République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Civil Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures

THESE DE DOCTORAT

Présentée par :

DJILLALI AMAR BOUZID

Magister et Ingénieur d'Etat en Génie Civil

Diplômé de l'Ecole Nationale Polytechnique

En vue de l'obtention du titre de Doctorat en Génie Civil



MODELISATION NUMERIQUE DE L'INTERACTION SOL-SEMELLE-PIEU SOUS SOLLICITATIONS LATERALES

Soutenue à l'ENP, Le 29 Mai 2007 devant le jury composé de :

M. M.K. BERRAH	Professeur, ENP	Président
M. B. TILIOUINE	Professeur, ENP	Directeur de Thèse
M. P.A. VERMEER	Professeur, Université de STUTTGART	Co-Directeur de Thèse
M. D. BENOUAR	Professeur, USTHB	Examinateur
M. S. BELKACEMI	Maître de Conférences, ENP	Examinateur
M. M. BENSAIBI	Maître de Conférences, Université de Blida	Examinateur
M. M. HADID	Maître de Conférences, ENTP	Invité

Ecole Nationale Polytechnique, 10, Avenue Hassan Badi El-Harrach, Alger e-mail : dar@enp.edu.dz

A mes parents, ma femme Linda et mes filles Lina, Abir et Nermine

Remerciements

La réalisation de cette thèse de Doctorat n'aurait pas été possible sans le soutien et la participation de plusieurs personnes avec lesquelles j'ai étroitement collaboré et qui m'ont fait part de leurs connaissances et de leur savoir-faire; je souhaite ici leur exprimer toute ma gratitude.

Je remercie mon directeur de thèse Mr. B. Tiliouine, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP) et Directeur du Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique de Structures (LGSDS), pour l'attention qu'il a portée à ce travail. Ses précieuses orientations et conseils m'ont soutenu tout au long de mes recherches. Sa supervision et son expérience m'ont été essentielles dans la réalisation de ce travail de Doctorat.

J'ai eu la chance de travailler à l'étranger sous la direction du Professeur Pieter A. Vermeer, Directeur de l'Institut de Géotechnique, Université de Stuttgart (Allemagne). En travaillant à ses côtés, j'ai pu tirer profit de ses connaissances et apprécier ses qualités humaines. Sa contribution à travers ses nombreuses conversations scientifiques m'a été capitale dans l'élaboration de ce travail, et m'a permis de publier mon travail dans des journaux internationaux de haut niveau.

Que le Professeur Pieter A. Vermeer trouve ici, l'expression de ma sincère et profonde gratitude pour l'intérêt qu'il a montré à mon travail, son enseignement, son encouragement et ses conseils.

Je tiens à remercier tout particulièrement A. Bouafia, Professeur à l'Institut de Génie Civil à l'Université Saad Dahleb de Blida, pour son sens pratique et le caractère constructif de ses remarques. Je lui exprime toute ma reconnaissance.

Je remercie tous les membres du jury de soutenance qui m'ont fait honneur de participer au jury et d'être les examinateurs de ce modeste travail.

Je ne pourrai mentionner toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à cette thèse car ils ont été nombreux. Donc mes sincères remerciements à tous ceux qui ont participé à l'élaboration de ce travail de Doctorat, notamment mes collègues à l'Institut des Sciences de l'Ingénieur au Centre Universitaire Yahia Fares de Médéa.

Résumés

Résumé et mots clés

Le cadre général de cette thèse de Doctorat est la modélisation numérique de l'interaction sol-semelle-pieu sous sollicitations horizontales.

Dans l'étude de l'ensemble semelle-pieu, où la semelle de liaison est circulaire, l'approche semi-analytique de la méthode des éléments finis a été appliquée à l'étude de ce type de fondations sous efforts latéraux. Un élément de joint axisymétrique d'épaisseur nulle a été également proposé pour la modélisation de l'interface séparant la semelle (pieu) et le sol. L'influence de ce dernier sur la réponse aux chargements latéraux du système sol-semelle-pieu a été profondément examinée. Lorsque la semelle coiffant le pieu est de forme noncirculaire l'analyse par éléments fins exige une étude véritablement tridimensionnelle. Afin de contourner cette difficulté, une nouvelle approche numérique baptisée 'Modèle des Tranches Verticales' (MTV) a été mise au point. Cette dernière combine la MEF 2-D et la méthode des différences finies pour discrétiser le continuum en tranches verticales. On s'est attaché ensuite à l'application de ce nouveau modèle à l'étude d'une semelle encastrée carrée et un pieu sous l'effet des sollicitations combinées. Le modèle des tranches verticales a été également étendu aux sols obéissant aux critères élastoplastiques. Les confrontations des résultats numériques à ceux d'autres méthodes rigoureuses ont donné satisfaction.

Mots clés: Radier brosse, pieux coiffés d'un chevêtre, fondation mixte, éléments d'interface, approche semi-analytique, méthode des éléments finis, méthode des différences finies, tranches verticales, analyse itérative, analyse non-linéaire, sol non-homogène, coefficients de rigidité, chargement latéral, chargement combiné.

Abstract and key words

The general framework of this Ph. D thesis is the numerical modelling of the soilfooting-pile interaction under horizontal loading.

In studying the footing-pile system where the footing is circular, the semianalytical approach of the finite element method has been applied. A zero thickness axi-symmetric interface element has been also proposed for modelling interfaces between the footing (pile) and soil. The influence of the interface characteristics on the response of soil-footing-pile to lateral loads has been thoroughly examined. When the piled footing has a non-circular shape, the footing-pile system looses its axi-symmetry and consequently the analysis requires a truly 3-D FE treatment. In order to avoid a 3-D study, which necessitates a tremendous human effort and huge computer resources, a new finite element approach called 'Vertical Slices Model' (VSM) has been developed. The latter combines the FE 2-D and finite differences method in modelling the continuum subdivided into vertical slices, and keeps the 3-D aspect of the problem. Then, this model has been applied to an embedded square footing and to a vertical pile under combined loading. Finally, the vertical slices model has been extended to a medium whose behaviour is elasto-plastic. Comparisons of FEVSM non-linear results with those of other rigorous methods have been satisfactory.

Key Words: Piled raft, piled footing, capped piles, interface elements, semianalytical approach, finite element method, finite differences method, vertical slices, iterative analysis, nonlinear analysis, non-homogeneous soil, stiffness coefficients, lateral loading, combined loading.

ملخص والكلمات المفاتيح

تتضمن أطروحة الدكتوراه هذه نمذجة رقمية لدراسة التأثيرات المتبادلة بين التربة، أساس سطحي و وتد(أساس عميق) تحت فعل القوى الأفقية.

لدراسة هذه المجموعة المشكلة من أساس سطحي و وتد حيث يكون أساس الربط دائري، استعملنا المقاربة المعروفة في الطريقة الرقمية التي تعتمد على تقسيم الوسط المدروس إلى عناصر منتهية. هذه المقاربة تدعى بالطريقة النصف تحليلية. تم إدخال في هذه الدراسة عنصر جديد ذو سمك معدوم لنمذجة الحيز الفاصل بين التربة و الوتد من جهة و بين التربة والأساس السطحي من جهة ثانيه. تأثيرات هذا العنصر على سلوك النظام المكون من الوتد و الأساس السطحي لمقاومة القوى الأفقية ثم دراستها بشكل مفصل. عندما يكون أساس الربط غير دائري فان الدراسة الرقمية باستعمال طريقة العناصر المنتهية تتطلب دراسة ثلاثية الأبعاد. للاستعاضة عن هذه الطريقة المكلفة من حيث تحضير المعطيات و موارد الكمبيوتر ثم في هذه الأطروحة إيجاد طريقة رقمية جديدة سميت بطريقة العناصر المنتهية ذات المقاطع الشاقولية. ثم استعمال هذه الطروحة إيجاد طريقة دراسة سلوك وتد وأساس ربط مربع تحت فعل التحميلات الأفقية.

الكلمات المفاتيح طريقة العناصر المنتهية، طريقة الفوارق المنتهية، أوتاد، أساسات سطحية، المقاربة النصف تحليليه، المقاطع الشاقولية، طرق الحل غير الخطية، تربة غير متجانسة، تحميل جانبي.

Liste des Figures

Chapitre I

Figure 1.1: Coupes schématiques dans différents types de fondations: reprise des efforts verticaux.

Figure 1.2: Coupes schématiques dans différents types de fondations: reprise des efforts horizontaux.

Figure 1.3: Schémas des fondations mixtes, (a) cas des ouvrages d'art, (b) cas des structures de bâtiments.

Chapitre II

Figure 2.1: Représentation simplifiée de l'unité pieu-radier.

Figure 2.2: Représentation du problème semelle filante-pieu via le programme GASP (d'après Poulos, 1991).

Figure 2.3: Les éléments essentiels dans la modélisation du radier sur pieux (D'après Russo, 1998).

Figure 2.4: Principe de la méthode des équations intégrales (d'après Ta et Small, 1996).

Figure 2.5: L'ensemble sol-chevêtre-pieux sous un effort latéral: (a) coupe verticale, (b) vue en élévation.

Figure 2.6: L'abaque des multiplicateurs f_m (selon Mokwa et Duncan, 2000).

Figure 2.7: Représentation graphique de la pression des terres en forme de spirale logarithmique (d'après Mokwa et Duncan, 2000).

Figure 2.8: Principe de l'approche de Borel (2001) pour l'étude des fondations mixtes.

Chapitre III

Figure 3.1: Deux matériaux différents imbricant une interface axisymétrique.

Figure 3.2: Coupe radiale dans l'élément d'interface torique d'épaisseur nulle à six nœuds.

Figure 3.3: Maillage d'éléments finis du système sol/semelle de surface (le modèle n'est pas à l'échelle).

Figure 3.4: Semelle circulaire rigide et rugueuse soumise à un chargement latéral.

Figure 3.5: Semelle rigide circulaire soumise à un moment de renversement.

Figure 3.6: Distribution des contraintes de cisaillement sous le fond de la semelle rigide.

Figure 3.7: Distribution des contraintes normales sous le fond de la semelle rigide.

Figure 3.8: Coupe radiale dans le maillage par éléments finis de l'ensemble Pieu/sol (le dessin n'est pas à l'échelle).

Figure 3.9: Effet de la rigidité d'interface sur le déplacement latéral du pieu.

Figure 3.10: Effet de la rigidité de l'interface sur le moment fléchissant.

Figure 3.11: Effet de la rigidité de l'interface sur l'effort tranchant.

Figure 3.12: Effet de la rigidité de l'interface sur la réaction du sol.

Chapitre IV

Figure 4.1: Pieu circulaire coiffé d'un chevêtre circulaire encastré et soumis à une force horizontale et un moment.

Figure 4.2: Maillage d'éléments finis du système sol/semelle encastrée (Figure n'est pas à l'échelle).

Figure 4.3: Variation du module de cisaillement du sol avec la profondeur selon une loi de puissance.

Figure 4.4: Système de chargement sur une semelle circulaire encastrée: (a) *H* et *M* en surface de la semelle, (b) chargement équivalent à la profondeur *z*.

Figure 4.5: Coefficient d'influence I_H^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.6: Coefficient d'influence I_{MH}^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.7: Coefficient d'influence I_M^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.8: Coefficient d'influence I_H^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.9: Coefficient d'influence I_{MH}^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.10: Coefficient d'influence I_M^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.11: Variation de la profondeur du métacentre avec le facteur de non-homogénéité du sol: (a) une semelle rugueuse, (b) une semelle lisse.

Figure 4.12: Coefficient d'influence $I_{H}^{z_{mc}}$ pour: (a) une semelle rugueuse, (b) une semelle lisse.

- **Figure 4.13:** Coefficient d'influence I_H^e pour une semelle rugueuse : (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$
- **Figure 4.14:** Coefficient d'influence I_{MH}^{e} pour une semelle rugueuse : (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$
- Figure 4.15: Coefficient d'influence I_H^e pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.16: Coefficient d'influence I_{MH}^{e} pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

- Figure 4.17: Profiles de réaction du sol pour une semelle circulaire rigide sous chargement latéral *H*: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4
- Figure 4.18: Profiles de réaction du sol pour une semelle circulaire rigide sous un moment *M*: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4
- Figure 4.19: Contraintes normales sous la semelle circulaire rigide sous l'effet H:

(a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4

Figure 4.20: Contraintes normales sous la semelle circulaire rigide sous l'effet d'un moment *M*:

(a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4

Figure 4.21: Illustration des composantes fournissant la résistance latérale du système pieu-chevêtre qui comporte : (1) l'interaction sol-pieu, (2) pression de butée, (3) pression de contact et frottement sur la base du chevêtre, et (4) frottement latéral sur le chevêtre.

Figure 4.22: Maillage d'éléments finis d'une fondation mixte: pieu-semelle circulaire encastrée sous sollicitations latérales.

Figure 4.23: Distribution de la réaction de butée sur le chevêtre avec la profondeur d'encastrement dans un sol homogène (a) a/e=2, (b) a/e=8

Figure 4.24: Distribution de la réaction de butée sur le chevêtre avec la profondeur d'encastrement dans un sol de Gibson (a) a/e=2, (b) a/e=8

Figure 4.25: (a) Semelle circulaire-pieu, (b) Module de sol homogène et non-homogène.

Figure 4.26: Effet des dimensions du chevêtre sur le déplacement latéral du pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.27: Effet des dimensions du chevêtre sur le déplacement latéral du pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.28: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.29: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.30: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.31: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement L_p/d=25, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.32: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.33: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.34: Effet des dimensions du chevêtre sur les déplacements latéraux du pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.35: Effet des dimensions du chevêtre sur les déplacements latéraux du pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.36: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.37: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.38: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.39: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.40: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Figure 4.41: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement L_p/d=25, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

Chapitre V

Figure 5.1: Modélisation du système sol-structure par tranches verticales: (a) Découpage du système sol/structure, (b) Trois tranches successives soumises aux forces externes et aux forces de volume fictives.

Figure 5.2: L'élément quadrangulaire à 8 noeuds.

Figure 5.3: Modélisation du système sol-pieu par éléments finis à tranches verticales.

Figure 5.4: Effet des limites du maillage sur le déplacement adimensionnel du pieu pour: $\frac{L_p}{d} = 10$:

(a)
$$t = r_0$$
, (b) $t = 2r_0$, (c) $t = 3r_0$, (d) $t = 4r_0$

Figure 5.5: Effet des limites du maillage sur le déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 25$: (a) $t = r_0$,

(b)
$$t = 2r_0$$
, (c) $t = 3r_0$, (d) $t = 4r_0$

Figure 5.6: Effet du nombre de tranches sur déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 10$: (a) $K_R = 10$,

(b)
$$K_R = 10^{-3}$$

Figure 5.7: Effet du nombre des tranches sur le déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 25$: (a) $K_R = 10$,

(b)
$$K_R = 10^{-3}$$

Figure 5.8: Comparaison des déflexions de la tête du pieu dans un sol homogène.

Figure 5.9: Comparaison du moment fléchissant maximum dans un sol homogène.

Figure 5.10: Comparaison des déplacements de la tête du pieu dans un sol de Gibson.

Figure 5.11: Pieu chargé axialement dans un sol homogène.

Figure 5.12: Comparaison des facteurs d'influence de tassement: a) $\frac{L_p}{d} = 10$, b) $\frac{L_p}{d} = 25$, c) $\frac{L_p}{d} = 50$

Figure 5.13: Pieu chargé axialement fiché dans un sol de Gibson.

Figure 5.14: Pieu chargé axialement fiché dans un sol multicouche.

Figure 5.15: Fondation rectangulaire reposant sur la surface d'un stratum élastique et homogène.

Chapitre VI

Figure 6.1: (a) Semelle carrée encastrée, (b) Pieu vertical, (c) Module de cisaillement comme une variation de puissance avec la profondeur.

Figure 6.2: Charges et déformations.

Figure 6.3: Maillage d'éléments finis d'une tranche contenant la semelle carrée enterrée (n'est pas à l'échelle).

Figure 6.4: Variation du tassement normalisé de la semelle rigide avec le coefficient de Poisson: (a) e/a=0.5, (b) e/a=2.

Figure 6.5: K_V : (a) $V_s = 0.2$, (b) $V_s = 0.5$.

Figure 6.6: K_{H} : (a) v_{s} =0.2, (b) v_{s} =0.5.

Figure 6.7: K_{MH} : (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$.

Figure 6.8: K_{M} : (a) v_{s} =0.2, (b) v_{s} =0.5.

Figure 6.9: Facteur de la rigidité verticale de la tête du pieu K_V : (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

Figure 6.10: Facteur de la rigidité latérale de la tête du pieu K_H : (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

Figure 6.11: Facteur de la rigidité de couplage (H-M) de la tête du pieu K_{MH} : (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

Figure 6.12: Facteur de la rigidité à la rotation de la tête du pieu K_M : (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

Figure 6.13: Moment fléchissant maximum normalisé M_{max}/Hd pour un pieu sous H:

(a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

Chapitre VII

Figure 7.1: Les différentes représentations de la surface de charge du critère de Drucker-Prager dans: (a) l'espace des contraintes principales, (b) le plan déviatorique π et (c) le plan ($\sqrt{J_2}$, - I_1).

Figure 7.2: Etat de contrainte à l'extérieur de la surface de charge.

Figure 7.3: Schéma du module tangent pour un potentiel associé.

Figure 7.4: Méthode de Newton-Raphson modifiée.

Figure 7.5: Comparaison des déplacement latéraux.

Figure 7.6: Comparaison des tassements du pieu.

Figure 7.7 : Pieu carré coiffé d'un chevêtre (une semelle de liaison) encastré.

Figure 7.8 : Courbes effort-déflexion (Pieu de fiche $L_p = 7 m$, chevêtre de dimension B = 1.5 m).

Figure 7.9: Courbes effort-déflexion (Pieu de fiche $L_p=7 m$, chevêtre de dimension B=4 m).

Figure 7.10: Courbes effort-déflexion (Pieu de fiche $L_p=12 m$, chevêtre de dimension B=1.5 m).

Figure 7.11: Courbes effort-déflexion (Pieu de fiche $L_p=12 m$, chevêtre de dimension B=4 m).

Figure 7.12 : Réponse effort-déflexion (e=1.0 m, chevêtre de dimension B=1.5 m).

Figure 7.13: Réponse effort-déflexion ($L_p = 7m$, e=0.5 m).

Figure 7.14: Réponse effort-déflexion ($L_p = 12 m, e=0.5 m$).

Liste des Tableaux

Tableau 2.1: Les valeurs du coefficient correcteur f_{mc} .

Tableau 3.1: Résultats du chargement avec moment sur une semelle circulaire adhésive.

 Tableau 3.2: Les propriétés Sol-Pieu.

Tableau 4.1: Les propriétés sol-pieu-chevêtre.

Tableau 5.1: Comparaison des solutions de tassements pour un pieu fiché dans un sol de Gibson.

Tableau 5.2: Comparaison des tassements pour un pieu fiché dans un sol multicouche.

Tableau 5.3: Déformation verticale normalisée $I = vE_s/qB(1-v_s^2)$ pour une fondation rectangulaire avec

L/B = 2 sur un stratum élastique et homogène ($v_s = 0.5$).

Tableau 5.4: Nombre d'itération à la convergence pour un pieu soumis à trois types de chargement.

Tableau 5.5: Evaluation du MTV contre la méthode des EF 3-D.

Tableau 6.1: Termes de tassement pour une semelle encastrée de forme quelconque, et leurs valeurs correspondantes pour une semelle carrée.

Tableau 7.1: Avantages et limitations du modèle de Drucker-Prager (1952).

Tableau 7.2: caractéristiques sol-pieu (Faruque et Desai, 1982).

Tableau 7.3: caractéristiques sol-pieu (Liu et Novak, 1991).

Tableau 7.4: Caractéristiques sol-pieu-chevêtre.

Table des matières

Chapitre I: Introduction générale

I.1-Introduction	2
I.2-Définition du problème et objectifs du travail de recherche	5
I.3-Structure de la thèse.	6

Chapitre II: Les méthodes appliquées à l'étude de l'interaction

sol-semelle-pieux: Analyse et synthèse bibliographique

.10
.11
.11
.11
.12
.13
16
.20
.21
.28
.31
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Chapitre III: Modélisation des interfaces dans les problèmes à symétrie de révolution sous chargement non-axisymétrique

III.1-Introduction	
III.2-L'approche semi-analytique	35
III.2.1-Description des champs de déformations et de déplacements	
III.3-Formulation de l'élément d'interface	37
III.3.1-Définition de la matrice de rigidité	
III.3.2-La matrice Constitutive	40
III.3.3-Formulation analytique de la matrice de rigidité de l'élément d'interface	41
III.4-Performances de la formulation exacte	45
III.4.1-Analyse d'une semelle rigide circulaire reposant sur une couche élastique	45
III.4.1.1-Examen du déplacement latéral et de la rotation de la semelle	47
III.4.1.2-Examen des contraintes normale et tangentielle à l'interface	50
III.4.2-Analyse d'un pieu circulaire chargé latéralement	53

5-Conclusions

Chapitre IV: Modélisation de l'interaction sol-semelle circulaire-pieu sous sollicitations horizontales

IV.1-Introduction
IV.2-L'approche semi-analytique
IV.2.1-Expressions du chargement sur l'ensemble chevêtre-pieu
IV.3-Analyse d'une semelle circulaire encastrée sous un effort horizontal et un moment d
renversement
IV.3.1-Le demi-espace non-homogène choisi pour cette étude
IV.3.2-Examen des coefficients d'influence et de rigidité
IV.3.3-Résultats des analyses70
IV.3.3.1-Coefficients d'influence correspondant à un plan de référence en surface70
IV.3.3.2-Le métacentre et les coefficients d'influence correspondants74
IV.3.3.3-Coefficients d'influence correspondant à un plan de référence à la base de la
semelle70
IV.3.3.4-Réaction du sol et contraintes normales du sol sous la base de la semelle rigide.78
IV.4-Etude d'un pieu coiffé d'un chevêtre sous chargement latéral
IV.4.1-Etude du comportement latéral d'une semelle encastrée coiffant un pieu80
IV.4.1.1-Préssion de butée sur la semelle de liaison
IV.4.2-Etude du comportement latéral des pieux coiffés de semelles de liaison
IV 5-Conclusions

Chapitre V: Modèles d'éléments finis à tranches verticales: validation et performances en élasticité linéaire

V.1-Généralités	103
V.2-Méthode d'analyse: modèle d'éléments finis à tranches verticales (MTV)	105
V.2.1-Equations d'équilibre pour chaque tranche	106
V.2.2-Approximation par différences finies des gradients de déplacements	107
V.2.3-Forces de volume fictives	108
V.2.4-Formulation par éléments finis des tranches en interaction	109
V.2.5-Processus itératif et stratégie de calcul	112

V.3-Validation du modèle des tranches verticales: comparaisons avec d'autres méthodes numériques.	113
V.3.1-Analyse des pieux chargés horizontalement	113
V.3.1.1-Détermination des limites du maillage	115
V.3.1.2-Pieux chargés latéralement dans un milieu homogène	.119
V.3.1.3-Pieux chargés latéralement dans un sol de Gibson	120
V.3.2-Analyse des pieux chargés verticalement	122
V.3.2.1-Pieux chargés verticalement fichés dans un sol homogène	122
V.3.2.2-Pieux chargés axialement dans un sol de Gibson	124
V.3.2.3-Pieux chargés axialement dans un sol multi-couches	126
5.3.3-Déformation verticale d'une fondation rectangulaire	127
5.4-Nombre d'itérations nécessaire à la convergence	129
5.5-Evaluation du MTV en comparaison avec l'analyse par éléments finis 3-D	131
5.6-Conclusions	132

Chapitre VI: Application du modèle des tranches verticales à l'étude de l'interaction sol-semelle carrée-pieu sous sollicitations combinées

VI.1-Introduction
VI.2-Application du modèle des tranches verticales à une semelle carrée encastrée sous sollicitations
combinées137
VI.2.1-Evaluation du tassement vertical d'une semelle carrée encastrée dans un demi-espace
homogène139
VI.2.2-Examen des coefficients de rigidité d'une semelle carrée encastrée sous l'effet d'une
chargement combiné141
VI.3-Analyse d'un pieu vertical sous chargement combiné par MTV145
VI.4-Conclusions et portée de la méthode149

Chapitre VII: Formulation non-linéaire du modèle d'éléments

finis à tranches verticales: aspects de calcul et validation

VII.1-Introduction	153
VII.2-Choix et justification des modèles constitutifs du sol	154
VII.2.1-Critère de Drucker-Prager (1952)	154
VII.3-Aspects de calcul non-linéaire dans le modèle d'éléments finis à tranches verticales	157
VII.3.1-Implementation du critère de Drucker-Prager (1952)	157
VII.3.2-Formulation non-linéaire et stratégie de calcul du MTV	160
VII.4-Validation de l'approche non-linéaire	164

VII.4.1-Comparaison des résultats d'un pieu chargé latéralement	164
VII.4.2-Comparaison des résultats d'un pieu chargé axialement	166
VII.5-Analyse de la réponse Effort-Déflexion d'un pieu coiffé d'un chevêtre carré encastré	167
VII.6-Conclusions	173

Chapitre VIII: Conclusions générales et perspectives

VIII.1-Résumé et conclusions	175
VIII.2-Perspectives et recommandations	178

Références bibliographiques

Annexe : Publications et Communications Internationales

Chapitre I

Introduction générale

I.1-Introduction

a modélisation numérique est cet art de la simplification qui permet aux ingénieurs de prévoir le comportement de ce qui est trop complexe pour être saisi entièrement. La particularité de l'interaction entre un ouvrage en génie civil et le sol où il est fondé réside dans la grande différence existant entre les caractéristiques des deux matériaux en contact. Le comportement global du système sol/structure doit être parfaitement connu du concepteur dans la mesure où une grande part de la sécurité de l'ouvrage dépend de cette interaction. Le coût des fondations d'un ouvrage augmente lorsque la qualité du sol diminue. Pour les sols qui présentent de bonnes caractéristiques vis à vis de la rigidité et de la résistance, les constructeurs ont de tout temps fondé les immeubles et les édifices sur des fondations de surface; pour les moins bons, l'expérience et le savoir-faire les ont amenés à concevoir des dispositifs divers et d'autres formes de fondations.

Les deux types de fondations les plus courants sont les fondations superficielles (semelles), lorsque les édifices sont légers ou lorsque le sol présente des propriétés de portance notables; et les fondations profondes (pieux) lorsque la structure est trop importante ou le sol de surface est de qualité très insuffisante. Par l'association de ces deux types de fondation on peut parvenir à des solutions très intéressantes car le comportement des pieux et des semelles est connu et pour lesquels on peut tirer profit des mécanismes d'interaction mutuelles. Cette solution constitue donc une alternative intéressante, et qui plus est logique entre les fondations sur semelles (ou radier) et sur pieux.

L'interaction sol-semelle-pieu reflète d'une manière générale le comportement de l'association rigide d'une semelle et d'un seul ou plusieurs pieux. L'adjonction de ces deux éléments permet de mobiliser simultanément les efforts de ces deux modes de fondation. Le mode de fonctionnement de l'association semelle-pieux est illustré de façon schématique sur les Figures (1.1) et (1.2) respectivement pour les sollicitations verticales et horizontales.

Les Figures (1.1(a) et 1.1(b)) et (1.2(a) et 1.2(b)) représentent schématiquement les fondations superficielles (semelles) respectivement sous efforts verticaux et horizontaux. Que se soit en contact direct avec le sol ou enterrée le comportement de la fondation superficielle sous charges verticales est plus ou moins maîtrisé. Cependant, sous sollicitations latérales, le comportement n'est pas encore appréhendé et des travaux de recherche sont requis pour élucider les facteurs quantifiant l'aspect latéral, notamment si la semelle est enfoncée dans le sol et présente une forme géométrique quelconque. Pour les Figures (1.1(c)) et (1.2(c)) la semelle est en position haute, et par conséquent son rôle est exclu de l'interaction mutuelle sol-pieu-semelle. Dans la pratique courante, les fondations profondes dans ce cas, sont calculées en supposant que les pieux reprennent l'intégralité de la charge de l'ouvrage, et la contribution du radier ou la semelle de liaison est écartée. L'étude de ce type de fondation revient à l'étude d'un pieu isolé si les pieux sont suffisamment espacés, et si les pieux sont rapprochés leurs zones

d'influence se chevauchent d'où la nécessité de la prise en compte de l'interaction pieu/pieu et de l'effet de groupe.

L'association rigide de la semelle et les pieux, illustré par les Figures (1.1(d) et 1.1(e)) et (1.2(d) et 1.2(e)) représente un comportement complexe car elle associe trois éléments aux comportements individuels très différents. Ce type de fondation est connu dans la littérature française sous le nom de **fondation mixte**.



Figure 1.1: Coupes schématiques dans différents types de fondations: reprise des efforts verticaux.



Figure 1.2: Coupes schématiques dans différents types de fondations: reprise des efforts horizontaux.

Les fondations mixtes peuvent être abordées selon deux optiques respectivement proches du domaine des bâtiments et des immeubles industriels et du domaine des ouvrages d'art. Bien que les techniques de conception adoptées soient généralement similaires les logiques de conception peuvent différer :

• Dans le cas des ouvrages d'art (Figure 1.3(a)) les pieux sont nécessaires avec un chevêtre les coiffant. Ici la littérature anglo-saxonne est plus distinctive. En effet, ce type de fondation est dénommé pieux enchevêtrés ou pieux coiffés d'un chevêtre (capped piles). La fondation d'appui ou chevêtre peut avoir des dimensions de l'ordre de 2 à 10 m. Le passage à une fondation profonde est décidé le plus souvent lorsque la justification de la semelle superficielle vis à vis de la portance du sol s'avère impossible. Les pieux ont alors pour objectif primordial d'assurer la stabilité de l'ouvrage d'art. La prise en compte du chevêtre permet d'alléger le dimensionnement et le nombre de pieux.

• Dans le cas des structures de bâtiments, lorsque les fondations sur semelles isolées ne sont pas suffisantes à reprendre les charges considérables, on évite le recours à des fondations profondes en fondant les structures sur un radier général. Ce dernier qui peut avoir des dimensions de l'ordre de 15 à 20 *m* est sujet à des tassements absolus et différentiels importants. Afin de réduire ces tassements, des pieux sont ajoutés aux radier qui est considéré comme une semelle superficielle. La littérature anglo-saxonne fournit encore un terme plus précis et plus significatif qu'une fondation mixte: le radier-brosse (**piled raft**) ou si la semelle et de dimensions modérées, « semelle » pilée (**piled footing**). Dans ce type de fondation la longueur des pieux est très souvent inférieure aux dimensions du radier.



Figure 1.3: Schémas des fondations mixtes, (a) cas des ouvrages d'art, (b) cas des structures de bâtiments.

I.2-Définition du problème et objectifs du travail de recherche

Dans la majorité des cas, la fondation mixte est conçue et réalisée pour reprendre des efforts verticaux. Cependant les fondations sont fréquemment amenées à reprendre des efforts horizontaux. Dans le cas des ouvrages d'art, ces efforts sont le résultat de l'effet de vent, de l'eau, de la pression des terres ou parfois de chocs d'accostage des bateaux pour les structures off-shore. Dans le cas des bâtiments et des structures industriels, ce sont le résultat de l'excentricité des efforts verticaux. Les efforts horizontaux lorsqu'ils sont excentrés provoquent des moments qui risquent de compromettre la stabilité globale de l'ouvrage. Dans les cas des ouvrages d'art ce sont les fondations de culées de ponts, de murs de soutènement de

hauteur moyenne, de fondations de murs antibruit, de quais, d'appontement de plates-formes d'amarrage et de ducs d'Albe.

Le chevêtre qui est généralement massif et profondément encastré, mobilise une résistance significative aux sollicitations horizontales. Toutefois, les méthodes pratiques permettant de quantifier la résistance du chevêtre aux chargements latéraux ne sont pas encore développées, la raison pour laquelle cette résistance est généralement négligée. La non prise en compte de telle résistance, peut conduire à une surestimation des déplacements latéraux, et des moments fléchissants pouvant dépasser les déplacements et les moments réels par 100% ou plus.

L'accroissement incessant des puissances de calcul et la capacité d'adaptation de la méthode des éléments finis aux formes géométriques complexes, aux conditions de chargement quelconques, à la modélisation correcte des interfaces séparant les géomatériaux différents et à la prise en compte rigoureuse des lois constitutives régissant le comportement du sol font de la méthode des éléments finis la procédure numérique la plus performante dans l'analyse des problèmes faisant intervenir une interaction sol/structure.

Cette thèse est consacrée à l'étude numérique par éléments finis d'une fondation composée d'un pieu vertical coiffé d'une semelle encastrée. Ce système représente un problème d'interaction très complexe étant donnés les multiples interactions mises en jeu. En effet, deux types de fondation, un milieu complexe et une interface. Si la géométrie est exploitable, d'autres variantes de la méthode des éléments finis peuvent se substituer à l'analyse 3-D. Si aucune simplification n'est possible, une analyse rigoureuse requiert une étude 3-D mettant ainsi le géotechnicien modélisateur en défi.

Les objectifs de cette recherche numérique sont divers:

• La quantification de l'aspect important du comportement interactif sol-semelle-pieu et l'amélioration de la connaissance des facteurs qui régissent ce comportement.

• L'étude des effets de l'interface sur le comportement du système semelle/pieu.

• L'examen de l'effet des dimensions de la semelle sur les paramètres régissant le comportement latéral du pieu lorsque ce dernier est l'élément fondamental dans le système semelle/pieu (cas des ouvrages d'art)

• L'examen de l'influence des caractéristiques du pieu sur le comportement du radier (cas des fondations de bâtiments et d'immeubles industriels).

• L'élaboration d'une procédure numérique permettant de ramener le problème sol-semelle-pieu à un problème bidimensionnel tout en gardant son aspect 3-D. Cette méthode constitue une alternative à une analyse tridimensionnelle par éléments finis lorsque aucune symétrie n'est exploitable dans le système sol-semelle-pieu.

I.3-Structure de la thèse

La structure de cette thèse comporte huit chapitres. Le chapitre II est consacré à une synthèse bibliographique couvrant les études récentes de l'interaction sol-semelle-pieu. Puisque initialement les fondations mixtes ont été conçues et réalisées pour reprendre les efforts verticaux, on donne d'abord les différentes méthodes de dimensionnement de ce type de fondations vis à vis les charges axiales, suivies de quelques méthodes permettant d'étudier le système semelle/pieux sous sollicitations horizontales. Les méthodes de dimensionnement permettant d'analyser un pieu coiffé d'un chevêtre enterré sont rares en littérature. Uniquement deux méthodes ont été localisées. Ces deux méthodes feront l'objet d'un exposé en détail. Le chapitre III est consacré à la description d'une nouvelle formulation d'un élément d'interface basé sur le concept de l'élément joint d'épaisseur nulle. En se basant sur l'approche semi-analytique d'éléments finis, cet élément a été formulé pour modéliser les interfaces sol/structure dans les problèmes à symétrie de révolution soumis au chargement non-axisymétrique. Le chapitre IV est réservé à l'analyse de l'interaction sol-semelle circulaire-pieu sous sollicitations horizontales. Dans ce chapitre le comportement des semelles circulaires encastrées en termes de facteurs d'influence est profondément examiné en mettant l'accent toutefois sur l'effet des caractéristiques d'interface. Outre les semelles circulaires, le problème des pieux coiffés d'un chevêtre encastré est également étudié à travers l'examen des différentes grandeurs qui régissent le comportement latéral du pieu. Lorsque la semelle de liaison n'est pas circulaire le problème semelle/pieu perd sa symétrie de révolution sous sollicitations horizontales, et par conséquent il nécessite une étude purement 3-D. Cependant l'étude tridimensionnelle présente des inconvénients majeurs en matière de temps de calcul, d'espace mémoire et d'efforts humain. Afin d'éviter un calcul 3-D, tout en gardant ces aspects, une nouvelle méthode d'analyse par éléments fins a été présentée dans le chapitre V. Cette approche dénommée Modèle des tranches verticales (MTV) a fait l'objet d'une vérification approfondie en la comparant avec d'autres méthodes numériques. On s'applique dans le chapitre VI à l'étude de l'interaction sol-semelle carrée-pieu sous chargement combiné. En fonction des coefficients de rigidité relatifs aux différents modes de déplacement, le comportement d'une semelle carrée de différents rapports d'encastrement et un pieu d'élancements variables est étudié en utilisant le programme développé sur la théorie du MTV. Les résultats ont été présentés pour un sol non-homogène caractérisé par une rigidité croissante avec la profondeur selon une loi de puissance. Le modèle non-linéaire des tranches verticales est présenté dans le chapitre VII. Ce modèle constitue en fait, l'extension du modèle élastique développé au chapitre V à la prise en compte de la non-linéarité du sol. Le modèle non-linéaire de sol choisi est le critère classique d'élasto-plasticité de Drucker-Prager (1952). Les résultats numériques non-linéaires ont été validés par confrontation aux résultats par éléments finis véritablement tridimensionnels. On étudie dans ce chapitre également la réponse Effort-déflexion d'un pieu connecté à un chevêtre carré à travers une étude paramétrique limitée où l'influence des dimensions du chevêtre sur le comportement latéral du pieu a été examinée. Le dernier chapitre donne des conclusions générales sur le travail élaboré dans cette thèse, et émet quelques recommandations sur des points qui n'ont pas été abordés dans ce travail de recherche.

Chapitre II

Les méthodes appliquées à l'étude de l'interaction solsemelle-pieux : analyse et synthèse bibliographique

Résumé

Ce chapitre constitue une synthèse bibliographique des méthodes numériques et analytiques appliquées à l'étude de l'interaction solsemelle-pieux.

Dans le domaine des fondations lié principalement au secteur du bâtiment et du génie civil, les fondations mixtes sont essentiellement dimensionnées pour reprendre les efforts verticaux. Dans ce contexte les deux classifications principales de méthodes de calcul ont été données: la classification de Randolph (1994) et celle de Poulos (2000).

Dans le domaine des ouvrages d'art, le dimensionnement des fondations mixtes nécessite la prise en compte des efforts latéraux. Les travaux dans ce domaine sont rares. Uniquement deux méthodes analytiques ont été recensées: la procédure de Mokwa et Duncan (2000) et l'approche de Borel (2001). Ces deux approches feront l'objet d'une analyse détaillée des deux derniers paragraphes du chapitre.

II.1-Généralités

Bien que les fondations mixtes en tant qu'association d'une semelle et de pieux soit connue et utilisée depuis les temps les plus reculés, ce n'est qu'en ces dernières décennies qu'un consensus général sur le rôle et l'importance de tel système de fondation a été atteint. Ce consensus stipule que l'emploi des pieux pour réduire les tassements absolus et les tassements différentiels peut mener à une réduction considérable du coût, sans toutefois compromettre la sécurité et les performances de la fondation. En effet, au cours des années 1970 on a assisté à la parution des premières publications dans ce domaine. Ces travaux sont issus d'études analytiques, expérimentales et même numériques malgré l'age précoce des outils de calcul de l'époque. Au cours des années 1990 on s'est véritablement intéressé aux particularités du comportement de la fondation mixte et à l'optimisation de son dimensionnement. Ce type de fondations a rencontré un véritable engouement dans plusieurs pays du monde, avec la participation de nombreuses universités, de bureaux d'étude et d'équipes de recherches.

L'analyse du comportement de l'association semelle-pieux lors de son fonctionnement sous sollicitation verticale a montré que le terme de fondation mixte est un terme ambigu et ne spécifie pas le rôle de chaque élément de la fondation dans la reprise des efforts verticaux. En réalité, il comprenait plusieurs acceptions, mieux différenciées par la terminologie anglo-saxonne qui distingue les expressions de 'radier sur pieux' (piled raft), 'pieux en fluage' (creep piles) et 'pieux réducteurs de tassements' (settlement reducing piles).

A la lumière de cette nouvelle terminologie, de nombreuses méthodes de calcul spécifiques ont été élaborées et validées par la réalisation d'essais et la construction d'ouvrages réels. L'un des comités techniques de la Société Internationale de Mécanique des Sols et de Géotechnique (ISSMFE) a concentré des efforts dans la période 1994-7 sur l'étude des radiers sur pieux, et a collecté un important lot de données relatives aux méthodes de dimensionnement et de résultats expérimentaux, et a produit d'importants rapports de recherche (O'Neill et al., 1996). Par ailleurs, un traité indépendant sur la modélisation numérique des radiers sur pieux a été présenté par El-Mossallamy et Franke (1997).

