

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Electrique



Projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme
D'ingénieur d'état en électrotechnique



**Analyse de la mise en parallèle de « n »
onduleurs selon la moyenne dans
l'espace d'état**

Proposé et dirigé :
Mr : T. ZEBBADJI

Réalisé par :

BAIOU Azzeddine
BELALI Mohammed

Remerciements

On tient à exprimer vivement notre profonde gratitude à Monsieur T.ZEBBADJI, enseignant au département génie électrique de l'école nationale polytechnique pour avoir proposé et encadré ce sujet de thèse.

Nous adressons nos vifs remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'examiner ce travail.

Egalement nous tenant à présenter notre profonde reconnaissance à tous les enseignants de l'ENP qui ont contribué à notre formation.

Nous remercions enfin, tous ceux qui, d'une quelconque façon, ont contribué à l'élaboration de ce modeste travail.

إهداء

"ربي أوزعني أن اشكر نعمتك التي أنعمت علي
وعلى ولدي وإن اعمل صالحا ترضاه وأدخلني برحمتك في
عبادك الصالحين"

اللهم اغنني بالعلم وزيني بالحلم وأكرمني بالتقوى
وجملني بالعافية

انه لا يسعني في هذه اللحظات التي لعلني لا أملك أغلى
منها أن أهدي ثمرة هذا العمل المتواضع إلى:

✓ فضاء المحبة و بحر الحنان، ريحانة الدنيا و بهجتها :
أمي الغالية حفظها لله

✓ الذي علمني أن الحياة كفاح و نضال :أبي العزيز
حفظه لله

✓ الأعمدة التي أظل ارتكز عليها للصمود، إخوتي

✓ إلى أبناء أخي وبالأخص محمد وكل الأقارب
و كافة الأحبة

✓ المعادلة التي ترسم منحني حياتي :أصدقائي

✓ من قضى زهرة شبابه في محراب العلم المقدس

✓ من حمل هذه الرسالة و تصفح أوراقها بعدي .

و الحمد الذي بنعمته تتم الصالحات

عز الدين

Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à ma mère et à
Ibrahime .*

Et à tous ceux qui me connaissent.

Mohammed

Résumé

De nombreux équipements d'électronique de Puissance utilisent des associations série ou parallèle de semi-conducteurs ou des convertisseurs (appelés généralement « Power electronics building bloc : PEBB», qui demandent une forte puissance. A cet effet la mise en parallèle des onduleurs est souvent utilisée afin d'atteindre des niveaux de puissances au delà de la capacité de la plus grande puissance que peut fournir une structure singulière.

Dans ce contexte, nous présentons, dans le cadre de ce travail, la modélisation moyenne de «n» onduleurs mis en parallèle associé à une charge, dans le but d'établir un modèle, qui permettra d'une part de trouver une solution analytique quelque soit le nombre de module mis en parallèle et d'autre part d'élaborer modèle moyen en régime permanent et dynamique du système global. Commencant par le principe d'application de la technique de la moyenne dans l'espace d'état sur un système quelconque. Suite à une application de cette technique au système physique constitué «n» onduleurs mis en parallèle sortant par un modèle analytique représente le fonctionnement de système étudié. En exploitant le modèle obtenu pour une analyse de performance de système étudié.

Mots clés : Modélisation moyenne, mise en parallèle des onduleurs, simulation

ملخص

الكثير من منشآت إلكترونيك القدرة تستعمل الربط على التسلسل أو على التوازي لشبه النواقل أو المحولات التي تدعى "Power electronics building bloc: PEBB" لأجل نقل الطاقة أو على مستوى الآلات الكهربائية التي تتطلب استطاعة عالية. من هذا الربط على التوازي للموجات غالباً ما يستعمل للوصول إلى اعلي مستويات الاستطاعة فوق السعة التي تقررها وحدة من هذه الموجات بمفردها.

في هذا السياق و في إطار انجاز هذا العمل نقوم بإنشاء نموذج متوسط لمجموعة «n» من الموجات مربوطة على التوازي، بهدف تحقيق هذا النموذج الذي يسمح من جانب حل تحليلي مهما يكن عدد الموجات المربوطة على التوازي و من جانب آخر إعداد نموذج متوسط في السير العادي و الديناميكي للنظام الكلي، بدءاً بتقديم المبدأ الأساسي لتقنية المتوسط في فضاء الحالة متبوعة بتطبيق هذه التقنية على النظام الفيزيائي المكون من «n» موج مربوطة على التوازي التي نتحصل بعدها على نموذج يمثل وظيفة النظام المدروس. و في الأخير ننهي هذا العمل باستغلال النتائج المتحصل عليها لتحليل مميزات النظام المدروس.

كلمات مفتاحيه : نمذجة متوسطة , الربط على التوازي للموجات , محاكاة

Abstract

Many power electronics equipments use the serie or paralleled connection of semi conductors devices or converter (generally named "Power Electronics Building Bloc" PEBB) to increase of the power demand.

As a matter of fact, parallel connection of inverters is often used to meet higher demand of power and current that a single inverter cannot handle.

In this context, the technique describes a simple averaging inverter model which allows the system to be analyzed and controlled accurately and rapidly without requiring the complexity of full switched inverter topologies to be simulated .

The analytical solution found from the steady and dynamic state analysis, has given the opportunity to have a better understanding of the overall system performances and this by scrutinizing the different transfer functions .

Key words : averaging modeling , parallel inverters , simulation

Table des matières

Introduction générale	vi
1 L'analyse fonctionnelle des onduleurs selon la technique de la moyenne	2
1.1 Introduction	2
1.2 Notions générales sur les onduleurs	3
1.3 Structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance	4
1.4 Définition de la modélisation	4
1.4.1 hypothèses de modélisation	5
1.4.2 Notion de la cellule de commutation	6
1.4.3 Intérêt des modèles moyens	8
1.5 L'état de l'art et classification	9
1.5.1 les modèles moyens	9
1.5.2 Méthode de la moyenne d'état	9
1.5.3 Méthodes relatives à la cellule de commutation	10
1.5.4 Méthode d'échantillonnage	11
1.6 Modélisation à topologie moyenne	11
1.6.1 Modèle exact	12
1.6.2 La moyenne dans l'espace d'état	14
1.6.3 solution analytique au régime permanent	16
1.6.4 Conditions sur les coefficients de connexions moyens	17
1.7 Conclusion	21

2	Système redondant de «n» onduleurs mis en parallèle	22
2.1	Introduction	22
2.2	Description de la mise en parallèle du système modulaire	23
2.3	Modèle de commutation	25
2.3.1	Équations électriques	25
2.4	Modèle moyen	27
2.5	Solution analytique du système modulaire constitué	27
2.5.1	Modèle de système dans le plan dq (Transformation de Park)	28
2.5.2	Les fonctions de transfert du système	29
2.6	Conclusion	33
3	Analyse des performances de la mise en parallèle d'un système modulaire redondant	34
3.1	Introduction	34
3.2	L'étude du système redondant en boucle ouverte	35
3.2.1	L'effet de la résistance de synchronisme sur les performances du système	37
3.2.2	L'effet de nombre d'onduleurs sur la stabilité du système	40
3.3	Le système en boucle fermée	41
3.3.1	Nécessité de la boucle fermée	41
3.3.2	Choix du régulateur	43
3.4	Étude des performances du système	43
3.4.1	Le courant d'entrée i_{in}	44
3.4.2	La tension d'entrée V_c	46
3.4.3	Les composantes du courant i_d, i_q	48
3.4.4	Le courant d'un seul onduleur	51
3.5	conclusion	53
4	conclusion générale	54
	Bibliographie	63

Table des figures

1.1	interrupteur parfait [13]	5
1.2	commutateur électronique à cinq voies [13]	6
1.3	cellule élémentaire de commutation [13]	7
1.4	les deux modes de commutation dans la cellule [13]	8
1.5	modèle moyen des cellules de commutations [19]	10
1.6	modèle de commutation d'un onduleur fonctionnant par une répétition de commutation entre quatre différents topologies	12
1.7	États des interrupteurs selon la tableau (1.1)	19
2.1	circuit global de la mise en parallèle de «n» onduleur	24
2.2	modèle de «n» onduleurs en parallèles dans le repère dq	30
2.3	schéma équivalent par phase de «n» onduleurs mis en parallèle en régime permanent	32
3.1	schéma d'un système en boucle ouverte	35
3.2	Lieu des racines de $i_{in}(s)/V_g(s)$, (a) : $R = 1m\Omega$; (b) : $R = 1\Omega$	38
3.3	la réponse indicielle pour $i_{in}(s)/V_g(s)$, (a) : $R = 1m\Omega$; (b) : $R = 1\Omega$	39
3.4	variation des positions pôles et des zéros en fonction de la résistance de $i_{in}(s)/V_g(s)$	40
3.5	Lieu des racines de $i_{in}/V_g(s)$, (a) : $R = 0\Omega$; (b) : $R = 10^{-15}\Omega$	41
3.6	variation des pôles et des zéros en fonction de nombre d'onduleurs de i_{in}/V_g pour $R = 1m\Omega$	42
3.7	Réponse indicielle de i_{in}/V_g , (a) : $n = 3$; (b) : $n = 25$	43
3.8	schéma d'un système en boucle fermée	44
3.9	le courant d'entrée global i_{in} avant et après correction	45

3.10	diagramme de Bode du courant d'entrée $i_{in}/V_g, i_{in}/E$ avant et après correction	45
3.11	la tension globale V_c avant et après correction	46
3.12	diagramme de Bode des tensions $V_c/V_g, V_c/E$ avant et après correction	47
3.13	les courants suivant l'axe d $i_d/V_g, i_d/E$ avant et après correction	48
3.14	diagramme de Bode des courants $i_d/V_g, i_d/E$ avant et après correction	49
3.15	les courants suivant l'axe q $i_q/V_g, i_q/E$ avant et après correction	49
3.16	diagramme de Bode des courants $i_q/V_g, i_q/E$ avant et après correction	50
3.17	le courant global suivant l'axe d,q i_d, i_q avant et après correction	50
3.18	le courant i_a d'un seul onduleur avant correction	51
3.19	le courant i_a d'un seul onduleur après correction	52
4.1	blocs de simulation pour un onduleur	63
4.2	blocs de simulation pour le filtre d'entrée	64
4.3	simulation de la mise en parallèle de trois onduleurs	65

Liste des tableaux

1.1	Exemple de configuration des interrupteurs durant une période de commutation. . . .	19
3.1	Données de l'exemple d'application	36

Introduction générale

Une des branches de l'électronique, en pleine expansion, est l'électronique de puissance qui traite et contrôle l'énergie électrique ainsi que sa conversion en d'autres formes d'énergie afin de fournir des tensions et des courants aux différents types de charges selon les applications [1].

Les convertisseurs statiques d'énergie électrique représentent le véritable cœur battant de tout système électrique. Ils doivent à partir d'une source d'énergie brute, alimenter les différents circuits en énergie, avec un flux maîtrisé et adapté aux conditions de fonctionnement.

Les convertisseurs statiques sont constitués essentiellement de deux types d'éléments :

- les composants passifs (condensateur et inductance) qui assurent le stockage de l'énergie ainsi que le filtrage des ondes de tension et de courant.
- les composants à semi-conducteur jouant le rôle d'interrupteur et dont la commande permet le contrôle du transfert de la puissance entre le générateur et le récepteur.

Si l'on sait aujourd'hui remplir toutes les fonctions de conversion, les concepteurs s'efforcent d'améliorer continuellement certaines performances [2].

Si la réduction du coût d'exploitation global est bien souvent le critère principal pour l'utilisateur final, cet objectif ultime doit être décomposé en plusieurs objectifs intermédiaires :

- augmentation du rendement ;
- amélioration de la puissance massique et volumique ;

- augmentation des performances dynamiques ;
- réduction des perturbations ;
- recherche d'une meilleure sûreté de fonctionnement.

L'évolution de ces qualités est largement due à l'amélioration des performances des semi-conducteurs de puissance qui a été très importante ces dernières années [1].

L'évolution des performances des semi-conducteurs doit ainsi être accompagnée d'une refonte des circuits de l'électronique de puissance pour apporter une amélioration notable des équipements. L'importance des travaux réalisés sur la commutation douce depuis les années 80 est un exemple qui illustre bien cette nécessité[2].

De nombreux équipements d'électronique de puissance utilisent des associations série ou parallèle de semi-conducteurs ou des convertisseurs (appelés généralement "Power electronics building bloc : PEBB"), pour le transport de l'énergie en courant continu, la traction ferroviaire et maritime [3], les équipements d'électrolyse industrielle en fournissent des exemples prestigieux (TGV, etc. ...) [4].

Parmi les motivations qui nous ont poussé à considérer la mise en parallèle des onduleurs sont :

- Atteindre des puissances inaccessibles à des composants uniques (ex : associations de Thyristors sur les réseaux ou associations de GTO en traction).
C'est évidemment la motivation première de beaucoup de réalisations de forte puissance.
- Utiliser des composants plus performants en fréquence (un composant basse tension est plus rapide et plus facile à commander qu'un composant haute tension).
- Améliorer les formes d'ondes en entrée et/ou sortie par multiplication (et exploitation) du nombre de degrés de liberté [4].

La mise en parallèle des onduleurs est souvent utilisée afin d'atteindre des niveaux de puissances au delà de la capacité de la plus grande puissance que peut fournir une structure singulière. Dans les applications de forte puissance, nous devons utiliser des structure permettant d'une part, d'obtenir un fort courant de sortie, et d'autre part, être en mesure de le contrôler selon l'application désirée [5],[6].

Pour modulariser cette structure, au lieu de l'utilisation d'un onduleur unique, on se propose de mettre

un certain nombre d'onduleurs en parallèle. De ce fait la puissance fournie à la source sera donc partagée sur le nombre «n» mis en parallèle. La puissance supportée par chaque module sera ainsi réduite. Le fonctionnement des onduleurs parallèles selon une configuration modulaire, donne des avantages au système, et on peut citer :

- la fiabilité du système ainsi obtenu : la mise hors circuit d'un module permet toujours au reste du circuit de fonctionner tout en distribuant la puissance du module défaillant sur le reste des modules. Cela évitera ainsi toute interruption de la fourniture de l'énergie.
- la redondance des différents modules connectés en parallèle permet de réduire considérablement le coût de fabrication à la chaîne et rend le circuit global plus flexible [4].
- Le coût de maintenance du système va être diminué du fait que la forte puissance transférée à la charge occasionnant de fortes contraintes sur les différents composants électroniques est ainsi divisée par un rapport égale au nombre d'onduleurs mis en parallèle.

Toute fois, plusieurs problèmes peuvent alors faire surface lors de la mise en parallèle des onduleurs dont le déséquilibre des courants, l'instabilité due à l'interaction des différents modules, les courants de circulations entre modules, détérioration du facteur de forme du courant [7]...

Pour cela, L'exigence primaire des dispositifs mis en parallèle est de réaliser une répartition régulière de la charge du système entre les différents modules, car une charge non équilibrée mène à l'obtention de systèmes pauvres.

Tous les éléments du convertisseur interagissent, et doivent ainsi être dimensionnés globalement. Mais la simulation précise du système complet des dispositifs à semi-conducteur, s'avère difficile du fait de son important temps de calcul [8] et de la précision avec laquelle la modélisation doit être menée. De plus, la résolution analytique du système globale d'ordre multiple du nombre de modules connectés en parallèle, nous mène vers la résolution par intervalle de conduction d'un système d'équations différentielles non linéaires à coefficients variant en fonction du temps qui s'avère très complexes.

De ce fait, la technique de la moyenne dans l'espace d'état offre une alternative à l'étude exacte et

ce sans tenir compte des intervalles de commutations. Cela nous permettra d'une part de trouver une solution analytique, et ce, quelque soit le nombre de module mis en parallèle et d'autre part d'élaborer un modèle moyen en régime permanent et dynamique du système global.

La résolution analytique nous permettra d'une manière assez simple d'étudier les performances du circuit global et ce indépendamment du nombre «n» d'onduleurs mis en parallèle.

Ainsi l'objectif premier de notre travail est de montrer que les associations parallèles peuvent aussi être , un moyen pour réaliser dès aujourd'hui de meilleurs compromis en augmentant simultanément les qualités habituellement antagonistes ; puissance, rendement, compacité, rapidité, sûreté, flexibilité

Le présent mémoire comporte quatre chapitres :

Dans le premier chapitre de notre mémoire nous aborderons le problème général de la structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance, et ce pour mettre en place les fondements nécessaires à la compréhension de notre travail.

On présentera la technique de la moyenne dans l'espace d'état qui sera appliquée au système global et ce pour extraire les solutions analytiques des équations d'état du système physique. Enfin, l'on choisira un système de rapports cyclique afin que certaines conditions sur la fonctionnalité du système global soient atteinte.

Le deuxième chapitre est consacré à la mise en parallèle des onduleurs. Une étude analytique de la structure modulaire est entreprise. L'application de la moyenne dans l'espace d'état puis l'utilisation de la transformée de Park à un système d'ordre $3n+2$ permet d'obtenir par le biais d'un artifice de calcul la solution analytique du système indépendamment du nombre de modules connectés en parallèle.

Ce modèle servira à obtenir les différentes fonctions de transferts du système linéarisé, ce qui permettra l'application de différentes méthodes de contrôle des systèmes linéaires.

Le troisième chapitre est une exploitation des résultats obtenus dans le chapitre précédent , consacré à l'analyse de la stabilité du système en boucle ouverte et la régulation classique en boucle fermée.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale qui résume les résultats obtenus.

L'ANALYSE FONCTIONNELLE DES ONDULEURS SELON LA TECHNIQUE DE LA MOYENNE

1.1 Introduction

Depuis les années soixante-dix, plusieurs auteurs ([9],[10],[27]) se sont intéressés à la modélisation selon la technique de la moyenne ; qui offre une bonne alternative pour modéliser macroscopiquement et fonctionnellement les convertisseurs statiques.

En effet, les modèles moyens prennent en compte les dynamiques macroscopiques et permettent de s'affranchir des éléments relatifs aux commutations. Ceci permet donc d'ignorer les contraintes liées à la simulation des instants de commutation et de ne conserver que les dynamiques macroscopiques de fonctionnement des convertisseurs statiques.

Il en résulte que les pas de temps de calcul sont nettement plus grands en simulation dynamique. En supprimant les contraintes de modélisation liées aux commutations, ces modèles s'avèrent pleinement compatibles avec la simulation à temps réel et à pas fixe.

Le modèle moyen est donc bien adapté à la simulation des systèmes en temps réel. Il permet aussi l'étude de commandes (fonction de transfert) et est utilisable en dimensionnement du système.

Plusieurs techniques de modélisation moyenne ont été développées ; néanmoins, la modélisation moyenne des convertisseurs statiques peut s'avérer parfois complexe en raison du nombre des semi-conducteurs apparaissant dans la structure à modéliser.

La construction manuelle de ces modèles exige du concepteur, une connaissance approfondie des différentes méthodes de modélisation.

Ce chapitre présente la modélisation moyenne pour un onduleur triphasé qui sera comme module de base dans la mise en parallèles des «n» onduleurs en formant un système modulaire redondant. Tout d'abord nous introduisons la notion de modèle à topologie variable puis nous définissons le modèle exacte qui sera le point de départ de la technique de la modélisation moyenne.

1.2 Notions générales sur les onduleurs

La fonction d'un onduleur est de convertir une tension d'entrée continue en une tension de sortie alternative symétrique d'amplitude et de fréquence désirée.

Les onduleurs sont largement utilisés dans les applications industrielles par exemple : variateur de vitesse des moteurs à courant alternatif, chauffage par induction, les alimentations de secours, les alimentations non interrompues[1]. L'entrée d'un onduleur peut être une batterie, une tension continue issue des panneaux solaires , ou d'autres sources de courant continu obtenues à partir d'un redressement monophasé ou triphasé.

Plusieurs techniques de modulation peuvent être élaborées pour obtention d'une tension de sortie variable ,on peut citer la technique de modulation des largeurs d'impulsions (pulse width modulation, 'MLI') qu'est la plus répandue [11].

La forme d'onde de la tension de sortie d'un onduleur idéal doit être sinusoïdale. Cependant, en pratique cette forme d'onde n'est pas sinusoïdale et contient quelques harmoniques. Qui peuvent être traités par une technique de modulation appropriée[12].

Le but du concepteur serait donc d'obtenir à la sortie un signal avec un taux de distorsion harmonique le plus faible possible.

Pour les applications de fortes puissances une forme d'onde sinusoïdale avec un faible taux de distorsion des harmoniques est exigé. Avec la disponibilité des dispositifs semi-conducteurs de puissance de haute vitesse, l'harmonique contenue dans la tension de sortie peut être minimisée ou réduite significativement par des techniques de commande appropriée[1].

1.3 Structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance

Du fait du jeu des interrupteurs, un convertisseur de l'électronique de puissance change plusieurs fois de configuration sur une période de fonctionnement, ce qui le rend en fait un système à topologie variable .

Par ailleurs, la représentation d'un système à base de l'électronique de puissance part de la connaissance de la physique du comportement du système.

Dans la vision du système dans laquelle nous nous positionnons, nous considérons les semi-conducteurs comme des interrupteurs parfaits, avec une résistance nulle à l'état passante et infinie à l'état bloquée. Dans ces conditions, nous avons pour chaque configuration de la structure trouvée un système d'équation différentielles décrivant l'état électrique pour un circuit (topologie) donné.

Un modèle à topologie variable de convertisseur statique se compose :

- de système d'équation (un par configuration envisagée du convertisseur).
- de test de changement de configuration (liés à la façon dont sont agencés les interrupteurs).

