

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

40/83

sen

Filière d'Ingénieur en Electronique

PROJET DE FIN D'ETUDES



ACQUISITION ET ETUDE MATHEMATIQUE

D'UN SIGNAL PHYSIOLOGIQUE

DE LA PRESSION ARTERIELLE

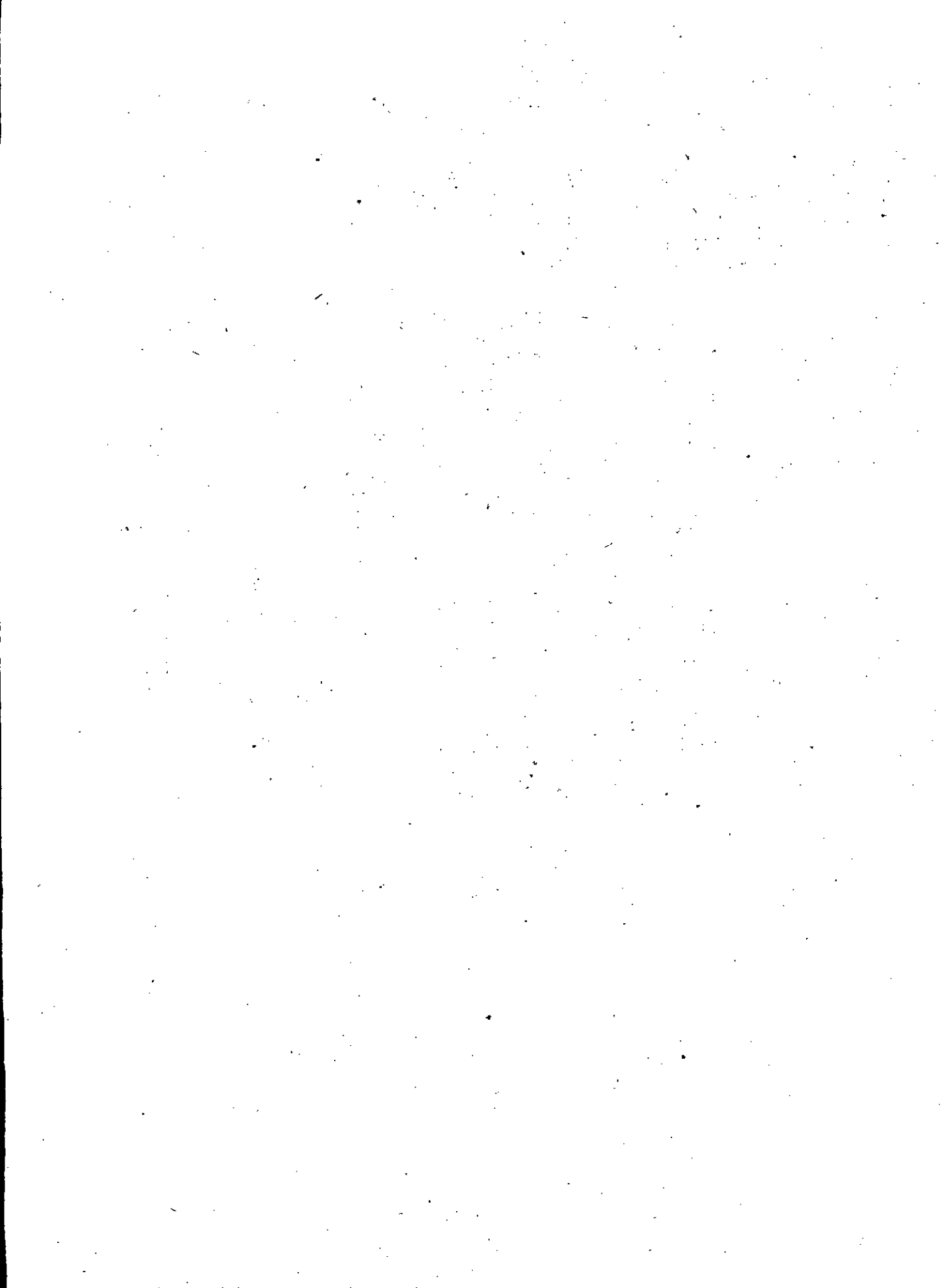
Proposé par : Mme Z. IBTIOUEN

étudié par :

MALKI Houria

ACHOUR Nouara

JANVIER 1983



- UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER -
-o-

-o- DEPARTEMENT D' ELECTRONIQUE -o-

-o- PROJET DE FIN D' ETUDES -o-
=====

ACQUISITION ET ETUDE MATHEMATIQUE
D'UN SIGNAL PHYSIOLOGIQUE DE LA
PRESSION ARTERIELLE

Proposé par : Mme. Z. IBTOUEN

Etudié par : Mlles

MALKI Houria

ACHOUR Nouara

- JANVIER 1983 -

à mon père

à ma mère

à mon frère et mes soeurs

N. ACHOUR

£

£ ----- £

£

à mon père

à ma mère

à mes frères et mes soeurs.

H. MALKI

£

£ ----- £

£

[[/]]ous tenons à exprimer nos remerciements à Madame
IBTIOUEN qui n'a cessé de nous aider tout le long de
la présente étude.

Nous ne manquons pas de remercier Monsieur FLAMANT
de l'intérêt qu'il a accordé à notre travail, ainsi qu'aux
professeurs et assistants d'analyse numérique de l'Ecole
Nationale Polytechnique, qui nous ont aidé dans l'élabo-
ration de ce projet.

Nous saisissons cette occasion pour exprimer toute notre
gratitude, envers toutes les personnes qui ont participé
à notre Formation.

M A L K I Houria

A C H O U R NQuara.

-oOo- / C O M M A I R E -oOo-
-o-o-o-o-o-o-o-o-

I N T R O D U C T I O N :

C H A P I T R E I. | Rappels physiologique

- 1.1. Le coeur
- 1.2. Génération de l'onde de pression artérielle.
- 1.3. La tension artérielle
 - 1.3.1. Définition
 - 1.3.2. Les différents paramètres de la pression artérielle.

C H A P I T R E II. : Procédés de mesure de la tension artérielle

- 2.1. Mesure directe
- 2.2. Mesure indirecte.
 - 2.2.1. Méthodes manuelles
 - 2.2.2. Méthodes automatiques
 - 2.2.3. Conclusion.
- 2.3. Caractéristique d'un appareil basé sur la méthode oscillométrique.
 - 2.3.1. Schéma synoptique de l'appareil
 - 2.3.2. Description de l'appareil.

.../...

CHAPITRE III.

: Présentation du signal fontamental
issu de la méthode oscillométrique.

3. 1. Caractéristique du signal de
pression.

3. 2. Principe de la méthode de
mesure.

CHAPITRE IV.

: Etude des filtres

INTRODUCTION

4. 1. Filtre passe bande.

4. 1. 1. Structure à contre-
réaction simple.

4. 1. 2. Structure à contre-
réaction multiple.

4. 1. 3. Structure de Sallen-Key.

4. 1. 4. Structure à variables
d'état.

4. 2. Autres types de filtres : le passe
haut et le passe bas.

4. 2. 1. Les filtres du second ordre.

a) Structure à contre réaction
simple.

b) Structure à contre réaction
multiple.

c) Structure de Sallen-Key

d) Structure à variable d'état.

..../..

4.2.2. Type de réponse à prendre en compte.

4.2.3. Tableau de synthèses comparées.

- Conclusion

4.3. Filtrés d'ordre supérieur.

4.4. Essais pratiques.

CHAPITRE V.

: Etude mathématique du signal physiologique

5.1. Recherche d'une méthode mathématique.

5.1.1. Introduction.

5.1.2. Procédés de mesure.

5.1.3. Notion de lissage.

5.2. Méthode de Gollub.

5.3. Méthode de Fourier.

5.4. Approximation par la formule de Lagrange.

5.5. Approximation par la formule de " Taylor ".

- Conclusion.

.../...

I N T R O D U C T I O N :

La tension artérielle est un facteur essentiel de l'activité physiologique de l'individu, elle s'explique par la pression que le sang exerce sur la paroi des artères.

Sa mesure nous renseigne sur l'état du coeur, sur les caractéristiques du réseau vasculaire et sur l'ensemble des besoins de l'organisme.

La mesure répétée de la tension artérielle, au moyen d'une méthode non sanglante, présente un intérêt certain aussi bien pour les enfants que pour les adultes soumis aux soins intensifs, en urgence, à l'épuration extrarénale etc.....

Il existe plusieurs méthodes manuelles et automatiques qui permettent de mesurer les paramètres de ce facteur.

Généralement, les procédés de mesure automatique sont basés sur l'interprétation d'un signal physiologique capté au niveau de l'artère humérale.

Notre travail est une contribution à l'élaboration d'un projet de Magister dont le thème est la conception d'un appareil de mesure automatique de la tension artérielle.

.../...

Le travail qui nous a été confié est une partie du traitement du signal physiologique de la pression artérielle issu d'une méthode : l'oscillométrie.

Ainsi, dans un premier chapitre, nous avons fait quelques rappels physiologiques et notamment une définition de la tension artérielle.

Nous avons cité les différentes méthodes qui permettent sa mesure dans le second chapitre avec tous les avantages et les inconvénients de chaque méthode, et nous avons déduit la méthode retenue qui est basée sur l'oscillométrie et qui répond le mieux à une mesure automatique de la tension artérielle.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté le signal fondamental issu de la méthode oscillométrique.

Une chaîne d'acquisition du signal physiologique basée sur le filtrage est proposée dans le chapitre quatre et cela après l'étude des différentes structures de filtres.

Dans le chapitre cinq, nous avons fait la recherche d'une méthode mathématique qui nous permet de déterminer les deux valeurs de la pression : systolique et diastolique.

Une corrélation entre les deux procédés de mesure des pressions systolique et diastolique par stéthoscope d'une part et par la méthode mathématique d'autre part a été déterminée en conclusion du chapitre cinq.

A la fin de ce polycopié, nous avons établi un programme écrit en langage Basic permettant l'application sur plusieurs personnes de la méthode mathématique retenue.



I. - RAPPELS PHYSIOLOGIQUES :

1.1. Le coeur :

Le coeur est un ensemble qui fonctionne comme une double pompe à double effet. C'est à lui qu'il échoit de fournir la puissance nécessaire au maintien de la circulation du sang dans l'organisme.

Le coeur comprend deux parties séparées par un mur musculaire : le "coeur gauche" et le "coeur droit".

Chaque partie est elle-même composée de deux cavités : une cavité supérieure ou oreillette, une cavité inférieure ou ventricule (voir fig. 1.1.).

C'est l'oreillette qui reçoit le sang (entrée de la pompe).

Les ventricules sont les "chambres de chasse". Les valves cardiaques permettent au sang de passer dans le coeur de façon unilatérale : elles s'ouvrent et se ferment à la manière de clapets de pompe, sous l'effet de la pression du sang.

1.2. Génération de l'onde de pression artérielle :

La révolution cardiaque est le cycle des phénomènes qui se reproduisent au niveau du coeur, l'un d'entre eux étant pris pour origine de ce cycle.

En physiologie, on prend comme phénomène initial, la systole auriculaire. Ce choix se justifie car, ainsi qu'il a été démontré dans l'étude de l'automatisme cardiaque, c'est au niveau des oreillettes, plus spécialement dans le noeud sinusal de "Keith et Flack" situé dans l'oreillette droite que prend naissance le stimulus qui commande la contraction des oreillettes et entraîne la succession des différents temps de la révolution cardiaque.

Celle-ci comprend donc la suite de actes qui s'accomplissent entre deux systoles auriculaires consécutives ce sont la systole auriculaire, la systole ventriculaire, la diastole générale.

Les modifications électriques qui se produisent au sein du muscle cardiaque pendant le cycle cardiaque peuvent être mises en évidence : c'est l'électrocardiogramme (voir : fig. 1.2.).

On voit qu'il comporte cinq oscillations, qui sont désignés respectivement par les lettres P, Q, R, S, T. On a indiqué sur la figure les durées en $\frac{1}{10}$ de seconde. Afin d'établir le synchronisme entre les différentes manifestations de la révolution cardiaque, on a représenté au dessous du tracé électrocardiographique le tracé du cardiogramme indiquant les pressions cardiaques, ainsi que la localisation dans le temps des bruits du coeur.

On voit que l'accident P est synchrones de la systole auriculaire, que le tracé Q R S correspond à la phase de mise en tension du ventricule, et que l'oscillation T se manifeste vers le milieu du plateau systolique, c'est à dire de l'évacuation ventriculaire.

.../...

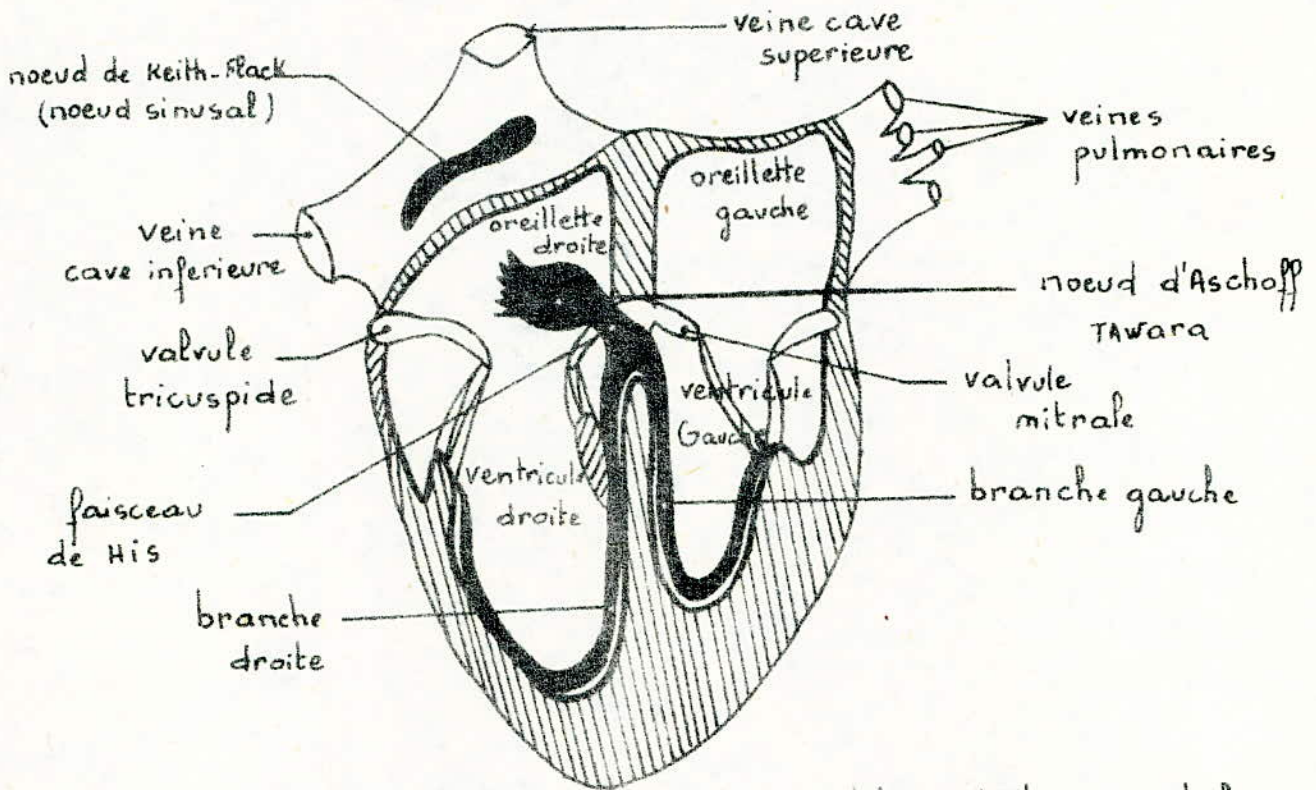


Fig: 1.1 - schéma du coeur et de la repartition du tissu nodal

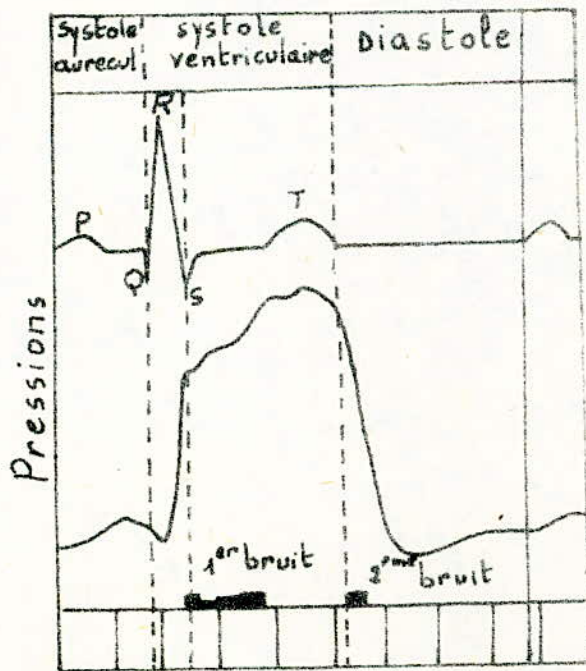


Fig: 1.2
- Electrocardiogramme normal (en haut) comparé au cardiogramme (au milieu)
En bas, localisation dans le temps des bruits du coeur

1.3. - La tension artérielle :

--- 1.3.1. Définition :

Dans le langage courant, les termes de pression ou de tension sont indifféremment utilisés, pourtant ils ne sont pas tout à fait identiques.

On appelle pression sanguine, la pression que le sang exerce sur la paroi des vaisseaux : artères, capillaires, veines.

Les médecins réservent le terme " tension " la pression artérielle : pression sanguine dans les artères.

Cette pression varie pendant le cycle cardiaque (voir : fig. 1.3.).

La valeur crête qui apparaît pendant la systole ventriculaire est appelée "pression systolique" ou " tension maxima ", " la valeur minimale", qui se produit en diastole est appelée " pression diastolique " ou " tension minima ".

La pression artérielle moyenne est définie comme :

$$\frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = P_m \text{ (voir fig. 1 - 3).}$$

.../...

1.3.2. Les différents paramètres de la pression artérielle

Trois paramètres essentiels caractérisent la pression artérielle, ce sont :

- la pression systolique P s :

Valeur maximale atteinte lors de la systole ventriculaire.

- la pression diastolique P d :

Valeur minimale élément constant de la pression artérielle due à l'élasticité des parois.

- la pression moyenne P m :

C'est la pression constante qui serait nécessaire pour assurer dans les artères le même débit sanguin que la pression variable régnant dans les vaisseaux.

Quelques chiffres :

$$- P m = P d + \frac{1}{3} (P s - P d)$$

- la pression systolique normale de l'adulte est comprise entre 100 et 140 mm Hg, la pression diastolique entre 60 et 100 mm Hg.

- Il existe plusieurs procédés de mesure de la pression artérielle ; les principaux sont présentés dans le chapitre suivant.

II. - PROCEDES DE MESURE DE LA TENSION ARTERIELLE :

2.1. Mesure directe :

Au début du siècle dernier, l'opérateur procédait sur la sang lui même pour mesurer la tension artérielle.

Tous les procédés de mesure directe ont un point commun : leur mise en oeuvre est traumatisante et nécessite au moins la pose d'un cathéter, opération non dénuée de risque, plus tard d'autres procédés de mesure basés sur la mesure indirecte ont été introduits.

2.2. Mesure indirecte :

2.2.1. Méthodes manuelles

Les méthodes utilisées en pratique courante font toutes appel à une manchette placée en général sur le bras (artère humérale).

Elle est gonflée à une pression suprasystolique de façon à provoquer l'occlusion artérielle et la suppression de l'écoulement sanguin, puis dégonflée lentement.

Les divers méthodes que nous allons citer différent par les moyens mis en oeuvre pour récupérer pendant le dégonflage, les diverses phases de la réapparition de l'écoulement artériel.

Nous verrons successivement :

- méthodes ultra-sonores
- l'auscultation
- l'oscillométrie.