Bien que ces études ont conduit à une connaissance relativement satisfaisante du comportement global de l'association semelle-pieux sous charges verticales, la diversité des paramètres régissant le comportement sous efforts de flexion constitue encore un domaine de recherche très vaste et inexploré.

Puisque la notion de fondation mixte est née dans le domaine des bâtiments du génie civil et industriels pour reprendre des efforts verticaux et réduire les tassements, il a paru intéressant d'examiner les méthodes de dimensionnement des fondations mixtes sous charges verticales avant de passer aux méthodes de dimensionnement sous sollicitations horizontales. Ce dernier concerne plus particulièrement le domaine des fondations d'ouvrages d'art, où les situations de la reprise des efforts latéraux nécessitant une justification sont nombreuses.

II.2-Classification des méthodes de calcul des fondations mixtes sous sollicitations verticales

De nombreuses classifications ont été élaborées pour les méthodes de calcul des tassements des fondations profondes. Ces classifications sont généralement fondées sur les critères liés à la complexité des méthodes de calcul qui peuvent s'étendre des calculs à la main jusqu'aux calculs numériques nécessitant l'utilisation intensive des ordinateurs puissants. Ces méthodes de classification intègrent également les possibilités de prise en compte des caractéristiques réelles de l'ouvrage à savoir; la géométrie, la position et le type des pieux, etc.

II.2.1-Classification selon Randolph (1994)

Randolph (1994) s'est particulièrement attaché à identifier trois approches de dimensionnement des fondations mixtes selon le rôle qu'elles jouent dans la reprise du chargement vertical:

□ L'approche traditionnelle où le terme 'radier sur pieux' ou 'radier brosse' s'applique à la fondation mixte. Ici les pieux constituent les éléments fondamentaux de l'ensemble semelle-pieux, car ils sont dimensionnés pour reprendre la majeure partie de la charge, avec toutefois une contribution infime de la semelle permettant une réduction du dimensionnement des pieux.

□ Les pieux en fluage (creep piling) qui sont dimensionnés pour travailler à une charge de service proche de leur charge de fluage. Les pieux sont répartis de façon relativement uniforme sous le radier et leur nombre est choisi de façon à réduire la pression sous le radier en dessous d'une pression jugée admissible, typiquement la pression de pré-consolidation dans le cas des sols argileux.

□ Les pieux destinés à contrôler les tassements différentiels qui s'appellent pieux réducteurs de tassement. Cette approche consiste à installer judicieusement des pieux dans les zones qui subissent les tassements les plus importants, et notamment dans la partie centrale de la fondation. Cette dernière approche qui contribue aussi à la réduction des efforts dans le radier, nécessite l'utilisation de moyens numériques énormes qui ne sont pas disponibles dans tous les centres de recherche.

II.2.2-Classification selon Poulos (2000)

Contrairement à Randolph qui a élaboré sa classification en se basant sur le rôle affecté aux pieux dans l'ensemble semelle-pieux, Poulos (2000) a établi sa classification selon le degré de complexité du calcul. Ainsi, il a partagé les méthodes de dimensionnement en trois grandes classes:

- Les méthodes de calcul simplifiées,
- Les méthodes approximatives basées sur des calculs nécessitant l'ordinateur,
- Les méthodes plus rigoureuses basées sur des calculs très élaborés par ordinateurs.

II.2.2.a-Méthodes de calcul simplifiées

Les méthodes simplifiées font généralement appel à un certain nombre de simplifications liées principalement au comportement du sol, et aux conditions de chargement de la semelle. Dans cette catégorie, on peut citer les travaux de:

- + Poulos et Davis (1980),
- + Randolph (1983, 1994),
- + Van Impe et Clerq (1995),
- + Burland (1995)

On se contente dans ce paragraphe d'exposer la méthode de Poulos-Davis-Randolph.

□ Méthode de Poulos-Davis-Randolph (PDR method)

Pour estimer la capacité portante verticale de l'ensemble radier-pieux en se servant des approches simplistes, la capacité ultime est généralement prise comme la plus petite des deux valeurs:

- La somme des capacités ultimes du radier et de tous les pieux.
- La capacité ultime du bloc contenant les pieux, le radier et la partie du radier situant à l'extérieur de la périphérie des pieux.

La rigidité du radier sur pieux peut être estimée comme suit:

$$K_{pr} = \left[K_{p} + K_{r} \left(1 - \alpha_{cp} \right) \right] / \left(1 - \alpha_{cp}^{2} K_{r} / K_{p} \right)$$
(2.1)

où, K_{pr} est la rigidité de la fondation radier sur pieux, K_p est la rigidité du groupe de pieux, et K_r est la rigidité du radier seul.

 α_{cp} est le facteur d'interaction radier-pieu.

La rigidité du radier K_r peut être estimée en se servant de la théorie d'élasticité en utilisant par exemple les solutions de Fraser et Wardle (1976) ou Mayne et Poulos (1999). La rigidité du groupe de pieux peut être obtenue de la référence Poulos et Davis (1980).

L'effort total repris par le radier est:

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{K_r (1 - \alpha_{cp})}{\left[K_p + K_r (1 - \alpha_{cp})\right]} = X$$
(2.2)

Expression dans laquelle, P_r est l'effort repris par le radier et P_t est la force totale appliquée. Le facteur d'interaction radier-pieu peut être estimé à partir de l'expression suivante:

$$\alpha_{cp} = 1 - \frac{ln\left(\frac{r_c}{r_0}\right)}{\zeta}$$
(2.3)

où, r_c est le rayon moyen du chevêtre (correspondant à une surface égale à la surface du radier divisée par le nombre de pieux) et r_0 est le rayon du pieu.

$$\zeta = \ln(r_m / r_0) \tag{2.4}$$

avec, $r_m = \{0.25 + \xi [2.5\rho(1 - v_s) - 0.25]L\}$

 $\xi = E_{sl} / E_{sb}$, $\rho = E_{sav} / E_{sl}$, v_s = coefficient de Poisson du sol, *L*=longueur du pieu, E_{sl} = module d'Young du sol au niveau de la pointe du pieu, E_{sb} = module d'Young du sol de la couche portante sous la pointe du pieu et E_{sav} = module d'Young moyen du sol le long du fût du pieu.



Figure 2.1: Représentation simplifiée de l'unité pieu-radier.

II.2.2.b-Méthodes approximatives se basant sur des calculs par ordinateur

Dans cette approche, les méthodes suivantes peuvent être classées:

□ Les méthodes utilisant le concept des semelles filantes sur ressorts. Dans ce modèle le radier est représenté comme étant une série de semelles filantes, et les pieux comme étant des ressorts de rigidités données.



Figure 2.2: Représentation du problème semelle filante-pieu via le programme GASP (d'après Poulos, 1991).

L'une des méthodes représentant cette classe est celle de Poulos (1991), illustrée par la Figure 2.2

Une section du radier est assimilée à une semelle filante (strip footing) et les pieux supportant sont assimilés à des ressorts. Des considérations approximatives sont prises vis à vis des quatre composantes d'interactions (élément radier-radier, pieu-pieu, radier-pieu et pieu-radier).

La méthode a été programmée sur ordinateur dans un code dénommé GASP (Geotechnical Analysis of Strip with Piles). L'auteur a montré que la méthode prédit raisonnablement les tassements par la confrontation à d'autres méthodes plus rigoureuses.

□ Les méthodes utilisant le concept de plaques sur ressorts. Dans ces approches, le radier est représenté par une plaque élastique et les pieux comme des ressorts. Dans cette classe de méthodes, on peut citer les travaux de:

- + Clancy et Randolph (1993)
- ✦ Poulos (1994)
- ✦ Viggiani (1998)
- + Russo (1998)
- + Pastsakorn et Tatsunori (2002, 2003)

On expose ici la méthode de Russo (1998).

Dans l'approche de Russo (1998), le radier est modélisé comme étant un corps élastique bidimensionnel en utilisant la théorie des plaques minces, tandis que les pieux sont assimilés à des ressorts linéaires ou non-linéaires en interaction (Figure 2.3).


Figure 2.3: Les éléments essentiels dans la modélisation du radier sur pieux (D'après Russo, 1998).

Le comportement de la plaque mince sous sollicitations de flexion mène à résoudre l'équation différentielle:

$$D\nabla^4 w(x, y) = q(x, y) \tag{2.5}$$

Expression dans laquelle w(x, y) est le déplacement vertical inconnu du radier, q(x, y) est la charge appliquée et D est la rigidité flexionnelle donnée par l'équation:

$$D = \frac{E_r t^3}{12(1 - v_r^2)}$$
(2.6)

l'analyse par éléments finis permet de substituer l'équation (2.5) par l'équation suivante:

$$[K_r]\{w_r\} = \{q\}$$
(2.7)

où, $[K_r]$ et $\{w_r\}$ sont respectivement la matrice de rigidité et le vecteur des déplacements nodaux inconnus du radier.

Puisque le radier est soumis à la réaction pieu-sol $\{r_{sr}\}$ l'équation précédente peut être mise sous la forme:

$$[K_r]\{w_r\} = \{q\} + \{r_{sr}\}$$
(2.8)

La matrice de rigidité $[K_{sp}]$ du système pieu-sol peut être obtenue en considérant que ce système est soumis aux réactions nodales du radier $\{r_{rs}\}$. Cela nous permet d'écrire:

$$\left[K_{sp}\right]\left\{w_{sp}\right\} = \left\{r_{rs}\right\} \tag{2.9}$$

La compatibilité des déplacements du radier et du système pieu-sol exige que:

$$\{w_r\} = \{w_{rp}\} = \{w\}$$
(2.10)

Cela permet d'écrire:

$$[K]\{w\} = \{q\}$$
(2.11)

avec, $[K] = [K_r] + [K_{sp}]$

La procédure de Russo (1998) est mise en programme sur ordinateur NAPRA (Non-linear Analysis of Piled Rafts). L'auteur a effectué certaines comparaisons avec d'autres méthodes numériques où les résultats de NAPRA ont été très encourageants.

II.2.2.c-Méthodes rigoureuses se basant sur des calculs par ordinateur

Les méthodes rigoureuses sont les méthodes basées sur les équations de la mécanique des milieux continus en l'occurrence, la méthode des éléments finis, la méthode des éléments de frontière ou la combinaison des deux.

□ Méthode des éléments de frontière

Dans la méthode des éléments de frontière, appelée aussi méthode des équations intégrales, seuls les contours du sol sont discrétisés en éléments, et notamment l'interface du sol avec les pieux, la semelle et/ou le radier.

La Figure (2.4) illustre le principe général de la méthode. Cette approche consiste à formuler deux ensembles d'équations liant les déplacements et les efforts des éléments de frontière.



Figure 2.4: Principe de la méthode des équations intégrales (d'après Ta et Small, 1996).

L'écriture de la compatibilité de ces équations associée à l'équilibre général de la structure et du sol soumis à un chargement extérieur permet de calculer la distribution des efforts et les déplacements de la fondation.

La formulation de la méthode des éléments de frontière se base essentiellement sur un comportement élastique linéaire du sol. Toutefois, des non-linéarités peuvent être introduites à l'interface entre le sol et les pieux en imposant par exemple, que le cisaillement reste inférieur à un frottement limite, ou encore que la pression sous la pointe et sous le radier demeure inférieure à une pression limite (Poulos et Davis, 1980).

Dans les situations réelles, les propriétés du sol ne sont pas constantes, et par conséquent la méthode des équations intégrales éprouve des difficultés de modélisation du fait qu'elle est essentiellement basée sur les équations de Mindlin qui ne sont valables que pour un sol homogène. Dans cette classe, on peut citer les noms de quelques auteurs qui ont effectué des travaux en se servant de la méthode des éléments de frontière:

- + Butterfield et Banerjee (1971-a)
- ✦ Kuwabara (1989)
- ✦ Poulos (1993)
- ✦ Yamashita et al. (1994)
- + Ta et Small (1996, 1998)
- + Sinha et Poulos (1997)
- + El Mossalamy et Franke (1997)

□ La méthode des éléments finis

Les auteurs qui ont utilisé la méthode des éléments finis dans l'étude de l'interaction sol-semelle-pieux sont nombreux, et les calculs se répartissent en deux catégories suivants les objectifs visés :

□ Les études paramétriques faisant intervenir certaines caractéristiques de l'interaction solsemelle-pieux. Ces calculs ont aussi l'objectif de valider certaines méthodes de calcul simplifiées.

L'analyse et le dimensionnement des méthodes.

Une description détaillée de toutes les méthodes se basant sur les éléments finis, avec toutes les variantes élastique linéaire, non-linéaire ou élasto-plastique dépasse le cadre de cette thèse. On se contente, toutefois, de citer quelques auteurs qui ont analysés les fondations mixtes par la méthode des éléments finis:

- ✦ Naylor et Hooper (1974)
- + Ottaviani (1975)
- ✦ Narasimhan et al. (1982)
- ✦ Liu et Novak (1991)

- + Lee (1993)
- ✦ Baker et al. (1994)
- Meissner et Shen (1995)
- ✦ Arslan et al. (1997)
- ✦ Katzenbach et al. (1997)
- Prakoso et Kulhawy (1998)
- ✦ Vetter (1998)
- Smith et Wang (1998)
- + Sudret (1999)

Ces auteurs se sont servis de différentes versions de la méthode des éléments finis. Certains ont opté pour la déformation plane, d'autres ont profité de la symétrie de révolution du problème semelle-pieu, tandis que une catégorie de chercheurs a analysé le problème sous sa forme véritablement tridimensionnelle. En effet, Ottaviani (1975) est parmi les premiers auteurs qui ont effectué un calcul tridimensionnell. Il a en effet étudié l'influence de la position de la semelle sur le comportement de deux fondations de 3×3 et 3×5 pieux. Meissner et Shen (1994) ont effectué une étude paramétrique d'une semelle-pieu, avec un sol modélisé comme étant un matériau obéissant à une loi élasto-plastique avec écrouissage. Liu et Novak (1991) ont plus particulièrement étudié le problème semelle-pieu en se servant des éléments finis axisymmétriques pour modéliser la semelle, le pieu et le sol au voisinage de la fondation mixte. Le sol dans les zones éloignées a été modélisé par des éléments infinis. Ces auteurs ont également étudié l'effet de l'encastrement de la semelle sur le comportement global de l'ensemble sol-semelle-pieu.

Prakoso et Kulhawy (1998) quant à eux, ont utilisé la méthode des éléments finis en déformation plane pour analyser le problème du radier sur pieux. Car ce dernier est un problème purement tridimensionnel malgré l'incidence verticale des chargements, leur modèle a en effet nécessité certaines simplifications. La simplification majeure fait que le radier de dimensions finies a été considéré comme étant une semelle filante. En conséquence, les rangées de pieux perpendiculaires au sens du chargement ont été remplacées par des pieux en déformation plane avec un module d'Young équivalent :

$$E_{eq} = \frac{n_{p-rowi}A_pE_p}{L_rB}$$
(2.12)

où, n_{p-rowi} = nombre de pieux dans la rangée *i* ; A_p = l'aire de la section du pieu ; E_p = module d'élasticité du pieu ; L_r = longueur du radier et B = largeur du radier.

Ces auteurs ont effectué une étude paramétrique en utilisant le progiciel des éléments finis en géotechnique **PLAXIS** (Vermeer et Brinkgreve, 1995). Cette étude paramétrique a fait intervenir un certain nombre de paramètres parmi eux la rigidité du radier en fonction du tassement différentiel et du

tassement maximum tout en comparant leurs résultats avec les analyses par éléments finis tridimensionnelles 3-D.

Parmi les cas rares, où les éléments finis ont réellement été mis en œuvre de façon opérationnelle pour dimensionner les fondations ce sont les travaux de Katzenbach et al. (1997). En effet, ces auteurs ont effectué des calculs tridimensionnels non-linéaires pour dimensionner les fondations de grands bâtiments fondés sur l'argile et le calcaire de Francfort. On peut également noter les calculs réalisés par Smith et Wang (1998), qui ont appliqué un algorithme de parallélisation à la résolution des problèmes de grande envergure du maillage tridimensionnel qui résulte de la discrétisation du système radier-pieux. La résolution de tel système qui peut avoir jusqu'à un million de degrés de liberté, ne nécessite que quelques minutes en se servant de 512 processeurs. Toutefois ces calculs supposent que le comportement des matériaux est essentiellement élastique linéaire.

Les méthodes qui combinent les éléments finis et les éléments de frontière

Dans ces méthodes qui s'appellent méthodes hybrides, la structure et les pieux sont les plus fréquemment modélisés par des poutres et des coques assemblées en utilisant la méthode des éléments finis. Les interactions entre le sol et les pieux sont évaluées par des équations intégrales. Des courbes de réaction dites aussi fonctions de transfert de charge sont employées pour représenter le comportement du pieu. Ces fonctions relient le frottement latéral appliqué à chaque élément au déplacement du pieu. Parmi les auteurs qui ont opté pour l'approche hybride on cite :

- + Griffiths et al. (1991)
- ✦ Chow et Teh (1991)
- + Clancy et Randolph (1993)
- + Horikoshi et Randolph (1998)
- + Borel et Combarieu (1998)

La plupart de ces auteurs ont considéré le radier comme étant une semelle flexible avec un sol élastique linéaire. Ils ont également effectué des études paramétriques.

L'approche hybride a l'avantage de réduire le calcul volumineux du nombre élevé des équations à résoudre tout en reproduisant d'une manière satisfaisante les résultats d'un calcul aux éléments de frontière.

Chow et Teh (1991) ont constaté que l'approche hybride dans le cas d'un sol ayant une rigidité variable avec la profondeur, ne reproduit pas les solutions données par le calcul complet aux équations intégrales. En effet, la part d'effort reprise par la semelle est considérablement réduite, passant de 30% dans le cas d'un sol homogène à 10% dans le cas d'un sol non-homogène.

II.3-Méthodes de dimensionnement sous sollicitations horizontales

Si les méthodes de dimensionnement sous sollicitations verticales ont connu un essor considérable, les méthodes tenant compte des sollicitations horizontales ne sont pas nombreuses du fait que les fondations radier sur pieux ont été conçues principalement pour reprendre les efforts verticaux et les efforts horizontaux sont automatiquement pris en compte par le dimensionnement vis à vis des charges verticales. En dépit de cela, certains auteurs cités dans les paragraphes précédents, ont effectué des calculs permettant de rendre compte des sollicitations horizontales. En effet, Xu et Poulos (2000) ont fait une étude permettant le couplage des déplacements horizontaux et verticaux du sol.

Zhang et Small (2000) ont étudié un système de pieux-chevêtre soumis aux sollicitations verticales et horizontales. Le chevêtre dans leur étude se trouve en position haute. Sous l'effet des efforts horizontaux, ils ont effectué une étude paramétrique permettant d'analyser le déplacement horizontal du chevêtre en fonction de certains paramètres en l'occurrence : la rigidité relative pieu-sol (E_p/E_s) et la rigidité relative chevêtre-sol (E_c/E_s). En outre, ils ont considéré trois types de sol élastique: le sol de Gibson, le sol de Banerjee et un sol ayant une rigidité variant avec la profondeur sous forme de puissance.

Small et Zhang (2002), ont ultérieurement raffiné leur étude en proposant un calcul avec le chevêtre reposant sur le sol. En effet, dans cette étude, ils se sont intéressés plus particulièrement au moment fléchissant repris par le radier et au déplacement du radier en fonction de la rigidité relative pieu-sol pour trois types de sol également.

Dans le souci de dimensionner les fondations des turbines et d'équipements vibrants, O'Rourke et Nasim (1987) ont étudié le comportement latéral d'une fondation composé d'un pieu coiffé d'un chevêtre par la méthode des éléments finis. En fait, ils ont étudié la rigidité latérale lorsque le chevêtre se trouve en position haute, en contact du sol et lorsqu'il se trouve seul. Ils ont effectué une étude paramétrique permettant de voir l'évolution de la rigidité latérale pour les cas considérés en fonction du rayon du pieu. En outre, ils ont proposé des expressions analytiques pour ces différentes rigidités en fonction de la rigidité relative (E_p/E_s).

Zaman et al. (1993) ont présenté une étude par éléments finis véritablement tridimensionnelle d'un groupe de pieux coiffé d'un chevêtre reposant sur la surface de sol et soumis aux sollicitations verticales et horizontales. Le sol est considéré comme tétant un milieu non-linéaire obéissant à une loi élasto-plastique. L'étude paramétrique entreprise a permis l'investigation des effets de l'inclinaison des pieux et de l'épaisseur du chevêtre sur le comportement global du système. La distribution des efforts tranchants et des moments fléchissants le long des pieux ont fait également l'objet d'analyses détaillées.

Si les sollicitations horizontales ne posent pas un problème de dimensionnement dans les fondations mixtes des bâtiments et des structures importantes du génie civil, il en est pas de même dans le cas des fondations des ouvrages d'art. Ces efforts latéraux qui peuvent être la conséquence de l'effet du vent, de

l'eau, de la pression des terres ou de chocs sur la structure portée, présentent effectivement un problème de dimensionnement et par conséquent nécessitent une prise en compte rigoureuse. Hormis quelques tentatives sporadiques, les méthodes numériques rigoureuses de dimensionnement des fondations d'ouvrages d'art, sont rares en littérature. Les deux méthodes analytiques qui ont été recensées font l'objet d'analyse des deux prochains paragraphes.

II.3.1-La procédure de Mokwa et Duncan (2000)

Mokwa et Duncan (2000) ont proposé une procédure s'appuyant sur un mélange de la théorie de rupture d'expressions analytiques et de constatations expérimentales effectuées sur des essais sur pieux en vraie grandeur.

Les résultats des déplacements et des contraintes dans les essais en vraie grandeur et essais sur des modèles réduits sur des groupes de pieux ont montré que les pieux au sein du même groupe sont soumis à des efforts latéraux de différentes intensités, et cela est essentiellement dépendant de leurs emplacements et de l'espacement séparant les uns des autres. Cette distribution non-équilibrée des efforts cause ce qu'on appelle "l'ombrage" (shadowing) qui est un terme utilisé pour décrire l'interférence des zones de cisaillement, et par conséquent la décroissance de la capacité latérale du pieu en comparaison à sa capacité lorsqu'il est isolé. La méthode la plus courante qui permet de rendre compte de l'ombrage est d'introduire les multiplicateurs f_m dans les expressions des courbes P - Y. Ces derniers dépendent essentiellement de la position du pieu dans le groupe et de la distance séparant les pieux (Figure 2.5).



Figure 2.5: L'ensemble sol-chevêtre-pieux sous un effort latéral: (a) coupe verticale, (b) vue en élévation.

Les multiplicateurs f_m sont des facteurs de réduction empiriques qui sont déterminés à partir d'essais sur groupes de pieux. A cause de leur détermination expérimentale, ces facteurs rendent compte de l'élasticité et des effets d'ombrage. L'hypothèse dans cette approche est que les multiplicateurs f_m sont constants avec la profondeur. Ainsi chaque courbe de réaction P - Y pour un pieu est ajustée avec le même taux sans se soucier de la variation du profil de sol avec la profondeur.

La procédure de Mokwa et Duncan (2000) passe par la conception de trois principaux modèles: un modèle pour le pieu isolé, un modèle pour le groupe de pieux et un modèle pour le chevêtre encastré coiffant les pieux.

Modèle du pieu isolé

L'établissement des courbes de réaction P - Y pour les pieux isolés caractérise principalement ce modèle. Les formes des courbes P - Y sont nombreuses en littérature. Ces dernières sont souvent empiriques et liées aux paramètres de sol déterminés à partir d'essais en laboratoire ou in situ. Dans la plupart de ces courbes, on se sert de la forme parabolique entre P et Y. La forme générale est donnée par la formule suivante:

$$P = 0.5 P_{ult} \left[\frac{Y}{(A\varepsilon_{50}d)} \right]^n$$
(2.13)

où, *P* est la réaction du sol (*kN/m*), *P*_{ult} la valeur maximale de *P* atteinte aux grandes déflexions du pieu, *Y* est la déflexion latérale du pieu, *d* est le diamètre du pieu, ε_{50} est la déformation nécessaire à mobiliser 50% de la résistance du sol et *n* est un exposant égal 0.33 pour la parabole cubique.

Le paramètre A est un coefficient d'ajustement empirique qu'on peut déterminer en effectuant un calcul à rebours en se servant des résultats d'essais en vraie grandeur. La valeur de A peut varier de 0.35 à 2.65 (Evans et Duncan, 1982). Mokwa et Duncan ont choisi une valeur de 2.5.

La théorie de Hansen (1961) pour la réaction ultime forme l'élément de base dans la procédure de Mokwa et Duncan. En effet, Ils ont utilisé cette théorie pour formuler les courbes P - Y. Evans et Duncan (1982) ont développé une approche basée sur la théorie de la charge ultime de Hansen (1961) pour déterminer les valeurs de P_{ult} pour les sols qui sont à la fois frottants et cohérents (sols $C - \Phi$). Cette théorie de rupture permet d'exprimer les valeurs de P_{ult} par l'équation suivante:

$$P_{ult} = (\gamma x K_q + c K_c) M d$$
(2.14)

où, M est un facteur empirique modificateur égal à 0.85. Ce facteur a été introduit selon l'étude de Helmers et al. (1997) qui ont recommandé de réduire par 15% les valeurs théoriques de la résistance du

sol en utilisant la théorie de Hansen. γ est le poids volumique du sol, x est la distance à partir de la surface du sol.

 K_q et K_c sont des coefficients respectivement relatifs aux composantes de frottement et de cohésion de la résistance du sol dans les conditions tridimensionnelles.

□ Modèle du groupe de pieux

Afin de rendre compte de l'effet de groupe, les courbes P - Y qui ont été proposées pour les pieux isolés seront modifiées. Les différents pieux constituant le groupe sont remplacés par un pieu équivalent avec une rigidité à la flexion égale à la somme des rigidités des pieux considérés isolément.

Les courbes P - Y destinées à analyser les pieux isolés sont ajustées pour tenir compte du nombre de pieux et de prendre en considération les effets réducteurs causés par les interactions pieu-sol-pieu. Cela peut s'expliquer plus aisément par l'expression suivante:

$$P = \sum_{i=1}^{N} P_i f_{mi}$$
(2.15)

où, P_i est la valeur de la réaction pour un pieu isolé *i*, *N* est le nombre total des pieux dans le groupe. f_{mi} est le multiplicateur donné par la Figure (2.6).



Figure 2.6: L'abaque des multiplicateurs f_m (selon Mokwa et Duncan, 2000).

Outre les courbes *P*-*Y* qui sont modifiées, les rotations en tête des pieux doivent être spécifiées. Bien que les pieux en groupes sont retenus vis à vis de la rotation à cause de la présence du chevêtre, les pieux effectuent quand même des rotations minimes lors du chargement latéral.

La valeur de la retenue rotationnelle $k_{m\theta}$ en tête du pieu est définie comme:

$$k_{m\theta} = \frac{M}{\theta} \tag{2.16}$$

où, *M* est le moment d'encastrement qui s'oppose à la rotation, et θ est la rotation de la tête du pieu.

La rotation angulaire en tête du pieu est supposée égale à celle du chevêtre qui est essentiellement fonction du mouvement vertical du pieu. θ est donc donné par:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\Delta_t}{S} \tag{2.17}$$

où, *S* est l'espacement entre la rangée des pieux en tête et ceux de la dernière rangée et Δ_t est le déplacement vertical du pieu.

$$k_{m\theta} = 1.6 \frac{M_{ult}}{\theta_{ult}} = 1.6 \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_{si} X_i}{\tan^{-1} \left(\frac{2\Delta_t}{S}\right)}$$
(2.18)

□ Modèle du chevêtre

Les essais expérimentaux ont indiqué que les chevêtres des pieux développent une résistance considérable aux chargements latéraux. La théorie des pressions des terres en forme de spirale logarithmique a été utilisée par Mokwa et Duncan (2000), pour estimer la pression passive développée sur le chevêtre. La surface de rupture de la spirale logarithmique consiste en deux principales zones: 1) la zone de Prandtl, qui est limitée par une spirale logarithmique, et 2) la zone de Rankine, qui est limitée par un plan. Cela est montré sur la Figure (2.7):



Figure 2.7: Représentation graphique de la pression des terres en forme de spirale logarithmique (d'après Mokwa et Duncan, 2000).

 E_p = pression des terres passive (butée), δ =angle de frottement du mur, $\alpha = 45 - \Phi/2$

Mokwa et Duncan ont développé un logiciel (spreadsheat) en se servant du logiciel EXCEL pour calculer les pressions des terres en utilisant la théorie de la spirale logarithmique. La pression des terres ultime est donnée par:

$$P_{ult} = RE_{p}b = R(P_{p\Phi} + P_{pc} + P_{pq})b$$
(2.19)

Expression dans laquelle R est un coefficient correcteur permettant de prendre en considération l'effet 3-D (facteur d'Ovesen, 1964). E_p est la force ultime passive 2-D, b est la largeur frontale du chevêtre.

$$R = 1 + (K_P - K_a)^{2/3} \left[1.1E^4 + \frac{1.6B}{1 + 5\frac{b}{H}} + \frac{0.4(K_P - K_a)E^3B^2}{1 + 0.05\frac{b}{H}} \right]$$
(2.20)

où K_P et K_a sont respectivement les coefficient de butée et de contre-butée, H est la hauteur du chevêtre (B=1 pour un chevêtre isolé).

$$E = 1 - \frac{H}{z + H} \tag{2.21}$$

$$E_{P} = \frac{1}{2} \gamma H^{2} K_{P} + 2c H \sqrt{K_{P}} + q H K_{P}$$
(2.22)

$$K_P = \tan^2 \left(45 + \frac{\Phi}{2} \right) \tag{2.23}$$

La valeur de la rigidité du chevêtre a été évaluée d'une manière approximative en utilisant la théorie d'élasticité. Les auteurs se sont servis de l'approche de Douglas et Davis (1964) pour estimer le déplacement horizontal d'un rectangle vertical dans un milieu semi-infini homogène.

Les paramètres nécessaires pour la détermination de la rigidité du chevêtre K_{max} sont le coefficient de Poisson ν , le module initial tangent (E_i), les dimensions en plan et la profondeur d'encastrement du chevêtre.

Nombreuses sont les corrélations qui ont été proposées dans la littérature pour déterminer E_i à partir des essais in-situ.

Comme le chevêtre est encastré, il développe une résistance significative aux chargements latéraux. Mokwa et Duncan ont proposé des courbes *P*-*Y* pour cet élément de la fondation mixte.

Les auteurs ont utilisé ici la loi hyperbolique (Duncan et Chang, 1970) pour déterminer les courbes effortdeflexion permettant d'analyser le mouvement du chevêtre. La relation est exprimée par:

$$P = \frac{Y}{\left(\frac{1}{K_{\text{max}}} + R_f \frac{Y}{P_{ult}}\right)}$$
(2.24)

 R_f est un coefficient de rupture. Pour les relations contrainte-déformation du sol R_f est la plupart du temps compris entre 0.5 et 0.9 (Duncan et *al.* 1980):

$$R_f = 1 - \frac{P_{ult}}{\Delta_{\max} K_{\max}}$$
(2.25)

 Δ_{max} est le déplacement nécessaire à mobiliser la totalité de la résistance passive. Les auteurs ont constaté que les valeurs de R_f sont comprises entre 0.67 et 0.97. Dans leurs calculs ils ont utilisé une valeur moyenne de 0.83.

A la lumière des approches décrites dans le 3^{eme} modèle conçu, les auteurs ont écrit un Logiciel (Spreadsheet) sur EXCEL nommé **PYCAP** permettant d'établir les courbes *P-Y* du chevêtre. Ce programme se compose des feuilles EXCEL suivantes:

- ✦ LOG SPIRAL
- ✦ HYPERBOLA
- ✦ ELASTICITY
- ✦ PYPILE

Les procédures décrites dans les paragraphes précédents ont été développées pour l'utilisation dans le programme **LPILE Plus 3.0** (Reese et Wang, 1997). Cette méthode appelée GEP (Group Equivalent Pile) permet d'analyser le groupe de pieux en modélisant le chevêtre comme section élargie en se servant des courbes *P*-*Y* à partir du programme **PYCAP**.

La réponse latérale du groupe de pieux coiffé d'un chevêtre est étudiée en utilisant le programme LPILE Plus 3.0 (1997). Les courbes *P*-*Y* développées pour le pieu équivalent et celles développées pour le chevêtre sont utilisées pour représenter la résistance du sol. Le groupe de pieux est modélisé comme pieu isolé avec une rigidité à la flexion $(EI)_{eq}$ égale à la somme des rigidités flexionnelles des pieux dans le groupe. Le chevêtre est modélisé comme partie supérieure élargie. Des conditions aux limites concernant la tête du pieu sont spécifiées en introduisant la valeur de $K_{m\theta}$.

Les déplacements calculés du GEP correspondent aux déplacements du groupe de pieux réel. Cependant, la détermination des efforts tranchants (V) et des moments féchissants (M) agissant sur les différents pieux au sein du groupe se base sur la factorisation des valeurs obtenues par le GEP selon l'emplacement du pieu, le multiplicateur f_{mi} et la valeur individuelle $(EI)_i$. Les différentes valeurs des éléments de réduction sont:

$$V_{i} = V_{GEP} \left[\frac{f_{mi}EI_{i}}{\sum_{i=1}^{N} (f_{mi}EI_{i})} \right] (f_{mc})$$
(2.26)

où, V_i est l'effort tranchant dans le pieu *i*, V_{GEP} est l'effort tranchant total pour le GEP, *N* est le nombre total des pieux. Le multiplicateur f_{mc} est un coefficient correcteur permettant d'ajuster les efforts tranchants et les moments fléchissants des pieux d'angles. Les valeurs recommandées par Mokwa et Duncan sont données dans le tableau suivant (Tableau 2.1):

Espacement des pieux, mesuré perpendiculairement à l'axe du chargement	Le facteur f_{mc}		
Pieux intérieurs	1.0		
$\geq 3d$	1.0		
2 <i>d</i>	1.2		
1 <i>d</i>	1.6		

Tableau 2.1 : Les valeurs du coefficient correcteur f_{mc} .

Le moment dans le pieu *i* est calculé par l'équation suivante:

$$M_{i} = M_{GEP} \left[\frac{f_{mi} EI_{i}}{\sum_{i=1}^{N} (f_{mi} EI_{i})} \right] (f_{mc})$$

$$(2.27)$$

où M_i est le moment fléchissant dans le pieu *i* et M_{GEP} est le moment calculé par le GEP.

II.3.2-La méthode proposée par Borel (2001)

La méthode proposée par Borel (2001) pour calculer les déplacements latéraux et la rotation des fondations mixtes combine les méthodes utilisées pour le calcul des fondations profondes et des fondations superficielles. La procédure consiste à relier les déplacements et la rotation de la fondation aux efforts appliqués.

L'approche de Borel consiste à remplacer le groupe de pieux dans la fondation mixte par un pieu équivalent soumis à un chargement horizontal équivalent au chargement appliqué à la fondation mixte. L'auteur a tout d'abord considéré les déplacements d'une fondation profonde et d'une fondation superficielle pris séparément. Puis les expressions obtenues sont combinées pour obtenir la réponse de la

fondation mixte aux sollicitations horizontales. Le principe de l'approche de Borel (2001) est illustré par la Figure 2.8.

□ Hypothèses de la méthode de Borel

L'auteur a supposé que la semelle de liaison est rigide. Le déplacement horizontal u_{mixte} de la fondation mixte est défini comme le déplacement de la semelle de liaison qui est aussi égal au déplacement de la tête des pieux: $u_{mixte} = u_{semelle} = u_{pieu}$. De même, la rotation θ_{mixte} de la fondation mixte est définie comme la rotation de la semelle de liaison: $\theta_{mixte} = \theta_{semelle} = \theta_{pieu}$.



Figure 2.8: Principe de l'approche de Borel (2001) pour l'étude des fondations mixtes.

L'interaction entre la semelle et les pieux est négligée. Les efforts repris par la fondation mixte sont la somme des efforts supportés par la semelle et les pieux pris séparément. Pour tenir compte de l'interaction entre la semelle et les pieux, l'auteur a introduit les hypothèses suivantes:

 \Box Le comportement transversal des pieux est mobilisé par des courbes de réaction qui expriment la mobilisation de la pression du sol *P* en fonction du déplacement du pieu *Y*.

□ Il n'y a pas de glissement sur la base de la semelle, c'est à dire que le cisaillement mobilisé reste suffisamment inférieur au cisaillement limite

□ Il n'y a pas de couplage entre les déplacements verticaux et horizontaux du sol.

La méthode reprend la notion de déplacement libre du sol. L'auteur a défini dans ce cas une fonction g(z) qui est égale au déplacement horizontal du sol à la profondeur z et en l'absence de pieu.

La démarche de calcul de la méthode de Borel passe par la considération de l'interaction sol-pieux d'une part, et l'interaction sol-semelle d'autre part.

□ Interaction sol-pieux

Pour un pieu ou un groupe de pieux, l'auteur a évoqué les différentes approches permettant de relier le déplacement horizontal u_{pieu} et la rotation θ_{pieu} aux efforts appliqués H_{pieu} et M_{pieu} . Il a ainsi mis ces relations sous forme d'équations:

$$H_{pieu} = H_p \left(u_{pieu}, \theta_{pieu} \right)$$
(2.28)

$$M_{pieu} = M_{p} \left(u_{pieu}, \theta_{pieu} \right)$$
(2.29)

Les différentes approches permettant de relier le déplacement horizontal u_{pieu} et la rotation θ_{pieu} aux efforts appliqués ce sont généralement les méthodes de calcul des fondations profondes sous sollicitations horizontales. Ces méthodes peuvent être regroupées en deux grandes classes qui recouvrent la classification traditionnellement proposées pour l'analyse d'un pieu isolé (Poulos et Davis, 1980; Fleming et *al.*, 1992) :

Les méthodes où le sol est représenté par un milieu continu.

□ Les méthodes aux coefficients de réaction où l'interaction sol-pieu est modélisée par une courbe de réaction dite *P*-*Y*.

□ Définition d'un pieu équivalent à un groupe de pieux. A ce propos, on considère un groupe de *N* pieux verticaux, de caractéristiques et géométries identiques. Pour chacun des pieux :

+ V_i , H_i , et M_i désignent respectivement les forces verticale, horizontale et le moment fléchissant appliqué en tête.

+ v_i , u_i et θ_i désignent respectivement les déplacements vertical, horizontal et la rotation de la tête du pieu.

L'équilibre des efforts appliqués à la semelle s'écrit:

$$V = \sum_{i=1}^{N} V_i, \quad H = \sum_{i=1}^{N} H_i, \quad M = \sum_{i=1}^{N} M_i + X_i V_i$$
(2.30)

On suppose que la semelle est rigide. Cela nous permet d'écrire pour chaque pieu:

$$v_i = v - X_i \tan \theta, \quad u_i = u, \quad \theta_i = \theta$$
 (2.31)

On définit un pieu équivalent de caractéristiques géométriques identiques à celles des pieux du groupe. Les coefficients de réaction équivalents sont égaux à la moyenne des coefficients de réaction des pieux de groupe.

$$P_{eq} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} P_i, \quad t_{eq} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i, \quad q_{eq} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i$$
(2.32)

La validité de la définition du pieu équivalent repose sur le fait que le déplacement horizontal et la rotation de la tête sont égaux pour tous les pieux du groupe. L'auteur a défini les forces verticale et horizontale appliquées en tête du pieu équivalent.

$$V_{eq} = \frac{V}{N}, \qquad H_{eq} = \frac{H}{N}$$
(2.33)

Le moment équivalent est:

$$M_{eq} = \frac{M}{N} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i V_i (v - X_i \tan \theta)$$
(2.34)

Le principe de la résolution du problème équivalent consiste à effectuer le calcul du pieu soumis à la force horizontale $H_{\acute{e}q}$, et au moment $M_{\acute{e}q}$ par le Logiciel **PILATE** (Frank et Romagny, 1990). Pour cela l'auteur a introduit une liaison élastique en tête du pieu équivalent. Cette liaison peut être approchée par un développement linéaire du 1^{er}ordre:

$$M_{eq} = \frac{M}{N} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i V_i(v) - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i \frac{\partial}{\partial \theta} V_i(v - X_i \tan \theta)\right) \theta$$
(2.35)

□ Interaction sol-semelle

Pour les fondations superficielles, les relations entre les déplacements et les forces appliquées ont été mises sous forme d'équations similaires:

$$H_{semelle} = H_s(u_{semelle}, \theta_{semelle})$$
(2.36)

$$M_{semelle} = M_s (u_{semelle}, \ \theta_{semelle})$$
(2.37)

où, $H_{semelle}$ (respectivement $M_{semelle}$) désigne la force horizontale (respectivement le moment) appliqué à la semelle.

