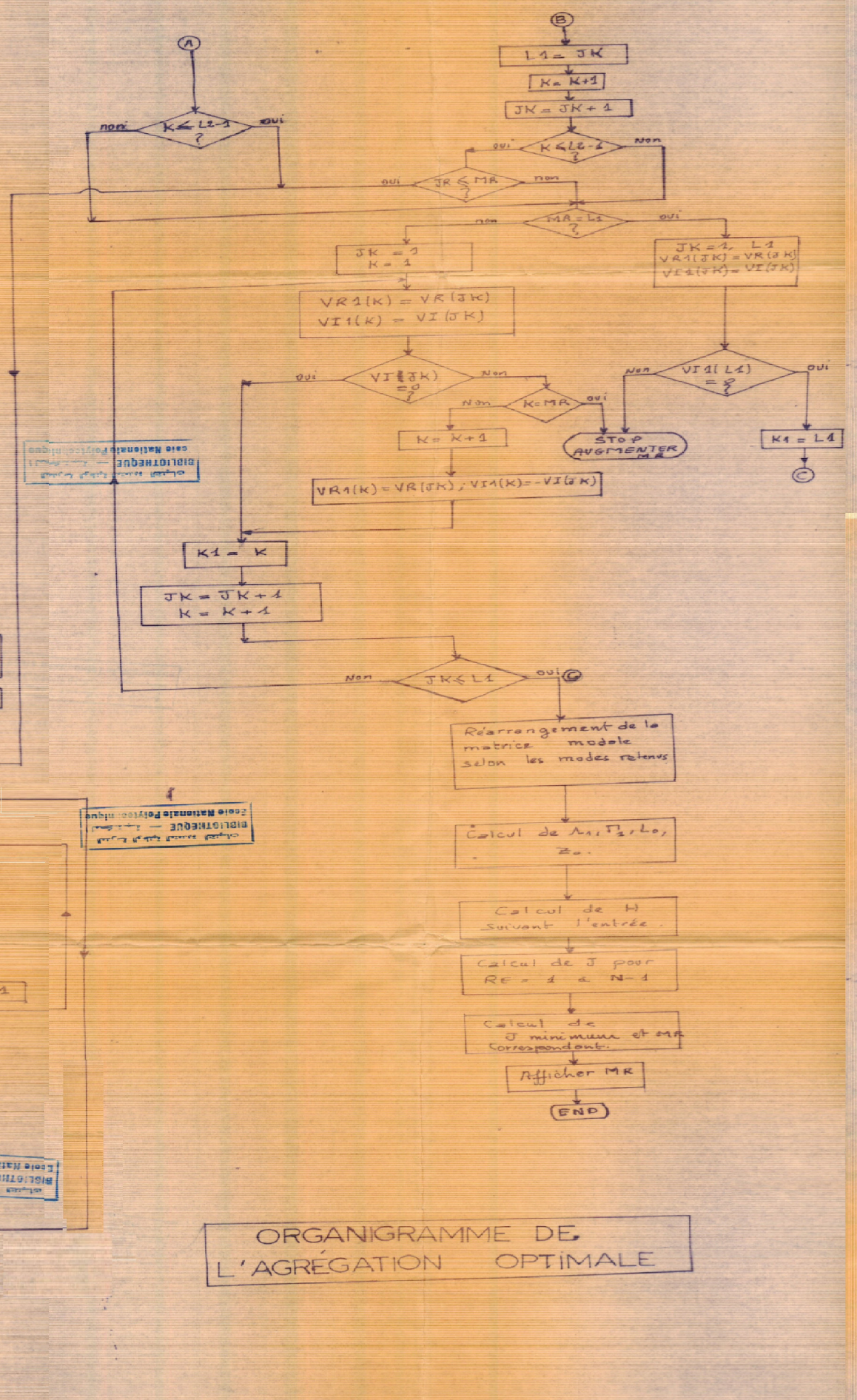
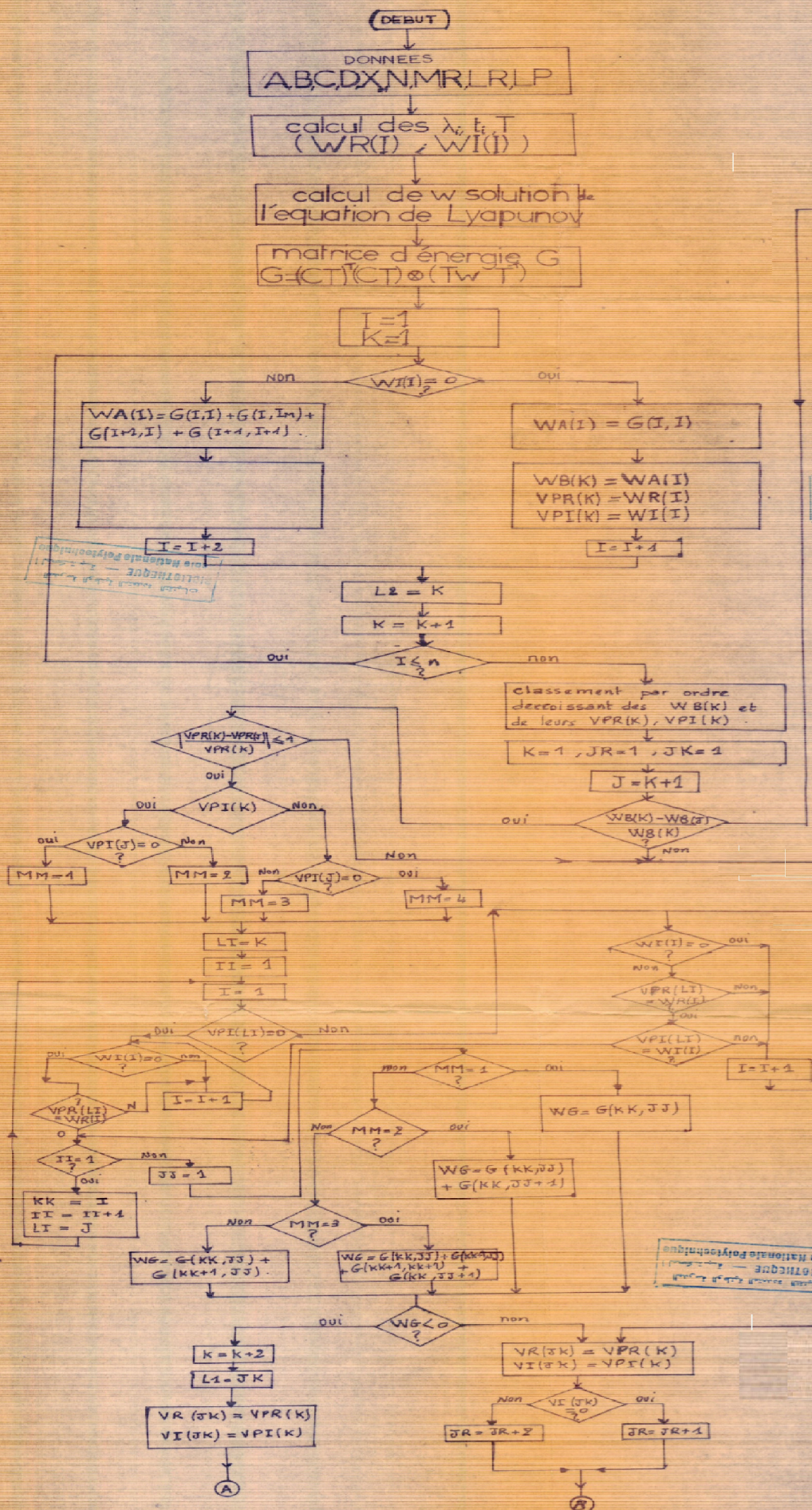
- 8) - Pour fixer " m ", il suffit d'utiliser un test d'arrêt du type $W \lambda_i \gg W \lambda_j$ avec λ_i, λ_j deux modes classés en fonction de m et m + 1.

- 9) - Retenir dans la méthode agrégée les m premiers modes du classement obtenu précédemment.
- 10) - Réarrangement des colonnes de T (matrice modale) selon les modes retenus pour le modèle réduit agrégé.
- 11) - Calcul de F, G, Lo, Zo.
- 12) - Optimisation par rapport à H.
- 13) - Calcul du critère de réduction J.
(Suivant que le J est acceptable ou non, augmenter m).



(FIG.)

- SCHEMA FONCTIONNEL DE L'AGREGATION OPTIMALE -



ORGANIGRAMME DE L'AGRÉGATION OPTIMALE

• CONCLUSION :

Après avoir rappelé les principes de l'agrégation linéaire définis par M. AOKI, les expressions générales d'une matrice d'agrégation et du modèle correspondant ont été établies.

La structure obtenue pour la matrice d'agrégation permet alors de montrer que la plupart des modèles réduits classiques conservant les modes dominants sont des cas particulier de modèles agrégés.

La synthèse de ces modèles réduits se trouve ainsi considérablement simplifiée. En effet, le calcul d'un modèle agrégé ne nécessite que la connaissance des vecteurs propres associés aux valeurs propres retenues dans l'agrégation, alors que les expressions classiques de ces modèles utilisent la matrice modale complète.

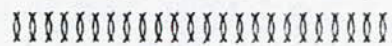
L'existence de paramètres arbitraires dans la matrice d'agrégation permet d'imposer des contraintes sur le modèle agrégé, et la minimisation d'un critère quadratique fonction de l'erreur de réduction fournit un modèle agrégé optimal pour divers types d'entrées déterministes ou stochastiques.

Comme on vient de le voir, l'utilisation d'un modèle agrégé simplifie considérablement la synthèse d'une loi de commande sous optimale.

DECOMPOSITION - STATIQUE



CHAPITRE V



V.1: - INTRODUCTION :

La décentralisation du problème est développée en deux étapes (4, 2):

- Le problème dans son ensemble (fonctions objectives et contraintes) est transformé en une forme de deux ou plusieurs niveaux, avec des objectifs séparés et distincts pour chaque niveau.
- Les parties de l'objectif du premier niveau au problème, n'ayant pas de relation avec d'autres parties sont unis à part, formant ainsi une décomposition du problème du premier niveau.

Il existe un grand nombre de méthodes pour transformer un problème d'optimisation avec contraintes, en système multidimensionnel; se sont toutes des combinaisons de deux différentes approches qui sont appelées :

- Méthode de coordination du modèle
- Méthode de coordination du critère.

Dans ce chapitre, nous allons donner un aperçu sur les deux méthodes précédentes.

V.2: - DEFINITION DU PROBLEME :

Le système complexe étudié est divisé en N sous-systèmes du type donné (4) en Fig. 1.

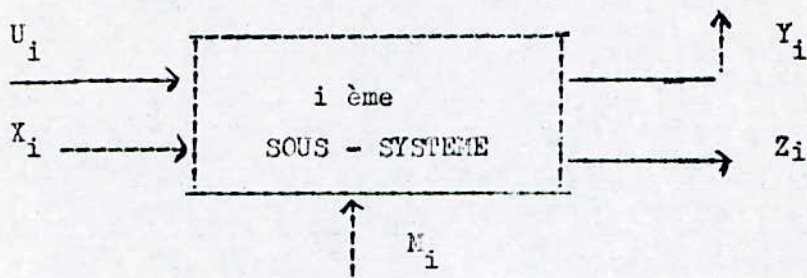


Fig. 1.

Avec :

- U_i : - Entrées entre le système global et le i ème sous-système
- X_i : - Entrées intermédiaires fournies par les autres sous-systèmes.
- M_i : - Variables de commande pour le i ème sous-système.
- Y_i : - Sorties, entre le sous-système et le système global.
- Z_i : - Sorties du sous-système i qui sont des entrées pour les autres sous-systèmes.

$U_i, X_i, M_i, Z_i, Y_i,$ sont de dimension respective :

$${}^{m_{ui}}, {}^{m_{xi}}, {}^{m_{mi}}, {}^{m_{zi}}, {}^{m_{yi}}.$$

Ce système est décrit par le système d'équations :

$$Z_i = T_i (M_i, X_i) \quad (5. 1. 1)$$

$$Y_i = S_i (M_i, X_i) \quad (5. 1. 2)$$

T_i, S_i fonctions de dimension respective : m_{zi} et m_{yi}

L'interconnection entre les sous-systèmes est représentée par :

$$X_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} Z_j \quad i = 1 \text{ à } N \quad (5.1.3)$$

C_{ij} : matrice d'interconnection avec m_{xi} lignes et m_{zj} colonnes, qui assure le couplage linéaire entre les sous-systèmes i et j (4) (1).

La fonction objective du système initial est supposée avoir une forme "séparable, additive".

$$F = \sum_{i=1}^N f_i (M_i, X_i) \quad (5.1.4)$$

Nous ne tiendrons pas compte des contraintes d'inégalités dans notre cas.

L'objectif est d'optimiser l'équation (5.1.4) sous les contraintes d'égalités (5.1.1) et (5.1.2). A ce problème d'optimisation, on associe le Lagrangien :

$$L = \sum_{i=1}^N f_i (M_i, X_i) + \sum_{i=1}^N u_i^T (T_i - Z_i) + \sum_{i=1}^N S_i^T (X_i - \sum_{j=1}^N C_{ij} Z_j) \quad (5.1.5)$$

u_i, β_i , vecteurs de dimensions respectives m_{zi} et m_{xi} , sont les vecteurs multiplicateurs de Lagrange, introduit pour prendre en compte les contraintes d'égalités.

Si nous supposons que les contraintes d'égalités sont indépendantes et les fonctions f_i et T_i ($i = 1$ à N) sont continues et continuellement dérivables, alors la solution optimale doit satisfaire les conditions de stationnarités du Lagrangien :

$$i = 1 \text{ à } N \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial X_i} = \frac{\partial f_i}{\partial X_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i} \right)^T U_i + \beta_i = 0 \end{array} \right. \quad 5.1.6$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial M_i} = \frac{\partial f_i}{\partial M_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i} \right)^T \mu_i = 0 \end{array} \right\} \quad 5.1.7.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial Z_i} = \mu_i - \sum_{j=1}^N C_{ji}^T \beta_j = 0 \end{array} \right\} \quad 5.1.8.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \mu_i} = T_i - Z_i = 0 \end{array} \right\} \quad 5.1.9.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \beta_i} = X_i - \sum_{j=1}^N C_{ij} Z_j = 0 \end{array} \right\} \quad 5.1.10.$$

Avec $\frac{\partial f_i}{\partial X_i}$, $\frac{\partial f_i}{\partial M_i}$ les dérivées partielles de f_i

et $\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i} \right)$; $\left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i} \right)$ représentent les dérivées partielles de fonctions vectorielles :

$$\left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_i^1}{\partial X_i^1} & \dots & \frac{\partial T_i^1}{\partial X_i^{mxi}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_i^{mzi}}{\partial X_i^1} & \dots & \frac{\partial T_i^{mzi}}{\partial X_i^{mxi}} \end{bmatrix} \quad \left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_i^1}{\partial M_i^1} & \dots & \frac{\partial T_i^1}{\partial M_i^{nmi}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial T_i}{\partial M_i^1} & \dots & \frac{\partial T_i^{mzi}}{\partial M_i^{nmi}} \end{bmatrix}$$

METHODES DE DECOMPOSITION - COORDINATION

V.2: - METHODE DE COORDINATION DU MODELE :

Dans la méthode du modèle, la variable Z_j , fixée au niveau haut, est choisie comme variable de coordination.

Au niveau bas, le Lagrangien du système s'écrit :

$$L = \sum_{i=1}^r L_i(B, \alpha) = \sum_{i=1}^n (f_i(M_i, X_i) + \mu_i^T (T_i - Z_i) + \rho_i^T (X_i - \sum_{j=1}^N C_{ij} Z_j)) \quad (5.2.1)$$

avec $(B_i^T = (X_i^T, M_i^T, \mu_i^T, \rho_i^T)) ; \quad \alpha = Z)$

La forme de L_i montre le i-ème sous problème est définie par le système :

$$i = 1 \text{ à } N \quad \left\{ \begin{array}{l} \max f_i (M_i, X_i) \\ Z_i = T_i (M_i, X_i) \\ X_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j \end{array} \right. \quad (5.2.2)$$

Pour $Z_j \quad (j = 1 \text{ à } N)$

Avec : X_i : -Entrées intermédiaires de dimension m_{X_i}

M_i : -Variables de commande du i-ème sous-système, de dimension m_{M_i}

Z_i : -Sorties du sous-système i qui sont des entrées pour un autre sous-système, de dimension m_{Z_i}

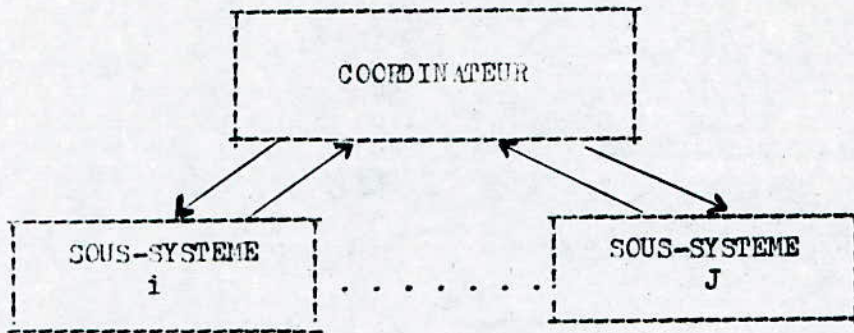
T_i : -Fonction de dimension m_{Z_i} .

- μ, ρ multiplicateurs de Lagrange.

- Z_i, X_i variables indirectement fixées par le modèle

- Contraintes du modèle et contraintes d'interactions sont toujours satisfaites.

- L'information de transfert entre les deux niveaux est sérieusement limitée, la figure 2 illustre ça.



- Fig. 2 -

au second niveau, nous avons :

$$L_z (\mu, \rho) = 0 \quad (5.2.3)$$

Ce qui implique que μ et ρ se trouvent nécessairement à ce niveau.

Au niveau local, les équations $L_x = 0$; $L_{\rho} = 0$; $L_{\rho} = 0$; $L_{\mu} = 0$
sont satisfaites dans le but de résoudre le problème (5.2.3)

Nous avons aussi :

$$dL = L_z^T dz \quad (5.2.4)$$

Nous voulons maximiser L par rapport à Z

pour que dL soit positive, nous choisissons :

$$dz = K L_z \quad K > 0$$

qui devient après discrétisation

$$z(t+1) = z(t) + K L_z(t) \quad (5.2.5)$$

Ceci est l'algorithme du gradient pour la méthode du modèle
donné dans la Figure 3.

D'un point de vue analytique, le premier niveau traité, le système d'équations (5.1.6), (5.1.7), (5.1.8), (5.1.9), (5.1.10) pour $i = 1$ à N , pour le calcul X_i , M_i , μ_i , β_i

- CONDITION D'APPLICABILITE DE LA METHODE DU MODELE :

X_i peut être facilement trouvé. Pour une autre variable, il est nécessaire de distinguer entre les différents cas dépendant du nombre de composants des autres vecteurs.

a) - Cas ou $m_{pi} < m_{zi}$

Dans ce cas, le nombre de composants de M_i est inférieur du nombre de composants de Z_i

L'équation $\frac{dL}{d\mu_i} = T_i - Z_i = 0$ est un système à m_{zi}

équations non linéaires et m_{pi} inconnues.

Le système n'admet pas de solution, et la méthode de coordination du modèle n'est pas valable.

Pour résoudre ce problème, il est nécessaire d'utiliser d'autre technique de décomposition.

b) - Cas ou $m_{zi} = m_{pi} = m$

L'équation $\frac{dL}{d\mu_i} = 0$, est un système à m équations linéaires

admet soit :

- 1) - Zéro solution
- 2) - Une solution
- 3) - Plusieurs solutions.

Pour que le système soit résolu, il faut que ces équations aient au moins une solution pour M_i avec Z_i et X_i données. Ceci est une condition nécessaire, c'est-à-dire dans chaque système il doit y avoir une variable de commande disponible, pour satisfaire les contraintes du modèle.

Dans le cas où ceci est réalisable, pour Z_i donné, nous pouvons déterminer à partir du système d'équations (5.1.10) et (5.1.9) ce qui revient à dire que dans ce cas, nous avons un problème d'optimisation non global. C'est-à-dire que le i ème sous-système n'est pas optimisable; de là nous remarquons que la méthode n'est pas valable.