.../...

a) Méthode ultrasonore :

Elle permet la mesure de la pression artérielle en observant par "effet Doppler) le mouvement des parois. Cette méthode nous donne la valeur de la pression systolique. La mesure de la tension diastolique est impossible. Ce procédé est donc peu utilisé.

b) L'auscultation :

Le; procédé consiste à écouter à l'aide d'un stéthoscope classique ou électronique, les bruit provoqués par l'écoulement sanguin au point de compression par la manchette.

Cette méthode nous donne les deux pressions, systoliques et diastolique.

Elle peut être précise, cependant, il faut noter l'influence non négligeable de l'opérateur sur les résultats de mesure : acuité auditive, bruits environnants, temps de réaction, etc....

c) L'oscillométrie :

Comme dans le procédé précédent une manchette gonflée à l'air et permettant d'appliquer une contre pression est placée sur le membre au point choisi. Si l'on gonfle cette manchette de façon à comprimer partiellement l'artère, on constate de petites oscillations de la pression d'air dans le brassard synchrones du rythme cardiaque.

.../...

En effet, les parois artérielles étant élastiques, les variations de pression dues à l'écoulement pulsatile provoquant des déplacements de ces parois produisent à leur tour des variations de pression dans le brassard.

L'amplitude de ces oscillations varie en fonction de la contre pression exercée.

Si l'on gonfle la manchette à une pression suprasystolique et que l'on procède au dégonflage, l'amplitude varie de la façon suivante (voir fig. 2. 2.) : absence totale d'oscillations pour une pression supérieure à la pression systolique. Les oscillations apparaissent lorsque la pression dans la manchette est égale à la pression systolique.

Si l'on poursuit le dégonflage, on constate que l'amplitude des oscillations augmente : cette amplitude passe par un maximum lorsque la pression dans la manchette est égale à la pression sanguine moyenne.

Le dégonflage se poursuivant, on constate que l'amplitude des oscillations décroît : cette décroissance s'interrompt lorsque la pression dans la manchette est égale à la pression diastolique.

Il subsiste des oscillations dans le brassard pour des pressions de gonflage inférieures à la pression diastolique, dues aux variations de volume du membre, conséquences de la pulsabilité de l'écoulement artériel.

.../...

-10 bis-

Fig:13 - Parametres de la pression arterielle

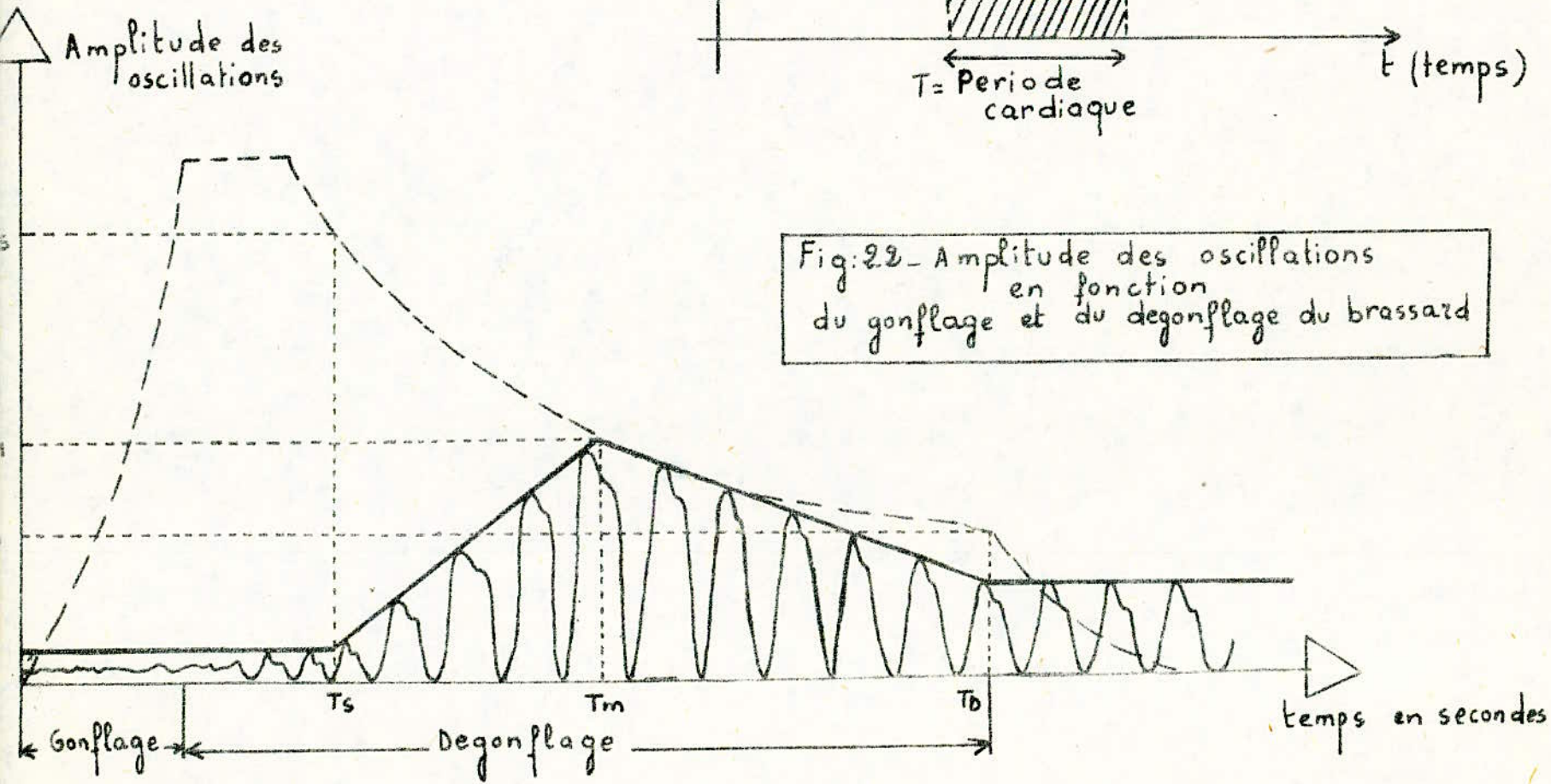
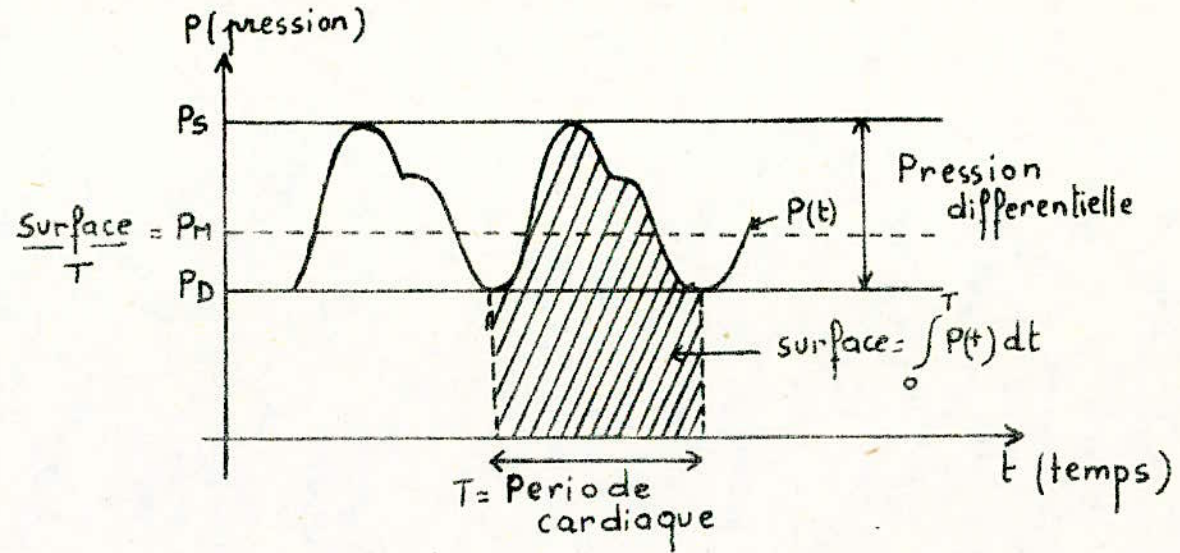


Fig:22 - Amplitude des oscillations en fonction du gonflage et du degonflage du brassard

Cette méthode est la seule donnant accès aux trois paramètres : pression systolique, pression moyenne et pression diastolique. Cependant, l'appareillage utilisé est complexe, peu facile à manipuler.

La mesure par palier est longue à effectuer et les lectures sont difficiles à faire avec précision en raison du mouvement continu de l'aiguille.

2.2.2. Méthodes automatiques :

En service hospitalier, la prise de tension périodique systématique sur de nombreux malades représente une lourde tâche pour le personnel médical.

L'automatisation des procédés de mesure que nous venons d'expliquer était souhaitable afin d'éliminer l'influence de l'opérateur.

Par conséquent, un certain nombre d'appareils ont été conçus.

a) Appareils à "bruits de Korotkow" :

Bien que difficilement automatisable par suite des différences importantes des caractéristiques des "bruits de Korotkow" d'un type de sujet à un autre et du manque de fiabilité de la méthode des "bruits de Korotkow" a donné naissance à de nombreux appareils permettant le relevé plus ou moins automatique des pressions systolique et diastolique.

Tous ces appareils utilisent un capteur externe qui crée toujours des problèmes de fragilité, des difficultés de positionnement et de parasitage en raison des frottements sur la peau et les bruits extérieurs.

b) Appareils utilisant les ultra-sons :

Ces appareils utilisent en plus du brassard incorporant des transducteurs ultrasonores et des équipements "Doppler", des circuits permettant l'automatisation.

De tels équipements sont déjà qualifiés de "lourds".

Ils fournissent en général de bons résultats, même sur les basses tensions et sur les enfants et sont couramment utilisés en milieu hospitalier.

Leur emploi reste cependant assez délicat : Vulnérabilité des transducteurs ultra-sonores, positionnement correct des transducteurs sur l'artère.

c) Appareils utilisant la méthode oscillométrique :

Les capteurs de pression actuellement disponibles sur le marché atteignent des performances tels qu'ils permettent sans problème la mesure de pression dans la manchette et l'enregistrement simultané des oscillations.

Le procédé oscillométrique est intrinsèquement très performant, il fournit des valeurs exactes de pression comparables à celles que l'on obtient par voie sanglante. Il est le seul à pouvoir fournir une mesure de la pression moyenne, paramètre qui est fourni par toutes les chaînes de mesure de pression par voie sanglante et qui est donc très utilisé en réanimation.

.../...

De plus, l'emploi d'un brassard traditionnel dépourvu de tout capteur ou microphone simplifie considérablement la mise en oeuvre et supprime nombre de problèmes liés à l'utilisation.

La régulation d'artéfact est excellente : pas de microphone qui frotte sur la peau ou de capteur ultra-sonore qui se déplace.

La mesure est fiable aussi bien sur de jeunes enfants que sur des malades hypotendus ou hypertendus.

Les inconvénients de fragilité du capteur de même que les parasitages dus à son frottement sur la peau ou à des signaux externes (bruits, lumière parasite) n'interviennent plus.

CONCLUSION :

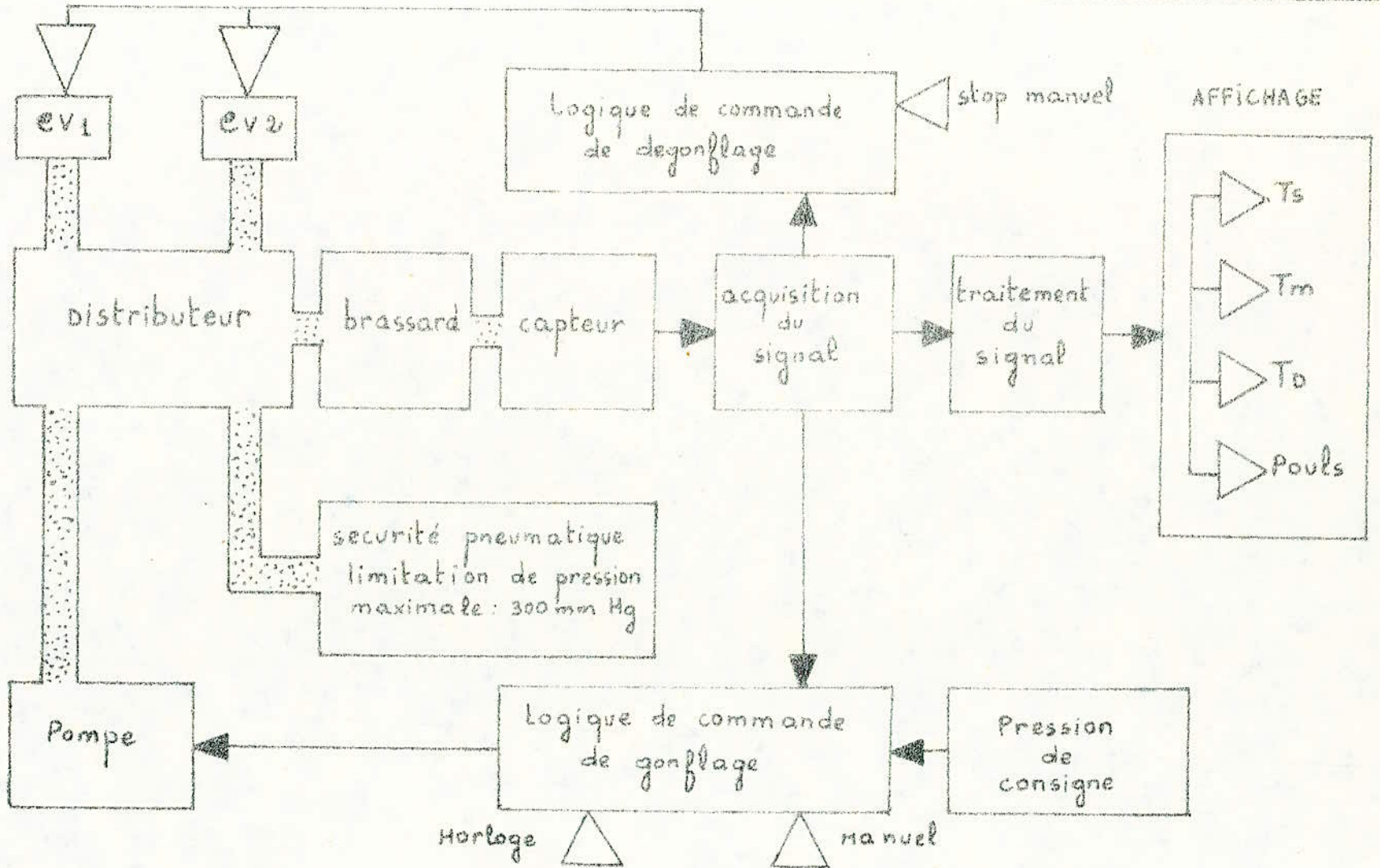
La méthodologie adaptée en conclusion est celle qui exploite les oscillations de pression, ses avantages sont de pouvoir mesurer la pression moyenne et de ne pas nécessiter de capteur en dehors du boîtier de mesure.

2.3. Caractéristique d'un appareil basé sur la méthode oscillométrique :

2.3.1. Schéma synoptique de l'appareil (voir fig. 2.3.)

/...

Fig 2.3 - synoptique de l'appareil



2. 3. 2. Description de l'appareil :

La figure 2. 3. représente le schéma d'ensemble d'un tensiomètre. Il comporte **plusieurs parties essentielles** :

- une pompe à membrane actionnée par un moteur à courant continu qui assure le gonflage du brassard.
- un circuit distributeur muni de deux électrovannes e V 1 et e V 2 qui assurent respectivement un dégonflage rapide ou lent du brassard qui n'est relié à l'appareil que par un seul tuyau souple sécurité.
- un dispositif de sécurité limitant la pression maximale du brassard à 300 mm Hg.
- un capteur de pression.
- un module de la logique de commande de gonflage / dégonflage.
- une chaîne d'acquisition du signal physiologique.
- une chaîne de traitement du signal.
- une visualisation des valeurs (Ps Pm, Pp, pouls) par affichage numérique.

La première partie de notre travail consiste à chercher une méthode d'acquisition des oscillations de pression.

Il existe plusieurs procédés d'acquérir le signal, dont le procédé basé sur le filtrage, qui est précisément celui que l'on utilisera. La seconde partie de notre travail, est le traitement du signal physiologique pour générer les critères de décision d'apparition des valeurs de pression (Ps, Pm, Pp).

III. - PRESENTATION DU SIGNAL FONDAMENTAL ISSU DE LA METHODE OSCILLOMETRIQUE :

Le signal servant de base à la mesure de la tension artérielle est le signal de pression dans le brassard. Il est délivré par un capteur de pression qui le convertit en tension électrique.

3.1. Caractéristiques du signal de pression :

Le signal de pression est la somme de deux signaux d'origines différentes (cf fig. 3.1. a, b, c).

3.1.1. Une composante pneumatique $P(t)$:

Caractérisant la pression établie dans le brassard, que l'on peut observer isolément en plaçant celui-ci sur un cylindre indéformable. Sa dynamique d'amplitude s'étend de 0 à 26 cm Hg et sa fonction temporelle dépend du mode de dégonflage choisi.

3.1.2. Une composante physiologique $\varphi(t)$:

appelée encore oscillation de pression qui provient du phénomène vasculaire (battements dans les artères).

Elle se superpose à la composante continue. Son amplitude est très faible par rapport au signal continu, de l'ordre du millimètre de mesure. Sa forme produit celle de la courbe de pression artérielle.

3.1.3. Spèctre de fréquence du signal physiologique $\varphi(t)$

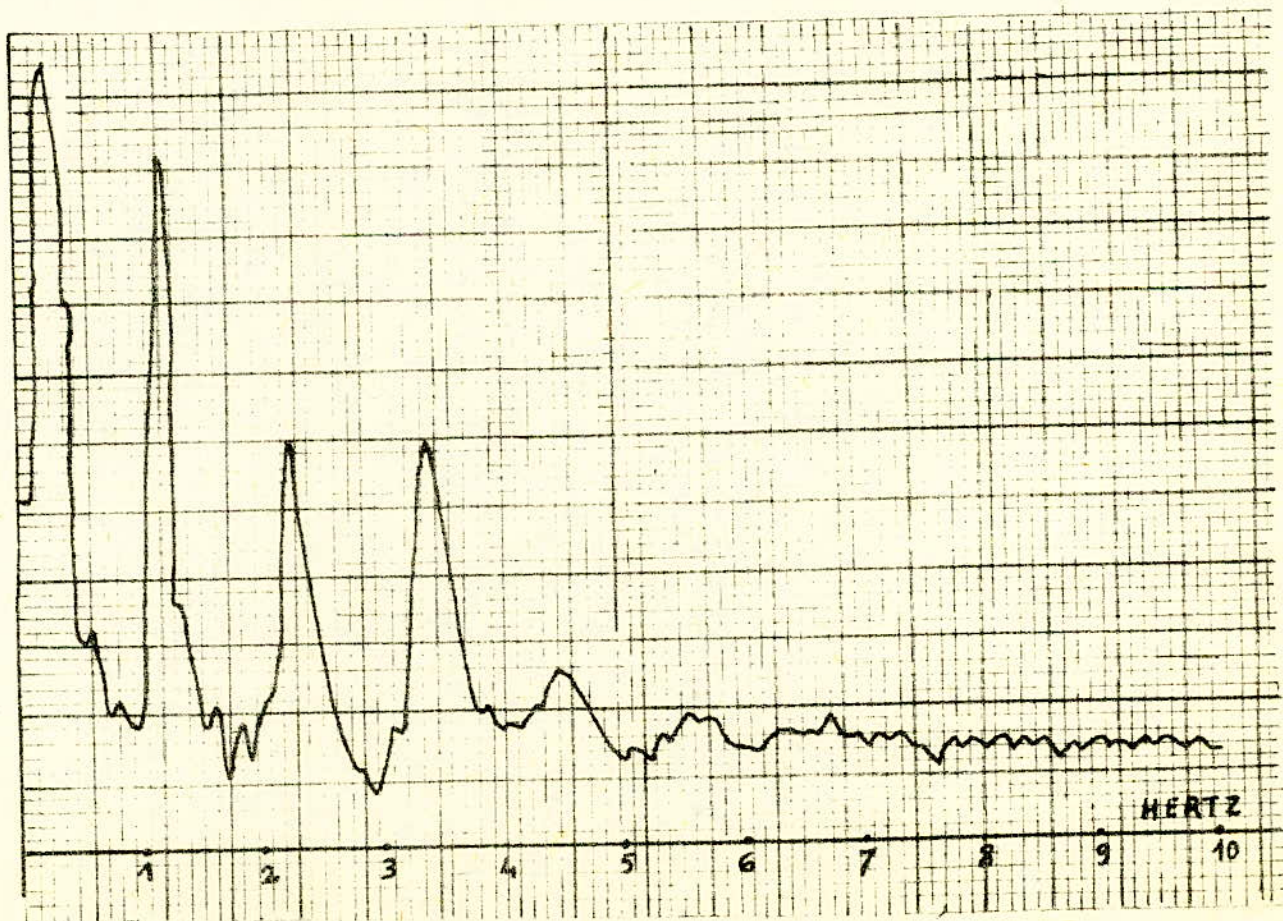
Le signal a une allure périodique, suivant la fréquence, son spectre de fréquences se détaille ainsi:

- une composante fondamentale de 0,5 à 2 Hz, correspondant à la périodicité cardiaque et résultant du phénomène vasculaire.

