

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique



Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Thème :

**Calcul analytique et numérique
des machines synchrones à
aimants permanents montés sur
la surface rotorique**

Proposé et dirigé par:

Pr. R. IBTIOUEN

M. K. BOUGHRARA

Présenté par :

M. MABRAK Samir

M. MAY Abdelmalek

Juin 2008

ملخص

يعرض هذا العمل منهجية لتحديد الأبعاد الهندسية للآلات الكهربائية ذات المغناطيس الدائم المركب على مساحة الدوار. تهدف الخطة إلى استخراج نموذج مبني على حل معادلات المجالات المغناطيسي بصيغة تحليلية للدراسة النوعية للنتائج القياسية لهذه الآلات. قمنا في بداية هذا العمل باعتبار الثابت بدون حزم، و بعد ذلك قمنا بنفس العمل باعتبار الثابت في الحالة العادية. وفي الأخير استعملنا طريقة تسمى "العناصر المنتهية" لتدقيق النموذج التحليلي.

Résumé

Ce travail consiste à effectuer un pré-dimensionnement des machines synchrones à aimant permanents montés sur la surface rotorique. En premier temps, nous faisons cette étude en considérant le stator sans encoche en adoptant une méthode analytique de calcul, puis nous faisons les mêmes calculs par une méthode numérique pour valider notre modèle analytique ; la méthode numérique est basé sur la méthode des éléments finis. En deuxième lieu, nous faisons les mêmes calculs des deux méthodes analytique et numérique tout en tenant compte de la présence des encoches. Une étude paramétrique sera effectuée pour voir l'influence des paramètres géométriques de la machine sur ses performances. La méthode numérique sera incarnée par l'utilisation du logiciel FEMM.

Mots clés : machine à aimants permanents, induction magnétique, FEM, ondulations du couple, perméance complexe, couple de détente, éléments finis, saturation.

Abstract

This work consists in doing a pre-dimensionnement of Permanent Magnet Synchronous Machine gone up on the surface of the rotorique. In first time, we make this survey considering the stator without pitches adopting an analytic method, then we do the same task by a numeric method to validate our analytic model; the numeric method is based on the method of the finite elements. In second time, we do the same task, using both analytic and numeric methods taking into account the presence of the pitches. A parametric survey will be done to see the influence of the geometric parameters of the machine on its performances. The numeric method will be embodied by the use of the software FEMM.

Key words: Permanent Magnet Machine, magnet flux density, EMF, Torque ondulation, Air Gap Permeance, cogging torque, finite-element method, saturation.

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Recherche en Electrotechnique de l'Ecole Nationale Polytechnique, sous la direction de Mr le Professeur Rachid. IBTIOUEN qui, nous tenons à remercier, et avec qui nous avons eu l'honneur de travailler. Ses conseils et ses orientations nous ont été d'un grand apport pour l'aboutissement de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de notre reconnaissance ainsi que notre sincère gratitude.

Nous remercions Monsieur Kamel BOUGHRARA, d'avoir accepté de codiriger ce travail de mémoire. Nous tenons à lui exprimer notre haute reconnaissance pour son aide, ses conseils, et tout le temps qu'il a consacré pour nous, Sa contribution scientifique a été très fructueuse dans l'avancement de ce travail.

Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à Monsieur Omar Touhami, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, pour l'honneur qu'il nous fait de présider le jury de soutenance. Nous ne saurions omettre de reconnaître sa disponibilité à chaque sollicitation.

Que Monsieur Saïd Mekhtoub, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique, soit convaincu de notre sincère reconnaissance pour avoir accepté d'examiner et critiquer ce mémoire.