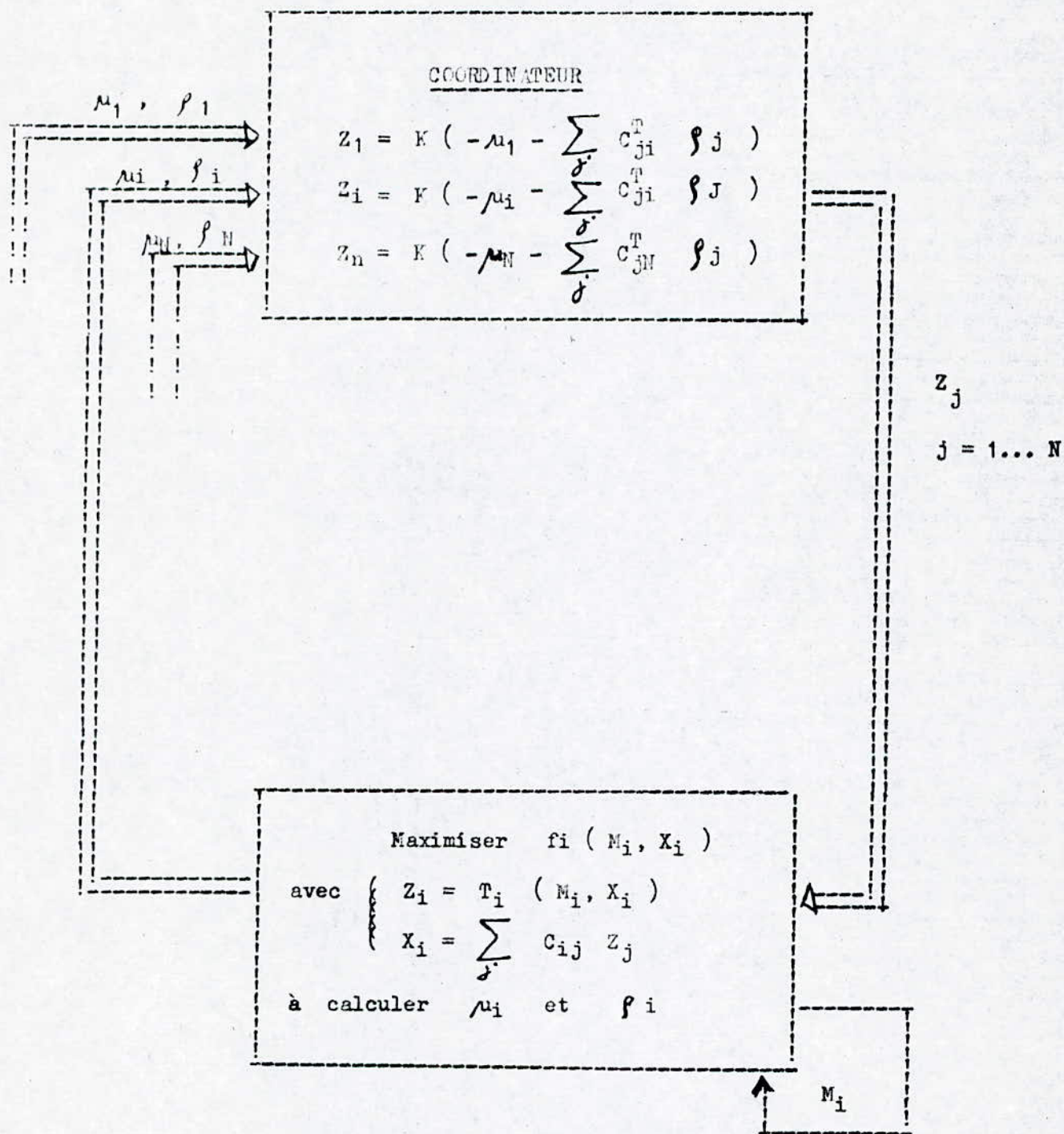
c) - Cas ou : $m_{zi} < m_{M_i}$

Dans ce cas, nous avons $(m_{x_i} + m_{z_i})$ contraintes d'égalité et $(m_{M_i} + m_{x_i})$ variables indépendantes, puisque m_{M_i} est supérieur à m_{z_i} , nous avons un problème d'optimisation.

Pour un Z_j donné (par le niveau haut), l'équation (5.1.10) nous donne X_i et les équations (5.1.10) plus (5.1.7) nous permettent de calculer μ_i et M_i .

Connaissant M_i , X_i , μ_i , on peut résoudre l'équation (4.1.6) qui nous donne f_i facilement.

Après avoir vu les différents cas, nous constatons que la méthode de coordination du modèle n'est pas toujours applicable pour n'importe quel système, mais seulement dans le cas où $m_{M_i} > m_{z_i} \quad \forall i = 1 \dots N$.



- Fig. 3 -

V.3: - METHODE DE DECOMPOSITION DU CRITERE :

La deuxième méthode de décomposition statique est la méthode de coordination du critère. Cette méthode est caractérisée par les paramètres λ_j ($j = 1, \dots, N$) multiplicateurs de Lagrange, considérés comme variables de coordination. Ces variables sont fixées au niveau haut (second niveau), par conséquent constituent les données pour le niveau bas (premier niveau) (4 ;)

Pour un λ_i donné, fixé, nous associons le terme $\lambda_i^T X_i$ dans l'expression du Lagrangien, et répartissons le terme $\lambda_i^T \sum_j C_{ij} Z_j$ entre tous les autres sous-systèmes :

$$\sum_i \lambda_i^T \sum_j C_{ij} Z_j = \sum_i \sum_j \lambda_i^T C_{ji} Z_i$$

et

$$L = \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{i=1}^N (f_i (M_i, X_i) + \mu_i^T (T_i - Z_i) + \lambda_i^T X_i - \sum_{j=1}^N \lambda_j^T C_{ji} Z_i)$$

$$= \sum_{i=1}^N L_i (\beta_i, \alpha) \quad (5.3.1)$$

avec $\beta_i = ((X_i^T, M_i^T, Z_i^T, u_i^T) ; \alpha = \lambda)$

La fonction L prend une forme "séparable" et n'importe quel sous-système problème au 1er niveau est défini par le Lagrangien L_i associé au sous-problème N° i :

$$\max (f_i (M_i, X_i) + \lambda_i^T X_i - \sum_j \lambda_j^T C_{ji} Z_j) \quad (5.3.2)$$

avec $Z_i = T_i (M_i, X_i)$ pour i donné ($i = 1, \dots, N$).

Nous pouvons voir que le critère est considérablement modifié. Pour cette raison, la méthode est appelée "méthode de coordination du critère".

$$\sum_{i=1}^N \Delta f_i = \lambda_i^T (X_i - \sum_j C_{ij} Z_j) = 0 \quad (5.3.3)$$

variations de f_i nulles.

soient $X_i^*(\rho)$, $Z_i^*(\rho)$, $M_i^*(\rho)$ les solutions de ce sous-problème (sous-problème i).

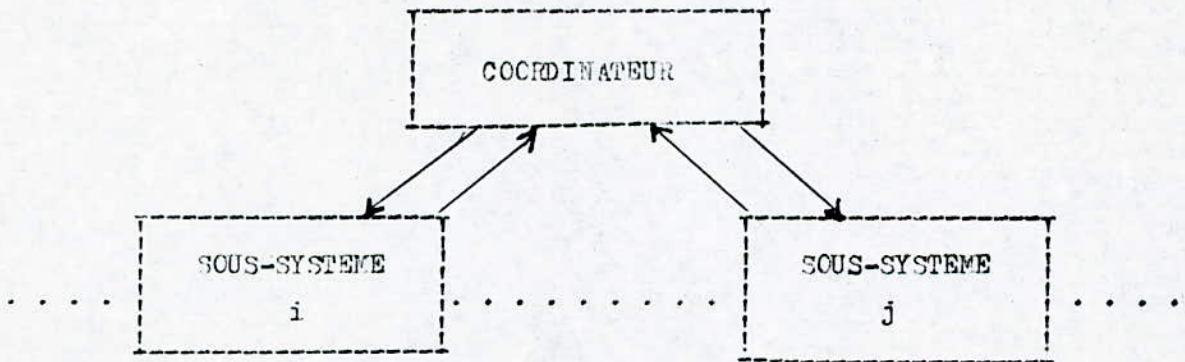
L'ensemble de ces solutions, pour $i = 1$ à N , nous permet d'évaluer ϵ_i :

$$X_i^*(\rho) - \sum_{j=1} C_{ij} Z_j^*(\rho) = \epsilon_i \quad (5.3.4)$$

deux possibilités se présentent :

- a) - $\forall i \quad \epsilon_i = 0 \quad \forall i$ nous avons une solution globale.
 b) - $\exists i \quad \epsilon_i \neq 0 \quad \forall i$ la contrainte d'interconnexion est non satisfaite.

Dans le but de satisfaire les contraintes (5.3.4), le passage au second niveau est nécessaire en prenant en compte le résultat du premier niveau. Le transfert d'information essentielle est schématisée dans la Figure 4.



- Fig. 4 -

Du point de vue analytique, le premier niveau résout le système d'équations (5.1.8. - 5.1.9. - 5.1.10) pour un ρ donné au second niveau. L'équation (5.1.10) nous permet de fixer ρ . Cependant ρ apparaît explicitement dans ces équations, d'où il est nécessaire d'introduire un algorithme de coordination itérative.

De l'équation (5.2.1) (cf. V.2) nous avons :

$$dL = \sum_i (L \vartheta_i^T d_i + Lz_i^T dz_i + Lx_i^T dx_i + Lm_i^T dm_i + L\mu_i^T d\mu_i) \quad (5.3.5)$$

Connaissant le rôle du premier niveau, nous avons :

$$Lz_i = 0 ; \quad Lm_i = 0 ; \quad Lx_i = 0 ; \quad L\mu_i = 0$$

L'équation (5.3.5) se réduit à : $dL = \sum_i L \vartheta_i^T d\vartheta_i$.

Choisissons : $d\vartheta_i = -K L \vartheta_i$ avec $K > 0$ (5.3.6)

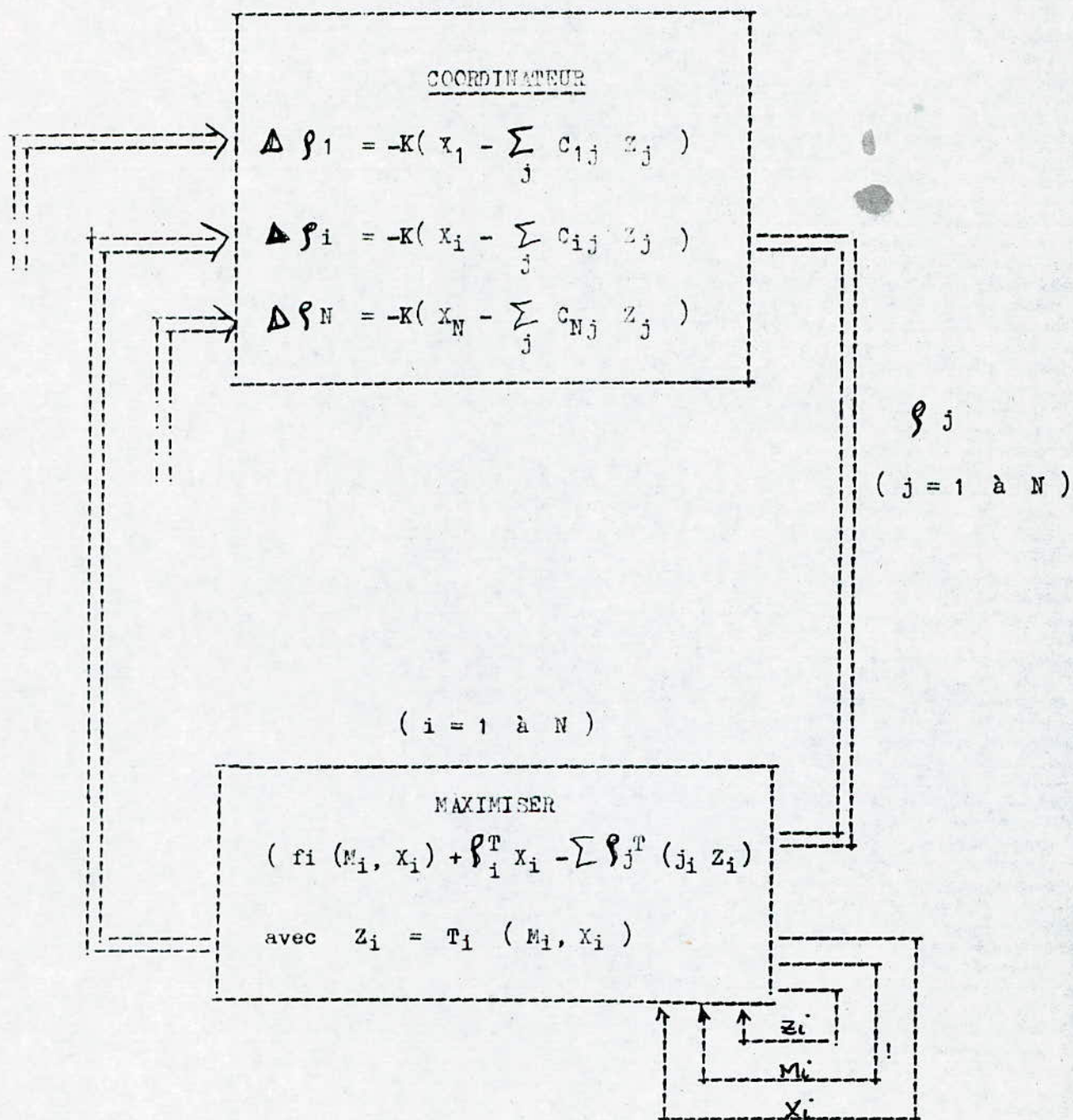
Nous avons : $dL < 0$

condition nécessaire qui s'accorde avec les hypothèses correspondantes au degré élevé de L, qui donne un maximum ou un minimum pour ϑ et μ

L'équation (5.3.6) nous donne, après discrétisation :

$$\vartheta_i (t+1) = \vartheta_i (t) - K \vartheta_i (t)$$

qui est l'algorithme du gradient pour la méthode de coordination du critère.



- Fig. 5 -

DECOMPOSITION - COORDINATION

DEBUT

DONNEES: $n, C, T, F, R_0, Z_0, MX, MZ, MY, MM$

METHODE DU CRITERE

NON

Calculer $MM > MZ_c$

OUI

METHODE DU-MODELE

$t = 1$

$i = 1$

Calcul de μ_i :
$$\mu_i = - \sum_{j=1}^n (C_{ij})^T f_j$$

Calcul de X_i :
Résolution du système
$$\frac{\partial f_i}{\partial X_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i}\right)^T \mu_i + f_i = 0$$

Calcul de M_i :
Résolution du système
$$\frac{\partial f_i}{\partial M_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i}\right)^T \mu_i = 0$$

Calcul du vecteur Z_i :
$$Z_i = T_i(X_i, M_i)$$

$i = i + 1$

$i = n$

Calcul du vecteur erreur:
$$E_i = X_i(P) - \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j(P)$$

$E = 0$

$t = t + 1$

$P_c(t+1) = P_c(t) - K E_c$

$i = 1, \dots, n$
Solution optimale atteinte: X_i, M_i, Z_i

END

$t = 1$

$i = 1$

Calcul de X_i :
$$X_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j$$

Calcul de M_i :
$$Z_i = T_i(M_i, X_i)$$

Calcul de μ_i :
Résolution du système
$$\frac{\partial f_i}{\partial M_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i}\right)^T \mu_i = 0$$

Calcul de f_i :
$$f_i = - \frac{\partial f_i}{\partial X_i} - \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i}\right)^T \mu_i$$

$i = n$

Calcul du vecteur erreur:
$$E_c = - \mu_c - \sum_{j=1}^n C_{ij}^T f_j$$

$E = 0$

$Z_c(t+1) = Z_c(t) + K E_c$

$t = t + 1$

$i = 1, \dots, n$
Solution optimale atteinte: t, X_i, M_i, Z_i

END

المركز الوطني للتكنولوجيا
BIBLIOTHÈQUE — المكتبة
École Nationale Polytechnique

المركز الوطني للتكنولوجيا
BIBLIOTHÈQUE — المكتبة
École Nationale Polytechnique

V.5 : - SYNTHÈSE DES DEUX MÉTHODES :

D'après ce que nous avons vu; on remarque que la méthode du critère est toujours applicable. Cette généralité est compensée, en ayant à résoudre des sous-problèmes plus complexes.

La méthode du modèle est seulement applicable sous certaines conditions. Elle conduit des simplifications et une exécution facile. Cette méthode (du modèle) est utilisée pour satisfaire les contraintes d'interactions à tout instant sous la condition $m_{zi} = m_{pi}$.

Alors que la méthode du critère nous permet un grand choix pour la décomposition (4), elle est applicable sans aucune condition sur m_{zi} et m_{pi} .

Le tableau regroupe les résultats essentiels sur les deux méthodes.

METHODE DE COORDINATION DU CRITERE	METHODE DE COORDINATION DU MODELE
<p>- <u>Plan de condition</u> sur :</p> $m_{X_i}, m_{z_i}, m_{M_i}$	<p>1) Si $m_{M_i} < m_{z_i}$ la méthode n'est pas valable.</p>
<p>- <u>METHODE ANALYTIQUE</u> :</p> <p>Solution d'un système à $(M_{X_i} - M_{X_i})$ équations non linéaires, à plusieurs variables.</p>	<p>2) Si $m_{M_i} = m_{z_i} = m$, il n'y a pas de problème d'optimisation au niveau bas.</p>
<p>- <u>OPTIMISATION LOCALE</u> :</p> <p>(Toujours possible)</p> <p>Problèmes à $(m_{X_i} + m_{M_i} + m_{z_i})$ variables et m_{z_i} contraintes</p> $\text{Max } (f_i (M_i, X_i) + \beta_i^T X_i - \sum_j \beta_i^T C_{ji} Z_i)$ <p>Sans les contraintes :</p> $Z_i = T_i (M_i, X_i)$	<p>- <u>CONDITION</u> :</p> <p>Il est nécessaire que $Z_i = T_i (M_i, X_i)$ a au moins une solution M_i pour Z_i X_i données.</p> <p>Ainsi, nous avons à résoudre un système d'équations à m variables, on doit aussi calculer u_i et β_i</p>
	<p>3) Si $m_{M_i} > m_{z_i}$:</p> <p>Le sous-problème est un problème d'optimisation, deux solutions possibles.</p>
	<p>- <u>OPTIMISATION LOCALE</u> :</p> <p>max $f_i (M_i, X_i)$ avec :</p> $Z_i = T_i (M_i, X_i)$ $X_i = \sum_j C_{ij} Z_j$ <p>+ calcul de u_i et β_i</p>

EXTENSION DES DEUX METHODES AU CAS DU COUPLAGE NON LINEAIRE :

Le couplage non linéaire entre les sous-systèmes, introduit une modification des contraintes de couplage de la forme :

$$\begin{aligned} X_i &= H_i (Z_j) & i = 1 \text{ à } N \\ &= H_i (Z_1, \dots, Z_N) & j = 1 \text{ à } N \end{aligned}$$

Ce qui veut dire que le couplage N.L modifie les conditions de stationnarité du Lagrangien qui deviennent :

$$L_{X_i} = 0 = \frac{\partial f_i}{\partial X_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial X_i} \right)^T u_i + \xi_i \quad (5.2.6)'$$

$$L_{M_i} = 0 = \frac{\partial f_i}{\partial M_i} + \left(\frac{\partial T_i}{\partial M_i} \right)^T u_i \quad (5.2.7)'$$

$$L_{Z_i} = 0 = u_i - \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial H_i}{\partial Z_i} \right)^T \xi_j \quad (5.2.8)'$$

$$L_{u_i} = 0 = T_i - Z_i \quad (5.2.9)'$$

$$L_{\xi_i} = 0 = X_i - H_i (Z_j) \quad (5.2.10)'$$

Ainsi, le Lagrangien devient :

$$L = \sum_{i=1}^n f_i (M_i, X_i) + \sum_{i=1}^n u_i^T (T_i - Z_i) + \xi_i^T (X_i - H_i (Z_1 \dots Z_n))$$

Les avantages d'avoir un couplage non linéaire sont :

- La limitation du nombre des sous-systèmes
- La possibilité de faire des transformations (de coordination) sur les entrées - sorties de quelques sous-systèmes dans le but de simplifier le traitement du problème.

CAS DE LA METHODE DU CRITERE :

- La répartition du travail est :

- 1er Niveau : Les équations (5.2.6)' à (5.2.10)'
- 2ème Niveau : L'équation (5.2.10) $i = 1$ à N .

REMARQUE :

Le terme $\frac{\delta H_1}{\delta Z_i}$ (de l'équation (5.2.8)') est seulement une fonction de Z_i qui impose à H_1 la forme :

$$H_j (Z_1, \dots, Z_N) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{ji} (Z_i) \quad (5.2.11)'$$

CAS DE LA METHODE DU MODELE :

Dans ce cas, l'équation (5.2.8)' est traitée au premier niveau pour un Z donné; la distribution des équations entre les sous-systèmes se fait sans aucune condition de plus.

EXTENSION AU CAS DES CONTRAINTES D'INEQUALITES :

Nous considérons le problème précédent, auquel nous ajoutons des contraintes d'inégalités pour tous les sous-systèmes.

Nous aurons :

$$\max \sum_{i=1}^n f_i (X_i, M_i)$$

$$\text{avec : } \left(\begin{array}{l} Z_i = T_i (X_i, M_i) \\ X_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j \\ h_i (X_i, M_i, Z_i) \leq 0 \end{array} \right) \quad i = 1 \text{ à } N.$$

Le Lagrangien correspondant :

$$L = \sum_{i=1}^n f_i (X_i, M_i) + \sum_{i=1}^n u_i^T (T_i - Z_i) + \sum_{i=1}^n \rho_i^T (X_i - \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j) \\ + \sum_{i=1}^n \gamma_i^T h_i (X_i, M_i, Z_i)$$

où ρ_i multiplicateurs de Lagrange, et γ_i multiplicateur de Kuhn-Tucker.

((CONCLUSION

Après avoir vu les différentes méthodes de décomposition - coordination statique, nous dirons que la méthode de coordination du critère est utilisée pour traiter les problèmes non linéaires à couplage par variable d'état. Ceci pour sa grande simplicité, car cette méthode ne nécessite aucune condition d'application; tandis que la méthode du modèle n'est applicable que si la condition $m_{M_i} > m_{z_i}$ est satisfaite.

- m_{M_i} : Nombre de composantes du vecteur de commande M_i .
- m_{z_i} : Nombre de composantes du vecteur de sortie de couplage Z_i .

De là, nous dirons que la méthode du critère a un large domaine d'application par rapport à celle du modèle.

Nous avons appliqué l'algorithme du gradient pour les deux méthodes. Cette algorithme est asymptotiquement stable.

Comme interprétation économique, la méthode du modèle est analogue à une planification économique des entreprises, la méthode du critère correspond à l'économie des entreprises, où le coordinateur est considéré comme (le marché).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = H x(t) + B U(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} ; x \in \mathbb{R}^4, y \in \mathbb{R}^1, u \in \mathbb{R}^1$$

C'est un système dynamique linéaire continue, complètement commandable et observable.

Ses matrices d'évolution, de commande et d'observation, sont données par :
A, B, et C. (Voir Listing).

