

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique



JESC

Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

Commande et Régulation

par

Calculateur Numérique

Proposé par :

Mr CHIGARA

Mr Ait cheik

Etudié par :

Melle Ait SAADI Karima

Dirigé par :

Mr CHIGARA

Mr Ait cheik

PROMOTION JUIN 1987

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Departement : ELECTRONIQUE

Promoteur : CHIGARA.F & AIT CHEIKH

Elève Ingenieur : AIT SAADI Karima

* الملخص: المطابقة والتحكم بواسطة الناظمة العددية
* الموضوع: تهتم هذه الدراسة أساساً بالمشاكل المتعلقة بمنذجة المنظومات
* المناعية والتحكم فيها، وتتمثل مناصرة هذه المنظومات في استعمال نتائج
* المنذجة الرياضية، ولعداد نموذج بواسطة الناظمة العددية من شأنه
* أن يكون صورة فيزيائية عن المنظومة الحقيقية،
*
*
*

* SUJET : REGULATION ET COMMANDE PAR CALCULATEUR NUMERIQUE
*
* RESUME : Dans cette etude ,on s'interesse exclusivement aux
* problemes de la modelisation des systemes industriels et
* de leur commande dont la simulation consiste à utiliser
* les resultats de la modelisation mathématique ,et réaliser
* un modele sur un calculateur numerique qui constitue une
* image physique du processus réel
*

* SUBJECT : IDENTIFICATION AND CONTROL USING THIS STUDY IS BASED ON
* MODELISATION OF INDUSTRIAL AND CONTROL SYSTEMS
*
* ABSTRACT : The system is first identified by a mathematical model
* piston ,the gudgeon pin and the crank for a diesel engi
* into consideration the strains taking on every element
*

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

- à mes chers parents pour tout ce qu'ils m'ont donné
- à mon frère et à mes cousins
- à mes soeurs et à RACHIDA
- à tous mes amis (ies), surtout à Saâd
- à tous ceux qui me sont chers

REMERCIEMENTS :

Au terme de notre travail, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à M^r CHIGARA et à M^r AIT CHEIK pour avoir proposé le sujet et nous avoir suivis durant l'élaboration de ce travail.

Nous tenons à remercier également tout le personnel du centre de calcul.

Nous sommes très sensibles à l'aide précieuse que madame YAMANI, messieurs HALILALI et DJAZAR nous ont apportée; c'est pourquoi, nous les en remercions vivement.

Nous n'oublions pas de témoigner notre profonde gratitude aux enseignants qui ont contribué de près ou de loin à notre formation.

TABLE DES MATIERES.

AVANT PROPOS

CHAPITRE I : INTRODUCTION.

I. NOTION DE SYSTEME	1
II. NOTION DE GRAND SYSTEME	1
III. NOTION DE PROCESSUS	2
IV. PROBLEMES DE LA COMMANDE DES PROCESSUS.	2
1. Caractérisation	
2. Notion d'Optimisation	
V. MODELE MATHEMATIQUE ET IDENTIFICATION.	4
VI. VARIABLES D'ETAT	4
1. Definition	
2. Vecteur d'état	
3. Equation d'état	
4. Représentation d'état	
VII. NOTION DE COMMANDABILITE ET D'OBSERVABILITE	7
1. Commandabilité	
2. Observabilité	
3. Stabilité	

CHAPITRE II : IDENTIFICATION.

I - INTRODUCTION	9
1. Pratique de l'identification	
2. Choix de l'entrée	
II - METHODE D'IDENTIFICATION	11
1. Introduction	
2. Programme de simulation de données	
3. Identification de la fonction de transfert par la	

- 4- Identification de la fonction de transfert par la méthode des variables instrumentales recursive
- 5- Validation des modèles.
- 6- Commentaires sur les programmes établis précédemment
- 7- Comparaison des méthodes.

CHAPITRE III : LA COMMANDE OPTIMALE : INTRODUCTION

I. IMPORTANCE DE LA THEORIE DE LA COMMANDE OPTIMALE	35
II. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME	35
III. STRUCTURE ET ALGORITHME	36
1- Application du critère de l'écart quadratique moyen	
2- Méthode de PHILIPS	
3- Méthode de WIENER.	
4- Conclusion	

CHAPITRE IV : LA COMMANDE OPTIMALE : APPLICATION DU CRITERE QUADRATIQUE

I. RESOLUTION DU PROBLEME DE LA COMMANDE OPTIMALE	44
1. Introduction.	
2- Methode utilisée	
3- forme générale de la commande	
II-AMELIORATION DE LA STRUCTURE DE COMMANDE	51
1- Annulation des erreurs stationnaires.	
2- Prise en compte d'un modèle de reference	
3- Simulation	
4- Choix d'un critère quadratique.	
5- Commentaire sur les programmes	
6. Mise en oeuvre pratique	

CONCLUSION

ANNEXES :

- 1- Programmes et resultats experimentaux
- 2- Reconstructeur d'etat d'un processus

BIBLIOGRAPHIE.

AVANT PROPOS :

Les unités industrielles deviennent de plus en plus complexes et donc plus difficiles à conduire.

On a donc commencé par centraliser le maximum d'instruments de contrôle ou de mesure dans une même salle. Dans bien des cas, cela s'est révélé insuffisant ; à cause de problèmes d'ordre économique, il a fallu mieux connaître donc optimiser les procédés.

Pour ce faire, on fait appel à un certain nombre de techniques pour construire un modèle mathématique du procédé et à l'emploi de calculateurs industriels pour conduire l'installation ou simuler ces modèles.

Le but de cette étude est de faire connaître les méthodes que nous avons étudiées, adaptées et appliquées à divers systèmes, ces méthodes concernent la modélisation des systèmes et leur commande.

Dans une première partie, on présentera le langage propre à la modélisation, à l'identification et à la commande.

Dans une deuxième partie, on traitera l'identification : il s'agira de trouver un modèle dynamique linéaire du système connaissant une suite des valeurs des entrées et des sorties.

Dans une troisième partie, on traitera de la régulation et de la commande par retour d'état.

Et enfin, dans une dernière partie, on insèrera dans les annexes les programmes de simulation ainsi que les principaux résultats trouvés tout au long de la procédure.

CHAPITRE I INTRODUCTION

I NOTION DE SYSTEME .

Un système est un ensemble d'éléments liés entre eux par des liens physiques ou économiques . Tout système possède, en général, plusieurs entrées et plusieurs sorties .

Les entrées peuvent être des commandes ou des perturbations dues à l'environnement du système ; donc pour pouvoir agir efficacement sur un système, il est impératif de bien connaître son environnement et de bien le définir .

Avec le progrès des mathématiques, surtout des probabilités et des statistiques, la notion de système s'est imposée dans le domaine économique ; cependant, cette notion reste relative et donc difficile avec exactitude et précision. [10]

II NOTION DE GRAND SYSTEME .

Un grand système est constitué d'un ensemble de petits systèmes dont il diffère quantitativement et qualitativement par :

- une conception d'ensemble.
- une grande dimension et un grand nombre de fonction à remplir
- sa complexité.

On distingue généralement deux types de grands systèmes :

1. Grands systèmes déterministes :

Ils sont caractérisés par des grandeurs qui varient de façon continue conformément à des lois parfaitement déterministes.

Pour l'analyse de ce système, on emploie les méthodes analytiques classiques [10]

2. Grands systèmes stochastiques :

la variation des grandeurs se fait d'une manière desordonnée et aléatoire.

La description de ces systèmes est faite à l'aide des méthodes probabilistes et statistiques. [10]

III NOTION DE PROCESSUS. [8]

Nous appellerons processus ou système dynamique, un ensemble physique susceptible d'évoluer en fonction d'une variable indépendante appelée temps.

Les signaux étant les seuls liens entre la réalité et l'expérimentation, ces processus seront classés, en différents types, selon la nature des signaux qui interviennent dans leur description.

Parmi ces signaux on distingue:

1. Deux grandes classes selon la nature de la variable temps:

a. les signaux continus si la variable temps est continue.

b. les signaux discrets si la variable temps est discrète.

2. Deux grandes classes selon l'ensemble des valeurs que peut prendre le signal :

a. les signaux à valeurs continue qu'on ne quantifie pas en général.

b. les signaux à valeurs discrètes ne pouvant prendre que des valeurs particulières

Ex : sortie d'un calculateur numérique.

IV PROBLEMES DE LA COMMANDE DES PROCESSUS [8] [6]

1. Caractérisation.

Nous sélectionnerons un certain nombre de grandeurs mesurables relatives au processus que nous distinguerons en.

Sorties et commandes.

Les sorties sont des grandeurs dont l'évolution nous intéresse à priori et avec lesquelles on peut déjà caractériser une tâche.

Celles-ci sont appelées consigne

Elles consistent souvent à faire réaliser, par les sorties, une situation particulière.

Les commandes sont des grandeurs que l'on a choisies pour réaliser une tâche.

On peut agir sur elles pour modifier l'évolution des sorties.

L'évolution des commandes dans le temps est appelée politique.

Le temps pendant lequel on s'intéresse à l'évolution du processus et principalement celle des grandeurs précédentes est appelé Horizon.

Souvent les commandes et les sorties sont assujetties à vérifier des conditions appelées contraintes, c'est à dire qu'elles ne peuvent pas prendre des valeurs quelconques.

Les contraintes sur les sorties sont en général imposées par l'utilisateur et à rapprocher de la notion de consigne.

En plus des grandeurs précédentes, on en introduit d'autres qui, comme les commandes, ont une action sur les sorties, mais sur lesquelles on ne peut pas, en général, agir.

Elles sont appelées perturbations.

Souvent, elles ne sont pas connues d'avance, on les considère alors comme aléatoires.

2- Notion d'optimisation. [8]

Jusqu'à présent, la tâche à faire accomplir au processus a été caractérisée uniquement par la consigne.

En général, il existe un grand nombre de politiques réalisant

4

cette consigne tout en satisfaisant aux contraintes.

On peut donc faire un choix parmi ces politiques, ce qui conduit à la notion d'optimisation.

Pour cela, on définit un critère dont le choix fait appel à l'intuition et à l'expérience.

la plupart du temps, le critère sera caractérisé par la minimisation ou la maximisation d'une certaine quantité appelée revenu et dont la valeur dépend de la politique et de l'évolution du système.

V MODELE MATHEMATIQUE ET IDENTIFICATION. [11]

Pour pouvoir passer du concret à l'abstrait, par suite établir une théorie du problème, il faudrait représenter l'évolution du processus réel par des relations mathématiques dont l'ensemble constitue le modèle mathématique du processus.

Parmi les modèles mathématiques les plus usuels, on peut citer les équations différentielles, les fonctions de transfert, les équations récurrentes et les équations aux dérivées partielles. Le passage d'un ensemble concret à un ensemble abstrait s'appelle identification.

VI VARIABLES D'ETAT. [12]

1. Définition :

Ayant sélectionné un certain nombre d'entrées et de sorties sur un processus réel, le modèle mathématique doit représenter l'évolution des sorties pour des entrées et un horizon donnés.

Dans cette optique : est-il suffisant de connaître les relations mathématiques entre sorties et entrées traduisant le principe de causalité et les lois physiques ?

Si à partir de l'instant t_0 on veut calculer une des sorties d'un processus $y(t)$ correspondant à une entrée $u(t)$, il est bien évident que la connaissance des relations mathématiques est suffisante.

Il faut connaître également les grandeurs qui définissent l'état initial du système considéré ; celles-ci sont appelées variables d'état.

2. Vecteur d'état :

La résolution des relations mathématiques entre sorties et entrées permettant de déterminer, d'une manière unique, la valeur des sorties pour $t \geq t_0$ nécessite, en plus de la connaissance de la valeur des entrées pour $t \geq t_0$, celle d'un nombre minimum de variables à l'instant t_0 .

Ces variables d'état constituent un vecteur appelé vecteur d'état. La dimension n de l'espace d'état représente l'ordre du système.

3. Equation d'état :

Le vecteur d'état qui résume le passé pris à partir de l'instant t_0 , évolue pour $t \geq t_0$ suivant la relation :

$$x(t) = X [x(t_0), e(t, t_0), t] \quad (1)$$

cette dernière est appelée equation d'état.

4- Représentation d'état :

Dans le cas général, un système différentiel qui représente le fonctionnement dynamique du système physique considéré est linéaire, à coefficients constants et d'ordre n .

On peut lui associer une représentation d'état d'ordre n de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases} \quad (2)$$

où :

- $x(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$
- $u(t)$ est le vecteur d'entrée de dimension $(r \times 1)$
- $y(t)$ est le vecteur de sortie de dimension $(m \times 1)$
- A est la matrice d'état de dimension $(n \times n)$
- B est la matrice d'entrée de dimension $(n \times r)$
- C est la matrice de sortie de dimension $(m \times n)$
- D est la matrice de couplage entrées-sorties de dimension (m, r)

On associe à cette représentation d'état le schéma symbolique suivant :

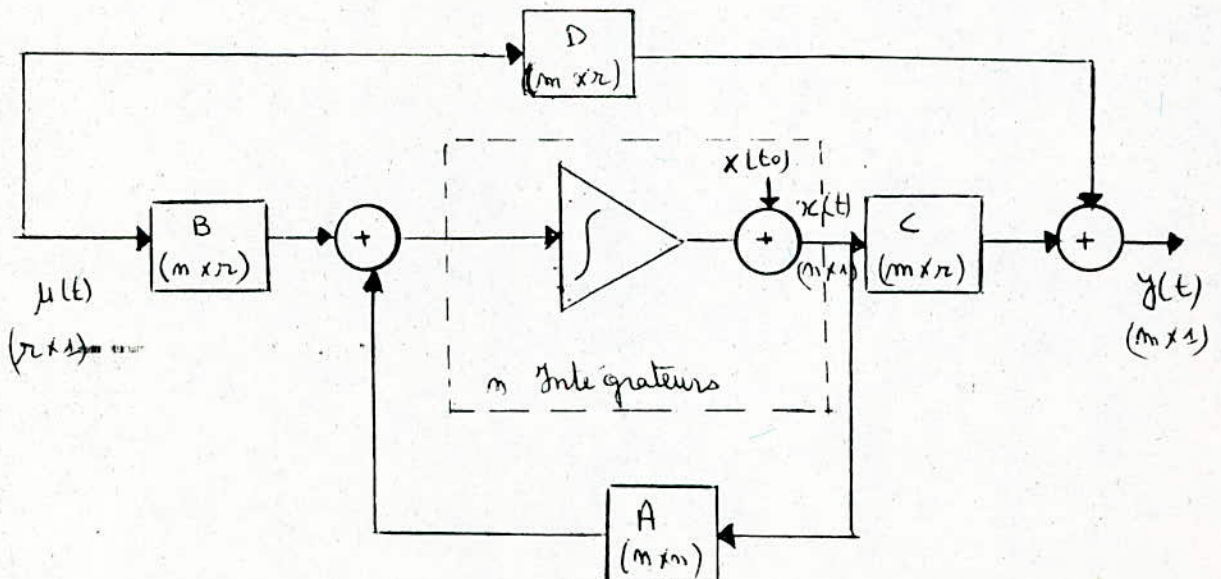


Fig-1.. Schéma analogique d'une représentation d'état.

VII NOTION DE COMMANDABILITE ET D'OBSERVABILITE.

les entrées et sorties d'un système représenté par ses équations d'état et de sortie discrète sont liées par l'intermédiaire des variables d'état. relation (2).

$$\begin{cases} x(i+1) = A \cdot x(i) + B \cdot u(i) \\ y(i) = C \cdot x(i) + D u(i) \end{cases}$$

D'autre part, il se pose le problème de savoir si l'on peut retrouver ou reconstruire $x(t)$ à partir des seules mesures possibles : $u(i)$ et $y(i)$.

A ce stade, nous touchons à deux notions très importantes : celle de commandabilité et celle d'observabilité.

1. Commandabilité :

a. Définition :

le système discret défini par l'équation

$$x(i+1) = A x(i) + B u(i) \quad (3)$$

est dit complètement commandable si son ^{état} $x(i)$ peut être transféré de l'état 0 à l'instant i_0 à tout état $x(i_1) = x_1$ dans l'intervalle fini $[i_1 - i_0]$.

Autrement dit, un système est complètement commandable s'il existe un instant fini $i_1 \geq i_0$ et une suite de valeurs de l'entrée $u(i)$; $i_0 \leq i \leq i_1$ qui fasse passer le système de l'état 0 à l'instant i_0 à l'état x_1 à l'instant i_1 .

b. Critère de commandabilité :

le système défini par l'équation (2) est complètement commandable si et seulement si :

$$\text{rang } U = n \quad (4)$$

avec $U = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]$ ou plus simplement

$$\text{rang } [B, AB, \dots, A^{k-1}B] = n \quad (5)$$

avec $k \leq n$

2- Observabilité :

a- Définition :

le système linéaire discret défini par l'équation (2) est complètement observable s'il existe un instant $i_1 > i_0$ tel que la connaissance de l'entrée $u(i_0, i_1)$ et de la sortie $y(i_0, i_1)$ soit suffisante pour déterminer l'état initial $x(i_0) = x_0$.

b. Critère d'observabilité :

le système défini par l'équation (2.) est complètement observable si et seulement si :

$$\text{rang } V = n \quad (6)$$

avec $V = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \vdots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix}$ ou plus simplement.

$$\text{rang } \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \vdots \\ C.A^{k-1} \end{bmatrix} = n \quad \text{avec } k \leq n \quad (7)$$

3. Stabilité : [13]

Un des critères de stabilité dit que :

Le système $x(i+1) = Ax(i)$ est asymptotiquement stable si et seulement si toutes les valeurs propres de la matrice A ont un module strictement inférieur à l'unité.

CHAPITRE II IDENTIFICATION

I INTRODUCTION.

La commande et la régulation utilisant des calculateurs numériques dans la conduite de procédés industriels un large domaine dans lequel on trouve l'identification et la modélisation des processus.

On parlera de modélisation lorsque le modèle est obtenu à partir des lois des procédés (modèle de connaissance) et d'identification lorsque le modèle est construit à partir de suites de mesures des entrées et des sorties. (méthode expérimentale, modèle de représentation).

1- Pratique de l'identification :

L'identification consiste à déterminer un ensemble d'équations ; un modèle, décrivant le mieux possible le procédé industriel étudié.

Ceci se résume en 2 étapes :

a- Etape qualitative: [1]

Pour définir la structure du modèle, on peut s'aider des lois de la physique. (mécanique, thermodynamique, électricité).

L'ensemble des équations ainsi établies constitue ce qu'on appelle un modèle de connaissance.

Ce cas est idéal, néanmoins on le rencontre dans certains systèmes mécaniques ou électromécaniques.

L'autre cas, qui lui est extrême, est celui où l'on ignore tout ou une partie des phénomènes mis en jeu.

Ex: réaction chimique dans un four à ciment.

Dans ce cas là, on se contente d'une description mathématique sans lien apparent avec la réalité physique.

On l'appelle modèle de représentation.

La détermination du modèle se fait par l'intermédiaire de la mesure des entrées-sorties, donc décrit uniquement la partie observable du système, et la partie observable et commandable si les conditions initiales sont nulles.

Dans ce qui suit, nous choisirons essentiellement des modèles discrets, au moins pour ce qui est de l'acquisition des mesures; de plus, il est indispensable pour la mise en oeuvre de la commande qui sera calculée à partir du modèle.

b. Etape qualitative: [1]

Lorsque la structure du modèle est choisie, il faut déterminer les valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans ces équations.

Ce sont les paramètres du modèle, ils sont reliés aux retards, gains, pôles et zéros du système.

Pour juger des valeurs à leur attribuer, on définit un critère qui exprime quantitativement l'écart entre système et modèle.

Une fois le critère choisi, il ne reste plus qu'à le minimiser par des moyens mathématiques.

La qualité des résultats dépendra moins de la méthode de minimisation que de la qualité des informations.

contenues dans les données entrée-sortie ; et puisque la sortie est fonction de l'entrée, le choix de celle-ci pour l'identification est primordial.

2- Choix de l'entrée : [3,4,5]

Il est évident que certaines entrées sont meilleures que d'autres du point de vue identification ; d'autre part, une méthode qui exige une entrée particulière est plus restrictive qu'une méthode qui ne pose pas de conditions sur l'entrée.

Par ailleurs, l'application de celle-ci ne devra pas perturber le système. La sortie ne devra donc pas être trop éloignée du point de fonctionnement choisi, c'est à dire que l'entrée doit être, autant que possible à valeur moyenne nulle.

Le signal centré, perturbant peu le spectre, très riche, satisfaisant à une entrée d'identification est celui qu'on appelle séquence binaire (ou tertiaire) pseudo aléatoire.

(S.B.P.A) ou (S.T.P.A).

Les séquences binaires (à 2 niveaux) présentent l'avantage d'être faciles à traiter sur le plan théorique et pratique.

les plus utilisées sont les séquences dites de longueur maximale.

II. METHODE D'IDENTIFICATION.

1- Introduction :

Dans ce qui suit, on passera en revue les différentes méthodes d'identification, à savoir : [11]

- identification ou obtention d'une équation aux différences par la méthode des moindres carrés généralisés.
- Obtention d'une équation aux différences par la

methode des variables instrumentales.

La mise en oeuvre pratique de ces 2 methodes necessite l'elaboration préalable de 2 programmes, à savoir :

- Programme de génération de données.
- Programme de traitement de données.

2- Programme de simulation de données : [4,5,6]

Ce programme comporte 4 parties essentielles.

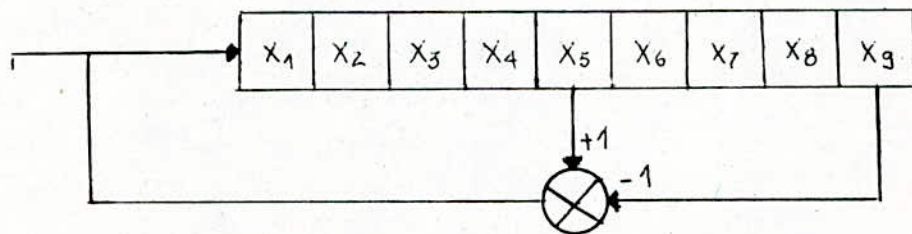
- sequences binaire pseudo-aléatoires
- Equation au differences
- Bruit blanc.
- Sortie.

A noter qu'un test sur le rapport Bruit / signal est effectué en fin de programme.

a- Sequences binaire pseudo-aléatoires [1]

D'une manière analogique, on peut facilement engendrer une sequence binaire pseudo-aléatoire de niveau ± 1 , il suffit de rétroalimenter un registre à decalage de N digits à travers une fonction Bouléene : " produit change de signe".

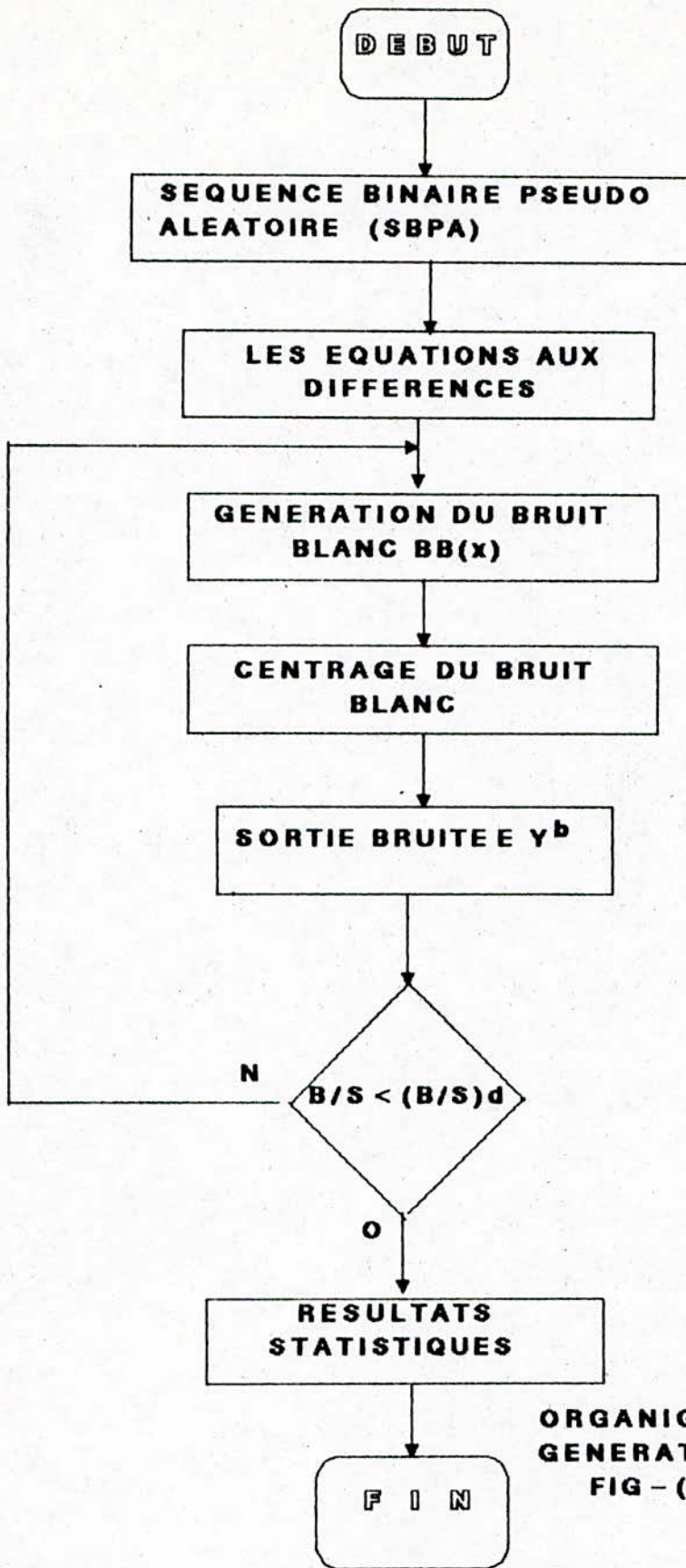
Fig - 1. Génération de S.B.P.A.



La periode de l'horloge qui commande le decalage est T.

La sequence ainsi obtenue est periodique de longueur maximale.

$$L = 2^N - 1 \text{ bits} \quad \text{soit} \quad L.T \text{ secondes}$$



ORGANIGRAMME:
 GENERATION DES DONNEES
 FIG - (1)' -

Dans notre registre à décalage comporte 9 bits et la longueur maximale pour cette séquence est de $L=511$. Nous en avons retenu 300 ; les premières, pour la génération de nos 300 mesures.

b. Équation aux différences :

La difficulté contournée par un artifice d'indigage qui s'est présentée pour la génération des différentes valeurs de la suite $y(k)$ était due au fait que les indices négatifs ne sont pas tolérés par le langage de programmation utilisé. Les équations aux différences comportant les paramètres à estimer s'écrivent :

$$\begin{cases} y(k) - 1,5 y(k-1) + 0,7 y(k-2) = u(k-1) + 0,5 u(k-2) \\ y_b(k) = y(k) + d \xi(k) \end{cases} \quad (8)$$

c. Bruit Blanc : [3]

Un générateur de nombres aléatoires "R.N.D" engendre une séquence de nombres aléatoires à bande infinie

En pratique, il est simulé par une séquence de nombres suivant une loi de Probabilité gaussienne de taille suffisamment grande. La variance de la loi indique la puissance du bruit ; la bande de fréquence ainsi obtenue est nécessairement limitée.

Une technique très répandue permet de générer un signal pseudo-aléatoire à distribution gaussienne à partir d'un signal de même distribution, et cela à l'aide d'une relation de récurrence du type :

$$BB(x) = y(x) \cdot \cos [2\pi \cdot \text{RND}(x+1)] \quad (9)$$

De moyenne nulle et de variance σ^2 .

où: $-y(x)$ est un signal pseudo-aléatoire ayant une distribution de RAYLEIGH défini par :

$$y(x) = \left[2\sigma^2 \ln\left(\frac{1}{\text{RND}(x)}\right) \right]^{1/2} \quad (10)$$

- $\text{BB}(x)$ est un bruit blanc.

d- Sortie bruitée :

La séquence de sortie bruitée $y_b(x)$ est obtenue par addition à la séquence de sortie non bruitée $\{y(x)\}$, du bruit blanc centré $\text{BB}(x)$ multiplié par le facteur d qui est l'écart type du bruit blanc.

Il est à noter qu'un test est effectué en fin de programme il s'agit d'un test rapport bruit sur signal défini par :

$$B/S = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_{y_b}^2} \quad (11)$$

3- Identification de la fonction de transfert par la méthode des moindres carrés généralisés récursifs.

a- méthode utilisée :

soit le système décrit par la figure :

avec: - $u(i)$ l'entrée du système.

- $y(i)$ la sortie

- $b(i)$ un bruit additif en sortie

- $y(b)$ la sortie mesurée

On peut ainsi écrire en supposant le système linéaire :

$$y(i) + a_1 y(i-1) + \dots + a_n y(i-n) = b_0 u(i) + b_1 u(i-1) + \dots + b_p u(i-p) \quad (12)$$

On définit $e(i)$ résidu, écart entre la sortie réelle et la sortie prédite, par le modèle à l'instant i à partir des sorties antérieures.

On l'appelle aussi erreur de prédiction.