L'auteur propose de déterminer ces relations à partir des expressions analytiques établies dans la littérature (Poulos et Davis, 1974; Gazetas et Hatziconstantinou, 1988).

Combinaison des équations pour analyser le déplacement de la fondation mixte

Pour calculer le déplacement d'une fondation mixte où la charge est supportée à la fois par la semelle et par les pieux, l'auteur propose de combiner les relations précédentes établies dans le cadre de l'interaction sol-pieu d'une part et de l'interaction sol-semelle d'autre part. Ces relations permettent alors de calculer la force horizontale H_{mixte} et le moment M_{mixte} appliqués au centre de la fondation mixte:

$$H_{mixte} = H_{semelle} + H_{pieu} = H_s(u_{mixte}, \theta_{mixte}) + H_p(u_{mixte}, \theta_{mixte})$$
(2.38)

$$M_{mixte} = M_{semelle} + M_{pieu} = M_s (u_{mixte}, \theta_{mixte}) + M_p (u_{mixte}, \theta_{mixte})$$
(2.39)

Le problème est alors entièrement défini dès que la fonction g(z) (Figure 2.8) est connue. Il peut être résolu à l'aide du Logiciel **PILATE** pour un pieu unique ou pour un groupe de pieux calculé par l'approche équivalente.

Pour calculer le déplacement libre du sol sous la semelle superficielle l'auteur s'est servi d'une étude paramétrique en utilisant la méthode des éléments finis. Les profils du déplacement libre en fonction de la profondeur ont été étudiés en fonction de l'épaisseur de la couche déformable, de la forme géométrique de la semelle et du coefficient de Poisson. L'influence de ce dernier s'est avérée négligeable.

II.4-Avis et conclusions

Les enseignements qu'on peut tirer de cette synthèse bibliographique sont multiples :

• L'analyse bibliographique a mis en évidence une ambiguïté quant à la dénomination de la fondation mixte elle-même. La terminologie anglo-saxonne est plus précise puisque elle distingue les expressions selon l'élément principal de la fondation mixte. En effet, l'expression radier sur pieux (piled raft) signifie que l'élément principal est le radier et les pieux sont ajoutés pour réduire les tassements et optimiser le dimensionnement. En outre, l'expression pieux coiffés d'un chevêtre (capped piles) montre distinctivement que les pieux sont les éléments principaux et la semelle de liaison est ajoutée pour améliorer la capacité latérale des pieux.

• Bien qu'on a assisté à un développement considérable des méthodes de dimensionnement des fondations mixtes vis-à-vis des efforts verticaux au cours de ces dernières décennies, les travaux de dimensionnement de ce type de fondation relativement aux forces horizontales ne sont pas nombreux. Les deux travaux qu'on a pu localiser, s'appuient principalement sur un mélange d'expressions analytiques et de constatations expérimentales. Les deux méthodes modélisent le groupe de pieux connecté à la semelle de liaison comme étant un pieu équivalent, et utilisent dans le dimensionnement des logiciels principalement destinés à l'analyse des pieux isolés sollicités latéralement. La procédure de Mokwa et Duncan (2000) se sert du logiciel LPILE Plus 3.0, tandis que celle de Borel (2001) se sert du logiciel PILATE.

• A la lumière de cette synthèse bibliographique, on s'est aperçu qu'une insuffisance remarquable caractérise les méthodes qui permettent d'analyser le comportement de la fondation mixte vis-à-vis les charges horizontales. Par voie de conséquence, cette thèse vient enrichir les connaissances de l'interaction sol-pieu-semelle sous l'effet des efforts latéraux, en se servant d'une méthode très rigoureuse en l'occurrence la méthode des éléments finis.

Chapitre III

Modélisation des interfaces dans les problèmes à symétrie de révolution sous chargement non-axisymétrique

Résumé

Basée sur le concept de l'élément joint d'épaisseur nulle, une nouvelle et précise formulation de la matrice de rigidité pour un élément axisymétrique d'interface est présentée. Cet élément a été formulé pour modéliser les interfaces sol-structures dans l'analyse semi-analytique des solides à symétrie de révolution soumis au chargement non-axisymétrique. Les avantages de la solution analytique de la matrice de rigidité d'interface sont multiples. Tout d'abord, elle est exacte et précise dans toutes les conditions. Deuxièmement, elle peut être facilement incorporée dans un code d'éléments finis. Cette formulation nécessite seulement l'angle d'inclinaison de l'élément d'interface. De ce fait le recours à l'intégration numérique pour chaque orientation d'élément d'interface est complètement exclu. Troisièmement, elle est compatible avec les éléments de massif iso-paramétriques généralement utilisés pour la modélisation des milieux continus, tels que le triangle à six noeuds et l'élément quadrangulaire à 8 noeuds. Deux problèmes comportant une semelle rigide et un pieu soumis au chargement latéral sont traités pour montrer les avantages d'emploi de cette nouvelle formulation exacte.

III.1-Introduction

Dans le domaine du Génie Civil en général et de la Géomecanique en particulier, la modélisation des phénomènes de contact est un problème d'importance primordiale. En effet, la réponse des systèmes soil-structure, tels que des murs de soutènement, les tunnels à revêtement et beaucoup d'autres structures, aux charges monotones et cycliques est influencée par les caractéristiques des interfaces. Il est ainsi de grande importance de modéliser ces interfaces avec une certaine précision.

Géométriquement, l'élément d'interface est la fine zone de contact qui se situe entre deux corps de différentes propriétés et au comportement particulier. Dans l'analyse par éléments finis des problèmes de soil-structure, des éléments appropriés d'interface sont présentés pour rendre compte de ce comportement. De tels éléments devraient expliquer les divers modes de déformation, qui sont: collage ou non-glissement, décollement ou glissement, séparation ou inter-pénétration. Dans toutes les situations les éléments d'interface devraient prévoir avec précision les valeurs des contraintes le long et à travers l'interface.

Les interfaces ont fait l'objet d'importants travaux de type théorique-numérique, dû principalement au caractère très particulier de leur comportement. Plusieurs différents types d'éléments finis ont été proposés pour modéliser les joints et les interfaces, et qui ont été testés avec succès dans les problèmes aux limites. Ceux-ci, incluent:

+ Eléments de lien dans lesquels seulement les interactions entre les noeuds opposés sont considérées (Frank et *al.*, 1982; Herrmann, 1978)

Les éléments finis de faible épaisseur avec les lois constitutives standars (Pande et Sharma,
 1979; Griffiths, 1985)

+ Eléments d'interface dans lesquels l'interface peut être remplacée par un élément de continuum équivalent avec une petite épaisseur (Desai et *al.*, 1984; Sharma et Desai, 1992)

+ Eléments de joint ou d'interface d'épaisseur nulle dans lesquels les déplacements relatifs entre les noeuds opposés sont les variables primaires de déformation (Ghaboussi et *al.*, 1973; Beer, 1985; Goodman et *al.*, 1968; Gens et *al.*, 1988; Heuze et Barbour, 1982; Zehong et Chua, 1992)

+ Le sol et la structure sont modélisés séparément et liés ensuite par des équations de compatibilité de différentes natures pour les forces et les déplacements (Katona, 1983)

La plupart de ces modèles sont bidimensionnels, elles conviennent en fait aux problèmes plans de déformation et peu sont axisymétriques (Ghaboussi et *al.*, 1973; Heuze et Barbour, 1982; Zehong et Chua, 1992)

Beaucoup de problèmes pratiques en mécanique des solides sont concernés par un solide de révolution composé de deux matériaux différents imbriquant une interface axisymétrique entre eux. Dans certains cas, le chargement est axisymétrique, comme dans les pieux sous tension, et dans d'autres cas le

chargement est non-axisymétrique. Ce dernier type de problèmes est habituellement traité sans éléments d'interface, et l'analyse est souvent effectuée par une interface en parfaite adhérence (Winnicki et Zienkiewicz, 1979; Amar Bouzid, 1997), c.-à-d. il n'y a aucune séparation ou mouvement relatif. Bien que cette hypothèse simplifie l'analyse, elle peut cependant induire des erreurs non-négligeables dans la prévision des contraintes et des déformations. Jusqu'ici, aucune étude appropriée au sujet des interfaces pour ce genre de problèmes n'est disponible. Cependant, une tentative a été faite par Griffiths (1988). Le modèle de ce dernier consiste à découpler les degrés de liberté parallèles à la direction d'interface, tandis que ceux qui sont normaux à l'interface ont été maintenus attachés dans la manière conventionnelle. Malheureusement, ce modèle souffre de l'inconvénient que les efforts de cisaillement ne peuvent pas se développer le long de l'interface, et par voie de conséquence, la séparation n'est pas permise. Selon le point de vue de l'auteur, cela ne représente pas une vraie modélisation d'interface, parce qu'elle est seulement appropriée aux interfaces où les conditions purement lisses règnent. L'objectif de ce chapitre est d'établir une formulation exacte d'une matrice de rigidité d'interface, qui peut être facilement introduite dans n'importe quel code d'éléments finis, et qui en plus, elle devrait pouvoir modéliser les divers modes de déformation qui peuvent se produire dans une interface axisymétrique dans un solide à révolution soumis aux chargements non-axisymétriques.

III.2-L'Approche semi-analytique

Le problème des solides axisymétriques soumis aux chargements non-axisymétriques est un problème véritablement tridimensionnel dans le sens où toutes les trois composantes de déplacement sont en général non-nulles. Ainsi les composantes du déplacement radial u, axial v et circonférentiel w sont fonctions de r, θ et z. De la même façon, chacune des six composantes de contraintes sont en général non-nulles et sont fonctions de r, θ et z (Figure 3.1). Ce type de problèmes peut être analysé en exprimant le chargement en termes d'une série de Fourier, calculant la réponse à chaque terme, et superposant les résultats pendant le post-traitement. Cette approche qui est connue sous le nom de l'approche semi-analytique a été proposée par Wilson (1965).

Les avantages de cette approche en comparaison avec une analyse par éléments finis purement tridimensionnelle résident dans le fait qu'aucune discrétisation dans la direction circonférentielle θ n'est exigée et les éléments demeurent annulaires comme c'est indiqué dans la Figure 3.1. Ainsi le problème est plus facile pour l'analyste et exige moins de ressources sur ordinateur.



Figure 3.1: Deux matériaux différents imbricant une interface axisymétrique.

III.2.1-Description des champs de déformations et de déplacements

Puisque le type de problème a une géométrie axisymétrique, il est commode d'adopter un système de coordonnées cylindriques pour sa formulation. Les six composantes de contrainte peuvent être liées aux trois composantes de déplacement à savoir, le déplacement radial u, le déplacement axial v, et le déplacement circonférentiel w. Cela donne:

$$\varepsilon_{r} = \frac{\partial u}{\partial r}; \qquad \varepsilon_{z} = \frac{\partial v}{\partial z}; \qquad \varepsilon_{\theta} = \frac{\partial w}{r\partial \theta} + \frac{u}{r}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r}; \qquad \gamma_{z\theta} = \frac{\partial v}{r\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z}; \qquad \gamma_{\theta r} = \frac{\partial u}{r\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r}$$
(3.1)

En plus, les composantes de déplacement peuvent être exprimées en termes de séries de Fourier comme:

$$u = \sum_{n=0}^{L} \overline{u}_n \cos n\theta + \sum_{n=1}^{L} \overline{\overline{u}}_n \sin n\theta$$

$$v = \sum_{n=0}^{L} \overline{v}_n \cos n\theta + \sum_{n=1}^{L} \overline{\overline{v}}_n \sin n\theta$$

$$w = \sum_{n=1}^{L} \overline{w}_n \sin n\theta + \sum_{n=0}^{L} \overline{\overline{w}}_n \cos n\theta$$
(3.2)

où, les termes affectés d'une seule barre $\overline{u}_n, \overline{v}_n, \overline{w}_n$ sont des amplitudes de déplacements qui sont symétriques par rapport au plan ($\theta = 0$), et les termes affectés d'une barre double sont les amplitudes des

déplacements qui sont anti-symétriques par rapport au plan ($\theta = 0$), *n* est l'ordre de l'harmonique et *L* est le nombre total des termes considérés dans la série.

Dans la plupart des problèmes pratiques seulement les deux premiers termes de la série de Fourier sont nécessaires. Les problèmes relatifs au premier terme n = 0 sont bien établis dans la littérature, et pour lesquels beaucoup d'auteurs ont proposé des éléments d'interface appropriés (Ghaboussi et *al.*, 1973; Zehong et Chua, 1992). Le second terme est exigé quand le chargement non-axisymétrique appliqué au solide de révolution a un plan de symétrie. C'est par exemple le cas des pieux circulaires chargés horizontalement. Ici seulement un seul terme est suffisant pour représenter le chargement appliqué. Ce dernier sera converti en charges distribuées dans la direction circonférentielle. Dans cette situation, les composantes du chargement sont:

$$R = \overline{R}\cos\theta; \qquad Z = \overline{Z}\cos\theta; \qquad T = \overline{T}\sin\theta \tag{3.3}$$

où, $\overline{R}, \overline{Z}$ et \overline{T} sont les amplitudes du chargement nodal sur la première harmonique. Pour ce système simple de chargement les équations du déplacement (3.2) se réduisent à:

$$u = \overline{u}\cos\theta; \qquad v = \overline{v}\cos\theta; \qquad w = \overline{w}\sin\theta$$
(3.4)

Pour le type de problèmes, où le chargement et les déplacements sont exprimés par les équations (3.3) et (3.4), nous établirons une formulation exacte de l'élément d'interface.

III.3-Formulation de l'élément d'interface

L'interface représente idéalement la zone de sol comprise entre la surface de l'élément structural et une surface identifiable expérimentalement par observation directe. Ces deux surfaces limites sont considérées comme des plans parallèles. Nous croyons que l'élément d'interface devrait être considéré en tant qu'un élément de description caractérisé par des variables relatives à ces deux surfaces. Par conséquent, La formulation exacte de la matrice de rigidité présentée ici suppose que seulement les contraintes normales et de cisaillement règnent dans le domaine axisymétrique de l'interface.

III.3.1-Définition de la matrice de rigidité

Selon la formulation standard de la méthode des éléments finis approche-déplacement, la matrice de rigidité K_i de l'élément d'interface dans le système local des coordonnées est donnée par l'équation:

$$\boldsymbol{K}_{i} = \int_{A} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} dA \tag{3.5}$$

où, B est la matrice déformation-déplacement et, D la matrice constitutive. A est l'aire de l'élément d'interface.

Un élément typique d'interface représenté par l'élément torique à six nœuds avec les divers symboles utilisés dans la dérivation est montré dans la Figure 3.2. La géométrie de l'élément se compose de trois paires de noeuds en vis à vis partageant les mêmes coordonnées. Les nœuds des extrémités sont numérotés 1-6, 3-4 et les nœuds situant aux milieux portent les numéros 2-5. Soit (r, z, θ) le système global des coordonnées et soit (s, n, θ) le système local. L'interface fait un angle α avec l'axe r.



Figure 3.2: Coupe radiale dans l'élément d'interface torique d'épaisseur nulle à six nœuds.

L'épaisseur de l'élément d'interface est prise égale à zéro. Les fonctions d'interpolation le long de la surface de l'élément sont données par:

$$N_{1} = \frac{s}{l} \left(\frac{2s}{l} - I \right); \quad N_{2} = \left(I - \frac{4s^{2}}{l^{2}} \right); \quad N_{3} = \frac{s}{l} \left(\frac{2s}{l} + I \right)$$
(3.6)

où, s est la coordonnée locale qui varie entre -l/2 et +l/2 sur la longueur de l'élément d'interface.

En utilisant les fonctions d'interpolation N_1, N_2 et N_3 et les nœuds 1, 2, et 3 comme référence, les déplacements relatifs à travers l'interface:

$$\boldsymbol{u}_{rel} = N \boldsymbol{u}^{\prime e} \tag{3.7}$$

où, $\boldsymbol{u}_{rel} = [\boldsymbol{u}_{rel}, \boldsymbol{v}_{rel}, \boldsymbol{w}_{rel}]^T$ est le vecteur des déplacements relatifs le long des coordonnées locales s,n, et θ et $\boldsymbol{u}'^e = [\boldsymbol{u}'_1, \boldsymbol{v}'_1, \boldsymbol{w}'_1, \dots, \boldsymbol{u}'_6, \boldsymbol{v}'_6, \boldsymbol{w}'_6]^T$ est le vecteur des déplacements nodaux dans le système des coordonnées locales.

Le champ des déplacements dans le système local de coordonnées cylindriques peut être écrit en fonction du champ des déplacements dans le système global:

$$u' = u \cos \alpha + v \sin \alpha$$

$$v' = -u \sin \alpha + v \cos \alpha$$

$$w' = w$$
(3.8)

on peut écrire le système des équations (3.7) en utilisant la matrice de transfert comme suit:

$$\boldsymbol{u}_{rel} = \boldsymbol{N}\boldsymbol{T}^*\boldsymbol{u}^e \tag{3.9-a}$$

où, $\boldsymbol{u}^{e} = [u_{1}, v_{1}, w_{1}, \dots, u_{6}, v_{6}, w_{6}]^{T}$ est le vecteur des déplacements nodaux dans le système global des coordonnées. La matrice des fonctions de forme **N** et la matrice de transfert **T**^{*} sont exprimées comme suit:

$$N = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & 0 & -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & -N_3 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_1 \end{bmatrix}$$
(3.9-b)

$$\boldsymbol{T}^{*} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{T} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.9-c)

Puisque le problème concerné est un élément d'interface axisymétrique appartenant à un solide de révolution soumis à un chargement non-axisymétrique, la combinaison des équations (3.4) et les équations (3.9) donne:

$$\boldsymbol{u}_{rel} = \boldsymbol{B} \overline{\boldsymbol{u}}^{e} \tag{3.10}$$

où,

$$\overline{\boldsymbol{u}}^{e} = \left[\overline{u}_{1}, \overline{v}_{1}, \overline{w}_{1}, \dots, \overline{u}_{6}, \overline{v}_{6}, \overline{w}_{6}\right]^{T}$$

Les déplacements $\overline{u}_{i}, \overline{v}_{i}$ et \overline{w}_{i} sont les amplitudes des déplacements nodaux respectivement dans les directions radiale, verticale et circonférentielle dans le système global des coordonnées. La matrice **B** dans les équations (3.10) porte la forme suivante:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}'\boldsymbol{T}^* \tag{3.11}$$

$$\boldsymbol{B}' = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{B}}_1 & \hat{\boldsymbol{B}}_2 & \hat{\boldsymbol{B}}_3 & \boldsymbol{B}_3 & \boldsymbol{B}_2 & \boldsymbol{B}_1 \end{bmatrix}$$
(3.12)

avec :
$$\boldsymbol{B}_{j} = \begin{bmatrix} N_{j} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & N_{j} \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & N_{j} \sin \theta \end{bmatrix}$$
 et $\hat{\boldsymbol{B}}_{j} = \begin{bmatrix} -N_{j} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & -N_{j} \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & -N_{j} \sin \theta \end{bmatrix}$ (3.13)

III.3.2-La matrice Constitutive

Puisque l'élément d'interface représente les caractéristiques d'interaction entre deux matériaux différents et il n'est pas un matériau en soi, seules la contrainte normale et les contraintes de cisaillement existent dans le domaine d'interface. On suppose dans ce qui suit, que les rigidités de cisaillement dans les directions s et θ sont identiques. De ce fait, la relation déformation-contrainte peut s'écrire :

$$\begin{cases} \tau_{sn} \\ \sigma_{n} \\ \tau_{n\theta'} \end{cases} = \begin{bmatrix} k_{s} & 0 & 0 \\ 0 & k_{s} & 0 \\ 0 & 0 & k_{s} \end{bmatrix} \begin{cases} u_{rel} \\ v_{rel} \\ w_{rel} \end{cases}$$
(3.14)

où, k_s est la rigidité tangentielle de l'interface et k_n est sa rigidité normale (en unités de force par unités de longueur au cube).

La réponse au cisaillement peut être obtenue à partir de l'essai de cisaillement direct ou l'essai de cisaillement simple. Cependant, il est difficile de réaliser des essais qui peuvent définir la réponse normale. Par conséquent, même pour la rigidité de cisaillement, il est difficile à priori de choisir des valeurs appropriées. Van Langen et Vermeer (1991) ont relié les rigidités de l'interface à la longueur moyenne de l'élément, au module de cisaillement du sol G_s , et au coefficient de Poisson du sol v_s . Ils ont suggéré les expressions suivantes:

$$k_s = \mu \left(\frac{G_s}{l}\right), \qquad k_n = \mu \frac{G_s}{(l-2v_s)l}$$

et, ils ont utilisé $\mu = 50$ dans leurs calculs. Selon Van Langen et Vermeer, cette valeur a été adoptée sur la base du constat que les rigidités de l'interface k_s et k_n devraient être choisies de telle façon que les pentes initiales des courbes effort-déplacement ressemblent étroitement à celles qui sont obtenues sans utilisation des interfaces. Donc la matrice constitutive élastique est:

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0\\ 0 & k_n & 0\\ 0 & 0 & k_s \end{bmatrix}$$
(3.15)

III.3.3-Formulation analytique de la matrice de rigidité de l'élément d'interface

En remplaçant les expressions de **B** et **D** dans l'équation (3.5), l'expression de la matrice de rigidité dans le système global des coordonnées, on obtient:

$$\boldsymbol{K}_{i} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{2\pi} \boldsymbol{T}^{*^{T}} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{T}^{*} \boldsymbol{r} d\theta ds$$
(3.16-a)

ou:

$$\boldsymbol{K}_{i} = \boldsymbol{T}^{*T} \begin{bmatrix} \frac{l}{2} & 2\pi \\ \int & \int \\ -\frac{l}{2} & \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \boldsymbol{T}^{*}$$
(3.16-b)

ou:

$$\boldsymbol{K}_{i} = \boldsymbol{T}^{*T} \boldsymbol{K}_{i}^{T} \boldsymbol{T}^{*}$$
(3.16-c)

où:

$$\boldsymbol{K}'_{i} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{2\pi} \boldsymbol{B}'^{T} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}' r \, d\theta \, ds$$
(3.17)

L'équation (3.17) est en effet, la matrice de rigidité de l'élément d'interface dans le système local de coordonnées. Ainsi, il est tout à fait utile d'exprimer la matrice de rigidité dans système local [Equation (3.17)], et puis en employant l'équation (3.16-c), son expression dans le système global des coordonnées pourra facilement être obtenue.

En outre, tous les termes du produit $\mathbf{B}'^T \times \mathbf{B}'$ contiennent l'un des deux termes $\cos^2 \theta ou \sin^2 \theta$ dans leurs expressions. Ainsi, l'intégration par rapport à la position angulaire θ fait apparaître la valeur π . Ceci nous permet d'écrire l'équation (3.17) comme suit:

$$\boldsymbol{K}'_{i} = \pi \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \boldsymbol{B}'^{T} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}' r \, ds \tag{3.18}$$

r dans l'équation (3.18) représente la distance radiale dans le système global des coordonnées. Si on se réfère à la Figure 3.2, on peut voir que r varie selon une forme quadratique le long de l'élément d'interface. r, qui est une référence globale peut être reliée à la coordonnée locale s en se servant des fonctions d'interpolation:

$$r = N_1 r_1 + N_2 r_2 + N_3 r_3 \tag{3.19}$$

 r_1 est la coordonnée globale des noeuds 1 et 6, r_2 des noeuds 2 et 5 et r_3 des noeuds 3 et 4.

L'intégration par rapport à l'axe s comprend six intégrales indépendantes:

$$I_{1} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{1}^{2} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.20)

$$I_{2} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{1} N_{2} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.21)

$$I_{3} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{1} N_{3} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.22)

$$I_{4} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{2}^{2} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.23)

$$I_{5} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{2} N_{3} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.24)

$$I_{6} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} N_{3}^{2} \left(N_{1} r_{1} + N_{2} r_{2} + N_{3} r_{3} \right) ds$$
(3.25)

En établissant ces intégrales analytiquement, la forme exacte de la matrice de rigidité de l'élément d'interface dans le système local des coordonnées est:

$$\mathbf{K}' = \pi I \begin{bmatrix} ak_s & 0 & 0 & bk_s & 0 & 0 & ck_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 & 0 & -bk_s & 0 & 0 & -ak_s & 0 & 0 \\ ak_n & 0 & 0 & bk_n & 0 & 0 & ck_n & 0 & 0 & -ck_n & 0 & 0 & -bk_n & 0 & 0 & -ak_n & 0 \\ ak_s & 0 & 0 & bk_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 & 0 & -dk_s & 0 & 0 & -ak_s \\ dk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -dk_s & 0 & 0 & -bk_n & 0 \\ dk_n & 0 & 0 & ek_n & 0 & 0 & -ek_n & 0 & 0 & -dk_s & 0 & 0 & -bk_n & 0 \\ dk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -dk_s & 0 & 0 & -bk_s \\ fk_s & 0 & 0 & -fk_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 & 0 & -bk_s \\ fk_s & 0 & 0 & -fk_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & -fk_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 & 0 \\ fk_n & 0 & 0 & -fk_s & 0 & 0 & -ek_s & 0 & 0 & -ck_s & 0 \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -kk_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & bk_s & 0 & 0 \\ fk_n & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & -ck_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0 & ek_s \\ fk_s & 0 & 0 & ek_s \\ fk_s & 0 & 0 & bk_s & 0 & 0 & bk_s & 0 & 0 & ek_s & 0 & 0$$

où:

$$a = \frac{13r_1}{140} + \frac{r_2}{21} - \frac{r_3}{140}$$
(3.27)

$$b = \frac{r_1}{21} + \frac{4r_2}{105} - \frac{2r_3}{105}$$
(3.28)

$$c = -\frac{r_1}{140} - \frac{2r_2}{105} - \frac{r_3}{140}$$
(3.29)

$$d = \frac{4r_1}{105} + \frac{16r_2}{35} + \frac{4r_3}{105}$$
(3.30)

$$e = -\frac{2r_1}{105} + \frac{4r_2}{105} + \frac{r_3}{21}$$
(3.31)

$$f = -\frac{r_1}{140} + \frac{r_2}{21} + \frac{13r_3}{140}$$
(3.32)

La forme analytique de la matrice de rigidité dans le système global est obtenue en introduisant l'équation (3.26) dans l'équation (3.16-c).

III.4-Performances de la formulation exacte

Afin d'évaluer les performances de prédiction de la présente formulation deux problèmes ont été sélectionnés. Une semelle circulaire rigide reposant sur un sol élastique et un pieu circulaire chargé latéralement et fiché également dans un milieu élastique. Pour le premier problème un programme Fortran dénommé **FOOTING** a été écrit et dans lequel la formulation exacte de l'élément d'interface a été incorporée. Pour le second un code Fortran existant **ELASPULL** (Amar Bouzid, 1997) a été modifié pour rendre compte de l'interface entre le pieu et le sol.

III.4.1-Analyse d'une semelle circulaire reposant sur une couche élastique

Le but de cette analyse est de démontrer la capacité de la formulation exacte de prévoir les contraintes normale et tangentielle à l'interface entre la semelle rigide et le sol sous-jacent, et d'examiner en outre l'effet de l'interface sur le déplacement et la rotation de la semelle.

Bien qu'il apparaît très simple, le problème d'une semelle reposant sur un sol élastique et soumise à un effort horizontal et à un moment de renversement est un problème très complexe, par le fait que, dans un sol compressible, une semelle rigide circulaire soumise à une force transversale pure ne se contente pas de se déplacer horizontalement seulement, mais tourne également autour d'un axe horizontal. De même, un moment de renversement produit une rotation et un déplacement horizontal.

À la différence d'une semelle circulaire sous l'effet d'un effort axial qui constitue un élément de référence (benchmark) pour les chercheurs pour valider leurs approches numériques, et qui a suscitée une attention particulière dans le passé (Carrier et Christian, 1973; Hooper, 1974; Hooper, 1983), le problème d'une semelle séparée du sol par une interface sous chargement latéral et sous un moment de renversement, semble ne pas avoir la même attention et beaucoup de points obscures méritent d'être éclaircis.

Le maillage d'éléments finis de la Figure (3.3) se compose de 696 éléments quadrangulaires à 8 noeuds modélisant le sol et 45 éléments du même type modélisant la semelle. La semelle et le sol sont séparés par 15 éléments d'interface.

Afin de modéliser avec une précision raisonnable les contraintes et les déplacements, les éléments sont fins et nombreux dans la région de forts gradients de contraintes à proximité du bord de la semelle rigide. La taille des éléments augmente progressivement lorsqu'on s'éloigne de la semelle dans les directions radiale (r) et verticale (z).

Les études précédentes (De Borst et Vermeer, 1984; Sloan et Randolph, 1982) d'une semelle circulaire sur un sol élasto-plastique se sont basées sur des maillages de dimensions dix fois le rayon de la semelle. Bien que ces analyses fournissaient des prévisions précises de charges de rupture, les courbes effortdéplacement ont montré une surestimation considérable de la rigidité élastique initiale. Dans le cas de Sloan et Randolph (1982), cette surestimation s'est avérée le résultat de la proximité des limites du maillage de la semelle.



Figure 3.3: Maillage d'éléments finis du système sol/semelle de surface (le modèle n'est pas à l'échelle).

Pour cette raison, les analyses élastiques présentées dans cette section sont basées sur un maillage d'éléments finis dont les limites sont imposées à z/a=50 et r/a=50. De telles distances de la semelle rigide, les limites du maillage n'ont pratiquement aucun effet sur les résultats numériques.

III.4.1.1-Examen du déplacement latéral et de la rotation de la semelle

La référence principale pour les solutions élastiques dans la mécanique des sols est le livre de Poulos et Davis (1974). Afin de comparer des résultats numériques aux solutions exactes nous séparons ces solutions dans deux principales catégories: celles de la semelle rugueuse et celles de la semelle lisse.

Une semelle rugueuse (adhésive) est caractérisée par le fait que sa base est rigidement reliée au sol, permettant ainsi une entière transmission des contraintes de cisaillement. Pour le cas du chargement horizontal, deux solutions existent. Le premier est le travail de Bycroft (1956):

$$u_{H} = \left(\frac{(7 - 8v_{s})(1 + v_{s})}{16E_{s}a(1 - v_{s})}\right)H$$
(3.33)

où u_H est le déplacement latéral de la semelle rigide, E_s et v_s sont respectivement le module élastique et le coefficient de Poisson du sol, *a* est le rayon de la semelle et *H* l'effort horizontal appliqué. La deuxième solution pour le chargement horizontal est trouvée dans Gerrard et Harrison (1970):

$$u_{H} = \left(\frac{(2 - v_{s})(1 + v_{s})}{4E_{s}a}\right) H$$
(3.34)

En examinant les équations (3.33) et (3.34), il est clair que le déplacement horizontal est fortement influencé par la valeur du coefficient de Poisson. Ainsi, les solutions analytiques relatives à la semelle rugueuse chargée latéralement [équations (3.33) et (3.34)] sont tracées en forme adimensionnelle $u_H E_s a/H$ contre le coefficient de Poisson v_s dans la Figure 3.4 et sont comparés aux résultats numériques à des valeurs discrètes de v_s . Afin de voir si le déplacement numérique adimensionnel numérique est aussi non-sensible au module élastique et au rayon de la semelle, quatre modules d'Young différents à savoir $E_s = 1000, 10000, 30000, and 100000 KN/m^2$ et quatre rayons a = 1, 2, 3, and 5m ont été envisagés. Les résultats numériques ont prouvé que la variation du module élastique n'a pratiquement aucun effet sur la valeur de $u_H E_s a/H$ et cela est logique puisque le sol est considéré élastique. Cependant, ce déplacement normalisé est légèrement affecté par le rayon de la semelle rugueuse déplacée latéralement. Ainsi, comme le montre la Figure 3.4, la solution numérique prévoit des valeurs de $u_H E_s a/H$ d'autant plus faibles que le rayon de la semelle croit.



Figure 3.4: Semelle circulaire rigide et rugueuse soumise à un chargement latéral.

On peut voir des formules aussi bien de la Figure 3.4, que les solutions analytiques ci-dessus sont légèrement différentes. Les deux solutions ont été profondément analysées par Bell et *al.* (1992), et il semble qu'aucune des deux solutions n'est entièrement exacte, bien que celle de Gerrard et Harrison semble être la plus précise. La solution de Gerrard et Harrison donne une évaluation raisonnable de la réponse réelle de la semelle et cela pour la totalité de la gamme des coefficients de Poisson considérés. La solution de Bycroft donne une estimation plus faible pour les valeurs du coefficient de Poisson moins de 0.3. Pour des valeurs entre 0.3 et 0.5, les solutions numériques et analytiques donnent approximativement les mêmes résultats.

Bien que les éléments d'interface utilisés dans cette étude appartiennent à la catégorie des éléments d'interface d'épaisseur nulle, cette formulation exacte évitent le mauvais conditionnement de la matrice, malgré les valeurs élevées des rigidités normale et de cisaillement utilisées ici.

Pour le cas d'une semelle circulaire rugueuse et rigide soumise à un moment de renversement, il n'a pas été fait référence à sa solution exacte dans la littérature. Ainsi, seulement des résultats numériques avec interface et sans interface ont été comparés. La rotation adimensionnelle $\theta_M E_s a_3/M$ de la semelle rugueuse a été tabulée en fonction du coefficient de Poisson v_s . Il est clair d'après le tableau 3.1 que les résultats de la rotation normalisée sont graduellement améliorés avec l'augmentation de la rigidité d'interface. A $k = 10^{10}$ (où $k_s = k_n = k$) les résultats des analyses avec et sans interface sont parfaitement identiques. Cela signifie que l'élément d'interface avec une valeur élevée de k dans le cas d'une semelle soumise à un moment de renversement, reflète avec une grande fidélité la rugosité qui caractérise le domaine d'interface.

Coefficient de Poisson V_s		0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.49
$\frac{\theta_M E_s a^3}{M} \text{(sans interface)}$		0.66060	0.67329	0.67255	0.65629	0.62132	0.56882
	$k = 10^{6}$	0.68860	0.70063	0.69912	0.68193	0.64596	0.59293
$\frac{\theta_M E_s a^3}{M} $ (avec interface)	$k = 10^8$	0.6706	0.67375	0.67298	0.65671	0.62168	0.56924
	$k = 10^{10}$	0.66062	0.67331	0.67255	0.65629	0.62132	0.56882

Tableau 3.1: Résultats du chargement avec moment sur une semelle circulaire adhésive.

Pour un fond de semelle plat et lisse le cas du chargement horizontal ne peut pas être appliqué puisque la contrainte de cisaillement ne peut pas être transmise entre le fond de la semelle et le sol. Pour le moment de renversement, Poulos et Davis (1974) ont donné une solution élastique exacte comme suit:

$$\theta_{M} = \left[\frac{3\left(l - v_{s}^{2}\right)}{4E_{s}a^{3}}\right]M$$
(3.35)

où, θ_M et M sont respectivement la rotation et le moment de renversement appliqué.

Pour simuler une base lisse, les analyses par éléments finis ont été effectuées en imposant $k_s = 0$ et $k_n = 10^{10}$. A la différence de la semelle sous chargement latéral, le rayon de la semelle n'a aucun effet sur la rotation adimensionnelle $\theta_M E_s a^3 / M$ ce qui caractérise le comportement de la semelle soumise à un moment de renversement. Comme le montre la Figure 3.5, l'effet de l'élément d'interface dans ce cas-ci, est plus prononcé que dans le cas de la semelle rugueuse. Ainsi, les solutions analytiques sont parfaitement identiques aux résultats numériques pour la gamme entière du coefficient de Poisson. La bonne concordance obtenue, démontre que la formulation d'élément d'interface présentée dans cette étude peut parfaitement modéliser l'état lisse de la semelle. Les résultats numériques pour ce problème sans interface sont nettement inférieurs aux solutions analytiques, en particulier pour l'intervalle du coefficient

de Poisson compris ente 0.0 et 0.4. Ceci signifie que l'étude d'une semelle circulaire lisse et rigide sous l'effet d'un moment appliqué, en supposant une parfaite adhérence entre le sol et la semelle, n'est plus appropriée et présente des erreurs non-négligeables dans les résultats.



Figure 3.5: Semelle rigide circulaire soumise à un moment de renversement.

III.4.1.2-Examen des contraintes normale et tangentielle à l'interface

Pour évaluer encore les performances de l'élément d'interface présenté dans ce chapitre, il est nécessaire d'examiner les contraintes à l'interface entre la semelle rigide et le sol élastique. Comme indiqué auparavant, en l'absence des solutions analytiques exactes correspondant au moment de renversement, nous considérons seulement le cas où la semelle est soumise à un effort horizontal. Spence (1968) a montré que, si la fondation est soumise à une pression uniforme q, la pression normale de contact $P(\rho)$ et la contrainte de cisaillement $\tau(\rho)$ agissant sur sa base peuvent être exprimées sous la forme:
$$P = q\kappa \frac{1 - v_s}{1 - 2v_s} \cosh\left(\frac{\pi\kappa}{2}\right)_0^{\rho} \frac{\cos\kappa A dm}{\left(1 - m^2\right)\left(\rho^2 - m^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$
(3.36)

$$\tau = q\kappa \frac{1 - \nu_s}{1 - 2\nu_s} \cosh\left(\frac{\pi\kappa}{2}\right)_0^{\rho} \frac{m\sin\kappa\Lambda dm}{\rho(1 - m^2)(\rho^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}}$$
(3.37)

où, $\kappa = \left(\frac{1}{\pi}\right) ln(3 - 4v_s)$, $\Lambda = tanh^{-1}m$ and $\rho = \frac{r}{a}(a$ est le rayon de la semelle, et *m* une variable

d'intégration).

Il est également stipulé (Poulos et Davis, 1974) que la contrainte verticale due à une charge horizontale uniforme est identique à la contrainte de cisaillement due à une charge verticale uniforme. A la lumière de cette constatation, on peut se servir de l'équation (3.36) pour la comparaison avec la contrainte de cisaillement numérique et de l'équation (3.37) pour la comparaison avec la contrainte numérique normale. Les valeurs discrètes des équations (3.36) et (3.37) ont été obtenues en employant la quadrature de Gauss-Chebyshev. Les Figues 3.6 et 3.7 montrent respectivement la distribution des contraintes normale et de cisaillement développées à l'interface le long du rayon de la semelle.

L'interface est considérée parfaitement rugueuse $(k_n = k_s = 10^{10})$. Nous avons considéré dans cette comparaison les deux cas extrêmes correspondant à $v_s = 0$ et $v_s = 0.5$ (0.49 pour les analyses par éléments finis) pour les contraintes de cisaillement et $v_s = 0$ et $v_s = 0.4$ pour les contraintes normales. La Figure 3.6 montre un accord parfait entre les solutions analytiques et les solutions numériques pour $v_s = 0.5$ le long de la totalité du rayon de la semelle. Pour le cas du coefficient de Poisson $v_s = 0$ l'accord est généralement bon notamment à la proximité du bord de la semelle, où la plupart des autres formulations relatives aux éléments d'interface montrent une oscillation insignifiante des contraintes. Bien que les rigidités normale et de cisaillement ont été représentées par des valeurs très grandes afin de simuler la rugosité de la semelle, nous n'avons observé ni mauvais conditionnement ni contraintes sans signification.

La Figure 3.7 montre la distribution de la contrainte normale développée à l'interface le long du rayon de la semelle. Comme on peut clairement voir de cette Figure, les résultats d'éléments finis correspondant à $v_s = 0.4$ sont en parfaite concordance avec les solutions analytiques pour les valeurs de r/a inférieures à 0.8. Cependant, une anomalie est détectée à proximité du bord de la semelle. Pour le cas du coefficient de Poisson $v_s = 0$, l'accord est généralement bon pour les valeurs de r/a inférieures à 0.8, mais pour les valeurs s'approchant de l'unité les résultats numériques dévient des solutions analytiques. On note ici, que les solutions analytiques directes pour ce problème ne sont pas disponibles dans la littérature.