Les variables d'état du système sont :

x_1 : - Tension de commande intégrée

x_2 : - Paramètre interne du régulateur.

x_3 : - Ecart en tension à l'entrée du régulateur en courant.

x_4 : - Tension de sortie du pont à thyristors

i : - Courant dans l'induit du moteur.

v : - Vitesse de rotation du moteur (en rd/s)

La sortie y du système représente la vitesse du moteur (rd / s) et u est l'entrée du système, qui représente la tension de commande du pont.

```

*****
***** * *****
***** * AGREGATION OPTIMALE * *****
***** * *****
*****

```

```

*****
DIMENSION DU SYSTEME INITIAL      : N = 4
DIMENSION DU MODELE REDUIT        : MR
NOMBRE DE COMMANDES DU SYSTEME    : LR = 1
NOMBRE DE SORTIES DU SYSTEME      : LP = 1
*****

```

```

*****
ECRITURE DES MATRICES DU SYSTEME INITIAL
*****

```

```

*****+ MATRICE D'EVOLUTION DU SYSTEME REEL: A *****

```

```

  1   3   4  -2
  0   2   1   0
-1   0   6  -3
  0   1   0   1

```

```

*****+ MATRICE DE COMMANDE DU SYSTEME REEL: B *****

```

```

  1
-1
  2
  1

```

```

*****+ MATRICE D'OBSERVATION DU SYSTEME REEL: C *****

```

```

  0
  0
  0
  1

```

```

*****+ MATRICE DE TRANSMISSION DIRECTE : D *****

```

```

  0

```

***** MATRICE MODALE DU SYSTEME REEL : Z1 *****

```

9.203353
  -3330.758
    -5.460363
      3.454729
1.943889
  -932.6455
    2.519766
      -1.815341
9.024204
  -1266.204
    -3.732709
      3.201849
-5   -5   -5   5

```

++ VECTEUR CONTENANT LES PARTIES REELLES DES VALEURS PROPRES: WR ++

```

WR( 1 )= 6.642345
WR( 2 )= 3.357648
WR( 3 )= .5186287
WR( 4 )= .5186287

```

++VECTEUR CONTENANT LES PARTIES IMAGINAIRES DES VALEURS PROPRES:WI++

```

WI( 1 )= 0
WI( 2 )= 0
WI( 3 )= .2362274
WI( 4 )=-.2362274

```

***** VECTEUR CONDITION INITIALE DU SYSTEME REEL : X0 *****

```

0
0
0
0

```

***** PRECISION : EPS = 1.E-06 *****

 ***** RESOLUTION DES CALCULS *****

 ***** MATRICE SOLUTION DE LYAPUNOV :W *****

-1.364592
 .8928861
 -1.154002
 -1.40097
 .8928861
 -.6855295
 .871059
 .9761521
 -1.154002
 .871059
 -1.14713
 -1.242927
 -1.40097
 .9761521
 -1.242927
 -1.476152

 ***** MATRICE DES ENERGIES G *****

-7.246891E-02 -3.571427E-04 .1691537 8.602032E-02
 -3.571427E-04 -1.953998E-06 1.258718E-03 2.41467E-04
 .1691536 1.258717E-03 -2.084192 .254964
 8.602031E-02 2.414672E-04 .2549626 -.282927

 DIMENSION DU MODELE CHOISIE: MR= 3

+++++++ ENERGIES CLASSEES PAR ORDRE DECREISSANT ++++++

WB(1)=-1.953998E-06
 WB(2)=-7.246891E-02
 WB(3)=-1.857192

PARTIES REELLES DES MODES ASSOCIEES AUX ENERGIES

VPR(1)= 3.357648
 VPR(2)= 6.642345
 VPR(3)= .5186287

PARTIES IMAGINAIRES DES MODES ASSOCIEES AUX ENERGIES

VPI(1)= 0
 VPI(2)= 0
 VPI(3)= .2362274

***** VALEURS PROPRES RETENUES *****

VR1(1)= 3.357648
 VR1(2)= 6.642345

VI1(1)= 0
 VI1(2)= 0

***** MATRICE Z1 REARRANGEE SELON LES MODES RETENUS *****

-3330.758 9.203353 -5.460363 3.454729
 -932.6455 1.943889 2.519766 -1.815341
 -1266.204 9.024204 -3.732709 3.201849
 -5 -5 -5 5

***** MATRICE F *****

-4.281273E-04 -.001831 -6.424763E-04
 -.151653 -.1485488 .3380249
 -.9706641 1.100987 1.524968

***** MATRICE G *****

3.865214E-04
 7.434811E-02
 -.485517

 ***** MATRICE AGREGATION LO *****

-2.757484E-04 -4.537556E-04 1.523788E-04 -9.624342E-05
 -.0598696 2.680303E-02 9.178338E-02 -2.254601E-02
 -.5474961 1.175944 .423168 .3915873

+++++++ VECTEUR CONDITION INITIAL DU MODELE REDUIT ++++++

0

0

0

 ***** CALCUL DE H OPTIMALE *****

-10.49
 8.4075
 -.7568125

 ***** MATRICE K OPTIMALE /J *****

 -.791364

 ***** J CRITERE DE REDUCTION POUR ENTREE ECHELON *****

J = -.000209

6.1.4) - INTERPRETATION DES RESULTATS :

Les réponses à l'échelon du modèle réduit représentent une bonne approximation, par rapport à celles du système réel.

Nous avons défini les matrices : L, F, G, H, du modèle agrégé pour que l'approximation des sorties obtenues par $\hat{y}(t)$ soit optimale au sens d'un critère quadratique de réduction J.

La dimension obtenue du modèle agrégé est : $m = 3$

Elle correspond au critère de réduction le plus faible : $J = 2.10^{-4}$

Notre système de dimension (4) a été réduit à un système de dimension inférieure (3), ce qui facilitera son étude.

D'après les résultats obtenus, la réduction par la méthode d'agrégation optimale élimine le problème de non linéarité par le choix de modes à retenir avant l'optimisation. L'existence d'une relation explicite entre l'état du système et celui de son modèle agrégé offre à cette méthode des propriétés remarquables, tant en modélisation, qu'en commande.

6.2) - DECOMPOSITION - COORDINATION : (4)

L'application a été traitée pour le cas d'une usine, où le coordonnateur est le marché.

Nous supposons une usine de fabrication constituée de plusieurs ateliers interconnectés entre eux.

Le but de notre travail est de minimiser le coût de production de cette usine, et suivant le marché, assurer l'équilibre entre l'offre et la demande.

On décompose l'usine en plusieurs ateliers, qu'on appellera sous-ensemble. L'objectif devra être atteint pour chaque atelier. La solution optimale de chaque sous ensemble n'est solution optimale du système global que s'il y a coordination entre les différents ateliers.

6.2.1) - INTERPRETATION ECONOMIQUE DES NOTIONS MATHÉMATIQUES UTILISÉES :

* N : Nombre d'ateliers.

* $f_i (X_i, n_i)$: Coût de production de chaque atelier.

* $\sum_{i=1}^n f_i (X_i, n_i)$: Coût global de production de l'usine.

Dans la méthode du critère, le sous-problème est donné par :

$$\mathcal{P} \text{ donné } \left\{ \begin{array}{l} \min (f_i (X_i, n_i) + \int i^T X_i - \sum_{j=1}^n \int j^T C_{ji} Z_j) \\ \text{sous les contraintes : } T_i (X_i, n_i) - Z_i = 0 \end{array} \right.$$

: Etant l'interprétation traditionnelle du prix,

Donc :

$\int i^T X_i$: Prix d'achat des matières premières du sous-système i .

$\sum_{i=1}^n \int_j^T C_{ji} Z_i$: Le prix de vente du produit fini Z_i du sous-système i .

Ainsi, la modification du critère peut être vue comme une balance financière globale au niveau des sous-systèmes, pour lesquels on essaie de minimiser les dépenses.

La quantité $\Delta p_i = X_i - \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_j$ représente la différence entre l'offre (Z) et la demande (X).

Si cette différence est positive, $\Delta p_i > 0$ le prix décroît, et inversement si $\Delta p_i < 0$ le prix augmente.

C'est précisément ce que le coordinateur du gradient utilise dans la relation

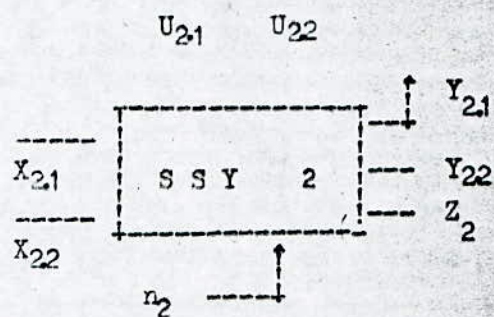
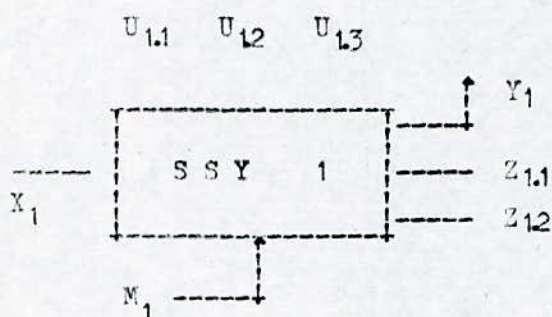
$$p_i(t+1) = p_i(t) - \Delta p_i.$$

6.22) - DECOMPOSITION - COORDINATION : EXEMPLE :

Soit une petite usine de fabrication d'appareils électriques, composée de deux ateliers, que nous appellerons sous-systèmes :

- Un atelier de fabrication des petits moteurs et des boîtiers nécessaires.
- Un atelier de montage et de finitions.

Le schéma suivant représente les deux ateliers, avec leurs différentes grandeurs :



$$U_1 = (U_{1.1}, U_{1.2}, U_{1.3})^T$$

$$U_2 = (U_{2.1}, U_{2.2})^T$$

Représente le personnel nécessaire pour chaque atelier.

$$X_1 =$$

$$X_2 = (X_{2.1}, X_{2.2})^T$$

Représente les matières premières nécessaires ou les produits finis provenant de l'autre atelier.

$$n_1 =$$

$$n_2 =$$

Représente le matériel nécessaire et les machines utilisées pour chaque atelier.

$$\begin{array}{l}
 Y_1 = \\
 Y_2 = (Y_{21} , Y_{22})^T \\
 \\
 Z_1 = (Z_{11} , Z_{12})^T \\
 Z_2 =
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \text{Produits finis, prêts à la vente} \\
 \text{pour chaque atelier.} \\
 \\
 \text{Produit intermédiaire} \\
 \text{de chaque atelier.}
 \end{array}$$

Le modèle mathématique (15) pris pour cette application est :

$$\begin{aligned}
 F(x) = & 0,4 U_1^2 + 0,17 U_2^2 + 0,22 n_1^2 + 1,8 n_2^2 + U_1 + \\
 & + 0,3 U_2 + n_1 + 0,7 n_2 .
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Forme =} \\
 \text{additive}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 1 = 0,4 U_1^2 + 0,22 n_1^2 + U_1 + n_1 \\
 2 = 0,17 U_2^2 + 0,3 U_2 + 1,8 n_2^2 + 0,7 n_2
 \end{array} \right.$$

La matrice totale des interconnections est :

$$C = \left(\begin{array}{ccc}
 0 & c & 0 \\
 0,9 & 0 & 0 \\
 0,5 & 0,7 & 0 \\
 1 & 0,8 & 0 \\
 0 & 0 & c \\
 0 & 0 & 0
 \end{array} \right)$$

- o $C_{11} = (1 \times 2) = (0 \ 0)$
- o $C_{12} = (1 \times 1) = 0,9$
- o $C_{21} = (2 \times 2) = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,7 \\ 1 & 0,8 \end{pmatrix}$
- o $C_{22} = (2 \times 2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Les contraintes sont :

$$\left\{ \begin{aligned} Z_{11} &= 0,1 U_1^2 + n_1^2 + U_1 + n_1 \\ Z_{12} &= 0,9 U_1^2 + 0,2 n_1^2 + U_2 + 0,8 n_2 \\ Z_2 &= 0,1 U_{21}^2 + 0,1 U_{22}^2 + 0,1 n_2^2 + 0,3 U_{21} + 0,42 n_2 \end{aligned} \right.$$

Le vecteur R_0 représentant les différents prix est en unité monétaire : (D.A).

$$R_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 22,5 \\ 75,3 \end{pmatrix}$$

Les produits finis considérés, sont :

- 1er Atelier : Les petits moteurs
- 2ème Atelier : Les ventilateurs, petits et grands formats.

$$\left\{ \begin{aligned} Y_1 &= 3,5 U_1^2 + 1,8 U_1 + 0,4 n_1^2 + 3,9 n_1 \\ Y_{21} &= 9,8 U_{21}^2 + 0,3 U_{21} + 4,1 n_2^2 \\ Y_{22} &= 6,3 U_{22}^2 + 1,7 U_{22} + 1,6 n_2 \end{aligned} \right.$$

```

*****
*****
***** DECOMPOSITION ET COORDINATION DES GRANDS SYSTEMES : *****
***** - METHODE DU CRITERE *****
***** - METHODE DU MODELE *****
*****
*****

```

NOMBRE DE SOUS SYSTEMES : N= 2

```

*****
***** ECRITURE DES MATRICES DU SYSTEME *****
*****

```

VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE D'ENTREES INTERMEDIAIRES: MX

1
2

```

*****
VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE DE SORTIES AGISSANT COMME ENTREES: MZ

```

2
1

```

*****
VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE DE VARIABLES DE CONTROLE :MM

```

1
1

```

*****
M1: SOMME DES ENTREES INTERMEDIAIRES MX
M1= 3

```

```

*****
M2: SOMME DES SORTIES MZ
M2= 3

```

```

*****
M3: SOMME DES VARIABLES DE CONTROLE MM
M3= 2

```

```

*****
MATRICE DES INTERCONNECTIONS C

```

```

0 0 0
.9 0 0
.5 .7 0
1 -.8 0
0 0 0
0 0 0

```

```

*****
MATRICES FORMEES PAR LES COEFFICIENTS DE LA FONCTION F(X):F1 ET F2

```

```

F1(I,J):
.4 0 0 0 0
0 .17 0 0 0
.22 0 0 0 0
0 1.8 0 0 0
0 0 .7 0 0

```

```

F2(I,J):
1 .3 1 .7 .8

```

```

*****
MATRICES FORMEES DES COEFFICIENTS DE LA FONCTION T(X):T1 ET T2

```

VECTEUR M1

2
3

MT= 7

T1(I,J):

.1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
.9	0	0	0	0	0	0
0	.2	0	0	0	0	0
.1	0	0	0	0	0	0
0	.1	0	0	0	0	0
0	0	.1	0	0	0	0

T2(I,J):

1 1 1 .8 .3 0 .42

VECTEUR FORME DES M1 VARIABLES DE COORDINATION R0(M1):CAS CRITERE

10
22.5
75.3

***** APPLICATION DE LA METHODE DU CRITERE *****

***** SOLUTION OPTIMALE OBTENUE *****

NOMBRE D'ITERATION T=5

SOUS SYSTEME I=1

=====

VECTEUR X DU SSY I:X(1):

=====

2.425

=====

VECTEUR M DU SSY I:M(1):

=====

.5672

=====

VECTEUR Z DU SSY I:Z(1):

=====

9.7831

3.6541

SOUS SYSTEME I=2

=====

VECTEUR X DU SSY I:X(2):

=====

1.5673
.7852

=====

VECTEUR M DU SSY I:M(2):

=====

.9311

=====

VECTEUR Z DU SSY I:Z(2):

=====

2.3241

=====

VECTEUR Y DU SSYST I :Y(1)

5.3245

=====

VECTEUR Y DU SSYST I:Y(2)

7.6732
4.5736

=====

6.2.2.) - INTERPRETATION DES RESULTATS :

L'exemple choisi, est un exemple académique, simple, dont les dimensions réduites font que l'algorithme converge en quelques itérations.

Les valeurs optimales de X_i , n_i , Z_i et R_0 permettent de déterminer la marche à suivre, pour réaliser l'objectif fixé au départ, soit minimiser le coût de la production sans certaines contraintes.

En calculant $Y_i = S_i (n_i, X_i)$, nous obtenons le nombre de pièces finies, prêtes à la vente, et ceci pour chaque atelier.

Des exemples réels, plus complexes, peuvent être utilisés, mais la convergence de l'algorithme se fera par un nombre d'itération plus grand, donc : un temps de calcul plus élevé, ce qui peut être très coûteux.

(C) ONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail est consacré à l'étude des méthodes d'analyse des systèmes multidimensionnels :

- L'Agrégation pour les systèmes linéaires
- La décomposition - coordination pour les systèmes non linéaires.

Un algorithme a été développé pour obtenir un modèle agrégé optimal.

La décomposition - coordination statique a fait l'objet de deux approches :


- Méthode de coordination du critère, toujours applicable, malgré la complexité des calculs. Cette méthode est utilisée dans les domaines économiques, en particulier la G.P.A.O. : (Gestion de Production Assistée par Ordinateur).
- Méthode de coordination du modèle, applicable sous les conditions $m_{Mi} > m_{zi}$ (i.e nombre de variables de commande, supérieur au nombre de sorties de couplage). En économétrie, cette méthode est utilisée, en particulier dans la planification économique.

L'algorithme, développé pour ces deux méthodes, a été appliqué à un système industriel, représenté par une unité de fabrication.

La programmation faite sur micro calculateur, de type OLIVETTI M.24. S.P, en langage Basic.

D'une façon générale, l'agrégation et la décomposition permettent le traitement de grands systèmes sur micro calculateurs. Cet outil est à la portée de toutes les industries.

Cette étude a été faite pour des entrées déterministes dans le cas de l'agrégation et les systèmes statiques, pour la décomposition - coordination, un travail ultérieur peut être exposé pour des entrées stochastiques et des systèmes dynamiques.

 BIBLIOGRAPHIE

- 1) - . P. BERTRAND - G. MICHAILESCO - J.M. SIRET :
" SUR LA SYNTHÈSE DE MODELES REDUITS PAR AGREGATION "
Revue Française d'automatique informatique. Recherche opérationnelle
Dunod éditeur. Vol. 10, N° 4 - Avril 1976.

- 2) - . F. CHICARA :
" SIMULATION SUR ORDINATEUR D'UNE UNITE DE MONTAGE DU POINT DE
VUE DE CONTROL "
Thèse de Magister Electronique. 1/87. E N P 1987 - 130 F
Alger 1987.

- 3) - . M. BOUAMAR - M. DERICHE :
" APPROXIMATION OPTIMALE DES SYSTEMES DYNAMIQUES LINEAIRES
CONTINUS DE GRANDE DIMENSION "
Projet de fin d'études. E N P. Juin 1984.

- 4) - . M.G. SINGH & A. TITLI :
" SYSTEMS, DECOMPOSITION, OPTIMISATION AND CONTROL "
Laboratoire d'automatique et d'analyse des systèmes du C N R S
Pergamon. Toulouse - France 1978.

- 5) - . S. MOUSSAOUI - C. FOUDIL :
" MODELISATION SIMULATION CONTROL OPTIMAL D'UN GRAND SYSTEME "
Projet de fin d'études. E N P. Juin 1986.

- 6) - . LE NOUVEL AUTOMATISME, REVUE DE L'ASSOCIATION FRANCAISE POUR
LE CYBERNETIQUE ECONOMIQUE ET TECHNIQUE: N° 5 - 6.
Mai - Juin 1978.

- 7) - . A. TITLI - J. CALY - M.G. SINGH :
" METHODES DE DECOMPOSITION - COORDINATION EN CALCUL DES
VARIATIONS ET COUPLAGE PAR VARIABLE D' ETAT "
Revue Française d'automatique informatique. Recherche Opérationnelle.
Dunod Editeur. Vol. 10 N° 7 - Juillet 1976.
- 8) - . André FOSSARD :
" COMMANDE DES SYSTEMES MULTIDIMENSIONNELS "
Cote 62 / 52 F.O.S. Dunod - Paris 1972.
- 9) - . P.R. CHIDAMBARA :
" TWO SIMPLE TECHNIQUES FOR THE SIMPLIFICATION OF DYNAMIC SYSTEMS "
University Colorado 1969.
- 10) - . G.P. MICHAILESCOV :
" APPROXIMATION DES SYSTEMES COMPLEXES PAR DES MODELES DE
DIMENSION REDUITE "
Thèse d'état. Paris Sand Orsay 1979.
- 11) - . N. BETTAYEB :
" APPROXIMATION OF LINEAIR SYSTEMS, NEW APPROCHES BASED ON
SINGULAR VALUE DECOMPOSITION "
University of Southern. California.
- 12) - . M. MOUSSACUI - F. VORY DIEV DOINE
Projet de fin d'études. E M P. Juin 1985. Cote 12 / 85.
- 13) - . H. RESTOUGEFF - C. GUILPIN - M. JACQUES :
" LA TECHNIQUE INFORMATIQUE PRINCIPES GENERAUX ET PROGRAMMATION "
Tome I et II. - MASSON.

- 14) - . M. OUZIDANE - A. GADIRI :
" ETUDE ET REALISATION D'UN VARIATEUR ELECTRONIQUE DE VITESSE
POUR MOTEUR A COURANT CONTINU "
Projet de fin d'études. E N P. 1984.
- 15) - . Claude NAWAKOWSKI :
" METHODES DE CALCUL NUMERIQUE - PROGRAMMATION EN BASIC ET
EN PASCAL "
Guide pratique Tome I et II. Editions du P.S.I. 1984.
- 16) - . ANDRZEJ. STRASZAK :
" LARGE SCALE SYSTEMS THEORY AND APPLICATION "
Preprints of the I F A C / I F O R S Symposium Warsaw, Poland
11-15. July 1983.
- 17) - . M.D. MESAROVIC :
" THEORY OF HIERARCHICAL MULTILEVEL SYSTEMS "
Academic Press New-York - San-Francisco - London. 1970.

