

**Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique**

**Ecole Nationale Polytechnique**

**Département de Génie Mécanique**



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

Mémoire de Master  
En Génie Mécanique

**Thème**

**Analyse par éléments finis et étude paramétrique du  
couplage fluide-structure dans un réservoir**

**Dirigé par :**  
Prof. Saïd RECHAK, ENP  
Dr. Mohamed BELHARIZI, CRIL

**Présenté par :**  
Ahmed Mehdi GHERBI

Juin 2015

## Remerciements

J'aimerais en premier lieu remercier mon dieu Allah qui m'a donné la volonté et le courage pour la réalisation de ce modeste travail.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mes encadreurs Monsieur RECHAK et Monsieur BELHARIZI. Je les remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et répondre à mes questions durant mes recherches.

Je remercie mes très chers parents, qui ont toujours été là pour moi, « Vous avez tout sacrifié pour vos enfants n'épargnant ni santé ni efforts. Vous m'avez donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. Je suis redevable d'une éducation dont je suis fier ».

Je remercie mon frère Ilyes et ma sœur Lilia pour leur encouragement.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

## ملخص

موضوع هذه الدراسة يهدف الى تحليل مشروط للتفاعلات سائل هيكل لحاوية جامدة ثم متشوهة مملوءة جزئيا بسائل غير قابل للانضغاط و غير لزج. أولا، يتم تقديم عرض حال عن ظاهرة الخوض والتفاعل سائل هيكل. ثانيا، يتم إجراء اقتران السائل بالهيكل. يتم عرض معادلات الاقتران وصياغتها إلى عناصر محدودة. بعد ذلك تم القيام بمحاكاة رقمية على برنامج ANSYS. في الأخير تم إجراء دراسة حدودية من أجل أن نرى تأثير الخصائص الهندسية المختلفة، إرتفاع نسبة المياه، سمك الخزان وقطره على الترددات..

**الكلمات المفتاحية :** الخوض، تفاعل سائل/ هيكل، خزان أسطواني، النمذجة العددية ، FEM ، ANSYS.

## Abstract

The theme of the present study aims parametric modal analysis of fluid-structure interaction of a rigid container and deformable partially filled with a viscous non-compressible liquid. First, a state of the art on the phenomenon of sloshing and fluid-structure interaction is presented. Secondly, the fluid-structure coupling is undertaken. The coupling equations are presented and formulation into finite elements is developed. A numerical simulation on the commercial code ANSYS is undertaken. Finally a parametric study is conducted in order to see the influence of different geometric characteristics, fluid height, shell thickness and diameter of the tank on the frequencies.

**Keywords:** sloshing, fluid/structure interaction, cylindrical tank, numerical modeling, FEM, ANSYS.

## Résumé

Le thème de la présente étude a pour objectif l'étude paramétrique modale des interactions fluide-structure d'un réservoir rigide (modes de ballonnement) puis déformable (modes couplés) partiellement rempli par un liquide incompressible non visqueux. Pour commencer, un état de l'art sur le phénomène de ballonnement et les interactions fluide-structure est présenté. Dans un deuxième temps, le couplage fluide-structure est entrepris. Les équations de couplage sont présentées et une formulation en éléments finis est élaborée. Une simulation numérique sur le code commercial ANSYS est entreprise. Pour conclure une étude paramétrique est entreprise afin de voir l'influence des différentes caractéristiques géométriques, hauteurs du fluide, épaisseur du réservoir et diamètre du réservoir sur les fréquences.

**Mots clés :** ballonnement, interaction fluide/structure, réservoir cylindrique, modélisation numérique, MEF, ANSYS.

## Liste des figures

Figure 2.1 : mécanisme de couplage fluide / structure.....	8
Figure 2.2 : schéma du problème couplé fluide / structure.....	9
Figure 2.3 : couplage élément fini fluide/structure.....	15
Figure 3.1 : Modèle avec conditions aux limites cas de réservoir rigide.....	19
Figure 3.2 : Modèle avec conditions aux limites cas de réservoir élastique.....	19
Figure 3.3 : évolution de la fréquence propre en fonction du ratio H/D pour D=10m pour les trois premiers modes.....	20
Figure 3.4: évolution de l'élévation maximale en fonction de la fréquence couplée à dominante fluide pour différentes valeurs de H (h =9 m, e=0.008m, D=10m).....	21
Figure 3.5: évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour R= 5m, e= 0.008 m, h=9m.....	22
Figure 3.6 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour R= 3m, e= 0.008 m, h=9m.....	22
Figure 3.7 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour R= 1m, e= 0.008 m, h=9m.....	23
Figure 3.8 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de l'épaisseur du réservoir pour R= 5m, H= 6m, h=9m.....	24

# Nomenclature

## Lettres latines

$L$	Hauteur du réservoir (m)
$H$	Hauteur du fluide (m)
$R$	Rayon du réservoir (m)
$D$	Diamètre du réservoir (m)
$p$	Pression à la surface libre (Pa)
$g$	Accélération de la gravité ( $m/s^2$ )
$t$	Temps (s)
$P$	Pression totale (Pa)
$n$	La normale aux parois du réservoir
$f$	Fréquence (Hz)
$p_e$	Vecteur des inconnues nodales en pression sur l'élément $\Omega_{Fe}$
$p_{e'}$	Vecteur des inconnues nodales en pression sur l'élément $\Gamma_0^{e'}$
$N^e$	Vecteur des fonctions de forme pour l'élément $\Omega_e$
$N^{e'}$	Vecteur des fonctions de forme pour l'élément $\Gamma_0^{e'}$
$G^e$	Matrice des dérivées partielles des fonctions de forme
$m_F^{e'}$	Matrice de masse d'un élément de la surface libre fluide
$k_F^e$	Matrice de raideur d'un élément fluide
$M'_F$	Matrice de masse globale du fluide
$K_F$	Matrice de raideur globale du fluide
$F(t)$	Force d'excitation
$M_S$	Matrice de masse globale de la structure
$K_S$	Matrice de raideur globale de la structure
$n_S$	La normale aux parois qui ne sont pas en contact avec le fluide
$n_F$	La normale au domaine fluide qui n'est pas en contact avec la structure
$u$	Déplacement
$E$	Module de Young (Pa)
$C$	Tenseur de Hooke
$k_S^e$	Matrice de rigidité élémentaire de la structure
$m_S^e$	Matrice de masse élémentaire de la structure
$r_e$	Matrice de couplage fluide/structure élémentaire
$R$	Matrice de couplage fluide/structure
$h$	Hauteur du réservoir (m)
$e$	Épaisseur du réservoir (m) 0549847412

## Lettre grecque

$\nabla$	Opérateur divergence
$\Delta$	Opérateur laplacien scalaire
$\rho$	Masse volumique du fluide (kg/m <sup>3</sup> )
$\omega$	Pulsation (rad/s)
$\delta p$	Fonction test
$\Omega_F$	Domaine fluide
$\Gamma_{F0}$	Frontière libre du fluide
$\Omega_e$	Domaine élémentaire structure
$\Omega_{Fe}$	Domaine élémentaire fluide
$\Gamma_0^e$	Frontière élémentaire de la surface libre
$\Lambda^e$	Matrice de localisation des degrés de liberté de l'élément fini e
$\Omega_s$	Domaine structure
$\Gamma_{F\pi}$	Frontière contrainte du fluide
$\Gamma$	Frontière commune fluide/structure
$\Gamma_{S0}$	Frontière libre de la structure
$\Gamma_{S\sigma}$	Frontière contrainte du réservoir
$\sigma$	Contrainte
$\varepsilon$	Déformation
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\rho_s$	Masse volumique de la structure (kg/m <sup>3</sup> )
$\delta u$	Déplacement virtuel
$\delta p$	Pression virtuel

## Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Etat de l'art.....	3
Chapitre II : Formulation en éléments finis du couplage fluide/structure.....	8
II-1-Introduction.....	8
II-2- Formulation du problème couplé.....	9
III-3- Formulation en intégrale pondérée.....	11
II-4- Discrétisation en éléments finis.....	11
II-4-1-Calcul des éléments de la structure.....	11
II-4-2- Calcul des éléments du fluide.....	13
II-4-3-Les termes de couplage.....	15
II-5- Conclusion.....	17
Chapitre III : Etude paramétrique.....	18
III-1-Introduction.....	18
III-2- Contexte de l'étude.....	18
III-3- Influence de la hauteur du fluide sur les fréquences de ballonnement.....	20
III-4- Influence de la hauteur du fluide sur l'élévation de la surface libre.....	20
III-5- Influence de la hauteur du fluide et du diamètre du réservoir sur les fréquences couplées à dominante structure.....	21
III-6- Influence de l'épaisseur du réservoir sur les fréquences couplées à dominante structure.....	23
III-7- Conclusion.....	24
Conclusion générale et perspectives.....	25
Bibliographie.....	26
Netographie.....	27

# Introduction générale

Le thème de la présente étude a été défini en collaboration avec Dr Mohamed BELHARIZI et a pour objectif l'étude paramétrique modale des interactions fluide-structure d'un réservoir rigide (modes de ballonnement) puis déformable (modes couplés) partiellement rempli par un liquide incompressible non visqueux.

Pour commencer, un état de l'art sur le phénomène de ballonnement et les interactions fluide-structure est présenté. Un aperçu sur les différents travaux réalisés (analytiques, numériques et expérimentales) avec un accent sur les travaux les plus récents est fourni.

