

MINISTERE AUX UNIVERSITES

CENTRE UNIVERSITAIRE DE CHLEF



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THESE

Présentée par: KAOUA Sid-Ali

Ingénieur

Pour l'obtention du diplôme de Magister

en Génie civil

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES
DES CHEMINEES INDUSTRIELLES
COMPTE TENU DE L'EFFET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE

Membres du jury:

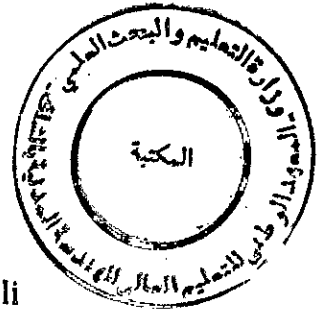
KADRI	Maitre de conférences	Président
BERRAH	Maitre de conférences	Examineur
CHEMROUK	Maitre de conférences	Examineur
GROSEV	Maitre de conférences	Examineur
TILIOUINE	Professeur	Rapporteur

Juillet 1991

MINISTERE AUX UNIVERSITES

CENTRE UNIVERSITAIRE DE CHLEF

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique



THESE

Présentée par: KAOUA Sid-Ali

Ingénieur

Pour l'obtention du diplôme de Magister

en Génie civil

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES
DES CHEMINEES INDUSTRIELLES
COMPTE TENU DE L'EFFET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE**

Membres du jury:

KADRI Maitre de conférences Président

BERRAH Maitre de conférences Examineur

CHEMROUK Maitre de conférences Examineur

GROSEV Maitre de conférences Examineur

TILIOUINE Professeur Rapporteur

DEDICACES

- A ma mère
- A mon père
- A mes frères et soeurs
- A tous mes amis

et

A la mémoire des victimes du seisme d'El Asnam

Je dedie ce modeste travail

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

C'est sous la direction éclairée du Professeur B. TILIOUINE que la présente thèse a pu être menée à terme. Je voudrais saisir l'occasion qui m'est offerte pour le remercier chaleureusement pour ses précieux conseils et lui exprimer ma profonde gratitude pour ses suggestions éminentes, ses encouragements permanents, son dévouement et surtout la mise à ma disposition de sa compétence effective notamment dans le domaine de l'analyse des structures.

Il m'est particulièrement agréable d'exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur A. KADRI, Maître de Conférences au Centre Universitaire de Chlef, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider ce jury de thèse.

J'adresse l'expression de ma profonde gratitude à Monsieur GROSEV, Maître de Conférences au C.U.Chlef, Monsieur BERRAH, Maître de Conférences à l'E.N.P et Monsieur CHEMROUK, Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B, membres examinateurs, pour avoir examiné, avec toute l'attention voulue, ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude la plus sincère.

Je remercie également la Direction de l'Institut de Génie Civil du C.U.Chlef et l'équipe du Centre de Calcul de l'E.N.P, pour leur aide précieuse et leur participation à la mise à jour de ce travail.

Je tiens à remercier particulièrement Messieurs BERMAD, CHAMBAZ, NAITKACI, SAADAOUI, TAIBI et SAIS pour leurs disponibilités.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, de quelque manière que ce soit, à la réalisation de cette recherche.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE PREMIER : INTRODUCTION

I.1: CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES CHEMINEES INDUSTRIELLES 1

I.2: POSITION DU PROBLEME 5

I.3: OBJECTIFS VISES 7

I.4: METHODOLOGIE PROPOSEE 10

 I.4.1: Hypothèses 10

 I.4.2: Modélisation mécanique 11

 I.4.3: Formulation du modèle mathématique 12

 I.4.4: Aspects numériques 13

CHAPITRE DEUXIEME : ANALYSE ET SYNTHESE DES TRAVAUX ANTERIEURS

II.1: Travaux de M. EISENBERGER. 14

II.2: Travaux de B. TILIOUINE. 15

II.3: Travaux de T.Y. YANG, K.W. KAYSER, L.C. SHIAU. . . 16

II.4: Travaux de H. KAPSAROV et M. MILICEVIC. 16

II.5: Travaux de A. S. ARYA et D. K. PAUL. 19

II.6: Travaux de J. ENRIQUE LUCO.	20
II.7: Travaux de J. P. WOLF.	21
II.8: Conclusions.	22

CHAPITRE TROISIEME: MODELISATION MATHEMATIQUE DE LA STRUCTURE

III.1: INTRODUCTION	23
III.2: MODELISATION DES CARACTERISTIQUES ELASTIQUES	26
III.2.1: APPROCHE PAR LA METHODE DES DEFORMABILITES	26
III.2.1.1: Formulation par la méthode des paramètres initiaux.	27
III.2.1.2: Formulation par la méthode de l'intégrale de MOHR.	30
III.2.2: APPROCHE PAR LA METHODE DE TYPE ELEMENTS FINIS	31
III.2.2.1: Introduction	31
III.2.2.2: Formulation analytique par le modèle à cisaillement	34
III.2.2.3: Élément fini de poutre uniforme.	36
3.a: Élément de poutre en flexion.	36
3.b: Élément portique.	39
III.2.2.4: Élément fini de poutre à inertie variable.	40
4.a: Élément de poutre en flexion.	42
4.b: Élément portique.	43
III.2.2.5: Élément fini de coque de révolution cylindrique.	44

III.3: MODELISATION DES CARACTERISTIQUES INERTIELLES. 47

III.3.1: Modèle à masses concentrées 47

III.3.2: Modèle à masses cohérentes. 49

III.3.2.1: Elément de poutre uniforme 49

 1.a: Elément de poutre en flexion. 49

 1.b: Elément portique. 50

III.3.2.2: Elément de poutre à inertie variable 52

 2.a: Elément de poutre en flexion. 52

CHAPITRE QUATRIEME : MODELISATION MATHEMATIQUE DE L'INTERACTION
 SOL-STRUCTURE

IV.1: INTRODUCTION. 54

IV.2: MODELE EQUIVALENT SIMPLIFIE 58

IV.3: MODELE A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE. 64

IV.4: MODELISATION DU SOL 65

 IV.4.1: Cas de fondations circulaires superficielles . 65

 IV.4.2: Cas de fondations cylindriques encastrees. . . 66

CHAPITRE CINQUIEME : CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES

V.1: INTRODUCTION 68

V.2: FORMULATION DES EQUATIONS DE MOUVEMENT 70

 V.2.1: Méthode des raideurs. 70

 V.2.2: Méthode des souplesses. 71

V.3: REDUCTION DE GUYAN	2
V.3.1: Principe de la méthode.	73
V.3.2: Justification de la méthode	74
V.4: METHODE DE TRANSFORMATION.	75
V.4.1: Formulation par les raideurs.	75
V.4.2: Formulation par les souplesses.	78

CHAPITRE SIXIEME : DESCRIPTION DU LOGICIEL DE CALCUL

VI.1: LOGICIEL DE CALCUL DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES STRUCTURES A INERTIE VARIABLE COMPTE TENU DE L'EFFET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE	81
VI.1.1: Introduction	81
VI.1.2: Description du logiciel.	82
VI.1.3: Organigrammes.	84

CHAPITRE SEPTIEME : APPLICATIONS NUMERIQUES ET ANALYSE PARAMETRIQUE

VII.1: INTRODUCTION	93
VII.2: PRESENTATION DE LA STRUCTURE	94
VII.3: MODELISATION DE LA STRUCTURE	96
- Effet du modèle à cisaillement	97
- Effet de degrés de liberté axiaux.	100
- Mise en évidence des effets de la modélisation de la masse.	101

- Validité du modèle de poutre uniforme 107
 - Effet de la modélisation en éléments finis de
 coque cylindrique de révolution 107

VII.4: PRISE EN COMPTE DE L'EFFET DE L'INTERACTION

SOL-STRUCTURE 109
 VII.4.1: Modèle équivalent simplifié 109
 - Effet de l'encastrement de la fondation. 114
 - Application numérique. 116
 VII.4.2: Modèle à plusieurs degrés de liberté 120
 - Précision du modèle équivalent simplifié 120
 - Incidence sur les modes supérieurs de vibration. 122
 - Incidence sur les fréquences modales 122
 - Incidence sur les formes modales 125

VIII.5: COMPARAISON ENTRE LES INVESTIGATIONS ANALYTIQUES ET
 EXPERIMENTALES. 128

CONCLUSIONS GENERALES ET RECOMMANDATIONS FUTURES 134

REFERENCES

NOTATIONS

Les principales notations utilisées dans cette thèse sont rassemblées ci-après. Les autres notations seront définies lors de leur apparition dans chaque chapitre .

- ν : coefficient de poisson
- E : module d'YOUNG
- ρ : masse volumique
- π : pi= 3.1415
- G : module de cisaillement transversal
- I : moment d'inertie
- S : section transversale
- l : longueur
- R : rayon
- h : hauteur
- u_i : composante du déplacement horizontal
- μ_i : composante du déplacement vertical
- ϑ_i : composante de rotation
- $m_{i,j}$: coefficient d'influence massique

f_{ij} : coefficient d'influence de souplesse

k_{ij} : coefficient d'influence de rigidité

[K] : matrice des raideurs

[M] : matrice des masses

[F] : matrice des souplesses

{P} : Vecteur chargement

m : masse de la structure équivalente

h : hauteur de la structure équivalente

k : rigidité de la structure équivalente

C_s : vitesse de propagation d'onde du sol

E_s : module d'élasticité de la structure

E_f : module d'élasticité de fondation

ω : pulsation

T : période de vibration

ϕ : vecteur modal

Chapitre I

INTRODUCTION

I - 1: CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES CHEMINÉES INDUSTRIELLES

Les différents aspects technologiques relatifs à la construction des cheminées industrielles ainsi que les modalités pratiques et documents techniques de dimensionnement des tours en béton armé ont fait l'objet de nombreuses publications dans la littérature spécialisée [2], [5], [7], [8], [11].

Depuis quelques décennies, on assiste à une évolution très rapide des techniques d'exécution et des méthodes de calcul des cheminées, sous l'impulsion sans cesse croissantes des exigences des maîtres d'ouvrages. Les plus importants facteurs ayant contribué à cette évolution sont l'accroissement de la hauteur, l'élévation de la température des gaz, et l'augmentation des risques de corrosion.

Une hauteur entre 30 à 40 m marque le passage des cheminées en maçonnerie de briques aux cheminées en béton armé, coulé sur place ou préfabriqué. L'abandon des cheminées en briques est un fait relativement nouveau, dû notamment à la diminution du nombre

des monteurs-briqueteurs qualifiés, au coût élevé de la main-d'oeuvre et au temps long de construction par rapport à celui obtenu par les techniques modernes.

Les cheminées de plus de 100 m de hauteur étant, du point de vue assurance, classées ouvrages à caractère exceptionnel, la garantie accordée est subordonnée, d'une part aux qualifications professionnelles de l'assuré, et d'autre part à l'observation des conditions techniques définies par les règles de construction des cheminées [8].

Entre 140 et 160 m de hauteur, aux difficultés d'exécution viennent s'ajouter les difficultés théoriques. Il est évident que pour de telles cheminées les problèmes posés par l'action dynamique du vent ou du seisme ne peuvent plus être résolus par un simple calcul approximatif. De plus, dès qu'on dépasse les 200m, les données expérimentales commencent à faire défaut; on est obligé d'extrapoler les connaissances acquises sur des ouvrages de plus faible hauteur et donc la plus grande prudence est conseillée. Un calcul théorique précis ne peut plus être suffisant; il faut alors effectuer des vérifications selon plusieurs méthodes.

En outre, le calcul thermique a toujours été un problème difficile à résoudre. En effet, tant que les températures des gaz restaient basses et que la section du béton ne présentait que de faibles tractions, le calcul des contraintes thermiques en sections homogènes fournissait des résultats assez

satisfaisants. Les températures des gaz étant en constante augmentation, les résultats du calcul en section homogène devenaient de moins en moins corrects [2].

Actuellement, dans l'industrie pétrochimique, on arrive à des températures des gaz de l'ordre de 600 à 700 °C, ce qui correspond à un gradient thermique très élevé. Dans ce cas, il est indispensable d'effectuer un calcul thermique en section fissurée. Avec l'apparition des gaines métalliques isolées d'une manière très efficace (par exemple, deux couches de laine de verre 2x5cm d'épaisseur), le problème des contraintes thermiques peut se trouver pratiquement éliminé dans certains cas [2].

Jusqu'aux années cinquante, la plupart des cheminées évacuaient des fumées provenant de la combustion du charbon dont la température était de l'ordre de 250 à 300°C avec une action corrosive assez réduite. Depuis, l'éventail des températures des fumées s'est largement étendu et les risques de corrosion se trouvent de plus en plus augmentés.

Pratiquement toutes les fumées sont corrosives, leur degré de nocivité étant lié à leur teneur en soufre. Pour cela, on prévoit une protection intérieure constituée par un briquetage réfractaire avec un vide d'air ventilé et, éventuellement, une couche isolante disposée entre le revêtement et le fût.

Dans le monde industriel, ils existent plusieurs types de cheminées et le système préfabriqué a eu longtemps la préférence. Mais aujourd'hui, on préfère les cheminées coulées sur place grâce

aux systèmes de coffrages grimpants et glissants, le premier coffrage permet de construire des cheminées à fût double, triple, etc... , qui est une solution plus rationnelle. Le second coffrage ne permet que la réalisation des cheminées de largeur constante et à parois verticales mais avec une rapidité relativement grande par rapport au coffrage grimpant.

Les cheminées étudiées sont des cheminées indépendantes, c'est à dire que leur seule liaison mécanique avec l'extérieur est l'encastrement ou plutôt leur degré de fixité à la base. Leurs sections en plan peuvent avoir diverses formes (rectangulaire, carrée, ovoïde, etc...).

Dans cette thèse, on a opté pour des cheminées de section annulaire variable de manière continue en élévation.

Les tours de section annulaire sont des constructions que l'on rencontre fréquemment de nos jours. On peut citer, par exemple les cheminées, les tours de télécommunications et de contrôle, les phares, les supports de chateaux, certains piliers et mâts de construction industrielles, etc.... Du point de vue des calculs, les tours les plus complexes sont les cheminées, dont le fût en béton armé est soumis pratiquement à toutes les sollicitations qui peuvent agir sur ce genre d'ouvrages [11].

I - 2: POSITION DU PROBLEME

L'analyse dynamique de problèmes réels posés par la construction de projets industriels de plus en plus importants (bâtiments élevés , réacteurs nucléaires , pylônes , cheminées industrielles , etc...) , nécessite des modélisations parfois très sophistiquées en vue d'une représentation aussi fidèle que possible de leurs comportements dynamiques réels .

Les modèles mathématiques qui en découlent sont ensuite intégrés dans des codes de calcul sur ordinateur pour bénéficier des possibilités offertes par celui ci, à savoir rapidité et précision .

Les structures peuvent être modélisées soit à l'aide d'éléments finis complexes, soit de façon moins sophistiquée sous forme d'éléments finis de poutres plus ou moins développés. La modélisation de la structure par éléments finis nécessite, pour une meilleure approche de l'analyse du comportement statique ou dynamique réel de la structure, l'usage d'un ordinateur ayant des spécifications souvent spéciales, en capacité mémoire, en vitesse d'horloge et possibilités de stockage; spécifications qui déterminent la taille du problème à résoudre, et la précision des résultats obtenus. La modélisation pour les calculs dynamiques de structures complexes sous une forme d'éléments de poutres offre le grand avantage de ne conduire qu'à des modèles numériques de tailles relativement faibles (sans

faire appel aux gros moyens de calcul) conduisant ainsi pour une précision sommaire et parfois très acceptable à un temps de calcul réduit.

Les développements récents des méthodes d'analyse des structures ont permis l'émergence de la méthode des intégrales de frontières fortement conseillée pour la modélisation des domaines très vastes, finis et semi-infinis.

S'il est vrai que la littérature spécialisée consacrée à la modélisation des structures est relativement étoffée, il n'en demeure pas moins que les études relatives au système sol-structure sont très limitées.

Ainsi, à cause de la complexité du problème, l'ingénieur utilise des modèles simples qui consistent à supposer la structure parfaitement encastrée à sa base.

Bien que plusieurs constructions peuvent être ainsi modélisées, de telles simplifications ne sont pas toujours admises pour l'analyse dynamique des structures présentant une topologie structurale complexe, notamment lorsque celles-ci reposent sur un sol caractérisé par une rigidité locale variable. Aussi, conçoit-on aisément qu'une modélisation tenant compte des effets de l'interaction sol-structure s'impose.

En outre, l'incidence des effets de l'interaction sol-structure sur le comportement dynamique des constructions n'est pas parfaitement connue, mais un consensus général suggère et recommande leur prise en compte. Les efforts de recherches

sont actuellement orientés vers ce domaine pour mieux cerner les problèmes d'interaction qui, désormais, ne peuvent être ignorés par les ingénieurs des bureaux d'étude .

I - 3: OBJECTIFS VISES

La présente recherche a pour but d'une part, le développement de modèles mathématiques susceptibles de simuler le comportement vibratoire des cheminées industrielles élancées, caractérisées par une distribution d'inertie et/ou de masse variables et d'examiner d'autre part, les effets de l'interaction sol-structure sur les caractéristiques dynamiques notamment en vibrations libres.

Ce travail présente trois volets de recherche étroitement liés:

Le premier volet concerne le développement d'un modèle mathématique suffisamment précis et performant permettant d'approcher avec un nombre fini de degrés de liberté le comportement d'une structure possédant une infinité de degrés de liberté.

Le deuxième volet considère l'étude des effets de l'interaction sol-structure sur les cheminées industrielles et la nécessité de tester l'applicabilité de modèles simplifiés d'interaction sol-structure permettant de réduire considérablement les efforts de calcul induits généralement par la prise en compte du phénomène d'interaction sol-structure

Une investigation paramétrique et comparative a été effectuée en faisant varier la hauteur de la superstructure, la densité des matériaux, le mode de liaison (le degré d'encastrement) avec le sol, le rapport des modules d'élasticité de la structure et du sol de fondation ainsi que le coefficient de Poisson de dernier.

Le troisième volet constitue la transcription informatique du travail proposé. A cet effet un logiciel, à portée générale, de calcul des caractéristiques dynamiques des structures présentant des distributions d'inertie et de masse variables, compte tenu du phénomène d'interaction sol-structure, a été élaboré.

Ce logiciel permet l'évaluation des caractéristiques nécessaires à la résolution du problème dynamique à l'aide de plusieurs méthodes de calculs performantes via deux approches principales:

- La première approche par la méthode des déformabilités
- Méthode des paramètres initiaux.
- Méthode de l'intégrale de MOHR.

La deuxième approche par la méthode de type éléments finis.

Une attention particulière a été accordée à cette dernière.

Divers éléments sont étudiés;

- Élément de poutre uniforme.
- Élément de poutre uniforme compte tenu des effets axiaux.
- Élément de coque.
- Élément de poutre à inertie variable.
- Élément de poutre à inertie variable compte tenu des effets axiaux.

L'élément de poutre à inertie variable avec ou sans effet axial été spécifiquement développé dans cette thèse et constitue donc une contribution originale non négligeable.

En outre, il a été prévu pour chaque cas de modélisation deux approches différentes de caractérisation des propriétés massiques, à savoir:

- Approche par masses concentrées.
- Approche par masses cohérentes.

Enfin, le modèle retenu est soumis aux exigences de deux modèles d'interaction sol-structure.

Une confrontation des résultats obtenus sur deux cheminées élancées a été effectuée avec des résultats expérimentaux.

Divers algorithmes numériques de calcul des caractéristiques propres de la structure ont été implantés sur ordinateur. Les considérations relatives à la taille des problèmes nous ont

obligés à utiliser une technique de réduction des équations d'équilibre dynamique.

I - 4: METHODOLOGIE PROPOSER

I-4-1: Hypothèses

Dans les hypothèses de calcul, il y a lieu de distinguer :

* Celles qui sont relatives à la structure :

a) Les structures étudiées sont symétriques du point de vue raideur et masse .

b) La masse de la structure peut être évaluée par deux méthodes :

- la première consiste à concentrer les masses aux noeuds ; dans ce cas, seuls les degrés de liberté de translation sont pris en compte .

- la deuxième dite "cohérente " prenant en compte les degrés de liberté de translation horizontale, de translation verticale et de rotation.

c) Le matériau est continu , homogène , isotrope et élastique .

d) Le comportement de chaque élément de la structure et de l'ensemble est élastique linéaire .

e) L'amortissement est négligeable .

* Celles qui sont relatives aux sols :

a) Si le sol est infiniment rigide , on admet alors que la base de la structure suit rigoureusement les déplacements du sol

b) Si le sol possède une certaine flexibilité (à modéliser de façon appropriée) un déplacement relatif de la structure est induit par rapport au sol, et la considération du phénomène d'interaction sol-structure ne saurait être négligée.

I-4-2: Modélisation mécanique

Compte tenu des hypothèses précédentes , deux modèles de la structure peuvent être envisagés (fig.(1-1))

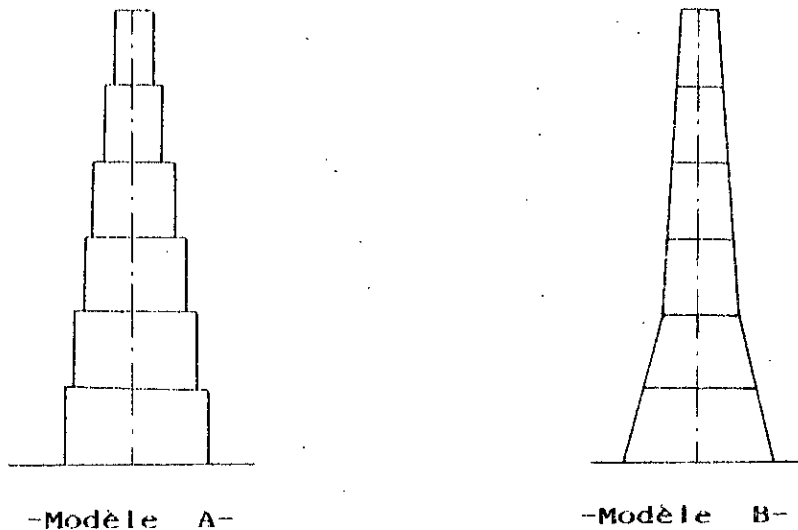


Figure (1-1)

- Un modèle fictif, qui consiste à subdiviser la structure en tronçons ayant chacun une inertie moyenne constante (modèle A)

- Un modèle réel, à inertie variable le long de la structure (modèle B)

Le sol est modélisé par deux ressorts , l'un travaillant en translation horizontale et l'autre en rotation .

I-4-3: Formulation du modèle mathématique

La formulation du modèle mathématique permet d'obtenir des matrices caractérisant le comportement dynamique linéaire de la structure compte tenu du phénomène d'interaction sol-structure.

La formulation mathématique des équations du mouvement basée sur la méthode matricielle aboutit à un système d'équations différentielles linéaires homogènes du second ordre. Les équations du problème des fréquences et formes propres de vibration, qui en découlent, seront résolues par une méthode de transformation appropriée afin de déterminer les périodes et modes propres de vibration de la structure étudiée compte tenu des effets d'interaction sol-structure .

I-4-4: Aspects numériques

Un logiciel de calcul numérique a été mis au point pour déterminer les matrices caractérisant les comportements élastiques et massiques et résoudre le problème de l'évaluation des caractéristiques dynamiques en prenant en compte l'effet souvent prépondérant du phénomène d'interaction sol-structure.

Le logiciel a été conçu pour le traitement des cheminées industrielles à inertie variable. Son adaptation pour le calcul d'autres structures présentant des distributions de masse et d'inertie variables, ne nécessite que des modifications minimales.

Par ailleurs, il convient de signaler que les résultats numériques obtenus dans le cadre de cette investigation ont été confrontés à des résultats obtenus à partir d'études expérimentales en milieu ambiant [281,136].

Chapitre II

ANALYSE ET SYNTHÈSE DES TRAVAUX ANTERIEURS

La littérature spécialisée consacrée au génie sismique est relativement abondante, notamment en ce qui concerne la modélisation des structures dites courantes pour lesquelles de nombreux progrès ont été réalisés. Paradoxalement, la modélisation des structures présentant des particularités de comportement induites par les effets simultanés des caractéristiques géométriques et mécaniques variables conjugués à ceux du phénomène d'interaction sol-structure sont nettement moins évoqués.

Ceci s'explique par le fait que leur mise en évidence est plutôt récente.

Aux fins de mieux appréhender les problèmes posés par la modélisation des structures à inertie variable, en particulier les cheminées industrielles ainsi que les effets de l'interaction sol-structure, un bref aperçu des principales investigations effectuées par divers chercheurs sur le comportement dynamique des diverses cheminées compte tenu des effets d'interaction sol-structure est présenté.

II - 1: Travaux de M. EISENBERGER

L'étude de quelques structures particulières est effectuée en utilisant un élément fini de type prismatique. Des variations linéaire ou parabolique de la hauteur, une variation linéaire de la largeur peuvent être prises en considérations [32]. Les termes explicites de la matrice de rigidité des éléments prismatiques ont été obtenus à partir de la matrice de souplesse correspondante.

Il est conclu que la modélisation en cinq éléments, conduit à une erreur n'excédant pas 5 % pour les trois types d'éléments. Cette erreur est pratiquement nulle si le nombre d'éléments choisi est égal ou supérieur à dix.

II - 2: Travaux de B. TILIOUINE

Le travail pionnier de B. TILIOUINE effectué en 1975 sur une cheminée industrielle de 250m de hauteur demeure une référence locale très utile [14].

Une approche continue est développée pour la modélisation du comportement dynamique des cheminées élancées. L'étude des moments et des déformations dans le cas des poutres à inertie variable est effectuée en utilisant la théorie dite des poutres fictives. Les effets séparés et combinés du vent, de la température et du poids propre ainsi que de l'ensoleillement sur les cheminées élancées

sont analysée..

Certains problèmes spécifiques aux cheminées ont été également abordés, tels que, la présence des ouvertures, évaluation des contraintes effectives et calcul des contraintes admissibles pour différents cas de charges, en tenant compte de la variation du module d'élasticité.