Dédicaces

A mes très chers parents

A mes frères Nasser & Sami

A mes sœurs

A mes oncles sans oublier Ali

A tous mes amis qui m'aiment et qui m'apprécient

A toutes celles et tous ceux qui me sont chers

Samir

A mon très cher grand père

A mes très chers parents

A mes frères & sœur

A mes oncles

A tous mes amis (es) qui m'aiment et qui m'apprécient

A toutes celles et tous ceux qui me sont chers

A.malek

Sommaire

Introduction Générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Machines synchrones à aimants permanents

I.1. Introduction.....	3
I.2. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les Machines Synchrones à Aimants Permanents	3
I.3. Les différents types de matériaux pour aimants	4
I.3.1. Les aimants métalliques.....	5
I.3.2. Les ferrites	5
I.3.3. Terre rares.....	5
I.3.3.1. Samarium Cobalt (SmCo)	6
I.3.3.2. Neodyme-Fer-Bore	6
I.4. Structures des inducteurs des machines synchrones à aimants.....	8
I.4.1. Inducteurs à pôles lisses.....	8
I.4.2. Inducteurs à pôles saillants.....	8
I.4.2.1. Structures avec pièces polaires et concentration de flux	9
I.4.2.2. Structures avec pièces polaires sans concentration de flux	9
I.4.2.3. Structures à aimants insérés dans l'armature rotorique.....	9
I.4.2.4. Structures à aimants internes	9
I.5. Fonctionnement en mode synchrone autopiloté	13
a) Commutateur de courants.....	13
b) Onduleur de tension contrôlé en courant.....	14
I.5.1. Inconvénients du fonctionnement autopiloté.....	14
I.6. Avantages des machines synchrones à aimants permanents.....	14
I.7. Domaine d'application	15
I.8. Conclusion	15

Chapitre II : Modèle électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique

II.1. Introduction	16
II.2. Modélisation électromagnétique du type de machine étudiée	16
II.2.1. Equations de Maxwell	18
II.2.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique	19
II.2.3. Formulation en potentiel scalaire magnétique.....	20
II.2.4. Hypothèses et modèle d'étude	20
II.3. Modèle Analytique	22
II.3.1. Modélisation des sources	23
II.3.1.1. Modèle des aimants	23
II.3.1.2. Modèles des courantes sources	26
II.4. Détermination des potentiels vecteurs	31
II.4.1. Potentiel vecteur créé par les aimants	31
II.4.2. Potentiel créé par les courants statoriques	33
II.5. Détermination des performances de la machine	34
II.5.1. Induction magnétique	34
II.5.2. Expression de la force électromotrice	34
II.5.3. Détermination des expressions des couples.....	35
II.6. Analyse des performances électromagnétiques	36
II.6.1. Distribution du champ magnétique.....	37
II.6.2. Analyse de la FEM et du couple électromagnétique	37
II.6.2.1. Influence de l'épaisseur des aimants	38
II.6.2.2. Influence de l'ouverture des aimants	39
II.7. Conclusion	43

Chapitre III : Calcul des grandeurs électromagnétiques de la machine pour un stator encoché

III.1. Introduction	44
III.2. L'effet d'encochage sur la distribution du champ magnétique	44
III.3. Calcul de la perméance complexe	44
III.3.1. Transformations conformes aux encoches	44
a) Transformation du plan S au plan Z	46
b) Transformation du plan Z au plan W.....	46
c) Transformation du plan T au plan K.....	48
III.3.2. Forme du champ dans le plan S	49
III. 4. Effet des encoches statoriques.....	54
III. 4.1. Distribution de l'induction magnétique à vide	54
III.5. Calcul du couple de détente	57
III.5.1. Tenseur des contraintes de Maxwell	57
III.5.2. Avec la loi de Maxwell.....	58
III.6. Calcul de la force électromotrice	59
III.7. Conclusion.....	62

Chapitre IV : Etude paramétrique

IV.1. Introduction	63
IV.2. Influence des paramètres géométriques de la machine	63
IV.2.1 Influence de l'ouverture de l'encoche	63
IV.2.2. Influence de l'épaisseur des aimants.....	65
IV.2.3. Influence de l'ouverture des aimants	65
IV.3. Etude du couple de détente	67
IV.3. 1. Influence de l'aimantation.....	67
IV.3. 2. Influence de l'ouverture des aimants	67
IV.3. 3. Influence de l'épaisseur des aimants	69
IV.3. 4. Influence de l'entrefer.....	69
IV.3. 5. Influence de l'ouverture des encoches	69
IV.4. Conclusion	71