On peut utiliser la notation suivante:

$$y(i-1) = Z^{-1} y(i) \quad (13)$$

où Z^{-1} est un opérateur retard

On écrira :

$$A(Z^{-1}) \cdot y(i) = B(Z^{-1}) \cdot u(i) + e(i) \quad (14)$$

$$\text{avec } \begin{cases} A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n} \\ B(Z^{-1}) = b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_p Z^{-p} \end{cases}$$

La méthode des moindres carrés généralisés (M.C.G) est basée sur la méthode des moindres carrés simples recursive, celle-ci permettant l'estimation recursive, dès la première passe, des paramètres $\hat{\theta}_{MC}$ du système sur $N-n$ données y_b et u d'entrée-sortie avec $50 \leq N \leq 100$

b. Méthode des moindres carrés simple recursive: [3,1,14]

Supposons que l'on ait N couples de mesures entrée sortie du procédé, on pourrait écrire $(N-n)$ fois l'équation (12) ou sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} y_b(N) \\ y_b(N-1) \\ \vdots \\ y_b(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_b(N-1) \dots -y_b(N-n) & U(N) \dots U(N-p) \\ -y_b(N-2) \dots -y_b(N-n-1) & U(N-1) \dots U(N-p-1) \\ \vdots & \vdots \\ -y_b(n) \dots -y_b(1) & U(n+1) \dots U(n+1-p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(n+1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Représentation de la forme : $y_b = x\theta + e$ (16)

avec un modèle de ce type, les n premières données sont prises en considération sous forme de conditions initiales.

θ représente le vecteurs des paramètres recherchés.

Pour l'estimer on utilise le critère des moindres carrés.

$$C^T = e^T \cdot e = \sum_{i=1}^N e^2(i) \quad (17)$$

Il représente la somme des carrés des erreurs de prédiction. Minimisons le par rapport à θ :

$$C = (y_b - x\theta)^T (y_b - x\theta) = y_b^T y_b - \theta^T x^T y_b - y_b^T \theta x + \theta^T x^T x \theta$$

$$\left(\frac{\partial C}{\partial \theta}\right) = 0 \iff -2x^T y_b + 2x^T x \theta = 0$$

$$\text{soit : } \theta = (x^T x)^{-1} x^T y_b \quad (18)$$

La méthode des moindres carrés récursive consiste à rajouter, de façon récursive, un couple d'entrée-sortie aux mesures déjà effectuées et d'aboutir ainsi à l'estimation du vecteur de paramètre $\hat{\theta}$ en posant :

$$\hat{\theta}(N) = [x^T(N) \cdot x(N)]^{-1} x^T(N) y_b(N) \quad (19)$$

$$\text{tel que : } y_b(N) = x(N) \theta(N) + e(N) \quad (20)$$

On rajoute à l'ensemble N des couples de mesures, le couple.

$(y_b(N+1), u(N+1))$; on peut écrire alors la matrice partitionnée :

$$\begin{bmatrix} y_b(N) \\ y_b(N+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(N) \\ x^T(N+1) \end{bmatrix} \cdot \theta(N+1) + \begin{bmatrix} e(N) \\ e(N+1) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\text{où } x^T(N+1) = (-y_b(N) - y_b(N-n+1) \ u(N+1) \dots \ u(N-p+1)) \quad (22)$$

Le vecteur de paramètre $\hat{\theta}$ s'écrit alors :

$$\hat{\theta}_{(N+1)} = \left(\begin{bmatrix} x(N) \\ x^T(N+1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(N) \\ x^T(N+1) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x(N) \\ x^T(N+1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_b(N) \\ y_b(N+1) \end{bmatrix} \quad (23)$$

ou bien :

$$\hat{\theta}_{(N+1)} = \hat{\theta}_{(N)} + \frac{P(N) \cdot x(N+1)}{D(N)} \cdot [y_b(N+1) - x^T(N+1) \cdot \hat{\theta}_{(N)}] \quad (24)$$

$$\text{avec: } P(N) = \lambda [x^T(N) \cdot x(N)]^{-1} \quad (24')$$

$$D(N) = \lambda + x^T(N+1) P(N) \cdot x(N+1) \quad (24'')$$

Comme conditions initiales, on prendra :

$$\hat{\theta}(0) = 0 \quad \text{et} \quad P(0) = \alpha I \quad \alpha \text{ de l'ordre de } 10^3 \\ I \text{ matrice identité.}$$

C. Propriétés statistiques de θ : [1]

θ estimé par la relation (15) est une variable aléatoire. puisqu'elle est fonction de $y(i)$ qui elle est une variable aléatoire.

- Calcul de la valeur moyenne :

$$E[\hat{\theta}] = E[(x^T x)^{-1} x^T y] = E[\theta + (x^T x)^{-1} x^T e] \\ = \theta + E[(x^T x)^{-1} x^T e] \quad (25)$$

Pour avoir un estimateur non biaisé ($E[\hat{\theta}] = \theta$) il faut que les matrices x et θ soient non corrélées et que e soit centré

- Calcul de la covariance :

on aboutit au résultat $E[\theta] = \theta$.

$$C_{\theta\theta} = E[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] = E[(x^T x)^{-1} x^T e e^T x (x^T x)^{-1}] \quad (26)$$

si e est blanc, de variance σ^2 , on aboutit au résultat :

$$C_{\theta\theta} = \sigma^2 (x^T x)^{-1} \quad \text{dans le cas où on connaît } \sigma^2.$$

dans le cas contraire on estime σ^2 par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M-m} \hat{e}^T e \quad (27)$$

ou encore :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M-m} (y - x\hat{\theta})^T (y - x\hat{\theta}) \quad (28)$$

où : - M et m sont les dimensions de la matrice $x(N, n_{r+1})$

- \hat{e} est l'estimation des résidus.

d- Méthode des moindres carrés généralisés : [5]

La méthode des M.C.G récursive est basée sur la méthode des moindres carrés simples recursive dont le bruit n'est pas quelconque, celui-ci sera choisi selon le modèle très général de la figure (2)

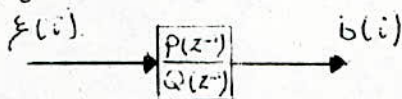


fig - 3. Modèle du bruit blanc.

$$\varphi(z^{-1}) b(i) = p(z^{-1}) \xi(i) \quad (29)$$

en utilisant la relation $e(i) = A(z^{-1}) \cdot b(i)$, on aboutit à :

$$e(i) = \frac{p(z^{-1}) \xi(i)}{\varphi(z^{-1})} \cdot A(z^{-1}) \quad (30)$$

$$\text{de la forme } F(z^{-1}) \cdot e(i) = \xi(i) \quad (31)$$

$$\text{avec : } F(z^{-1}) = \frac{\varphi(z^{-1})}{p(z^{-1}) \cdot A(z^{-1})} \quad (32)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_q z^{-q} \quad (33)$$

Ce modèle est appelé auto-régressif

si l'on multiplie la relation (14) par $F(z^{-1})$ on aura :

$$A(z^{-1}) \cdot F(z^{-1}) \cdot y(i) = B(z^{-1}) \cdot F(z^{-1}) \cdot u(i) + \xi(i) \quad (34)$$

$$A(z^{-1}) \cdot y^*(i) = B(z^{-1}) \cdot u^*(i) + \xi(i) \quad (35)$$

Cela signifie que l'on filtre les données à travers un élément de fonction de transfert $F(z^{-1})$ puisque le système est

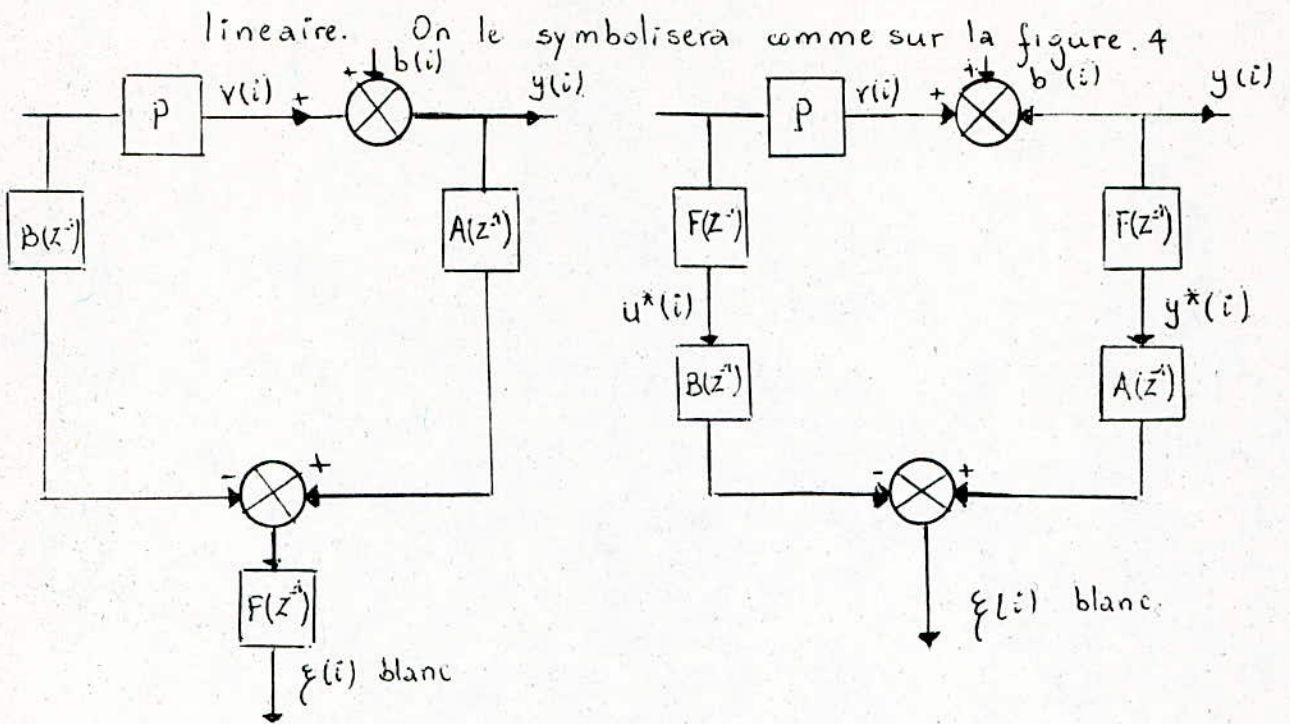


Fig -4- Filtrage des données.

En appliquant la méthode des moindres carrés sur le modèle (16), on constate que les résidus sont blancs, donc l'estimateur sera non biaisé, et ses paramètres seront ceux du système primitif : $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$.

Les données seront donc celles du système initial qui seront passées à travers le filtre modélisant les résidus.

Le problème consiste, en définitive, à déterminer ce filtre.

La relation (31) s'écrit aux différents instants d'échantillonnage :

$$\begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(q+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e(N-1) & \dots & -e(N-q) \\ -e(N-2) \\ \vdots \\ -e(q) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi(N) \\ \vdots \\ \xi(q+1) \end{bmatrix}$$

de la forme :

$$\underline{e} = \underline{x} \cdot \underline{f} + \underline{\xi} \quad \text{les résidus sont blancs.}$$

**ORGANIGRAMME DE
L'IDENTIFICATION PAR LA
METHODE DE MOINDRE CARRES
GENERALISES**

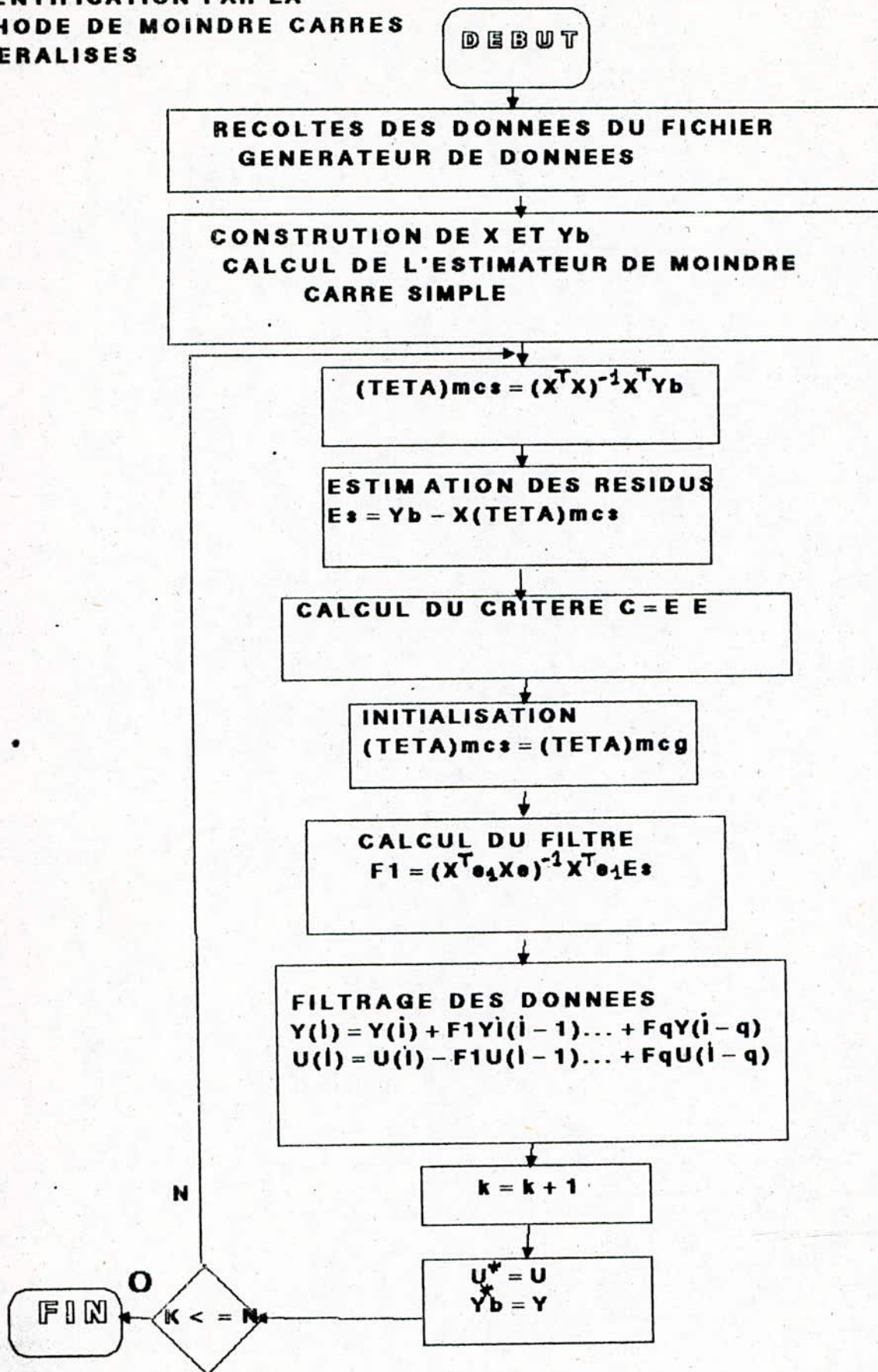


Fig - (4) -

l'estimateur des moindres carrés est :

$$\underline{f} = (X_e^T \cdot X_e)^{-1} \cdot X_e^T \cdot e$$

comme la mesure de $e(i)$ $\{i=1 \dots N\}$ n'est pas possible, on l'estime à l'aide des relations :

$$\underline{\hat{e}} = y - X \underline{\theta}$$

e- Mise en œuvre pratique :

En résumé, la méthode consiste en :

a - calcul de l'estimateur des moindres carrés

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

b - Estimation des résidus : $\hat{e}_1 = y - X \hat{\theta}_1$

c - Construction du filtre basé sur l'équation :

$$f_1 = (X_{E1}^T \cdot X_{E1})^{-1} \cdot X_{E1}^T \cdot \hat{e}_1$$

d - On filtre les données :

$$y^*(i) = y(i) + f_1 y(i-1)$$

$$u^*(i) = u(i) + f_1 u(i-1) + \dots + f_q u(i-q)$$

On considère alors $\{y^*(i)$ et $u^*(i)\}$ comme étant les données d'un nouveau problème, on revient alors à l'étape (a)

Le nombre d'itérations est S et $F_i(z^{-1})$ est le filtre obtenu au i ème pas de calcul.

Le filtre global appliqué est :

$$F(z^{-1}) = \prod_{i=1}^S F_i(z^{-1})$$

4- Identification de ^{la fonction de} transfert par la méthode des variables instrumentales recursive : [3]

Cette méthode estime les paramètres du système sans considérer

un modèle quelconque pour le bruit.

En reprenant le modèle mathématique précédemment utilisé, on peut écrire :

$$A(z^{-1}) \cdot y_b(k) = B(z^{-1}) \cdot u(k) + e(k)$$

$$\text{ou: } e(k) = A(z^{-1}) \cdot n(k) \quad (36)$$

$$y_b(k) = - \sum_{i=1}^N a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^P b_j u(k-j) + e(k)$$

Supposons maintenant que le bruit additif en sortie $n(k)$ soit indépendant de l'entrée, c'est à dire :

$$E [n(k) \cdot u^T(k+\tau)] = 0 \quad \forall \tau$$

En écrivant l'équation (36) sous forme vectorielle, et ce pour un ensemble N de données, nous pouvons alors écrire :

$$y_b(N) = X(N) \cdot \theta(N) + e(N) \quad (37)$$

les paramètres $\theta(N)$ sont biaisés si les éléments de e sont corrélés avec ceux de la matrice X .

La méthode des variables instrumentales consiste à choisir une matrice instrument w dont les éléments sont très corrélés avec les signaux non bruités $y(k)$ et $u(k)$ mais qui sont totalement indépendants du bruit $e(k)$.

w est dite matrice instrument si elle satisfait les conditions suivantes :

$$\text{Rang } R = \dim \theta = n+p+1 \quad (38)$$

$$\text{ou } R \triangleq E [w^T x] \quad \text{et} \quad E [w^T e] = 0 \quad (39)$$

Si w est choisie telle que $\dim w = (N-m) \times (n+p+1) = M \cdot m$

où N est le nombre de données, alors les conditions deviennent

$$R = E [w^T x] \quad (40)$$

avec R non singulière.

multiplions les 2 membres de l'équation (37) par w^T .

$$w^T y_b = w^T x \cdot \theta + w^T e \quad (41)$$

Choisissons le critère suivant :

$$C_{v.I} = (w^T e)^T \cdot (w^T e) \quad (42)$$

$$C_{v.I} = (w^T y_b - w^T x \cdot \theta)^T \cdot (w^T y_b - w^T x \cdot \theta)$$

L'estimateur $\hat{\theta}_{v.I}$ sera tel que :

$$\frac{\partial C_{v.I}}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \hat{\theta}_{v.I}} = 0$$

soit : $-(w^T y_b - w^T x \cdot \theta) w^T x = 0$

on trouve : $\hat{\theta}_{v.I} = (w^T x)^{-1} \cdot w^T y_b \quad (43)$

L'équation (42) peut s'écrire, en tenant compte de l'équation (40)

$$\hat{\theta}_{v.I} = \theta + (w^T x)^{-1} \cdot w^T e$$

si l'on prend la valeur de l'erreur.

$$E[\hat{\theta}_{v.I} - \theta] = E[(w^T x)^{-1} \cdot w^T e] = 0$$

alors l'estimateur $\hat{\theta}_{v.I}$ est non biaisé.

En pratique, la matrice instrument w est généralement obtenue en effectuant certaines opérations sur le signal d'entrée.

Ex: l'entrée est filtrée ou retardée.

La méthode la plus utilisée reste la technique du modèle auxiliaire qui consiste à choisir une matrice w qui aura comme éléments les valeurs de l'entrée et celles ^{prédites par} de la sortie le modèle auxiliaire.

Dans ce cas là, l'équation (39) est satisfaite si l'on opère en boucle ouverte car le bruit additif $e(k)$ en sortie sera indépendant de l'entrée $u(k)$.

Celui-ci est centré et à spectre riche (cas de SBPA) ou STPA).

Remarque :

La condition d'opération en boucle ouverte n'est pas strictement nécessaire, puisque s'il existe un retour (boucle fermée) la procédure peut toujours être appliquée à condition que le signal qui excite le système soit externe à la boucle et donc sera indépendant des perturbations éventuelles qui y sont.

Avec les considérations citées ci-dessus, la matrice instrument sera définie comme suit :

$$W = \begin{bmatrix} -\hat{y}(N-1) \dots \dots -\hat{y}(N-n) & U(N) \dots \dots -U(N-p) \\ -\hat{y}(N-2) \dots \dots -\hat{y}(N-n-1) & U(N-1) \dots \dots -U(N-p-1) \\ \vdots \\ -\hat{y}(n) \dots \dots -\hat{y}(1) & U(n+1) \dots \dots -U(n+1-p) \end{bmatrix}$$

ou bien :

$$\begin{bmatrix} W^T(N) \\ W^T(N-1) \\ \vdots \\ W^T(n+1) \end{bmatrix}$$

avec :

$$W^T(N) = [-\hat{y}(N-1) \dots -\hat{y}(N-n) \quad U(N) \dots U(N-p)]$$

$$\text{où : } \hat{y}(k) = W^T(k) \cdot \hat{\theta}(k)$$

Pour établir la matrice W il faut disposer d'une valeur initiale de $\hat{\theta}$. Pour ce faire, une première estimation de $\hat{\theta}$ sera faite par la méthode des moindres carrés simples.

$\hat{y}(k)$ peut être considéré comme étant un estimateur de la sortie non bruitée du système

$y(k)$ satisfait donc aux équations (39) et (40).

c'est à dire : $E[\hat{\theta} - \theta] = E[(W^T X)^{-1} W^T e] = 0$

On en déduit donc que l'estimateur $\hat{\theta}$ est non biaisé.

a- Mise en œuvre pratique: [4]

- 1- un premier calcul fournit l'estimateur des moindres carrés simples. $\hat{\theta}_1 = (X^T X)^{-1} X^T y_b$ (44)
calculé avec l'ensemble des N données.

2- On établit la matrice w en estimant la sortie non bruitée $\hat{y}(k)$ comme suit :

$$\hat{y}(k) = w^T(k) \cdot \hat{\theta}_1$$

avec: $\hat{y}(1) = [0 \dots \dots 0 \ u(1) \dots \dots 0] \cdot \hat{\theta}_1$

$$\hat{y}(2) = [-\hat{y}(1) \dots \dots 0 \ u(2) \quad 0] \cdot \hat{\theta}_1$$

$$\vdots$$

$$\hat{y}(n-1) = [-\hat{y}(n-2) \dots \dots -\hat{y}(N-n-1) \ u(n-1) \dots \dots U(N-1-p)] \cdot \hat{\theta}_1$$

3- On calcule l'estimateur $\hat{\theta}_{VI}$ à l'aide de l'équation (43)

$$\hat{\theta}_{VI} = (w^T w)^{-1} w^T y_b$$

On retourne à l'étape 2 pour obtenir une nouvelle matrice w en remplaçant $\hat{\theta}_1$ par $\hat{\theta}_{VI}$.

4- A chaque pas, l'intercorrélation des résidus

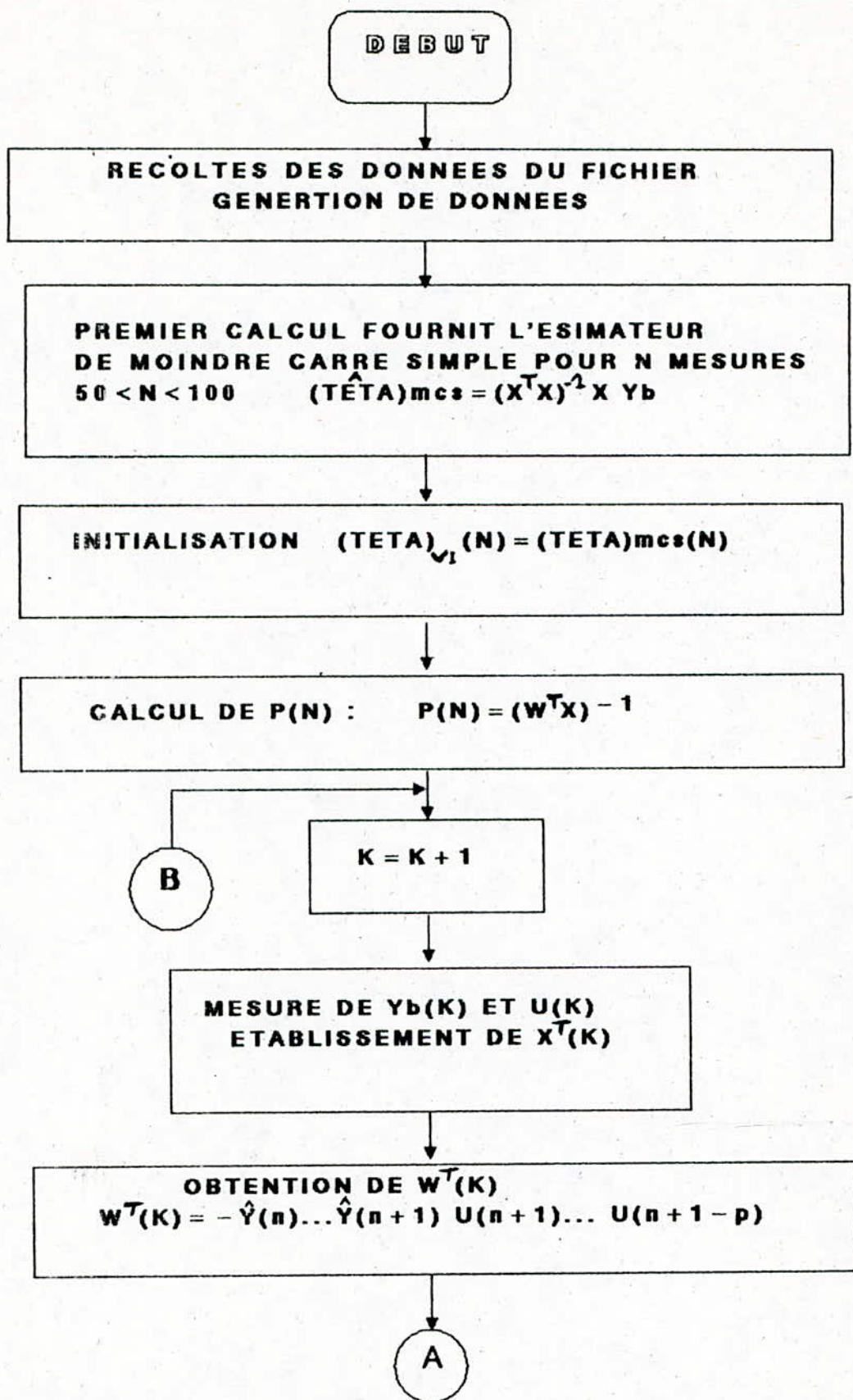
$$\hat{e} = y_b - x \cdot \hat{\theta}_{VI} \quad \text{avec l'entrée est testée.}$$

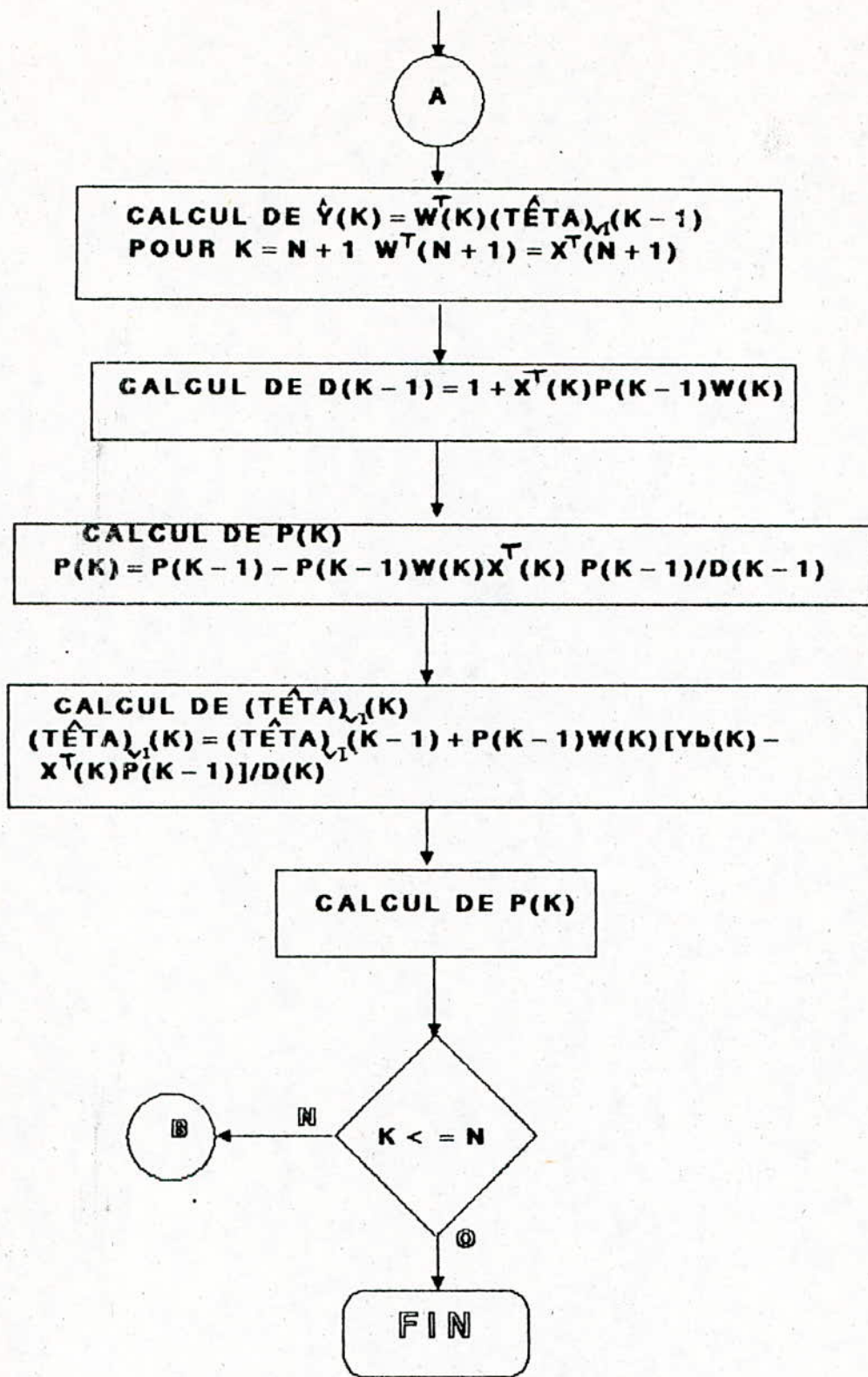
les itérations sont arrêtées lorsque cette corrélation devient pratiquement nulle.

b- Méthode des variables instrumentales recursive :

Elle est définie par les équations suivantes :

$$\hat{\theta}_{VI}^{(n+1)} = \left[\begin{pmatrix} w \\ w^T(N+1) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x \\ x^T(N+1) \end{pmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} w \\ w^T(N+1) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} y_b \\ y_b(N+1) \end{bmatrix}$$





ORGANIGRAMME: DE L'IDENTIFICATION PAR LA METHODE DES VARIABLES INSTRUMENTALES

Fig. (4)'' -

$$\text{et: } P(N) = (w^T \cdot x)^{-1}(N) \quad (45)$$

$$w^T(N+1) = [-\hat{y}(N) \quad -\hat{y}(N-1) \quad \dots \quad -\hat{y}(N-n+1) \quad u(N+1) \quad \dots \quad u(N+1-p)] \quad (46)$$

On en déduit :

$$\hat{\theta}_{VI}(N+1) = \hat{\theta}_{VI}(N) + \frac{P(N) \cdot w(N+1)}{D(N)} \cdot [y_b(N+1) - x^T(N+1) \cdot \hat{\theta}_{VI}(N)] \quad (47)$$

avec :

$$D(N) = 1 + x^T(N+1) \cdot P(N) \cdot w(N+1) \quad (48)$$

$$P(N+1) = P(N) - \frac{P(N) \cdot w(N+1)}{D(N)} \cdot [x^T(N+1) \cdot P(N)] \quad (49)$$

$$\hat{y}(k) = w^T(k) \cdot \hat{\theta}(k-1) \quad (50)$$

5- Validation des modèles :

a- Méthode des moindres carrés simples : [16]

Cet algorithme donne lieu à une estimation non biaisée du vecteur de paramètres du module, à condition que la séquence du bruit en sortie $e(k)$ soit une séquence de bruit blanc indépendant des entrées $u(k)$.

la séquence des résidus $\hat{e}(k)$ résultant de l'application de l'algorithme à N données, qui est dans ce cas une estimation du bruit $e(k)$ et qui est en même temps une erreur de prédiction, devrait être blanche et indépendante de l'entrée si le modèle estimé est correct.