Cependant, l'argument énoncé dans la référence Poulos et Davis (1974), au sujet de l'emploi de l'équation (3.37) comme expression des contraintes normales pour la semelle rigide sous les chargement latéral, ne donne aucune indication si la rotation de semelle devrait être empêchée ou pas. Ainsi le calcul des contraintes normales sous la base de la semelle rugueuse a été répété pour plusieurs valeurs du rayon en l'occurrence a=1, 2, 3, 4, et 10 met plusieurs épaisseurs : t=0.25, 0.5, 1, 2, 3 et 5 m. On a constaté que lorsque la fondation est soumise à un effort horizontal pur (outre H un moment de renversement négatif qui est égal à H fois l'épaisseur t est appliqué), les contraintes normales sont similaires à celles indiquées par la Figure 3.7, sans toutefois dépendre des valeurs du rayon et de l'épaisseur. Mais si la rotation de la semelle n'est empêchée les résultats numériques dépendent énormément des dimensions de la semelle.



Figure 3.6: Distribution des contraintes de cisaillement sous le fond de la semelle rigide.



Figure 3.7: Distribution des contraintes normales sous le fond de la semelle rigide.

III.4.2-Analyse d'un pieu circulaire chargé latéralement

Le pieu circulaire chargé latéralement illustré dans la Figure 3.8 est choisi pour montrer l'application pratique de la nouvelle formulation exacte de l'élément d'interface. La raison principale de faire une telle analyse est d'extraire les contraintes à l'interface sol-pieu, qui sont la clé de la compréhension comment le problème se comporte. Ce problème présente un test sévère à la qualité des contraintes à l'interface. En effet, l'étude des éléments d'interface dans ce problème a pour objectif la modélisation du décollement de la face arrière du pieu à proximité de la surface au sol. Le sol en zones très proches du pieu sous une telle situation est fortement contraint dans la face avant du pieu, à la partie supérieure du pieu, et étiré à proximité de la face arrière du pieu où il a la tendance de se décoller du fût du pieu. Dans cette zone les contraintes de traction ont tendance à se développer et le sol à s'effondrer. Une situation inverse se produit à la partie inférieure du pieu. Un vide a tendance de se former au-devant du pieu, tandis que ce dernier contraint fortement le sol dans sa face arrière. En outre, en plus de ces phénomènes, un glissement relatif peut se produire le long du fût du pieu, quand le pieu est horizontalement chargé.



Figure 3.8: Coupe radiale dans le maillage par éléments finis de l'ensemble Pieu/sol (le dessin n'est pas à l'échelle).

Le maillage d'éléments finis se constitue de 575 éléments toriques à section quadrangulaire à 8 nœuds et 22 éléments d'interface toriques d'épaisseur nulle à six noeuds. Le pieu partage avec le sol une interface horizontale et une autre verticale. Les dimensions du maillage sont données en termes de longueur de fiche et du diamètre du pieu. L'étendue latérale du maillage est contrôlée par le diamètre du pieu. Le maillage s'étend à 30*d* (où *d* est le diamètre du pieu). La limite verticale du maillage est contrôlée par la longueur de fiche. Cette frontière adhésive est placée à $0.5L_p$ sous la pointe du pieu. Dans le but de se concentrer uniquement sur les éléments d'interface le pieu et le milieu environnant sont modélisés en tant que matériaux élastiques isotropes et linéaires, avec les propriétés données au Tableau 3.2.

La détermination des rigidités normale (k_n) et tangentielle (k_s) est en réalité un problème complexe. En fait, ces paramètres expérimentaux et leurs lois constitutives sont actuellement l'objet de recherches intenses dans plusieurs laboratoires à travers le monde. Puisque nous ne sommes pas intéressés au comportement de l'interface au delà de sa limite élastique, l'objectif de ces calculs de la formulation

exacte de l'élément d'interface est de montrer l'effet de l'interface entre le pieu et le sol sur les principaux paramètres qui contrôlent le comportement global du système de sol-pieu, à savoir les déplacements du pieu, le moment fléchissant, l'effort tranchant et la réaction du sol. Afin d'avoir une vue globale, ces paramètres sont exprimés sous forme de grandeurs adimensionnelles et leurs variations sont examinées en fonction de la profondeur relative z/d.

Pieu:

$$E_{p} = 20.10^{6} \text{ KN / m}^{2}$$

$$v_{p} = 0.25$$
Elancement = $\frac{L_{p}}{d} = 10$
Sol:
Rigidite relative pieu / sol = $\frac{E_{p}}{E_{s}} = 1000$

$$v_{s} = 0.33$$

Tableau 3.2: Les propriétés Sol-Pieu

Dans ces analyses les rigidités normale et tangentielle sont reliées au module du cisaillement du sol sous une forme adimensionnelle.

Dans cette étude la rigidité tangentielle est prise égale à la rigidité normale $(k_n = k_s = k)$ et les valeurs: $kd/G_s=0.1, 1, 100$, et 10000 sont adoptées.

Les résultats de ces analyses sont illustrés par les Figures : 3.9-3.12.



Figure 3.9: Effet de la rigidité d'interface sur le déplacement latéral du pieu.



Figure 3.10: Effet de la rigidité de l'interface sur le moment fléchissant.



Figure 3.11: Effet de la rigidité de l'interface sur l'effort tranchant.



Figure 3.12: Effet de la rigidité de l'interface sur la réaction du sol.

Le déplacement normalisé uE_sd/H est tracé en fonction de la profondeur relative. Comme le montre la Figure 3.9, le comportement du pieu correspondant à $kd/G_s=0.1$ est complètement différent de celui des pieu correspondant aux autres valeurs de rigidité d'interface. Ce dernier montre une réponse rigide et tourne autour d'un point situé approximativement à deux tiers la longueur du pieu. La Figure montre aussi que le passage de kd/G_s de 100 à 10000, n'a pratiquement aucune influence sur le déplacement du pieu. La variation du moment fléchissant avec la profondeur relative est montrée à la Figure 3.10.

Comme il a été mentionné auparavant, la rigidité de l'interface a un effet considérable sur le moment fléchissant du pieu et ce pour la gamme des rigidités entre 0,1 et 100. Nous pouvons également voir de la Figure 3.10, que le moment de flexion maximum développé en profondeur diminue par environ (41%) quand la rigidité d'interface passe de 0.1 à 100. Le lieu du moment fléchissant maximum est légèrement affecté par la variation des rigidités de l'interface. Le moment fléchissant lui même est également peu sensible aux valeurs de rigidité supérieures à 100.

La Figure 3.11 compare la variation de l'effort tranchant normalisé T/H correspondant aux quatre valeurs de kd/G_s avec la profondeur z/d.

Comme il peut être également constaté, les profils sont légèrement différents. Ceci signifie que l'interface entre le sol et le pieu n'a pas un effet significatif sur l'effort de cisaillement développé sur le fût, particulièrement dans la partie supérieure du pieu. L'effet est beaucoup plus remarquable dans la partie inférieure, où des valeurs négatives de l'effort tranchant se développent. Dans cette partie, le lieu de la valeur négative maximum de T/H se déplace verticalement avec l'augmentation de kd/G_s .

Contrairement au moment fléchissant et à l'effort de cisaillement qui ont été calculés en se servant des contraintes dans les éléments du pieu, la réaction du sol a été calculée dans les arêtes gauches des éléments du sol à proximité des éléments d'interface.

La variation de la réaction du sol adimensionnelle Pd/H est tracée en fonction d la profondeur relative dans la Figure 3.12. Comme on peut le constater, l'introduction des éléments d'interface a un effet significatif sur la réaction du sol développée en surface. Ainsi, lorsque la rigidité de l'interface passe de 0.1 à 100 la réaction du sol augmente d'environ (64 %). L'interface n'a aucun effet au-delà de 100.

III.5-Conclusions

En dépit du progrès significatif accompli dans le domaine des techniques appliquées en Géomecanique, secteur où les méthodes numériques sont intensivement utilisées, les problèmes de solides à symétrie de révolution sous chargement non-axisymétrique sont souvent traités par l'approche semi-analytique sans éléments d'interface entre les matériaux différents. Ainsi, une formulation exacte d'élément d'interface appartenant à la classe des éléments d'épaisseur nulle a été proposée dans ce chapitre. Les diverses étapes de la formulation ont été décrites en détail et la matrice de rigidité d'interface est donnée sous une forme analytique.

Afin de démontrer les performances de la formulation exacte, deux problèmes géotechniques ont été analysés. Le premier problème est une semelle circulaire rigide reposant sur une couche élastique de sol et soumise à un chargement latéral ou à un moment de renversement. On a constaté que pour le cas du chargement latéral sur la semelle circulaire rugueuse, les déplacements adimensionnels obtenus avec l'analyse d'interface étaient identiques à ceux sans interface. Ceci signifie que la formulation exacte reproduit exactement les conditions de rugosité à la base de la fondation. Pour le cas du moment de renversement, les rotations adimensionnelles étaient également les mêmes. Nous notons ici, bien que des valeurs très élevées aient été affectées aux rigidités normale et tangentielle, aucun mauvais conditionnement n'a été constaté.

Pour le cas d'une semelle circulaire lisse sous l'effet d'un moment appliqué, les résultats numériques et analytiques relatifs aux rotations de la semelle sont en accord parfait. Ceci démontre la capacité de la formulation courante à modéliser exactement l'état lisse de l'interface entre la semelle et le sol sous-jacent.

Le second problème est un pieu circulaire sous chargement latéral fiché dans un sol élastique. L'interface entre le pieu et le sol environnant a été modélisée par la formulation présentée dans ce chapitre. Par l'intermédiaire d'une étude paramétrique très restreinte, nous avons examiné dans ce problème, l'effet des éléments d'interface sur les paramètres principaux qui régissent le comportement global du pieu, à savoir le déplacement, le moment fléchissant, l'effort tranchant et la réaction du sol.

Les résultats montrés ici recommandent vivement que même pour les travaux de routine, une analyse d'interface devrait être entreprise dans les problèmes des solides à symétrie de révolution sous chargement non-axisymétrique et où l'interface est également axisymétrique.

Chapitre IV

Modélisation de l'interaction sol-semelle circulaire-pieu sous sollicitations horizontales

Résumé

L'association d'une semelle de liaison circulaire et encastrée à un pieu constitue le sujet d'application de l'approche semi-analytique par éléments finis dans ce chapitre. On s'applique en premier lieu à l'étude d'une semelle circulaire isolée sous chargement monotone horizontal et un moment. Les modes de déplacements, horizontal, basculement et les modes couplés, exprimés en termes de facteurs d'influence dans un sol non-homogène caractérisé par un facteur de module de cisaillement α sont profondément examinés. Les coefficients d'influence de surface sont considérés pour les situations où l'interface entre le sol et la semelle est parfaitement rugueuse ou parfaitement lisse.

En second lieu, l'ensemble pieu-semelle circulaire est étudié à travers une étude paramétrique permettant d'éclaircir les effets de dimensions de la semelle et les états d'interface sur les principales grandeurs régissant le comportement latéral du pieu.

IV.1-Introduction

Le comportement d'une semelle de liaison encastrée connectée à un pieu circulaire vertical est un système très complexe, par le fait qu'il implique un grand nombre de facteurs qui commandent le comportement du système global. Les facteurs comme, le rayon de la semelle, l'encastrement de la semelle, l'élancement du pieu et le facteur de flexibilité sol-pieu ne peuvent pas être mesurés correctement et incorporés dans une seule analyse. Outre ces facteurs, le comportement latéral global du système (chevêtre+ pieu) est influencé par les caractéristiques d'interface. La dénomination du problème elle-même n'a pas été encore précisée par les chercheurs. En effet, elle dépend essentiellement de l'objectif visé par le concepteur du système pieu-chevêtre ou pieu-semelle de liaison. Si la semelle est d'importance primaire, le problème serait un problème de pieu sous semelle (piled footing), l'adjonction du pieu à la semelle est sans doute a pour but de limiter les tassements de la semelle et alors l'effet de la présence du pieu sur le comportement latéral du pieu, et c'est plutôt l'optique des ouvrages d'art, l'influence du chevêtre ou la semelle de liaison sur le comportement latéral du pieu doit être étudiée.

Le système pieu-chevêtre peut être exigé pour résister aux forces latérales importantes produites par des tremblements de terre, des vents, etc. Comme dans le cas des sollicitations verticales, la présence de la semelle de liaison est traditionnellement négligée lors du calcul des fondations profondes soumises à des sollicitations latérales.

Puisque la semelle de liaison est généralement enterrée et massivement encastrée, négliger sa résistance peut donc conduire à une surestimation importante des déplacements de la fondation, mais aussi à une surestimation des efforts dans les pieux, et notamment des moments fléchissants en tête. Les données expérimentales collectées en littérature montrent toutes, que la semelle de liaison supporte une charge au moins égale à celles des pieux. Dans le domaine des charges de service, le contact du chevêtre avec le sol tend ainsi à réduire de 50% au moins les déplacements latéraux de la fondation par rapport à une situation où ce contact serait supprimé.

Avant d'entamer le système pieu-semelle de liaison en tant que tel, il nous a paru nécessaire de fournir quelques éléments sur la semelle encastrée seule et d'en étudier le comportement sous les sollicitations horizontales. Les modélisations par éléments finis de ce problème avec la prise en compte de l'interface semelle-sol sont rares en littérature. Par ailleurs, les solutions analytiques ne sont pas disponibles à cause des difficultés présentes dans ce problème. Les résultats de la présente approche semi-analytique seront comparés à une autre approche numérique très récente.

L'ensemble pieu-chevêtre circulaire sera étudié en détail en effectuant une étude paramétrique permettant de visualiser les effets des dimensions de la semelle de liaison et les états d'interface sur les principaux paramètres régissant le comportement latéral du pieu auquel la semelle est connectée.

IV.2-L'Approche semi-analytique

Le problème d'un pieu coiffé d'une semelle circulaire encastrée (Figure 4.1) sous l'effet d'un effort latéral ou un moment de renversement est un problème de solides axisymétriques soumis aux chargements non-axisymétriques. Il est effectivement un problème véritablement tridimensionnel dans la mesure où les trois composantes de déplacement sont non-nulles. De la même façon, les six composantes de contraintes sont également non-nulles. Ce type de problèmes peut être étudié par l'approche semi-analytique comme elle a été proposée par Wilson (1965), Meissner (1976) et Carter et Booker (1983). Elle consiste à exprimer les forces et les déplacements dans la direction de révolution dans une forme de séries de Fourier, à calculer la réponse de chaque terme de Fourier et à superposer les résultats. L'exigence fondamentale de cette approche, est que les propriétés matérielles restent constantes dans la direction circonférentielle.

Puisque cette approche a été décrite en détail dans le chapitre III, seulement les éléments nouveaux seront présentés ici.



Figure 4.1: Pieu circulaire coiffé d'un chevêtre circulaire encastré et soumis à une force horizontale et un moment.

IV.2.1-Expressions du chargement sur l'ensemble chevêtre-pieu

Comme pour les pieux chargés latéralement, dans le système pieu-chevêtre circulaire encastré, seulement le second terme pour n=1 (Equations 3.2) survit, à cause du plan de symétrie que présente ce chargement. Dans cette situation les composantes de chargement sont:

$$R = \overline{R}\cos\theta; \qquad Z = \overline{Z}\cos\theta; \qquad T = \overline{T}\sin\theta \tag{4.1}$$

où, $\overline{R}, \overline{Z}$ et \overline{T} sont les amplitudes du chargement sur la première harmonique. \overline{R} est l'amplitude radiale distribuée le long de la circonférence de la semelle encastrée. Le chargement latéral *H* agissant comme résultat de cette distribution est donné par l'expression suivante:

$$H = \overline{R} \int_{0}^{2\pi} \cos^{2} \theta d\theta = \pi \overline{R}$$
(4.2)

Selon le principe de St. Venant le chargement d'amplitude \overline{R} sur la première harmonique aura le même effet qu'une force concentrée de valeur $H = \pi \overline{R}$ agissant dans la direction *x*. D'une façon similaire l'amplitude verticale \overline{Z} est distribuée sur la circonférence de la semelle. Cette distribution engendre un moment de renversement selon l'équation:

$$M = 2a\overline{Z}\int_{0}^{\pi}\cos^{2}\theta d\theta = \pi a\overline{Z}$$
(4.3)

où, *a* est le rayon de la semelle si le plan de référence de la force *H* se situe à la surface de la semelle. De la même manière, l'amplitude du chargement tangentiel \overline{T} est distribuée sur l'arête de la semelle. On obtient:

$$H = -\overline{T} \int_{0}^{2\pi} \sin^{2} \theta d\theta = -\pi \overline{T}$$
(4.4)

Avant d'entamer l'étude d'un pieu coiffé d'un chevêtre encastré, avec toutes les interactions qu'elle présente, il paru intéressant d'examiner d'abord le comportement du chevêtre seul sous les sollicitations horizontales, car ceci constitue un problème d'interaction sol/structure très important et son comportement avec la considération des effets d'interface n'a pas été abordé jusqu'ici.

IV.3-Analyse d'une semelle circulaire encastrée sous un effort horizontal et un moment de renversement

Les solutions analytiques de la réponse élastique d'une semelle rigide circulaire soumise à une force horizontale et un moment de renversement ont été présentées par Poulos et Davis (1974). Ils ont étudié des semelles reposant sur un espace homogène semi-infini, tandis que Johnson et al. (1975) ont étudié le comportement d'une semelle circulaire encastrée. Ces derniers ont présenté les résultats d'analyse par éléments finis approche semi-analytique pour les modes de déplacements, vertical, horizontal, basculant et de torsion en termes de coefficients de rigidité en considérant l'effet de l'encastrement ainsi que l'effet de la présence de la base rigide sous-jacente. Bell (1991) a effectué une série d'analyses par éléments finis tridimensionnelles dans le but d'examiner encore l'effet d'encastrement de la semelle. Récemment Doherty et Deeks (2003) se sont servis de la méthode des éléments finis aux frontières calibrée ' Scaled boundary finite element method ' qui est une combinaison de la méthode des éléments finis standard et la méthode des intégrales aux frontières développée par Wolf et Song (1996), et ont présenté des résultats numériques pour les coefficients de rigidité pour les chargements vertical, horizontal, moment et de torsion. Ils ont considéré des encastrements dans un demi-espace élastique et non-homogène, où le module de cisaillement croit avec la profondeur selon une loi de puissance.

Selon les connaissances de l'auteur, l'effet des caractéristiques d'interface sur le comportement d'une semelle enterrée n'a pas eu le mérite nécessaire correspondant à son niveau d'importance. En effet, dans toutes les recherches qui ont été mentionnées, la semelle et le sol environnant ont été supposés en parfaite adhérence.

On présente ici les résultats des analyses semi-analytiques par éléments finis décrivant le comportement d'une semelle circulaire encastrée soumise à une force horizontale et à un moment de renversement. La rigidité du sol augmente avec la profondeur selon une loi de puissance. Le contact sol-semelle est modélisé par le biais des éléments d'interface présentés au chapitre III.

Les résultats sont exprimés et présentés en termes de coefficients d'influence pour les deux cas de semelles rugueuse et lisse. Bien qu'il paraît simple, le problème d'une semelle sous sollicitations combinées fait intervenir des difficultés de différentes complexités. Cela est du principalement au fait, qu'une semelle horizontalement chargée se déplace et effectue une rotation à la fois. D'une manière similaire un moment de renversement produit une rotation et un déplacement horizontal. Ce phénomène mène évidemment à des termes de couplage et d'autres coefficients d'influence.

Le maillage par éléments finis de la Figure 4.2 consiste en 475 éléments de sol quadrangulaires à 8 nœuds et 100 éléments du même type modélisant la semelle. Pour assurer une bonne précision des contraintes et des déplacements, le maillage est relativement fin autour de la semelle. En s'éloignant de la semelle, les dimensions des éléments augmentent progressivement de taille.

La Figure 4.2 donne l'impression que le maillage couvre une zone de sol relativement petite autour de la semelle, mais cela est dû au fait que cette image n'est pas à l'echelle. En fait, l'étendue latérale du maillage est 26 fois le rayon de la semelle et sa hauteur est 26 fois l'encastrement de la semelle. Nous considérerons dans cette étude une semelle rigide rugueuse et une semelle rigide lisse. La semelle lisse est modelisée en introduisant les éléments d'interface comme cela est également indiqué sur la Figure 4.2. On affecte à la rigidité normale d'interface une grande valeur $k_n = 10^{10} (KN/m^3)$, de sorte que cette interface soit à peine comprimée, tandis que la rigidité de cisaillement k_s est simplement mise à zéro.



Figure 4.2: Maillage d'éléments finis du système sol/semelle encastrée (Figure n'est pas à l'échelle).

IV.3.1-Le demi-espace non-homogène choisi pour cette étude

Il est généralement reconnu que beaucoup de dépôts de sols ont des rigidités qui augmentent avec la profondeur (Cole et Burland, 1972; Burland et *al.*, 1973 et Hooper, 1973). D'après l'étude de Booker et *al.* (1985), le module de cisaillement est pris pour avoir une variation de puissance avec la profondeur, comme exprimé par l'équation:

$$G_s(z) = G_{sa} \left(\frac{z}{a}\right)^{\alpha} \tag{4.5}$$

où, G_{sa} est le module de cisaillement à la profondeur a, et α est un exposant qui varie entre zéro et un. Il pourrait être intéressant de noter que directement sous la semelle, cette équation donne le module important de $G_{se} = G_{sa}(e/a)^{\alpha}$. L'équation (4.5) comprend le sol homogène pour $\alpha=0$ et le sol de Gibson pour $\alpha=1$, comme le montre la Figure 4.3.



Figure 4.3: Variation du module de cisaillement du sol avec la profondeur selon une loi de puissance.

IV.3.2-Examen des coefficients d'influence et de rigidité

Les solutions analytiques des déplacements et des rotations d'une semelle circulaire rigide et encastrée sous chargement latéral ou un moment sont difficiles à produire, dû à la nature compliquée du problème. Quand une force latérale ou un moment sont appliqués à une semelle encastrée, les deux modes de déplacements; la translation latérale, et la rotation angulaire se produisent. Ainsi, on dit que les cas de chargement horizontal et le moment sont couplés. Doherty et Deeks (2003) ont étudié ce problème, et ont exprimé le dit couplage par l'équation matricielle:

$$\begin{vmatrix} \frac{H}{G_{sa}a^2} \\ \frac{M}{G_{sa}a^3} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} K_H^0 & K_{MH}^0 \\ K_{MH}^0 & K_M^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_H \\ a \\ \theta_M \end{bmatrix}$$
(4.6)

où, K_{H}^{0} , K_{M}^{0} , et K_{MH}^{0} sont des coefficients de rigidité sans dimensions. *H* et *M* sont respectivement la force horizontale et le moment. Les déplacements correspondants sont désignés par u_{H} et θ_{M} . Les coefficients de rigidité dépendent essentiellement du coefficient de Poisson v_{s} et du rapport d'encastrement e/a de la semelle. En plus, ils dépendent du plan de référence de la force horizontale *H*. Le plan de référence pourrait être choisi à la surface du sol ou au nu de la semelle. Soit l'équation (4.6) une équation qui s'applique à un plan de référence arbitraire:

$$\begin{cases}
\frac{H^{z}}{G_{sa}a^{2}} \\
\frac{M^{z}}{G_{sa}a^{3}}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
K_{H}^{z} & K_{MH}^{z} \\
K_{MH}^{z} & K_{M}^{z}
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
u_{H}^{*} \\
a \\
\theta_{M}
\end{bmatrix}$$
(4.7)



Figure 4.4: Système de chargement sur une semelle circulaire encastrée: (a) *H* et *M* en surface de la semelle, (b) chargement équivalent à la profondeur *z*.

Ensuite, en considérant la Figure 4.4 on s'aperçoit que $H^z = H$ et $M^z = M + Hz$ et on déduit que,

$$K_{M}^{z} = K_{H}^{0} \left(\frac{z}{a}\right)^{2} + 2K_{MH}^{0} \left(\frac{z}{a}\right) + K_{M}^{0}$$
 4.8(b)

$$K_{MH}^{z} = K_{MH}^{0} + K_{H}^{0} \left(\frac{z}{a}\right)$$
 4.8(c)

On note ici, que dans cette transformation la rigidité horizontale est inchangée, alors que la rigidité relative au moment et la rigidité de couplage changent. Un point de référence particulier couramment utilisé est le point qui correspond au plan d'assise de la semelle où la côte est égale à la profondeur d'encastrement: z=e.

Un autre point qui a une signification physique particulière est le point où le couplage entre la composante horizontale et la composante du moment cesse d'exister. En d'autres termes, le point où la matrice $[K^z]$ devient diagonale. Ce point porte le nom du métacentre. Un moment appliqué au métacentre ne produira aucune translation horizontale. A partir de l'équation 4.8(c), il est facile de trouver la profondeur du métacentre:

$$z_{mc} = -\frac{K_{MH}^{0}}{K_{H}^{0}}a$$
(4.9)

Au lieu d'utiliser les coefficients de rigidité on peut se servir également des coefficients d'influence. On inversant l'équation (4.6), on peut trouver que:

$$\begin{cases}
\frac{u_{H}}{a} \\
\theta_{M}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
I_{H}^{0} & I_{MH}^{0} \\
I_{MH}^{0} & I_{M}^{0}
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
\frac{H}{G_{sa}a^{2}} \\
\frac{M}{G_{sa}a^{3}}
\end{bmatrix}$$
(4.10)

où, I_{H}^{0} , I_{M}^{0} et I_{MH}^{0} sont les coefficients d'influence de surface.

Les coefficients d'influence à la profondeur z en termes de coefficients d'influence surfaciques sont présentés dans les équations suivantes:

$$I_M^z = I_M^0$$
 4.11(a)

$$I_{H}^{z} = I_{M}^{0} \left(\frac{z}{a}\right)^{2} - 2I_{MH}^{0} \left(\frac{z}{a}\right) + I_{H}^{0}$$
 4.11(b)

$$I_{MH}^{z} = I_{MH}^{0} - I_{M}^{0} \left(\frac{z}{a}\right)$$
 4.11(c)

La profondeur du métacentre peut également être écrite comme:

$$z_{mc} = \frac{I_{MH}^{0}}{I_{M}^{0}} a$$
 (4.12)

Le coefficient d'influence horizontal correspond au métacentre est donné par:

$$I_{H}^{z_{mc}} = I_{H}^{0} - \frac{\left(I_{MH}^{0}\right)^{2}}{I_{M}^{0}}$$
(4.13)

L'objectif de ce chapitre, est d'examiner la dépendance des coefficients d'influence et la profondeur du métacentre : I_H^0 , I_M^0 , I_{MH}^0 , $I_{H}^{z_{mc}}$, I_H^e , I_{MH}^e et z_{mc} sur le facteur du module de cisaillement α et sur le rapport d'encastrement e/a pour une semelle rugueuse et une semelle parfaitement lisse.

IV.3.3-Résultats des analyses

La résistance d'une semelle circulaire encastrée aux différents modes de déplacement sous l'effet d'une force horizontale H et un moment M en termes de coefficients d'influence est montrée dans les Figures suivantes. Dans le but de couvrir une vaste gamme de fondations réelles, trois rapports d'encastrement ont été envisagés à savoir: e/a=0.5, e/a=2, et e/a=4. Les résultats numériques sont présentés pour un coefficient de Poisson de 0.2, pour représenter une grande variété de sables (Lade, 1977), et un coefficient de Poisson de 0.5 (les calculs par éléments finis sont basés sur une valeur de $v_s=0.499$) pour représenter les argiles non-drainées.

IV.3.3.1-Coefficients d'influence correspondant à un plan de référence en surface

Les coefficients d'influence surfaciques pour une semelle rugueuse sont illustrés dans les Figures (4.5-4.7). L'état d'interface est rugueux lorsque les rigidité d'interface normale et tangentielle sont affectées des valeurs très élevées. Comme il peut être clairement constaté de ces Figures, les résultats de l'approche semi-analytique par éléments finis et ceux de la 'Scaled boundary method' sont en bonne concordance, cela est probablement dû au rapprochement des deux théories sur lesquelles les deux méthodes ont été basées dans leurs développement. A la première vue, la Figure 4.5 montre clairement la dépendance de I_H^0 sur le paramètre de nonhomogénéité du sol α pour les deux cas de v_s . On constate que I_H^0 croît lorsque α croît pour le rapport d'encastrement de e/a=0.5. Un comportement opposé est constaté pour les deux autres rapports d'encastrement. En effet, ce coefficient d'influence décroît lorsque le paramètre de non-homogénéité augmente. Les mêmes remarques peuvent être tirées pour les coefficients d'influence I_{MH}^0 et I_M^0 dans les Figures 4.6 et 4.7 correspondant à e/a=0.5. Ici, dans ces Figures α est moins influant sur I_{MH}^0 et I_M^0

On s'aperçoit également que les valeurs du coefficient I_{MH}^{0} dans la Figure 4.6(a) correspondant à e/a=0.5 et à e/a=2 sont pratiquement confondues pour les valeurs de α comprise entre 0 et 0.2.

On dit qu'on affaire à un état d'interface parfaitement lisse lorsque la rigidité tangentielle est mise à zéro, alors que la rigidité normale d'interface peut prendre une valeur très élevée. Les Figures (4.8-4.10) montrent les coefficients d'influence calculés en fonction du facteur α pour une semelle lisse. On peut voir que les coefficients d'influence 'lisses' sont supérieurs à leurs valeurs correspondantes dans le cas d'une semelle rugueuse. Cela implique que le comportement de la semelle rugueuse est plus rigide que celui de la semelle lisse, comme cela est attendu.



Figure 4.5: Coefficient d'influence I_H^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.6: Coefficient d'influence I_{MH}^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.7: Coefficient d'influence I_M^0 pour une semelle rugueuse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.8: Coefficient d'influence I_H^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.9: Coefficient d'influence I_{MH}^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.10: Coefficient d'influence I_M^0 pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

IV.3.3.2-Le métacentre et les coefficients d'influence correspondants

Le couplage des rigidités cesse d'avoir lieu pour les forces horizontales qui sont appliquées au métacentre, i., e. $I_{MH}^{z_{mc}}=0$ pour un plan de référence défini par l'équation (4.12). La Figure 4.11 illustre la variation du lieu du métacentre avec α pour les rapports d'encastrement envisagés et pour les coefficients de Poisson sélectionnés. Maintenant les différences entre une semelle rugueuse et une semelle lisse apparaissent très petites.



Figure 4.11: Variation de la profondeur du métacentre avec le facteur de non-homogénéité du sol: (a) une semelle rugueuse, (b) une semelle lisse.

Il est également utile de considérer les valeurs de $I_H^{z_{me}}$ en utilisant l'équation 4.13. La Figure 4.12 montre la variation de $I_H^{z_{me}}$ pour les deux cas des semelles rugueuse et lisse. Cette figure montre clairement de faibles coefficients d'influence pour la semelle rugueuse, cela signifie que le comportement des semelles rugueuses est plus rigide que celui des semelles lisses. En fait, des différences considérables sont observées, conformément à ce qui a été attendu pour le chargement horizontal.



Figure 4.12: Coefficient d'influence $I_H^{z_{mc}}$ pour: (a) une semelle rugueuse, (b) une semelle lisse.

IV.3.3.3-Coefficients d'influence correspondant à un plan de référence à la base de la semelle

Dans certaines conditions le plan de référence de l'effort horizontal H se situe à la base de la semelle encastrée. Dans cette situation les équations 4.11 sont très utiles permettant ainsi de déduire les coefficients d'influence correspondant à une profondeur arbitraire à partir des coefficients d'influence surfaciques.



(a) (b) Figure 4.13: Coefficient d'influence I_H^e pour une semelle rugueuse : (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



(a) (b) Figure 4.14: Coefficient d'influence I_{MH}^{e} pour une semelle rugueuse : (a) v_s =0.2, (b) v_s =0.5

Les coefficient d'influence du déplacement horizontal I_H^e , et du mode couplé I_{MH}^e pour une profondeur *z* égale la profondeur d'encastrement *e* sont présentés dans les Figures (4.13-4.16).



(a) (b) Figure 4.15: Coefficient d'influence I_H^e pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.16: Coefficient d'influence I_{MH}^{e} pour une semelle lisse: (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

IV.3.3.4-Réaction du sol et contraintes normales du sol sous la base de la semelle rigide

On envisage dans cette étude paramétrique les deux cas extrêmes de la non-homogénéité du sol, $\alpha = 0.0$ correspondant à un sol homogène et $\alpha = 1.0$ correspondant à un sol de Gibson. Par ailleurs, on considère quatre rapports d'encastrement, à savoir: e/a = 0.5, e/a = 1.0, e/a = 2.0 et e/a = 4.0. Similairement à l'étude précédente on choisira les deux coefficients de Poisson déjà vus.

Pour la semelle circulaire encastrée soumise à une force horizontale, la distribution de la réaction du sol adimensionnelle Pa/H avec la profondeur adimensionnelle z/e, est présentée dans la Figure 4.17. A la première vue, une règle générale peut être tirée de cette Figure: la réaction du sol suit la même loi de variation avec la profondeur que la rigidité du sol suit. En plus on s'aperçoit que les différences entre la réaction rugueuse et la réaction lisse sont remarquables en tête et en pointe de la semelle pour les petites valeurs de e/a (Figures 4.17(a) et 4.17(b)). La distribution avec la profondeur de Pa/H est pratiquement la même pour les autres rapports d'encastrement.

Pour le cas d'une semelle circulaire encastrée sous un moment de renversement M, la distribution de la réaction du sol Pa^2/M est illustrée par la Figure 4.18. Comme on peut le constater de cette Figure, la réaction du sol pour le sol homogène, a sa valeur maximale en tête de la semelle, puis diminue vertigineusement pour devenir zéro à un point situant approximativement au deux tiers inférieur de son encastrement e, et puis prend des valeurs négatives en bas. La même tendance est constatée pour les autres rapports d'encastrement. On peut également voir, que les caractéristiques d'interface ont peu d'influence sur la distribution de la réaction du sol, excepté pour le cas de e/a = 0.5, où une grande différence est observée à la surface de la semelle.

Les contraintes normales sous la base de la semelle rigide sous l'effet d'un effort latéral H et un moment de renversement M sont respectivement illustrées par les Figures 4.19 et 4.20.

La Figure 4.19 illustre la variation des contraintes normales à la base de la semelle circulaire encastrée $\sigma_n a^2/H$ en fonction de la distance radiale relative r/a pour les quatre rapports d'encastrement envisagés. On s'aperçoit tout d'abord, que l'état d'interface n'a pratiquement aucune influence sur la semelle de rapport e/a = 0.5 dans le sol de Gibson, bien que cet effet est très remarquable dans le sol homogène. L'effet d'interface est d'autant plus important que le rapport d'encastrement augmente. Les mêmes tendances sont observées dans la Figure 4.20 qui montre la variation de $\sigma_n a^3/M$ en fonction de la distance radiale r/a.



Figure 4.17: Profiles de réaction du sol pour une semelle circulaire rigide sous chargement latéral H: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4



Figure 4.18: Profiles de réaction du sol pour une semelle circulaire rigide sous un moment M: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4



Figure 4.19: Contraintes normales sous la semelle circulaire rigide sous l'effet H: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4



Figure 4.20: Contraintes normales sous la semelle circulaire rigide sous l'effet d'un moment M: (a) e/a=0.5, (b) e/a=1, (c) e/a=2, (d) e/a=4

IV.4-Etude d'un pieu coiffé d'un chevêtre sous chargement latéral

Le comportement d'un pieu coiffé d'un chevêtre enterré sous sollicitations latérales demeure toujours un problème d'interaction sol/structure très complexe étant donné le nombre important d'interactions mises en jeu. Le problème est d'autant plus compliqué lorsque la semelle de liaison est profondément enterrée et présentant une résistance significative aux chargements horizontaux. En effet, le mécanisme de résistance des pieux sous chevêtre au chargement latéral peut être divisé en quatre composantes (Figure 4.21), à savoir: (1) interaction sol/pieu, (2) pression de butée sur la semelle de liaison, (3) frottement sur la base du chevêtre, et (4) frottement latéral sur le chevêtre.

Les méthodes actuelles de dimensionnement de ce type de fondations s'appuient essentiellement sur les méthodes de dimensionnement des fondations profondes isolées. La non-prise en compte de la semelle de liaison peut mener à une surestimation importante des efforts dans le pieu et par conséquent à un surdimensionnement des pieux. Outre, son rôle dans la limitation des tassements vis à vis des charges verticales, la semelle de liaison lorsqu'elle est massivement encastrée permet d'alléger considérablement le dimensionnement des pieux en diminuant les efforts provenant des charges horizontales.



Figure 4.21: Illustration des composantes fournissant la résistance latérale du système pieu-chevêtre qui comporte : (1) l'interaction sol-pieu, (2) pression de butée , (3) pression de contact et frottement sur la base du chevêtre, et (4) frottement latéral sur le chevêtre.



Figure 4.22: Maillage d'éléments finis d'une fondation mixte: pieu-semelle circulaire encastrée sous sollicitations latérales.

Les études numériques effectuées dans ce paragraphe se basent sur le maillage de la Figure 4.22. Ce schéma montre une coupe verticale dans le maillage par éléments finis du pieu coiffé d'un chevêtre sous chargement horizontal *H*. Le maillage doit être le fruit d'un compromis entre la capacité de calcul de l'outil numérique disponible et la précision acceptable sur les résultats numériques. En effet, la dimension effective du modèle dans la direction verticale est liée à la longueur du pieu. Par conséquent, la frontière verticale est placée une longueur de pieu en dessous de la pointe du pieu. Dans la direction horizontale la

frontière du maillage est fixée à une distance égale à 20 a (a est le rayon de la semelle de liaison) à partir du bord de la semelle. Tous les noeuds du maillage sur la périphérie ont été empêchés contre tout mouvement horizontal, alors que les noeuds inférieurs ont été fixés dans toutes les directions.

La semelle de liaison et le pieu sont modélisés par des éléments toriques à section quadrangulaire à 8 noeuds. Dans le but d'avoir une précision satisfaisante, le maillage d'éléments finis est raffiné dans certaines régions. Cela concerne principalement les endroits au voisinage immédiat de la semelle et du pieu, spécialement à proximité des arêtes de la semelle et de la pointe du pieu. Dans ces endroits où la structure présente des angles vifs, des singularités risquent d'apparaître.

Les études paramétriques numériques dans ce paragraphe qui se limitent uniquement au chargement par une force horizontale H, sont entamées selon l'importance de l'élément structurel de la fondation mixte semelle-pieu. La première analyse très restreinte s'occupe du comportement d'une semelle encastrée de différents rapports d'encastrement coiffant un pieu d'élancement fixe. Ici, on s'intéresse à l'effet des interfaces et rapports d'encastrement de la semelle sur la réaction de butée mobilisée par la semelle de liaison dans un sol élastique homogène et non-homogène sous l'effet d'une force horizontale H appliquée au nu de la semelle. La seconde analyse se concentre plus particulièrement sur le comportement latéral des pieux de différents élancements coiffés de semelles de liaison de différents rapports d'encastrement, et ce dans plusieurs sols élastiques. Cette étude plus détaillée que la première, simule plus spécialement les fondations des ouvrages d'art où l'élément essentiel dans la fondation mixte est le pieu. Le dimensionnement de ce dernier vis à vis des sollicitations horizontales est allégé par la présence de la semelle de liaison. Les effets des caractéristiques géométriques du chevêtre et les états d'interfaces solfondation mixte sur le comportement du pieu de différentes valeurs d'élancement seront examinés et commentés en détail. En effet, le comportement latéral des pieux est étudié à travers ses principaux paramètres permettant le dimensionnement, en l'occurrence; les déplacements tout au long du fût, les moments fléchissants, les efforts tranchants et la réaction du sol mobilisée le long de la fiche du pieu.

Bien que cette étude paramétrique est limitée au calcul élastique, montre l'effet considérable du chevêtre et des états d'interface sur le comportement latéral des pieux, excluant ainsi l'applicabilité des solutions analytiques proposées en littérature pour le calcul des déplacements en tête et des moments maximums développés sur les fûts des pieux libres en tête ou encastrés. Ces considérations montrent la nécessité de quantifier numériquement la présence de la semelle de liaison en tête du pieu, et d'introduire les caractéristiques géométriques et mécaniques dans des équations analytiques permettant de dimensionner correctement la fondation mixte en toute rigueur.

IV.4.1-Etude du comportement latéral d'une semelle encastrée coiffant un pieu

Le comportement latéral d'une semelle circulaire encastrée dans le sol, et connectée à un pieu vertical dans son centre est analysée dans ce paragraphe. A cause du nombre très élevé des facteurs caractérisant ce comportement, une étude paramétrique très limitée est effectuée en considérant les effets de l'interface et du rayon de la semelle de liaison.