II - 3: Travaux de T. Y. YANG. W. KAYSER , L. C. SHIAU

Des cheminées de grande hauteur sont modélisées en utilisant l'élément fini de poutre d'Euler-Bernoulli, la réponse dynamique est estimée en utilisant la méthode de superposition modale [16]. Les cheminées sont supposées rigidement fixées à la base.

Les mesures expérimentales permettent de calculer trois fréquences naturelles qui ont été comparées avec les valeurs calculées analytiquement . Les résultats théoriques sont en bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

II - 4: Travaux de H.KAPSAROV et M.MILICEVIC

Une étude comparative entre les investigations théoriques et expérimentales des cheminées industrielles de grandes hauteurs a été présentée par H.KAPSAROV et M.MILICEVIC lors de la huitième

conférence européenne sur le génie parasismique qui s'est tenue à LISBONNE en 1986 [36].

Le modèle mathématique proposé par ces auteurs pour représenter le comportement complet d'un système sol-structure est basé sur les aspects suivants :

- La structure de la cheminée étudiée est traitée comme un modèle discret à n degrés de liberté .
- Le modèle est linéaire.
- L'interaction sol-fondation est modélisée par des ressorts élastiques , l'un travaillant en translation horizontale et l'autre en rotation.
- La matrice des raideurs globale est diagonalement symétrique d'ordre $2n \times 2n$ et est représentée par :

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{\theta\theta} & k_{\theta v} \\ k_{v\theta} & k_{vv} \end{bmatrix}$$

où $k_{\theta\theta}$: est la matrice d'ordre $n \times n$ représentant les coefficients d'influence de rigidité rotatoire du modèle discrétisé

$k_{\theta v}$:matrice d'ordre $n \times n$ représentant les coefficients d'influence de rigidité rotatoire et de translation horizontale

k_{vv} :matrice d'ordre $n \times n$ représentant les coefficients

d'influence de rigidité de translation horizontale
du modèle discrétisé .

- La modélisation massique utilisée est du type masse concentrée, où la matrice des masses est diagonale d'ordre $2n \times 2n$ et est représentée par :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{\vartheta_i} & 0 \\ 0 & m_{v_i} \end{bmatrix}$$

où

m_{ϑ_i} : est le moment d'inertie massique du $i^{\text{ème}}$ point du modèle .

m_{v_i} : est la masse concentrée au $i^{\text{ème}}$ point de modèle discrétisé .

avec $i = 1, 2, \dots, n$

Le modèle a été testé sur trois cheminées modernes de grandes hauteurs en béton armé ayant pour hauteurs respectives, 160 m, 250 m et 300 m. Un essai expérimental a été en outre réalisé à l'aide de la technique de mesure en vibration ambiante .

Les résultats analytiques obtenus par ce modèle sont très proches des résultats des essais expérimentaux .

Le travail de H.KAPSAROV et M.MILICEVIC s'est limité à l'étude d'un système discret à deux degrés de liberté par noeud , en utilisant un modèle de masses concentrées , ce travail ne fait

pas ressortir l'effet de l'interaction sol-structure où des conclusions intéressantes auraient pû être formulées .

II - 5: Travaux de A.S.ARYA et D.K.PAUL

L'objet de ces travaux a porté sur une étude comparative des résultats données , par la réponse sismique de quatre cheminées industrielles élancées de hauteur variant entre 120 m et 180 m , en tenant compte de l'effet de l'interaction sol-structure [17].

Les forces sismiques considérées sont estimées à partir d'un spectre de réponse qui permet généralement de prédire les sollicitations avec une bonne précision.

La rigidité du sol est variable suivant la vitesse de propagation de 150 m/s à 1200m/s , en considérant que la base était rigide .

Ces auteurs se sont aussi intéressés à la distribution des efforts tranchants et des moments fléchissant le long de la hauteur de ces cheminées .

Le modèle proposé pour représenter la structure de la cheminée est un système de masses concentrées tout les 5m environ, la méthode de la matrice de transfert a été utilisée pour l'analyse dynamique où les déformations dues aux moments , aux efforts tranchants et à l'inertie rotatoire ont été prises en considération .

Les résultats obtenus à partir de cette étude mettent en évidence le rôle prépondérant joué par la vitesse de propagation du sol (C_s) dans l'interaction sol-structure en tenant compte de la flexibilité du sol. En effet, la base d'une cheminée peut être considérée comme infiniment rigide si la vitesse de propagation du sol est de l'ordre de 600 m/s.

On remarque que ces auteurs ne se sont pas intéressés aux variations des modes propres de vibration (valeurs et vecteurs propres) sous l'effet de l'interaction sol-structure.

II - 6: Travaux de J. E. LUCO

Les effets de l'interaction sol-structure sur la réponse sismique des cheminées industrielles de grandes hauteurs (au delà de 100 m) en métal ou en béton armé ont été décrits. Deux cheminées ont été retenues, l'une métallique de 130 m de hauteur et l'autre en béton armé de 150 m [37].

La fondation est représentée par un block rigide reposant sur un modèle de sol uniforme visco-élastique. Un lien parfait entre la fondation et le sol est supposé.

Les résultats confirment les effets de l'interaction sol-structure sur la réponse dynamique pour des cheminées de type industrielles à grande hauteur, ces derniers sont significatifs seulement pour les sols caractérisés par une vitesse de propagation

d'onde inférieur à 700 m/s .

II - 7: Travaux de J.P. WOLF

Le Docteur J. P. WOLF constitue à lui seul une référence dans le domaine de l'interaction sol-structure, les cours qu'il a donné et les recherches qu'il a supervisé particulièrement à l'Institut Suisse Fédérale de Zurich et à l'Ecole Polytechnique de Lausanne ont abouti à la publication de nombreux papiers et en particulier l'édition de son remarquable livre, divisé en deux tomes intitulés " Dynamic soil-structure interaction " et " Soil-structure interaction analysis in time domain " [30],[34].

J. P. WOLF propose une approche uniforme de l'analyse de la réponse en champ libre, basée essentiellement sur la propagation d'onde; il a procédé à une profonde étude, formulée tantôt par la méthode des éléments finis et tantôt par la méthode des intégrales au frontières, parfois il procède même au " mariage " des deux méthodes

Dans le domaine de l'interaction sol-structure et à partir de la modélisation du sol par des ressorts liant la structure à une base rigide , J.P.WOLF a proposé un modèle simple à un degré de liberté pour l'étude de l'influence des différents paramètres caractérisant le système sol-structure . Sa méthode consiste à modéliser la structure comme étant une masse équivalente m , placée

une auteur équivalente h , et liée à la base rigide par deux ressorts, l'un travaillant en translation et l'autre en rotation

Mise à part, les conclusions intéressantes qui ont été conduites, on remarque que cette étude n'est limitée qu'à la vérification de l'effet de l'interaction sol-structure sur la valeur de la fréquence du mode fondamental, par contre l'incidence sur les modes supérieurs (valeurs et vecteurs modaux) a été omise.

II - 8: Conclusions

Cette analyse bibliographique, aussi succincte soit elle, a permis de développer une méthodologie de travail et d'orienter ou d'ajuster les différentes étapes du travail en fonction des développements techniques les plus récents. Elle a permis en outre de définir les modélisations numériques permettant de caractériser les effet d'interaction sol-structure et de confronter les résultats des modèles analytiques étudiés ou proposés dans cette thèse avec les résultats expérimentaux obtenus par d'autres auteurs en vue de leur validation.

Chapitre III

MODELISATION MATHEMATIQUE DE LA STRUCTURE

III-1: INTRODUCTION

Dans le cas général, la modélisation d'une structure comporte trois aspects :

- Un aspect géométrique et cinématique: le choix des degrés de liberté de la structure, ainsi que le nombre de tronçons correspondant.

- Un aspect mécanique: la modélisation des relations contraintes-déformations gouvernant le système est prise en compte, soit par la matrice de souplesse ou de rigidité du système.

- Un aspect dynamique: la discrétisation en éléments matériels et les caractéristiques inertielles de ces éléments, cet aspect est pris en compte par la matrice des masses du système.

On va procéder dans ce qui suit à la détermination explicite des termes des matrices impliquées dans la résolution du problème .

On commence par la détermination automatiques des caractéristiques géométriques et mécaniques.

La cheminée est divisée en " n " tronçons de longueur " L ".

Le choix doit être tel que, les hypothèses prises pour le calcul des déformations ainsi que celles admises pour le séisme (masses réparties transformées en masses discrètes concentrées) se trouvent acceptables.

Chaque élément tronconique est caractérisé par ses dimensions géométriques ; d_i , h_i , S_i , I_i représentant respectivement; le diamètre intérieur, l'épaisseur, la section transversale et le moment d'inertie comme il est indiqué sur la figure (III-1)

- Eléments géométriques :

Sont considérés comme tels, les côtes d'encombrement, à savoir, diamètres extérieurs, aires annulaires, inerties et sections annulaires etc... .

Les côtes de départ sont très importantes puisqu'elles conditionnent toute la suite des calculs.

A partir de ces côtes, on peut déterminer les diamètres extérieurs, les épaisseurs, les inerties des sections annulaires etc... pour les

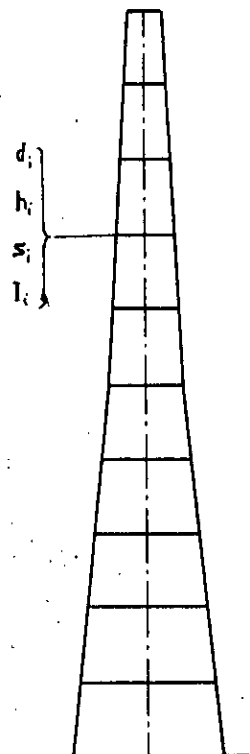


Figure (III-1)

différentes sections.

A cet effet, un programme de calcul automatique est élaboré pour générer l'ensemble de ces caractéristiques .

- Eléments mécaniques :

Après avoir établi les caractéristiques géométriques , on peut déterminer le volume , et le poids de toute la structure et de chaque tronçon.

Par intégration, on peut montrer que le volume d'un tronçon de hauteur L , ayant des diamètres intérieurs d_1 , d_2 et extérieurs D_1 , D_2 (figure (III-2)) , est donné par :

$$V = \frac{\pi}{2} L (D_1^2 - d_1^2 + D_2^2 - d_2^2 + D_1 D_2 - d_1 d_2)$$

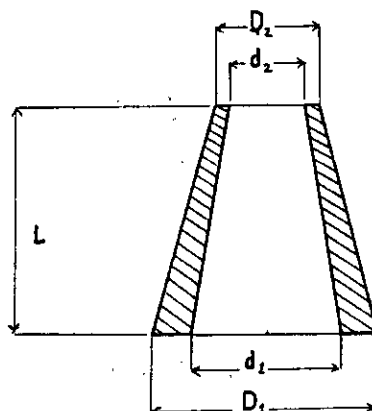


Figure (III-2)

De façon analogue, les caractéristiques de chemisage sont systématiquement établies en prenant en considération l'épaisseur d'air, la largeur des briques etc... .

III-2: MODELISATION DES CARACTERISTIQUES ELASTIQUES.

III-2-1: APPROCHE PAR LA METHODE DES DEFORMABILITES

Le coefficient d'influence de souplesse f_{ij} peut être défini comme étant la valeur du déplacement associé au degré de liberté i , provoqué par une charge unitaire appliquée suivant la direction correspondante au degré de liberté j .

III-1-1-1: Formulation par la méthode des paramètres initiaux

Soit une poutre dont le chargement est appliqué conformément à la figure (III-3)

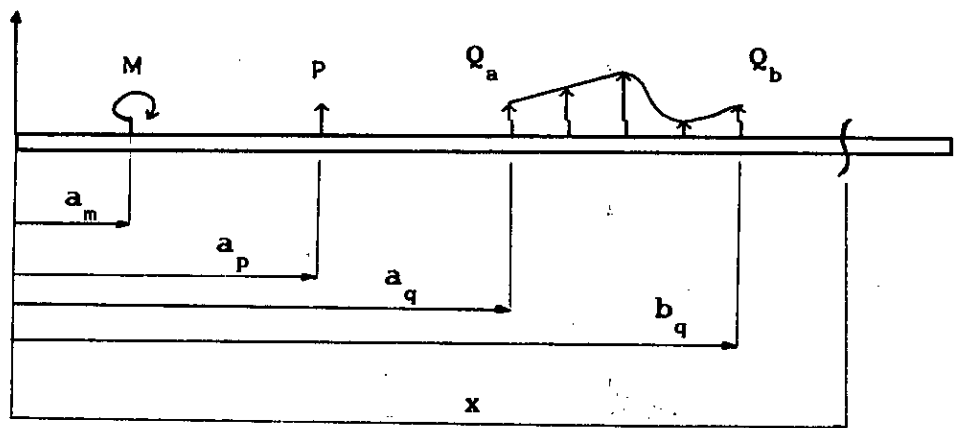


Figure (III-3)

où

M : moment des couples extérieurs y compris les réactions .

P : charges concentrées y compris les réactions .

Q_a, Q_b : valeurs de la charge distribuée entre les points $x=a_q$
et $x = b_q$

L'expression donnant la valeur du déplacement f_x dans une section arbitraire de la poutre située à une distance x de l'origine des coordonnées est donnée par :

$$E I f_x = E I f_0 + E I \vartheta_0 + \sum \frac{M(x-a_m)^2}{2!} + \sum \frac{P(x-a_p)^3}{3!} + \sum \frac{Q_a(x-a_q)^4}{4!} - \sum \frac{Q_b(x-b_q)^4}{4!} + \sum \frac{Q'_b(x-a_q)^5}{5!} - \sum \frac{Q'_b(x-b_q)^5}{5!} + \dots \quad (3 - 1)$$

où E : module d'élasticité longitudinal.

I : moment d'inertie.

f_0 : flèche correspondante à $x = 0$.

ϑ_0 : rotation correspondante à $x = 0$.

Pour un encastrement à l'origine, le déplacement vertical f_0 et la rotation ϑ_0 de la section encastree sont évidemment nuls. De plus si le chargement est composé de charges généralisées concentrées seulement, l'équation (3 - 1) devient:

$$E I f_x = \sum \frac{M(x-a_m)^2}{2!} + \sum \frac{P(x-a_p)^3}{3!} \quad (3 - 2)$$

Dans le cas d'une poutre à inertie variable ou à gradins, la détermination des déformations peut être réalisée après avoir

écrit l'équation différentielle de l'axe curviligne de la poutre pour chaque tronçon dont les rigidités en flexion des sections transversales sont respectivement: $E I_1, E I_2, \dots, E I_n$

avec I_i : moment d'inertie du $i^{\text{ème}}$ tronçon .

d'où:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{E I_0} , \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{E I_1} , \quad \dots , \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{E I_n}$$

Substituons à la poutre à gradins constituée par des tronçons, une poutre équivalente de section constante, d'inertie I_0 égale au moment d'inertie d'un de ses tronçons (inertie de référence).

Multiplions par $\frac{I_0}{I_n}$ le 2^{ème} membre de l'équation différentielle pour un tronçon quelconque, il vient :

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{E I_n} \times \frac{I_0}{I_0} = \frac{M(x)}{E I_0} \times \frac{I_0}{I_n} = \frac{M(x)}{E I_0} \times \beta_n$$

ou $\beta = \frac{I_0}{I_n}$ est le coefficient de réduction.

Comme le moment fléchissant est fonction de la charge, toutes les charges extérieures et les efforts internes (effort tranchant et moment) aux jonctions des tronçons peuvent être multipliés par le coefficient de réduction au lieu du moment fléchissant et ce, quelque soit le segment élémentaire de la poutre .

En joignant les divers tronçons entre eux et en additionnant les efforts internes existant aux jonctions, on obtient alors, une

poutre de section constante, ayant EI_0 comme rigidité en flexion et sollicitée par des charges extérieures réduites.

Ceci étant, c'est aux jonctions qu'on observera de brusques variations des efforts tranchants et des moments fléchissants, variations égales respectives à :

$$\begin{aligned} \Delta M_1 &= M_1 (\beta_1 - \beta_0) ; & \Delta M_2 &= M_2 (\beta_2 - \beta_1) ; & \Delta M_n &= M_n (\beta_n - \beta_{n-1}) \\ \Delta Q_1 &= Q_1 (\beta_1 - \beta_0) ; & \Delta Q_2 &= Q_2 (\beta_2 - \beta_1) ; & \Delta Q_n &= Q_n (\beta_n - \beta_{n-1}) \end{aligned}$$

La poutre équivalente ainsi obtenue possède une ligne élastique coïncidant complètement avec celle de la poutre à gradins considérée.

Les déplacements d'une telle poutre peuvent être évalués en intégrant l'équation différentielle ;

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M_{red}(x)}{EI_0}$$

où M_{red} est le moment créé par des charges extérieures réduites et $(\Delta Q, \Delta M)$ les charges supplémentaires déterminées par les formules réduites :

$$\Delta Q_i = Q_i (\beta_{i+1} - \beta_i) \qquad \Delta M_i = M_i (\beta_{i+1} - \beta_i)$$

Finalement on aboutit à l'équation des paramètres initiaux pour une poutre à " n " tronçons à inertie variable ;

$$f_x = \frac{1}{E I_0} \left(\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta M_i (x-a_i)^2}{2!} - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta Q_i (x-a_i)^3}{3!} \right), \quad x \geq a_i$$

avec $\Delta M_0 = M$ $\Delta Q_0 = Q$ et $a_0 = 0$

III-1-1-B: Formulation par la méthode de l'intégrale de MOHR

Une autre façon de calculer les coefficients de souplesse, est de passer par l'intégrale de MOHR, qui est la suivante :

$$f_{ij} = \int_{(1)} \frac{M_i(x) \cdot M_j(x)}{E I} dx$$

où $M_i(x)$: Moment en x créé par une charge unitaire placée en i.

$M_j(x)$: Moment en x créé par une charge unitaire placée en j.

Pour le cas d'une structure dont l'inertie varie d'un tronçon à l'autre, le calcul d'un coefficient de souplesse donné revient à intégrer l'expression de MOHR sur chacun de ses tronçons ;

$$f_{ij} = \frac{1}{E} \sum_{k=1}^i \int_{a_{k-1}}^{a_k} \frac{M_i(x) \cdot M_j(x)}{I_{k-1}} dx, \quad i < j$$

III-2-2: APPROCHE PAR LES METHODES DE TYPES ELEMENTS FINIS

III-2-2-1: Introduction

On subdivise la structure à étudier en éléments finis de forme géométrique simple, de manière à approximer le mieux possible sa géométrie. On se donne une approximation du champ des déplacements à l'intérieur de chaque élément e , soit :

$$[U]^e = [\phi]^e [a]^e$$

avec $[\phi]$: Matrice des fonctions base de l'approximation.

$[a]$: Vecteur des coordonnées généralisées de l'élément.

On choisissant comme nouvelles variables les déplacements généralisés aux noeuds de l'élément considéré, q^e , le vecteur regroupant les composantes des déplacements aux noeuds et éventuellement leur dérivées successives, permet d'exprimer l'approximation du champ des déplacements sous la forme ;

$$[U]^e = [A]^e [q]^e$$

avec $[A]$: Matrice d'interpolation dont les éléments sont fonction de la forme.

Cette relation permet de caractériser les déplacements en un point de l'élément en termes d'interpolation des déplacements aux noeuds, soit :

$$[q]^e = [\phi]^e [a]^e$$

$$[a]^e = [\phi^{-1}]^e [q]^e$$

$$[U]^e = [\phi]^e [\phi^{-1}]^e [q]^e$$

où

$$[A]^e = [\phi]^e [\phi^{-1}]^e$$

On peut aisément exprimer les déformations et contraintes en fonction des déplacements aux noeuds ;

$$[\epsilon]^e = [D]. [U]^e = [D]. [A]^e [q]^e = [B]^e [q]^e$$

$$[\sigma]^e = [E]. [\epsilon]^e = [E]. [B]^e [q]^e$$

où la matrice [D] est l'opérateur différentiel linéaire et [E] la matrice des propriétés élastiques de l'élément.

D'après le principe des travaux virtuels, le travail externe produit par les charges nodales doit être égale au travail interne des contraintes :

$$\delta W^e = \delta U^e \quad (3 - 3)$$

Le travail externe δW des forces nodales dû à un déplacement virtuel est :

$$\delta W^e = \delta q^T . P \quad (3 - 4)$$

où P : Vecteur des charges nodales .

Le travail interne par unité de volume est donné par :

$$\delta U^e = \int_v \delta \epsilon^T . \sigma \, dv \quad (3 - 5)$$

En substituant l'éq.(3-4) et (3-5) dans l'éq.(3-3), nous obtenons :

$$\delta q^T . P = \int_v \delta \epsilon^T . \sigma \, dv$$

sachant que

$$\delta U = A \delta q \quad \text{et} \quad \delta \epsilon = B \delta q$$

alors

$$\delta q^T \cdot P = \delta q^T \int_V B^T E \epsilon \, dv$$

En simplifiant par δq^T des deux membres, on obtient :

$$P = \left(\int_V B^T E B \, dv \right) q$$

qu'on peut écrire sous la forme :

$$[P]^e = [K]^e \cdot [q]^e$$

avec

$$[K]^e = \int_V ([B]^T [E] [B])^e \, dv$$

où $[K]^e$: représente la matrice de rigidité élémentaire.

Celle-ci est fonction des matrices d'interpolation $[A]^e$, d'opérateur $[D]$ et celle d'élasticité du matériau $[E]^e$.

Le coefficient d'influence de rigidité k_{ij} peut être défini comme étant la valeur de la force associée au degré de liberté i , provoquée par un déplacement unitaire appliqué suivant la direction correspondante au degré de liberté j , les autres degrés de liberté étant bloqués.

Avant de terminer le paragraphe relatif à la méthode des éléments finis, on donnera un aperçu sur la méthode des niveaux indéformables.

III-2-2-2: Formulation analytique par le modèle à cisaillement

Soit une structure à n niveaux déplaçables horizontalement sans rotation, soient K_1, K_2, \dots, K_n les rigidités respectives des niveaux $1, 2, \dots, n$, données par :

$$K_i = \frac{12 E I_i}{h_i^3}$$

E : Module de YOUNG.

I_i : Moment d'inertie du niveau (i).

h_i : hauteur de niveau (i).

Pour illustrer la détermination d'une matrice de rigidité globale $[K]$, on considère une structure à 4 niveaux, figure(III-4), soumise à des forces perturbatrices $p(t)$ variables :

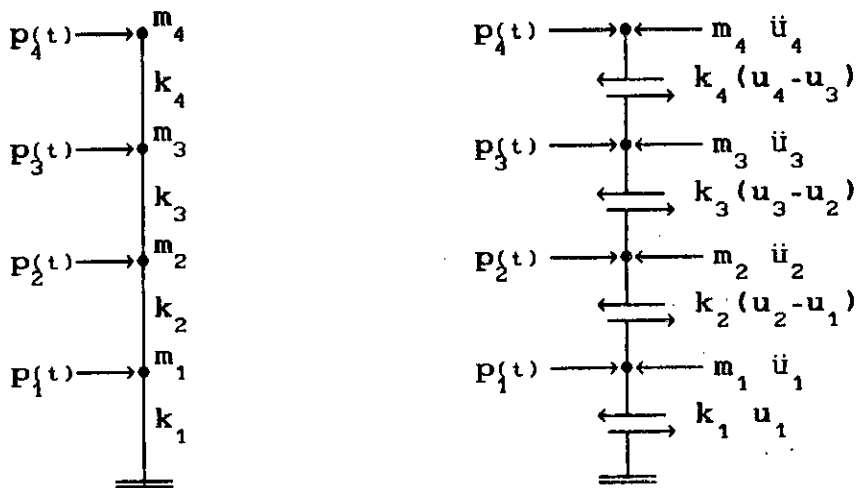


Figure (III-4)

En écrivant l'équation d'équilibre de chaque masse (chap.V), on obtient le système d'équation suivant :

$$m_4 \ddot{u}_4 - p_4(t) + k_4(u_4 - u_3) = 0$$

$$m_3 \ddot{u}_3 - p_3(t) + k_3(u_3 - u_2) - k_4(u_4 - u_3) = 0$$

$$m_2 \ddot{u}_2 - p_2(t) + k_2(u_2 - u_1) - k_3(u_3 - u_2) = 0$$

$$m_1 \ddot{u}_1 - p_1(t) + k_1 u_1 - k_2(u_2 - u_1) = 0$$

Ce système d'équations s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$[M] \{ \ddot{U} \} + [K] \{ U \} = \{ P(t) \}$$

avec

$$[K] = \begin{bmatrix} k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\ -k_4 & k_3+k_4 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_2+k_3 & -k_2 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2+k_1 \end{bmatrix}$$

Cette formulation peut être généralisée dans le cas d'une structure à n degrés de liberté :

$$[K] = \begin{bmatrix} k_n & -k_n & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -k_n & k_{n-1}+k_n & -k_{n-1} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & -k_{n-1} & k_{n-2}+k_{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & k_2+k_3 & -k_2 & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & -k_2 & k_2+k_1 & \cdot \end{bmatrix}$$

III-2-2-3: Elément fini de poutre uniforme

3-a: Elément de Poutre en flexion

Pour ce type d'élément, fig.(III-5), le vecteur des déplacements s'écrit :

$$q = [v_1 \ \vartheta_1 \ v_2 \ \vartheta_2 \]$$

où $\vartheta_1 = \frac{dv_1}{dx}$ et $\vartheta_2 = \frac{dv_2}{dx}$

On proposera une fonction de déplacement polynomiale de la forme :

$$v = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3$$

et $\vartheta = \frac{dv}{dx} = a_2 + 2a_3 x + 3a_4 x^2$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = [\phi] \cdot [a]$$

En exprimant les coefficients de déplacement [a] en fonction des déplacements nodaux [q]

$$[q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

or : $[a] = [\phi^{-1}] \cdot [q]$

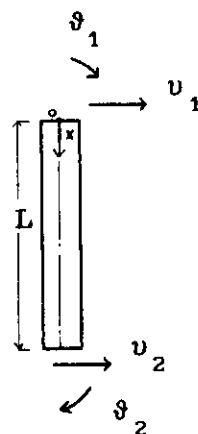


Fig.(III-5)

d'où

$$[\phi^{-1}] = \frac{1}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ -3L & -3L & 3L & -L \\ 2 & L & -2 & L \end{bmatrix}$$

On obtient donc :

$$[A] = [\phi] \cdot [\phi^{-1}] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

avec :

$$[N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] = \frac{1}{L^3} [2x-3x^2L+L^3 \quad x^3L-2x^2L+xL^3 \quad -2x+3xL \quad x^3L-x^2L^2]$$

Sachant que l'opérateur différentiel linéaire s'écrit :

$$D = -z \frac{d}{dx^2}$$

et

$$[B] = D [A]$$

La matrice de rigidité de l'élément considéré s'écrit :

$$[K] = \int_V [B]^T E [B] dv$$

$$[K] = \int_0^1 \int_s \frac{E z}{L} \begin{bmatrix} 12x-6L \\ 6x-4L^2 \\ -12x+6L \\ 6xL-2L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12x-6L & 6x-4L^2 & -12x+6L & 6xL-2L^2 \end{bmatrix} ds dx$$

où s : représente la section transversale de l'élément.