1.4 Définition de la modélisation

La modélisation est un principe ou une technique qui permet d'établir un modèle explicatif d'un phénomène ou comportement en recensant les variables ou facteurs explicatifs et l'importance relative de chacune de ces variables.

Il y a trois types de modèles :

- les modèles fonctionnels ou formels.
- les modèles comportementaux.
- les modèles physiques.

En électronique de puissance, modéliser un convertisseur statique consiste à faire une représentation plus ou moins abstraite de son fonctionnement dans un but donné.

1.4.1 hypothèses de modélisation

Dans la plupart des cas d'étude, des hypothèses simplificatrices sont largement admises afin de ne pas compliquer inutilement la mise en œuvre et l'utilisation des modèles. En raison, de la vision du système que nous avons ici, nous faisons donc les hypothèses suivantes :

- les interrupteurs sont considérés comme étant parfaits en choisissant la représentation suivante : à l'état bloqué (OFF), l'interrupteur est représenté par un circuit ouvert et à l'état passant (ON) par un court-circuit.

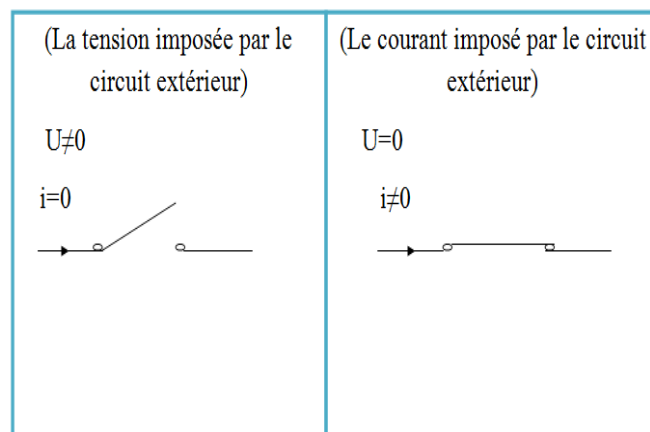


FIGURE 1.1 – interrupteur parfait [13]

- Les sources sont parfaites ; une source de tension (respectivement de courant) parfaite n'est pas influencée par le courant qui la traverse (respectivement la tension à ses bornes).
- Nous considérons que les éléments passifs de la structure du convertisseur sont invariants et linéaires.

1.4.2 Notion de la cellule de commutation

La notion de cellule de commutation est particulièrement intéressante pour aborder l'électronique de puissance de manière structurée et étudier séparément le problème local de la commutation et le problème global du transfert et de la conversion d'énergie.

Le fonctionnement d'un convertisseur statique se décompose en une succession de séquences élémentaires. A chaque séquence élémentaire correspond un réseau électrique maillé différemment du précédent, obtenu par la modification de l'interconnexion des différentes branches actives. Afin de contrôler les transferts d'énergie entre deux sources, le convertisseur utilise un ensemble d'interrupteurs qui permettent de changer le type de connexion entre les deux sources.

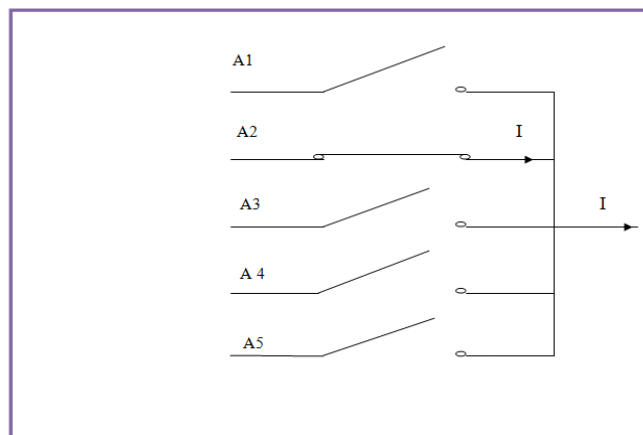


FIGURE 1.2 – commutateur électronique à cinq voies [13]

De façon idéale, ce commutateur électronique permet de réaliser la fonction commutateur à condition de respecter la logique suivante :

- entre deux commutations, un seul interrupteur est passant.
- la commutation implique le changement simultané et complémentaire de deux interrupteurs et de deux seulement.

Nous étudions maintenant le processus général de commutation en ne considérant qu'une cellule élémentaire à deux voies que l'on isole de la structure globale du convertisseur.(figure (1.6))

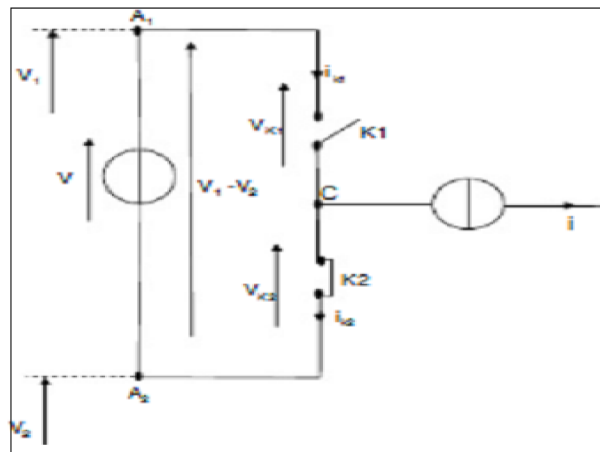


FIGURE 1.3 – cellule élémentaire de commutation [13]

La source de tension V symbolise la différence de potentiel $V_1 - V_2$ imposée entre les deux pôles A_1 et A_2 par les branches tensions qui leur sont associées. La source de courant I est représentative du courant de maille dans la branche connectée au point C , en étoile avec les interrupteurs K_1 et K_2 concernés par la commutation. Cette cellule permet, en fonction des contraintes électriques qui sont imposées avant, pendant et après la commutation, l'analyse du mode de fonctionnement des deux interrupteurs et leur caractérisation [13].

Cette cellule de commutation vérifie toujours les relations suivantes :

$$V_{k1} + V_{k2} = V \quad (\text{loi des mailles}) \quad (1.1)$$

$$i_{k1} + i_{k2} = i \quad (\text{loi des nœuds}) \quad (1.2)$$

Du point de vue dynamique, dans une cellule élémentaire de commutation, la commutation est provoquée par le changement d'état commandé de l'un des interrupteurs, entraînant spontanément le changement d'état complémentaire de l'autre.

Les états des deux interrupteurs sont complémentaires en respectant les règles fondamentales sur les interconnexions des sources :

- ne jamais court-circuiter une source de tension
- ne jamais ouvrir une source de courant

Deux modes de commutation sont envisageables figure(1.4) :

- a- commutation par commande à l'amorçage de l'interrupteur ouvert
- b- commutation par commande au blocage de l'interrupteur fermé

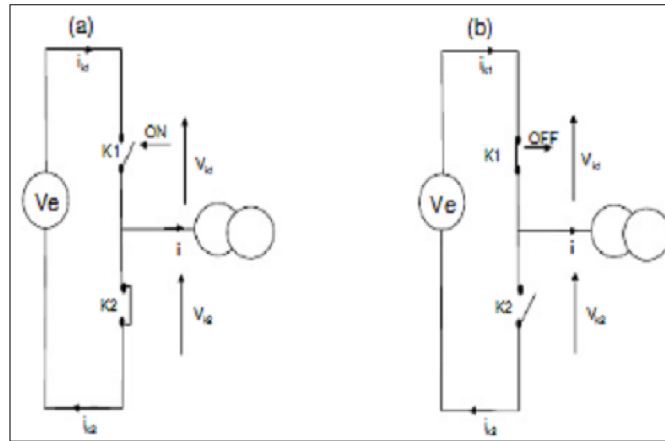


FIGURE 1.4 – les deux modes de commutation dans la cellule [13]

1.4.3 Intérêt des modèles moyens

Dans beaucoup d'usages, nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement (moyennement) au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit. A cet effet, le comportement moyen est tout à fait adapté.

Le modèle dit « moyen » associé trouve un vaste champ d'application que ce soit en commande, en simulation (rapide) ou encore en analyse des modes [13].

Le modèle permet de répondre à trois exigences essentielles :

- une simplicité de mise en œuvre et d'utilisation ;
- une précision suffisante dans son domaine de validation ;
- la possibilité d'élaborer un modèle moyen de l'ensemble de la structure et de trouver ainsi les différentes fonctions de transferts.
- une vision globale sur la stabilité du système et la détermination des conditions nécessaires pour les performances désirées.

1.5 L'état de l'art et classification

1.5.1 les modèles moyens

Plusieurs travaux ont été menés sur les modèles moyens basés sur une représentation moyennée du comportement du convertisseur sur la période de commutation ([9] ; [14] ; [15] ; [16]).

Toutefois, le modèle décrit, que l'on nommera "classique", ne restitue pas les phénomènes de commutation et peut s'avérer inadapté dans certains fonctionnements (conduction discontinue, variables alternatives). A cet égard d'autres travaux ont été menés de manière à dépasser ces imperfections par Chetty pour la conduction discontinue [17] et Sandres pour les variables d'état alternatives [18].

1.5.2 Méthode de la moyenne d'état

Le modèle est issu du traitement global des équations d'état du convertisseur : Il s'agit des méthodes dites «S.S.A.M» (state space averaging methods) [9]. Nous considérons que le convertisseur fonctionne en conduction continue et dont les interrupteurs sont parfaits. Le premier travail consiste à analyser le fonctionnement du convertisseur au cours d'une période de commutation.

Le fonctionnement fait apparaître plusieurs topologies. Chacune de ces k topologies est présentée durant une fraction d_j de la période de commutation. Pour chacune des topologies, il faut écrire une équation différentielle ordinaire décrite par le circuit électrique, dont les variables d'état sont les courants dans les inductances, et les tensions aux bornes des condensateurs. Si tous les éléments passifs sont linéaires, l'équation (1.3) décrit le système d'équations électriques linéaires durant l'intervalle de conduction j .

$$\dot{X}_j(t) = A_j X(t) + B_j(t) \quad (1.3)$$

Pour la topologie j durant l'intervalle d_j : $T_j = [t_{j-1} t_j]$.

Le modèle moyen d'état correspond à l' E D O (équation différentielle ordinaire) :

$$\dot{X}_j(t) = \sum_k d_j A_j X(t) + \sum_k B_j(t) \quad (1.4)$$

où k est le nombre de topologies du circuit sur une période de commutation.

1.5.3 Méthodes relatives à la cellule de commutation

Le modèle simplifié est lié à l'approximation du comportement de la cellule de commutation, avec une approche du type circuit ou bien mathématique. La figure(1.5)représente un schéma électrique équivalent du comportement moyen de la cellule de commutation dans les modes de conduction continue ou discontinue en courant[19].

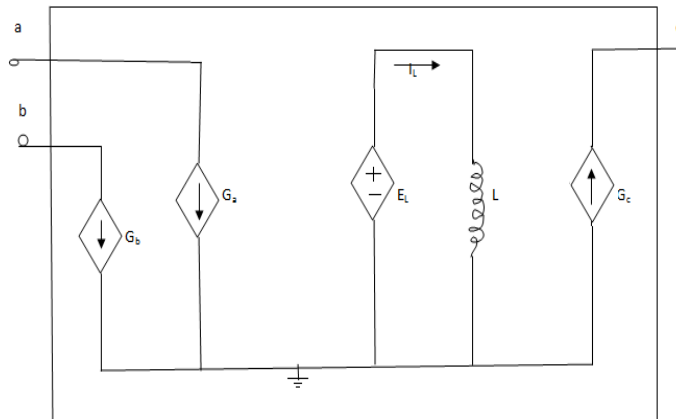


FIGURE 1.5 – modèle moyen des cellules de commutations [19]

1.5.4 Méthode d'échantillonnage

Les équations décrivant le comportement du convertisseur sont discrétisées, et le modèle simplifié est obtenu par approximation de ces équations discrétisées. Il s'agit des "sample-data methods".

Les équations différentielles ordinaires (1.3) constituent toujours le point de départ de ces méthodes. La solution de l'équation différentielle ordinaire est discrétisée pour ne fournir les valeurs des variables d'état qu'aux moments des sauts de topologie au cours de la période de commutation.

La relation (1.5) donne la forme générale d'une telle discrétisation, dans laquelle j est l'indice de la topologie et $\langle m \rangle$ le numéro de la période en cours. Le vecteur des variables d'état a été scindé arbitrairement en deux, avec les variables rapides (liées à la cellule de commutation) et les variables lentes (liées au reste du réseau passif). De même les matrices A_j et B_j dans (1.3), ont été scindées [19].

$$\begin{aligned} X_F[t_{m(j)}] &\sim X_F[t_{m(j-1)}] + [A_{FSm}X_S[t_{m0}] + B_{Fm}U[t_{m0}]] \tau_{mj} \\ X_S[t_{j(m)}] &\sim X_S[t_{m(j-1)}] + [A_{SSm}X_S[t_{m(j-1)}] + B_{Sm}U[t_{m0}] + \frac{1}{2}A_{SFm} [X_F[t_{m(j)}] + X_F[t_{m(j-1)}]]] \tau_{mj} \end{aligned} \quad (1.5)$$

La partie délicate du modèle est représentée par l'ensemble des relations nécessaires pour exprimer la valeur de la durée de la topologie en cours, τ_{mi} , après un saut [14].

1.6 Modélisation à topologie moyenne

Pour mieux comprendre le processus d'application de la modélisation moyenne, on prendra comme exemple l'onduleur triphasé qui sera utilisé comme module de base dans la mise en parallèle des $\langle n \rangle$ onduleurs.

Ce système présenté dans la figure (1.6) décrit un onduleur triphasé connecté aux bornes d'une charge résistive [9] par le biais d'un filtre L,C. De ce fait la tension aux bornes de la charge R apparaîtra comme variable d'état.

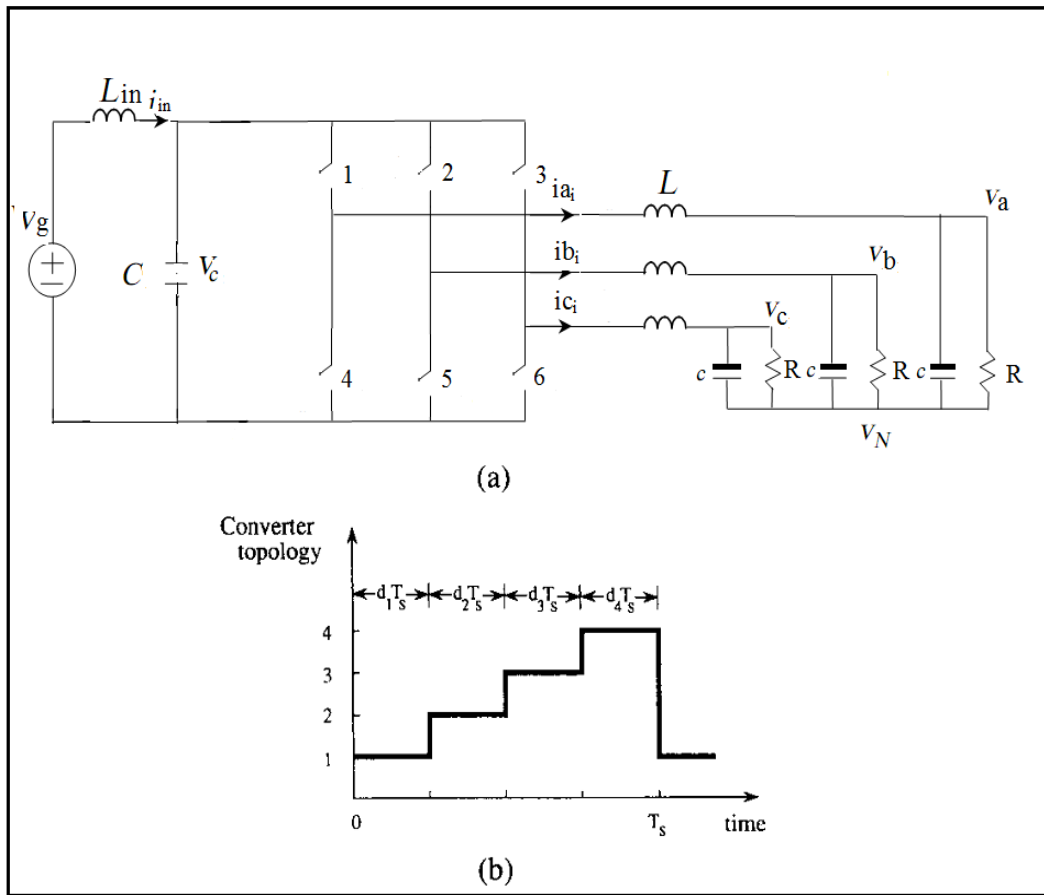


FIGURE 1.6 – modèle de commutation d’un onduleur fonctionnant par une répétition de commutation entre quatre différents topologies

1.6.1 Modèle exact

Le modèle exact est décrit sous la forme d’équations différentielles faisant apparaître la configuration exacte du convertisseur durant l’intervalle de conduction choisie. Entre deux commutations, chaque configuration est indexée par un indice "j". Pour chacune d’elles, il faut écrire une équation différentielle ordinaire, dont les variables d’état sont les courants dans les inductances et les tensions des condensateurs ou des combinaisons de ces courants et/ou tensions.

1. Équations d'état de l'onduleur

Pour une configuration donnée figure (1.6)des interrupteurs (1 à 6), pour un onduleur «i» donnée l'on pourra écrire les équations mathématiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{in} \frac{di_{in}}{dt} = V_g - V_c \quad (1.6.a) \\ C \frac{dV_c}{dt} = i_{in} - a_{3i-2,j}i_{a_i} - a_{3i-1,j}i_{b_i} - a_{3i,j}i_{c_i} \quad (1.6.b) \\ L_i \frac{di_{a_i}}{dt} = a_{3i-2,j}V_c - v_a - V_n \quad (1.6.c) \\ L_i \frac{di_{b_i}}{dt} = a_{3i-1,j}V_c - v_b - V_n \quad (1.6.d) \\ L_i \frac{di_{c_i}}{dt} = a_{3i,j}V_c - v_c - V_n \quad (1.6.e) \\ c_a \frac{dv_a}{dt} = i_{a_i} - \frac{v_a}{R} \quad (1.6.f) \\ c_b \frac{dv_b}{dt} = i_{b_i} - \frac{v_b}{R} \quad (1.6.g) \\ c_c \frac{dv_c}{dt} = i_{c_i} - \frac{v_c}{R} \quad (1.6.h) \end{array} \right.$$

L'indice i caractérise l'onduleur concerné ,(Comme le système est supposé équilibrée donc $V_n = 0$).

a_{kj} représentent la manière avec laquelle l'interrupteur k connecté à la capacité aux 03 différentes branches pendant intervalle de commutation j .

De ce fait l'interrupteur a_{kj} peut prendre trois valeurs possibles $+1$, 0 , -1 .

L'ensemble du circuit peut être représenté dans l'espace d'état pendant l'intervalle j par un système d'équations non linéaire avec des coefficients variant en fonction du temps sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_j & F_j^T \\ -F_j & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_j \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (1.6)$$

Cela représente l'équation différentielle du système global durant l'intervalle j représenté par l'équation (1.7),tel que :

$$X_1 = [i_{in}, V_c, i_{a_i}, i_{b_i}, i_{c_i}]^T, X_2 = [v_{a_i}, v_{b_i}, v_{c_i}]^T$$

$$K \dot{X} = AX + BV_g \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned}
M_1 &= \begin{bmatrix} L_{in} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_i \end{bmatrix}, M_4 = \begin{bmatrix} c_{ai} & 0 & 0 \\ 0 & c_{bi} & 0 \\ 0 & 0 & c_{ci} \end{bmatrix}, M_2 = M_3 = 0 \\
J_j &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -a_{3i-2j} & -a_{3i-1j} & -a_{3ij} \\ 0 & a_{3i-2j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3i-1j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3ij} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
-F_j &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_i} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_i} \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

1.6.2 La moyenne dans l'espace d'état

L'application de la moyenne dans l'espace d'état nous impose d'une part à supposer que les fluctuations de la variable autour de la valeur moyenne de celle-ci soient très petites et d'autre part que la fréquence de commutation soit grande devant les fréquences des coupures des différents filtres de système et devant la fréquence de service de la charge[9].

L'hypothèse sur la valeur faible de la période de commutation par rapport aux autres constantes de temps du réseau, se traduit par le fait que, durant une période de commutation, le réseau autour du bloc de commutation ne varie pas du point de vue de ses variables d'état.

Dans un premier temps l'on ressoudra le système sans tenir compte du régime dynamique et l'on trouvera ainsi la solution au régime permanent.

La première question que l'on devra se poser est :Est- que le système ainsi constitué est fonctionnel ou non ?

La solution existe et est unique si le déterminant de la matrice A est différent de zéro.

Pour répondre à cette question, on appliquera la moyenne dans l'espace d'état qui consiste à trouver le modèle moyen de fonctionnement du système représenté par l'équation (1.6).

Le nombre de topologie par période de commutation est choisi d'une manière arbitraire et est égale à 4. Cela nous conduit à trouver un système d'équation représenté par :(1.8)

$$\begin{bmatrix} M_1 & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & M_4 \end{bmatrix} \frac{dX}{dt} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \cdots \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J & \vdots & F^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -F & \vdots & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \cdots \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (1.8)$$

Tel que :

$$-F = \sum_{j=1}^4 d_j (-F_j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$J = \sum_{j=1}^4 d_j J_j = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -a_{3i-2} & -a_{3i-1} & -a_{3i} \\ 0 & a_{3i-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3i-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{3i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$B = \sum_{j=1}^4 d_j B_j \quad (1.11)$$

$$a_i = \sum_{j=1}^4 d_j a_{ij}; i = 1, 2, \dots, 3n \quad (1.12)$$

$$\sum_{j=1}^4 d_j = 1 \quad (1.13)$$

$$0 \leq d_j \leq 1, j = 1, 2, 3, 4 \quad (1.14)$$

d_j représente le rapport cyclique durant le j^{eme} intervalle de commutation et a_1, a_2, \dots, a_{3n} représentent les valeurs moyennes des coefficients de connexion pendant un période de commutation.