- Des composantes secondaires, de plus haute fréquence dues aux temps de montée de l'onde principale et de l'onde dicrote.

- Eventuellement une raie supplémentaire très basse fréquence (0,2 Hz) due à la modulation respiratoire. Ce spectre est donc entièrement contenu dans une bande passante de 0 à 10 Hz.

Représentation du spectre



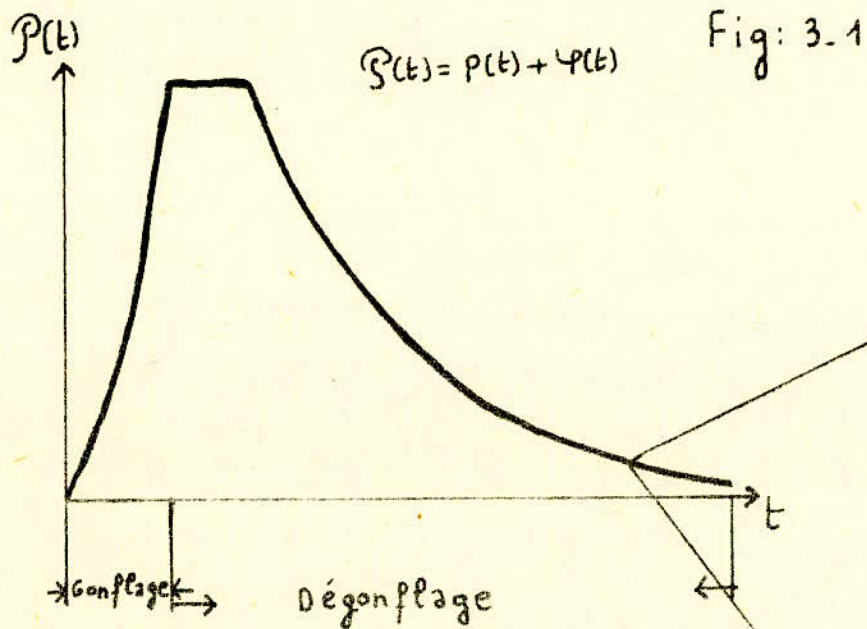


Fig: 3.1.a- $\mathcal{P}(t)$: signal de pression

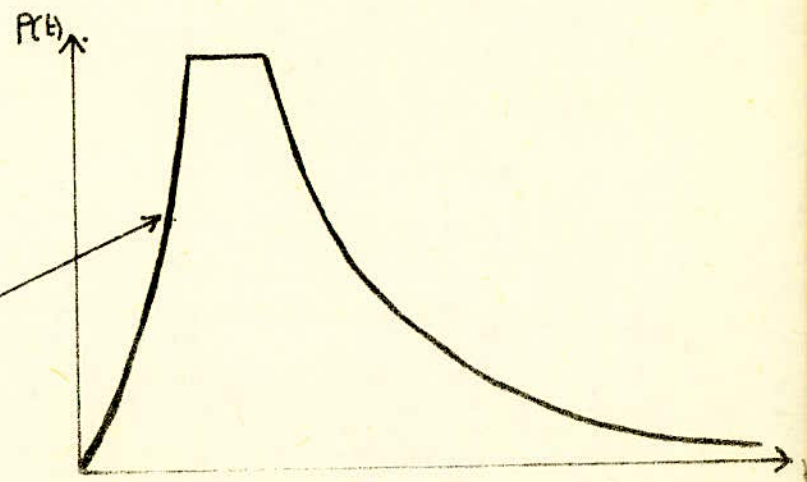


Fig: 3.1.b- $P(t)$: signal pneumatique

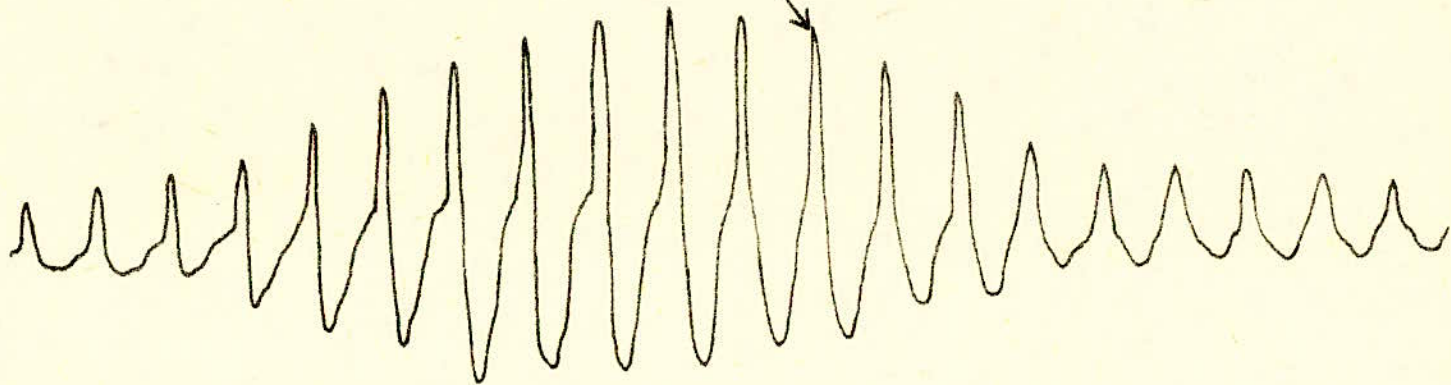


Fig: 3.1.c- $\varphi(t)$: signal physiologique

3.2. Principe de la méthode de mesure :

Les variations de pression ou oscillations provoquées dans le brassard par les battements de l'artère sous le choc de l'onde pulsatile constituent le signal physiologique de repérage $\varphi(t)$.

Celui-ci de faible amplitude, se superpose à la pression $P(t)$ imposée dans le brassard par le système de gonflage, / dégonflage. Le capteur électrique de pression relié au brassard donne en volts la valeur de la pression $P(t) + \varphi(t)$.

La suppression de la composante pneumatique $P(t)$ de la courbe recueillie tout au long d'une décompression donne accès au signal d'oscillations $\varphi(t)$ dont l'amplitude varie au cours du dégonflage.

Les oscillations de pression sont alors interprétées comme dans la méthode manuelle, pour déterminer la pression systolique, moyenne et diastolique.

Le procédé retenu pour recueillir le signal physiologique

$\varphi(t)$ est la méthode basée sur le filtrage.

Une étude de filtres est donc nécessaire, elle fera l'objet du chapitre suivant.

.../...

IV. - ETUDE DES FILTRES :

INTRODUCTION :

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le spectre de fréquence du signal physiologique est entièrement contenu dans la gamme [0 - 10 Hz]. De plus, la fréquence cardiaque est comprise entre 0,7 Hz soit 42 battements par minute et 4 Hz soit 240 battements par minute.

Afin de recueillir le signal physiologique, une étude des filtres est nécessaire pour :

- Eliminer la composante continue : la fréquence de coupure basse est fixée à 0,5 Hz.

- Eliminer les composantes de hautes fréquences, à savoir le " 50 Hz " et ses harmoniques, ainsi que les bruits : la fréquence de coupure supérieure est fixée à 13 Hz.

Ce choix des fréquences de coupure nous permet de couvrir la bande utile de notre signal. Il s'agit donc de sélectionner une certaine gamme de fréquences, pour cela, l'étude des filtres passe bande s'impose.

Deux catégories de filtres se présentent ; les filtres passifs et les filtres actifs.

.../...

Filtres passifs :

Dans le domaine des basses fréquences, les filtres passifs présentent de nombreux inconvénients ; en effet ils utilisent des selfs encombrantes possédant des coefficients de surtension faibles, ils ont un poids élevé, et un volume important en plus de la faible stabilité thermique. Néanmoins, ils se comportent mieux dans le domaine des hautes fréquences. Vu que la gamme de fréquence du signal $\varphi(t)$ fait partie du domaine des très basses fréquences, il n'est donc pas utile d'utiliser cette catégorie de filtres.

Filtres actifs :

Ils utilisent des résistances et des capacités associées à des éléments actifs de type amplificateurs opérationnels ; ces derniers de moyenne performance utilisés dans la réalisation des filtres ont une bande passante relativement faible (30 K H Z), ce qui limite le domaine d'utilisation des filtres actifs aux basses fréquences. De plus, étant donné le gain disponible, les filtres actifs offrent la possibilité de travailler avec des signaux d'entrée de faible niveau. Ils sont caractérisés par une impédance d'entrée importante et une sortie à basse impédance, ceci permet de les insérer facilement dans un montage complexe sans craindre les interactions avec les autres étages.

.....

Vu leurs nombreux avantages dans le domaine des basses fré-
quences, c'est donc le type le plus approprié à notre cas.

4.1 Filtres passe bande

Pour réaliser le filtre passe bande adapté à notre cas, quatre structures différentes ont été étudiées

4.1.1 structure à contre réaction simple

schema du montage

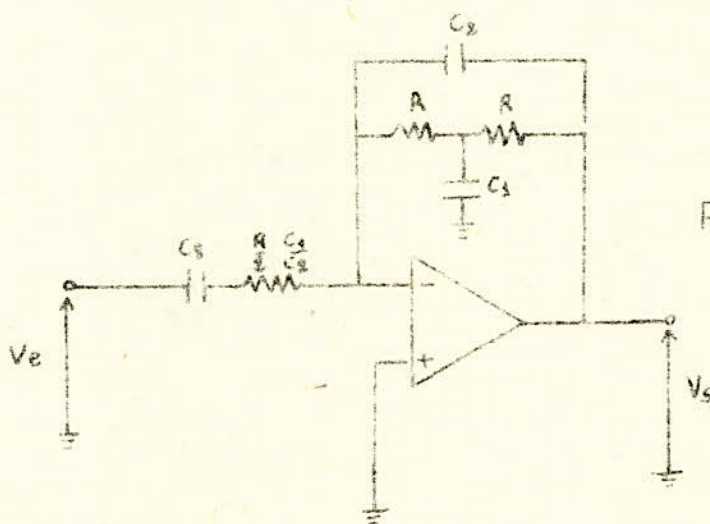


Fig: 4.1.1

Sa fonction de transfert est:

$$G_v = G_m \frac{2\zeta\omega_0 p}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2}$$

avec

$$G_m = G(f_0) = 1$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$\Delta\omega = \frac{2}{RC_1}$$

G_m = gain maximal

f_0 = fréquence centrale

ζ = facteur d'amortissement $0 \leq \zeta \leq 1$

$\Delta\omega$ = bande passante

Il s'agit donc de faire toutes les combinaisons possibles des composants R , C_1 et C_2 de telle façon à satisfaire les valeurs de f_0 , ΔW et ξ

Un exemple :

Nous fixons $\xi = 0,38$.

ceci nous impose le choix de valeurs normalisées de C_2 et C_1

soit $C_2 = 4,7 \mu F$ et $C_1 = 10 \mu F$.

en ayant $\Delta f = 15,5 \text{ h z}$ on en déduit la valeur de R .

$R = 2,05 \text{ k}\Omega$. En remplaçant dans f_0 R , C_1 et C_2 par leur valeur on obtient $f_0 = 11,32 \text{ h z}$, valeur très différente de la valeur réelle (8 h z).

Ce résultat montre que les fréquences [$0,5 \text{ h z} - 4 \text{ h z}$] sont très atténuées, ce qui est un inconvénient non négligeable.

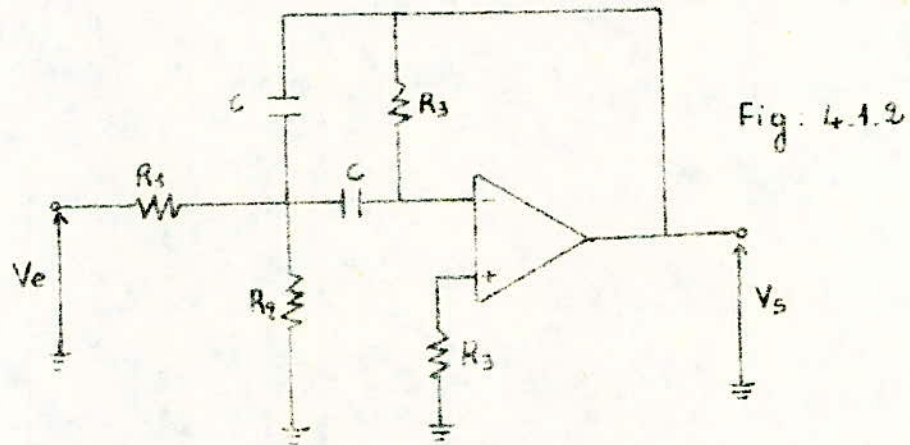
Plusieurs autres combinaisons qui consistent à fixer certains paramètres et à en déduire les autres, ont donné des résultats aussi incohérents.

Il nous est donc impossible de varier f_0 sans changer la bande passante.

Ceci, nous a conduit à l'étude d'une autre structure.

4.1.2 structure à contre réaction multiple

schema du montage



l'expression de la fonction de transfert est la même que celle de la structure à contre réaction simple.

$$G_v = G_m \frac{2\zeta \omega_0 p}{p^2 + 2\zeta \omega_0 p + \omega_0^2}$$

avec

$$G_m = \frac{R_3}{2R_1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_3 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}}$$

$$\Delta \omega = \frac{2}{R_3 C}$$

En prenant $R_2 = \infty$ on a

$$G_m = \frac{R_3}{2R_1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_3 R_1}}$$

$$\Delta \omega = \frac{2}{R_3 C}$$

Dans ce cas aussi, si nous fixons Δf et f_0 nous en tirons une valeur G_m très faible

$$\left. \begin{array}{l} \Delta f = 15,5 \text{ Hz} \\ f_0 = 8 \text{ Hz} \end{array} \right\} G_m = 0,41$$

Le signal est fortement atténué aux fréquences [0,7 Hz - 4 Hz]

Plusieurs combinaisons satisfont les valeurs de Δf et f_0 au détriment de G_m , et vice-versa

Deux autres structures ont été étudiées

4.1.3 structure de Sallen-Key

schema du montage

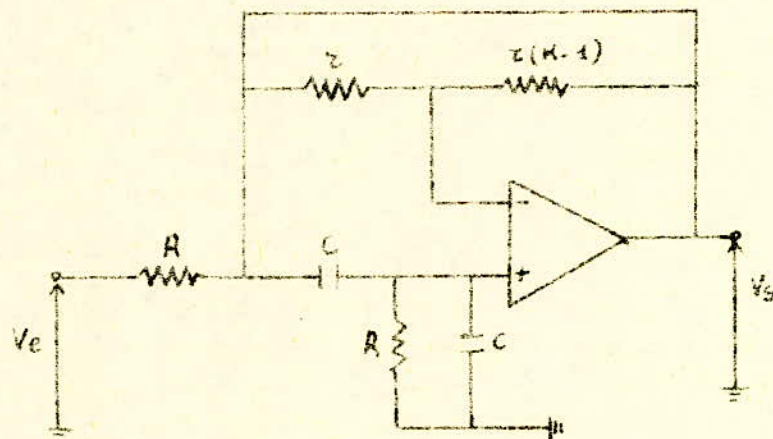


Fig: 4-1.3

La fonction de transfert est la même que pour la structure à contre réaction multiple avec cependant : $G(f_0) = G_m = \frac{K}{5-K}$

$$f_0 = \frac{\sqrt{2}}{2\pi RC}$$

$$\Delta\omega = \frac{5-K}{RC}$$

Si nous fixons f_0 , et la valeur de C ainsi que la bande passante Δf , nous en déduisons la valeur de K et ainsi la valeur de G_m .

Exemple 1 : $f_0 = 8 \text{ Hz}$
 $C = 10 \mu\text{F}$
 $\Delta f = 155 \text{ Hz}$

D'où la valeur de R $R = 2,7 \text{ k}\Omega$

de K $K = 2,27$
 de G_m $G_m = 0,83$

Nous avons donc un gain faible pour $f_0 = 8\text{Hz}$, et donc plus faible pour les premières fréquences de la bande.

Exemple 2 nous fixons $\Delta f = 15,5\text{Hz}$

$G_m = 1,5$ D'où $K = 3$ et donc :

$RC = 2 \cdot 10^{-2}$

En remplaçant dans f_0 , nous obtenons $f_0 = 11,35\text{Hz}$, valeur éloignée de la valeur réelle

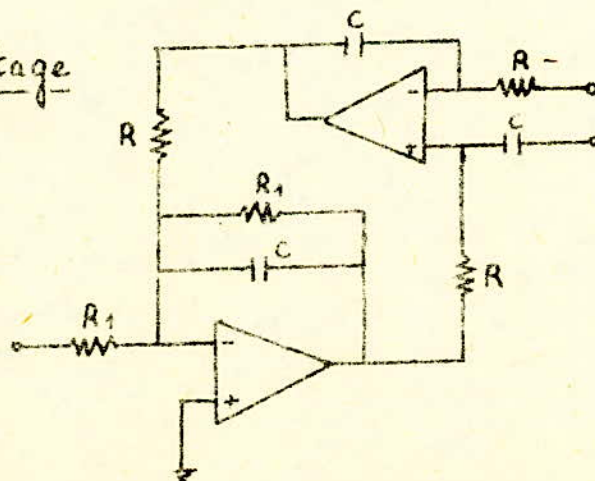
Nous avons un décalage de la courbe vers la droite, la gamme $[0,7\text{Hz} - 4\text{Hz}]$ se trouve en dehors de la bande passante.

D'autres combinaisons qui consistent à fixer f_0 , G_m donnent une bande passante très différente de $15,5\text{Hz}$.

4.1.4 Structure à variable d'état

schéma du montage

Fig: 4.1.4



Même expression pour la fonction de transfert que précédemment

avec $G(f_0) = 1$

Relations inverses

"C" arbitraire

$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$; $\Delta\omega = \frac{1}{R_1 C}$

$R = \frac{1}{C\omega_0}$; $R_1 = \frac{1}{C\Delta\omega}$

C O N C L U S I O N :

Pour ce type de filtre, le coefficient de sur-tension est faible d'où la nécessité d'un amplificateur performant pour des surtensions élevées. De plus on a un risque d'instabilité. Nous avons noté que le signal était fortement atténué du côté des fréquences $[0,7 \text{ h z} - 4 \text{ h z}]$.

Ces filtres sont caractérisés par une grande sensibilité, en effet, une variation de la valeur d'un des composants entraîne une grande variation de f_0 , Δf et G_m .

Toutes les combinaisons des composants satisfaisant les valeurs de Δf et f_0 au détriment du gain du filtre qui sera inférieur à 1 et diminue ainsi la valeur du rapport signal / bruit, ce qui constitue un très grand inconvénient .

Celui-ci ne peut être palié, dans la mesure où, si le gain de l'amplificateur placé à la sortie du capteur est grand, il y a saturation de l'étage de sortie de l'amplificateur due à la grande valeur de l'amplitude de la composante pneumatique $P(t)$ par rapport à celle de $\varphi(t)$.