Dans un deuxième temps, le couplage fluide-structure est entrepris. Les équations de couplage sont présentées et une formulation en éléments finis est élaborée.

A la fin, une étude paramétrique est entreprise. On s'intéresse à l'étude de l'influence des différentes caractéristiques géométriques, hauteurs du fluide, épaisseur du réservoir, diamètre du réservoir sur les fréquences propres de ballonnement, élévation de la surface libre et fréquences propres couplées à dominante fluide et à dominante structure. La simulation numérique est effectuée sous le code ANSYS.

Le Ballonnement désigne tout mouvement de la surface libre du liquide à l'intérieur de son récipient. Il est causé par une perturbation de ce dernier quand il est partiellement rempli. Selon le type de perturbation et la forme du récipient, la surface libre du liquide peut expérimenter différents types de mouvement, simple, plan, non plan, rotation, symétrique, asymétrique, quasi-périodique et chaotique. Lors de l'interaction avec son récipient élastique, ou sa structure d'appui, la surface libre du liquide peut présenter des types fascinants de mouvements sous la forme d'échange d'énergie entre les modes d'interaction [3].

Le problème de base du ballonnement de liquide implique l'estimation de la distribution hydrodynamique de pression, les forces, les moments et les fréquences naturelles de la surface libre du liquide. Ces paramètres ont un effet direct sur la stabilité et la performance dynamique des réservoirs [3].

Ce phénomène touche de nombreux secteurs industriels, que ce soit dans le domaine maritime (méthaniers, pétroliers), terrestre (camion-citerne, réservoirs soumis à des séismes), aéronautique ou aérospatial (réservoirs de carburant).

En général, les solutions analytiques ne peuvent être trouvées que dans le cas de géométrie simple. Cette connaissance de solutions analytiques permet de valider les modèles numériques utilisés pour des géométries plus complexes. La plupart des solutions analytiques dans la littérature considère que le fluide est non visqueux



incompressible et irrationnel, et le réservoir une structure élastique isotrope ayant une rigidité et une épaisseur uniforme [5].

Les méthodes numériques sont très utiles pour résoudre les problèmes pratiques. Les méthodes peuvent être classées comme suit : différences finis, éléments finis, volumes finis et équations intégrales. Le principe de ces méthodes est la discrétisation d'un domaine continu et la recherche des solutions du système discret qui approche le problème [5].

Pour la simulation il existe plusieurs codes de calcul commerciaux : ANSYS, ADINA, ABAQUS.

Le manuscrit du présent mémoire de master est présenté comme suit :

Après une introduction dans laquelle la problématique du sujet est définie, on présente au chapitre I, un état de l'art sur les différents travaux réalisés dans le domaine avec une mise en accent sur les travaux les plus récents.

Dans le chapitre II, le problème d'interaction fluide/structure présentant une surface libre et où les effets de gravité sont pris en compte et les équations qui le régissent sont posées. Une approche numérique basée sur la méthode des éléments finis est utilisée pour écrire le problème aux valeurs propres qui permet la détermination des fréquences propres.

Dans le chapitre III, une étude paramétrique est entreprise pour mettre en évidence l'influence des différentes caractéristiques géométriques, hauteurs du fluide, épaisseur du réservoir, diamètre du réservoir sur les fréquences propres de ballonnement et fréquences propres couplées à dominante fluide et à dominante structure.

On clôture le présent manuscrit par des conclusions et des recommandations.

## Chapitre I : Etat de l'art

Le phénomène de ballottement dans des réservoirs est un problème auquel les chercheurs se sont intéressés depuis très longtemps. Dans cette section de la thèse on va essayer de donner un aperçu sur les différents travaux réalisés (analytiques, numériques et expérimentales) sur ce phénomène avec un accent sur les travaux les plus récents.

Le phénomène de ballottement dans des réservoirs est un problème auquel les chercheurs se sont intéressés depuis très longtemps. On peut citer les premiers travaux de Boussinesq (1878) où il a introduit l'influence de l'amortissement visqueux dans l'étude des ondes progressives et stationnaires dans des récipients fermés. Des années après pas mal de recherches en suivant cette démarche, on peut citer Biesel (1949) qui a examiné l'amortissement des ondes progressives dans un canal de profondeur finie, mais avec une largeur infinie. Ursell (1952) qui a traité le cas de l'amortissement dû à des parois verticales avec une profondeur infinie et il a aussi identifié le taux d'amortissement visqueux dans les vagues de surface et il a trouvé un exemple dans lequel deux approches différentes ont donné des réponses différentes. Hunt (1952, 1964) qui a calculé les effets combinés de largeur finie et profondeur finie. Keulegan (1959) compte à lui il a étendu le travail de Boussinesq pour calculer l'atténuation des ondes solitaires. Pour les plus récentes on peut citer Henderson et Miles (1994) et Martel, et al. (1998) qui ont calculés les fréquences naturelles et le taux d'amortissement pour des ondes de surface dans un cylindre circulaire fondée sur l'hypothèse d'une ligne de contact fixe, couches limites de Stokes, et une surface nette ou totalement contaminée. Ils ont indiqué que l'amortissement des ondes de surface dans une cuve fermée, qui dépasse presque les prédictions théoriques, est en raison de quatre sources: (i) dissipation visqueuse à une limite rigide de la cuve, (ii) dissipation visqueuse à la surface libre, qui peut être recouverte par un film viscoélastique, (iii) l'amortissement visqueux dans le fluide intérieur, (iv) hystérésis capillaire à la ligne de contact.

L'importance de l'analyse modale est capitale avant toute autre étude (harmonique, transitoire, spectrale ...) c'est pour ça qu'on la retrouve dans toutes les études de vibrations, elle permet de cibler ces dernières.

Plusieurs travaux ont été effectués les plus remarquables sont ceux d'Abramson (1966), il a été le premier qui a fourni une tentative d'analyse précise pour la prédiction du ballottement qui induit des pressions dynamiques sur les parois des réservoirs de carburant. Il a utilisé une théorie linéaire basée sur la formulation en potentiel des vitesses pour analyser le mouvement du liquide contenu dans des réservoirs cylindriques et sphériques.

On peut aussi citer, Henrich et al, (1970) qui ont présentés un traitement très étendue du ballotement de liquide dans un demi-espace délimité de-dessus par un plan rigide qui contient soit une ouverture circulaire ou une ouverture en bande infinie. Ils ont obtenu les deux bornes supérieures et inférieures des fréquences naturelles.

Troesch et Miles (1972) qui ont discutés des caractéristiques du spectre des valeurs propres de ballotement de liquide dans un demi-espace avec un accent sur leurs limites supérieures.

Pour un réservoir sphérique, le problème est analytiquement plus complexe et les solutions approximatives pour les fréquences naturelles ont été obtenues par Bauer et Eidel (1989). Par suite Bauer et Eidel (1999) ont considérés différentes configurations de conteneurs cylindriques.

L'influence des dispositifs mobiles et des tuyaux internes sur les fréquences naturelles de la surface libre a été déterminée par Drake (1999). On peut citer aussi Chun et Yun (1999) qui ont analysés les effets d'un bloc rectangulaire en bas-monté sur les caractéristiques de ballotement de liquide dans les réservoirs rectangulaires à l'aide de la théorie ondulatoire de faible amplitude.

L'analyse dynamique est l'objectif de toute étude vibratoire car elle nous permet de mettre en valeur les différents effets des sollicitations (harmonique, impulsion, transitoire) auxquelles peut être soumis le système étudié (distribution des contraintes, déformation ...).

Dans une série de documents (Abramson, Garza et Kana, 1962, Abramson, Chu et Garza, 1962, et Abramson et Garza, 1965) traitant le ballotement de liquide dans des citernes compartimentées, il a été montré que les fréquences propres mesurées de la surface libre du liquide dépendent de l'amplitude d'excitation. Les amplitudes de la force hydrodynamique du liquide présentent également des phénomènes de saut bien connus à chaque pic de résonance. Sous cette condition, la forme de la surface libre est plus plane et son déplacement vers le haut est plus grand que son déplacement vers le bas. Ainsi, pour des excitations près de la résonance, il faut procéder à une analyse non linéaire pour calculer les forces hydrodynamiques.

Faltinsen (1978) a tiré une solution analytique linéaire pour le ballotement de liquide dans un réservoir rectangulaire 2D horizontalement excité. Cette solution a été largement utilisée dans la validation des modèles numériques.

Huang (1994) ont étudiés le mouvement non linéaire d'un liquide dans un récipient axisymétrique arbitraire, récipients cylindriques circulaires, des réservoirs rectangulaires soumis à des excitations latérales et de tangage.

Yin, et al. (1999) ont utilisés le principe variationnel proposé par Luc (1967) pour déterminer la fonction de potentiel et l'élévation de la surface libre dans un cylindre circulaire soumis à une excitation de tangage. Ils ont confirmés les conclusions antérieures que le mouvement plan de la surface libre suit les caractéristiques d'un

oscillateur non linéaire doux, tandis que le mouvement de rotation suit celles d'un oscillateur non linéaire dur.