Le système pieu/chevêtre est étudié sous l'effet d'une force horizontale H. Le sol peut être un milieu homogène avec une rigidité constante avec la profondeur ou un milieu non-homogène de Gibson dont la rigidité varie linéairement avec la profondeur ($E_s=mz$, m est le taux selon lequel le module de sol augmente avec la profondeur). Les paramètres du pieu et du chevêtre qui ont servi comme point de référence à cette étude paramétrique sont résumés dans le tableau suivant:

Pieu

 $E_p = 20\,10^6\,$ KN / m^2

 $v_{p} = 0.25$

Elancement du pieu $L_p / d = 10$ et d = 1m.

Sol

Rigidité relative sol-pieu $E_p / E_s = 1000$ (Sol homogène), $E_p / md = 1000$ (sol de Gibson)

 $v_{s} = 0.20$

Chevêtre

Rigidité relative Pieu-Chevêtre $E_p / E_c = 1$

 $v_c = 0.15$

Encastrement du chevêtre e = lm

Tableau 4.1: Les propriétés sol-pieu-chevêtre.
IV.4.1.1-Pression de buté sur la semelle de liaison

Les contraintes normales agissant sur le chevêtre du pieu et les contraintes de frottement développées sur les parois latérales constituent les éléments fondamentaux de la réaction de butée. Afin de visualiser l'effet de l'état d'interface et l'effet des dimensions du chevêtre sur la résistance latérale du sol, deux rapports de rayon a/e = 2 et a/e = 8 ont été choisis en complément des caractéristiques du système solpieu-chevêtre données par le Tableau 4.1.

Pour le chevêtre sur pieu fiché dans un sol homogène la distribution de la pression de butée sur le chevêtre pour les deux cas de rapports de rayon est illustrée par la Figure 4.23. Cette Figure visualise clairement la différence entre l'état rugueux et l'état lisse de l'interface sol/fondation mixte. Comme on peut facilement le constater, la pression adimensionnelle Pd/H décroît quant le rapport de rayon croît dans le cas d'une interface rugueuse. Un comportement tout à fait opposé est constaté dans le cas d'une interface lisse. La Figure 4.24 donne le profil de la réaction du sol Pd/H en fonction de la profondeur relative z/e dans le cas d'un sol de Gibson. Ici, les paramètres d'interfaces ont un effet remarquablement considérable sur la distribution de la pression de butée. En effet, pendant qu'elle est presque constante et légèrement variable le long de l'encastrement du chevêtre pour l'interface rugueuse, la pression de butée augmente vertigineusement pour atteindre une valeur maximale au pied du chevêtre dans le cas d'une interface lisse.



Figure 4.23: Distribution de réaction de butée sur le chevêtre avec la profondeur d'encastrement dans un sol homogène (a) a/e=2, (b) a/e=8



Figure 4.24: Distribution de réaction de butée sur le chevêtre avec la profondeur d'encastrement dans un sol de Gibson (a) a/e=2, (b) a/e=8

IV.4.2-Etude du comportement latéral d'un pieu coiffé d'une semelle de liaison

Le comportement des pieux, même isolés demeure difficile à analyser, d'autant plus lorsqu'ils sont coiffés d'une semelle de liaison et chargés tridimensionnellement et qu'ils se trouvent dans une configuration plus ou moins complexe. Avec les moyens de calcul actuels, il demeure difficile d'appréhender de façon complète le comportement du système pieu/chevêtre sous sollicitations horizontales; dans ce but nous cherchons à identifier les différents paramètres pouvant influer sur le comportement de ce type de fondation ainsi que l'ampleur de cette influence.

Le pieu dans la fondation mixte peut représenter dans la plupart des cas l'équivalent d'un groupe de pieux. Il est parfois un pieu effectivement seul dans le cas de certaines semelles isolées où le pieu est ajouté lorsqu'on craint des tassements excessifs de la semelle.

Les pieux représentent les éléments principaux dans les fondations mixtes des ouvrages d'art. Dans cette optique, ce paragraphe est essentiellement consacré à l'étude d'un pieu circulaire coiffé d'une semelle de liaison circulaire encastrée dans le sol (Figure 4.25). Du moment qu'on s'intéresse à l'influence de la semelle sur le comportement latéral du pieu, il nous a paru utile de considérer le plan de référence de la force horizontale H au point O, point d'adjonction de la semelle et le pieu.



Figure 4.25: (a) Semelle circulaire-pieu, (b) Module de sol homogène et non-homogène.

Les facteurs relatifs au comportement du sol qui affectent la réponse d'un pieu coiffé d'un chevêtre sont nombreux et encore difficilement appréhendables dans une seule analyse.

L'objectif de cette étude réside dans l'identification de certains facteurs pouvant influer sur le comportement du pieu comme les dimensions de la semelle et l'état des interfaces. En effet, on s'applique à l'étude de l'influence de ces paramètres sur les principales grandeurs régissant le comportement du pieu, en l'occurrence: les profils des déplacements latéraux, des moments fléchissants, des efforts tranchants et de la réaction du sol. Trois rapports de rayon de la semelle, a/e = 1, a/e = 3 et a/e = 6 ont été choisis. Cela couvre la majorité des semelles de liaison rencontrées en pratique dont le diamètre ne dépassera pas en général les 12 m avec une profondeur de pénétration de 1m. Deux élancements de pieu $L_p/d = 10$ et $L_p/d = 25$ ont été sélectionnés et deux coefficients de Poisson ont été également choisis en l'occurrence: $v_s = 0.2$ et $v_s = 0.5$ pour représenter respectivement une gamme variée de sables et des argiles non-drainées. Pour le second cas, on s'est servi dans les calculs par éléments finis de la valeur $v_s = 0.499$ à la place de 0.5 qui cause des singularités au niveau de la matrice de rigidité. Outre ces facteurs, deux états d'interface ont été envisagés, l'état rugueux et l'état parfaitement lisse.

Toutes les analyses numériques ont été effectuées en premier lieu dans un sol homogène caractérisé par une rigidité relative sol-pieu constante $E_p/E_s = 1000$ avec E_p le module d'Young du pieu $(E_p = 30.10^6 \text{ KN}/m^2)$. Ensuite, le sol de Gibson a été envisagé. Ce dernier se caractérise par un module d'élasticité qui varie linéairement en fonction de la profondeur avec une valeur nulle en surface $(E_s = mz)$. La rigidité relative sol-pieu choisie pour cette étude paramétrique est: $E_p/E_{se} = 1000$, où E_{se} est le module d'élasticité du sol au niveau de la base de la semelle encastrée. Le chevêtre est supposé constitué du même matériau que le pieu $(E_p/E_c = 1)$ avec un coefficient de Poisson $v_s = 0.15$. Par ailleurs, on s'est limité dans cette étude paramétrique à l'examen du comportement du système pieu/semelle de liaison sous l'effet d'une force horizontale *H*.

Les résultats d'analyse dans le sol homogène sont reportés dans les Figures 4.26-4.33. Ces Figures montrent les profils de déplacement, des moments fléchissants, des efforts tranchants et de la réaction du sol en fonction de la profondeur relative (z/L_p) . L'origine de l'ordonnée z est prise au point O tête du pieu. L_p est la longueur du pieu.

Les profils du déplacement adimensionnel uE_sd/H sont représentés dans les Figures 4.26 et 4.27 respectivement pour les élancements $L_p/d = 10$ et $L_p/d = 25$. La première constatation qui sera généralisée plus tard pour toute les grandeurs étudiées, est que le déplacement est d'autant plus faible que le rapport de rayon de la semelle est plus grand. Cela est évidemment ce qui a été attendu. Par ailleurs, l'état d'interface montre un effet considérable sur le comportement latéral du pieu. On s'aperçoit clairement que la déflexion latérale est d'autant plus importante que l'interface sol/fondation mixte est parfaitement lisse. En effet, la rugosité de l'interface diminue considérablement l'ampleur des déplacements en tête du pieu. Si la totalité de la longueur du pieu d'élancement $L_p/d = 10$ est affectée par les déplacements, uniquement la moitié supérieure du pieu d'élancement $L_p/d = 25$ subit des déplacements importants. Cela est dû probablement, à la sélection des pieux qui sont respectivement de nature rigide et souple vis à vis de la rigidité relative sol/pieu adoptée.

Les profils des moments fléchissants M/Hd en fonction de la profondeur relative sont illustrés par les Figures 4.28 et 4.29. En examinant ces Figures, on s'aperçoit tout d'abord que des moments négatifs apparaissent en tête du pieu à cause de la connexion rigide du pieu avec la semelle de liaison. Si les moments négatifs en tête sont très rapprochés en valeurs, les moments maximums positifs qui apparaissent sur le fût sont très influencés par le rapport a/e et par l'état d'interface. En effet, la valeur du moment maximum est d'autant plus grande que l'interface est lisse et a/e plus faible. On constate également que le lieu du moment maximum positif se déplace vers le bas lorsqu'on augmente le rapport du rayon a/e.

Les profils des efforts tranchants adimensionnels T/H en fonction de la profondeur relative z/L_p sont montrés par les Figures 4.30 et 4.31 pour les deux élancements considérés dans le sol homogène. On constate d'abord, que l'effort tranchant se propage sur toute la longueur du pieu court, alors que seulement la moitié supérieure du pieu élancé subit des efforts tranchants. Par ailleurs, l'effort tranchant est d'autant plus important que le rayon de la semelle est petit. Les différences entre une interface lisse et une interface rugueuse sont considérables à proximité du point d'adjonction semelle/pieu, en particulier lorsque le rapport de rayon augmente. La variation de la pression adimensionnelle Pd/H en fonction de la



(a)

(b)

Figure 4.26: Effet des dimensions du chevêtre sur le déplacement latéral du pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.27: Effet des dimensions du chevêtre sur le déplacement latéral du pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.28: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.29: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.30: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.31: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement L_p/d=25, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.32: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement L_p/d=10, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.33: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement L_p/d=25, fondation mixte fichée dans un sol homogène (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

profondeur relative est représentée dans la Figure 4.32 pour l'élancement $L_p/d = 10$ et dans la Figure 4.33 pour l'élancement $L_p/d = 25$. Les remarques faites sur les Figures de l'effort tranchant peuvent être émises ici.

Les résultats d'analyse numérique concernant un pieu coiffé d'une semelle de liaison sous l'effet d'un effort horizontal dans un sol de Gibson sont illustrés par les Figures 4.34-4.41.



Figure 4.34: Effet des dimensions du chevêtre sur les déplacements latéraux du pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.35: Effet des dimensions du chevêtre sur les déplacements latéraux du pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.36: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.37: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des moments sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.38: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.39: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution des efforts tranchants sur le pieu d'élancement L_p/d=25, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



(a)

(b)

Figure 4.40: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement $L_p/d=10$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$



Figure 4.41: Effet des dimensions du chevêtre sur la distribution de la réaction du sol sur le pieu d'élancement $L_p/d=25$, fondation mixte fichée dans un sol de Gibson (a) $v_s = 0.2$, (b) $v_s = 0.5$

IV.5-Conclusions

Dans la présente investigation l'approche semi-analytique de la méthode des éléments finis a été employée pour étudier deux problèmes couramment rencontrés en géotechnique: une semelle circulaire encastrée sous l'effet d'une force horizontale H et un moment de renversement M et une fondation mixte pieu/semelle de liaison sous une force horizontale H. L'approche semi-analytique présente certains avantages en comparaison avec une analyse conventionnelle 3-D.

Le problème de la semelle circulaire isolée, a été analysé pour un demi-espace non-homogène caractérisé par un module de cisaillement variant avec la profondeur en forme de loi de puissance α . Premièrement, les résultats de la semelle rugueuse ont été trouvés en excellent accord avec ceux d'une autre méthode numérique la 'Scaled boundary finite element method '. Puis, les semelles lisses ont été considérées. On s'est aperçu que l'état lisse de l'interface a un effet remarquable sur la rigidité de la semelle et sur les pressions sous cette dernière.

Le problème d'une semelle circulaire encastrée présenté ici, a à la fois une signification pratique et théorique dans l'ingénierie géotechnique. La signification pratique est évidente et la signification théorique et que les résultats présentés peuvent être employés pour la validation des modèles d'éléments finis 3-D. Cela est vrai en particulier pour la semelle rugueuse, puisque les résultats sont en parfait accord avec ceux d'une autre méthode complètement différente.

L'adjonction d'une semelle de liaison à un pieu vertical est la pratique courante dans la construction de la plupart des fondations des ouvrages d'art. Bien que le dimensionnement de ce type de fondations mixtes vis à vis des charges verticales est plus ou moins maîtrisé, peu d'informations sont disponibles lorsque les sollicitations horizontales sont évoquées et qui peuvent nuire à la sécurité de l'ouvrage si elles ne sont pas correctement prises en compte. Une étude paramétrique numérique se basant sur l'approche semi-analytique de la méthode des éléments finis a été effectuée avec considération des éléments d'interface sol fondation mixte. Ce travail a permis de quantifier l'ampleur des dimensions de la semelle de liaison et l'état des interfaces sur le comportement latéral du pieu auquel la semelle est ajoutée à travers ses principaux éléments de réduction.

Chapitre V

Modèle d'éléments finis à tranches verticales: validation et performances en élasticité linéaire

Résumé

Ce chapitre décrit une nouvelle formulation numérique pour l'analyse des problèmes d'interaction sol-structure tridimensionnels. La technique dénommée modèle d'éléments finis à tranches verticales (MTV) subdivise la structure et le sol environnant en tranches verticales. Elle profite des solutions numériques d'éléments finis 2-D dans les conditions de contrainte plane pour construire des solutions approximatives 3-D, en remplaçant les interactions inter-tranches par des forces de volume fictives. La méthode des éléments finis 2-D et la méthode sont combinées dans une procédure des différences finies relativement simple et compacte, et itérativement appliquées à chaque tranche verticale. L'aspect 3-D du problème considéré est gardé en satisfaisant la continuité des contraintes de cisaillement développées aux inter-tranches.

D'abord, la théorie du modèle des tranches verticales est présentée et puis un programme Fortran est élaboré. Ensuite, les performances de ce programme sont illustrées par l'étude de trois problèmes aux limites.

Les comparaisons avec d'autres solutions numériques montrent une bonne concordance et par conséquent elles montrent que le modèle peut simuler avec succès le comportement des trois problèmes aux limites.

V.1-Généralités

En réalité la plupart des structures impliquées en géotechnique sont de nature tridimensionnelle, et bien que dans beaucoup, les hypothèses émises permettant la simplification à des problèmes de déformations planes ou axisymétriques soient raisonnables, il y a une partie, pour laquelle le traitement tridimensionnel est exigé. Le volume de données et la taille des divers vecteurs et matrices impliqués dans de telles analyses, augmentent considérablement. Ceci a sans doute des implications pénalisantes sur les ressources de l'outil de calcul. En conséquence, les mathématiciens ont étudié les possibilités de réduire ces ressources. L'une des alternatives est d'utiliser les méthodes itératives pour inverser la matrice de rigidité globale, par opposition aux méthodes directes habituellement utilisées jusqu'ici. Cependant, ces méthodes ne sont pas probablement utiles dans l'analyse non-linéaire, bien qu'elles soient recommandées pour l'analyse linéaire.

La deuxième possibilité est de tirer profit de toutes les symétries géométriques qui existent, en particulier, si la géométrie présente une symétrie de révolution, mais le chargement ne l'est pas, alors la méthode des éléments finis approche semi-analytique peut être employée (Amar Bouzid, 1997). Tandis que de telles analyses ont été commodes et utiles dans des conditions particulières, ces considérations ne sont plus valables dans d'autres situations où la forme géométrique et le chargement induisent un modèle de contraintes tridimensionnel.

Les structures comme les pieux isolés, groupes de pieux, fondations mixtes et beaucoup d'autres structures de fondation sont complexes, et seulement l'analyse par éléments finis véritablement tridimensionnelle peut fournir des informations suffisantes sur le comportement du système sol-structure pour les raisons suivantes:

- Elle peut tenir compte de l'aspect tridimensionnel du problème,
- Elle peut incorporer la non-linéarité du sol avec tous ses aspects (plasticité, viscoplasticité, fluage, anisotropie, etc.),
- Elle peut traiter les phénomènes particuliers qui peuvent se produire aux interfaces solstructure (glissement relatif, séparation, etc.).

Avec l'état actuel du matériel hardware et les capacités de traitement des progiciels d'élément finis commerciaux, l'analyse tridimensionnelle est devenue techniquement possible. Cependant, les coûts restent toujours prohibitifs, puisque le traitement des résultats nécessite un temps considérable rendant ainsi la méthode peu économique, excepté pour les projets extrêmement importants.

Lorsque la simplicité dans la modélisation en géomecanique est requise, il est toujours souhaitable de rechercher des solutions alternatives qui peuvent réduire l'effort de calcul. Une autre manière de réaliser ce but, et d'établir une analyse approximative 3-D est présentée dans ce chapitre. La méthode appelée

méthode des éléments finis à tranches verticales, est basée sur l'idée de couper le milieu en parties. En effet, ce concept n'est pas nouveau, Verruijt et Kooijman (1989) dans leur étude des pieux chargés latéralement se sont servis d'une méthode qui découpe le sol en couches horizontales. Bien que, leur méthode ait été satisfaisante pour les pieux soumis aux forces horizontales, elle souffre de l'inconvénient qu'elle ne peut pas traiter le problème avec un chargement vertical ou un moment. En outre, même pour l'analyse élastique, elle exige deux processus itératifs pour satisfaire l'équilibre entre les couches en interaction et l'équilibre à l'interface sol-pieu. En plus de ça, la variation de la rigidité avec la profondeur ne peut pas être correctement prise en compte, car la formulation est basée sur des conditions de contraintes planes dans chaque couche. La méthode proposée dans cette étude consiste à découper la structure et le continuum environnant en tranches verticales, et chaque tranche est analysée séparément par la combinaison des éléments finis bidimensionnels et la méthode des différences finies d'une manière itérative. Un algorithme de résolution a été développé pour assurer le transfert des forces de cisaillement entre les tranches et pour garder l'aspect tridimensionnel du problème. Cette méthode, qui peut nous dispenser d'une grande quantité de l'effort personnel et de temps machine, peut être appliquée à une gamme variée de problèmes d'interaction sol-structure comme les structures mentionnées ci-dessus. Les avantages du modèle proposé sont divers:

• A la différence des méthodes qui divisent le sol en couches horizontales, le découpage vertical en tranches permet de modéliser correctement la variation des paramètres de rigidité et de résistance avec la profondeur. En conséquence, les sols multicouches ou tout autre sol non-homogène peuvent être pris en considération dans ce modèle.

• Dans la plupart des problèmes géotechniques, les propriétés mécaniques (de rigidité et de résistance) sont constantes dans la direction horizontale *z*. Cette propriété permet aux mêmes caractéristiques d'être attribuées aux éléments qui occupent les mêmes positions dans les différentes tranches de sol.

• Le modèle permet de prendre en considération les chargements vertical, horizontal et même des moments qui peuvent être appliqués à la structure dans le plan de la tranche.

 Dans le modèle des tranches verticales, le sol et la structure sont simultanément analysés.
 Cela évite le recours à un processus itératif pour satisfaire les conditions d'équilibre à l'interface solstructure.

• L'avantage principal de ce modèle est qu'un seul maillage bidimensionnel est nécessaire pour l'analyse successive des tranches en interaction. Ce genre de modélisation permet de diminuer énormément les ressources de l'outil informatique.

V.2-Méthode d'analyse : Modèle d'éléments finis à tranches verticales (MTV)

La théorie sur laquelle se fonde cette méthode comporte la combinaison de la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies pour analyser la structure et le milieu environnant subdivisés en tranches verticales.



Figure 5.1: Modélisation du système sol-structure par tranches verticales: (a) Découpage du sol/structure, (b) Trois tranches successives soumises aux forces externes et aux forces de volume fictives.

Le problème tridimensionnel de sol-structure représenté sur la Figure 5.1(a) montre les tranches verticales et les forces externes agissant sur elles. La Figure 5.1(b) illustre trois tranches successives et les forces agissant aux interfaces. La subdivision du sol en tranches peut être faite en présentant quelques suppositions dans la description du comportement du milieu. Premièrement, le sol est considéré isotrope, et deuxièmement, l'hypothèse principale vient du fait que le chargement appliqué aux tranches produit fondamentalement des déformations dans les plans verticaux. Ceci permet de dire que la composante w du déplacement dans la direction z est nettement inférieure en comparaison aux deux autres composantes du déplacement dans les plans verticaux. En conséquence, on suppose que la contrainte normale dans la direction z est constante dans chaque tranche verticale. Cependant, cela ne signifie guère qu'une situation de déformation plane ou de contrainte plane a été imposée dans cette étude. Ceci est démontré par la

prise en compte du transfert de forces de cisaillement dans la direction perpendiculaire au plan de la tranche. Le modèle des tranches verticales consiste à subdiviser la structure et le sol environnant en tranches verticales de différentes épaisseurs dans la direction *z*. Par conséquent, chaque panneau est analysé par des éléments finis bidimensionnels et l'aspect tridimensionnel du problème est pris en considération par le couplage des forces de cisaillement entre les tranches.

On devrait préciser ici que la méthode présentée dans ce chapitre n'est nullement limitée à l'analyse des problèmes élastiques. La méthode peut être étendue pour considérer le comportement non-linéaire des sols, ce qui fera l'objet du chapitre VII.

V.2.1-Equations d'équilibre pour chaque tranche

Pour chaque tranche les équations de base peuvent être obtenues en moyennant les équations d'équilibre vertical à travers l'épaisseur t de la tranche :

$$\frac{1}{t}\int_{t}\left[\frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial s_{zx}}{\partial z}\right]dz = 0, \qquad \qquad \frac{1}{t}\int_{t}\left[\frac{\partial s_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial s_{zy}}{\partial z}\right]dz = 0$$
(5.1)

où, s_{xx} et s_{yy} sont les contraintes normales agissant à un point arbitraire de la tranche; et s_{xy} est la contrainte tangentielle au même point. Si l'on considère que σ_x , σ_y et τ_{xy} sont les contraintes moyennes agissant dans le plan vertical, les équations d'équilibre auront la forme suivante:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0, \qquad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0$$
(5.2)

les contraintes moyennes dans une tranche sont directement liées aux déplacements moyens dans la même tranche. Selon la loi de Hooke les expressions des contraintes pour τ_{zx} et τ_{zy} sont:

$$\tau_{zx} = \frac{E}{2(I+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \qquad \tau_{zy} = \frac{E}{2(I+\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$
(5.3)

où, u,v et w sont respectivement les déplacements horizontal, vertical et normal. E et v sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du milieu continu.

V.2.2-Approximation par différences finies des gradients de déplacements

Puisque chaque tranche est étudiée en utilisant des éléments bidimensionnels, les dérivées de u et v par rapport à z ne peuvent pas être obtenues par une manière directe dans l'analyse par éléments finis. Cependant on pourra se servir de l'approximation par différences finies pour déterminer ces paramètres. Les valeurs moyennes pour deux demi-tranches successives peuvent être obtenues à partir:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\left(\frac{t_{i+1}}{2} + \frac{t_i}{2}\right)} = \frac{2(u_{i+1} - u_i)}{(t_{i+1} + t_i)}, \qquad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{2(v_{i+1} - v_i)}{(t_{i+1} + t_i)}$$
(5.4)

où, *i* et *i*+1 désignent les numéros de deux tranches voisines. On suppose que dans les équations (5.4), les déplacements moyens de la tranche sont identiques à ceux d'un plan passant au milieu de la tranche. En outre, comme il a été indiqué auparavant, on suppose que le chargement sur une tranche produit principalement des déformations dans le plan vertical. Cela signifie que le déplacement w est faible en comparaison avec u ou v.

Chaque tranche est soumise aux contraintes de cisaillement τ_{zx}^{r} et τ_{zy}^{r} (Figure 5.1(b)) qui agissent sur son côté droit et aux contraintes de cisaillement τ_{zx}^{l} et τ_{zy}^{l} qui agissent sur son côté gauche. Si l'on néglige le déplacement w et si la valeur du module de cisaillement varie d'une tranche à l'autre, l'équilibre à l'inter-tranche entre deux tranches voisines i et i+1 requiert que:

$$\tau_{zx_{i+l}}^{r} = \tau_{zx_{i}}^{l} \approx G_{i,i+l} \frac{2(u_{i+l} - u_{i})}{(t_{i+l} + t_{i})}, \qquad \tau_{zy_{i+l}}^{r} = \tau_{zy_{i}}^{l} \approx G_{i,i+l} \frac{2(v_{i+l} - v_{i})}{(t_{i+l} + t_{i})}$$
(5.5)

où, $G_{i,i+1}$ est le module de cisaillement qui caractérise l'interface entre les tranches *i* et *i*+1. A partir des équations (5.5) on peut facilement démonter que:

$$G_{i,i+I} = \frac{t_{i+I} + t_i}{\frac{t_{i+I}}{G_{i+I}} + \frac{t_i}{G_i}} = \frac{G_{i+I}G_i}{G_i t_{i+I} + G_{i+I}t_i} (t_{i+I} + t_i)$$
(5.6)

Ceci explique clairement que le module de cisaillement à l'interface fictive entre deux tranches composées de deux matériaux différents est non seulement fonction de leurs modules respectifs mais également de leurs épaisseurs.

V.2.3-Forces de volume fictives

La signification de f_x et f_y dans les équations (5.2) constitue la clé de la présente formulation. Ces forces peuvent être interprétées comme les forces transmises à la tranche considérée par le biais des efforts de cisaillement agissant aux interfaces gauche et droite:

$$f_x = \frac{\tau_{zx}^l - \tau_{zx}^r}{t}, \qquad f_y = \frac{\tau_{zy}^l - \tau_{zy}^r}{t}$$
 (5.7)

Les efforts f_x et f_y (Equations 5.7) qui agissent comme forces de volume fictives dans le système d'équilibre de la tranche peuvent être exprimées dans une telle forme qui fait la distinction entre la contribution de la tranche elle-même et celle des deux tranches adjacentes.

Soient f_{x_i} et f_{y_i} les forces fictives agissant sur la tranche *i* d'épaisseur t_i . Ainsi, les équations (5.7) deviennent:

$$f_{x_i} = \frac{\tau_{zx_i}^l - \tau_{zx_i}^r}{t_i}, \qquad f_{y_i} = \frac{\tau_{zy_i}^l - \tau_{zy_i}^r}{t_i}$$
(5.8)

En tenant compte des équations (5.5) et (5.6) les forces fictives de volume peuvent être écrites comme suit:

$$f_{x_{i}} = \frac{2}{t_{i}\left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)} u_{i+1} - \left[\frac{2}{t_{i}\left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)} + \frac{2}{t_{i}\left(\frac{t_{i}}{G_{i}} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}}\right)}\right] u_{i} + \frac{2}{t_{i}\left(\frac{t_{i}}{G_{i}} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}}\right)} u_{i-1}$$
(5.9-a)

$$f_{y_{i}} = \frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)} v_{i+1} - \left[\frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i+1}}{G_{i+1}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)} + \frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i}}{G_{i}} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}}\right)}\right] v_{i} + \frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i}}{G_{i}} + \frac{t_{i-1}}{G_{i-1}}\right)} v_{i-1}$$
(5.9-b)

Les deux expressions des charges de volume peuvent être écrites sous forme matricielle:

$$\boldsymbol{f}_{i} = \begin{cases} f_{x} \\ f_{y} \end{cases}_{i} = \begin{bmatrix} c_{i}^{pr} & 0 & -c_{i}^{pc} & 0 & c_{i}^{fl} & 0 \\ 0 & c_{i}^{pr} & 0 & -c_{i}^{pc} & 0 & c_{i}^{fl} \end{bmatrix} \begin{cases} \boldsymbol{u}_{i-1} \\ \boldsymbol{v}_{i-1} \\ \boldsymbol{u}_{i} \\ \boldsymbol{v}_{i} \\ \boldsymbol{u}_{i+1} \\ \boldsymbol{v}_{i+1} \end{cases}$$
(5.10)

où:

$$c_{i}^{pr} = \frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i-I}}{G_{i-I}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)}, \qquad c_{i}^{fl} = \frac{2}{t_{i} \left(\frac{t_{i+I}}{G_{i+I}} + \frac{t_{i}}{G_{i}}\right)}, \qquad c_{i}^{pc} = c_{i}^{pr} + c_{i}^{fl}$$
(5.11)

Les exposants dans les équations ci-dessus signifient:

pc = la contribution de la tranche elle-même.

pr = la contribution de la tranche précédente.

fl = la contribution de la tranche suivante.

V.2.4-Formulation par éléments finis des tranches en interaction

L'analyse des contraintes et des déformations dans chaque tranche est effectuée par la méthode des éléments finis, en utilisant les éléments bidimensionnels. Selon la formulation standard de la méthode des éléments finis approche déplacement (Zienkiewicz et Taylor, 2000), la matrice de rigidité élémentaire dans une tranche *i* peut être écrite comme:

$$\int_{v} \boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} \boldsymbol{a}_{i} dv = \int_{v} \boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{f}_{i} dv + \boldsymbol{P}_{i}$$
(5.12)

où :

B est la matrice déformation-déplacement.

D est la matrice constitutive.

 a_i est le vecteur des déplacements nodaux dans la tranche *i*.

N est la matrice des fonctions de forme.

- f_i est le vecteur des forces de volume appliquées à la tranche i.
- P_i est le vecteur des forces externes agissant sur la tranche *i*.

L'élément quadrangulaire à 8-nœuds est très performant dans l'analyse des structures bidimensionnelles. Cet élément a un champ quadratique de déplacement, et par conséquent il constitue un bon compromis entre complexité et précision (Durocher et *al.*, 1978). Les fonctions de forme associées à cet élément (Figure 5.2) sont:

Aux noeuds sommet: 1,3,5 et 7

$$N_{j} = \frac{1}{4} \left(I + \xi \xi_{j} \right) \left(I + \eta \eta_{j} \right) \left(\xi \xi_{j} + \eta \eta_{j} - I \right)$$

Aux noeuds mi-côtés:

$$N_{j} = \frac{1}{2} (1 - \xi^{2}) (1 + \eta \eta_{j}) \quad \text{for } j = 4,8$$
$$N_{j} = \frac{1}{2} (1 - \eta^{2}) (1 + \xi \xi_{j}) \quad \text{for } j = 2,6$$



Figure 5.2: L'élément quadrangulaire à 8 noeuds.

En utilisant le vecteur élémentaire des déplacements nodaux $\boldsymbol{a}_i = [u_1 v_1 u_2 v_2, ..., u_8 v_8]^T$ dans la tranche *i*, le système des équations (5.10) peut être réécrit dans la forme compacte suivante:

$$f_{i} = f_{i}^{pr} - f_{i}^{pc} + f_{i}^{fl}$$
(5.13)

En se servant des équations (5.11), où les vecteurs élémentaires des déplacements nodaux $\mathbf{a}_{i-1}, \mathbf{a}_i$ et \mathbf{a}_{i+1} s'appliquent aux tranches *i*-1, *i* et *i*+1 respectivement, les termes dans l'équation (5.13) peuvent être exprimés comme:

$$f_{i}^{pc} = C^{pc} N a_{i}, \ f_{i}^{pr} = C^{pr} N a_{i-1}, \ f_{i}^{fl} = C^{fl} N a_{i+1}$$
(5.14)

où

$$\boldsymbol{C}^{pc} = c_i^{pc} \boldsymbol{I}, \qquad \boldsymbol{C}^{pr} = c_i^{pr} \boldsymbol{I}, \qquad \boldsymbol{C}^{fl} = c_i^{fl} \boldsymbol{I}$$
(5.15)

et I est la matrice identité.

Ces forces fictives peuvent maintenant être obtenues, à condition qu'une évaluation pour les déplacements dans les diverses tranches soit disponible. Le procédé qu'on a développé a mené aux équations familières d'un problème plan avec les forces de volume représentant l'interaction entre les tranches qui constituent le modèle.

Dans le modèle des tranches verticales, les dimensions des tranches dans la direction z sont petites en comparaison avec leurs dimensions dans le plan x - y. Par conséquent on suppose que les tranches sont suffisamment minces, ce qui permet au problème d'être considéré comme un problème de pseudocontrainte plane. Ainsi, la matrice constitutive est donnée par:

$$\boldsymbol{D} = \frac{E}{\left(1 - v^2\right)} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}$$
(5.16)

En remplaçant les expressions (5.14) dans l'équation (5.12) on obtient:

$$\int_{v} \left(\boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} + \boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{pc} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{a}_{i} dv = \int_{v} \left(\boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{pr} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{a}_{i-1} dv + \int_{v} \left(\boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{fl} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{a}_{i+1} dv + \boldsymbol{P}_{i}$$
(5.17)

L'expression (5.17) mène à:

$$\boldsymbol{A}_{i} \boldsymbol{a}_{i} = \boldsymbol{F}_{i}^{pr} + \boldsymbol{F}_{i}^{fl} + \boldsymbol{P}_{i}$$
(5.18)

Dans le système ci-dessus la matrice de rigidité globale A_i contient déjà une part des forces de volume fictives engendrées par les propres déplacements de la tranche elle même. Cela montre clairement le couplage des tranches.

V.2.5-Processus itératif et stratégie de calcul

Les diverses tranches constituant le problème sol-structure sont analysées itérativement dans la direction des valeurs croissantes de l'axe z. D'ailleurs, car l'analyse est bidimensionnelle et le processus est effectué tranche par tranche, les éléments du second membre de l'équation (5.18) ne sont pas disponibles en même temps. En conséquence, cette équation doit être résolue selon un processus itératif actualisant:

$$\boldsymbol{A}_{i}^{k} \boldsymbol{a}_{i}^{k} = \boldsymbol{F}_{i}^{pr^{k}} + \boldsymbol{F}_{i}^{f^{k-i}} + \boldsymbol{P}_{i} \qquad pour \qquad k = 1, 2, \dots, k_{max}$$
(5.19)

où k désigne le numéro d'itération et k_{max} est déterminé par un certain critère de convergence.

Dans la première itération, la première tranche est analysée par les éléments finis bidimensionnels sous son propre chargement externe. La deuxième tranche est analysée à son tour sous son propre chargement externe et le chargement produit par les déplacements de la première tranche. Le même processus continue jusqu'à ce que la dernière tranche soit atteinte. Dans l'itération k, outre le chargement externe auquel elle est soumise, la tranche i est étudiée sous le chargement induit par les déplacements de la tranche i-1 dans l'itération courante et le chargement induit par les déplacements de la tranche i+1 dans l'itération précédente.

On suppose que la convergence a lieu quand la variation du vecteur de déplacements u d'une itération à une autre devient suffisamment petit. Ceci est représenté par:

$$\frac{\left|\boldsymbol{u}^{k}-\boldsymbol{u}^{k-1}\right|_{max}}{\left|\boldsymbol{u}^{k}\right|_{max}}\langle TOL$$
(5.20)

Expression dans laquelle $|\mathbf{u}^k|_{max}$ représente les valeurs maximales dans les vecteurs de déplacements et *TOL* représente un certain niveau de tolérance. Dans tout ce qui suit *TOL* est pris égal à 0.0001.

V.3-Validation du modèle des tranches verticales: comparaisons avec d'autres méthodes numériques

Afin de vérifier la validité du modèle proposé, trois principaux problèmes aux limites ont été complètement étudiés. Le premier est le problème des pieux chargés latéralement, le second est celui des pieux chargés axialement et le troisième est relatif au tassement d'un radier de forme rectangulaire en contact direct avec le sol. Le développement théorique du MTV pour ces problèmes a été codé dans un programme en Fortran 77.

Bien que ces problèmes aient été abordé par beaucoup d'auteurs dans le passé, les études concernant l'application de la méthode des éléments finis au comportement des pieux, particulièrement dans les sols stratifiés ne sont pas nombreuses.

Il est également intéressant de noter, que pour le problème des pieux latéralement chargés, les moments fléchissants développés sur les fûts des pieux sont déterminés à partir des contraintes verticales dans les éléments de pieux en contact avec le sol. Ces moments sont numériquement différenciés une fois pour calculer les forces de cisaillement le long des pieux. Pour le problème des pieux verticalement chargés, les contraintes normales et de cisaillement sont directement déterminées dans les éléments du sol en contact avec le pieu. Pour les trois problèmes, le sol et la structure sont supposés solidaire en parfaite adhérence, aucun élément d'interface n'a été incorporé. Afin d'améliorer la précision des valeurs des contraintes, nous avons employé le procédure d'extrapolation décrite par Cook (1995).

Bien que pour des problèmes pratiques un nombre restreint d'éléments finis peut donner des résultats acceptables, un nombre assez élevé d'éléments a été employé par le code, pour réduire au minimum les erreurs de discrétisation.

V.3.1-Analyse des pieux chargés horizontalement

Le problème des pieux chargés latéralement est un problème d'interaction de sol-structure qui mobilise le sol dans ses trois directions. Abstraction faite de cet aspect, et de l'étudier d'une manière bidimensionnelle mènera sans doute à des erreurs significatives dans son comportement. Cependant, l'analyse purement tridimensionnelle est extrêmement laborieuse et sujette à des erreurs que l'on ne pourra pas détecter.

Ce problème a été examiné de manière assez détaillée dans le passé en utilisant un certain nombre de techniques empiriques, analytiques et numériques. Nombreuses sont les solutions qui sont satisfaisantes pour les sols uniformes, cependant, pour les sols non-homogènes ou multi-couches les approximations faites pour simplifier l'aspect tridimensionnel du problème peuvent ne pas donner de bons résultats comme cela a été démontré pour les pieux isolés (Guo et al., 1987).

Comme alternative, le modèle d'éléments finis à tranches verticales décrit dans la section précédente est parfaitement approprié au problème d'un pieu isolé sous charges horizontales. En effet, il simplifie mathématiquement le problème à un problème bidimensionnel, tout en gardant ses aspects tridimensionnels physiques.

Puisque le problème des pieux chargés horizontalement présente un plan de symétrie, seulement la moitié du problème est analysée (Figure 5.3). L'analyse peut être faite en coupant le sol entourant le pieu en tranches verticales de différentes épaisseurs. La première tranche contenant la moitié du pieu a une épaisseur égale à r_0 , où r_0 est le rayon du pieu. Le modèle des tranches verticales est plus commode pour les structures qui ont la forme rectangulaire. Cependant, dans des applications pratiques, la plupart des



Figure 5.3: Modélisation du système sol-pieu par éléments finis à tranches verticales.

pieux ont une section transversale circulaire. Cette forme est traitée en affectant un module d'Young équivalent aux éléments finis modélisant le pieu à partir de la rigidité flexionnelle réelle du pieu circulaire, selon l'expression suivante:

$$E_{p_{equativalent}} = \frac{12(E_p I_p)_{circular \ pile}}{d^4}$$
(5.21)

où $d = 2r_0$ est le diamètre du pieu et $(E_p I_p)_{circularpile}$ est la rigidité flexionnelle du pieu circulaire. L'expression (5.21) signifie que le pieu dans le MTV a une section carrée d'aire d^2 .

V.3.1.1-Détermination des limites du maillage

Le maillage bidimensionnel par éléments finis de la Figure 5.3 consiste en 584 éléments à huit-nœuds modélisant le sol et 40 éléments quadrangulaires à huit-nœuds modélisant le pieu. Les limites du maillage dans le plan vertical sont données en termes de longueur de fiche L_p et de diamètre du pieu d. L'étendue latérale dans le plan vertical est imposée à une distance égale à 25d dans les deux côtés du pieu. L'étendue verticale est placée à $0.5L_p$ sous la pointe du pieu. Ces distances des bords du pieu n'ont pratiquement aucun effet sur les résultats numériques.

Dans les applications pratiques, peu sont les pieux qui se déforment entièrement sous chargement latéral (Poulos et Davis, 1980). En tant que telle, la longueur du pieu est rarement le paramètre fondamental quand on développe des solutions pour les pieux chargés horizontalement.

Les variables principales influant sur le comportement du pieu sont le rapport longueur/diamètre (élancement) L_p/d et un facteur K_R connu sous le nom de flexibilité du pieu défini comme:

$$K_R = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4} \tag{5.22}$$

où E_s est le module d'Young du sol.

Le facteur K_R est une mesure adimensionnelle de la flexibilité du pieu vis à vis du sol.