On établit alors les relations de validation du modèle comme suit :

$$\begin{cases} r \hat{e}(z) = \delta(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z=0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \\ r u \hat{e}(z) = 0 \quad \forall z \end{cases} \quad (51)$$

la fonction de corrélation est définie en
et $e(k)$ est estimé par :

$$e(k) = y_b(k) - x(k) \cdot \hat{\theta}(k) \quad (52)$$

b- Méthode des moindres carrés généralisés :

Cet algorithme transforme la séquence de bruit $e(k)$ en une séquence de bruit blanc $q(k)$, indépendante de l'entrée $u(k)$; par conséquent, les résidus $\hat{e}(k)$ résultant de cet algorithme doivent former une séquence de bruit blanc, indépendante de l'entrée, si le modèle ^{estimé} $\hat{\theta}$ est correct.

On établit donc les relations de validation suivantes :

$$\begin{cases} r \hat{e}(z) = \delta(z) = \begin{cases} 1 & \text{pour } z=0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \\ r u \hat{e}(z) = 0 \quad \forall z \end{cases} \quad (53)$$

avec : [15]

$$\hat{e}(k) = y_b(k) - x^T(k) \cdot \hat{\theta}_{MCG}(k) \quad (54)$$

c- variables instrumentales :

Cet algorithme donne naissance à un vecteur de paramètres du système non biaisé si le bruit en sortie $e(k)$ est une séquence de bruit indépendante de l'entrée $u(k)$.

Par conséquent, on établit les relations de validation suivantes :

$$r u \hat{e}(z) = 0 \quad (55)$$

avec : [3]

$$\hat{e}(k) = y_b(k) - x^T(k) \cdot \hat{\theta}_{VI}(k) \quad (56)$$

C'est à dire que les résidus sont calculés à chaque pas à l'aide de l'estimation courante $\hat{\theta}(k)$.

remarque :

la fonction de corrélation $r(z)$, utilisée dans les tests de validation de modèle, est en fait un coefficient de corrélation calculé à partir de la formule suivante: [16]

$$r_{xy}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-t} \frac{x(k) \cdot y(k+t)}{[\sigma_{xx}(0) \cdot \sigma_{yy}(0)]^{1/2}}$$

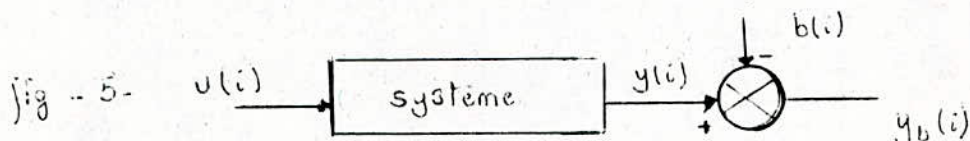
où: - x et y sont des séquences centrées; $|r_{xy}| \leq 1$
 - N est le nombre de données que l'on veut corréler
 l'écart type de la corrélation est $1/\sqrt{m}$; les limites de confiance à 95% sont approximativement égales à $\pm 1.96/\sqrt{m}$

6- Commentaires sur les programmes établis par les méthodes précédentes:

Le travail élaboré consiste à estimer les paramètres du système représenté par l'équation aux différences suivantes: c.f. équation (8)

$$\begin{cases} y(k) - 1.5y(k-1) + 0.7y(k-2) = u(k-1) + 0.5u(k-2) \\ y_b(k) = y(k) + d \cdot \xi(k) \end{cases}$$

Ce système peut être représenté par le modèle.



$$\text{où: } H(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{\sum_{k=0}^p b_k \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^n a_k \cdot z^{-k}} = \frac{z^{-1} + 0.5z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}$$

- $\xi(z)$ est la transformée en z d'une séquence de bruit pseudo-blanc centré tel que le rapport bruit sur signal soit de 20%

- $u(z)$ est la transformée en z de la S.B.P.A d'entrée de niveau ± 1 , de période 255 initialisée à 11111111. Les méthodes utilisées sont traitées sur un ensemble de 300 données $u(k)$ et $y_b(k)$.

a- commentaires sur le programme des moindres carrés généralisés :

Le programme des MCG traitera les 200 dernières données alors que les 100 premières seront traitées par le programme MCS recursive.

Ce programme traite les données u et y_b , rangées en fichier à accès direct, avant d'effectuer le traitement proprement dit en mémoire centrale de $NM_1 = 300$ données.

le traitement en lui-même comporte principalement deux grandes boucles.

la première (de la ligne 260 à la ligne 1210) assure le traitement par MCS recursive. sur NM données pour l'estimation du vecteur de paramètre $\hat{\theta}_{MC}$.

Celui-ci initialise la procédure des MCG recursive représentée par une seconde boucle (1460 - 3030) qui, elle, traite le $NM_2 = NM_1 - NM$ données restantes pour l'estimation recursive du vecteur $\hat{\theta}$ des paramètres du système à chaque passe.

C'est à dire que lorsque les NM_2 données auront été traitées, le test de validation du modèle (3210 - 3450), concernant le blanchissage des résidus, est effectué.

le reste du programme permet l'affichage sous forme de tableau des paramètres estimés.

L'ordre du filtre non récursif à synthétiser est laissé au choix de l'opérateur, il est représenté par la variable Q .
 La méthode MCG récursive ne revient en fait qu'à appliquer la méthode MCS récursive 3 fois dans une même passe :

une première fois pour l'estimation de $\hat{\theta}_{MCG}$ initial,
 une seconde pour l'estimation du filtre et enfin
 une troisième fois pour l'estimation de θ_{MCG} .

Par ailleurs, on remarque que la procédure MCS récursive n'est en fait que la procédure MCG récursive obtenue pour un filtre de blanchi SSAÏE d'équation $F(z) = 1$, c'est à dire pour un ordre de filtre $Q = 0$.

Afin de rendre les tests de validation du modèle plus complets, il aurait été possible d'introduire le test de corrélation des résidus et de l'entrée définie par : $\sigma_{rue} \leq 1.96 \sqrt{100}$

b- commentaires sur le programme des variables instrumentales :

Ce programme commence par une estimation récursive du vecteur de paramètres θ par la méthode MCS récursive sur un ensemble de 100 mesures stockées dans un fichier à accès direct.

Les valeurs du vecteur de paramètres $\hat{\theta}_{MCS}$ sont ensuite reprises par le programme des variables instrumentales ainsi que les valeurs de la matrice P calculées à la dernière iteration de la méthode MCS récursive. Par ailleurs, un calcul de bruit estimé est introduit dans la boucle principale, ce qui nous permettra par la suite d'effectuer un calcul d'intercorrélation entrées - résidus et enfin de.

procéder au test de validation du modèle.

les résultats de l'identification sont reportés dans le tableau (I)

7- Comparaison des méthodes étudiées :

Nous venons d'étudier deux méthodes d'identification dynamique.

Nous avons pu constater à la fois une grande similitude en certains points, mais aussi de grandes différences en d'autres.

Dans ce qui suit, nous présenterons une étude comparative qui clarifiera, du moins nous l'espérons, le problème de l'identification.

Cette étude portera, en premier lieu, sur une comparaison théorique. Elle sera suivie d'une comparaison à l'aide de résultats obtenus par simulation.

a- Comparaison théorique :

i- comparaison des modèles :

la représentation du procédé est, dans tous les cas, ramenée à celle de la figure (6) ; tout le bruit étant ramené en sortie.

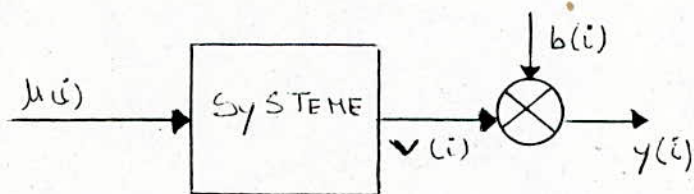


fig - 6 -

système dynamique
bruité.

Dans chacune des 2 méthodes, nous cherchons les paramètres d'une équation aux différences de la forme :

$$A(z^{-1}) y(i) = B(z^{-1}) u(i) + e(i)$$

avec :

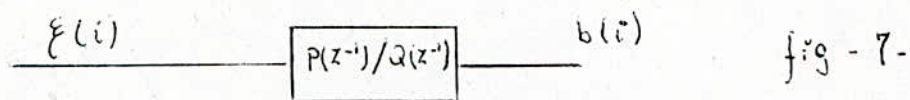
- pour la méthode MCG recursive :

$$F(z^{-1}) \cdot e(i) = \xi(i) \quad \text{ou } \xi(i) \text{ est un bruit blanc.}$$

- pour la méthode V.I :

$$e(i) = A(z^{-1}) \cdot n(i) \text{ où } n(i) \text{ est le bruit additif en sortie.}$$

la différence fondamentale entre ces 2 méthodes réside dans le fait que celle des VI estime les paramètres du système sans considérer un modèle quelconque pour le bruit [1] alors que celle des MCG choisit un modèle très général pour le bruit, celui-ci étant schématisé comme suit.



Donc les deux méthodes diffèrent dans la manière de modéliser le bruit.

les méthodes numériques utilisées sont différentes selon le cas. Dans le cas des MCG, on calcule d'une manière itérative le filtre $F_M(z^{-1})$.

A mesure que $F_M(z^{-1})$ se rapproche de $F(z^{-1})$, $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$, paramètres du modèle, se rapprochent eux aussi de $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$, paramètres du procédé et $\hat{e}(i)$ devient identique à $\varepsilon(i)$.

Alors que dans le cas des variables instrumentales, on choisit une matrice instrument w dont les éléments sont très corrélés avec les signaux non bruités $y(i)$ et $u(i)$ tout en étant totalement indépendants du bruit $e(i)$.

ii- Comparaison vis à vis des entrées et des données: [1]

Dans chacune des 2 méthodes, on introduit à l'entrée du système une S.B.P.A, celle-ci ayant l'avantage de ne pas perturber le système de façon notable, d'être

facile à produire sur calculateur et d'avoir un spectre très riche.

Il faut noter la similitude relative aux conditions initiales ; celles-ci sont automatiquement prises en compte dans les 2 méthodes à travers la matrice X .

b. Etude comparative en simulation:

On constate globalement un même comportement pour les deux méthodes :

- quand le niveau du bruit augmente, les résultats se dégradent.
- quand le nombre de données utilisées pour l'identification augmente, la qualité de l'estimation s'améliore.
- les paramètres a_i sont mieux identifiés que les paramètres b_i ; ceux-ci (les b_i) sont plus perturbés par un niveau de bruit élevé.
- le filtre générateur de bruit $F(z^{-1})$ n'est pas toujours correctement déterminé ; en fait, sa qualité influence assez-peu l'identification des paramètres a_i et b_i .
- les résultats obtenus à l'aide des V.I sont toujours meilleurs que ceux obtenus à l'aide des MCG et plus précis. les résultats des MCG restent légèrement biaisés malgré l'application du filtre $F(z^{-1})$.

Nous donnons dans ce qui suit quelques exemples illustrant ces affirmations.

Pour comparer les performances numériques de chaque programme, nous les avons testés sur un système non bruité

On trouve, dans les deux cas, la valeur exacte des paramètres ce qui prouve que seule la présence du bruit pourra expliquer la dégradation des résultats.

Par ailleurs, nous avons testé le comportement des 2 méthodes en considérant un résidu blanc.

Théoriquement, les 2 méthodes doivent donner des résultats identiques à ceux des moindres carrés simples.

L'équation simulée devient alors:

$$y(i) - 1.5 y(i-1) + 0.7 y(i-2) = u(i-1) + 0.54 u(i-2) + e(i)$$

où: $e(i) = \xi(i)$ avec $\xi(i)$ bruit blanc gaussien.

remarque: le gain du système simulé est:

$$G = \frac{\sum b_i}{1 + \sum a_i} \quad \text{soit} \quad G = \frac{1.5}{0.2} = 7.5$$

Ce paramètre est souvent bien connu a priori.

Calculons maintenant le gain du système identifié par les variables instrumentales: $G_{VI} = 7.4999004$. alors que par les moindres carrés il est de $G_{MCG} = 7.631395$

Tableau comparatif:

	N = 100		N = 200	
θ	θ_{MCS}	θ_{MCG}	θ_{VI}	
$a_1 = -1.5$	-1,4831	-1,4828	-1,49497	
$a_2 = 0.7$	0,6852	0,6841	0,69573	
$b_0 = 0$	$-2,21 \cdot 10^{-5}$	0,0172	5,56 E-05	
$b_1 = 1$	0,9819	0,9828	0,99326	
$b_2 = 0.5$	0,5491	0,53662	0,50668	

CHAPITRE III LA COMMANDE OPTIMALE : INTRODUCTION

I. IMPORTANCE DE LA THEORIE DE LA COMMANDE OPTIMALE DES PROCESSUS INDUSTRIELS.

La théorie de la commande optimale du processus a été élaborée depuis une vingtaine d'années pour répondre à de nouveaux besoins de nature techniques ou économiques ou pour réaliser des automatisations poussées de processus industriels.

Le but de ce chapitre est d'utiliser les méthodes qui se rattachent au problème de commande dynamique.

II FORMULATION GENERALE DU PROBLEME DE COMMANDE ET SES MOYENS DE RESOLUTION. [17]

La théorie étudie le comportement d'un processus quelconque parcourant un ensemble continu (T) ou discret de valeurs. le comportement d'un processus ou l'évolution de son vecteur d'état x peut être commandé par un vecteur $m(t)$ défini sur $[T]$, le processus peut être soumis à un certain nombre de perturbations mesurables agissant sur le vecteur d'état $x(t)$, sur le vecteur de sortie $y(t)$ ou provoquant une modification des caractéristiques du processus, ces perturbations peuvent être présentées sous la forme d'un vecteur $z(t)$ défini sur (T).

Le problème de commande, dans sa formulation générale, consiste à rechercher la loi de commande dite optimale $m(t)$ dans $[T]$ qui minimise la quantité $\mathcal{E}(t) = e(t) - c(t)$ où $e(t)$ et $c(t)$ sont, respectivement, l'entrée et la sortie du système.

le plus souvent, on caractérise $\mathcal{E}(t)$ par sa valeur quadratique moyenne :

$$\mathcal{E}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2.T} \int_{-T}^{+T} \mathcal{E}^2(t) . dt. \quad (57)$$

C'est le critère de l'écart quadratique moyen qu'on peut aussi caractériser par $|E|$ tel que :

$$|E| = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E(t) dt \quad (58)$$

ces expressions constituent une définition de la précision d'un système de commande.

III STRUCTURE ET ALGORITHME DE COMMANDE MULTIVARIABLE. [8]

1- Application du critère de l'écart quadratique moyen.

Le critère de l'écart quadratique est le plus couramment utilisé. Un des principaux intérêts de son application est qu'il intervient sous une forme mathématique directe dans le cas des systèmes linéaires soumis à des entrées aléatoires stationnaires.

Le critère peut être appliqué de deux manières au projet des systèmes de commande linéaire dont les entrées (commandes et perturbations) ^{sont caractérisées} par leur spectre de fréquence.

a. si les organes ont été choisis, quelques valeurs de paramètres de réglage restant disponibles, on évalue l'écart quadratique pour différentes valeurs et on choisit celles qui donnent le réglage optimal.

b. On peut aussi être plus ambitieux et essayer de déterminer la forme des fonctions de transfert qui minimisent l'écart quadratique moyen, au lieu de régler simplement des paramètres pour des fonctions de transfert de forme donnée.

Une telle méthode fondée sur les idées de N. WEINER et la méthode de PHILIPS

2- Méthode de PHILIPS :

si $H(P)$ est la fonction de transfert erreur / entrée d'un

système dont l'entrée probable est une variable aléatoire.

stationnaire du spectre de fréquence $\Phi(\omega)$, la valeur moyenne quadratique donnée par la formule (57) a pour expression :

$$E^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega) \cdot |H(j\omega)|^2 \cdot d\omega \quad (59)$$

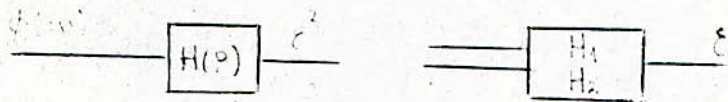
et plus généralement, dans le cas de 2 entrées indépendantes du spectre

ϕ_1 et ϕ_2 avec :

$$E(P) = H_1(P) \cdot E_1(P) + H_2(P) \cdot E_2(P) \quad (60)$$

nous aurons alors :

$$E^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\phi_1 \cdot |H_1|^2 + \phi_2 \cdot |H_2|^2) \cdot d\omega \quad (61)$$



a- principe de la méthode :

soit un asservissement linéaire appelé à recevoir 2 sortes d'entrées :

- e de spectre de fréquence ϕ_e
- la perturbation d de spectre ϕ_d

l'écart est donné par :

$$E(P) = H_1(P) \cdot E(P) + H_2(P) \cdot D(P) \quad (62)$$

où : $H_1(P)$ est la fonction écart / commande dont l'expression est :

$$H_1(P) = \frac{E(P)}{E(P)} = \frac{1}{1 + F(P) \cdot G(P)} \quad (63)$$

et : $H_2(P)$ est la fonction écart / perturbations dont l'expression est :

$$H_2(P) = \frac{E(P)}{D(P)} = \frac{G(P)}{1 + F(P) \cdot G(P)} \quad (64)$$

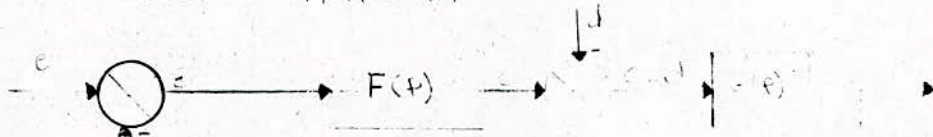


fig - 4 -

L'expression (62) devient :

$$E(P) = \frac{1}{1+FG} \bar{E}(p) + \frac{G}{1+FG} D(P) \quad (65)$$

la méthode de PHILIPS consiste à calculer, dans le cas où les spectres de fréquence sont connus, l'écart quadratique moyen \bar{E}^2 en fonction des réglages du système asservi :

$$\bar{E}^2 = f(\alpha, \beta) \quad (66)$$

pour résoudre les équations obtenues par dérivation partielle de \bar{E}^2 :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \beta^2} = 0 \quad (67)$$

b- application pratique de la méthode de PHILIPS:

Cette méthode s'applique fort bien dans le cas, très fréquent, où les éléments essentiels du servo (système) sont définis à des réglages près.

Mathématiquement, lorsque la forme des fonctions H_1 et H_2 est imposée, mais que quelques paramètres intervenant dans ces fonctions sont à notre disposition.

3- Méthode de WEINER. [8]

a- généralités:

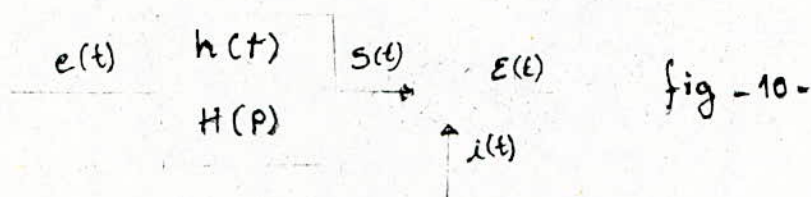
La méthode de WEINER admet pour critère de qualité celui de l'écart quadratique moyen minimal, comme celle de PHILIPS, mais plus ambitieuse que cette dernière, elle ne se contente pas de déterminer les valeurs optimales des paramètres libres d'un système déjà dessiné ou réalisé, elle cherche d'emblée la forme des fonctions de transfert assurant à l'ensemble des performances optimales.

Nous commencerons par exposer brièvement la méthode de WEINER dans un contexte général, puis nous montrerons

comment elle peut être appliquée aux systèmes asservis.

b. Problème de WIENER.

Il consiste à déterminer un système linéaire S dont l'entrée $e(t)$ est une grandeur aléatoire définie par sa fonction d'autocorrélation $\varphi_{ee}(\tau)$ de telle façon que l'écart quadratique moyen entre la sortie effective $s(t)$ et la sortie idéale $i(t)$ soit le plus petit possible.



le système S peut être caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$; le problème revient donc à chercher la forme de $h(t)$ qui minimise la quantité :

$$E^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (s(t) - i(t))^2 dt \quad (68)$$

la minimisation de E^2 s'obtient par application classique du calcul des variations; cela conduit à l'équation intégrale suivante, dite équation de WIENER-HOPF. [9]

$$\varphi_{ei}(\tau) = \int_{-10}^{\tau_0} h(\sigma) \cdot \varphi_{ee}(\tau - \sigma) \cdot d\sigma = 0 \quad \forall \tau > 0 \quad (69)$$

avec :

$\varphi_{ei}(\tau)$: fonction de corrélation mutuelle de l'entrée $e(t)$ et de la sortie idéale $i(t)$.

L'équation (69) peut être résolue par transformation de FOURIER et conduit à une solution unique de la fonction de transfert $H(p)$ du système linéaire, supposé réalisable et stable.

cette solution s'écrit :

$$H(p) = \frac{\varphi_{ei}(p)}{\varphi_{ee}^+(p) \cdot \varphi_{ee}^-(p)} \quad (70)$$

où les $\phi_{ee}(z)$, $\phi_{ei}(z)$ sont respectivement les transformées de FOURIER de $\psi_{ee}(z)$ et de $\psi_{ei}(z)$.

C- Application de la méthode de WIENER: [9]

i. Détermination du réseau correcteur optimal.

Étant donné un système linéaire de fonction de transfert $G(p)$, On se propose de déterminer la fonction de transfert $R(p)$ d'un réseau correcteur tel que l'ensemble des systèmes $R(p)$ et $G(p)$ placés en cascade, soit optimal au sens de WIENER.

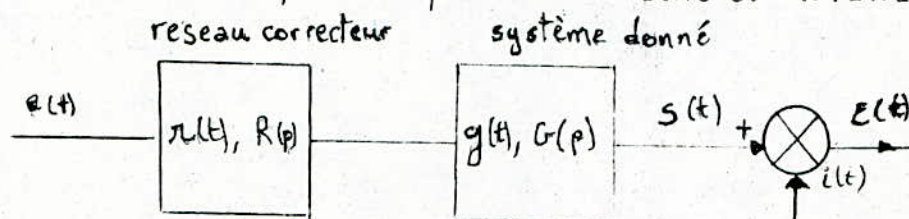


fig- 11-

Dans le cas où $G(p)$ ne possède aucun pôle (stabilité) et aucun zéro à partie réelle positive (fonction à déphasage minimal)

On montre que la fonction $R(p)$, supposée stable, qui minimise E^2 , n'est autre que :

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)} \quad (71)$$

où $H(p)$ est la fonction de transfert réalisant l'optimisation globale dont l'expression a été donnée par la relation (70).

Dans le cas où $G(p)$ n'est pas à déphasage minimal [9], on peut dire que si $G(p)$ possède au moins un zéro à partie réelle positive, l'application de la méthode conduirait à une fonction $R(p)$ possédant au moins un pôle à partie réelle positive, donc à une fonction non stable.

Dans ce cas là, il faut alors chercher, non plus $H(p)$ mais directement $R(p)$ par un calcul de variations analogue à

celui de WIENER HOPF.

ii. Optimisations conditionnelles: [9]

Ceci montre que les performances théoriques des systèmes linéaires sont nécessairement limitées à des titres divers par les restrictions suivantes :

- 1- présence de bruit qu'on désire filtrer.
 - 2- Operation éventuelle de prédiction à effectuer sur une variable aléatoire.
 - 3- présence éventuelle d'éléments à déphasage non minimal
- Parmi ces limitations, les plus importantes sont dues à des non linéarité de système.

iii. Application de la méthode de WIENER aux systèmes asservis [9]
généralités sur les entrées :

Dans les systèmes asservis, on peut distinguer deux catégories d'entrées aléatoires, les entrées de commande et les entrées de perturbation. (seules ces dernières sont considérées dans le cas des régulateurs)

Les entrées de perturbations peuvent s'introduire soit en un soit en plusieurs points de la chaîne directe soit au même point que l'entrée de commande.

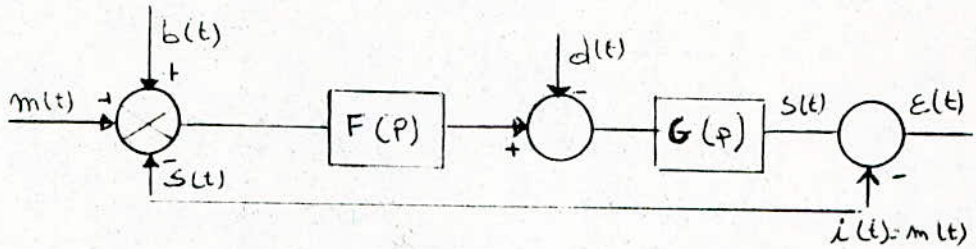
Application de la méthode:

Supposons, pour simplifier la méthode, que les perturbations s'introduisent en deux points à savoir :

- 1- à l'entrée de commande: bruit $b(t)$ superposé au message $m(t)$ à transmettre.

2- En un seul point d de la chaine directe d'un asservis-
-sement à retour unitaire.

fig - 12 -



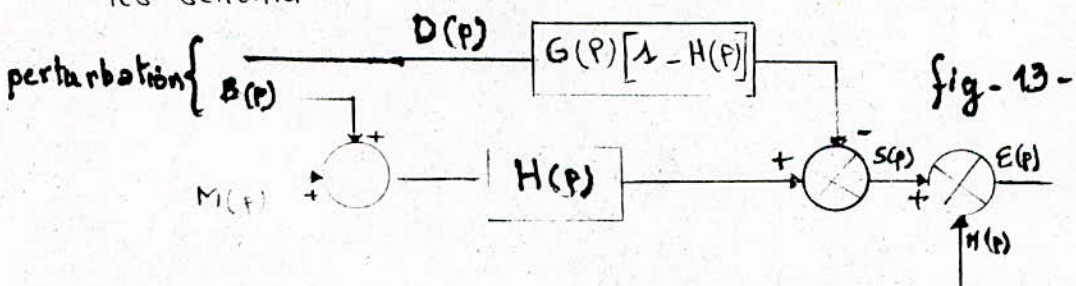
où : $G(p)$ représente le système à asservir, généralement imposé, tandis que $F(p)$ comprenant les organes de commande et de compensation, est à déterminer.

si $H(p)$ est la fonction de transfert en boucle fermée alors:

$$H(p) = \frac{F(p) \cdot G(p)}{1 + F(p) \cdot G(p)} \quad (72)$$

par ailleurs: $\frac{1}{1 + F(p) \cdot G(p)} = 1 - H(p)$ (73)

cherchons à séparer la fonction inconnue $F(p)$ de la fonction connue $G(p)$, on vérifie l'équivalence du schéma avec les schéma



$$E_1(p) = M(p) + B(p) + D(p) \cdot G(p) \quad H(p) \quad S_1(p) = S(p) + D(p) \cdot G(p) + \quad E_1(p) = E(p)$$

Fig - 14 -

$$J_1(p) + M(p) + D(p) \cdot G(p)$$

Ce dernier est équivalent au schéma fondamental de WEINER de la figure.