Il importe de noter que l'inertie de l'élément est supposée constante.

Les coefficients de la matrice de rigidité s'écrivent

sous la forme :

$$k_{ij} = E I \int_0^L \left(a + b \cdot \frac{x}{L} + c \cdot \frac{x^2}{L^2} \right) dx$$

ou encore :

$$k_{ij} = E I L \left(a + \frac{1}{2} b + \frac{1}{3} c \right)$$

Les valeurs de a, b et c sont dressées dans le tableau (3-I)

i	j	a	b	c	
1	1	36	-144	144	$\times L^{-4}$
1	2	24	-84	72	$\times L^{-3}$
1	4	12	-60	72	$\times L^{-3}$
2	2	16	-48	36	$\times L^{-2}$
2	4	8	-36	36	$\times L^{-2}$
4	4	4	-24	36	$\times L^{-2}$

- Tableau (3 - I) -

Avec

$$k_{13} = - k_{11}$$

$$k_{33} = k_{11}$$

$$k_{23} = - k_{12}$$

$$k_{34} = - k_{14}$$

L'utilisation de ces valeurs permet d'obtenir la matrice de rigidité élémentaire :

$$[K] = \frac{E I}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

3 - b: Élément portique

L'élément portique est un élément travaillant simultanément à la flexion et à la traction (ou à la compression).

Les matrices de rigidité des éléments poutre et barre sont combinées pour donner la matrice de rigidité de l'élément portique.

On a déterminé précédemment la matrice de rigidité de l'élément poutre , dans ce qui suit on va construire celle de l'élément barre, fig.(III-6).

Partant de la relation

$$u = a_1 + a_2 x$$

et tenant compte des conditions aux limites , il est alors possible d'écrire u sous la forme:

$$u = \mu_1 + \frac{\mu_1 - \mu_2}{L} x$$

ou encore $u = [A]^e \cdot [q]$

avec

$$[A] = [N1 \quad N2] \quad \text{et} \quad N1 = 1 - \frac{x}{L} \quad N2 = \frac{x}{L}$$

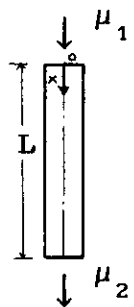


Fig.(III-6)

Comme

$$D = \frac{d}{dx} \quad \text{et} \quad [\epsilon] = [B] \cdot [q]$$

avec

$$[B] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

on a :

$$[K] = \frac{E S}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

où S : représente la section transversale de l'élément.

III-3-2-4: Élément fini de poutre à inertie variable.

Considérons les types de poutre représentées dans la figure (III-7) :

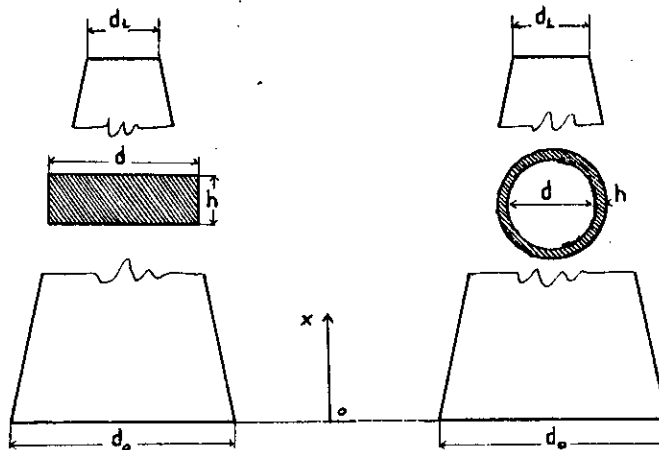


Fig.(III-7)

Une section transversale quelconque et son moment d'inertie sont donnés par les relations:

$$S = c_1 h d \quad (3 - 6)$$

et

$$I = c_2 h d^3 \quad (3 - 7)$$

où c_1 et c_2 sont des constantes, h et d les dimensions de la section transversale variant linéairement le long de la poutre considérée ;

$$d = d_0 \left\{ 1 - (1 - r_d) \frac{x}{L} \right\} \quad \text{où} \quad r_d = \frac{d_L}{d_0}$$

$$\text{et} \quad h = h_0 \left\{ 1 - (1 - r_h) \frac{x}{L} \right\} \quad \text{où} \quad r_h = \frac{h_L}{h_0}$$

En faisant le changement de variable suivant : $x / L = \zeta$

on aura

$$d = d_0 (1 - \bar{d}\zeta) \quad \text{où} \quad \bar{d} = 1 - r_d$$

$$h = h_0 (1 - \bar{h}\zeta) \quad \text{où} \quad \bar{h} = 1 - r_h$$

La substitution de ces valeurs dans les équations (3-6) et (3-7) permet d'obtenir l'expression de la section transversale :

$$S = S_0 (1 + \alpha\zeta + \beta\zeta^2)$$

où S_0 : est la section transversale à $x = 0$.

$$\text{et} \quad \alpha = -\bar{d} - \bar{h}$$

$$\beta = \bar{h} \cdot \bar{d}$$

Le moment d'inertie:

$$I = I_0 (1 + A\zeta + B\zeta^2 + C\zeta^3 + D\zeta^4)$$

où

I_0 : est le moment d'inertie à la position $x = 0$

avec

$$A = - 3\bar{d} - \bar{h}$$

$$B = 3\bar{d}^2 + 3\bar{d} \bar{h}$$

$$C = - \bar{d}^3 - 3\bar{d}^2 \bar{h}$$

$$D = \bar{d}^3 \bar{h}$$

4 - a: Élément de poutre en flexion

La matrice de rigidité pour ce type d'élément est donnée par : fig.(III-8)

$$[K] = \int_0^L [B]^T E I(x) [B] dx$$

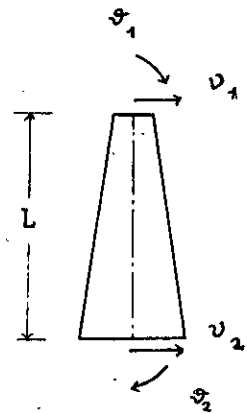


Fig.(III-8)

En substituant l'expression du moment d'inertie dans cette intégrale , on obtient :

$$k_{ij} = EI_0L \int_0^1 (a + b\zeta + c\zeta^2) \cdot (1 + A\zeta + B\zeta^2 + C\zeta^3 + D\zeta^4) d\zeta$$

ou encore

$$k_{ij} = EI_0L \left[a + \frac{1}{2}(b+aA) + \frac{1}{3}(d+bA+B) + \frac{1}{4}(dA+bB+aC) \right. \\ \left. + \frac{1}{5}(dB+bC+aD) + \frac{1}{6}(dC+bD) + \frac{1}{7}(dD) \right]$$

où a, b, c et A, B, C, D sont données respectivement dans le tableau (3-I) et le (§ III-1-2-4).

4 - b: Élément portique

Les coefficients d'influence de la matrice de rigidité de l'élément barre à inertie variable sont exprimés par:

$$k_{ij} = \pm E S_0 L \int_0^1 (1 + \alpha\zeta + \beta\zeta^2) d\zeta$$

En intégrant cette équation on obtient :

$$k_{ij} = \pm E S_0 \frac{1}{L} \left(1 + \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{3} \beta \right)$$

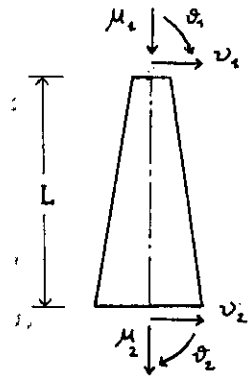


Fig.(III-9)

La combinaison de ces coefficients avec ceux de la poutre en flexion, permet d'en déduire la matrice de rigidité de l'élément portique, fig.(III-9).

III-2-2-5: Elément fini de Coque de revolution cylindrique.

Un élément de coque tronconique axisymétrique ,à la fois simple et performant a été developpé,[9] et [19], figure(III-10)

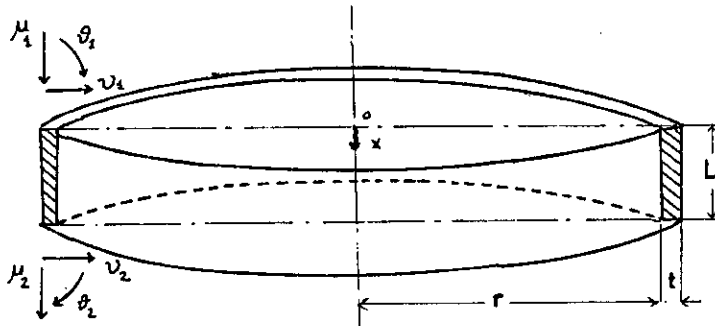


Fig.(III-10)

Il possède deux noeuds à trois degrés de liberté (v_i, θ_i, μ_i) chacun. Si l'on choisi pour le champ des déplacement une interpolation linéaire, on obtient:

$$\begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 \\ 0 & 1-3\zeta^2+2\zeta^3 & L(\zeta-2\zeta^2+\zeta^3) & 0 & 3\zeta^2-2\zeta^3 & L(-2\zeta^2+\zeta^3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ \mu_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

avec $\zeta = \frac{x}{L}$

L'opérateur différentiel linéaire est de la forme :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & -\frac{d^2}{dx^2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice d'élasticité est :

$$[E] = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t^2}{12} & \frac{t^2}{12} \\ 0 & 0 & \frac{\nu t^2}{12} & \frac{\nu t^2}{12} \end{bmatrix}$$

D'où

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-3\zeta^2+2\zeta^3}{r} & \frac{L(\zeta-2\zeta^2+\zeta^3)}{r} & 0 & \frac{3\zeta^2-2\zeta^3}{r} & \frac{L(-2\zeta^2+\zeta^3)}{r} \\ 0 & \frac{6-12\zeta}{L^2} & \frac{4-6\zeta}{L} & 0 & \frac{-6+12\zeta}{L^2} & \frac{2-6\zeta}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice des raideurs de l'élément considéré est:

$$[K] = \int_v [B]^T [E] [B] dv$$

$$[K] = 2\pi \int_0^1 [B]^T [E] [B] L.r d\zeta$$

Enfin on trouve $[K] = 2\pi \frac{E \cdot t}{1 - \nu^2} [\bar{K}]$

où E : est le module de YOUNG.

ν : Coefficient de Poisson

t : Epaisseur de l'élément.

$[\bar{K}]$: Matrice élémentaire symétrique d'ordre 6x6 ayant
comme termes:

$$k_{11} = \frac{r}{L}$$

$$k_{12} = -\frac{\nu}{2}$$

$$k_{13} = -\frac{\nu \cdot L}{12}$$

$$k_{14} = -\frac{r}{L}$$

$$k_{15} = -\frac{\nu}{2}$$

$$k_{16} = \frac{\nu \cdot L}{12}$$

$$k_{22} = \frac{13 L}{35 r} + \frac{t^2 \cdot r}{L^3}$$

$$k_{23} = \frac{11 L^2}{210 r} + \frac{t^2 \cdot r}{2 L^2}$$

$$k_{24} = \frac{\nu}{2}$$

$$k_{25} = \frac{9 L}{70 r} - \frac{t^2 \cdot r}{L^3}$$

$$k_{26} = -\frac{13 L^2}{420 r} + \frac{t^2 \cdot r}{2 L^2}$$

$$k_{33} = \frac{L}{105 r} + \frac{t^2 \cdot r}{3L}$$

$$k_{34} = \frac{\nu \cdot L}{12}$$

$$k_{35} = \frac{13 L^2}{420 r} - \frac{t^2 \cdot r}{2 L^2}$$

$$k_{36} = -\frac{L^3}{140 r} + \frac{t^2 \cdot r}{6 L}$$

$$k_{44} = \frac{r}{L}$$

$$k_{45} = \frac{\nu}{2}$$

$$k_{46} = -\frac{\nu \cdot L}{12}$$

$$k_{55} = \frac{13 L}{35 r} + \frac{t^2 \cdot r}{L^3}$$

$$k_{56} = -\frac{11 L^2}{210 r} - \frac{t^2 \cdot r}{2 L^2}$$

$$k_{66} = \frac{L}{105 r} + \frac{t^2 \cdot r}{3 L}$$

III-3: MODELISATION DES CARACTERISTIQUES INERTIELLES

Il existe deux formulations principales de représentation des masses :

- *Les masses concentrées*
- *les masses cohérentes.*

III-3-1: Modèle à masses concentrées

La manière la plus simple de représenter les caractéristiques massiques d'une structure, consiste à discrétiser des déplacements en translation , au niveau élémentaire, ou au niveau de la structure complète, de manière à obtenir une matrice de masse diagonale :

III-3-2-1 Élément de poutre uniforme

1- a: Élément de Poutre en flexion

Considérons une poutre en flexion plane, fig.(III-11), sa matrice d'interpolation est donnée par :

$$[A] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

avec

$$N_1(x) = \frac{1}{L^3} (2x^3 - 3x^2L + L^3)$$

$$N_2(x) = \frac{1}{L^3} \left(\frac{x^3}{6}L - 2x^2L^2 + xL^3 \right)$$

$$N_3(x) = \frac{1}{L^3} (-2x^3 + 3x^2L)$$

$$N_4(x) = \frac{1}{L^3} (x^3L - x^2L^2)$$

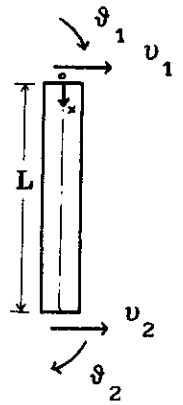


Fig.(III-11)

La matrice des masses cohérentes élémentaire :

$$[M]^e = \int_v ([A]^T \rho [A])^e dv$$

soit

$$m_{ij} = \rho S \int_0^L N_i(x) \cdot N_j(x) dx$$

ou encore

$$m_{ij} = m \cdot \left(\delta_{1j} + \frac{1}{2} \delta_{2j} + \frac{1}{3} \delta_{3j} + \frac{1}{4} \delta_{4j} + \frac{1}{5} \delta_{5j} + \frac{1}{6} \delta_{6j} + \frac{1}{7} \delta_{7j} \right)$$

Où les valeurs $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_7$ sont dressées dans le tableau (3-II)

i	j	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	
1	1	1	0	-6	4	9	-12	4	-
1	2	0	1	-2	-2	8	-7	2	$\times L$
1	3	0	0	3	-2	-9	12	-4	-
1	4	0	0	-1	1	3	-5	2	$\times L$
2	2	0	0	1	-4	6	-4	1	$\times L^2$
2	3	0	0	0	3	-8	7	-2	$\times L$
2	4	0	0	0	-1	3	-3	1	$\times L^2$
3	3	0	0	0	0	9	-12	4	-
3	4	0	0	0	0	-3	5	-2	$\times L$
4	4	0	0	0	0	1	-2	1	$\times L^2$

- Tableau (3 - II) -

Ce tableau permet d'obtenir la matrice de masse élémentaire M :

$$[M]^e = \frac{m}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22 L & 54 & -13 L \\ 22 L & 4 L & 13 L & -3 L \\ 54 & 13 L & 156 & -22 L \\ -13 L & -3 L & -22 & 4 L \end{bmatrix}$$

avec $m = \rho S L$: masse linéique de l'élément e

1 - b: Élément portique .

Considérons un élément barre à champs linéaire, figure(III-12), dont la section et la masse volumique sont constantes.

Les fonctions de forme de la matrice d'interpolation sont données par :

$$[A] = [N_1 \quad N_2]$$

avec

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{L}$$

$$N_2(x) = \frac{x}{L}$$

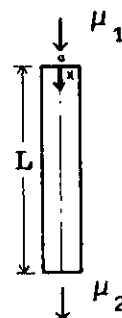


Fig.(III-12)

On a $m_{ij} = \int_v \rho A^T A dv$

soit

$$[M] = \frac{m}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

avec $m = \rho S L$: masse linéique de l'élément e

En combinant cette matrice avec celle de la poutre en flexion on en déduit la matrice de masse cohérente de l'élément portique à trois degrés de liberté par noeud (u_i, θ_i, μ_i).

III-3-2-2: Elément poutre à inertie variable

2 - a: Elément de poutre en flexion

La matrice de masse cohérente élémentaire est donnée par:

$$M^e = \int_v A^T \rho A dv$$

en calculant l'intégrale volumique de l'élément considéré, fig.(III-13), on aura l'expression des coefficients massiques sous la forme :

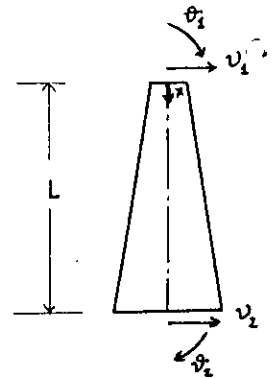


Fig.(III-13)

$$m_{ij} = \pi L \int_0^1 (k_1 + k_2 \zeta + k_3 \zeta^2) \cdot N_i(\zeta) \cdot N_j(\zeta) d\zeta$$

ou encore

$$m_{ij} = \pi L \left\{ k_{1 \Delta_1} + \frac{1}{2} (k_{1 \Delta_2} + k_{2 \Delta_1}) + \frac{1}{3} (k_{1 \Delta_3} + k_{2 \Delta_2} + k_{3 \Delta_1}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (k_{1 \Delta_4} + k_{2 \Delta_3} + k_{3 \Delta_2}) + \frac{1}{5} (k_{1 \Delta_5} + k_{2 \Delta_4} + k_{3 \Delta_3}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{6} (k_{1 \Delta_6} + k_{2 \Delta_5} + k_{3 \Delta_4}) + \frac{1}{7} (k_{1 \Delta_7} + k_{2 \Delta_6} + k_{3 \Delta_5}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} (k_{2 \Delta_7} + k_{3 \Delta_6}) + \frac{1}{9} (k_{3 \Delta_7}) \right\} .$$

où $k_1 = h_0 (d_0 + h_0)$

$k_2 = d_0 (h_L - 2h_0) + h_0 (d_L - h_L) - h_0^2$

$k_3 = (h_0 - h_L) (d_0 - d_L + h_0 - h_L)$

où h_0 , h_L , d_0 , d_L sont les caractéristiques géométriques de l'élément considéré .

et les constantes $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_7$, sont dressées dans le tableau (3-II).

Chapitre IV

MODELISATION MATHEMATIQUE DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE

IV-1: INTRODUCTION

Le comportement sismique d'un ouvrage dépend du mouvement sismique imposé par le sol , de la réponse dynamique de l'ouvrage, du comportement des fondations pendant et après le seisme , ainsi que de la capacité de résistance de la superstructure. Les caractéristiques du sol jouent un rôle important sur les trois premiers aspects.

On entend, improprement, par interaction sol-structure l'étude du comportement d'une structure soumise à une sollicitation sismique. Littéralement, l'interaction sol-structure traduit la modification du mouvement du sol (ou de la structure) lors d'un séisme du fait de la présence de l'autre composante (structure ou sol).

Les caractéristiques géotechniques d'un site influent d'une manière importante sur le mouvement du sol. Si les fondations reposent sur un sol meuble, elle peuvent subir des tassements et déplacements différentiels très dommageables aux superstructures.

La capacité de résistance du sol et sa raideur notamment, gouvernent le mouvement des fondations.

Cette interaction est bien entendu plus ou moins importante suivant la nature du sol, les caractéristiques de l'ouvrage et son mode de fondation. Pour certains ouvrages, fondés superficiellement, elle peut être pratiquement négligeable. Par contre, la nécessité d'étudier la réponse sismique d'un ouvrage, en ne le considérant pas isolement mais comme partie intégrante d'un ensemble comprenant le sol et les structures avoisinantes, rend les analyses d'interaction sol-structure impérieuses pour une part grandissante d'ouvrages importants: barrages, centrales nucléaires, réservoirs de gaz naturel liquéfié (GNL).

La littérature existante concernant l'interaction sol-structure traduit à la fois la complexité du phénomène et l'intérêt qu'y ont porté nombre de chercheurs. Deux synthèses générales ont permis une classification des méthodes d'étude de l'interaction sol-structure [18] et [23]. Ces publications mettent en évidence le fait que l'étude des phénomènes d'interaction est essentiellement limitée au cas des problèmes linéaires. L'approches de problèmes purement non linéaires reste l'exception.

La prise en compte de l'interaction sol-structure sous son aspect général nécessite la mobilisation de moyens et de temps de calcul considérables dont la mise en oeuvre ne se justifie que pour des structures exceptionnelles. En effet, Des démarches laborieuses pour la modélisation du sol en éléments finis peuvent

être imposées. Le sol est alors représenté par des couches successives d'éléments empilés sur une base qui représente le soubassement rocheux, figure (IV-1).

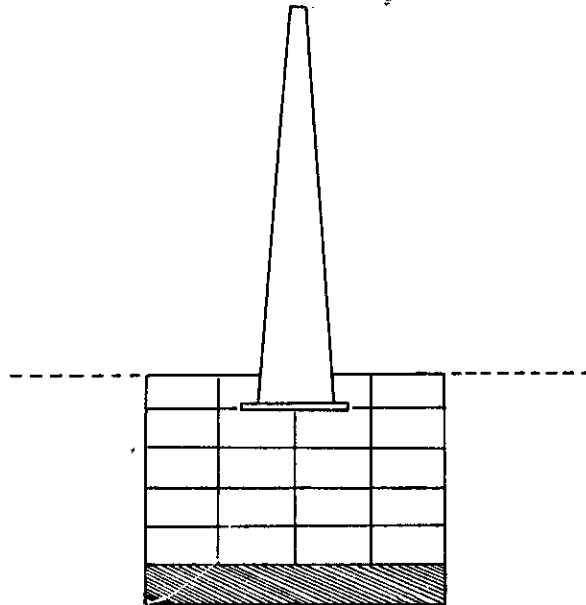


Fig.(IV-1)

Chaque couche est caractérisée par un module d'élasticité, un coefficient de Poisson et une masse volumique.

La complexité du problème est telle que le recours aux méthodes numériques est pratiquement inévitable. On peut citer deux grandes méthodes d'approche de l'interaction sol-structure;

- * Méthodes Globales.
- * Méthodes de sous-structures.

Ces méthodes ne sont, bien entendu, applicable qu'aux problèmes linéaires où, chacune d'elles correspond à une

schématisation du modèle sol-structure.

Les méthodes globales peuvent, dans certains cas, constituer la seule étape de l'analyse sismique de la structure, si cette dernière est suffisamment, finement modélisée, l'analyse donne les histogrammes de variation des efforts dans les éléments structuraux importants.

Généralement, les méthodes globales conduisent à une détermination simultanée du mouvement dans le sol et dans la structure.

Les méthodes de sous-structures sont répandues être facile à l'emploi, de moindre coût, et permettent, dans le cas de la modification d'une partie de la structure de ne traiter que la partie en question: ce qui constitue un avantage par rapport aux méthodes globales.

Ces méthodes se basent sur le principe de superposition et consistent à diviser la structure en plusieurs sous-structures qui seront analysées indépendamment.

En l'état actuel des connaissances, des simplifications peuvent être affectuées afin de permettre le traitement du problème, en effet, la structure à analyser, peut être représentée par une superstructure discrétisée en masses concentrées, reliées entre elles par des colonnes de raideurs appropriées, celle ci est liée à un sol modélisé par des ressorts dont les raideurs traduisent au mieux son comportement translationnel et rotationnel, figure(IV-2).

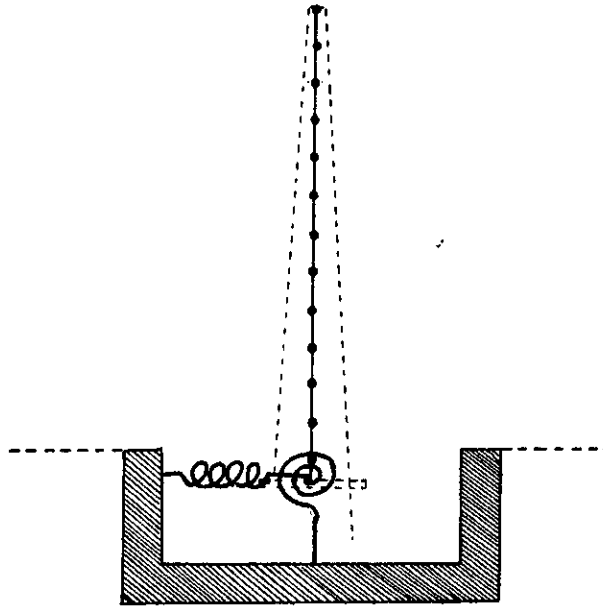


Fig.(IV-2)

Pour l'étude des constructions courantes , les propriétés du sol ne sont en général pas prises en compte . En effet , le modèle le plus utilisé comporte un encastrement parfait à la base à laquelle on impose directement le mouvement , entraînant ainsi des erreurs applicables dans le calcul de la réponse de la structure notamment, dans le cas où la construction est fondée sur un sol très déformable. Aussi, pour tenir compte de cet effet d'interaction sol-structure, on est amené à concevoir des modèles pour lesquels le sol est représenté par des ressorts travaillant dans les sens horizontal et rotationnel.