ANNEXE

ANNEXE :

1) - DEMONSTRATION :

$$V(t) = \begin{pmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_2 \end{pmatrix} \quad \text{on sait que } (I_m) \times V_1 = V_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \text{vecteur} \\ I_m = \text{matrice} \\ \text{identité} \end{array} \right.$$

$$\text{ou } \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_2 \end{pmatrix} = (V_\lambda(t))$$

$$\implies V_\lambda(t) = \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} V(t)$$

$$\implies Z(t) = M V_1(t) = M \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} V(t) = M \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} T^{-1} X(t)$$

$$\text{car } X = T V = V = T^{-1} X$$

$$\text{or } Z = L X = L = Z X^{-1}$$

$$\implies L = M \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} T^{-1} \qquad M \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} T^{-1}$$

On pose

$$L_0 = \begin{pmatrix} I_m & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} T^{-1}$$

$$\implies Z(t) = M L_0 X(t) = L X(t)$$

2) - DEMONSTRATION 2 :

$$\frac{\partial J}{\partial H} = 2 (H L_0 W L_0^T - C W L_0^T) = 0$$

En utilisant les règles de dérivation des traces de matrice, nous pouvons écrire à partir de :

$$\begin{aligned}
J &= \text{tr} (C - H L_o)^T (C - H L_o) W = \text{tr} (C^T - L_o^T H^T) (C - H L_o) W \\
&= \text{tr} (C^T C W - C^T H L_o W - L_o^T H^T C W + L_o^T H^T H L_o W) \\
&= \text{tr} (C^T C W) - \text{tr} (C^T H L_o W) - \text{tr} (L_o^T H^T C W) + \text{tr} (L_o^T H^T H L_o W)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial H} &= 0 - L_o W C^T - C W L_o^T + \frac{\partial}{\partial H} (\text{tr} (H L_o W L_o^T H^T)) \\
&= 0 - L_o W C^T - C W L_o^T + H (L_o W L_o^T)^T + H (L_o W L_o^T) \\
&= -L_o W C^T - C W L_o^T + H L_o W L_o^T + H L_o W L_o^T \\
&= 2 (H L_o W L_o^T - C W L_o^T).
\end{aligned}$$

3) - DEMONSTRATION 3 :

$$\frac{\partial J_0}{\partial H} = 2 (H L_o \tilde{W} L_o^T - C \tilde{W} L_o^T - P_{X_0} L_o^T) \stackrel{?}{=} 0$$

$$\dot{J}_0 = J_0 + 2 \text{tr} (P^T (C - H L_o) X_0)$$

$$\frac{\partial \dot{J}_0}{\partial H} = \frac{\partial J_0}{\partial H} + \frac{\partial}{\partial H} (2 \text{tr} (P^T (C - H L_o) X_0))$$

$$= 2 (H L_o \tilde{W} L_o^T - C \tilde{W} L_o^T) - 2 P X_0^T L_o^T$$

$$= 2 (H L_o \tilde{W} L_o^T - C \tilde{W} L_o^T - P X_0^T L_o^T)$$

ANNEXE

METHODE DE COORDINATION DU GRADIENT :

I) - UTILISANT LA METHODE DIRECTE DE LYAPUNOV, EN CONSIDERANT LE COORDINATEUR
SCUS FORME DIFFERENTIELLE CONTINUE :

I.1) - CAS DE LA METHODE DU MODELE :

L'équation de coordination peut être écrite sous la forme différentielle.

$$\frac{dB}{dt} = \epsilon L_B \quad (1) \quad \epsilon = \begin{cases} +1 & B: \text{Variable physique} \\ -1 & B: \text{Variable duale.} \end{cases}$$

Soit la fonction de Lyapunov $S V^te$

$$P = \frac{1}{2} L_B^T L_B$$

$$\frac{dP}{dt} = P = L_B^T \frac{dL_B}{dt} = L_B^T \frac{dL_B}{dB} \frac{dB}{dt}$$

en utilisant (1) $\Rightarrow \frac{dP}{dt} = L_B^T \frac{dL_B}{dB} L_B$

Le calcul de $\frac{dL_B}{dB} = L_{BB} + L_{BA} A_B$ prend en compte que chaque itération du niveau de coordination L_A doit être satisfaite.

$$\frac{dL_A}{dB} = 0 \quad L_{AA} A_B + L_{AB}$$

L_{AA} est non singulier, si l'ensemble des sous-problèmes a une solution ce qui nous permet d'écrire :

$$A_B = L_{AA}^{-1} L_{AB}$$

Et $\frac{dL_B}{dB} = L_{BB} - L_{BA} L_{AA}^{-1} L_{AB}$

Dans le cas du couplage linéaire $L_{BB} = 0$ et la matrice à tester est

$$\frac{dL_B}{dB} = -L_{BA} L_{AA}^{-1} L_{AB}$$

Dans le cas de la méthode du critère ($\xi = -1$), cette matrice est définie positive, or dans le cas de la méthode du modèle ($\xi = +1$), cette matrice est définie négative; donc on dit que l'algorithme est asymptotiquement convergent dans le sens de Lyapunov.

I.2) - UTILISATION DE LA METHODE DE LYAPUNOV, EN CONSIDERANT LA COORDINATION
COMME OPTIMISATION :

METHODE DU CRITERE :

Le problème global peut s'écrire sous la forme :

$$\max_{V, Z, \mu, P} \text{m}_{ui} L (V, Z, \mu, P)$$

Dans ce cas, on traite en premier niveau, les équations :

$$L_V = 0, \quad L_Z = 0, \quad L_\mu = 0$$

Si une solution existe, elle satisfait :

$$\max_{V, Z, \mu, P} \text{m}_{ui} L (V, Z, \mu, P)$$

Au second niveau, l'algorithme du gradient $\frac{dP}{dt} = -L_P$ est utilisé pour satisfaire $L_P = 0$, qui est un problème d'optimisation résolu par l'algorithme du gradient.

Soit L^V , la solution de ce problème est soit $P = L - L^V$, la fonction de Lyapunov $\frac{dP}{dt} = \frac{dL}{dt}$

$$\frac{dL}{dt} = ((L_V V_P)^T + (L_Z Z_P)^T + (L_\mu \mu_P)^T + L_P^T) \frac{dP}{dt} = L_P^T \frac{dP}{dt}$$

Puisque $L_V = 0$, $L_Z = D$, $L_\mu = C$, en niveau bas.

Connaissant que $\frac{dP}{dt} = L_P$, $P = L_P^T L_P = 0$. Ainsi le coordonnateur est asymptotiquement stable en assurant que P est continue et limité, vérifiant si tout sous-problème a une solution unique.

1.2.2) : - METHODE DU MODELE :

Dans ce cas, la tâche du coordinateur est :

$$\max L(V, Z, \mu, P)$$

On cherche le maximum par la procédure de la méthode du gradient

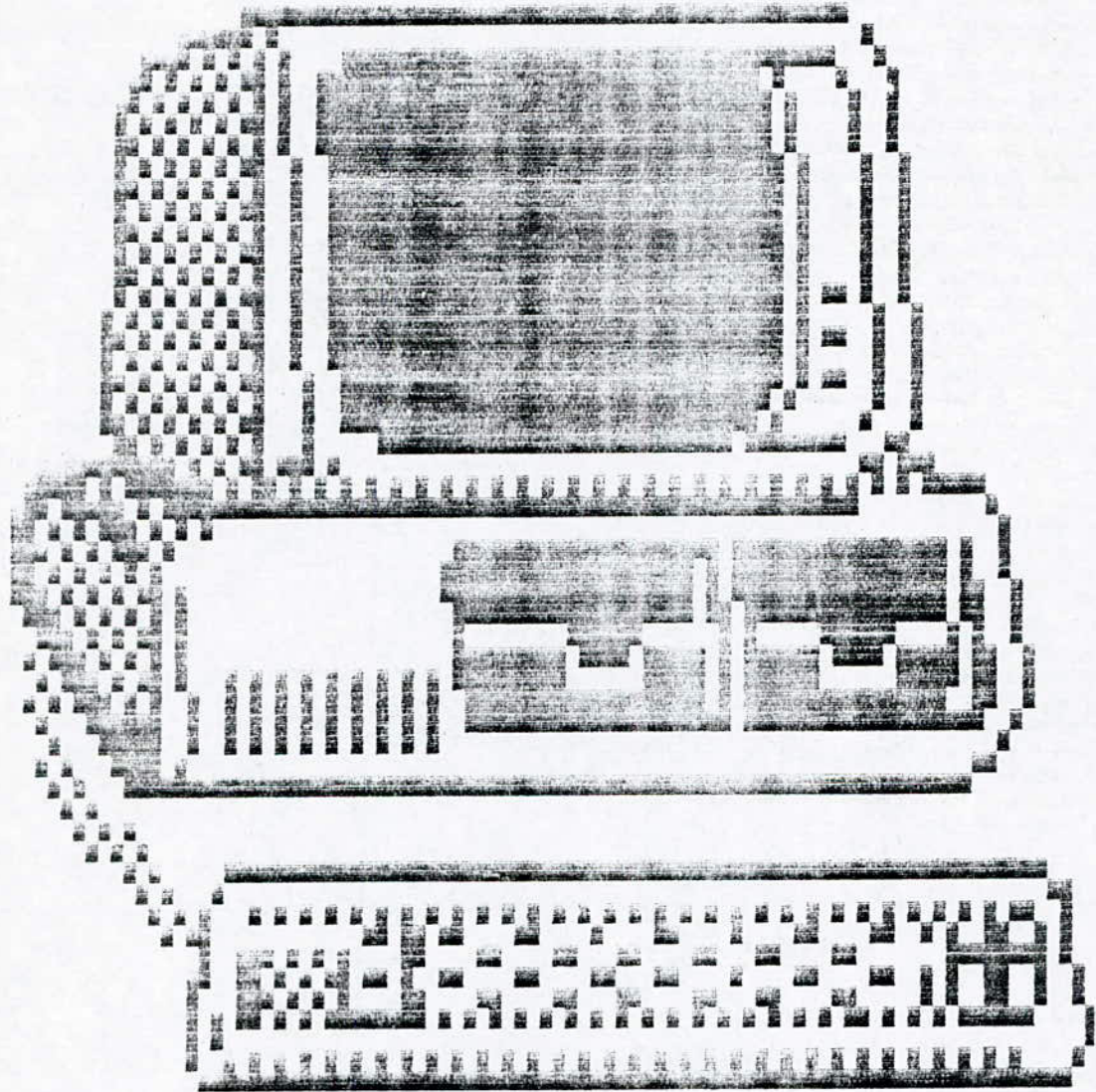
$$\frac{dZ}{dt} = + L_Z$$

Soit \hat{L} la solution est soit $P = \hat{L} - L$ fonction de Lyapunov qui est choisie :

$$P = - \frac{dL}{dt} = - L_Z^T \frac{dZ}{dt} = - L_Z^T L_Z < 0$$

Ce mode de coordination est asymptotiquement stable sous les mêmes conditions, comme précédemment.

PROGRAMMES



```

1 LPRINT "*****"
2 LPRINT "***** PROGRAMME CALCULANT VALEURS ET VECTEURS PROPRES DE A *****"
3 LPRINT "*****"
4 READ NQ,N,Q
5 DIM A(NQ,NQ),B(NQ,NQ),D(NQ,NQ),S(N),AI(N),R(Q),C(Q),WR(Q),WI(Q),AA(NQ,NQ)
6 DIM Z1(NQ,NQ),M(NQ,NQ),IN(NQ,NQ),X(NQ),E(NQ),W(NQ,NQ),L(NQ),BB(NQ,NQ)
20 FOR L=1 TO NQ :FOR K=1 TO NQ
30 READ A(L,K) :NEXT K,L
31 LPRINT "***** MATRICE A*****"
32 LPRINT "*****"
40 FOR L=1 TO NQ :FOR K=1 TO NQ
45 LPRINT TAB((K-1)*7) A(L,K);:NEXT K,L:LPRINT:LPRINT
46 LPRINT "***** DIM DE A *****"
47 LPRINT "*****"
50 LPRINT "NQ=";NQ:LPRINT
51 READ UO,VO
52 FOR I=1 TO NQ:READ E(I):NEXT I
54 FOR I=1 TO NQ:PRINT "E(";I;")=";E(I):NEXT I:PRINT
60 AI(1)=1
70 I=1
80 G=0
90 FOR J=1 TO NQ :FOR K=1 TO NQ:B(J,K)=A(J,K):NEXT K
100 G=G+A(J,I):NEXT J : S(1)=G
110 FOR M=2 TO NQ STEP 2
120 I=I+1
130 GOSUB 1030
140 I=I+1
141 GOSUB 1150
142 NEXT M
144 FOR K=1 TO NQ
151 H=0
153 FOR J=1 TO K :L=K-J+1:H=H-AI(J)*S(L):NEXT J
160 AI(K+1)=H/K :NEXT K
170 N=NQ+1
180 PRINT "COEFFICIENTS DU POLYNOMES "
190 FOR K=1 TO N:PRINT "AI(";K;")=";AI(K):NEXT K
200 REM *****
210 REM ***** CALCUL DES RACINES DU POLYNOME PAR BAIRSTOW *****
220 REM *****
225 IR=0:IC=0
226 GOSUB 310
227 IF (IR)=0 THEN 239
228 IF (IR)<0 THEN 239
229 FOR I=1 TO IR :LPRINT "RACINE REELLE=";R(I):LPRINT:NEXT I
230 FOR I=1 TO IR
231 GOSUB 1150
232 LPRINT "***** VECTEUR PROPRE REEL X(I) *****"
233 FOR J=1 TO NQ:LPRINT X(J):NEXT J
234 FOR I=1 TO NQ :Z1(I,K)= X(I):NEXT I

```

```

235 NEXT K
239 IF (IC)=0 THEN 280
240 IF (IC)<0 THEN 280
241 JJ=0
242 LL=1
249 FOR I=1 TO IC :PRINT C(I):NEXT I
250 LPRINT " RACINES COMPLEXES :"
251 LPRINT "*****"
260 FOR I=1 TO IC-1 STEP 2
261 LPRINT "Z=";C(I);"+/- J";C(I+1) :NEXT I:LPRINT
262 PP=0:FOR H=1 TO IC-1 STEP 2:PP=PP+1
263 WR(PP)=C(H):WI(PP)=C(H+1):NEXT H
264 LPRINT " ***** VECTEUR PARTIES REELLES WR(I) *****":LPRINT
265 FOR PP=1 TO IC/2:LPRINT "WR(";PP;")=";WR(PP):NEXT PP:LPRINT
266 LPRINT " ***** VECTEUR PARTIES IMAGINAIRES WI(I) *****":LPRINT
267 FOR PP=1 TO IC/2:LPRINT "WI(";PP;")=";WI(PP):NEXT PP:LPRINT
268 FOR K=1 TO IC/2
269 R(K)=WR(K)
270 GOSUB 1500
271 LPRINT "***** VECTEUR PROPRE PARTIE REELLE *****":LPRINT
272 FOR J=1 TO NQ
273 LPRINT "X(";J;")=";X(J):NEXT J:LPRINT
274 FOR I=1 TO NQ:AA(I,K)=X(I)
275 J=IR+K+JJ
276 Z1(I,J)=AA(I,K) :NEXT I
277 JJ=JJ+1
278 NEXT K
279 FOR K=1 TO IC/2
280 R(K)=WI(K)
281 GOSUB 1500
282 LPRINT "***** VECTEUR PROPRE PARTIE IMAGINAIRE ***** " :LPRINT
283 FOR J=1 TO NQ:LPRINT "X(";J;")=";X(J):NEXT J :LPRINT
284 PI=IC/2+K
285 FOR I=1 TO NQ:AA(I,PI)=-X(I)
286 J=IR+K+LL
287 Z1(I,J)=AA(I,PI):NEXT I
288 LL=LL+1
289 NEXT K
290 LPRINT "*****"
291 LPRINT "***** MATRICE MODALE Z1(I,J) *****"
292 LPRINT "*****"
293 FOR I=1 TO NQ:FOR J=1 TO NQ
294 LPRINT TAB((J-1)*7) Z1(I,J);:NEXT J,I:LPRINT
295 END
310 IF (N-3)=0 THEN 370
320 IF (N-3)>0 THEN 410
330 Z=-AI(2)/AI(1)

```

```
340 IR=IR+1
350 R(IR)=Z
360 GOTO 400
370 U=AI(2)/AI(1)
380 V=AI(3)/AI(1)
390 GOSUB 850
400 RETURN
410 X=U0
420 Y=V0
430 U=X
440 V=Y
450 B2=0
460 B3=0
470 C2=0
480 C3=0
490 L=N-3
500 REM CALCUL DES RELATIONS DE RECURENCE
510 FOR I=1 TO L
520 B1=B2
530 B2=B3
540 B3=AI(I)-U*B2-V*B1
550 C1=C2
560 C2=C3
570 C3=-B3-U*C2-V*C1
580 NEXT I
590 B1=B2
600 B1=B3
610 B3=AI(L+1)-U*B2-V*B1
620 REM CALCUL DES NOUVELLES VALEURS DE U ET V
630 AB=AI(N-1)-U*B3-V*B2
640 BC=AI(N)-V*B3
650 AU=-B3-U*C3-V*C2
660 AV=C3
670 BU=-V*C3
680 BV=-B3-V*C2
690 X=U+(BC*AV-AB*B3)/(AU*B3-AV*BU)
700 Y=V+(AB*BU-BC*AU)/(AU*B3-AV*BU)
710 IF (ABS(U-X)-ABS(U)*.000001)=0 GOTO 730
720 IF (ABS(U-X)-ABS(U)*.000001)>0 GOTO 430
730 IF (ABS(V-Y)-ABS(V)*.000001)=0 GOTO 430
740 IF (ABS(V-Y)-ABS(V)*.000001)>0 GOTO 430
750 GOSUB 850
760 N=N-2
770 REM REMPLISSAGE DU NOUVEAU TABLEAU DES AI
780 B=AI(1)
790 AI(2)=AI(2)-U*B
```

```

790 AI(2)=AI(2)-U*BC
800 FOR J=3 TO N
810 AI(J)=AI(J)-U*AI(J-1)-V*AI(J-2)
820 NEXT J
830 GOTO 310
850 REM SPROGRAMME RACINE DELTA
860 DEL=U*U-4*V
870 X=-U/2
880 IF (DEL)=0 GOTO 960
890 IF (DEL)>0 GOTO 960
900 Y=SQR(-DEL)/2
910 IC=IC+1
920 C(IC)=X
930 IC=IC+1
940 C(IC)=Y
950 RETURN
960 Y1=X+SQR(DEL)/2
970 Y2=X-SQR(DEL)/2
980 IR=IR+1
990 R(IR)=Y1
1000 IR=IR+1
1010 R(IR)=Y2
1020 RETURN
1030 REM SOUS PROGRAMME CALCULANT LA TRACE DE LA MATRICE A*B
1040 FOR J=1 TO NQ :FOR K=1 TO NQ
1050 E=0
1060 FOR Q=1 TO NQ
1070 E=E+A(J,Q)*B(Q,K)
1080 NEXT Q
1090 D(J,K)=E
1100 NEXT K,J
1110 T=0
1120 FOR J=1 TO NQ
1130 T=T+D(J,J)
1140 NEXT J
1150 S(I)=T
1160 PRINT "S(";I;")=";T
1170 RETURN
1180 REM SOUS PROGRAMME CALCULANT A*D
1190 FOR J=1 TO NQ :FOR K=1 TO NQ
1200 E=0
1210 FOR Q=1 TO NQ
1220 E=E+A(J,Q)*D(Q,K)
1230 NEXT Q
1240 B(J,K)=E
1250 NEXT K,J
1251 T=0
1260 FOR J=1 TO NQ
1270 T=T+B(J,J)
1280 NEXT J
1290 S(I)=T
1300 PRINT "S(";I;")=";T

```

```

1300 PRINT "S(";I;")=";T
1310 RETURN
1500 REM *****SPROGRAMME VECTEUR PROPRES *****
1540 REM ***ECRITURE MATRICE IDENTITE IN *****
1550 FOR I=1 TO NQ:FOR J=1 TO NQ
1560 IF I=J THEN 1590
1570 IN(I,J)=0
1580 GOTO 1600
1590 IN(I,J)=1
1600 NEXT J,I
1610 PRINT"***** MATRICE IDENTITE IN *****
1620 FOR I=1 TO NQ:PRINT:FOR J=1 TO NQ
1630 PRINT IN(I,J);:NEXT J,I
1650 FOR I=1 TO NQ :FOR J=1 TO NQ
1660 M(I,J)=A(I,J)-R(K)*IN(I,J)
1670 NEXT J,I
1680 PRINT :PRINT "MATRICE M=A-R(K)*IN(I,J)
1690 FOR I=1 TO NQ :PRINT:FOR J=1 TO NQ
1700 PRINT TAB((J-1)*7) M(I,J);:NEXT J,I
1710 REM ***** RESOLUTION DU SYSTEM M*X=0 *****
1720 REM *****
1730 R=NQ-1
1750 FOR I=1 TO R :FOR J=1 TO R
1760 W(I,J)=M(I,J):NEXT J,I
1770 GOSUB 2100
1780 D=DET
1790 IF D=0 THEN 1850
1800 FOR P=R+1 TO NQ
1810 X(P)=E(P)
1811 PRINT "X(";P;")=";X(P)
1820 NEXT P
1830 GOTO 1900
1850 R=R-1
1860 IF R<1 THEN 1880
1870 GOTO 1750
1880 PRINT "PAS DE SOLUTIONS " :END
1900 FOR I=1 TO R
1910 T=0
1920 FOR P=R+1 TO NQ
1930 T=T+M(I,P)*X(P)
1940 NEXT P
1960 L(I)=T
1961 PRINT "L(";I;")=";L(I)
1970 NEXT I
1971 FOR I=1 TO R:FOR J=1 TO R:BB(I,J)=M(I,J):NEXT J,I
1990 FOR PP=1 TO R
2000 FOR I=1 TO R :FOR J=PP TO PP
2010 BB(I,J)=-L(I):NEXT J,I
2011 FOR I=1 TO R:FOR J=1 TO R:W(I,J)=BB(I,J):NEXT J,I
2012 FOR I=1 TO R:FOR J=1 TO R:PRINT TAB((J-1)*7) W(I,J);:NEXT J,I
2020 GOSUB 2100
2030 DI=DET
2050 X(PP)=DI/D
2051 PRINT "X(";PP;")=";X(PP)