Le circuit du système d'équation (1.8) est fonctionnelle si en premier lieu l'équation mathématique suivante est définie.

$$\begin{bmatrix} J & \vdots & F^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -F & \vdots & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \cdots \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} V_g = 0 \quad (1.15)$$

Qui peut être écrite comme suit :

$$AX + B' = 0 \tag{1.16}$$

La matrice A pourrait être reconfigurée comme suit :

$$\begin{bmatrix} J & \vdots & F^T \\ \dots & \dots & \dots \\ -F & \vdots & -G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \vdots & F^T \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \vdots & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J - F^T G^{-1} F & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ G^{-1} F & \vdots & 1 \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

Le déterminant de la matrice K devient [28] :

$$\det[A] = \det[-G] \det[J - F^T G^{-1} F] \tag{1.18}$$

L'application récurrente de cette artifice de calcul pour la recherche de l'inverse de la matrice A permet de déterminer de manière analytique la solution au système d'équation différentielle non linéaire et d'établir que :

$$\det[A] = 1 \tag{1.19}$$

Ce résultat permet d'affirmer que le système décrit plus haut est fonctionnel et que la solution est unique .

1.6.3 solution analytique au régime permanent

En considérant que le déterminant du système d'équation différentielle est non nul ($\det[A] = 1$), l'on pourra alors rechercher la solution analytique au permanent du système décrit par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J & \vdots & F^T \\ \dots & \dots & \dots \\ -F & \vdots & -G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} V_g = 0 \tag{1.20}$$

$$\begin{bmatrix} J & \vdots & F^T \\ \dots & \dots & \dots \\ -F & \vdots & -G \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (J - F^T G^{-1} F)^{-1} & \vdots & (J - F^T G^{-1} F)^{-1} F^T G^{-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ -G^{-1} F (J - F^T G^{-1} F)^{-1} & \vdots & G^{-1} - G^{-1} F (J - F^T G^{-1} F)^{-1} F^T G^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Notons que l'utilisation de procédure suppose la non singularité de la matrice G .

L'application récurrente de la technique décrite précédemment nous permet de trouver :

$$\begin{cases} i_{in} = \frac{a_{3i-2}^2 + a_{3i-1}^2 + a_{3i}^2}{R} V_g \\ V_c = V_g \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\begin{cases} v_a = a_{3i-2} V_g \\ v_b = a_{3i-1} V_g \\ v_c = a_{3i} V_g \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\begin{cases} i_{ai} = \frac{v_{ai}}{R} \\ i_{bi} = \frac{v_{bi}}{R} \\ i_{ci} = \frac{v_{ci}}{R} \end{cases} \quad (1.24)$$

1.6.4 Conditions sur les coefficients de connexions moyens

Si l'on veut que l'onduleur ainsi constitué délivre des tensions de sortie triphasé équilibré de la forme suivante :

$$\begin{cases} v_{ai} = V \cos(\omega t) \\ v_{bi} = V \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_{ci} = V \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (1.25)$$

Donc la condition principale sur les différentes valeurs moyennes du coefficients de connexions a_i est qu'ils doivent aussi constitués un système triphasé équilibré et auront les expressions suivantes :

$$\begin{cases} a_{3i-2} = a \cos(\omega t) \\ a_{3i-1} = a \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ a_{3i} = a \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (1.26)$$

Pour trouver les différentes valeurs de a_i , le système d'équation (1.12) se réécrit de la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} a_{3i-2} \\ a_{3i-1} \\ a_{3i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{3i-2,1} & a_{3i-2,2} & a_{3i-2,3} & a_{3i-2,4} \\ a_{3i-1,1} & a_{3i-1,2} & a_{3i-1,3} & a_{3i-1,4} \\ a_{3i,1} & a_{3i,2} & a_{3i,3} & a_{3i,4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

Ce système d'équation possède une infinité de solution car il n'est pas d'ordre (4 x 4), mais plutôt d'ordre (3 x 4).

Une solution à ce système d'équation (1.27) pourrait être la suivante [9] :

$$\begin{cases} d_1 = D' \\ d_2 = \frac{D + D_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})}{3} \\ d_3 = \frac{D + D_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})}{3} \\ d_4 = \frac{D + D_m \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})}{3} \end{cases} \quad (1.28)$$

avec : $D + D' = 1$

L'équation (1.27) impose que les coefficients moyens pour l'onduleur «i» soient sous la forme :

$$\begin{cases} a_{3i-2} = D' a_{3i-2,1} + \frac{D_m(a_{3i-2,2} + a_{3i-2,3} + a_{3i-2,4})}{3} + \frac{D_m}{3} (a_{3i-2,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i-2,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ \quad + a_{3i-2,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \\ a_{3i-1} = D' a_{3i-1,1} + \frac{D_m(a_{3i-1,2} + a_{3i-1,3} + a_{3i-1,4})}{3} + \frac{D_m}{3} (a_{3i-1,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i-1,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ \quad + a_{3i-1,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \\ a_{3i} = D' a_{3i,1} + \frac{D_m(a_{3i,2} + a_{3i,3} + a_{3i,4})}{3} + \frac{D_m}{3} (a_{3i,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ \quad + a_{3i,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \end{cases} \quad (1.29)$$

Par une simple comparaison entre les équations (1.29) et (1.26). Les conditions suivantes s'imposent :

$$\begin{cases} a_{i1} = 0 \\ a_{i2} + a_{i3} + a_{i4} = 0 \end{cases} \quad (1.30)$$

De ce fait ,l'on pourra écrire l'équation (1.29) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} a_{3i-2} = \frac{D_m}{3} (a_{3i-2,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i-2,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + a_{3i-2,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \\ a_{3i-1} = \frac{D_m}{3} (a_{3i-1,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i-1,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + a_{3i-1,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \\ a_{3i} = \frac{D_m}{3} (a_{3i,2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) + a_{3i,3} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + a_{3i,4} \cos(\omega t - \frac{5\pi}{6})) \end{cases} \quad (1.31)$$

Une des possibles configurations des interrupteurs durant une période de commutation est résumée dans le tableau (1.1).

a_{ij}/d_j	d_1	d_2	d_3	d_4
a_{1j}	0	-1	0	1
a_{2j}	0	-1	1	0
a_{3j}	0	0	-1	1

TABLE 1.1 – Exemple de configuration des interrupteurs durant une période de commutation.

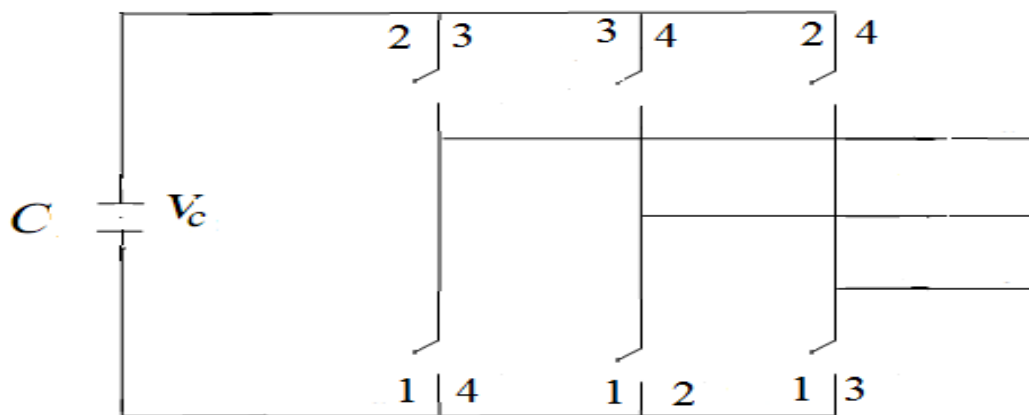


FIGURE 1.7 – États des interrupteurs selon la tableau (1.1)

On remplace les différents rapports cycliques pour une configuration des interrupteurs donnée dans le tableau (1.1) durant une période de commutation et l'on obtient alors les valeurs moyennes des coefficients de connexions pour un onduleur donné :

$$\begin{cases} a_{3i-2} = \frac{\sqrt{3}}{3} D_m \cos(\omega t) \\ a_{3i-1} = \frac{\sqrt{3}}{3} D_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ a_{3i} = \frac{\sqrt{3}}{3} D_m \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (1.32)$$

Il faut noter que si l'on a considéré la mise en parallèle des onduleurs , l'égalité des tensions de sortie de chacun d'entre eux impose l'égalité des a_i .

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la technique de la moyenne dans l'espace d'état pour un nombre arbitraire de topologies par période de commutation à un onduleur ayant une configuration donnée.

Par la suite, nous nous sommes intéressés à la condition nécessaire et suffisante pour le bon choix de la durée des intervalles de commutation pour que l'onduleur génère en moyenne un système de tension triphasé équilibré. Cette condition se traduit par le fait que les coefficients moyens de connexions forment un système triphasé équilibré.

Dans le prochain chapitre, nous nous intéresserons à l'application de la moyenne dans l'espace d'état pour un système de «n» onduleurs modulaires connectés en parallèle en entrée et en sortie.

SYSTÈME REDONDANT DE «N» ONDULEURS MIS EN PARALLÈLE

2.1 Introduction

Les systèmes parallèles sont devenus une solution souhaitable, particulièrement dans les endroits où on exige une demande d'énergie très grande avec des courants de charge très importants[11]. C'est alors que la conception modulaire redondante se place comme l'ultime solution.

La construction des systèmes à convertisseur de puissance élevée utilisant des cellules mises en parallèle des convertisseurs de faible puissance a des avantages potentiels et substantiels par rapport aux grandes conceptions uniques conventionnelles de convertisseur.

Habituellement, la configuration parallèle des onduleurs a les avantages suivants :

- possibilité d'atteindre des puissances élevées avec des composants standards de plus faible calibre et donc plus performant (durée de vie, rapidité...etc).
- partage de la puissance de la charge traitée qui se traduit par une réduction des contraintes tension et courant au niveau des différents interrupteurs.
- le système global est redondant et de ce fait l'on pourra toujours garder un nombre de module en réserve et ce pour parer contre toute éventuelle demande supplémentaire de puissance[20].

- amélioration de la fiabilité et la continuité du transfert de puissance dans le cas où un défaut survient à un module donné .[21]
- avoir une meilleure stabilité et robustesse.
- normalisation et réduction du coût de la fabrication à la chaîne du module ainsi que sa disponibilité .
- une habilité de commutation à de plus hautes fréquences et ce, du fait que les différents modules ne supportent qu'une fraction de la puissance totale demandée
- réduction des harmoniques du courant, des pulsations harmoniques du couple et de minimiser les pertes de commutation[22].
- réduction du cout total du convertisseur, par l'utilisation des composants standards de faible calibre.
- amélioration des formes d'ondes à l'entrée et à la sortie du convertisseur.

2.2 Description de la mise en parallèle du système modulaire

La structure générale du système comporte plusieurs onduleurs identiques connectés en parallèle en entrée et en sortie la figure (2.1).

Chaque module est un onduleur triphasé à structure de tension et se compose de trois bras à interrupteur réversible en courant, commandés à la fermeture et à l'ouverture. Dans la pratique, chaque interrupteur est un transistor IGBT, MOSFET, GTO... et d'une diode montée en antiparallèle.

L'ensemble des modules est connecté à une source de tension continue (par exemple sortie régulé d'un système photovoltaïque ou à panneaux solaires,...).

Le stockage de l'énergie du coté continu se fait par l'intermédiaire d'un condensateur C et l'on insère aussi une self à l'entrée pour le lissage du courant d'entrée ainsi que sa valorisation en tant que variable d'état.

Le filtre de sortie pour chaque onduleur est un filtre passif habituellement du premier ordre (L_i, R_i) qui permet de connecter l'onduleur de tension au réseau électrique. Ces modules sont connecté à un réseau infini et est représenté par une inductance L et une source de tension triphasé équilibrée figure(2.1).

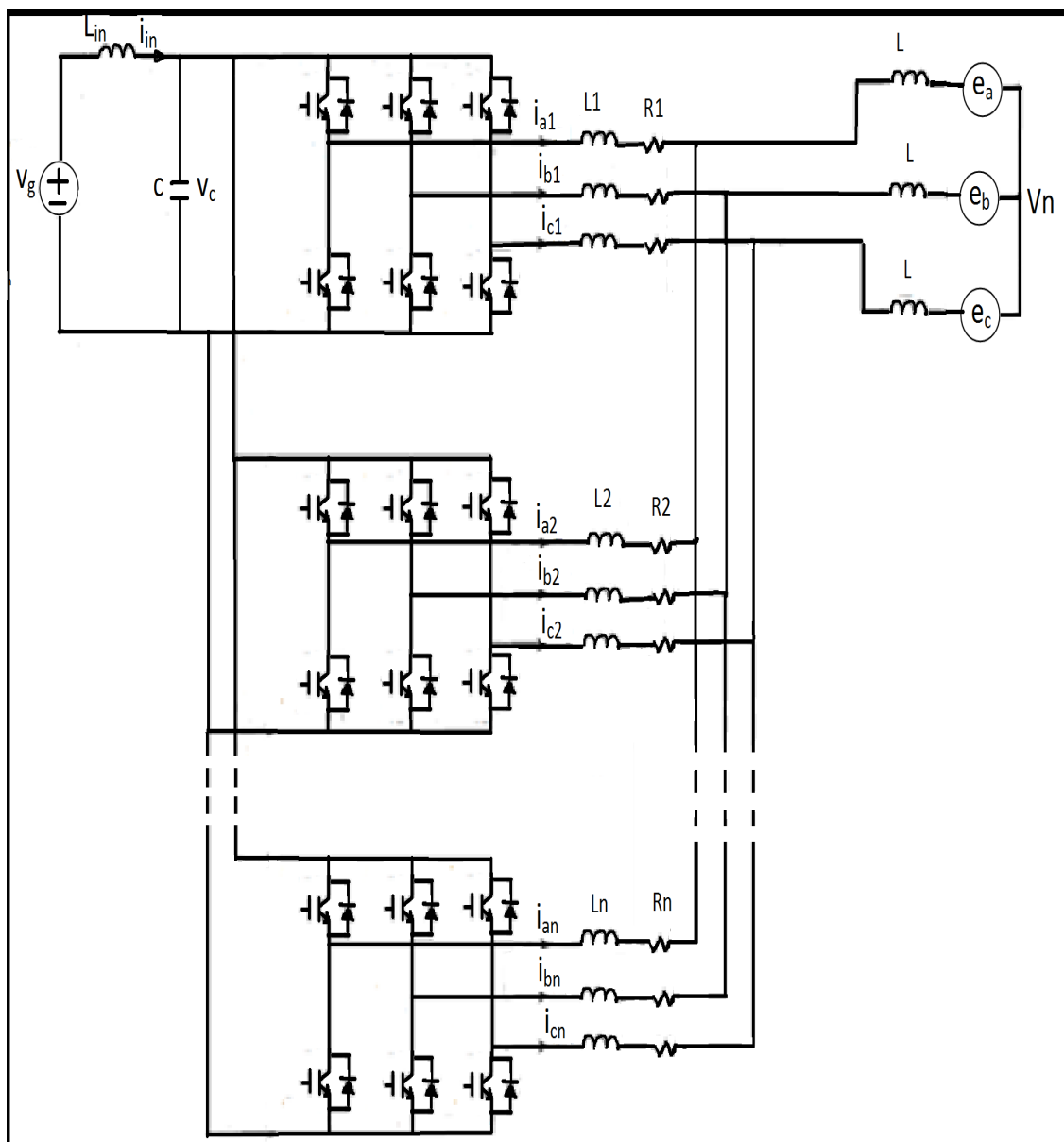


FIGURE 2.1 – circuit global de la mise en parallèle de «n» onduleur

2.3 Modèle de commutation

2.3.1 Équations électriques

Durant chaque intervalle de conduction, le circuit global peut être décrit par un système d'équations différentielles d'ordre $(3n + 2)$.

L'on pourra écrire les equations mathématiques suivantes pour une configuration donnée des interrupteurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{in} \frac{di_{in}}{dt} = V_g - V \quad (2.1.a) \\ C \frac{dV_c}{dt} = i_{in} - \sum_{k=1}^n a_{3k-2,j} i_{a_k} - \sum_{k=1}^n a_{3k-1,j} i_{b_k} - \sum_{k=1}^n a_{3k,j} i_{c_k} \quad (2.1.b) \\ L_i \frac{di_{a_i}}{dt} = a_{3i-2,j} V_c - L \sum_{k=1}^n \frac{di_{a_k}}{dt} - R_i i_{a_i} - e_a - V_n \quad (2.1.c) \\ L_i \frac{di_{b_i}}{dt} = a_{3i-1,j} V_c - L \sum_{k=1}^n \frac{di_{b_k}}{dt} - R_i i_{b_i} - e_b - V_n \quad (2.1.d) \\ L_i \frac{di_{c_i}}{dt} = a_{3i,j} V_c - L \sum_{k=1}^n \frac{di_{c_k}}{dt} - R_i i_{c_i} - e_c - V_n \quad (2.1.e) \end{array} \right.$$

* Les relations entre l'onduleur "i" et l'onduleur "k" (pour un onduleur i, l'onduleur k prend les valeurs $(k=1,2,\dots,n)$, avec $k \neq i$)

$$\left\{ \begin{array}{l} L_i \frac{di_{a_i}}{dt} - L_k \frac{di_{a_k}}{dt} = (a_{3i-2,j} - a_{3k-2,j}) V_c \quad (2.1.f) \\ L_i \frac{di_{b_i}}{dt} - L_k \frac{di_{b_k}}{dt} = (a_{3i-1,j} - a_{3k-1,j}) V_c \quad (2.1.g) \\ L_i \frac{di_{c_i}}{dt} - L_k \frac{di_{c_k}}{dt} = (a_{3i,j} - a_{3k,j}) V_c \quad (2.1.h) \end{array} \right.$$

Comme on a supposé que le système est parfaitement équilibré ($V_n = 0$), le système global peut être représenté dans l'espace d'état par les relations suivantes :

$$\left[M \right] \left[\dot{X} \right] = \left[A_j \right] \left[X \right] + \left[B_j \right] V_g - \left[E \right] \quad (2.1)$$

Avec :

$$A_j = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -a_{1j} & -a_{2j} & -a_{3j} & \dots & -a_{3n-2j} & -a_{3n-1j} & -a_{3nj} \\ 0 & (k_1 a_{1j} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 1}}^n \frac{a_{3i-2j}}{L_i}) & -R_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & (k_1 a_{2j} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^n \frac{a_{3i-1j}}{L_i}) & 0 & -R_1 & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & (k_1 a_{3j} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^n \frac{a_{3ij}}{L_i}) & \vdots & \ddots & -R_1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & (k_n a_{3n-2j} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3n-2}}^n \frac{a_{3i-2j}}{L_i}) & \vdots & & & \ddots & -R_n & \ddots & \vdots \\ 0 & (k_n a_{3n-1j} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3n-1}}^n \frac{a_{3i-1j}}{L_i}) & \vdots & & & & \ddots & -R_n & 0 \\ 0 & (k_n a_{3nj} - L \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3n}}^n \frac{a_{3ij}}{L_i}) & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -R_n \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} L_{in} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & C & \ddots & & & & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \mathcal{L}1 & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathcal{L}1 & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \mathcal{L}1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \mathcal{L}n & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \mathcal{L}n & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \mathcal{L}n \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e_a \\ e_b \\ e_c \\ \vdots \\ e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{L}i = L_i + L \left(1 + L_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{L_j} \right), k_i = 1 + L \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{L_j}$$

On voit bien que la représentation du circuit global dans l'espace d'état pendant l'intervalle j, forme un système d'équation non linéaire avec des coefficients variant dans le temps, alors pour étudier ce système il est très compliqué pour ce la on applique la technique de la moyenne dans l'espace d'état.

2.4 Modèle moyen

Si l'on suppose que les hypothèses de l'application de la technique de la moyenne dans l'espace d'état sont valides et que les onduleurs sont parfaitement identiques, le système (2.1) peut s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} V_g - \begin{bmatrix} E \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

En utilisant les valeurs moyennes des coefficients de connections telles qu'ils ont été définis au chapitre précédent d'équation(1.26), la matrice A peut se mettre sous la forme suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -a_a & -a_b & -a_c & \dots & -a_a & -a_b & -a_c \\ 0 & a_a & -R_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_b & 0 & -R_1 & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & a_c & \vdots & \ddots & -R_1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & a_a & \vdots & & & \ddots & -R_n & \ddots & \vdots \\ 0 & a_b & \vdots & & & & \ddots & -R_n & 0 \\ 0 & a_c & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -R_n \end{bmatrix}$$

2.5 Solution analytique du système modulaire constitué

Les problèmes majeurs produits en mettant en parallèle des onduleurs sont généralement le facteur de forme du courant, déséquilibre du courant, et l'instabilité due à l'interaction des onduleurs et le partage inégal du courant de charge. Cela peut provoquer la circulation de courant entre les différents modules qui est bien détaillé dans l'article[29].

Pour ce qui nous concerne, on considère que les onduleurs sont identiques et leurs commutations se fait d'une manière parfaite et que le courant de charge soit parfaitement distribué sur les différents modules. C'est pour cela que le présent modèle est élaboré sans tenir compte de la composante homo-polaire.