IV- 2: MODELE EQUIVALENT SIMPLIFIE

Afin de cerner les différents aspects de l'interaction sol-structure dans l'analyse sismique , on adopte un modèle simple

à un seul degré de liberté, constitué par une masse équivalente et deux ressorts travaillant aussi bien dans le sens horizontal que rotationnel, figure (IV-3):

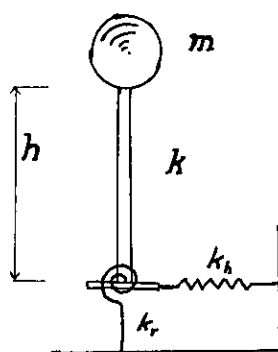


Fig.(IV-3)

- La masse équivalente de la structure a pour expression :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot \phi_i)^2}{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot \phi_i)}$$

où m_i : masse concentrée au niveau i de la structure

ϕ_i : la i '^{ème} composante du vecteur modal

Cette masse est située à une hauteur équivalente (h) :

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot \phi_i \cdot h_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot \phi_i)}$$

où h_i : hauteur correspondant au niveau i de la structure .

La pulsation de la structure encastrée dans un sol infiniment rigide et indéformable est notée " ω_s "

$$\omega_s^2 = \frac{k}{m}$$

où k : représente la raideur de la structure équivalente .

L'ensemble du système ainsi défini possède trois degrés de liberté, figure (IV-4):

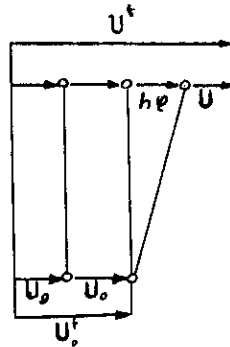


Figure (IV-4)

à savoir :

- le déplacement latéral total de la masse U^t
- le déplacement de la base d'amplitude U_0^t
- la rotation d'amplitude φ .

Il s'en suit que

$$U^t = U_g + U_0 + h \varphi + U$$

où U_0 : est l'amplitude du déplacement relatif à la base (c'est à dire relatif au degré de liberté U_g)

et U : représente l'amplitude du déplacement relatif de la

masse m par rapport à une base supposée rigide .

L'amplitude de la force horizontale au niveau du sol P_h est donnée par :

$$P_h = k_h \cdot U_0$$

où

k_h : dépend toujours d'une pulsation donnée ω .

Pour un sol purement élastique, la force de direction horizontale x sera :

$$P_x = k_x \cdot U_0$$

Si on admet que la structure est très rigide ($k \rightarrow \infty$) et fondée dans un sol qui ne peut subir de rotation ($k_r \rightarrow \infty$), alors la pulsation associée pour ce modèle peut être obtenue par la relation :

$$\omega_h^2 = \frac{k_h}{m}$$

D'une façon analogue, le moment au niveau du sol est donné par :

$$M_r = k_r \cdot \varphi$$

ainsi, pour une structure rigide ($k \rightarrow \infty$) où la fondationne peut subir que la rotation ($k_h \rightarrow \infty$), la pulsation qui correspond à cet état sera donnée par :

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{m h^2}$$

Les équations d'équilibre dynamique de la masse , des forces horizontales et des moments conduisent successivement aux relations suivantes (Chap. V):

$$\begin{aligned}
 - m \omega^2 (U + U_0 + h \varphi) + k U &= m \omega^2 U_g \\
 - m \omega^2 (U + U_0 + h \varphi) + k_h U_0 &= m \omega^2 U_g \\
 - m \omega^2 (U + U_0 + h \varphi) + \frac{k_r}{h^2} h \varphi &= m \omega^2 U_g
 \end{aligned}$$

en divisant chaque membre par $m \omega^2$, on obtient:

$$\begin{aligned}
 \left(- 1 + \frac{k}{m \omega^2} \right) U - U_0 - h \varphi &= U_g \\
 - U + \left(- 1 + \frac{k_h}{m \omega^2} \right) U_0 - h \varphi &= U_g \\
 - U - U_0 + \left(- 1 + \frac{k_r}{m \omega^2 h^2} \right) h \varphi &= U_g
 \end{aligned}$$

sachant que $\omega_s^2 = \frac{k}{m}$; $\omega_h^2 = \frac{k_h}{m}$ et $\omega_r^2 = \frac{k_r}{m h^2}$

et en éliminant U_0 et φ de ce système d'équations, il en résulte :

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right) U = \frac{\omega^2}{\omega_s^2} U_g \quad (4-1)$$

On suppose maintenant un système à un degré de liberté, ayant comme pulsation naturelle $\bar{\omega}$ lorsqu'il est excité par un déplacement \bar{U}_g . L'équation de son mouvement harmonique non amortie s'écrit sous la forme:

$$(- m \omega^2 + \bar{k}) U = m \omega^2 \bar{U}_g$$

avec $\bar{\omega}^2 = \frac{\bar{k}}{m}$

on aura $\left(1 - \frac{\omega^2}{\bar{\omega}^2} \right) U = \frac{\omega^2}{\bar{\omega}^2} U_g$

où $\bar{\omega}$ est la pulsation naturelle du système sol-structure .

En remplaçant dans l'équation (4-1), ω par $\bar{\omega}$, on obtient

[25]:

$$\frac{1}{\bar{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2}$$

ou encore

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\omega_s^2}{1 + \frac{k}{k_h} + \frac{k \cdot h^2}{k_r}} \quad (4-2)$$

On a exprimé la pulsation ($\bar{\omega}$) du système sous l'effet de l'interaction sol-structure en fonction de la pulsation (ω_s) pour une base indéformable et des rigidités des ressorts qui modélisent la liaison sol-structure.

IV - 3: MODELE A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE

Une fois la structure complète est modélisée par l'une des méthodes de modélisation exposées dans le chapitre III, cette dernière, considérée comme un système à plusieurs degrés de liberté sera liée au sol par des ressorts caractérisant son comportement élastique [22] , [27] , [30] , [31]. En effet, l'encastrement de la structure est une hypothèse très grossier, une modélisation plus objective de la structure consiste à libérer la base de celle-ci en lui offrant la possibilité de mouvement dans toutes les directions.

La matrice de rigidité globale du système sol-structure est obtenue par une combinaison appropriée des raideurs des ressorts avec les coefficients d'influence de la matrice de rigidité de la structure antérieurement évaluée par l'une des méthodes exposée dans le Chapitre III.

IV - 4: Modélisation du sol

4-1: Cas des fondations circulaires superficielles.

Si on assimile le sol à un milieu élastique [13],[27],[28],[30],[31],[33],[36], caractérisé par un module d'élasticité E et un coefficient de Poisson ν d'une part et la base de la fondation circulaire d'une structure, à un disque rigide de rayon R posé de façon superficielle sur le sol d'autre part, il est alors possible de calculer les raideurs du sol en translation horizontale et rotationnelle (représentées par des ressorts) de la façon suivante :

- suivant la direction horizontale :

$$k_h = \frac{8 G R}{2 - \nu}$$

- direction rotatoire :

$$k_r = \frac{8 G R^3}{3 (1 - \nu)}$$

où $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$: module de cisaillement du sol.

ν : coefficient de poisson du sol.

R : rayon de la fondation circulaire.

4 - 2: Cas des fondations cylindriques encastrées.

Soit le modèle de fondation cylindrique encastrée dans un sol homogène élastique, figure (IV-5):

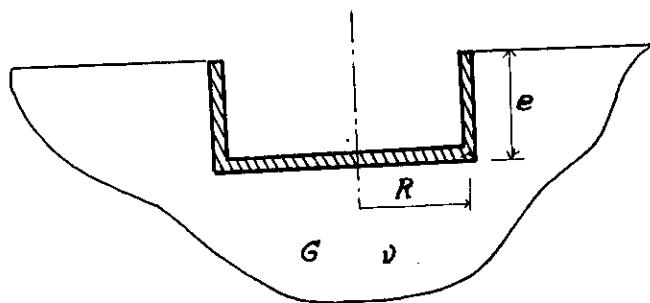


Fig. (IV-5)

L'encastrment du cylindre de rayon R est noté e , G et ν sont respectivement le module de cisaillement et le coefficient de Poisson du sol.

Les rigidités du sol modélisé par des ressorts, dans la direction horizontale et rotatoire, pour le modèle de fondation cylindrique encastrée [15], [34], [38], [40], [41], sont données respectivement par:

$$k_h = \frac{8 G R}{2 - \nu} \left(1 + \frac{e}{R} \right)$$

et

$$k_r = \frac{8 G R^3}{3 (1 - \nu)} \left[1 + 2.3 \left(\frac{e}{R} \right) + 0.58 \left(\frac{e}{R} \right)^3 \right]$$

Ces termes montrent que la raideur du sol croît de façon très sensible en fonction de l'encastrement e . Par exemple, pour un encastrement de profondeur égale au rayon R de la fondation circulaire, la rigidité horizontale serait le double pour la même fondation en surface, et quatre fois plus grande pour la rigidité de rotation.

Chapitre V

CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES

V - 1: INTRODUCTION

La connaissance des fréquences et modes propres de vibration est essentielle pour l'évaluation de la réponse dynamique des structures soumises à des excitations extérieures, telles que les actions sismiques dans le cas des constructions de génie civil .

Elle constitue une phase de calcul difficile qui nécessite généralement le plus de temps de calcul; aussi trouve-t-on aujourd'hui dans la littérature spécialisée [12] [21] [24] [26], de nombreux algorithmes permettant de résoudre les problèmes aux valeurs et vecteurs propres .

Il importe de remarquer que toutes les méthodes disponibles sont de nature itérative. Cela tient au fait que la résolution des problèmes aux valeurs et vecteurs propres, est équivalent au calcul des racines du polynôme caractéristique dont l'ordre est égal à celui de $[M]$ et de $[K]$, respectivement matrices de masse et de raideur de la structure .

Comme il n'existe pas dans le cas général, des formules explicites pour le calcul des racines d'un polynôme d'ordre

supérieur à 4 , on a recours à des méthodes itératives .

Par ailleurs , il n'existe pas un algorithme unique pouvant être utilisé efficacement à la résolution de tous les problèmes aux valeurs propres: un algorithme adéquat à la résolution d'un problème donné peut être totalement inadéquat à la résolution d'un autre.

Le choix d'une méthode de calcul dépend non seulement de la puissance de l'ordinateur utilisé, mais aussi des caractéristiques de $[K]$ (taille et largeur de la bande) et de $[M]$ d'une part et du nombre de valeurs et vecteurs propres requis d'autre part.

En effet, les matrices $[K]$ et $[M]$, par exemple, résultant des structures simples modélisées par des consoles dont les masses sont concentrées au niveau des planchers indéformables , sont respectivement tridiagonale et diagonale et sont de taille très réduite .

Bien que plusieurs constructions peuvent être modélisées ainsi, de telles simplifications ne sont généralement pas admises pour les structures complexes. Aussi conçoit-on aisément qu'une évaluation correcte de la réponse dynamique de ces structures exige une modélisation très sophistiquée, conduisant généralement à des matrices $[K]$ et $[M]$ bandes et impliquant un nombre impressionnant de degrés de liberté.

Pour des raisons de coût de calcul , on est souvent amené à envisager des procédures susceptibles de réduire la taille des

problèmes.

V- 2: FORMULATION DES EQUATIONS DE MOUVEMENTS

V-2-1: Méthode des raideurs

L'équation du mouvement d'une structure libre non amortie est de la forme :

$$[M] \{ \ddot{U} \} + [K] \{ U \} = \{ 0 \}$$

où

$\{ U \}$ est le vecteur des degrés de liberté de la structure .

$[M]$ la matrice de masse symétrique généralement définie positive .

$[K]$ matrice de raideur de la structure , symétrique définie positive .

Une solution particulière est donnée par l'expression :

$$\{ D \} = \{ \phi \} \sin (\omega t + \varphi)$$

où $\{ \phi \}$ représente la déformée modale de la structure

ω la fréquence propre de vibration .

φ un angle de déphasage .

Le vecteur des accélérations $\{ \ddot{U} \}$ a pour valeur

$$\{ \ddot{U} \} = - \omega^2 \{ U \}$$

On en déduit le problème " bien connu " aux valeurs propres général [27].

$$\left[[K] - \omega^2 [M] \right] \{ \Phi \} = \{ 0 \} \quad (5 - 1)$$

Cette expression admet toujours la solution triviale ($\{\Phi\}=0$) qui ne présente aucun intérêt. Pour qu'elle admette d'autres solutions non nulles, il faut que le déterminant de la matrice $[K - \omega^2 M]$ soit nul:

$$\| [K] - \omega^2 [M] \| = 0$$

Le développement de ce déterminant conduit à un polynôme de degré n en ω^2 pour un système à n degrés de liberté (d.d.l). la substitution des n solutions $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$ permet d'obtenir à une constante près les n modes de vibration ;

$$(\{ \phi_i \}, i = 1, 2, \dots, n).$$

V-2-2: Méthode des souplesses

Multiplions les deux membres de l'équation(6-1) par $\frac{1}{\omega^2}[F]$; il vient alors

$$\left[\frac{1}{\omega^2} [F] [K] - [F] [M] \right] \{ \Phi \} = \{ 0 \}$$

ou encore :

$$\left[\frac{1}{\omega^2} [I] - [F] [M] \right] \{ \Phi \} = \{ 0 \}$$

où $[F]$ représente la matrice des souplesses .

et $[I]$ matrice identité d'ordre N

Comme auparavant , l'équation aux fréquences s'écrit :

$$\left\| \frac{1}{\omega^2} [I] - [F] [M] \right\| = 0$$

Le produit $[F].[M]$ qui caractérise les propriétés dynamiques de la structure, n'est en général pas symétrique ; on l'appelle matrice dynamique et on la note $[D]$

$$[D] = [F] . [M]$$

V-2-3 : Remarque

Les vecteurs modaux $\{\phi_i\}$ possèdent les propriétés suivantes , appelées propriétés d'orthogonalité :

$$\begin{aligned} \{\phi_j\}^T . [M] . \{\phi_i\} &= 0 & \text{si} & \quad i \neq j \\ \{\phi_j\}^T . [K] . \{\phi_i\} &= 0 & \text{si} & \quad i \neq j \end{aligned}$$

V-3: REDUCTION DE GUYAN.

Dans le cas général , les modèles utilisés pour l'étude des structures complexes peuvent parfois présenter un nombre très élevé de degré de liberté .

Dans de tel cas , la résolution du problème aux valeurs et vecteurs propres devient difficile et très coûteuse , et sa réduction s'avère alors nécessaire [3],[10],[27].

Dans ce qui suit , on présente une procédure permettant de réduire la taille des matrices des raideurs et de masse (cohérente).

En ce qui concerne notre étude , cette méthode sera utilisée pour éliminer essentiellement les d.d.l. de rotation et de translation verticale.

Ceci est amplement justifié, dans la mesure où la structure étudiée est supposée plane et que les composantes de l'excitation extérieure agit essentiellement dans le sens horizontal.

V-3-1: Principe de la méthode

Supposons que l'on ait partitionné l'ensemble des d.d.l. de la structure en deux sous ensembles :

Le sous ensemble $\{ U_m \}$ des variables "maîtresses" (avec $m \ll n$ représentant l'ensemble des d.d.l.) et le sous ensemble complémentaire des variables " esclaves " $\{ U_e \}$.

Si les variables esclaves son choisies de telle sorte que les forces qui leur correspondent puissent être négligées ; on obtient la relation suivante :

$$\{ U_e \} = [T_{em}] . \{ U_m \}$$

où

$$[T_{em}] = - [K_{ee}]^{-1} . [K_{em}]$$

La matrice de transformation $[T_m]$ permettant de réduire les matrices de masse et de raideur est donnée par :

$$[T_m] = \begin{bmatrix} [T_{em}] \\ [I_m] \end{bmatrix}$$

où $[I_m]$ est une matrice identité de même ordre que la matrice réduite des raideurs $[K_m]$.

Les matrices de masse et de raideur réduites sont déterminées par les relations suivantes :

$$[M_{mm}] = [T_m]^T \cdot [M] \cdot [T_m]$$

$$[K_{mm}] = [T_m]^T \cdot [K] \cdot [T_m]$$

V-3-2: Justification de la méthode

Cette méthode de réduction des matrices de masse et rigidité (appelée aussi méthode de 'condensation statique') peut être justifiée de la façon suivante :

L'énergie potentielle élastique E_p et l'énergie cinétique E_c de la structure peuvent être écrites comme suit :

$$E_p = \frac{1}{2} \{ U \}^T \cdot [K] \cdot \{ U \}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \{ \dot{U} \}^T \cdot [M] \cdot \{ \dot{U} \}$$

Il s'ensuit qu'en termes de variables maîtresses, les quantités scalaires énumérées ci-dessus peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$E_p = \frac{1}{2} \{ U_m \}^T \cdot [K_{mm}] \cdot \{ U_m \}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \{ \dot{U}_m \}^T \cdot [M_{mm}] \cdot \{ \dot{U}_m \}$$

Ces deux dernières équations expriment l'énergie potentielle et l'énergie cinétique en termes de variables maîtresses.

Les matrices $[K_{mm}]$, $[M_{mm}]$ peuvent être interprétées respectivement, comme les matrices de raideur, et de masse de la structure, correspondant aux variables maîtresses.

V-4: METHODE DE TRANSFORMATION.

V-4-1: Formulation par les raideurs

L'une des méthodes de transformation envisagée dans cette recherche est celle dite de JACOBI, qui est basée sur la résolution de l'équation de type:

$$[[K] - \lambda_i [M]] \{ \phi_i \} = \{ 0 \}$$

dans laquelle:

$[k]$ est la matrice de rigidité de la structure .

$[M]$ est la matrice masse .

$\{ \phi_i \}$ sont les vecteurs des déplacements de la structure .

$\lambda_i = \omega_i^2$, les carrés des pulsations correspondantes .

La méthode générale de JACOBI permet de calculer les n valeurs et vecteurs propres d'un système de dimension limitée dont les matrices $[K]$ et $[M]$ sont symétriques et définies positives .

Elle consiste à transformer les matrices $[K]$ et $[M]$ en matrices diagonales en utilisant des transformations successives :

$$\begin{aligned}
 [K_1] &= [K] & [M_1] &= [M] \\
 [K_2] &= [P_1]^T \cdot [K_1] \cdot [P_1] & [M_2] &= [P_1]^T \cdot [M_1] \cdot [P_1] \\
 [K_3] &= [P_2]^T \cdot [K_2] \cdot [P_2] & [M_3] &= [P_2]^T \cdot [M_2] \cdot [P_2] \\
 &\vdots & &\vdots \\
 [K_{k+1}] &= [P_k]^T \cdot [K_k] \cdot [P_k] & [M_{k+1}] &= [P_k]^T \cdot [M_k] \cdot [P_k]
 \end{aligned}$$

Les matrices $[K_{k+1}]$ et $[M_{k+1}]$ tendent vers des matrices diagonales $[K_d]$ et $[M_d]$ lorsque k tend vers l'infini.

$$\frac{\lambda_i^{(1+1)} - \lambda_i^{(1)}}{\lambda_i^{(1+1)}} \leq \epsilon$$

Une autre vérification peut être introduite, elle consiste à vérifier les inégalités suivantes :

$$\left| \frac{k_{ij}^{(1+1)^2}}{k_{ii}^{(1+1)} k_{jj}^{(1+1)}} \right|^{1/2} \leq 10^{-s} ; \quad \left| \frac{m_{ij}^{(1+1)^2}}{m_{ii}^{(1+1)} m_{jj}^{(1+1)}} \right|^{1/2} \leq 10^{-s}$$

où s : est la tolérance.

V-4-2: Formulation par les souplesses

L'équation à résoudre est de type :

$$\left[\frac{1}{\omega^2} [F] - [E] [M] \right] \{ \Phi \} = \{ 0 \}$$

ou encore

$$\frac{1}{\lambda} \{ \Phi \} = [E] [M] \{ \Phi \} \quad (5 - 2)$$

ou le produit $[E] [M] = [D]$ représente la matrice dynamique [27].

Comme la matrice dynamique n'est pas "symétrique", par conséquent la méthode de JACOBI devient inapplicable.

Pour rendre la méthode de transformation de Jacobi applicable à un tel système, introduisons, l'artifice de calcul suivant :

En utilisant l'une des méthodes numériques (méthode de CHOLESKY), on peut transformer la matrice de masse $[M]$ en produit de deux matrices triangulaires $[L], [L]^T$.

En substituant $[L].[L]^T$ dans l'équation (5-2) :

$$\frac{1}{\lambda} \{ \Phi \} = [F] [L] [L]^T \{ \Phi \}$$

et en multipliant chaque membre par $[L]^T$, on aura :

$$L^T \frac{1}{\lambda} \{ \Phi \} = [L]^T [F] [L] [L]^T \{ \Phi \}$$

posons $[L]^T \{ \Phi \} = \{ \bar{\Phi} \}$

et $[L]^T [F] [L] = \{ \bar{K} \}$

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\lambda}$$

l'équation sera de type :

$$[\bar{K}] \{ \bar{\Phi} \} = \bar{\lambda} \{ \bar{\Phi} \}$$

on montre que \bar{K} est symétrique ; c'est à dire

$$[\bar{K}]^T = [\bar{K}]$$

en effet ;

$$\bar{K}^T = [(L^T.F).L]^T = L^T.(L^T.F)^T = L^T.F^T.(L^T)^T = L^T.F.L = \bar{K}$$

où les signes crochets ont été volontairement omis pour des raisons de clarté.

Arrivé à ce stade , on peut utiliser la méthode de JACOBI , en ayant comme données :

$$[\bar{K}] = [L]^T [F] [L] \quad \text{et} \quad [\bar{M}] = [I]$$

et en résolvant le problème :

$$[\bar{K}] \{ \bar{\Phi} \} = \bar{\lambda} [\bar{M}] \{ \bar{\Phi} \}$$

on aura :

- les vecteurs propres Φ_i du système après la résolution de l'équation $\{\bar{\Phi}_i\} = [L]^T \{\Phi_i\}$ en utilisant l'une des méthodes numériques (celle de GAUSS-JORDAN par exemple).

- les valeurs propres λ_i d'après la relation :

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{\lambda_i}$$

Chapitre VI

DESCRIPTION DU LOGICIEL DE CALCUL

VI-1 : LOGICIEL DE CACUL DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES STRUCTURES A INERTIE VARIABLE COMPTE TENU DE L'EFFET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE.

VI-1-1: Introduction

Il existe aujourd'hui, sur le marché international, des logiciels de calcul très sophistiqués pour le traitement des structures présentant une architecture complexe aussi bien dans le domaine statique que dynamique.

Cependant, il est parfois plus utile de disposer d'un programme spécifique, mieux adapté à ses besoins et d'utilisation facile, que d'un programme très élaboré, général et d'utilisation difficile.

Un programme maîtrisé offre deux avantages intéressants : celui de pouvoir lui intégrer de nouveaux modules pour en faire un super programme unique, ou bien au contraire, celui de le simplifier ou de le modifier en vue d'une simplification pour des

usages spécifiques précis, adaptés à ses besoins et pourquoi pas à ses habitudes de travail.

En outre, développer un logiciel, c'est aussi approfondir ses connaissances théoriques, numériques et de programmation.

Le logiciel développé dans le cadre de ce travail de recherche a pour objectif l'analyse du comportement vibratoire des structures à paramètres distribués variables compte tenu de l'effet de l'interaction sol-structure.

Le logiciel est écrit en langage FORTRAN 77, souvent utilisé pour l'implantation sur ordinateur des applications scientifiques et techniques.

Par ailleurs, la machine sur laquelle il a été développé est le MICRO-VAX type II du Centre de Calcul de l'Ecole Nationale Polytechnique.

Une discrétisation sommaire des principales étapes de calcul numérique du logiciel est présentée dans la section suivante.

VI-1-2 :Description du logiciel

On présente ci-après les principales étapes et intitulés des sous-programmes du logiciel de calcul des caractéristiques dynamiques des structures à inertie variable compte tenu de l'effet d'interaction sol-structure :

1- Ouverture des fichiers de données et de résultats

DON.DAT

RES.DAT

2- Détermination des caractéristiques géométriques et mécaniques de la structure.

CARAGM

3- Choix de l'option pour la modélisation numérique des caractéristiques élastiques et inertielles de la structure .

* Approche par les souplesses:

- Méthode des paramètres initiaux PARANI
- Méthode de l'intégrale de MOHR . INMOHR

* Approche par les raideurs:

- Modèle de poutre à cisaillement POUCIS
- Méthode des éléments finis

a) Elément de poutre uniforme

PUN2 ; PUN3

b) Elément de poutre à inertie variable

PIV2 . PIV3

c) Elément fini de coque cylindrique.

COREV

* Modèle de masses concentrées

MAC

* Modèle de masses cohérentes

MPUN2 , MPUN3 , MPIV2 , MPIV3

4- Constructions des matrices des caractéristiques élastiques et massiques de l'ensemble de la structure, soit directement, soit par assemblage des matrices élémentaires de raideur et de masse. ASSEM

5- Réarrangement des matrices globales des raideurs et des masses.

REARA

6- Réduction des équations d'équilibre dynamique .

REDUC

- * Développement de la matrice de transformation .
- * Développement de la matrice réduite des raideurs .
- * Développement de la matrice réduite des masses .

7- Calcul des fréquences et modes propres de vibration .

