

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

26/88

1 seul
ex

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

CONTROLE ADAPTIF

ETUDE DU MODELE DE REFERENCE

Proposé par :

Mr: Ait . Cheikh

Etudié par :

Benzada F.Z

Dirigé par :

Mr: Ait . Cheikh

PROMOTION

JUIN 88

Dédicaces.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

- A -
- Mes parents
 - Mané et Mama Aziza.
 - Mes frères et Soeurs.
 - Mes amis (ies).

F. Zohra.

Remerciements.

Mes remerciements vont en premier lieu à mon promoteur, Monsieur Ait Cheikh pour l'aide qu'il m'a apportée durant l'élaboration de ce projet, qu'il trouve ici toute ma gratitude. Je remercie particulièrement B. Salih et tous ceux qui de loin ou de près, ont su m'apporter aide et sympathie.

Sommaire.

* Introduction générale.

* Chapitre I

* Etude du modèle de référence.

I.1. Introduction.

I.2. Classification du problème.

I.3. Approche de stabilité.

- Equation d'erreur.

I.4. Modèle d'erreur.

a. Prototypes.

b. Cas discret.

c. Cas Continu.

d. Cas special.

I.5. Identificateurs et Observateurs adaptifs.

a. Identification.

b. Observateurs adaptifs.

c. Observateur adaptif avec bruit en sortie.

I.6. Etude du Contrôleur adaptif.

a. Problème.

b. Minimum d'information.

c. Structure du Contrôleur (C. direct)

d. Structure du Contrôleur (C. indirect).

e. lois adaptives.

* Chapitre II

* Système de pointage et d'alignement
par laser.

II.1. Introduction.

II.2. Installation (système).

II.3. Le modèle.

II.4. Le contrôleur adaptatif.

II.5. Simulations de l'algorithme de base.

II.6. Considérations pratiques.

II.7. Conclusion.

* Chapitre III.

* Méthode des entrées adaptées
"Input - matching".

III.1. Introduction.

III.2. Méthode de l'identification de l'erreur.

III.3. Méthode de "l'erreur augmentée".

III.4. Méthode des entrées adaptées

a. Algorithme

b. Simulation

III.5. Conclusion.

* Annexe

* Bibliographie.

Introduction générale.

La théorie conventionnelle du contrôle, pour la plupart du temps était liée au contrôle des systèmes dynamiques, dont la représentation mathématique est complètement connue. Le contrôle adaptif se rapporte aux systèmes partiellement connus.

Dans la première partie une étude sur le modèle de référence stable est présentée; comprenant les observateurs et contrôleurs adaptifs. Une description détaillée des modèles d'erreur est présentée, montrant leur importance dans l'étude de stabilité.

Dans la deuxième partie le modèle de référence est utilisé pour améliorer la précision de pointage dans les systèmes de pointage et d'alignement par laser. Une complète simulation est présentée. On montre que les gains adaptifs réduisent efficacement les effets indésirables des frottements statique, de Coulomb, et des paramètres inconnus. De plus, le contrôle est efficace, bien qu'on modélise un système d'ordre six par un modèle d'ordre deux.

Dans la troisième partie, la méthode des entrées adaptées "Input-Matching" est présentée. Qui est une autre application du modèle de référence.

Chapitre I

Etude du modèle de référence

Contrôle adaptif

I.1 - Introduction.

La théorie conventionnelle du contrôle, pour la plupart du temps était liée au contrôle des systèmes dynamiques, dont la représentation mathématique est complètement connue. Le contrôle adaptif se rapporte aux systèmes partiellement connus.

Pendant plusieurs années, il y'a eu un grand intérêt pour le contrôle adaptif dû au fait, qu'il existe beaucoup d'incertitudes dans les caractéristiques dynamiques de la majorité des systèmes pratiques. Les outils utilisés dans la théorie conventionnelle du contrôle, ne sont plus adéquats pour réaliser, des performances satisfaisantes pour les systèmes variants.

Une des formes du contrôle adaptif, est le modèle de référence du contrôle adaptif (MRAC). Dans ce qui suit, on tentera de présenter, quelques idées sur le modèle de référence, en utilisant une approche de stabilité, et une description détaillée des modèles d'erreurs qui est la base pour l'étude d'adaptation.

I.2. Classification du problème.

Le problème de contrôle consiste en la détermination de la commande $u(t)$, tel que l'erreur entre la sortie du système $y_P(t)$ et du modèle $y_M(t)$, tend vers zéro.

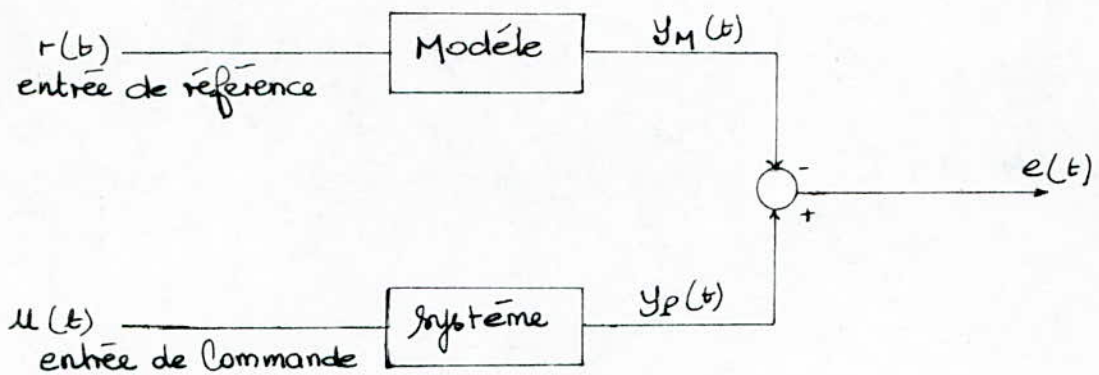


Fig - 1-

La paramétrisation du système, la structure du contrôleur, et la manière dont les paramètres du contrôleur sont ajustés, a un aspect important pour la réalisation d'une commande stable.

Il existe deux approches possible pour résoudre ce problème. La 1^{ère} est le contrôle direct, on ajuste les paramètres d'erreur pour minimiser $e(t)$. La 2^{ème}, est le contrôle indirect, où on cherche à adapter la fonction de transfert du système à celle du modèle de référence, et cela en ajustant les paramètres de commande d'après, l'estimation des paramètres du système.

Le système à être contrôlé peut être continu ou discret. Les résultats connus en MRAC s'appliquent au système monovarié. Pour des considérations pratiques, ces résultats doivent être étendus aux systèmes multivariés.

Les systèmes déterministes sont les systèmes où le bruit n'existe pas. Actuellement on s'intéresse plus aux systèmes stochastiques, systèmes où le bruit est présent. Cet intérêt est dû à l'effet du bruit sur les paramètres estimés et la convergence.

I.3. Approche de Stabilité:

Les systèmes linéaires invariants sont asymptotiquement stables, si les pôles de la fonction de transfert sont situés dans le demi plan gauche du plan complexe.

Equation d'erreur:

L'état du système est $x_p(t)$, l'état du modèle est $x_m(t)$; $\theta(t)$ est le vecteur des paramètres ajustables du contrôleur adaptif.

Admettons que la fonction de transfert du système est identique à celle du modèle, pour des valeurs estimées θ^* de $\theta(t)$. Le but de la commande est de déterminer les lois pour ajuster $\theta(t)$, de telle manière à avoir $e(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

Si $e(t)$ est décrite par :

$$\dot{e}(t) = f_1[e(t), \phi(t), t] \quad (1)$$

Alors on détermine la loi de contrôle par :

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\phi}(t) = f_2 [e(t), t] \quad (2)$$

tel que le système décrit par (1) et (2) soit globalement stable.

Pour les systèmes discrets les équations correspondantes sont :

et
$$e(k+1) = g_1 [e(k), \phi(k), k] \quad (3)$$

$$\Delta \phi(k) = \phi(k+1) - \phi(k) = g_2 [e(k), k] \quad (4)$$

Les deux procédures réduisent le problème de contrôle adaptif au problème de stabilité.

I.4. Modèle d'erreur :

L'étude des systèmes adaptifs, est invariablement réduite à l'étude des équations d'erreur, entre le système et le modèle. Ce qui nous amène à étudier les cas suivants :

a) Prototypes :

Prototype I : Le 1^{er} modèle d'erreur fait intervenir le vecteur d'entrée $u(t)$, le vecteur des paramètres d'erreur $\phi(t)$ et le scalaire de sortie $e_1(t)$ par l'équation :

$$\phi^T(t) u(t) = e_1(t).$$

Prototype II : Dans le second modèle d'erreur, $\phi^T(t) u(t)$ est l'entrée au système dynamique stable, dont le vecteur d'état $e(t)$ peut être mesuré.

Prototype III : Le 3^{ème} modèle d'erreur est un système dynamique,

avec une fonction de transfert $w(s)$. Le vecteur d'entrée $u(t)$ et la sortie $e_1(t)$ sont donnés par la relation suivante :

$$W(s) \phi^T(t) u(t) = e_1(t).$$

Les trois prototypes peuvent être étendus, au cas multivariable, dans lequel $\phi(t)$ et $e(t)$ sont des matrices et vecteurs.

$\phi(t)$ est inconnu, mais $\dot{\phi}(t)$ peut être ajusté. La règle pour l'ajustement de $\dot{\phi}(t)$ est référée aux lois d'adaptations qui doivent être dérivées de telle sorte que : $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$


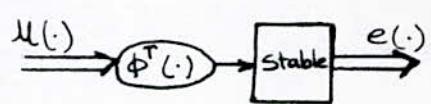
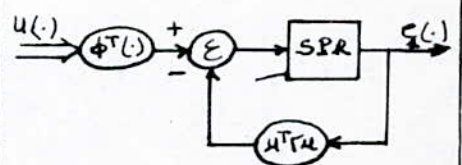
Modèle d'erreur	Lois d'adaptation		Structure.
	Cas continu	Cas discret	
I	$\dot{\phi}(t) = \frac{-\alpha \Gamma e_1(t) u(t)}{1 + u^T(t) \Gamma u(t)}$ $\alpha > 0$	$\Delta \phi(k) = \frac{-\alpha \Gamma e_1(k) u(k)}{1 + u^T(k) \Gamma u(k)}$ $0 < \alpha < 2$	
II	$\dot{\phi}(t) = \frac{-\alpha e^T(t) P_b u(t)}{1 + u^T(t) u(t)}$ $\alpha > 0$	$\Delta \phi(k) = \frac{-\alpha e^T(k) P_b u(k)}{1 + u^T(k) u(k)}$ $0 < \alpha < 2$	
III	$\dot{\phi}(t) = -\alpha \Gamma e(t) u(t)$ $\alpha > 0$	$\Delta \phi(k) = -\alpha \Gamma e_1(k) u(k)$ $0 < \alpha < 2$	

Table I.

b/ Cas discret . Modèle d'erreur I.

la relation entre l'entrée $u(k)$ et la sortie $e_1(k)$ est de la forme.

$$\phi^T(k) \cdot u(k) = e_1(k) \quad (6)$$

la loi d'adaptation est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta \phi(k) &= \phi(k+1) - \phi(k) \\ &= \frac{-\alpha \Gamma e_1(k) u(k)}{1 + u^T(k) \Gamma u(k)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Gamma = \Gamma^T > 0 \quad 0 < \alpha < 2.$$

On choisit la fonction de Lyapunov : $V(k) = \frac{1}{\alpha} \phi^T(k) \Gamma \phi(k)$

On obtient :

$$\Delta V(k) \leq \frac{-e_1^2(k)}{1 + u^T(k) \Gamma u(k)} (2 - \alpha) \quad (8)$$

$$\leq 0 \quad \text{Pour } 0 < \alpha < 2$$

(8) $\implies \phi(k)$ est borné.

$V(k)$ fonction monotone non croissante bornée \implies

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \phi^T(k) \Gamma^{-1} \phi(k) = V_\infty < \infty \quad (9)$$

spécification sur $u(k)$ et Γ :

b.1. $u(k)$ borné : Si $u(k)$ est uniformément borné alors :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^k |\Delta V(i)| = V(0) - V_\infty < \infty \quad (10)$$

d'où .

$$e_1(k) \rightarrow 0 \quad \text{qd } k \rightarrow \infty$$

$$\Delta \phi(k) \rightarrow 0 \quad \text{qd } k \rightarrow \infty$$

b.2. $u(k)$ Suffisamment riche : Quand l'entrée est suffisamment riche, les paramètres du vecteur d'erreur tendent vers zéro; ce qui correspond à une parfaite identification.

Definition : Une entrée $u(k)$ bornée est dite suffisamment riche s'il existe un $T, \beta > 0$ tel que \forall une constante non nulle n -vecteur d et $\forall k$, on a :

$$\frac{1}{T} \sum \left\{ d^T u(k+j) \right\}^2 \geq \beta \|d\|^2 \quad (11)$$

- Quand $u(k)$ est suffisamment riche selon (11), le modèle d'erreur décrit par (6) et (7) est en général asymptotiquement stable et :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \phi(k) = 0$$

- La condition (11) est nécessaire et suffisante pour une convergence de $\phi(k)$ vers 0.

b.3. $u(k)$ Non bornée : Si $u(k)$ est définie $\forall k \in \mathbb{N}$ mais $u(k)$ n'est pas uniformément bornée, c'est à dire $u(k) \in l^\infty$ et $u(k) \notin l^\infty$ alors de l'équation (8) résulte que :

$$\frac{e_1(k)}{\left[1 + u^T(k) \Gamma u(k) \right]^{1/2}} \longrightarrow 0 \quad \text{quand } k \rightarrow \infty$$

où on peut écrire :

$$e_1(k) = o(\|u(k)\|) \quad (12)$$

b.4. Perturbations en sortie : jusqu'ici on a analysé l'effet de différents types d'entrées sur le modèle d'erreur décrit par (6) et (7).

Ce qui correspond à l'analyse de l'équation homogène :

$$\phi(k+1) = \left[\mathbf{I} - \frac{\alpha \Gamma \mu(k) \mu^T(k)}{1 + \mu^T(k) \Gamma \mu(k)} \right] \phi(k)$$

La présence du bruit, des paramètres de variations, nous oblige à additionner une entrée $n(k)$ à l'équation (6).
d'où :

$$\phi^T(k) \mu(k) + n(k) = e_1(k) \quad (13)$$

En utilisant la même loi d'adaptation (7) on obtient l'équation non homogène :

$$\phi(k+1) = \left[\mathbf{I} - \frac{\alpha \Gamma \mu(k) \mu^T(k)}{1 + \mu^T(k) \Gamma \mu(k)} \right] \phi(k) + \frac{\alpha \Gamma \mu(k) n(k)}{1 + \mu^T(k) \Gamma \mu(k)} \quad (14)$$

b.5. Gain adaptif : Il n'existe pas de méthode spécifique pour le choix de Γ . Pour un environnement stochastique

On a :

$$\Gamma(k+1) = \Gamma(k) - \frac{\Gamma(k) \mu(k) \mu^T(k) \Gamma(k)}{1 + \mu^T(k) \Gamma(k) \mu(k)}$$

$$\Gamma^{-1}(k+1) = \Gamma^{-1}(k) + \mu(k) \mu^T(k) \quad (15)$$

Ce qui correspond à la méthode des moindres carrés récurrente, $\Gamma(k) \rightarrow 0$ qd $k \rightarrow \infty$

On peut mettre l'équation (15) sous la forme :

$$\Gamma^{-1}(k+1) = \lambda_1 \Gamma^{-1}(k) + \lambda_2 \mu(k) \mu^T(k).$$

$$0 < \lambda_1 < 1 \quad ; \quad 0 < \lambda_2 < 2\lambda_1$$

c/ Cas Continu - Modèle d'erreur III:

Le modèle contient un terme d'erreur de contre-reaction, et a la structure indiquée en table I.

$$\dot{e}(t) = A e(t) + b v(t).$$

$$v(t) = \phi^T(t) u(t) - u^T(t) \Gamma u(t) e_1(t) \quad \Gamma = \Gamma^T > 0$$

$$e_1(t) = C^T e(t).$$

ou si $C^T (sI - A)^{-1} b = w(s).$

$$w(s) \cdot v(t) = e_1(t) \quad (16).$$

la fonction de transfert est supposée être strictement positive réelle.

la loi d'adaptation $\dot{\phi}(t) = -\alpha \Gamma e_1(t) u(t) \quad \alpha > 0 \quad (17).$

est choisie de telle manière que la fonction de Lyapunov:

$$V(e, \phi) = C^T(t) P e(t) + \frac{1}{\alpha} \phi^T(t) \Gamma^{-1} \phi(t).$$

donne :

$$\dot{V}(t) = -e^T(t) L_1 e_1(t) - 2\alpha [e_1(t) u(t)]^T \Gamma [e_1(t) u(t)]$$

$$\leq 0 \quad L_1 = L_1^T > 0 \quad (18)$$

D'après (18), $e(t)$ et $\phi(t)$ sont uniformément bornés, quand $u(t)$ et sa dérivée sont uniformément bornés; alors $\dot{V}(t)$ existe et $e(t) \rightarrow 0$ qd $t \rightarrow \infty$, et $\dot{\phi}(t) \rightarrow 0$.

Ce qui n'implique pas que $\phi(t)$ converge vers ϕ^* .