2.5.1 Modèle de système dans le plan dq (Transformation de Park)

Le système d'équation décrivant le fonctionnement moyen le long d'une période de commutation est un système non linéaire à coefficients variant en fonction du temps.

La transformation de Park consiste à transformer le système triphasé en un système biphasé équivalent (sans tenir en compte la composante homo-polaire), afin d'obtenir un modèle mathématique plus simple que le modèle physique du système.

La matrice de transformation est définie par :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Avec : $\theta = \omega t$

Les courants et les rapports cycliques moyens se transforment de la manière suivante :

$$\begin{cases} [i_{i,dq}] = [P(\theta)][i_{i,abc}] \\ [a_{dq}] = [P(\theta)][a_{abc}] \end{cases} \quad (2.4)$$

La forme matricielle du système transformé dans le repère (d,q) devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{d,q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{d,q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{d,q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} V_g - \begin{bmatrix} E_{d,q} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\text{avec : } X_{d,q} = \begin{bmatrix} i_{in} \\ V_c \\ id_1 \\ iq_1 \\ \vdots \\ id_n \\ iq_n \end{bmatrix}, E_{d,q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ed \\ eq \\ \vdots \\ \vdots \\ ed \\ eq \end{bmatrix}, B_{d,q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d,q} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_{in}} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{ad}{C} & -\frac{aq}{C} & -\frac{ad}{C} & \dots & -\frac{ad}{C} & -\frac{aq}{C} \\ 0 & \frac{ad}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & -\omega & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \frac{aq}{L_1} & \omega & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \frac{ad}{L_2} & 0 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & -\omega & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \frac{ad}{L_n} & \vdots & & \ddots & 0 & -\frac{R_n}{L_n} & -\omega \\ 0 & \frac{aq}{L_n} & 0 & \dots & \dots & 0 & \omega & -\frac{R_n}{L_n} \end{bmatrix}$$

Tel que :

$$\begin{cases} ad = \frac{Dm}{\sqrt{2}} \cos \varphi \\ aq = \frac{Dm}{\sqrt{2}} \sin \varphi \end{cases} \quad (2.6)$$

φ représente le déphasage de la tension de sortie de l'onduleur par rapport à la tension du réseau.

Le présent modèle selon l'axe dq est montré par la figure (2.2),l'on voit bien le découplage des paramètres du système physique en fonction des composants suivant l'axe d et q .

2.5.2 Les fonctions de transfert du système

Le système d'équation(2.5) peut s'écrire sous la forme suivante :

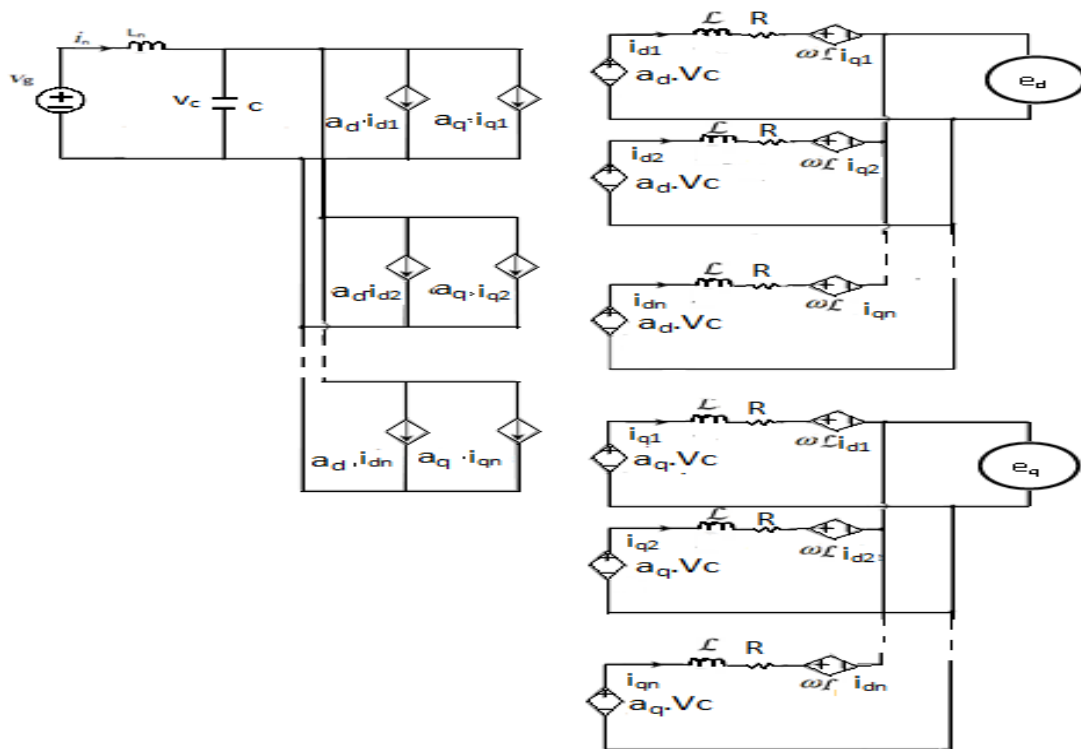


FIGURE 2.2 – modèle de «n» onduleurs en parallèles dans le repère dq

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Tel que :

$$A = A_{d,q}; B = [I]; u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} V_g; u_2 = E_{d,q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ed \\ eq \\ \vdots \\ \vdots \\ ed \\ eq \end{bmatrix}$$

L'application de la transformée de Laplace au système d'équation (2.7) nous donne les différentes fonctions de transfert. Ces fonctions de transfert permettent de lier les différentes variations d'entrée

aux paramètres sorties de notre système.

L'on donnera en (Annexe A) la solution analytique pour 3 onduleurs mis en parallèle avec des paramètres internes différents, on voit bien la complexité de la solution ou les fonctions de transferts exhibent plusieurs termes. Pour ce qui est de notre étude l'on donnera la solution analytique pour «n» onduleurs identiques indépendamment du nombre de modules connectés :

$$(\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2 = \dots = \mathcal{L}_n = \mathcal{L}; R_1 = R_2 = \dots = R_n = R)$$

La solution analytique dans le domaine «s» peut s'écrire sous la forme suivante :

$$i_n(s) = \frac{(2C\mathcal{L}^2s^3 + 4C\mathcal{L}Rs^2 + (n\mathcal{L}D_m^2 + 2C\mathcal{L}^2\omega^2 + 2CR^2)s + nRD_m^2)}{D} Vg(s) - \frac{n\sqrt{3}D_m(\mathcal{L}(\cos(\varphi) + \sin(\varphi))s + R(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) + \mathcal{L}\omega(\cos(\varphi) - \sin(\varphi)))}{D} E(s) \quad (2.8)$$

$$V_c(s) = 2 \frac{(s^2\mathcal{L}^2 + \mathcal{L}^2\omega^2 + 2s\mathcal{L}R + R^2)}{D} Vg(s) + \frac{n\sqrt{3}D_m s L_{in}(\mathcal{L}(\cos(\varphi) + \sin(\varphi))s + R(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) + \mathcal{L}\omega(\cos(\varphi) - \sin(\varphi)))}{D} E(s) \quad (2.9)$$

$$id_i(s) = \frac{\sqrt{2}D_m Vg(s) (R \cos(\varphi) + \mathcal{L} s \cos(\varphi) + \mathcal{L} \omega \sin(\varphi))}{D} - \frac{\sqrt{6}(2CLin\mathcal{L}s^3 + 2CLin(R + \mathcal{L}\omega)s^2 + (2\mathcal{L} + nLin Dm^2 \cos\varphi(\sin\varphi - \cos\varphi))s + 2(R + \mathcal{L}\omega))}{2D} E(s) \quad (2.10)$$

$$iq_i(s) = \frac{\sqrt{2}D_m (R \sin(\varphi) + \mathcal{L} s \sin(\varphi) - \mathcal{L} \omega \cos(\varphi))}{D} Vg(s) - \frac{\sqrt{6}(2CLin\mathcal{L}s^3 + 2CLin(R + \mathcal{L}\omega)s^2 + (2\mathcal{L} + nLin Dm^2 \cos\varphi(\cos\varphi - \sin\varphi))s + 2(R - \mathcal{L}\omega))}{2D} E(s) \quad (2.11)$$

où le dénominateur commun D a pour expression :

$$D = 2CLin\mathcal{L}^2s^4 + 4CLin\mathcal{L}Rs^3 + (nLinDm^2\mathcal{L} + 2\mathcal{L}^2 + 2CLin(\mathcal{L}^2\omega^2 + R^2))s^2 + R(nLinDm^2 + 4\mathcal{L})s + 2(R^2 + \mathcal{L}^2\omega^2) \quad (2.12)$$

L'on remarquera que les zéros de D sont ainsi les pôles des différentes fonctions de transferts de notre système.

En régime permanent, le circuit globale par phase peut être modélisé par le circuit électrique suivant :

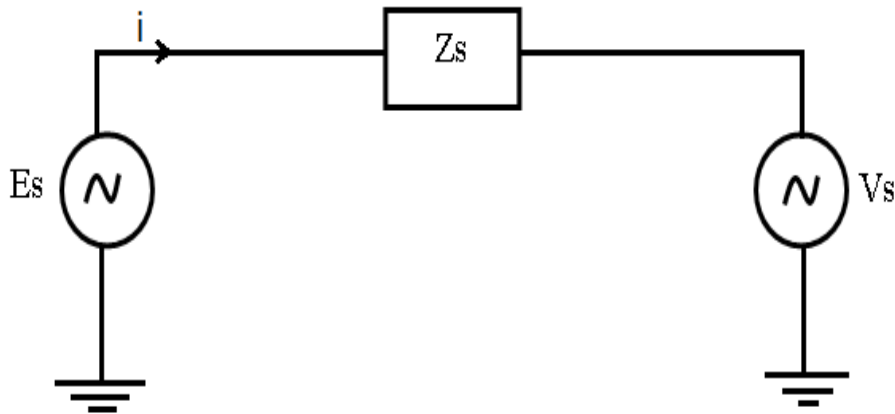


FIGURE 2.3 – schéma équivalent par phase de «n» onduleurs mis en parallèle en régime permanent

On voit bien que les «n» onduleurs mis en parallèle pourrait être représenté un générateur délivrant de tension :

$$E_s = \frac{2}{\sqrt{3}} D m \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + \mathcal{L}^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \varphi) + \frac{\mathcal{L} \omega}{\sqrt{R^2 + \mathcal{L}^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi) \right) V g$$

alimente un bus infini de valeur :

$$V_s = 2\sqrt{2} \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + \mathcal{L}^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) - \frac{\mathcal{L} \omega}{\sqrt{R^2 + \mathcal{L}^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) \right) E$$

par le biais d'une impédance de synchronisme :

$$Z_s = \sqrt{R^2 + \mathcal{L}^2 \omega^2}$$

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté, dans un premier temps, la mise en parallèle des onduleurs avec ses intérêts et ses avantages (améliorer la fiabilité, flexibilité, redondance, avoir une meilleure stabilité et robustesse, réduire les harmonique et partager la puissance de charge...etc).

Par la suite, nous nous sommes intéressés à trouver le modèle général moyen des «n» onduleurs mis en parallèle connectés au réseaux indépendamment du nombre «n».

L'objectif de la modélisation analytique du système est de fournir un modèle simple et rapide tout en permettant d'estimer, entre autre, l'analyse de fonctionnement de ce système, ce modèle servira à obtenir les fonctions de transferts du système linéarisé, ce qui permettra de prédire, d'une manière rapide, les performances du circuit global et ce en analysant les différentes fonctions de transferts trouvées.

Dans le prochain chapitre, on s'intéressera à l'étude de la stabilité du système des onduleurs modulaires connectés en parallèle en entrée et en sortie, et étudier les performances de ce système et ce par une éventuelle régulation.

ANALYSE DES PERFORMANCES DE LA MISE EN PARALLÈLE D'UN SYSTÈME MODULAIRE REDONDANT

3.1 Introduction

Le chapitre précédent nous à permis de déterminer les fonctions de transferts des «n» onduleurs mis en parallèle, ce qui est indispensable pour l'étude de la stabilité du système .

On déterminera les paramètres qui ont une influence sur la stabilité et les performances du système global constitué par la mise en parallèle des «n» onduleurs et ce quelque soit leur nombre.

L'étude analytique des fonctions de transferts trouvées précédemment nous permettent de fixer certaines conditions pour un fonctionnement adéquat que ce soit en régime permanent ou régime dynamique.

Pour le fonctionnement en boucle fermée du système global, on essayera de trouver par le moyen d'une régulation simple un correcteur qui permettra d'améliorer les performance du système . l'on notera l'existence de plusieurs techniques avancées de régulation qui pourront être utiliser pour rendre le système encore plus performant([24] ; [25] ; [26]).

3.2 L'étude du système redondant en boucle ouverte

Un système se caractérise par ses grandeurs d'entrée et de sortie. Les grandeurs d'entrée sont les grandeurs qui agissent sur le système. Il en existe de deux types :

- commandes : celles que l'on peut maîtriser.
- perturbations : celles que l'on ne peut pas maîtriser.

Un système est en boucle ouverte lorsque la commande est élaborée sans l'aide de la connaissance des grandeurs de sortie figure(3.1).

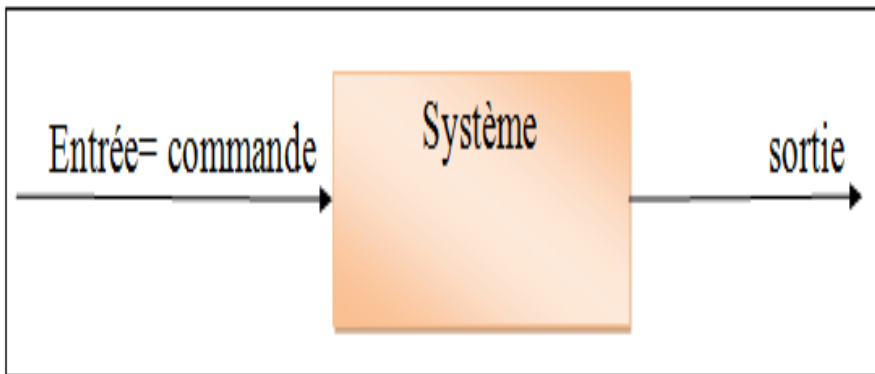


FIGURE 3.1 – schéma d'un système en boucle ouverte

Physiquement la stabilité est la qualité d'un système à revenir à son état d'équilibre après avoir subi une perturbation de cet état. Pour un système en mouvement ou en oscillation, la stabilité nécessite en général des forces de rappel. Si les forces de rappel d'un système oscillant, électrique ou mécanique, tel qu'un servomécanisme, ne sont pas correctement synchronisées et si l'amortissement est insuffisant, ces forces ne peuvent pas remplir leur fonction et rendent le système instable et incontrôlable.

Un état d'équilibre est un état dans lequel tous les paramètres qui définissent le système sont constants dans le temps. On distingue les états d'équilibre stable et les états d'équilibre instable. Lorsque l'on perturbe légèrement un système se trouvant dans un état d'équilibre stable, il évolue

spontanément de manière à retourner dans cet état d'équilibre. Inversement, dans le cas d'un état d'équilibre instable, le système perturbé s'écarte de plus en plus de l'état d'équilibre.

Tension d'entrée	$Vg = 1000V$
Filtre d'entrée	$L_{in} = 10mH$ $C = 10mF$
L'ensemble des onduleurs	nombre d'onduleurs, $n = 3$ puissance de chaque onduleur, $P = 10kW$ $\varphi = -\frac{\pi}{3}, Dm = 0.6$
Filtre de sortie de chaque onduleur	$L_i = 50\mu H$ $R_i = 1m\Omega$
Réseau	$L = 16.66\mu H$ $E = 220V$ $f = 50Hz$

TABLE 3.1 – Données de l'exemple d'application

Dans l'étude qu'on va entreprendre et pour un exemple d'application donné (voir le tableau (3.1)), les fonctions de transferts d'équations (2.8 ; 2.9 ; 2.10 ; 2.11) qui décrivent le comportement du système global peuvent être écrites par les équations suivantes :

$$i_n(s) = \frac{2.10^{-10}s^3 + 4.10^{-9}s^2 + 12,78.10^{-5}s + 1,08.10^{-7}}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976} Vg(s) \quad (3.1)$$

$$- \frac{-1,141.10^{-4}s + 0,1327}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976} E(s)$$

$$V_c(s) = 2 \frac{2.10^{-8}s^2 + 4.10^{-7}s + 19,76.10^{-4}}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 19,76.10^{-4}} Vg(s) \quad (3.2)$$

$$+ \frac{s(-1,141.10^{-6}s + 0,001327)}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976} E(s)$$

$$id_i(s) = \frac{4,243.10^{-5}s - 0,02266}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976}Vg(s) \quad (3.3)$$

$$- \frac{2,449.10^{-8}s^3 + 2,457.10^{-11}s^2 + 0,01589s + 0,03242}{2(2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976)}E(s)$$

$$iq_i(s) = \frac{-7,348.10^{-5}s - 0,01406}{2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976}Vg(s) \quad (3.4)$$

$$- \frac{2,449.10^{-8}s^3 + 2,442.10^{-11}s^2 + 0,009279s - 0,03042}{2(2.10^{-12}s^4 + 4.10^{-11}s^3 + 1,298.10^{-6}s^2 + 1,12.10^{-5}s + 0,001976)}E(s)$$

L'ensemble des fonctions de transferts contiennent le même dénominateur qui est d'ordre quatre.

Les zéros de ce dénominateur qui sont en fait les pôles des différentes fonctions de transferts pour une résistance $R = 1m\Omega$ que l'on appellera la résistance du synchronisme ,sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} p1 = -5,69 + 804i \\ p2 = -5,69 - 804i \\ p3 = -4,31 + 38,8i \\ p4 = -4,31 - 38,8i \end{array} \right. \quad (3.5)$$

On remarque bien que ces pôles sont très proches de l'axe imaginaire ce qui dégrade considérablement les performances du système en boucle ouverte.

l'un des imposants paramètres d'amortissement du système global est la résistance R.

3.2.1 L'effet de la résistance de synchronisme sur les performances du système

On voit bien dans la figure(3.2) que les pôles et zéros de la fonction de transferts $i_{in}/V_g(s)$ dépendent de la valeur de la résistance R . Pour une résistance assez grande ($R = 1\Omega$),en plus sont relativement lions de l'axe imaginaire, par contre, pour une résistance assez petite les pôles sont très proches de l'axe imaginaire ce qui rend le système moins performant .

La figure(3.3) montre effectivement l'effet de la résistance du synchronisme sur les performances du système, pour $R = 1m\Omega$ le système est trop amorti par rapport au système pour lequel $R = 1\Omega$.

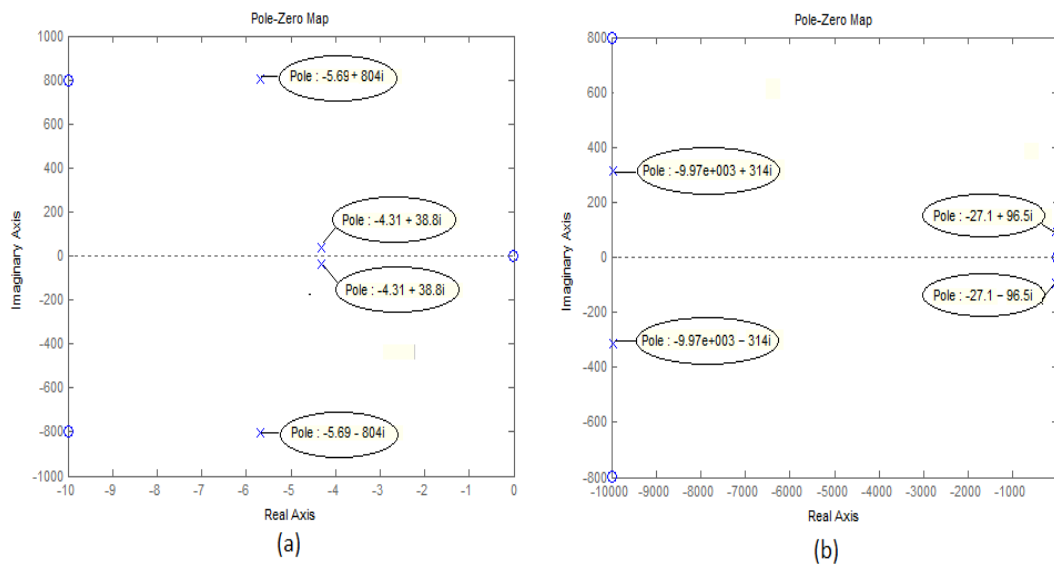


FIGURE 3.2 – Lieu des racines de $i_{in}(s)/V_g(s)$, (a) : $R = 1m\Omega$; (b) : $R = 1\Omega$

On prend des différentes résistances de synchronisme et l'on suit le trajectoire qui décrit la position des pôles et des zéros dans le plan complexe et a pour mieux faire apparaître l'effet de celle ci (figure 3.4).

La figure(3.4) représente la position des pôles et des zéros relatives à la fonction de transfert du courant d'entrée $i_{in}(s)$ par rapport à la tension d'entrée $V_g(s)$ pour des résistances variants de 0.01 à 0.1Ω

Les positions qui correspondent aux pôles et aux zéros de la fonction de transfert en boucle ouverte, sont respectivement notés par des croix et des ronds.

Les coefficients du polynôme caractéristique dépendent de la résistance du synchronisme, donc la trajectoire est une fonction qui dépend de cette résistance R.