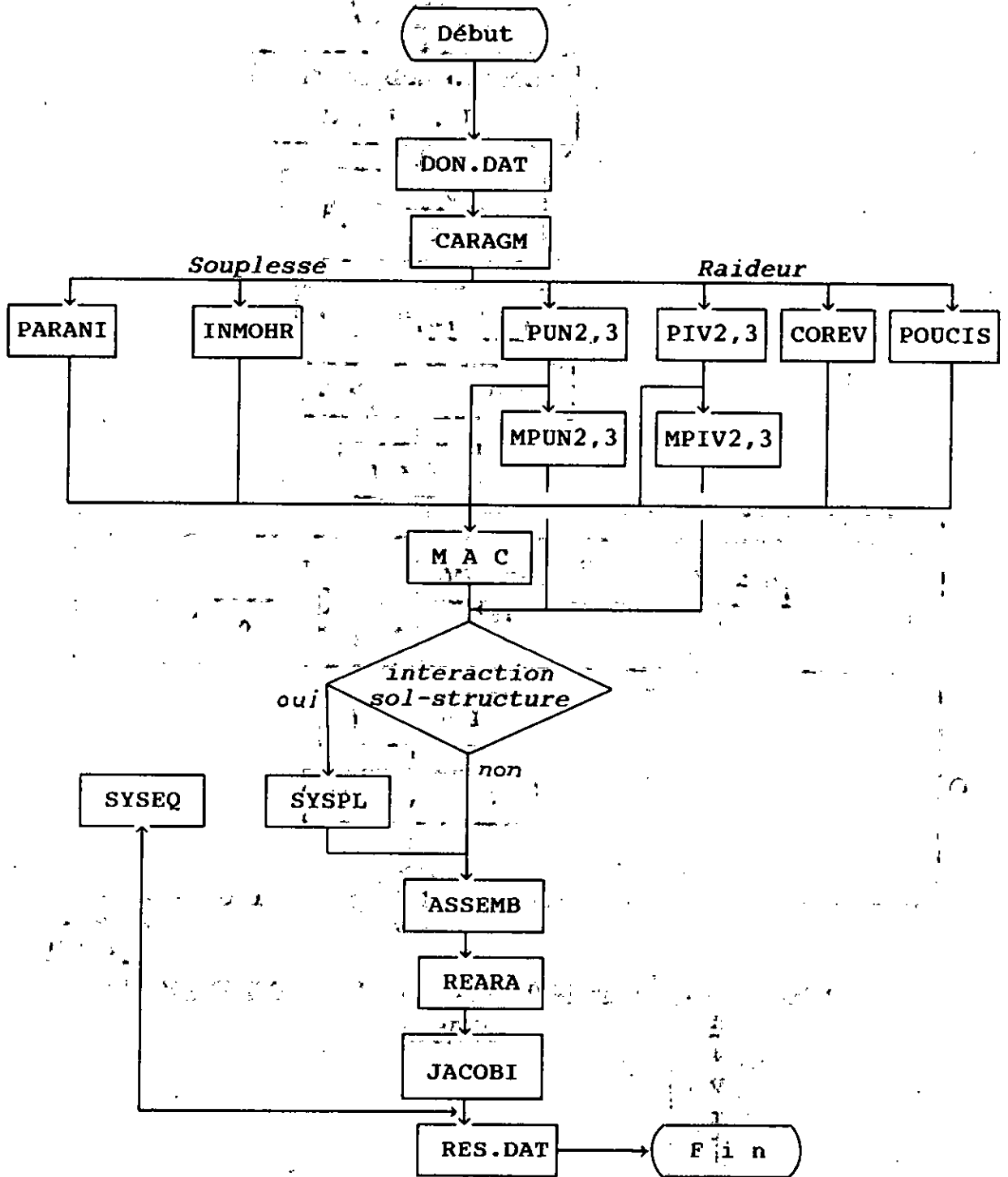
- * Approche par les souplesses.
- * Approche par les raideurs.
- * Méthode de transformation JACOBI

8- Prise en compte de l'interaction sol- structure .

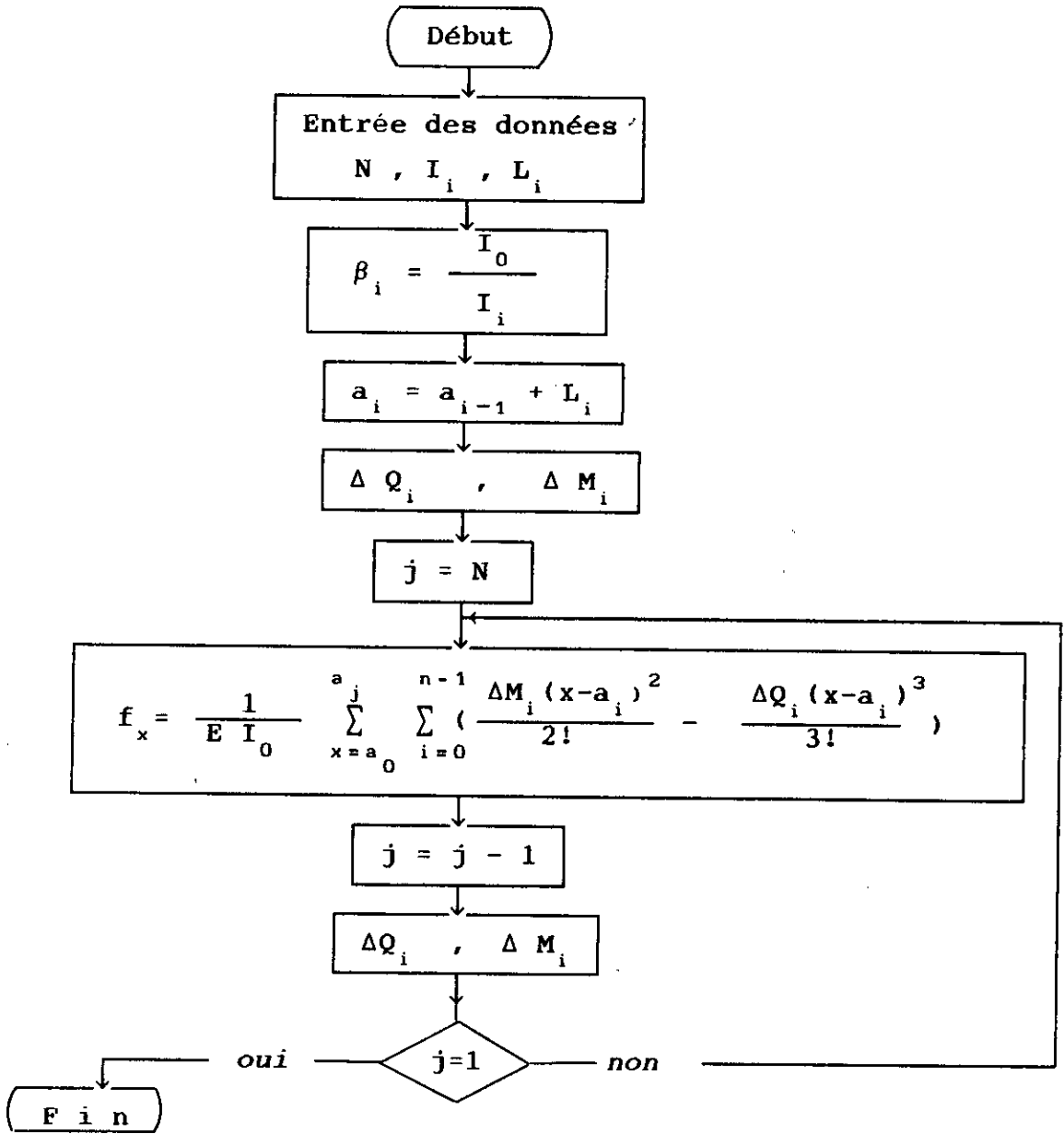
- * Système équivalent simplifié .SYSEQ
- * Système réel à plusieurs degrés de liberté. SYSPL

VI-1-3: Organigrammes

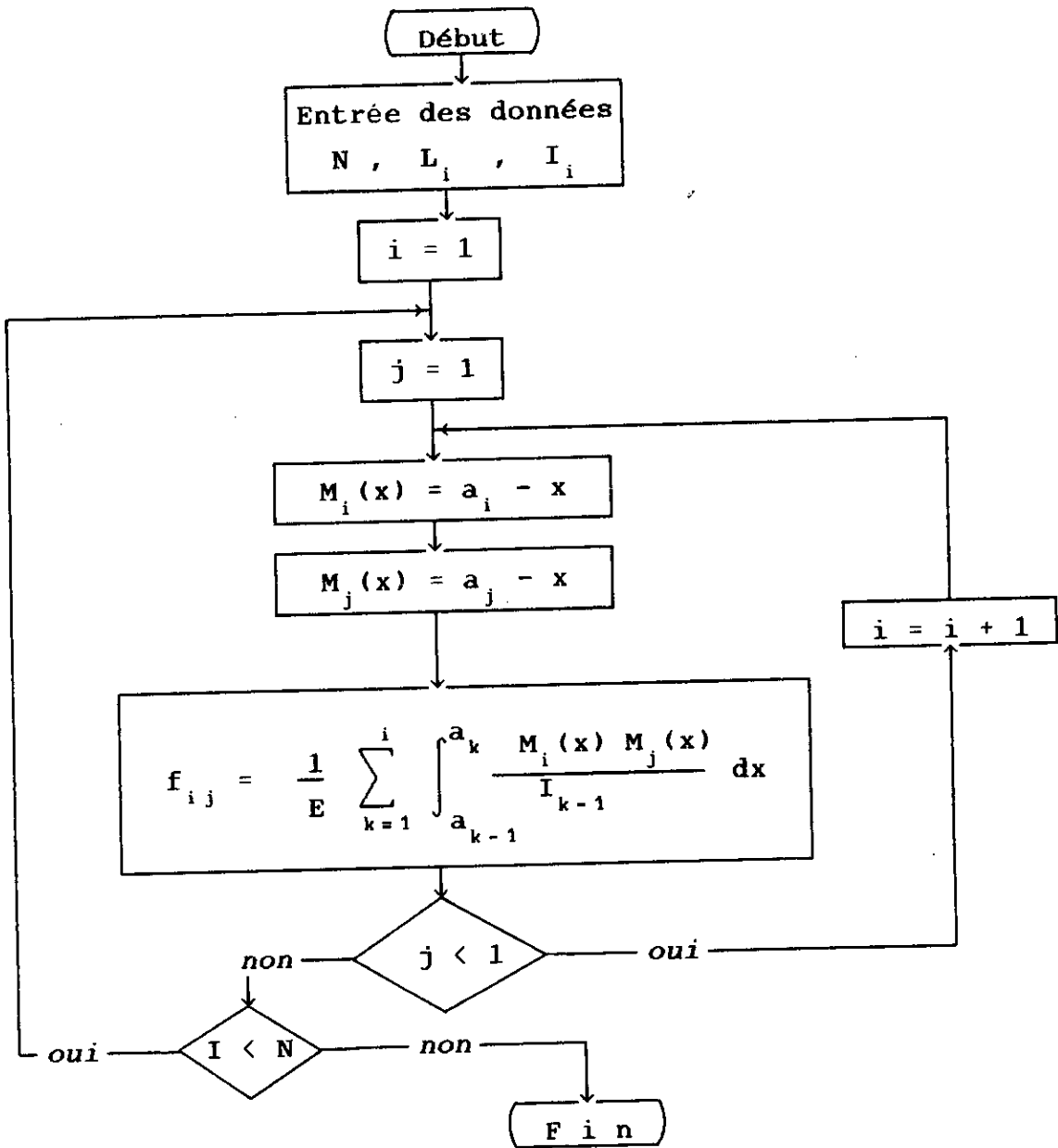
Les principaux organigrammes sont présentés ci-après:



ORGANIGRAMME GENERAL

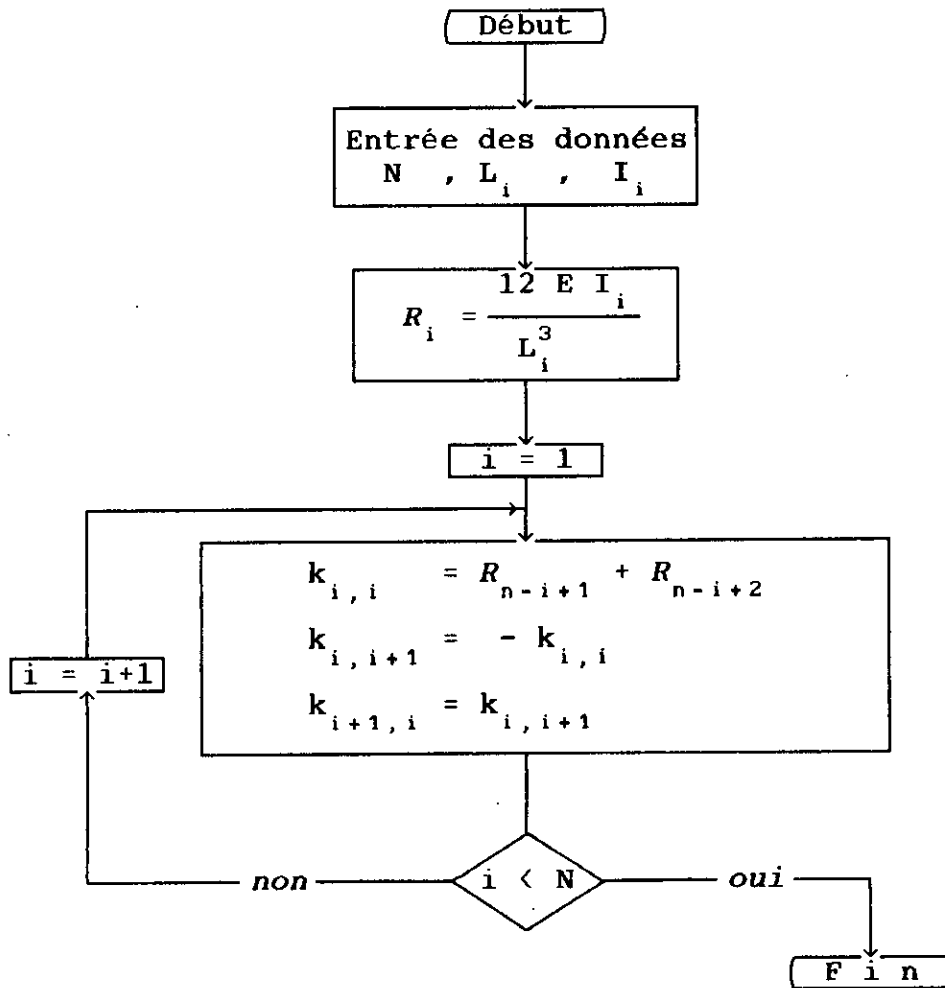


ORGANIGRAMME DE LA METHODE DES PARAMETRES INITIAUX
PARANI



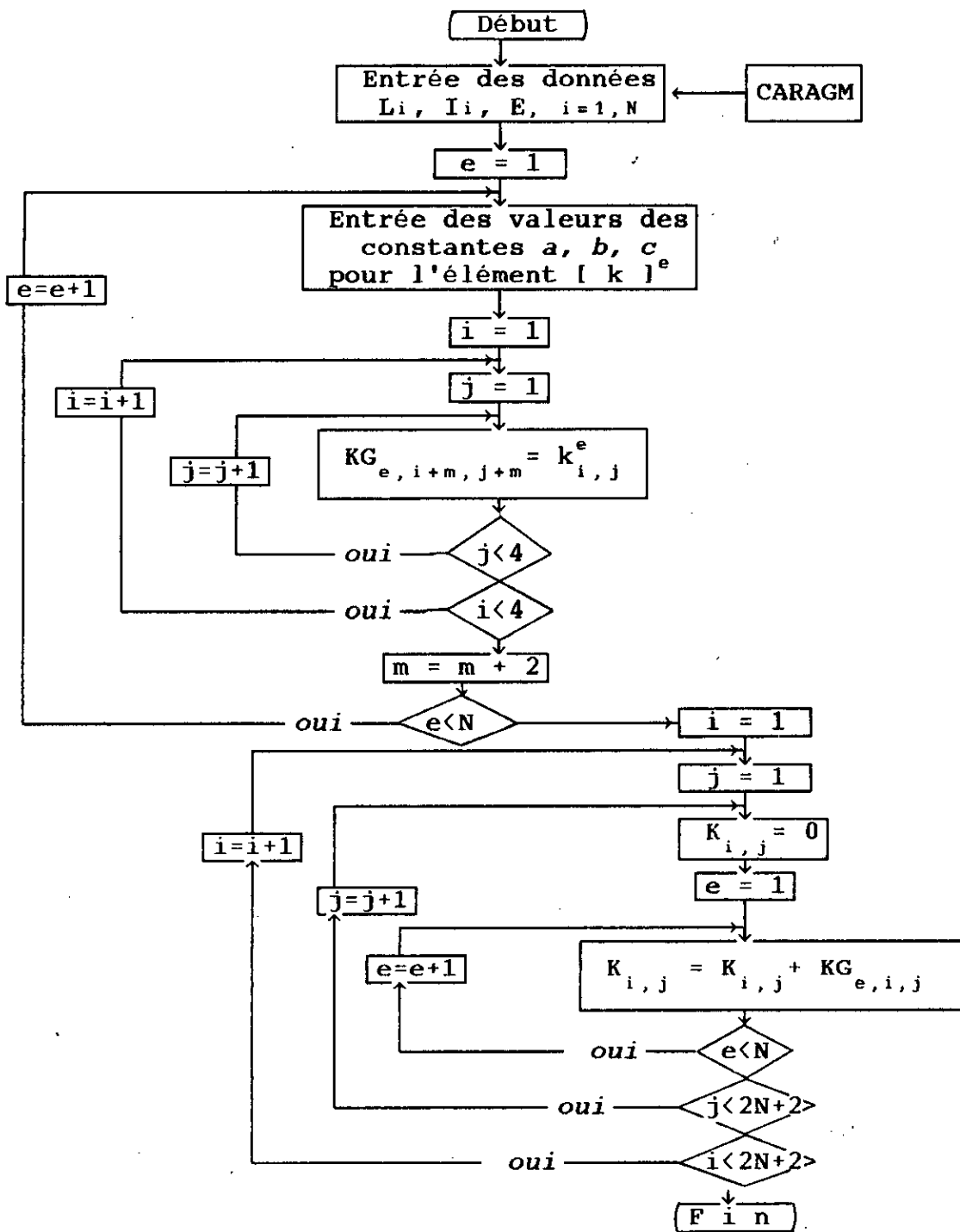
ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE L'INTEGRALE DE MOHR

INMOHR



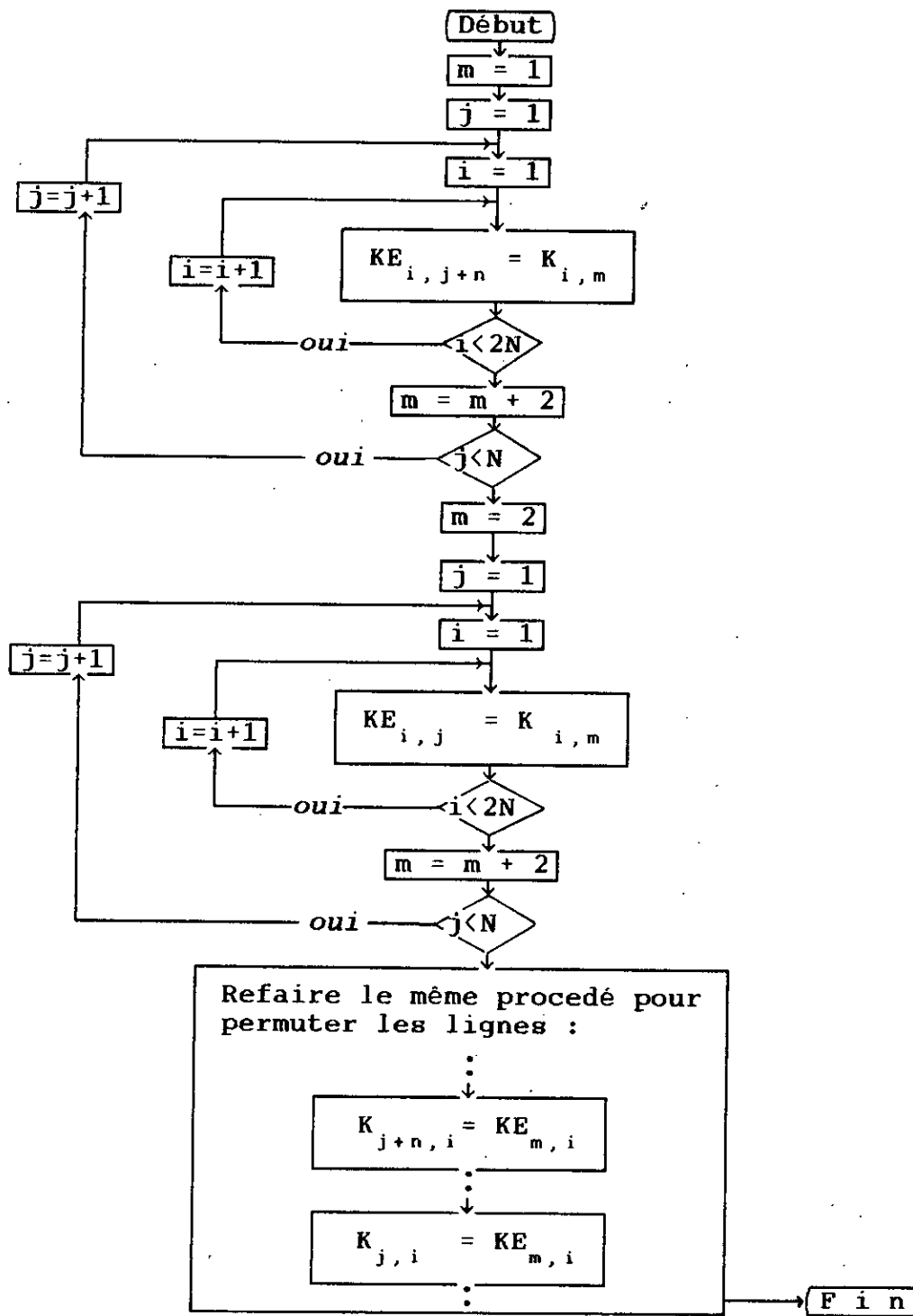
ORGANIGRAMME DE LA POUTRE A CISAILLEMENT

POUCIS



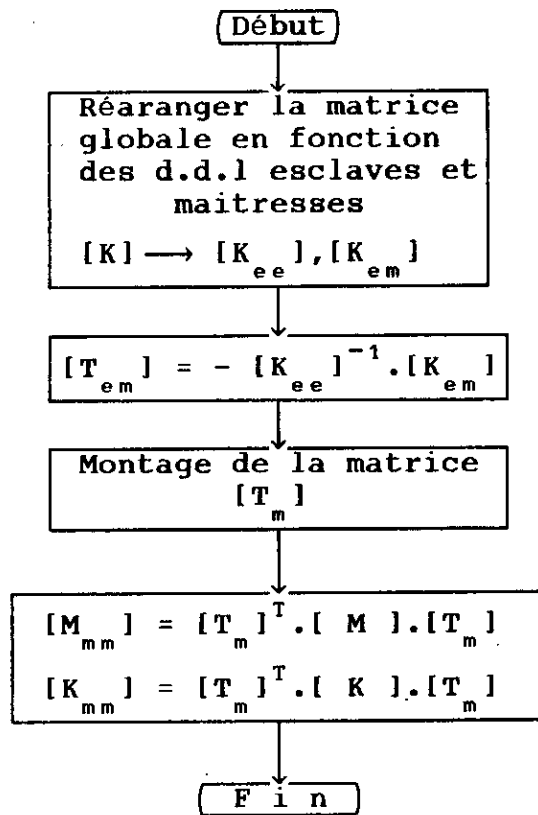
ORGANIGRAMME D'ASSEMBLAGE DES MATRICES ELEMENTAIRES

ASSEMB



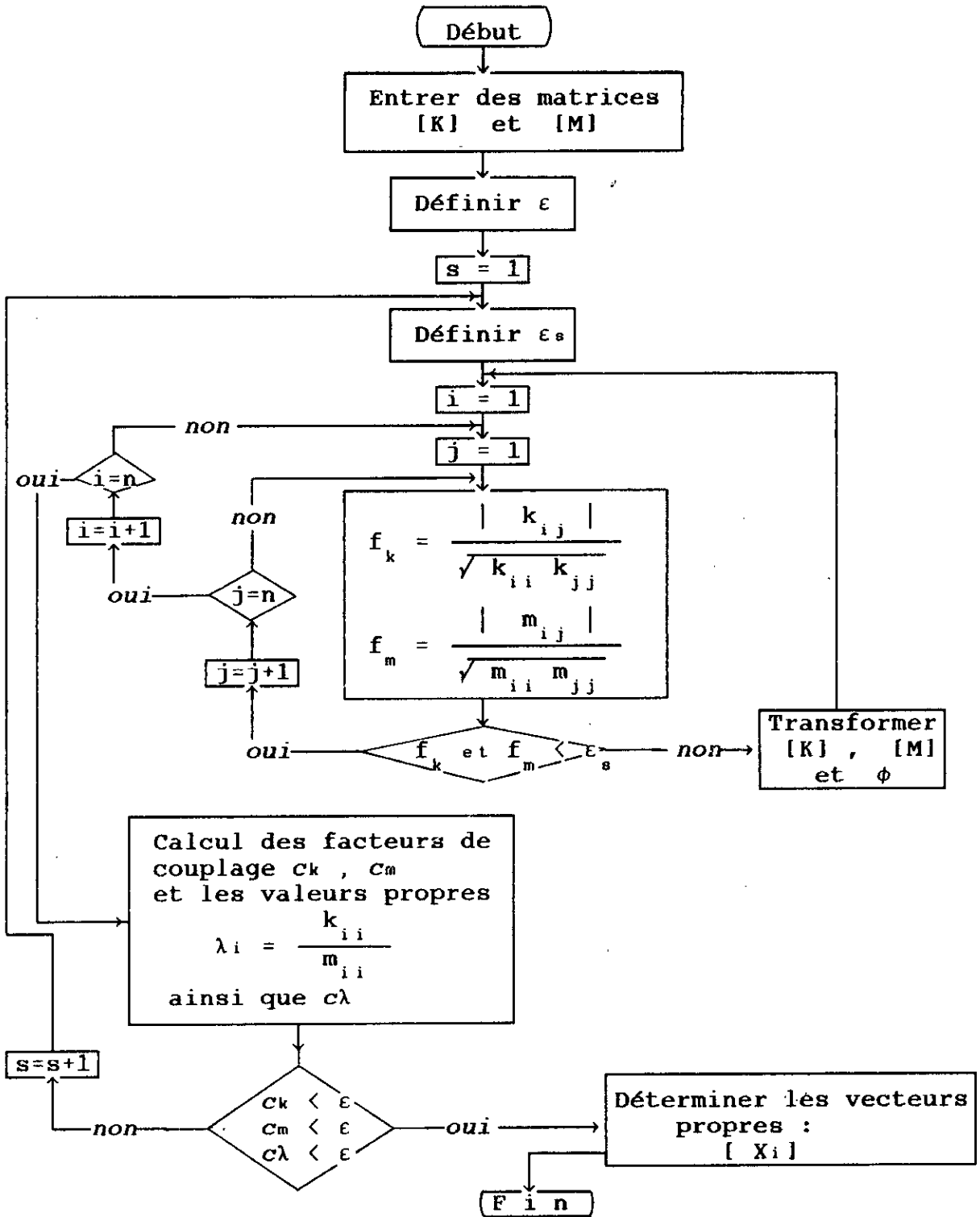
ORGANIGRAMME DE REARRANGEMENT DES MATRICES GLOBALES

REARRA



ORGANIGRAMME DE REDUCTION DE GUYAN

REDUC



ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE TRANSFORMATION JACOBI

Chapitre VII

APPLICATIONS NUMERIQUES ET ANALYSE PARAMETRIQUE

VII - 1: INTRODUCTION

Afin de représenter aussi fidèlement que possible le comportement dynamique réel des structures, on est généralement amené à utiliser des modèles mécaniques très élaborés pouvant présenter un nombre impressionnant de degrés de liberté.