Tous ces inconvénients ont fait qu'une étude d'un filtre passe bande constitué d'un filtre passe haut et d'un **filtre** passe bas était nécessaire.

.../...

a) structure à contre réaction simple

- Filtre passe haut

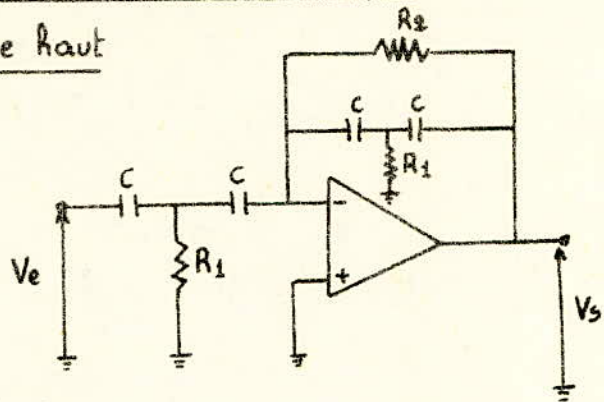


Fig: 4.2 a

a fonction de transfert est :

$$G_V = \frac{-\frac{R_2}{R_1} \omega_0^2}{p^2 + 2\zeta \omega_0 p + \omega_0^2}$$

ainsi :

$$f_c = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$G_m = 1$$

Relations inverses "C" arbitraire

$$R_1 = \frac{1}{C} \frac{\zeta}{\omega_0}$$

$$R_2 = \frac{1}{C} \frac{1}{\zeta \omega_0}$$

- Filtre passe bas

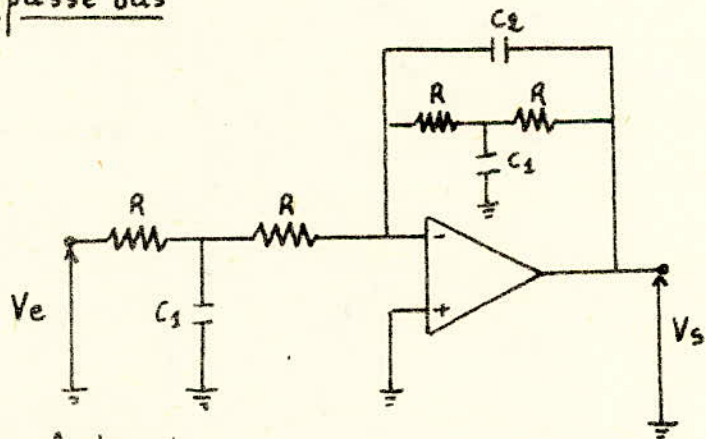


Fig: 4.2.a bis

fonction de transfert est

$$G_V = \frac{-1}{p^2 + 2\zeta \omega_0 p + \omega_0^2}$$

isi :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}} = \text{fréquence de coupure du filtre}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$G_m = 1$$

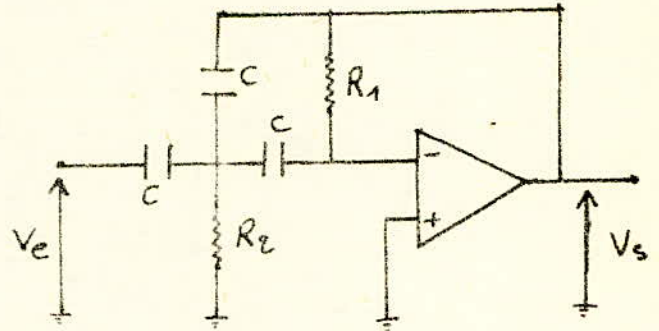
"R" arbitraire

$$C_1 = \frac{1}{R} \frac{\zeta}{1,5 \omega_0}$$

$$C_2 = \frac{1}{R} \frac{1,5}{\zeta \omega_0}$$

b) structure à contre-reaction multiple
- Filtre passe-haut

Fig: 4.2b



sa fonction de transfert est:

$$G_v = \frac{-\frac{P^2}{\omega_0^2}}{1 + 2\zeta\frac{P}{\omega_0} + \left(\frac{P}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

$$G_m = 1$$

- Filtre passe-bas

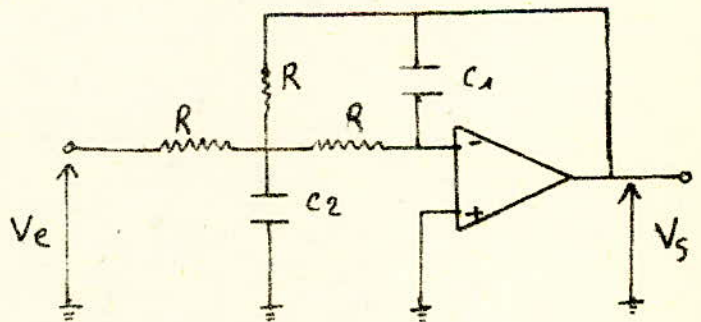
Relations inverses

"C" arbitraire

$$R_1 = \frac{1}{C} \frac{1,5}{\zeta \omega_0}$$

$$R_2 = \frac{1}{C} \frac{\zeta}{1,5 \omega_0}$$

Fig: 4.2b bis



sa fonction de transfert est:

$$G_v = \frac{-1}{1 + 2\zeta\frac{P}{\omega_0} + \left(\frac{P}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}}$$

$$\zeta = 1,5 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

$$G_m = 1$$

Relations inverses

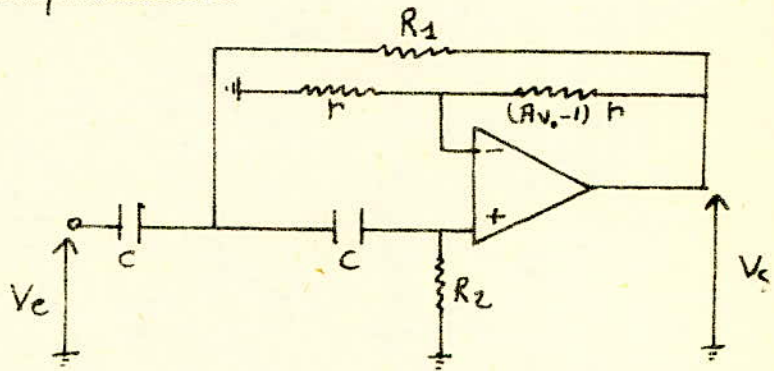
"R" arbitraire

$$C_1 = \frac{1}{R} \frac{\zeta}{1,5 \omega_0}$$

$$C_2 = \frac{1}{R} \frac{1,5}{\zeta \omega_0}$$

c) structure de Sallen-Key
- Filtre passe-haut

Fig: 4-2.c



sa fonction de transfert est:

$$G_v = \frac{A_{v0} \cdot \frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + 2\zeta \cdot \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

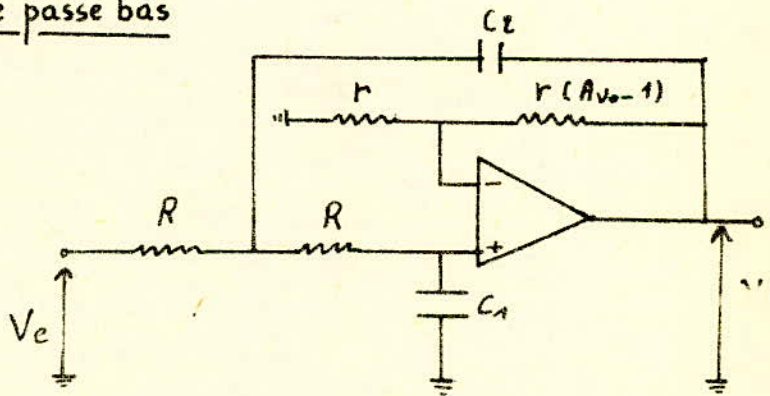
$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$2\zeta = 3 - A_{v0}$$

$$G_m = A_{v0}$$

- Filtre passe bas

Fig 4-2.c bis



sa fonction de transfert est:

$$G_v = \frac{A_{v0}}{1 + 2\zeta \cdot \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

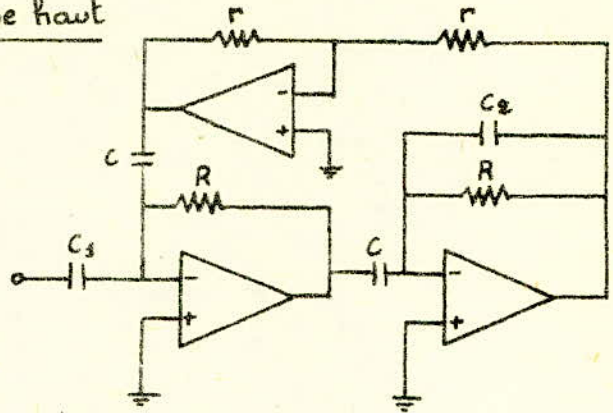
$$2\zeta = 3 - A_{v0}$$

$$G_m = A_{v0}$$

d) structure à variable d'état

- Filtre passe haut

Fig: 4.2 d



Sa fonction de transfert est:

$$G_v = G_m \frac{\left(\frac{-P}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\varphi \frac{-P}{\omega_0} + \left(\frac{-P}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{C_2}{C}$$

$$G_m = \frac{C_1}{C}$$

Relations inverses

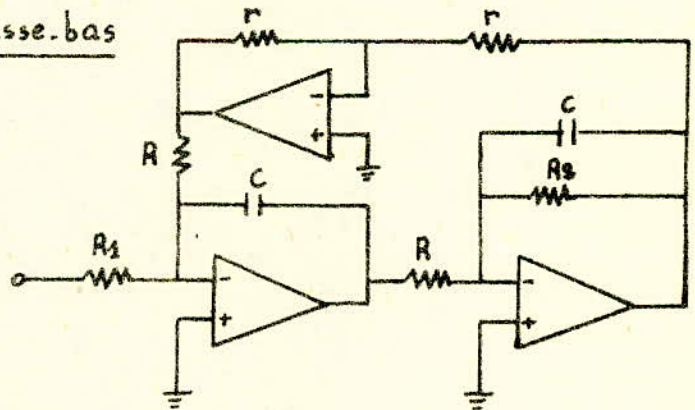
$$R = \frac{1}{C\omega_0}$$

$$C_1 = G_m C$$

$$C_2 = 2\varphi C$$

- Filtre passe-bas

Fig: 4.2 d bis



La fonction de transfert est

$$G_v = G_m \frac{1}{1 + 2\varphi \frac{-P}{\omega_0} + \left(\frac{-P}{\omega_0}\right)^2}$$

Ainsi:

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{R}{R_2}$$

$$G_m = \frac{R}{R_1}$$

Relations inverses:

$$C = \frac{1}{R\omega_0}$$

$$R_1 = \frac{R}{G_m}$$

$$R_2 = R \frac{1}{2\varphi}$$

4.2.2. Types de réponse, à prendre en compte :

Les types de réponse à prendre en compte sont en général la réponse en amplitude et la réponse en phase.

Il existe trois types de réponse, selon la valeur du coefficient d'amortissement ζ , elle peut être soit de Butterworth, soit de Bessel ou de Tchébichev.

Le type de réponse choisi est celui est celui de Butterworth ($\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$) vu que la réponse en amplitude est plate et ne présente pas d'ondulations.

Les conclusions tirées de l'étude de tous ces filtres ont été regroupées dans un tableau récapitulatif comprenant les avantages et les inconvénients de chaque structure de filtre que nous permettront de faire le choix du filtre le plus approprié.

Pour ce fait, nous devons prendre en compte certains paramètres qui sont :

- Le gain
- La sensibilité
- La facilité de réglage.
- Les rapports réduits des valeurs des composantes.
- La stabilité.
- La complexité du montage.
- La simplicité des formules.
- Le coût.

.../...

4.2.3. Tableau des synthèses comparées :

Structure	Avantages	Inconvénients	type de filtre le plus approprié
Contre-réaction simple	- Faible sensibilité	- surtensions élevées difficiles à obtenir et nécessitant des valeurs très différentes des composants. - gain faible - entrée inverseuse	Rejecteur de bande
Contre-réaction multiple	- nombre de composants réduits. - Possibilité de varier f_0 sans changer la bande - passante - faciliter de varier la fréquence	- surtensions élevées difficiles à obtenir et nécessitant des valeurs très différentes des composants. - grande sensibilité - entrée inverseuse - gain faible	Passé bande
(sallen-Key)	- simplicité - possibilité de surtension élevées sans valeurs très différentes des composants - entrée non inverseuse gain plus important	- risque d'instabilité pour les filtres passe bande - grande sensibilité pour les surtensions élevées.	Passé - bas Passé - haut
Variable d'état	- indépendance des paramètres - faible sensibilité - possibilité de surtensions élevées sans valeurs trop différentes des composants.	- circuits plus complexes - nécessité de 2 ou 3 amplificateurs.	Tous les types au prix d'une plus grande complexité.

CONCLUSION:

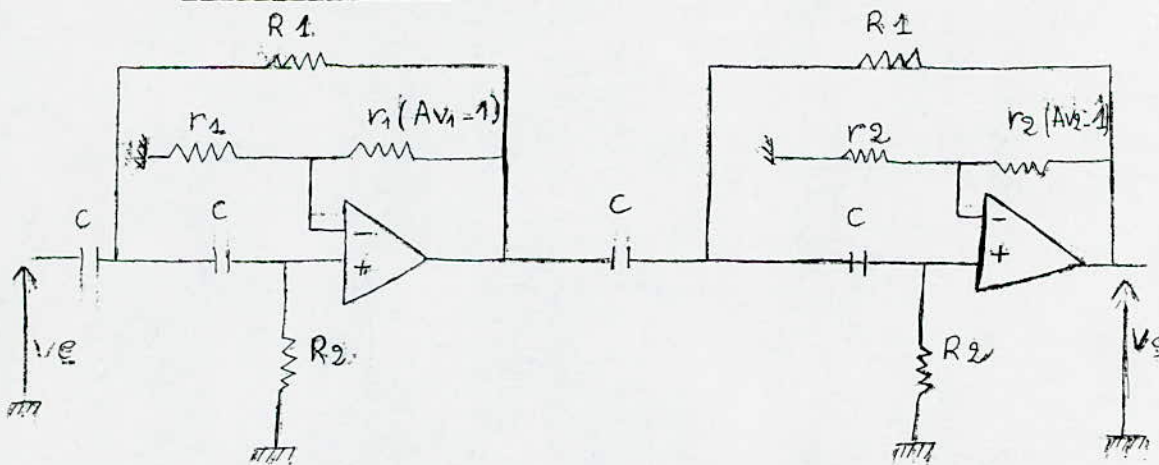
D'après ce tableau, nous retenons la structure Sallen - Key pour la réalisation des filtres passe haut et passe bas.

4.3. Filtres d'ordres supérieurs :

Ce tableau reste valable pour les filtres d'ordre trois et quatre. Pour la structure retenue, le filtre d'ordre trois n'est pas conseillé du fait qu'il utilise beaucoup d'éléments passifs, ce qui entraîne une difficulté de réglage de la fréquence de coupure f_c , en plus du fait qu'il est caractérisé par une grande instabilité. Une courbe de réponse en amplitude dont la pente est raide peut être obtenue à l'aide d'un filtre de quatrième ordre.

- Filtre de 4ème ordre :

filtre passe haut :



b) Filtre passe bas :

Même structure que le filtre passe haut en interchan-
geant les résistances R et les capacités C.

avec :

$$G_v = A_{v1} \cdot A_{v2} \cdot \left[1 + j 0,765 \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \left[1 + j 1,848 \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

$$A_{v1} = 3 - 2 \frac{C_1}{C_2}$$

$$A_{v2} = 3 - 2 \frac{C_2}{C_1}$$

4.4. - Essais pratiques :

Nous réalisons un filtre passe bande constituée:

- d'un filtre passe haut de deuxième ordre de fréquence de coupure $f_c = 0,5$ hz., avec les composants suivants :

$$C = 10 \mu F$$

$$R = 33 \text{ K}$$

$$r = 1 \text{ K}$$

$$r' = 560$$

- d'un filtre passe bas de second ordre de fréquence de coupure $f_c = 16$ hz.

avec :

$$C = 10 \mu F$$

$$R = 10 \text{ K}$$

$$r = 1 \text{ K}$$

$$r_i = 560$$

Les courbes de réponse en amplitude et en phase sont représentées en fig. 4, 4. a. 2.

D'après la courbe de réponse en amplitude du filtre passe haut, nous remarquons que les fréquences inférieures à 0,5 hz ne sont pas éliminées ; ce qui nous a amené à réaliser un filtre passe haut d'ordre quatre de fréquence de coupure $f_c = 0,5$ hz.

$$\begin{aligned} \text{avec : } C &= 10 \mu\text{F} \\ R &= 33 \text{ K}\Omega \\ r_1 &= r_2 = 1 \text{ K}\Omega \\ A.V.1 &= 2,235 \\ A.V.2 &= 1,152 \\ r'_1 &= r_1 (A.V.1 - 1) = 1,235 \text{ K}\Omega \text{ soit } 1,2 \text{ K}\Omega \\ r'_2 &= r_2 (A.V.2 - 1) = 152 \Omega \text{ soit } 150 \Omega \end{aligned}$$

Dans ce cas, nous remarquons que toutes les fréquences inférieures à 0,5 hz sont éliminées.

Des essais ont été cependant faits sur un filtre passe haut de second ordre dont on faisait varier la fréquence de coupure, soit $f_c = 0,59$; $0,72$; $0,83$; 1 h_z , qui correspondent respectivement aux valeurs de la résistance R : $27 \text{ K}\Omega$, 22 , 18 , 15 .
(Ω)

$$\begin{aligned} \text{pour } R &= 15 \text{ K}\Omega \text{ soit} \\ C &= 10 \mu\text{F} \\ r &= 1 \text{ K}\Omega \\ r' &= 560 \Omega \\ f_c &= 1 \text{ hz.} \end{aligned}$$

.../...

Nous constatons les mêmes résultats obtenus avec un filtre passe haut de quatrième ordre de fréquence de coupure $f_c = 0,5 \text{ hz}$ - Ainsi, il est préférable de retenir ce dernier filtre (second ordre), vu qu'il utilise deux fois moins d'éléments que le filtre du quatrième ordre.

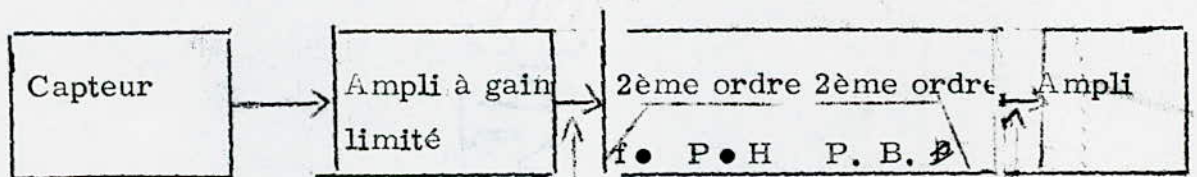
La composante continue étant éliminée, il convient à présent de supprimer les fréquences supérieures à 16 hz , pour cela, nous réalisons un filtre passe bas de deuxième ordre dont la fréquence de coupure est $f_c = 16 \text{ hz}$.

La chaîne de filtre à proposer est donc constituée :

- d'un filtre passe haut du second ordre de fréquence de coupure $f_c = 1 \text{ hz}$.

- d'un filtre passe bas du second ordre de fréquence de coupure $f_c = 16 \text{ hz}$.

SYNOPTIQUE A PROPOSER POUR L'ACQUISITION DU SIGNAL PHYSIOLOGIQUE :



$$S(t) = P(t) + \varphi(t)$$

$$\varphi(t)$$

.../...