Chapitre V : Modélisation par éléments finis de machines à aimants montés
sur la surface rotorique

V.1. Introduction	72
V.2. Modélisation par éléments finis	73
V.3. Présentation de l'outil de calcul utilisé.....	75
V.4. Validation des modèles analytiques	76
V.5. Etat magnétique des machines étudiées	79
V. 5. 1. Distribution du champ créé par les courants sources.....	79
V. 5. 2. Etat de la saturation	81
V.6. Conclusion.....	84
Conclusion Générale	85
Bibliographie.....	87

Introduction Générale

Le domaine de la conversion de l'énergie électrique est marqué par le développement de l'électronique et de la micro-électronique. Les composants de l'électronique de puissance ont subi une grande évolution et ont vu leurs performances (tenue en tension et en courant, fréquences d'utilisation, rapidité de commutation ...) augmenter fortement [1], [2].

Cette évolution a permis de concevoir des convertisseurs statiques capables d'alimenter en fréquence variable les moteurs à courant alternatif. De plus, l'arrivée sur le marché, des matériaux magnétiques (aimants permanents modernes) dont les caractéristiques se sont améliorées en terme de performance et de prix, a permis l'essor de la machine synchrone. En effet la mise en place des aimants permanents au rotor pour créer le champ inducteur, a permis la suppression des contacts glissants ainsi que les dispositifs à diodes tournantes nécessaires aux rotors bobinés. Les machines synchrones à aimants sont caractérisées par un couple massique et un couple volumique importants comparativement aux machines classiques [3].

Plusieurs structures d'inducteurs de machines synchrones à aimants sont envisageables. Cette diversité porte beaucoup plus sur la nuance d'aimants, ainsi que sur leur disposition au niveau du rotor [4]. Le choix entre ces différentes structures d'inducteurs est, le plus souvent, imposé par des contraintes technologiques et par la possibilité d'améliorer les performances en couple massique [5], en fiabilité et en comportement dynamique et statique. Les structures à rotor lisse sont très bien adaptées pour les systèmes utilisant la commande par orientation de flux.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à l'étude d'une machine à aimants permanents montés sur la surface rotorique avec un stator classique encoché. Les aimants sont de type $N_d F_e B$ à aimantation radiale et parallèle.

L'objectif de notre travail est de pré-dimensionner la structure étudiée et d'effectuer une comparaison des résultats obtenus en utilisant deux méthodes de résolution des équations de propagation du champ électromagnétique : la méthode analytique et la méthode des éléments finis afin de sélectionner les structures les plus performantes. Les calculs sont effectués sous des critères mécaniques et thermiques fixés.

Dans le premier chapitre de notre mémoire, on présente les différents matériaux pour aimants permanents utilisés dans les machines synchrones ainsi que les différents types d'inducteurs de ces dernières. Nous rappelons les avantages de la machine excitée par des aimants par rapport à une excitation classique.

Au deuxième chapitre, on développe, sous des hypothèses concordantes, un modèle d'étude bidimensionnel basé sur la résolution analytique des équations de Maxwell afin de calculer les champs magnétiques dus aux aimants et aux courants.

Au troisième chapitre de notre mémoire, on utilise une technique de transformation, dite de transformations conformes, pour déterminer les grandeurs électromagnétiques de la machine étudiée dans le plan réel après avoir calculé la perméance complexe due à la présence des encoches statoriques. Puis on exploite les solutions analytiques des grandeurs obtenues pour analyser l'influence des paramètres géométriques de la machine sur ses performances.

Dans le dernier chapitre, un modèle en 2D, utilisant les éléments finis afin de tenir compte de la structure réelle de la machine est présenté. Il est exploité pour analyser l'état de saturation des structures envisagées.