Néanmoins, même avec les ressources informatiques, actuellement disponibles, l'utilisation de tels modèles, n'est toujours pas satisfaisante d'après le critère économique.

Ainsi, l'ingénieur se trouve confronté à la nécessité d'une modélisation engendrant un nombre de degrés de liberté acceptable du point de vue coût de calcul sur ordinateur.

VII-2: PRESENTATION DE LA STRUCTURE:

La structure étudiée consiste en une cheminée industrielle de grande hauteur (250.00m), en béton armé, ayant comme fondation un radier de 17.00m de diamètre. figure (VII-1).

les caractéristiques géométriques et mécaniques de cette cheminée on été calculées par le logiciel élaboré.

L'épaisseur de la paroi de la cheminée est variable du sommet à la base, le règlement américain impose 15 cm comme épaisseur minimale.

Tout le fût de la cheminée est doublé d'un briquage refractaire avec un vide d'air entre les briques et le béton, ventilé naturellement.

Les caractéristiques des matériaux constituant la cheminée sont: $\gamma_{\text{béton}} = 2.5 \text{ t/m}^3$, $\gamma_{\text{brique}} = 1.8 \text{ t/m}^3$, $E = 3.45 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$.

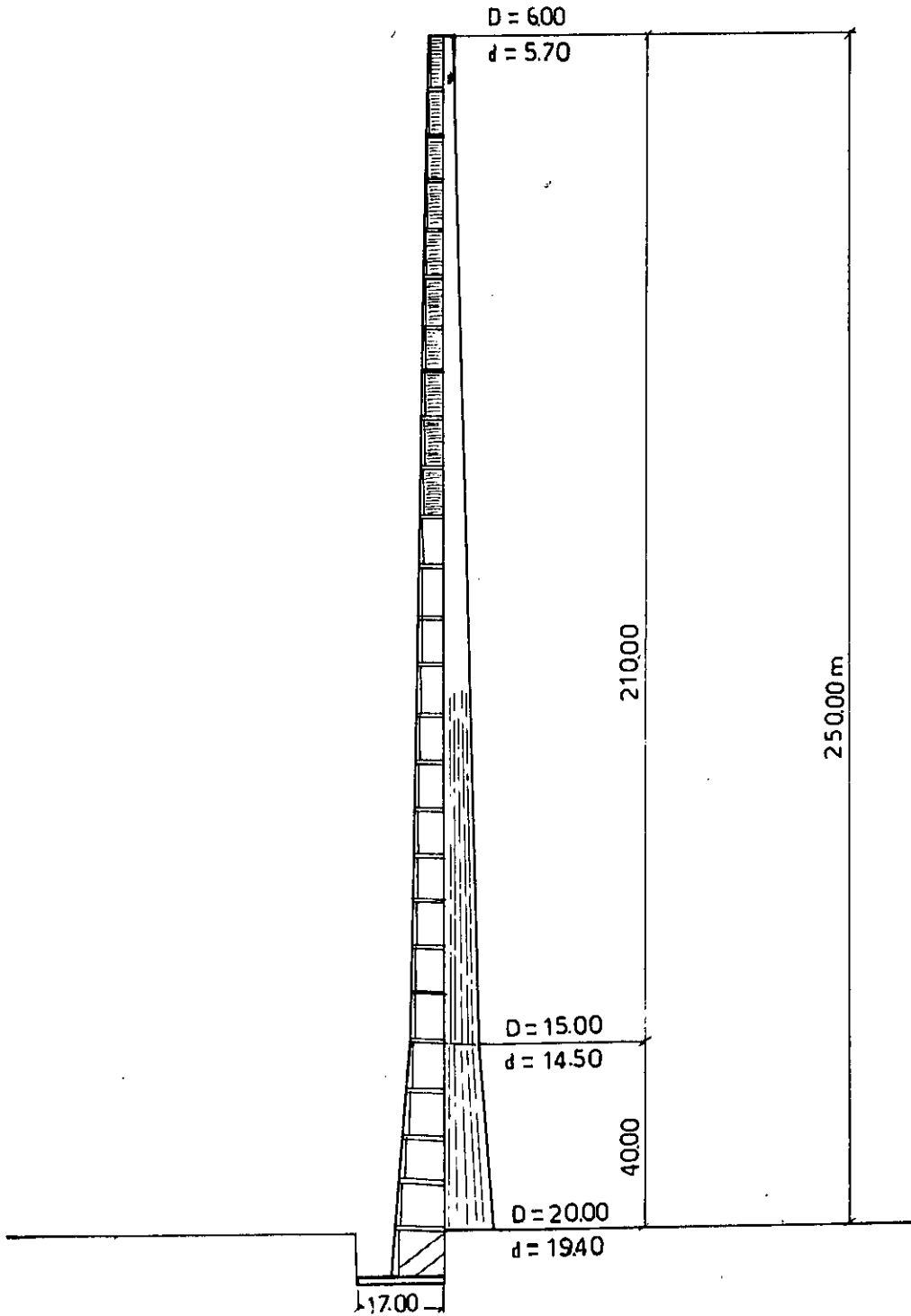


Fig. (VII-1)

Présentation de la structure étudiée

VII-3: MODELISATION DE LA STRUCTURE.

La cheminée étudiée est subdivisée en 25 tronçons.

Deux modèles, A et B, sont successivement considérés:

Le modèle A, utilisant l'élément de poutre uniforme à masse linéique constante.

Le modèle B, basé sur l'élément de poutre à inertie et masse variable.

Les tronçons résultants sont reliés les uns aux autres par des noeuds caractérisés successivement par un nombre de degrés de liberté variable. Pour chacun des deux modèles retenus, les noeuds sont associés à :

- un degré de liberté de translation horizontale (élément dit à cisaillement).
- deux degrés de liberté (translation horizontale et rotation).
- trois degrés de liberté (translations horizontale, verticale et rotation).

Par ailleurs, il est rappelé que la masse de la structure a été évaluée par deux méthodes :

- Une méthode qui consiste à concentrer les masses aux noeuds, dite "méthode de masse concentrée".
- Une méthode dite "masse cohérente" considérant l'effet de répartition de la masse sur toute la structure.

Pour chaque modèle ainsi défini, on détermine à l'aide du

logiciel de calcul développé, les périodes propres de vibrations.

Les principaux résultats de l'étude sont représentés dans les tableaux (VII-2-A) pour le modèle A et (VII-2-B) pour le modèle B.

- Effet du modèle à cisaillement

L'analyse de ces résultats montre clairement que les périodes de vibration obtenues par le modèle à cisaillement, dans les deux cas de formulation massique, sont très petites comparativement à celles résultant des autres modèles.

Cette constatation est valable pour les deux modèles A et B.

A titre indicatif, pour le modèle A, et si on ne s'en tient qu'aux modes fondamentaux, les principaux résultats obtenus peuvent être résumés comme suit:

Formulation à masses concentrées:

$T_1 = 0.1570$ sec. pour l'élément à cisaillement.

$T_1 = 4.3931$ sec. pour des noeuds associés à deux degrés de liberté.

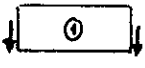
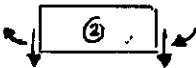
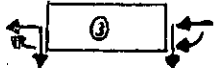
$T_1 = 4.3931$ sec. pour des noeuds associés à trois degrés de liberté.

Formulation à masses cohérentes:

$T_1 = 0.1558$ sec. pour l'élément à cisaillement.

$T_1 = 4.3865$ sec. pour des noeuds associés à deux degrés de liberté.

$T_1 = 4.3865$ sec. pour des noeuds associés à trois degrés de liberté.

	MASSE CONCENTREE		
			
Mode -1-	0.1570	4.3931	4.3931
Mode -2-	0.0774	1.1221	1.1221
Mode -3-	0.0476	0.4693	0.4693
Mode -4-	0.0348	0.2542	0.2542
Mode -5-	0.0275	0.1588	0.1588

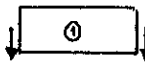
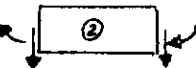
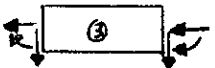

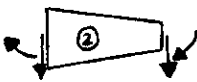

	MASSE COHERENTE		
			
Mode -1-	0.1558	4.3865	4.3865
Mode -2-	0.0738	1.1173	1.1173
Mode -3-	0.0465	0.4658	0.4658
Mode -4-	0.0337	0.2515	0.2515
Mode -5-	0.0264	0.1567	0.1567

Fig.(VII-2-A)

Périodes en secondes données par
le modèle de poutre uniforme (Modèle A)

MASSE CONCENTREE			
			
Mode -1-	0.1610	4.4175	4.4175
Mode -2-	0.0821	1.1285	1.1285
Mode -3-	0.0512	0.4728	0.4728
Mode -4-	0.0402	0.2557	0.2557
Mode -5-	0.0368	0.1597	0.1597

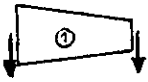

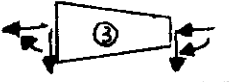
MASSE COHERENTE			
			
Mode -1-	0.1598	4.4097	4.4097
Mode -2-	0.0813	1.1549	1.1549
Mode -3-	0.0488	0.4759	0.4759
Mode -4-	0.0389	0.2587	0.2587
Mode -5-	0.0359	0.1778	0.1778

Fig. (VII-2-B)

Périodes en secondes données par
le modèle de poutre à inertie variable (Modèle B)

Ces résultats montrent que l'élément dit à cisaillement, introduit des rigidités artificielles (structure très rigide) ne reflétant pas le comportement réel de la structure étudiée, et ce quelque soit le modèle employé A ou bien B.

En effet, une étude antérieure [14] de la même structure basée sur un modèle continu a montrée que la période du mode fondamental était égale à 4.41 sec.

- Effet des degrés de liberté axiaux

Il est intéressant de signaler également que les périodes de vibration calculées en utilisant les modèles issus des éléments de poutre et portique (trois degrés de liberté) sont très voisines, ceci signifie que les degrés de liberté axiaux n'affectent presque pas les résultats finaux (en raison du découplage des modes de vibration flexionels et longitudinaux).

Aussi pour des raisons d'ordre pratique, on ne retient dans la suite de l'étude que l'élément poutre.

On remarque, généralement, que le modèle B représente la topologie structurale la plus proche de la réalité. Comparées, aux valeurs numériques des modes fondamentaux de vibrations du modèle continu, on observe une concordance parfaite des résultats.

Un autre point important est que les périodes de vibration calculées à partir du modèle à masses cohérentes sont inférieures

à celles déterminées par le même modèle à masses concentrées aux noeuds. Cette observation demeure applicable pour les modes supérieurs de vibrations.

Bien que ces différences de valeurs des périodes propres soient insignifiantes pour la structure étudiée, on juge utile de mettre en évidence l'influence de la modélisation de la masse sur les fréquences propres d'une part et d'étudier leur convergence en fonction du nombre de tronçons choisis d'autre part.

- Mise en évidence des effets de la modélisation de la masse.

A cet effet une étude détaillée d'une poutre console figure(VII-3) dont la masse est uniformément répartie est effectuée.

L'évaluation des quatre premiers modes propres de vibration est effectuée selon trois méthodes de résolution différentes :

* méthode exacte pour laquelle le modèle est supposé continu, l'effet de masse étant pris en considération en utilisant le milieu continu.

* méthode approchée (1) pour laquelle le modèle est supposé discontinu, l'effet de masse étant évalué par la méthode des masses cohérentes .

* méthode approchée (2) pour laquelle le modèle est discontinu, l'effet de masse étant évalué par la méthode des masses concentrées .

Pour les deux dernières méthodes, les nombres de tronçons considérés sont pris successivement égaux à : 2 , 4 , 8 , 12 , 20 , 25 et 30.

Dans le but de faciliter l'interprétation des résultats obtenus, par les méthodes approchées, ceux-ci sont comparés avec les valeurs exactes en calculant systématiquement les erreurs relatives correspondantes.

Les résultats ainsi obtenus sont représentés sur des graphes qui permettent de visualiser directement l'erreur commise sur la période en fonction du nombre de tronçons figure (VII-3).

Il ressort clairement de ces courbes que contrairement à l'analyse par masse cohérente qui sous-estime les périodes propres de vibration, celle par masse concentrée les sur-estime. Ceci est valable quelque soit le nombre de tronçons considérés.

En outre, la formulation par masses concentrées est plus sensible au nombre de tronçons considérés comparativement à la formulation par masses cohérentes. Ceci est clairement illustré par les courbes de la figure(VII-3).

En effet, les erreurs relatives de la courbe en pointillés (masses concentrées) peuvent atteindre 32 % pour le deuxième mode par exemple (cas de deux tronçons), alors qu'elles ne sont que de 1% pour la masse cohérente.

Par ailleurs lorsque le nombre de tronçons devient important (16 environ), les erreurs commises deviennent acceptables pour les deux modes.

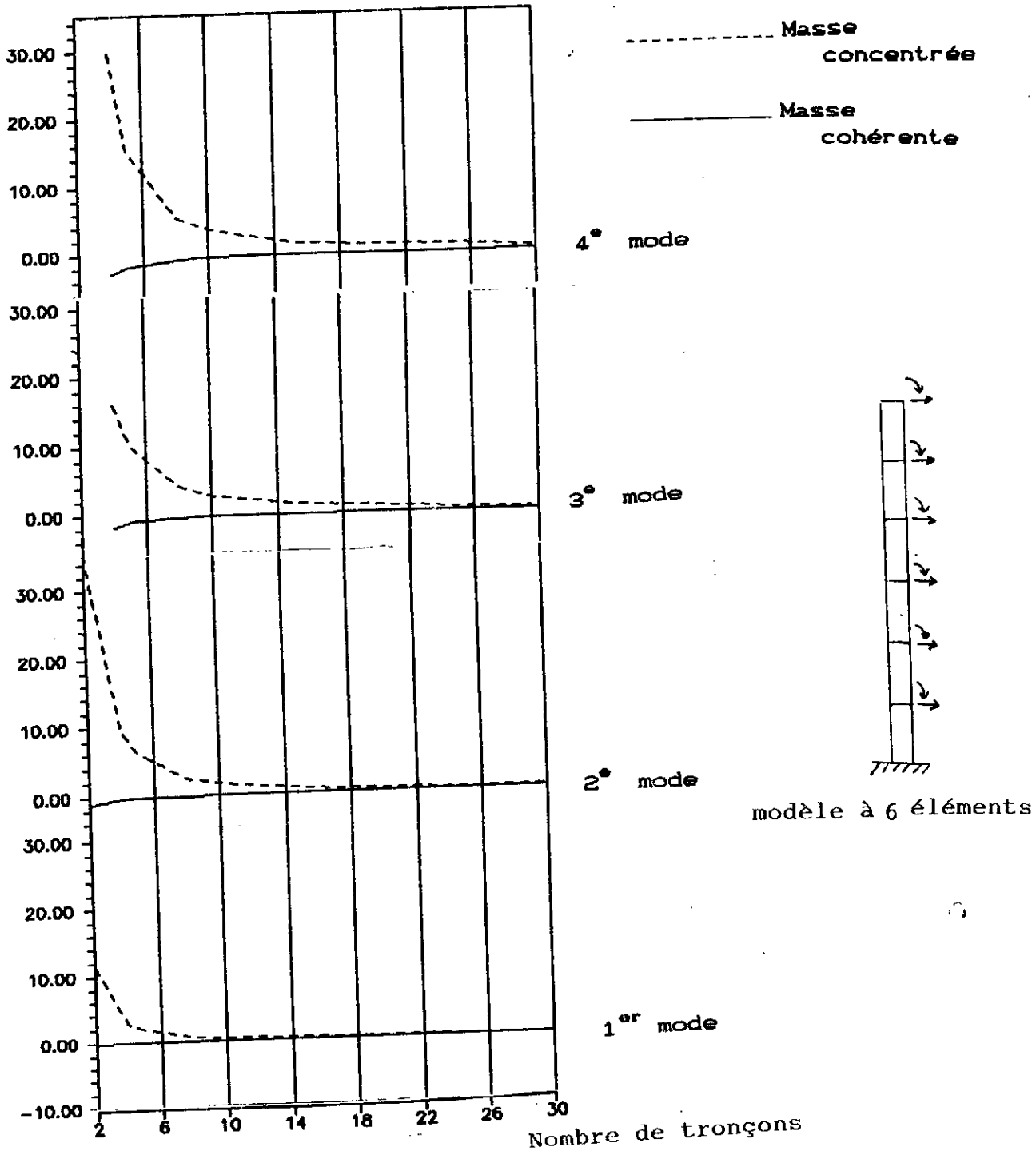


Fig.(VII-3)

Effets de la modélisation massique

Néanmoins, la convergence de la méthode cohérente est nettement plus rapide, notamment pour les modes supérieurs, 3 et 4.

Enfin, il y a lieu de noter que la convergence est monotone pour les deux cas de modélisation massique envisagés.

- Validité du modèle de poutre uniforme

On a vu précédemment que les modèles constitués des éléments de poutre à inertie constante ou variable conduisent à des résultats satisfaisants dans les deux cas de formulation massique.

En effet, une étude utilisant un modèle continu [14], montre d'une part, que la période fondamentale de la cheminée étudiée est de 4.41s, valeur qui est très proche de celles obtenues par les modèles discrets, d'autre part, la formulation par les souplesses dont les résultats, donnés dans le tableau (VII-4), montrent que les périodes calculées par les méthodes de la R.D.M. (méthode des paramètres initiaux et intégrale de MOHR) sont compatibles avec ceux du modèle des éléments finis de poutre.

Néanmoins, le modèle discontinu dans lequel l'élément de base utilisé est la poutre à section (inertie) variable Figure (VII-2-B) donne des résultats plus précis que ceux déduits du modèle utilisant la poutre à inertie constante figure (VII-2-A) .

	Mode -1-	Mode -2-	Mode -3-	Mode -4-
Méthode des paramètres initiaux	4.3932	1.1227	0.4697	0.2643
Méthode de l'intégrale de MOHR	4.3932	1.1227	0.4697	0.2643

Fig.(VII-4)

Périodes en secondes déterminées suivant l'approche par la méthode des souplesses

Afin de mieux apprécier les différences entre les valeurs calculées par les deux modèles de poutre, les erreurs absolues ϵ sont déterminées pour les différents modes de vibrations, figure (VII-5) :

$$\epsilon = T_1 - T_2$$

où T_1 est la période calculée en utilisant le modèle à poutres dont les sections (inerties) sont variables.

T_2 est la période calculée en utilisant le modèle à poutres dont les sections (inerties) sont constantes.

Ces courbes montrent que les erreurs commises sont insignifiantes, la plus grande valeur est de 1 %. Ceci signifie que le modèle constitué de poutres à inerties constantes est un bon modèle représentant correctement le comportement dynamique de la structure.

La simplicité de ses éléments constitutifs offre une grande facilité d'introduction de données sur ordinateur et permet de diminuer le temps d'exécution (CPU - time), tableau (VII-6), en particulier lorsque la modélisation par masse concentrée est utilisée.

$$\epsilon \% = T_1 - T_2$$

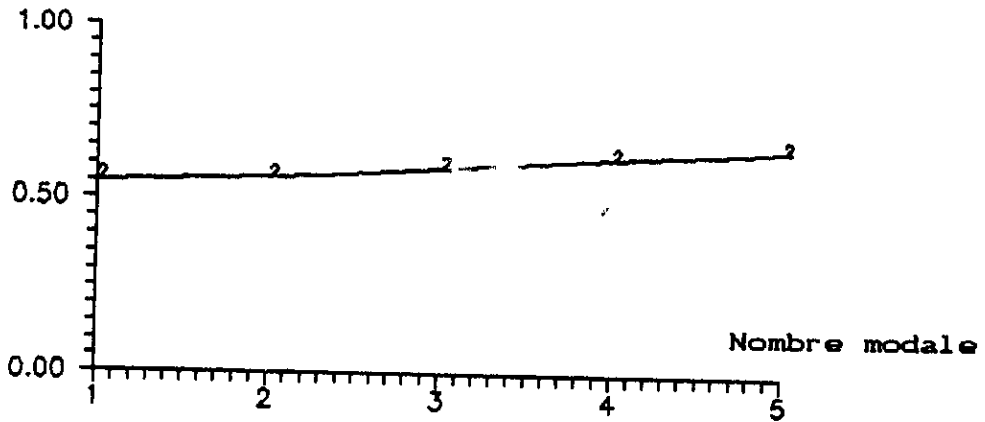


Fig.(VII-5)

Erreur entre le modèle de poutre uniforme
et le modèle de poutre à inertie variable

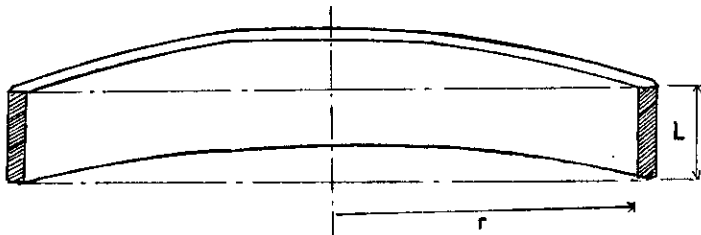
	C P U	TIME
Modèle A	0.00.09.24	
Modèle B	0.00.10:11	

Fig.(VII-6)

Temps d'exécution des modèles A ET B

-Effet de la modélisation en éléments finis de coques cylindriques de révolution.

La modélisation de la cheminée industrielle de 250m de hauteur en éléments finis de coques cylindriques de révolution (axisymétrique) nécessite l'utilisation d'un nombre très élevé d'éléments (750 éléments environ) pour l'ensemble de la structure.



En effet, pour des éléments dont le rapport $\frac{L}{r}$ vérifie :

$$\frac{L}{r} > 7.2$$

où L: hauteur d'un élément.

r: rayon de révolution de l'élément.

On a constaté que les termes de la matrice de rigidité globale étaient tous positifs, ce qui ne reflète pas l'élasticité selle de l'élément considéré.

Pour cela, on propose la relation suivante:

$$\frac{L}{r} \leq 7.2$$

pour délimiter les dimensions de l'élément, afin de pouvoir appliquer l'élément coque cylindrique de révolution développé pour la cheminée étudiée.

Aussi pour les raisons qu'on vient d'évoquer, le modèle de poutre uniforme sera retenu dans la suite de l'étude

VII- 4: PRISE EN COMPTE DE L'EFFET DE L'INTERACTION S L-STRUCTURE .

VII-4-1: Modèle équivalent simplifié

Pour mieux comprendre et analyser les effets de l'interaction s l-structure sur le comportement dynamique de la cheminée considérée, on utilise le modèle équivalent à un degré de liberté décrit précédemment (Chap.IV).

Pour une excitation donnée, la réponse du système dynamique sera fonction des propriétés de la structure et du sol de fondation. Seuls les paramètres ayant des effets prépondérants seront retenus .

Les paramètres adimensionnels suivants sont introduits [30]:

* Le rapport de la rigidité de la structure sur celle du sol:

$$\bar{s} = \frac{\omega_s h}{C_s}$$

où C_s désigne la vitesse des ondes de cisaillement dans le sol et ω_s la pulsation de la structure fondée dans un sol infiniment rigide, et h la hauteur équivalente de la structure.

Il est à noter que \bar{s} augmente de manière inversement proportionnelle à la rigidité du sol.

* Le rapport d'élanement:

$$\bar{h} = \frac{h}{R}$$

définie comme étant le rapport de la hauteur équivalente de structure h à la longueur caractéristique de la base rigide R . Dans notre cas R représente le rayon de la base circulaire.

* Le rapport entre la masse équivalente de la structure (m)
et de la masse équivalente du sol:

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho R^3}$$

* le coefficient de Poisson ν du sol de fondation.

En tenant compte de tous ces paramètres et des expressions
des rigidités des ressorts (k_h, k_r), l'équation (4 - 2),
conduit à la relation:

$$\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_s} \right)^2 = \frac{1}{1 + \frac{\bar{m} \bar{s}^2}{8} \left(\frac{2 - \nu}{\bar{h}^2} + 3 (1 - \nu) \right)}$$

où $\bar{\omega}$: est la pulsation de la structure compte tenu de
l'effet de l'interaction sol-structure .

ω_s : est la pulsation propre de la structure supposée
fondée sur un sol infiniment rigide .

A partir de cette expression, on peut tracer des courbes
qui permettent de tirer des conclusions intéressantes.

L'expression précédente peut être réécrite sous la forme:

$$\frac{\bar{\omega}}{\omega_s} = f (\bar{h} , \bar{m} , \bar{s} , \nu)$$

Si l'on fixe \bar{m} et ν , on peut représenter les variations du
rapport $\bar{\omega} / \omega_s$ en fonction de \bar{s} et \bar{h} figure (VII-8) .