Si on remplace dans ce dernier :

$$E(p) \text{ par } M(p) + B(p) + D(p) \cdot G(p)$$

$$S(p) \text{ par } S(p) + D(p) \cdot G(p)$$

$$I(p) \text{ par } M(p) + D(p) \cdot G(p)$$

On obtient finalement la fonction optimale $H(p)$ à partir des différents spectres des fonctions aléatoires et de la fonction connue $G(p)$; on en déduit la fonction optimale pour $F(p)$ supposée stable (il faut alors supposer que $G(p)$ est à déphasage minimal).

$$F(p) = \frac{H(p)}{G(p) [1 - H(p)]} \quad (74)$$

4. Conclusion relative aux deux méthodes exposées.

Vu le manque de renseignements relatifs aux caractéristiques des entrées, on ne peut pas appliquer la méthode de

PHILIPS ainsi que la méthode de WIENER. car :

- celle de PHILIPS nécessite la connaissance des caractéristiques aléatoires des entrées (entrées commandes et perturbation) et la forme des fonctions de transfert, ce qui n'est pas le cas.
- par ailleurs, la méthode de WEINER est plus opérationnelle que celle de PHILIPS mais elle aussi suppose la connaissance des entrées caractérisée par leurs spectres de fréquence et son application est soumise à un certain nombre de difficultés.

En effet la méthode donne des solutions par voie de synthèse mathématique ce qui peut poser de délicats problèmes d'interprétation ou de réalisation physique

CHAPITRE IV LA COMMANDE OPTIMALE : APPLICATION DU CRITÈRE QUADRATIQUE.

I RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE LA COMMANDE OPTIMALE [1]

1. Introduction :

La minimisation d'un critère quadratique constitue l'un des moyens de parvenir à la détermination d'une structure de commande par retour d'état pour les systèmes linéaires multidimensionnels.

Pour de nombreux systèmes physiques, notamment les procédés industriels, le critère quadratique permet, en effet, d'exprimer de manière convenable les qualités globales recherchées pour la commande.

Celles-ci se définissent généralement par la détermination d'une commande assurant le meilleur compromis entre certaines performances, des termes de pondération entre autres, faisant intervenir les sorties ou les variables d'état, et d'une économie d'énergie.

De plus un autre avantage, non négligeable, est de se prêter à des développements mathématiques nombreux et puissants.

Aussi, tout en soulignant que la méthode correspond à une réalité physique certaine, il est souvent très intéressant de ne considérer ce critère à minimiser que comme un simple outil mathématique, un moyen de calcul pour parvenir à la forme de commande souhaitée.

Les divers coefficients de pondération apparaissant dans le critère ne sont alors plus les données physiques liées au procédé considéré, mais peuvent être assimilés à des paramètres d'ajustement

permettant de définir les performances de la structure de commande. L'expression "commande optimale" permettra donc de désigner sans ambiguïté la structure d'action minimisant le critère choisi.

2- Méthode utilisée [1, 2]

On considère un système linéaire discret à n variables d'état, r entrées et m sorties, défini par sa représentation d'état discrète:

$$\begin{cases} X(i+1) = A \cdot x(i) + B \cdot u(i) + f \\ Y(i) = C \cdot x(i) + D \cdot u(i) \end{cases} \quad (75)$$

f est un vecteur supposé constant, de dimension n , qu'il convient de prendre en compte pour permettre de traiter facilement certaines extensions traitées ultérieurement.

La commande optimale cherchée, qui est donc une suite de vecteurs $u(i)$, doit minimiser le critère quadratique qu'on note :

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} [u(i)^T \cdot R \cdot u(i) + e(i)^T \cdot Q \cdot e(i)] \quad (76)$$

$e(i)$ est le vecteur d'écart entre les consignes, notées Z et les sorties $y(i)$, soit : $e(i) = Z - y(i)$ (77)

R et Q sont deux matrices carrées, symétriques, définies positives, de dimensions respectives $(r \times r)$ et $(m \times m)$

d'un point de vue pratique, nous pouvons remarquer que le passage de la loi d'action à sa forme discrète nous permettra une utilisation directe dans le calculateur industriel assurant la commande du procédé.

Dans le cas de la recherche d'une commande optimale du

du procédé, il est immédiat de démontrer la propriété qui constitue le principe d'optimisation [18] qui est la suivante: si l'ensemble des actions correspondant au problème P initial est optimal alors l'ensemble correspondant au problème partiel P_1 doit l'être également, quelque soient les données du problème initial P et les actions déjà réalisées pour passer de P à P_1 .

On applique ce principe à la détermination de la loi de commande minimisant le critère quadratique J , décrit par la relation (76). Il suffit pour cela de considérer le problème commençant à un instant i quelconque compris dans l'intervalle $[0, N]$ pour lequel l'état l'état du système est défini par le vecteur d'état $x(i)$ et d'étudier la valeur optimale $\hat{J}[x(i)]$ d'un critère quadratique J_j défini par:

$$J_j = \sum_{j=i}^{N-1} [u(j)^T R u(j) + e(j)^T Q e(j)] \quad (78)$$

Par ailleurs si $u(i)$ est le vecteur d'action appliqué à l'instant i , le modèle permet de définir le vecteur d'état $x(i+1)$ à l'instant suivant.

$$x(i+1) = A x(i) + B u(i) + f$$

Si le vecteur d'action $u(i)$ appartient à la politique de commande optimale $\{\hat{u}(i), \hat{u}(i+1), \hat{u}(i+2), \dots, \hat{u}(N-1)\}$ sur l'intervalle de temps $[i, N-1]$, le principe de l'optimisation indique que la suite de commande $\{\hat{u}(i+1), \hat{u}(i+2), \dots, \hat{u}(N-1)\}$ permet d'obtenir le minimum $\hat{J}[x(i+1)]$ du critère quadratique J_{i+1} défini sur l'intervalle de temps $[i+1, N-1]$ par:

$$J_{i+1} = \sum_{j=i+1}^{N-1} [u(j)^T R u(j) + e(j)^T Q e(j)] \quad (79)$$

Il est donc possible de définir par récurrence le critère quadratique minimal $\hat{J}[x(i)]$ par la relation :

$$\hat{J}[x(i)] = \min_u [u(i)^T R u(i) + e(i)^T Q e(i)] + \hat{J}[x(i+1)] \quad (80)$$

Si l'état final est libre, la récurrence doit commencer à partir de $\hat{J}[x(n)] = 0$. Cette méthode permet de déterminer la politique de commande optimale sur tout intervalle de temps considéré.

Il convient de noter que cette détermination s'effectue en temps inverse; il est donc nécessaire que la commande soit calculée sur la totalité de l'intervalle de temps $[0, N]$ avant de l'appliquer.

3- forme générale de la commande :

En utilisant la méthode ainsi définie, il est alors possible de déterminer la commande optimale minimisant le critère quadratique.

\hat{J} pour le système considéré :

$$\begin{cases} x(i+1) = A \cdot x(i) + B \cdot u(i) + f \\ y(i+1) = C \cdot x(i) + D \cdot u(i) \end{cases} \quad (81)$$

avec :
$$\hat{J} = \sum_{i=0}^{N-1} [u(i)^T R u(i) + e(i)^T Q e(i)]$$

dans lequel $e(i) = z - y(i)$, z étant le vecteur de consignes imposées aux sorties $y(i)$ du système.

l'équation récurrente d'optimisation précédemment établie s'écrit :

$$\hat{J}[x(i)] = \min_u [u(i)^T R u(i) + e(i)^T Q e(i)] + \hat{J}[x(i+1)]$$

nous allons supposer que $\hat{J}[x(i+1)]$ est une forme quadratique.

$$\hat{J}[x(i+1)] = x(i+1)^T K(i+1) x(i+1) + 2 \cdot g(i+1)^T x(i+1) + h(i+1) \quad (82)$$

où : - $K(i+1)$ est une matrice carrée symétrique ($n \times n$)

- $g(i+1)$ est un vecteur de dimension n

- $h(i+1)$ est un scalaire.

$\hat{J}[x(i+1)]$ peut donc s'exprimer en fonction de $x(i)$ et de $u(i)$ par :

$$\hat{J}[x(i+1)] = [Ax(i) + Bu(i) + f]^T \cdot K(i+1) \cdot [Ax(i) + Bu(i) + f] + 2g(i+1)^T \cdot [Ax(i) + Bu(i) + f] + h(i+1). \quad (83)$$

pour simplifier les notations, on écrira la relation (82) :

$$\hat{J}[x] = u^T R u + [Z - Cx - Du]^T Q [Z - Cx - Du] + [Ax + Bu + f]^T K(+)[Ax + Bu + f] + 2g(+)^T [Ax + Bu + f] + h(+). \quad (84)$$

Le minimum correspond au vecteur \hat{u} annulant les dérivées partielles de cette expression par rapport à u , ce qui s'écrit, en éliminant le facteur 2 apparaissant dans chaque terme :

$$R \hat{u} - D^T Q [Z - Cx - D\hat{u}] + B^T K(+)[Ax + B\hat{u} + f] + B^T g(+)=0 \quad (85)$$

$$\text{ou : } [R + B^T K(+).B + D^T Q.D] \hat{u} = -[B^T K(+).A + D^T Q.C]x + D^T Q.Z - B^T [g(+)+K(+).f] \quad (86)$$

Si nous adoptons comme condition (voir [1]) que la matrice

$[R + B^T K(+).B + D^T Q.D]$ soit régulière, alors, le vecteur de

commande optimale s'écrit :

$$\hat{u}(i) = -L(i).x(i) + u(i) \quad (87)$$

où : $L(i)$ et $u(i)$ désignent respectivement une matrice ($r \times n$)

et un vecteur de dimension r définis par :

$$L(i) = [R + B^T K(i+1).B + D^T Q.D]^{-1} [B^T K(i+1).A + D^T Q.C]$$

$$u(i) = [R + B^T K(i+1).B + D^T Q.D]^{-1} [D^T Q.Z - B^T (g(i+1) + K(i+1).f)]$$

Bien entendu, ce résultat suppose que $\hat{J}[x(i+1)]$ était une forme quadratique.

Notre problème n'imposant aucune contrainte sur l'état final, c'est à dire : état final libre, nous avons bien évidemment :

$$\hat{J}[x(N)] = 0$$

ce qui constitue une forme quadratique pour laquelle $K(N)$ est une matrice nulle, $g(N)$ un vecteur nul et $h(N)$ un scalaire nul.

Il reste à montrer que si $\hat{J}[x(i+1)]$ est une forme quadratique, alors $\hat{J}[x(i)]$ l'est aussi; avec, également, une matrice $K(i)$ symétrique, et à déterminer alors les relations de récurrence nécessaires.

En portant la commande \hat{u} , déterminée par les relations (87), dans l'équation (86) définissant $\hat{J}[x]$, il est alors immédiat de faire apparaître une forme quadratique:

$$\hat{J}[x] = x^T \cdot K \cdot x + 2 \cdot g^T \cdot x + h \quad (88)$$

avec les relations de récurrence suivantes: (89) et (90)

$$- K = L^T \cdot R \cdot L + (C - D \cdot L)^T \cdot Q \cdot (C - D \cdot L) + (A - B \cdot L)^T \cdot K(+). (A - B \cdot L)$$

$$- g^T = -U^T \cdot R \cdot L - (Z - D \cdot U)^T \cdot Q \cdot (C - D \cdot L) + (B \cdot U + f)^T \cdot K(+). (A - B \cdot L) + g(+)^T \cdot (A - B \cdot L)$$

la relation (89) nous permet de constater immédiatement que si $K(+)$ est une matrice symétrique définie positive alors K possède également la même propriété.

les expressions récurrentes (89) et (90) peuvent s'exprimer sous des formes plus faciles à programmer soit:

$$- K = L^T [R + D^T \cdot Q \cdot D + B^T \cdot K(+). B] L - 2 \cdot C^T \cdot Q \cdot D \cdot L - 2 \cdot A^T \cdot K(+). B \cdot L + C^T \cdot Q \cdot C + A^T \cdot K(+). A$$

or (87) montre que l'équation donnant $L(i)$ peut aussi s'écrire:

$$L^T [R + D^T \cdot Q \cdot D + B^T \cdot K(+). B] = A^T \cdot K(+). B + C^T \cdot Q \cdot D$$

$$\text{donc: } K = A^T \cdot K(+). (A - B \cdot L) - C^T \cdot Q \cdot D \cdot L + C^T \cdot Q \cdot C. \quad (91)$$

or (87) montre aussi que:

$$(R + D^T \cdot Q \cdot D) \cdot L = B^T \cdot K(+). (A - B \cdot L) + D^T \cdot Q \cdot C$$

finalement K s'écrit:

$$K = [A^T - C^T Q D (R + D^T Q D)^{-1} B^T] K(t) (A - B L) + [C^T Q C - C^T Q D (R + D^T Q D)^{-1} D^T Q] \quad (92)$$

Quant à elle, la relation (90) définissant le vecteur g peut s'écrire :

$$g^T = -u^T [R + D^T Q D + B^T K(t) B] L - Z^T Q C + Z^T Q D L + u^T [D^T Q C + B^T K(t) A] + [g(t) + K(t) f]^T (A - B L) \quad (93)$$

or: (87) donne $[R + D^T Q D + B^T K(t) B] L - B^T K(t) A + D^T Q C = 0$

la relation (93) s'écrit sous sa forme finale:

$$g^T = -C^T Q Z + A^T [g(t) + K(t) f] + L^T [g(t) + K(t) f]^T (A - B L) \quad (94)$$

Par ailleurs, la relation (87) permet d'écrire le vecteur u tel que :

$$[R + D^T Q D] u = D^T Q Z - B^T [g(t) + K(t) (B u + f)]$$

soit:

$$u = [R + D^T Q D]^{-1} [D^T Q Z - B^T [g(t) + K(t) (B u + f)]] \quad (95)$$

En recevant les relations de récurrence, permettant de déterminer, en temps inverse, le vecteur de commande optimale, on aboutit aux relations suivantes:

Expression de :

$$L(i) = [R + B^T K(i+1) B + D^T Q D]^{-1} [B^T K(i+1) A + D^T Q C] \xrightarrow{\text{Dimension}} (r \times n) \quad (94)$$

$$u(i) = [R + B^T K(i+1) B + D^T Q D]^{-1} \{ D^T Q Z - B^T [g(i+1) + K(i+1) f] \} \xrightarrow{\text{Dimension}} (r \times 1)$$

$$\hat{u}(i) = -L(i) x(i) + u(i) \xrightarrow{\text{Dimension}} (r \times 1)$$

$$K(i) = \Omega K(i+1) [A - B L(i)] + \phi C \xrightarrow{\text{Dimension}} (n \times n) \quad (95)$$

$$g(i) = \Omega [g(i+1) + K(i+1) (B u(i) + f)] - \phi Z \xrightarrow{\text{Dimension}} (n \times 1)$$

les conditions de départ étant :

$$K(N) = 0 \text{ et } g(N) = 0$$

On commence donc nos itérations en remontant le temps soit :

on passe de l'instant $i=N$ à l'instant $i=0$

Par ailleurs, on définit aussi :

$$\Omega = A^T - C^T \cdot Q \cdot D (R + D^T \cdot Q \cdot D)^{-1} \cdot B^T \longrightarrow (n \times n)$$

$$\Phi = C^T \cdot Q - C^T \cdot Q \cdot D (R + D^T \cdot Q \cdot D)^{-1} \cdot D^T \cdot Q \longrightarrow (n \times m)$$

Du point de vue pratique, ces 2 équations donnent 2 matrices constantes tout au long de la résolution, on calculera, alors, ces 2 matrices avant d'enclencher le processus itératif de résolution des équations récurrentes précédentes.

Remarque : [B]

Dans certains systèmes (au niveau des matrices A, B, C et D), il est possible d'observer une instabilité numérique due aux erreurs d'arrondi, celle-ci se traduit par le fait que la matrice K calculée n'est pas définie positive.

Une façon simple de remédier à ce phénomène est de programmer l'équation (89) à la place de l'équation (95) soit :

$$K(i) = L^T(i) \cdot R \cdot L(i) + [C - D \cdot L(i)]^T \cdot Q \cdot [C - D \cdot L(i)] + [A - B \cdot L(i)]^T \cdot K(i+1) \cdot [A - B \cdot L(i)]$$

cette matrice fournit, par définition, une matrice symétrique définie non négative.

II. AMELIORATION DE LA STRUCTURE DE COMMANDE.

Le système d'équations d'état, à partir duquel s'effectue la détermination des matrices de commande peut évidemment ne

représenter que le procédé physique étudié lui-même.

On peut aussi lui adjoindre d'autres équations, caractérisant certains dispositifs numériques, jugées intéressantes et cela dans le but d'améliorer les performances de la méthode dans des conditions de fonctionnement couvrant une plus large place d'utilisation.

Diverses améliorations sont aussi possibles, sans pour autant compliquer la mise en œuvre et les calculs.

En ce qui concerne ces extensions, une étude simple permet de conduire à une représentation modulaire des différents aspects du problème considéré.

1- Annulation des erreurs stationnaires : [1]

L'inconvénient majeur de la structure générale de commande définie dans le paragraphe précédent est de ne pas assurer des erreurs stationnaires égales à zéro lorsque les consignes imposées au procédé ne sont pas nulles.

La minimisation du critère quadratique correspond, en effet, à faire un compromis entre les amplitudes des actions u , représentées par le terme $u^T R u$, et les amplitudes des écarts e entre consignes et mesures, représentées par les termes $e^T Q e$.

Cette caractéristique est assez gênante pour une application industrielle, pour laquelle, on desire généralement que les consignes fixées soient effectivement atteintes.

Le problème de l'utilisation pratique peut être résolu en ajoutant au système un certain nombre d'intégrations numériques qui ont pour entrées, respectivement, les écarts entre consignes et mesures correspondantes.

le nombre d'intégrateurs qu'il est ainsi possible d'adjoindre au procédé initial n'est pas arbitraire.

M. FOND [18] a suggéré que le nombre maximal d'intégrateurs devait être nécessairement inférieur ou égal au nombre d'entrées.

Pour faciliter les calculs, nous supposons que chaque sortie à commander est munie d'un intégrateur de la forme :

$$V(i+1) = V(i) + T \cdot e(i)$$

- où :
- le vecteur V est de dimension M
 - T est la période d'échantillonnage.

En divisant par T , on obtient

$$V(i+1) = V(i) + Z - y(i) \quad \text{soit :}$$

$$V(i+1) = V(i) + Z - Cx(i) - Du(i) \quad (96)$$

Le système élargi, de dimension $(n+m)$, a pour équations d'état avec $f=0$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(i+1) \\ v(i+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(i) \\ v(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} \cdot u(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ Z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y(i) \\ v(i) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(i) \\ v(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(i) \end{aligned} \quad (97)$$

Le nouveau vecteur de sortie est de dimension $2 \cdot m$

I est une matrice unitaire de rang m .

ce système matriciel s'écrit sous forme condensée :

$$\begin{cases} x_1(i+1) = A_1 \cdot x(i) + B_1 \cdot u(i) + f_1 \\ y_1(i) = C_1 \cdot x(i) + D_1 \cdot u(i) \end{cases} \quad (98)$$

où A_1, B_1, C_1, f_1 et D_1 sont des matrices de dimension respective :

$[(n+m) \times (n+m)]$, $[(n+m) \times r]$, $[2m \times (n+m)]$, $[(n+m) \times 1]$ et $[2m, r]$

Le critère J_1 à minimiser sur un horizon N a alors pour expression:

$$J_1 = \sum_{i=0}^{N-1} [e(i)^T Q_1 e_1(i) + u(i)^T R u(i)] \quad (99)$$

où :

- Q_1 est une matrice de pondération symétrique définie positive de dimension $(2m, 2m)$

- u_1 est un vecteur d'écart global de dimension $2m$.

ces deux derniers sont définis par :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_r \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad e_1(i) = \begin{bmatrix} z \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \gamma(i) \\ \nu(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e(i) \\ -\nu(i) \end{bmatrix}$$

d'où :
$$J_1 = \sum_{i=0}^{N-1} e(i)^T Q_1 e(i) + \nu(i)^T Q_r \nu(i) + u(i)^T R u(i)$$

la commande optimale $\hat{u}(i)$ ainsi déterminée est de la forme :

$$\hat{u}(i) = -L_1(i) \cdot x(i) + u_1(i) \quad (100)$$

La matrice L_1 est de dimension (r, p) ; elle peut être décomposée en L, M où L et M sont deux matrices de dimension respective (r, n) et (r, m) avec $m+n = p$

(99) devient :

$$\hat{u}(i) = -Lx(i) - M \chi(i) + u_1(i) \quad (101)$$

Les relations de récurrence permettant de déterminer, en temps inverse, le nouveau vecteur de commande optimale $\hat{u}(i)$ sont de la forme suivante.

Le calcul de ses solutions limites peut être fait en temps croissant à partir de :

$$K(0) = 0 \quad \text{et} \quad y_1(0) = 0$$

soit :

$$\begin{cases} L_1(j+1) = [R + B_1^T \cdot K_1(j) \cdot B_1 + D_1^T \cdot Q \cdot D]^{-1} [B_1^T \cdot n_1(j) \cdot A_1 + D_1^T \cdot Q_1 \cdot C_1] \\ u_1(j+1) = [R + B_1^T \cdot K_1(j) \cdot B_1 + D_1^T \cdot Q_1 \cdot D]^{-1} [D_1^T \cdot Q_1 \cdot z_1 - B_1^T (g_1(j) + K_1(j) \cdot f_1)] \\ K_1(j+1) = \Omega_1 K_1(j) \cdot [A_1 - B_1 L_1(j+1)] + \Phi_1 \cdot C_1 \\ g_1(i+1) = \Omega_1 g_1(j) + K_1(j) [B_1 \cdot u_1(j+1) + f_1] - \Phi_1 \cdot z_1 \end{cases} \quad (102)$$

les matrices Ω_1 et Φ_1 , de dimension respectives $[(n+m) \times (n+m)]$ et $[(n+m) \times 2m]$ sont données par les relations :

$$\begin{cases} \Omega_1 = A_1^T - C_1^T \cdot Q_1 \cdot D_1 (R + D_1^T \cdot Q_1 \cdot D_1)^{-1} \cdot B_1^T \\ \Phi_1 = C_1^T - C_1^T \cdot Q_1 \cdot D_1 (R + D_1^T \cdot Q_1 \cdot D_1)^{-1} \cdot D_1^T \cdot Q_1 \end{cases} \quad (103)$$

Remarque :

L'équation récurrente du système (101) relative au vecteur g_1 peut se mettre sous la forme :

$$g_1^T(i) = z_1^T \cdot Q_1 [D_1 L_1(i) - C_1] + [g_1(i+1) + K_1(i+1) \cdot f_1]^T \cdot [A_1 - B_1 L_1(i)] \quad (104)$$

Dans le cas où l'horizon de minimisation du critère quadratique tend vers l'infini ; la solution, limite en temps inverse, g_1 vérifie :

$$g_1 = (A_1 - B_1 L_1)^T \cdot (g_1 + K_1 f_1) + (D_1 L_1 - C_1) Q_1 z_1 \quad (105)$$

En posant : $h_1 = g_1 + K_1 \cdot f_1$ on obtient :

$$[I - (A_1 - B_1 L_1)]^T \cdot h_1 = (D_1 L_1 - C_1)^T \cdot Q_1 \cdot z_1 + K_1 \cdot f_1 \quad (106)$$

comme : $z_1 = \begin{bmatrix} z \\ 0 \end{bmatrix}$ et $f_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ z \end{bmatrix}$, il existe deux matrices

de passage H_a et H_b de dimension respective $(2m \times m)$ et $((n+m) \times m)$

telles que : $z_1 = H_a \cdot z$ et $f_1 = H_b \cdot z$

avec : $H_a = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$ et $H_b = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

où : I est la matrice unitaire d'ordre m .

par conséquent, la relation (105) devient :

$$[I - (A_1 - B_1 L_1)]^T \cdot h_1 = [(D_1 L_1 - C_1)^T Q_1 H_a + K_1 \cdot H_b] \cdot Z \quad (107)$$

soit :

$$h_1 = [I - (A_1 - B_1 L_1)]^{-1} \cdot [(D_1 L_1 - C_1)^T Q_1 H_a + K_1 \cdot H_b] \cdot Z \quad (108)$$

l'expression de la solution limite de u , vecteur d'anticipation peut s'écrire :

$$u_1 = (R + B_1^T K_1 \cdot B_1 + D_1^T Q_1 \cdot D_1)^{-1} \cdot (D_1^T Q_1 \cdot H_a \cdot Z - B_1^T \cdot h_1) \quad (109)$$

en remplaçant (107) dans (109), le vecteur de commande optimale

peut se mettre sous la forme suivante, lorsque l'horizon tend vers l'infini :

$$\hat{u} = -L \cdot x(i) + M \cdot v(i) + N \cdot Z \quad (110)$$

la matrice d'anticipation N de dimension $(r \times m)$ peut être déterminée par un calcul algébrique direct :

$$N = (R + B_1^T K_1 \cdot B_1 + D_1^T Q_1 \cdot D_1)^{-1} [D_1^T Q_1 \cdot H_a - B_1^T (I - (A_1 - B_1 L_1)^T)^{-1} \cdot ((D_1 L_1 - C_1)^T Q_1 \cdot H_a + K_1 \cdot H_b)]$$

le schéma général du système muni de la structure de commande ainsi définie est représenté par la figure - 14 - :

On donne aussi l'organigramme de la méthode en figure (15) -

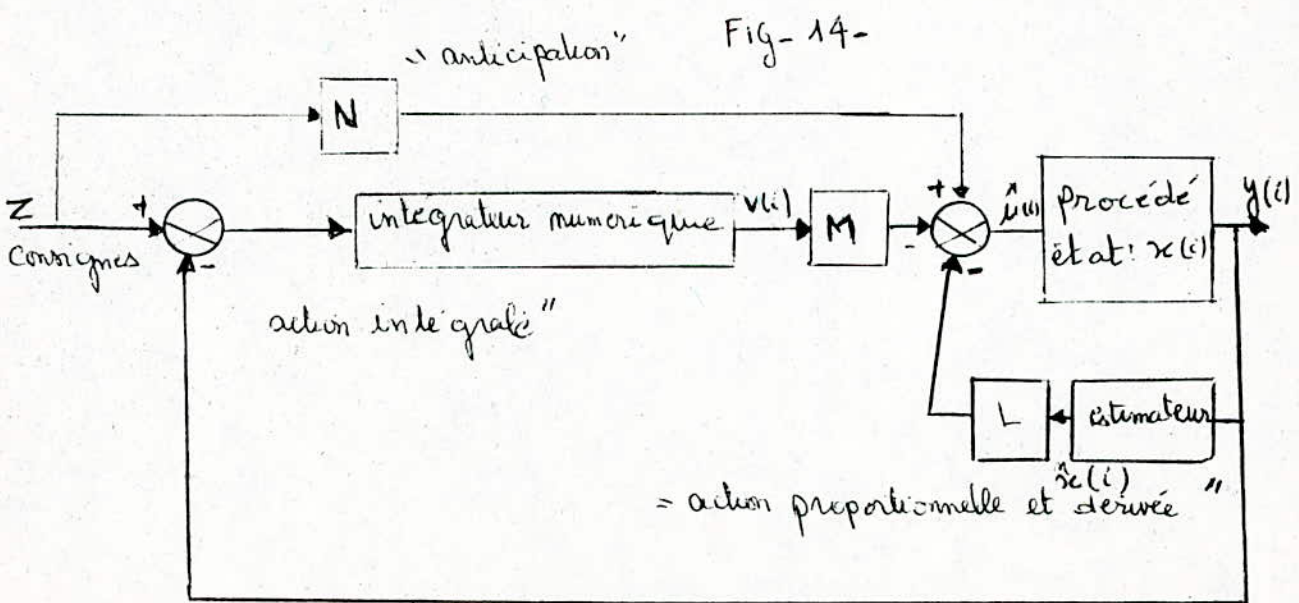


schéma général de la commande avec action intégrale.