```

```

2052 FOR I=1 TO R :FOR J=1 TO R :BB(I,J)=M(I,J):NEXT J,I
2070 NEXT PP
2090 RETURN
2091 REM *****
2100 REM **** SPRO CALCULANT LE DET DE W(I,J) ****
2110 DET=1
2120 FOR J=1 TO R
2130 IF W(J,J)=0 THEN 2290
2140 F=W(J,J)
2150 DET =DET*W(J,J)
2160 FOR T=1 TO R
2170 W(J,T)=W(J,T)/F
2180 NEXT T
2190 FOR K1=1 TO R
2200 G=W(K1,J)
2210 IF K1=J THEN 2250
2220 FOR I1=J TO R
2230 W(K1,I1)=W(K1,I1)-W(J,I1)*G
2240 NEXT I1
2250 NEXT K1
2260 NEXT J
2270 PRINT "LE DETERMINANT EST : DET W =";DET
2280 RETURN
2290 N=J
2300 N=N+1
2310 IF N-R<=0 THEN 2330
2320 DET=0:GOTO 2270
2330 IF W(N,J)=0 THEN 2300
2340 DET=-DET
2350 FOR V=1 TO R
2360 FF=W(J,V):W(J,V)=W(N,V):W(N,V)=FF
2370 NEXT V
2380 GOTO 2140

```

***** PROGRAMME CALCULANT VALEURS ET VECTEURS PROPRES DE A *****

+++++++ MATRICE A+++++++

+++++++
0 0 -1.4 -.8
1.5 -1.2 -1.21 .01
0 .9 -1.93 -.3
0 0 .5 0

+++++++ DIM DE A ++++++++

+++++++

NQ= 4

RACINE REELLE=-.2161337

RACINE REELLE=-2.913866

***** VECTEUR PROPRE REEL X(I) *****

-2.961637

-2.45584

-1.657221

2.1

***** VECTEUR PROPRE REEL X(I) *****

1.000621

-.2648719

.8826249

2.1

RACINES COMPLEXES :

Z=-.4266446 +/- J .2690638

***** VECTEUR PARTIES REELLES WR(I) *****

WR(1)=-.4266446

***** VECTEUR PARTIES IMAGINAIRES WI(I) *****

WI(1)= .2690638

***** VECTEUR PROPRE PARTIE REELLE *****

X(1)=-3.364802

X(2)=-3.017314

X(3)=-2.225411

X(4)= 2.1

***** VECTEUR PROPRE PARTIE IMAGINAIRE *****

X(1)=-1.961713
X(2)=-1.310877
X(3)=-.8229816
X(4)= 2.1

***** MATRICE MODALE Z1(I,J) *****

-2.961637			
	1.000621		
		-3.364802	
			1.961713
-2.45584			
	-.2648719		
		-3.017314	
			1.310877
-1.657221			
	.8826249		
		-2.225411	
			.8229816
2.1	2.1	2.1	-2.1

```

4 LPRINT "*****"
5 LPRINT "***** * *****"
6 LPRINT "***** * AGREGATION OPTIMALE * *****"
7 LPRINT "***** * *****"
8 LPRINT "*****"
10 PRINT "
11 PRINT "
12 READ N,LP,LR,L
13 M=(N*(N+1))/2
20 PRINT "
22 LPRINT "+++++"
23 LPRINT "DIMENSION DU SYSTEME INITIAL      : N = ";N
24 LPRINT "DIMENSION DU MODELE REDUIT       : MR  "
25 LPRINT "NOMBRE DE COMMANDES DU SYSTEME      : LR = ";LR
26 LPRINT "NOMBRE DE SORTIES DU SYSTEME       : LP = ";LP
27 LPRINT "+++++"
28 LPRINT "
29 REM  "+++++"
30 REM  "      DIMENSIONNEMENT      "
31 REM  "+++++"
32 DIM A(N,N),Z1(N,N),BQ(N,N),L(N,N),ZI(N,N),ZT(N,N),TM(N,N),ZQ(N,N)
33 DIM QZ(N,N),G(N,N),ZA(N,N),AZ(N,N),H4(N,N),IN(N,N),TRJ(N,N),A1(N,N)
34 DIM AT(N,N),AB(N,N),S(M),V(M,M),ZE(N,N),B(N,LR),D(LP,LR),BT(LR,N),TT(N,N)
35 DIM ZB(N,LR),B1(N,LR),XO(N,LR),HX(LP,LR),HO(LP,LR),C(LP,N),OM(LP,N)
36 DIM OT(N,LP),H(LP,MR),W1(LP,N),W2(LP,MR),H1(LP,N),H2(LP,N),H3(N,LP),OZ(M)
37 DIM PZ(MR,N),PT(N,MR),W3(MR,N),W4(MR,MR),WR(N),WI(N),WA(N),WB(N),VPR(N)
38 DIM VPI(N),VR(N),VI(N),VR1(N),VI1(N),ZO(MR,LR),X(M),XX(M,M),SS(M,L),Y(M,M)
39 LPRINT "  ECRITURE DES MATRICES DU SYSTEME INITIAL  "
40 LPRINT "*****"
41 LPRINT "
42 LPRINT "+++++ MATRICE D'EVOLUTION DU SYSTEME REEL: A +++++"
43 LPRINT "
44 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:READ A(I,J):NEXT J,I
45 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO N:LPRINT TAB((J-1)*7) A(I,J);:NEXT J,I
46 LPRINT "
47 LPRINT "+++++ MATRICE DE COMMANDE DU SYSTEME REEL: B +++++"
48 LPRINT "
49 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR :READ B(I,J):NEXT J,I
50 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO LR:LPRINT B(I,J):NEXT J,I
51 LPRINT "
52 LPRINT "+++++ MATRICE D'OBSERVATION DU SYSTEME REEL: C +++++"
53 LPRINT "
54 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N:READ C(I,J):NEXT J,I
55 FOR I=1 TO LP :LPRINT:FOR J=1 TO N:LPRINT C(I,J):NEXT J,I
56 LPRINT "
57 LPRINT "+++++ MATRICE DE TRANSMISSION DIRECTE : D +++++"
58 LPRINT "
59 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO LR:READ D(I,J):NEXT J,I
60 FOR I=1 TO LP:LPRINT:FOR J=1 TO LR:LPRINT D(I,J) :NEXT J,I
61 LPRINT "
62 LPRINT "+++++ MATRICE MODALE DU SYSTEME REEL : Z1 +++++"
63 LPRINT "
64 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:READ Z1(I,J):NEXT J,I

```

```

65 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO N:LPRINT TAB((J-1)*7) Z1(I,J);:NEXT J,I
66 LPRINT "
67 LPRINT "++ VECTEUR CONTENANT LES PARTIES REELLES DES VALEURS PROPRES: WR ++"
68 LPRINT "
69 FOR I=1 TO N:READ WR(I):NEXT I
70 FOR I=1 TO N:LPRINT "WR(";I;")=";WR(I):NEXT I
71 LPRINT "
72 LPRINT "++VECTEUR CONTENANT LES PARTIES IMAGINAIRES DES VALEURS PROPRES:WI++"
73 LPRINT "
74 FOR I=1 TO N:READ WI(I):NEXT I
75 FOR I=1 TO N:LPRINT "WI(";I;")=";WI(I):NEXT I
76 LPRINT "
77 LPRINT "+++++++ VECTEUR CONDITION INITIALE DU SYSTEM REEL : XO +++++++"
78 LPRINT "
79 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR:READ XO(I,J):NEXT J,I
80 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO LR:LPRINT XO(I,J):NEXT J,I
81 LPRINT "
82 LPRINT "+++++++ PRECISION : EPS = 1.E-06 +++++++"
83 RE=0
88 LPRINT "*****"
89 LPRINT "***** RESOLUTION DES CALCULS *****"
90 LPRINT "*****"
91 LPRINT "*****"
92 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:TT(I,J)=Z1(I,J)
93 NEXT J,I
94 REM ++++++ CALCUL DE W(I,J) :SOLUTION DE L'EQUATION DE LYAPUNOV ++++++
95 REM
220 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR
240 BT(J,I)=B(I,J):NEXT J,I
250 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
260 AT(J,I)=A(I,J):NEXT J,I
265 REM
270 REM +++++ CALCUL DE BQ = B * BT +++++
280 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
281 SB=0
282 FOR K=1 TO LR
283 SB=SB+B(I,K)*BT(K,J)
284 NEXT K
285 BQ(I,J)=SB
286 NEXT J,I
287 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N :PRINT BQ(I,J);:NEXT J,I
310 REM LES W(I,J) SERONT PLACES DANS LES BQ(I,J)
330 K=0
340 FOR I=1 TO N :FOR J=1 TO N
350 IF J<I THEN 380
360 K=K+1
361 PRINT "K=";K
370 S(K)=-BQ(I,J)
371 PRINT "S(K)=";S(K)
380 NEXT J,I
390 K=1
400 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
410 IF J<I THEN 450
420 L(I,J)=K
430 L(J,I)=K
440 K=K+1

```

```

450 NEXT J,I
460 FOR I=1 TO M
470 FOR J=1 TO M
480 V(I,J)=0
490 NEXT J,I
500 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:FOR K=1 TO N
510 I1=L(I,K)
520 I2=L(J,K)
530 V(I1,I2)=AT(J,I)+V(I1,I2)
540 NEXT K,J,I
550 FOR I=1 TO N
560 I3=L(I,I)
570 FOR J=1 TO M
580 V(I3,J)=2*V(I3,J)
590 NEXT J,I
600 REM RESOLUTION DU SYSTEM V*X=S ET SOLUTION DANS S
610 REM CALCUL DE LA MATRICE INVERSE DE V
611 LPRINT "***** MATRICE V *****"
620 FOR I=1 TO M:LPRINT:FOR J=1 TO M
630 LPRINT V(I,J);:NEXT J,I :LPRINT
640 FOR I=1 TO M:LPRINT "S(";I;")=";S(I):NEXT I
650 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO L :SS(I,J)=S(I):NEXT J,I
660 FOR I=1 TO M :FOR J=1 TO M
670 Y(I,J)=V(I,J):NEXT J,I
680 E=M-1
690 FOR G=1 TO M
700 OZ(G)=0
710 T=Y(G,1)
720 IF T<>0 THEN 788
730 FOR I=G+1 TO M
740 OZ(G)=I
750 IF Y(I,1)=0 THEN 786
760 FOR J=1 TO M
770 S=Y(G,J)
780 Y(G,J)=Y(I,J)
781 Y(I,J)=S
782 NEXT J
783 GOTO 710
784 NEXT I
785 CLS
786 PRINT "VOTRE MATRICE N'A PAS D'INVERSE "
787 END
788 FOR J=1 TO E
789 Y(G,J)=Y(G,J+1)/T
790 NEXT J
791 Y(G,M)=1/T
792 FOR I=1 TO M
793 IF I=G THEN 799
794 S=Y(I,1)
795 FOR J=1 TO E
796 Y(I,J)=Y(I,J+1)-S*Y(G,J)
797 NEXT J
798 Y(I,M)=-S*Y(G,M)
799 NEXT I,G
800 FOR I=1 TO M:PRINT:FOR J=1 TO M
801 PRINT TAB((J-1)*7) Y(I,J);:NEXT J,I :PRINT
802 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO L
803 SB=0

```

```

804 FOR K=1 TO M
805 SB=SB+Y(I,K)*SS(K,J),
806 NEXT K
807 XX(I,J)=SB
808 NEXT J,I
809 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO L:PRINT "X(";I;")=";XX(I,J):NEXT J,I
810 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO L:X(I)=XX(I,J):NEXT J,I
850 K=0
860 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
870 IF J<I THEN 910
880 K=K+1
890 BQ(I,J)=X(K)
900 BQ(J,I)=X(K)
910 NEXT J,I
915 LPRINT "***** MATRICE SOLUTION DE LYAPUNOV :W *****"
920 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO N
930 LPRINT TAB((J-1)*7) BQ(I,J);:NEXT J,I:LPRINT
935 REM *****
940 REM ***** CALCUL DE LA MATRICE ENERGIE : G *****
950 REM *****
960 REM
970 REM ***** CALCUL DU PRODUIT OM=C*Z1 *****
980 FOR I=1 TO LP
990 FOR J=1 TO N
1000 SB=0
1010 FOR K=1 TO N
1020 SB=SB+C(I,K)*Z1(K,J)
1030 NEXT K
1040 OM(I,J)=SB
1050 NEXT J,I
1060 REM CALCUL DE LA TRANSPOSEE OT DE OM
1070 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N
1080 OT(J,I)=OM(I,J)
1090 NEXT J,I
1100 REM CALCUL MATRICE INVERSE ZI DE Z1
1110 REM MATRICE UNITAIRE IN
1120 FOR I=1 TO N:IN(I,I)=1:NEXT I
1130 D=1
1140 FOR K=1 TO N
1150 IF K=N THEN 1330
1160 IM=K
1170 AM=ABS(Z1(K,K))
1180 FOR I=K+1 TO N
1190 IF AM >=ABS(Z1(I,K)) THEN 1220
1200 IM=I
1210 AM=ABS(Z1(I,K))
1220 NEXT I

```

```

1230 REM ECHANGE LIGNE K,ET IM SI IM<>K
1240 IF IM=K THEN 1320
1250 FOR J=1 TO N
1260 AP=Z1(IM,J)
1270 Z1(IM,J)=Z1(K,J):Z1(K,J)=AP
1280 BP=IN(IM,J)
1290 IN(IM,J)=IN(K,J)
1300 IN(K,J)=BP
1310 NEXT J:D=-D
1320 PRINT
1330 IF ABS(Z1(K,K))<.000001 THEN PRINT "MAT SING";K,Z1(K,K)
1340 D=Z1(K,K)*D
1350 DX =Z1(K,K)
1360 FOR J=1 TO N
1370 Z1(K,J)=Z1(K,J)/DX
1380 IN(K,J)=IN(K,J)/DX
1390 NEXT J
1400 REM ELIMINATION PAR COMBINAISON LINEAIRE
1410 FOR I=1 TO N
1420 AX=Z1(I,K)
1430 IF I=K THEN 1480
1440 FOR J=1 TO N
1450 Z1(I,J)=Z1(I,J)-AX*Z1(K,J)
1460 IN(I,J)=IN(I,J)-AX*IN(K,J)
1461 ZI(I,J)=IN(I,J)
1470 NEXT J
1480 NEXT I
1490 NEXT K
1500 PRINT:PRINT "MATRICE INVERSE"
1510 FOR I=1 TO N:PRINT :FOR J=1 TO N
1520 PRINT ZI(I,J);:NEXT J,I
1530 PRINT :PRINT
1540 PRINT "DETERMINANT =";D
1550 PRINT
1555 REM ++++++ CALCUL DE ZT :LA TRANSPONSEE DE L'INVERSE ZI ++++++
1560 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
1570 ZT(J,I)= ZI(I,J)
1580 NEXT J,I
1590 REM ++++++ CALCUL DE TM : LE PRODUIT DE LA TRANSPONSE OT PAR OM ++++++
1591 REM
1600 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
1610 SB=0
1620 FOR K=1 TO LP
1630 SB=SB+OT(I,K)*OM(K,J)
1640 NEXT K
1650 TM(I,J)=SB
1660 NEXT J,I
1670 REM ++++++ CALCUL DU PRODUIT ZI PAR BQ ++++++
1680 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
1690 SB=0
1700 FOR K=1 TO N
1710 SB=SB+ZI(I,K)*BQ(K,J)
1720 NEXT K
1730 ZQ(I,J)=SB
1740 NEXT J,I
1750 REM ++++++ CALCUL DU PRODUIT DE ZQ PAR ZT ++++++

```

```

1760 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
1770 SB=0
1780 FOR K=1 TO N
1790 SB=SB+ZQ(I,K)*ZT(K,J)
1800 NEXT K
1810 QZ(I,J)=SB
1820 NEXT J,I
1830 REM ***** CALCUL DU PRODUIT DIRECT : G *****
1840 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
1850 G(I,J)=TM(I,J)*QZ(J,I)
1860 NEXT J,I
1861 LPRINT "*****"
1865 LPRINT "***** MATRICE DES ENERGIES G *****"
1866 LPRINT "*****"
1870 FOR I=1 TO N:LPRINT:FOR J=1 TO N
1880 LPRINT G(I,J);:NEXT J,I :LPRINT
1885 REM ++++++ CALCUL DES ENERGIES DES DIFFERENTES VALEURS PROPRES ++++++
1886 REM ++++++
1890 I=1
1900 K=1
1910 IF WI(I)=0 THEN 1990
1920 LL=I+1
1930 WA(I)=G(I,I)+G(I,LL)+G(LL,I)+G(LL,LL)
1940 WB(K)=WA(I)
1950 VPR(K)=WR(I)
1960 VPI(K)=WI(I)
1970 I=I+1
1980 GOTO 2040
1990 WA(I)=G(I,I)
2000 WB(K)=WA(I)
2010 VPR(K)=WR(I)
2020 VPI(K)=WI(I)
2030 I=I+1
2040 L2=K
2050 K=K+1
2060 IF I<=N THEN 1910
2070 REM CLASSEMENT PAR ORDRE DECROISSANT DES WB(K) ET VPR(K),VPI(K) ASSOCIES
2080 NN=L2-1
2090 FOR K=1 TO NN
2100 JJ=L2-K
2110 FOR IL=1 TO JJ
2120 IF WB(IL) >= WB(IL+1) THEN 2220
2130 TA=WB(IL)
2140 WB(IL)=WB(IL+1)
2150 WB(IL+1)=TA
2160 TE=VPR(IL)
2170 VPR(IL)=VPR(IL+1)
2180 VPR(IL+1)=TE
2190 TI=VPI(IL)
2200 VPI(IL)=VPI(IL+1)
2210 VPI(IL+1)=TI
2220 NEXT IL
2230 NEXT K
2240 LPRINT "+++++ ENERGIES CLASSEES PAR ORDRE DECROISSANT +++++"
2250 FOR K=1 TO L2
2251 LPRINT "WB(";K;")=";WB(K);:NEXT K
2252 LPRINT
2260 LPRINT "PARTIES REELLES DES MODES ASSOCIEES AUX ENERGIES "

```



```

2270 FOR K=1 TO L2:LPRINT "VPR(";K;")=";VPR(K):NEXT K
2280 LPRINT "PARTIES IMAGINAIRES DES MODES ASSOCIEES AUX ENERGIES"
2290 FOR K=1 TO L2:LPRINT "VPI(";K;")=";VPI(K):NEXT K
2291 REM ++++++ VERIFICATION SI DEUX MODES SONT DE MEME IMPORTANCE ++++++
2300 K=1
2310 JR=1
2320 JK=1
2330 J=K+1
2340 X=(WB(K)-WB(J))/WB(K)
2350 IF X>.1 THEN 2870
2360 Y=ABS((VPR(K)-VPR(J))/VPR(K))
2370 IF Y>.1 THEN 2870
2380 IF VPI(K)<>0 THEN 2460
2390 IF VPI(J)<>0 THEN 2455
2400 MM=1
2450 GOTO 2500
2455 MM=2
2460 IF VPI(J)=0 THEN 2490
2470 MM=3
2480 GOTO 2500
2490 MM=4
2500 LI=K
2505 REM CALCUL DU PRODUIT CROISE POUR VOIRE LE SIGNE DE LA CONTRIBUTION
2510 II=1
2520 I=1
2530 IF VPI(LI)=0 GOTO 2600
2540 IF WI(I)=0 THEN 2580
2550 IF VPR(LI)<>WR(I) THEN 2580
2560 IF VPI(LI)<>WI(I) THEN 2580
2570 GOTO 2620
2580 I=I+1
2590 GOTO 2540
2600 IF WI(I)<>0 THEN 2670
2610 IF VPR(LI)<>WR(I) THEN 2670
2620 IF II<>1 THEN 2690
2630 KK=I
2640 II=II+1
2650 LI=J
2660 GOTO 2520
2670 I=I+1
2680 GOTO 2600
2690 JJ=I
2700 IF MM=1 THEN 2750
2710 IF MM=2 THEN 2770
2720 IF MM=3 THEN 2800
2730 KL=KK+1 :WG=G(KK, JJ)+G(KL, JJ)
2740 GOTO 2860
2750 WG=G(KK, JJ)
2760 GOTO 2860
2770 KJ=JJ+1
2780 WG=G(KK, JJ)+G(KK, KJ)
2790 GOTO 2860
2800 KL=KK+1

```

```

2810 KJ=JJ+1
2820 WG=G(KK, JJ)+G(KL, KL)+G(KK, KJ)+G(KL, JJ)
2830 GOTO 2860
2840 KL=KK+1
2850 WG=G(KK, JJ)+G(KL, JJ)
2860 IF WG<0 THEN 3001
2870 VR(JK)=VPR(K)
2880 VI(JK)=VPI(K)
2890 IF VI(JK)=0 THEN 2920
2900 JR=JR+2
2910 GOTO 2930
2920 JR=JR+1
2930 L1=JK
2940 K=K+1
2950 JK=JK+1
2960 L3=L2-1
2970 IF K<=L3 THEN 2990
2980 GOTO 3010
2990 IF JR<=MR THEN 2330
3000 GOTO 3010
3001 K=K+2
3002 L1=JK
3003 VR(JK)=VPR(K)
3004 VI(JK)=VPI(K)
3005 L3=L2-1
3006 IF K<=L3 THEN 2330
3010 IF MR=L1 THEN 3200
3020 JK=1
3030 K=1
3040 VR1(K)=VR(JK)
3050 VI1(K)=VI(JK)
3060 IF VI(JK)=0 THEN 3110
3070 IF K=MR THEN 3191
3080 K=K+1
3090 VI1(K)=-VI(JK)
3100 VR1(K)=VR(JK)
3110 K1=K
3120 JK=JK+1
3130 K=K+1
3140 IF JK<=L1 THEN 3040
3150 LPRINT "***** VALEURS PROPRES RETENUES *****"
3160 FOR K=1 TO K1 :LPRINT "VR1(";K;")=";VR1(K):NEXT K
3170 LPRINT
3180 FOR K=1 TO K1:LPRINT "VI1(";K;")=";VI1(K):NEXT K
3190 GOTO 3270
3191 PRINT "AUGMENTER MR DE 1":END
3200 FOR JK=1 TO L1
3210 VR1(JK)=VR(JK)
3220 VI1(JK)=VI(JK)
3230 NEXT JK
3240 IF VI1(L1)<>0 THEN 3191