On remarque bien que la valeur de la résistance de synchronisme R a une influence sur les positions des pôles, donc quand R augmente le système devient stable plus performant.

La partie réelle des zéros de la fonction de transfert $i_{in}/V_g(s)$ augmente aussi avec l'accroissement de la résistance de synchronisme.

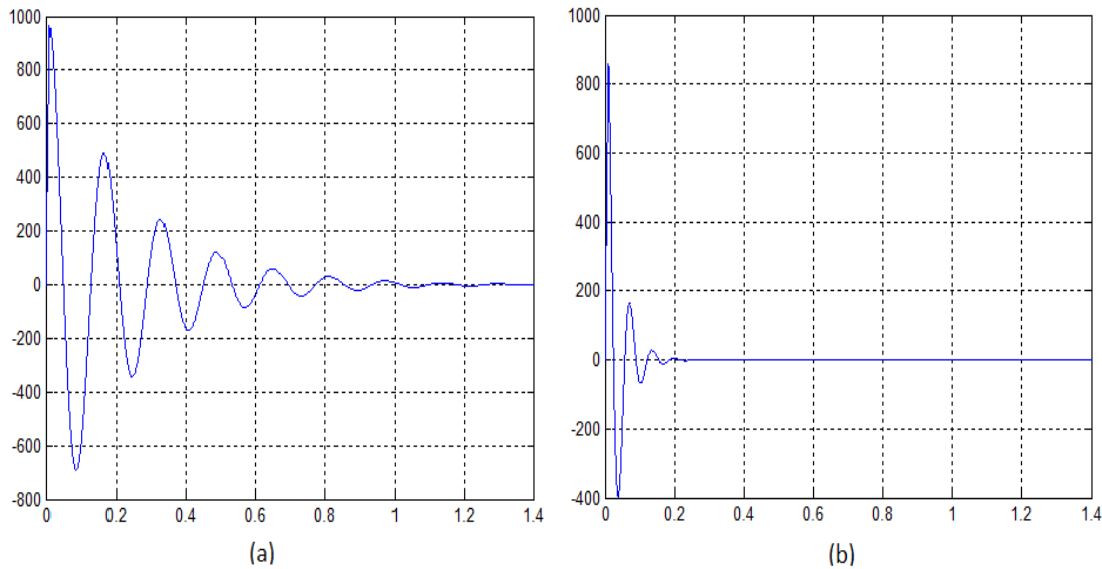


FIGURE 3.3 – la réponse indicielle pour $i_{in}(s)/V_g(s)$, (a) : $R = 1m\Omega$; (b) : $R = 1\Omega$

On remarque que pour une résistance du synchronisme nulle le système possède une paire de pôles à partie réel positive ($p_1 = 5,68 \cdot 10^{-14} - 804i$; $p_2 = 5,68 \cdot 10^{-14} + 804i$) ce qui traduit par une instabilité du système.

Mais dans la réalité, on ne peut pas avoir un système avec une résistance nulle. Est-t-il possible alors de déterminer une résistance critique pour laquelle cette paire de pôles change de position et se déplace vers le demi plan gauche ?

On notera que pour une très faible résistance ($R = 10^{-15}\Omega$) les pôles se déplacent vers le demi plan gauche ($p_1 = -5,68 \cdot 10^{-12} - 804i$; $p_2 = -5,68 \cdot 10^{-12} + 804i$).

Pratiquement une résistance de valeur $R = 10^{-15}\Omega$ est une résistance nulle. À partir de ce résultat on peut dire qu'il n'existe pas de résistance critique bien précise pour que les pôles se déplacent vers le demi plan gauche, mais que dans le cas extrême la position de ces pôles est sur l'axe imaginaire (figure 3.5).

On conclut alors que le système est moins performant pour de très faible valeur de la résistance de synchronisme.

Mais en contre partie une résistance appréciable contribue à la dégradation du rendement global du système.

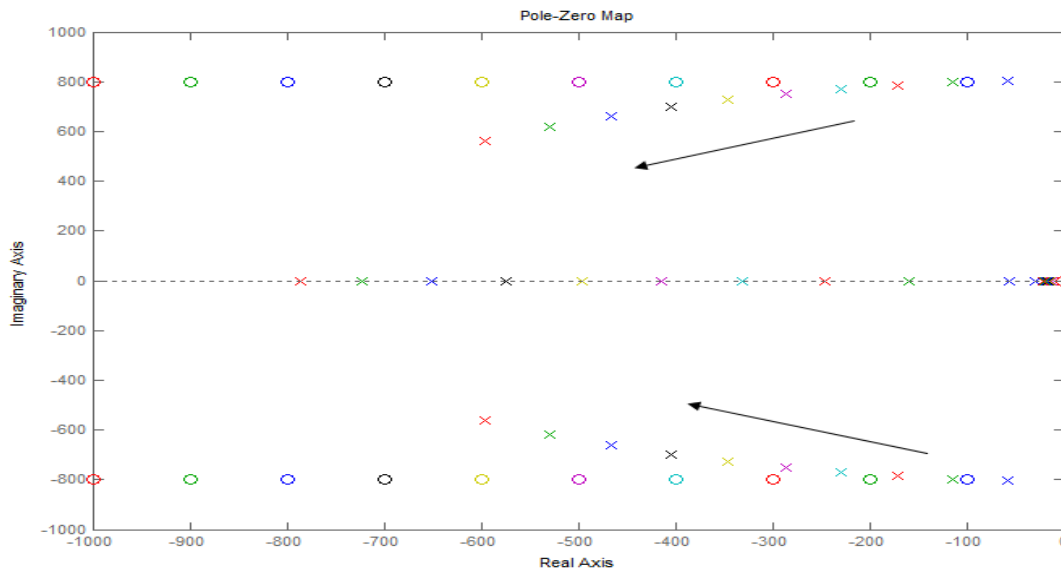


FIGURE 3.4 – variation des positions pôles et des zéros en fonction de la résistance de $i_{in}(s)/V_g(s)$

3.2.2 L'effet de nombre d'onduleurs sur la stabilité du système

D'après la figure (3.6), la paire de pôles qui est proche de l'axe imaginaire évolue de telle manière à ce que la partie réelle ne fait qu'augmenter en valeur absolue en s'éloignant ainsi de l'axe imaginaire et ce quand le nombre de module et augmenté.

A partir de ce résultat on conclut que un système modulaire comportant plusieurs onduleurs mis en parallèle est plus robuste et plus performant par rapport un système comportant un nombre réduit d'onduleurs.

La figure(3.7) montre les réponses indicielles du courant d'entrée pour deux valeur différent du nombre d'onduleurs, l'un pour trois onduleurs figure (3.7a) et l'autre pour un nombre de 25 onduleurs figure (3.7b).

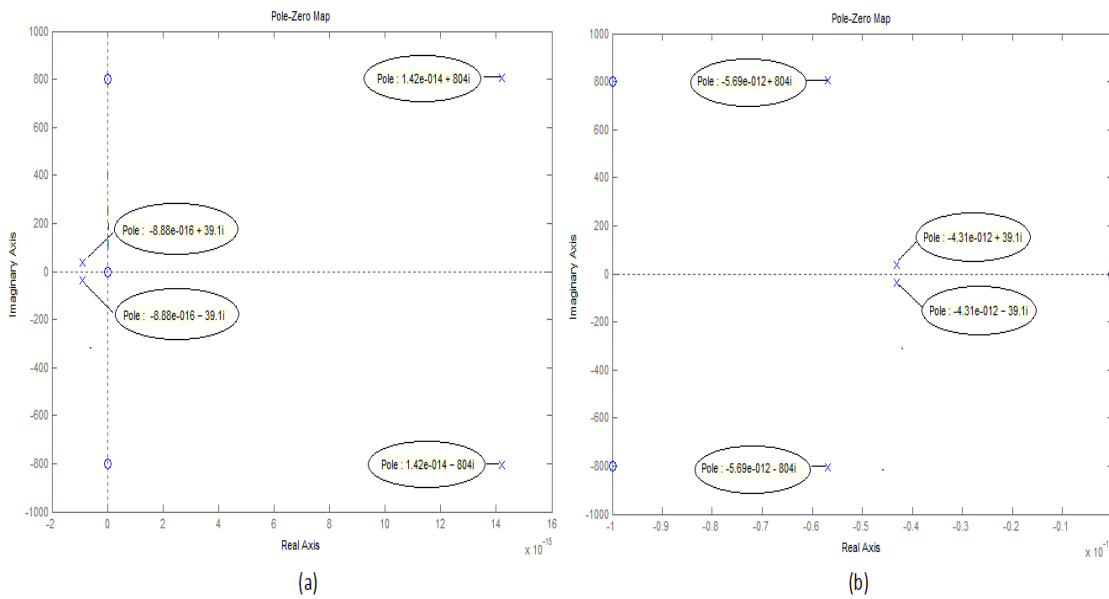


FIGURE 3.5 – Lieu des racines de $\hat{i}_{in}/V_g(s)$, (a) : $R = 0 \Omega$; (b) : $R = 10^{-15} \Omega$

3.3 Le système en boucle fermée

Un système est en boucle fermée lorsque la commande est en fonction de la consigne (la valeur souhaitée en sortie) et de la sortie. Pour observer les grandeurs de sortie, on utilise des capteurs. C'est l'information de ces capteurs qui va permettre d'élaborer la commande.

3.3.1 Nécessité de la boucle fermée

Une valeur importante de la résistance augmente la stabilité du système. Mais cela engendrait des pertes importants par effet joule ce qui diminue sensiblement le rendement de système global. Afin d'augmenter les performances du système il est impératif de l'asservir avec une résistance minimale. Exceptionnellement, le système de commande peut opérer en boucle ouverte à partir d'un seul signal de consigne. Mais la boucle fermée (contre réaction) est capable de :

- stabiliser un système instable en BO.

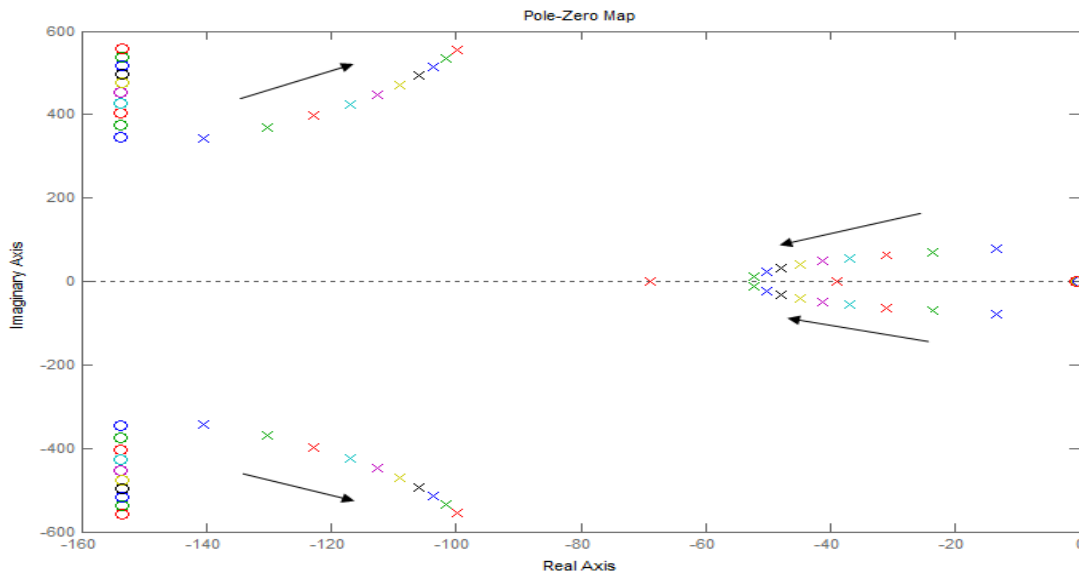


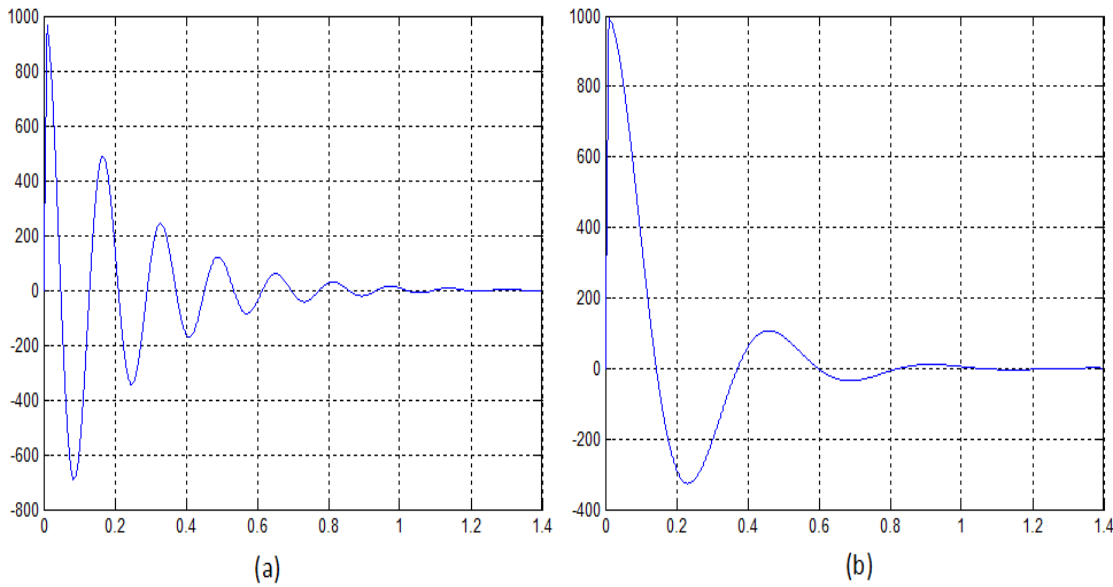
FIGURE 3.6 – variation des pôles et des zéros en fonction de nombre d'onduleurs de i_{in}/V_g pour $R = 1m\Omega$

- compenser les perturbations externes.
- compenser les incertitudes internes au processus lui-même.

Un système de commande peut réaliser deux fonctions distinctes :

- l'asservissement : c'est à dire la poursuite par la sortie d'une consigne variable dans le temps.
- la régulation c'est à dire la compensation de l'effet de perturbations variables sur la sortie (la consigne restant fixe).

Le gain de la boucle ouverte à une action sur l'asservissement. Un correcteur est un système qui va élaborer la commande d'un système en fonction de l'erreur mesurée entre sortie et consigne. Un correcteur (proportionnel(P), Proportionnel Intégrateur (PI) ou Proportionnel Intégrateur et Dérive (PID).ect) est un système qui donne une commande proportionnelle, Proportionnel Intégrateur ou Proportionnel Intégrateur et Dérive a l'erreur mesurée. Beaucoup de systèmes peuvent être commandes par ces types de correcteurs simples a mettre en œuvre. Le réglage du gain va consister a obtenir un bon compromis stabilité precision.

FIGURE 3.7 – Réponse indicielle de i_{in}/V_g , (a) : $n = 3$; (b) : $n = 25$

3.3.2 Choix du régulateur

Dans ce travail on a appliqué une simple régulation en utilisant un régulateur PI qui permet d'annuler ou diminuer les pics du régime transitoire.

C'est un correcteur qui est composé d'un terme d'action proportionnel et d'un terme d'action intégrale. La fonction de transfert d'un correcteur PI est de la forme :

$$C(p) = K_R \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} \right) = K_R \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p} \quad (3.6)$$

K_R est le gain du correcteur, τ_i est la constante de temps d'intégration.

La présence de l'intégrateur assurera une précision statique (ou de vitesse) meilleure .

3.4 Étude des performances du système

Le choix des paramètres optimaux du régulateur PI se fait d'une manière systématique à l'aide de la commande (Tune) ou à l'aide de la méthode d'essai erreur. La simulation se fait à l'aide de logiciel Matlab/ Simulink est annexé B.

Après un choix d'une résistance minimale $R = 1m\Omega$, on a abouti aux résultats suivants :

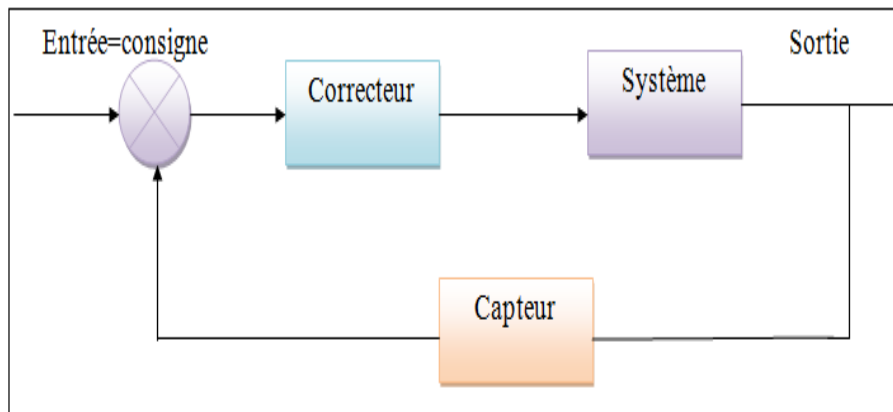


FIGURE 3.8 – schéma d'un système en boucle fermée

3.4.1 Le courant d'entrée i_{in}

La figure(3.9) présente la réponse indicielle du système pour le courant d'entrée i_{in} avant et après la correction.

On observe avant correction que la réponse est caractérisé par un régime transitoire avec une oscillation importante .Cette oscillation présente une surintensité dépasse les 150% de la valeur permanente (4000A). A cet effet il est nécessaire d'introduire un correcteur pour rendre le système plus performant.Dans notre cas on a choisi un régulateur de type PI

Le diagramme de Bode montre effectivement l'effet du correcteur sur l'augmentation des performances du système figure(3.10).

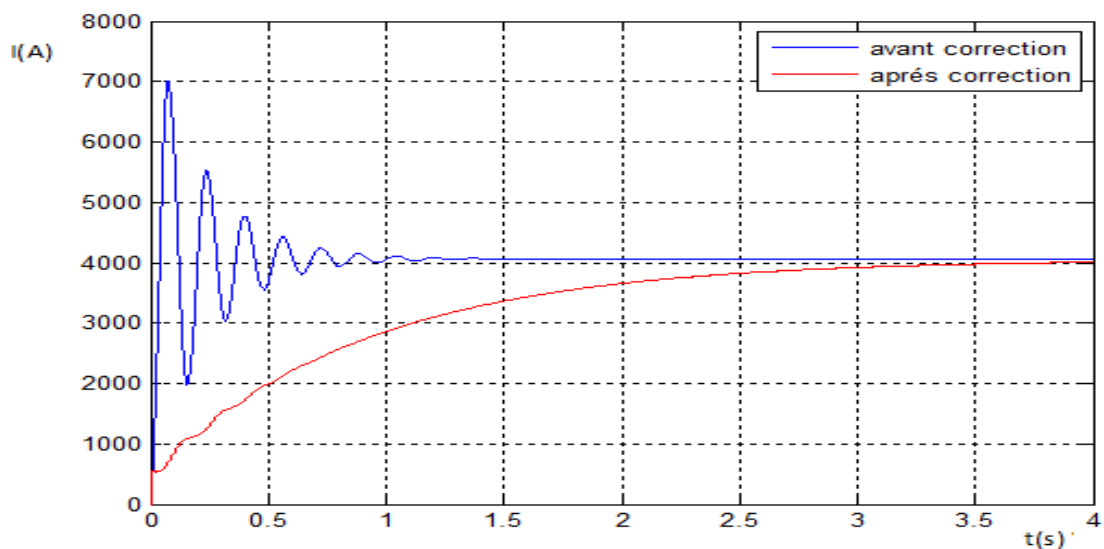


FIGURE 3.9 – le courant d'entrée global i_{in} avant et après correction

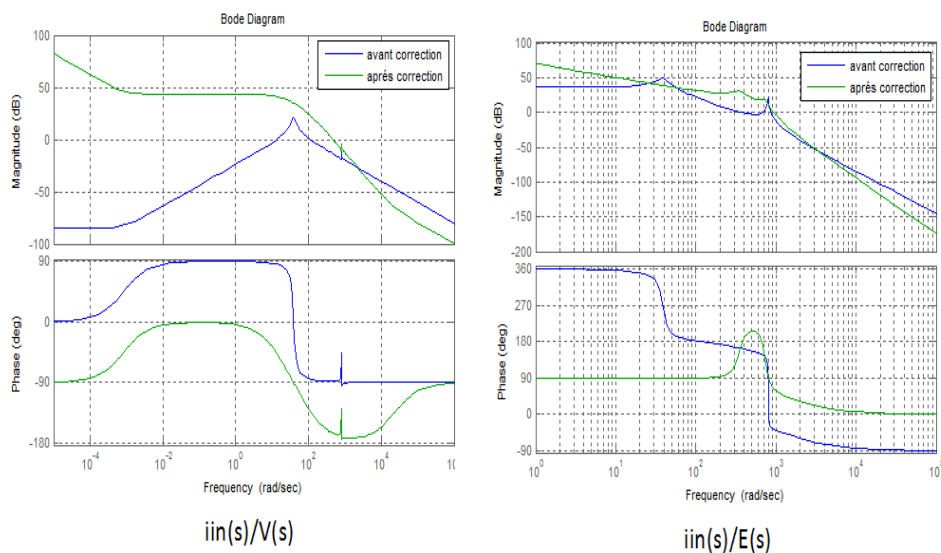


FIGURE 3.10 – diagramme de Bode du courant d'entrée $i_{in}/V_g, i_{in}/E$ avant et après correction

3.4.2 La tension d'entrée V_c

La figure(3.11) représente la réponse indicielle de la tension d'entrée $V_c(t)$.