Quand $u(t)$ est suffisamment riche, le système décrit par (16) et (17) est asymptotiquement stable et $\phi(t) \rightarrow 0$ qd $t \rightarrow \infty$.

d/ Modèle d'erreur spécial:

Dans le contrôle adaptatif des systèmes linéaires, un modèle d'erreur se présente comme suit: Soit $\phi(t)$ paramètre d'erreur et $W(s)$ fonction de transfert stable.

$$W(s) \phi(t) u(t) = e_1(t) \quad (19).$$

On veut ajuster $\phi(t)$ tel que $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$

$W(s)$ n'est pas strictement positive \Rightarrow (19) n'est pas du 3^{eme} type, d'où on ne peut plus facilement générer les lois d'adaptations.

$$[\phi(t) W(s) - W(s) \phi(t)] u(t) = e_2(t).$$

on a :

$$\phi(t) W(s) u(t) = e_1(t) + e_2(t) = \varepsilon_1(t).$$

où :

$$\phi(t) \hat{\xi}(t) = \varepsilon_1(t) \quad (20)$$

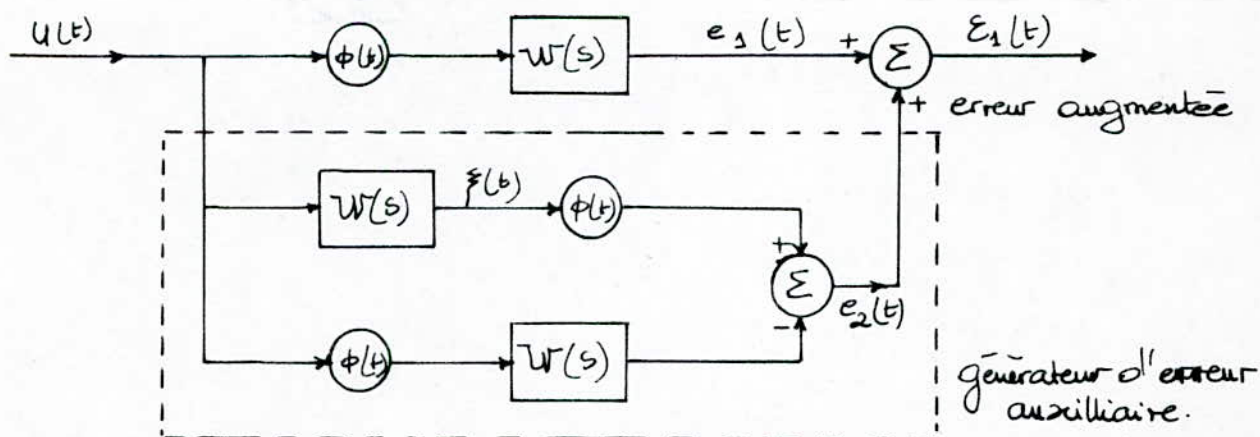


Fig 3: Modèle d'erreur spécial.

$$\dot{\phi}(t) = -\alpha \varepsilon_1(t) \hat{f}(t) / (1 + \hat{f}^2(t)) \quad \alpha > 0$$

$\phi(t)$ est un vecteur inconnu, ce qui engendre des difficultés dans le développement, des lois d'adaptations stables, pour la construction de l'opérateur $\phi(t)W(s) - W(s)\phi(t)$.

Si $\theta(t)$ peut être ajusté, θ^* valeur inconnue, et $\phi(t) = \theta(t) - \theta^*$.

alors :

$$\phi(t)W(s) - W(s)\phi(t) = \theta(t)W(s) - W(s)\theta(t) \quad (21)$$

Exemple :

Soit $W(z)$ la version discrète de (19) avec un retard par z^{-d} , et soit :

$$\varepsilon_1(k) = \phi(k-d) u(k-d) \quad (22)$$

Ce qui donne une erreur augmentée du type I :

$$e_1(k) = \phi(k) \cdot u(k-d) \quad (23)$$

$$\Rightarrow \phi(k+1) - \phi(k) = \Delta\phi(k) = -\frac{\alpha e_1(k) u(k-d)}{1 + u^2(k-d)}$$

$$0 < \alpha < 2.$$

I.5. Identificateur et observateur adaptatifs :

Soit un système linéaire invariant avec une fonction de transfert connue. L'observateur est le moyen qui génère l'état du système. L'identificateur détermine les paramètres de représentation du système, à partir des informations des entrées - sorties. Si les paramètres et les états du système

sont inconnus, on est obligé d'utiliser un observateur adaptatif qui les estime simultanément.

a/ Identification :

Soit $W(s)$, la fonction de transfert inconnue, d'un système linéaire invariant. $W(s) = \sum_{i=1}^N C_i^* W_i(s)$ (24)

Où $W_i(s)$: fonction de transfert stable connue.

et C_i^* : inconnues.

Si $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système alors : $W(s) \cdot u(t) = y(t)$.

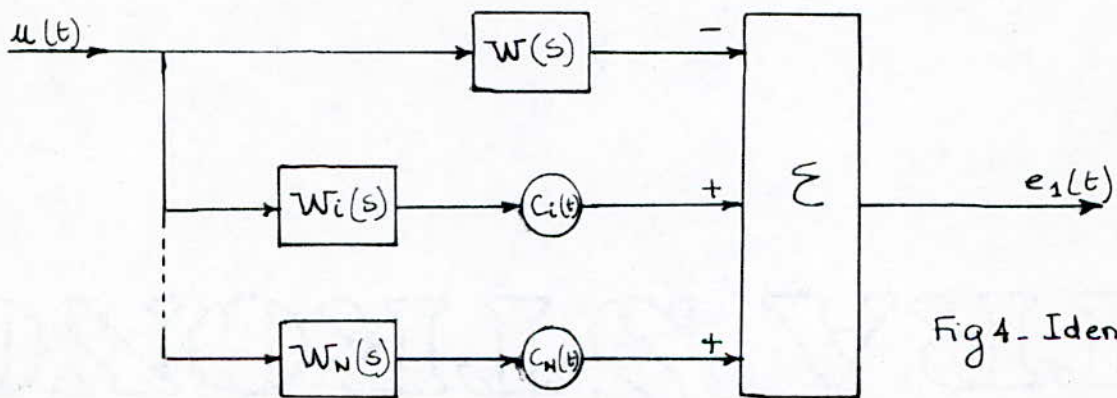


Fig 4 - Identificateur.

Si $W_i(s) u(t) = \hat{f}_i(t)$

$C(t) = [C_1(t), C_2(t), \dots, C_N(t)]$

$\hat{f}^T(t) = [\hat{f}_1(t); \hat{f}_2(t), \dots, \hat{f}_N(t)]$.

des sorties du système et du modèle sont données par :

$y(t) = C^* T \hat{f}(t)$.

$\hat{y}(t) = C^T(t) \hat{f}(t)$.

$\Rightarrow e_1(t) = \phi^T(t) \hat{f}(t)$ (25)

où : $e_1(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ et $\phi(t) = c(t) - c^*$.

loi d'adaptation :

$$\dot{c}(t) = \dot{\phi}(t) = -\Gamma e_1(t) \bar{f}(t) \quad (26)$$

$$\Gamma = \Gamma^T > 0$$

$u(t)$ uniformément bornée $\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$.

$u(t)$ suffisamment riche $\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 0$ (ou $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = c^*$)

Quand la sortie du système est perturbée, par un bruit $n(t)$ et en utilisant la loi (26), les paramètres ne convergent pas vers zéro; pour permettre à ces paramètres de converger à leurs vraies valeurs, en présence du bruit, on utilise des gains adaptifs, invariants, convergeant vers zéro.

b) observateur adaptif :

L'idée de base, des premiers observateurs adaptifs, utilise l'observateur de Luenberger, dont les paramètres peuvent être corrigés, même pendant qu'il est en opération. Dans les schémas premiers d'observateur, on utilisait des signaux auxiliaires, pour réaliser une convergence asymptotiquement globale. Ces signaux ont été éliminés par Luders et Narendra en utilisant une nouvelle forme canonique, des systèmes linéaires. Et Kreisselmeier a proposé un observateur équivalent à celui de Luenberger mais de structure différente.

b.1. Observateur adaptif I : (Anders Narandra).

Toute fonction de transfert $W(s)$ avec n pôles et m zéros ($m \leq n-1$) peut être représentée par :

$$W(s) = \frac{Q(s)}{R(s)} \left[\frac{(1/s + \lambda_0)}{1 + \frac{P(s)}{R(s)(s + \lambda_0)}} \right] \quad (27)$$

où $R(s)$ est un polynôme de Hurwitz connu de degré $(n-1)$.
 $Q(s)$ et $P(s)$ deux polynômes de degré $(n-1)$.

Une représentation alternative de $W(s)$ est :

$$W(s) = \frac{Q(s)}{R(s)} \left[\frac{1}{1 + \frac{P(s)}{R(s)}} \right] \quad (28)$$

$R(s)$ Polynôme de Hurwitz de degré n .

$P(s)$ et $Q(s)$ Polynôme de degré n .

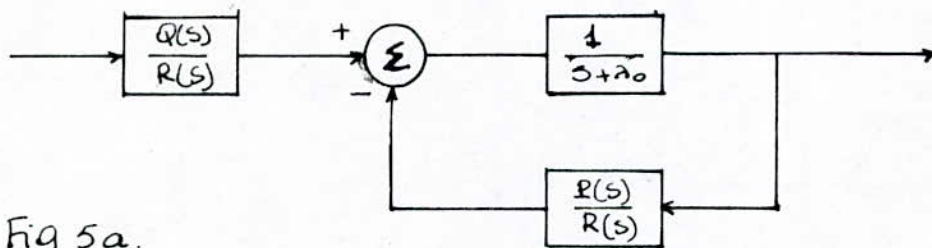


Fig 5a.

$$\frac{Q(s)}{R(s)} = \beta^{*T} (sI - A)^{-1} b$$

$$\frac{P(s)}{R(s)} = \alpha^{*T} (sI - A)^{-1} b$$

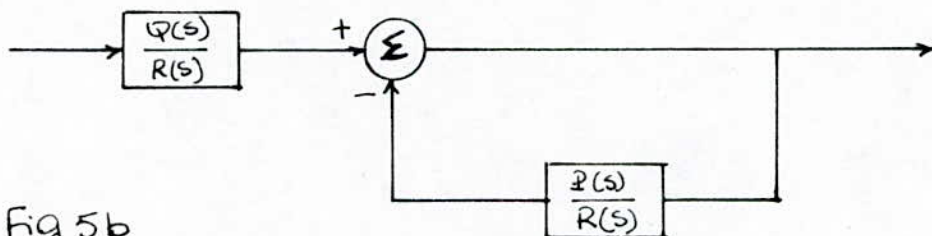


Fig 5b.

Pour identifier le système inconnu, on doit déterminer les coefficients des polynômes $P(s)$ et $Q(s)$. Marquons cela, par les composantes du n vecteur α^* et β^* ; la procédure d'identification consiste en l'estimation de ces vecteurs. Dans la figure 6. si $v^1(t)$ et $v^2(t)$ sont les états des vecteurs de contre-réaction, alors les sorties du système et du modèle peuvent être représentées par:

$$y(t) = \frac{1}{s + \lambda_0} \theta^{*T} w(t).$$

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{s + \lambda_0} \theta^T(t) w(t).$$

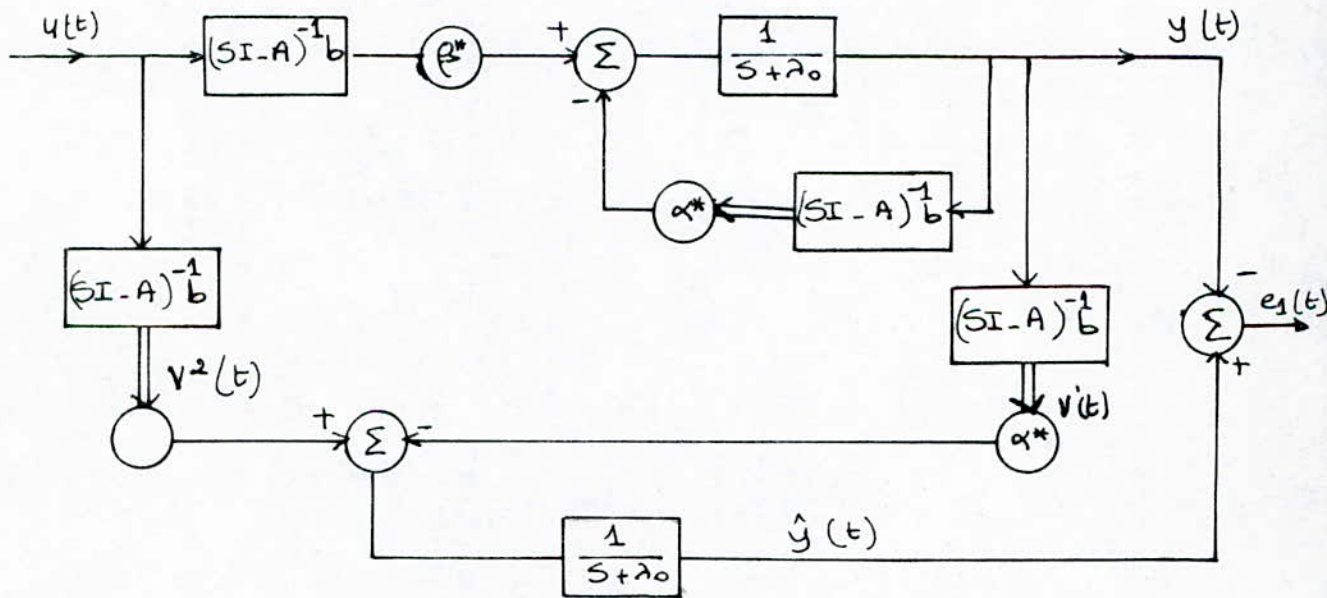


Fig 6. Observateur adaptatif I.

où $\theta^{*T} = [-\alpha^{*T}, \beta^{*T}]$, $\theta^T(t) = [-\alpha^T(t), \beta^T(t)]$

$$w^T(t) = [v^{(1)T}(t), v^{(2)T}(t)]$$

L'équation d'erreur est alors donnée par :

$$\phi(t) = \theta(t) - \theta^*$$

tg :

$$e_1(t) = \hat{y}(t) - y(t) = \frac{1}{s + \lambda_0} \phi^T(t) w(t) \quad (29)$$

Erreur du 3^{ème} type, puisque $\frac{1}{s + \lambda_0}$ est strictement positive, On peut faire de même pour fig 5b. \Rightarrow

$$e_1(t) = \phi^T(t) w(t)$$

qui est du 1^{er} type, les lois de contrôle adaptatif sont données par :

$$\dot{\theta}(t) = -\Gamma e_1(t) w(t)$$

Pour toute entrée bornée du système, $e_1(t) \rightarrow 0$, Pour que les paramètres $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ convergent vers α^* et β^* respectivement.

Cas discret :

La version discrète de la représentation (26) a été utilisée très longtemps pour l'identification des systèmes discrets. Si le système est décrit par l'ARMA modèle ;

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n-1} a_i^* y(k-i) + \sum_{i=1}^{m-1} b_i^* u(k-i) \quad (30)$$

L'estimation de a_i^* et b_i^* ; est $a_i(k)$ et $b_i(k)$, la sortie du modèle est $\hat{y}(k)$ tg :

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{n-1} a_i(k) y(k-i) + \sum_{i=1}^{m-1} b_i(k) u(k-i) \quad (31)$$

Si $\hat{y}(k) - y(k) = e_1(k)$ D'après (30) et (31) on obtient :

$$e_1(k) = \phi^T(k) w(k) \quad (32)$$

où :

$$\phi^T(k) = [a_1(k) - a_1^*, \dots, a_{n-1}(k) - a_{n-1}^*; b_1(k) - b_1^*; \dots, b_{m-1}(k) - b_{m-1}^*]$$

$$W^T(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]$$

(32) est un modèle d'erreur du type I et la loi d'adaptation peut être facilement déterminée.

b.2. Observateur de paramétrisation (Kreisselmeier).

Soit le système SISO représenté par la forme :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= FX + g^* x_1 + h^* u \\ y &= C^T X = x_1 \end{aligned} \quad (33)$$

où F est une matrice stable connue, C^T et F forme observable canonique, et g^* et h^* sont deux vecteurs de paramètres constants inconnus. Le but de l'observateur est d'estimer g^* , h^* et $x(t)$ (état du système).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) &= F \hat{x}_i(t) + e_i y(t) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n+i}(t) &= F \hat{x}_{n+i}(t) + e_i u(t) \end{aligned} \quad (34)$$

$i = 1, 2, \dots, n$; e_i : vecteur unitaire.

Si la matrice $Z(t)$ est définie par :

$$\text{Alors, } \exists P^* \text{ tel que } Z(t) = [\hat{x}_1(t); \hat{x}_2(t); \dots; \hat{x}_{2n}(t)] \quad (35)$$

$$Z(t) P^* = X(t) \quad (36)$$

$$\text{mais } C^T Z(t) P^* = X_1(t) = y(t) \quad \text{où } P^* = \begin{bmatrix} g^* \\ h^* \end{bmatrix} \quad (37)$$

si $C^T Z(t) = \hat{z}^T(t)$ alors $\hat{z}^T(t) P^* = y(t)$

P^* est le vecteur à être identifié, le modèle peut être établi avec la variation de ce vecteur, pour obtenir $\hat{y}(t)$ tq :

$$z^T(t) P(t) = \hat{y}(t) \quad (38)$$

D'après (37) et (38). $z^T(t) [P(t) - P^*] = \hat{y}(t) - y(t) = e_1(t)$

$e_1(t)$ représente une équation d'erreur du type I :

$$\dot{P}(t) = -\Gamma e_1(t) z(t) \quad (39)$$

Et l'estimation $\hat{x}(t)$ de l'état du système peut être calculée par l'équation (36) tq :

$$z(t) \cdot P(t) = \hat{x}(t)$$

En inverse de l'observateur adaptatif I où $\hat{x}(t)$ pourrait être obtenu simplement en fonction des paramètres, on voit que $\hat{x}(t)$ est une fonction linéaire de $P(t)$. Les 2n vecteurs de $\hat{F}_1(t)$ peuvent être générés dans ce cas à la place des deux vecteurs $v^{(1)}$ et $v^{(2)}$ (obs I).

c/ Observateur adaptatif avec bruit en sortie :

Dans les deux observateurs décrit précédemment, si la sortie de l'installation ne peut être mesurée qu'en présence du bruit, alors les deux sorties $v^{(1)}(t)$ (observateur I) et $z(t)$ (observateur II) contiennent des composantes de bruit.

Pour résoudre cela, Landau a suggéré un modèle d'observateur parallèle, où l'erreur entre le système et le modèle est filtrée, et utilisée à la place de $e_1(t)$ pour ajuster les paramètres d'observateur.