Chapitre I

Machines synchrones à aimants

Permanents

I.1. Introduction

Les performances de plus en plus élevées, le prix de revient compétitif, et les avantages que présentent les matériaux pour aimants permanents récents au niveau des systèmes électromagnétiques font d'eux un élément de base dans l'industrie moderne. L'évolution des matériaux pour aimant suit pratiquement une courbe exponentielle [5].

Les matériaux pour aimants sont des substances ferromagnétiques ou ferrimagnétiques, leur aimantation subsiste même en présence de champs extérieurs défavorables car leur champ coercitif est assez important. Le meilleur des matériaux pour aimants, du point de vue magnétique, est celui qui possède, non seulement une induction rémanente (B_r) élevée, mais également un champ coercitif (H_c) le plus important (large cycle d'hystérésis). Les points représentatifs de l'état du matériau pour aimants se situent dans le deuxième quadrant du diagramme B (H) (Fig. I. 2). La connaissance de la courbe de désaimantation d'un aimant est fondamentale en vue d'une application [5].

L'utilisation d'aimants modernes dans les machines, associées aux convertisseurs statiques, est de plus en plus adoptée pour les entraînements électriques. Le dispositif machine synchrone à aimant autopilotée constitue l'une des solutions largement employées [4].

I.2. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les Machines Synchrones à Aimants Permanents

L'industrie des aimants permanents offre plusieurs catégories de matériaux qui se différencient par les procédés de leurs obtentions. Ces procédés ont un effet direct sur leurs caractéristiques magnétiques et mécaniques. Ces différences conduisent, selon l'application, à un choix d'un type d'aimant qui résulte le plus souvent de critères technico-économiques [4]. Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B-H (Fig.I-2).

En ce qui concerne les aimants, les trois paramètres essentiels pour les machines électriques sont :

- l'induction rémanente B_r , qui indique les performances potentielles des aimants (plus B_r est important, plus l'aimant est performant).

- Le champ coercitif H_c qui donne un premier ordre de grandeur de mesure de la résistance de l'aimant à la démagnétisation durant les démarrages, les courts-circuits ... etc. Le champ limite admissible est celui pour lequel on peut faire travailler un aimant sous des conditions de fonctionnement variables sans que celui-ci perde une part importante de son aimantation de départ [5].
- Le troisième paramètre est le "produit d'énergie" $(-B.H)_{\max}$. Cette énergie est disponible pour une utilisation dans l'espace qui environne l'aimant. Elle définit une sorte "d'énergie spécifique" [5], [6].

Ceux sont, ces trois dernières grandeurs qui permettent de classer les aimants permanents. Néanmoins suivant l'application envisagée, d'autres critères portant sur les propriétés mécaniques et physico-chimiques, en dehors du coût et des difficultés d'usage, sont parfois déterminants dans le choix des matériaux pour aimants.

En effet, la plupart des aimants performants présentent une difficulté d'usage et l'obtention d'un bon état de surface est onéreuse. De plus, le point de Curie est un facteur qu'il faut prendre en considération. La température limite joue un grand rôle dans la stabilité et la performance des aimants.

Au niveau des machines électriques, l'excitation par aimants performants supprime tout paramètre de réglage. Ces derniers permettent en général (mis à part le N_dFeB) d'atteindre des températures supérieures à celles tolérées par les bobines.

I.3. Les différents types de matériaux pour aimants

Il existe aujourd'hui, principalement, trois familles de matériaux conduisant à l'essentiel des applications sur le marché des aimants permanents. Ces trois familles sont dans l'ordre d'apparition : les aimants métalliques, les ferrites et les terre rares [5], [7].

I.3.1. Les aimants métalliques

Il existe plusieurs types d'aimants métalliques ; les plus intéressants pour être utilisés dans les machines électriques sont ceux du type alliages ALINCO (alliage Fer-Aluminium-Nickel-Cobalt). Les ALINCO, sont durs et fragiles. Leur induction rémanente B_r est relativement élevée ; cependant la faible valeur de leur champ coercitif rend difficile leur utilisation au niveau des machines électriques. Le plus grave inconvénient est qu'en cours de fonctionnement, ils nécessitent généralement une réaimantation [5].