DEBUT

RECOLTES DES DONNEES DU FICHIER GENERATION
DE DONNEES

LIRE N: NOMBRES DE VARIABLE D'ETATS
LIRE r : NOMBRES D'ENTREES
LIRE m: NOMBRES DE SORTIES
LIRE LES MATRICES D'ETATS : A(N,N); B(N,r); C(m,N); D(m,r)
LIRE LES MATRICES DE PONDERATIONS: Q1(2m,2m); R(r,r);
P = N + m

FORMATION DE NOUVELLES MATRICES D'ETATS:
A1(P,P); B1(P,r); C1(2m,P); D1(2m,r)

CALCULS INITIAUX:
 $OMG1 = A1^T - C1^T Q1 D1 (R + D1^T Q1 D1)^{-1} B1^T$ [(P,P)];
 $FI1 = C1^T Q1 - C1^T Q1 D1 (R + D1^T Q1 D1)^{-1} D1^T Q1$ [(P,2m)];

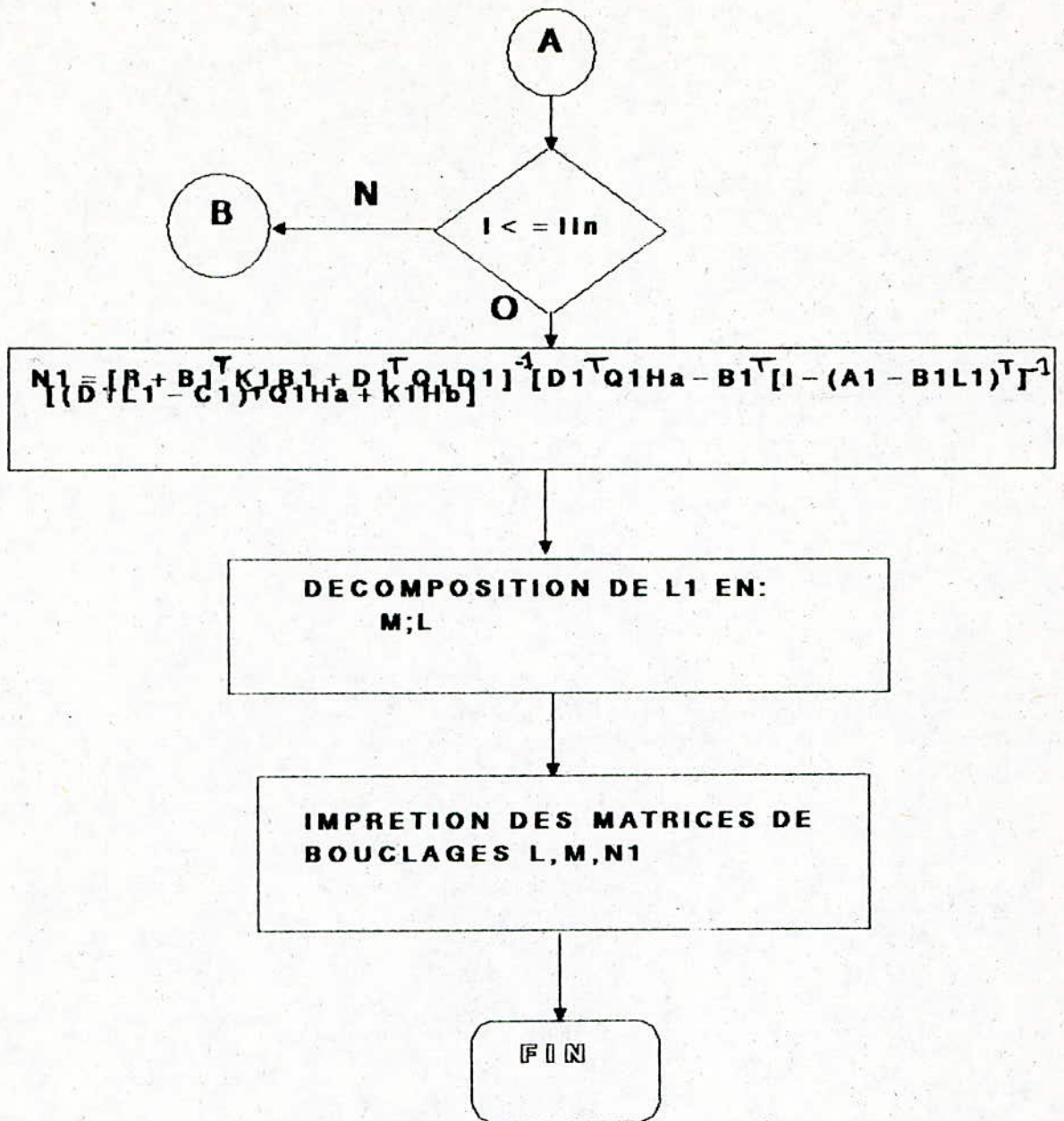
INITIALISATION:
K1 = 0.0, [(P,P)];

B

K2 = K1;

$L1 = (R + B1^T K1 B1 + D1^T Q1 D1)^{-1} (B1 K1 A1 + D1^T Q1 C1)$ [(r,P)];
K1 = $OMG1 K1 (A1 - B1 L1) + FI1 C1$ [(P,P)];

A



ORGANIGRAMME: LA COMMANDE OPTIMALE PAR ANNULLATION DES ERREURS STATIONNAIRES

FIG - 15 -

2- Prise en compte d'un modèle de référence: [2]

L'introduction d'un modèle de référence dans la chaîne de commande peut présenter un second intérêt lorsqu'un système doit fonctionner à la fois en régulation et en asservissement.

La méthode de calcul des paramètres de la commande proposée, les matrices L, M et N étant constantes, suppose en effet que le changement des consignes est effectué sous forme d'échelons. et le critère à minimiser est une fonction des écarts entre ces consignes et les mesures correspondantes.

La commande tend donc à rapprocher la réponse du système d'une évolution en échelon et pour réaliser en quelque sorte une compensation de la dynamique du procédé, les amplitudes des premières actions, introduites par le terme $N.Z$, sont généralement très fortes. or industriellement, il est rare qu'il soit indispensable de forcer le système à répondre en échelon, il n'est pratiquement jamais souhaitable d'imposer au procédé des variations aussi brutales. Pour envisager un fonctionnement correct dans les différents cas envisagés.

Une solution intéressante dans la structure de commande réside dans le choix d'un modèle de référence ayant pour entrées le vecteur des consignes Z , dont les variations sont prises sous forme d'échelons. En effet ce dernier permet de limiter les amplitudes du signal de commande consécutives et une variation brutale en échelon de la consigne, sans agir sur la marge de la régulation.

Enfin, le système multivariable à commandes peut être schématisé par la figure -16- :

La représentation imposée pour le processus générateur a pour equation d'état discrète:

$$\begin{cases} S(i) = E \cdot S(i) + F \cdot Z \\ W(i) = H \cdot S(i) \end{cases}$$

- où :
- $S(i)$ est le vecteur d'état du modèle de référence de dimension 1
 - Z est le vecteur de consigne imposée au procédé de dimension m
 - $W(i)$ est le vecteur des sorties du modèle de référence de dimension m .
 - E, F et H sont des matrices à coefficients constants, respectivement de dimension (1×1) , $(1 \times m)$ et $(m \times 1)$.

En rassemblant les equations d'état relatives au système initial, aux intégrateurs numériques et au processus générateur, la représentation discrète globale peut se mettre sous la forme.

$$\begin{bmatrix} x(i+1) \\ v(i+1) \\ s(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ -C & I & H \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(i) \\ v(i) \\ s(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \cdot Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y(i) \\ v(i) \\ W(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(i) \\ v(i) \\ s(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(i) \quad (111)$$

avec $E(i) = W(i) - Y(i) = H \cdot S(i) - C \cdot x(i) - D \cdot u(i)$.

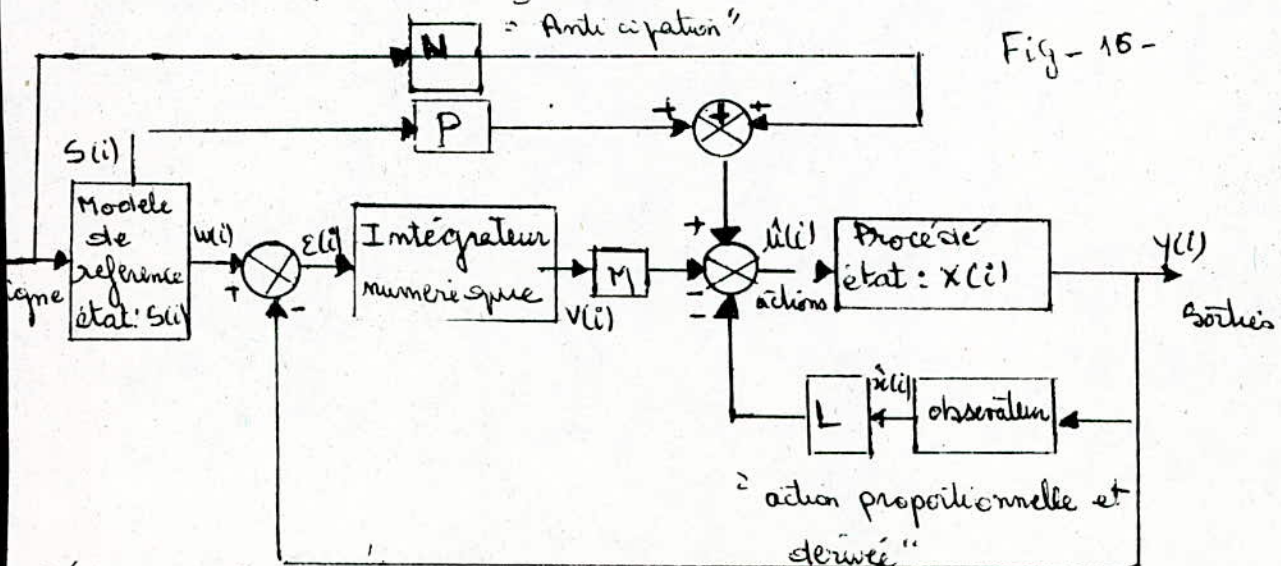


Schéma de la commande multi-variables avec modèle de référence

Le système (97) devient.

$$\begin{bmatrix} X_1(i+1) \\ S(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & H_1 \\ 0 & E_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(i) \\ S(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(i) + \begin{bmatrix} 0 \\ F.z \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon(i) \\ \nu(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1 & H_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(i) \\ S(i) \end{bmatrix} + D_1' \cdot u(i)$$

avec $C_1 = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, $C_1' = \begin{bmatrix} -C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, $D_1 = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}$, $D_1' = \begin{bmatrix} -D \\ 0 \end{bmatrix}$, $H_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}$ et $H_2 = \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix}$

de dimension respectives : $(2m \times (nm))$, $(2m \times (n+1))$, $(2m \times r) \times (2m \times r)$, $((n+1) \times 1)$ et $((n+1) \times 1)$.

en adoptant une nouvelle représentation condensée, le nouveau système s'écrit :

$$\begin{cases} X_2(i+1) = A_2 \cdot X_2(i) + B_2 \cdot u(i) + f_2 \\ Y_2(i) = C \cdot X_2(i) + D_2 \cdot u(i) \end{cases} \quad (113)$$

D'où la nouvelle commande minimisant le critère J_2 sur un horizon w .

$$J_2 = \sum_{i=0}^{N-1} [e_2(i)^T \cdot Q_1 \cdot e_2(i) + u(i)^T \cdot R \cdot u(i)] \quad (114)$$

soit : $J_2 = \sum_{i=0}^{N-1} [\varepsilon(i)^T \cdot Q \cdot \varepsilon(i) + \nu(i)^T \cdot Q_v \cdot \nu(i) + u(i)^T \cdot R \cdot u(i)] \quad (115)$

De la même manière que précédemment, les relations de récurrence permettant de déterminer, en temps inverse, le nouveau vecteur de commande optimale $\hat{u}(i)$ sont données par l'organigramme de la figure -17-.

Le vecteur de commande \hat{u} a donc pour expression :

$$\hat{u}(i) = L \cdot x(i) - M \cdot \nu(i) + P \cdot S(i) + N \cdot z \quad (116)$$

DEBUT

RECOLTES DES DONNEES DU FICHIER GENERATION
DE DONNEES

LIRE N: NOMBRES DE VARIABLE D'ETATS
LIRE r : NOMBRES D'ENTREES
LIRE m: NOMBRES DE SORTIES
LIRE LES MATRICES D'ETATS : A(N,N); B(N,r); C(m,N); D(m,r)
LIRE LES MATRICES DE PONDERATIONS: Q(m,m); R(r,r);
H1(p,l) ; H2(2m,l), E(l,l), F(l,m)
P = m + N

FORMATION DE NOUVELLES MATRICES D'ETATS:
A1(P,P); B1(P,r); C1(2m,P); D1(2m,r)

CALCULS INITIAUX:

$OMG1 = A1^T - C1^T Q1 D1 (R + D1^T Q1 D1)^{-1} B1^T [(P,P)];$
 $FI1 = C1^T Q1 - C1^T Q1 D1 (R + D1^T Q1 D1)^{-1} D1^T Q1 [(P,2m)];$

INITIALISATION:

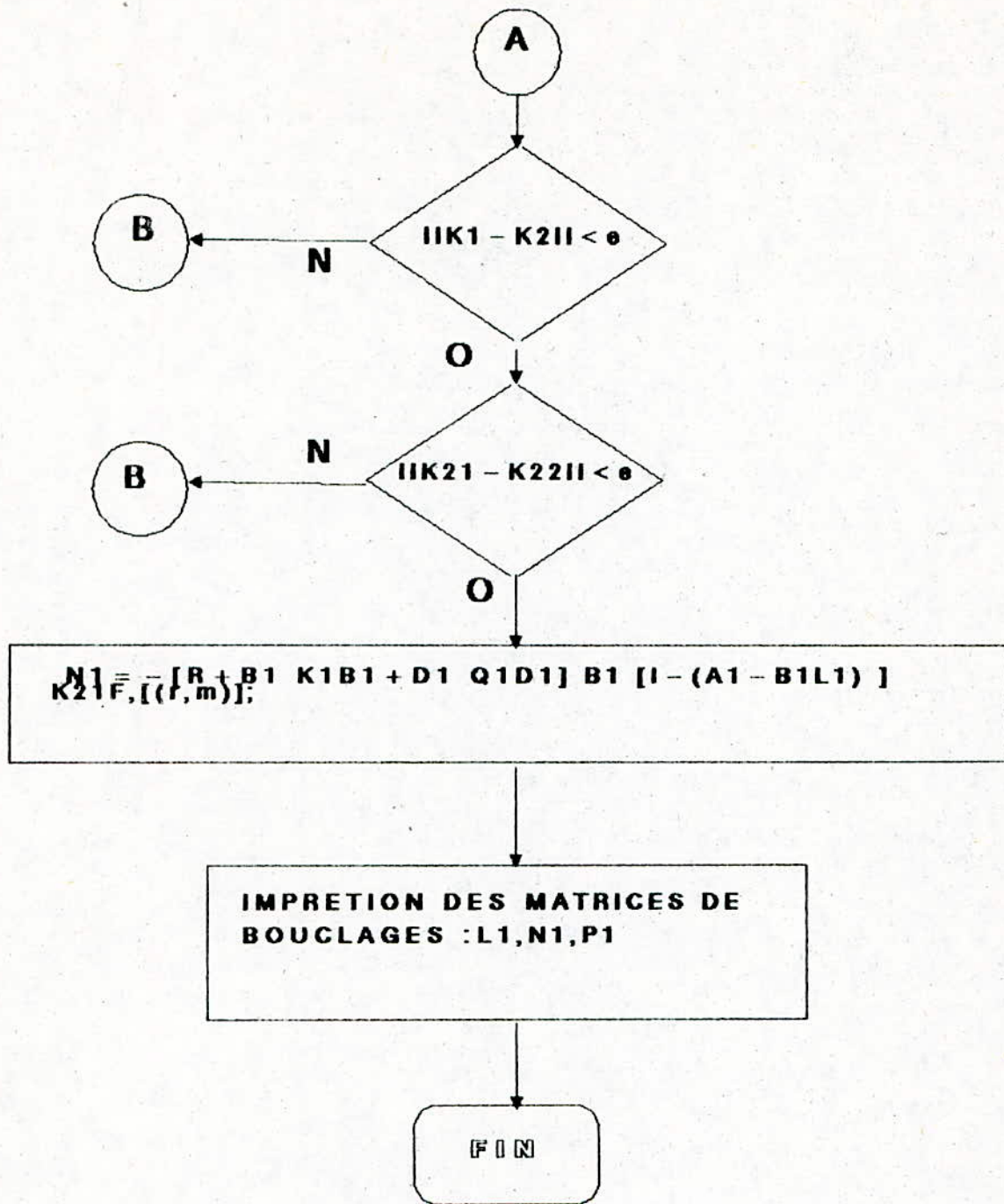
$K1 = 0.0, [(P,P)]; K21 = 0.0 [(P,l)];$

B

$K2 = K1; K22 = K21$

$L1 = (R + B1^T K1 B1 + D1^T Q1 D1)^{-1} (B1^T K1 A1 + D1^T Q1 C1) [(r,P)];$
 $P1 = (R + B1^T K1 B1 + D1^T Q1 D1)^{-1} [D1^T Q1 H2 - B1^T (K1 H1 + K21 E)] [(r,l)];$
 $K1 = OMG1 K1 (A1 - B1 L1) + FI1 C1 [(P,P)];$
 $K21 = (A1 - B1 L1)^T (K1 H1 + K21 E) - (C1 - D1 L1)^T Q1 H2 [(P,l)];$

A



ORGANIGRAMME; LA COMMANDE OPTIMALE EN TENANT COMPTE D'UN MODELE DE REFERENCE

Fig-17-

3- Simulation :

Entre les développements théoriques et leur application à des procédés réels, les études de simulation ont souvent un rôle important; en effet, certaines caractéristiques de fonctionnement des systèmes ne sont pas toujours faciles à mettre en évidence de manière précise par des voies purement théoriques.

La simulation se révèle alors un moyen d'investigation généralement simple et efficace.

De plus, les études de simulation permettent de prendre en considération, pour mieux les analyser, les phénomènes souvent superposés, dans le cas de procédés réels et de disjoindre à volonté le problème de la commande du problème de l'identification.

Enfin l'étude en simulation a un rôle propre, très important dans la synthèse d'une structure de commande basée sur l'optimisation quadratique. Le critère à minimiser n'est le plus souvent qu'un simple intermédiaire de calcul mathématique dont les coefficients ne peuvent être ajustés convenablement qu'au moyen de performance en simulation.

En conclusion, la simulation constitue une étape indispensable avant toute application sur un procédé réel.

4- Choix d'un critère quadratique: [1]

Pour déterminer une commande au moyen de la méthode d'optimisation quadratique présentée auparavant, la première étape consiste au choix des matrices de pondération du critère quadratique, rappelons l'expression de ce critère dans sa forme développée :

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} [U(i)^T \cdot R \cdot U(i) + e(i)^T \cdot Q \cdot e(i) + v(i)^T \cdot W_v \cdot v(i)]$$

où : $u(i)$ est le vecteur des grandeurs d'action, $e(i)$ le vecteur des écarts entre sorties désirées et les sorties réelles et $v(i)$ le vecteur des intégrales de ces écarts.

Les matrices de pondération R , Q et Q_v sont symétriques et définies positives, très souvent choisies diagonales par commodité. Pour fixer la dynamique générale du système muni de sa commande en réaction, il faut, en premier lieu, jouer d'une manière globale sur les coefficients de la matrice R d'une part, et ceux des matrices Q et Q_v d'autre part.

Plus les éléments de la matrice R seront grands relativement aux éléments des deux autres matrices, et plus les amplitudes des grandeurs d'action seront pénalisées par la minimisation du critère; donc plus les boucles de réaction seront lentes à corriger les perturbations.

Il convient alors d'ajuster les coefficients de chaque matrice jusqu'à obtenir en simulation les performances désirées.

5. commentaire sur les programmes : commande optimale par critère quadratique :

Le programme ainsi établi concerne la détermination de la commande en utilisant l'optimisation quadratique, il se décompose en trois grands programmes.

- Le premier programme permet de calculer les différents éléments matriciels de bouclage et d'action en tendance, il repose sur l'algorithme développé en figure -17 -.

Les lignes 20 à 1000 concernent les recortes des données et les matrices d'état du modèle établi par la figure -18 - ,

Ainsi, la formation des nouvelles matrices d'état du système élargi par amélioration de la structure de commande est établie ainsi

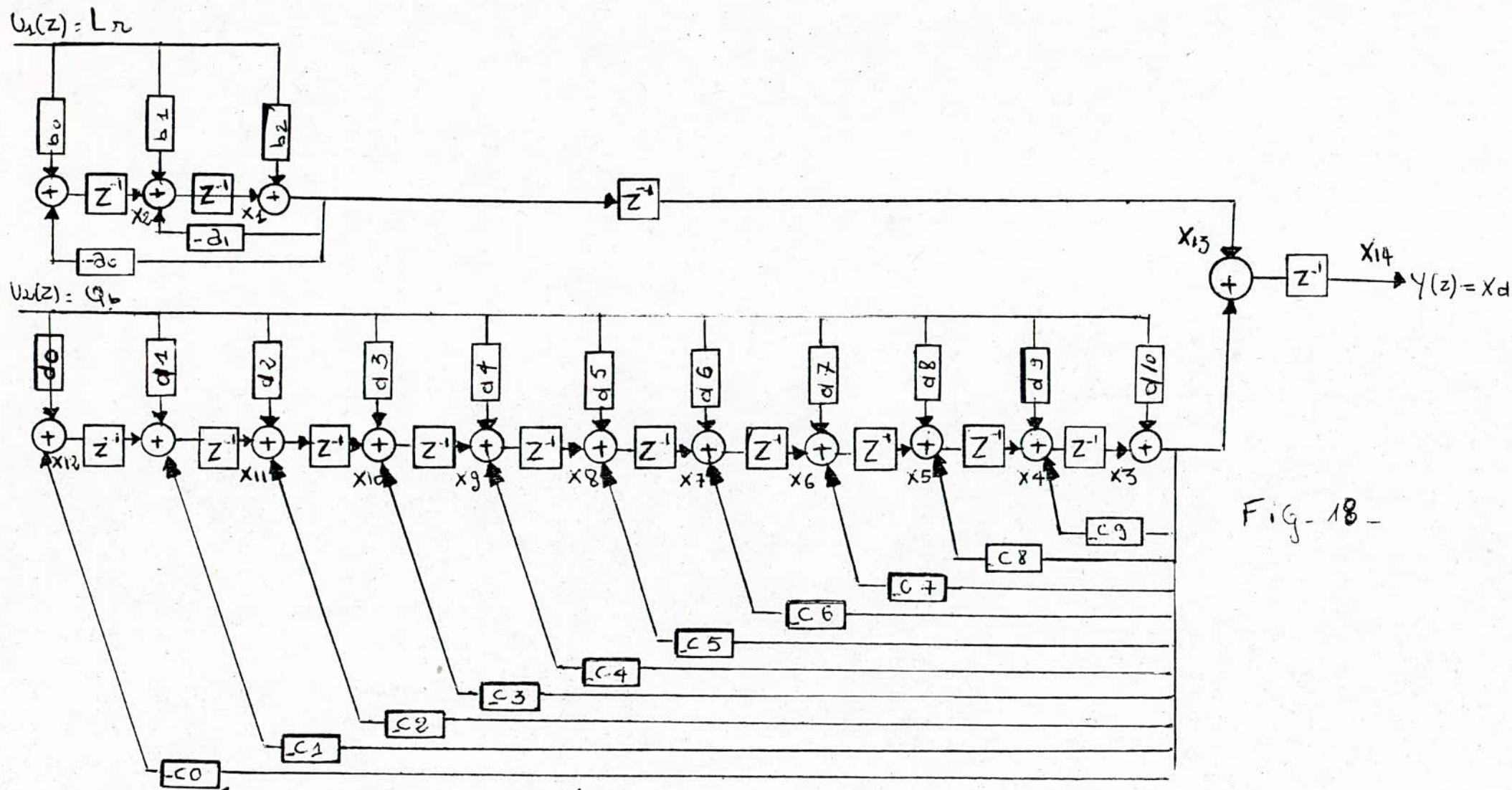


Fig-18-

Représentation d'état

que par annulation des erreurs stationnaires.

- Le second programme permet de calculer la matrice de bouclage de l'estimateur figure - -
- Le troisième programme détermine l'observateur des variables d'état du procédé et l'équation de l'intégrateur, qui permettent de réaliser la structure de commande proprement dite, mettant en œuvre les matrices précédemment déterminés.

6- Mise en œuvre pratique :

Notre but demeure toujours l'application des méthodes développées à des systèmes réels et la justification de la validité de la solution proposée.

C'est pourquoi il semble intéressant de présenter des résultats expérimentaux obtenus en appliquant les structures de commande à la conduite de procédés physiques de type industriel, à savoir une colonne de distillation pilote au laboratoire d'automatique de GRENOBLE

[19]

a- Présentation de la colonne à distiller :

une colonne à distiller est un dispositif physique, qui permet de séparer deux corps, basé sur la différence de température d'ébullition de ces deux corps, un dispositif de chauffage est placé dans le bas de la colonne.

On introduit en permanence le liquide à distiller (alimentation), il en sortira par le bas, au niveau du pied, le produit le moins volatil et par le haut le plus volatil.

On observe dans la colonne un débit gazeux (vapeur) vers le haut et un débit liquide vers le bas.

Pour augmenter la concentration du produit de tête, on introduit

un reflux.

Une telle colonne à distiller peut être caractérisée, en première approximation, par les grandeurs suivantes : [19]

- Débits : d'alimentation, de sortie, de pied et de reflux.
- Puissance de chauffe.
- Concentration des produits d'alimentation de tête et de pied.

Pour notre modèle, on supposera que les débits sont constants ainsi que toutes les autres grandeurs caractéristiques.

Notre objectif est la régulation et la commande de la colonne, soit le maintien de la concentration du produit de tête tout en assurant un coût minimal de la production.

Pour résoudre ce problème, on mesure la concentration x_d de tête qui sera maître du débit de reflux L_r et de la puissance de chauffe Q_b .

On pourra donc considérer la colonne comme un système ayant deux actions (entrées) :

- le débit de reflux L_r exprimé en litres par heures $0 \leq L_r \leq 12 \text{ l/h}$.
 - la puissance de chauffe Q_b exprimée en kilowatts $0 \leq Q_b \leq 10 \text{ kw}$
- et une sortie :

- la concentration du produit de tête x_d exprimée en pourcentage de concentration du produit distillé.

Ainsi qu'une perturbation mesurable inconnue :

- le débit d'alimentation L_g exprimé en litres par heures $0 \leq L_g \leq 16 \text{ l/h}$

voir aussi figure -18-

Les bacs d'alimentation de la colonne contiennent un mélange d'eau et d'alcool méthylique, dont la densité a été maintenue constante égale à 0.89 pendant tous les essais.

Le point de fonctionnement choisi pour la suite des essais a été :

$$L_r = 6 \text{ [l/h]}, Q_b = 6 \text{ [kw]}, L_g = 13 \text{ [l/h]}, x_d = 81\% \text{ de concentration.}$$

b. Présentation du procédé: [1]

le modèle dynamique linéaire continu est de la forme:

$$X_d = \begin{bmatrix} \frac{K_1 e^{-\tau_1 P}}{P(1+T_1 P)} & \frac{K_2 e^{-\tau_2 P}}{1+T_2 P} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_r(P) \\ Q_b(P) \end{bmatrix}$$

avec: $K_1 = 4.4 \%$ $K_2 = -1.9 \%$

$T_1 = 3.7 \text{ mn}$ $T_2 = 6.8 \text{ mn}$

$\tau_1 = 1.5 \text{ mn}$ $\tau_2 = 5 \text{ mn}$

T : période d'échantillonnage ; $T = 30 [s]$

Il s'agit d'une approximation assez grossière car la colonne, est, en fait, fortement non-linéaire.

c. représentation discrète du modèle:

si l'on passe à la transformée en Z du modèle, on obtient alors:

$$X_d(z) = \begin{bmatrix} \frac{K_1 \cdot (1 - \exp(-T/T_1))}{z^2(z-1)(z - \exp(-aT))} & \frac{K_2}{T_2} \cdot \frac{1}{z^3(z - \exp(-T/T_2))} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_r(z) \\ Q_b(z) \end{bmatrix}$$

de la forme:

$$X_d(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,55659 \cdot z^{-2}}{0,67359 \cdot z^{-1} - 1,87359 z^{-1} + 1} \cdot z^{-2} & \frac{-1,33705 \cdot z^{-3}}{-0,92414 \cdot z^{-1} + 1} \cdot z^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_r(z) \\ Q_b(z) \end{bmatrix}$$

à cette forme, on peut associer le schéma général de la figure - -

Le modèle a 14 variables d'état pour une période d'échantillonnage $T = 30 [s]$, sa représentation discrète est donnée sous la forme matricielle suivante:

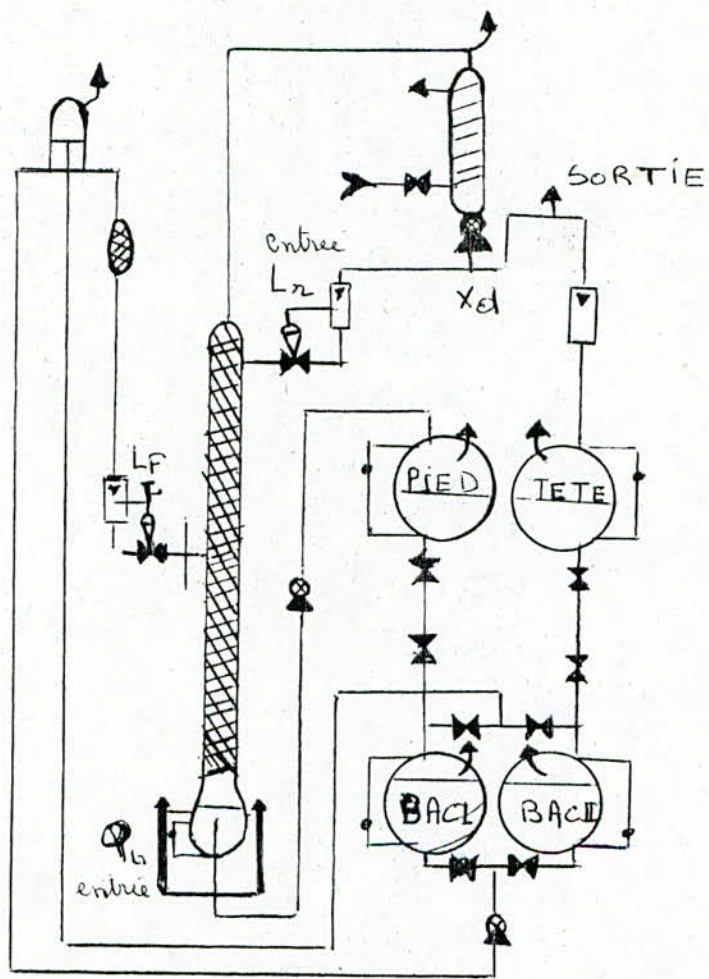


fig. 18- Unité pilote de distillation.

$$X(i+1) = \begin{bmatrix} 1,87 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,87 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,02 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X(i) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0,55 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot U(i)$$

et $X_D(i) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot X(i)$

celle-ci est complètement commandable et observable.

les matrices de bouclage sont:

$$M = \begin{bmatrix} -9,5412 \text{ E-3} \\ 3,3205 \text{ E-3} \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 1,8872 \text{ E-4} \\ -1,5873 \text{ E-2} \end{bmatrix} \quad \text{et}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0,375 & 0,342 & 0,103 & 0,400 & 0,9097 & 0,0095 & 0,0031 & 0,0087 & 0,0063 & 0,0071 & 0,0076 & 0,0072 & 0,0078 & 0,0009 \\ -0,0067 & -0,0074 & -0,0085 & -0,034 & -0,033 & -0,032 & -0,031 & -0,030 & -0,028 & -0,027 & -0,026 & -0,024 & -0,025 & -0,033 \end{bmatrix}$$

ces dernières sont obtenus avec les matrices de pondération suivantes:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,001 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = \begin{bmatrix} 60 & 0 \\ 0 & 170 \end{bmatrix}$$

CONCLUSION

Pour ce qui est de la commande optimale, nous avons une probable divergence due à la procédure utilisée; ceci-peut être principalement du au chainage.