I.6. Contrôleur adaptif:

Le problème du modèle de référence adaptif, commence par la détermination de la commande d'entrée d'un système, à paramètres inconnus. Les paramètres de commande rendent le système asymptotiquement stable, s'ils convergent vers les valeurs désirées.

a) Problème: Le système P est complètement représenté par le couple d'entrée - sortie $\{u(t), y_p(t)\}$ et peut être modélisé par la fonction de transfert:

$$W_p(s) = K_p \frac{z_p(s)}{R_p(s)} \quad \begin{array}{l} z_p \text{ de degré } m \leq n-1 \\ R_p \text{ de degré } n. \end{array}$$

Le modèle de référence stable, est représenté, par le couple d'entrée - sortie, et a une fonction de transfert:

$$W_M(s) = K_M \frac{z_M(s)}{R_M(s)}$$

d'erreur, entre la sortie du système et celle du modèle, est définie par:

$$e_1(t) = y_p(t) - y_M(t)$$

b) Minimum d'informations: Si la fonction de transfert du système, a n_1 pôles et m_1 zéro; la fonction de transfert du modèle a n_2 pôles et m_2 zéro; et si $n_1^* = n_1 - m_1$ degré du système
 $n_2^* = n_2 - m_2$ degré du modèle

alors le minimum d'informations demandées pour pouvoir construire un contrôleur adaptif est:

1) n_1^* connu exactement.

2) $n_2^* > n_1^*$

3) le système doit être connu à un ordre supérieur à n_1 .

4) le signe du gain K_p du système doit être connu.

5) les zéros du système doivent être situés dans le demi-plan gauche complexe.

c) Structure du Contrôleur (C. direct).

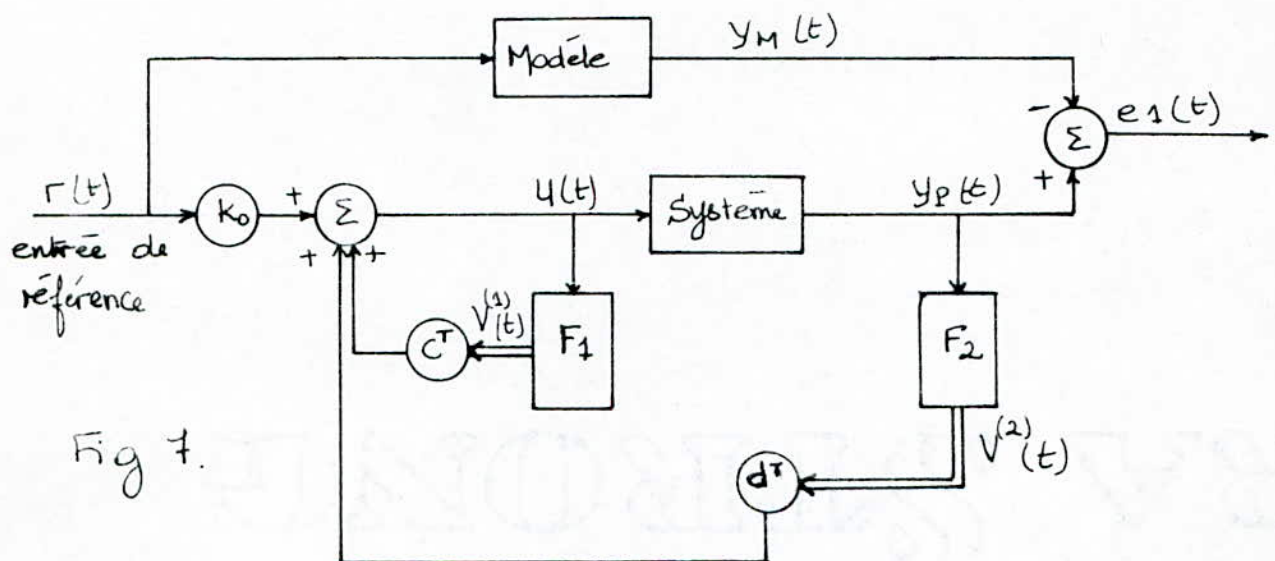


Fig 7.

L'entrée $u(t)$ et la sortie $y_P(t)$ du système, sont les entrées de deux filtres identiques, dont les deux vecteurs d'état sont de dimensions $(n_1 - 1)$, avec $r(t)$ et la sortie $y_P(t)$; ils constituent les $2n_1$ signaux dont la combinaison linéaire, donne l'entrée désirée $u(t)$. Si $\theta(t)$ est le vecteur des paramètres de Commande, avec $2n_1$ valeurs alors:

$$u(t) = \theta^T(t) \cdot w(t).$$

où

$$\theta^T(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_{2n_1}(t)]$$

$$w^T(t) = [r(t), v^{(1)T}(t), y_p(t), v^{(2)T}(t)]$$

Quand $\theta(t) = \theta^*$, la fonction de transfert du système s'adapte à celle du modèle. Il nous reste à montrer comment $\theta(t)$ doit être ajusté pour que :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t) = \theta^*$$

d/ Contrôle indirect : le contrôle indirect, entraîne l'identification des paramètres du système en utilisant un observateur adaptatif, suivi d'un contrôleur adaptatif. Les paramètres de commande sont alors ajustés en utilisant les estimations des paramètres, du système, données par l'observateur. La paramétrisation du système demande, la simplification du problème de commande, qui n'est pas la même simplification, que celle de la structure de l'observateur. En général, les paramètres de commande n'ont pas de rapport linéaire, avec les paramètres de l'observateur, d'où les équations d'erreur différentielles de commande, deviennent non linéaires, et insolubles. Pour des choix particuliers, de structures d'observateurs et de contrôleurs ; ce problème peut être résolu.

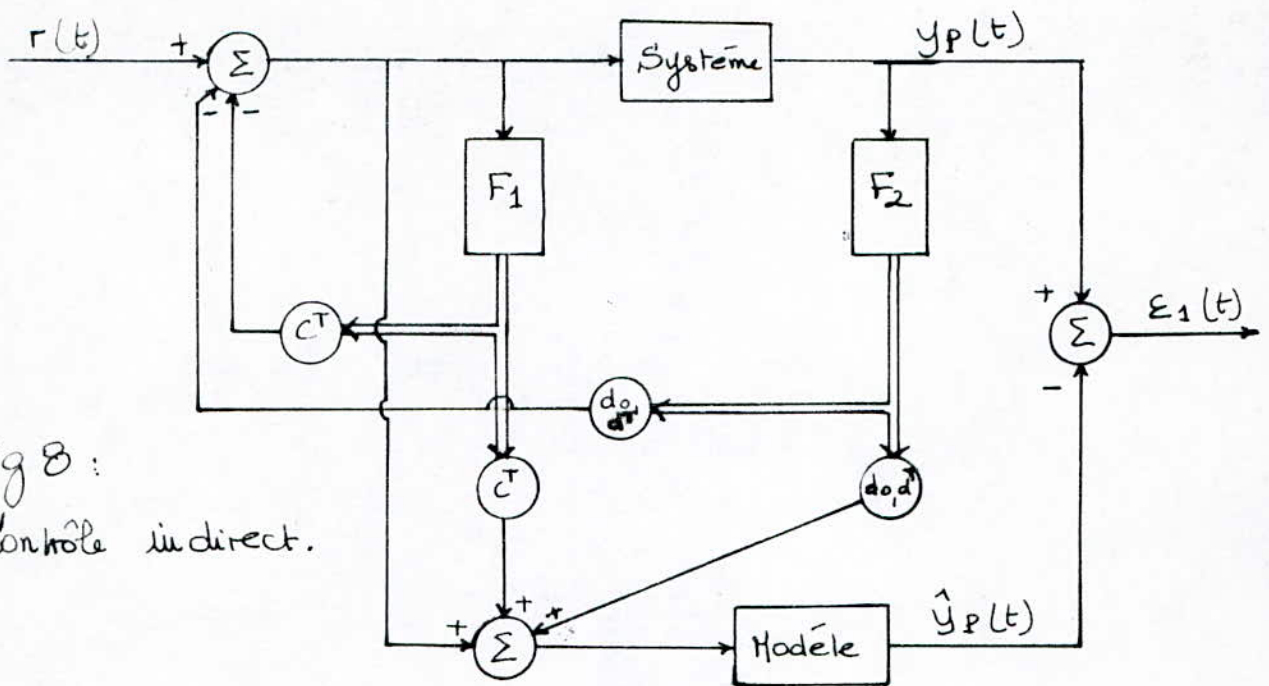
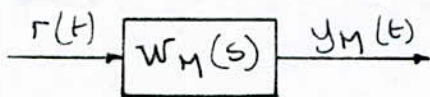


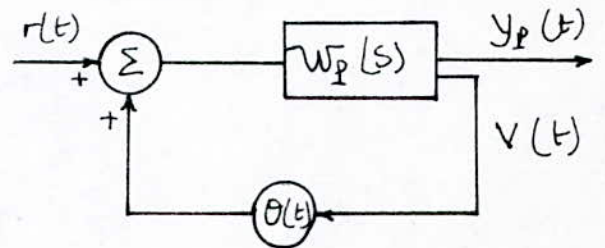
Fig 8 :
Contrôle indirect.

e/ Lois d'adaptation:

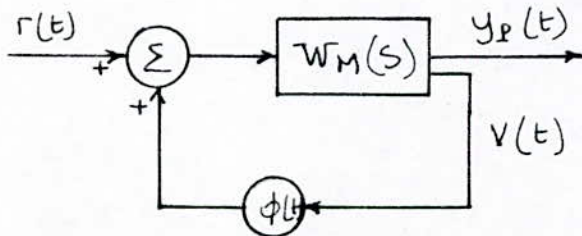
Une fois la structure du contrôleur spécifiée; il ne reste que la manière de déterminer les paramètres du contrôleur, pour que le système soit globalement stable; les $2n_1$ paramètres du contrôleur doivent être ajustés simultanément.



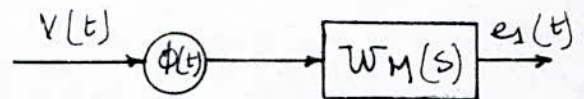
a) Le modèle



b) le système



c) système modifié



d) l'erreur du modèle.

Fig 9.

$\theta(t)$ est un paramètre ajustable dans le système de réaction, comme le montre la fig 9b, et si on suppose que θ^* existe tq $\theta(t) = \theta^*$ alors, la fonction de transfert du système adapte le modèle. Si $\theta(t) - \theta^* = \phi(t)$, on a Fig 9c: Le modèle d'erreur relatif à l'erreur de sortie $e_1(t) = y_p(t) - y_m(t)$ au paramètre d'erreur $\phi(t)$ est donné en Fig 9d.

i/ fonction de transfert du modèle $W_M(s)$ SPR:

si $W_M(s)$ est réelle strictement positive (SPR), le modèle d'erreur décrit en Fig 9d est du type III et la loi d'adaptation est:

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\phi}(t) = -\alpha e_1(t) v(t) \quad (40)$$

ii/ $W_M(s)$ n'est pas SPR: Quand $W_M(s)$ n'est pas SPR. Les équations d'erreur ne sont pas du type III, il n'est plus possible de déterminer les lois d'adaptation, et un signal auxiliaire doit être utilisé.

Modèle d'erreur III: Soit $L(s)$ un opérateur tel que $W(s) L(s)$ soit SPR. Définissons le signal $e_2(t)$ tel que:

$$e_2(t) = W_M(s) L(s) [\theta(t) L^{-1}(s) - L^{-1}(s) \theta(t)] v(t) \quad (41)$$

et soit:

$$e_1(t) + e_2(t) = \varepsilon_1(t) \quad (42)$$

$\varepsilon_1(t)$ est appelé "erreur augmentée" et satisfait la relation:

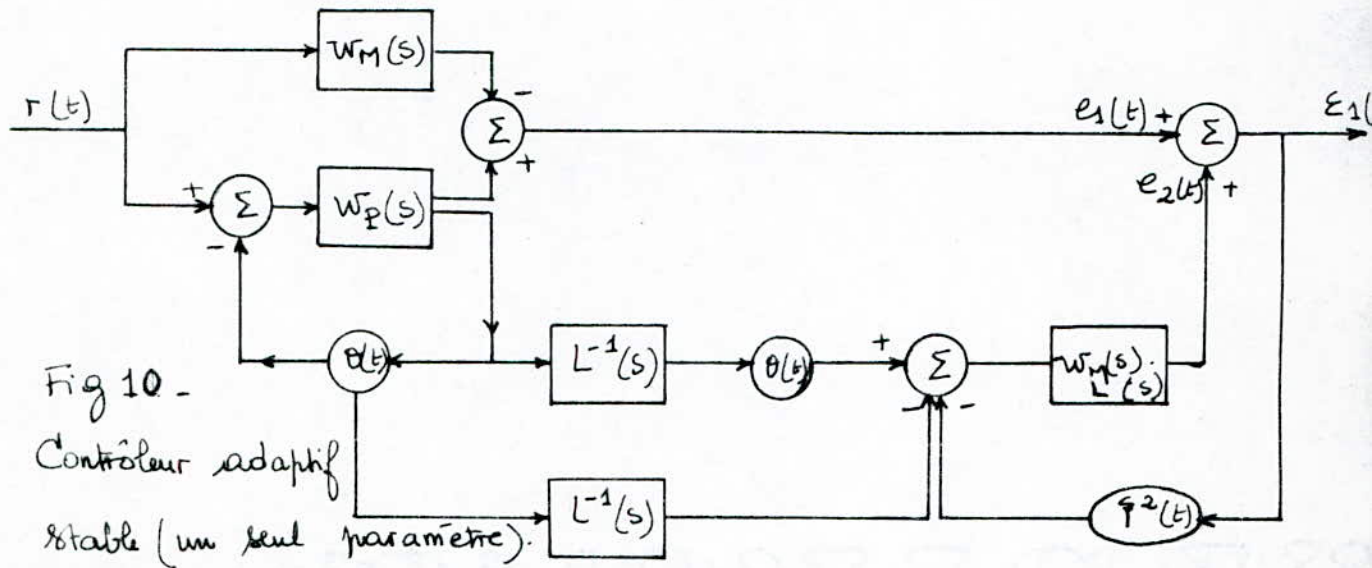
$$W_M(s) L(s) \phi(t) L^{-1}(s) v(t) = \varepsilon_1(t) \quad (43)$$

Mais; $W_M(s) \cdot L(s) \cdot \phi(t) \cdot \xi(t) = \varepsilon_1(t)$

où; $L^{-1}(s) v(t) = \xi(t)$. L'équation (43) est du type III, et la loi d'adaptation est donnée par:

$$\dot{\phi}(t) = -\alpha \varepsilon_1(t) \xi(t) \quad \alpha > 0 \quad (44)$$

Ainsi la procédure adaptative consiste, en la génération du signal d'erreur auxiliaire, donné par (41), ajouté à l'erreur $e_1(t)$, pour obtenir l'erreur augmentée $\varepsilon_1(t)$, et utilisant celui-ci pour dériver les lois d'adaptation.



Modèle d'erreur I: Si $L^{-1}(s)$ est choisi pour être $W_M(s)$, la précédente représentation du contrôleur est simplifiée. Dans ce cas on a l'équation:

$$e_2(t) = [\theta(t) W_M(s) - W_M(s) \theta(t)] v(t)$$

$$\varepsilon_1(t) = \phi(t) W_M(s) v(t) \quad (45)$$

et
$$\dot{\theta}(t) = -\alpha \varepsilon_1(t) \xi(t) \quad \alpha > 0$$

Commentaires.

i/ Généralement pour le problème du contrôle adaptatif dans les systèmes SISO, on a besoin des $2n_1$ paramètres de commande, dont les $(2n_1 - 1)$ sont dans la partie réaction. La procédure décrite dans cette section, pour l'ajustement d'un seul paramètre, se rapporte directement aux $(2n_1 - 1)$ paramètres de réaction.

ii/ L'ajustement du gain $\theta_1(t)$, pose des problèmes qui ne sont pas rencontrés dans les autres cas. Quand K_P est connu, le problème du contrôle est analytiquement simplifié. Quand K_P est inconnu, un paramètre de gain additionnel doit être utilisé dans la génération du signal auxiliaire $e_2(t)$, pour obtenir l'équation d'erreur dans sa forme dérivée. Dans le contrôle direct cela implique, l'ajustement simultané des $(2n_1 + 1)$ paramètres. Dans le contrôle indirect, on suppose K_P connu; l'entrée du système produite est proportionnelle à $1/K_P$ et si un estimé de $K_P (= \hat{K}_P)$ est utilisé, les questions théoriques de convergence se présentent quand $K_P \neq 0$. L'équivalence entre les deux approches de contrôle direct et indirect, est considérée seulement dans le cas où K_P est connu.

iii/ Dans la section ^{b.e} un signal additionnel de réaction $-E_1(t) \xi^2(t)$ (fig 10) peut être inclus. Dans le cas où $\xi(t)$ est un vecteur, le signal est de la forme :

- $\varepsilon_1(t) \hat{\xi}^T(t) \Gamma \hat{\xi}(t)$. Un tel signal de réaction est essentiel pour prouver la stabilité de la boucle adaptative.

Problème de stabilité:

En section 6e quand $W_M(s)$ est SPR, $y_M(t)$ et $e_1(t)$ sont bornés, on déduit directement que la sortie du système est bornée. Cependant, quand $W_M(s)$ n'est pas SPR, on peut seulement conclure que $y_M(t)$ et l'erreur augmentée $\varepsilon_1(t)$ sont uniformément bornés. Ainsi théoriquement la vraie erreur, et l'erreur auxiliaire $e_2(t)$ peuvent augmenter d'une façon illimitée; pendant que leur somme est limitée.

Preuve de stabilité:

Soit l'erreur augmentée $\varepsilon_1(t)$ uniformément bornée, et la loi (44) utilisée dans le but de montrer, que les sorties du système $y_p(t)$ et $v(t)$ ainsi que le vecteur $\hat{\xi}(t)$ sont uniformément bornés. On suppose que $\hat{\xi}(t)$ n'est pas bornée, et on démontre que c'est faux.

D'après section 6, $\varepsilon_1(t)$ et $\phi(t)$ sont bornés et $\phi'(t) \in L^2$. Ce qui implique, que le signal $v(t)$ dans la (Fig 11) est tel-que $W_M(s) L(s) v'(t) = \varepsilon_1(t)$ soit uniformément borné. La sortie du système $y_p(t)$ est de la forme :

$$y_p(t) = W_M(s) r(t) + W_M(s) L(s) \left[L^{-1}(s) \cdot \phi(t) \cdot L(s) \right] \hat{\xi}(t) \quad (46)$$

qui peut être exprimé par :

$$W_M(s) r(t) + W_M(s) L(s) v(t) + V_1(t)$$

$V_1(t)$ est dû aux signaux de réaction, donnée par le gain $\phi^T(t)$. Puisque les deux premiers termes sont connus être uniformément bornés ; la limite de $y_p(t)$ dépend de la nature de $V_1(t)$. Puisque $\phi^T(t) \in L^2$, on conclue que $V_1(t)$ est uniformément borné, et ainsi $y_p(t)$ est aussi uniformément borné.