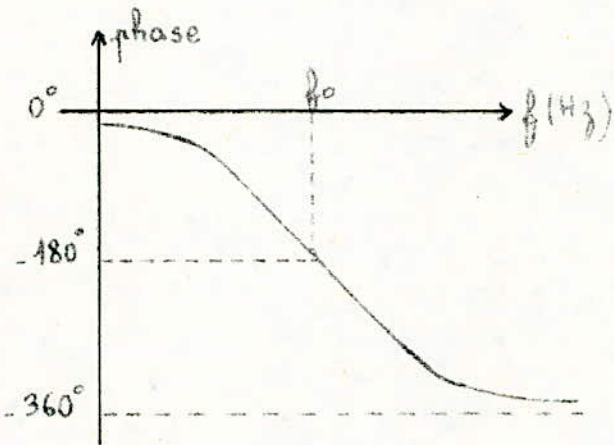
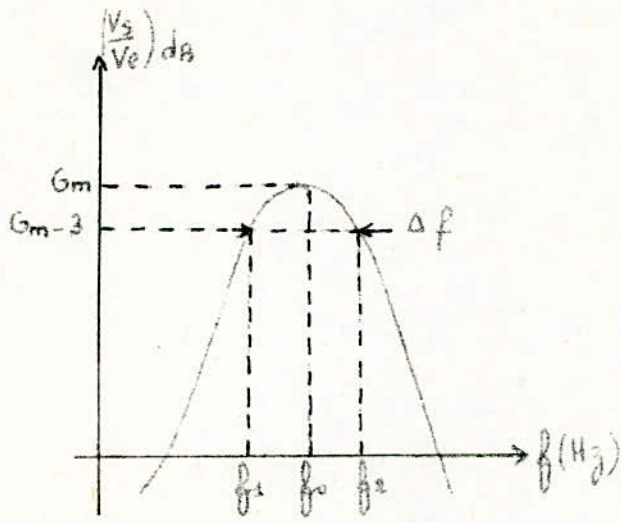


Fig: 4.4.b

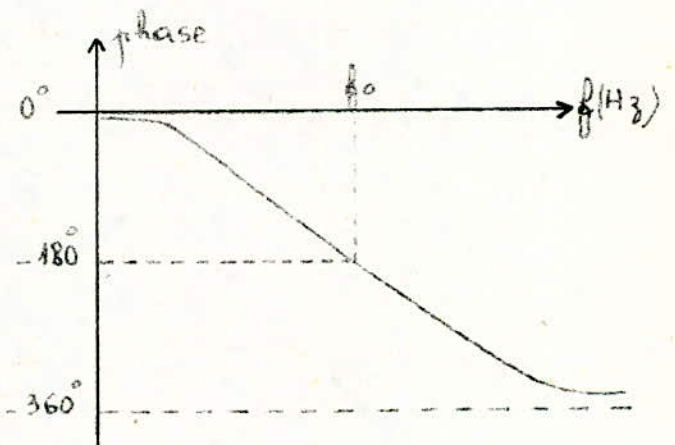
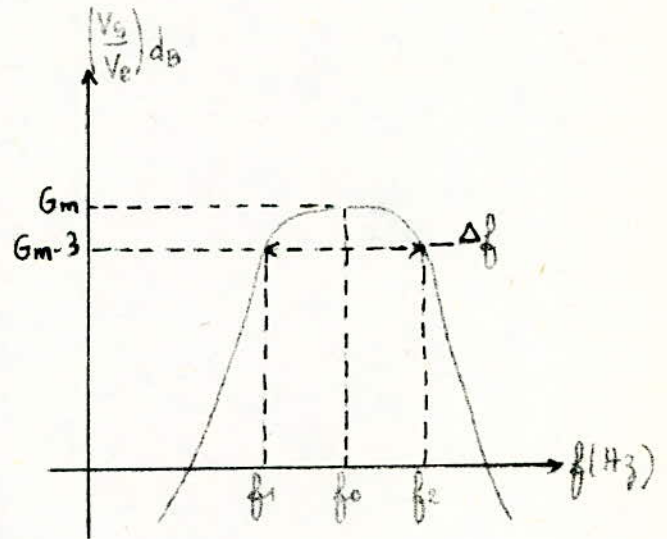


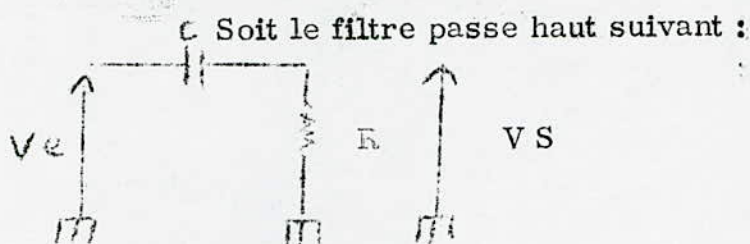
Fig: 4.4.a

Courbes de réponse en amplitude et en phase

Détail du signal physiologique filtré :

Le signal $\varphi(t)$ ne reproduit pas exactement la même forme du signal $\mathcal{P}(t)$; en effet ce dernier subit une dérivation due au filtre passe haut de 2ème ordre (cf. page 38 bis)

Interprétation de cette dérivation :



Nous avons une charge et une décharge du condensateur C à travers la résistance R avec une constante de temps R.C., ainsi $V_s = R C \frac{dV_e}{dt}$

Le signal d'entrée est donc dérivé.

Assimilons le signal de pression $\mathcal{P}(t)$ par une forme approchée $V_e(t)$.

Représentation de $V_e(t)$ et $V_s(t)$ en page 38 bis

Interprétations :

de A à B : le signal de sortie suit linéairement le signal d'entrée : le condensateur se charge à travers la résistance R.

de B à C : on a un brusque changement de pente, ce qui explique le passage très rapide de V_s d'une valeur positive vers une valeur négative.

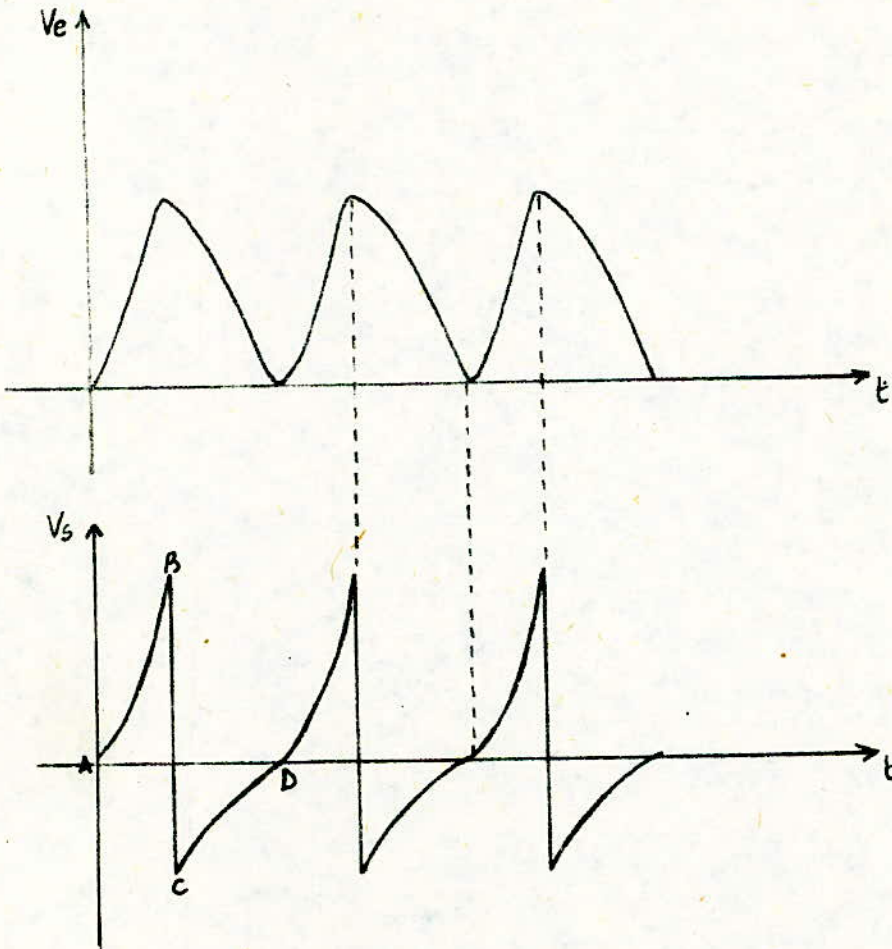
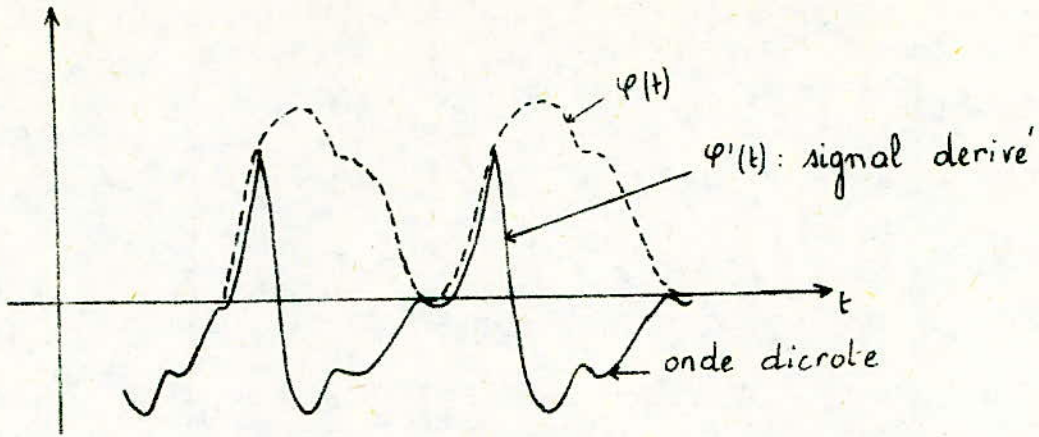
.../...

de C à D : le signal de sortie est négatif, il augmente jusqu'à s'annuler, ceci correspond à la charge du condensateur C à travers la résistance R.

Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre II., les trois paramètres de la pression P S, P M et P D seront déterminés à partir de l'enveloppe de ce signal ainsi obtenu.

Les critères de détermination feront l'objet du chapitre suivant.

.../...



Interprétation de la dérivation du signal $\varphi(t)$

V - ETUDE MATHEMATIQUE DU SIGNAL PHYSIOLOGIQUE

5.1 Recherche d'une méthode

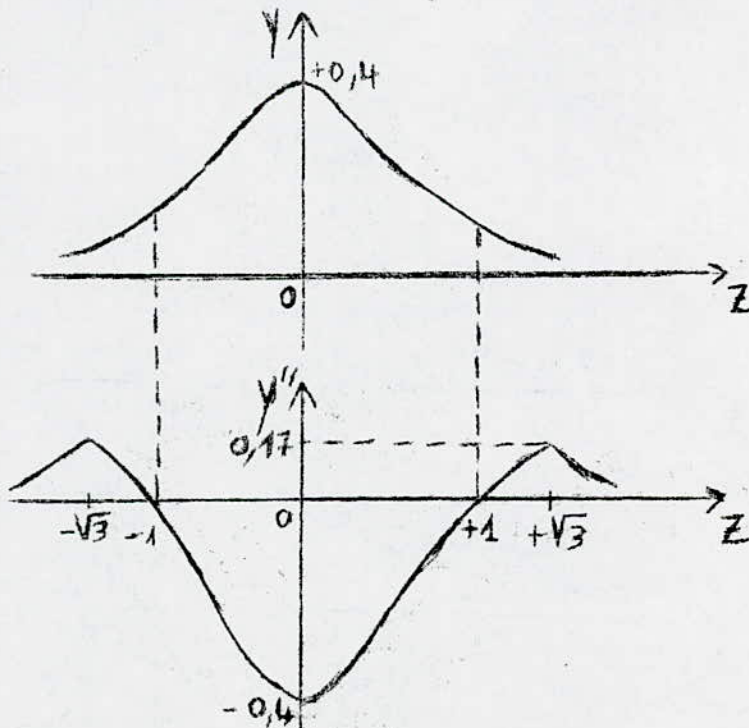
5.1.1. Introduction

Cette étude consiste à déterminer les trois paramètres de la pression Ps, Pm, et Pd à partir de l'enveloppe du signal physiologique (voir fig. 5.1.C). Les pressions, systolique et diastolique correspondent aux deux changements de pente de l'enveloppe donc aux deux points d'inflexion. Pour montrer cela, nous assimilons l'enveloppe du signal à la courbe de Gauss définie par la fonction suivante :

$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} Z^2}$ sa dérivée seconde

est : $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} Z^2\right] [1 - Z^2]$

Le tracé des deux fonctions représenté ci-dessous nous donne les deux points d'inflexion qui correspondent aux deux changements de pente.



Une remarque est nécessaire à faire

Remarque :

Une remarque est nécessaire à faire.

Remarque :

Le signal physiologique $\varphi(t)$ est par la suite digitalisé à l'aide d'un interface qui fait l'objet d'un autre projet de fin d'étude.

Le microprocesseur détecte la valeur crête à crête de chaque impulsion et la mémorise. Vu la grande sensibilité du microprocesseur, la valeur crête à crête de l'onde dicrote sera aussi détectée, ce qui modifie totalement l'allure de l'enveloppe du signal physiologique.

Pour cela, un prétraitement du signal $\varphi(t)$ était nécessaire pour éliminer les ondes dicrites et ne conserver que la composante fondamentale qui correspond à la périodicité cardiaque dont le spectre de fréquences est contenu dans la gamme $[0,7 \text{ hz} - 4 \text{ h'z}]$. Le signal ainsi obtenu à une allure plus régulière, son amplitude est amplifiée et sa fréquence cardiaque est conservée. (cf fig. 5.1. a, b; c).

Ainsi, c'est sur ce signal $\varphi'(t)$ que nous avons fait l'étude mathématique.

5.1.2. Procédés de mesure

Nous enregistrons simultanément sur la table traçante, le signal physiologique prétraité $\varphi'(t)$ et le signal de pression $P(t)$ (voir fig. 5.1.D.).

.../!..

Fig 5 1.a - signal physiologique prétraité $\varphi'(t)$

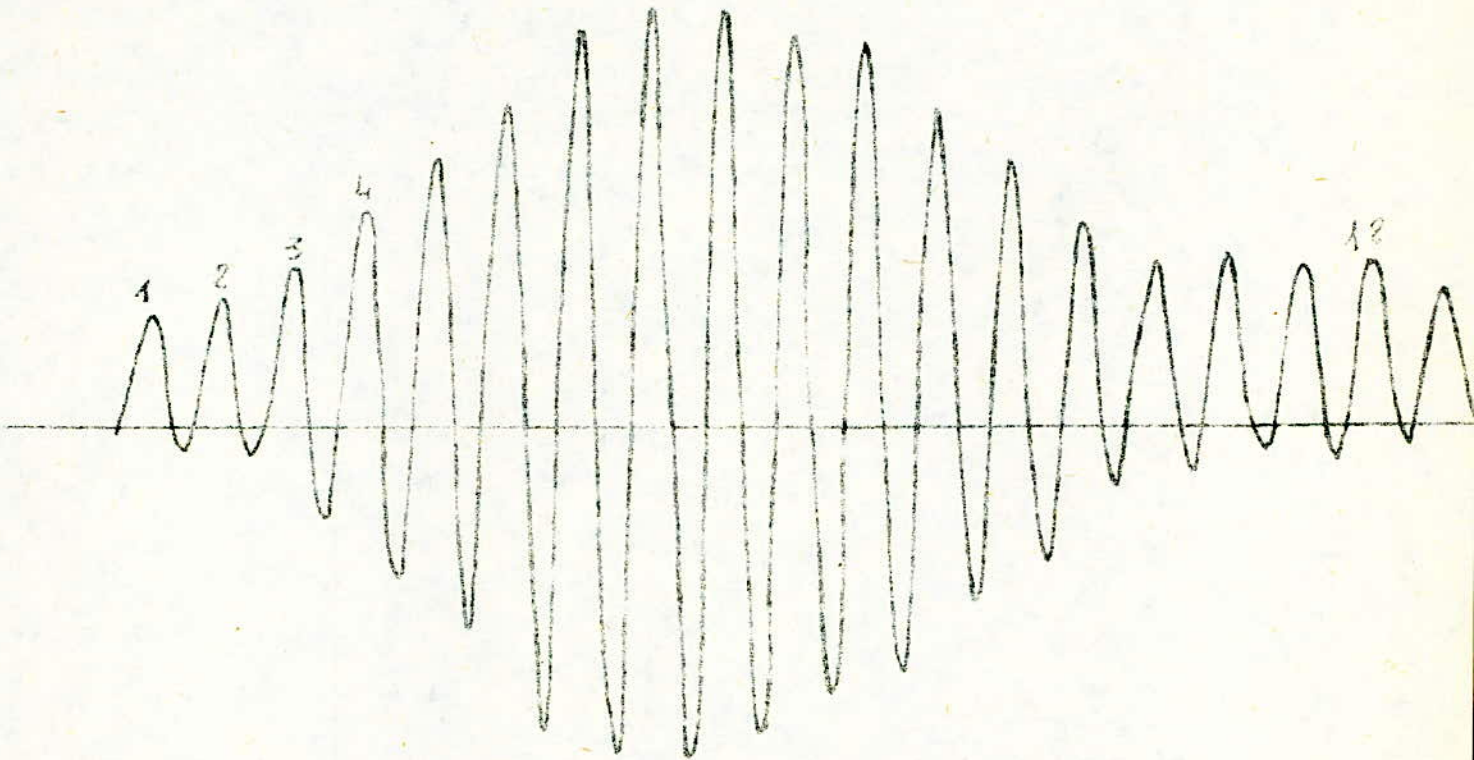


Fig:5.1.b. signal physiologique $\varphi(t)$

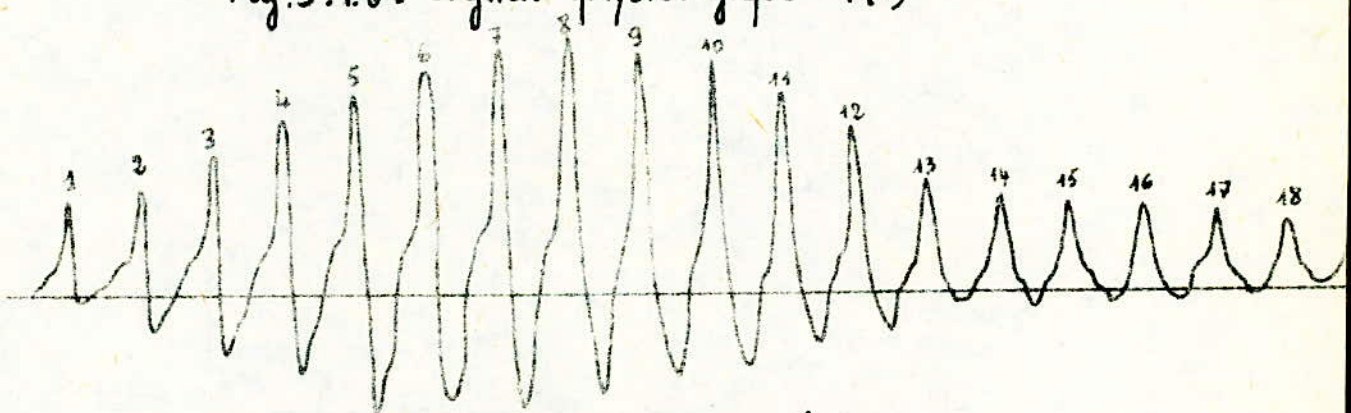
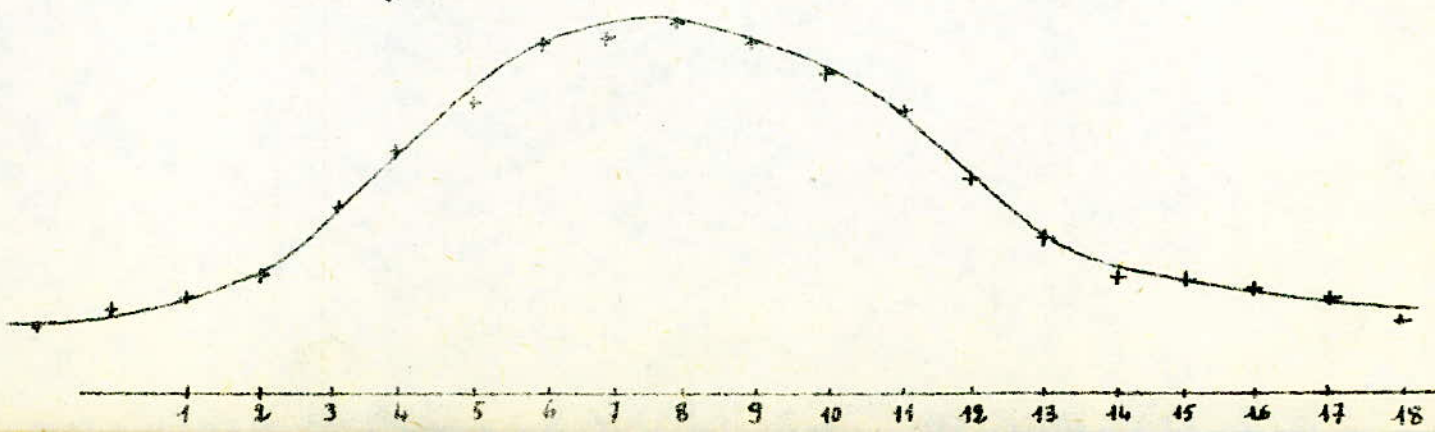
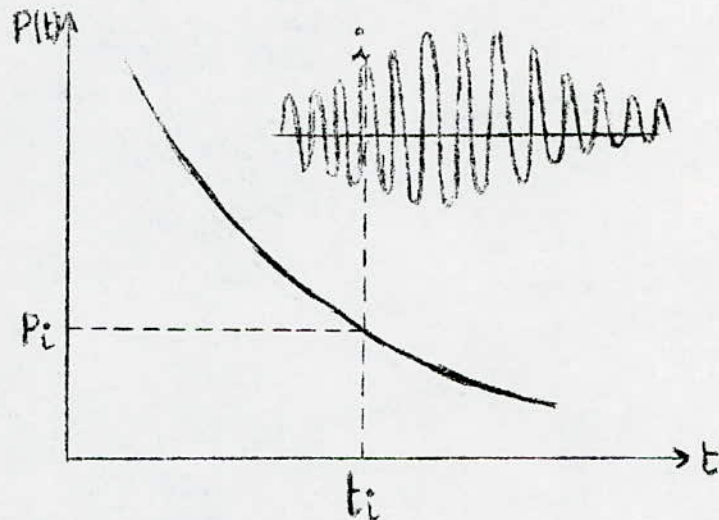


Fig:5.1.c - Enveloppe du signal $\varphi(t)$



Celui-ci nous permet d'avoir la valeur de la pression (en mmhg) à chaque instant au cours de la phase de dégonflage, celle-ci correspond à la phase de mesure.

fig. 5. 1. d.