I.3.2. Les ferrites

Ce sont des matériaux pour aimants permanents d'usage fréquent. Ce sont des mélanges d'oxydes de Fer et d'oxydes de Baryum ou de Strontium dont la densité d'énergie peut atteindre 50 kJ/m^3 . Ces matériaux céramiques présentent une induction rémanente relativement réduite, comprise entre 0,3 T et 0,4 T pour un champ coercitif largement supérieur à celui des ALNICO (Fig. I. 1) [8] ce qui leur confère une bonne résistance à la démagnétisation. Leurs prix de revient, relativement bas, offre la possibilité d'envisager leurs utilisations comme inducteurs de machines électriques de faible puissance [4].

L'utilisation des ferrites dans les machines électriques conduit généralement à des couples faibles. Les ferrites sont généralement utilisées là où le critère de la puissance volumique n'est pas prépondérant [5].

I.3.3. Terre rares

Les terres rares sont les meilleurs matériaux pour aimants performants [5]. Ils paraissent très bien appropriés pour les machines électriques. Leur coût encore élevé, a tendance à freiner l'extension de leur utilisation. Néanmoins des solutions intermédiaires apparaissent avec les Palsto-Neodyme. C'est un mélange de Neodyme-Fer-Bore avec un liant plastique. Cette matière permet de réaliser des pièces moulées, ce qui facilite l'assemblage et diminue le nombre de pièces mécanique [6].

I.3.3.1. Samarium Cobalt (SmCo)

Les aimants de type Samarium-Cobalt sont connus dans le milieu industriel principalement sous deux formes, SmCo_5 et $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$. Ils présentent à l'état massif des propriétés très intéressantes. Tout d'abord, leur comportement magnétique est remarquable : le SmCo_5 possède un champ coercitif très élevé de l'ordre de 2000 kA/m, ce qui en fait un aimant résistant à la désaimantation. Pour $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, ce champ est de 1000 kA/m, ce qui est excellent également. Leurs aimantations rémanentes sont respectivement de 0,9 T et de 1,15 T.

Les moteurs à aimants du type ferrites sont moins coûteux que les moteurs à aimants du type SmCo, mais aussi moins performants [5].

I.3.3.2. Neodyme-Fer-Bore

Le Neodyme-Fer-Bore est le type d'aimants le plus récent. Sa première utilisation remonte à 1985. Dans un court intervalle de temps, il a prit plus d'ampleur au niveau de sa production. Le NdFeB est presque le matériau idéal pour les excitations des machines électriques. L'induction qu'il permet de produire dans l'entrefer est importante, son champ coercitif est élevé [5].

Ils sont constitués essentiellement de $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$. Ils sont moins coûteux que les Samarium-Cobalt et présentent des propriétés magnétiques supérieures. Leur produit d'énergie volumique $(-B.H)_{\max}$ atteint 400 kJ/m^3 à température ambiante. L'inconvénient principal de ce type d'aimant est qu'ils sont peu utilisables à des températures supérieures à 100°C et sont très sensibles à l'oxydation de l'air.