Le déplacement du pieu au niveau de la surface du sol est commodément exprimé en termes d'un facteur d'influence adimensionnel. Pour les pieux libres en tête et soumis à un chargement latéral H le déplacement horizontal est donné par:

$$u = I_{uH} \frac{H}{E_s L_p}$$
(5.23)

où *u* est la déflexion latérale en tête du pieu. Afin d'avoir un compromis entre une précision raisonnable dans la modélisation de ce problème et le nombre d'itérations nécessaires à la convergence, une étude paramétrique limitée a été effectuée pour déterminer les limites optimales du maillage par éléments finis. L'étude paramétrique entreprise ici, se concentre essentiellement sur le nombre approprié et l'épaisseur des tranches permettant au processus itératif d'atteindre la convergence en donnant des résultats raisonnables.

Dans le but de caractériser numériquement l'étendue latérale Z (Figure 5.3) en termes du nombre de tranches N_s , la même épaisseur t a été attribuée à toutes les tranches (à l'exception de celle contenant le pieu). Deux élancements ont été considérés $L_p/d = 10$ et $L_p/d = 25$ et pour chacun deux facteurs de flexibilité $K_R = 10$ et $K_R = 10^{-3}$ ont été étudiés.

Le premier objectif de cette étude paramétrique est de déterminer l'étendue latérale Z dans la direction z au delà de laquelle il n'y a aucune influence sur le déplacement adimensionnel de la tête du pieu uE_sL_p/H .

Les Figures 5.4 et 5.5 montrent la variation du déplacement normalisé de la tête du pieu d'élancements $L_p/d = 10$ et $L_p/d = 25$ respectivement comme fonction de l'étendue latérale Z pour de différentes valeurs de l'épaisseur des tranches.







Figure 5.5: Effet des limites du maillage sur le déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 25$: (a) $t = r_0$, (b) $t = 2r_0$, (c) $t = 3r_0$, (d) $t = 4r_0$

Ces Figures montrent clairement que la convergence est atteinte après $Z = 30r_0$ pour les quatre cas d'épaisseur. Toute autre distance n'a aucun effet sur le déplacement de la tête du pieu. Mais un examen plus près de ces courbes montre que pour le même facteur de flexibilité les valeurs du déplacement latéral à la convergence sont légèrement différentes. La déflection latérale de la tête du pieu est plus élevée avec l'augmentation de l'épaisseur de la tranche. Ceci signifie que le déplacement dépend également de la valeur de cette dernière. Par conséquent, l'étendue latérale a été fixée à $Z = 40r_0$ et l'épaisseur de la tranche variée. Les Figures 5.6 et 5.7 illustrent la variation du déplacement normalisé de la tête du pieu avec le nombre de tranches N_s . Comme les Figures le montrent clairement une constance dans la valeur du déplacement en tête est atteinte approximativement lorsqu'on franchit $N_s = 20$.

Cette étude paramétrique limitée a mené à la conclusion que les frontières du maillage en plan doivent être fixées à une distance égale à $Z = 40r_0$. Cette distance n'a pratiquement aucun effet sur le comportement du pieu. Le nombre de tranches a été pris égal à 21. La première tranche contenant le pieu a une épaisseur égale à r_0 , et la même épaisseur $2r_0$ a été attribuée aux autres tranches.

Ces frontières horizontales de maillage ont été employées dans le problème d'un pieu latéralement chargé et également dans le problème du pieu chargé axialement, car ce dernier est principalement caractérisé par une déformation verticale.



Figure 5.6: Effet du nombre de tranches sur déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 10$: (a) $K_R = 10$, (b) $K_R = 10^{-3}$



Figure 5.7: Effet du nombre des tranches sur le déplacement de la tête du pieu pour $\frac{L_p}{d} = 25$: (a) $K_R = 10$, (b) $K_R = 10^{-3}$

V.3.1.2-Pieux chargés Latéralement dans un milieu homogène

Pour vérifier la méthode d'analyse proposée, un milieu homogène est étudié d'abord. Les résultats élastiques obtenus par le modèle des tranches verticales sont comparés à ceux obtenus par d'autres méthodes qui sont disponibles dans la littérature:

- La méthode de Poulos et Davis (1980) (la méthode des intégrales aux frontières utilisant les solutions de Mindlin modifiées)
- La méthode des éléments finis (Verruijt et Kooijman, 1989)
- La théorie du module de réaction (Verruijt et Kooijman, 1989)

Pour ce cas un pieu ayant une longueur 25 fois son diamètre $L_p/d = 25$ a été considéré, le sol a un module d'élasticité constant E_s et la valeur du coefficient de Poisson a été prise égale à 0.5.

Les déplacements adimensionnels de la tête du pieu sont montrés sur la Figure 5.8 comme fonction du facteur de flexibilité K_R . La courbe marquée par des croix dans la Figure 5.8 représente les résultats obtenus lorsque le sol es modélisé par une série de ressorts linéaires, avec un module de réaction égal à E_s . L'accord entre les résultats de Verruijt et Kooijman, ceux de Poulos et Davis et ceux obtenus par la méthode proposée est bon, bien que les déplacements obtenus par la méthode des tranches verticales soient légèrement inférieurs à de grandes valeurs de K_R .



Figure 5.8: Comparaison des déflexions de la tête du pieu dans un sol homogène.

Le moment fléchissant maximum ayant lieu sur le fût du pieu est montré sur la Figure 5.9. Comme la Figure le montre, la concordance entre la présente méthode, celle de Poulos et Davis et Verruijt et Kooijman est généralement très bonne et cela pour la totalité de l'intervalle des facteurs de flexibilité.



Figure 5.9: Comparaison du moment fléchissant maximum dans un sol homogène.

V.3.1.3-Pieux chargés latéralement dans un sol de Gibson

Comme une seconde vérification, le cas d'un pieu dans un sol de Gibson où le module d'élasticité varie linéairement avec la profondeur est considéré, cela veut dire que le module de cisaillement G_s du sol est exprimé par:

$$G_s = mz \tag{5.24}$$

où m est le taux de variation de G_s avec la profondeur.

Pour ce profil de sol, le déplacement adimensionnel de la tête du pieu est exprimé par l'équation suivante:

$$\frac{ur_0^2 m^*}{H} \tag{5.25}$$

où m^* est donné par:

$$m^* = m \left(1 + \frac{3\nu_s}{4} \right) \tag{5.26}$$

et v_s est le coefficient de Poisson du sol.

La variation de la déflexion normalisée de la tête du pieu est tracée en fonction de la rigidité relative E_p/m^*r_0 dans la Figure 5.10.



Figure 5.10: Comparaison des déplacements de la tête du pieu dans un sol de Gibson.

Comme on peut le constater, la concordance entre les résultats de Verruijt et Kooijman (1989), de Randolph (1981), de Banerjee et Davies (1978) et ceux obtenus par le modèle des tranches verticales est très rapprochée, bien que les déplacements de la méthode des éléments finis de Randolph pour les petites valeurs de E_p/m^*r_0 (<1000) sont légèrement inférieurs à ceux prédis par les autres méthodes. Comme dans le cas d'un pieu fiché dans un sol homogène, le modèle des ressorts surestime les déplacements pour la totalité de l'intervalle des facteurs de flexibilité.

Les comparaisons des Figures 5.8, 5.9 et 5.10 démontrent que le modèle des éléments finis à tranches verticales est capable de modéliser les pieux chargés latéralement dans différents types de sol.

V.3.2-Analyse des pieux chargés verticalement

Bien que le problème des pieux circulaires chargés axialement est un problème de symétrie de révolution que l'on peut facilement manipuler par les éléments finis axisymétriques à cause de la symétrie axiale, l'objectif de cette analyse est de démontrer que le modèle des tranches verticales a la capacité de prévoir les tassements du pieu avec la précision voulue.

La réponse des fondations sur pieux chargées verticalement est principalement contrôlée par leur rigidité axiale comme ont suggéré Desai et *al.* (1974). En effet, le module d'Young affecté à chaque élément du pieu est calculé à partir de l'équation suivante:

$$E_{p_{equivalent}} = \frac{\left(E_p A_p\right)_{circular}}{d^2}$$
(5.27)

où $(E_p A_p)_{circular}$ est la rigidité verticale réelle du pieu circulaire et d est le diamètre du pieu.

V.3.2.1-Pieux chargés verticalement fichés dans un sol homogène

La Figure 5.11 illustre un pieu flottant de longueur L_p et de diamètre d, soumis à un chargement vertical V. Le sol est considéré élastique avec un module d'Young E_s constant et un coefficient de Poisson v_s égal à 0.3. Le maillage par éléments finis dans la tranche verticale consiste en 720 éléments. Les dimensions horizontale et verticale de chaque tranche ont été respectivement fixées à 51d (25d de part et d'autre du pieu) et $2L_p$. En d'autres termes la frontière rugueuse a été placée à une distance de L_p sous la pointe du pieu. La limite du maillage dans le plan horizontal a été fixée à 20d à partir du pieu avec 20 tranches.



Figure 5.11: Pieu chargé axialement dans un sol homogène.
Le paramètre principal qui caractérise le comportement des pieux isolés chargés verticalement est le tassement de la tête du pieu. Ce déplacement est commodément exprimé sous une forme sans dimensions appelée le facteur d'influence:

$$I_{vV} = \frac{vE_s d}{V} \tag{5.28}$$

où v est le tassement de la tête du pieu.

Afin d'évaluer la précision de la présente approche, premièrement une comparaison est faite avec les solutions rapportées par Poulos (1979) au sujet du sol homogène. Pour ce cas, trois élancements de pieux ont été considérés dans l'étude: $L_p/d=10, 25, et 50$

Les Figures 5.12(a), 5.12(b) et 5.12(c) montrent respectivement la comparaison entre les résultats du modèle des tranches verticales et ceux de Poulos pour les trois cas d'élancements considérés. Ces Figures illustrent la variation du facteur d'influence I_{vV} avec le facteur de la rigidité relative sol-pieu défini comme:

$$K_b = \frac{E_p}{E_s} \tag{5.29}$$

où E_p est le module d'élasticité du pieu.





(c)

Figure 5.12: Comparaison des facteurs d'influence de tassement: a) $\frac{L_p}{d} = 10$, b) $\frac{L_p}{d} = 25$, c) $\frac{L_p}{d} = 50$

Comme on peut le voir des Figues 5.12(a) et 5.12(b) l'accord entre la présente méthode et la méthode des éléments de frontière est tout à fait bon pour la gamme des facteurs de rigidité des pieux entre 1000 et 10000. Pour les pieux rigides (K_b entre 100 et 1000) la présente analyse légèrement surestime les tassements de la tête des pieux.

Pour les pieux d'élancement 50 représentés par la Figure 5.12(c) la concordance est généralement bonne, notamment pour les pieux rigides.

V.3.2.2-Pieux chargés axialement dans un sol de Gibson

Dans le cas d'un pieu fiché dans un sol de Gibson (Figure 5.13), le facteur d'influence du tassement de la tête du pieu est exprimé comme suit:

$$I_{vv} = \frac{v dE_{sL_p}}{V}$$
(5.30)

où E_{sL_p} est le module d'Young du sol au niveau de la pointe du pieu.

Les comparaisons entre de diverses solutions pour le tassement de la tête du pieu sont montrées dans le Tableau 5.1.



Figure 5.13: Pieu chargé axialement fiché dans un sol de Gibson.

Méthode	Facteur d'influence du tassement, $I_{vV} = \frac{v dE_{sL_p}}{V}$				
_	$\frac{L_p}{d}$	-=10		$\frac{d^{2}p}{d} = 25$	
$\frac{E_p}{E_{sL_p}}$	100	1000	100	1000	
Présente méthode Poulos (FEM) (1979) Poulos (BEM) (1979) Banerjee et Davies (1978)	0.292 0.231 0.249 0.241	0.181 0.184 0.176 0.232	0.306 0.250 0.274 0.204	0.121 0.118 0.122 0.116	

Tableau 5.1: Comparaison des solutions de tassements pour un pieu fiché dans un sol de Gibson.

Les comparaisons ont été faites entre les solutions des éléments finis (Poulos, 1979), ceux de la méthode des éléments de frontière (Banerjee et Davies, 1978; Poulos, 1979) et ceux du modèle des tranches verticales. Comme on peut le constater du tableau 5.1, l'accord est remarquable entre tous les résultats.

V.3.2.3-Pieux chargés axialement dans un sol multi-couches

Dans le cas d'un pieu fiché dans un sol stratifié, trois cas volontairement idéales ont été considérés (Figure 5.14), et les solutions obtenues pour le tassement de la tête du pieu sont données dans le Tableau 5.2.

Le tableau 5.2 illustre les comparaisons entre les solutions du modèle d'éléments finis à tranches verticales, ceux du modèle des ressorts par Lee (1991) et les approches d'éléments finis et d'éléments de frontière par Poulos (1979). Comme il peut être clairement observé, un excellent accord est obtenu entre la présente méthode et les solutions de Poulos (résultats des éléments finis et ceux de la méthode des intégrales aux frontières) pour le premier cas. Le deuxième cas montre un accord entre la méthode actuelle et la méthode de Lee, alors que les résultats des éléments finis de Poulos sont légèrement plus grands. La méthode des éléments de frontière pour ce cas montre une sous-estimation du tassement normalisé de la tête du pieu. L'accord en général est bon entre toutes les méthodes pour le troisième cas.

En général, il y a une concordance très bonne entre la méthode présentée et les autres méthodes numériques et analytiques appliquées aux pieux chargés verticalement dans divers types de sol élastiques. Bien que, pour les pieux chargés axialement, les composantes du vecteur de déplacement dans la direction z normale aux plans des tranches sont égales à celles dans le plan de la tranche x-y, l'hypothèse que la composante w du déplacement est négligée n'a pas mené à des résultats irréalistes. Encore une fois, la capacité du MTV de prévoir des tassements de pieux verticaux est démontrée.



Figure 5.14: Pieu chargé axialement fiché dans un sol multicouche.

	Facteur d'influence du tassement, $I_{vV} = \frac{v dE_{sL_p}}{V}$				
Cas	Présente Méthode	Lee (1991)	Poulos (FEM)	Poulos (BEM)	
1	0.0286	0.0361	0.0377	0.0386	
1 2	0.0368	0.0372	0.0430	0.0330	
3	0.0384	0.0358	0.0382	0.0366	

Tableau 5.2: Comparaison des tassements pour un pieu fiché dans un sol multicouche.

V.3.3-Déformation verticale d'une fondation rectangulaire

L'analyse de la déformation verticale des fondations rigides rectangulaires est naturellement tridimensionnelle, nécessitant ainsi des ressources excessives de calcul si la méthode des éléments finis conventionnelle 3-D est adoptée. Ce problème constitue la troisième évaluation de validité du MTV présenté dans cette étude.

Les applications des éléments finis à ce problème sont rares dans la littérature. Cependant d'autres différentes méthodes ont été localisées. En effet, un travail analytique relativement ancien a été rapporté par Janbu et al. (1956). Chow (1987) a étudié profondément ce problème en employant une méthode qui combine les solutions de Boussinesq et la méthode des éléments finis. Fraser et Wardle (1976) ont employé une autre approche qui se base sur l'utilisation des transformées intégrales.

La Figure 5.15 montre une fondation rectangulaire de largeur B et de longueur L reposant sur une couche homogène de sol d'épaisseur h, surmontant une base rigide.

Ce problème qui est étiré en tranches dans la direction du découpage ne nécessite pas un grand nombre d'éléments dans la direction verticale. Dix rangées d'éléments finis ont été suffisantes pour obtenir des résultats raisonnables.



Figure 5.15: Fondation rectangulaire reposant sur la surface d'un stratum élastique et homogène.

Le programme élaboré, initialement prévu pour l'étude des pieux chargés latéralement et axialement, a été modifié pour analyser ce problème. Afin de préserver le même maillage rectangulaire 2-D pour les tranches contenant la fondation et les tranches derrière la fondation, le problème de la fondation rectangulaire de surface a été modélisé comme une fondation encastrée et les éléments finis du sol entourant la fondation rectangulaire ont été affectés d'une rigidité nulle. La déformation verticale d'une fondation rectangulaire rigide reposant sur un demi-espace élastique isotrope et homogène peut être évaluée à partir:

$$I = \frac{vE_s}{qB(1 - v_s^2)} \tag{5.31}$$

expression dans laquelle q est la pression verticale appliquée, v la déformation verticale et I la valeur du facteur d'influence du déplacement.

Le tableau 5.3 compare les valeurs du facteur d'influence I du déplacement obtenus en utilisant les quatre méthodes, pour une fondation rectangulaire avec L/B = 2 reposant sur des couches de sol avec des épaisseurs variables.

Il est tout à fait clair en examinant le tableau 5.3 que les résultats du MTV sont en accord très rapproché avec les résultats de Chow et ceux de Fraser et Wardle. Ces méthodes sont les plus récentes et les plus rigoureuses.

	Facteur d'int	luence de la défo	éformation verticale <i>I</i>		
$\frac{h}{B}$	1	2	4	6	
Présente Méthode	0.421	0.710	0.927	1.008	
Janbu et <i>al</i> . (1956)	0.670	0.930	1.110	1.200	
Chow (1987)	0.416	0.695	0.905	0.968	
Fraser et Wardle (1976)	0.438	0.740	0.936	1.018	

Tableau 5.3: Déformation verticale normalisée $I = vE_s/qB(1-v_s^2)$ pour une fondation rectangulaire avec L/B = 2 sur un stratum élastique et homogène ($v_s = 0.5$).

V.4-Nombre d'itérations nécessaire à la convergence

En effectuant les diverses exécutions de calcul dans la section antérieure, on a constaté que le nombre d'itérations N_{ic} nécessaire à la convergence n'est pas constant de manière permanente dans toutes les situations. Cependant, il dépend en effet de l'aspect du problème, de la nature du chargement et également du type de sol élastique avec lequel la structure soumise au chargement est en interaction. Puisque le déroulement du calcul est essentiellement itératif pour l'obtention des forces de cisaillement inter-tranches, le problème des pieux fichés verticalement sous trois types différents de chargements a été examiné de nouveau, puisque sous un tel chargement le nombre d'itérations s'affecte, trois élancements ont été choisis notamment: $L_p/d=10$, 25, et 50. Les pieux sont fichés dans un sol élastique avec un module homogène ($E_p/E_s=1000$), ou proportionnel à la profondeur ($E_p/md=1000$, où m est le taux de croissance de E_s avec la profondeur). Pour les deux types de sol le coefficient de Poisson est supposé égal à 0.33.

Le comportement des pieux est étudié en termes des facteurs d'influence $I_{vV} = vE_s d/V$, $I_{uH} = uE_s d/H$, et $I_{uM} = uE_s d^2/M$ et $I_{vV} = vmd^2/V$, $I_{uH} = umd^2/H$, et $I_{uM} = umd^3/M$ re -spectivement pour les sols homogène et de Gibson. Ces coefficients d'influence correspondent aux modes de déplacements vertical, horizontal et rotationnel.

Les coefficients d'influence de la tête du pieu et le nombre d'itérations N_{ic} nécessaire à la convergence sont présentés au tableau 5.4. Trois points émergent de l'étude des données présentées dans ce Tableau. Premièrement, pour un type de sol donné et un élancement de pieu donné, l'effort axial nécessite des valeurs plus élevées de N_{ic} que les deux autres types de chargement. Deuxièmement, pour tous les types de chargement N_{ic} décroît de manière significative quand on passe du sol homogène au sol de Gibson et croît lorsque le rapport d'élancement des pieux augmente. Cependant, les taux de variation semblent être les plus significatifs pour le cas du chargement vertical. Troisièmement, pour les cas de chargement horizontal et moment appliqué les déflexions en tête des pieux d'élancements $L_p/d=25$, et 50 sont approximativement identiques dans le même sol et par conséquent le même nombre d'itérations à la convergence. Cela est dû au fait que les pieux choisis dépassent en longueur leur longueur critique qui est définie comme la longueur au delà de laquelle la déflexion en tête du pieu devient indépendante de la longueur globale du pieu (Randolph, 1981).

		L_p/a	<i>l</i> =10	$L_p/d=25 L_p/d=50$		$d_{p}/d=50$	
		Sol homogène	Sol de Gibson	Sol homogène	Sol de Gibson	Sol homogène	Sol de Gibson
er axial ing	I_{vV}	0.13077	0.04128	0.07184	0.02195	0.05262	0.01929
Pile unde load	N _{ic}	151	70	309	126	354	131
horizontal ing	I _{uH}	0.36882	0.31059	0.36754	0.30856	0.3669	0.30758
Pile under I load	N _{ic}	133	56	149	57	149	58
r moment ling	I _{uM}	0.09404	0.10139	0.09416	0.10131	0.0941	0.10117
Pile unde loat	N _{ic}	62	29	63	29	63	29

Tableau 5.4: Nombre d'itération à la convergence pour un pieu soumis à trois types de chargement.

V.5-Evaluation du MTV en comparaison avec l'analyse par éléments finis 3-D

Comme il a été mentionné auparavant dans ce chapitre, l'analyse 3-D des problèmes géotechniques est très chère en matière de coût de calcul. La prédiction correcte des éléments essentiels dans l'étude véritablement tridimensionnelle exige l'utilisation des éléments finis à champ de déplacement d'ordre élevé (les éléments tétraédriques à 10 nœuds ou hexaédriques à 20 noeuds). Ces éléments font intervenir un nombre considérable de nœuds et de points d'intégration en comparaison aux problèmes plans 2-D. Il est donc évident que l'analyse par éléments finis 3-D demande d'énormes ressources de calcul.

L'une des méthodes visant à réduire les ressources informatiques est l'emploi de l'élément hexaédrique à 8-nœuds en échange aux éléments quadratiques. Cependant, il est bien établi dans la littérature des éléments finis que ce type d'éléments échoue à donner des résultats précis, car il est caractérisé par un comportement rigide dû à son approximation linéaire du champ de déplacement (comparable à l'élément bidimensionnel à 4 noeuds) (Potts et Zdravkovic, 1999).

Il serait intéressant de comparer les performances du modèle proposé avec l'analyse véritablement tridimensionnelle 3-D, en termes de temps d'exécution. A cette fin quelques résultats publiés dans la littérature ont été exploités. Ces résultats concernent un pieu vertical sous efforts latéral et axial, car il constitue un problème d'interaction sol-structure souvent rencontré en géotechnique.

Par le biais d'une analyse par éléments finis 3-D en utilisant ABAQUS (version 4,6 de Hibbitt, Karlsson, et Sorense, inc.) le progiciel commercial d'éléments finis, Trochanis et al. (1991) ont étudié le problème d'un pieu sous chargements axial et latéral. Dans leurs analyses élastiques ils ont considéré un pieu de 10 *m* de longueur et 0.5 *m* de largeur et la couche de sol adjacente était de 17 *m* de profondeur. Le pieu et le sol sont supposés parfaitement collés, avec leurs modules d'Young avaient pour valeurs : $E_p=2.10^7 kPa$ et $E_s=2.10^4 kPa$ respectivement et le coefficient de Poisson du sol est pris égal à 0.45. Le tassement de la tête du pieu sous l'effet d'une force verticale de 2500 KN évalué par le biais de l'analyse élastique 3-D était de 1.66 *cm*; le tassement correspondant calculé par le présent MTV avait pour valeur 1.99 *cm*. Une comparaison similaire a été effectuée pour le cas de la force horizontale de 216 KN résultant en 15 pourcent de différence entre les déflexions en tête prédies par le modèle 3-D et celui des tranches verticales avec le premier sous-estimant la déflexion en tête du pieu (0.63 *cm* contre 0.74 *cm*). Tandis que l'analyse 3-D a pris 2.5 hrs du temps CPU sur un supercomputer (Cray XMP/48), l'analyse par MTV VSM n'a pris que 3*mn* sur un micro-ordinateur Pentium III.

Pour montrer encore les performances du présent modèle, une comparaison avec une étude plus récente relative à l'analyse 3-D d'un pieu isolé sous sollicitations horizontales a été effectuée. En effet, Magnan et *al*. (1998) ont étudié ce problème avec un maillage de 10 *m* de largeur en plan, 5 *m* la largeur latérale et

de 12.5 *m* en profondeur. Dans cette étude, le pieu de section carrée a été considéré comme étant un pieu de 10 *m* de longueur et 1m de largeur. Les modules d'Young pour le sol et le pieu étaient respectivement $E_s=8.10^3 kPa$ et $E_p=4.10^7 kPa$. Les coefficients de Poisson étaient également égaux à $v_s=0.35$ et $v_p=0.3$ respectivement.

Avec un maillage de 1331 éléments briques à 20-noeuds donnant naissance à 17268 degrés de liberté, le problème avec de telles dimensions nécessite des ressources informatiques considérables et la résolution directe est extrêmement laborieuse. Afin de réduire ces ressources en temps CPU et en espace mémoire ces auteurs ont employés quatre méthodes itératives différentes. Le Tableau 5.5 montre les résultats de l'analyse 3-D en utilisant les méthodes itératives et les résultats du MTV.

On peut conclure des comparaisons ci-dessus que même avec l'emploi des techniques itératives et seulement pour la gamme élastique du comportement de sol, l'analyse conventionnelle par éléments finis 3-D place une forte demande sur les ressources d'ordinateur et par voie de conséquence le MTV est plus économique et plus performant.

	Nombre d' itérations N _{ic} nécessaire à la convergence	Temps CPU T(s)
MTV	146	442
Analyse véritablement 3-D en utilisant les techniques itératives	$336 \le N_{ic} \le 1966$	538≤T≤2024

Tableau 5.5: Evaluation du MTV contre la méthode des EF 3-D.

V.6-Conclusions

Potentiellement, on peut se servir d'une analyse tridimensionnelle par éléments finis pour étudier les problèmes d'interaction sol-structure les plus compliqués. Cependant l'analyse de tels problèmes demande généralement la discrétisation du continuum dans tous ces trois dimensions menant ainsi à un nombre important d'équations algébriques à résoudre nécessitant un effort personnel considérable. Comme alternative, une nouvelle méthode approximative dénommée Modèle des Tranches Verticales (MTV) basée sur la combinaison de la méthode des éléments finis 2-D et la méthode des différences finies a été présentée dans ce chapitre. L'avantage majeur de cette approche en comparaison avec la méthode des éléments finis véritablement 3-D est qu'aucune discrétisation n'est nécessaire dans la direction z.

Un programme Fortran basé sur le développement théorique de la MTV a été écrit et appliqué à trois problèmes géotechniques courants à savoir les pieux isolés chargés horizontalement et verticalement et un

problème de radier rectangulaire rigide. Pour le premier problème, une étude paramétrique limitée faisant intervenir un pieu flottant avec diverses rigidités relatives sol/pieu a été effectuée. Les résultats ont indiqué que l'étendue latérale $40r_0$ et 21 tranches n'ont pratiquement aucune influence sur les paramètres qui contrôlent le comportement global du pieu. Par conséquent ces dimensions constituent un maillage optimal pour étudier de tels problèmes. Le comportement des pieux chargés latéralement prédit par MTV a été vérifié par les solutions disponibles dans la littérature pour les sols homogène et de Gibson. Les résultats montrent une bonne concordance pour tous les cas étudiés. Pour les pieux chargés axialement, trois profils de sol ont été considérés et en général un bon accord a été obtenu. Pour le troisième problème seulement le cas d'une couche de sol homogène a été examiné. Les résultats de comparaison du modèle des tranches verticales avec les autres méthodes ont donné satisfaction.

Chapitre VI

Application du modèle des tranches verticales à l'étude de l'interaction sol-semelle carréepieu sous sollicitations combinées

Résumé

On se consacre dans ce chapitre à l'application de la méthode des éléments finis à tranches verticales à deux principaux problèmes d'interaction sol-structure en l'occurrence; une semelle carrée encastrée et un pieu vertical. La réponse de ces deux problèmes aux trois types de chargement est exprimée sous forme de facteurs de rigidité relatifs aux différents modes de déplacement.

La variation des coefficients de rigidité en fonction du facteur de non-homogénéité du sol a été profondément examinée.

VI.1-Introduction

A vec les ordinateurs de nos jours et les possibilités de traitement offertes par les progiciels d'éléments finis commerciaux, l'analyse tridimensionnelle est devenue techniquement possible. Cependant, les coûts d'exécution restent toujours prohibitifs, car le post-traitement des résultats exige un effort humain et un temps considérables rendant la méthode impraticable et peu économique excepté pour les projets de grande importance, où la conception soigneuse est nécessaire.

Lorsque la simplicité dans la modélisation est requise, il est certainement souhaitable, si non obligatoire de rechercher des solutions de rechange qui peuvent réduire l'effort considérable de calcul et la quantité de données.

La clé dans n'importe quelle analyse en relation avec les problèmes d'interaction sol-structure est la représentation réaliste du comportement de sol. La diversité des modèles constitutifs proposés dans la littérature a mis les ingénieurs géotechniques dans une situation de grande confusion. D'ailleurs, la prise en compte du comportement mécanique non linéaire du sol dans la prévision de la réponse de la structure de fondation est une tâche laborieuse (Salvadurai, 1979). Peut-être ceci explique pourquoi l'analyse élastique linéaire simpliste -évidemment avec des exceptions- est souvent adoptée dans la pratique, car elle peut fournir des estimations acceptables des tassements et des déplacements des fondations dans la marge des charges de service (Schofield et Wroth, 1968). En dépit de ses inconvénients dans la modélisation du comportement réel des sols, la théorie élastique peut être tout à fait utile, à condition que des valeurs appropriées des caractéristiques de sol aient été expérimentalement déterminées.

Il est généralement admis que la rigidité du sol croit avec la profondeur. Ainsi, la variation du module de cisaillement de sol avec la profondeur définit toujours le genre de la non-homogénéité du sol. Booker et *al.* (1985) ont prouvé qu'une variation de loi de puissance du module de cisaillement avec la profondeur dans un sol ayant un coefficient de Poisson v_s constant peut être prise comme représentation de la non-homogénéité du sol. Cette considération de non-homogénéité de sol s'est avérée plus réaliste dans beaucoup de cas pratiques où les contraintes effectives augmentent avec la profondeur. La relation entre le module de cisaillement et la profondeur peut être écrit comme:

$$G_s(z) = G_{sa} \left(\frac{z}{a}\right)^a \tag{6.1}$$

où G_{sa} est le module de cisaillement à une profondeur égale au rayon de la fondation (*a*) dans le cas de la semelle et à r_0 dans le cas du pieu. α est le paramètre de non-homogénéité du sol qui varie entre zéro et un. Les profiles de sol qui peuvent être représentés par l'équation (6.1) sont illustrés par la Figure 6.1



Figure 6.1: (a) Semelle carrée encastrée, (b) Pieu vertical, (c) Module de cisaillement comme une variation de puissance avec la profondeur.

On s'applique dans ce chapitre à l'étude de l'interaction sol-semelle carrée-pieu sous sollicitations combinées. On commence par l'étude de la semelle encastrée puis on passe au pieu isolé. Puisque le modèle des tranches verticales peut prendre en considération les trois types de chargement à savoir la charge verticale, transversale et les moments de renversement, il a été jugé utile d'étudier cette interaction sous l'effet des sollicitations combinées.

VI.2-Application du modèle des tranches verticales à une semelle carrée encastrée sous sollicitations combinées

Les fondations sur semelles offrent des solutions de rechange plus simples et moins coûteuses aux pieux, pourtant leur utilisation est principalement limitée à des structures légères. En ces dernières années il y a eu une croissance d'intérêt et d'activité de recherches sur le problème géotechnique classique de la réponse effort-déplacement de la semelle superficielle rigide. La recherche courante dans ce secteur est en grande partie concentrée sur la réponse de la semelle aux conditions de charges générales, c.-à-d. verticale, moment et chargement horizontal agissant simultanément. Le problème d'une semelle encastrée, avec la nature du chargement combiné, nécessite une analyse véritablement 3-D, et les calculs 3-D par éléments finis prennent toujours un temps d'exécution très important, en dépit des améliorations apportées à la puissance de calcul.

Beaucoup d'intérêt s'est donné aux solutions numériques des semelles de surface circulaires sous un chargement général, mais relativement peu de solutions par éléments finis ont été produites pour les semelles circulaires encastrées (Bell, 1991; Doherty et Deeks, 2003), et même encore moins de solutions

pour les semelles encastrées de forme quelconque. Cependant, la seule étude qui a été localisée dans la littérature est le travail de Gazetas et *al.* (1985). Ce dernier qui traite une semelle enterrée de forme arbitraire, est principalement limité au chargement vertical. Des solutions élastiques pour les cas de la charge horizontale et du moment de renversement n'ont pas été trouvées.

Ce paragraphe est réservé à l'application du MTV à une semelle carrée encastrée de côté 2a et d'encastrement *e* sous chargement combiné. Donc les charges appliquées, verticale (*V*), horizontale (*H*) et moment (*M*) et les déformations correspondantes, verticale (*v*), horizontale (*u*) et angulaire (θ_M) sont tous mesurés relativement au point de référence O, comme le montre la Figure 6.2. En plus la Figure montre la convention des signes du chargement et des déplacements.



Figure 6.2: Charges et déformations.

Les calculs par éléments finis MTV sont basés sur le maillage de la Figure 6.3. La section verticale modélisée couvre une région qui est 21 fois le demi-côté de part et d'autre de la semelle, et 26 fois l'encastrement *e* en profondeur. Ce maillage a été conçu de telle manière que les éléments finis sont généralement concentrés dans les zones les plus fortement sollicitées, c.-à-d. près de la base, et des bords extérieurs de la semelle. Les frontières du maillage sont suffisamment éloignées de la semelle pour assurer la précision des résultats. La base et les côtés de la semelle sont supposés parfaitement rugueux.

Puisque les solutions analytiques pour le chargement vertical existent, la prochaine sous-section est consacrée à la confrontation des résultats de la présente méthode aux solutions analytiques déduits du travail de Gazetas et *al.*, pour un semelle carrée encastrée. Dans la section qui suit, la méthode des tranches verticales est utilisée pour étudier le comportement d'une semelle encastrée carrée sous

chargement combiné dans un demi-espace non-homogène où le profil de rigidité est modélisé comme étant une variation de puissance avec la profondeur.



Figure 6.3: Maillage d'éléments finis d'une tranche contenant la semelle carrée enterrée (n'est pas à l'échelle).

VI.2.1-Evaluation du tassement vertical d'une semelle carrée encastrée dans un demi-espace homogène

Car le problème d'une semelle enterrée est tout à fait complexe il est difficile d'en produire des solutions analytiques. Le problème du chargement vertical a été généralement exprimé en termes de facteurs de réduction empiriques appliqués au tassement d'une semelle superficielle équivalente. Sur la base de lissage des courbes relatives aux données de nombreux résultats analytiques et numériques, Gazetas et al. ont développé une expression analytique pour estimer le tassement vertical élastique v_{Vemb} pour une semelle rigide encastrée et de forme géométrique arbitraire. L'expression du tassement est donnée sous la forme:

$$v_{Vemb} = v_{Vsurf} \,\mu_{trench} \mu_{wall} \tag{6.2}$$

où $v_{v_{surf}}$ est le tassement vertical d'une fondation superficielle équivalente, μ_{trench} est le facteur de réduction du tassement pour une semelle enterrée dans un tranché (sans contact sur le mur latéral), et μ_{wall} est la réduction additionnelle du tassement dû au contact du mur latéral. Chacun de ces paramètres et les valeurs correspondantes au cas particulier d'une semelle carrée est donné dans le tableau 6.1. Gazetas et *al*. ont déduit l'équation (6.2) pour un coefficient de Poisson v_s variant de 0.25 à 0.49, profondeur d'encastrement *e* jusqu'à 2.5 *a*, et réclament que l'erreur dans la majorité des cas est moins de 10 %.

Dans le tableau 6.1, A_b est l'aire de la surface de contact fondation-sol, 2L et 2B sont la longueur et la largeur du rectangle circonscrit dans la surface de contact réelle. A_w est l'aire de l'interface sol-mur.

	\mathcal{V}_{Vsurf}	μ_{trench}	$\mu_{\scriptscriptstyle wall}$
Semelle encastrée de forme arbitraire	$0.45 \left(\frac{A_b}{2L.2B}\right)^{-0.38} \frac{\left(l-v_s^2\right)}{E_s L} V$	$1 - 0.04 \frac{e}{B} (1 + \frac{4}{3} \frac{A_b}{2L.2B})$	$1 - 0.16 \left(\frac{A_w}{A_b}\right)^{0.54}$
Semelle encastrée de forme carrée	$0.45 \frac{\left(l - v_s^2\right)}{E_s a} V$	$1 - 0.093 \frac{e}{a}$	$1 - 0.23 \left(\frac{e}{a}\right)^{0.54}$

Tableau 6.1: Termes de tassement pour une semelle encastrée de forme quelconque, et leurs valeurs correspondantes pour une semelle carrée.

Comme le montre le tableau 6.1, les expressions de tassement dépendent considérablement de la valeur du coefficient de Poisson. Par conséquent, il est commode d'examiner la variation du tassement de la semelle en forme sans dimensions avec le coefficient de Poisson dans la gamme pour laquelle l'expression (6.2) a été établie. Dans cette étude, deux rapports d'encastrement de la semelle ont été considérés et six valeurs du coefficient de Poisson ont été examinées.

La Figure 6.4 présente la variation du tassement normalisé avec la progression des valeurs du v_s . Comme peut être clairement vu, alors que les résultats de la présente méthode sont presque constants pour e/a=0.5 et croient légèrement pour e/a=2, ceux de Gazetas et *al*. diminuent à mesure que les valeurs du coefficient de Poisson croient pour les deux rapports d'encastrement. La déviation observée entre la méthode actuelle et celle de Gazetas et *al*. est due au fait que les solutions de ces auteurs sont imprécis pour une semelle de forme carrée. En effet, la courbe lissée pour le facteur μ_{wall} dans l'équation (6.2) se situe bien au-dessus de la valeur réelle relative à la semelle carrée, comme le prouve le travail de Dominguez et Roesset (1978). On conclut que les résultats du MTV sont plus précis.



Figure 6.4: Variation du tassement normalisé de la semelle rigide avec le coefficient de Poisson: (a) e/a=0.5, (b) e/a=2.

VI.2.2-Examen des coefficients de rigidité d'une semelle carrée encastrée sous l'effet d'un chargement combiné

Comme il a été mentionné précédemment, le comportement d'une semelle circulaire rigide et rugueuse soumise à un chargement combiné (*V*, *H*, *M*) a été étudiée par Bell (1991) en se servant d'une analyse tridimensionnelle par éléments finis. Doherty et Deeks (2003) ont étudié le même problème en utilisant la méthode des éléments finis aux frontières calibrée (Scaled boundary finite element), qui est une combinaison de la méthode des éléments finis standard et la méthode des intégrales aux frontières et ils ont présenté les résultats numériques des coefficients de rigidité pour les chargements vertical, horizontal, moment et torsion. Les investigations numériques de Bell ont accentué l'existence de l'inter-couplage entre les modes de déformations horizontal et de rotation.

En raison de la nature compliquée du problème, il est difficile d'obtenir des solutions analytiques des déplacements et des rotations d'une semelle carrée rigide et encastrée sous un chargement vertical, horizontal ou un moment. En suivant l'étude de Doherty et Deeks (2003) pour les semelles circulaires, les relations exprimant les charges en termes de déformations de la semelle carrée enterrée peuvent être écrites comme:

$$\begin{cases}
\frac{V}{G_{sa}a^{2}} \\
\frac{H}{G_{sa}a^{2}} \\
\frac{M}{G_{sa}a^{3}}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
K_{v} & 0 & 0 \\
0 & K_{H} & K_{MH} \\
0 & K_{MH} & K_{M}
\end{bmatrix} \begin{bmatrix}
\frac{v_{v}}{a} \\
\frac{u_{H}}{a} \\
\theta_{M}
\end{bmatrix}$$
(6.3)

où, K_V , K_H , K_M , et K_{MH} sont les coefficients adimensionnels de rigidité. G_{sa} est le module de cisaillement du sol à une profondeur égale au demi-côté de la semelle a.

 K_v , K_H et K_M correspondent aux degrés de liberté vertical, horizontal et rotationnel respectivement, K_{MH} est le 'cross-coupling' qui existe entre le déplacement horizontal et la rotation due au moment. Ces coefficients dépendent seulement du coefficient de Poisson v_s du sol et du rapport d'encastrement e/a de la semelle.

Les coefficients de rigidité pour une semelle carrée encastrée sont tracés contre le facteur de nonhomogénéité du sol α dans les Figures (6.5-6.8). Quatre rapports d'encastrement ont été choisis, à savoir: e/a = 0.5, e/a=1 e/a=2, et e/a=4, dans le but de représenter une vaste gamme d'applications. Les résultats du modèle des tranches verticales sont établis pour un coefficient de Poisson de 0.2 pour représenter une grande variété de sables (Lade, 1977), et un coefficient de Poisson de 0.5 pour représenter la classe des argiles non-drainées.