Pour plus de précision, il faudrait augmenter le nombre d'itérations, cela n'a pu être possible vues les capacités techniques du calculateur qui sont restreintes.

Les matrices de bouclage de l'équation de la commande optimale ont été obtenues avec des résultats satisfaisants.

Il serait plus intéressant d'utiliser un langage structuré (PASCAL) pour utiliser les capacités optimales du micro.

Toutefois un travail complémentaire peut être entrepris pour faire la synthèse des méthodes de KALMAN du constructeur d'état en fonction du type de systèmes.

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude, on s'intéresse à la commande optimale des systèmes industriels.

Cette commande concerne principalement le développement d'algorithmes conduisant à cette commande optimale. Celle-ci utilise un calculateur numérique de type OLIVETTI M24. Nous avons représenté dans un premier temps l'identification du processus.

L'identification d'un algorithme de commande optimale nécessite préalablement une identification dynamique précise du processus il peut accroître le nombre de variables dans la représentation d'état. Une étude comparative des méthodes existantes a été faite, la méthode adéquate aux cas étudiés a été présentée.

Dans un deuxième temps, la commande optimale est étudiée les différentes méthodes utilisées sont :

- la méthode de PHILIPS
- la méthode de WEINER
- la méthode d'optimisation par le critère quadratique.

L'application à un cas particulier, la colonne à distiller, porte sur la méthode adéquate à savoir l'optimisation par le critère quadratique, en prenant comme hypothèse que le système est linéaire dans toute sa plage de fonctionnement.

L'initialisation automatique est implicite puisque pour l'identification, les méthodes exposées sont récursives et dans la théorie de la commande optimale, l'état initial du processus est pris en compte dans la contre réaction d'état.

La théorie de la commande optimale présente, cependant,

- les calculs nécessaires à la mise en œuvre sont volumineux pour les systèmes complexes.

- Un constructeur d'état doit être introduit dans la boucle de commande pour déterminer les variables d'état non mesurables.

Vue les dimensions du problème, les capacités de mémoire et la rapidité de configuration, il serait préférable d'utiliser un calculateur de 32 bits ou un calculateur industriel.

Celui-ci nous permettrait de préparer aisément une modification des caractéristiques dynamiques du système bouclé, et d'ajuster ainsi, au mieux, les paramètres; par exemple lorsque le point de fonctionnement du procédé physique se trouve changé.

Annexe 1.

```

5 CL5
10 REM PROGRAMME GENERATION DE DONNEES
20 OPEN "R",#2,"A:DONS",30
30 FIELD #2,2 AS UDAT$,8 AS YBDAT$,8 AS YDAT$,8 AS BBDAT$
40 N=2
50 P=2
51 PRINT "RAPPORT BRUIT/SIGNAL=RP="
52 INPUT RP
70 PRINT "NM="
80 INPUT NM
90 DIM U(NM),Y(NM),BB(NM),YBU(NM),A(N),B(P+1),S(NM),BBO(NM)
100 A(1)=-1.5
110 A(2)=+.7
120 B(0)=0
130 B(1)=1
140 B(2)=+.5
141 PRINT " ECART TYPE INITIAL DU BRUIT=SIGBBO"
142 INPUT SIGBBO
160 SBB=0:SYB=0 :SBBO=0
170 FOR X=1 TO NM
180 X1=5QR(-2*LOG(RND))
190 X2=2*3.141592*RND
200 BB(X)=X1*COS(X2)*SIGBBO :SBB=SBB+BB(X)
210 NEXT X
220 REM CENTRAGE DU BRUIT
230 MBB=SBB/NM:PRINT "MBB=";MBB
240 FOR X=1 TO NM
250 BBO(X)=BB(X)-MBB :SBBO=SBBO+BBO(X) : NEXT X
260 FOR X=1 TO NM
270 REM SBPA
280 IF X<9 THEN U(X)=1 ELSE U(X)=-U(X-1)*U(X-5)*U(X-6)*U(X-8)
290 REM EQUA.DIF
300 S(X)=0
310 FOR I=1 TO N
320 CO=X-I
330 IF X-I<0 THEN CO=CO+I
340 S(X)=S(X)-A(I)*Y(CO)
350 NEXT I
360 FOR J=1 TO P+1
370 C1=X-J+1
380 IF (X-J+1)<0 THEN C1=C1+J-2
390 S(X)=S(X)+B(J-1)*U(C1)
400 NEXT J
410 Y(X)=S(X)
420 REM SORTIE BRUITEE
430 YBU(X)=Y(X)+BBO(X)
440 SYB=SYB+YBU(X)
450 PRINT USING " ### ## ##.##### ##.##### ##.#####";X,U(X),Y(X),BBO(X),YBU(X)
460 NEXT X
470 MBBO=SBBO/NM:PRINT "MBBO=";MBBO
480 MYB=SYB/NM:PRINT "MYB=";MYB
481 REM CENTRAGE YBU
482 FOR X=1 TO NM
483 YBU(X)=YBU(X)-MYB
484 NEXT X
490 VBBO=0:UYB=0
500 FOR I=1 TO NM
510 VBBO=VBBO+(BBO(I)-MBBO)*(BBO(I)-MBBO)
520 UYB=UYB+(YBU(I)-MYB)*(YBU(I)-MYB)
530 NEXT I
540 SIGBBO=5QR(VBBO/NM) :SIGBBO2=VBBO/NM
550 SIGYB=5QR(UYB/NM) :SIGYB2=UYB/NM
560 PRINT "SIGBBO=";SIGBBO
570 PRINT "SIGYB=";SIGYB

```

```

5 CLS
10 REM PROGRAMME MCG RECURSIF
20 REM :N:DEGRE DU NUMERATEUR
30 REM :P:D=° DU DENOMINATEUR
40 REM :NM:NBRE DE MESURES OU DONNEES POUR LES MCSR
50 N=2:P=2:ALP=1000:Q= 4 :INPUT "nm=";NM
60 DIM TET(N+P+1,1) , MP(N+P+1,N+P+1) , XT(NM-N,N+P+1) , YB(302,1),YBV(302),U(40
2),XTL(1,N+P+1),XC(N+P+1,1),D(302)
80 REM : INITIALISATION
90 REM : MATRICE TETA
100 FOR I=1 TO N+P+1
110 TET(I,1)=0
120 NEXT I
130 REM : INITIALISATION MP
140 FOR I=1 TO N+P+1
150 FOR J=1 TO N+P+1
160 IF I=J THEN MP(I,J)=ALP ELSE MP(I,J)=0
170 NEXT J
180 NEXT I
190 OPEN"R",#2,"A:DOMS",34
200 FIELD#2,2 AS UDAT$,8 AS YBDAT$,8 AS YDAT$,8 AS BBDAT$,8 AS SIGBBOS
210 FOR J=1 TO (NM)
220 GET#2,J
230 U(J)=CVI(UDAT$)
240 YBV(J)=CVD(YBDAT$)
250 NEXT J
260 FOR J=1 TO (NM-N)
270 REM: CONSTRUCTION MATRICE YB
280 FOR I=1 TO (NM-N)
290 IF I>J THEN YB(I,1)=0 ELSE YB(I,1)=YBV(I+N)
300 NEXT I
310 REM: CONSTRUCTION MATRICE XT
320 FOR I=J TO (NM-N)
330 FOR L=1 TO (N+P+1)
340 IF I=J THEN 350 ELSE 370
350 IF L<=N THEN XT(I,L)=-YBV(N-L+J) ELSE XT(I,L)=U(2*N-L+J+1)
360 GOTO 380
370 XT(I,L)=0
380 NEXT L,I
390 REM: CONSTRUCTION XTL ET XC(XTL TRANSPOSEE)
400 FOR L=1 TO N+P+1
410 XTL(1,L)=XT(J,L)
420 XC(L,1)=XTL(1,L)
430 NEXT L
440 REM: PRODUIT DE MP(n) x(n+1)
450 FOR I1=1 TO (N+P+1)
460 J1=1
470 H(I1,J1)=0
480 FOR K1=1 TO (N+P+1)
490 H(I1,J1)=H(I1,J1)+MP(I1,K1)*XC(K1,J1)
500 NEXT K1
510 NEXT I1
520 REM: PRIODUIT DE xT(n+1)*(P(n)*x(n+1))
530 I1=1
540 J1=1
550 V(I1,J1)=0
560 FOR K1=1 TO (N+P+1)
570 V(I1,J1)=V(I1,J1)+XTL(I1,K1)*H(K1,J1)
580 NEXT K1
590 REM: CALCUL DE D(n)
600 D(J-1)=1+V(1,1)
610 REM: CALCUL DE TETA(n+1)
620 REM: PRODUIT DE TETA(n+1)

```

```

660 FOR K1=1 TO (N+P+1)
670 W(I1,J1)=W(I1,J1)+XTL(I1,K1)*TET(K1,J1)
680 NEXT K1
690 REM DIFFERENCE YB(n+1)-xT(n+1)*TETAMC(n)
700 DIF=YB(J,1)-W(1,1)
710 REM: PREPARATION CALCUL P(n)*x(n+1)/D(n)
720 FOR I2=1 TO (N+P+1)
730 J2=1
740 DIV(I2,J2)=H(I2,J2)/D(J-1)
750 NEXT I2
760 REM: PRODUIT MAT PAR SCALAIRE
770 FOR I1=1 TO (N+P+1)
780 J1=1
790 PR(I1,J1)=DIV(I1,J1)*DIF
800 NEXT I1
810 REM: CALCUL TETA(n+1)
820 FOR I1=1 TO (N+P+1)
830 TET(I1,1)=TET(I1,1)+PR(I1,1)
840 PRINT "TET(";I1;",";J1;")=";TET(I1,J1)
850 NEXT I1
860 REM: CALCUL DE P(n+1)
870 REM: CALCUL DE xT(n+1)*P(n)
880 I1=1
890 FOR J1=1 TO(N+P+1)
900 Z(I1,J1)=0
910 FOR K1=1 TO (N+P+1)
920 Z(I1,J1)=Z(I1,J1)+XTL(I1,K1)*MP(K1,J1)
930 NEXT K1
940 NEXT J1
950 REM: CALCUL DE PR2=DIV*Z
960 FOR I1=1 TO (N+P+1)
970 FOR J1=1 TO (N+P+1)
980 PR2(I1,J1)=0
990 K1=1
1000 PR2(I1,J1)=PR2(I1,J1)+DIV(I1,K1)*Z(K1,J1)
1010 NEXT J1
1020 NEXT I1
1030 REM: CALCUL P(n+1)
1040 FOR I1=1 TO (N+P+1)
1050 FOR J1=1 TO (N+P+1)
1060 MP(I1,J1)=MP(I1,J1)-PR2(I1,J1)
1070 NEXT J1
1080 NEXT I1
1090 FOR I=1 TO N+P+1
1100 NEXT I
1105 PRINT "ITERATION N°";J
1106 NEXT J
1110 CHAIN"a:mcg",1120,ALL,DELETE -1105

```



```

1120 REM JONCTION PROG MCS-MCG
1130 REM CAMCUL RESIDU E(NM), (INITIALISATION)
1135 NM1=300
1137 DIM F(Q+1,1),E(482,1),ET(1,482),XETL(1,Q),XETC(Q,1),XTGL(1,N+P+1),XTGLF(1,N
+P+1),XGC(N+P+1,1),XGCF(N+P+1,1),PSI(Q,Q),YBGF(302,1),R(300),PF(Q,1),XTG(302,N+P
+1),DF(300),REE(300),RUU(300),RUE(300),HP(Q,1),DIVO(Q,1),ZF(1,Q),PRP(Q,Q),REEP(
300),RUUP(300)
1138 DIM RUEP(300)
1140 NM2=NM1-NM
1150 REM CALCUL xT(NM)*TETA(NM)
1151 FOR J=1 TO NM-N
1160 FOR J1=1 TO N+P+1
1170 W(1,1)=XTL(1,J1)*TET(J1,1)
1180 NEXT J1
1190 REM CALCUL RESIDUS A L'ETAPE(NM-N)
1200 E(NM,1)=YB(J,1)-W(1,1)
1210 NEXT J
1220 REM INITIAL TETMCG=TETMC
1230 FOR I=1 TO N+P+1
1240 TETG(I,1)=TET(I,1)
1250 NEXT I
1260 REM INITIAL FILTRE F
1270 FOR I=1 TO Q+1
1280 F(I,1)=0
1290 NEXT I
1300 REM INIT PSI(NM)
1310 FOR I1=1 TO Q
1320 FOR J1 =1 TO Q
1330 IF I1=J1 THEN PSI(I1,J1)=ALP ELSE PSI(I1,J1)=0
1337 DIM F(Q+1,1),E(482,1),ET(1,482),XETL(1,Q),XETC(Q,1),XTGL(1,N+P+1),XTGLF(1,N
+P+1),XGC(N+P+1,1),XGCF(N+P+1,1),PSI(Q,Q),YBGF(302,1),R(300),PF(Q,1),XTG(302,N+P
+1),DF(300),REE(300),RUU(300),RUE(300),HP(Q,1),DIVO(Q,1),ZF(1,Q),PRP(Q,Q),REEP(
300),RUUP(300)
1340 NEXT J1,I1
1350 REM LECTURE EN FICHER
1360 FOR J2=NM+1 TO NM1
1370 GET#2,J2
1380 U(J2)=CVI(UDAT$)
1390 YBU(J2)=CVD(YBDAT$)
1400 NEXT J2
1410 REM:CONSTRUCTION XETL ET XETC(NM +1)INITIAL
1420 FOR J1=1 TO Q
1430 IF J1=1 THEN XETL(1,J1)=-E(NM,1)ELSE XETL(1,J1)=0
1440 XETC(J1,1)=XETL(1,J1)
1450 NEXT J1
1451 X=1
1460 FOR J=1 TO NM2
1470 REM FILTRAGE DE DONNEES
1480 REM CONSTRUCTION MAT YB
1490 FOR I=1 TO 200
1500 IF I>J THEN YB(I+NM,1)=0 ELSE YB(I+NM,1)=YBU(NM+I)
1510 NEXT I
1520 REM:CONSTRUCTION MAT XTG(NM2,N+P+1)
1530 FOR I=J TO NM2
1540 FOR L=1 TO N+P+1
1550 IF I=J THEN 1560 ELSE 1580
1560 IF L<=N THEN XTG(I,L)=-YBU(J-L+NM) ELSE XTG(I,L)=U(J-L+N+NM+1)
1570 GOTO 1590
1580 XTG(I,L)=0
1590 NEXT L,I
1600 REM CONSTRUCTION XTGL ET XGC
1610 FOR L=1 TO N+P+1
1620 XTGL(1,L)=XTG(J,L)
1630 XGC(L,1)=XTGL(1,L)
1640 NEXT L
1650 REM FILTRAGE DES ELEMENTS DE XTGL

```

```

1660 FOR L=1 TO N+P+1
1670 XTGLF(1,L)=0 :F(1,1)=1
1680 FOR K=0 TO Q
1690 IF L<=N THEN XTGLF(1,L)=XTGLF(1,L)-F(K+1,1)*YBU(NM+J-L-K) ELSE XTGLF(1,L)=X
TGLF(1,L)+F(K+1,1)*U(NM+J-L-K+N+1)
1700 NEXT K,L
1710 REM CONSTRUCTION x*(NM+1):XCGF
1720 FOR L=1 TO N+P+1
1730 XGCF(L,1)=XTGLF(1,L)
1740 NEXT L
1750 REM CALCUL D(NM)
1760 REM PRODUIT P(NM)*x*(NM+1)
1770 FOR I1 =1 TO N+P+1
1780 HF(I1,1)=0
1790 FOR K1=1 TO N+P+1
1800 HF(I1,1)=HF(I1,1)+MP(I1,K1)*XGCF(K1,1)
1810 NEXT K1,I1
1820 REM PRODUIT xT*(NM+1)*P(NM)*x*(NM+1)
1830 UF(1,1)=0
1840 FOR K1=1 TO N+P+1
1850 UF(1,1)=UF(1,1)+XTGLF(1,K1)*HF(K1,1)
1860 NEXT K1
1870 REM CALCUL D(NM)
1880 DF(J-1)=1+UF(1,1)
1890 REM CALCUL DE TETAMCG(NM+1)
1900 REM PRODUIT x*(NM+1)*TETG(NM)
1910 W(1,1)=0
1920 FOR K1=1 TO N+P+1
1930 W(1,1)=W(1,1)+XTGLF(1,K1)*TETG(K1,1)
1940 NEXT K1
1950 REM DIFFERENCE YB*(NM+1)-W(1,1)
1960 REM FILTRAGE DE YB(NM+J)
1970 YBGF(NM+J,1)=0 :F(1,1)=1
1980 FOR K=0 TO Q
1990 YBGF(NM+J,1)=YBGF(NM+J,1)+F(K+1,1)*YB(NM+J-K,1)
2000 NEXT K
2010 DIFI=YBGF(NM+J,1)-W(1,1)
2020 REM PREPARATION CALCUL P(NM)*x*(NM+1)/D(NM)
2030 FOR I2=1 TO N+P+1
2040 DIVI(I2,1)=HF(I2,1)/DF(J-1)
2050 NEXT I2
2060 REM PRODUIT MAT PAR SCALAIRE
2070 FOR I1=1 TO N+P+1
2080 PRI(I1,1)=DIVI(I1,1)*DIFI
2090 NEXT I1
2100 REM CALCUL TETA(NM+J)
2110 FOR I1=1 TO N+P+1
2120 TETG(I1,1)=TETG(I1,1)+PRI(I1,1)
2130 NEXT I1
2140 REM CALCUL DE P(NM+1)
2150 REM CALCUL DE x*(NM+1)*P(NM)
2160 FOR J1=1 TO N+P+1
2170 ZI(1,J1)=0
2180 FOR K1=1 TO N+P+1
2190 ZI(1,J1)=ZI(1,J1)+XTGLF(1,K1)*MP(K1,J1)
2200 NEXT K1,J1
2210 REM CALCUL DE PR2I=DIVI*ZI
2220 FOR I1=1 TO N+P+1
2230 FOR J1=1 TO N+P+1
2240 PR2I(I1,J1)=0
2250 K1=1
2260 PR2I(I1,J1)=PR2I(I1,J1)+DIVI(I1,K1)*ZI(K1,J1)
2270 NEXT J1,I1
2280 REM CALCUL P(NM+1)
2290 FOR I1=1 TO N+P+1
2300 FOR J1=1 TO N+P+1
2310 MP(I1,J1)=MP(I1,J1)-PR2I(I1,J1)

```

```

2320 NEXT J1,I1
2330 REM ESTIMATION DES RESIDUS
2340 REM PRODUIT x*T(NM+J)*TETAMCG(NM+J)
2350 W(1,1)=0
2360 FOR K1=1 TO N+P+1
2370 W(1,1)=W(1,1)+XTGL(1,K1)*TETG(K1,1)
2380 NEXT K1
2390 REM DIFFERENCE -CALCUL RESIDU e^
2400 DIFE=YB(NM+J,1)-W(1,1)
2410 E(NM+J,1)=DIFE
2420 REM CALCUL R(NM)=1+ XETL* PSI(NM)*XETC
2430 REM CALCUL PSI(NM)*XETC
2440 FOR I1=1 TO Q
2450 HP(I1,1)=0
2460 FOR K1=1 TO Q
2470 HP(I1,1)=HP(I1,1)+PSI(I1,K1)*XETC(K1,1)
2480 NEXT K1,I1
2490 FOR I1=1 TO Q
2500 NEXT I1
2510 REM PRODUIT XETL*PSI*XETC
2520 UP(1,1)=0
2530 FOR K1=1 TO Q
2540 UP(1,1)=UP(1,1)+XETL(1,K1)*HP(K1,1)
2550 NEXT K1
2560 REM CALCUL R(NM)
2570 R=1+UP(1,1)
2580 REM:ESTIMATION DU FILTRE
2590 REM:PREPARATION CALCUL PSI(NM)*XETC(NM+J)/R(J-1)
2600 FOR I2=1 TO Q
2610 J2=1
2620 DIVO(I2,J2)=HP(I2,J2)/R
2630 NEXT I2
2640 REM:PRODUIT XETL*F^
2650 PRO=0
2660 FOR L=1 TO Q
2670 REM PRO(1,L)=0
2680 PRO=PRO+XETL(1,L)*F(L+1,1)
2690 NEXT L
2700 REM:SOMME e(N+1)+XETL(N+1)*f^(N)
2710 SUM=E(NM+J,1)+PRO
2720 REM: PRODUIT MAT PAR SCAL
2730 FOR I1=1 TO Q
2740 PF(I1,1)=DIVO(I1,1)*SUM
2750 NEXT I1
2760 REM:ESTIMEE FILTRE
2770 FOR I1=1 TO Q
2780 F(I1+1,1)=F(I1+1,1)-PF(I1,1)
2790 PRINT "F(";I1+1;",";1)=";F(I1+1,1)
2800 NEXT I1
2810 REM:CALCUL DE PSI(NM+1)
2820 REM:PRODUIT XETL(NM+1)*PSI(NM)
2830 FOR J1=1 TO Q
2840 ZF(1,J1)=0
2850 FOR K1=1 TO Q
2860 ZF(1,J1)=ZF(1,J1)+XETL(1,K1)*PSI(K1,J1)
2870 NEXT K1,J1
2880 REM:PRODUIT DIVO*ZF
2890 FOR I1=1 TO Q
2900 FOR J1=1 TO Q
2910 PRP(I1,J1)=0
2920 PRP(I1,J1)=PRP(I1,J1)+DIVO(I1,1)*ZF(1,J1)
2930 NEXT J1,I1
2940 REM:DETERMINATION DE PSI(N+1)
2950 FOR I1=1 TO Q
2960 FOR J1=1 TO Q
2970 PSI(I1,J1)=PSI(I1,J1)-PRP(I1,J1)
2980 NEXT J1,I1
2990 REM:OBTENTION XETL(NM+2) ET XETC(NM+2)

```

```

3000 FOR L=1 TO Q
3010 IF L<=J+1 THEN XETL(1,L)=-E(NM+J-L+1,1) ELSE XETL(1,L)=0
3020 XETC(L,1)=XETL(1,L)
3030 NEXT L
3040 PRINT :PRINT "ITERATION N°";J
3050 PRINT :PRINT "PASSE N°";X:PRINT :PRINT "MCGR"
3060 FOR I=1 TO N+P+1
3070 PRINT "TETG(";I;";";1)";TETG(I,1)
3080 NEXT I
3090 NEXT J
3100 REM TEST DE VALIDATION DU MODELE
3110 REM AUTOCOR DES RESIDUS ET DE L'ENTREE:REE,RUU
3120 REM INTERCOR DE U ET E :RUE
3130 FOR I=0 TO 100
3140 REEP(I)=0 : RUUP(I)=0:RUEP(I)=0:NP=100:N1=200
3150 FOR K=NM TO NM+NP-I
3160 REEP(I)=REEP(I)+E(K,1)*E(I+K,1)
3170 RUUP(I)=RUUP(I)+U(K)*U(I+K)
3180 RUEP(I)=RUEP(I)+U(K)*E(I+K,1)
3190 NEXT K
3200 NEXT I
3210 REM NORMALISATION DES FONCTIONS DE CORRELLATION
3220 FOR I=0 TO 100
3230 REE(I)=REEP(I)/(REEP(0)*N1)
3240 RUU(I)=RUUP(I)/(RUUP(0)*N1)
3250 RUE(I)=RUEP(I)/((SQR(RUUP(0)*REEP(0)))*N1)
3260 PRINT "REE(";I;";")="; REE(I);"RUU(";I;";")=";RUU(I);"RUE(";I;";")=";RUE(I)
3270 NEXT I
3280 REM REM CALCUL D'ECART TYPE SIGEE,SIGUE
3290 SEE=0:SUE=0:CEE=0:CUE=0
3300 FOR I=0 TO 100
3310 SEE=SEE+REE(I)
3320 SUE=SUE+RUE(I)
3330 CEE=CEE+REE(I)*REE(I)
3340 CUE=CUE+RUE(I)*RUE(I)
3350 NEXT I
3360 REM VARIANCE
3370 VEE=CEE/100 -SEE/100
3380 VUE=CUE/100 -SUE/100
3390 REM ECART TYPE
3400 SIGEE=SQR(ABS(VEE)): SIGUE=SQR(ABS(VUE)):PRINT "SIGEE=";SIGEE; "SIGUE=";SIGUE
3410 REM IF SIGUE<1.96/SQR(100) THEN 3440 ELSE 3450
3420 IF SIGEE>1.96/SQR(100) THEN 3430 ELSE 3450
3430 X=X+1
3440 GOTO 1460
3450 PRINT "ESTIMATION CORRECTE"
3460 CLS
3470 SCREEN 3
3480 FOR X=1 TO 170
3490 PSET(10,X):PSET(60,X):PSET(140,X):PSET(220,X):PSET(300,X):PSET(380,X):PSET(460,X)
3500 NEXT X
3510 FOR X=1 TO 460
3520 PSET (X,10):PSET(X,50):PSET(X,90):PSET(X,130):PSET(X,170)
3530 NEXT X
3540 LOCATE 3,4:PRINT "TETA":LOCATE 5,4:PRINT "tetg"
3550 LOCATE 3,12:PRINT "a1":LOCATE 5,9:PRINT USING "###.####";TETG(1,1)
3560 LOCATE 3,22:PRINT "a2":LOCATE 5,19:PRINT USING "###.####";TETG(2,1)
3570 LOCATE 3,32:PRINT "b0":LOCATE 5,29:PRINT USING"###.####";TETG(3,1)
3580 LOCATE 3,42:PRINT "b1":LOCATE 5,39:PRINT USING"###.####";TETG(4,1)
3590 LOCATE 3,52:PRINT "b2":LOCATE 5,49:PRINT USING"###.####";TETG(5,1)
3600 LOCATE 7,4:PRINT "f" :LOCATE 10,4:PRINT "fest"
3610 LOCATE 7,13:PRINT "f1":LOCATE 10,9:PRINT USING"###.####"; F(2,1)
3620 LOCATE 7,22:PRINT "f2":LOCATE 10,19:PRINT USING"###.####"; F(3,1)
3630 LOCATE 7,31:PRINT "f3":LOCATE 10,29:PRINT USING"###.####"; F(4,1)
3640 LOCATE 7,40:PRINT "f4":LOCATE 10,39:PRINT USING"###.####"; F(5,1)

```

```

3650 LOCATE 12,1 :PRINT "TABLEAU DES PARAMETRES ESTIMES":LOCATE 18,1:PRINT "GRA
PHE DE L'AUTOCORR DES RESIDUS>>>"
3660 REM TRACE DE LA FONCTION D'AUTOCOR ET D'INTERCOR
3670 WINDOW (0,-.002)-(100,.002)
3680 VIEW (320,200)-(600,380),,1
3690 FOR X=0 TO 100
3700 PSET(X,REE(X))
3710 REM:PSET(X,RUE(X))
3720 NEXT X
3730 FOR X=0 TO 99
3740 LINE (X,REE(X))-(X+1,REE(X+1))
3750 NEXT X
3760 END
3780 ERASE RUEP,F,E,ET,XETL,XETC,XTGL,XTGLF,XGC,XGCF,PSI,YBGF,R,PF
3790 ERASE XTG,DF,REE,RUU,RIE,HP,DIVO,ZF,PRP,REEP,RUUP
3800 CHAIN "a:vi",1410,ALL,DELETE -3790

```

```

1410 ' *****
1420 ' * PROGRAMME VARIABLES INSTRUMENTALES *
1430 ' *****
1440 '
1450 '
1460 REM : NMU:Nbre total de mesures
1470 REM : NUI:Nbre mesures UI
1480 INPUT "NUI=";NUI
1490 DIM TETU(N+P+1,1),MPV(N+P+1,N+P+1),YES(NMU,1),RES(NMU),FIC(NUI)
1500 '
1510 REM :...INITIALISATION MATRICES TETA ET MP.....
1520 FOR I=1 TO N+P+1
1530 TETU(I,1)=TET(I,1)
1540 NEXT I
1550 FOR I=1 TO N+P+1
1560 FOR J=1 TO N+P+1
1570 MPV(I,J)=MP(I,J)
1580 NEXT J,I
1590 '
1600 REM:....RECOLTE DES DONNEES.....
1610 FOR I=NM+1 TO NMU
1620 GET#2,I
1630 U(I)=CVI(UDAT$)
1640 YBU(I)=CVD(YBDAT$)
1650 NEXT I
1660 '
1670 REM:....INITIALISATION DES Y ESTIMES.....
1680 YES(NM-2,1)=YBU(NM)
1690 PASS=1
1700 '.....
1710 ' Debut boucle principale
1720 '.....
1730 FOR K=NM-1 TO NMU-N
1740 '
1750 '....Construction de xt(k).....
1760 FOR L=1 TO N+P+1
1770 IF L<=N THEN XTL(1,L)=-YBU(N-L+K) ELSE XTL(1,L)=U(2*N-L+K+1)
1780 NEXT L
1790 '
1800 '....Construction de wt(k).....
1810 IF K>NM-1 GOTO 1860
1820 FOR L=1 TO N+P+1
1830 WT(1,L)=XTL(1,L)
1840 NEXT L