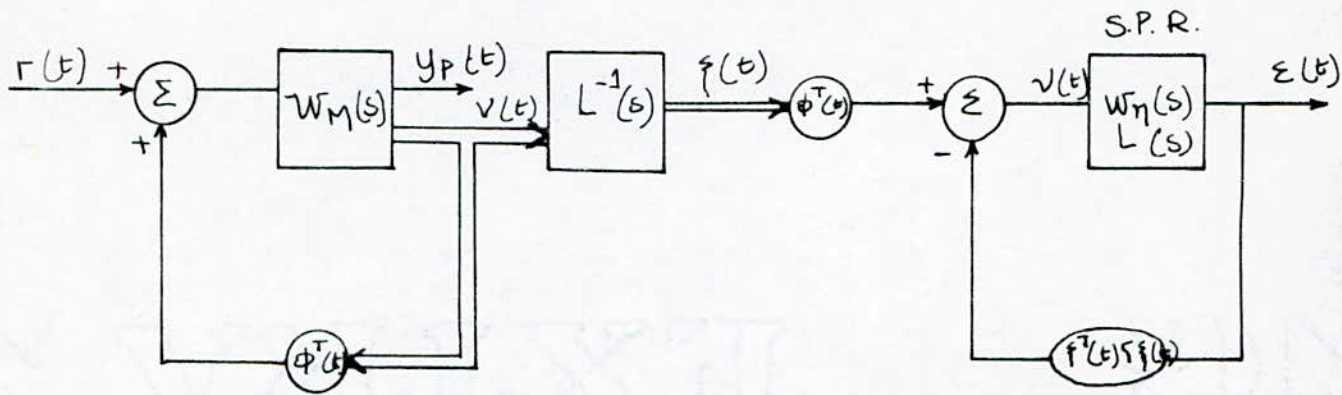


Fig 11.

Système discret :

des résultats dérivés pour les systèmes continus, peuvent être appliqués aux systèmes discrets ; en utilisant les modèles d'erreur correspondant décrit en section 4. Dans le modèle discret on a un terme de réaction additionnel.

Preuve de stabilité :

Si dans la (Fig 10), on remplaçait la fonction continue par une fonction discrète, et la transformée de Laplace par

la transformée en Z , la solution discrète du problème du contrôle adaptatif est obtenue. Dans le troisième modèle d'erreur de la (fig 11).

$\varepsilon_1(k)$ et $v(k) \rightarrow 0$ qd $k \rightarrow \infty$
et

$$\Phi^T(k) \xi(k) - \varepsilon_1(k) \xi^T(k) \Gamma \xi(k) = v(k) \rightarrow 0 \quad (47)$$

Puisque.

$$\Delta \phi(k) = -\alpha \Gamma \varepsilon_1(k) \xi(k) \rightarrow 0$$

l'équation (47) implique $\Phi^T(k) \xi(k) = 0$ $[\|\xi(k)\|]$ (48)

$\Delta \phi(k) \rightarrow 0$ qd $k \rightarrow \infty$ implique que pour de larges valeurs de k , $\phi(k)$ est pratiquement constante ce qui, avec (48) assure que $\Phi^T(k) v(k) = 0$ $\left[\sup_{i \leq k} \|v(i)\| \right]$ dans la

boucle de réaction du système, et ainsi $y_p(k)$ est uniformément bornée.

- Si $u(k)$ et $y(k)$ marque la séquence d'entrée - sortie du système et:

$$A(z^{-1}) y(k) = z^{-d} B(z^{-1}) u(k)$$

Où A et B sont des Polynômes en z^{-1} , d temps de retard spécifié et $y^*(k)$ séquence de référence donnée. On doit designer les lois de contrôle de réaction, qui stabilise le système et oblige $y(k)$ à suivre $y^*(k)$ asymptotiquement tel que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) - y^*(k) = 0 \quad (49)$$

le problème dans le 1^{er} cas est de la forme:

$$y(k+d) = \alpha(z^{-1}) y(k) + \beta(z^{-1}) u(k) \quad (50)$$

On doit déterminer l'estimation des coefficients α et β , qui sont liés à A et B , tel que l'erreur entre la valeur prédite de $y(k+d)$ et la valeur désirée $y^*(k+d)$ soit minimiser.

Pour l'application aux systèmes discrets, on choisit $L(z)$ tel que $LM=1$ où M fonction de transfert du système. On suppose que K_p (gain du système) est connu. On fait la substitution suivante: $M(z) = z^{-d}$; $L(z) = z^d$ et $r(k) = y^*(k+d)$ ($M(k)$: entrée de référence), $C^T = \beta^T$ et $(d_0, d^T) = \alpha^T$ on obtient la Fig 12.

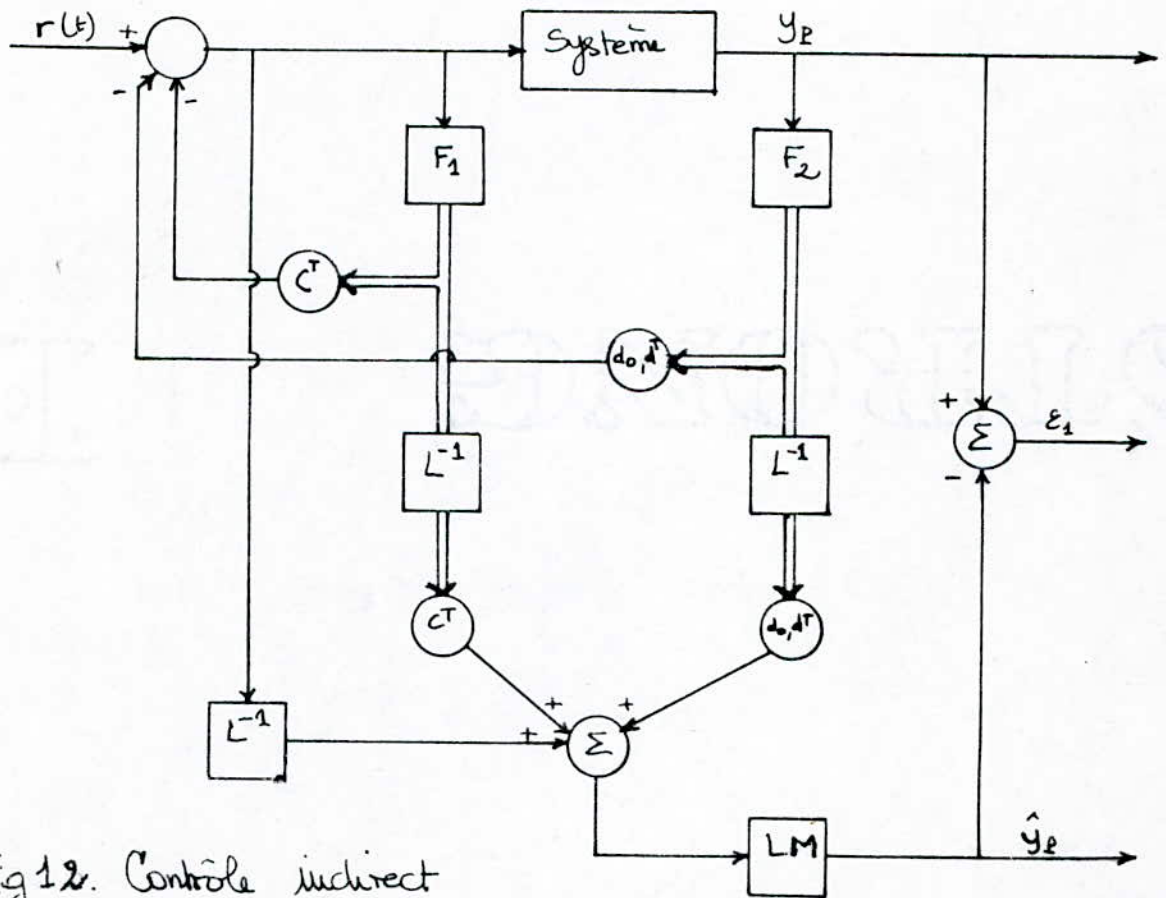


Fig 12. Contrôle indirect

$$U(k) = y^*(k+d) - [\alpha(k), \beta(k)]^T w(k)$$

où

$$w(k) = \{ y(k); \dots; y(k-n+1); U(k); \dots; U(k-m-d+1) \}$$

les lois adaptives pour obtenir α et β sont :

$$\Delta \theta(k) = \begin{bmatrix} \Delta \alpha(k) \\ \Delta \beta(k) \end{bmatrix} = \mp \frac{\gamma \varepsilon_1(k) w(k-d)}{1 + w(k-d)^T w(k-d)} \quad 0 < \gamma < 2.$$

Conclusion.

Dans les sections précédentes beaucoup de récents développements dans l'étude du contrôleur adaptif stable, pour les systèmes de modèle de référence (SISO) ont été considérés en détail. Les résultats théoriques présentés fournissent une base pour les explorations futures.

Chapitre II

Contrôleur adaptif

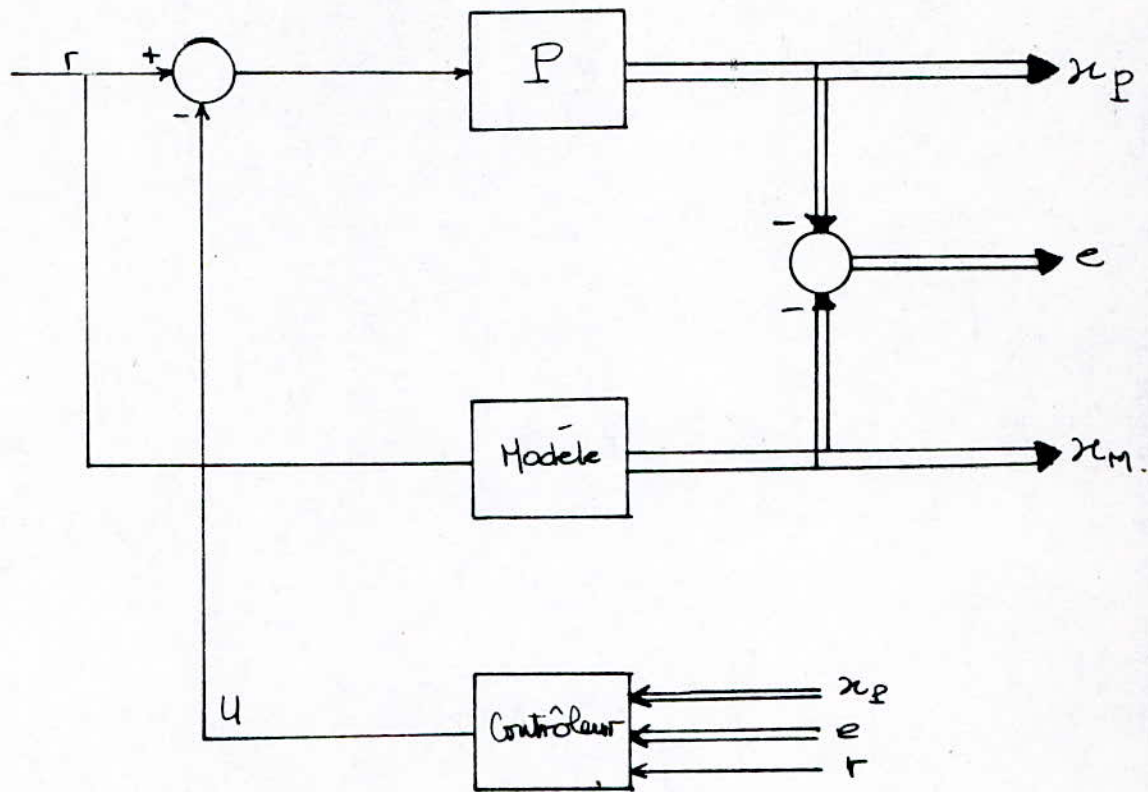
Méthode de pointage et d'alignement

II.1. Introduction :

La technique de base de Lyapunov appliquée au modèle de référence dans le contrôle adaptif, a démontrée à travers la simulation produire d'excellents résultats, même en présence d'un bruit modéré. Dans ce qui suit un algorithme de cette technique pour les systèmes de pointage et d'alignement par laser est dérivé en détail. Des résultats de l'étude de simulation présentée montrent la possibilité de l'application de cette théorie à des problèmes réels. En Fig 1, on a un système de modèle de référence, P est l'installation ou le système à être contrôlé. Des paramètres de ce système ne sont pas tous connus. Un modèle du même ordre (nombre de variable d'état), est choisi par le concepteur. Un contrôleur adaptif est choisi, tel que la différence entre la sortie de P et du modèle, tend vers zéro.

$$e = x_p - x_m.$$

Le but de la commande est de conduire le signal d'erreur à zéro. Des équations différentielles de ce signal peuvent être écrites, et les propriétés de stabilité peuvent être déterminées par le concepteur. La méthode directe de Lyapunov est utilisée pour déterminer un contrôleur tel que le système soit asymptotiquement stable.



r = entrée de référence.
 x_p = sortie de l'installation.
 x_m = " du Modèle
 e = signal d'erreur
 u = signal de commande.

Fig 1. Modèle de référence.

II-2. Installation.

La position relative de la cible est déterminée dans les boucles de commande d'Azimut et d'élevation, qui passent par une série de réseaux de compensation et stabilisation, et deviennent des entrées aux unités du poste hydraulique, qui transfère la commande aux signaux de commande des balances. Le système utilise quatre balances, une interne et une externe pour chaque canal (azimut, elevation). Pour simuler ce problème, on fait l'étude de la boucle d'élevation suivant la Fig 3 (boucle interne en Fig 2). Le contrôleur développé pour le canal d'elevation doit opérer de la même manière pour le canal d'azimut.

Les signaux engendrés par le contrôleur adaptatif, doivent être additionnés au canal au point d'accès à la balance, qui est l'entrée de la boucle de Pression électronique. Les effets de la boucle de pression dynamique, doivent être considérés dans l'étude du contrôleur.

Dans la Fig 3, U_1 représente la commande de la boucle de stabilisation, et A_9 représente le gain électronique. Les fonctions de transfert TF_1 et TF_2 représentent le boucle de pression hydraulique, A_3 est le couple de conversion de pression, et les deux intégrateurs représentent la structure des balances internes. Pour ce qui est des deux autres entrées, U_2 représente le mouvement de la balance externe couplée