Nous relevons les valeurs crête à crête de chaque impulsion du signal ainsi enregistré que nous mettons sous forme d'un tableau (x_i, y_i) où x_i indique le numéro de l'impulsion, y_i étant la valeur crête à crête correspondante ; i variant de 0 à N (N étant le nombre d'impulsions).

L'étude mathématique qui va suivre, se basera sur les valeurs données par ce tableau.

Pour cette étude, deux types de représentation peuvent être envisagés : l'interpolation et la meilleure approximation.

L'interpolation est le moins coûteux, en temps de calcul et en occupation de mémoires, des procédés d'approximation. Il a le défaut d'être sensible au choix du support d'interpolation et aux "incertitudes" sur les valeurs de la fonction aux points d'interpolation.

L'interpolation permet d'approcher les fonctions définies avec une grande précision, par exemple par une écriture mathématique.

La meilleure approximation est peu sensible au choix d'approximation dès que le nombre de points est suffisant et qu'ils sont raisonnablement répartis. Elle introduit un "lissage" qui réduit l'influence des incertitudes sur la détermination de la fonction aux points d'approximations.

Cette technique doit être donc préférée chaque fois qu'il faudra approcher une fonction définie par un procédé expérimental, ce qui est tout à fait notre cas.

Nous appliquerons donc, la représentation de la meilleure approximation au sens des moindres carrés.

5.1.3. Notion de lissage :

Le lissage permet d'approcher au mieux la fonction et par la suite faciliter son étude. Il existe différentes méthodes de lissage. Nous avons adopté celle qui s'adapte le mieux à notre cas et qui est rapide à exécuter par le microprocesseur, à savoir le lissage par moyenne arithmétique appliqué sur cinq points définie par la formule suivante :

$$\bar{Y}_i = \frac{Y_{i-2} + Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + Y_{i+2}}{5}$$

.../...

Diverses approximations issues de la méthode des moindres carrés ont été étudiées sur des courbes lissées et non lissées, nous allons voir successivement :

- La méthode de "Gollub"
- L'approximation de "Fourier".
- L'approximation de "Lagrange".
- L'approximation de "Taylor".

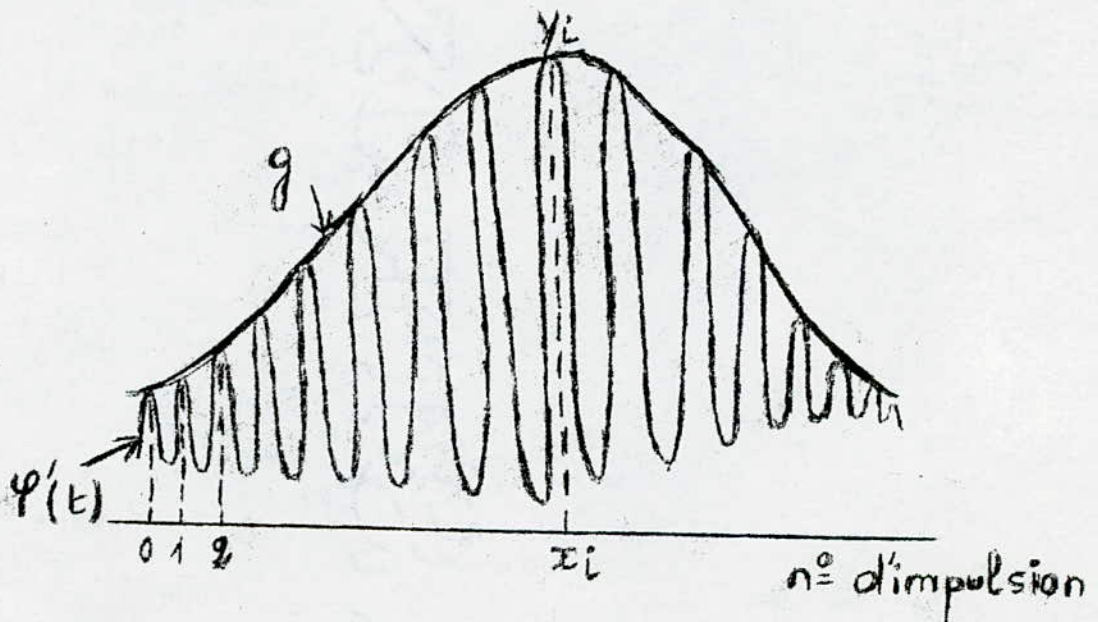
5.2. Méthode de Gollub :

Le principe de cette méthode consiste à travers une courbe g approchant au mieux l'enveloppe du signal physiologique $\varphi(t)$. Pour cela, on définit une origine de temps et un intervalle d'approximation (cf. fig. 5. 2. a).

Vu la forme sinusoidale de l'enveloppe du signal, nous avons pensé à une somme de fonctions sinusoidales telle que la formule suivante :

$$g(x) = a_1 + a_2 x + a_3 \cos \frac{\pi}{2} x + a_4 \cos \frac{\pi}{2} x + \dots + a_5 \cos 3 \frac{\pi}{2} x + \text{etc.} \dots$$

fig. 5.2.



$\forall i \quad i: 0, \dots, N$ on a $g(x_i) = y_i$: amplitude crête à crête de l'impulsion.

Nous nous sommes limités à un calcul de cinq coefficients : a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , ceci nous donne un système de cinq équations à cinq inconnues qu'on résoud par la méthode de Gramer.

Exemple :

- Nous considérons que le pas est d'une unité soit $x_{i+1} - x_i = 1$.

Nous avons pris cinq points quelconques sur la courbe lissée de telle manière à couvrir toute la gamme d'impulsions.

Soit le tableau suivant :

X I	1	5	12	16	20
Y I	1,4	1,71	6,15	4,25	2,49

Ceci nous donne le système suivant :

$$\begin{aligned}
 1,4 &= a_1 + a_2 + 0 - a_4 + 0 \\
 1,71 &= a_1 + 5a_2 + 0 - a_4 + 0 \\
 6,15 &= a_1 + 12a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\
 4,25 &= a_1 + 16a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\
 2,49 &= a_1 + 20a_2 + a_3 + a_4 + a_5.
 \end{aligned}$$

Les coefficients a_i sont donnés par :

$$a_i = \frac{1}{\det X} \det \Delta_j$$

.../...

où D_j est la matrice obtenue en remplaçant dans X , la j ième colonne par la colonne $Y = (y_i)$.

La révolution de ce système donne les coefficients suivants :

$$a_1 = 0,35 ; a_2 = 0,24 ; a_3 = 0,5 ; a_4 = 0,56 ; \\ a_5 = 0,77 \text{ d'où le polynôme.}$$

$$g(x) = 0,35 + 0,24x + 0,5 \cos \frac{\pi x}{2} + 0,56 \cos \pi x + 0,77 \cos \frac{3\pi x}{2}$$

la dérivée seconde $g''(x)$ est :

$$g''(x) = -1,23 \cos \frac{\pi x}{2} - 5,52 \cos \pi x - 17,1 \cos \frac{3\pi x}{2}$$

La courbe de $g''(x)$ est représentée en fig. 5.2.b;

Nous constatons que la dérivée seconde s'annule plusieurs fois dans l'intervalle d'approximation, ce qui rend impossible la détermination des deux valeurs particulières P_s et P_d .

Pour cela, l'étude d'une autre méthode était nécessaire.

5.3. Méthode de Fourier :

L'approximation de Fourier s'applique sur des fonctions périodiques dont les points x_i sont équidistants, ce qui s'adapte à notre cas.

Le principe de cette méthode consiste à déterminer les coefficients a_j et b_j de la fonction :

$$Y_m(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^m a_j \cos jx + b_j \sin jx.$$

.../...

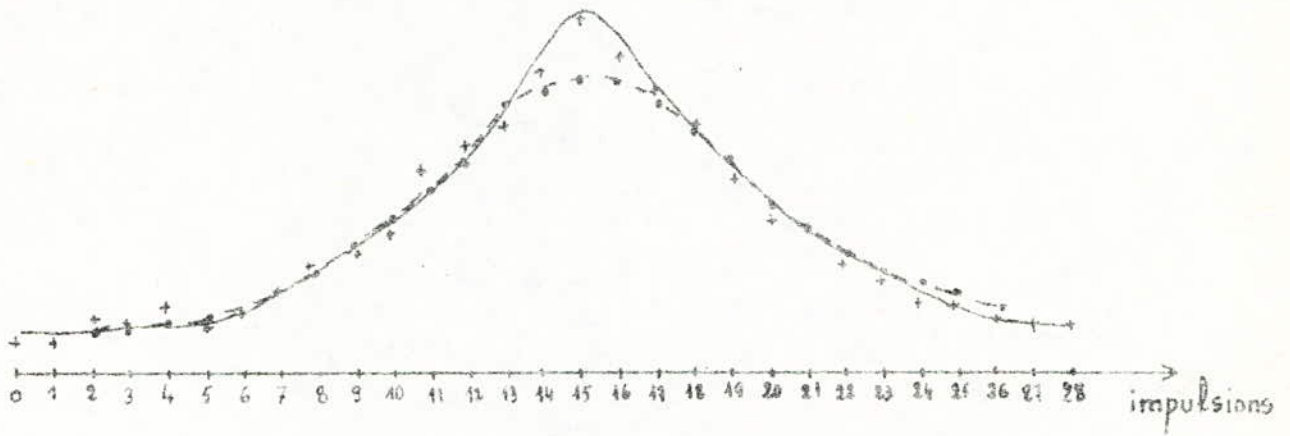


Fig: 5-1

— Courbe non lissée

--- Courbe lissée

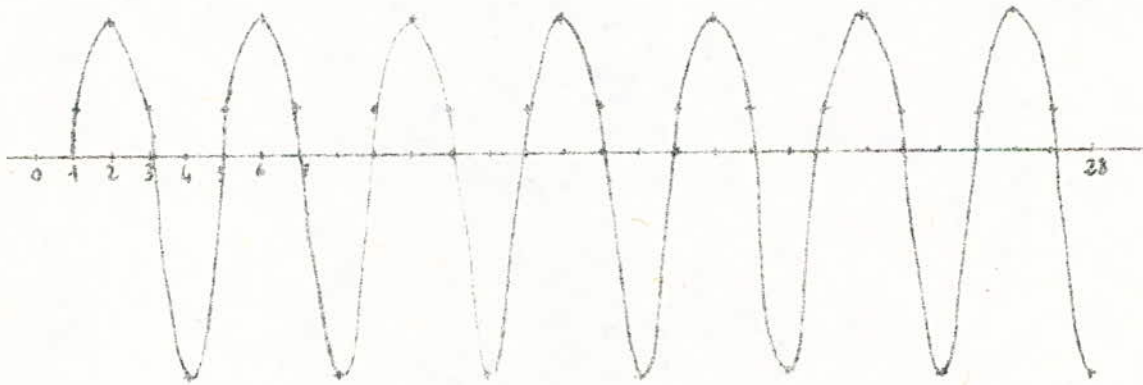


Fig: 5-1 bis - $\bar{q}''(x)$

Nous posons $n = 2L + 1$ qui est égal au nombre de points x_i de l'intervalle d'approximation, avec $x_i = \frac{2 \pi i}{2L + 1}$, $i = 0, \dots, 2L$

Nous déterminons les coefficients a_j et b_j à partir des formules suivantes :

$$a_j = \frac{2}{2L+1} \sum_{i=0}^{2L} Y_i \cos j x_i = \frac{2}{2L+1} \sum_{i=0}^{2L} Y_i \frac{\cos 2 \pi i j}{2L+1} \quad j=0, \dots, m.$$

$$b_j = \frac{2}{2L+1} \sum_{i=0}^{2L} Y_i \sin j x_i = \frac{2}{2L+1} \sum_{i=0}^{2L} Y_i \frac{\sin 2 \pi i j}{2L+1} \quad j=1, \dots, m.$$

Nous fixons m arbitrairement, soit $m = 3$; le nombre de points

~~est~~ 27.

1

Le tableau suivant donne les amplitudes crête à crête des impulsions ainsi que les valeurs lissées de celles-ci.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y_i	1	0,8	1,5	1,2	1,65	1,2	1,75	2	2,9	3,45	3,8	5,5	6,1	6,5
\bar{y}_i			1,23	1,27	1,46	1,56	1,9	2,26	2,78	3,53	4,35	5,07	5,98	7,12
x_i	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
\bar{y}_i	8	9,5	7,3	7,6	6,9	5,5	4	3,8	2,85	2,5	1,8	1,9	1,9	
y_i	7,43	7,78	7,86	7,36	6,26	5,56	4,61	3,73	2,99	2,57	2,19			

.../...

En = = 3 nous avons :

$$Y_3(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x + a_3 \cos 3x + b_3 \sin 3x.$$

avec $a_0 = 7,54$

$$a_1 = 1,66$$

$$b_1 = -1,51$$

$$a_2 = 0,66$$

$$b_2 = 0,83$$

$$a_3 = 0,07$$

$$b_3 = -0,55$$

d'où la fonction approchée :

$$Y_3(x) = 3,77 - 1,66 \cos x - 1,51 \sin x + 0,66 \cos 2x + 0,83 \sin 2x - 0,07 \cos 3x - 0,55 \sin 3x.$$

La dérivée seconde :

$$Y_3''(x) = 1,66 \cos x + 1,51 \sin x - 2,64 \cos 2x - 3,34 \sin 2x + 0,69 \cos 3x + 0,39 \sin 3x.$$

Le même travail est effectué avec des points lissés.

La fonction obtenue est :

$$\overline{Y}_3(x) = 1,9 - 2,25 \cos x - 0,72 \sin x - 0,24 \cos 2x + 1,34 \sin 2x + 0,9 \cos 3x - 0,39 \sin 3x.$$

La dérivée seconde est :

$$\overline{Y}_3''(x) = 2,25 \cos x + 0,72 \sin x + 0,48 \cos 2x - 2,68 \sin 2x - 2,7 \cos 3x + 1,17 \sin 3x.$$

La représentation des courbes $Y_3''(x)$ est $\overline{Y}_3''(x)$ sont données en fig. 5, 3, a, b).

.../...

— courbe non lissée
-- courbe lissée

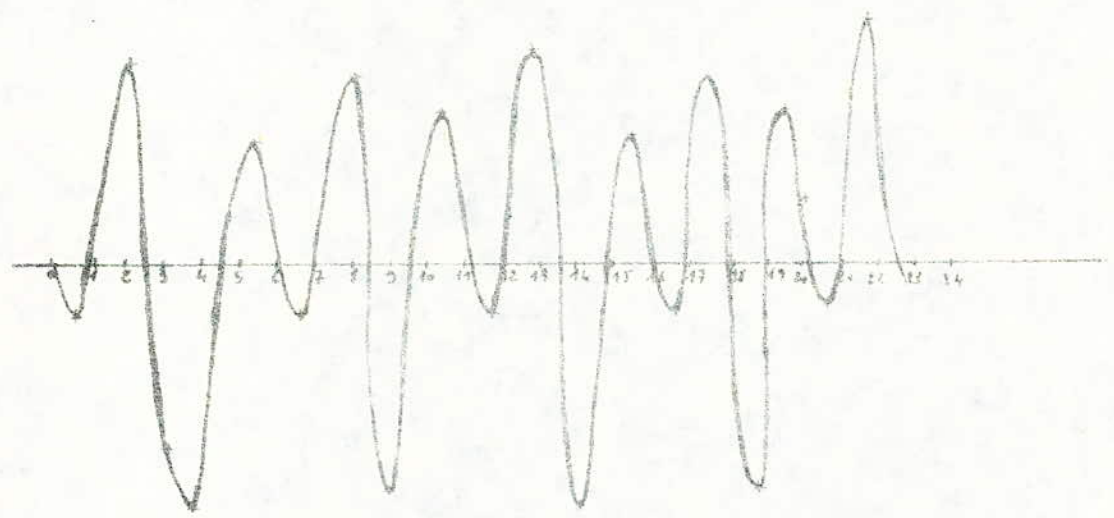
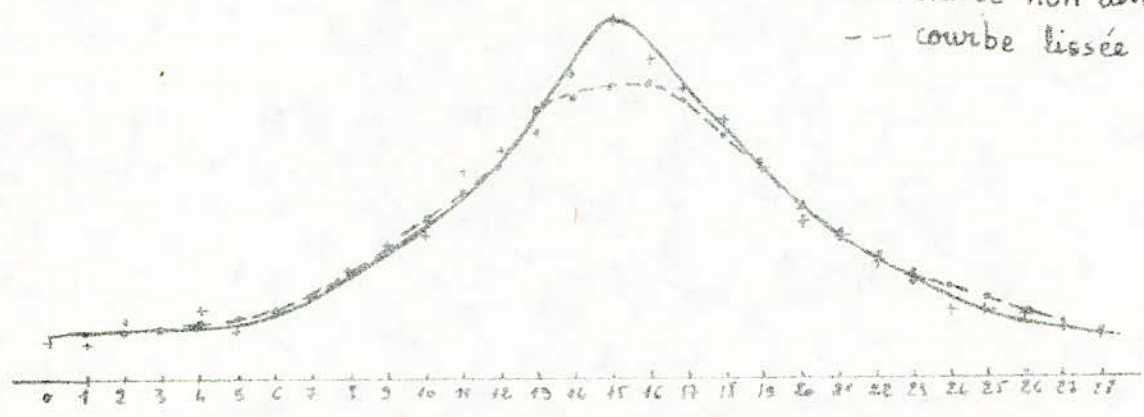