```

```
3250 K1=L1
3260 GOTO 3150
3270 REM +++++ REARRANGEMENT DE Z1 ET CONSTRUCTION DE LA NOUVELLE MATRICE ZE +++++
3271 K1=L1
3272 Q=1E-17
3280 K=1
3290 I=1
3300 J=1
3310 IF VI(K)=0 THEN 3510
3320 IF WI(I)=0 THEN 3320
3330 IF VR(K)<>WR(I) THEN 3380
3340 IF VI(K)<>WI(I) THEN 3380
3350 IF TT(J,I)<>Q THEN 3420
3360 J=J+1
3370 IF J<=N THEN 3350
3380 I=I+1
3390 IF I>N THEN 3680
3400 J=1
3410 GOTO 3320
3420 J=1
3430 ZE(J,K)=TT(J,I)
3440 J=J+1
3450 IF J<=N THEN 3430
3460 J=1
3470 TT(J,I)=Q
3480 J=J+1
3490 IF J<=N THEN 3470
3500 GOTO 3680
3510 IF WI(I)<>0 THEN 3560
3520 IF VR(K)<>WR(I) THEN 3560
3530 IF TT(J,I)<>Q THEN 3600
3540 J=J+1
3550 IF J<=N THEN 3530
3560 I=I+1
3570 IF I>N THEN 3680
3580 J=1
3590 GOTO 3510
3600 J=1
3610 ZE(J,K)=TT(J,I)
3620 J=J+1
3630 IF J<=N THEN 3610
3640 J=1
3650 TT(J,I)=Q
3660 J=J+1
3670 IF J<=N THEN 3650
3680 K=K+1
3690 IF K<=K1 THEN 3290
3700 I=1
3710 K2=K1+1
3720 J=1
3730 IF TT(J,I)=Q THEN 3800
3740 J=1
```

```

3750 ZE(J,K2)=TT(J,I)
3760 J=J+1
3770 IF J<=N THEN 3750
3780 K2=K2+1
3790 GOTO 3820
3800 J=J+1
3810 IF J<=N THEN 3730
3820 I=I+1
3830 IF I<=N THEN 3720
3840 LPRINT "***** MATRICE Z1 REARRANGEE SELON LES MODES RETENUS *****"
3850 FOR I=1 TO N :LPRINT:FOR J=1 TO N
3860 LPRINT ZE(I,J);:NEXT J,I
3869 REM *****
3870 REM ***** CALCUL DE LO,F,G *****
3871 REM *****
3880 REM CALCUL DE L'INVERSE ZI DE ZE
3890 REM MATRICE IN UNITE
3900 FOR I=1 TO N:IN(I,I)=1:NEXT I
3910 D=1
3920 FOR K=1 TO N
3930 IF K=N THEN 4110
3940 IM=K
3950 AM=ABS(ZE(K,K))
3960 FOR I=K+1 TO N
3970 IF AM>=ABS(ZE(I,K)) THEN 4000
3980 IM=I
3990 AM=ABS(ZE(I,K))
4000 NEXT I
4010 REM ECHANGE LIGNES K ET IM SI IM<>K
4020 IF IM=K THEN 4100
4030 FOR J=1 TO N
4040 AP=ZE(IM,J)
4050 ZE(IM,J)=ZE(K,J):ZE(K,J)=AP
4060 BP=IN(IM,J)
4070 IN(IM,J)=IN(K,J)
4080 IN(K,J)=BP
4090 NEXT J :D=-D
4100 PRINT
4110 IF ABS(ZE(K,K))<.000001 THEN PRINT "MAT SING";K;ZE(K,K)
4120 D=ZE(K,K)*D
4130 DX=ZE(K,K)
4140 FOR J=1 TO N
4150 ZE(K,J)=ZE(K,J)/DX
4160 IN(K,J)=IN(K,J)/DX
4170 NEXT J
4180 REM ELIMINATION PAR COMBINAISON LINEAIRE
4190 FOR I=1 TO N
4200 AX=ZE(I,K)
4210 IF I=K THEN 4260
4220 FOR J=1 TO N
4230 ZE(I,J)=ZE(I,J)-AX*ZE(K,J)
4240 IN(I,J)=IN(I,J)-AX*IN(K,J)

```

```

4250 NEXT J
4260 NEXT I
4270 NEXT K
4280 PRINT:PRINT "+++++++ MATRICE INVERSE DE ZE:ZI ++++++"
4290 FOR I=1 TO N:PRINT:FOR J=1 TO N
4300 PRINT IN(I,J);:NEXT J,I
4310 PRINT:PRINT
4320 PRINT "DETERMINANT =" ;D
4330 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4340 ZI(I,J)=IN(I,J):NEXT J,I
4350 REM ++++++ CALCUL DE F ++++++
4360 REM CALCUL DU PRODUIT ZI*A=ZA
4370 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4380 SB=0
4390 FOR K=1 TO N
4400 SB=SB+ZI(I,K)*A(K,J)
4410 NEXT K
4420 ZA(I,J)=SB
4430 NEXT J,I
4440 REM CALCUL DE AZ=ZA*ZE
4450 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4460 SB=0
4470 FOR K=1 TO N
4480 SB=SB+ZA(I,K)*ZE(K,J)
4490 NEXT K
4500 AZ(I,J)=SB
4510 NEXT J,I
4520 LPRINT:LPRINT "***** MATRICE F *****"
4530 FOR I=1 TO MR:LPRINT:FOR J=1 TO MR
4540 LPRINT AZ(I,J);:NEXT J,I:LPRINT
4550 REM ++++++ CALCUL DE LA MATRICE G=ZB ++++++
4560 REM CALCUL DE ZB=ZI*B
4570 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR
4580 SB=0
4590 FOR K=1 TO N
4600 SB=SB+ZI(I,K)*B(K,J)
4610 NEXT K
4620 ZB(I,J)=SB
4630 NEXT J,I
4640 LPRINT "***** MATRICE G *****"
4650 FOR I=1 TO MR:LPRINT:FOR J=1 TO LR
4660 LPRINT ZB(I,J);:NEXT J,I :LPRINT:LPRINT
4670 REM ++++++ CALCUL DE LO ++++++
4679 LPRINT "*****"
4680 LPRINT "***** MATRICE AGREGATION LO *****"
4681 LPRINT "*****"
4690 FOR I=1 TO MR:LPRINT:FOR J=1 TO N
4700 LPRINT ZI(I,J);:NEXT J,I :LPRINT:LPRINT

```

```

4710 REM ***** CALCUL DES CONDITIONS INITIALES DU MODELE REDUIT *****
4720 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO N
4730 PZ(I,J)=ZI(I,J)
4740 NEXT J,I
4750 REM CALCUL DU PRODUIT ZO=PZ*XO
4760 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO 1
4770 SB=0
4780 FOR K=1 TO N
4790 SB=SB+PZ(I,K)*XO(K,J)
4800 NEXT K
4810 ZO(I,J)=SB
4820 NEXT J,I
4830 LPRINT "***** VECTEUR CONDITION INITIAL DU MODELE REDUIT *****"
4840 FOR I=1 TO MR:LPRINT:FOR J=1 TO 1:LPRINT ZO(I,J):NEXT J,I:LPRINT
4849 REM *****
4850 REM ***** CALCUL DE J OPTIMALE POUR UNE ENTREE ECHELON *****
4851 REM *****
4860 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO N
4870 PT(J,I)=PZ(I,J):NEXT J,I
4880 REM CALCUL DE L'INVERSE DE A ET RESULTAT DANS A
4881 QQ=N:FOR I=1 TO QQ:FOR J=1 TO QQ:MM(I,J)=A(I,J):NEXT J,I
4890 GOSUB 6000
4891 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:A(I,J)=IN(I,J):NEXT J,I
4892 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:PRINT A(I,J);:NEXT J,I
4900 REM ***** CALCUL DE W'= INV(A) * W * TR(INV(A)) *****
4910 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4920 A1(J,I)=A(I,J):NEXT J,I
4930 REM CALCUL DE INV(A)*BQ=AB
4940 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4950 SB=0
4960 FOR K=1 TO N
4970 SB=SB+A(I,K)*BQ(K,J):NEXT K
4980 AB(I,J)=SB:NEXT J,I
4990 REM *** CALCUL DE AB*A1=BQ ***
4991 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N
4992 SB=0
4993 FOR K=1 TO N
4994 SB=SB+AB(I,K)*A1(K,J):NEXT K
4995 BQ(I,J)=SB:NEXT J,I
4996 REM *** CALCUL DE A*B=B1 ***
4997 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR:SB=0
4998 FOR K=1 TO N:SB=SB+A(I,K)*B(K,J):NEXT K
4999 B1(I,J)=SB:NEXT J,I
5000 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO LR
5010 XO(I,J)=-B1(I,J):NEXT J,I
5019 LPRINT "*****"
5020 LPRINT "***** CALCUL DE H OPTIMALE *****"
5021 LPRINT "*****"
5030 REM *** CALCUL DE W1=C*BQ ***
5031 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N:SB=0
5032 FOR K=1 TO N:SB=SB+C(I,K)*BQ(K,J):NEXT K
5033 W1(I,J)=SB:NEXT J,I

```

```

5040 REM *** CALCUL DE W2=W1*PT ***
5041 FOR I=1 TO LP:FOR J=1, TO MR:SB=0
5042 FOR K=1 TO N:SB=SB+W1(I,K)*PT(K,J):NEXT K
5043 W2(I,J)=SB:NEXT J,I
5050 REM *** CALCUL DE W3=PZ*BQ ***
5051 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO N:SB=0
5052 FOR K=1 TO N:SB=SB+PZ(I,K)*BQ(K,J):NEXT K
5053 W3(I,J)=SB:NEXT J,I
5054 REM *** CALCUL DE W4=W3*PT ***
5055 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO MR:SB=0
5056 FOR K=1 TO N:SB=SB+W3(I,K)*PT(K,J):NEXT K
5057 W4(I,J)=SB:NEXT J,I
5058 REM *** CALCUL DE L'INV DE W4 ET RESULTAT DANS W4 ***
5059 QQ=MR:FOR I=1 TO QQ:FOR J=1 TO QQ:MM(I,J)=W4(I,J):NEXT J,I
5070 GOSUB 6000
5071 FOR I=1 TO MR:FOR J=1 TO MR:W4(I,J)=IN(I,J):NEXT J,I
5072 FOR I=1 TO MR :FOR J=1 TO MR:PRINT W4(I,J);:NEXT J,I
5080 REM *** CALCUL DE H=W2*INV(W4) ***
5090 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO MR:SB=0
5091 FOR K=1 TO MR:SB=SB+W2(I,K)*W4(K,J):NEXT K
5092 H(I,J)=SB:NEXT J,I
5093 PRINT "*****"
5094 PRINT "***** MATRICE H OPTIMALE /J *****"
5095 PRINT "*****"
5096 LPRINT:FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO MR:LPRINT H(I,J):NEXT J,I:LPRINT
5100 REM *** CALCUL DE H1=H*PZ ***
5101 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N:SB=0
5102 FOR K=1 TO MR :SB=SB+H(I,K)*PZ(K,J):NEXT K
5103 H1(I,J)=SB:NEXT J,I
5104 REM *** CALCUL DE H2=C-H1 ***
5105 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N
5106 H2(I,J)=C(I,J)-H1(I,J):NEXT J,I
5107 REM *** CALCUL DE HX=H2*X0 ***
5108 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO LR:SB=0
5109 FOR K=1 TO N:SB=SB+H2(I,K)*X0(K,J):NEXT K
5200 HX(I,J)=SB:NEXT J,I
5210 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO LR
5220 HO(I,J)=HX(I,J)+D(I,J):NEXT J,I
5230 LPRINT "*****"
5231 LPRINT "***** MATRICE K OPTIMALE /J *****"
5232 LPRINT "*****"
5233 FOR I=1 TO LP :FOR J=1 TO LR :LPRINT HO(I,J):NEXT J,I:LPRINT
5240 LPRINT "*****"
5241 LPRINT "***** J CRITERE DE REDUCTION POUR ENTREE ECHELON *****"
5242 LPRINT "*****"
5243 REM *** CALCUL DE H1=H*PZ ***
5244 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N:SB=0

```

```

5245 FOR K=1 TO MR:SB=SB+H(I,K)*PZ(K,J):NEXT K
5246 H1(I,J)=SB:NEXT J,I
5250 REM *** CALCUL DE H2=C-H1 ***
5251 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N
5252 H2(I,J)=C(I,J)-H1(I,J):NEXT J,I
5260 FOR I=1 TO LP:FOR J=1 TO N
5261 H3(J,I)=H2(I,J):NEXT J,I
5270 REM *** CALCUL DE H4=H3*H2 ***
5271 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:SB=0
5272 FOR K=1 TO LP:SB=SB+H3(I,K)*H2(K,J):NEXT K
5273 H4(I,J)=SB:NEXT J,I
5274 REM *** CALCUL DE TRJ=H4*BQ ***
5275 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:SB=0
5276 FOR K=1 TO N:SB=SB+H4(I,K)*BQ(K,J):NEXT K
5277 TRJ(I,J)=SB:NEXT J,I
5278 TR=0
5279 FOR I=1 TO N
5280 TR=TR+TRJ(I,I)
5281 NEXT I
5282 LPRINT "J = ";TR:LPRINT
5283 RE=RE+1
5284 JJ(RE)=TR :MID (RE)=MR
5285 MR=MR+1
5286 IF MR=N-1 THEN 5300
5287 LPRINT "MR=";MR
5288 GOTO 83
5300 FOR I=1 TO RE :LPRINT JJ(RE):NEXT I
5310 NN=RE-1
5311 FOR K=1 TO NN:JJ=RE-K
5312 FOR IL=1 TO JJ
5315 IF JJ(IL)>JJ(IL+1) THEN 5330
5316 DA=JJ(IL)
5317 JJ(IL)=JJ(IL+1)
5318 JJ(IL+1)=DA
5319 DE=DIM(IL)
5320 MID(IL)=MID(IL+1)
5321 MID(IL+1)=DE
5330 NEXT IL
5340 NEXT K
5343 FOR I=1 TO RE:LPRINT JJ(I):NEXT I
5344 LPRINT "*****"
5346 LPRINT "DIM DU MODELE AGREGÉ MR ET CRITERE DE REDUCTION ASSOCIE "
5347 LPRINT "*****"
5348 MR=MID(RE)
5349 J=JJ(RE)
5350 LPRINT "J=";J
5355 LPRINT "MR=";MR
5900 END
6000 REM *** SPRO CALCULANT L'INVERSE DE MM ***
6010 FOR I=1 TO QQ:IN(I,I)=1:NEXT I
6020 D=1
6030 FOR K=1 TO QQ
6040 IF K=QQ THEN 6058
6041 IM=K
6042 AM=ABS(MM(K,K))
6043 FOR I=K+1 TO QQ

```



```

6044 IF AM>=ABS(MM(I,K)) THEN 6047
6045 IM=I
6046 AM=ABS(MM(I,K))
6047 NEXT I
6048 REM ECHANGE LIGNES K ET IM SI IM<>K
6049 IF IM=K THEN 6057
6050 FOR J=1 TO QQ
6051 AP=MM(IM,J)
6052 MM(IM,J)=MM(K,J):MM(K,J)=AP
6053 BP=IN(IM,J)
6054 IN(IM,J)=IN(K,J)
6055 IN(K,J)=BP
6056 NEXT J:D=-D
6057 PRINT
6058 IF ABS(MM(K,K))<.000001 THEN PRINT "MAT.SING";K;MM(K,K)
6059 D=MM(K,K)*D
6060 DX=MM(K,K)
6061 FOR J=1 TO QQ
6062 MM(K,J)=MM(K,J)/DX
6063 IN(K,J)=IN(K,J)/DX
6064 NEXT J
6065 REM ELIMINATION PAR COMBINAISON LINEAIRE
6066 FOR I=1 TO QQ
6067 AX=MM(I,K)
6068 IF I=K THEN 6073
6069 FOR J=1 TO QQ
6070 MM(I,J)=MM(I,J)-AX*MM(K,J)
6071 IN(I,J)=IN(I,J)-AX*IN(K,J)
6072 NEXT J
6073 NEXT I
6074 NEXT K
6075 PRINT:PRINT" MATRICE INVERSE "
6076 FOR I=1 TO QQ:FOR J=1 TO QQ:PRINT IN(I,J):NEXT J,I
6077 PRINT:PRINT "D=";D
6078 RETURN

```

```

10 LPRINT "*****"
20 LPRINT "*****"
30 LPRINT "***** DECOMPOSITION ET COORDINATION DES GRANDS SYSTEMES : *****"
40 LPRINT "***** - METHODE DU CRITERE *****"
50 LPRINT "***** - METHODE DU MODELE *****"
60 LPRINT "*****"
70 LPRINT "*****"
80 LPRINT
90 READ N
100 LPRINT "NOMBRE DE SOUS SYSTEMES : N=";N
110 REM *****
120 REM ***** DIMENSIONNEMENT *****
130 REM *****
140 DIM MX(N,1),MZ(N,1),MM(N,1),X1(N,1),MZT(1,N)
141 LPRINT "*****"
142 LPRINT "***** ECRITURE DES MATRICES DU SYSTEME *****"
143 LPRINT "*****"
144 LPRINT "
145 LPRINT " VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE D'ENTREES INTERMEDIAIRES: MX "
146 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:READ MX(I,J):NEXT J,I
147 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:LPRINT MX(I,J):NEXT J,I:LPRINT
148 LPRINT "*****"
149 LPRINT "VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE DE SORTIES AGISSANT COMME ENTREES: MZ "
150 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:READ MZ(I,J):NEXT J,I
151 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:LPRINT MZ(I,J):NEXT J,I:LPRINT
152 LPRINT "*****"
153 LPRINT "VECTEUR CONTENANT LE NOMBRE DE VARIABLES DE CONTROLE :MM "
154 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:READ MM(I,J):NEXT J,I
155 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:LPRINT MM(I,J) :NEXT J,I: LPRINT
156 LPRINT "*****"
157 LPRINT "M1: SOMME DES ENTREES INTERMEDIAIRES.MX"
158 S=0:FOR I=1 TO N :FOR J=1 TO 1:S=S+MX(I,J):NEXT J,I :M1=S
159 LPRINT "M1=";M1
160 LPRINT "*****"
161 LPRINT "M2: SOMME DES SORTIES MZ"
162 S=0:FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1 :S=S+MZ(I,J):NEXT J,I:M2=S
163 LPRINT "M2=";M2
164 LPRINT "*****"
165 LPRINT "M3: SOMME DES VARIABLES DE CONTROLE MM"
166 S=0:FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1 :S=S+MM(I,J):NEXT J,I:M3=S
167 LPRINT "M3=";M3
168 LPRINT "*****"
169 M=M1+M3 :MC=N*M1
170 DIM C(MC,M2),F1(M,M),F2(1,M),RO(M1,1),ZO(M2,1)
198 LPRINT "*****"
199 LPRINT "MATRICE DES INTERCONNECTIONS C"
200 FOR I=1 TO MC:FOR J=1 TO M2:READ C(I,J):NEXT J,I
201 FOR I=1 TO MC:K=1:FOR J=1 TO M2:LOCATE 24,K:LPRINT C(I,J);:K=K+10:NEXT J:LP
RINT :NEXT I

```

```

202 LPRINT "*****"
203 LPRINT "MATRICES FORMEES PAR LES COEFFICIENTS DE LA FONCTION F(X):F1 ET F2"
204 LPRINT:LPRINT "F1(I,J)":FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO M:READ F1(I,J) :NEXT J,I
205 FOR I=1 TO M:K=1:FOR J=1 TO M:LOCATE 24,K:LPRINT F1(I,J);:K=K+10:NEXT J:LPRINT:
NEXT I:LPRINT
206 LPRINT "F2(I,J)":FOR I=1 TO 1:FOR J=1 TO M :READ F2 (I,J):NEXT J,I
207 FOR I=1 TO 1:K=1:FOR J=1 TO M:LOCATE 24,K:LPRINT F2(I,J);:K=K+8:NEXT J:LPRINT:
NEXT I
208 LPRINT "*****"
209 LPRINT "MATRICES FORMEES DES COEFFICIENTS DE LA FONCTION T(X):T1 ET T2"
210 LPRINT "VECTEUR X1":FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
211 X1(I,J)=MX(I,J)+MM(I,J):NEXT J,I:FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1:LPRINT X1(I,J)
212 NEXT J,I:FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
213 MZT(J,I)=MZ(I,J):NEXT J,I
214 FOR I=1 TO 1:FOR J=1 TO 1
215 SB=0:FOR K=1 TO N
216 SB=SB+MZT(I,K)*X1(K,J):NEXT K
217 MT=SB:NEXT J,I
218 LPRINT "MT=":MT :LPRINT
219 DIM T1(MT,MT),T2(1,MT)
220 LPRINT "T1(I,J)":LPRINT:FOR I=1 TO MT:FOR J=1 TO MT:READ T1(I,J):NEXT J,I
225 FOR I=1 TO MT:K=1:FOR J=1 TO MT:LOCATE 24,K: LPRINT T1(I,J);:K=K+10:NEXT J:
LPRINT:NEXT I :LPRINT
230 LPRINT "T2(I,J)":LPRINT:FOR I=1 TO 1:FOR J=1 TO MT:READ T2(I,J):NEXT J,I
240 FOR I=1 TO 1:FOR J=1 TO MT:LPRINT T2(I,J);:NEXT J,I:LPRINT
250 LPRINT "*****"
260 LPRINT"VECTEUR FORME DES M1 VARIABLES DE COORDINATION RO(M1):CAS CRITERE"
270 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:READ RO(I,J):NEXT J,I
280 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:LPRINT RO(I,J):NEXT J,I:LPRINT
290 LPRINT "*****"
300 REM "VECTEUR FORME DES M2 VARIABLES DE COORDINATION ZO(M2):CAS MODELE "
310 REM FOR I=1 TO M2 :FOR J=1 TO 1:READ ZO(I,J):NEXT J,I
320 REM FOR I=1 TO M2 :FOR J=1 TO 1:LPRINT ZO(I,J):NEXT J,I:LPRINT
330 LPRINT "*****"
350 LPRINT "*****"
360 LPRINT "***** DEBUT DES CALCULS *****"
370 LPRINT "*****"
371 DIM S(MT,MT),CT(MC,M2),RI(M1,1),NUI(MT,MT),NU(MT,MT),N(MT,MT),NA(MT,MT)
372 DIM R(MT,1),P(MT,MT),IN(MT,MT),TI(MT,MT),AB(MT,MT),A(MT,MT),TF2(MT,MT)
373 DIM TI2(MT,MT),BA(MT,MT),Y(MT,MT),ZX(MT),XX(MT,1),XI(MT,1),X(MT,1),MI(MT,1)
374 DIM M(MT,1),TXX(1,MT),Z1(1,MT),Z2(N,N),Z3(N,N),Z1(MT,MT),Z(MT,MT),EP(MT,MT)
375 DIM CI1(MT,MT),CI(MT,MT),SI(MT,MT),EPI(MT,MT),EIP(MT,MT),T1M(MT,MT)
376 DIM T3M(MT,MT),MT2(MT,MT),B(MT,MT),F1M(MT,MT),F2M(MT,MT),MF2(MT,MT)
377 DIM AM(MT,MT),BM(MT,MT),AT(MT,MT),TA(MT,MT),BB(MT,MT),TTO(MT,MT)
378 DIM AC(MT,MT),CA(MT,MT),CB(MT,MT),G(MT,MT),G1(MT,MT),AD(MT,MT)
379 DIM AG(MT,MT),P(50),L(50),CL(50),AE(MT,MT),GX(MT,MT),GE(MT,MT),NU1(MT,1)
380 DIM R1(MT,1),TP(MT,MT),TP2(MT,MT),SP(MT,1),SP2(MT,1),S1(MT,1),S2(MT,1)
381 DIM SY(MT,1),SY1(MT,1),MY(MT,1),Y1(MT,1),Y2(MT,1)
389 REM TEST DETERMINANT QUELLE METHODE UTILISEE
390 FOR I=1 TO N :FOR J=1 TO 1
400 IF MM(I,J)>MZ(I,J) THEN 420
410 GOTO 449
420 NEXT J,I