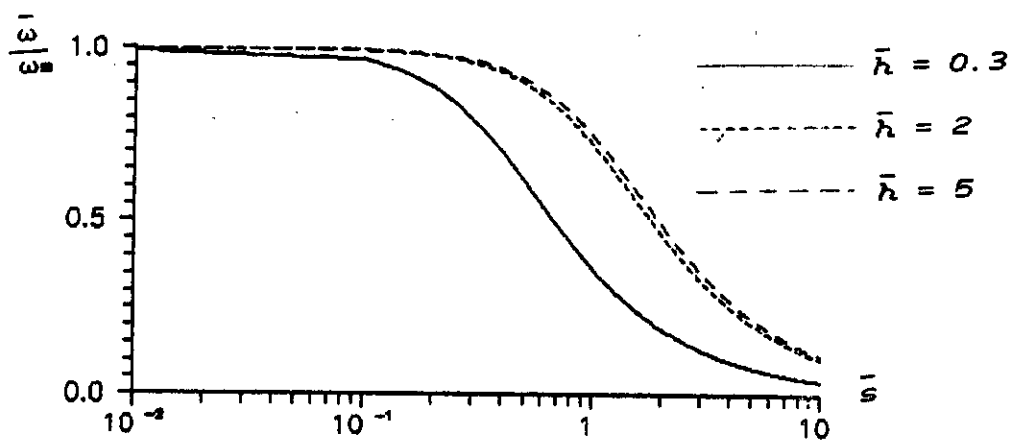


Fig. (VII-8)

Effet de l'interaction sol-structure sur
la fréquence fondamentale du système
dynamique simplifié sol-structure

($\bar{m} = 3$; $\nu = 0.33$)

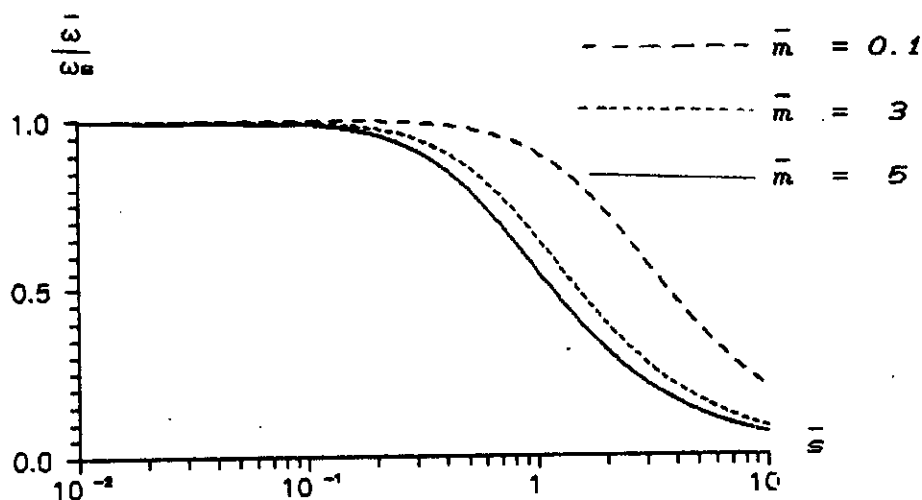


Fig. (VII-9)

Effet de l'interaction sol-structure sur
la fréquence fondamentale du système
dynamique simplifié sol-structure

Il en ressort clairement que lorsque \bar{s} croît (ce qui veut dire que la rigidité du sol diminue), le rapport $\bar{\omega} / \omega_s$ décroît.

En d'autres termes, la fréquence $\bar{\omega}$ devient petite par rapport à ω_s . Cette diminution est d'autant plus importante que les valeurs de \bar{h} soient plus faibles .

Il est à noter que lorsque \bar{h} est supérieur à 3 ($\bar{h} \geq 3$) l'incidence de l'interaction sol-structure ne devient substantielle que pour des valeurs importantes de \bar{s} .

En conclusion, on peut dire que l'effet de l'interaction sol-structure sur les fréquences propres de vibration est à craindre dans le cas des constructions peu élancées reposant sur un sol peu rigide. Ceci n'est pas le cas pour les structures élancées où l'effet de l'interaction devient négligeable .

De la même façon , en fixant \bar{h} et ν on peut représenter les variations du rapport $\bar{\omega} / \omega_s$ en fonction de \bar{m} et \bar{s} figure(VII-9).

Les courbes de cette figure montrent que les fréquences des structures pesantes (\bar{m} grand) sont plus influencées par la flexibilité du sol comparativement à celles des structures légères (\bar{m} petit).

La diminution du rapport $\bar{\omega} / \omega_s$ est d'autant plus grande que \bar{s} l'est aussi.

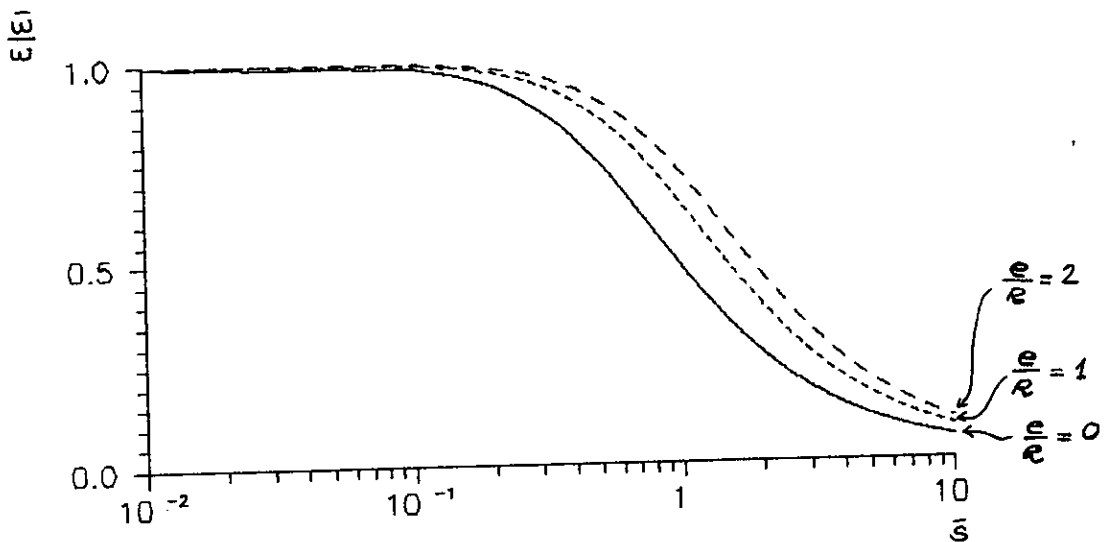


Fig.(VII-10)

Effet de l'encastrement sur l'interaction

sol-structure

($\bar{h} = 0.5$, $\bar{m} = 3$, $\nu = 0.33$)

Ce graphe montre que l'encastrement a pour effet d'accroître la pulsation ($\bar{\omega}$) sous l'effet de l'interaction sol-structure.

Ce phénomène a pour conséquence de limiter les mouvements des fondations et d'accroître la fréquence propre du système sol-structure, donc diminuer l'effet de l'interaction sol-structure.

- Application numérique:

L'étude théorique précédente est complétée par une application numérique qui consiste à adopter pour la cheminée étudiée le modèle équivalent simplifié à un degré de liberté.

La figure (VI-11) reproduit les variations de $\bar{\omega}/\omega_s$ pour différentes valeurs de \bar{s} .

Conformément à ce qui a été dit antérieurement, les fréquences de la structure calculées avec et sans interaction sont pratiquement identiques pour les valeurs de $\bar{s} \leq 2$.

En effet, dans ce cas

$$m = 2713.2 \text{ t} \quad ; \quad h = 178.5 \text{ m} \quad ; \quad R = 17 \text{ m}$$

$$\text{donc} \quad \bar{h} = 10.51 > 3$$

Par ailleurs, les courbes de la figure (VII-12) correspondent aux variations du mode fondamental en fonction du coefficient de poisson ν et le rapport des raideurs structure-fondation (E_s / E_f).

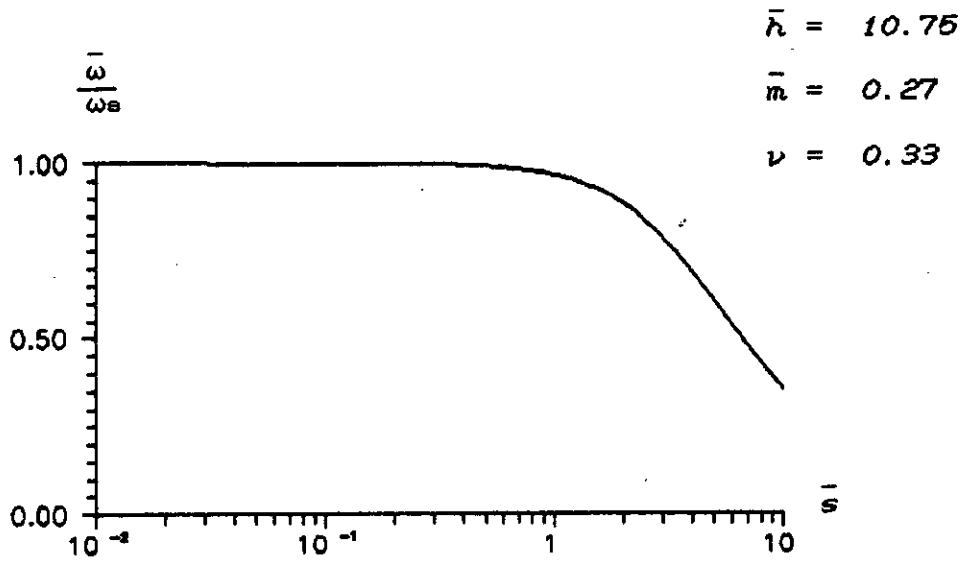


Fig.(VII-11)

Effet de l'interaction sol-structure sur
la cheminée industrielle considérée

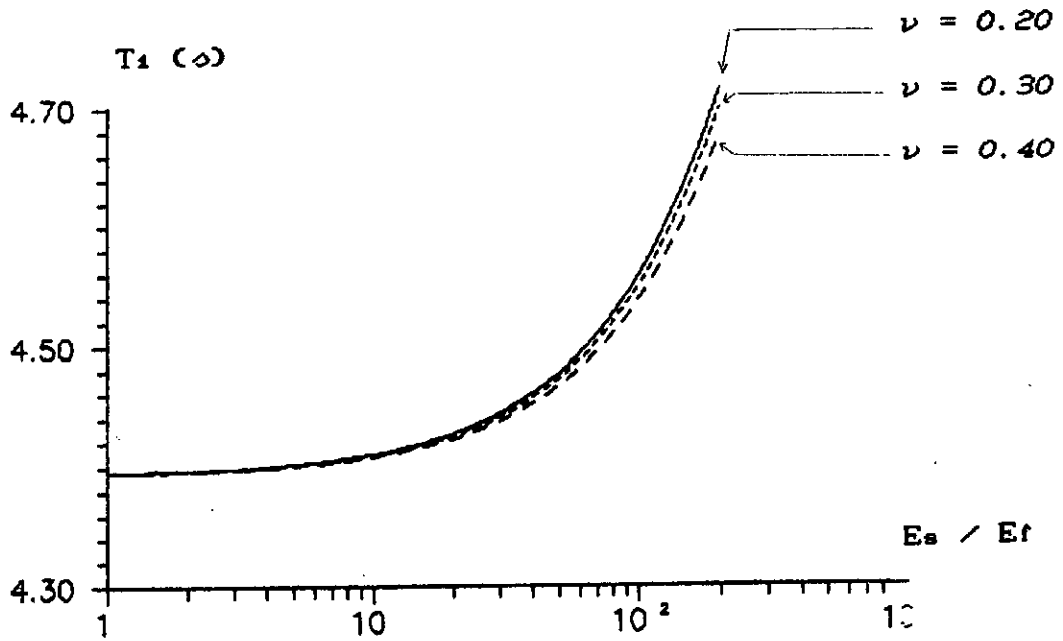


Fig.(VII-12)

Effet de ν sur la période fondamentale

D'après ce graphe, on constate que les valeurs de la période T augmentent avec le rapport E_s / E_f . Cette augmentation est d'autant plus grande que la valeur de ν est petite.

Dans le même contexte et pour illustrer l'effet de l'encastrement de la cheminée sur le phénomène d'interaction sol-structure, le modèle de fondations cylindriques encastree a été appliqué à la cheminée étudiée, les résultats obtenus sont schématisés sur la figure(VII-13), sur laquelle on a tracé le rapport entre les pulsations $\bar{\omega}$ et ω_s respectivement, avec et sans interaction sol-structure, en fonction du rapport de rigidité sol-structure \bar{s} , pour trois cas:

- fondation superficielle ($e = 0$).
- fondation encastree à une profondeur égale à son rayon ($e = R$).
- fondation encastree à une profondeur égale à son diamètre ($e = 2 R$).

On remarque que pour les trois états, l'effet de l'interaction sol-structure peut être supposé négligeable pour \bar{s} inférieur à 2.

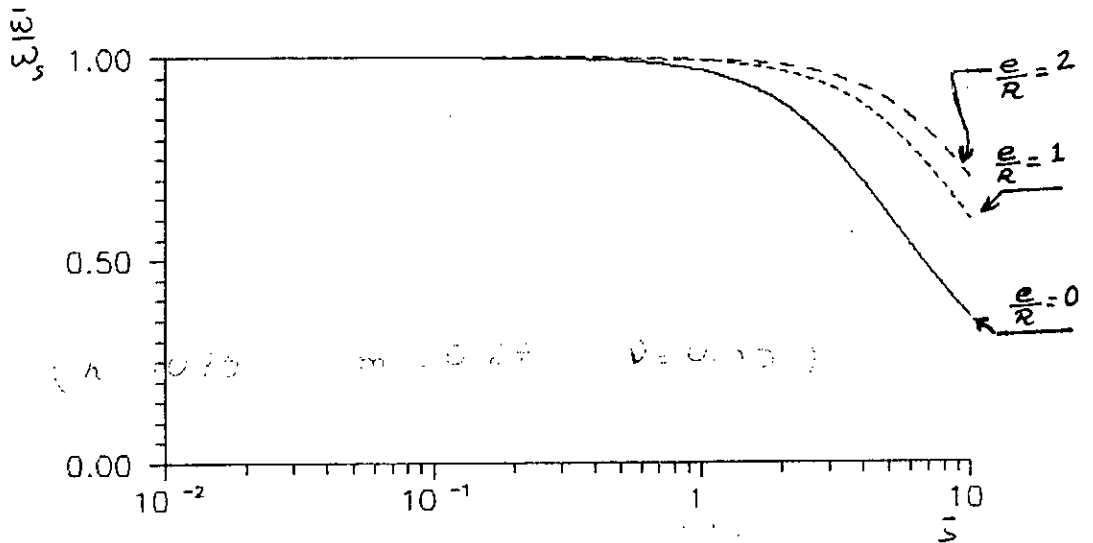


Fig.(VII-13)

Effet de l'encastrement sur l'interaction

sol=structure

$(\bar{h} = 10.75, \bar{m} = 0.27, \nu = 0.33)$

VII-4-2: Modèle à plusieurs degrés de liberté- Précision du modèle équivalent simplifié

Aux fins d'étudier la validité du modèle équivalent simplifié, la valeur de la période du mode fondamental de celui-ci est comparée à celle déduite d'un modèle à plusieurs degrés de liberté et ce pour différentes valeurs du rapport des rigidités structure-fondation (E_s / E_f).

Les courbes résultantes représentées dans la figure (VII-14) montrent une évolution similaire en fonction du rapport E_s / E_f .

En outre les deux courbes sont très proches l'une de l'autre, ce qui veut dire que les erreurs commises sont très petites.

Cette constatation est corroborée par la figure (VII-15) qui montre la variation des erreurs absolues en fonction du rapport E_s / E_f . La plus grande valeur atteinte est égale à 0.8 %.

On remarque que les erreurs sont plus importantes pour les grandes valeurs du rapport E_s / E_f .

Ceci signifie que pour les structures reposant sur un sol flexible, il est plus judicieux de déterminer leur modes fondamentaux à partir du modèle détaillé reflétant du mieux possible leur comportements dynamiques. Néanmoins, pour les cas courants, on estime que le modèle équivalent à un degré de liberté conduit à des résultats satisfaisants.

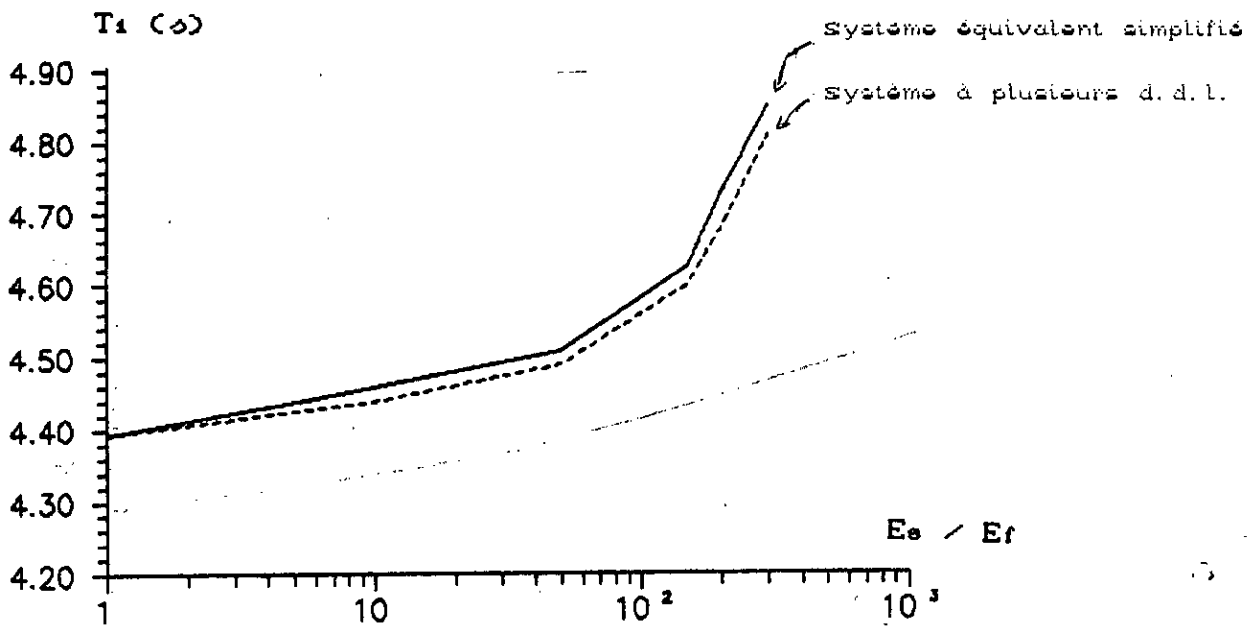


Fig. (VII-14)

Comparaison entre le modèle équivalent simplifié et celui à plusieurs d.d.l.

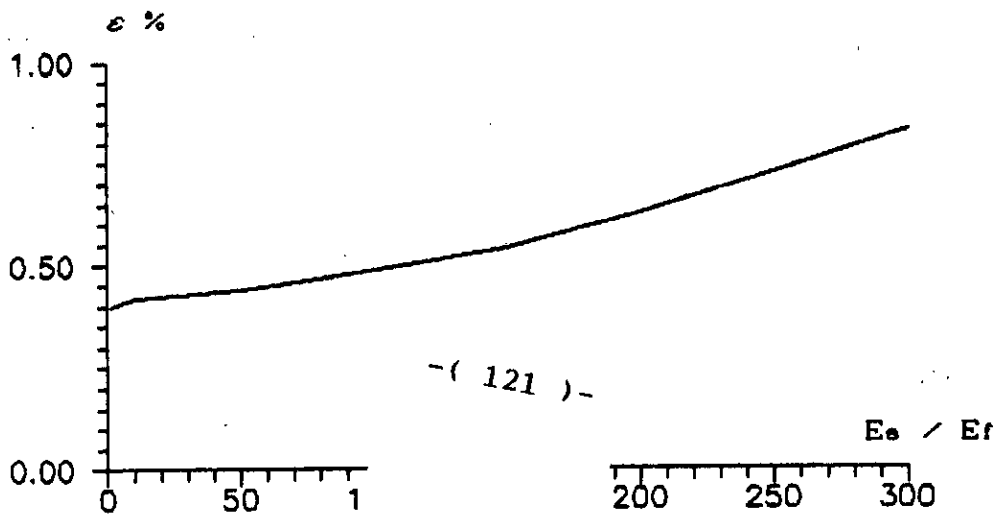


Fig. (VII-15)

Comparaison entre le modèle équivalent simplifié et celui à plusieurs d.d.l.

- Incidence sur les modes superieurs de vibration

* *Frequences propres* :

Le tableau de la figure (VII-16) montre l'effet de l'interaction sol-structure sur la période propre du mode fondamental ainsi que sur les modes superieurs de vibration de la cheminée étudiée.

Quatre valeurs du rapport entre la rigidité de la structure et celle du sol de fondation sont retenues.

L'analyse est effectuée sur les erreurs relatives des périodes de chaque mode. Les huit premiers modes de vibration sont calculés et présentés dans le tableau (VII-17). Les périodes de référence correspondent à celles obtenues pour un sol infiniment rigide ($E_f \approx \infty$).

On constate que :

Les erreurs relatives augmentent pour un mode donné lorsque E_f diminue, mais elles restent acceptables (9.84 % étant la plus grande valeur).

Les erreurs relatives sont plus importantes pour les modes supérieurs.

	p é r i o d e s (s e c o n d e)							
	Mode-1-	Mode-2-	Mode-3-	Mode-4-	Mode-5-	Mode-6-	Mode-7-	Mode-8-
$E_f = \infty$	4.3931	1.1221	0.4692	0.2542	0.1589	0.1086	0.0789	0.0598
$E_f = E_s / 10$	4.4078	1.1278	0.4724	0.2563	0.1604	0.1098	0.0798	0.0606
$E_f = E_s / 100$	4.5387	1.1761	0.4974	0.2720	0.1714	0.1181	0.0868	0.0669
$E_f = E_s / 150$	4.6107	1.2068	0.5091	0.2787	0.1758	0.1215	0.0896	0.0693

Figure (VII - 16)

Effet de l'interaction sol-structure sur les fréquences propres de vibratoins

	r r r s r e l a i v e s %							
	Mode-1-	Mode-2-	Mode-3-	Mode-4-	Mode-5-	Mode-6-	Mode-7-	Mode-8-
$E_f = \infty$	0	0	0	0	0	0	0	0
$E_f = E_s / 10$	0.32	0.45	0.64	0.79	0.94	1.09	1.13	1.32
$E_f = E_s / 100$	3.32	4.81	5.97	7.09	7.29	8.04	9.13	10.6
$E_f = E_s / 150$	4.98	7.66	8.53	9.84	9.84	10.62	11.94	13.71

-(124)-

Figure (VII-17)
 Effet de l'interaction sol-structure sur les fréquences propres de vibrations

** Vecteurs propres*

On vient de voir l'incidence de l'interaction sol-structure sur les fréquences propres de vibration. Une attention particulière est maintenant accordée à l'incidence des effets d'interaction sur les formes propres de vibrations. Les résultats sont présentés dans les figures (VII-18-a) et (VII-18-b).

Il apparaît clairement que les formes propres des modes supérieurs sont d'autant plus affectées que le sol de fondation est plus flexible.

Les valeurs des coordonnées modales correspondant au mode fondamental ainsi qu'au deuxième et troisième mode de vibration demeurent pratiquement inchangées pour les quatre cas de flexibilité de sol envisagés.

L'incidence des effets d'interaction sol-structure sur les autres modes supérieurs est néanmoins significative.