Fig: 5.3.a - Approximation de Fourier : $y_3''(x_i)$

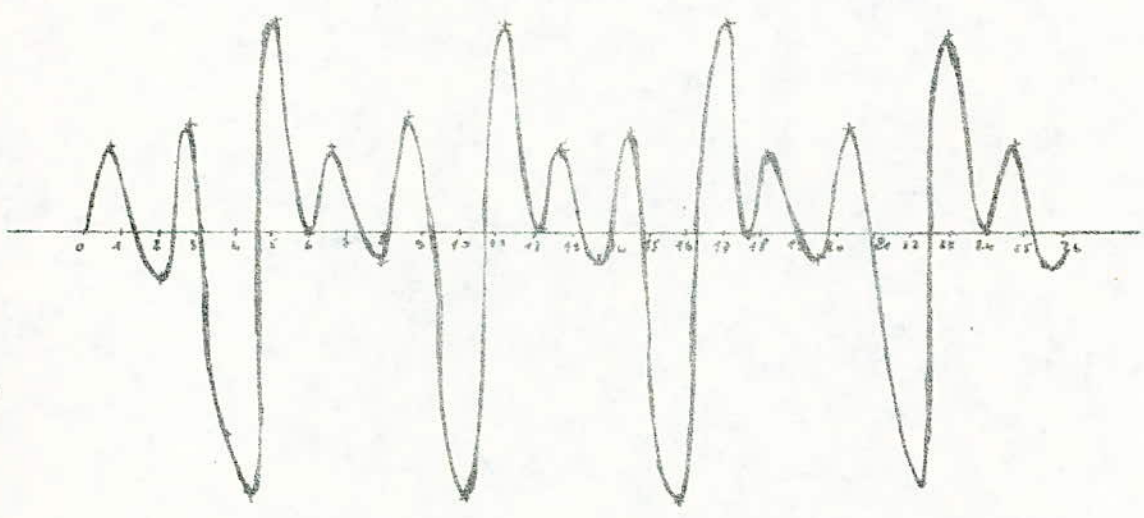


Fig: 5.3.b - Approximation de Fourier : $\bar{y}_3''(x_i)$

Si nous augmentons la valeur de m (nous prenons $m = 5$), nous obtenons :

$$\overline{Y}_5(x) = 1,9 - \cos x - 0,56 \sin x + 0,33 \cos 2x + 0,3 \sin 2x + 0,05 \cos 3x - 0,02 \sin 3x + 3,10^{-4} \cos 4x - 0,09 \sin 4x - 0,01 \cos 5x - 0,002 \sin 5x.$$

La dérivée seconde est :

$$\overline{Y}_5''(x) = \cos x + 0,56 \sin x - 1,32 \cos 2x - 1,2 \sin 2x - 0,45 \cos 3x + 0,18 \sin 3x - 0,006 \cos 4x + 1,44 \sin 4x + 0,25 \cos 5x + 0,05 \sin 5x.$$

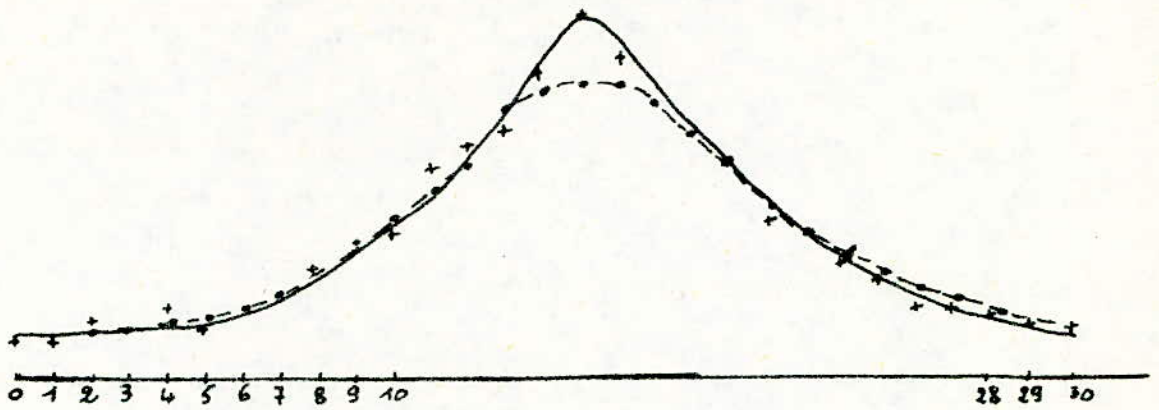
Elle est représentée en fig. 5.3.C.

Nous ne relevons aucune amélioration pour la détermination des deux valeurs P_s et P_D avec les valeurs lissées \overline{Y}_i , aussi bien pour $m = 3$ que pour $m = 5$.

Il est à noter que cette méthode présente une difficulté de calcul des coefficients et notamment pour m grand.

Un programme qui consisterait à calculer les coefficients pour variant de 3 à $2L$ et à déterminer le polynôme, ayant seulement deux points d'inflexion serait intéressant, cependant, un tel programme est très lent à exécuter vu les nombreuses étapes à effectuer ce qui entraîne un affichage lent des valeurs de la pression.

.../...



Enveloppe du signal physiologique $\varphi'(t)$.

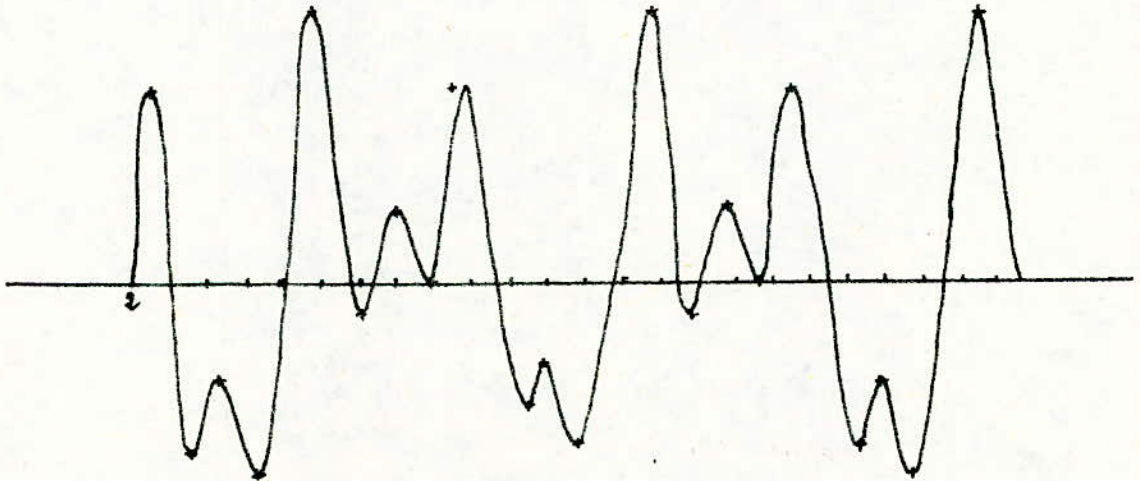


Fig: 5.3.C Methode de Fourier - $\bar{y}_s''(x)$

Une autre méthode qui s'adapte aux fonctions tabulées consiste à calculer les dérivées secondes à partir des valeurs lissées de la table.

5.4. Approximation par la méthode de Lagrange :

Nous approchons l'enveloppe du signal $\psi'(t)$ par le polynôme de Lagrange dont la dérivée seconde nous permettra la détermination des deux changements de pente.

Soit le Polynôme de Lagrange.

$$f(x) = \frac{(-1)^n t(t-1)\dots(t-n)}{n!} \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^i C_n^i Y_i + h t(t-1)\dots(t-n)}{t-i}$$

• $f(x; x_0; \dots, x_n)$

Sa dérivée seconde en $x = x_k$ est :

$$h^2 f''(x) = \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^{n+i} C_n^i Y_i}{n!} \frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{t(t-1)\dots(t-n)}{(t-i)} \right]_{t=k} + R(\xi)$$

où h est le pas et $R(\xi)$ est le reste.

Il existe plusieurs formules de dérivées secondes selon n et k , nous retenons celle qui donne la valeur au point milieu (n pair) et qui donne le plus petit reste.

Pour $n = 4$ et $k = 2$ on a :

$$Y''_2 = f''(x_2) = \frac{1}{24h^2} \left[-2Y_0 + 32Y_1 - 60Y_2 + 32Y_3 - 2Y_4 \right] \frac{h^4}{90} f^{(6)}(\xi)$$

Cette formule donne la dérivée seconde au point milieu.

Dans ce qui suivra le facteur " $\frac{1}{24 h^2}$ " ne sera pris en compte, par simplification.

Exemple :

- Pour une personne X nous avons relevé les valeurs du tableau suivant :

x _i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y _i	0,8	1,5	1,2	1,65	1,2	1,75	2	2,9	3,45	3,8	5,5	6,1	6,5	8
\bar{y}_i			1,27	1,46	1,56	1,9	2,2	2,78	3,53	4,35	5,07	5,68	7,12	7,48
\bar{y}''					0,29	-0,19	0,51	0,06	0,08	-0,11	-0,18	1,06	-0,07	0,03
x _i	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
y _i	9,5	7,3	7,6	6,9	5,5	4	3,8	2,85	2,5	1,8	1,9	1,9	1,5	1,3
y _i	7,78	7,86	7,36	6,26	5,56	4,61	3,73	2,99	2,57	2,19	1,92	1,68		
\bar{y}''	-0,2	-0,6	-0,7	-0,53	-0,33	-0,09	0,13	0,73	0,01	0,12				

D'après ce tableau nous constatons une variation très fréquente du **signe** de la dérivée seconde.

.../...

Nous constatons d'après le tableau qu'on a deux changements de signe de la dérivée seconde.

A la sixième impulsion, elle passe d'une valeur positive à une valeur négative. Le premier point d'inflexion se trouve donc entre la sixième et la septième impulsion, ce qui correspond à une pression systolique comprise entre 11 et 10, 29, la valeur relevée au stéthoscope étant 11.

à la onzième impulsion, la dérivée seconde passe d'une valeur négative à une valeur positive. Le deuxième point d'inflexion se trouve donc entre la onzième et la douzième impulsion, ce qui correspond à une pression diastolique comprise entre 46, 93 et 6, 17, la valeur relevée au stéthoscope est 6, 5.

Nous avons appliqué la même méthode sur une centaine de cas, et nous avons obtenu de bon résultats sur 90 personnes, c'est donc la méthode retenue pour le critère de détermination des deux pressions, systolique et diastolique.

La pression moyenne est déduite de la formule suivante :

$$P m = P s - \frac{1}{2} (P s - P d)$$

Le pouls représente le nombre de battements par minute, on l'obtient en faisant :

$$\text{Pouls} = f c \times 60$$

$f c$ étant la fréquence cardiaque

.../...

Fig 5.5 a : $\bar{y}(x_i), y(x_i)$

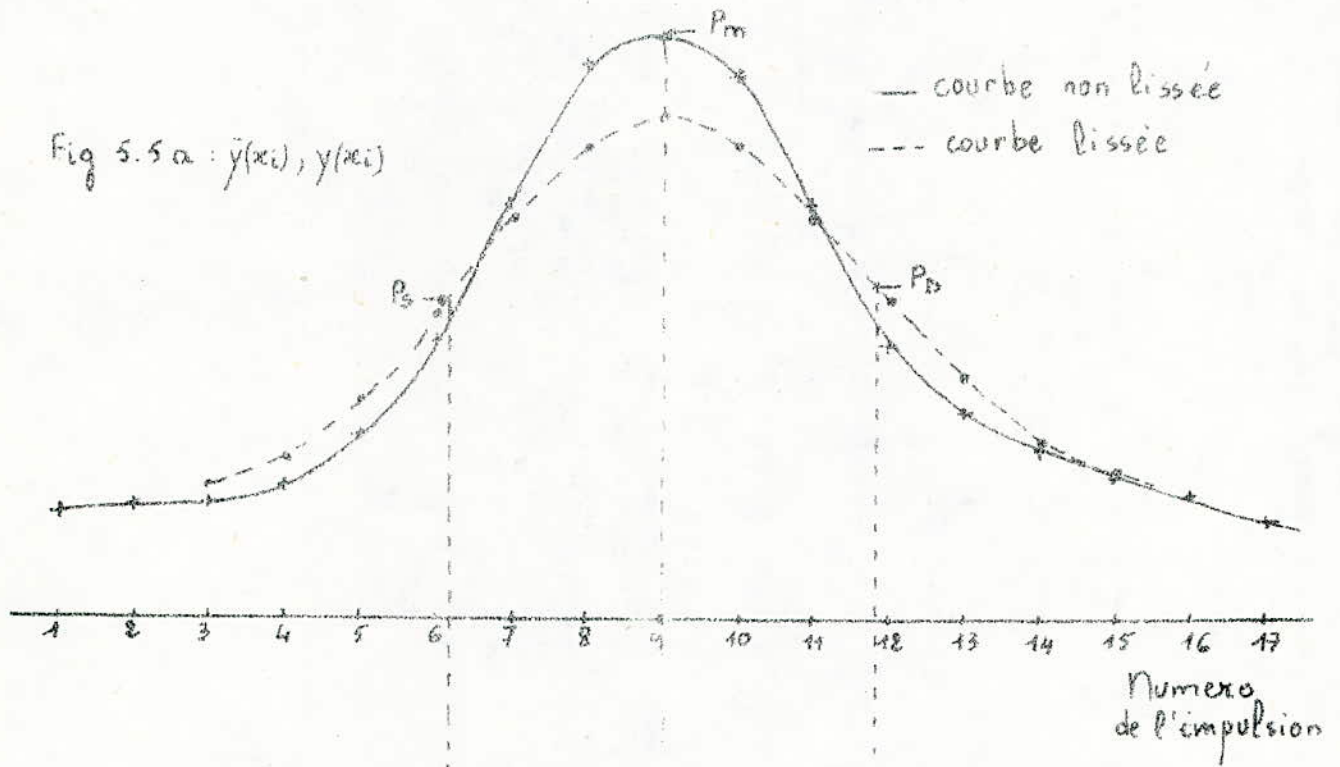
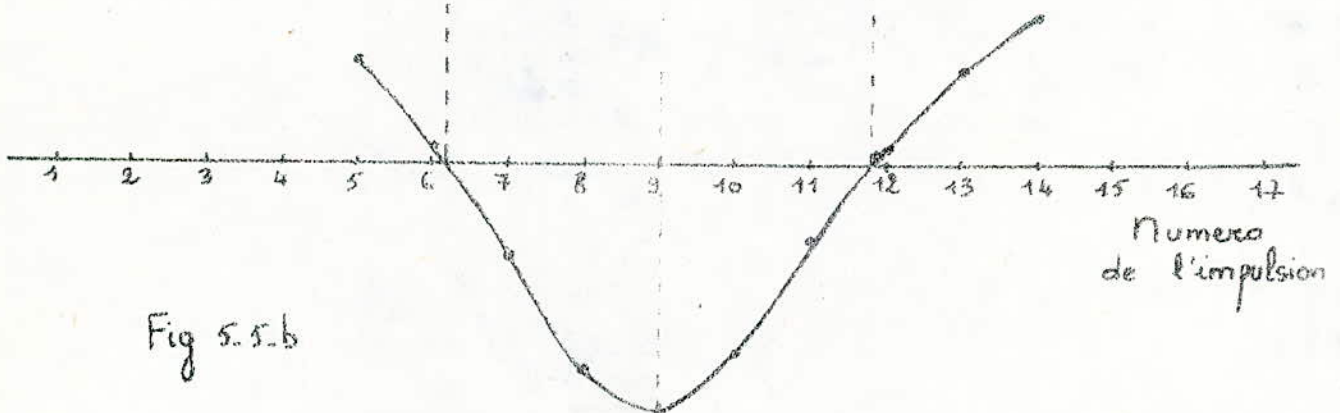


Fig 5.5.b



Méthode de Taylor : $\bar{y}''(x_i)$

R e m a r q u e :

En guise de vérification de la méthode de " Taylor ", nous l'avons appliqué sur des amplitudes crête à crête relevées en hescadécimal par le microprocesseur, celui-ci nous donneit simultanément pour chaque impulsion, la valeur crête à crête et la valeur de la pression.

E x e m p l e :

- Pour la même personne X.
- Soit le tableau de valeurs Y_i et P_i en hexadécimal.

.../...

XI	1	2	3	4	5	6	7	8	9
yi-Pi	1C-CO	11-B6	0a-Ab	16-A4	14-98	1E-8C	24-80	2C-77	42-6C
xi	10	11	12	13	14	15	16	17	18
yi-pi	45-66	19-64	6C-5C	82-53	7F-4C	60-45	4A-40	3A-38	29-32
xi	19	20	21	22	23	24	25		
yi-pi	26-2C	29-2C	22-22	1A-1E	17-18	12-14	09-10		

Tableau de valeurs Y_i et P_i converties en décimal Y_i en Volts et P_i en cm Hg.

XI	1	2	3	4	5	6	7	8	9
yi-pi	0,56-208	0,34-157,1	0,26-1852	0,44-17,76	0,4-16,46	0,6-15,16	0,72-13,86	0,88-12,89	1,32-11,7
xi	10	11	12	13	14	15	16	17	18
yi-pi	1,38-1105	05-1083	226-9,96	26-8,99	2,54-8,23	1,92-7,47	1,48-6,93	1,16-6,66	8,82-5,41
xi	19	20	21	22	23	24	25		
yi-pi	0,76-476	0,82-433	0,68-368	0,52-3,25	0,46-2,6	0,36-2,16	0,018-1,73		

Tableau donnant les valeurs lissées \bar{Y}_i , les dérivées seconde \bar{Y}''_i et le lissage sur 3 points de la dérivée seconde.

.../...

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
\bar{x}_i			0,4	0,408	0,48	0,6	0,78	0,98	0,96	1,24	1,59	1,83	1,94	2,24
\bar{y}_i					0,26	0,22	-0,104	-0,32	0,76	0,37	-0,33	-0,42	-0,26	-1,25
y_i						0,12	-0,063	0,11	0,27	0,25	-0,14	-0,35	-0,64	-0,79
x_i	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
\bar{x}_i	1,94	1,58	1,22	1,008	0,84	0,72	0,64	0,56	0,44					
\bar{y}_i	0,86	-0,02	-0,46	0,34	0,21	0,19	-0,016							
y_i	0,71	-0,14	0,26	0,33	0,24	0,12								

D'après ce tableau, nous constatons que le premier point d'inflexion se situe entre la dixième et la onzième impulsion, ce qui correspond à une pression systolique comprise entre 11,05 et 10,83, la valeur relevée au stéthoscope étant 11.

Le deuxième point d'inflexion est situé entre la seizième et la dix-septième impulsion, ce qui correspond à une pression diastolique comprise entre 6,93 et 6,06 ; la valeur obtenue au stéthoscope étant 6,5.

Nous constatons donc que dans ce cas aussi les valeurs concordent aussi bien avec celles relevées au stéthoscope qu'avec celles relevées par la table traçante.

Nous avons obtenu d'aussi bons résultats sur cinquante autres cas. .../...

Il faut noter l'influence de l'opérateur sur la valeur relevée au stéthoscope, en effet, deux personnes peuvent parfaitement donner ~~des~~ valeurs non identiques.

Un autre facteur qui influe sur les valeurs de la pression est la forme de la courbe de dégonflage, qui n'est pas tout à fait linéaire, dûe au fait que l'ouverture de l'électrovanne se fait manuellement.

Ceci, explique les petites différences qui existent entre les valeurs relevées au stéthoscope et les valeurs données par la table traçante et le microprocesseur.

La détermination d'une corrélation entre les valeurs lues au stéthoscope et les valeurs mesurées à l'aide de la méthode de " Taylor " a fait l'objet d'une conclusion de ce chapitre.

.../...

Nous avons déterminé les coefficients de corrélation des pressions systoliques d'une part et des pressions diastoliques d'autre part pour un nombre de cas $N = 70$.

Nous avons reporté sur un repère orthonormé (X, Y) les différentes valeurs prises au stéthoscope et les valeurs correspondantes obtenues à l'aide de la méthode de "Taylor". Nous remarquons que le nuage de points obtenus aussi bien pour les valeurs systoliques que pour les valeurs diastoliques a tendance à se rapprocher d'une droite, c'est donc une corrélation linéaire.