Sudo et Ohaba (1998) ont mesurés expérimentalement la réponse non linéaire de la surface libre du liquide dans un réservoir cylindrique sous excitation latérale. Ils ont observés des ondes de surface plane, le mouvement tourbillon, et les réponses chaotiques de surface pour différentes amplitudes d'excitation.

Chang et Shen (2000) ont examinés les mouvements chaotiques et la résonance interne des ondes de surface non linéaires générés par une excitation harmonique appliquée sur le côté du réservoir.

D'autres études sur le ballottement non linéaire latéral y compris rotation et vortex ont été menées par Ockendon (2001).

B. Meziani, O. Ourrad (2013) ont présentés un travail dans le but été l'étude des caractéristiques linéaires du ballottement dans le cas d'une géométrie rectangulaire. L'introduction d'une excitation dynamique verticale de type sinusoïdale donne un problème d'oscillations paramétriques régi par l'équation de Mathieu. L'analyse de cette équation montre l'existence des zones stables et instables. Un diagramme de stabilité est donné en fonction des paramètres du problème. L'analyse du ballottement dans les zones stables montre des effets non linéaires. Ces effets dépendent de la fréquence et de l'amplitude de l'excitation dynamique.

Alessia Simonini, Pierre Colinet, Maria Rosaria Vetrano (2014) ont présentés un travail dans le but été la caractérisation du ballottement dans un cylindre partiellement rempli d'eau et soumis à une excitation latérale sinusoïdale afin de créer une base de données pour la validation des codes numériques. La technique de Vélocimétrie par Images de Particules fluorescentes (f-PIV) est utilisée pour mesurer les champs de vitesse dans la phase liquide et le comportement de l'interface gaz/liquide.

Le système liquide-structure combinée est très difficile à modéliser et n'importe quelle analyse est généralement basée sur des simplifications assumées. L'interaction de la dynamique du ballottement de liquide avec les déformations élastiques du récipient doit être considérée dans l'étude de la dynamique du système global. Kana en (1966) a présenté un excellent aperçu de l'interaction avec les vibrations élastique de flexion et de respiration du réservoir.

Dans une série de documents, Koval'chuk et Pavolovskii (1992, 1993, 1994) ont examinés l'interaction non linéaire des coques avec un liquide sous différentes formes de pression radiale.

S.Subhash Babu, S.K. Bhattacharyya (1996), L'objectif de leur étude est porté sur le développement d'un schéma numérique en utilisant la technique des éléments finis pour calculer le l'élévation de la surface libre du liquide et la pression développée en raison de tels ballottement. Le schéma est étendu pour étudier l'effet couplé de

ballotement et le mouvement de la paroi du récipient due au changement de la pression du liquide.

Amabili et Paidoussis (2003) ont établi que, pour les coques cylindriques, la formulation non linéaire doit être envisagée si la hauteur de la vague de la surface libre dépasse 25% du rayon du réservoir.

K.C. Biswal, S.K. Bhattacharyya (2010), ont utilisées des chicanes de manière efficace pour réduire la réponse de ballotement de liquide dans les récipients de stockage. L'interaction dynamique qui existe entre le système réservoir élastique-déflexeur-liquide a été examinée afin d'évaluer la réponse du système couplé par la méthode des éléments finis. La paroi de rebondissement et le réservoir sont constitués de matériaux composites stratifiés légers. Le liquide est considéré comme incompressible et non visqueux, et l'écoulement est irrotationnel. Les équations d'éléments finis du mouvement de domaines liquides et de structure sont intégrées numériquement par le régime d'intégration de Newmark. L'effet de l'interaction entre les deux champs est étudié par transfert de l'accélération normale à la structure du domaine liquide et la pression du liquide au domaine de la structure.

S. Nicolici, R.M. Bilegan(2013), ont étudiés le problème de la modélisation de l'interaction fluide-structure (FSI) dans des réservoirs de liquides partiellement remplis. Leur étude se concentre sur les phénomènes de ballotement et sur le couplage d'une analyse (CFD) avec l'analyse des déformation par éléments finis (FEA) utilisé pour prédire l'amplitude de l'onde de ballotement, fréquence du mode de convection, la pression exercée sur les parois et l'effet de ballotement sur les forces au niveau de l'ancrage. L'interaction entre les fluides (eau et air) et la paroi du réservoir est modélisée. L'utilisation de l'évolution dans le temps d'une excitation sismique, les résultats du modèle FSI sont comparés avec ceux obtenus en utilisant des modèles mécaniques simplifiés fournies dans les codes de conception. Le phénomène de couplage a une influence sur l'effet de ballotement, la pression impulsive étant amplifiée par l'élasticité de la paroi. La méthodologie appliquée FSI se révèle être possible dans l'analyse d'un réservoir de stockage 3D complet couplé CFD / FEA soumis à une excitation de longue durée.

Tahar Berrabah Amina, Belharizi Mohamed, Laulusa André, Bekkouche Abdelmalek (2015), ont étudiés les réponses modales d'un barrage en béton ces dernières sont déterminées en utilisant les éléments finis via le logiciel commercial ANSYS. Les résultats trouvés sont probablement dues à des caractéristiques géométriques du barrage Brezina, qui ne sont pas typiquement ceux d'un barrage-voûte. Ils sont trouvés que le mode couplé donne la plus grande masse effective, cela entraîne une diminution modérée des fréquences quand le niveau de l'eau augmente, à l'exception de la hauteur d'eau de 10 m à laquelle la fréquence naturelle et la plus élevée.

Kalyan Kumar Mandal et Damodar Maity (2015) ont effectués une analyse non-linéaire par éléments finis de réservoirs d'eau élastiques. Les deux faces, fluides et

citernes sont discrétisées et modélisées par des éléments 2D isopérimétriques ayant 8 nœuds. Le terme non-linéaire de l'accélération de convection dans les équations de Navier-Stokes est incorporé dans l'analyse. La pression hydrodynamique sur le mur du réservoir est présentée à la fois à partir d'une analyse linéaire et non linéaire pour une comparaison. Les résultats montrent que la non-linéarité convective augmente la valeur de la pression hydrodynamique à une quantité considérable lorsque la fréquence d'excitation se rapproche de la fréquence fondamentale du réservoir d'eau. L'ampleur de la pression hydrodynamique dans l'analyse non linéaire est assez grande comparée à celle de l'analyse linéaire lorsque la distance entre les deux parois verticales est relativement plus étroite. Cependant, l'augmentation de pression est négligeable lorsque le réservoir est mis en vibration à une fréquence supérieure à la fréquence du domaine fluide.

Gao Lin, Jun Liu, Jianbo Li, Zhiqiang Hu (2015) ont utilisé la méthode à l'échelle limite des éléments finis (SBFEM) qui est une alternative prometteuse pour l'analyse du ballonnement dans les réservoirs de stockage de liquides. Pour les problèmes de ballonnement linéaires dans la plupart des cas, réservoirs verticaux de section quelconque transversale uniforme, les réservoirs horizontaux de section uniforme arbitraire et les réservoirs de révolution de forme arbitraire méridien, en employant SBFEM l'analyse peut être grandement simplifiée. Des exemples numériques valident l'efficacité et la précision de l'approche proposée.

Nous avons présentés pas mal de travaux mais beaucoup d'autres recherches et études sur le phénomène de ballonnement, les interactions fluide structure dans les réservoirs, avec des considérations multiples, des configurations diverses et différents régimes, existent dans la littérature et qui sont aussi intéressants.

# Chapitre II : Formulation en éléments finis du couplage fluide/structure

## II-1-Introduction

Dans le présent chapitre le couplage fluide-réservoir est modélisé par la méthode des éléments finis. Pour la structure (réservoir) le problème est formulé en variable de déplacement, par contre pour le fluide la formulation est établie en variable de pression-celle-ci conduit à des équations en intégrale pondérée, qui suivant une discrétisation par éléments finis permet d'aboutir aux matrices de rigidité et de masse élémentaires. L'assemblage permet d'établir les équations généralisées du problème fluide-structure. Deux méthodes de couplage sont implémentées dans le logiciel ANSYS.

Les phénomènes liés au couplage mécanique fluide/structure apparaissent, à des degrés divers d'importance, pour toute structure en contact avec un fluide. Ce type de couplage multi physique se rencontre dans de nombreuses situations industrielles et l'influence qu'il peut avoir sur le comportement dynamique de systèmes mécaniques est souvent significative. La prise en compte des effets de couplage fluide/structure devient alors un enjeu de première importance dans le dimensionnement de structures, en particulier en raison d'exigences de sécurité associées à leur conception.

Un problème d'interaction fluide/structure (IFS) met en jeu deux milieux continus (solide et fluide) tels que :

- Les milieux solide et fluide échangent des énergies d'origine mécanique
- Les phases solide et fluide sont distinctes
- Les milieux solide et fluide n'échangent pas de masse

Le couplage mécanique entre les deux milieux s'opère dans les deux sens au niveau de leur surface de contact : les déformations de la structure, sous l'effet des efforts imposés par l'écoulement du fluide, modifient la configuration de l'interface fluide/structure ; les conditions d'écoulement du fluide en sont affectées, ce qui induit une modification de l'effort exercé sur la structure au niveau de l'interface, bouclant le cycle de l'interaction. (fig.2.1). [1]

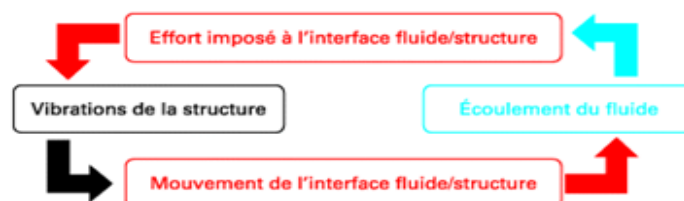


Figure 2.1 : mécanisme de couplage fluide / structure [1]

## II-2- Formulation du problème couplé

La figure 2.2 décrit le problème du couplage fluide-structure. Le fluide occupe le domaine  $\Omega_F$  et la structure occupe le domaine  $\Omega_s$ . Le domaine frontière fluide-structure est représenté par  $\Gamma$ .