Ces coefficients de rigidité peuvent être utilisés pour prédire la réponse effort-déplacement d'une semelle carrée encastrée par le biais de l'équation (6.3). Les coefficients K_v et K_H sont simplement tracés contre α , tandis que les coefficients K_{MH} et K_M ont été normalisés relativement au rapport d'encastrement pour éviter une échelle logarithmique.



Figure 6.5: K_V : (a) V_s =0.2, (b) V_s =0.5.



Figure 6.6: K_{H} : (a) V_{s} =0.2, (b) V_{s} =0.5.



Figure 6.7: $K_{_{MH}}$: (a) $v_{_{s}}$ =0.2, (b) $v_{_{s}}$ =0.5.



Figure 6.8: K_{M} : (a) V_{s} =0.2, (b) V_{s} =0.5.

VI.3-Analyse d'un pieu vertical sous chargement combiné par MTV

Les pieux sont les membres structurels utilisés pour transmettre les charges aux couches profondes du sol à travers le frottement latéral et la capacité de leur pointe. Le problème d'un pieu sous des chargements combinés est d'importance considérable dans la l'ingénierie géotechnique. En particulier, dans l'industrie offshore du pétrole et du gaz où les efforts d'impact des bateaux, du vent, des vagues, sont tous des sources de sollicitations horizontales qui peuvent être appliquées sur des fondations profondes.

Les études par éléments finis d'un pieu vertical sous un chargement général sont habituellement séparées en deux analyses distinctes. Car le problème des pieux verticalement chargés est géométriquement axisymétrique, des éléments finis axisymétriques sont souvent employés pour modéliser rigoureusement ce problème 2-D. En revanche, le pieu sous chargement horizontal est un problème réellement tridimensionnel, qui est habituellement traité par l'emploi de l'approche semi-analytique où la variation des déplacements dans la troisième direction est analytiquement représentée par séries de Fourier.

Comme alternative à la méthode des éléments finis en trois dimensions, l'approche des tranches verticales présentée dans le chapitre précédent, a l'avantage d'analyser les deux problèmes simultanément. Ainsi, le recours à séparer les chargements en deux composante axiale et horizontale est complètement évité. Tandis que le problème d'une semelle rigide encastrée est caractérisé par son mouvement rigide, le pieu sous chargement combiné est marqué par les mouvements de sa tête. En effet, le tassement, le déplacement latéral et la rotation de la tête du pieu sont d'importance primordiale dans la prévision du comportement du pieu. Le chargement horizontal et le moment sont également couplés. Dans ce problème les coefficients de rigidité sont exprimés sous la forme suivante

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{V}{G_{sr_0}r_0^2} \\ \frac{H}{G_{sr_0}r_0^2} \\ \frac{M}{G_{sr_0}r_0^3} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccc} K_V & 0 & 0 \\ 0 & K_H & K_{MH} \\ 0 & K_{MH} & K_M \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{V_V}{r_0} \\ u_H \\ r_0 \\ \theta_M \end{array} \right\}$$
(6.4)

Ce système est similaire à l'équation (6.3) mais avec le demi-côté a a été remplacé par le rayon du pieu r_0 . $v_V, u_H, et \theta_M$ sont respectivement le tassement de la tête du pieu, le déplacement latéral de la tête du pieu et la rotation de la tête. G_{sr_0} est le module de cisaillement du sol à une profondeur égale au rayon du pieu.

Comme dans le cas de la semelle encastrée, les coefficients de rigidité d'un pieu isolé sous chargement combiné, K_V, K_H, K_{MH} , *et* K_M dépendent également de l'élancement du pieu L_p/d ($d=2r_0$) et de la valeur

du coefficient de Poisson du sol v_s . A cet effet, quatre élancements $L_p/d=5$, 10, 25, et 50 ont été considérés dans cette étude avec deux coefficients de Poisson $v_s=0.2$, et 0.5.

Les calculs par éléments finis ont été basés sur un maillage qui s'étend latéralement à 20 *d* de part et d'autre du pieu. En profondeur, le maillage s'étend à une longueur de pieu sous la pointe de ce dernier. 21 tranches ont été adoptées dans cette analyse.

L'évolution des facteurs de rigidité $K_V, K_H, K_{MH}, et K_M$ avec le paramètre de non-homogénéité α sont respectivement illustrés dans les Figures (6.9-6.12). La même tendance est constatée dans toutes les Figures: le coefficient de rigidité augmente lorsque le facteur de non-homogénéité augmente. Pour les pieux sous chargement horizontal *H*, le moment fléchissant maximum est aussi une importante grandeur dans les propos de dimensionnement. Les valeurs de ce paramètre sont tracées en fonction de α dans la Figure 6.13.



Figure 6.9: Facteur de la rigidité verticale de la tête du pieu K_V : (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$



(a) (b) Figure 6.10: Facteur de la rigidité latérale de la tête du pieu K_H : (a) v_s =0.2; (b) v_s =0.5



Figure 6.11: Facteur de la rigidité de couplage (H-M) de la tête du pieu K_{MH} : (a) v_s =0.2; (b) v_s =0.5



Figure 6.12: Facteur de la rigidité à la rotation de la tête du pieu K_M : (a) v_s =0.2; (b) v_s =0.5

(b)

(a)



Figure 6.13: Moment fléchissant maximum normalisé M_{max} / Hd pour un pieu sous H: (a) $v_s = 0.2$; (b) $v_s = 0.5$

La Figure 6.13 met en évidence un point d'une importance majeure: le moment fléchissant maximum des pieux courts ($L_p/d=5$) dépendent énormément de α . Cette dépendance diminue progressivement lorsque l'élancement augmente. Comme il peut être également constaté, la valeur α n'a pratiquement aucun effet sur le moment fléchissant ayant lieu dans les pieux dont l'élancement est au-delà de $L_p/d=25$ dans les deux cas de coefficient de Poisson.

Nous pouvons dire finalement que la méthode des éléments finis à tranches verticales appliquée à un pieu isolé, peut donner des prévisions suffisamment précises de la rotation, de la déflexion latérale et du tassement vertical de la tête du pieu et ce pour un chargement quelconque, qui peut se composer de n'importe quelle combinaison de charge axiale, charge latérale et un moment de renversement. Les Figures présentées dans les paragraphes précédents peuvent être considérées comme abaques d'étude et qui peuvent être employés pour obtenir les mouvements de la tête du pieu, dus à n'importe quelle charge appliquée.

VI.4-Conclusions et portée de la méthode

En faisant face aux problèmes d'interaction sol-structure, l'analyse tridimensionnelle par éléments finis est la méthode la plus rigoureuse qui peut fournir d'important lot d'information et de réponses. Cependant, c'est une méthode de calcul coûteuse car elle exige la discrétisation du continuum dans ses trois dimensions, menant ainsi à un nombre très grand d'équations à résoudre, et par conséquent des ressources et des moyens informatiques considérables sont exigés. Une grande proportion de ces ressources sont impliquées dans l'inversion de la matrice globale de rigidité. Comme alternative, une nouvelle méthode approximative appelée Méthode des Tranches Verticales (MTV) basée sur la combinaison de la MEF 2-D et la méthode des différences finies (Finite Differences FD) a été appliquée au problème d'interaction solsemelle carrée-pieu. L'avantage principal de cette approche par rapport à une analyse purement tridimensionnelle 3-D est qu'aucune discrétisation dans la direction *z* n'est nécessaire.

Cette approche numérique qui a été développée et validée dans le chapitre précédent, a montré son rigueur dans ce chapitre, lors de l'analyse d'une semelle carrée encastrée et un pieu vertical sous l'effet d'un chargement combiné dans un demi-espace non-homogène. Le demi-espace a été caractérisé par un module de cisaillement qui varie avec la profondeur selon une loi de puissance α . La variation des coefficients de rigidité de la semelle rigide encastrée et de la tête du pieu avec ce paramètre a été examinée en détail.

Nous précisons ici que le modèle développé et appliqué dans ce chapitre, peut être employé pour résoudre une vaste variété de problèmes d'interaction sol-fondation, comme les pieux sous chevêtres, les groupes de pieux etc. En outre, ce modèle n'est pas limité aux matériaux élastiques linéaires ni aux couches homogènes de sol, en effet, la méthode actuelle peut s'étendre à traiter des problèmes dans des sols non linéaires, ce qui fera l'objet du chapitre VII.

Chapitre VII

Formulation non-linéaire du modèle d'éléments finis à tranches verticales: aspects de calcul et validation

Résumé

L'extension du modèle linéaire d'éléments finis à tranches verticales décrit au chapitre V, à la prise en compte de la non-linéarité du sol est décrite dans ce chapitre.

Après une courte introduction, et une succincte description du critère de Drucker-Prager qui a été choisi pour sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre sur ordinateur, les aspects de calcul non-linéaire et algorithmes de résolution sont présentés. Le chapitre se termine par la validation des résultats numériques en les confrontant à ceux d'autres procédures rigoureuses. Puisque les comparaisons ont donné satisfaction, on s'est servi du modèle des tranches verticales non-linéaire pour analyser la réponse effort-déformation d'un pieu coiffé d'un chevêtre carré sous l'effet des efforts horizontaux.

VII.1-Introduction

S i les calculs élastiques tridimensionnels linéaires sont lourds à mettre en œuvre, les calculs tridimensionnels non-linéaires sont presque irréalisables même avec le matériel hardware sophistiqué de nos jours. En face de telles situations, l'utilisateur est toujours tenté de ramener son problème à un modèle bidimensionnel. Celui-ci sera plus maniable, et généralement, moins coûteux en durée de calcul et en temps passé à l'interprétation des résultats. Plusieurs auteurs ont ainsi développé des techniques pour introduire un certain « effet tridimensionnel » dans un modèle bidimensionnel. Outre, les méthodes qui ont été élaborées pour résoudre les systèmes algébriques permettant de minimiser les temps d'exécution, d'autres techniques ont été envisagées dans la conception globale du problème. En effet, deux approches peuvent être distinguées:

□ Pour les massifs et structures à symétrie de révolution, le passage d'un modèle purement tridimensionnel à un modèle bidimensionnel nécessite la décomposition du chargement en séries de Fourier. Une controverse a caractérisé l'extension de ce modèle aux problèmes non-linéaires.

□ La combinaison de deux modèles plans. Deux maillages et deux calculs sont alors réalisés. L'un suivant une coupe longitudinale et l'autre suivant une coupe transversale.

Ces techniques permettent de réaliser des calculs bidimensionnels et d'approcher le calcul tridimensionnel. Outre leur validité restreinte à un nombre limité de problèmes rencontrés en génie géotechnique, elles présentent des difficultés résidant dans l'estimation des paramètres qui caractérisent cet effet tridimensionnel.

Afin de donner un aperçu sur l'ampleur de la difficulté de traiter un problème tridimensionnel nonlinéaire, on expose une étude comparative effectuée par Potts et Zdravkovicz (1999) sur des semelles circulaire, filante et carrée sous sollicitations verticales. Etant donné la géométrie et les conditions de chargement, ces auteurs se sont servis des éléments finis axisymétriques pour analyse le premier problème, tandis que le second, qui présente un problème de déformation plane, des éléments bidimensionnels ont été employés. Cependant, une étude purement tridimensionnelle s'est imposée pour le cas de la semelle carrée. Les deux problèmes bidimensionnels ont nécessité l'emploi de 142 éléments à 8 nœuds tandis que 416 éléments hexaédriques à 20 nœuds ont été utilisés pour modéliser la semelle carrée et le sol environnant. Ce dernier est supposé avoir un comportement élasto-plastique de Tresca, avec un module d'Young $E_s = 10000kPa$, un coefficient de Poisson $v_s = 0.45$ et une cohésion nondrainée $C_u = 100kPa$. Le chargement est imposé par incréments de déplacements verticaux. Dans le but d'obtenir les courbes effort-déplacement des trois formes géométriques, les analyses numériques ont été effectuées sur la même station de travail. Les temps d'exécution étaient 10 minutes, 60 minutes et 18 heures pour les semelles filante, circulaire et carrée respectivement. Les espaces mémoires occupés par la taille des différents problèmes traités ont été également mesurés : 0.5 Mbytes pour les deux problèmes plan et axisymétrique et 38 Mbytes pour le problème tridimensionnel.

Ces différences considérables en matière de durée de calcul et en espace mémoire, montrent la pression colossale que pose un problème tridimensionnel non-linéaire sur l'outil de calcul, et par conséquent la quasi-impossibilité d'effectuer un calcul de routine 3-D non-linéaire dans les bureaux d'étude.

En face à des situations pareilles, le modèle d'éléments finis à tranches verticales- qui a montré ses avantages dans les calculs élastiques- est étendu dans ce chapitre à l'étude de l'interaction sol-semellepieu dans un milieu non-linéaire.

VII.2-Choix et justification des modèles constitutifs du sol

Car le sol est un matériau très complexe, son comportement demeure toujours difficilement appréhendable par une simple loi élastique. Les caractéristiques constitutives du sol sont non-linéaires, élasto-plastiques et fortement dépendant de l'intensité des efforts appliqués. La sélection appropriée des relations contrainte-déformation dépend essentiellement du compromis qu'on doit garder en vue entre la simplicité et la précision. Les ingénieurs géotechniciens dans leur pratique quotidienne peuvent avoir des données très représentatives de la résistance du sol, mais peu de données concernant la rigidité du sol. Dans une telle situation, lorsque de simples représentations des relations contrainte-déformation sont disponibles, le recours à une loi de comportement du sol sophistiquée est peu bénéfique. Les lois constitutives avancées ont l'avantage de modéliser d'une manière plus réaliste le couplage entre la déformation de cisaillement et la déformation volumétrique et le comportement des sols à proximité de, à et au-delà de la rupture (Owen et Hinton, 1980; Chen et Mizuno, 1990). Cependant, ces lois ont l'inconvénient d'être plus complexes (Duncan, 1996).

Si la rigueur et la cohérence de la conception théorique d'un modèle sont les principaux éléments pour sa valorisation, le nombre de constantes du matériau qu'il nécessite sont aussi des facteurs d'importance majeure. Puisque l'objectif de la modélisation numérique est la simulation correcte du comportement du sol sans trop sophistiquer la loi de comportement, le choix porte donc sur un critère de rupture de Drucker-Prager (1952) pour sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre dans le code d'éléments finis.

VII.2.1-Critère de Drucker-Prager (1952).

Dans le souci d'introduire les effets de la contrainte hydrostatique sur la résistance au cisaillement d'un matériau comme le sol, Drucker et Prager ont modifié le critère de Von-Mises et ont proposé un critère contenant l'expression du premier invariant de contraintes. La fonction de charge du critère de Drucker-Prager est:

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - K \tag{7.1}$$

Expression dans laquelle I_1 représente le premier invariant du tenseur de contraintes, et J_2 le second invariant du tenseur déviatorique.

Les paramètres α et K sont des constantes du matériau qui peuvent être reliées aux constantes de Coulomb, la cohésion C et l'angle de frottement interne Φ , par plusieurs façons. Leurs expressions sont:

$$\alpha = \frac{2\sin\Phi}{\sqrt{3}(3-\sin\Phi)} \text{ et } K = \frac{6C\cos\Phi}{\sqrt{3}(3-\sin\Phi)}$$
(7.2)

La surface de charge du critère de rupture de Drucker-Prager représente dans l'espace des contraintes principales un cône à section circulaire dont l'axe de symétrie représente la droite de la contrainte hydrostatique. La Figure (7.1) illustre les différentes représentations du critère de Drucker-Prager.

D'après l'expression du critère de Drucker-Prager on s'aperçoit que ce critère peut modéliser les sols à la fois frottants et cohérents. Par ailleurs, lorsqu'un sol présente un angle de frottement interne nul, en d'autres termes, un sol purement cohérent, la fonction de charge de Drucker-Prager se réduit donc au critère de Von-Mises bien connu dans la modélisation des sols purement cohérents. Les avantages et les limitations d'un tel critère sont regroupés dans le Tableau 7.1.

On pense que la loi de comportement élastique parfaitement plastique de Drucker-Prager (1952) qui ne nécessite que deux paramètres d'utilisation facile, de surface de charge lisse constitue un choix très justifié si la simplicité et l'efficacité sont considérés. Ce critère sera implémenté dans le modèle d'éléments finis à tranches verticales qui a été détaillé dans le chapitre 4.

Avantages	Limitations
 Simple à utiliser. 	 Dilatance excessive à la rupture.
Il peut être confondu avec le modèle de	 Il ne peut pas reproduire le comportement
Mohr-Coulomb à condition que les	hystérique à l'intérieur de la surface de
constantes soient correctement	charge.
sélectionnées.	
Facile à implémenter dans un code	 Il ne peut prévoir la pression interstitielle
d'éléments finis.	durant la rupture par un chargement de
	cisaillement cyclique.
Il satisfait la condition d'unicité (règle	
d'écoulement associée)	

Tableau 7.1: Avantages et limitations	du modèle de Drucker-Prager (19	52).
--	---------------------------------	------



Figure 7.1: Les différentes représentations de la surface de charge du critère de Drucker-Prager Dans: (a) l'espace des contraintes principales, (b) le plan déviatorique π et (c) le plan ($\sqrt{J_2}$, - I_1).

VII.3-Aspects de calcul non-linéaire dans le modèle d'éléments finis à tranches verticales

VII.3.1-Implementation du critère de Drucker-Prager (1952)

La loi de comportement étant incrémentale on procède donc à un chargement pas à pas. La réalisation des étapes de la méthode des éléments finis permet dans chaque incrément de chargement de se rendre compte dans quel domaine on est. Dans le domaine élastique les incréments de contraintes $\Delta \sigma$ sont évalués à partir des incréments de déformation $\Delta \varepsilon$ par la loi élastique. En revanche, si l'on se trouve dans le domaine plastique $[F(\sigma_0 + \Delta \sigma))0]$ un processus itératif est nécessaire pour ramener l'état de contrainte sur la surface de charge.

La Figure (7.2) illustre le cas où le critère de rupture de Drucker-Prager est violé en un point d'intégration quelconque. Le sol se comporte élastiquement jusqu'au point c, qui représente le point d'intersection du vecteur des contraintes et la surface de charge. Au-delà du point c, le sol se comporte d'une manière élasto-plastique.



Figure 7.2 : Etat de contrainte à l'extérieur de la surface de charge.

Lorsque la situation de la Figure 7.2 se présente, l'incrément de contrainte peut être évalué par :

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = r \boldsymbol{D} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} + (l - r) \boldsymbol{D}^{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}$$
(7.3)

Expression dans laquelle, D est la matrice d'élasticité et \mathbf{D}^{ep} est la matrice élasto-plastique. L'équation (7.3) contient également un facteur r permettant de déterminer la fraction de l'incrément de déformation nécessaire à atteindre le seuil de plasticité. Le calcul du second terme dans l'équation (7.3) présente une difficulté car la matrice D^{ep} dépend du niveau de contraintes. Il nécessite donc une intégration.

On peut dire que lorsqu'un point de Gauss, sous les sollicitations externes, passe du domaine élastique au domaine plastique, deux procédures numériques interviennent dans la détermination des incréments de contrainte $\Delta \sigma$. D'une part, une procédure pour déterminer le facteur *r* et d'autre part, un schéma d'intégration numérique pour évaluer la partie non-linéaire de l'équation (7.3).

Détermination du facteur *r*

Plusieurs méthodes approximatives pour le calcul du coefficient r ont été proposées dans la littérature (Nayak et Zienkiewicz, 1972 ; Owen et Hinton, 1980 ; Chen et Han, 1988 et Chen et Baladi, 1985). En outre, en partant de l'équation $F(\sigma_0 + r\Delta \sigma) = 0$, une formulation exacte a été proposée par Siriwardane et Desai, 1983 pour le modèle de Drucker-Prager où le facteur r est la solution de l'équation du second degré suivante :

$$Ar^{2} + 2Br + C = 0 \tag{7.4}$$

Les constantes *A*, *B* et *C* dépendent des paramètres du modèle, de l'état de contraintes et de l'incrément de contraintes. On se sert de cette procédure dans le code d'éléments finis élaboré dans cette thèse.

Given Schéma d'intégration numérique

La détermination du second terme de l'équation (7.3) requiert un schéma d'intégration spécifique. Les schémas les plus couramment utilisés sont le schéma d'intégration du module tangent et le schéma de retour du module tangent (Tadjbakhsh et Frank, 1985). La Figure (7.3) montre le schéma du module tangent pour un potentiel associé.



Figure 7.3: Schéma du module tangent pour un potentiel associé.

Le vecteur $\sigma_D - \sigma_C$ est tangent au point *C* à la surface de charge. Dans le schéma du module tangent, la taille de l'incrément doit être suffisamment petite pour que l'écart entre σ_D et la surface de charge soit minimal, notamment lorsqu'il y a forte courbure au point *C*. Pour diminuer cet écart, on peut par exemple appliquer l'incrément de contraintes en plusieurs 'sous-incréments' ou étapes. Ce schéma est appelé schéma d'intégration explicite avec sous-incrémentation. Le nombre de pas d'intégration *m* est en général compris entre 10 et 20 (Owen et Hinton, 1980).

Le schéma de retour du module tangent a pour but de ramener l'état σ_D sur la surface de charge. Pour cela, on ajoute une correction de contrainte à σ_D définie précédemment. L'état final alors s'écrit:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{D} + \delta \boldsymbol{\sigma}$$
(7.5-a)
$$\boldsymbol{\sigma}_{D} = \boldsymbol{\sigma}_{C} + (1 - r) \boldsymbol{D}^{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}$$

avec,

La correction de contrainte dans ce schéma d'intégration est supposée normale à la surface de charge, on peut donc écrire:

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\beta} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}$$
(7.5-b)

où, β est un scalaire à déterminer par l'équation : $F(\sigma + \delta \sigma) = 0$.

Puisque cette équation est une fonction non-linéaire de β , on pourra se servir d'un développement de Taylor pour la détermination de ce paramètre. En négligeant les termes d'ordre supérieur, on obtient:
$$\beta = \frac{-F(\boldsymbol{\sigma})}{\left\{\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right\}^{T} \left\{\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right\}}$$
(7.6)

Puisque la valeur de σ dépend du paramètre β , l'équation (7.6) nécessite une résolution itérative. Le vecteur d'écoulement $\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}$ et $F(\sigma)$ doivent être déterminés par σ_D comme première approximation. Le calcul se poursuit jusqu'à l'obtention de la précision voulue. Cette technique est adoptée dans le code d'éléments finis adopté.

VII.3.2-Formulation non-linéaire et stratégie de calcul du MTV

On a abouti dans le calcul élastique de chaque tranche comprise dans le milieu continu discrétisé en tranches verticales, à résoudre un système d'équations du type :

$$\boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{a}_{i} = \boldsymbol{R}_{i} \tag{7.7}$$

où, a_i est le vecteur des déplacements nodaux de la tranche i, A_i sa matrice de rigidité et R_i le vecteur du chargement appliqué à la tranche i, qui comprend en fait le chargement externe et le chargement engendré par les déplacements nodaux des tranches i-1, et i+1.

Puisque l'analyse non-linéaire est incrémentale, le système (7.7) peut être réécrit sous la forme:

$$\boldsymbol{A}_{i} \Delta \boldsymbol{a}_{i} = \Delta \boldsymbol{R}_{i} \tag{7.8}$$

La résolution directe de ce système est souvent impossible, à cause de la dépendance de la matrice de rigidité des déplacements nodaux, et par conséquent des déformations. De ce fait, il s'avère nécessaire d'envisager les méthodes de résolution itératives. En plus, puisque les relations élasto-plastiques établies sont incrémentales, il est intéressant de procéder à un chargement pas à pas afin de réduire les erreurs dans le calcul du vecteur résidu. Les efforts externes appliqués à la structure sont donc divisés en un nombre fini d'accroissements.

Dans la majorité des cas d'analyses numériques, les méthodes itératives les plus souvent employées sont celles du type de Newton-Raphson. La méthode de Newton-Raphson originale se base sur le calcul d'une matrice de rigidité tangente à chaque itération. Les difficultés numériques et le coût de calcul d'une matrice de rigidité à chaque itération (assemblage et triangularisation) ont été l'objet de nombreuses recherches visant à trouver les méthodes les plus fiables et les plus économiques. En revanche, il est possible de conserver durant tous les incréments, la matrice de rigidité calculée lors de l'étape initiale. Cette méthode est dite méthode de Newton-Raphson modifiée ou encore méthode des contraintes initiales (Nayak et Zienkiewicz, 1972).

Cette méthode a l'avantage de reporter tout l'effet non-linéaire de la loi de comportement liée au calcul des contraintes, dans le second membre de l'équation (7.3). La robustesse et la simplicité de cette procédure schématisée par la Figure (7.4), font que nous l'adoptons dans le programme numérique de l'approche à tranches verticales.



Figure 7.4: Méthode de Newton-Raphson modifiée.

Analyse élasto-plastique du milieu discrétisé en tranches verticales

Comme il a été mentionné auparavant, l'un des éléments clé de la l'approche numérique présentée est la représentation par éléments finis de la tranche isolée. La détermination de l'état de contraintes dans une tranche dépend essentiellement de l'équation (7.3) selon la valeur de la fonction de charge au point d'intégration considéré. Lorsque le critère de plasticité est atteint, un écoulement plastique tient lieu. L'équation régissant ce comportement est l'équation (7.3) que l'on peut réécrire sous la forme:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \left(\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{p} \right) \tag{7.9}$$
$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{a}$$

avec,

où, $\Delta \varepsilon^{p}$ est le vecteur des incréments de déformations plastiques qui doit disparaître par le processus de correction que nous avons vu. Le vecteur $\Delta \varepsilon^{p}$ qui est simplement nul en un point à comportement élastique, engendre un vecteur de forces appelé vecteur résidu exprimant ainsi l'état de déséquilibre du point matériel à un instant donné de la sollicitation imposée. Dans le processus de résolution, ces

déformations plastiques permettent de calculer les forces de rééquilibrage qui vont participer dans le calcul itératif lié à la non-linéarité du sol.

Pour l'analyse élasto-plastique, la représentation par éléments finis d'une tranche (Equation 5.18) doit être mise dans une forme incrémentale. Après un incrément de chargement, les nouveaux vecteurs de chargement $P^{I} = P^{0} + \Delta P$ et $f^{I} = f^{0} + \Delta f$ doivent correspondre au nouvel état de contraintes $\sigma^{I} = \sigma^{0} + \Delta \sigma$. Cela mène à l'équation d'équilibre suivante:

$$\int_{v} \boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{\sigma} dv = \boldsymbol{P}^{1} + \int_{v} \boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{f}^{1} dv - \int_{v} \boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{\sigma}^{0} dv$$
(7.10)

(7.11)

Si l'approche des contraintes initiales est adoptée, et si l'on introduit les déformations plastiques ε^{p} on obtient:

$$\int_{v} \left(\boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} + \boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{pc} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{a}_{i} dv = \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{P}_{i} + \int_{v} \left(\boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{pr} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{a}_{i-1} dv + \int_{v} \left(\boldsymbol{N}^{t} \boldsymbol{C}^{fl} \boldsymbol{N} \right) \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{a}_{i+1} dv - \int_{v} \boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{\sigma}^{0} dv + \int_{v} \boldsymbol{B}^{t} \boldsymbol{D} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\varepsilon}^{p} dv$$

L'équation (7.11) peut être mise sous une autre forme plus compacte:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{a}_{i}^{l} = \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{P}_{i} + \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{F}_{i}^{pr} + \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{F}_{i}^{fl} - \boldsymbol{E}_{i}^{l-1} + \boldsymbol{G}_{i}^{l-1} \text{ pour } l = 1, 2, \dots, l_{max}$$
(7.12)

où, *A* est la matrice de rigidité, ΔP est l'incrément du chargement extérieur appliqué, ΔF^{pr} et ΔF^{f} sont respectivement les charges de volumes engendrés par les incréments de déplacements dans la tranche précédente et la tranche suivante, *E* est le vecteur tenant compte de l'équilibre non-convergé dans l'étape de chargement précédente, et *G* est le vecteur de pseudo chargement des déformations plastiques.

Le modèle non-linéaire pour une tranche isolée, peut être incorporé dans le programme principal qui prend en considération le couplage entre les tranches auxquelles le milieu tridimensionnel est discrétisé.

L'analyse peut être maintenant effectuée d'une manière similaire à l'analyse élastique décrite dans le chapitre V. Cependant, dans l'analyse élasto-plastique, un processus itératif supplémentaire tient lieu en même temps que le processus lié à la nature itérative du modèle des tranches verticales. Outre les forces de volume qui fournissent le couplage entre les tranches, les déformations plastiques dans le sol nécessitent d'être déterminées. Ce la signifie que pour chaque tranche, l'équation (7.12) doit être résolue selon le schéma itératif actualisant suivant:

$$A\Delta a_{i}^{k,l} = \Delta P_{i} + \Delta F_{i}^{pr^{k}} + \Delta F_{i}^{ft^{k-l}} - E_{i}^{k-l} + G_{i}^{k,l-l} \text{ pour } l = 1,2,...,l_{max} \text{ et } k = 1,2,...,k_{max}$$
(7.13)

où, *k* désigne le niveau global des itérations du processus itératif lié au couplage des tranches, et l le niveau des itérations lié à la nature non-linéaire du sol supposé suivre le modèle de Drucker-Prager. Contrairement à un calcul élastique, les déformations plastiques s'accumulent dans le matériau non-linéaire, créant ainsi un état de déséquilibre entre les forces extérieures appliquées et les forces équivalentes au champ de contraintes vérifiant le critère élasto-plastiaue. Les incréments de déformations plastiques, engendrent dans chaque itération des forces de rééquilibrage qui doivent disparaître par le processus de correction.

VII.4-Validation de l'approche non-linéaire

Dans la validation d'un code d'éléments finis en élasto-plasticité on confronte souvent deux types de difficultés:

□ Les solutions exactes de la mécanique des milieux continus ne sont disponibles que pour un nombre de problèmes d'interaction sol-structure très limité et restreint à l'élasticité linéaire isotrope.

☐ Même pour les problèmes où la solution analytique exacte existe, la loi de comportement élastoplastique pour laquelle cette solution exacte a été établie, est rarement identique à celle qui a servi à l'élaboration du code d'éléments finis à valider.

La recherche dans la littérature des problèmes d'interaction sol-structure nous a mené à deux problèmes géotechniques importants. Le premier est un pieu sollicité latéralement dans un milieu non-linéaire analysé par la méthode des éléments finis véritablement tridimensionnelle, tandis qu'il s'agit dans le second problème d'un pieu sous sollicitations verticales. A cause de la symétrie de révolution, les auteurs ont employés les éléments finis de forme axisymétrique. Ces deux travaux ont été intentionnellement choisis car tous deux se servent du critère de Drucker-prager qui a été sélectionné comme loi de comportement du sol dans le code d'éléments finis à tranches verticales élaboré, et cela afin de réaliser une comparaison rigoureuse.

VII.4.1-Comparaison des résultats d'un pieu chargé latéralement

Faruque et Desai (1982) ont étudié un pieu de section carrée de coté a = 0.61m et de longueur $L_p = 18.3m$ sous sollicitations horizontales. Les caractéristiques de résistance et de rigidité du sol et les caractéristiques géométriques du pieu sont regroupés dans le tableau 7.2.

Le maillage d'éléments fins 3-D avait pour dimensions $3.66 \ m \times 10.36 \ m$ dans le plan horizontal et 27.43 m dans le plan vertical à partir de la surface du sol. Ce maillage comprend 105 éléments briques à 8 noeuds.

Malgré le nombre insuffisant d'éléments pour modéliser un tel problème et malgré les imprécisions numériques qui caractérisent ce type d'éléments à champ de déplacement linéaire, le travail de Faruque et Desai constitue une bonne référence de comparaison à travers laquelle on pourra avoir une estimation globale des résultats du modèle des tranches verticales, car elle utilise la méthode des éléments finis 3-D et les deux travaux se servant du même critère de rupture. En plus la section du pieu est carrée, ce qui permet une modélisation correcte par l'approche des tranches verticales.

La Figure 7.5 illustre les allures des courbes effort-déplacement latéral de la tête du pieu pour les deux approches en comparaison. On s'aperçoit d'abord que l'accord est excellent dans la marge des petits déplacements puis une légère déviation est constatée lorsqu'on s'approche des grands déplacement pour les deux rigidités considérées. Cela est dû probablement aux imprécisions qui caractérisent la

modélisation de Faruque et Desai (1982). En effet, ils se sont servis d'un maillage grossier et un élément peu performant dans les problèmes où la flexion est l'élément caractéristique du comportement.

Matériau	Caractéristiques
Pieu	$L_p = 18.3 m$
	a = 0.61 m
	$E_p(lercas) = 20.67 \times 10^7 KPa$
	$E_p(2eme\ cas) = 20.67 \times 10^4 \ KPa$
	$v_{p} = 0.25$
Sol	$E_s = 1000 \text{ KPa}$
	$v_{s} = 0.33$
	<i>C</i> = 7.65 <i>KPa</i>
	$\Phi=0.0^{\circ}$

Tableau 7.2: Caractéristiques sol-pieu (Faruque et Desai, 1982).



Figure 7.5: Comparaison des déplacement latéraux.

VII.4.1-Comparaison des résultats d'un pieu chargé axialement

Un pieu chargé axialement est un problème relativement simple à analyser par la méthode des éléments finis conventionnelle à cause de la symétrie de révolution qu'il présente. On peut donc, employer des éléments axisymétriques pour modéliser rigoureusement ce type de problème. Le but de cette comparaison est de démontrer que le modèle non-linéaire d'éléments finis à tranches verticales est également capable de modéliser ce problème tout en ayant des résultats satisfaisants.

En modélisant le sol comme étant un matériau homogène obéissant à la loi de Drucker-Prager, Liu et Novak (1991) ont discrétisé un pieu chargé verticalement et son milieu environnant en éléments finis axisymétriques de champ quadratique à 8 nœuds. Les zones éloignées ont été modélisées par des éléments infinis. Les caractéristiques du pieu et du sol sont regroupées dans le Tableau 7.3.

Matériau	Caractéristiques
Pieu	$L_p = 10 m$
	d = 0.50 m
	$E_p = 20.0 \times 10^6 \text{ KPa}$
	$v_{p} = 0.25$
Sol	$E_s = 20000 \text{ KPa}$
	$v_{s} = 0.45$
	$C = 34 \ KPa$
	Φ = 16.7 °

Tableau 7.3: Caractéristiques sol-pieu (Liu et Novak, 1991).

La variation de l'effort axial appliqué en tête en fonction du tassement résultant, est montrée dans la Figure 7.6. On constate que les résultats des deux approches coïncident dans la marge des tassements inférieurs à 8 mm. Au-delà de cette valeur le MTV commence à sous-estimer les tassements. Cette légère déviation est due à l'imprécision dans la formulation du MTV qui néglige le déplacement *w* perpendiculaire au plan de la tranche et qui a la même valeur que celle des deux autres déplacements dans le problème des pieux chargés axialement.



Figure 7.6: Comparaison des tassements du pieu.

VII.5- Analyse de la réponse Effort-Déflexion d'un pieu coiffé d'un chevêtre carré encastré

Le problème d'un pieu coiffé d'un chevêtre ou d'une semelle de liaison de forme quelconque est un problème d'interaction sol/structure à comportement très complexe et purement 3D vis-à-vis les méthodes numériques d'analyse. Puisque le comportement du sol est non-linéaire, l'application de la méthode des éléments finis 3D à ce genre de problèmes est très laborieuse, en matière de temps de calcul et en matière d'effort humain pour la préparation de données et pour le dépouillement des résultats.

Bien que la fondation mixte constituée d'une semelle et d'un pieu avait été bien dimensionnée quant aux charges verticales, on connaît peu sur les facteurs quantifiant son comportement lorsque les charges horizontales sont envisagées. La semelle de liaison qui est souvent profondément enterrée, présente une capacité de résistance notable aux efforts horizontaux. La présence de la semelle qui est généralement négligée dans la conception, aboutira à un dimensionnement du pieu très conservatif. En effet, les déflexions et les moments fléchissants développés sur le pieu peuvent dépasser ceux du comportement réaliste par 100% ou plus (Mokwa et Duncan, 2001).

On applique dans ce paragraphe, le modèle non-linéaire des tranches verticales à l'analyse de la réponse Effort-Déflexion d'un pieu carré coiffé d'une semelle de liaison encastrée et également de forme carrée. Le système d'une forme géométrique très simple facilite la mise du milieu en tranches, et permet l'adoption rigoureuse des caractéristiques réelles des matériaux, évitant ainsi le recours à des modules d'Young fictifs tirés des rigidités flexionnelles réelles.

La Figure 7.7 montre une présentation schématique d'un pieu de section carrée de côté d=2a et de longueur de fiche L_p connecté à un chevêtre encastré de côté B=2b et d'encastrement e.



Figure 7.7 : Pieu carré coiffé d'un chevêtre (une semelle de liaison) encastré.

L'analyse par éléments finis en utilisant le modèle non-linéaire des tranches verticales se base sur un maillage raffiné dans les zones voisines de la semelle notamment celles qui se situent juste sous la base de la semelle et les interfaces verticaux, et dans les endroits proches du pieu, notamment sous la pointe du pieu. Les dimensions de la tranche à discrétiser s'étalent à 21 fois le demi-côté *b* de la semelle, de part et d'autre de la semelle de liaison horizontalement et une longueur de fiche L_p sous la pointe du pieu axialement. Les calculs par éléments finis ont été effectués en supposant que les matériaux du chevêtre et du pieu se comportent élastiquement, et seul le sol obéit à la loi élasto-plastique.

Afin de quantifier les effets des dimensions du chevêtre sur le comportement latéral de la fondation mixte, une étude paramétrique très restreinte est réalisée dans cette section. Dans ce but, trois longueurs de fiche de pieu ont été envisagés en l'occurrence : $L_p=7$, 12 et 14 m et deux cas de chevêtre de dimensions : $B \times B = 1.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$, et 4 m×4 m avec trois encastrements : e=0.5, 1.0 et 2.0 m.

Les caractéristiques de rigidité et de résistance relatives au pieu, au chevêtre et au sol sont regroupés dans le Tableau 7.4.

La figure 7.8 montre l'effet de l'encastrement du chevêtre sur la réponse effort-déflexion d'un pieu de fiche $L_p=7 m$, chargé latéralement coiffé d'un chevêtre de dimension B=1.5 m. L'examen de cette figure met en évidence deux points d'importance majeure :

• La capacité portante du pieu (load-carrying capacity) augmente considérablement lorsque le chevêtre est ajouté en comparaison avec le pieu seul,

• Cette augmentation est considérable même à un encastrement de e=0.5, au-delà duquel toute augmentation dans la valeur de e ne montre qu'une infime contribution dans la capacité portante latérale.

Matériau	Caractéristiques
Pieu de section carrée ($d \times d$)	d = 0.35 m
	$E_p = 20.0 \times 10^6 \text{ KPa}$
	$v_{p} = 0.30$
Chevêtre de forme carrée	$E_c = 20.0 \times 10^6 \text{ KPa}$
	$v_{c} = 0.25$
Sol	$E_s = 30000 \text{ KPa}$
	$v_{s} = 0.45$
	$C = 30 \ KPa$
	$\Phi = 15^{\circ}$

Tableau 7.4: Caractéristiques sol-pieu-chevêtre



Figure 7.8 : Courbes Effort-Déflexion (Pieu de fiche $L_p=7 m$, chevêtre de dimension B=1.5 m).

La Figure 7.9 montre les courbes Effort-Déflexion d'un pieu de même longueur de fiche ($L_p=7 m$), mais avec un chevêtre plus élargi (B=4 m). Comme on peut le constater clairement, la résistance latérale

offerte par le chevêtre multiplie celle du pieu par approximativement 4 fois. En outre, on peut faire la même observation qu'au-delà de e=0.5, la capacité portante est peu affectée.



Figure 7.9: Courbes Charge-Déflexion (Pieu de fiche $L_p=7 m$, chevêtre de dimension B=4 m).

La Figure 7.10 illustre la variation des déplacements latéraux en fonction de l'effort latéral appliqué pour un pieu de longueur de *12 m* coiffé d'un chevêtre de dimensions $B \times B = 1.5 m \times 1.5 m$. Bien que les tendances de variation sont les mêmes que celles des courbes précédentes, on s'aperçoit que l'augmentation de la capacité portante lorsqu'on passe d'un pieu isolé à un pieu avec chevêtre est inférieure à celle d'un pieu plus court (Figure 7.8). Cela est dû sans doute au fait que la résistance latérale des pieux longs est plus importante que celle des pieux courts. L'augmentation de l'encastrement au-delà de 0.5 m a peu d'influence sur la capacité portante.