```

```

429 LPRINT "*****"
430 LPRINT "*****.APPLICATION DE LA METHODE DU MODELE *****"
431 LPRINT "*****"
440 GOTO 4030
449 LPRINT "*****"
450 LPRINT "***** APPLICATION DE LA METHODE DU CRITERE *****"
451 LPRINT "*****"
550 TN=1
551 IO=0:S=0:OI=0:ZM=0:UO=0:UN=0:OK=0:OT=0:TM=0:TK=0:VI=0:PX=0:GK=0:XP=0:KG=0
552 MB=0:TR=0:ZR=0:EK=0
560 FOR I=1 TO N:FOR JX=1 TO 1
570 FOR II=1 TO M2:FOR JJ=1 TO 1:S(II,JJ)=0:NEXT JJ,II
592 KO=MX(I,JX):K7=MM(I,JX):K1=MZ(I,JX)
600 FOR J=1 TO N
610 K2=MX(J,JX):IO=IO+1
630 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=IO TO K2
640 CT(II,JJ)=C(II,JJ):NEXT JJ,II
650 FOR II=IO TO K2:FOR JJ=1 TO 1
660 RI(II,JJ)=RO(II,JJ):NEXT JJ,II
670 REM ** CALCUL DU PRODUIT NUI=CT*RI **
680 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1:SB=0
690 FOR KK=1 TO K2:SB=SB+CT(II,KK)*RI(KK,JJ):NEXT KK
691 NUI(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
700 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
710 S(II,JJ)=NUI(II,JJ)+S(II,JJ)
720 NEXT JJ,II
740 IO=K2:NEXT J
750 LPRINT "***** VECTEUR NUI *****"
760 LPRINT "*****"
770 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
780 NUI(II,JJ)=-S(II,JJ):NEXT JJ,II
790 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
800 LPRINT NUI(II,JJ):NEXT JJ,II:LPRINT
801 UO=UO+1:UN=UN+K1
802 FOR IU=UO TO UN:FOR JU=1 TO 1:NU(IU,JU)=NUI(IU,JU):NEXT JU,IU
803 UO=UN
810 REM ***** RESOLUTION DU SYSTEME POUR LE CALCUL DE X ET M *****
820 KX=X1(I,JX)
825 FOR II=1 TO KO:FOR JJ=1 TO 1
830 R(II,JJ)=RO(II,JJ):NEXT JJ,II
840 FOR II=KO+1 TO KX:FOR JJ=1 TO 1
850 R(II,JJ)=0:NEXT JJ,II
860 K11=2*K1
870 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
880 N(II,JJ)=NUI(II,JJ):NEXT JJ,II
890 FOR II=K1+1 TO K11:FOR JJ=1 TO 1
900 N(II,JJ)=NUI(II-K1,JJ):NEXT JJ,II
910 REM CALCUL DU NOUVEAU NUI
920 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1

```

```

930 NA(II,JJ)=NUI(II,JJ):NEXT JJ,II
940 IO=0
950 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
960 IO=IO+1:IK=II*KX
970 FOR IJ=IO TO IK:FOR JI=1 TO KX
980 N(IJ,JI)=NUI(II,JJ):NEXT JI,IJ
990 IO=IK:NEXT JJ,II
1000 LPRINT "NOUVEAU VECTEUR NU=N:"
1010 FOR II=1 TO KT:FOR JJ=1 TO KX
1020 LPRINT N(II,JJ):NEXT JJ,II :LPRINT
1030 LPRINT "ECRITURE DU NOUVEAU RO:R"
1040 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO 1:LPRINT R(II,JJ):NEXT JJ,II:LPRINT
1050 LPRINT "CALCUL DE F1+F1(TRANSPOSEE)"
1060 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO KX
1061 F(II,JJ)=F1(II,JJ)+F1(JJ,II):NEXT JJ,II
1062 FOR II=1 TO KX:LPRINT:FOR JJ=1 TO KX:LPRINT F(II,JJ);:NEXT JJ,II:LPRINT
1070 REM CALCUL DES DIMENSIONS DE LA MATRICE FORMEE DES COEFFICIENTS DE TOUTS I
1080 KT=KX*K1:IO=0
1081 REM CALCUL DE TRANS DEN:TN
1090 FOR II=1 TO K11:FOR JJ=1 TO 1
1100 TN(JJ,II)=N(II,JJ):NEXT JJ,II
1110 REM CALCUL DE LA MATRICE TT=T1+TRANSPO(T1)
1115 FOR PK=KX TO KT STEP KX
1120 IO=IO+1
1130 FOR II=IO TO PK:FOR JJ=1 TO KX
1140 TT(II,JJ)=T1(II,JJ)+T1(JJ,II):NEXT JJ,II
1150 IO=PK
1170 NEXT PK
1180 LPRINT:LPRINT "MATRICE TT(KT,KX)"
1190 FOR II=1 TO KT:LPRINT:FOR JJ=1 TO KX:LPRINT TT(II,JJ);:NEXT JJ,II:LPRINT
1200 REM CALCUL DE AB=TN(II,JJ)*TT(II,JJ)
1210 FOR II=1 TO KT :FOR JJ=1 TO KX
1220 TN(JJ,II)=N(II,JJ):NEXT JJ,II
1230 FOR II=1 TO KX :FOR JJ=1 TO KX
1236 SB=0:FOR K=1 TO KT:SB=SB+TN(II,K)*TT(K,JJ)
1237 NEXT K:AB(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
1240 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO KX:A(II,JJ)=F(II,JJ)+AB(II,JJ):NEXT JJ,II
1250 LPRINT "***** MATRICE A DU SYSTEME AX=B *****"
1260 FOR II=1 TO KX:LPRINT:FOR JJ=1 TO KX:LPRINT A(II,JJ);:NEXT JJ,II:LPRINT
1270 LPRINT "VECTEUR B"
1271 REM CALCUL DE TF2 =TRANSPOSEE DE F2
1272 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO KX:TF2(JJ,II)=F2(II,JJ):NEXT JJ,II
1273 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO KT:TT2(JJ,II)=T2(II,JJ):NEXT JJ,II
1280 REM CALCUL DE BA=TN*TT2
1281 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO 1:SB=0:FOR K=1 TO KT
1282 SB=SB+TN(II,K)*TT2(K,JJ):NEXT K:BA(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
1283 REM CALCUL DE B=-(R+TF2+BA)
1284 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO 1:B(II,JJ)=- (R(II,JJ)+TF2(II,JJ)+BA(II,JJ))

```

```

1285 NEXT JJ,II:FOR II=1 TO KX :FOR JJ=1 TO 1:LPRINT B(II,JJ):NEXT JJ,II:LPRINT
1286 REM ***** RESOLUTION DU SYSTEME AX=B *****
1290 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO KX:Y(II,JJ)=A(II,JJ):NEXT JJ,II
1300 E=KX-1
1310 FOR G=1 TO KX
1320 ZX(G)=0
1330 T=Y(G,1)
1340 IF T<>0 THEN 1480
1350 FOR II=G+1 TO KX
1360 ZX(G)=II
1370 IF Y(II,1)=0 THEN 1460
1380 FOR JJ=1 TO KX
1390 S=Y(G,JJ)
1400 Y(G,JJ)=Y(II,JJ)
1410 Y(II,JJ)=S
1420 NEXT JJ
1430 GOTO 1330
1440 NEXT II
1450 PRINT
1460 PRINT "VOTRE MATRICE N'A PAS D'INVERSE "
1470 GOTO 3960
1480 FOR JJ=1 TO E
2200 Y(G,JJ)=Y(G,JJ+1)/T
2210 NEXT JJ
2220 Y(G,KX)=1/T
2230 FOR II=1 TO KX
2240 IF II=G THEN 2300
2250 S=Y(II,1)
2260 FOR JJ=1 TO E
2270 Y(II,JJ)=Y(II,JJ+1)-S*Y(G,JJ)
2280 NEXT JJ
2290 Y(II,KX)=-S*Y(G,KX)
2291 NEXT II
2292 NEXT G
2300 PRINT" MATRICE INV DE A ":PRINT:FOR II=1 TO KX:PRINT:FOR JJ=1 TO KX
2310 PRINT Y(I,J):NEXT JJ,II:PRINT
2350 LPRINT "CALCUL DU VECTEUR XX FORME DES XI DES SSYSTEMES "
2360 FOR II=1 TO KX:FOR JJ=1 TO 1
2361 SB=0
2362 FOR K=1 TO KX
2363 SB=SB+Y(II,K)*B(K,JJ)
2365 NEXT K
2366 XX(II,JJ)=SB
2367 NEXT JJ,II
2368 LPRINT:LPRINT "VECTEUR XI POUR LE SSYSTEME I=";I
2369 FOR II=1 TO K0:FOR JJ=1 TO 1
2670 XI(II,JJ)=XX(II,JJ):
2680 NEXT JJ,II
2681 OK=OK+1:XM=XM+K0
2682 FOR IR=OK TO XM:FOR JR=1 TO 1:I1=IR-OK+1
2683 X(IR,JR)=XI(I1,JR):NEXT JR,IR:OK=XM
2690 FOR II=1 TO K0:FOR JJ=1 TO 1
2700 LPRINT XI(II,JJ):NEXT JJ,II:LPRINT

```

```

2710 LPRINT "VECTEUR MI POUR LE SSYSTEM I=";I
2720 VO=K0+1:KM=KX-K0
2730 FOR II=VO TO KX:FOR JJ=1 TO 1
2740 I1=II-K0+1
2750 MI(I1,JJ)=XX(II,JJ)
2760 NEXT JJ,II
2770 FOR II= 1 TO KM:FOR JJ=1 TO 1
2780 LPRINT MI(II,JJ):NEXT JJ,II:LPRINT
2781 TM=TM+K7:OT=OT+1
2782 FOR I7=OT TO TM:FOR J7=1 TO 1:I2=I7-OT
2783 M(I7,J7)=MI(I2,J7):NEXT J7,I7:OT=TM
2790 LPRINT "***** CALCUL DU VECTEUR Z*****"
2791 IO=IO+1:TK=TK+KX
2799 FOR I2=IO TO TK:FOR J2=1 TO TK:I5=I2-IO+1
2810 TP(I5,J2)=T1(I2,J2):TP2(1,I5)=T2(1,I2)
2811 NEXT J2,I2:PX=PX+1:GK=GK+K1
2812 FOR II=1 TO KX:LPRINT:FOR JJ=1 TO 1
2813 LPRINT TP(I,J):NEXT JJ,II
2818 FOR I2=PK TO GK:FOR J2=1 TO 1
2819 FOR II=1 TO KX :FOR JJ=1 TO 1
2820 TXX(JJ,II)=XX(II,JJ):NEXT JJ,II
2830 REM CALCUL DE Z1=TXX*TP
2840 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO KX:SB=0
2880 FOR K=1 TO KX
2881 SB=SB+TXX(II,K)*TP(K,JJ)
2890 NEXT K
2891 Z1(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
2892 REM CALCUL DE Z2=Z1*XX
2893 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1:SB=0:FOR K=1 TO KX
2894 SB=SB+Z1(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
2895 Z2(II,JJ)=SB
2900 NEXT JJ,II
2910 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1 :S1=Z2(II,JJ):NEXT JJ,II
2920 REM CALCUL DU PRODUIT Z3=TP2*XX
2930 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1:SB=0:FOR K=1 TO KX
2940 SB=SB+TP2(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
2941 Z3(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
2942 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1:S2=Z3(II,JJ):NEXT JJ,II
2950 ZI(I2,J2)=S1+S2
2960 PX=GK
2970 NEXT J2,I2
2980 LPRINT "ECRITURE DE ZI DU SSYSTEM I=";I
2990 FOR I2=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1
3000 LPRINT ZI(I2,JJ):NEXT JJ,I2 :LPRINT
3010 ZM=ZM+K1:OI=OI+1
3020 FOR I4=OI TO ZM :FOR J4=1 TO 1
3030 Z(I4,J4)=ZI(I4,J4):NEXT J4,I4
3040 OI=ZM
3050 NEXT J4,I4
3060 LPRINT "*****"
3070 LPRINT "***** VECTEUR NU CONTENANT LES NUI DES SSYSTEMES *****"
3080 LPRINT "*****"
3090 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1
3100 LPRINT NU(I,J):NEXT J,I:LPRINT
3110 LPRINT "*****"
3120 LPRINT "***** VECTEUR X CONTENANT LES XI DES SSYSTEMES *****"
3130 LPRINT "*****"
3140 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1
3150 LPRINT XI(I,J):NEXT J,I:LPRINT

```

```

3140 FOR I=1 TO M1 :FOR J=1 TO 1
3150 LPRINT X(I,J):NEXT J,I:LPRINT
3300 LPRINT "*****"
3310 LPRINT "***** VECTEUR M CONTENANT LES MI DES SSYSTEMES *****"
3320 LPRINT "*****"
3330 FOR I=1 TO M3:FOR J=1 TO 1
3340 LPRINT M(I,J):NEXT J,I:LPRINT
3350 LPRINT "*****"
3360 LPRINT "***** VECTEUR Z CONTENANT LES ZI DES SSYSTEMES *****"
3370 LPRINT "*****"
3380 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1
3390 LPRINT Z(I,J):NEXT J,I:LPRINT
3400 REM *****
3410 REM ***** CALCUL DU VECTEUR ERREUR EP FORME DES EPI DES SSYSTEMES *****
3420 REM *****
3430 IO=0:PI=0:OK=0:OI=1:LO=0 :OL=0
3440 REM CALCUL DU PRODUIT CZ=C*Z
3450 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:EP(I,J)=0:NEXT J,I
3460 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
3470 KO=MX(I,J):K1=MZ(I,J)
3480 FOR JJ=1 TO N
3490 IO=IO+1
3500 PI=PI+KO:IP=MZ(JJ,1)
3510 FOR I1=IO TO PI:FOR J1=1 TO IP
3520 CI1(I1,J1)=C(I1,J1)
3530 ZI(J1,1)=Z(J1,1):NEXT J1,I1
3540 FOR I1=IO TO PI:FOR J1=1 TO IP:I2=I1-IO+1
3550 CI(I2,J1)=CI1(I1,J1):NEXT J1,I1
3560 FOR I2=1 TO KO
3570 FOR J2=1 TO 1
3580 SB=0:FOR K=1 TO IP:SB=SB+CI(I2,K)*ZI(K,J2):NEXT K
3590 SI(I2,J2)=SB:NEXT J2,I2
3600 FOR I3=1 TO KO:FOR J3=1 TO 1:EP(I3,J3)=EP(I3,J3)+SI(I3,J3):NEXT J3,I3
3610 IO=PI:NEXT JJ
3611 LO=LO+1:OL=OL+KO
3620 FOR I1=LO TO OL:FOR J1=1 TO 1 :I2=I1-LO+1
3630 XI(I2,J1)=X(I1,J1):NEXT J1,I1
3640 FOR I1=1 TO KO:FOR J1=1 TO 1
3650 EPI(I1,J1)=XI(I1,J1)-EP(I1,J1):NEXT J1,I1
3660 OK=OK+KO:FOR I1=OI TO OK:FOR J1 =1 TO 1:I=I1-OI+1
3670 EIP(I1,J1)=EPI(I,J1):NEXT J1,I1
3680 OI=OK+1:NEXT J,I
3681 LPRINT"**** VECTEUR ERREUR ****":LPRINT
3690 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:LPRINT EIP(I,J):NEXT J,I :LPRINT
3700 REM ***** TEST VERIFIANT QUE EIP<>0 *****
3710 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1
3720 IF EIP(I,J)=0 THEN 3730
3721 GOTO 3970
3730 NEXT J,I
3740 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
3741 REM CALCUL DU VECTEUR SY(I,J)
3742 TR=TR+1 :RK=RK+MY(I,1)
3743 FOR II=TR TO RK :FOR JJ=1 TO RK

```



```

3744 I1=I-TR+1
3745 SP(I1,JJ)=S1(II,JJ):SP2(1,I2)=S2(1,I1)
3746 NEXT JJ,II :XP=XP+1:KG=KG+K1
3747 FOR II=1 TO KX :LPRINT :FOR JJ=1 TO 1:LPRINT SP(I,J):NEXT JJ,II
3748 FOR II=KP TO KG :FOR JJ=1 TO 1
3749 FOR I1= 1 TO KX:FOR J1=1 TO 1
3750 TXX(J1,I1)=XX(I1,J1):NEXT J1,I1
3751 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO KX:SB=0
3752 FOR K=1 TO KX
3753 SB=SB+TXX(II,K)*SP(K,JJ):NEXT K
3754 Y1(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
3755 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1
3756 SB=0:FOR K=1 TO KX
3757 SB=SB+Y1(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
3758 Y2(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
3759 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1:F2=Y2(II,JJ)
3760 NEXT JJ,II
3761 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1
3762 SB=0:FOR K=1 TO KX
3763 SB=SB+SP2(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
3764 Y3(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
3765 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO 1:F3=Y3(II,JJ)
3766 NEXT JJ,II:SYI(II,JJ)=F2+F3
3767 XP=KG
3768 NEXT JJ,II
3769 MB=MB+MY(I,1):TR=TR+1
3770 FOR II=TR TO MB:FOR JJ=1 TO 1
3771 SY(II,JJ)=SYI(II,JJ):NEXT JJ,II
3772 TR=MB
3773 NEXT J,I
3774 LPRINT "*****"
3775 LPRINT "***** SOLUTION OPTIMALE OBTENUE *****"
3776 LPRINT "*****"
3780 LPRINT "NBRE ITERATION T=";T
3790 IO=0:XM=0:ZM=0:M1=0:OI=0:OU=0
3800 FOR I=1 TO N
3801 LPRINT "*****"
3810 LPRINT " SOUS SYSTEME I=";I
3811 LPRINT "*****"
3820 IO=IO+1:OI=OI+1:OU=OU+1:KO=MX(I,1):K1=MZ(I,1):K2=MM(I,1)
3830 XM=XM+KO:ZM=ZM+K1.M1=M1+K2
3840 LPRINT "VECTEUR X DU SSYS I :X(";I;"):";I
3850 FOR I1=IO TO XM:FOR J1=1 TO 1:LPRINT X(I1,J1):NEXT J1,I1:LPRINT
3860 LPRINT "-----"
3870 LPRINT "VECTEUR M DU SSYST I :M(";I;"):";I
3880 FOR I=OI TO M1:FOR J=1 TO 1:LPRINT M(I,J):NEXT J,I:LPRINT
3890 LPRINT "-----"
3900 LPRINT "VECTEUR Z DU SSYST I : Z(";I;"):";I
3910 FOR I1=OU TO ZM:FOR J=1 TO 1:LPRINT Z(I1,J):NEXT J,I1:LPRINT
3920 IO=XM:OI=M1:OU=ZM