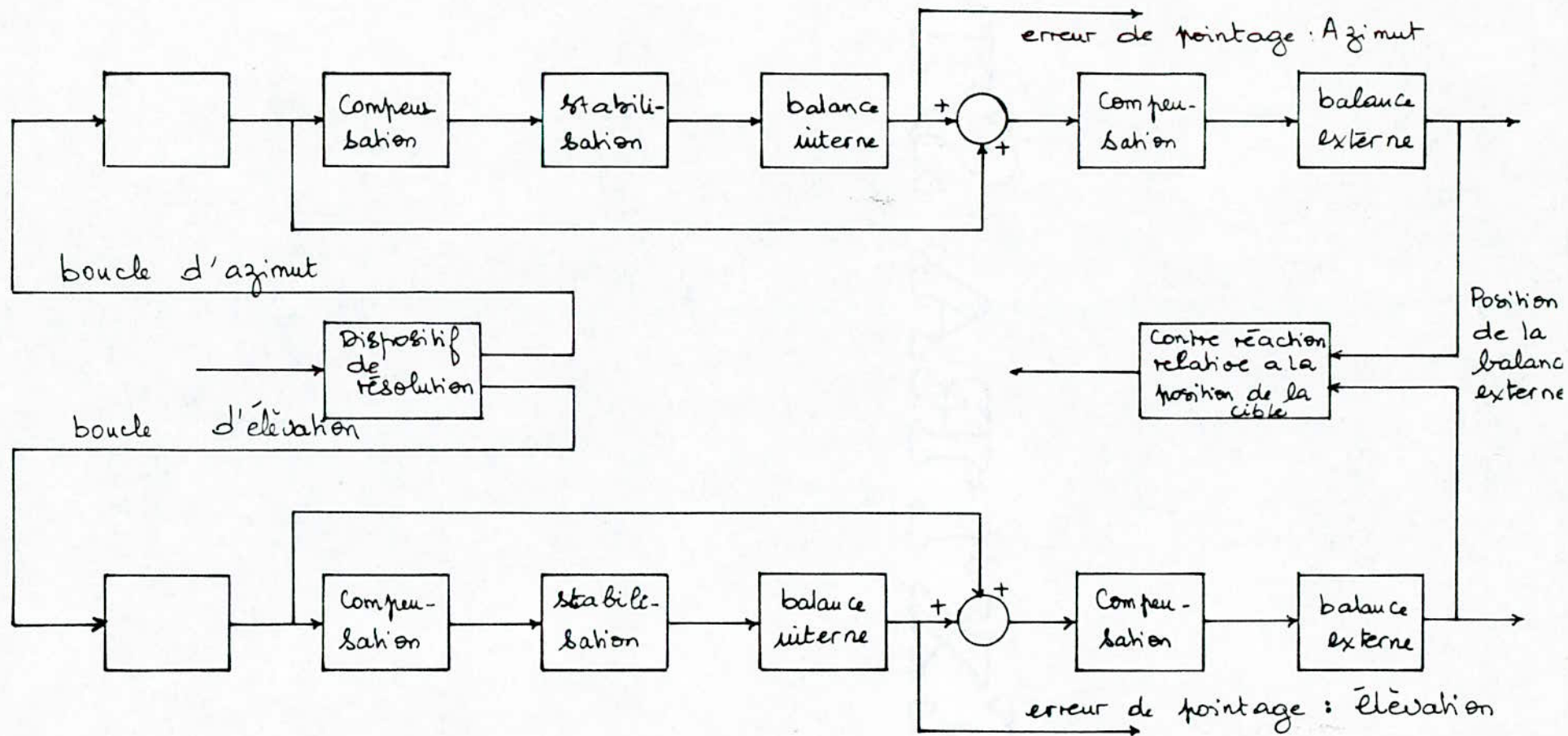
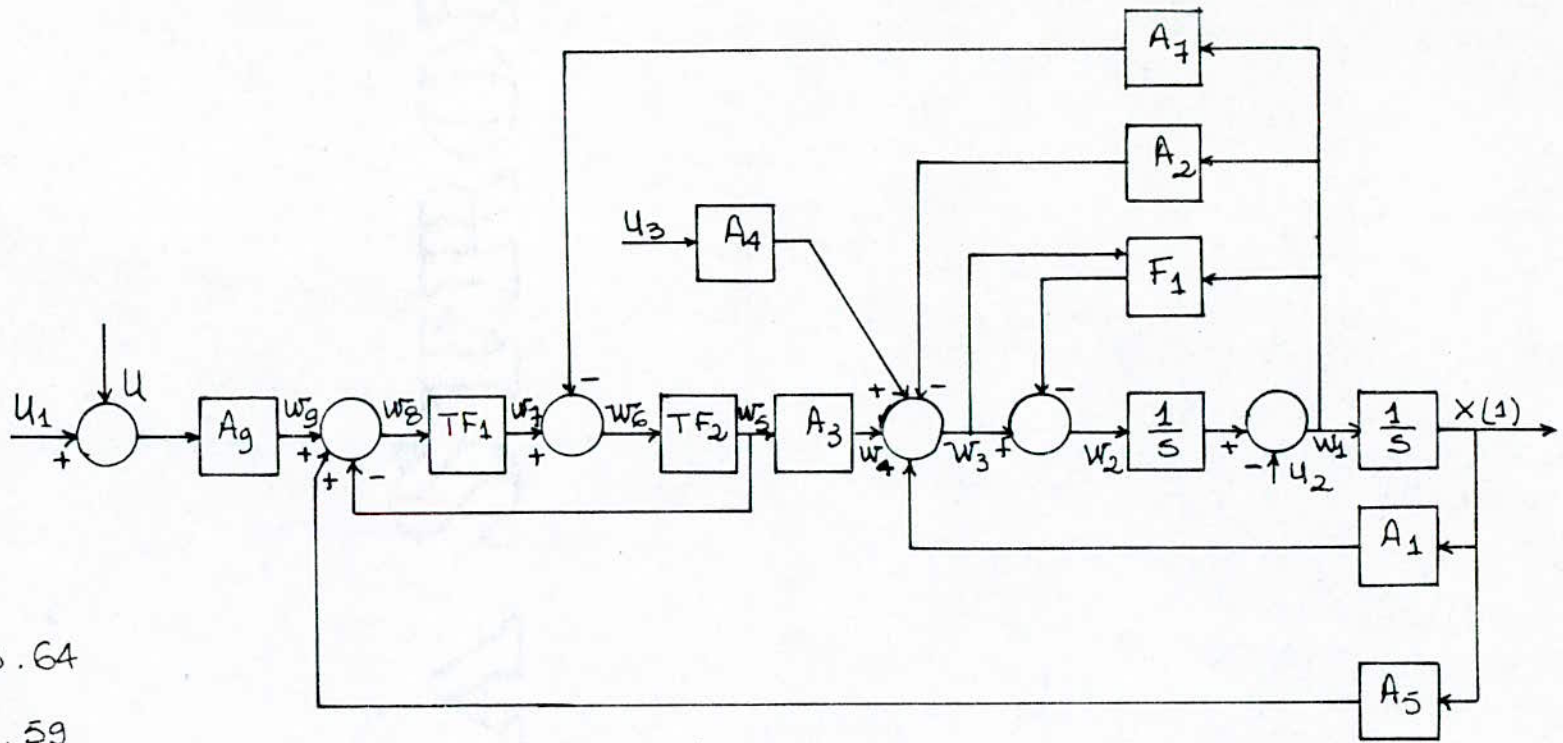


Fig 2. Caractérisation simplifiées des boucles de pointage et d'alignement.

a la balance interne dynamique, et U_3 représente les perturbations linéaires accélérées dues au déséquilibre de la balance; le gain A_1 représente le terme de la balance à ressort, et est supposé en pratique être inconnu. On suppose également que A_2 (balance d'amortissement), et A_4 (moment d'accélération des perturbances), ainsi que les constantes associées à F_1 (frottement) sont inconnus en pratique. Le gain A_7 représente le flux hydraulique; A_8 représente le terme d'annulation du ressort (puisque la fonction de ce terme est inclue dans le contrôleur adaptatif, on le mettra à zéro quand le contrôleur est installé). La sortie du système $X(1)$ représente l'angle de la balance interne et externe qui est proportionnel à l'erreur de la balance d'alignement. Le signal d'entrée U en Fig 3 est le signal de commande produit par le contrôleur adaptatif.

des circuits de compensation, boucles de stabilisation et gains du système données en Fig 2 sont désignées d'après la supposition que l'assemblage des balances internes (Fig 3) sont des systèmes linéaires à paramètres connus. Comme suggéré en Fig 3, cet assemblage contient des paramètres inconnus (A_1, A_2, A_4 entre autre) et des non linéarités. Comme le dessin du modèle n'est pas tout à fait parfait, le concepteur doit désigner des compensateurs pour manier l'assemblage des balances internes.

Si on a le modèle exacte de la balance interne, ces compensateurs peuvent être simplifiés et optimisés. des techniques du contrôle adaptatif



-II.6-

- $A_1 = 353.64$
- $A_2 = 62.59$
- $A_3 = 0.0056$
- $A_4 = 1.0$
- $A_5 = 0.02$
- $A_6 = 0.4$
- $A_7 = 3,5$
- $A_8 = 56835.77$
- $A_9 = 178.57$

$$F_1 = A_5 \cdot F_{IC} + A_6 \cdot F_{IS}$$

$$TF_1 = \frac{K_{11} (s \cdot z_1 + 1)}{(s \cdot p_1 + 1)}$$

$$TF_2 = \frac{K_{22}}{(s \cdot p_2 + 1)}$$

- $K_{11} = 0.0024$
- $z_1 = 5.414 \times 10^{-4}$
- $p_1 = 5.88 \times 10^{-3}$
- $K_{22} = 3333.3$
- $p_2 = 0.00379.$

Fig 3: Boucle de pression d'elevation et balance interne.

sont appelés à forcer le système de la Fig 3, à se conduire comme le modèle, et à supprimer les effets de non linéarité, on a deux modèles de frottement statique et de Coulomb. Ces modèles sont décrits en Fig 4a et 4b.

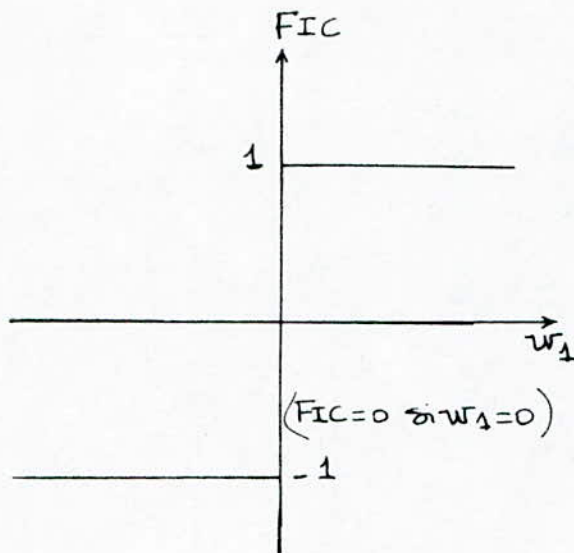


Fig 4a : Modèle de frottement Coulomb.

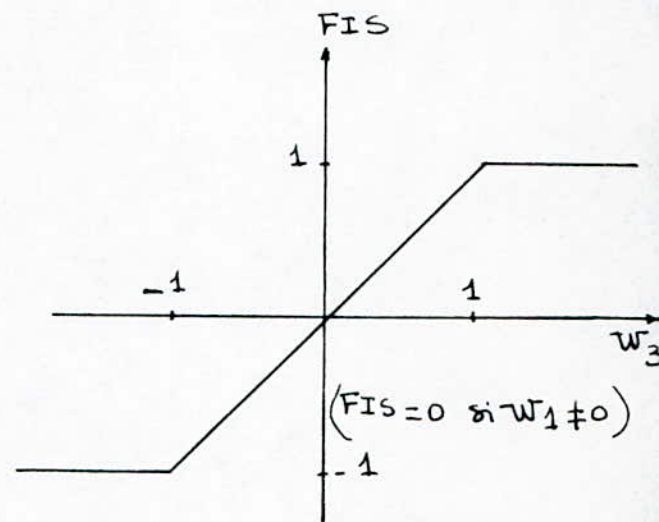


Fig 4b : Modèle de frottement Statique.

Le niveau maximum de frottement statique est supposé être un peu plus élevé que le niveau de frottement de Coulomb. En pratique, les deux niveaux de frottements sont présumés être inconnus.

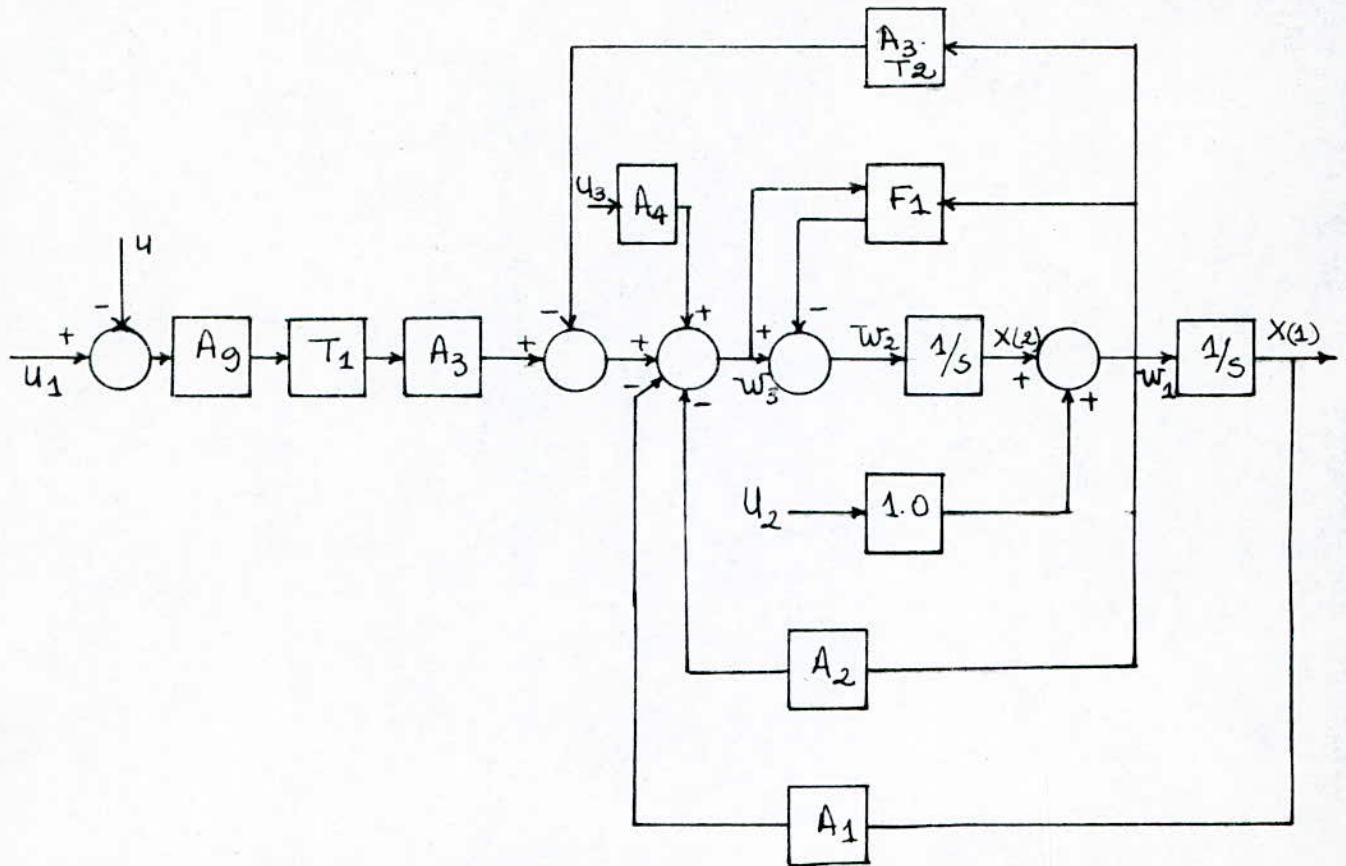
II-3. de modèle.

En général le choix des paramètres du modèle est le prérogatif du concepteur. Le modèle doit être linéaire et ses coefficients connus, par conséquent, conduire l'erreur entre le modèle et le système à zéro est équivalent, à supprimer les effets de frottements et incertitudes sur les paramètres.

L'un des premiers soins dans l'étude du contrôleur adaptatif et son modèle associé, est l'effet de la boucle de pression hydraulique (dynamique). Si ces effets sont très dépendant de la fréquence contenue dans les signaux d'entrées, alors son modèle dynamique doit être inclue comme partie du modèle global. La boucle de pression doit être modelée comme un gain constant. En Fig 5, les effets du couplage du flux (A_3, T_2 dans la Fig) sont séparés des effets du reste de la boucle de pression (A_9, T_1, A_3). Les gains A_9 et A_3 sont tel que : $A_9 \cdot A_3 = 1.0$. La fonction de transfert de T_1 est donnée par :

$$T_1(s) = \frac{193.6 (s + 1847.0)}{s^2 + 627.6s + 402460.0} \quad (3.1)$$

La fréquence de coupure est de 100 Hz (la fréquence normale de l'ensemble de la balance interne est approximativement 1 Hz). On prend cette fréquence assez élevée pour considérer $|T_1(j\omega)|$ uniforme sur la région intéressante. Donc le signal de compensation adaptatif, signal électronique dans la boucle de pression, peut devenir l'entrée de la balance interne appliqué directement à travers le gain constant. Dans la Fig 3, le signal de frottement F_1 est retranché de w_3 . Quand F_1 (modifiée par la boucle de pression du gain) est additionnée à w_3 (le signal du point d'accès), le résultat est l'élimination pratiquement de tout les effets de dégradation de frottement. D'où le retard dû à T_1 est non significatif dans la compensation des frottements.



$$T_1(s) = \frac{193.6 (s + 1847.0)}{s^2 + 627.6s + 402460.0}$$

$$A_3 \cdot T_2(s) = \frac{17248.0 (s + 170.0)}{s^2 + 627.6s + 402460.0}$$

$$A'_2 = A_2 + A_3 \cdot T_2(s) \Big|_{s=0}$$

$$A'_3 = A_3 \cdot A_9 \cdot T_1(s) \Big|_{s=0}$$

Fig 5. Version simplifiée et réduite de la Fig 3.

Le gain A_3 est inconnu, constant, et il est défini par :

$$A_3' = A_3 \cdot A_9 \cdot T_1(s) \Big|_{s=0}$$

En outre, les effets de couplage du flux sont inclus dans la fonction de transfert $A_3 \cdot T_2$, cela est donné par :

$$A_3 \cdot T_2 = \frac{17248.0(s + 170.0)}{s^2 + 627.65s + 402460.0} \quad (3.2)$$

$A_3 \cdot T_2$ reste uniforme sur l'intervalle de la fréquence intéressante, ainsi $A_3 \cdot T_2$ en pratique, se comporte comme un gain additionnel avec A_2 (Fig 5). L'effet combiné du couplage du flux et A_2 est donné par un système de gain inconnu, A_2' , où :

$$A_2' = A_2 + A_3 \cdot T_2 \Big|_{s=0}$$

Théoriquement, on a compensé A_2 avec le contrôleur adaptatif.

II.4. Le contrôleur adaptatif.

La fonction du contrôleur adaptatif est de fournir le signal de commande, ^{qui} conduira l'erreur entre le modèle et le système vers zéro. Le signal de commande est une combinaison linéaire de signaux variés dont les coefficients sont à gains variables. Les gains sont ajustés par le contrôleur, des gains adaptatifs peuvent être ajoutés ou supprimés. De la Fig 5, l'équation différentielle décrivant le système est donnée par :

$$\dot{X}(1) = W_1 = X(2) - U_2$$

$$\dot{X}(2) = W_2 = W_3 - F_1 \quad (4-1)$$

$$= A'_3 (U_1 - U) + A_4 \cdot U_3 - A_1 \cdot X(1) - A'_2 \cdot W_1 - A_5 \cdot FIC - A_6 \cdot FIS.$$

Pour simplifier cette étude, on fait les hypothèses suivantes :

1) Les coefficients FIC et FIS sont d'une forme connue.

2) A'_2 et A'_3 doivent être traités comme des constantes.

3) U_1, U_2, U_3 sont des signaux mesurables.

On choisit le modèle de second ordre de la forme :

$$\dot{X}_M(1) = X_M(2) - U_2$$

$$\dot{X}_M(2) = -B_1 \cdot X_M(1) - B_2 (X_M(2) - U_2) + B_3 \cdot U_1 \quad (4-2)$$

où B_1, B_2 et B_3 sont des constantes connues (choisies par le concepteur).