```

```

1850 GOTO 1900
1860 FOR L=1 TO N+P+1
1870 IF L<=N THEN WT(1,L)=-YES(K-L,1) ELSE WT(1,L)=U(2*N-L+K+1)
1880 NEXT L
1890 '
1900 '....Calcul de w(k).....
1910 FOR L=1 TO N+P+1
1920 WC(L,1)=WT(1,L)
1930 NEXT L
1940 '
1950 '....Calcul de Y estime.....
1960 YES(K,1)=0
1970 FOR K1=1 TO N+P+1
1980 YES(K,1)=YES(K,1)+WT(1,K1)*TETU(K1,1)
1990 NEXT K1
2000 '
2010 REM:..CALCUL DE D(k-1) .....
2020 '....Preparation de P(k-1)*w(k).....
2030 FOR I1=1 TO N+P+1
2040 A(I1,1)=0
2050 FOR K1=1 TO N+P+1
2060 A(I1,1)=A(I1,1)+MPU(I1,K1)*WC(K1,1)
2070 NEXT K1,I1
2080 '
2090 '....Produit xt(k)*(P(k-1)*w(k)).....
2100 PR1(1,1)=0
2110 FOR K1=1 TO N+P+1
2120 PR1(1,1)=PR1(1,1)+XTL(1,K1)*A(K1,1)
2130 NEXT K1
2140 '
2150 '....Calcul de D(k-1).....
2160 D(K-1)=1+PR1(1,1)
2170 '
2180 REM:...CALCUL DE TETA VI .....
2190 '.....Preparation xt(k)*TETA VI.....
2200 PR2(1,1)=0
2210 FOR K1=1 TO N+P+1
2220 PR2(1,1)=PR2(1,1)+XTL(1,K1)*TETU(K1,1)
2230 NEXT K1
2240 '
2250 '...Preparation (yb(k)-xt(k)*TETA VI)....
2260 DIF=YBU(K+N)-PR2(1,1)
2270 '
2280 '...Preparation DE P(k-1)*w(k)/D(k-1)....
2290 FOR I1=1 TO N+P+1
2300 RAP(I1,1)=A(I1,1)/D(K-1)
2310 NEXT I1
2320 '
2330 '...Preparation P(k-1)*w(k)(yb(k)-xt(k)*TETUI)/D(k-1)....
2340 FOR I1=1 TO N+P+1
2350 PR3(I1,1)=RAP(I1,1)*DIF
2360 NEXT I1
2370 '
2380 '....Calcul de TETA VI .....
2390 FOR I1=1 TO N+P+1
2400 TETU(I1,1)=TETU(I1,1)+PR3(I1,1)
2410 NEXT I1
2420 '
2430 '
2440 REM:.....CALCUL DU BRUIT ESTIME.....
2450 PR4(1,1)=0
2460 FOR K1=1 TO N+P+1
2470 PR4(1,1)=PR4(1,1)+XTL(1,K1)*TETU(K1,1)
2480 NEXT K1
2490 RES(K)=YBU(K+N)-PR4(1,1)
2500 '

```

```

2510 REM:.....CALCUL DE P(k).....
2520 '... Preparation DE xt(k)*P(k-1).....
2530 FOR J1=1 TO N+P+1
2540 B1(1,J1)=0
2550 FOR K1=1 TO N+P+1
2560 B1(1,J1)=B1(1,J1)+XTL(1,K1)*MPV(K1,J1)
2570 NEXT K1,J1
2580 '
2590 '....Calcul de (P(k-1)*w(k))*xt*P(k-1)/D(k-1)
2600 FOR I1=1 TO N+P+1
2610 FOR J1=1 TO N+P+1
2620 B2(I1,J1)=0
2630 B2(I1,J1)=B2(I1,J1)+RAP(I1,1)*B1(1,J1)
2640 NEXT J1,I1
2650 '
2660 '.....Calcul de P(k).....
2670 FOR I1=1 TO N+P+1
2680 FOR J1=1 TO N+P+1
2690 MPV(I1,J1)=MPV(I1,J1)-B2(I1,J1)
2700 NEXT J1,I1
2710 '
2720 REM:...Affichage des resultas.....
2730 PRINT "K=";K ;"      ";PASS;"*PASSE"
2740 FOR N1=1 TO 5
2750 PRINT "TETU(";N1;";,1)=";TETU(N1,1)
2760 NEXT N1
2770 PRINT"e^=";RES(K)
2780 PRINT
2790 NEXT K
2800 '.....
2810 '      Fin de boucle principale
2820 '.....
2830 '
2840 REM :CALCUL FONCTION D'INTERCORRELATION FIC
2850 REM :MU:Moyenne entrees

2860 REM:MRES:Moyen
2860 REM:MRES:Moyenne residus
2870 '
2880 '....Transposition.....
2890 FOR I=1 TO NUI
2900 U(I)=U(I+NM)
2910 RES (I)=RES(I+NM-2)
2920 NEXT I
2930 CLS
2940 MU=0:MRES=0
2950 LOCATE 2,5
2960 PRINT "(Calcul de la fonction d'inter-correlation en cours)"
2970 FOR I=1 TO NUI
2980 MU=MU+U(I)
2990 MRES=MRES+RES(I)
3000 NEXT I
3010 MU=MU/NUI      :PRINT "MU=";MU
3020 MRES=MRES/NUI :PRINT"MRES=";MRES
3030 FOR I=1 TO NUI
3040 X1=0
3050 IT=NUI-I+1
3060 FOR J=1 TO IT
3070 J1=J+I-1
3080 X1=X1+(U(J)-MU)*(RES(J1)-MRES)
3090 NEXT J
3100 FIC(I)=X1/NUI
3110 NEXT I
3120 SUM1=0:SUM2=0
3130 FOR I=1 TO NUI

```

```

3140 SUM1=SUM1+(U(I)-MU)^2
3150 SUM2=SUM2+(RES(I)-MRES)^2
3160 NEXT I
3170 SUM1=SUM1/NVI : SUM2=SUM2/NVI
3180 SUM1=SQR(SUM1) : SUM2=SQR(SUM2)
3190 CORFAC=SUM1*SUM2
3200 IF CORFAC=0 THEN CORFAC=1
3210 SFIC=0 :VFIC=0
3220 FOR I=1 TO NVI
3230 FIC(I)=FIC(I)/CORFAC
3240 PRINT "FIC(";I;")=";FIC(I)
3250 SFIC=SFIC+FIC(I)
3260 NEXT I
3270 '
3280 REM:....Calcul ecart type de la FIC ....
3290 MFIC=SFIC/NVI
3300 FOR I=1 TO NVI
3310 VFIC=VFIC+(FIC(I)-MFIC)^2
3320 NEXT I
3330 VFIC=VFIC/NVI
3340 SIGFIC=SQR(VFIC)
3350 '
3360 REM :....TEST DE VALIDATION DU MODELE.....
3370 IF SIGFIC<(1.96/SQR(NVI)) THEN 3460
3380 PASS=PASS+1
3390 '....Reprise des U(i) .....
3400 FOR I=1 TO NMV
3410 GET#2,I
3420 U(I)=CVI(UDAT$)
3430 NEXT I
3440 GOTO 1710
3450 '
3460 REM :....SORTIE DES RESULTATS.....
3470 '
3480 GET#2,301
3490 SIGBBO=CVI(SIGBBO$)
3500 S1$=" *****"
3510 S2$=" * TETA * 0 * Oest *"
3520 S3$=" *-----*-----*-----*"
3530 S4$=" * A(1) * -0.079 *"
3540 S5$=" *"
3550 S6$=" * A(2) * -0.047 *"
3560 S8$=" * B(0) * 0.000 *"
3570 S10$=" * B(1) * 0.975 *"
3580 S12$=" * B(2) * -0.223 *"
3590 S20$=" * d = "
3600 S21$=" *"
3610 PRINT " RESULTATS DE L'IDENTIFICATION":PRINT :PRINT :PRINT
3620 PRINT S1$,S2$,S3$,S4$;
3630 PRINT USING "###.#####";TETV(1,1);
3640 PRINT S5$,S3$,S6$;
3650 PRINT USING "###.#####";TETV(2,1);
3660 PRINT S5$,S3$,S8$;
3670 PRINT USING "###.##^";TETV(3,1);
3680 PRINT S5$,S3$,S10$;
3690 PRINT USING "###.#####";TETV(4,1);
3700 PRINT S5$,S3$,S12$;
3710 PRINT USING "###.#####";TETV(5,1);
3720 PRINT S5$,S1$
3730 PRINT S20$;
3740 PRINT USING "#####.###";SIGBBO;
3750 PRINT S21$,S1$
3760 END

```


* CARACTERISTIQUES DES DONNEES GENEREES *

LA VALEUR DONNEE DE L'ECART TYPE DU BRUIT BLANC : .117
LE NOMBRE DE DONNEES GENEREES : NM=300
RAPPORT BRUIT/SIGNAL DONNE : B/S=2.64E-2

RESULTATS OBTENU PAR CALCUL

MBBO=-8.145968E-09
MYB= .1804306
SIGBBO= .1193032
SIGYB= 4.411857
RAPPORT= 2.704149E-02
SIGBBO F= .1193032

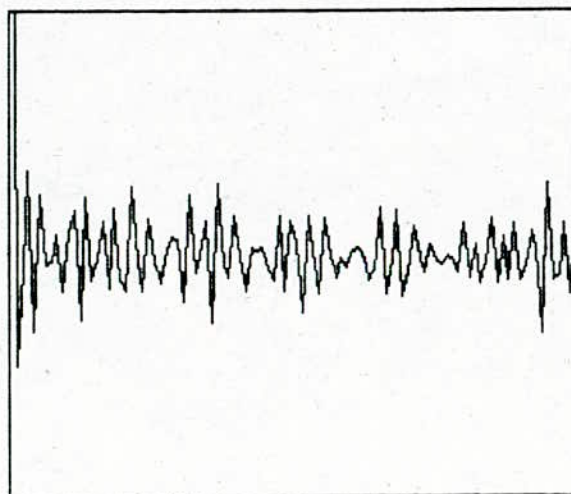
1	1	0.0000000	-0.128671	-0.128671
2	1	1.0000000	0.002422	1.002422
3	1	3.0000000	0.080444	3.080444
4	1	5.3000000	-0.123734	5.176267
5	1	7.3500010	0.245665	7.595666
6	1	8.8150010	-0.085804	8.729196
7	1	9.5775010	-0.001912	9.575588
8	1	9.6957510	0.042411	9.738162
9	-1	9.3393760	-0.110009	9.229368
10	1	6.7220390	-0.020385	6.701655
11	-1	4.0454960	-0.034926	4.010571
12	1	0.8628168	-0.063882	0.798935
13	-1	-1.0376220	-0.009115	-1.046737
14	-1	-2.6604050	-0.105294	-2.765698
15	-1	-4.7642720	0.042517	-4.721754
16	-1	-6.7841250	-0.113997	-6.898122
17	1	-8.3411960	-0.037349	-8.378545
18	1	-7.2629070	-0.184847	-7.447755
19	1	-3.5555240	-0.225641	-3.781164
20	-1	1.2507500	-0.173205	1.077545
21	-1	3.8649910	0.133861	3.998851
22	1	3.4219620	-0.090489	3.331473
23	1	2.9274490	-0.019937	2.907512
24	1	3.4958010	0.027002	3.522803
25	1	4.6944870	-0.006862	4.687625
26	-1	6.0946700	-0.128374	5.966295
27	-1	5.3558640	0.027968	5.383832
28	-1	2.2675270	0.027839	2.295366
29	-1	-1.8478140	-0.011434	-1.859248
30	1	-5.8589900	0.006907	-5.852083
31	1	-6.9950150	-0.122157	-7.117172
32	-1	-4.8912310	-0.221634	-5.112864
33	1	-2.9403350	0.061887	-2.878448
34	1	-0.4866417	0.015878	-0.470764
35	-1	2.8282720	0.057072	2.885344
36	-1	4.0830580	0.248743	4.331801
37	1	2.6447960	0.142831	2.787627
38	1	1.6090540	-0.084822	1.524232
39	-1	2.0622240	-0.022992	2.039231
40	1	1.4669980	-0.014176	1.452821
41	-1	1.2569400	0.131021	1.387961
42	-1	0.3585118	0.096738	0.455250
43	-1	-1.8420900	-0.037625	-1.879715
44	1	-4.5140940	0.102350	-4.411743
45	1	-4.9816770	0.082263	-4.899414
46	1	-2.8126500	0.252207	-2.560443
47	1	0.7681988	-0.080895	0.687304
48	-1	4.6211540	0.069885	4.691039
49	1	5.8939910	0.032180	5.926172
50	1	6.1061790	-0.153765	5.952415
51	1	6.5334760	-0.150869	6.382608
52	-1	7.0258890	0.124882	7.150771
53	-1	5.4654000	-0.178913	5.286486
54	-1	1.7799770	-0.041237	1.738741
55	1	-2.6558140	-0.225063	-2.880877
56	1	-4.7297050	-0.156209	-4.885914
57	1	-3.7354880	0.108602	-3.626886
58	-1	-0.7924385	0.050186	-0.742253
59	1	0.9261837	0.130839	1.057023
60	-1	2.4439830	-0.009525	2.434458
61	-1	2.5176450	0.080105	2.597751
62	-1	0.5656803	0.020917	0.586597
63	-1	-2.4138310	-0.011122	-2.424954
64	-1	-5.5167230	-0.103460	-5.620183
65	-1	-8.0854030	0.065454	-8.019949
66	-1	-9.7663980	0.163460	-9.602937
67	1	%-10.4898200	-0.069422	%-10.559240
68	1	-8.3982440	-0.091604	-8.489848
69	1	-3.7544960	0.080135	-3.674361

240	-1	-3.0703900	-0.165376	-3.235766
241	1	-6.3187260	0.254626	-6.064100
242	-1	-6.8288160	-0.064930	-6.893746
243	1	-6.3201160	0.126711	-6.193404
244	-1	-4.2000020	0.099971	-4.100031
245	-1	-2.3759220	0.012670	-2.363252
246	1	-2.1238820	0.015724	-2.108158
247	-1	-1.0226770	0.161998	-0.860679
248	1	-0.5472986	-0.107362	-0.654661
249	1	0.3949262	-0.084867	0.310060
250	1	2.4754980	-0.038448	2.437050
251	1	4.9367990	0.066551	5.003351
252	-1	7.1723500	0.045560	7.217910
253	1	6.8027660	0.063690	6.866456
254	-1	5.6835050	-0.094126	5.589379
255	-1	3.2633210	0.119039	3.382360
256	1	-0.5834718	0.084586	-0.498886
257	1	-2.6595320	0.166157	-2.493375
258	1	-2.0808680	-0.163998	-2.244866
259	1	0.2403703	0.042404	0.282774
260	1	3.3171630	0.142372	3.459535
261	1	6.3074850	-0.077828	6.229657
262	1	8.6392140	0.055702	8.694916
263	1	10.0435800	-0.285078	9.758503
264	-1	10.5179200	0.102190	10.620110
265	1	8.2463780	-0.017505	8.228873
266	-1	5.5070220	0.068106	5.575128
267	1	1.9880680	-0.003352	1.984716
268	-1	-0.3728128	0.229381	-0.143432
269	-1	-2.4508670	-0.014150	-2.465017
270	-1	-4.9153310	0.190120	-4.725211
271	-1	-7.1573900	0.077489	-7.079901
272	1	-8.7953530	-0.221193	-9.016545
273	1	-7.6828570	0.022707	-7.660149
274	1	-3.8675380	-0.000893	-3.868431
275	-1	1.0766930	0.029859	1.106553
276	-1	3.8223160	-0.038544	3.783772
277	1	3.4797890	-0.106901	3.372887
278	1	3.0440620	0.017456	3.061518
279	1	3.6302420	0.176998	3.807239
280	1	4.8145190	-0.006939	4.807580
281	-1	6.1806100	-0.201997	5.978613
282	-1	5.4007510	-0.173516	5.227235
283	-1	2.2747000	0.105396	2.380096
284	-1	-1.8684750	-0.009690	-1.878166
285	1	-5.8950040	-0.274270	-6.169273
286	1	-7.0345720	0.061560	-6.973012
287	-1	-4.9253550	-0.097654	-5.023009
288	1	-2.9638330	-0.143966	-3.107799
289	1	-0.4979999	-0.053554	-0.551554
290	-1	2.8276830	-0.172841	2.654842
291	-1	4.0901250	0.190020	4.280144
292	1	2.6558100	0.115685	2.771494
293	1	1.6206270	-0.001439	1.619188
294	-1	2.0718740	0.004626	2.076500
295	1	1.4733720	-0.039784	1.433588
296	-1	1.2597470	0.137006	1.396753
297	-1	0.3582595	0.193986	0.552246
298	-1	-1.8444330	-0.028242	-1.872676
299	1	-4.5174320	-0.053383	-4.570815
300	1	-4.9850450	-0.053805	-5.038850

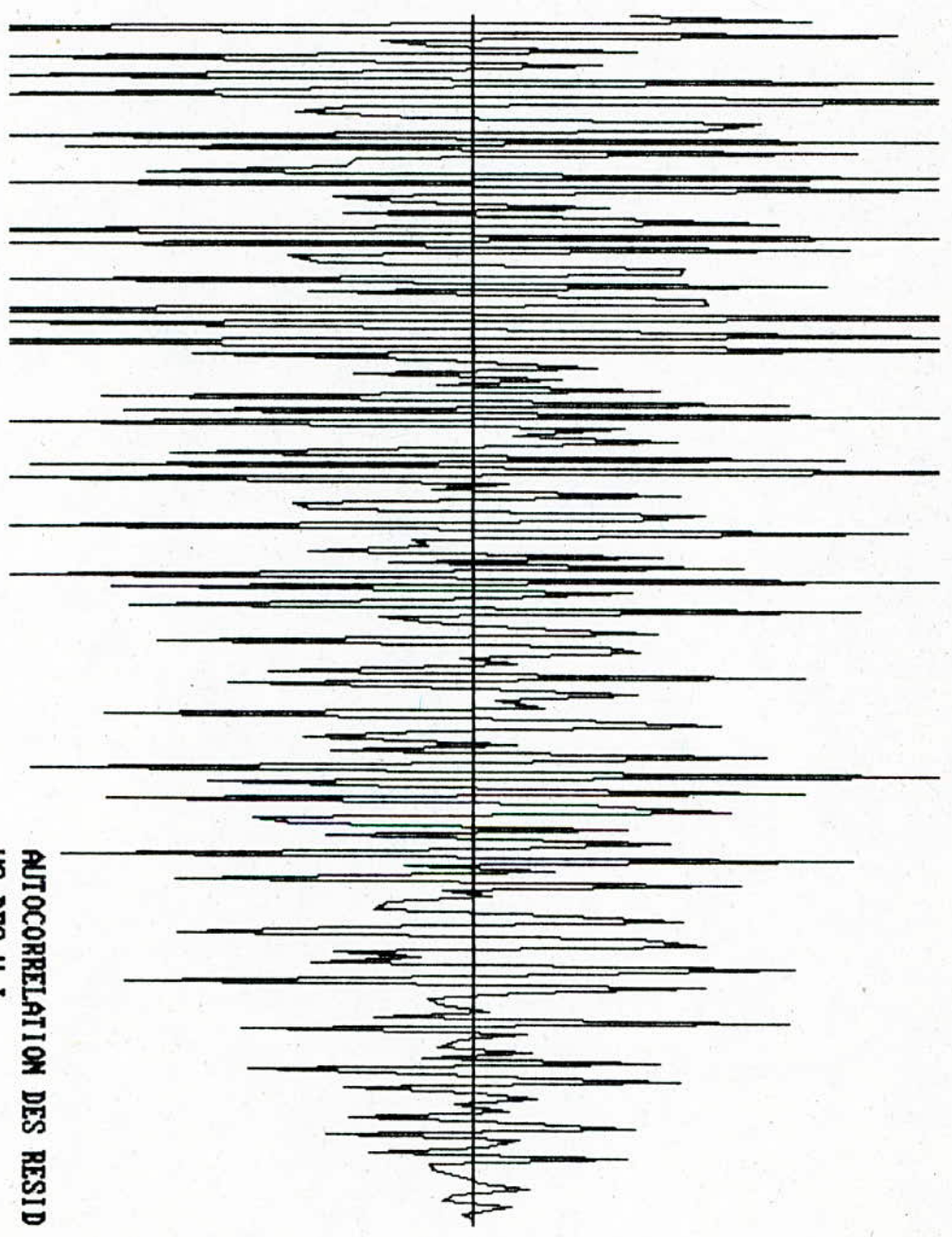
TETA	a1	a2	b0	b1	b2
tetg	-1.4863	0.6872	0.0079	0.9941	0.5105
f	f1	f2	f3	f4	
fest	-0.3366	-0.0220	0.0778	-0.0386	

TABLEAU DES PARAMETRES ESTIMES DE MOINDRES CARRES GENERALISES

GRAPHE DE L'AUTOCORR DES RESIDUS>>>
DE LA METHODE DE MOINDRES CARRES
GENERALISES



AUTOCORRELATION DES RESID
US DES U. I



RESULTATS DE L'IDENTIFICATION PAR LA METHODE DES VARIABLES
INSTRUMENTALES

```

*****
* TETA * 0 * Best *
*-----*
* A(1) * -0.079 * -1.49237 *
*-----*
* A(2) * -0.047 * 0.69355 *
*-----*
* B(0) * 0.000 * 2.44E-03 *
*-----*
* B(1) * 0.975 * 0.98985 *
*-----*
* B(2) * -0.223 * 0.51872 *
*****
* d = 0.119 *
*****

```

```

10 *****
20 ' RECONSTITUTION DES VARIABLES D'ETAT
30 ' PAR LE FILTRE DE KALMAN
40 *****
50 CLS :KEY OFF
60 PRINT "donner le nombres de variables d'etats N=";:INPUT N
70 PRINT "donner le nombres d'entrees R=";:INPUT R
80 PRINT "donner le nombres de sorties M=";:INPUT M
90 P=N+M
100 DIM X1(N*N+2),X2(N*R+2),X3(M*N+2),X4(M*R+2),A(N,N),B(N,R),C(M,N)
110 DIM AT(N,N),BT(R,N),CT(N,M),Q(N,N)
120 '.....fich.A....
130 OPEN "R",#1,"a:data2",4
140 FIELD #1,4 AS X1$
150 FOR I=2 TO M*N+1:GET #1,I
160 X1(I)=CVS(X1$):NEXT I
170 CLOSE #1
180 '.....fich.B....
190 OPEN "R",#2,"a:data3",4
200 FIELD #2,4 AS X2$
210 FOR I=2 TO N*R+1:GET #2,I:X2(I)=CVS(X2$):NEXT I
220 CLOSE #2
230 '....fich.C....
240 OPEN "R",#3,"a:data4",4
250 FIELD #3,4 AS X3$
260 FOR I=2 TO M*N+1 :GET #3,I:X3(I)=CVS(X3$):NEXT I
270 CLOSE #3
280 '.....fich.D....
290 OPEN "R", #4,"a:data5",4
300 FIELD #4,4 AS X4$
310 FOR I=2 TO M*R+1 :GET #4,I:X4(I)=CVS(X4$):NEXT I
320 CLOSE #4
330 CLS
340 '.....mat.A.....
350 FOR I=1 TO N:FOR J=1 TO M:L=(I-1)*M+J+1
360 A(I,J)=X1(L)
370 AT(J,I)=A(I,J)
380 PRINT A(I,J);
390 NEXT J:PRINT :NEXT I
400 STOP
410 CLS
420 '.....mat.B.....
430 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO R:L=(I-1)*R+J+1
440 B(I,J)=X2(L)
450 BT(J,I)=B(I,J)
460 PRINT B(I,J);
470 NEXT J:PRINT :NEXT I
480 STOP
490 CLS
500 '.....mat.C.....
510 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO M:L=(I-1)*M+J+1
520 C(I,J)=X3(L)
530 CT(J,I)=C(I,J)
540 PRINT C(I,J);
550 NEXT J:PRINT :NEXT I
560 STOP
570 CLS
580 '.....mat.D.....
590 FOR I=1 TO M:FOR J=1 TO R :L=(I-1)*R+J +1
600 D(I,J)=X4(L)
610 DT(J,I)=D(I,J)
620 PRINT D(I,J);
630 NEXT J:PRINT :NEXT I
640 STOP :CLS
650 FOR I=1 TO N
660 FOR J=1 TO N
670 PRINT "Q(";I;";";J;")=";:INPUT Q(I,J)

```

```

680 NEXT J:NEXT I
690 CLS
700 FOR I=1 TO M
710 FOR J=1 TO M
720 PRINT "R(";I;" ";J;")=";:INPUT R(I,J)
730 NEXT J:NEXT I
740 CLS
750 DIM K1(N,N),K2(N,N),CK(M,M),CKCT(M,M),IDENT(M,M),W(M,M),IDENTI(M,M),DA(N,M)
760 DIM DI(M,M),DE(N,N),AK(N,N),DC(N,N),ATQ(N,N),ATQA(N,N),DD(N,N),G(N,M)
770 'INITIALSATION
780 X10=20
790 FOR I=1 TO M
800 FOR J=1 TO M
810 K1(I,J)=0
820 NEXT J:NEXT I
830 CLS
840 '..... BOUCLE PRINCIPALE DU CALCUL DE K(I+1).....
850 LOCATE 10,28 :PRINT "BOUCLE PRINCIPALE DE CALCUL DE K(I+1) "
860 FOR I=1 TO M
870 FOR J=1 TO M
880 CK(I,J)=0
890 FOR H=1 TO M
900 CK(I,J)=CK(I,J)+C(I,H)*K1(H,J)
910 NEXT H
920 NEXT J:NEXT I
930 FOR I=1 TO M
940 FOR J=1 TO M
950 CKCT(I,J)=0
960 FOR H=1 TO M
970 CKCT(I,J)=CKCT(I,J)+CK(I,H)*CT(H,I)
980 NEXT H
990 IDENT(I,J)=R(I,J)+CKCT(I,J)
1000 NEXT J:NEXT I
1010 N1=M:N=M
1020 FOR I=1 TO N
1030 FOR J=1 TO N
1040 W(I,J)=IDENT(I,J)
1050 NEXT J
1060 NEXT I
1065 A$="rve1"
1070 CHAIN"a:ivm",10,ALL,DELETE -10651065 A$="rve1"
1070 CHAIN"a:ivm",10,ALL,DELETE -1065
1080 FOR I=1 TO N
1090 FOR J=1 TO N
1100 IDENTI(I,J)=Y(I,J)
1110 NEXT J
1120 NEXT I
1130 M=N1
1140 FOR I=1 TO M
1150 FOR J=1 TO M
1160 DA(I,J)=0
1170 FOR H=1 TO M
1180 DA(I,J)=DA(I,J)+CT(I,H)*IDENTI(H,J)
1190 NEXT H
1200 NEXT J
1210 NEXT I
1220 FOR I=1 TO M
1230 FOR J=1 TO M
1240 DI(I,J)=0
1250 FOR H=1 TO M
1260 DI(I,J)=DI(I,J)+CK(I,H)*AT(H,J)
1270 NEXT H
1280 NEXT J
1290 NEXT I
1300 FOR I=1 TO M

```



```

1340 DE(I,J)=DE(I,J)+DA(I,H)*DI(H,J)
1350 NEXT H
1360 DD(I,J)=AT(I,J)-DE(I,J)
1370 NEXT J
1380 NEXT I
1390 PRINT
1400 PRINT
1410 FOR I=1 TO N
1420 FOR J=1 TO N
1430 AK(I,J)=0
1440 FOR H=1 TO N
1450 AK(I,J)=AK(I,J)+A(I,H)*K1(H,J)
1460 NEXT H
1470 NEXT J
1480 NEXT I
1490 FOR I=1 TO N
1500 FOR J=1 TO N
1510 DC(I,J)=0
1520 FOR H=1 TO N
1530 DC(I,J)=DC(I,J)+AK(I,H)*DD(H,J)
1540 NEXT H
1550 NEXT J
1560 NEXT I
1570 FOR I=1 TO N
1580 FOR J=1 TO N
1590 ATQ(I,J)=0
1600 FOR H=1 TO N
1610 ATQ(I,J)=ATQ(I,J)+AT(I,H)*Q(H,J)
1620 NEXT H
1630 NEXT J:PRINT
1640 NEXT I
1650 FOR I=1 TO N
1660 FOR J=1 TO N
1670 ATQA(I,J)=0
1680 FOR H=1 TO N
1690 ATQA(I,J)=ATQA(I,J)+ATQ(I,H)*A(H,J)
1700 NEXT H
1710 NEXT J
1720 NEXT I
1730 '
1740 '.....FORMATION DE LA MATRICE K(I+1).....
1750 CLS
1760 LOCATE 10,28 :PRINT "FORMATION DE LA MATRICE K(I+1) "
1770 'PRINT "LES ELEMENTS DE LA MATRICE K(I+1)"
1780 FOR I=1 TO N
1790 FOR J=1 TO N
1800 1790 FOR J=1 TO N
1800 K1(I,J)=ATQA(I,J)+DC(I,J)
1810 'PRINT "K1(;" ;I;" ;" ;J;" )=" ;:PRINT K1(I,J)
1820 NEXT J:NEXT I
1830 '
1840 '.....TEST D'ARRET D'ITERATIONS.....
1850 CLS
1860 LOCATE 10,28:PRINT "TEST D'ARRET D'ITERATIONS "
1870 '.....SOLUTION LIMITE DE K(I+1).....
1880 X10=X10-1
1890 PRINT "x10=" ;X10
1900 IF X10<=0 THEN 1960 ELSE 840
1910 PRINT
1920 PRINT
1930 PRINT
1940 '.....RECONSTITUTION DE LA MATRICE DE BOUCLAGE.....
1950 CLS
1960 LOCATE 10,28 :PRINT "RECONSTITUTION DE LA MATRICE DE BOUCLAGE "
1970 '..... OPTIMALE G(I) DE L'ESTIMATEUR .....