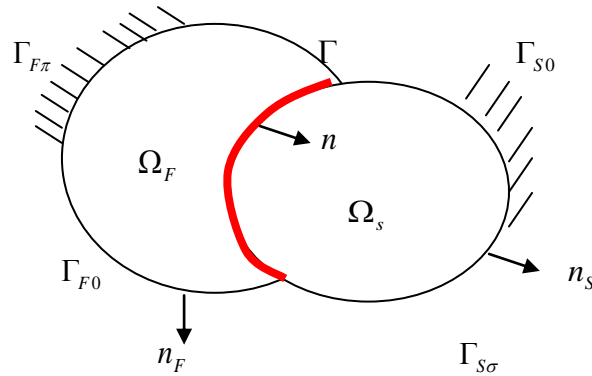


Figure 2.2 : schéma du problème couplé fluide / structure

Le problème Structure est formulé en variable de déplacement à l'aide d'équation aux dérivées partielles. Les conditions aux limites appropriées sont imposées au déplacement et contraintes aux frontières de la structure  $\Gamma_{s0}$  et  $\Gamma_{s\sigma}$  (fig.2.2).

Les vibrations élastiques de la structure autour d'un état d'équilibre stable sont décrites par l'équation suivante :

$$-\rho_s \omega^2 u_i - \frac{\partial \sigma_{ij}(u)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{dans } \Omega_s \quad (2.1)$$

Les conditions aux limites imposées aux frontières sont :

$$u_i = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{s0} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ij}(u) n_j^s = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{s\sigma} \quad (2.3)$$

Le problème Fluide est formulé en variable de pression (contrainte) à l'aide de l'équation de Laplace. Les conditions aux limites appropriées sont imposées aux frontières  $\Gamma_{F\pi}$  et  $\Gamma_{F0}$ . L'équation décrivent le ballonnement du fluide autour d'un état d'équilibre est :

$$\Delta p = 0 \quad \text{dans } \Omega_F \quad (2.4)$$



La condition à la frontière  $\Gamma_{F\pi}$  s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j^F = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma_{F\pi} \quad (2.5)$$

En plus de la condition sur la surface libre :

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j^F = \frac{\omega^2}{g} p \quad \text{sur} \quad \Gamma_{F0} \quad (2.6)$$

Le Couplage fluide/structure des deux milieux est modélisé par les équations qui expriment la continuité des composantes normales du tenseur de contraintes et du champ d'accélération à l'interface fluide/ structure :

$$\sigma_{ij}(u) n_j^S = p n_i \quad \text{sur} \quad \Gamma \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j^F = \rho_F \omega^2 u_j n_j \quad \text{sur} \quad \Gamma \quad (2.8)$$

La première condition 2.7 traduit la continuité des contraintes normales sur les parois de la structure dus à l'effort exercé par le fluide.

La deuxième condition 2.8 traduit la continuité des accélérations imposées par la structure sur le fluide.

Il est important de rappeler que les vibrations de la structure sont décrites par le champ des petits déplacements  $U = (u_i)$  défini en tout point  $\mathbf{x}$  du domaine  $\Omega$ . Ces derniers engendrent de petites déformations de la structure qui sont représentées par le tenseur des déformations  $\varepsilon(u) = (\varepsilon_{ij}(u))$ . L'hypothèse de petites transformations permet d'écrire une relation linéaire entre déplacement et déformations, comme suit:

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.9)$$

Les déformations de la structure induisent un champ de contraintes dans la structure, représentées par le *tenseur des contraintes*  $\sigma(u) = (\sigma_{ij}(u))$ . L'hypothèse de comportement élastique pour un matériau homogène et isotrope permet d'écrire la relation entre les déformations et les contraintes dans la structure sous la forme :

$$\sigma_{ij}(u) = \frac{E}{1+\nu} \left( \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk}(u) \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}(u) \right) \quad (2.10)$$

Avec  $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$  « trace » scalaire qui par substitution du tenseur de déformation  $\varepsilon_{kk}$  (éq.3.9) on aboutit à :

$$\sigma_{ij}(u) = \frac{E}{1+\nu} \left( \frac{\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (2.11)$$

### III-3- Formulation en intégrale pondérée

Pour la formulation en intégrale pondérée la même démarche entreprise pour le fluide dans le chapitre II doit être suivie pour la structure, en considérant un déplacement virtuel  $\delta u$  comme fonction test (voir [1]). On obtient :

#### Structure

$$-\omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_S + \int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(\delta u) d\Omega_S = \int_{\Gamma} p n_i \delta u_i d\Gamma \quad \forall \delta u \quad (2.12)$$

#### Fluide

$$\int_{\Omega_F} \nabla \delta p \cdot \nabla p d\Omega_F - \omega^2 \int_{\Gamma_{F0}} \frac{1}{g} p \cdot \delta p d\Gamma_{F0} = \omega^2 \rho_F \int_{\Gamma} u_i n_i \delta p d\Gamma \quad \forall \delta p \quad (2.13)$$

## II-4- Discrétisation en éléments finis

L'idée de la discrétisation en éléments finis est de produire une solution discrète réalisant une approximation de la solution au problème continu en travaillant sur un domaine géométrique discret sur lequel les intégrales des formulations (2.12) et (2.13) sont approchées à l'aide de relations matricielles.

### II-4-1-Calcul des éléments de la structure

Afin de formuler le problème aux valeurs propres, on procède au calcul des éléments de la structure. On établit alors les matrices de rigidités et de masse. Le principe de discrétisation est le suivant : à chaque élément fini sont associées des fonctions de formes, qui permettent de calculer le déplacement en tout point de  $\Omega_e$ , à partir des valeurs du déplacement aux nœuds de l'élément. On écrit alors sur l'élément  $\Omega_e$  :

$$u|_{\Omega_e} = N_S^e U_e \quad (2.14)$$

$U_e$  : Vecteur des inconnues nodales du déplacement sur l'élément fini  $\Omega_e$ .

$N_S^e$  : Matrice des fonctions de formes associée au calcul du déplacement sur l'élément  $\Omega_e$ .

On utilise une relation similaire pour le champ virtuel :  $\delta u|_{\Omega_e} = N_S^e \delta U_e$

D'où on peut écrire :

$$u \bullet \delta u = \delta U_e^T N_S^{eT} N_S^e U_e \quad (2.15)$$

Où le symbole  $\bullet$  est le produit scalaire.

On écrit :

$$\int_{\Omega_S^e} \rho_S u \delta u d\Omega_S^e = \delta U_e^T m_S^e U_e \quad (2.16)$$

Avec  $m_S^e$  la matrice de masse de la structure défini par :

$$m_S^e = \int_{\Omega_S^e} \rho_S N_S^{eT} N_S^e d\Omega_S^e \quad (2.17)$$

La relation déplacement /déformation s'écrit :

$$\varepsilon|_{\Omega_e} = G_S^e U_e \quad (2.18)$$

Tel que :

$G_S^e$  : Matrice des fonctions de forme munis de l'opérateur gradient.

D'un autre côté on a  $\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}$  ou  $C$  est tenseur de Hooke.

Exemple pour le cas plan on a :

$$C = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1/2-\nu \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Sachant que les tenseurs de contraintes et de déformations sont symétriques et en tenant compte des relations si dessus on a :

$$\int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(\delta u) d\Omega_S = \int_{\Omega_S} \delta U_e G_S^{eT} C G_S^e U_e d\Omega_S = \delta U_e k_S^e U_e \quad (2.20)$$

Avec :

$$k_S^e = \int_{\Omega_S} G_S^{eT} C G_S^e d\Omega_S \quad (2.21)$$

Où  $k_S^e$  est la matrice de rigidité de l'élément  $\Omega_e$ .

Maintenant il va falloir assembler les matrices de tous les éléments afin de formuler notre problème aux valeurs propres, et pour cela on définit une matrice de localisation  $\Lambda^e$  ainsi on écrit :

$$U_e = \Lambda_S^e U \quad (2.22)$$

Et on fait la même chose pour le déplacement virtuel  $\delta U_e = \Lambda_S^e \delta U$

Où  $U$  est le vecteur des déplacements des nœuds de tout le domaine  $\Omega$ .

Alors on écrit :

$$M_S = \sum_{e=1}^{e=E} \Lambda_S^{eT} m_S^e \Lambda_S^e \quad (2.23)$$

$$K_S = \sum_{e=1}^{e=E} \Lambda_S^{eT} k_S^e \Lambda_S^e \quad (2.24)$$

Avec :

$M_S$  : Matrice de masse globale de la structure.

$K_S$  : Matrice de raideur globale de la structure.