Le signal d'erreur est défini par :

$$E = (e_1, e_2)^T \quad (4-3)$$

$$e_1 = X_M(1) - X(1)$$

où :

$$e_2 = (X_M(2) - U_2) - (X(2) - U_2) = X_M(2) - X(2).$$

Les équations différentielles décrivant e_1 et e_2 sont :

$$\dot{e}_1 = \dot{X}_M(1) - \dot{X}(1) = (X_M(2) - U_2) - (X(2) - U_2) = e_2$$

$$\dot{e}_2 = \dot{X}_M(2) - \dot{X}(2) = -B_1 \cdot X_M(1) - B_2 (X_M(2) - U_2)$$

$$+ (B_3 - A'_3) U_1 - A_4 \cdot U_3 + A_1 \cdot X(1)$$

$$+ A'_2 \cdot W_1 + A_5 \cdot FIC + A_6 \cdot FIS + A'_3 \cdot U.$$

On additionne et déduit $B_1 \cdot X(1)$ et $B_2 \cdot W_1$ de ces équations

$$\text{On a : } \dot{e}_1 = e_2$$

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= -B_1 (x_M(1) - x(1)) - B_1 \cdot x(1) \\
&\quad - B_1 [(x_M(2) - u_2) - w_1] - B_2 \cdot w_1 + (B_3 - A_3) u_1 \\
&\quad - A_4 \cdot u_3 + A_1 \cdot x(1) + A'_2 w_1 + A_5 \cdot FIC + A_6 FIS + A'_3 u \\
&= -B_1 e_1 - B_1 e_2 + (A_1 - B_1) \cdot x(1) + (A'_2 - B_2) w_1 \quad (4-4) \\
&\quad + (B_3 - A'_3) u_1 - A_4 \cdot u_3 + A_5 \cdot FIC + A_6 FIS + A'_3 \cdot u
\end{aligned}$$

Si on choisit :

$$\begin{aligned}
u &= K_1(t) \cdot x(1) + K_2(t) \cdot w_1 + K_3(t) \cdot u_1 \\
&\quad + K_4(t) \cdot u_3 + K_5(t) \cdot FIC + K_6(t) \cdot FIS.
\end{aligned}$$

Les hypothèses (1) et (2) permettent de construire un tel signal.

On obtient alors :

$$\dot{e}_1 = e_2$$

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= -B_1 e_1 - B_2 e_2 + (A_1 - B_1 - A'_3 K_1) x(1) \\
&\quad + (A'_2 - B_2 + A'_3 K_2) w_1 + (B_3 - A'_3 + A'_3 K_3) u_1 \quad (4-5) \\
&\quad + (A'_3 K_4 - A_4) \cdot u_3 + (A'_3 K_5 + A_5) FIC \\
&\quad + (A'_3 \cdot K_6 + A_6) FIS.
\end{aligned}$$

si on définit les paramètres d'erreurs comme suit :

$$\begin{aligned}
\delta_1(t) &= A_1 - B_1 + A'_3 \cdot K_1(t) \\
\delta_2(t) &= A'_2 - B_2 + A'_3 K_2(t) \\
\delta_3(t) &= B_3 - A_3 + A'_3 K_3(t) \\
\delta_4(t) &= A'_3 K_4(t) - A_4. \\
\delta_5(t) &= A'_3 K_5(t) + A_5. \\
\delta_6(t) &= A'_3 K_6(t) + A_6.
\end{aligned} \quad (4-6)$$

alors :

$$\dot{e}_1 = e_2$$

$$\dot{e}_2 = -B_1 e_1 - B_2 e_2 + \delta_1 X(A) + \delta_2 \cdot W_1 + \delta_3 \cdot U_1 + \delta_4 \cdot U_3 + \delta_5 \cdot FIC + \delta_6 \cdot FIS.$$

Qui peut être écrit sous forme de vecteur :

$$\dot{E} = AE + \underline{b} W \quad (4-7)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} ; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

et :

$$W = \delta_1 \cdot X(A) + \delta_2 \cdot W_1 + \delta_3 \cdot U_1 + \delta_4 \cdot U_3 + \delta_5 \cdot FIC + \delta_6 \cdot FIS.$$

La théorie de stabilité de Lyapunov est utilisée en ce point,

et cela pour développer les équations différentielles de :

δ_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ tel que l'équation (4-7) soit asymptotiquement stable ($E \rightarrow 0$ qd $t \rightarrow \infty$). Si on choisit la fonction

de Lyapunov de la forme :

$$V(E, \delta_i) = E^T P E + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \delta_i^2 \quad (4-8)$$

où P est une matrice définie positive et $\lambda_i > 0$; $i = 1, 2, \dots, 6$;

$$\dot{V} = \dot{E}^T P E + E^T P \dot{E} + \sum_{i=1}^6 2 \lambda_i \delta_i \dot{\delta}_i \quad (4-9)$$

qui peut être écrit comme suit :

$$\dot{V} = E^T Q E + 2 E^T P \underline{b} W + 2 \sum_{i=1}^6 \lambda_i \delta_i \dot{\delta}_i \quad (4-10)$$

où $P = [P_{ij}]$ satisfait l'équation de la matrice de Lyapunov,

$A^T P + P A = -Q$ et Q est une matrice définie positive.

donc:

$$\dot{V} = -E^T Q E + 2(P_{12} e_1 + P_{22} e_2) \left(\delta_1 x(1) \right) + \delta_2 W_1 + \delta_3 U_1 + \delta_4 U_3 + \delta_5 FIC + \delta_6 FIS + 2 \sum_{i=1}^6 \lambda_i \delta_i \dot{\delta}_i \quad (4-11)$$

On peut voir que :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= A'_3 \dot{K}_1 = - (1/\lambda_1) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) x(1) \\ \dot{\delta}_2 &= A'_3 \dot{K}_2 = - (1/\lambda_2) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) W_1 \\ \dot{\delta}_3 &= A'_3 \dot{K}_3 = - (1/\lambda_3) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) U_1 \quad (4-12) \\ \dot{\delta}_4 &= A'_3 \dot{K}_4 = - (1/\lambda_4) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) U_3 \\ \dot{\delta}_5 &= A'_3 \dot{K}_5 = - (1/\lambda_5) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) FIC \\ \dot{\delta}_6 &= A'_3 \dot{K}_6 = - (1/\lambda_6) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) FIS. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \dot{V} = -E^T Q E \quad (4-13)$$

Puisque \dot{V} est semi-définie négative, et V est définie positive, en utilisant le théorème de stabilité direct de Lyapunov, le système est stable. En outre puisque \dot{V} est définie négative, à l'égard de E , on peut garantir que le système est stable en E , de δ_1 à δ_6 , et que $E(t) \rightarrow 0$ qd $t \rightarrow \infty$. Notons que l'équation (4-12) implique que l'on doit choisir le $i^{\text{ème}}$ gain de la forme :

$$K_i = - (1/A'_3 \lambda_i) (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i.$$

où S_i est un signal du système $(x(1), W(1), \dots)$. Comme A'_3 est une constante positive, on peut prendre $(1/A'_3, \lambda_i) = \nu_{i2}$

$$\text{avec } \nu_{i2} > 0 \Rightarrow K_i = -\nu_{i2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i$$

qui satisfait l'équation (4-12) pour λ_i , $i = 1, 2, \dots, 6$.

L'équation (4-12) est aussi asymptotiquement stable, si les entrées (U_1, U_2 et U_3) sont suffisamment riches en fréquence. Cela voudrait dire que généralement, on doit avoir aussi:

$S_i(t) \rightarrow 0$, $i = 1, 2, \dots, 6$. de (4-6) on a:

$$\begin{aligned} K_1(t) &\longrightarrow (B_1 - A_1) / A'_3 \\ K_2(t) &\longrightarrow (B_2 - A_2) / A'_3 \\ K_3(t) &\longrightarrow (A_3 - B_3) / A'_3. \\ K_4(t) &\longrightarrow A_4 / A'_3 \\ K_5(t) &\longrightarrow -A_5 / A'_3 \\ K_6(t) &\longrightarrow -A_6 / A'_3 \end{aligned} \quad (4-14)$$

quand $t \rightarrow \infty$

Puisque les équations différentielles du gain sont de la forme:

$$\dot{K}_i = -V_{i2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (4-15)$$

Alors le gain résultant est donné par:

$$K_i = K_{i0} - \int_0^t V_{i2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i(t) dt \quad (4-16)$$

où K_{i0} est la valeur initiale du système du $i^{\text{ème}}$ gain, si K_i a une partie proportionnelle en plus de la partie intégrale, le terme d'erreur (e_1, e_2) converge à zéro plus vite.

$$K_i = K_{i0} - V_{i1} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i(t) - \int_0^t V_{i2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) S_i(t) dt \quad (4-17)$$

$V_{ij} > 0$, $i = 1, 2, \dots, 6$ et $j = 1, 2$.

Pour ce qui des trois hypothèses faites précédemment :

1) Les fonctions FIC et FIS, ne peuvent être ni mesurées, ni directement générées (puisque W_3 n'est pas mesurable). Plusieurs tentatives ont été faites pour reproduire ces fonctions. Cependant on a plus de performances en combinant les deux fonctions en une seule F_2 donnée par :

$$F_2 = \begin{cases} \text{sig}(W_1) & \text{si } W_1 = 0 \\ \text{sig}(x_M(z) - U_2) & \text{si } W_1 = 0 \end{cases} \quad (4-18)$$

L'utilisation de F_2 , pour la compensation des frottements, est bénéfique pour la réduction du nombre de gains ajustables de 6 à 5.

2) La justification pour la seconde hypothèse (A'_2 et A'_3 constantes) voir section précédente.

3) U_1 est un signal électronique et peut être utilisé directement. Pour ce qui est de U_2, U_3 , on supposera qu'ils sont explicitement disponibles, Après ces modifications on a les équations suivantes :

$$\dot{X}_M(1) = X_M(2) - U_2$$

$$\dot{X}_M(2) = -B_1 \cdot X_M(1) - B_2(X_M(2) - U_2) + B_3 U_1 \quad (4-19)$$

Le contrôleur devient :

$$U = K_1 \cdot X(1) + K_2 \cdot W_1 + K_3 \cdot U_1 + K_4 U_3 + K_5 \cdot F_2 \quad (4-20)$$

Et les équations pour le gain deviennent :

$$K_1 = K_{10} - \nu_{11} \cdot h \cdot X(1) - \int_0^t \nu_{12} \cdot h \cdot X(1) \cdot dt$$

$$\begin{aligned}
 K_2 &= K_{20} - \nu_{21} \cdot h \cdot W_1 - \int_0^t \nu_{22} \cdot h \cdot W_1 dt. \\
 K_3 &= K_{30} - \nu_{31} \cdot h \cdot U_1 - \int_0^t \nu_{32} \cdot h \cdot U_1 dt \\
 K_4 &= K_{40} - \nu_{41} \cdot h \cdot U_3 - \int_0^t \nu_{42} \cdot h \cdot U_3 dt \\
 K_5 &= K_{50} - \nu_{51} \cdot h \cdot F_2 - \int_0^t \nu_{52} \cdot h \cdot F_2 dt.
 \end{aligned} \quad (4-21)$$

où : $K_{10}, K_{20}, \dots, K_{50}$ sont les valeurs initiales du gain, $h = (P_{12} e_1 + P_{22} e_2)$, et ν_{ij} $i = 1, 2, \dots, 5$, et $j = 1, 2$, sont des constantes positives choisies par le constructeur.

$$\begin{aligned}
 e_1 &= X_M(1) - X(1) \\
 e_2 &= (X_M(2) - U_2) - W_1
 \end{aligned} \quad (4-22)$$

et que.

$$F_2 = \begin{cases} \text{sig}(W_1) & \text{si } W_1 \neq 0 \\ \text{sig}(X_M(2) - U_2) & \text{si } W_1 = 0 \end{cases} \quad (4-23)$$

Les équations de (4-19) à (4-23) représentent un résumé de la commande adaptative.

II.5. Simulation de l'algorithme de base.

Dans cette simulation, les paramètres A_1, A'_2, A'_3 et A_5 , sont supposés être inconnus. Une seule entrée U_1 , est utilisée (le gain A_4 n'entre pas dans le système, $K=0$, et $X(2) = W_1$). D'après (section 2) A_8 est supprimé. D'après les Figs 3, 4a et 4b, $A_5 = 0,02$ et $A_6 = 0,04$; le choix des constantes ν_{ij} , $i = 1, \dots, 6, j = 1, 2$ (eqn 4-21) est très délicat. De larges constantes, causeraient de

grand transitoire, dans les signaux du contrôleur au démarrage; ce qui est un problème dans la simulation par ordinateur.

Le signal de test d'entrée (U_1) utilisé dans ce cas est de 0,2 Hz. Les caractéristiques les plus significatives dans le cas sans compensation adaptative, sont les apparences de non linéarité du signal de sortie. On remarque, quand on utilise le contrôleur adaptatif, que la sortie perd les caractéristiques de non linéarité.

II.6. Considérations pratiques:

Les deux problèmes les plus souvent rencontrés dans l'application des contrôleurs adaptatifs sont:

1/ Les signaux nécessaires à l'exécution du contrôleur, ne sont pas tous disponibles et:

2/ Les signaux disponibles sont dépravés par le bruit.

Dans notre cas, le signal $W_1 = X(2) - U_2$ est inutilisable.

Mais puisque $X(1) = W_1$, on produit W_1 par différenciation, puis on filtre $X(1)$. L'opération de différenciation est très sensible au bruit, ce qui complique la génération de W_1 . On prend la dérivée de $X(1)$ et on la filtre en utilisant la fonction de transfert du 1^{er} ordre.

$$\hat{W}_1 = X(1) \cdot \frac{\alpha S}{S + \alpha} \quad (6-1)$$

Le signal $x(1)$ est filtré dans le même filtre qui estime w_1 .
 La fonction de transfert de ce filtrage est donnée par :

$$\hat{X}(1) = X(1) \cdot \frac{\alpha}{S + \alpha} \quad (6-2)$$

\hat{e}_1 et \hat{e}_2 sont alors donnés par :

$$\hat{e}_1 = (X_M(1) - X(1)) \cdot \frac{\alpha}{S + \alpha} \quad (6-3)$$

$$\hat{e}_2 = (X_M(1) - X(1)) \cdot \frac{\alpha S}{S + \alpha} \quad (6-4)$$

Le gain K_2 est complètement bruité (génération de K_2 dépend de w_1). D'où on est obligé d'ajouter un filtre pour filtrer K_2 .
 On montre ces modifications en Fig 6.

La seconde modification trouvée pour une autre amélioration de la convergence, entraîne l'addition d'un autre gain ajustable. Le bruit associé avec les signaux variés du système, tend à introduire un terme positif qui rend \dot{V} (eq 4-13) moins négative. Cela est directement lié à une convergence lente. Ainsi si \dot{V} peut être rendu plus négative sans changer aucun terme établi précédemment. Une meilleure convergence peut être obtenue pour établir cette convergence, on utilise un pseudo gain K_7 .
 D'après le modèle établi en section 4, on peut mettre K_7 sous la forme suivante :

$$K_7 = K_{70} - \int_{t_1}^{t_2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) + \int_0^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) dt \quad (6-5)$$

($s = 1.0$ dans l'équ (4-17)). La partie intégrale en simulation est négligeable.

$$K_7 = K_{70} - \int_{t_1}^{t_2} (P_{12} e_1 + P_{22} e_2) \quad (6-6)$$

où $K_{70} = 0$

Le signal de commande U de (4-20) est modifié:

$$U = K_1 \cdot X(1) + K_2 \cdot W_1 + K_3 U_1 + K_5 \cdot F_2 + K_7 \quad (6-7)$$

($U_3 = 0 \Rightarrow K_4$ supprimé)

La Fig 7 décrit la convergence de $x(1)$ à $x_M(1)$. On remarque les transitoires, au début dues au choix de P_{ij} .

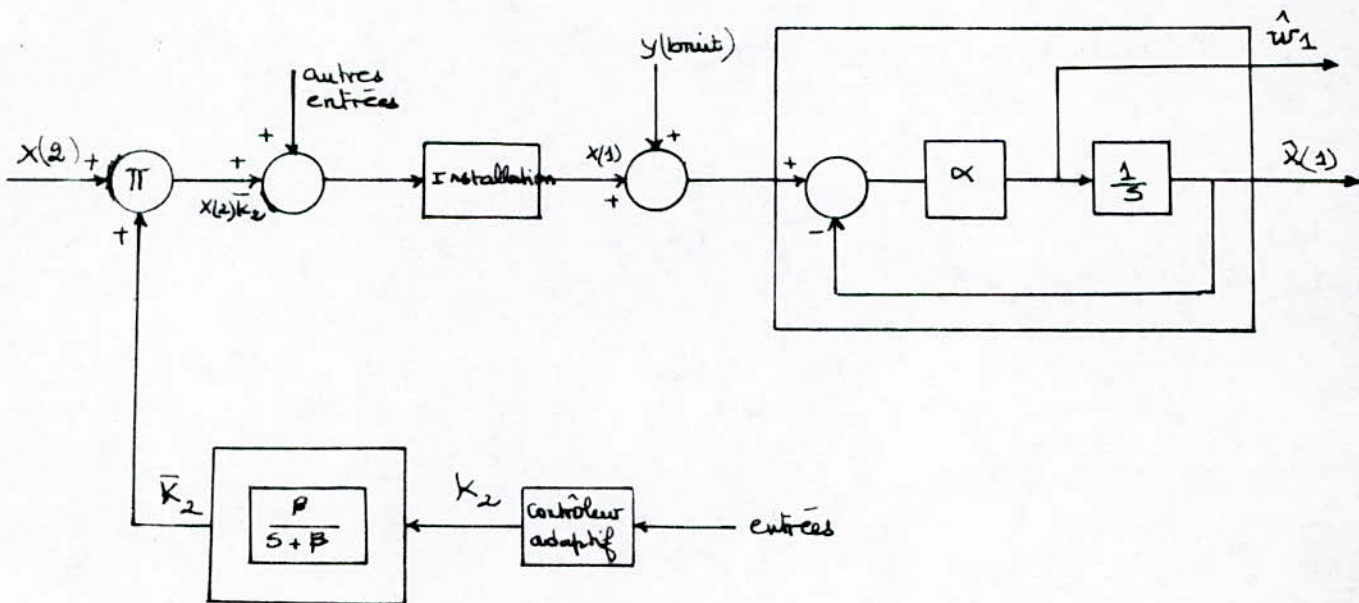


Fig 6.