```

```

2010 K1CT(I,J)=0
2020 FOR H=1 TO M
2030 K1CT(I,J)= K1CT(I,J)+K1(I,H)*CT(H,J)
2040 NEXT H
2050 NEXT J
2060 NEXT I
2070   FOR I=1 TO M
2080   FOR J=1 TO M
2090   CKCT(I,J)=0
2100   FOR H=1 TO M
2110   CKCT(I,J)=CKCT(I,J)+C(I,H)*K1CT(H,J)
2120   NEXT H
2130   SA(I,J)=R(I,J)+CKCT(I,J)
2140   NEXT J:NEXT I
2150 M2=M
2160 N=M
2170 FOR I=1 TO M
2180 FOR J=1 TO M
2190 W(I,J)=SA(I,J)
2200 NEXT J
2210 NEXT I
2215 AS="rve2"
2220 CHAIN"a:ivm",10,ALL,DELETE -2215
2230 FOR I=1 TO M
2240 FOR J=1 TO M
2250 SAI(I,J)=Y(I,J)
2260 NEXT J
2270 NEXT I
2280 N=M2
2290 CLS
2300 PRINT "LES ELEMENTS DE LA MATRICE DE BOUCLAGE G(I,J)"
2310   FOR I=1 TO M
2320   FOR J=1 TO M
2330   G(I,J)=0
2340   FOR H=1 TO M
2350   G(I,J)=G(I,J)+K1CT(I,H)*SAI(H,J)
2360   NEXT H
2370   LPRINT G(I,J);
2380   NEXT J:PRINT
2390   NEXT I
2392 ERASE AT,BT,CT,Q,K1,K2,CK,CKCT,IDENT,IDENTI,DA,DI,DE,AK,DC,ATQ,ATQA
2395 ERASE DD,G,K1CT,SA,SAI
2400 CHAIN"a:mh",10,ALL,DELETE -2390

```

```

5 '*****
6 '
PROGRAMME DE LA COMMANDE OPTIMALE
7 '
PAR LE CRITERE DE MOINDRE CARRE
8 '*****
10 CLS :KEY OFF
590 CLS
600 '.....CONSTRUCTION DE LA MATRICE A1.....
610 FOR I=1 TO P
620 IF I>N THEN 660
630 FOR J=1 TO P
640 IF J<=N THEN A1(I,J)=A(I,J) ELSE A1(I,J)=0
650 NEXT J
655 GOTO 700
660 FOR J=1 TO P
670 X=I-N
680 IF J<=N THEN A1(I,J)=-C(X,J) ELSE A1(I,J)=1
690 NEXT J
700 NEXT I
701 FOR I=1 TO P
702 FOR J=1 TO P
703 PRINT TAB(5*J);A1(I,J) ;
704 NEXT J
706 NEXT I
708 STOP:CLS
710 '.....CONSTRUCTION DE LA MATRICE B1.....
720 FOR I=1 TO P
730 FOR J=1 TO R
740 X=I-N
750 IF I>N THEN B1(I,J)=-D(X,J) ELSE B1(I,J)=B(I,J)
760 NEXT J:NEXT I
761 FOR I=1 TO P
762 FOR J=1 TO R
763 PRINT TAB(7*J);B1(I,J);
765 NEXT J
767 NEXT I
769 STOP :CLS
770 '.....CONSTRUCTION DE LA MATRICE C1.....
780 FOR I=1 TO 2*M
790 IF I>M THEN 830
800 FOR J=1 TO P
810 IF J<=M THEN C1(I,J)=C(I,J) ELSE C1(I,J)=0
820 NEXT J :GOTO 851
830 FOR J=1 TO P
840 IF J<=M THEN C1(I,J)=0 ELSE C1(I,J)=1
850 NEXT J
851 NEXT I
852 FOR I=1 TO 2*M .FOR J=1 TO P
854 PRINT TAB(5*J);C1(I,J);
855 NEXT J:PRINT
856 NEXT I
858 STOP:CLS
860 '.....CONSTRUCTION DE LA MATRICE D1.....
870 FOR I=1 TO 2*M
880 FOR J=1 TO R
890 IF I<=M THEN D1(I,J)=D(I,J) ELSE D1(I,J)=0
900 NEXT J:NEXT I
902 FOR I=1 TO 2*M
903 FOR J=1 TO R
904 PRINT TAB(5*J);D1(I,J) ;
906 NEXT J:PRINT
908 NEXT I
909 STOP:CLS
910 FOR I=1 TO R
920 FOR J=1 TO R

```

```

935 NEXT J:NEXT I
940 CLS
950 FOR I=1 TO 2*M
960 FOR J=1 TO 2*M
970 PRINT "les elements de Q1(";I;",";J;") =";:INPUT Q1(I,J)
980 NEXT J
990 NEXT I
1000 *****
1010 '          calcul de omega *
1020 *****
1030 '   "calcul des transposee des mat"
1040 '   " transp mat A1"
1050 '   "ransp mat A1"
1060 FOR I=1 TO P
1070 FOR J=1 TO P
1080 AT(J,I)=A1(I,J)
1090 NEXT J:NEXT I
1100 '   "transp mat B1"
1110 FOR I=1 TO P
1120 FOR J=1 TO R
1130 BT(J,I)=B1(I,J)
1140 NEXT J:NEXT I
1150 '   "transp mat C1"
1160 FOR I=1 TO 2*M
1170 FOR J=1 TO P
1180 CT(J,I)=C1(I,J)
1190 NEXT J:NEXT I
1200 '   "transp mat D1"
1210 FOR I=1 TO 2*M
1220 FOR J=1 TO R
1230 DT(J,I)=D1(I,J)
1240 NEXT J:NEXT I
1250 '   "calcul du produit des mat"
1260 '   "calcul de la mat long"
1270 '   "calcul de la mat bat"
1280 FOR I=1 TO R

1290 FOR J=1 TO 1280 FOR I=1 TO R
1290 FOR J=1 TO 2*M
1300 P(I,J)=0
1310 FOR H=1 TO 2*M

1320 P(I,J)=P(I,J)+DT(I,H)*Q1(H,J)
1330 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1340 FOR I=1 TO R
1350 FOR J=1 TO R
1360 BAT(I,J)=0
1370 FOR H=1 TO 2*M
1380 BAT(I,J)=BAT(I,J)+P(I,H)*D1(H,J)
1390 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1400 FOR I=1 TO R
1410 FOR J=1 TO R
1420 LONG(I,J)=R(I,J)+BAT(I,J)
1430 W(I,J)=LONG(I,J)
1440 NEXT J:NEXT I
1445 N1=N
1450 M=R
1455 A$="mh1"
1460 CHAIN"a:ivm",25,ALL,DELETE-1455
1470 CLS
1475 M=N1
1480 FOR I=1 TO R
1490 FOR J=1 TO R
1500 LONGI(I,J)=Y7(I,J)

```

```

1560 P2(I,J)=P2(I,J)+Q1(I,H)*D1(H,J)
1570 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1580 FOR I=1 TO P
1590 FOR J=1 TO R
1600 P3(I,J)=0
1610 FOR H=1 TO 2*M
1620 P3(I,J)=P3(I,J)+CT(I,H)*P2(H,J)
1630 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1640 FOR I=1 TO P
1650 FOR J=1 TO R
1660 P4(I,J)=0
1670 FOR H=1 TO R
1680 P4(I,J)=P4(I,J)+P3(I,H)*LONGI(H,J)
1690 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1700 FOR I=1 TO P
1710 FOR J=1 TO P
1720 P5(I,J)=0
1730 FOR H=1 TO R
1740 P5(I,J)=P5(I,J)+P4(I,H)*BT(H,J)
1750 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1760 FOR I=1 TO P
1770 FOR J=1 TO P
1780 OMEGA(I,J)=AT(I,J)-P5(I,J)
1790 PRINT OMEGA(I,J);
1800 NEXT J:PRINT :NEXT I
1810 CLS
1820 PRINT
1830 PRINT
1840 '*****
1850 '          CALCUL DE FI1
1860 '*****
1870 FOR I=1 TO P
1880 FOR J=1 TO 2*M
1890 P6(I,J)=0
1900 FOR H=1 TO R
1910 P6(I,J)=P6(I,J)+P4(I,H)*P(H,J)
1920 NEXT H:NEXT J:NEXT I
1930 FOR I=1 TO P

1940 FOR J=1 TO 2*M1940 FOR J=1 TO 2*M
1950 P7(I,J)=0
1960 FOR H=1 TO 2*M
1970 P7(I,J)=P7(I,J)+CT(I,H)*Q1(H,J)
1971 NEXT H
1980 NEXT J :NEXT I
1990 FOR I=1 TO P
2000 FOR J=1 TO 2*M
2010 FI1(I,J)=P7(I,J)-P6(I,J)
2020 PRINT FI1(I,J);
2030 NEXT J :PRINT
2040 NEXT I
2050 CLS
2060 '          *****
2070 '          *  initialisation:  *
2080 '          *****
2085 X10=1
2090 FOR I=1 TO P
2100 FOR J=1 TO P
2110 K1(I,J)=0
2120 NEXT J:NEXT I
2130 FOR I=1 TO P
2140 FOR J=1 TO P
2150 K2(I,J)=K1(I,J)
2160 NEXT J
2170 NEXT I

```

```

2240 BTK(I,J)=BTK(I,J)+BT(I,H)*K1(H,J)
2250 NEXT H:NEXT J:NEXT I
2260 FOR I=1 TO R
2270 FOR J=1 TO R
2280 BTKB(I,J)=0
2290 FOR H=1 TO P
2300 BTKB(I,J)=BTKB(I,J)+BTK(I,H)*BT(H,J)
2310 NEXT H:NEXT J:NEXT I
2315 M=R
2320 FOR I=1 TO R
2330 FOR J=1 TO R
2340 VECT(I,J)=BTKB(I,J)+LONG(I,J)
2350 W(I,J)=VECT(I,J):PRINT W(I,J);
2360 NEXT J:PRINT
2370 NEXT I
2375 A$="mh2"
2390 CHAIN"a:ivm",25,ALL,DELETE -2375
2400 CLS
2405 M=M1
2410 FOR I=1 TO R
2420 FOR J=1 TO R
2430 VECTI(I,J)=V7(I,J)
2440 PRINT" vecti(";I;",";J;")=";:PRINT VECTI(I,J)
2450 NEXT J
2460 NEXT I
2470 ' "reconstitution de vecto"
2480 FOR I=1 TO R
2490 FOR J=1 TO P
2500 BTKA(I,J)=0
2510 FOR H=1 TO P
2520 BTKA(I,J)=BTKA(I,J)+BTK(I,H)*A1(H,J)
2530 NEXT H:NEXT J
2540 NEXT I
2550 FOR I=1 TO R
2560 FOR J=1 TO P
2570 DTQC(I,J)=0
2580 FOR H=1 TO 2*M
2590 DTQC(I,J)=DTQC(I,J)+P(I,H)*C1(H,J)
2600 NEXT H:NEXT J
2610 NEXT I
2620 FOR I=1 TO R
2630 FOR J=1 TO P
2640 VECTO(I,J)=BTKA(I,J)+DTQC(I,J)
2650 NEXT J:NEXT I
2660 PRINT "calcul de L1"
2670 FOR I=1 TO R
2680 FOR J=1 TO P
2690 L1(I,J)=0
2700 FOR H=1 TO R
2710 L1(I,J)=L1(I,J)+VECTI(I,H)*VECTO(H,J)
2720 NEXT H
2730 PRINT"mat L1(";I;",";J;")=";: PRINT L1(I,J)
2740 NEXT J
2750 NEXT I
2760 '*****
2770 ' * reconstitution de la mat k1 *
2780 '*****
2790 FOR I=1 TO P
2800 FOR J=1 TO P
2810 FIC(I,J)=0
2820 FOR H=1 TO 2*M
2830 FIC(I,J)=FIC(I,J)+FI1(I,H)*C1(H,J)
2840 NEXT H:NEXT J
2850 NEXT I
2860 FOR I=1 TO P

```

```

2870 FOR J=1 TO P
2880 BL(I,J)=0
2890 FOR H=1 TO R
2900 BL(I,J)=BL(I,J)+B1(I,H)*L1(H,J)
2910 NEXT H
2920 NEXT J
2930 NEXT I
2940 FOR I=1 TO P
2950 FOR J=1 TO P
2960 VECTR(I,J)=A1(I,J)-BL(I,J)
2965 PRINT VECTR(I,J);
2970 NEXT J:PRINT :NEXT I
2980 FOR I=1 TO P
2990 FOR J=1 TO P
3000 K5(I,J)=0
3010 FOR H=1 TO P
3020 K5(I,J)=K5(I,J)+OMEGA(I,H)*K1(H,J)
3030 NEXT H
3040 NEXT J
3050 NEXT I
3060 FOR I=1 TO P
3070 FOR J=1 TO P
3080 TATI(I,J)=0
3090 FOR H=1 TO P
3100 TATI(I,J)=TATI(I,J)+K5(I,H)*VECTR(H,J)
3110 NEXT H:PRINT TATI(I,J);:NEXT J:PRINT :NEXT I
3120 FOR I=1 TO P
3130 FOR J=1 TO P
3140 K1(I,J)=TATI(I,J)+FIC(I,J)
3160 PRINT K1(I,J);:NEXT J:PRINT
3170 NEXT I
3370 *****
• 3380 ' * calcul de la matrice d'anticipation:n *
3384 *****
3385 PRINT "LES ELEMENTS DE LA MATRICE D'ANTICIPATION N"
3386 C$="1"
3387 DIM I(P,P)
3388 IF X10>1 TH3390 FOR I=1 TO P
3400 FOR J=1 TO P
3410 I(I,J)=1
3420 NEXT J
3430 NEXT I
3440 'reconstitution des mat de passages HA-HB
3450 FOR I=1 TO 2*M
3460 FOR J =1 TO M
3470 IF I>M THEN HA(I,J)=0 ELSE HA(I,J)=1
3480 NEXT J
3490 NEXT I
3500 FOR I=1 TO P
3510 FOR J=1 TO M
3520 IF I>M1 THEN HB(I,J)=1 ELSE HB(I,J)=0
3530 NEXT J
3540 NEXT I
3600 FOR I=1 TO R
3610 FOR J=1 TO M
3620 DTQH(I,J)=0
3630 FOR H=1 TO 2*M
3640 DTQH(I,J)=DTQH(I,J)+P(I,H)*HA(H,J)
3650 NEXT H:NEXT J:NEXT I
3654 NB=N
3655 N=P
3660 FOR I=1 TO P
3670 FOR J=1 TO P
3680 VECTR(J,I)=VECTR(I,J)
3690 TABLT(I 1)=VECTR(I 1)

```

```

3715 IF B$="pp" THEN ERASE W
3716 IF X10>1 THEN 3720
3717 ERASE Z,Y7
3720 A$="mh3"
3730 CHAIN"a:ivm",24,ALL,DELETE -3720
3740 CLS
3745 N=N8
3750 FOR I=1 TO P
3760 FOR J=1 TO P
3770 ABLI(I,J)=Y7(I,J)
3790 NEXT J :NEXT I
3800 FOR I=1 TO R
3810 FOR J=1 TO P
3820 BTABL(I,J)=0
3830 FOR H=1 TO P
3840 BTABL(I,J)=BTABL(I,J)+BT(I,H)*ABLI(H,J)
3850 NEXT H
3860 NEXT J
3870 NEXT I
3880 FOR I=1 TO P
3890 FOR J=1 TO M
3900 KHB(I,J)=0
3910 FOR H=1 TO P
3920 KHB(I,J)=KHB(I,J)+K1(I,H)*HB(H,J)
3930 NEXT H:NEXT J
3940 NEXT I
3950 FOR I=1 TO 2*M
3960 FOR J=1 TO P
3970 DL(I,J)=0
3980 FOR H=1 TO R
3990 DL(I,J)=DL(I,J)+D1(I,H)*L1(H,J)
4000 NEXT H
4010 DLC(I,J)=DL(I,J)-C1(I,J)
4015 NEXT J
4016 NEXT I
4017 FOR I=1 TO 2*M
4018 FOR J=1 TO P
4020 DLCT(J,I)=DLC(I,J)
4030 NEXT J
4040 NEXT I
4050 FOR I=1 TO 2*M
4060 FOR J=1 TO M
4070 QHA(I,J)=0
4080 FOR H=1 TO 2*M
4090 QHA(I,J)=QHA(I,J)+Q1(I,H)*HA(H,J)
4100 NEXT H:NEXT J
4110 NEXT I
4120 FOR I=1 TO P
4130 FOR J=1 TO M
4140 SUM(I,J)=0
4150 4150 FOR H=1 TO 2*M
4160 SUM(I,J)=SUM(I,J)+DLCT(I,H)*QHA(H,J)
4170 NEXT H
4180 SUMM(I,J)=SUM(I,J)+KHB(I,J)
4190 NEXT J
4200 NEXT I
4210 FOR I=1 TO R
4220 FOR J=1 TO M
4230 SUMM1(I,J)=0
4240 FOR H=1 TO P
4250 SUMM1(I,J)=SUMM1(I,J)+BTABL(I,H)*SUMM(H,J)
4260 NEXT H
4280 SUMM2(I,J)=DTQH(I,J)-SUMM1(I,J)
4300 NEXT J :NEXT I
4310 FOR I=1 TO R

```



```

4350 M1(I,J)=M1(I,J)+VECTI(I,H)*SUMM2(H,J)
4360 NEXT H :NEXT J:NEXT I
4365 FOR I=1 TO R
4368 FOR J=1 TO M
4370 PRINT TAB(7*J) M1(I,J) ;
4380 NEXT J:PRINT :NEXT I
4390 'decomposition de la mat L1 en L et M
4400 FOR I=1 TO R
4410 FOR J=1 TO P
4420 IF J>M1 THEN M(I,J)=L1(I,J) ELSE L(I,J)=L1(I,J)
4422 NEXT J:NEXT I
4425 FOR I=1 TO R
4426 FOR J=1 TO P
4430 PRINT TAB(7*J) M(I,J);
4435 NEXT J:PRINT
4440 NEXT I
4450 FOR I=1 TO R
4460 FOR J=1 TO M
4470 PRINT L(I,J);
4480 NEXT J
4490 PRINT
4500 NEXT I
4550 PRINT
4560 PRINT
4592 IF B$="pp" THEN ERASE G,A,B,C,I
4610 CHAIN"a:sal",10,ALL,DELETE -4592

```

10 ' -----sub d'inversion de mat-----

```

• 24 DIM W (P,P),Y7(P,P)
25 FOR I=1 TO N
30 FOR J=1 TO N
40 Y7(I,J)=W(I,J)
50 NEXT J:NEXT I
60 E=N-1
70 FOR G=1 TO N
80 Z(G)=0
90 T=Y7(G,1)
100 IF T<>0 THEN 230
110 FOR I=G+1 TO N
120 Z(G)=I
130 IF Y7(I,1)=0 THEN 210
140 FOR J=1 TO N
150 S=Y7(G,J)
160 Y7(G,J)=Y7(I,J)
170 Y7(I,J)=S
180 NEXT J
190 GOTO 90
200 NEXT I
210 PRINT "pas d' inverse"
220 GOTO 360
230 FOR J=1 TO E
240 Y7(G,J)=Y7(G,J+1)/T
250 NEXT J
260 Y7(G,N)=1/T
270 FOR I=1 TO N
280 IF I=G THEN 340
290 S=Y7(I,1)
300 FOR J=1 TO E
310 Y7(I,J)=Y7(I,J+1)-S*Y7(G,J)
320 NEXT J
330 Y7(I,N)=S*Y7(G,N)

```

```

340 NEXT I
350 NEXT G
355 IF C$="1" THEN ERASE W,Z,Y7
360 IF A$="mh1" THEN 500
370 IF A$="mh2" THEN 510
380 IF A$="mh3" THEN 520
390 IF A$="rve1" THEN 530
490 IF A$="rve2" THEN 540
500 CHAIN"a:mh",1470,ALL,DELETE -490
510 CHAIN"a:mh",2400,ALL,DELETE -500
520 CHAIN"a:mh",3740,ALL,DELETE -510
530 CHAIN"a:rve",1080,ALL,DELETE -520
540 CHAIN"a:rve",2230,ALL,DELETE -530

```

```

10 CLS:KEY OFF
590 'RECONSTITUTION DE L'OBSERVATEUR D'ETAT
600 DIM XE(N),AXE(N),AX(N),BU(N),S(N),CX(N),GD(N),D2(M),G(N,M),Y3(M),AX11(N)
780 DIM LX(N),MU(R),X11(M)
785 DIM A(N,N),B(N,R),C(M,M),BUO(N),X7(M)
790 CLS
791 SCREEN 3
795 WIDTH 40,80
800 U(1 )=A1
810 U(2 )=A2
820 FOR I=1 TO N
830 AXE(I )=0
840 FOR J=1 TO N
850 AXE(I)=AXE(I)+A(I,J)*XE(J):NEXT J:NEXT I
860 FOR I=1 TO N
870 AX11(I)=0
880 FOR J=1 TO N
890 AX11(I)=AX11(I)+A(I,J)*X11(J):NEXT J: NEXT I
900 FOR I=1 TO N
910 BU(I )=0
920 FOR J=1 TO R
930 BU(I)=BU(I)+B(I,J)*U(J):NEXT J:NEXT I
940 FOR I=1 TO N
950 S(I)=AXE(I)+BU(I):NEXT I
951 FOR I=1 TO M
952 CX11(I )=0
953 FOR J=1 TO N
955 CX11(I)=CX11(I)+C(I,J)*X11(J):NEXT J:NEXT I
960 FOR I=1 TO N:X11(I)=AX11(I)+BU(I)
970 NEXT I
1020 FOR I=1 TO M
1030 CD(I)=0
1040 FOR J=1 TO N
1050 CD(I)=CD(I)+C(I,J)*S(J):NEXT J:NEXT I
1060 FOR I=1 TO M
1070 D2(I )=CX11(I) -CD(I ):NEXT I
1080 FOR I=1 TO N
1090 GD(I )=0
1100 FOR J=1 TO M
1110 GD(I )=GD(I )+G(I,J)*D2(J )
1120 NEXT J:NEXT I
1130 FOR I=1 TO N
1140 XE(I)=S(I)+GD(I)
1145 A1=A1+.6
1146 A2=A2+.5
1150 PRINT XE(I)
1160 NEXT I:PRINT :PRINT
1170 'RECONSTITUTION DE L'EQUATION DE LA COMMANDE OPTIMAL
1180 FOR I=1 TO R

```

```

1210 LX(I)=LX(I)+L(I,J)*XE(I)
1220 NEXT J:NEXT I
1230 FOR I=1 TO R
1240 MU(I)=0
1250 FOR J=1 TO M
1260 MU(I)=MU(I)+M(I,J)*U(J)
1270 NEXT J:NEXT I
1275 FOR I=1 TO M:Z(I)= 6 :NEXT I
1280 FOR I=1 TO R:NZ(I)=0:FOR J=1 TO M :NZ(I)=NZ(I)+ABS(M(I,J))*Z(J):NEXT J:NEX
T I
1290 FOR I=1 TO R
1300 UO(I)=-LX(I)-MU(I)+NZ(I)
1310 PRINT UO(I)
1320 NEXT I
1325 PRINT :PRINT
1330 FOR I=1 TO M
1340 BUO(I)=0:FOR J=1 TO R
1350 BUO(I)=BUO(I)+B(I,J)*UO(J)
1360 NEXT J:NEXT I
1370 FOR I=1 TO M
1380 X7(I)=AX11(I)+BUO(I):PRINT X7(I):NEXT I
1390 FOR I=1 TO M :CX(I)=0
1400 FOR J=1 TO N
1410 CX(I)=CX(I)+C(I,J)*X7(J):NEXT J:NEXT I
1420 FOR I=1 TO M :Y3(I)=CX(I):PRINT Y3(I):NEXT I
1425 PRINT :PRINT
1430 ' RECONSTITUTION DU VECTEUR DE SORTIE DE L'integrateur
1450 FOR I=1 TO M
1460 V(I)=U(I)-CX11(I)+Z(I)
1470 NEXT I
1520 VIEW (330, 30)-(630,360)
1530 WINDOW (0,- 5 )-(100,100)
1540 LINE (0,- 5 )-(0,100)
1550 PSET(K,Y3(1))
1555 IF X10<20 THEN X10=X10+1 ELSE END
1560 ERASE XE,AXE,AX,BU,S,CX,GD,D2,G,Y
1560 ERASE XE,AXE,AX,BU,S,CX,GD,D2,G,Y3,P,X11,X7
1565 ERASE A,B,C ,LX,MU,AX11,BUO
1570 CHAIN"a:nh",2130,ALL,DELETE -1565

```

ANNEXE II : Reconstructeur d'état d'un processus [1,2]

Les méthodes modernes de commande par retour d'état suppose que l'on connaisse les valeurs des variables d'état d'un système à chaque instant.

En fait, il est rare que l'on ait accès directement à celles-ci et l'on ne peut mesurer, sur un processus, que les grandeurs d'entrées et de sorties

Il est donc indispensable de reconstruire les valeurs des variables d'état non accessibles à l'aide d'un système supplémentaire appelé "reconstructeur d'état" qui se comporterait comme un processus auxiliaire soumis aux signaux d'entrée et aux sorties du processus principal.

le reconstructeur d'état peut être schématisé par la figure suivante:

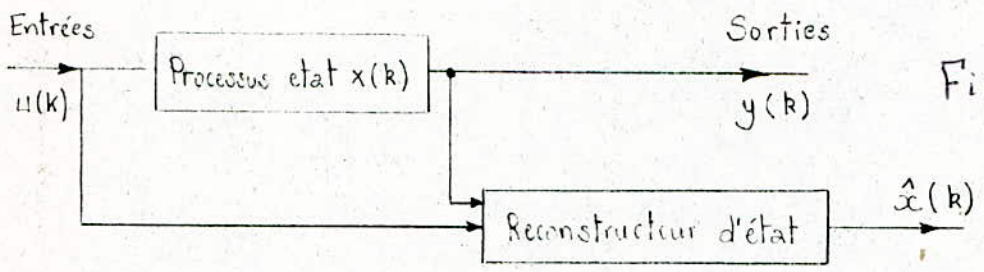


Fig-19-

où le vecteur d'état reconstruit $\hat{x}(k)$ n'est jamais rigoureusement égal au vecteur d'état vrai inconnu $x(k)$. [7]

Dans ce cas, il s'agit de trouver maintenant pour le système:

$$\begin{cases} x(i+1) = A \cdot x(i) + B \cdot u(i) \\ y(i) = C \cdot x(i) \end{cases}$$

une matrice $G(n \times m)$ pour le système:

$$\hat{x}(i) = A \cdot \hat{x}(i-1) + B \cdot u(i-1) + G \cdot [y(i) - C(A \cdot \hat{x}(i-1) + B \cdot u(i-1))]$$

telle que soit minimale la quantité:

$$J = E [\hat{e}^T(i) \cdot w(i) \cdot \hat{e}(i)] \quad \text{avec } \hat{e}(i) = x(i) - \hat{x}(i)$$

$w(i)$ étant une matrice de pondération symétrique définie positive.

La matrice de bouclage optimale G de l'estimateur est telle que:

$$G = K \cdot C^T \cdot [R + C \cdot K \cdot C^T]^{-1}$$

où K est une matrice symétrique définie positive de dimension $(n \times n)$; celle-ci est solution limite de l'équation récurrente:

$$K(i+1) = A \cdot K(i) \cdot [A^T - C^T \cdot (R + C \cdot K(i) \cdot C^T)^{-1} \cdot C \cdot K(i) \cdot A^T] + A^T \cdot Q \cdot A$$

avec $K(0) = 0$.

les équations précédentes définissent un estimateur de KALMAN pour le système:

$$\begin{cases} x(i+1) = A \cdot x(i) + B \cdot u(i) + w_1(i) \\ y(i) = C \cdot x(i) + w_2(i) \end{cases}$$

avec des bruits d'état $w_1(i)$ et de sortie $w_2(i)$ blancs discrets dont les matrices de covariances sont respectivement $A^T \cdot Q \cdot A$ et R .

Dans le cas de notre exemple, soit la colonne à distiller, d'ordre $n=14$ et ayant deux entrées et une sortie, la matrice de bouclage de l'estimateur de dimension $(14,1)$ s'écrit:

$$G = \begin{bmatrix} 0,3451 \\ -0,2821 \\ 0,3601 \\ 0,2012 \\ 0,2184 \\ 0,2518 \\ 0,2129 \\ 0,2532 \\ 0,2645 \\ 0,2776 \\ 0,2938 \\ 0,3118 \\ 0,3276 \\ 0,5063 \end{bmatrix}$$

avec

$$Q_v = \begin{bmatrix} 0,5 & & & & 0 \\ & 5 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \backslash & \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = [100]$$

BIBLIOGRAPHIE .

1. C. FOULARD - Commande et régulation par calculateur numérique - MASSON 8
2. Y. FAES - Commande des processus industriels par calculateur - EYROLLES
3. YAMANI - Polycopie de "Identification des processus" - U.S.T.H.B
LABO - Traitement de signal.
4. HALILALI - Polycopie de "Identification par V.I" - USTHB
5. DJAZAR - Polycopie de "Identification par MCG" - USTHB
6. A. FOSSARD - Commande des systèmes multidimensionnels - DUNOD - 1972
7. A. BENSOUSSAN - Filtrage optimal des systèmes linéaires - DUNOD - 1971
8. R. BOUDAREL - Commande optimale des processus IA - DUNOD - 1967
9. - Théorie et calcul des asservissements linéaires -
10. MOUSSADUI - Commande optimale d'un grand système - projet de fin d'études Juin 86
11. J. RICHALET - Modélisation et identification des processus -
12. J.C. GILLE - Dynamique de la commande linéaire -
14. M.G. SINGH - Systems decomposition, optimisation and control - CNRS - 1978
13. F. MILSANT - Asservissement linéaire - Edition EYROLLES 1972
15. Preprints of the IFAC / IFORS symposium - large scale systems - WARGAW 1983
16. BOUMAH RAT - Analyse numérique - SNED 1982
17. J. MENDEL - Discrete techniques of parameter estimation
the equation error formulation - M^c D. DOUGLAS . INC - NY 1977
18. R.E. BELLMAN - Dynamic programming -
19. F. FOQUIN - Modélisation des systèmes orientée vers le contrôle
des processus - CNAM informatique -