Figure 7.10: Courbes Charge-Déflexion (Pieu de fiche $L_p=12 m$, chevêtre de dimension B=1.5 m).

La réponse Effort-Déflexion pour un pieu de longueur de fiche $L_p=12 m$ et un chevêtre de dimension B=4 m est montrée dans la Figure 7.11. La capacité de reprendre les charges horizontales est plus considérable dans ce cas en comparaison au cas précédent (Figure 7.10), et cela est dû au chevêtre de dimensions plus importantes.



Figure 7.11: Courbes Charge-Déflexion (Pieu de fiche $L_p=12 m$, chevêtre de dimension B=4 m).

La Figure 7.12 montre l'effet de la longueur du pieu sur la réponse Charge-Déformation du système pieu/ chevêtre. On s'est contenté dans ce cas à analyser les cas extrêmes des pieux $L_p=7 m$ et $L_p=14 m$. En examinant cette courbe on s'aperçoit qu'en deça d'un effort latéral approximativement égal à 2500 kN, les courbes sont presque confondues. Au-delà de cette charge, les pieux longs développent une capacité portante plus importante.



Figure 7.12: Réponse Effort-Déflexion (e=1.0 m, chevêtre de dimension B=1.5 m).

La Figure 7.13 illustre l'effet des dimensions du chevêtre sur l'évolution des déformations en fonction de l'effort latéral appliqué pour un pieu de longueur $L_p=7 m$. Les chevêtres ont un encastrement de e=0.5 m. On constate d'abord que la capacité offerte est d'autant plus importante que le chevêtre est de dimensions plus grandes. Cela montre clairement la nécessité d'introduire le chevêtre dans la conception du système pieu/chevêtre.



Figure 7.13: Réponse Effort-Déflexion ($L_p = 7m$, e=0.5 m).

Les mêmes courbes Effort-Déflexion pour un pieu de longueur $L_p=12 m$ sont montrées dans la Figure 7.14. On s'aperçoit que l'effet de la variation des dimensions du chevêtre est moins prononcé pour les pieux longs en comparaison avec des pieux de longueur inférieure.



Figure 7.14: Réponse effort-déflexion ($L_p = 12 m, e=0.5 m$).

VII.6-Conclusions

Le modèle d'éléments finis à tranches verticales élaboré et validé au chapitre V, a été étendu dans ce chapitre à prendre en considération la non-linéarité du sol. Le choix a porté sur le critère de rupture de Drucker-Prager (1952) pour sa simplicité et sa capacité de capturer correctement le comportement des sols cohérents et des sols pulvérulents. La comparaison des résultats non-linéaires du MTV avec ceux d'autres approches rigoureuses est très encourageante. Cela incite à appliquer cette approche non-linéaire à d'autres problèmes d'interaction sol-structure.

En réalisant que les résultats du modèle d'éléments finis à tranches verticales ont donné satisfaction lors de leurs comparaison avec ceux d'autres méthodes rigoureuses, la dernière section de ce chapitre a été consacrée à l'étude paramétrique d'un pieu vertical de section carrée coiffé d'un chevêtre de forme également carrée, et encastré dans le sol de telle manière que la face supérieure du chevêtre arase le niveau du sol.

A travers cette analyse paramétrique on a étudié les courbes Effort-Déflexion de l'ensemble pieu chevêtre sous sollicitations latérales. Les enseignements majeurs qu'on a pu dégager de cette étude sont nombreux :

- La capacité latérale des pieux longs dépasse de loin celle des pieux courts,
- L'ajout d'un chevêtre et en tirant profit de sa capacité portante, la capacité du pieu pour reprendre les efforts horizontaux s'améliore considérablement,
- La capacité portante latérale du chevêtre peut augmenter nettement par simple augmentation de ses dimensions,
- Au-delà d'un encastrement égal à e=0.5, toute augmentation de l'encastrement n'a que peu d'influence sur la résistance latérale du pieu,
- Pour la même résistance développée par le chevêtre, le passage de la capacité à des valeurs plus élevées est plus prononcée dans les pieux courts que dans les pieux longs.

On peut conclure finalement que la négligence de la présence du chevêtre dans les méthodes de dimensionnement peut mener à une surestimation importante des déplacements des pieux et des moments développés sur les fûts. De ce fait, l'ajout du chevêtre et l'analyse par une méthode rigoureuse comme celle qui a été présentée dans ce chapitre permet une quantification réaliste de tous les paramètres régissant le comportement latéral du système pieu/chevêtre. Par conséquent, un dimensionnement correcte réduit considérablement les coûts de construction.

Chapitre VIII

Conclusions générales et perspectives

VIII.1-Résumé et conclusions

L'essor des outils numériques en Génie Civil en général et en géotechnique en particulier, est l'un des aspects importants des recherches actuelles visant à améliorer les capacités des méthodes de dimensionnement des ouvrages et d'élaboration des projets. Cela est un travail de longue haleine dont l'utilité pratique reste insignifiante tant que l'on n'a pas fini de mettre au point des modèles et des méthodes fiables et représentatives.

Bien que l'interaction sol-semelle-pieu connue sous le nom de fondation mixte en tant qu'association d'une semelle et un pieu soit connue et utilisée depuis les temps les plus reculés, ce n'est qu'au cours des années 1970, que l'on s'est véritablement intéressé aux spécificités du comportement de la fondation mixte et à l'optimisation de son dimensionnement. Les méthodes de dimensionnement des fondations mixtes sous sollicitations verticales ont connu un essor important avec la participation de nombreuses universités, d'équipes de recherche et de bureaux d'étude. Des méthodes très élaborées ont été proposées et validées par la réalisation d'essais et la construction d'ouvrages en vraie grandeur.

L'étude numérique de l'interaction sol-semelle-pieu sous charges latérales est un problème d'interaction sol-structure très complexe. En effet, il constitue un problème véritablement tridimensionnel dont les mécanismes du comportement font intervenir un nombre considérable de paramètres. Puisque l'aspect de reprise des efforts latéraux dans ce problème n'avait pas été abordé jusqu'alors, notre recherche s'est fixée les principaux objectifs suivants:

• La quantification de l'aspect important du comportement interactif sol-semelle-pieu et l'amélioration de la connaissance des facteurs qui régissent ce comportement, plus particulièrement les effets de l'interface sur le comportement du système semelle-pieu lorsque la formulation de l'interface est possible.

• L'examen de l'effet des dimensions de la semelle sur les paramètres régissant le comportement latéral du pieu lorsque ce dernier est l'élément fondamental dans le système semelle-pieu (cas des ouvrages d'art) et L'examen de l'influence des caractéristiques du pieu sur le comportement du radier (cas des fondations de bâtiments et d'immeubles industriels).

• L'élaboration d'une procédure numérique permettant de ramener le problème sol-semelle-pieu à un problème bidimensionnel tout en gardant son aspect 3-D. Cette méthode constitue une alternative à une analyse tridimensionnelle par éléments finis lorsqu'aucune symétrie n'est exploitable dans le système sol-semelle-pieu.

Pour répondre à ces objectifs notre travail de recherche à été organisé en huit chapitres consacrés à l'étude de l'interaction sol-semelle-pieu par la méthode des éléments finis dans ses formes particulières en l'occurrence l'approche semi-analytique, et l'approche des tranches verticales interactives.

Après une brève introduction qui a permi de définir le problème et les objectifs visés, nous avons présenté une synthèse des contributions dans la littérature sur les différents sujets relatifs au problème de l'interaction sol-semelle-pieux.

La dénomination de l'interaction sol-semelle-pieux s'aligne sous le terme de fondation mixte dans la littérature française. Cette dernière, comprenait en réalité plusieurs acceptions, mieux distinguées par la terminologie anglo-saxonne qui différencie les expressions de ' radier sur pieux ' (piled raft), ' pieux en fluage ' (creep piles), ' pieux réducteurs de tassements ' (settlement reducing piles) et ' pieux sous chevêtre ' (capped piles) dans les ouvrages d'art.

Puisqu'à l'origine les fondations mixtes ont été conçues et réalisées pour reprendre les efforts verticaux dans le secteur des bâtiments et des immeubles industriels, nous avons présenté les différentes méthodes de dimensionnement allant des calculs simples à la main jusqu'à l'utilisation intensive des logiciels de calcul basés sur les méthodes numériques rigoureuses. Etant donnée la complexité du problème, la littérature relative à ce sujet est très abondante, et le passage en revue de toute les méthodes de dimensionnement dépasse le cadre de cette thèse. Par conséquent, on s'est contenté d'exposer uniquement quelques méthodes proposées par les chercheurs pionniers dans ce domaine.

Les méthodes de dimensionnement du problème semelle-pieux sous sollicitations latérales qui concerne plus particulièrement le domaine des ouvrages d'art, se trouvent actuellement dans un état primaire dû au nombre considérable de facteurs d'interaction mis en jeu.

La littérature traitant le problème de fondations mixtes sous sollicitations latérales est très rare, la raison pour laquelle nous n'avons localisé que deux travaux de recherche qui se consacrent réellement à ce sujet. Ces travaux à caractère analytique ont fait l'objet d'une exposition détaillée.

L'objectif principal de ce travail de recherche présenté dans cette thèse vise essentiellement l'exploration numérique de l'interaction sol-semelle-pieu et d'en quantifier les facteurs régissant. La semelle de liaison a été considérée comme un élément enterré, car l'encastrement qui caractérise la plupart des cas rencontrés en pratique, présente une résistance considérable aux efforts latéraux. Cette résistance, jusqu'alors, négligée dans les méthodes de dimensionnement peut conduire à une surestimation importante des déplacements et des efforts dans les pieux.

Lorsque la semelle de liaison ou le chevêtre qui coiffe le pieu est circulaire, le problème semelle-pieu présente une géométrie à symétrie de révolution sous chargement non-axisymétrique. Ce problème, qui jouit d'un traitement spécial lorsque la méthode des éléments finis est envisageable, est analysé par une technique appelée approche semi-analytique. Cette dernière consiste à décomposer les efforts appliqués et les déplacements en termes de séries de Fourier en n termes et à résoudre l'équivalent à n problèmes bidimensionnels.

En adoptant l'approche semi-analytique dans l'étude de l'interaction sol-semelle-pieu sous l'effet des efforts latéraux on a pu effectuer une étude mathématiquement 2-D, tout en gardant l'aspect 3-D du problème.

L'interface dans le problème semelle circulaire-pieu est également axisymétrique. A l'aide de l'approche semi-analytique on a pu proposer une nouvelle formulation analytique de la matrice de rigidité basée sur le concept d'un élément joint d'épaisseur nulle. Les avantages de l'emploi d'un tel élément ont été démontrés à travers l'examen des solutions analytiques de deux problèmes géotechniques, une semelle circulaire rigide et un pieu vertical sous chargement latéral.

L'analyse harmonique en élasticité linéaire et isotrope appliquée au problème semelle circulaire-pieu, avec incorporation des éléments d'interface a permis d'élaborer un code de calcul en Fortran. Les résultats de ce code numérique se sont avérés très encourageants, en particulier lorsqu'ils sont confrontés aux solutions analytiques disponibles en littérature.

Car ses solutions analytiques ne sont pas disponibles, une semelle circulaire encastrée sous l'effet d'un effort horizontal ou un moment de renversement, présente un intérêt pratique en géotechnique. Les modes de déplacement horizontal, de rotation et les modes couplés exprimés en termes de facteurs d'influence dans un sol caractérisé par une rigidité variable avec la profondeur, ont été profondément examinés. Cette étude paramétrique a considéré les deux situations d'interface où les conditions sont parfaitement rugueuses ou parfaitement lisses. Ensuite l'ensemble chevêtre circulaire-pieu, a été étudié en détail en effectuant une étude paramétrique qui a permis de visualiser les effets des dimensions de la semelle de liaison et les conditions d'interface sur les principaux paramètres régissant le comportement latéral du pieu auquel le chevêtre est connecté.

Lorsque le pieu est coiffé d'une semelle de forme non-circulaire, le système semelle-pieu perd sa symétrie de révolution, et par voie de conséquence une étude purement tridimensionnelle s'impose. Bien que cette dernière ait la possibilité de cerner rigoureusement le comportement du problème sol-structure, les calculs par éléments finis tridimensionnels sont extrêmement laborieux en matière d'effort humain, de manipulation de données, de dépouillement de résultats et extrêmement coûteux en matière de temps de calcul et de ressources sur ordinateur. A raison de ces inconvénients, une procédure numérique itérative dénommée Modèle des Tranches Verticales (MTV) a été proposée dans cette thèse. Cette dernière combine la méthode des éléments finis 2-D, et la méthode des différences finies, en remplaçant les inter-tranhes par des forces de volume fictives. Les comparaisons avec d'autres solutions numériques rigoureuses se sont avérées très encourageantes car elles ont montré des concordances excellentes.

La versatilité de la méthode proposée nous a incité à appliquer le modèle des tranches verticales à deux problèmes principaux souvent rencontrés en géotechnique en l'occurrence, une semelle carrée encastrée et un pieu de section carrée sous l'effet de sollicitations combinées. Car le modèle des tranches verticales peut rendre compte de l'effort axial, il a été jugé utile de considérer le chargement normal, et par

conséquent les efforts combinés sont constitués d'un effort vertical, un effort horizontal et un moment de renversement. La réponse de ces deux problèmes au chargement combiné a été exprimée en termes de facteurs de rigidité relatifs aux différents modes de déplacements, dans un milieu obéissant à une rigidité qui varie avec la profondeur selon une loi de puissance.

Le travail de recherche proposé dans cette thèse se termine par l'extension du modèle des tranches verticales proposé en élasticité linéaire à l'étude de l'interaction sol-structure dans un sol obéissant au critère de rupture de Drucker-Prager. Ce dernier a été choisi pour sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre dans un code de calcul. Les algorithmes et les aspects de calcul de la formulation non-linéaire du MTV ont été clairement exposés par des équations itératives et validés par la confrontation des résultats numériques avec des résultas d'éléments finis tridimensionnels.

VIII.2-Perspectives et recommandations

Ce travail de recherche méritait d'être poursuivi par un effort expérimental. En effet, l'expérimentation en vraie grandeur d'un pieu coiffé d'un chevêtre encastré sous sollicitations horizontales, permet de mieux connaître le comportement de l'ouvrage, de fournir des données de référence aux modélisateurs et d'éclairer les pratiques de dimensionnement. Dans le cas des fondations mixtes, dont le travail de recherche de cette a fait l'objet, l'instrumentation d'ouvrages réels devrait aider à accroître la diffusion de ce principe de fondation par des exemples d'applications réussies et bien documentées.

Bien que l'étude numérique réalisée dans le cadre de cette thèse a l'apparence de toucher au fond du problème de l'interaction sol-semelle-pieu sous sollicitations latérales, nous sommes entièrement conscients que nous n'avons cerné qu'une infime partie des nombreux paramètres qui influent réellement sur le problème. Lorsque le chargement latéral sur la semelle de liaison dépasse le chargement de service, un décollement du sol de la face arrière de la semelle pourra apparaître en surface, et un glissement relatif pourra avoir lieu si la semelle est lourdement chargée par un moment de renversement. Dans cette optique on pense qu'il est souhaitable d'établir une formulation analytique similaire à celle qui a été proposée pour l'élément de massif triangulaire à quinze nœuds, très performant dans la recherche des charges de rupture. En outre, on suggère d'introduire une loi de comportement non-linéaire afin de suivre le comportement de l'interface au-delà de son comportement élastique. Cela permettra de mieux simuler les phénomènes de glissement relatif et du décollement qui peuvent avoir lieu entre la structure axisymétrique et le sol.

Les capacités de prévision du modèle d'éléments finis à tranches verticales ont été uniquement validées dans le domaine non-linéaire par des résultats relatifs aux pieux isolés. Il serait donc intéressant, d'effectuer des études paramétriques sur un pieu vertical coiffé d'une semelle de liaison encastrée, afin de voir l'effet de cette dernière sur les allures des courbes *P*-*Y* proposées dans la littérature pour l'étude des pieux isolés par la théorie du module de réaction. A la lumière de cette étude, on pourra modifier les

expressions analytiques proposées pour le calcul des déplacements et des rotations de tête et des moments fléchissants maximum développés sur le fût, et d'y introduire un facteur permettant de rendre compte des dimensions et de la rigidité de la semelle de liaison.

On recommande également d'analyser par le modèle des tranches verticales un groupe de pieux coiffé d'un chevêtre encastré. Le groupe de pieux pourra facilement être modélisé par un pieu équivalent en se servant des facteurs d'interaction proposés dans la littérature.

Références bibliographiques

Amar Bouzid Dj. (1997). Analyse semi-analytique par éléments finis des pieux isolés sollicités horizontalement dans un milieu à comportement non-linéaire. Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, Algérie.

Arslan, U., Katzenbach, R., Reul, O. (1997). A numerical study of the soil-structure interaction of a combined pile-raft foundation on loose sand in Berlin. Proceedings, 7th, Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Seoul, 2035-2041.

Baker, C. N., Azam, T., Joseph, L. M. (1994). Settlement analysis for the 450 m KLCC towers, ASCE special technical publications, 40: 1650-1671.

Banerjee, P. K., Davies, T. G. (1978). The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in non-homogeneous soil. Géotechnique, 28(3): 309-326.

Bell, R. W. (1991). The analysis of offshore foundations subjected to combined loading. MSc thesis, University of Oxford, UK.

Bell, R. W., Houlsby, G. T., Burd, H. J. (1992). Finite element analysis of axisymmetric footings subjected to combined loads. Computer Methods and Advances in Geomechanics, 1765-1770.

Beer, G. (1985). An isoparametric joint/interface element for FE analysis. International Journal for numerical Methods in Engineering, 21: 585-600.

Booker, J. R., Balaam, N. P., Davis, E. H. (1985). The behavior of an elastic non-homogeneous halfspace. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 9: 353-367.

Borel, S. (2001). Comportement et dimensionnement des fondations mixtes. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.

Borel, S., Combarieu, O. (1998). Some observations on piled footing. Proceedings 2nd International PhD Symposium in Civil Engineering, Budapest, 493-499.

Burland, J. B., Sills, G. C., Gibson, R. E. (1973). A field and theoretical study of the interface of non-homogeneity on settlement. Proc. 8th International Conference on Soil Mechanics, Moscow 1.3, 39-46.

Burland, J. B. (1995). Piles as settlement reducers. Keynote adress, 18th, Italian Congress on Soil Mechanics, Pavia, Italy.

Butterfield, R., Banerjee, P. K. (1971-a). The elastic analysis of compressible piles and pile groups. Géotechnique, 21(1): 43-60.

Butterfield, R., Banerjee, P. K. (1971-b). The problem of pile group-pile cap interaction. Géotechnique, 21(2): 135-142.

Bycroft, R. N. (1956). Forced vibrations for a rigid circular plate on a semi-infinite elastic space and on an elastic stratum. Phil. Trans. Roy. Soc. A., 248: 327-368.

Carrier III, W. D., Christian, J. T. (1973). Rigid circular plate on a non-homogeneous elastic half space. Géotechnique, 23(1): 67-84.

Carter, J. P., Booker, J. R. (1983). Consolidation of axisymmetric bodies subjected to non-axisymmetric loading. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 7: 273-81.

Chen, W. F., Baladi, G. Y. (1985). Soil plasticity: theory and implementation. Elsevier, New York, 231 pages.

Chen, W. F., Han, D. J. (1988). Plasticity for structural engineers. Springer-Verlag, 606 pages.

Chen, W. F., Mizuno, E. (1990). *Nonlinear analysis in soil mechanics: theory and implementation*. Developments in geotechnical engineering 53, Elsevier Science Publishers B.V., The Netherlands.

Chow, Y. K. (1987). Vertical deformation of rigid foundations of arbitrary shape on layered soil media. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 11: 1-15.

Chow, Y. K., Teh, C. I. (1991). Pile-cap-pile group interactions in non-homogeneous soil. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 117(11): 1655-1668.

Clancy, **P.**, **Randolph**, **M. F. (1993).** An approximate analysis procedure for piled raft foundations. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 17: 849-869.

Cole, K. W., Burland, J. B. (1972). Observations of retaining wall movements associated with a large excavation. Proceedings of 5th European Conference on Soil Mechanics, Madrid 1, 445-453.

Cook, R. D. (1995). Finite element modeling for stress analysis. Wiley, New York.

Davis, E. H., Poulos, H. G. (1972). The analysis of pile raft systems. Australian Geomechanics Journal, G2(1): 21-27.

De Borst, R., Vermeer, P. A. (1984). Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. Geotechnique, 32(2): 199-210.

Desai, C. S., Johnson, L. D., Hargett, C. M. (1974). Analysis of pile-supported gravity lock. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 100(9): 1009-1029.

Desai, C. S., Zaman, M. M., Lightner, J. G., Siriwardane, H. J. (1984). Thin-layer element for interfaces and joints. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 8: 19-43.

Doherty, J. P., Deeks, A. J. (2003). Elastic response footings embedded in a non-homogeneous half-space. Géotechnique, 53(8): 703-714.

Dominguez, J., Roesset, J. M. (1978). Dynamic stiffness of rectangular foundations. Research report R78-20, Massachusetts Institute of Technology.

Douglas, D. J., Davis, E. H. (1964). The movements of buried footings due to moment and horizontal load and the movement of anchor plates. Géotechnique, 14(2): 115-132.

Durocher, L. A., Gasper, A., Rhoades, G. (1978). A numerical comparison of axisymmetric finite elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 12: 1415-1427.

Duncan, J. M. (1996). State of the art: limit equilibrium and finite element analysis of slopes. Journal of Geotechnical Engineering, 122(7): 577-596.

Duncan, J. M., Chang, C. Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1629-1653.

Duncan, J. M., Byrne, P., Wong, K. S., Mabry, P. (1980). Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analysis of stress and movements in soil masses. UCB/GT/80-01, College of California, Berkeley, California.

Drucker, D. C., Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis of limit design. Quart. Applied Mathematics, 10(2): 157-162.

El-Mossallamy, Y., Franke, E. (1997). Piled-rafts-Numerical modelling to simulate the behaviour of piled raft foundations. The authors, Darmstadt, Germany.

Evans, L. T., Duncan, J. M. (1982). Simplified analysis of laterally loaded piles. UCB/GT/82-04, University of California, Berkeley.

Faruque, M. O., Desai, C. S. (1982). 3-D material and geometric nonlinear analysis of piles. Proc. 2nd International Conference on Numerical Methods for Off-shore Pilings, Austin, Texas.

Fleming, W. G. K., Weltman, A. J., Randolph, M. F., Elson, W. K. (1992). *Piling Engineering*. Surrey University Press, Halsted Press, 380 pages.

Frank, R., Guenot, A., Humbert, P. (1982). Numerical analysis of contacts in geomechanics. 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, 1: 37-45.

Frank, R., Romagny, J.-C. (1990). PILATE version 10.4-Notice d'utilisation, LCPC, 69 pages.

Fraser, R. A., Wardle, L. J. (1976). Numerical analysis of rectangular rafts on layered foundations. Géotechnique, 26(4): 613-630.

Gazetas, G., Hatzikonstantinou, E. (1988). Elastic formulae for lateral displacement and rotation of arbitrarily-shaped embedded foundations. Géotechnique, 38(3): 439-444.

Gazetas, J. L., Tassoulas, R. D., O'Rourke, M. J. (1985). Elastic settlement of arbitrarily shaped foundations embedded in half-space. Géotechnique, 35(3): 339-346.

Gens, A., Carol, I., Alonso, E. E. (1988). An interface element formulation for the analysis of soilreinforcement interaction. Computers and Geotechnics, 7: 133-151.

Gerrard, C. M., Harrison, W. J. (1970). Circular loads applied to a cross-anisotropic half space. C.S.I.R.O. Aust. Div. App. Geomech., Tech. Paper no.8.

Ghaboussi, J., Wilson, E. L., Isenberg, J. (1973). Finite element for rock joints and interfaces. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, ASCE, 99: 833-84.

Goodman, R. E., Taylor, R. L., Brekke, T. L. (1968). A model for the mechanics of jointed rocks. J. Soil. Mech. Fdns., Div., ASCE, 99:637-659.

Griffiths, D. V. (1985). Numerical modelling of interfaces using conventional finite elements. Proceedings 5th, International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, 837-844.

Griffiths, D. V. (1988). Numerical studies of soil-structure interaction using a simple interface model. Canadian Geotechnical Journal, 25: 158-162.

Griffiths, D. V., Clancy, P., Randolph, M. F. (1991). Piled raft foundation analysis by finite elements. Proceedings, 7th, International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, 2: 1153-1157.

Guo, D. J., Tham, L. G, Cheung, Y. K. (1987). Infinite layer for the analysis of a single pile. Computers and Geotechnics, 3: 229-249.

Hain, S. J., Lee, I. K. (1978). The analysis of flexible raft-pile systems. Géotechnique, 28(1): 65-83.

Hansen, B. (1961). The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces. Bulletin no.12, the Danish Geotechnical Institute, Copenhagen.

Helmers, M. J., Duncan, J. M., Filz, G. M. (1997). Use of ultimate load theories for design of drilled shaft sound wall foundations. The Charles E. Via, Jr. Department of Civil Engineering, Virginia Tech., Blacksburg, VA.

Herrmann L. R. (1978). Finite element analysis of contact problems. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 104: 1043-1059.

Heuze, F. E., Barbour, T. G. (1982). New models for rock joints and interfaces. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 108(5): 757-776.

Hooper, J. A. (1973). Observations on the behavior of a piled raft foundation on London clay. Proc. Institution of Civil Engineers 55, part 2, 855-877.

Hooper, J. A. (1974). Analysis of a circular raft in adhesive contact with a thick elastic layer. Géotechnique, 24(4): 561-580.

Hooper, J. A. (1983). Non-linear analysis of a circular raft on clay. Géotechnique, 33(1): 1-20.

Horikoshi, K., Randolph, M. F. (1998). A contribution to optimum design of piled rafts. Géotechnique, 48(3):

301-317.

Janbu, N., Bjerrum, L., Kjaernsli, B. (1956). Veiledning ved losning av fundamenteringsoppgaver. N.G.I. publication no 16.

Johnson, G. R., Christiano, P., Epstein, H. I. (1975). Stiffness coefficients for embedded footings. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 101(GT8): 789-800.

Katona, M. G. (1983). A simple contact friction interface element with application to buried culverts. International Journal for Numurical and Analytical Methods in Geomechanics, 7: 371-384.

Katzenbach, R., Arslan, U., Gutmald, J., Holzhauser, J., Quick, H. (1997). Soil-structure interaction of the 300 m high commerzbank tower in Frankfurt am Main-Measurements an numerical studies.

Proceedings, 14th, International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg, 2: 1081-1084.

Kuwabara, F. (1989). An elastic analysis for piled raft foundations in a homogeneous soil. Soils and Foundations, 29(1): 82-92.

Lade, P. V. (1977). Elasto-plastic stress-strain theory for cohesion-less soil with curved yield surface. International Journal of Solids and Structures, 13: 1019-1035.

Lee, C. Y. (1991). Discrete layer analysis of axially loaded piles and pile groups. Computers and Geotechnics, 1: 295-313.

Lee, I. K. (1993). Analysis and performance of raft and raft-pile systems. Proceedings, 3rd, International Conference of Case Histories in Geotechnical Engineering, St Louis, 1331-1345.

Liu, W., Novak, M. (1991). Soil-pile-cap static interaction analysis by finite and infinite elements. Canadian Geotechnical Journal, 28: 771-783.

LPILE (1997). A program for the analysis of piles and drilled shafts under lateral loads. By Lymon Reese, Shin Tower Wang, Jose A. Arrellaga, and Joe Hendrix, ENSOFT, Inc., Houston, TX.

Magnan, J. P., Guilloux, A., Mestat, Ph. (1998). La pratique des calculs tridimensionnels en géotechnique. Journées d'études, presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chausses, Paris.

Mayne, P. W., Poulos, H. G. (1999). Approximate displacement influence factors for elastic shallow foundations. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 125(6), 453-460.

Meissner, H. E. (1976). Laterally loaded pile in cohesionless soil. In: Desi CS, editor. Proceedings of 2nd Conference on Numerical Methods in Geomechanics, VA, USA, 1353-65.

Meissner, H., Shen, Y. L. (1995). Bearing behaviour of a piled foundation. Proceedings, 11th, European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Copenhagen, 6: 119-125.

Mokwa, R. L., Duncan, J. M. (2000). Investigation of the resistance of the pile caps and integral abutment to lateral loading. Report no. FHWA/VTRC00-CR4, Department of Civil and Environmental Engineering, VP & SU, Blacksburg, Virginia.

Mokwa, R. L., Duncan, J. M. (2001). Evaluation of lateral-load resistance of pile caps. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 127(2): 185-192.

Narasimhan, S. L., Kameswara Rao, N. S. V. (1982). Finite element analysis of piled circular footings. Proceedings, 4th, International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, 2: 843-852.

Nayak, G. C., Zienkiewicz, O. C. (1972). Elasto-plastic stress analysis, generalization for various constitutive relations including strain softening. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 5: 113-135.

Naylor, D. J., Hooper, J. A. (1974). An effective stress finite element analysis to predict the short and long-term behaviour of a piled raft foundation on London clay. Proceedings Conference on Settlement of Structures, Cambridge, 394-402.

O'Neill, M. W., Caputo, V., De Cock, F., Hartikainen, J., Mets, M. (1996). Case histories of pilesupported rafts. Report for ISSMFE Tech. Comm., TC 18, University of Houston, Texas.

O'Rourke, M., Nasim, M. A. (1987). Lateral stiffness of contact pile foundations. Journal of Geotechnical Engineering, 113(5): 520-524.

Ottaviani, M. (1975). Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups. Géotechnique, 25(2): 159-174.

Ovesen, N. K. (1964). Anchor slabs, calculation methods and model tests. Bulletin no.16, the Danish Geotechnical Institute, Copenhagen.

Owen, D. R. J., Hinton, E. (1980). *Finite elements in plasticity: theory and practice*. Pineridge press limited, Swansea, UK.

Pande G. N, Sharma K. G. (1979). On joint/interface elements and associated problems of numerical ill conditioning. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 3: 293-300.

Pastsakorn, K., Tatsunori, M. (2002). A simplified analysis method for piled raft and pile group foundations with batter piles. International Journal for Numerical an Analytical Methods in Geomechanics, 26: 1349-1369.

Pastsakorn, K., Tatsunori, M. (2003). A simplified analysis method for piled raft foundations in nonhomogeneous soils. International Journal for Numerical an Analytical Methods in Geomechanics, 27: 85-109.

Potts, D. M., Zdravkovic, L. (1999). *Finite element analysis in geotechnical engineering: Theory.* Thomas Telford, London, UK.

Poulos, H. G. (1979). Settlement of single piles in non-homogeneous soil. Journal of Geotechnical Engineering ASCE, 105(5):627-641.

Poulos, H. G. (1991). Analysis of piled strip foundations. Comp. Methods and Advances in Geomechanics, ed. Beer et al., Balkema, Rotterdam, 1: 183-191.

Poulos, H. G. (1993). Piled rafts in swelling or consolidating soils. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Enginnering, ASCE, 119(2): 374-380.

Poulos, H. G. (1994). An approximate numerical analysis of pile-raft interaction. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 18: 73-92.

Poulos, H. G. (2000). Pile-raft interaction-Alternative methods of analysis. Development in Theoretical Geomechanics, Smith and Carter (eds), Balkema, Rotterdam.

Poulos, H. G., Davis, E. H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. John Wiley, New York.

Poulos, H. G., Davis, E. H. (1980). Pile Foundation Analysis and Design. Wiley: New York.

Prakoso, W. A., Kulhawy, F. H. (1998). Contribution to piled raft foundation design. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 127(1): 17-24.

Randolph, M. F. (1981). The response of flexible piles to lateral loading. Géotechnique, 31(2): 247-259.

Randolph, M. F. (1983). Design of piled foundations. Cambridge University, Engineering Department, research report soils TR 143.

Randolph, M. F. (1994). Design methods for pile groups and piled rafts. S. O. A. report, 13 ICSMFE, New Delhi, 5: 61-82.

Reese, L. C., Wang, S. T. (1997). LPILE Plus 3.0 Technical manual of documentation of computer program. ENSOFT, Inc., Austin, Texas.

Russo, G. (1998). Numerical analysis of piled rafts. International Journal for Numerical an Analytical Methods in Geomechanics, 22: 477-493.

Salvadurai, A. P. S. (1979). *Elastic analysis of soil-foundation interaction*. Developments in Geotechnical Engineering, no: 17, Amsterdam, Elsevier.

Schofield, A., Wroth, C. P. (1968). Critical state soil mechanics. Maidenhead, Mcraw-Hill, London.

Sharma, K. G., Desai, C. S. (1992). Analysis and implementation of thin-layer element for interfaces and joints. Journal of Engineering Mechanics, 118(12): 2442-2462.

Shen, W. Y., Chow, Y. K., Yong, K. Y. (2000). A variational approach for the analysis of pile grouppile cap interaction. Géotechnique, 50(4): 349-357.

Sinha, J. Poulos, H. G. (1997). Piled raft foundation systems in swelling and shrinking soils. Proceedings, 14th, International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg, 2: 1141-1144.

Siriwardane, H. J., Desai, C. S. (1983). Computational procedures for nonlinear three-dimensional analysis with some advance constitutive laws. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 7(2): 143-171.

Sloan, S. W., Randolph, M. F. (1982). Numerical prediction of collapse loads using finite element method. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 6: 47-76.

Small, J. C., Zhang, H. H. (2002). Behavior of piled raft foundations under lateral and vertical loading. The International Journal of Geomechanics, 2(1): 29-45.

Smith, I. M., Wang, A. (1998). Analysis of piled rafts. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 22: 777-790.

Spence, D. A. (1968). Self similar solutions to adhesive contact problems with incremental loading. Proc. Roy. Soc. A., 305: 55-80.

Sudret, B. (1999). Modélisation multiphasique des ouvrages renforcés par inclusions. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 364 pages.

Ta, L. D., Small, J. C. (1996). Analysis of piled raft systems in layered soils. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 20: 57-72.

Ta, L. D., Small, J. C. (1998). Analysis and performance of piled raft foundations on layered soils-case studies. Soils and Foundations, 38(4): 145-150.

Tadjbakhsh, S., Frank, R. (1985). Etude par la méthode des éléments finis du comportement élastoplastique de sols dilatants. Application aux pieux sous charge axiale. Rapport de recherche LPC, no. 135, 142 pages.

Trochanis, A. M., Bielak, J., Christiano, P. (1991). Three-dimensional nonlinear study of piles. Journal of Geotechnical Engineering, 3: 429-447.

Van Impe, W. F., Clerq, (1995). A piled raft interaction model. Geotechnica, no.73, 1-23.

Van Langen H., Vermeer, P. A. (1991). Interface elements for singular plasticity points. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 15: 301-315.

Vermeer, P. A., Brinkgreve, R. B. J. (1995). Plaxis user's manual, version 6.1. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.

Verruijt, A., Kooijman, A. P. (1989). Laterally loaded piles in a layered elastic medium. Géotechnique, 39(1): 39-46.

Viggiani, C. (1998). Pile groups and piled rafts behaviour. Deep foundations on bored and auger piles, BAP III, Van Impe and Haegman editors, Balkema, Rotterdam, 77-90.

Vetter, K. (1998). Untersuchungen zum traverhalten der kombinierten pfahlplattengrundung des messeturns in Frankfurt am Main auf der basis von messungen und numerischen computersimulationen. TU, Darmstadt-Diplomarbeit, 190 pages.

Wilson, E. L. (1965). Structural analysis of axisymmetric solids. J.Am. Inst. Aeronaut. Astronaut., 3(12): 2269-2274.

Winnicki, L. A., Zienkiewicz, O. C. (1979). Plastic (or visco-plastic) behavior of axisymmetric bodies subjected to non-axisymmetric loading-semi-analytical-finite element solution. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 14: 1399-1412.

Wolf, J. P., Song, Ch. (1996). Finite element modeling of unbounded media. Wiley and Sons, Chichester.

Xu, K. J., Poulos, H. G. (2000). General elastic analysis of piles and pile groups. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 24: 1109-1138.

Yamashita, K., Kakurai, M., Yamada, T. (1994). Investigation of a piled raft foundation on stiff clay. Proceedings, 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, New Delhi, 2: 543-546. Zaman, M. M., Najjar, Y. M., Muqtadir, A. (1993). Effects of cap thickness and pile inclination on the response of a pile group foundation by a three-dimensional non-linear finite element analysis. Computers and Geotechnics, 15: 65-86.

Zehong, Y., Chua, K. M. (1992). Exact formulation of axisymmetric-interface-element stiffness matrix. Journal of Geotechnical Engineering Division., ASCE, 118(8): 1264-1271.

Zhang, H. H., Small, J. C. (2000). Analysis of capped pile groups subjected to horizontal and vertical loads. Computers and Geotechnics, 26(1): 1-21.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (1991). The finite element method. 4th ed. Mcgraw-Hill, London.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2000). *The finite element method*, 5th ed. Butterworth-Heinemann, London.

Annexe: Publications et Communications Internationales

Publications Internationales

- Amar Bouzid, Dj., Tiliouine, B., Vermeer, P.A. (2004). Exact formulation of interface stiffness matrix for axisymmetric bodies under non-axisymmetric loading. Computers and Geotechnics, 31(2):75-87.
- Amar Bouzid, Dj., Vermeer, P.A., Tiliouine, B. (2005). Finite element vertical slices model: Validation and application to an embedded square footing under combined loading. Computers and Geotechnics, 32(2): 72-91.
- DJ. Amar Bouzid, P.A. Vermeer, B. Tiliouine, and M. Mir (2005). An Efficient Pseudo Three-Dimensional Finite Element Model: Presentation and Analysis of Two Soil/Foundation Interaction problems. International Journal of Computational methods, 2(2): 231-253.
- DJ. Amar Bouzid, B. Tiliouine, P.A. Vermeer. Response prediction of horizontally loaded single piles using a pseudo 3-D nonlinear FE procedure. Submitted to Geomechanics and Geoengineering: an International Journal.

Communications Internationales

- DJ. Amar Bouzid, B. Tiliouine, P.A. Vermeer (2006). Analysis of a piled footing under horizontal loading with emphasis on the effect of interface characteristics. First Euro Mediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structrures, Hammamet 3-5 May Tunisia, pp. 693-699.
- DJ. Amar Bouzid, B. Tiliouine, P.A. Vermeer (2006). Nonlinear analysis of laterally loaded piles by a pseudo three-dimensional FE model. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Graz, Austria, pp.569-574.

Thèse de Doctorat

Titre de l'ouvrage:

Modélisation Numérique de l'Interaction Sol-Semelle-Pieu sous Sollicitations Latérales

Nom de l'auteur:

Djillali Amar Bouzid

Etablissement:

Ecole Nationale Polytechnique d'El-Harrach, Alger

<u>Résumé</u>

Le cadre général de cette thèse de Doctorat est la modélisation numérique de l'interaction sol-semelle-pieu sous sollicitations horizontales.

Dans l'étude de l'ensemble semelle-pieu, où la semelle de liaison est circulaire, l'approche semi-analytique de la méthode des éléments finis a été appliquée à l'étude de ce type de fondations sous efforts latéraux. Un élément de joint axisymétrique d'épaisseur nulle a été également proposé pour la modélisation de l'interface séparant la semelle (pieu) et le sol. L'influence de ce dernier sur la réponse aux chargements latéraux du système sol-semelle-pieu a été profondément examinée. Lorsque la semelle coiffant le pieu est de forme non-circulaire l'analyse par éléments fins exige une étude véritablement tridimensionnelle. Afin de contourner cette difficulté, une nouvelle approche numérique baptisée 'modèle des tranches verticales' (MTV) a té mise au point. Cette dernière combine la MEF 2-D et la méthode des différences finies pour discrétiser le continuum en tranches verticales. On s'est attaché ensuite à l'application de ce nouveau modèle à l'étude d'une semelle encastrée carrée et un pieu sous l'effet des sollicitations combinées. Le modèle des tranches verticales a été également étendu aux sols obéissant aux critères élastoplastiques. Puisque les confrontations des résultats numériques à ceux d'autres méthodes rigoureuses ont donné satisfaction, on s'est servi du modèle des tranches verticales non-linéaire pour analyser la réponse effort-déformation d'un pieu coiffé d'un chevêtre carré sous l'effet des efforts horizontaux.