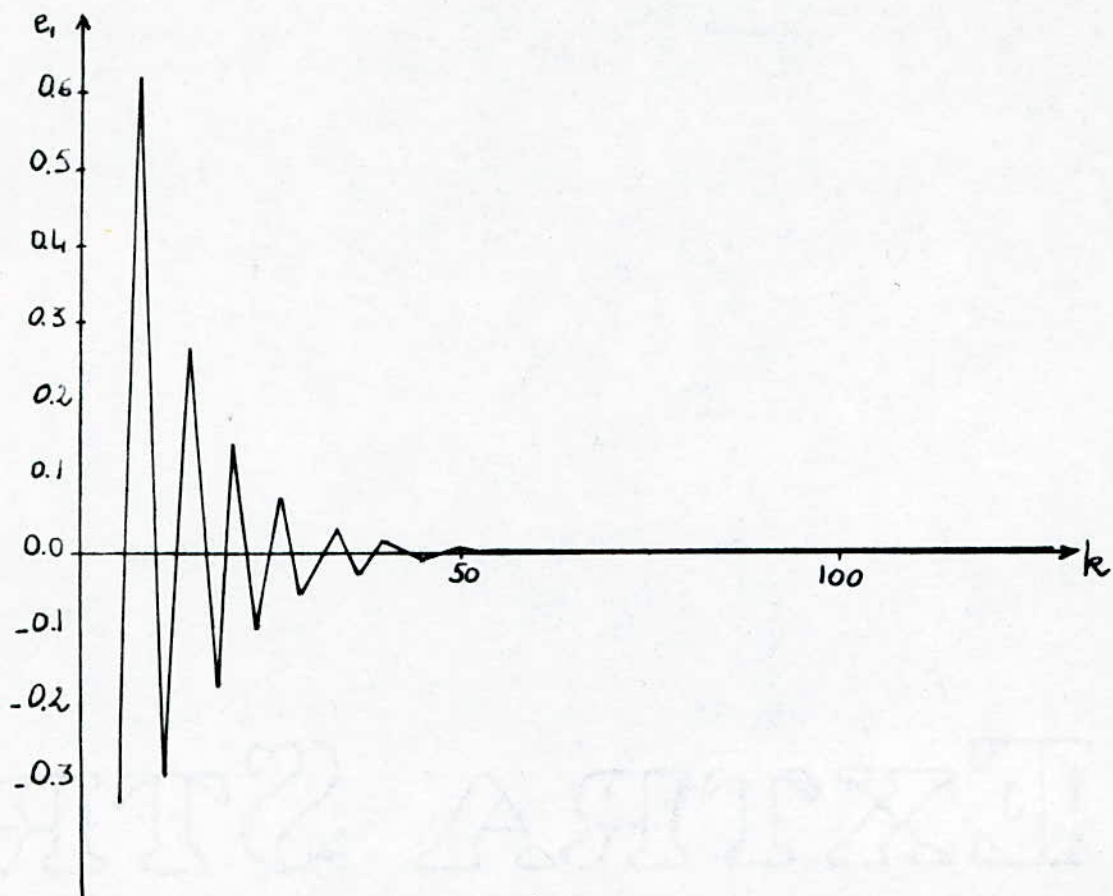


Fig 7.

II-7. Conclusion.

Un contrôleur adaptatif a été dérivé, les résultats du test de simulations présentés, problèmes pratiques d'exécution discutés, des solutions potentielles, et les résultats de simulations incorporant ces solutions sont donnés.

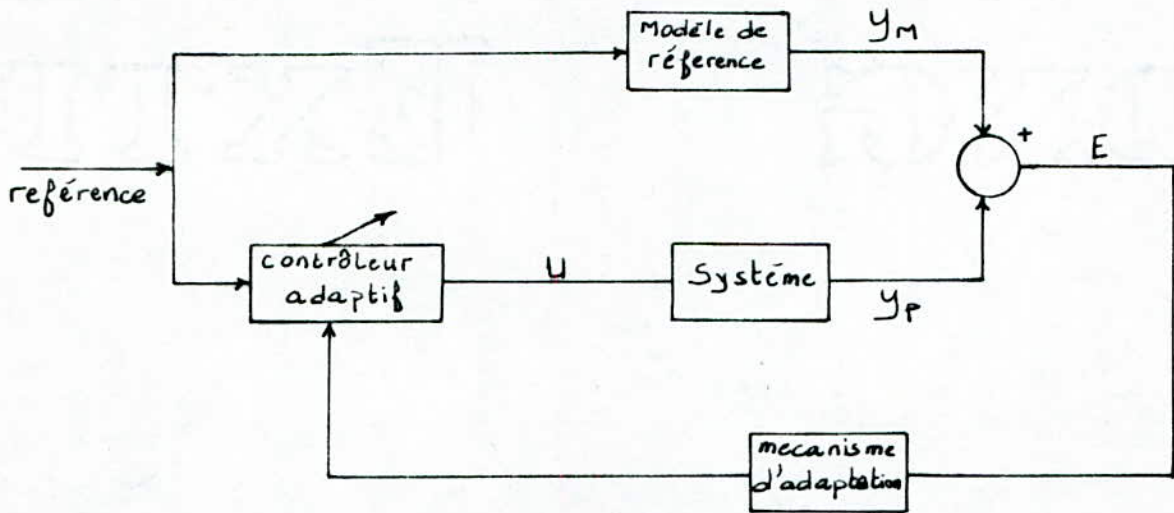
Chapitre III

Méthode des entrées adaptées

'Input-Matching'

III.1 Introduction.

L'objectif du contrôleur adaptatif est de comparer la réponse du système avec celle du modèle de référence ; où le modèle de référence a les spécifications du modèle idéal au désiré. Pour cette adaptation le contrôleur appliqué à l'entrée du système, force sa sortie à suivre la sortie du modèle de référence. D'où le schéma :



L'étude du modèle de référence, est basée sur la théorie de stabilité. En utilisant la méthode directe de Lyapunov ou le critère d'hyperstabilité, de Popov. Les trois méthodes les plus connues sont :

III.2 Méthode de l'identification de l'erreur:

Cette méthode a été présentée par Markin - Sanchez (1976), où l'algorithme utilise un prédicteur adaptatif, qui estime les coefficients du processus, puis le mécanisme d'adaptation minimise la différence entre

la sortie du prédicteur adaptatif et la sortie du système.

III-3. Méthode de "l'erreur augmentée".

Cette méthode a été introduite par Monopoli et Jonescu (1977), dont l'objectif est de conduire l'erreur entre l'augmentation de la sortie optimale, et de l'augmentation de la sortie actuelle à zéro.

III-4. Méthode des entrées adaptées "Input - matching".

L'approche de cette méthode a été suggérée par Johnson et Tse (1978). Cette méthode utilise les algorithmes de contrôle optimal (One-step-ahead), pour adapter l'entrée désirée avec l'entrée actuelle.

Le concept d'origine du terme "Input - matching" permet la combinaison des algorithmes d'ajustement de paramètre stable et les considérations de performance optimal.

Dans ce qui suit on fera l'étude de cette méthode qui est la plus pratique des trois, et la plus simple à être réalisée puisqu'elle utilise simplement une combinaison linéaire de l'entrée et la sortie.

a/ Algorithme.

L'algorithme suivant est pour une entrée - une sortie SISO mais Johnson (1978) l'a fait pour le cas MIMO, Multi entrée - multi sortie.

Soit le système décrit par l'équation:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n a_i y(t-i) + \sum_{j=1}^m b_j u(t-j) \quad (1)$$

où $y(t)$: Sortie du système au temps t .

$u(t)$: Entrée du système au temps t .

a_i
 b_j } paramètres inconnus.

et soit à minimiser la fonction suivante :

$$J(u(t)) = \frac{1}{2} \left[\bar{y}(t+1) - y(t+1) \right]^2 \quad (2)$$

$\bar{y}(t)$ est la sortie corrigée du modèle de référence.

$$\bar{y}(t) = \sum_{i=1}^n f_i y(t-1) + g R(t-1) \quad (3)$$

où R est la valeur de référence d'entrée.

f_i
 g } constantes connues.

Le contrôle optimal qui minimise (2) est donné par :

$$u^*(t-1) = \frac{1}{b_1} \left[\bar{y}(t) - y(t) + b_1 u(t-1) \right] \quad (4)$$

mais comme a_i et b_i ne sont pas connus, l'équation (4) doit être estimée par :

$$\hat{u}(t) = \hat{c}_1 R(t-1) + \sum_{j=2}^m \hat{c}_j \hat{u}(t-j) + \sum_{i=1}^n \hat{d}_i \hat{y}(t-i).$$

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{e}_m(t) \\ \hat{d}_1(t) \\ \vdots \\ \hat{d}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t-1) \\ \vdots \\ \hat{c}_m(t-1) \\ \hat{d}_1(t-1) \\ \vdots \\ \hat{d}_n(t-1) \end{bmatrix} + h(t) \begin{bmatrix} \rho_1 R(t-1) \\ \rho_2 \hat{u}(t-2) \\ \vdots \\ \rho_m \hat{u}(t-m) \\ \nu_1 \hat{y}(t-1) \\ \vdots \\ \nu_n \hat{y}(t-n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t-1) - \hat{u}(t-1) \end{bmatrix}$$

ρ_j, ν_i facteurs tel que $0 < (\nu_i, \rho_j) < 2$

$$h(t) = \left[1 + R^2(t-1) + \sum_{j=2}^m \hat{u}^2(t-j) + \sum_{i=1}^n \hat{y}^2(t-i) \right]^{-1} \quad (6)$$

$\hat{u} \longrightarrow u^*$ quand $t \longrightarrow \infty$.

Notons que l'adaptation de $\hat{u}(t)$ à $u^*(t)$ demande la détermination de $(u^* - \hat{u})$, d'où le nom de cet algorithme, méthode des entrées "adaptées" "Input-matching".

La démonstration de $\hat{u} \longrightarrow u^*$ qd $t \longrightarrow \infty$ est donnée par le théorème de stabilité de Lyapunov en annexe.

b/ Simulation:

La forme du processus à être contrôlée est de la forme:

$$y(t) = a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + e(t).$$

La transformée en Z de ce système est:

$$y(t) = a_1 z^{-1} y(t) + a_2 z^{-2} y(t) + b_1 z^{-1} u(t) + b_2 z^{-2} u(t).$$

C'est un système du 2^{ème} ordre et d'une temporisation (un temps de retard).
La Perturbation $e(t)$ est un bruit normal.

Les cas suivants sont considérés dans la simulation:

b.1/ Système de boucle ouverte instable:

Les paramètres choisis pour ce système sont:

$$a_1 = 1 \quad ; \quad a_2 = -2 \quad ; \quad b_1 = 1 \quad ; \quad b_2 = 0,5.$$

d'où.

$$y(t) = z^{-1} y(t) - 2z^{-2} y(t) + z^{-1} u(t) + 0,5z^{-2} u(t)$$

$$y(t) = \frac{z^{-1} + 0,5z^{-2}}{1 - z^{-1} + 2z^{-2}}$$

$$u(t) = 1 - z^{-1} + 2z^{-2}.$$

Les pôles de ce système sont situés à $(0,5 + \frac{\sqrt{7}}{2}j)$ et $(0,5 - \frac{\sqrt{7}}{2}j)$.

Le système est instable, puisque les deux pôles sont situés en dehors du cercle unité. Toutefois, en utilisant une boucle de réaction pour la commande adaptative, le système de boucle fermée devient stable.

b.2/ Point de repos:

Si on change le point de repos chaque 25 itérations, on obtient la Fig 3.

b.3/ Valeurs initiales:

La méthode d'"Input - matching" devient instable, en changeant les valeurs initiales.

b.4. Effets du bruit:

On remarque que la réponse de sortie du système en présence du bruit (Fig 4,5) diffère de celle sans bruit (Fig 3).

Le système est instable au début, il ne converge qu'après 60 itérations.

III.5. Conclusion.

D'après les différents résultats obtenus, on conclut que la méthode des entrées adaptives a un modèle de référence, qui peut être utilisée pour obtenir la réponse de sortie désirée.

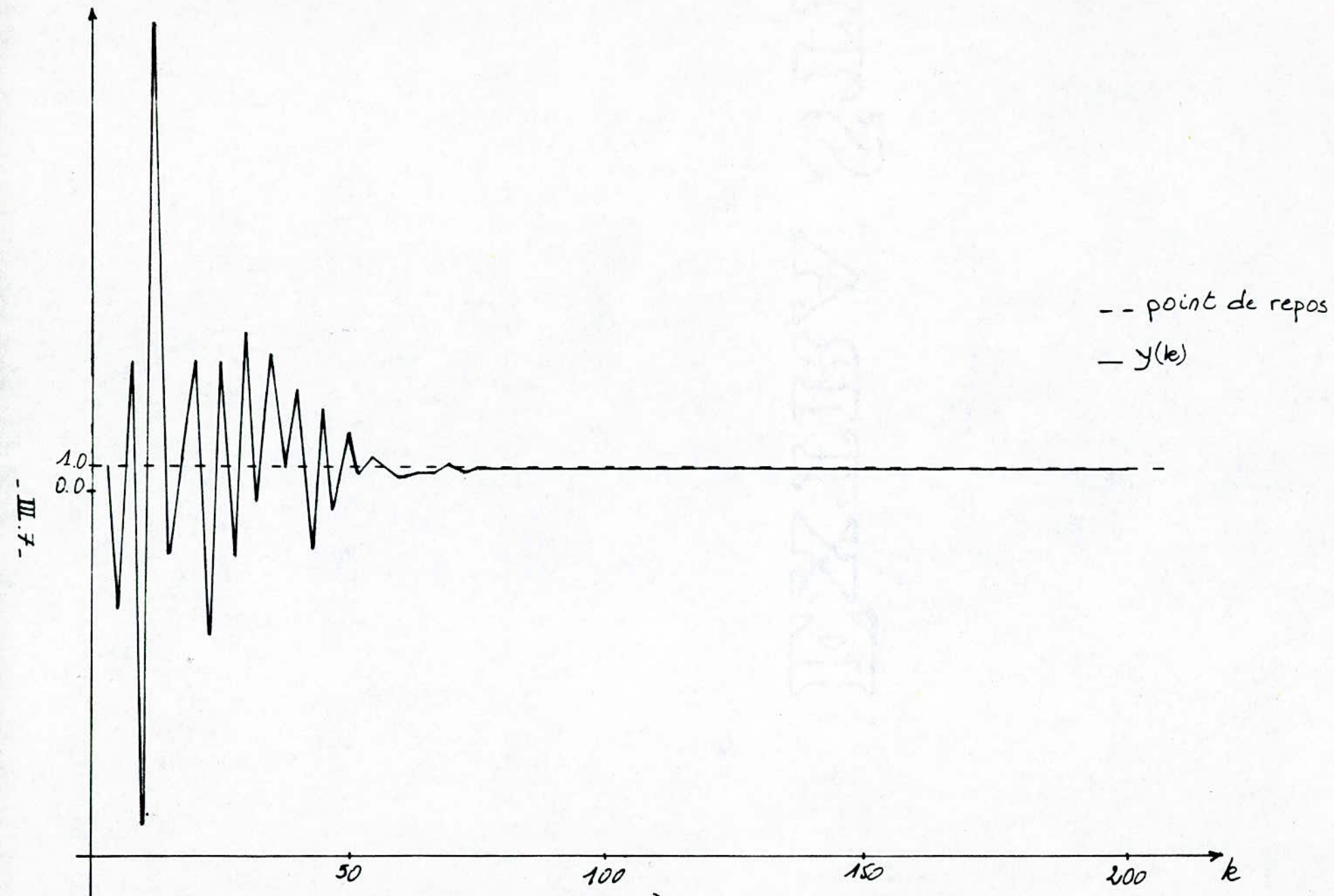


Fig. 2: Réponse du système "sans bruit"

- 8 - III -

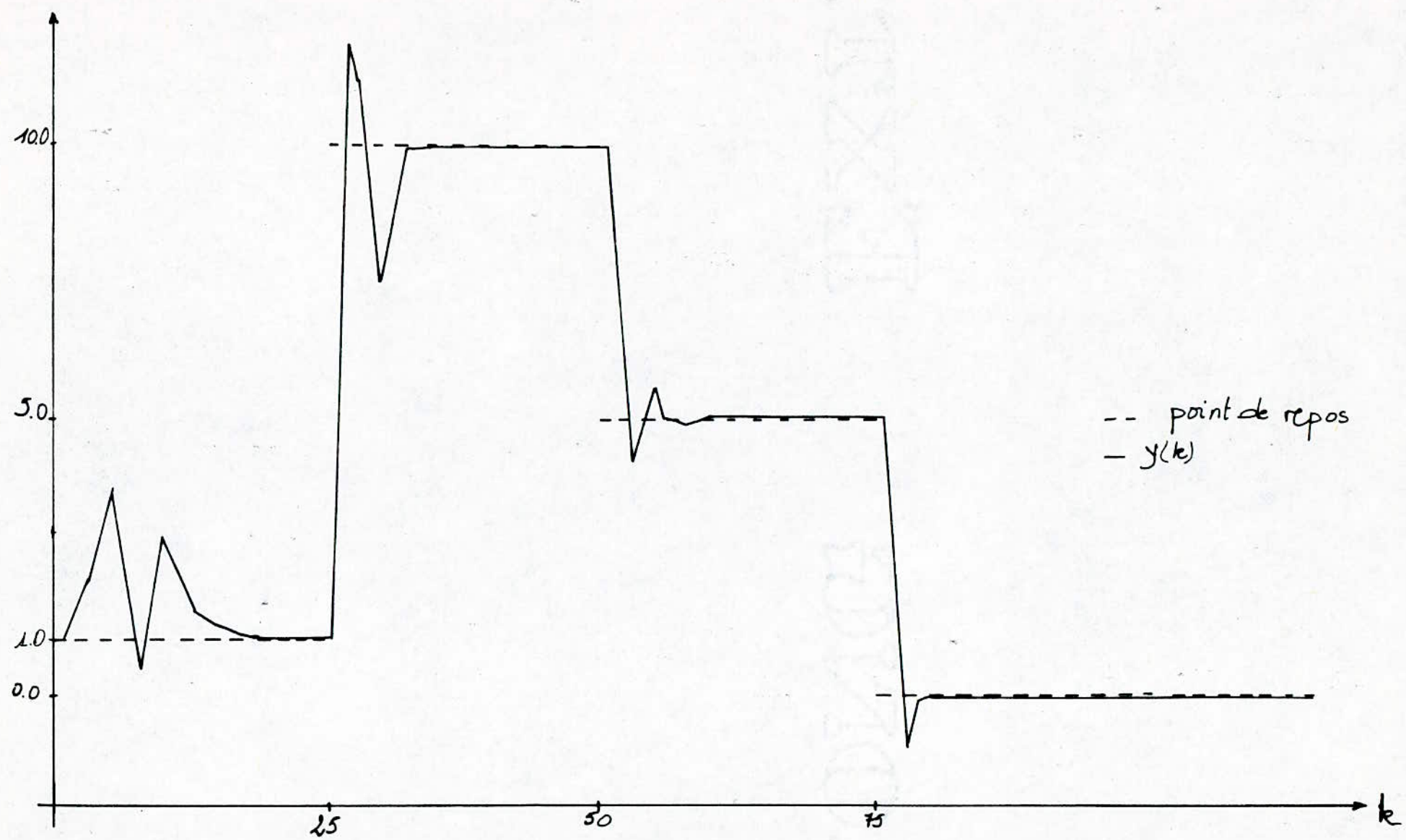


Fig 3 : Réponse du système avec point de repos changeant et sans bruit.