La surtension sur $V_c(t)$ avant la correction est importante dépassant les 200% de la tension d'entrée. Après correction, cette surtension de $V_c(t)$ va diminuer pour être aux alentours de 150% de la tension du régime permanent.

Par contre temps de monté devient important.

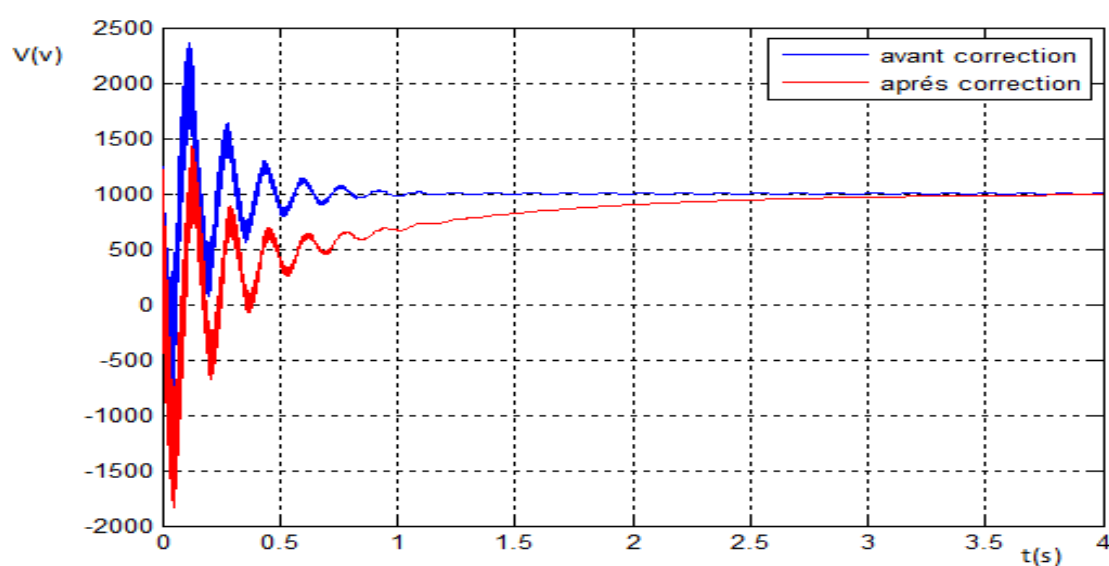


FIGURE 3.11 – la tension globale V_c avant et après correction

De ce fait d'autres techniques de régulation sont alors à envisager pour rendre encore plus performant le système global constitué par la mise de «n» onduleurs en parallèle.

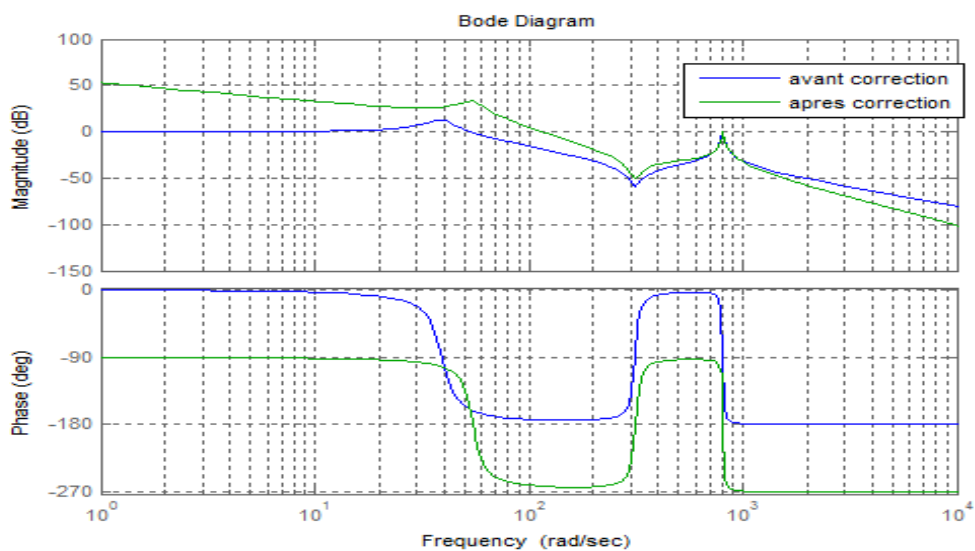


FIGURE 3.12 – diagramme de Bode des tensions $V_c/V_g, V_c/E$ avant et après correction

3.4.3 Les composantes du courant i_d , i_q

Les figures(3.13 ; 3.15) présentent les réponses indicielles des courants respectivement $i_d(t), i_q(t)$ suivant la tension d'entrée V_g et la tension du réseau E . on remarque toujours un régime transitoire important qui engendre une forte oscillation qui va être corrigé par un PI.

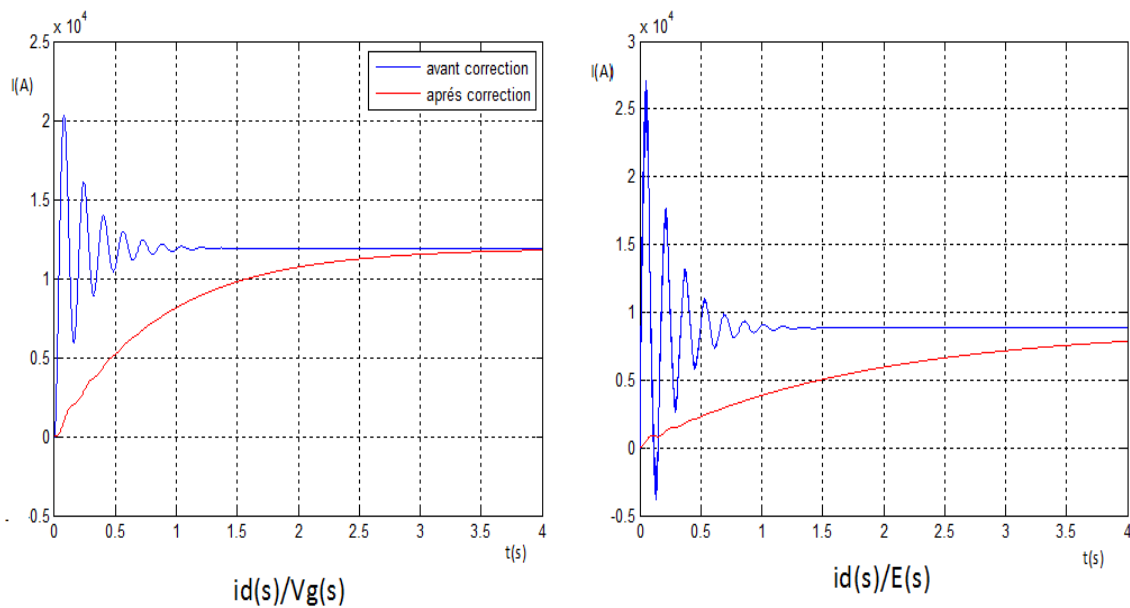


FIGURE 3.13 – les courants suivant l'axe d $i_d/V_g, i_d/E$ avant et après correction

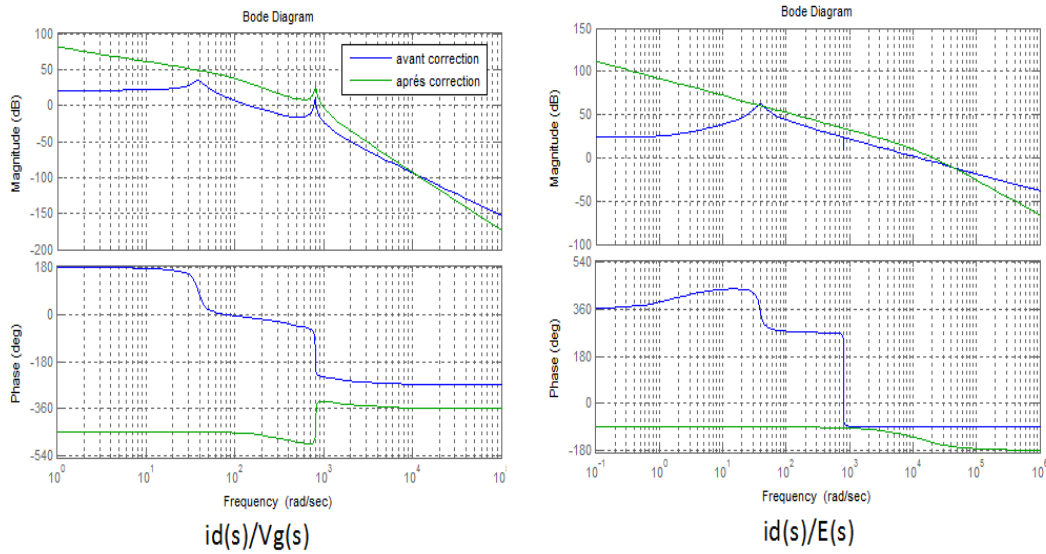


FIGURE 3.14 – diagramme de Bode des courants $id/V_g, id/E$ avant et après correction

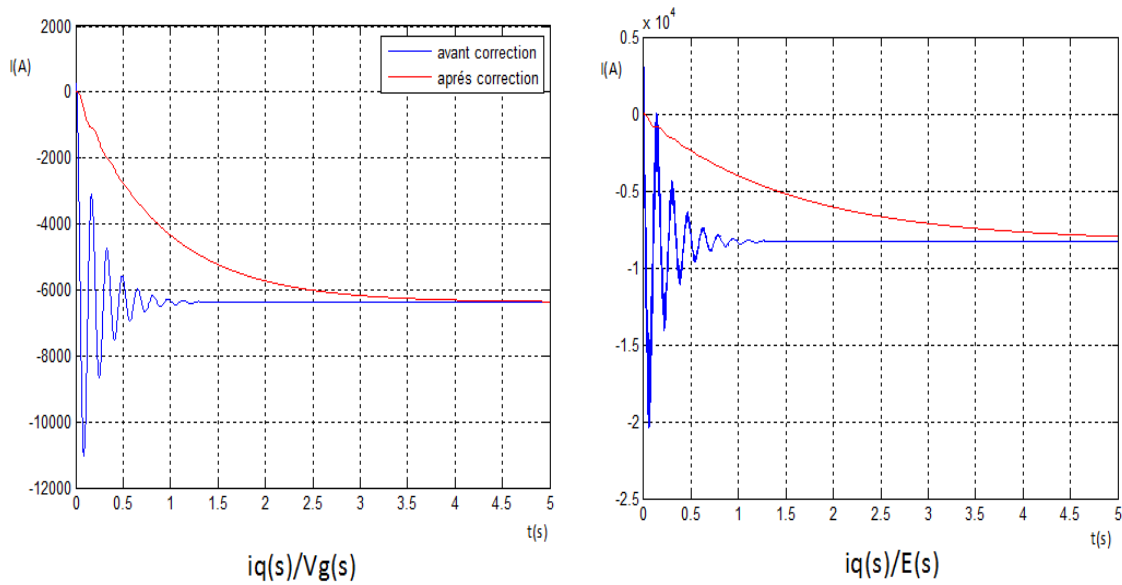


FIGURE 3.15 – les courants suivant l'axe q $iq/V_g, iq/E$ avant et après correction

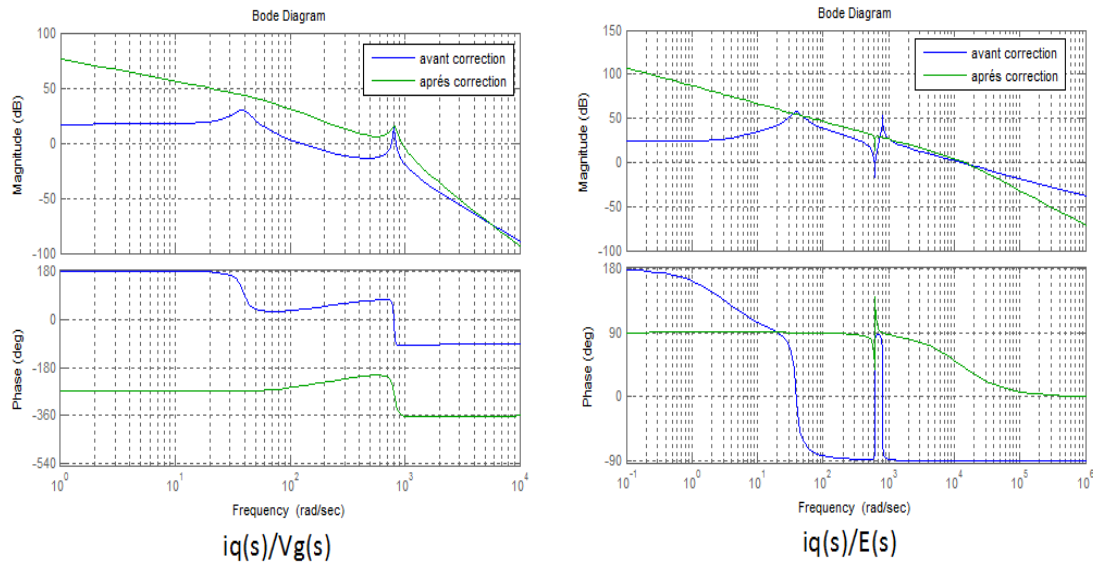


FIGURE 3.16 – diagramme de Bode des courants $i_q/V_g, i_q/E$ avant et après correction

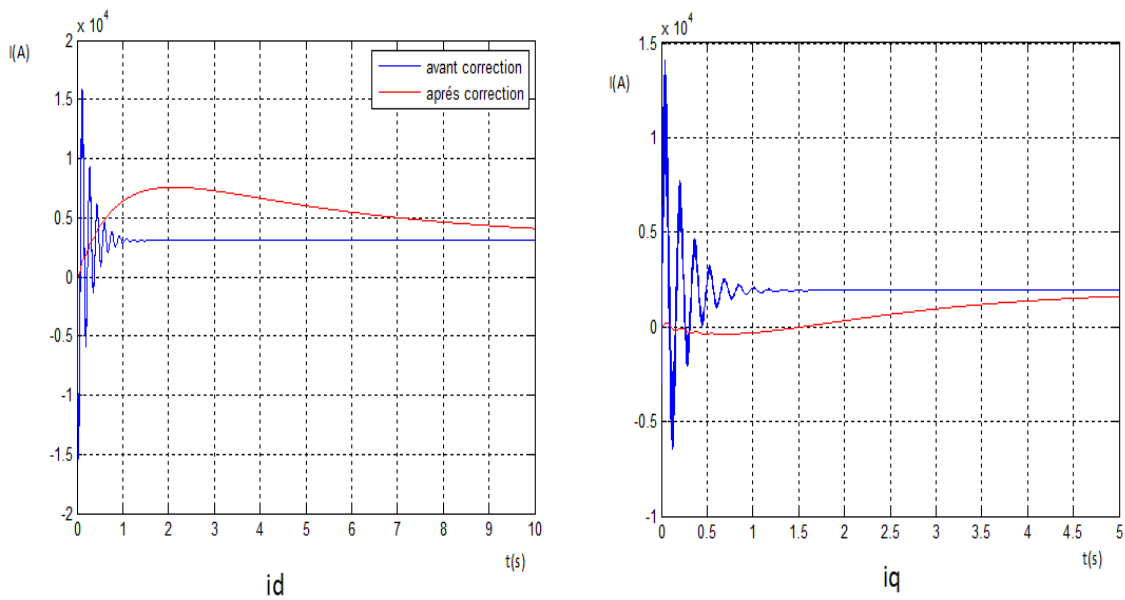


FIGURE 3.17 – le courant global suivant l'axe d,q i_d, i_q avant et après correction

3.4.4 Le courant d'un seul onduleur

La figure(3.18) représente la réponse indicielle du courant de sortie i_a avant correction. On observe toujours qu'avant correction un régime transitoire très important, caractérisé par des pics arrivant jusqu'à 14000A qui dépasse 500% de la valeur permanente (3000A). A cet effet l'on remarquera bien l'amélioration des performances du système après correction. figure (3.19), où la surintensité du courant i_a ne dépasse guère les 133% du régime permanent

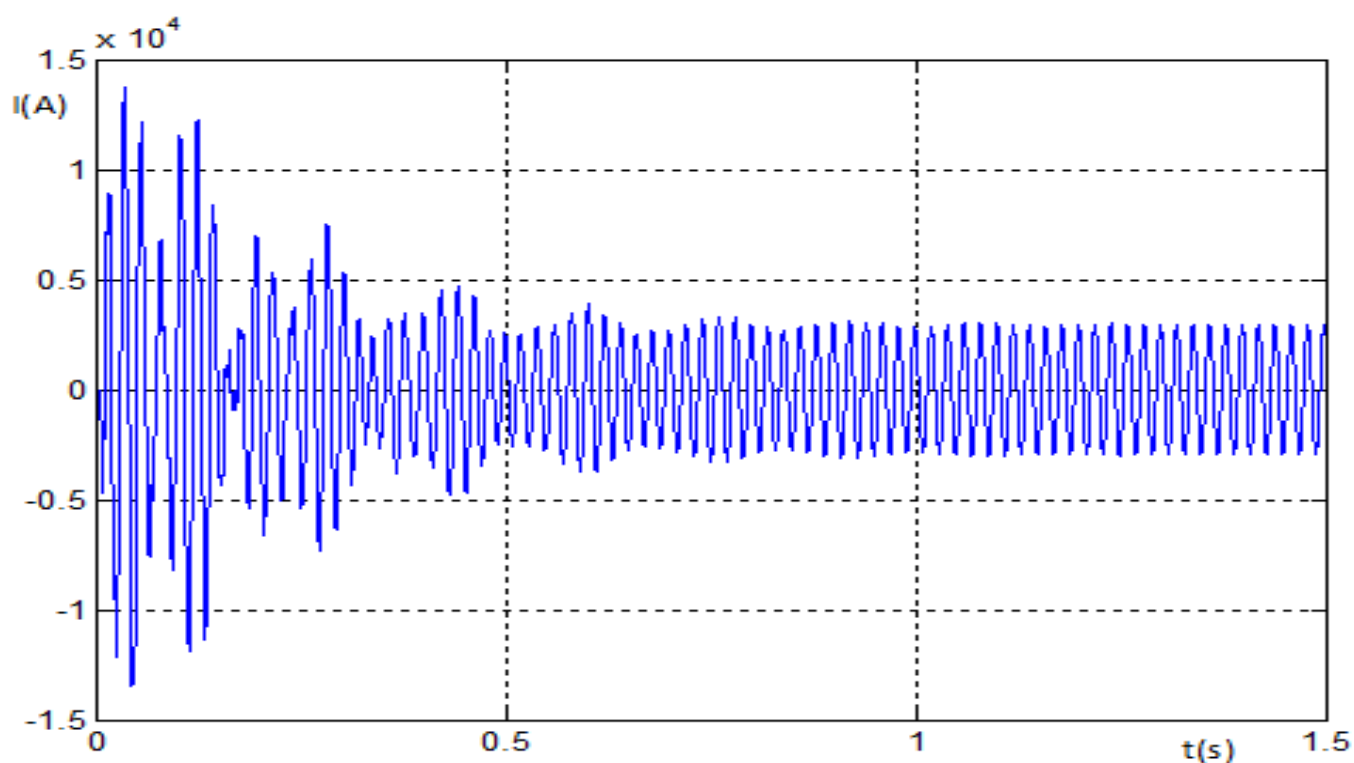


FIGURE 3.18 – le courant i_a d'un seul onduleur avant correction

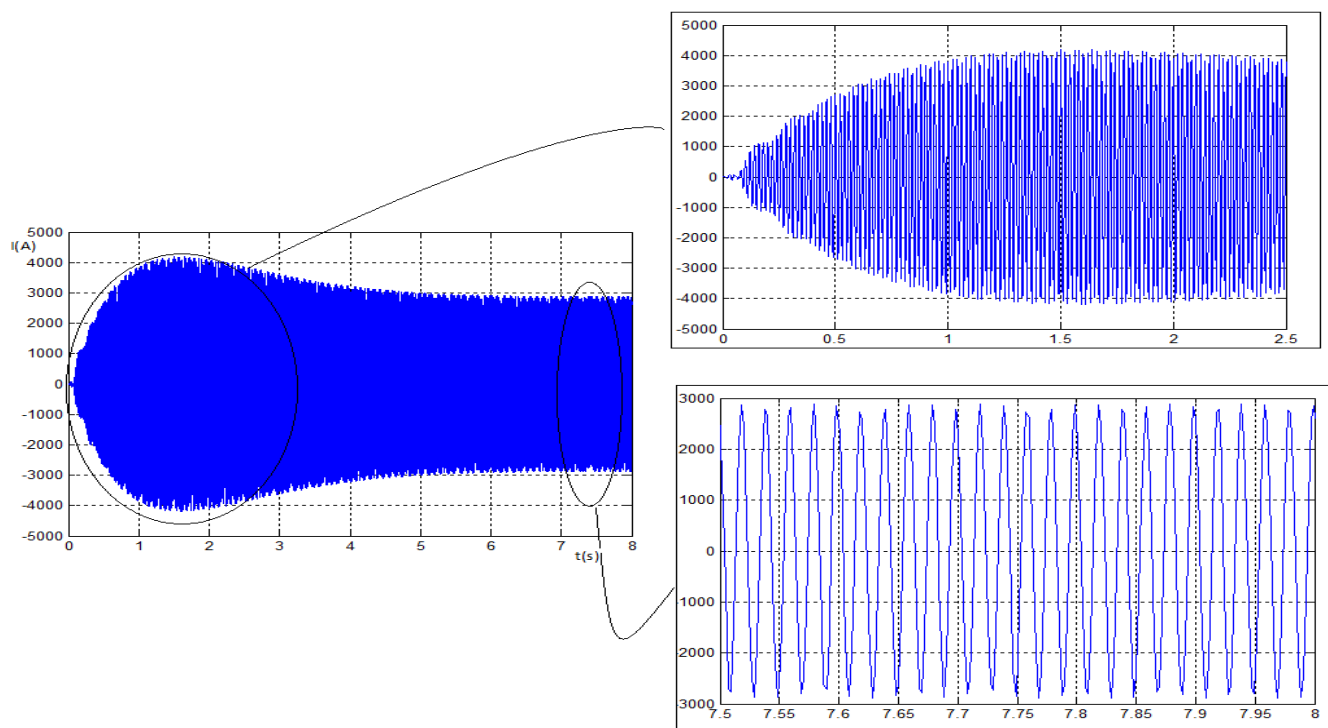


FIGURE 3.19 – le courant i_a d'un seul onduleur après correction

3.5 conclusion

Ce dernier chapitre constitue un pas important vers des approches de régulation modulaire pour le contrôle de la mise en parallèle des onduleurs.