## II-4-2- Calcul des éléments du fluide

La discrétisation en éléments finis de la formulation intégrale précédente est réalisée sur un maillage du domaine fluide  $\Omega_F \approx \bigcup_{e=1}^{e=E} \Omega_{Fe}$  de sorte que le calcul des intégrales de volume sur  $\Omega_F$  est réalisé à l'aide de calculs élémentaires sur les éléments finis  $\Omega_{Fe}$ . Pour la surface libre on a :  $\Gamma_{F0} \approx \bigcup_{e'=1}^{e'=E} \Gamma_{F0}^{e'}$ .

Donc sur chaque élément fini  $\Omega_e$  et  $\Gamma_{F0}^{e'}$  on calcul :

$$\omega^2 \int_{\Gamma_{F0}^{e'}} \frac{1}{g} p \cdot \delta p \cdot d\Gamma_{F0}^{e'} \quad \text{et} \quad \int_{\Omega_{Fe}} \nabla \delta p \cdot \nabla p \cdot d\Omega_{Fe} \quad (2.25)$$

Posons :

$$p|_{\Omega_e} = N^e p_e \quad \text{et} \quad p_{\Gamma_{F0}^{e'}} = N^{e'} p_{e'} \quad \text{et} \quad \nabla p|_{\Omega_{Fe}} = G^e p_e \quad (2.26)$$

Avec :

- $p_e$  est le vecteur des inconnues nodales en pression sur l'élément  $\Omega_{Fe}$ .
- $p_{e'}$  est le vecteur des inconnues nodales en pression sur l'élément  $\Gamma_{F0}^{e'}$ .
- $N^e$  est le vecteur des fonctions de forme pour l'élément  $\Omega_{Fe}$ .
- $N^{e'}$  est le vecteur des fonctions de forme pour l'élément  $\Gamma_{F0}^{e'}$ .
- $G^e = \nabla N^e$  la matrice des dérivées partielles des fonctions de forme.

Pour la fonction test on utilise des relations similaires c.-à-d. :

$$\delta p|_{\Omega_{Fe}} = N^e \delta p_e \quad \text{et} \quad \delta p_{\Gamma_{F0}^{e'}} = N^{e'} \delta p_{e'} \quad \text{et} \quad \nabla \delta p|_{\Omega_{Fe}} = G^e \delta p_e \quad (2.27)$$

Soit :

$$\int_{\Gamma_{F0}^{e'}} \frac{1}{g} p \cdot \delta p \cdot d\Gamma_{F0}^{e'} = \delta p_{e'}^T m_F^{e'} p_{e'} \quad \text{avec :} \quad m_F^{e'} = \int_{\Gamma_{F0}^{e'}} \frac{1}{g} N^{e'T} N^{e'} \cdot d\Gamma_{F0}^{e'} \quad (2.28)$$

$$\int_{\Omega_{Fe}} \nabla \delta p \cdot \nabla p \cdot d\Omega_{Fe} = \delta p_e^T k_F^e p_e \quad \text{avec :} \quad k_F^e = \int_{\Omega_{Fe}} G^{eT} G^e d\Omega_{Fe} \quad (2.29)$$

Ou :

- $m_F^{e'}$  matrice de masse d'un élément.
- $k_F^e$  matrice de raideur d'un élément.

On formule le problème pour l'ensemble des éléments, et pour cela on pose :

$$p_e = \Lambda^e p \quad (2.30)$$

Avec :

- $\Lambda^e$  est la matrice de localisation des degrés de liberté de l'élément fini e.
- $p$  le vecteur des inconnues globales.

$$\text{On fait de même pour la fonction test } (\delta p_e = \Lambda^e \delta p) \quad (2.31)$$

En faisant la somme des expressions établies pour chaque élément fini fluide on obtient :

$$M'_F = \sum_{e'=1}^{e'=E} \Lambda_{e'}^T m_F^{e'} \Lambda_{e'} \quad (2.32)$$

$$K_F = \sum_{e=1}^{e=E} \Lambda_e^T k_F^e \Lambda_e \quad (2.33)$$

Où :

$M'_F$  : Matrice de masse globale.

$K_F$  : Matrice de raideur globale.

### II-4-3-Les termes de couplage

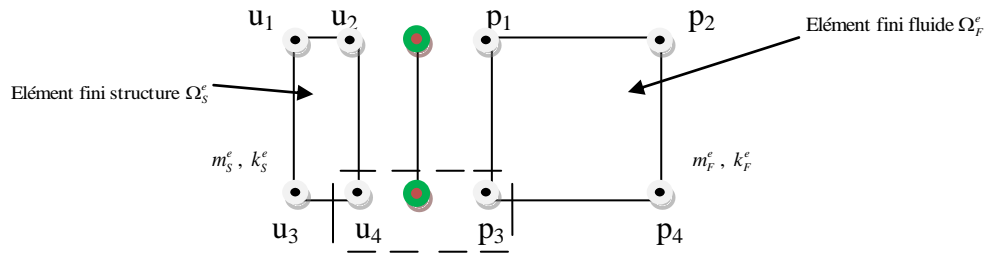


Figure 2.3 : couplage élément fini fluide/structure

On discrétise notre frontière  $\Gamma$  en éléments  $\Gamma_e$  est on suit la même démarche sachant que :

$$u = N_S^e U_e \quad \text{et} \quad p = N_F^e P_e \quad (2.33)$$

On prend des relations similaires pour le déplacement virtuel et la pression virtuelle.

Enfin les termes en intégrale du couplage sur un élément peuvent être écrits ainsi :

$$\int_{\Gamma_e} p n_i \delta u_i d\Gamma_e = \delta U_e^T r_e P_e \quad \text{et} \quad \int_{\Gamma_e} n_i u_i \delta p d\Gamma_e = \delta P_e^T r_e U_e \quad (2.34)$$

Tel que :

$$r_e = \int_{\Gamma_e} N_S^{eT} n_e N_F^e d\Gamma_e \quad (2.35)$$

Avec  $r_e$  correspond à la matrice élémentaire de couplage fluide/structure.

En assemblant les matrices élémentaires de même que ce qui a été fait auparavant on écrit :

$$\int_{\Gamma} p n_i \delta u_i d\Gamma = \delta U^T R P \quad \text{et} \quad \int_{\Gamma} u_i n_i p d\Gamma = \delta P^T R^T U \quad (2.36)$$

$R$  : Matrice de couplage fluide/structure

Dans ce qui suit un récapitulatif de l'ensemble des termes intégrales préalablement calculés sont présentés :

$$\int_{\Omega_S} \rho_S u_i \delta u_i d\Omega_S = \delta U^T M_S U \quad (2.37)$$

$$\int_{\Omega_S} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(\delta u) d\Omega_S = \delta U^T K_S U \quad (2.38)$$

$$\int_{\Omega_F} \nabla \delta p \cdot \nabla p d\Omega_F = \delta P^T K_F P \quad (2.39)$$

$$\int_{\Gamma_{F0}} \frac{1}{g} p \cdot \delta p d\Gamma_{F0} = \delta P^T M'_F P \quad (2.40)$$

$$\int_{\Gamma} u_i n_i p d\Gamma = \delta P^T R^T U \quad (2.41)$$

$$\int_{\Gamma} p n_i \delta u_i d\Gamma = \delta U^T R P \quad (2.42)$$

Le problème aux valeurs propres pour le couplage s'écrit alors :

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ \rho_F R^T & M'_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_S & -R \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

Les basses et hautes fréquences du système fluide-structure sont calculées à partir :

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (2.44)$$

Avec :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ \rho_F R^T & M'_F \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} K_S & -R \\ 0 & K_F \end{bmatrix} = [K]$$

## II-5- Conclusion

Le présent chapitre traite de la formulation par la méthode des éléments finis de l'interaction fluide/structure avec présence de surface libre et où les effets de gravité sont pris en compte.

On commence par poser les équations de structure et celles du fluide et les termes de couplage. Juste après on écrit la formulation en intégrales pondérées de ces équations.

Dans un deuxième temps, on procède à la discrétisation des formulations en intégrales pondérées et écrire ainsi les différentes matrices élémentaires, les matrices de masse fluide et structure, les matrices de raideur fluide et structure et la matrice de couplage fluide/structure.

A la fin, on a établi le problème aux valeurs propres après un assemblage des matrices élémentaires et la détermination des matrices globales de masse et de raideur du fluide et de la structure ainsi que la matrice globale de couplage fluide structure.



# Chapitre III : Etude paramétrique

## III-1-Introduction

Ce chapitre est un complément au projet d'ingénieur et s'inscrit dans le cadre du master. Dans ce dernier, une étude paramétrique est entreprise. On s'intéresse à l'étude de l'influence des différentes caractéristiques géométriques, hauteurs du fluide, épaisseur du réservoir, diamètre du réservoir sur les fréquences propres de ballonnement et fréquences propres couplées à dominante fluide et à dominante structure. La simulation numérique est effectuée sous code ANSYS.

## III-2- Contexte de l'étude

Pour la simulation on suit les mêmes étapes entreprises dans le projet d'ingénieur pour le cas d'un réservoir rigide ou élastique (couplage). Une commande est introduite dans le fichier Log file de notre travail déjà effectué dans le projet d'ingénieur, cette dernière nous permet de varier les paramètres géométriques et lancer le calcul sans avoir à refaire toutes les étapes de la simulation.