La droite de regression des moindres carrés de Y en X est donnée par :

$$Y = a_0 + a_1 X$$

où a_0 et a_1 sont donnés par les équations normales

$$\begin{aligned} \sum Y &= a_0 N + a_1 \sum X \\ \sum XY &= a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 \end{aligned}$$

$$\text{d'où, } \dots \dots a_0 = \frac{(\sum Y) (\sum X^2) - (\sum X) (\sum XY)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum XY - (\sum X) (\sum Y)}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

Le coefficient de corrélation linéaire est donnée par la formule suivante :

$$r = \frac{\sum XY}{\sqrt{(\sum X^2) (\sum Y^2)}}$$

$$x = X - \overline{X} \text{ et } y = Y - \overline{Y}$$
$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad \text{et} \quad \overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}$$

Une corrélation linéaire maximale est obtenue lorsque tous les points sont sur une même droite, on a alors $r = 1$.

La valeur de l'écart moyen en pourcentage est donné par :

$$\overline{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[+ \frac{Y_i - X_i}{Y_i} \right]$$

Dans notre cas, nous avons obtenu pour les pressions systoliques la droite de régression suivante :

$$Y = 0,975 X - 0,115 \text{ (voir tracé fig.5.5 a)}$$

et un coefficient de corrélation linéaire $r = 0,908$,
ce résultat traduit bien une relation linéaire entre Y et X .

La valeur de l'écart moyen est $\overline{e} = 3,4 \%$

- Pour les pressions diastologiques, on a obtenu la droite de régression suivante :

$$Y : 1,38 X - 2,5 \text{ (voir tracé fig.5.5 b)}$$

Le coefficient de corrélation linéaire est $r = 0,934$.

Dans ce cas aussi, nous constatons une corrélation linéaire entre Y et X .

Le calcul de l'écart moyen a donné $\overline{e} = 1,76 \%$.

Ce travail n'a pas été fait pour la pression moyenne P_m du fait que celle-ci ne peut être relevée au stéthoscope.

Y pression systolique obtenue a
partir des oscillations

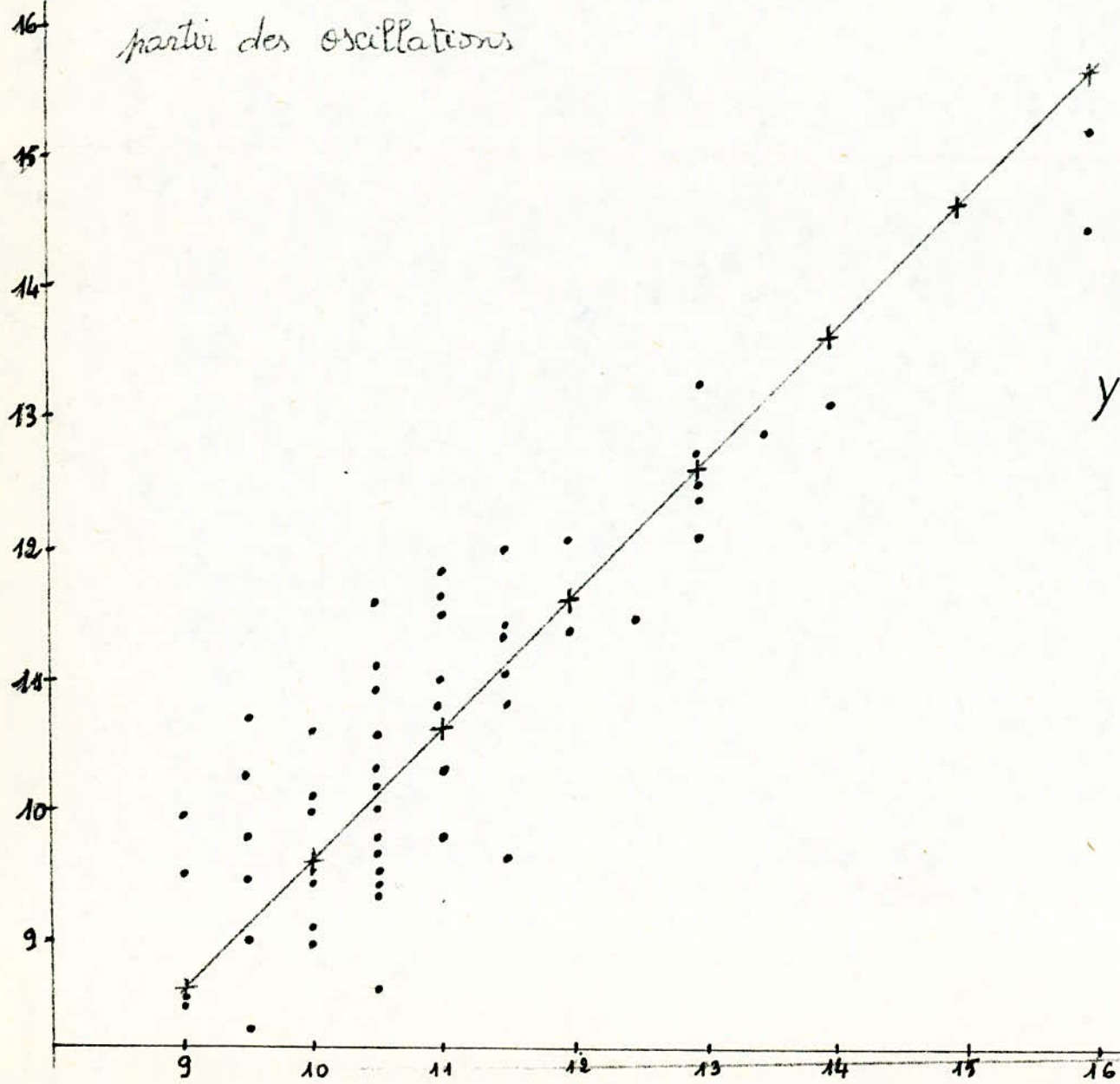
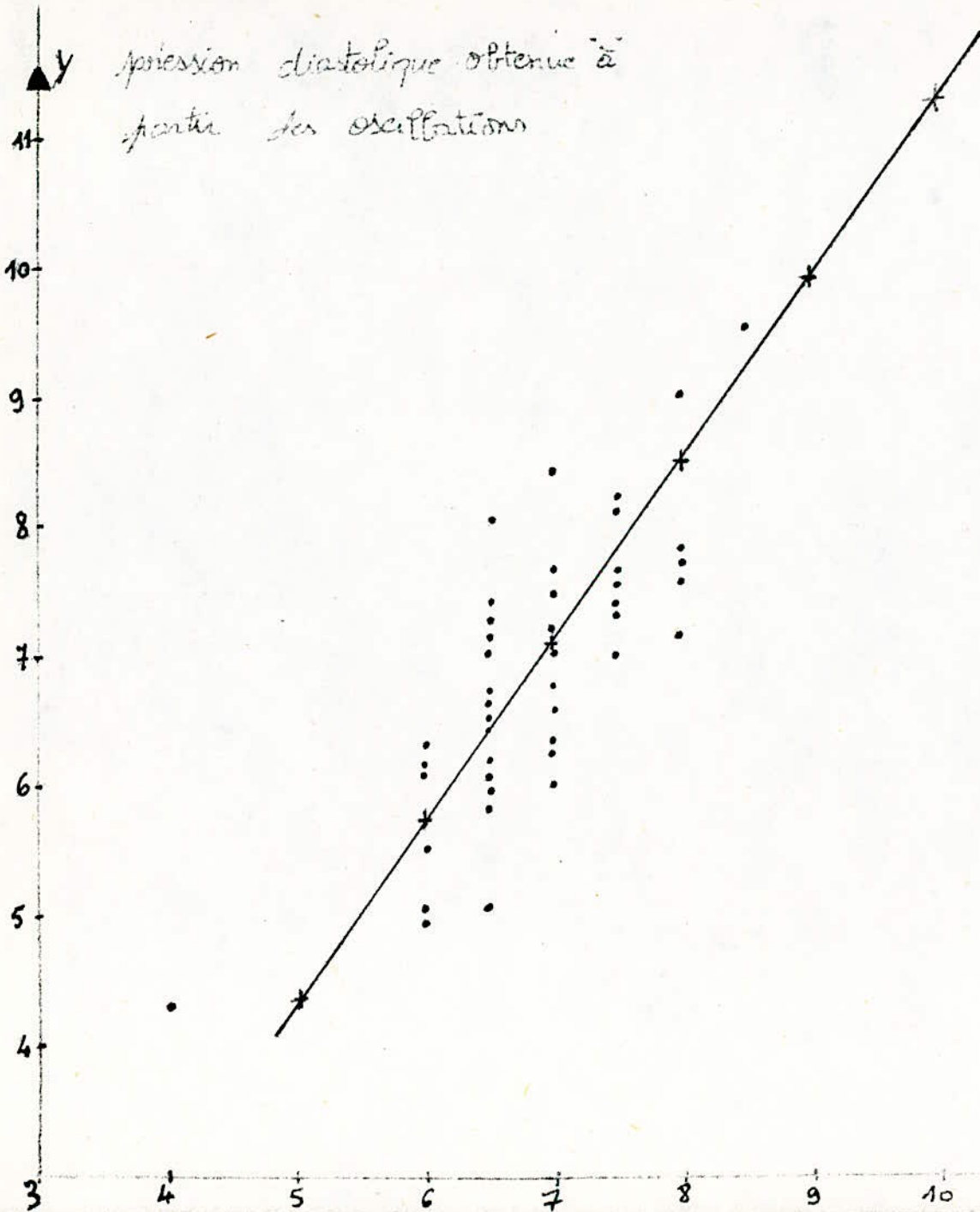


Fig: 5.5 a.

$$y = 0,975x - 0,115$$

pression systolique prise
au stethoscope



- 59bis -

Pression diastolique prise
 au sphygmomètre

x

Nous avons plusieurs opérations à effectuer, tels le lissage sur cinq points, la dérivée seconde sur cinq points ainsi que le lissage de celle-ci sur trois points.

Ces différentes opérations doivent être appliquées sur une centaine de personnes ; un calcul manuel nécessiterait beaucoup de temps.

Nous avons pensé nécessaire, d'établir un programme qui regrouperait des instructions permettant d'exécuter toutes ces opérations. Le langage utilisé étant le langage Basic de l'Apple II choisi à cause de sa simplicité.

Nous commençons par définir les différentes instructions nécessaires pour établir ce programme.

Print : est une instruction qui permet d'obtenir sur l'écran le résultat d'une opération.

Input : est une instruction qui permet de modifier une ou plusieurs variables pendant l'exécution du programme.

GOTO : est une instruction qui permet de "revenir en arrière" et plus généralement d'"aller à" une ligne quelconque du programme.

IF...Then : permet de tester la réponse à une question telle que "les entrées sont elles correctes ? ", pour se brancher à la ligne voulue.

.../...

FOR....TO : est une instruction qui permet d'éviter de répéter plusieurs fois la même opération.

NEXT I. : Le compteur est incrémenté du pas, si la valeur est inférieure ou égale à la valeur finale, il y a branchement, à la ligne permettant de répéter l'opération, sinon l'exécution du programme continu par l'instruction suivante.

L'Instruction DIM : Avant de créer un tableau, il est utile d'évaluer le nombre d'éléments qu'il contiendra et de l'indiquer à l'ordinateur et cela grâce à l'instruction DIM (dimensionnement).

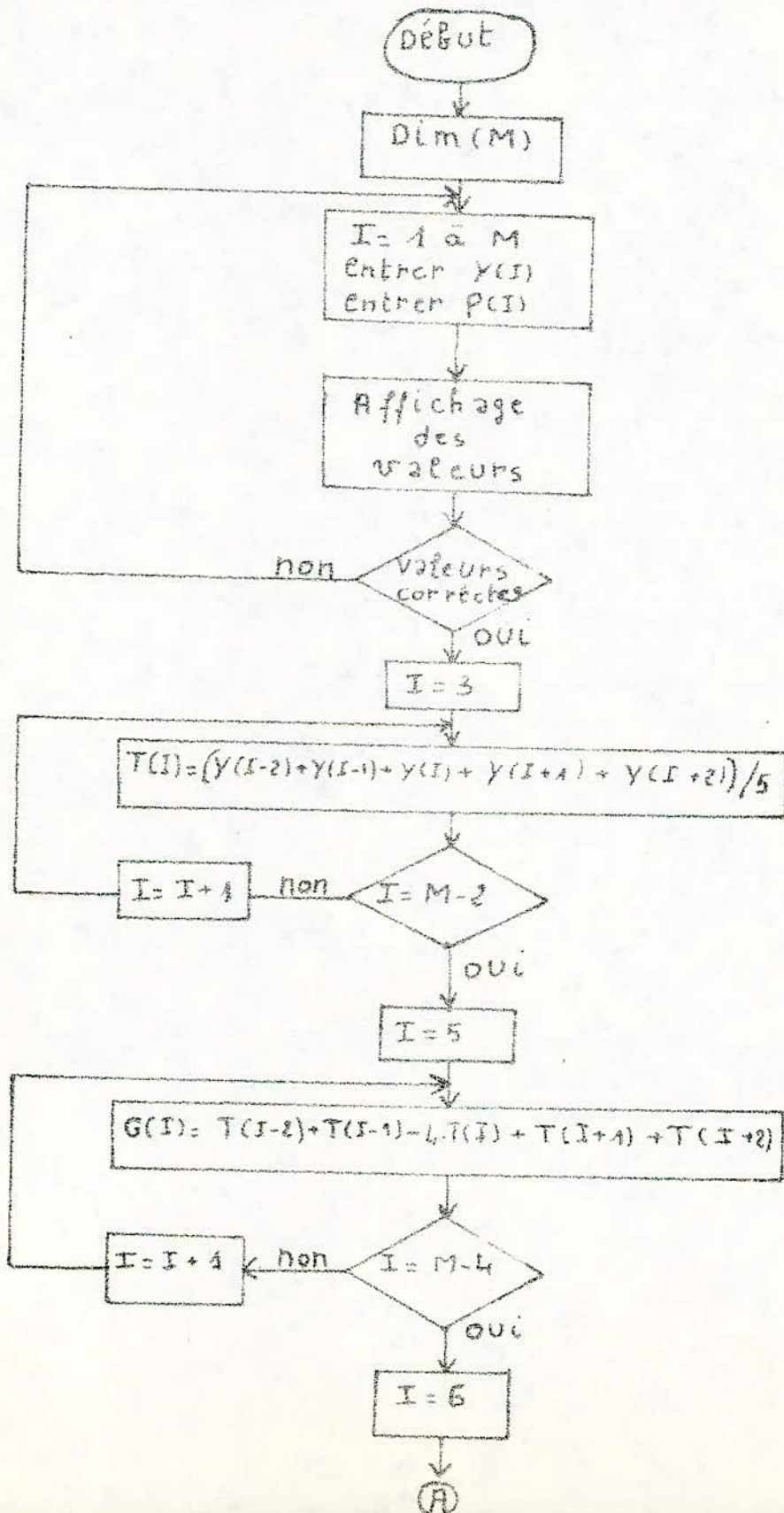
L'Ordre list : permet de commander l'exécution du programme.

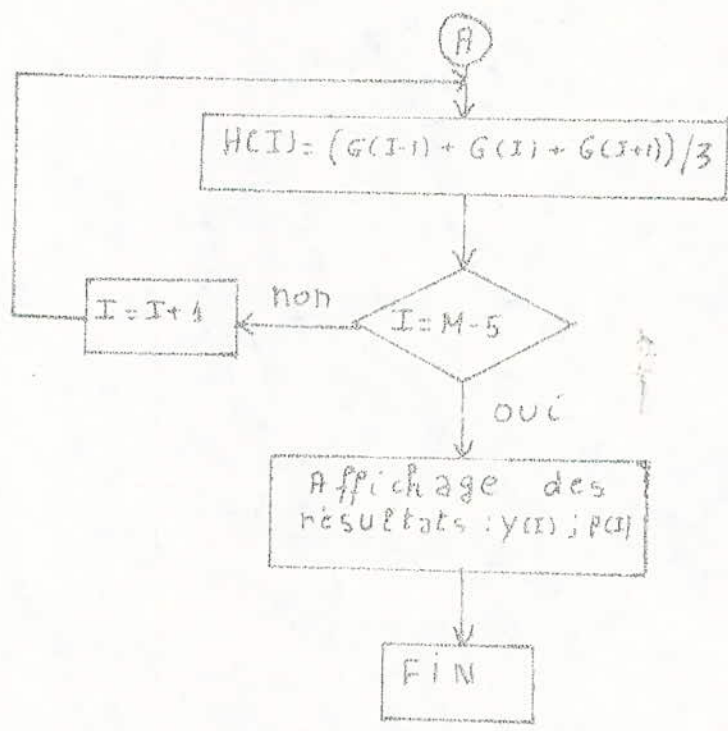
REM : Cette instruction est utilisée pour inclure dans le programme des commentaires qui permettront une compréhension plus facile de la structure des programmes à d'autres utilisateurs.

.../...

avant d'établir le programme, nous représenterons la suite des opérations par un organigramme.

ORGANIGRAMME





Le programme correspondant est le suivant :

```
5   R E M   Lissage sur cinq points.
10  R E M   Dérivée seconde sur cinq points.
15  R E M   Lissage sur trois points.
20  Input M.
25  DIM Y (M)
30  DIM F (M)
35  DIM T (M)
40  DIM G (M)
45  DIM H (M)
50  FOR I. = 1 to M
55  PRINT "Valeur Y " ; ( I )
60  INPUT Y (I)
65  PRINT "Valeur P " ; ( I )
70  INPUT P (I)
75  NEXT I
80  PRINT
85  FOR I = 1 to M
90  PRINT " Y " ; ( I ) ; " = " ; Y ( I ) , " P " ;
    ( I ) ; " = " ; P ( I ) .
95  NEXT I.
100 PRINT
```

.../...

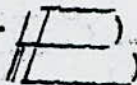

```
105 INPUT " Nombres corrects ( oui / non ) ? " ;  
    R $  
110 IF R $ < "oui" then GOTO 20  
115 PRINT  
120 For ( I ) = 3 to M - 2  
125 T ( I ) = ( Y ( I - 2 ) + Y ( I - 1 ) + Y ( I ) +  
    Y ( I + 1 ) + Y ( I + 2 ) ) / 5.  
130 PRINT "T" ; ( I ) ; "=" ; T ( I )  
135 NEXT I.  
140 FOR I = 5 to M - 4.  
145 G ( I ) = T ( I - 2 ) + T ( I - 1 ) - 4 T ( I ) + T ( I + 1 )  
    + T ( I + 2 ) .  
150 PRINT " G " ; ( I ) ; "=" ; G ( I ) , " P " ; ( I ) ;  
    "=" ; P ( I ) .  
155 NEXT I.  
160 FOR I := 6 to M - 5  
165 H ( I ) = ( G ( I - 1 ) + G ( I ) + G ( I + 1 ) ) / 3  
170 PRINT " H " ; ( I ) ; "=" ; H ( I ) , " P " ; ( I ) ;  
    "=" ; P ( I )  
175 NEXT I.
```

.../...

CONCLUSION:

Dans cette étude qui nous a été confiée, nous nous sommes efforcés de contribuer de notre mieux à la mise au point d'une partie d'un projet de Magister dont le thème est la conception d'un appareil de mesure automatique de la tension artérielle. Nos propositions faites concernant l'acquisition du signal physiologique ainsi que les critères de détermination des deux pressions : systolique et diastolique ont donné de bons résultats, néanmoins, il existe certainement d'autres solutions à ce problème.

Nous pensons donc avoir répondu favorablement à l'une des préoccupations du projet de Magister.

--oOo--  BIBLIOGRAPHIE --oOo--
 -o-o-o-o-o-o-o-

- I. BRESS : Physiologie.
- II. M. AUMIAUX : Filtres actifs.
- III. J. MARCHAIS : L'amplificateur Opérationnel et ses applications.
- IV. RALSTON : A first course in numerical analysis.
- V. J. LEGRAS : Méthodes et techniques de l'analyse numérique.
- VI. MURRAY R. SPIEGEL: Théories et applications de la statistique.
- VII. BEREZIN N. JIDKOV KH: Cours d'analyse numérique Moscou Mir 1962.
- VIII. ELECTRONIQUE : N° 12.
 PRATIQUE

£

£ ----- £

£