La première partie de ce chapitre repose principalement sur l'étude de la stabilité du système en boucle ouverte.

Le paramètre le plus influant sur la stabilité du système global est la résistance du synchronisme . Plus cette résistance est grande plus le système est performant .Mais cela détériorait le rendement global du système . De ce fait une régulation s'avère plus que nécessaire pour remédier a ce problème . Une régulation simple est alors envisagée.Celle ci a rendu le système plus performant même avec une résistance R assez faible , et de ce fait les performances n'ont pas été au détriment le rendement global du système.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'évolution de l'électronique de puissance reste fortement liée à l'apparition sur le marché de composants semi-conducteurs performants, pouvant contrôler des courants et des tensions élevées, le transistor bipolaire à grille isolée (IGBT), composant réalisant un bon compromis entre état passant et dynamique de commutation.

Dans les applications de fortes puissances que ce soit de forte valeur de courant ou de tension la mise en série ou en parallèle d'interrupteurs ou de convertisseurs sont alors utilisés. Mais la mise en conduction ou la mise en ouverture des différents interrupteurs d'une manière simultanée requiert des circuits très complexes. De plus, des circuits additionnels doivent être réalisés pour forcer le partage des forts courants ou de tension.

Comme alternative, une nouvelle structure de la mise en série ou en parallèle des convertisseurs (Power Electric Building Bloc :PEBB), est alors considérée.

L'étude menée dans notre travail a porté sur la mise en parallèle de «n» convertisseurs constituant ainsi un circuit modulaire.

Le fonctionnement des onduleurs parallèles, selon une configuration modulaire, donne les avantages suivants :

- Une répartition régulière de la charge du système entre modules. Ce ci se traduit par un partage de la puissance fournie et par suite les contraintes courants/tensions au sein des différents interrupteurs diminuerait d'une manière substantielle .
- La faible puissance gérée par chaque module nous permet l'utilisation des fréquences de commutation plus élevées et par suite la densité de puissance par unité de volume est ainsi relevée
- Synchronisation de la sortie des onduleurs : Chaque onduleur gère sa propre sortie pour rester en complète synchronisation avec les autres modules.

- réduction des harmoniques du courant, des pulsations harmoniques du couple et de minimiser les pertes de commutation.
- Mise hors circuit sélective : Un onduleur défaillant est automatiquement et immédiatement isolé du réseau. Le surcroît de charge est réparti entre les onduleurs restants sans aucun temps de transfert. La charge est continuellement protégée (pas de commutation sur bypass).
- Avoir un système qui peut gérer toute éventuelle demande de la puissance par la mise en parallèle de $\langle n + m \rangle$ modules.

Au cours de cette étude, nous nous sommes intéressés à l'élaboration et à la caractérisation de l'analyse des onduleurs mis en parallèle selon la moyenne dans l'espace d'état. L'objectif de la modélisation moyenne d'un convertisseur est de fournir un modèle simple et rapide tout en permettant d'estimer entre autre le fonctionnement et l'analyse de système. Le modèle dit «moyen» trouve un vaste champ d'application que se soit en dynamique, en simulation (rapide et systématique) ou encore en analyse des modes. En effet nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit. Le modèle moyen est un modèle simplifié, construit à partir des caractéristique prédéfinies des composants, présente l'avantage de réduire considérablement les temps de calcul tout en conservant une précision satisfaisante. Son utilisation en temps réel est recommandé.

L'étude des $\langle n \rangle$ onduleurs mis en parallèle selon la technique de la moyenne dans l'espace d'état nous a permis d'analyser et de trouver les solutions sous formes analytiques des $\langle n \rangle$ onduleurs et ce indépendamment de leurs nombres .

L'analyse des fonctions des transferts pour la mise en parallèle de $\langle n \rangle$ onduleurs identiques nous a permis en premier lieu de définir un critère de stabilité qui repose sur la valeur de résistance de synchronisme reliant les différents onduleurs au réseau. Les performances du système se trouvent ainsi amélioré si l'on augmente la valeur de cette résistance . Mais cette condition détériore le rendement global du circuit du fait qu'elle est traversée par un fort courant.

Pour palier à ce problème, un compromis a être trouvé pour une très faible valeur de cette résistance de synchronisme (faible pertes et par suite un rendement acceptable). Une simple régulation permet d'obtenir des performances semblables à ceux obtenus pour une résistance de synchronisme égale à 100 fois la valeur de celle ci en boucle ouverte.

D'autres techniques de contrôle avancées peuvent faire l'objet d'un future travail et ce pour l'obtention de bonnes performances et d'un partage équitable de la charge.

Annexe

Annexe A

Routine Maple permettant la détermination des solutions analytiques pour "n" onduleurs mise en parallèle

Pour trouver la solution analytique de la mise en parallèle de trois onduleurs de paramètres internes différents on passe le calcul de $(sI - A)^{-1}$:

$$(sI - A)^{-1} = \begin{pmatrix} s & \frac{1}{Ln} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C} & s & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & \frac{Dm}{C \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) \\ 0 & -\frac{Dm}{L1 \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & s + \frac{R}{L1} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Dm}{L1 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) & \omega & s + \frac{R}{L1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Dm}{L2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & 0 & 0 & s + \frac{R}{L2} & -\omega & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Dm}{L2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) & 0 & 0 & \omega & s + \frac{R}{L2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Dm}{L3 \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi) & 0 & 0 & 0 & 0 & s + \frac{R}{L3} & -\omega \\ 0 & -\frac{Dm}{L3 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(\varphi) & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & s + \frac{R}{L3} \end{pmatrix}$$

Après le calcul de $(sI - A)^{-1}$, le modèle analytique pour trois onduleurs différents est de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
i_{in}(s) &= \frac{f_1(s)}{D} V_g - \frac{f'_1(s)}{D} E \\
V_c(s) &= \frac{f_2(s)}{D} V_g + \frac{f'_2(s)}{D} E \\
i_{d1}(s) &= \frac{f_3(s)}{D} V_g - \frac{f'_3(s)}{2D} E \\
i_{q1}(s) &= \frac{f_4(s)}{D} V_g - \frac{f'_4(s)}{2D} E \\
i_{d2}(s) &= \frac{f_5(s)}{D} V_g - \frac{f'_5(s)}{2D} E \\
i_{q2}(s) &= \frac{f_6(s)}{D} V_g - \frac{f'_6(s)}{2D} E \\
i_{d3}(s) &= \frac{f_7(s)}{D} V_g - \frac{f'_7(s)}{2D} E \\
i_{q3}(s) &= \frac{f_8(s)}{D} V_g - \frac{f'_8(s)}{2D} E
\end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
f_1 = & 2CL_2^2 L_3^2 L_1^2 s^7 + 4CL_{in} L_1 L_2 L_3 (L_1 + L_2 + L_3) s^6 + (L_1 L_2 L_3 D_m (L_2 L_3 K_1 + L_1 L_3 K_2 + L_1 L_2 K_3) + 2C(L_2^2 L_3^2 (R^2 + L_1^2 \omega^2) \\
& + L_1^2 L_3^2 (R^2 + L_2^2 \omega^2) + L_1^2 L_2^2 (R^2 + L_3^2 \omega^2) + 4R^2 L_1 L_2 L_3 (L_1 + L_2 + L_3)) s^5 + (D_m^2 (K_1 (2L_1 (L_2 + L_3) + L_2^2 L_3^2) + K_2 (2L_2 (L_1 + L_3) \\
& + L_1^2 L_3^2) + K_3 (2L_2 (L_1 + L_3) + L_1^2 L_3^2)) + 4CR((R^2 + L_1^2 \omega^2) L_2 L_3 (L_2 + L_3) + (R^2 + L_2^2 \omega^2) L_1 L_3 (L_1 + L_3) + \\
& + (R^2 + L_3^2 \omega^2) L_1 L_2 (L_1 + L_2) + 4R^2 L_1 L_2 L_3)) s^4 + D_m^2 (k_1 (L_1 R^2 (L_2^2 + L_3^2) + 2R^2 L_2 L_3 (2L_1 + L_2 + L_3) + 2L_1 L_2^2 L_3^2 \omega^2) + \\
& K_2 (L_2 R^2 (L_2^2 + L_3^2) + 2R^2 L_1 L_3 (2L_2 + L_1 + L_3) + 2L_2 L_1^2 L_3^2 \omega^2) + K_3 (L_3 R^2 (L_1^2 + L_2^2) + 2R^2 L_1 L_2 (2L_3 + L_1 + L_2) + 2L_3 L_1^2 L_2^2 \omega^2) \\
& + 8CR^2 (L_2 L_3 (R^2 + L_1^2 \omega^2) + L_1 L_3 (R^2 + L_2^2 \omega^2) + L_1 L_2 (R^2 + L_3^2 \omega^2)) + 4C(L_1^2 (R^2 + L_2^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2) + L_2^2 (R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2) \\
& + L_3^2 (R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_2^2 \omega^2)) s^3 + (D_m^2 (K_1 (R^2 (L_2^2 + L_3^2) + 2R^2 L_1 (L_2 + L_3) + 2L_2 L_3 (2R^2 + \omega^2 L_2 L_3)) + k_2 D_m^2 (R^2 (L_1^2 + L_3^2) + \\
& 2R^2 L_2 (L_1 + L_3) + 2L_1 L_3 (2R^2 + \omega^2 L_1 L_3)) + K_3 (R^2 (L_1^2 + L_3^2) + 2R^2 L_3 (L_1 + L_2) + 2L_1 L_2 (2R^2 + \omega^2 L_1 L_2))) \\
& 4RC(L_1 (R^2 + L_2^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2) + L_2 (R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2) + L_3 (R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_2^2 \omega^2)) s^2 + (D_m^2 (K_1 (L_1 R^4 + \\
& 2R^2 (L_2 + L_3) (2R^2 + \omega^2 L_2 L_3 R^2) + 2L_1 R^2 \omega^2 (L_2^2 + L_3^2)) + K_2 (L_2 R^4 + 2R^2 (L_1 + L_3) (2R^2 + \omega^2 L_1 L_3 R^2) + 2L_2 R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_3^2) \\
& + K_3 (L_3 R^4 + 2R^2 (L_1 + L_2) (2R^2 + \omega^2 L_1 L_2 R^2) + 2L_3 R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_2^2))) + 2C(R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_2^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2)) s^2 \\
& + (D_m^2 (K_1 (L_1 (R^4 + 2R^2 \omega^2 (L_2^2 + L_3^2)) + 2(L_2 + L_3) (R^4 + 2\omega^2 L_2 L_3 R^2) + L_1 L_2^2 L_3^2 \omega^4) + K_2 (L_2 (R^4 + 2R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_3^2)) + \\
& 2(L_1 + L_3) (R^4 + 2\omega^2 L_1 L_3 R^2) + L_2 L_1^2 L_3^2 \omega^4) + K_3 (L_3 (R^4 + 2R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_2^2)) + 2(L_1 + L_2) (R^4 + 2\omega^2 L_1 L_2 R^2) + L_3 L_1^2 L_2^2 \omega^4) \\
& 2C(R^2 + L_1^2 \omega^2) (R^2 + L_2^2 \omega^2) (R^2 + L_3^2 \omega^2)) s + R(K_3 (R^4 + R^2 \omega^2 (L_2^2 + L_3^2) + \omega^4 L_2^2 L_3^2) + K_2 (R^4 + R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_3^2) + \omega^4 L_1^2 L_3^2) \\
& + K_3 (R^4 + R^2 \omega^2 (L_1^2 + L_2^2) + \omega^4 L_1^2 L_2^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1' = & K(\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 D_m(\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2))s^5 + D_m((\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3))\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + \\
& (\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3))\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 + (\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2))\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2)s^4 \\
& D_m(R^2(\mathcal{L}_2^2(\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3^2(\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2) + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \\
& (R^2(\mathcal{L}_1^2(\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3^2(\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_1) + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \\
& (R^2(\mathcal{L}_1^2(\mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_2^2(\mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_1) + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3 \omega^2))s^3 + \\
& D_m(R^2(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + 4\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + 2(\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3)\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 \omega^2 + \\
& R^2(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + 2(\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3)\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 \omega^2 + \\
& R^2(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + 2(\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3)\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \omega^2))s^2 + \\
& D_m(R^4(\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3))\omega^2 R^2 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 \omega^4) + \\
& (R^4(\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3))\omega^2 R^2 + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^4) + \\
& (R^4(2\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2))\omega^2 R^2 + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 \omega^4))s \\
& D_m(R^3(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2)\omega^2 + R\mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 \omega^4 + R^5 + (R^3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2)\omega^2 + R\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 \omega^4 + R^5 + \\
& R^3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2)\omega^2 + R\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \omega^4 + R^5))E
\end{aligned}$$

$$f_2 = 2 (\mathcal{L}_3^2 s^2 + 2 \mathcal{L}_3 R s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_3^2) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2 R \mathcal{L}_2 s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_2^2) (\mathcal{L}_1^2 s^2 + 2 R \mathcal{L}_1 s + \omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)$$

$$\begin{aligned}
f_2' = & \sqrt{3}L_{in}s(\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3D_m(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2)s^5 + D_m(R(2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3^2) + (2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \\
& + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_3^2) + (2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2^2))s^4 + D_m((R^2(\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_2) + 4\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3) \\
& + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3^2\omega^2) + (R^2(\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + 4\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3^2\omega^2) + \\
& (R^2(\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3\omega^2))s^3 + ((R^3(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) \\
& + 4\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3) + 2RD_m((\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3)\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\mathcal{L}_3)\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3\omega^2) + (R^3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + 4\mathcal{L}_1\mathcal{L}_3) \\
& + 2RD_m((\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_3)\mathcal{L}_1\mathcal{L}_3\omega^2) + (R^3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + 2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2) \\
& + 2RD_m((\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2)\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2)\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\omega^2))s^2 + D_m(R^4(\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_1(\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + \\
& 2\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3))\omega^2R^2 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3^2\omega^4 + R^4(2\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3))\omega^2R^2 + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3^2\omega^4 \\
& + R^4(2\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) \\
& + (\mathcal{L}_3(\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2))\omega^2R^2 + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3\omega^4)s + RD_m((R^4 + (\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2)\omega^2R^2 + \mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_3^2\omega^4) + \\
& (R^4 + (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2)\omega^2R^2 + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_3^2\omega^4) + R^4 + (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2)\omega^2R^2 + \mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_2^2\omega^4))
\end{aligned}$$

$$f_3 = D_m K_1 \sqrt{2} (\mathcal{L}_1 \cos \varphi s + R \cos \varphi + w \mathcal{L}_1 \sin \varphi) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_2 s + R^2 + w^2 \mathcal{L}_2^2) (\mathcal{L}_3^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_3 s + w^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)$$

$$\begin{aligned}
f_3' = & (2\sqrt{3}(\mathcal{L}_1 \cos \varphi s + R \cos \varphi + \omega \mathcal{L}_1 \sin \varphi)(\mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 CL_{in} s^6 + 2RCL_{in} \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 L_{in} D_m^2 \\
& (\mathcal{L}_3 K_2 + \mathcal{L}_2 K_3 - K_1(\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_2)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)\mathcal{L}_2^2 + 4\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 R^2 + \mathcal{L}_3^2(\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2))CL_{in} + \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2) s^4 \\
& + (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_3(\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + K_2(\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) - K_1((\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3))) \\
& ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3(\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2))2RCL_{in} + 2R\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3)) s^3 + (\frac{1}{2} L_{in} D_m^2 (K_2(R^2(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) \\
& (K_3(R^2(\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_2^2 \omega^2) - K_1((R^2(\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + (R^2(2\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_2^2 \omega^2))) + \\
& CL_{in}(\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)(\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)\mathcal{L}_2^2 + 4\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2)\mathcal{L}_3^2) s^2 + \\
& (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_2(\mathcal{L}_3^2 \omega^2 + R^2) + K_3(\mathcal{L}_2^2 \omega^2 + R^2) - K_1((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2))) \\
& 2R(\mathcal{L}_2(\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + \mathcal{L}_3(\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2))) s + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2)(\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2)) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$f_4 = (D_m K_1 \sqrt{2} (\mathcal{L}_1 \sin \varphi s + R \sin \varphi - w \mathcal{L}_1 \cos \varphi) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_2 s + R^2 + w^2 \mathcal{L}_2^2) (\mathcal{L}_3^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_3 s + w^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2))$$

$$\begin{aligned}
f_4' = & \left(2\sqrt{3} (\mathcal{L}_1 \sin \varphi s + R \sin \varphi - \omega \mathcal{L}_1 \cos \varphi) (\mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 CL_{in} s^6 + 2RCL_{in} \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 L_{in} D_m^2 \right. \\
& (\mathcal{L}_3 K_2 + \mathcal{L}_2 K_3 - K_1 (\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_2)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_2^2 + 4\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 R^2 + \mathcal{L}_3^2 (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2)) CL_{in} + \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 s^4 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_3 (\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + K_2 (\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) - K_1 ((\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3))) \right) \\
& \left((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \right) 2RCL_{in} + 2R\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^3 + (\frac{1}{2} L_{in} D_m^2 (K_2 (R^2 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) \\
& (K_3 (R^2 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_2^2 \omega^2) - K_1 ((R^2 (\mathcal{L}_2 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + (R^2 (2\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_2^2 \omega^2))) + \\
& CL_{in} (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_2^2 + 4\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_3^2 s^2 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_2 (\mathcal{L}_3^2 \omega^2 + R^2) + K_3 (\mathcal{L}_2^2 \omega^2 + R^2) - K_1 ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2))) \right) \\
& 2R(\mathcal{L}_2 (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2)) s + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$f_5 = \left(D_m K_2 \sqrt{2} (\mathcal{L}_2 \sin \varphi s + R \sin \varphi - \omega \mathcal{L}_2 \cos \varphi) (\mathcal{L}_1^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_1 s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2) (\mathcal{L}_3^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_3 s + \omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \right)$$

$$\begin{aligned}
f_5' = & \left(2\sqrt{3} (\mathcal{L}_2 \cos \varphi s + R \cos \varphi + \omega \mathcal{L}_2 \sin \varphi) (\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 CL_{in} s^6 + 2RCL_{in} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 L_{in} D_m^2 \right. \\
& (\mathcal{L}_3 K_1 + \mathcal{L}_1 K_3 - K_2 (\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 R^2 + \mathcal{L}_3^2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) CL_{in} + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 s^4 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_3 (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + K_1 (\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) - K_2 ((\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3))) \right) \\
& \left((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \right) 2RCL_{in} + 2R\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) s^3 + (\frac{1}{2} L_{in} D_m^2 (K_1 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) \\
& (K_3 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_1^2 \omega^2) - K_2 ((R^2 (\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + (R^2 (2\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_1^2 \omega^2))) + \\
& CL_{in} (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \mathcal{L}_3^2 s^2 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_1 (\mathcal{L}_3^2 \omega^2 + R^2) + K_3 (\mathcal{L}_1^2 \omega^2 + R^2) - K_2 ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2))) \right) \\
& 2R(\mathcal{L}_1 (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) s + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$f_6' = \left(D_m K_3 \sqrt{2} (\mathcal{L}_3 \sin \varphi s + R \sin \varphi - \omega \mathcal{L}_3 \cos \varphi) (\mathcal{L}_1^2 s^2 + R\mathcal{L}_1 s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_2 s + \omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \right)$$

$$\begin{aligned}
f_6' = & \left(2\sqrt{3} (\mathcal{L}_2 \sin \varphi s + R \sin \varphi - w \mathcal{L}_2 \cos \varphi) (\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 CL_{in} s^6 + 2RCL_{in} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 L_{in} D_m^2 \right. \\
& (\mathcal{L}_3 K_1 + \mathcal{L}_1 K_3 - K_2 (\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 R^2 + \mathcal{L}_3^2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) CL_{in} + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 s^4 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_3 (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + K_1 (\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) - K_2 ((\mathcal{L}_3^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3))) \right) \\
& \left((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \right) 2RCL_{in} + 2R\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) s^3 + (\frac{1}{2} L_{in} D_m^2 (K_1 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 \omega^2) \\
& (K_3 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_1^2 \omega^2) - K_2 ((R^2 (\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 \omega^2) + (R^2 (2\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_1^2 \omega^2))) + \\
& CL_{in} (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \mathcal{L}_3^2 s^2 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_1 (\mathcal{L}_3^2 \omega^2 + R^2) + K_3 (\mathcal{L}_1^2 \omega^2 + R^2) - K_2 ((\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2))) \right) \\
& 2R(\mathcal{L}_1 (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) + \mathcal{L}_3 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) s + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_3^2 + R^2) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$f_7 = \left(D_m K_3 \sqrt{2} (\mathcal{L}_3 \cos \varphi s + R \cos \varphi + \omega \mathcal{L}_3 \sin \varphi) (\mathcal{L}_1^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_1 s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_2 s + \omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \right)$$