Pour rappel dans le cas de réservoir rigide on a considéré :

- Un élément 2D fluide 79
- Base fixe et déplacements nul selon la normale aux parois du réservoir.

Pour le cas de réservoir élastique on a considéré :

- Des éléments 2D fluide 79 pour le fluide et plane 182 pour la structure du réservoir.
- Base du réservoir fixe et couplage entre fluide-structure

Différentes hauteurs du fluide, différents diamètres et épaisseurs du réservoir ont été considérées :

H : 2m, 4.5m, 6m, 8m.

D : 10m, 6m, 2m.

e : 0.002m, 0.004m, 0.006m, 0.008m.

Les figures illustrant les différentes conditions aux limites des deux cas (réservoir rigide et réservoir déformable) sont repris :

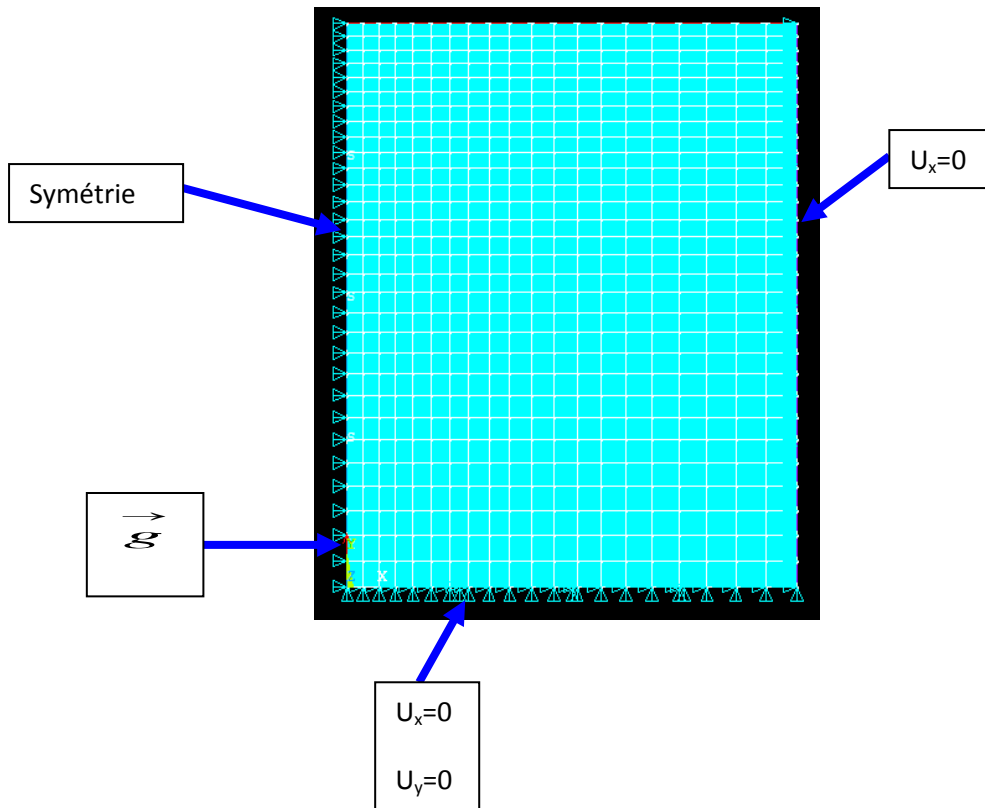


Figure 3.1 : Modèle avec conditions aux limites cas de réservoir rigide

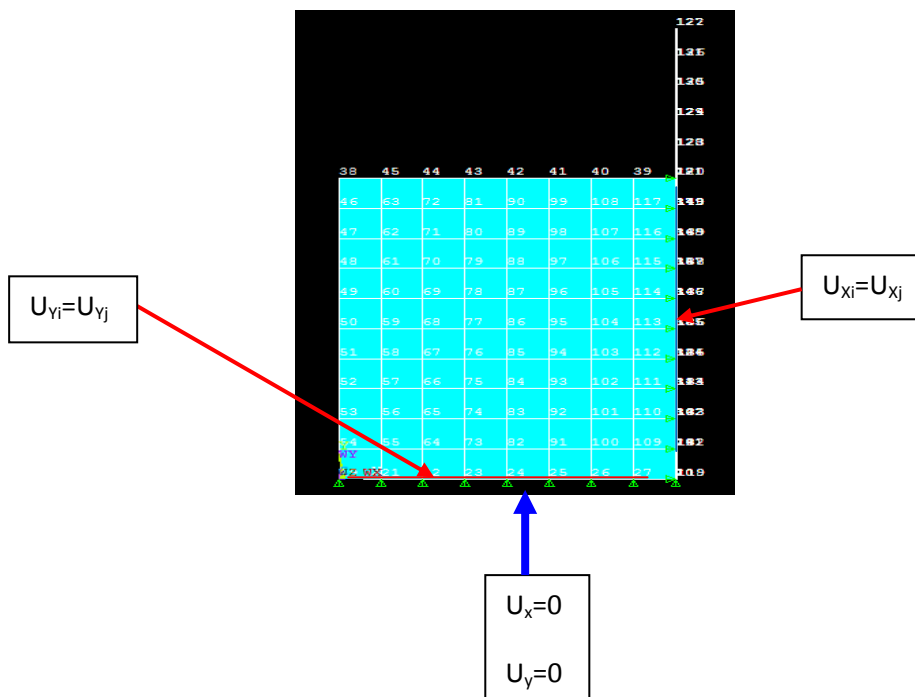


Figure 3.2 : Modèle avec conditions aux limites cas de réservoir élastique

### III-3- Influence de la hauteur du fluide sur les fréquences de ballonnement

Nous proposons de voir l'influence de la hauteur du fluide présent dans le réservoir sur les fréquences propres de ballonnement en rapportant les résultats obtenus sur ANSYS sous forme de courbes en fréquences en fonction de du rapport H/D avec un diamètre fixe  $D=10m$ . Comme il est montré sur la figure 3.3.

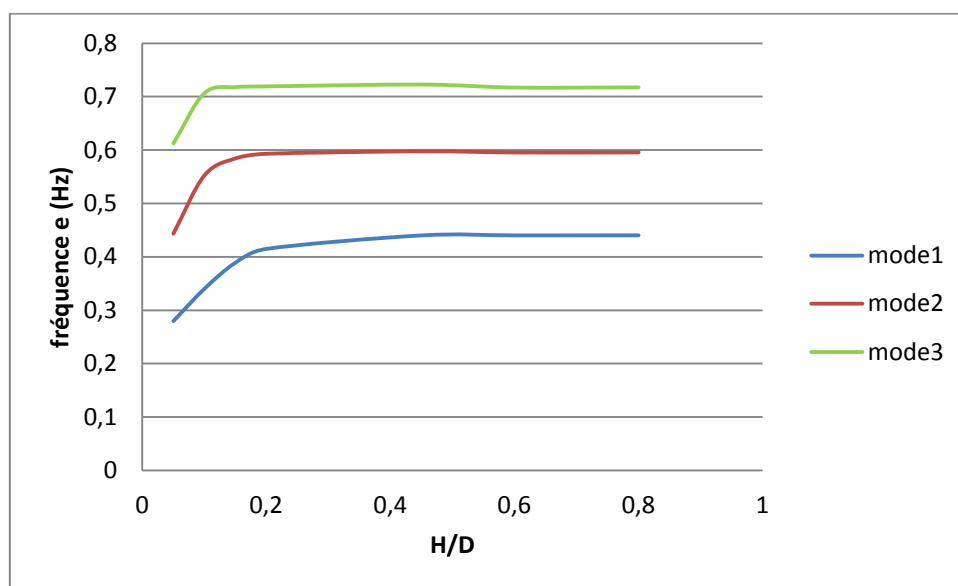


Figure 3.3 : évolution de la fréquence propre en fonction du ratio H/D pour  $D=10m$  pour les trois premiers modes.

Il est observé une évolution de la fréquence de pente égale pour les 3 modes dans la première partie en allant de 0.05-0.12Hz. Dans la deuxième partie la pente est nettement réduite puis devient constante dans la troisième partie pour  $H/D \geq 0.5$ .

On voit bien que la fréquence propre de ballonnement augmente avec la hauteur du fluide.

### III-4- Influence de la hauteur du fluide sur l'élévation de la surface libre

Dans cette section, l'influence de la hauteur du fluide présent dans le réservoir sur l'élévation de sa surface libre est étudiée. Les résultats obtenus par simulation numérique sont présentés sous forme de courbes élévation en fonction de la fréquence pour un diamètre  $D=10m$ , une épaisseur  $e=0.008m$  et une hauteur du réservoir  $h=9m$  comme il est montré sur la figure 3.4.