```

```

3930 LPRINT "=====
3940 LPRINT "VECTEUR Y DU SSYST I: Y(";I;"):";I
3941 LPRINT FOR I1=P0 TO ZR :FOR J=1 TO 1:LPRINT Y(I,J):NEXT J,I
3942 P0=ZR
3943 LPRINT "*****
3944 LPRINT
3950 NEXT I
3960 END
3970 LPRINT "RO DOIT ETRE CHANGER :CALCUL DU NOUVEAU RO "
3980 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:RO(I,J)=RO(I,J)-EIP(I,J):NEXT J,I
3990 LPRINT "LE NOUVEAU RO : "
4000 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:LPRINT RO(I,J):NEXT J,I
4010 TN=TN+1
4020 GOTO 551
4030 LPRINT"*****
4040 LPRINT"*****
4050 LPRINT"***** APPLICATION DE LA METHODE DU MODELE *****
4060 LPRINT"*****
4070 LPRINT"*****
4080 T=1
4090 REM ***** INITIALISATION *****
4100 L1=0:IO=0:S=0:OI=0:ZM=0:UO=0:I1=0:UN=0:OK=0:OT=0:TM=0:XM=0:OY=0:IK=0:KI=0
4110 L0=0:K5=0:OT=0:KP=0:PK=0:TM=0:PP=1:LM=0:ML=0:I7=0:OA=0:YO=0:K9=0:IO=0:OL=0
4111 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
4120 FOR II=1 TO M2 :FOR JJ=1 TO 1 :S(II,JJ)=0 :NEXT JJ,II
4130 REM ***** CALCUL DE XI DU SSYSTEME I *****
4140 KO=MX(I,1):K1=MZ(I,1):K7=MM(I,1)
4150 FOR J=1 TO N
4160 K2=MZ(J,I):ZM=ZM+K2:XM=XM+K0:IO=IO+1:OI=OI+1
4170 FOR II=IO TO XM:FOR JJ=OI TO ZM
4180 I1=II+1-IO:J1=JJ-OI+1
4190 CI(II,J1)=C(II,JJ):ZI(J1,1)=ZO(JJ,1):NEXT JJ,II
4200 REM CALCUL DE XI
4210 FOR II=1 TO KO:FOR JJ=1 TO 1:SB=0:FOR K=1 TO K2
4220 SB=SB+CI(II,K)*ZI(K,JJ):NEXT K:XX(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
4230 FOR II=1 TO KO:FOR JJ=1 TO 1:S(II,JJ)=S(II,JJ)+XX(II,JJ)
4240 NEXT JJ,II
4250 IO=XM:OI=ZM
4260 NEXT J
4270 FOR II=1 TO KO:FOR JJ=1 TO 1
4280 XI(II,JJ)=S(II,JJ):NEXT JJ,II
4290 FOR II=1 TO KO:FOR JJ=1 TO 1
4300 I1=I1+II
4310 X(I1,JJ)=XI(II,JJ):NEXT JJ,II
4320 REM CALCUL DES MI
4321 K8=K0+K7
4330 IK=IK+1:KI=KI+K1
4331 FOR II=IK TO KI:FOR JJ=1 TO 1:I1=II-IK+1
4340 ZI(I1,JJ)=ZO(II,JJ):NEXT JJ,II
4350 PK=PK+1:KP=KP+K8*PP

```

```

4360 FOR II=PK TO KP:FOR JJ=1 TO KP:II=II-PK+1
4370 T1M(II,JJ)=T1(II,JJ):NEXT JJ,II
4380 FOR JJ=PK TO KP :FOR II=1 TO 1:J1=JJ-PK+1
4390 T2M(II,J1)=T2(II,JJ):NEXT II,JJ
4400 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=PK TO KP :J1=JJ-PK+1
4401 I8=0:I9=0
4460 MT2(J1,II)=T2M(II,JJ):NEXT JJ,II
4470 FOR II=1 TO K8 :FOR JJ=1 TO K8
4480 PRINT T1M(II,JJ):NEXT JJ,II
4490 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:PRINT MT2(II,JJ):NEXT JJ,II
4500 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:B(II,JJ)=-MT2(II,JJ):NEXT JJ,II
4510 REM RESOLUTION DU SYSTEME NOUS PERMETTANT DE TROUVER MI:A*X=B
4520 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8:A(II,JJ)=T1M(II,JJ)+T1M(JJ,II):NEXT JJ,II
4530 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8:Y(II,JJ)=A(II,JJ):NEXT JJ,II
4540 E=K8-1
4550 FOR G=1 TO K8
4560 ZX(G)=0
4630 T=Y(G,1)
4640 IF T<>0 THEN 4780
4650 FOR II=G+1 TO K8
4660 ZX(G)=II
4670 IF Y(II,1)=0 THEN 4760
4680 FOR JJ=1 TO K8
4690 S=Y(G,JJ)
4700 Y(G,JJ)=Y(II,JJ)
4710 Y(II,JJ)=S
4720 NEXT JJ
4740 GOTO 4630
4750 NEXT II
4760 PRINT "VOTRE MATRICE N'A PAS D'INVERSE"
4770 GOTO 3960
4780 FOR JJ=1 TO E
4790 Y(G,JJ)=Y(G,JJ+1)/T
4800 NEXT JJ
4810 Y(G,K8)=1/T
4820 FOR II=1 TO K8
4830 IF II=G THEN 4900
4840 S=Y(II,1)
4850 FOR JJ=1 TO E
4860 Y(II,JJ)=Y(II,JJ+1)-S*Y(G,JJ)
4870 NEXT JJ
4880 Y(II,K8)=-S*Y(G,K8)
4890 NEXT II
4891 NEXT G
4900 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8:PRINT Y(II,JJ):NEXT JJ,II
4910 REM CALCUL DU VECTEUR XX
4940 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
4950 SB=0
4960 FOR K=1 TO K8
4970 SB=SB+Y(II,K)*B(K,JJ):NEXT K
4980 XX(II,JJ)=SB
4990 NEXT JJ,II
5000 PRINT "VECTEUR MI POUR LE SYSTEME I=";I
5010 FOR II=K0+1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1

```

```

5020 I1=II-K0
5030 MI(I1, JJ)=XX(II, JJ)
5040 NEXT JJ, II
5050 FOR II=1 TO K7:FOR JJ=1 TO 1
5060 PRINT MI(II, JJ):NEXT JJ, II
5070 FOR II=1 TO K7:FOR JJ=1 TO 1
5080 I7=II+I7
5090 M(I7, JJ)=MI(II, JJ):NEXT JJ, II
5100 PRINT "CALCUL DE NUI"
5110 LM=LM+1:ML=ML+K8
5130 FOR II=LM TO ML:FOR JJ=1 TO K8
5140 I1=II-LM+1
5150 F1M(I1, JJ)=F1(II, JJ):NEXT JJ, II
5160 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=LM TO ML
5165 J1=JJ-LM+1
5170 F2M(II, J1)=F2(II, JJ):NEXT JJ, II
5180 FOR II=1 TO 1:FOR JJ=1 TO K8
5190 MF2(JJ, II)=F2M(II, JJ):NEXT JJ, II
5200 REM CALCUL DE LA MATRICE DERIVEE DE FI/MI=B
5210 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8
5220 AM(II, JJ)=F1M(II, JJ):NEXT JJ, II
5230 FOR II=1 TO K0:AM(II, II)=0:NEXT II
5240 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
5250 BM(II, JJ)=MF2(II, JJ):NEXT JJ, II
5260 FOR II=1 TO K0:FOR JJ=1 TO 1
5270 BM(II, JJ)=0:NEXT JJ, II
5280 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8
5290 AT(II, JJ)=AM(II, JJ)+AM(JJ, II):NEXT JJ, II
5300 REM CALCUL DU PRODUIT AT*XX=TA
5310 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
5320 SB=0:FOR K=1 TO K8:SB=SB+AT(II, K)*XX(K, JJ)
5330 NEXT K:TA(II, JJ)=SB:NEXT JJ, II
5340 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:BB(II, JJ)=TA(II, JJ)+BM(II, JJ)
5350 NEXT JJ, II
5400 REM CALCUL DE TT=T1+TRANS(T1)
5410 K9=K9+K8
5420 KT=K8*K1
5430 FOR PK=K9 TO KT STEP K8
5440 LO=LO+1
5441 FOR II=LO TO PK :FOR JJ=1 TO KX
5442 TT(II, JJ)=T1(II, JJ)+T1(JJ, II):NEXT JJ, II
5443 LO=PK:NEXT PK
5444 PRINT "MATRICE TT=T1+T(T1)"
5445 FOR II=1 TO KT:FOR JJ=1 TO K8:PRINT TT(II, JJ):NEXT JJ, II

```

```

5449 FOR PK=K9 TO KT STEP K8 :OL=OL+1
5450 FOR II=OL TO PK:FOR JJ=1 TO K8
5460 TTO(II,JJ)=TT(II,JJ):NEXT JJ,II
5470 FOR II=OL TO PK:TTO(II,II)=0:NEXT II
5480 REM CALCUL DU PRODUIT CA=AC*XX
5490 FOR II=OL TO PK:FOR JJ=1 TO K8:I1=II-OL+1
5500 AC(II,JJ)=TTO(II,JJ):NEXT JJ,II
5510 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
5520 SB=0:FOR K=1 TO K8:SB=SB+AC(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
5530 CA(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
5540 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:PRINT CA(II,JJ):NEXT JJ,II
5550 REM CALCUL DE LA TRANSPOSEE DE T2:TT2
5560 FOR JJ=OL TO PK:FOR II=1 TO 1:J1=JJ-OL+1
5570 TT2(J1,II)=T2(II,JJ):NEXT JJ,II
5580 FOR II=OL TO PK:FOR JJ=1 TO 1:I1=II-OL+1
5590 CB(II,JJ)=TT2(II,JJ):NEXT JJ,II
5600 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:CB(II,JJ)=0:NEXT JJ,II
5610 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
5620 AB(II,JJ)=CA(II,JJ)+CB(II,JJ):NEXT JJ,II
5630 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:PRINT AB(II,JJ):NEXT JJ,II
5640 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
5650 G(II,J1)=AB(II,JJ):NEXT JJ,II
5660 OL=PK:NEXT PK
5670 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K1:PRINT G(II,JJ):NEXT JJ,II
5680 REM RESOLUTION DU SYSTEME G*X=BB
5690 REM CALCUL DE LA MATRICE AUGMENTE DE G :G1
5700 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K1:G1(II,JJ)=G(II,JJ):NEXT JJ,II
5701 J1=JJ-K1
5710 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=K1+1 TO K1+1:G1(II,JJ)=BB(II,J1):NEXT JJ,II
5720 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K1+1:PRINT G1(II,JJ):NEXT JJ,II
5730 REM CALCUL DU RANG DE LA MATRICE G ET G1
5740 R1=K1:R2=K1+1
5750 FOR II=1 TO R1 :FOR JJ=1 TO R1:AD(II,JJ)=G(II,JJ):NEXT JJ,II
5760 DM=R1
5770 GOSUB 6400
5780 D1=DET
5790 IF D1=0 THEN 5800
5800 R=R1:GOTO 5830:R1=R1-1
5810 IF R1<>1 THEN 5740
5820 PRINT"PAS REGULIERE G":END
5830 REM CALCUL DU RANG DE LA MATRICE G1
5840 FOR II=1 TO R2:FOR JJ=1 TO R2:AD(II,JJ)=G1(II,JJ):NEXT JJ,II
5850 DM=R2
5860 GOSUB 6400

```

```

5870 D2=DET
5880 IF D2=0 THEN 5900
5890 GOTO 5930
5900 R2=R2-1
5910 IF R2<>1 THEN 5840
5920 PRINT "PAS REGULIERE G1":END
5930 IF R=R2 THEN 5950
5940 PRINT "PAS DE SOLUTION ":END
5950 FOR II=1 TO R:FOR JJ=1 TO K1+1
5960 AG(II,JJ)=G1(II,JJ):NEXT JJ,II
5970 REM CALCUL DU K PIVOT
5980 FOR K=1 TO R:P(K)=0
6000 FOR I=1 TO R:FOR J=1 TO R
6020 IF K=1 THEN 6230
6030 FOR S=1 TO K-1
6035 IF I=L(S) THEN 6110
6040 IF J=CL(S) THEN 6100
6050 NEXT S
6060 IF ABS(AG(I,J))<=ABS(P(K)) THEN 6100
6070 P(K)=AG(I,J)
6080 L(K)=I
6090 CL(K)=J
6100 NEXT J
6110 NEXT I
6120 IF ABS(P(K))>.00001 THEN 6140
6130 PRINT "MATRICE SINGULIERE CAR LE PIVOT EST PETIT":END
6140 REM NORMALISATION DE LA K LIGNE
6150 FOR J=1 TO K1+1
6160 AG(L(K),J)=AG(L(K),J)/P(K)
6170 NEXT J
6180 REM REDUCTION DE LA K COLONNE
6190 FOR I=1 TO R
6200 IF I=L(K) THEN 6227
6210 W=AG(I,CL(K))
6220 FOR J=1 TO K1+1
6225 AG(I,J)=AG(I,J)-W*AG(L(K),J)
6228 NEXT J
6227 NEXT I
6230 NEXT K
6240 REM REARRANGEMENT DU VECTEUR SOLUTION
6250 FOR K=1 TO R
6260 FOR J=R+1 TO K1+1
6270 NUI(CL(K),J-R)=AG(L(K),J)
6280 NEXT J,K
6290 FOR I=1 TO K1:FOR J=1 TO 1:PRINT NUI(I,J):NEXT J,I
6292 FOR II=1 TO K1:FOR JJ=1 TO 1:I8=II+I8
6293 NU(I8,JJ)=NUI(II,JJ):NEXT JJ,II
6300 GOTO 6500
6400 REM CALCUL DU DETERMINANT

```

```

6401 DET=1
6402 FOR J=1 TO DM
6403 IF AD(J,J)=0 THEN 6419
6404 D=AD(J,J)
6405 DET =DET *AD(J,J)
6406 FOR T=1 TO DM
6407 AD(J,T)=AD(J,T)/D
6408 NEXT T
6409 FOR K1=1 TO DM
6410 G=AD(K1,J)
6411 IF K1=J THEN 6415
6412 FOR I1=J TO DM
6413 AD(K1,I1)=AD(K1,I1)-AD(J,I1)*G
6414 NEXT I1
6415 NEXT K1
6416 NEXT J
6417 PRINT "DET=";DET
6418 RETURN
6419 N=J
6420 N=N+1
6421 IF N-DM<=0 THEN 6423
6422 DET =0:GOTO 6417
6423 IF AD(N,J)=0 THEN 6420
6424 DET=-DET
6425 FOR M=1 TO DM
6426 F=AD(J,M):AD(J,M)=AD(N,M):AD(N,M)=F
6427 NEXT M
6428 GOTO 6404
6500 PRINT "CALCUL DE RO"
6510 REM CALCUL DE LA DERIVEE DE FI /XI
6520 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8
6530 AM(II,JJ)=F1M(II,JJ):NEXT JJ,II
6540 FOR II=K0+1 TO K8:AM(II,II)=0:NEXT II
6550 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6560 BM(II,JJ)=MF2(II,JJ):NEXT JJ,II
6570 FOR II=K0+1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6580 BM(II,JJ)=0:NEXT JJ,II
6590 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K8
6600 AT(II,JJ)=AM(II,JJ)+AM(JJ,II):NEXT JJ,II
6610 REM CALCUL DU PRODUIT TA=AT*XX
6620 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6630 SB=0:FOR K=1 TO K8:SB=SB+AT(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K
6640 TA(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
6650 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:BB(II,JJ)=TA(II,JJ)+BM(II,JJ):NEXT JJ,II
6660 REM CALCUL DE LA DERIVEE DE T/X
6670 K5=K5+K8:KT=K8*K1
6680 FOR PK=K5 TO KT STEP K8
6690 L1=L1+1
6700 FOR II=L1 TO PK:FOR JJ=1 TO K8
6710 TTO(II,JJ)=TT(II,JJ):NEXT JJ,II
6720 I1=L1+K0:FOR II=I1 TO PK :TTO(II,II)=0:NEXT II

```

```

6730 FOR II=L1 TO PK :FOR JJ=1 TO K8:I2=II-L1+1
6740 AE(I2,JJ)=TTO(II,JJ):NEXT JJ,II
6750 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6760 SB=0:FOR K=1 TO K8:SB=SB+AE(II,K)*XX(K,JJ):NEXT K:CA(II,JJ)=SB
6770 NEXT JJ,II
6771 FOR II=1 TO 1 :FOR JJ=L1 TO PK:J1=JJ-L1+1
6772 TT2(J1,II)=T2(II,JJ):NEXT JJ,II
6780 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6790 CB(II,JJ)=TT2(II,JJ):NEXT JJ,II
6800 FOR II=K0+1 TO K8:CB(II,JJ)=0:NEXT JJ,II
6810 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6820 AB(II,JJ)=CA(II,JJ)+CB(II,JJ):NEXT JJ,II
6830 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:PRINT AB(II,JJ):NEXT JJ,II
6840 FOR II=1 TO K8 :FOR JJ=1 TO 1 :J2=1
6850 GX(II,J2)=AB(II,JJ):NEXT JJ,II:J2=J2+1:L1=PK
6851 NEXT PK
6860 PRINT "MATRICE GX"
6870 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO K1:PRINT GX(II,JJ):NEXT JJ,II
6880 REM CALCUL DU PRODUIT GE=GX*NU
6890 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6891 SB=0:FOR K=1 TO K1:SB=SB+GX(II,K)*NU(K,JJ):NEXT K
6892 GE(II,JJ)=SB:NEXT JJ,II
6900 REM CALCUL DE RO=-(GE+BB)
6910 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1
6920 RO(II,JJ)=-(BB(II,JJ)+GE(II,JJ)):NEXT JJ,II
6930 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:PRINT RO(II,JJ):NEXT JJ,II
6940 FOR II=1 TO K8:FOR JJ=1 TO 1:I9=I9+II
6950 R(I9,JJ)=RO(II,JJ):NEXT JJ,II
6960 LM=ML
6970 NEXT J,I
6980 PRINT "*****"
6990 PRINT "***** VECTEUR X CONTENANT LES XI DES SSY *****"
6991 PRINT "*****"
6992 PRINT
7000 FOR I=1 TO M1 :FOR J=1 TO 1:PRINT X(I,J):NEXT J,I:PRINT
7010 PRINT "*****"
7020 PRINT "***** VECTEUR M CONTENANT LES MI DES SSY *****"
7030 PRINT "*****"
7040 FOR I=1 TO M3:FOR J=1 TO 1:PRINT M(I,J):NEXT J,I:PRINT
7045 PRINT "*****"
7046 PRINT "***** VECTEUR NU CONTENANT LES NUI DES SSY *****"
7047 FOR I=1 TO M2 :FOR J=1 TO 1:PRINT NU(I,J):NEXT J,I:PRINT
7048 PRINT "*****"
7049 PRINT "***** VECTEUR R CONTENANT LES RO DES SSY *****"
7050 PRINT "*****"
7055 FOR I=1 TO M1:FOR J=1 TO 1:PRINT R(I,J):NEXT J,I:PRINT
7060 REM CALCUL DU VECTEUR ERREUE EP
7070 IO=0:PI=0:OK=0:OI=1 :OP=0:IP=0 :OO=0:OL=0
7080 REM CALCUL DU PRODUIT CR=C*R
7090 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1:EP(I,J)=0:NEXT J,I
7100 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO 1
7110 KO=MX(I,J):K1=MZ(I,J)
7120 FOR JJ=1 TO N
7130 IO=IO+1:OP=OP+1
7140 PI=PI+KO:IP=MZ(JJ,1)

```



```

7150 FOR I1=I0 TO PI:FOR J1=1 TO IP
7160 CI1(I1,J1)=C(I1,J1):RI(I1,1)=R(I1,1):NEXT J1,I1
7170 FOR I1=I0 TO PI:FOR J1=1 TO IP:I2=I1-I0+1
7180 CI(I2,J1)=CI1(I1,J1):R1(I2,1)=RI(I1,1):NEXT J1,I1
7190 FOR I=1 TO KO:FOR J=1 TO IP:CT(J,I)=CI(I,J):NEXT J,I
7200 FOR I=1 TO IP:FOR J=1 TO 1
7201 SB=0:FOR K=1 TO KO:SB=SB+CT(I,K)*R1(K,I):NEXT K:SI(I,J)=SB:NEXT J,I
7202 FOR I=1 TO IP:FOR J=1 TO 1:EP(I,J)=EP(I,J)+SI(I,J):NEXT J,I
7203 IO=PI:NEXT JJ
7204 OO=OO+1:OL=OL+K1
7210 FOR I=OO TO OL:FOR J=1 TO 1:I1=I-OO+1
7220 NU1(I1,J)=NU(I,J):NEXT J,I
7230 FOR I=1 TO K1:FOR J=1 TO 1
7240 EPI(I,J)=-((NU1(I,J)+EP(I,J))):NEXT J,I
7250 OK=OK+K1:FOR I=OI TO OK:FOR J=1 TO 1:I1=I-OI+1
7260 EIP(I,J)=EPI(I1,J):NEXT J,I
7270 OI=OK+1:NEXT I
7280 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1:PRINT EIP(I,J):NEXT J,I
7290 REM ***** TEST VERIFIANT QUE EIP EST <>0 *****
7300 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1
7310 IF EIP(I,J)=0 THEN 7330
7320 GOTO 7590
7330 NEXT J,I
7340 PRINT "*****"
7350 PRINT "***** SOLUTION OPTIMALE OBTENUE *****"
7360 PRINT "*****"
7370 PRINT "*** NBRE D'ITERATION T=";T
7380 IO=0:XM=0:ZM=0:M1=0:OI=0:OU=0
7390 FOR I=1 TO N
7400 PRINT "*****"
7410 PRINT "          SOUS SYSTEME I =" ; I
7420 PRINT "*****"
7430 IO=IO+1:OI=OI+1:OU=OU+1:KO=MX(I,1):K1=MZ(I,1):K2=MM(I,1)
7440 XM=XM+KO:ZM=ZM+K1:M1=M1+K2
7450 PRINT "===== "
7460 PRINT "  X DU SSSY I:X(";I;"):";I
7470 PRINT "===== "
7480 FOR I=IO TO XM:FOR J=1 TO 1:PRINT X(I,J):NEXT J,I:PRINT
7490 PRINT "===== "
7500 PRINT "  M DU SSSY I:M(";I;"):";I
7510 PRINT "===== "
7520 FOR I=OI TO M1:FOR J=1 TO 1:PRINT M(I,J):NEXT J,I:PRINT
7530 PRINT "===== "
7540 PRINT "  Z DU SSSY I:Z(";I;"):";I
7550 PRINT "===== "
7560 IO=XM:OI=M1:OU=ZM
7570 PRINT "*****"
7571 PRINT "*****"
7572 PRINT
7573 NEXT I
7580 GOTO 3960
7590 PRINT "ZO DOIT ETRE CHANGER : CALCUL DU NOUVEAU ZO"
7600 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1:ZO(I,J)=ZO(I,J)-EIP(I,J):NEXT J,I
7610 PRINT "LE NOUVEAU ZO"
7620 FOR I=1 TO M2:FOR J=1 TO 1:PRINT ZO(I,J):NEXT J,I
7630 T=T+1
7640 GOTO 4090

```