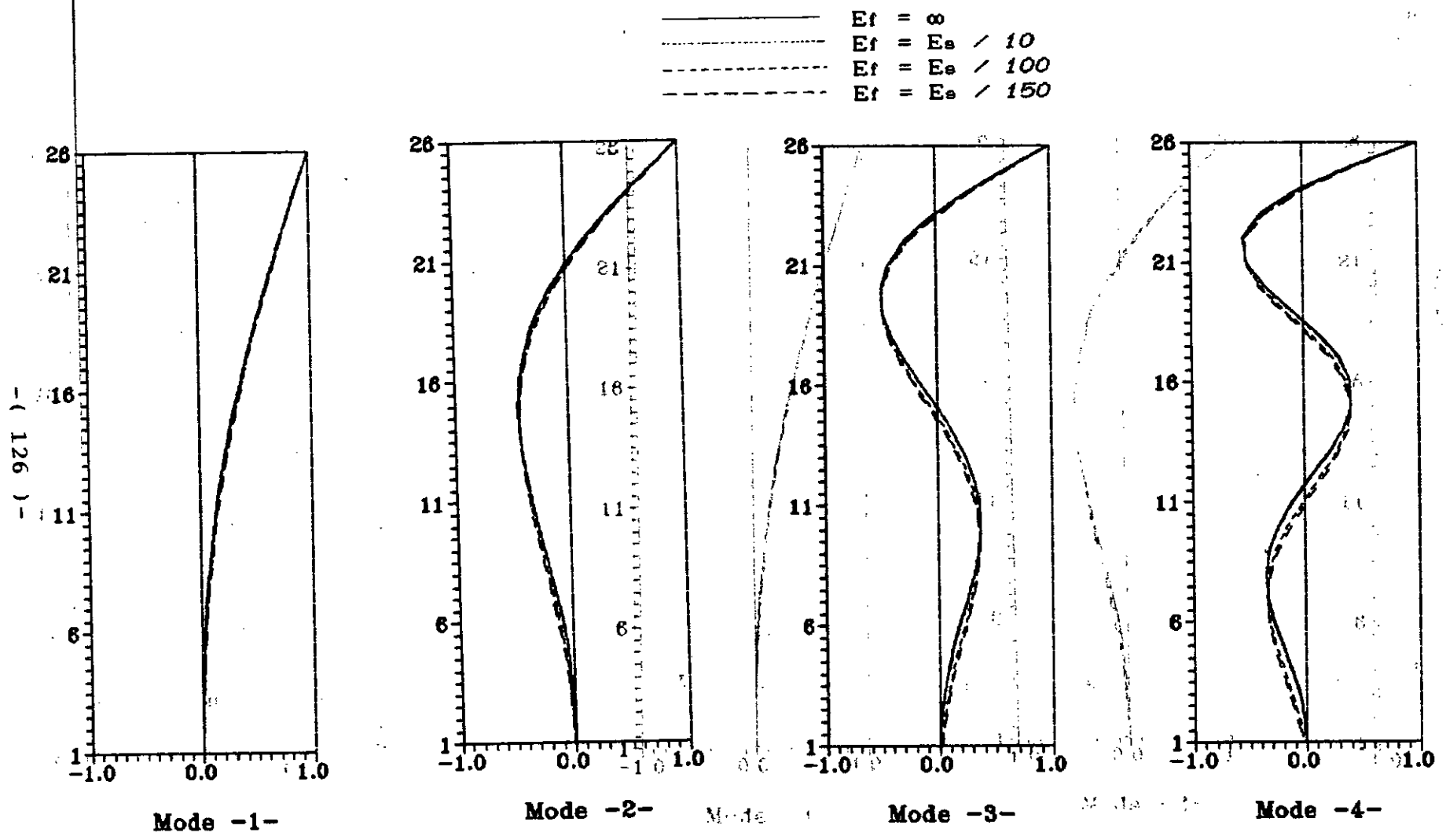
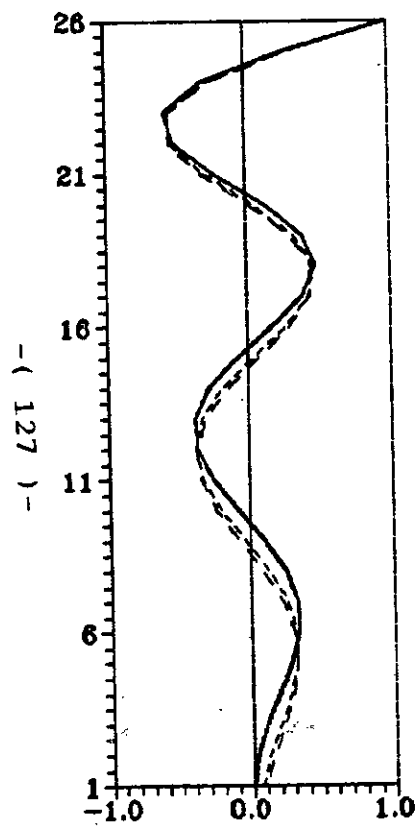


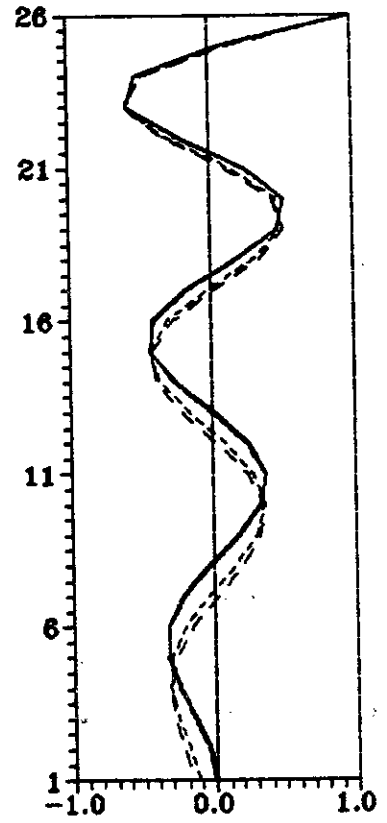
Fig. (VII-18-a)

Effet de l'interactions sol-structure sur les formes propres de vibrations

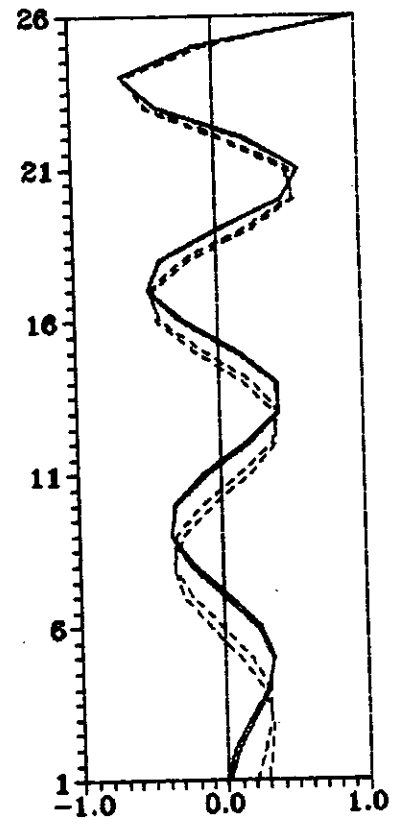
— $E_f = 8$
- - - $E_f = E_a / 10$
- - - $E_f = E_a / 100$
- - - $E_f = E_a / 150$



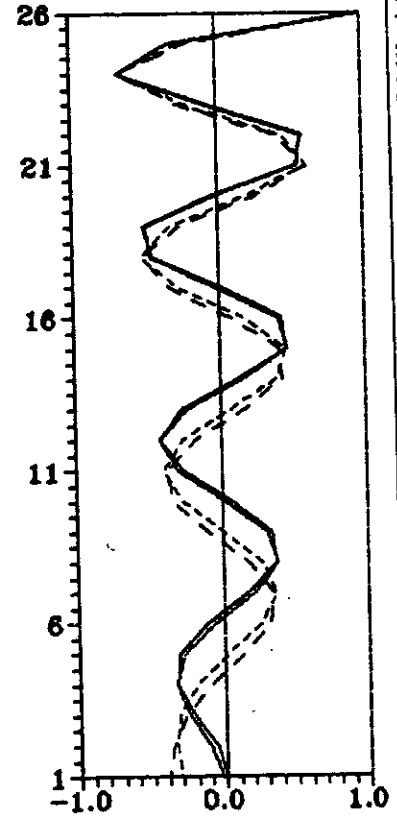
Mode -5-



Mode -6-



Mode -7-



Mode -8-

Fig.(VII-18-b)

Effet de l'interactions sol-structure sur les formes propres de vibrations

-(127)-

VII - 5 : COMPARAISON ENTRE LES INVESTIGATIONS ANALYTIQUES ET EXPERIMENTALES

Dans la plupart des cas, il est difficile de vérifier les investigations théoriques dans le domaine de l'ingénierie des structures sans avoir recours aux tests expérimentaux. Ceci permet de vérifier l'applicabilité des modèles mathématiques élaborés dans le but d'analyser le comportement dynamique des structures soumises aux actions dynamiques.

Le critère principal de la validité d'un modèle mathématique est sans doute la bonne corrélation des caractéristiques dynamiques des valeurs analytiques et expérimentales.

Afin de montrer la précision du modèle mathématique proposé, on a repris analytiquement l'analyse dynamique de deux cheminées industrielles ayant fait l'objet d'une étude expérimentale [36] (figure (VII-19)).

Ces deux cheminées, construites en béton armé, sont caractérisées respectivement par des hauteurs de 160m et 250m.

La première est supposée reposée sur un sol rigide ($E_f \approx \infty$) et la deuxième sur un sol souple.

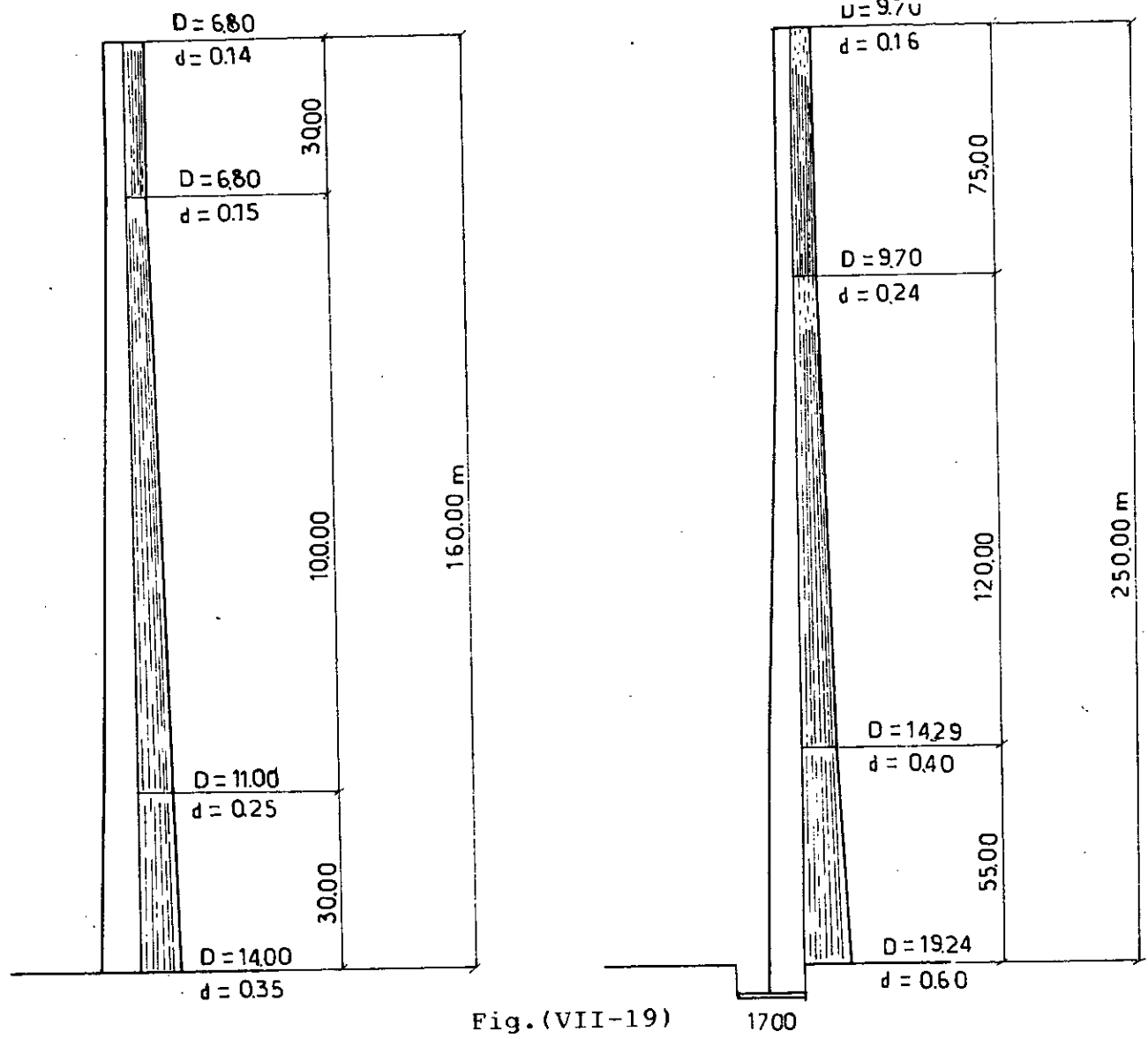


Fig.(VII-19)

Cheminées testées par le modèle
mathématique

Le tableau de la figure (VII-20) montre les valeurs des quatres premières périodes propres de vibration de la cheminée de 160m de hauteur trouvées à partir du modèle expérimental [36] et celles déduites de la modélisation proposée.

Il ressort clairement que la corrélation entre les résultats expérimentaux et analytiques est très bonne. L'erreur relative maximale ne dépassant pas 7 % , celle-ci semble croître avec le nombre de modes suivant une loi pratiquement linéaire, figure (VII-21).

La même constatation peut être faite si l'on examine le tableau de la figure (VII-22), dans lequel on a reporté les résultats d'analyse dynamique relative aux quatres premières périodes de vibration de la deuxième cheminée industrielle de 250 m de hauteur.

L'analyse a été effectuée pour deux modèles de sol, modèle infiniment rigide et modèle flexible. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre que l'effet d'interaction peut introduire une augmentation des périodes modales de l'ordre de 8 % .

Enfin, on peut dire que le modèle mathématique proposé s'avère un instrument précis et performant au plan numérique compte tenu des résultats obtenus et de la taille de la structure considérée.

	Périodes (secondes)		
	Mode -1-	Mode -2-	Mode -3-
Analytique	2.783	0.701	0.297
Ewpérimental	2.80	0.72	0.30

Fig.(VII-20)

Comparaison entre les résultats expérimentaux et analytiques d'une cheminée industrielle de 160 m de hauteur

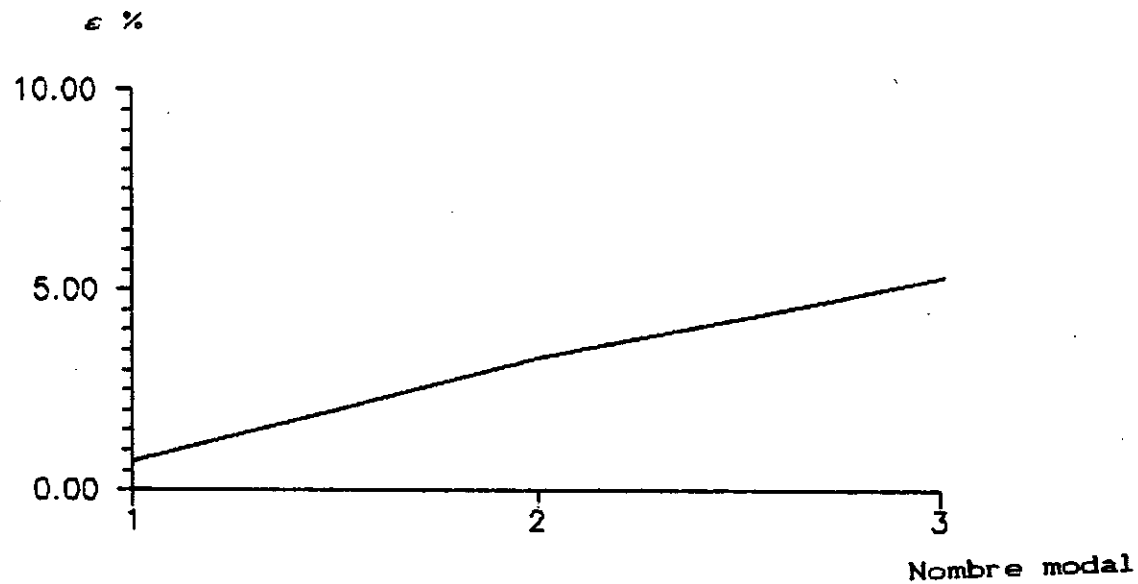


Fig.(VII-21)

Comparaison entre les résultats expérimentaux et analytiques d'une cheminée industrielles de 160 m de hauteur

	Périodes (secondes)			
	Mode -1-	Mode -2-	Mode -3-	Mode -4-
Modèle sol rigide	5.164	1.286	0.523	0.281
Modèle sol flexible	5.408	1.385	0.522	0.308
essai Expérimental	5.000	1.250	0.510	--

Fig.(VII-22)

Comparaison entre les résultats expérimentaux et analytiques d'une cheminée industrielles de 250 m de hauteur

CONCLUSIONS GENERALES ET
RECOMMANDATIONS FUTURES

Afin de mieux représenter le comportement réel des structures, on utilise souvent des modèles mathématiques très développés. Ces modèles emploient généralement un nombre élevé de degrés de liberté et leur formulation implique la résolution de systèmes d'équations aux dérivées partielles présentant souvent des conditions aux frontières dans le domaine spacio-temporel relativement complexes.

Même avec l'outil informatique actuellement disponible, la recherche des solutions exactes des grands systèmes n'est pas toujours satisfaisante du point de vue économique; c'est pour contourner cette difficulté qu'on se contente généralement de rechercher des modèles numériques simples et efficaces.

Dans cette thèse, de nombreux objectifs ont été réalisés. Ainsi, il a été possible:

- D'aborder le problème de détermination des coefficients de souplesse ou de déformabilité d'une structure à inertie variable,

présentant plusieurs degrés de liberté, via deux techniques différentes: la méthode des intégrales de MOHR et la méthode des paramètres initiaux.

- De mettre en oeuvre une approche " Eléments finis " en vue de la détermination automatique des caractéristiques dynamiques des cheminées industrielles. Dans ce cadre, les éléments de poutre à inertie constante et à inertie variable et un élément de coques minces axisymétriques ont été successivement étudiés.

- De développer de façon complète l'élément fini de poutre à inertie variable avec (ou sans) effet axial. Les expressions des éléments des matrices des raideurs et des masses cohérentes obtenues dans cette thèse constituent une contribution originale.

- D'analyser l'incidence du phénomène de l'interaction sol-structure sur le comportement dynamique des cheminées industrielles.

- D'examiner l'applicabilité d'un modèle simple permettant de capter l'effet prépondérant du phénomène d'interaction sol-structure sur les caractéristiques dynamiques des cheminées industrielles. Ce modèle simple s'est avéré très efficace pour une évaluation rapide et précise de la pulsation fondamentale du système cheminée-fondation.

- D'examiner l'effet de quelques paramètres élastiques du sol, tels que le coefficient de Poisson ν et le module d'élasticité E , sur les propriétés vibratoires des cheminées

industrielles élancées. Aussi il a été observé que :

*La période d'oscillations augmente lorsque le coefficient de Poisson diminue.

*La variation du module de Young affecte faiblement les valeurs des périodes du système cheminée-fondation, d'où la conclusion importante : l'influence de la rigidité de la fondation d'une structure élancée est négligeable sur les périodes propres du système sol-structure.

- De confronter les résultats du modèle analytique avec les résultats expérimentaux de deux cheminées industrielles. Une très bonne corrélation entre les deux investigations a été remarquée.

- D'élaborer un logiciel numérique intégrant les techniques de condensation pour l'analyse du comportement dynamique des structures élancées à inertie variable compte tenu de l'effet d'interaction sol-structure.

Malgré le caractère exploratoire de cette recherche, plusieurs recommandations peuvent être également avancées, dont les plus significatives sont brièvement exposées ci-après :

- La modélisation des structures élancées (notamment les cheminées industrielles) par éléments finis de poutre uniforme peut être recommandée puisqu'elle fournit des résultats très acceptables comparativement à ceux obtenus à partir de modèles

d'éléments finis peu complexes.

-Le modèle par éléments finis de poutre à inertie variable avec prise en compte des effets axiaux donne des résultats plus précis mais constitue un modèle moins performant du point de vue coût et temps d'exécution. Il est pratiquement recommandé si les effets du poids propre sont significatifs et dans ce cas où les caractéristiques dynamiques doivent être déterminées avec précision.

-Le modèle par éléments de coque cylindrique de révolution présente un coût élevé quant à son applicabilité pour la modélisation des cheminées industrielles, car il nécessite un nombre très élevé d'éléments de ce type (≈ 750) pour discrétiser complètement une cheminée de 250m de hauteur. Cet élément est peu recommandé pour l'analyse dynamique des cheminées industrielles.

Il est à remarquer que l'effet de l'interaction sol-structure peut être dans certains cas faiblement ressenti. En effet, pour les structures en général (et les cheminées industrielles en particulier) présentant un rapport de hauteur d'élevation au diamètre du radier de fondation supérieur à trois, l'effet de l'interaction peut être insignifiant.

Dans le même contexte, l'effet de l'interaction sol-structure est généralement fortement ressenti pour les structures pesantes. En effet, de telles structures, notamment celles possédant une masse importante par rapport à celle du système sol-fondation,

l'effet d'interaction sol-structure est en général significatif.

C'est pourquoi, il est vivement recommandé de prendre en considération les effets d'interaction sol-structure dans la vérification parasismique des ouvrages lourds, d'intérêt stratégique, tels que les centrales nucléaires et les barrages caractérisés en général par un élancement faible et une masse lourde.

REFERENCES

- [1] G. W. HOUSNER and W. O. KEIGHTLEY, " Vibrations of linearly tapered cantilever beams ", A. S. C. E., paper N°.3461, Vol. 128, 1963.
- [2] J.W. KAMMERLING, "Contraintes thermiques dans les cheminées", Cement, N°16, Amsterdam, Holland, 1964.
- [3] R. J. GUYAN, " Reduction of stiffness and mass matrices" A.I.A.A. Journal, Vol. 3, 1965.
- [4] J.S. ARCHER, " Consistent matrix formulation for structural analysis using finite element techniques ", A.I.A.A. Journal, Vol.3, 1965.
- [5] M. DIVER, " Etude des cheminées en béton armé", Annales I.T.B.T.T.P., Mai, 1966.

[6] A.R. PARMELEE, " Building-foundation interaction effects ", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of the A.S.C.E., 1967.

[7] M. DIVER, " Calcul pratique des cheminées en béton armé", Annales I.T.B.T.P., Mai, 1969.

[8] " Règles pour la construction des cheminées en béton armé", Annales I.T.B.T.P., Avril, 1971.

[9] O.C. ZIENKIEWICZ, " The finite element method in engineering science ", Mc Graw-Hill, U.S.A., 1971.

[10] E. L. WILSON, " The static condensation algorithm ", E.E.S.D., Vol. 6, 1972.

[11] M. DIVER, " Calcul pratique des tours en béton armé ", Editions Dunod, Paris, France, 1972.

[12] R.H.GALLAGHER, " Finite element analysis ", Prentice Hall, U.S.A., 1973.

[13] A.S. VELETSOS and B. VERBIC, " Vibration of viscoelastic foundations ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.4, 1975.

[14] B.TILIOUINE, " Calcul d'une tour de grande hauteur en zone sismique ", Archives, Ecole Nationale Polytechnique, Alger , Algerie ,1975 .

[15] J.E. LUCO, H.L. WONG and M.D. TRIFUNAC, "A note on the dynamic response of rigid embedded foundations", Earthquake Engineering and Structural dynamics, Vol.4, 1975.

[16] T. Y. YANG, K.W. KAYSER and L. C. SHIAU, " Theoretical and experimental studies of earthquake response of a chimney ", Proc. 6th W.C.E.E., New Delhi, India, 1977.

[17] A. S. ARYA and D. K. PAUL, " Earthquake response of tall chimneys ", Proc. 6th W.C.E.E., New Delhi, India, 1977.

[18] J. LYSMER, " Analytical procedures in soil dynamics ", State of the Art, ASCE, Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Pasadena, California, U.S.A., 1978.

[19] L. ROCKEY, H.R. EVANS, D.W. GRIFFITHS and D.A. NETHERLTO, "Introduction à la méthode des éléments finis ", Editions Eyrolles, Paris, France, 1979.

[20] J.F. IMBERT, " Analyse des structures par éléments finis ", Cepadues Editions, France, 1979.

[21] M.PAZ, " Structural dynamics theory and computation ",
Van Nostrnad Reinhold Company In., U.S.A., 1980.

[22] R.W.GLOUGH and J.PENZIEN, " Dynamique des structures ",
Pluralis, Paris, France, 1980.

[23] J.M. IDRIS and R.P. KENNEDY, "Analysis for
soil-structure interaction effects for nuclear power plants ",
Report by the Ad Hoc Group on Soil Structure Interaction of the
Committee on Nuclear Structures and Materials of the Structural
Division of A.S.C.E., 1980.

[24] R.R.GRAIG, " Structural dynamics ", Wiley & Sons,
New York, U.S.A., 1981.

[25] W.T. THOMPSON, " Theory of vibration with
applications ", Prentice-Hall, New Jersey, U.S.A., 1981.

[26] K.J. BATHE, "Finite element procedures in engineering
analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., U.S.A., 1982.

[27] A.CAPRA, V.DAVIDOVICI, " Calcul dynamique des structures
en zone sismique ", Editions Eyrolles, France, 1982.

[27] B. TILIOUINE, " Cours de Dynamique des Structures ",
Post-Graduation, Ecole Nationale Polytechnique, 1982.

[28] H.KAPSAROV, " Theoretical and experimental investigation
of high reinforced concrete chimneys for mathematical model
Formulation ", Proceedings of the 8th W.C.E.E., San Francisco,
U.S.A., 1984.

[29] W.JR. WEAVER, and P.R.JOHNSTON, " Finite elements for
structural analysis ", Prentice-hall, Englewood Cliffs, U.S.A.,
1984.

[30] JOHN P.WOLF," Dynamic soil-structure interaction ",
Prentice - hall , Englewood Cliffs, N.J., U.S.A., 1985.

[31] V. DAVIDOVICI, " Genie parasismique ", Presses de
l'E.N.P.C., Paris, France, 1985.

[32] M. EISENBERGER, " Explicit stiffness matrices for
non-prismatic members ", Computer & Structures, Vol.20, 1985.

[33] J.P. WALTER, " Soil-structure interaction analysis ",
Genie Parasismique, Presses de l'E.N.P.C., Paris, France, 1985.

[34] J.N. LEVADOUX and R. BONAZ, " Soil-structure interaction for special conditions ", Genie Parasismique, Presses de l'E.N.P.C., Paris, France, 1985.

[35] J.R. BANERJEE, " Exact Bernoulli-Euler static stiffness matrix for a range of tapered beam-columns ", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, 1986.

[36] H. KAPSAROV and M. MILICEVIC, " Compararison between experimental and theoretical investigation of high RC chimneys for mathematical model formulation ", Proceedings of the 8th European conference of earthquake engineering, Vol.4, Lisbon, Portugal, 1986.

[37] J. E. LUCO, " Soil-structure interaction effects on seismic responce of the tall chimneys", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.5, 1986.

[38] A. PAIS and E. KAUSEL, " Approximate formulas for dynamics stiffness of rigid foundations", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.7, 1988.

[39] Y. Z CHEN and J.R. XIE, " Evaluation of natural frequencies of non-uniform beams by numerical integration ", Computer & Structures, Vol.29, No 4, 1988.

[40] JOHN P. WOLF, " Soil-structure analysis in time domain ",
Prentice - hall , Englewood Cliffs, N.J., U.S.A., 1988.

[41] H. ANTES and O. VON ESTOFF, " Dynamic response analysis
of rigid foundations and of elastic structures by boundary element
procedures", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.8, 1989.