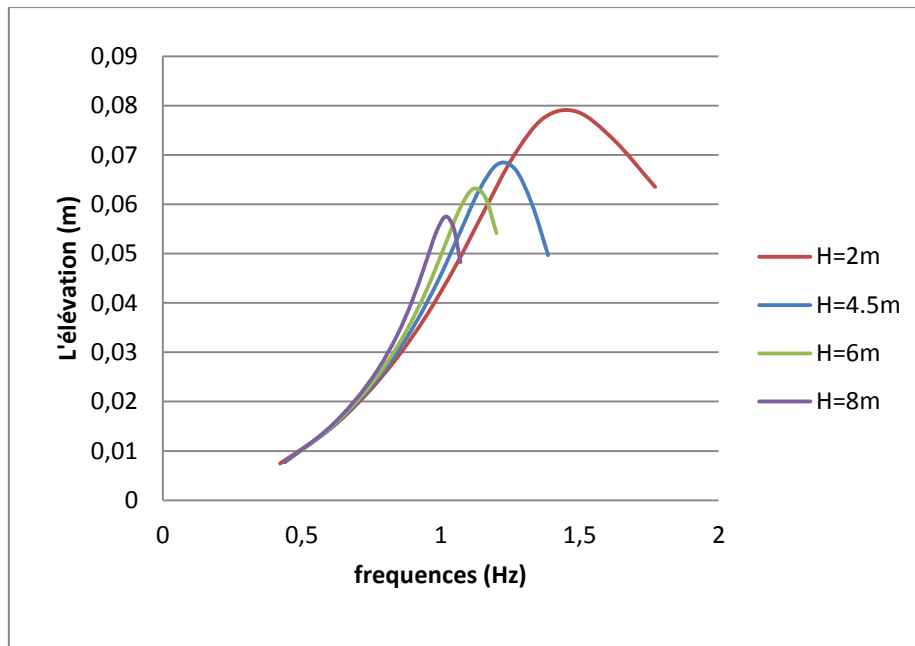


Figure 3.4: évolution de l'élévation maximale en fonction de la fréquence couplée à dominante fluide pour différentes valeurs de H ( $h = 9 \text{ m}$ ,  $e = 0.008 \text{ m}$ ,  $D = 10 \text{ m}$ )

Il est observé une évolution d'élévation de pente croissante en allant dans le sens croissant de la hauteur de fluide.

La figure 3.4 montre que l'élévation maximale de la surface libre croît quand la hauteur de l'eau présente dans le réservoir diminue. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que l'inertie de l'eau est plus importante pour des hauteurs plus élevées.

### III-5- Influence de la hauteur du fluide et du diamètre du réservoir sur les fréquences couplées à dominante structure

Dans ce qui suit, l'influence de la hauteur d'eau sur les fréquences propres couplées à dominante structure pour trois configurations différentes du diamètre du réservoir 10m, 6m, 2m est analysée. On présentera alors l'évolution de la fréquence en fonction de la hauteur d'eau pour la configuration du réservoir suivante :  $h = 9 \text{ m}$  et une épaisseur  $e = 0.008 \text{ m}$ .

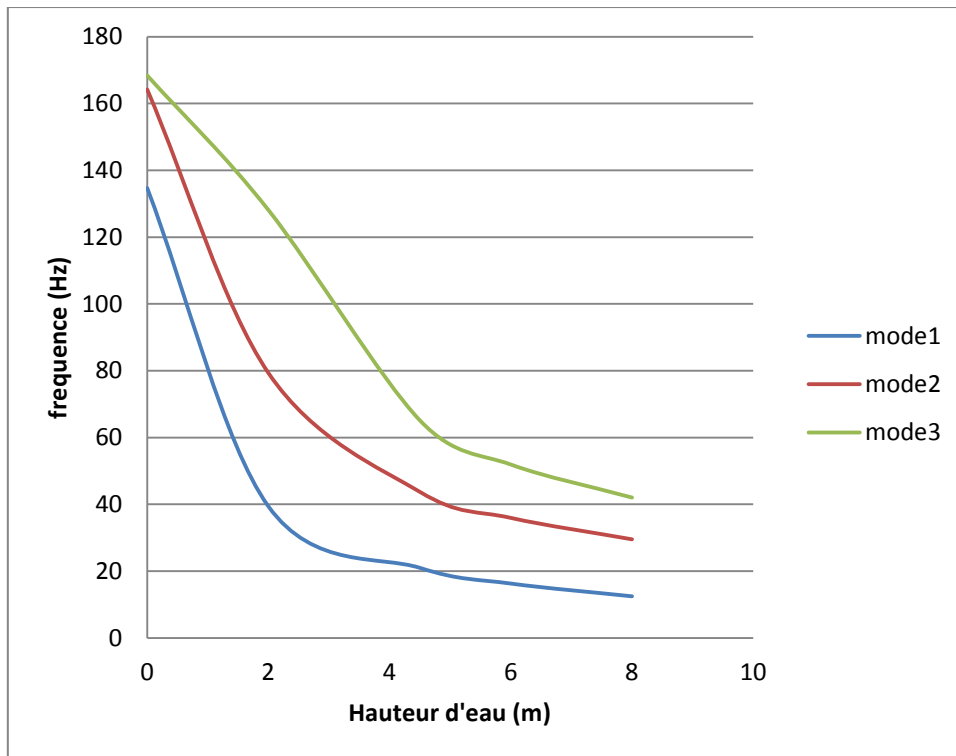


Figure 3.5: évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour  $R= 5m$ ,  $e= 0.008 m$ ,  $h=9m$

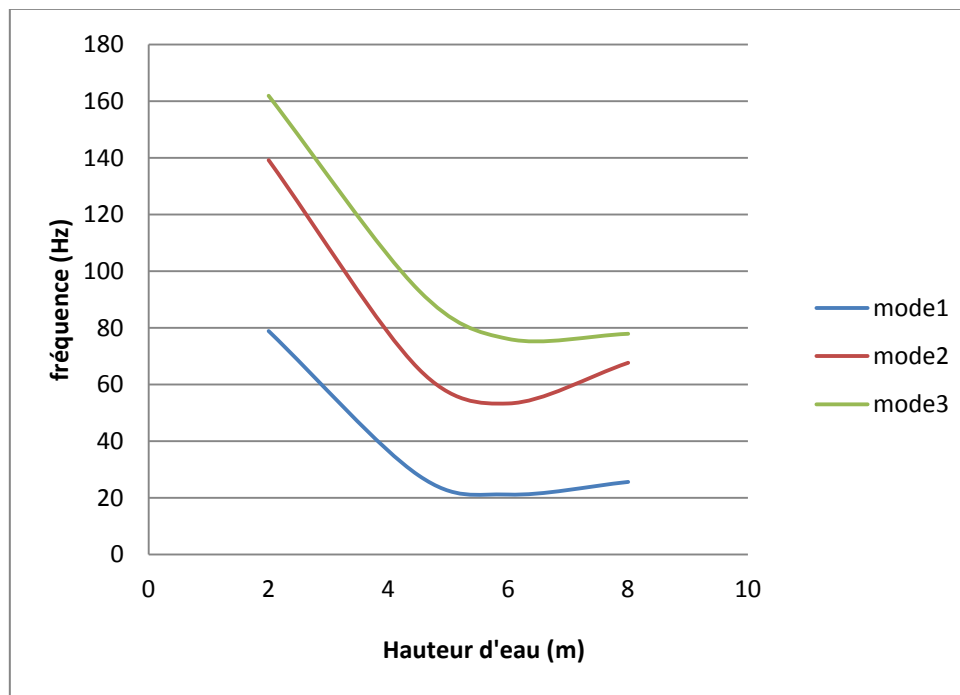


Figure 3.6 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour  $R= 3m$ ,  $e= 0.008 m$ ,  $h=9m$

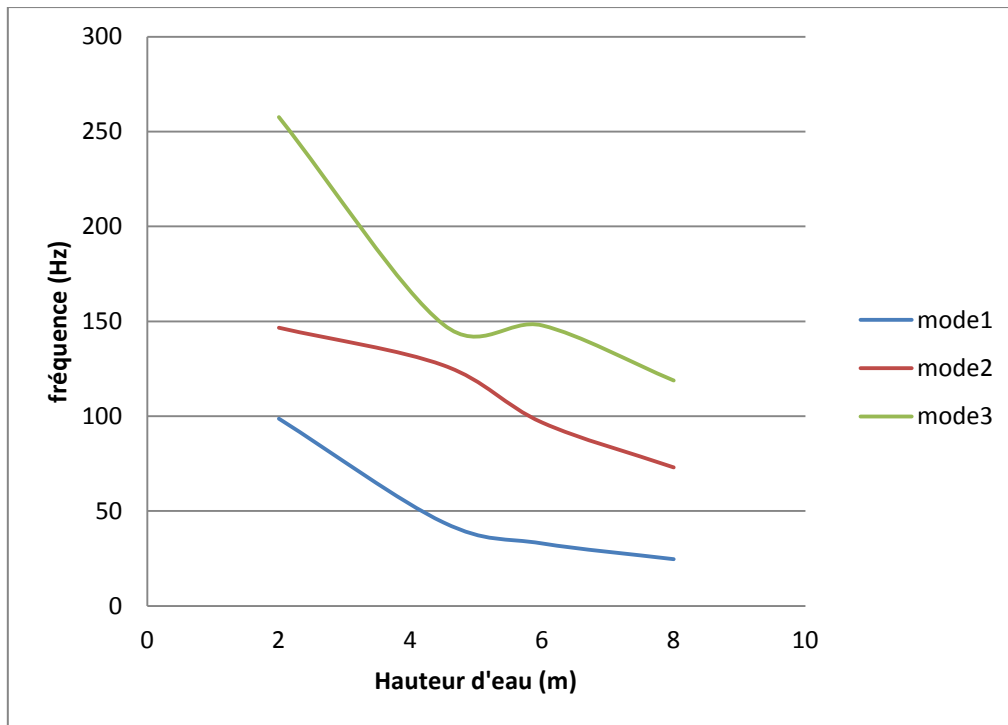


Figure 3.7 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de la hauteur d'eau pour  $R= 1m$ ,  $e= 0.008 m$ ,  $h=9m$

A partir des figures 3.5, 3.6 et 3.7 on voit que les fréquences propres couplées à dominante structure diminuent avec l'augmentation de la hauteur du fluide mais ces derniers croient avec la diminution du diamètre du réservoir.