$$\begin{aligned}
f_7' = & \left(2\sqrt{3} (\mathcal{L}_3 \cos \varphi s + R \cos \varphi + w \mathcal{L}_3 \sin \varphi) (\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 CL_{in} s^6 + 2RCL_{in} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 L_{in} D_m^2 \right. \\
& (\mathcal{L}_2 K_1 + \mathcal{L}_1 K_2 - K_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_1)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 R^2 + \mathcal{L}_2^2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) CL_{in} + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 s^4 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_2 (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + K_1 (\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) - K_3 ((\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2))) \right) \\
& \left((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \right) 2RCL_{in} + 2R\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) s^3 + (\frac{1}{2} L_{in} D_m^2 (K_1 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \omega^2) \\
& (K_2 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1^2 \omega^2) - K_3 ((R^2 (\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \omega^2) + (R^2 (2\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1^2 \omega^2))) + \\
& CL_{in} (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \mathcal{L}_2^2 s^2 + \\
& \left. (\frac{1}{2} L_{in} R D_m^2 (K_1 (\mathcal{L}_2^2 \omega^2 + R^2) + K_2 (\mathcal{L}_1^2 \omega^2 + R^2) - K_3 ((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2))) \right) \\
& 2R(\mathcal{L}_1 (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + \mathcal{L}_2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) s + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$f_8 = \left(D_m K_3 \sqrt{2} (\mathcal{L}_3 \sin \varphi s + R \sin \varphi - \omega \mathcal{L}_3 \cos \varphi) (\mathcal{L}_1^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_1 s + R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2) (\mathcal{L}_2^2 s^2 + 2R\mathcal{L}_2 s + \omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \right)$$

$$\begin{aligned}
f_8' = & \left(2\sqrt{3} (\mathcal{L}_3 \sin \varphi s + R \sin \varphi - w \mathcal{L}_3 \cos \varphi) (\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \text{CL}_{\text{in}} s^6 + 2R \text{CL}_{\text{in}} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) s^5 + (\frac{1}{2} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \text{L}_{\text{in}} D_m^2 \right. \\
& (\mathcal{L}_2 K_1 + \mathcal{L}_1 K_2 - K_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_1)) + ((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 R^2 + \mathcal{L}_2^2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) \text{CL}_{\text{in}} + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2) s^4 + \\
& \left. (\frac{1}{2} \text{L}_{\text{in}} R D_m^2 (K_2 (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + K_1 (\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) - K_3 ((\mathcal{L}_2^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + (\mathcal{L}_1^2 + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2))) \right) \\
& \left((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \right) 2R \text{CL}_{\text{in}} + 2R \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) s^3 + (\frac{1}{2} \text{L}_{\text{in}} D_m^2 (K_1 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \omega^2) \\
& (K_2 (R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1^2 \omega^2) - K_3 ((R^2 (\mathcal{L}_1 + 2\mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \omega^2) + (R^2 (2\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1^2 \omega^2))) + \\
& \text{CL}_{\text{in}} (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \mathcal{L}_1^2 + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 R^2 + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) \mathcal{L}_2^2) s^2 + \\
& \left. (\frac{1}{2} \text{L}_{\text{in}} R D_m^2 (K_1 (\mathcal{L}_2^2 \omega^2 + R^2) + K_2 (\mathcal{L}_1^2 \omega^2 + R^2) - K_3 ((\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2))) \right) \\
& 2R (\mathcal{L}_1 (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) + \mathcal{L}_2 (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2)) s + (\omega^2 \mathcal{L}_1^2 + R^2) (\omega^2 \mathcal{L}_2^2 + R^2) \sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D = & \left(2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 \text{CL}_{\text{in}} s^8 + 4\text{CL}_{\text{in}} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^7 + (\text{L}_{\text{in}} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 D_m (\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 k_1 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 k_2 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 k_3) + 2\text{CL}_{\text{in}} (\mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) \right. \\
& + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + 4R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3)) + 2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2) s^6 \\
& + (2\text{L}_{\text{in}} R D_m^2 ((k_1 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3^2 + \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3^2) + k_2 (2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3^2 + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2) + k_3 (2\mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3^2 + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3^2) \\
& + 2((R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) C) \\
& + 4\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^5 + (k_1 D_m^2 (\mathcal{L}_1 R^2 (\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + 2R^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + 4\omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + k_2 D_m^2 (\mathcal{L}_2 R^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + \\
& 2R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + 4\omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + k_3 D_m^2 (\mathcal{L}_3 R^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + 2R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4\omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (2\text{CL}_{\text{in}} R^2 + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) \\
& + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (2\text{CL}_{\text{in}} R^2 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + 2\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) (2\text{CL}_{\text{in}} R^2 + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + 2\text{CL}_{\text{in}} (\mathcal{L}_1^2 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \\
& \mathcal{L}_2^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_3^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2)) + 4R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) s^4 + (\text{L}_{\text{in}} R D_m^2 (k_1 (R^2 (\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + \\
& R^2 \mathcal{L}_1 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (4R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3)) + k_2 (R^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + R^2 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) + \\
& \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (4R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3)) + k_3 (R^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + R^2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (4R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2))) \\
& + 4R (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) + (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) + (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + 4R^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 \\
& + 4\text{CL}_{\text{in}} R (\mathcal{L}_1 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_3 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2))) s^3 \\
& + (\text{L}_{\text{in}} D_m^2 (k_1 (\mathcal{L}_1 R^4 + 2R^2 (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3 \omega^4 + R^2 \mathcal{L}_1 \omega^2 (\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2)) + k_2 (\mathcal{L}_2 R^4 + 2R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3) \\
& + \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3 \omega^4 + R^2 \mathcal{L}_2 \omega^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2)) + k_3 (\mathcal{L}_3 R^4 + 2R^2 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) (R^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2) + \mathcal{L}_3 \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \omega^4 + R^2 \mathcal{L}_3 \omega^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2))) \\
& + 2(\mathcal{L}_1^2 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_2^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_3^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2)) + \\
& 2\text{CL}_{\text{in}} (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) s^2 + (\text{L}_{\text{in}} R D_m^2 (k_1 (R^4 + R^2 \omega^2 (\mathcal{L}_2^2 + \mathcal{L}_3^2) + \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3 \omega^4) + k_2 (R^4 + R^2 \omega^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_3^2) + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_3 \omega^4 + \\
& \mathcal{L}_2^2 \mathcal{L}_3 \omega^4) + k_3 (R^4 + R^2 \omega^2 (\mathcal{L}_1^2 + \mathcal{L}_2^2) + \mathcal{L}_1^2 \mathcal{L}_2 \omega^4)) + 8R^2 (\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_3 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_3 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) + \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2)) + \\
& 2(\mathcal{L}_1^2 (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_2^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2) + \mathcal{L}_3^2 (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) + \\
& \text{CL}_{\text{in}} (R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2)) s + 2(R^2 + \mathcal{L}_1^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_2^2 \omega^2) (R^2 + \mathcal{L}_3^2 \omega^2)
\end{aligned}$$

Annexe B

Nous avons utilisé l’outil Matlab simulink pour l’élaboration du modèle obtenu. Les figures (4.1 et 4.2) représentent les simulations du modèle obtenu.

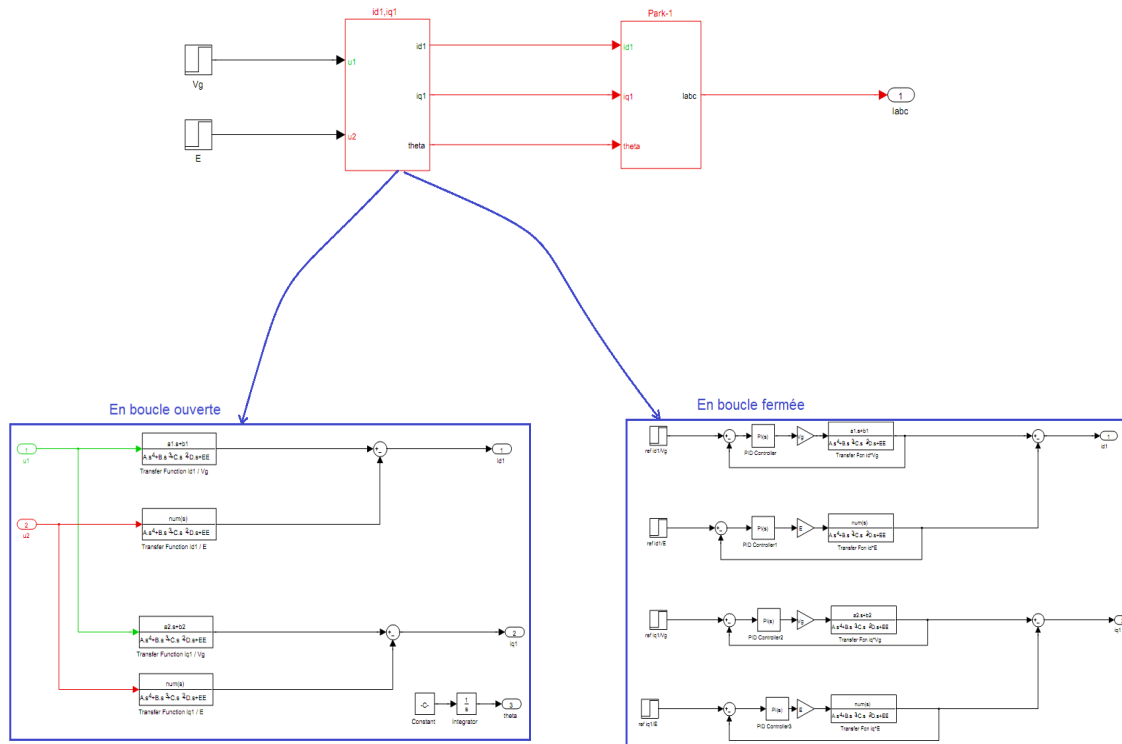


FIGURE 4.1 – blocs de simulation pour un onduleur

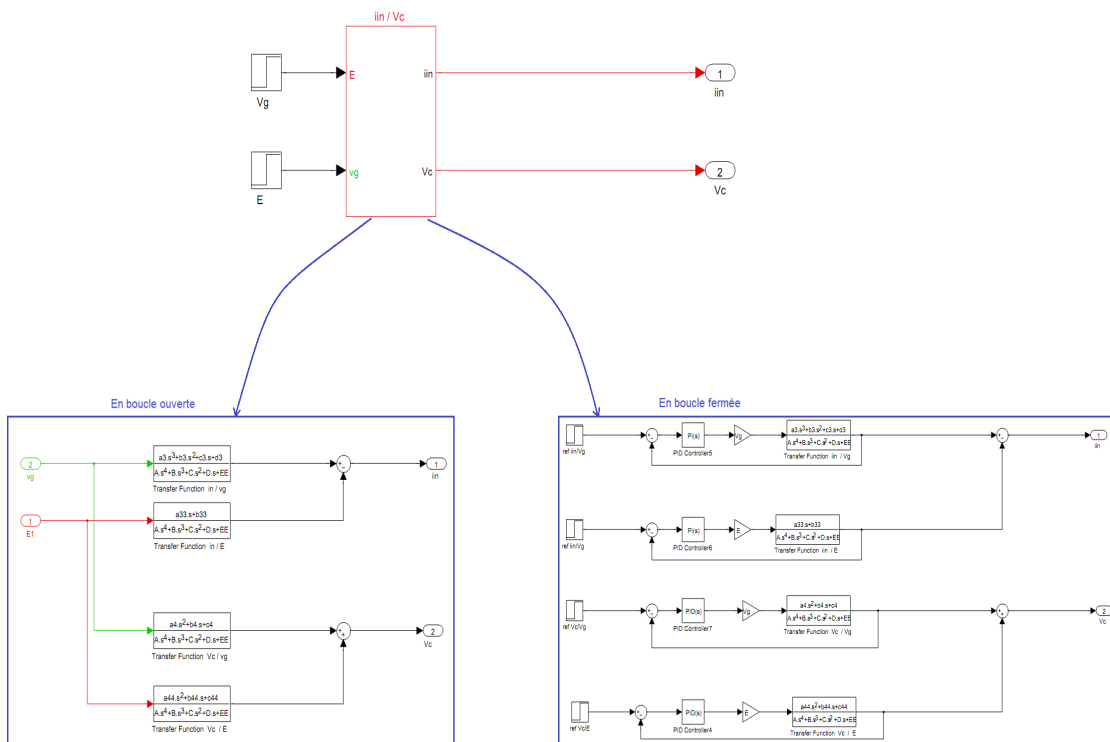


FIGURE 4.2 – blocs de simulation pour le filtre d’entrée

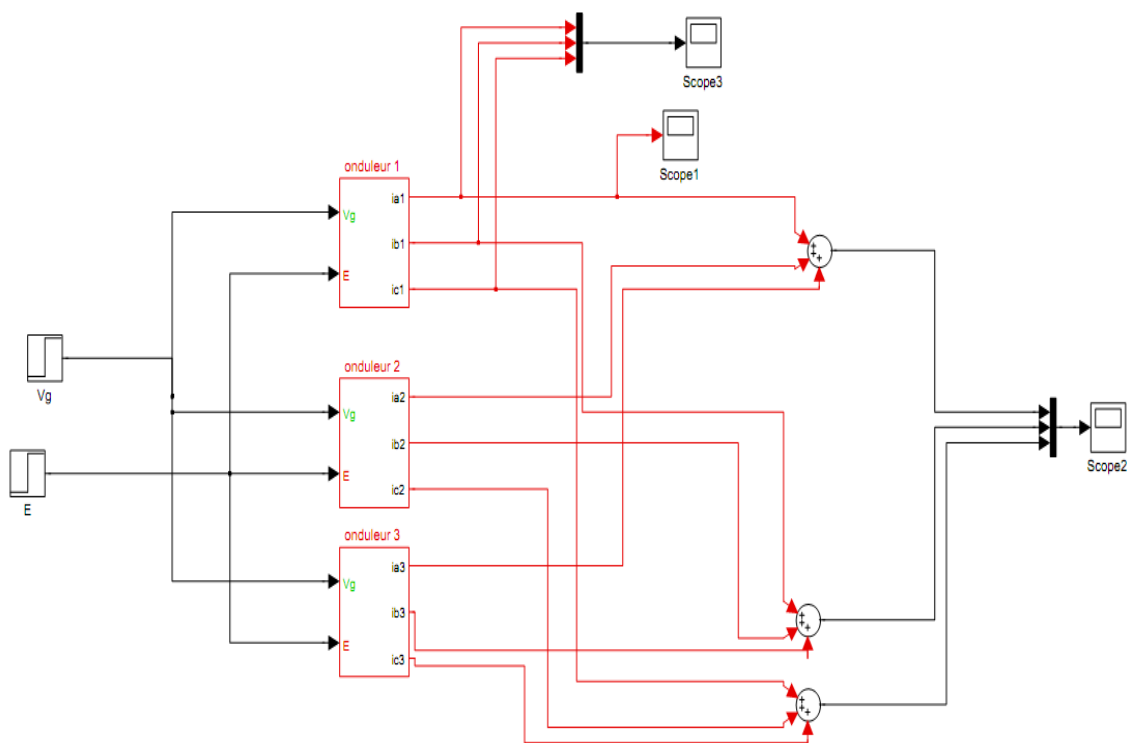


FIGURE 4.3 – simulation de la mise en parallèle de trois onduleurs

Bibliographie

- [1] M.Kéita, "*Technique de commande des convertisseurs*", Maitrise en technologie des systèmes, Ecole de technologie supérieure université du Québec, Montréal. 26 Aout 1999.
- [2] Thierry. M, Manfred. N, Roland. J, "*Évolution des structure de conversion*", AL-STOM Power conversion/Drives and Control Culemeyerstrasse 1, 12277 Berlin, www.iu.fmrese.cict.fr/contrib/2004/3EI/3EIXnivversdef.pdf.
- [3] John J. Lund, "*Field programmable gate array hysteresis control of parallel connected inverters*". Master of science in electrical engineering, NAVAL Postgraduat school, Brigham Young University, United States Navy B.S, June 2006.
- [4] Fred C. Lee, all, "*Modeling, Analysis, and Design of Distributed Power Electronics System Based on Building Block Concept*". Phd, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, May 1999
- [5] F. Labrique, G. Segulier, R. Bausiere, "*Les convertisseurs de l'électronique de puissance*" Volume 4, La conversion continu-alternatif, Paris ,France : TEC and DOC - Lavoisier, 1995.
- [6] N. Mohan, T. Undeland, W. Robbins, "*Power electronics - Converters, Applications and Design*", 2nd ed, New York : John Wiley and Sons Inc, 1995.
- [7] Shahil .Shah, "*Design et Implémentation of Parallel Operation of Inverters with Instantaneous Current Sharing Scheme Using Multiloop Control Strategy on FPGA Platform*", Kanpur, Juillet 2008.
- [8] Y. Panov, J. Rajagopalan, F. C. Lee, "*Analysis and Design of N Paralleled Dc-DC Converters with Master-Slave Current-Sharing Control*", Proceedings APEC, 1997, pp, 436–442.

- [9] A. Khan, Robert W. Erickson, "Synthèse and analysis des onduleurs triphasés Harmonique-Harmonic-Free", publication, IEEE Transactions on Power Electronics, vol.9, Nov.1994, pp.567-579.
- [10] R.D. Middlebrook, S. Cuk, "Modelling and analysis methods for Dc-to-Dc switching converters", IEEE International Semi conductor Power converters, Conference, 1977, pp 90-111.
- [11] Muhammad H.Rachid. "Power Electronics, circuits, devices, and applications", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1993.
- [12] A. M. Kamel and T. H. Ortmeier. "Harmonic reduction in singlephase inverter using a parallel operation technique", in Proc, IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1989, pp 101-108.
- [13] A.Merdassi, "outil d'aide à la modélisation moyenne de convertisseurs statiques pour la simulation de systèmes mécatronique", Thèse de doctorat, institut polytechnique de Grenoble, Mai 2009.
- [14] A.Merdassi, L.Gerbaud, S.Bacha, "General Average Modelling for Power Electronics Systems :Automatic Building Approach", Electrimacs 2008, Quebec, Canada.
- [15] A.Merdassi, L.Gerbaud, S.Bacha, "A New Automatic Average Modelling Tool for Power Electronics Systems", IEEE Power Electronics. Specialists Conference. 2008, PESC 2008, Greece Rhodes, 15-16 June 2008 pp3425-3431.
- [16] V.Rajagopalan, "computer-aided analysis of power electronic systems", New York.Marcel Dekker Inc, 1987
- [17] P. R. K. Chetty, "Current injected equivalent circuit approach to modelling and analysis of current programmed switching DC-to-DC converters (discontinuous inductor conduction mode)", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-18, N 3, 1982, pp 295-299.
- [18] S.R. Sanders, J. M. Noworolski, X. Z. Liu, G. Varghese, "Generalized averaging method for power conversion circuits", IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC90, Records 1990, pp 333-340.
- [19] F.Lounas, "Calcul des pertes dans les convertisseurs statiques,application du modèle moyen et du modèle instantané", Mémoire de magistère en électrotechnique, Université de Mouloud MAMMERI, Tizi-ouzou, Algerie, 2010.
- [20] S. Luo, Z. Ye, R. Lin, F. Lee, A Classification and Evaluation of Paralleling Methods for Power Supply Modules, Proceedings PESC, 1999.

- [21] P. R. K. Chetty, "Current injected equivalent circuit approach to modelling and analysis of current programmed switching DC-to-DC converters (discontinuous inductor conduction mode)", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-18, N 3, 1982, pp 295-299.
- [22] K. Matsui, Y. Murai, M. Watanabe, M. Kaneko, F. Ueda, *A pulsewidth-modulated inverter with parallel connected transistors using current-sharing reactors*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 8, no. 2, April 1993, pp. 186-191.
- [23] T. Ilkonen, "parallel-operatin three-phase voltage source inverters circulating current modeling, analysis and mitigation", Doctor of science(technology)acte universitatis lappeenrantaensis, finlande 21 juin 2010.
- [24] N.Zargari, G.Joós, "Performance Investigation of a current-Controlled Voltage-Regulated PWM Rectifier in Rotating and Stationary Frames", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 42, No. 4, August 1995, pp396401.
- [25] T.Kawabata, T.Miyashita, Y.Yamamoto, "Dead Beat Control of Three Phase Inverter", IEEE Transactions on Power Electronics, vol.5, No. 1, January 1990, pp. 2128.
- [26] L.Malesani, P.Mattavelli, S.Busso. "Robust Dead-Beat Current Control for PWM Rectifiers and Active Filters".IEEE Transactions on Industry Applicationsl, vol. 35, No. 3, May/June 1999, pp. 613620.
- [27] R.D. Middlebrook, S. Cuk. "A general unified approach to modelling switching converter power tages", IEEE Power Specialists Conference, 1976, pp 18-34.
- [28] G.H.Golub, C.F.Vanloon, "Matrix computations", The Johns Hopkins university press, 1983.
- [29] J.F.Chea, C.L.Chu, C.L.Huang, "The parallele operation of tow UPS by the compled-inductor method", IEEE.IE conf, 1992, pp 733-736.