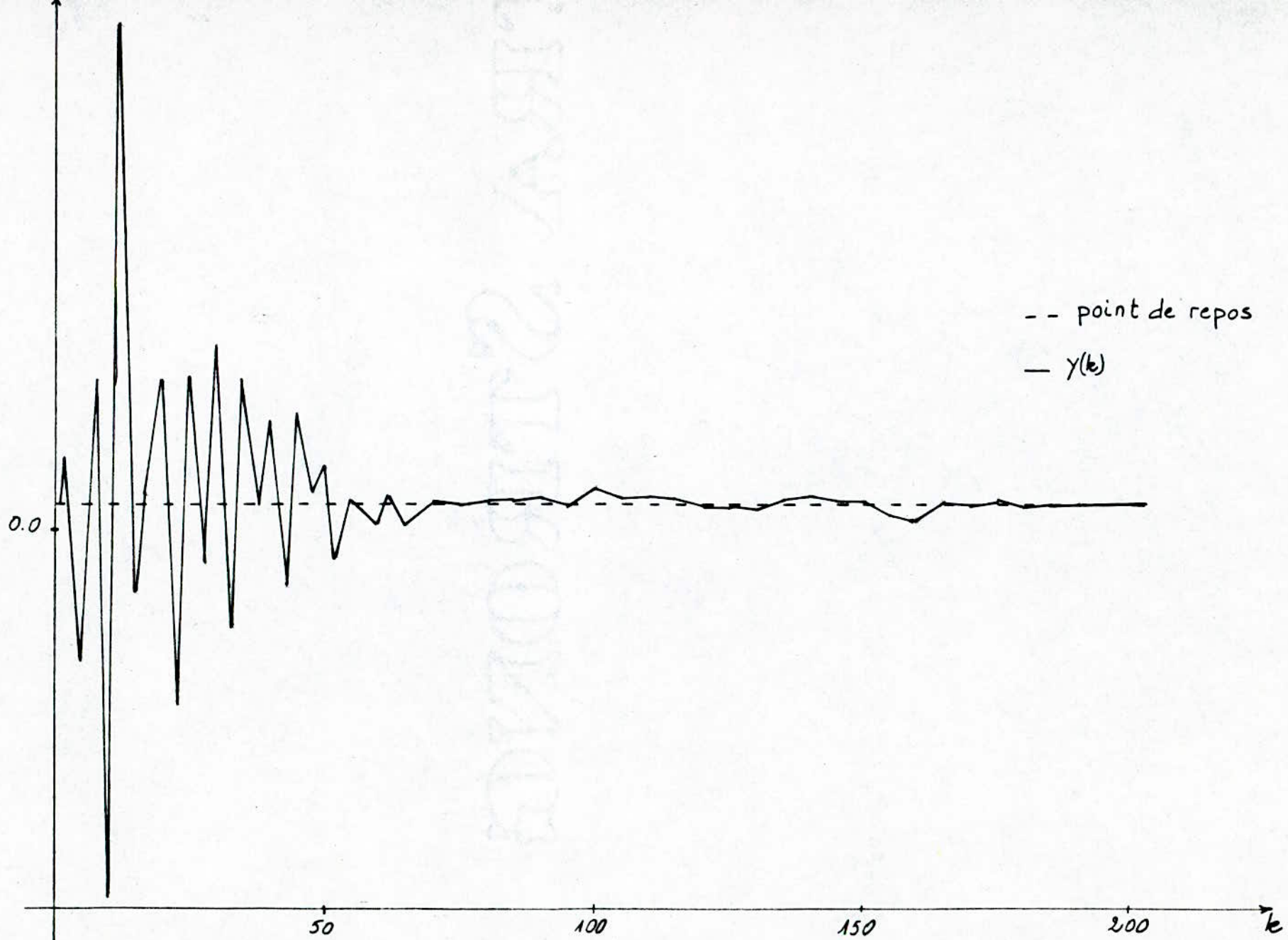


Fig.4 Réponse du système en présence du bruit

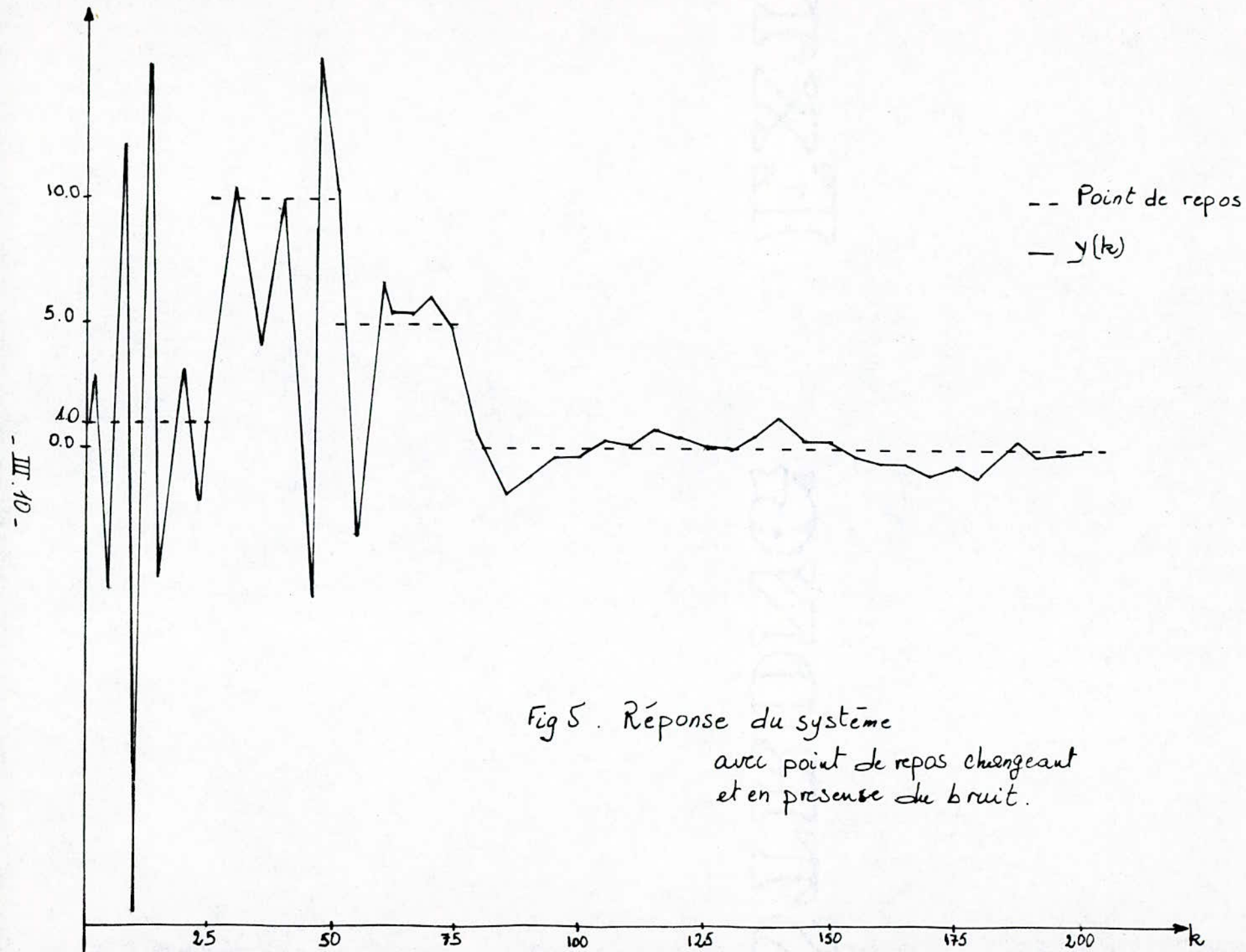


Fig 5. Réponse du système
 avec point de repos changeant
 et en présence du bruit.

Annexe

Annexe.

Cet annexe permet d'établir une technique d'estimation des paramètres d'erreur, qui est capable de donner de bonnes estimations des entrées.

$$U^*(k) = \theta^T \cdot X(k) \quad (A-1)$$

X : Sortie du système.

U^* : entrée (désirée) du système.

θ : paramètre d'erreur.

$$\hat{U}(k) = \hat{\theta}^T(k) \cdot X(k) \quad (A-2)$$

Théorème A-1: Si la matrice des paramètres estimés $\hat{\theta}$ en (A-2) est donnée par:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + h(k) H(k) \odot \left(X(k) [U^*(k) - \hat{U}(k)]^T \right); \quad (A, 3)$$

où \odot est la multiplication élément par élément de la matrice.

$\exists H_L$ et H_U , $\exists 0 < H_L \leq H_{ij}(k) \leq H_U < \infty$.

$$\forall k; \forall i \in [1, \dots, q]; \forall j \in [1, \dots, m] \quad (A, 4)$$

où H_{ij} est le $ij^{\text{ème}}$ élément de H .

$$\exists I \in [1, \dots, q] \text{ et } J \in [1, \dots, m] \exists \frac{H_{IJ}(k+1)}{H_{IJ}(k)} \leq \frac{H_{IJ}(k)}{H_{IJ}(k)} \quad (A, 5)$$

$\forall i, j, k$

et le scalaire $h(k)$ vérifie.

$$0 < h(k) < \frac{2}{\sum_{i=1}^n H_{ij}(k) X_i^2(k)} \quad \forall k, \forall j \in [1, \dots, m] \quad (A-6)$$

Alors :

$$U_j^*(k) - \hat{U}_j(k) = 0 \text{ et} \quad (A-7)$$

$$\theta - \hat{\theta}(k) \neq 0 \quad \forall k > k_1$$

Théorème A-2: Si la matrice des paramètres estimés $\hat{\theta}$ de (A-2) est calculée par (A-3), qui satisfait (A-4), (A-5) et (A-6) alors :

$$\hat{U}(k) \longrightarrow U^*(k) \quad \text{qd } k \longrightarrow \infty$$

la fonction de Lyapunov choisie pour cette démonstration :

$$V(\tilde{\theta}, t) = H_{IJ}(t) \cdot \text{tr} \left[\tilde{\theta}^T(t) (\tilde{\theta}(t) \odot H(t)) \right]$$

où \odot est la division d'élément par élément de la matrice.

$$\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t).$$

où dans le cas SISO (Single-input, single-output)

$$\hat{\theta}(t) = \left[\hat{c}_1^T(t) \quad \hat{d}_1^T(t) \dots \hat{d}_v^T(t) \quad \hat{c}_2^T(t) \dots \hat{c}_w^T(t) \right]^T$$

et la matrice H sera le vecteur des μ_i, β_i alors (A-6) devient :

$$2 \left[\beta_1 R^2(t-1) + \sum_{j=1}^m \beta_j \hat{U}^2(t-j) + \sum_{i=1}^n \mu_i \hat{Y}^2(t-i) \right] > h(t) > 0$$

Et soit :

$$V(t) = R^2(t-1) + \sum_{j=2}^m \hat{u}^2(t-j) + \sum_{i=1}^n \hat{y}(t-i)$$

alors :

$$2 \left[\rho_1 R^2(t-1) + \sum_{j=2}^m \rho_j \hat{u}^2(t-j) + \sum_{i=1}^n \mu_i \hat{y}(t-i) \right]^{-1} > [V(t)]^{-1} > [1 + V(t)]^{-1} > 0$$

$$h(t) = [1 + V(t)]^{-1}$$

Programme -1-

Méthodes des entrées adaptées.

"Input Matching"

DIMENSION Y(200),U(200),R(200),C1(200),C2(200),D1(200),D2(200)
DIMENSION XB(200),XBR(200)

OPEN (6,FILE='RES.DAT',STATUS='NEW')

Y(1)=1.0
Y(2)=2.75
U(1)=1.25
U(2)=0.6

C SPECIFICATION DU SYSTEME

PRINTA,'A1='
ACCEPTA,A1
PRINTA,'A2='
ACCEPTA,A2
PRINTA,'B1'
ACCEPTA,B1
PRINTA,'B2='
ACCEPTA,B2

C1(2)=1.12
C2(2)=-0.13
D1(2)=-0.13
D2(2)=0.0

C SPECIFICATION DU MODELE DE REFERENCE

G=1.0
F1=0.0
F2=0.0
P1=0.5
U1=0.5

C GENERATION DU BRUIT

DI=8192
SI=0
PI=6.28318307179512
PRINTA,'MOY='
ACCEPTA,MOY
PRINTA,'SIG='
ACCEPTA,SIG
EI=INT(0.01*15)*2+11
SI=EI*181
SI=(SI/DI-INT(SI/DI))*DI
R1=SI*3.0517E-05
DO 40 I=1,200
SI=SI*181
SI=(SI/DI-INT(SI/DI))*DI
R2=SI*3.0517E-05
AA1=SURT(-2*LOG(R1))*COS(2*DI*R2)
XB(I)=AA1*SIG+MOY
XBR(I)=2*(XB(I)-0.5)
R1=R2
CONTINUE

40

DO 7 J=1,25

_DUAL: CUSER.BENZADAJFZ.FOR; 81

R(J+50)=5.0
R(J+25)=10.0
R(J)=1.0
CONTINUE

DO 9 K=3,200

VALEUR DU CONTROLEUR
U(K-1)=(C1(K-1))*R(K-1)+(C2(K-1))*U(K-1)+(D1(K-1))*Y(K-2)+
1 (D2(K-1))*Y(K-2)

Y(K)=A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+B1*U(K-1)+B2*U(K-2)

Y(K)=A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+XBR(K)*0.2

ESTIMATION DES NOUVEAUX PARAMETRES

V=G*R(K-1)+F1*Y(K-1)+F2*Y(K-2)-Y(K)
B=(R(K-1))*A2+(U(K-2))*A2+(Y(K-1))*A2+(Y(K-2))*A2
PP=(P1*V)/(B1*(1+B))
UU=(U1*V)/(B1*(1+B))
C1(K)=C1(K-1)+PP*R(K-1)
C2(K)=C2(K-1)+PP*U(K-2)
D1(K)=D1(K-1)+UU*Y(K-1)
D2(K)=D2(K-1)+UU*Y(K-2)

IMPRIMER LA SORTIE

WRITE(6,8)K,U(K-1),Y(K),R(K),C1(K),C2(K),D1(K),D2(K),XBR(K)
8 FORMAT(I4,8(F12.4))

9 CONTINUE
STOP
END

Programme - 2 -

Système de Pointage et d'alignement.

_DUA1:USER.BENZADAJEZ_A.FOR;47

C COMMANDE ADAPTIVE
C SYSTEME DE POINTAGE ET D'ALIGNEMENT PAR LASER

DIMENSION K1(100),K2(100),K3(100),K5(100),K7(100)
DIMENSION U(100),X1(100),W1(100),U1(100),F2(100)
DIMENSION XM1(100),XM2(100)
DIMENSION E1(100),E2(100),H(100)

OPEN (6,FILE='RES.RES',STATUS='NEW')

X1(1)=1.0
W1(1)=1.0
XM1(1)=1.05
XM2(1)=0.98

C VALEURS INITIALES DES Ki

K1(1)=0.0
K2(1)=0.0
K3(1)=0.0
K5(1)=0.0
K7(1)=0.0

C SPECIFICATIONS SUR LES Vi1 ET LES Pi2

PRINT*, 'V11='
ACCEPT*, V11
PRINT*, 'V21='
ACCEPT*, V21
PRINT*, 'V31='
ACCEPT*, V31
PRINT*, 'V51='
ACCEPT*, V51
PRINT*, 'V71='
ACCEPT*, V71
PRINT*, 'P12='
ACCEPT*, P12
PRINT*, 'P22='
ACCEPT*, P22

C GAINS Ai

A1=0.4
AA2=0.5
AA3=0.8884767
A5=0.02

DO 9 K=2,100
XM1(K)=0.75*XM1(K-1)+0.1*XM2(K)
XM2(K)=0.5*XM2(K-1)-0.2*XM1(K-1)+0.3*U1(K)

C DETERMINATION DES SIGNAUX Si

_DUAL:USER.BENZADAJEZ_A.FOR;47

H(K)=P12*E1(K)+P22*E2(K)
W1(K)=AA3*(U1(K)-U(K))-A1*X1(K-1)-AA2*W1(K-1)-
1 A5*E2(K)
X1(K)=W1(K)
U1(K)=0.08*SIN(1.2566364*K)

IF(W1(K).EQ.0) GOTO 5

E2(K)=W1(K)

5 E2(K)=XM2(K)

C CALCUL DES Ki

K1(K)=-V11*H(K)*X1(K)

K2(K)=-V21*H(K)*W1(K)

K3(K)=-V31*H(K)*U1(K)

K5(K)=-V51*H(K)*E2(K)

K7(K)=-V71*H(K)

C DETERMINATION DE LA COMMANDE

U(K)=K1(K)*X1(K)+K2(K)*W1(K)+K3(K)*U1(K)+
1 K5(K)*E2(K)+K7(K)

C CALCUL DES EQUATIONS D'ERREUR

E1(K)=XM1(K)-W1(K)

E2(K)=XM2(K)-W1(K)

8 WRITE(6,8)K,W1(K),U(K),E1(K),E2(K)

9 FORMAT(I4,4(F12.4))

CONTINUE

END

Bibliographie.

* Kumpati S. Narendra, Yuan - Shao Lin.

"Design of stable model reference, adaptive controllers."
Applications of adaptive Control.

* R.L. Gutmann, R.V. Monopoli, R. Van Allen.

"Adaptive Control of a laser pointing and tracking
System: A feasibility study."
Application of adaptive Control.

* Landau.

"Adaptive Control - the model reference approach".
Marcel Dekker, New York, 1979.

* Johnson. C.R and Tse. E.

"Adaptive implementation of one - step - ahead optimal control via
Input Matching".

I.E.E.E Transactions on automatic Control, Vol. AC-23
October 1978.