Cela s'explique par le fait qu'il ya une bonne partie du fluide qui ne contribue pas au ballonnement et la masse de cette dernière vient s'ajouter à la masse de la structure du réservoir engendrons ainsi la diminution de la fréquence. Donc l'augmentation de la hauteur d'eau implique une plus grande masse ajoutée.

Il est intéressant de remarquer également que la réduction de la fréquence naturelle est plus accentuée en allant vers des diamètres plus faibles.

### III-6- Influence de l'épaisseur du réservoir sur les fréquences couplées à dominante structure

Dans cette dernière étape de notre étude paramétrique nous proposons d'étudier l'influence de l'épaisseur du réservoir sur les fréquences couplées à dominante structure. Pour un réservoir de diamètre  $D=10m$ , hauteur  $h=9m$  et une hauteur de fluide  $H=6m$ .

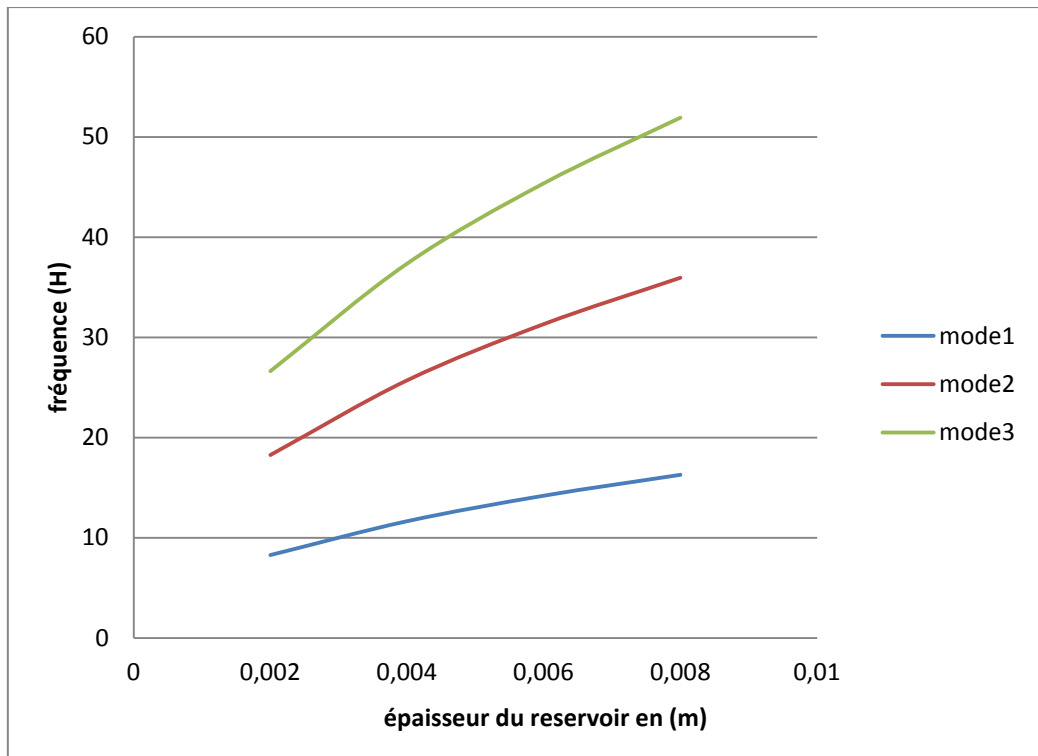


Figure 3.8 : évolution de la fréquence propre couplée à dominante structure en fonction de l'épaisseur du réservoir pour  $R= 5m$ ,  $H= 6m$ ,  $h=9m$

Il est observé une évolution de fréquence de pente croissante en allant vers des modes avancées (de 1 à 3).

La figure 3.8 montre que les fréquences propres couplées à dominante structure augmentent avec l'augmentation de l'épaisseur de la structure du réservoir. Cela peut s'expliquer par le fait que l'augmentation de l'épaisseur implique une augmentation de la raideur du problème physique.

### III-7- Conclusion

Dans ce chapitre qui est un complément au projet de fin d'études, on a étudié l'influence des différents paramètres géométriques du fluide (taux de remplissage), et du réservoir (épaisseur et diamètre) sur les fréquences de ballottage et fréquences couplées à dominante structure. Nous avons constaté que l'influence de ces paramètres est parfois très significative à cause des variations induites sur les fréquences, ce qui rend l'étude paramétrique une étape incontournable lors de la conception des réservoirs à contenance fluide.

## Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, nous avons réalisés une étude paramétrique de l'analyse modale d'un réservoir cylindrique partiellement remplie d'eau dans le cas particulier de fluide incompressible, non visqueux et irrotationnel. Cette analyse nous a permis d'évaluer l'influence des différentes caractéristiques géométriques, hauteurs du fluide, épaisseur du réservoir, diamètre du réservoir sur les fréquences propres de ballonnement et fréquences propres couplées à dominante fluide et à dominante structure. La simulation numérique est effectuée sous code ANSYS.

Ce travail nous a permis d'acquérir une maîtrise dans le domaine spécifique à l'analyse modale ainsi que celui de l'interaction fluide structure sur ANSYS avec toute sa complexité.

On étudiant l'influence de la hauteur d'eau sur les fréquences propres de ballonnement on a remarqué que :

- Les fréquences propres de ballonnement augmentent avec l'augmentation du taux de remplissage du réservoir.
- L'élévation maximale de la surface libre croît quand la hauteur de l'eau présente dans le réservoir diminue.

On étudiant l'influence de la hauteur du fluide, du diamètre du réservoir et de son épaisseur sur les fréquences couplées à dominante structure on a remarqué que :

- Les fréquences propres couplées à dominante structure diminuent avec l'augmentation de la hauteur du fluide mais ces derniers croient avec la diminution du diamètre du réservoir.
- Les fréquences propres couplées à dominante structure augmentent avec l'augmentation de l'épaisseur de la structure du réservoir.

En perspective, il serait intéressant d'étudier l'effet de la viscosité du fluide, la réponse à une excitation sismique, choix d'une autre géométrie du réservoir et la prise en compte des tensions superficielles. Ces phénomènes constituent des sujets très intéressants et d'actualité et donnent un sens plus large aux problèmes d'interaction fluide/structure présentant une surface libre.



# Bibliographie

- [1] : SIGRIST J-F, Interaction fluide-structure « Analyse vibratoire par élément finis », Ellipses, 2011.
- [2] : AXISA F, Interaction fluide-structure, Hermès Science Publications, 2001.
- [3] : RAOUF A. Ibrahim, Liquide Sloshing Dynamics « Theory and Applications », Cambridge University Press, 2005.
- [4] : ABRAMSON H. Norman, The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, National Aeronautics and Space Administration, 1966.
- [5] : CHAI X-J, Influence de la gravité sur les interactions fluide-structure pour un fluide dans un domaine borne à surface libre, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1996.
- [6] : B. Meziane, O. Ourrad, Ballotement d'un fluide parfait dans un réservoir rectangulaire soumis à une excitation dynamique verticale, 21<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, 2013.
- [7] : Alessia Simoninia, Pierre Colinet, Maria Rosaria Vetrano, 14<sup>ème</sup> Congrès Francophone de Techniques Laser, 2014.
- [8] : K.C. Biswal, S.K. Bhattacharyya, Dynamic response of structure coupled with liquid sloshing in a laminated composite cylindrical tank with baffle, 2010.
- [9] : S. Nicolici, R.M. Bilegan, Fluid structure interaction modeling of liquid sloshing phenomena in flexible tanks, Center of Technology and Engineering for Nuclear Projects, 409, Atomistilor Street, Magurele, Ilfov County, Romania, 2013.
- [10] : Tahar Berrabah Amina, Belharizi Mohamed, Laulusa André, Bekkouche Abdelmalek, Fluid-structure interaction of Brezina arch dam: 3D modal analysis, EJGE, 2015.
- [11] : Kalyan Kumar Mandal, Damodar Maity, Nonlinear finite element analysis of elastic water storage tanks, 2015.
- [12] : Gao Lin, Jun Liu, Jianbo Li, Zhiqiang Hu, A scaled boundary finite element approach for sloshing analysis of liquid storage tanks, 2015.

# Netographie

[http://mostreal.sk/html/elem\\_55/chapter4/ES4-80.htm](http://mostreal.sk/html/elem_55/chapter4/ES4-80.htm)

[http://www.ansys.stuba.sk/html/elem\\_55/chapter3/ES3-1.htm](http://www.ansys.stuba.sk/html/elem_55/chapter3/ES3-1.htm)

[http://www.si.ens-cachan.fr/accueil\\_V2.php?page=affiche\\_ressource&id=181](http://www.si.ens-cachan.fr/accueil_V2.php?page=affiche_ressource&id=181)