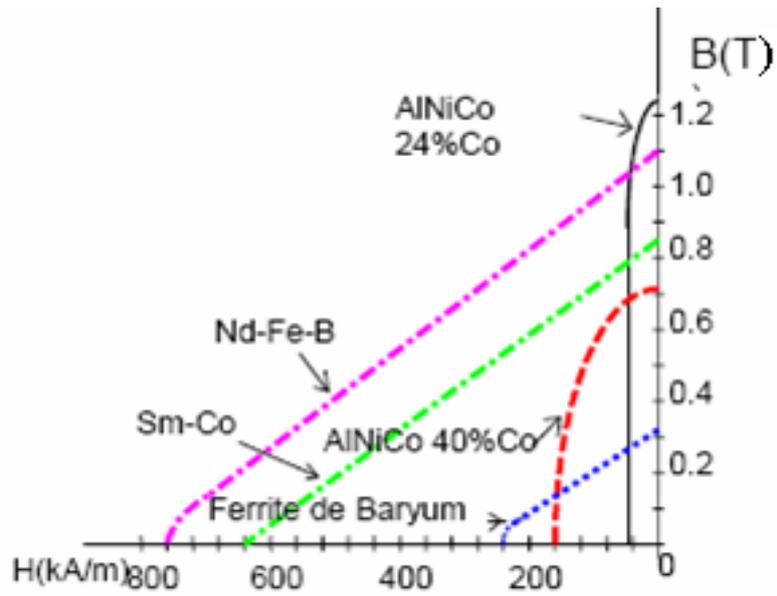


Fig. I. 1 : Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants [1].

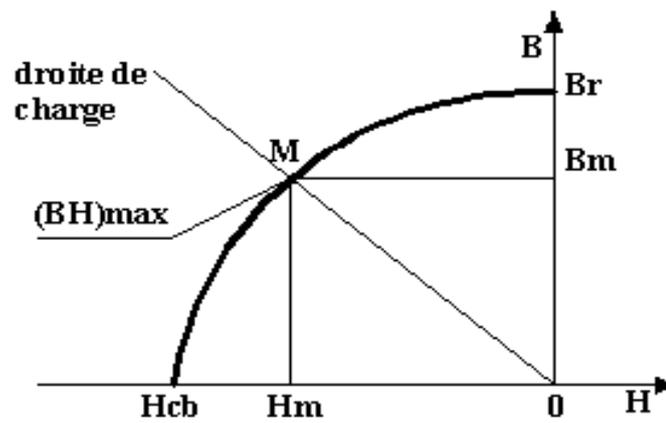


Fig. I. 2: Courbe de désaimantation des aimants [1].

I.4. Structures des inducteurs des machines synchrones à aimants

Les différents types de machines synchrones à aimants ne se distinguent que par leurs inducteurs. Les aimants peuvent être montés en surface, insérés ou enfouis dans le fer. Dans tous les cas, le stator reste, au moins dans son principe, le même. Il est souvent constitué d'un enroulement bobiné réparti dans les encoches du circuit magnétique statorique. Ce circuit magnétique est constitué d'un empilage de tôles dans lesquelles sont découpées des encoches parallèles à l'axe de la machine.

On peut distinguer les machines synchrones à aimants permanents via deux grandes catégories d'inducteurs qui peuvent être à « pôles lisses » ou à « pôles saillants ».

I.4.1. Inducteurs à pôles lisses

La majorité des machines synchrones à aimants sont à aimants montés directement sur la surface du rotor. Les aimants sont plaqués sur un noyau magnétique et fixés grâce à des frettes au niveau de l'entrefer. Ces aimants peuvent avoir une aimantation radiale (Fig. I.4.a), azimutale (Fig. I.4.b) ou mixte (Fig. I.4.c); parfois, on rencontre une aimantation inclinée [5].

Les paramètres qui influent sur les performances de ce type de machines sont le sens de l'aimantation, l'épaisseur de l'aimant, son ouverture sur un pas polaire, l'épaisseur de l'entrefer, le type de matériaux utilisé, le mode d'alimentation adopté et la densité de courant injectée au niveau des encoches statoriques. La distribution de l'induction au niveau de l'entrefer varie fortement suivant le type d'inducteur [4].

I.4.2. Inducteurs à pôles saillants

La saillance permet en principe d'augmenter le couple et d'améliorer les performances de la machine tout en réduisant le volume des aimants [4].

On distingue plusieurs catégories d'inducteurs à pôles saillants.

I.4.2.1. Structures avec pièces polaires et concentration de flux

Les aimants sont logés entre les pièces polaires et leur aimantation est transversale. Ces structures permettent d'améliorer le niveau de l'induction dans l'entrefer grâce aux pièces polaires surtout pour les inducteurs constitués d'aimants présentant une faible induction rémanente telles que les ferrites [4]. Ces structures peuvent être différenciées entre elles par le sens de l'aimantation (Fig. I.4-a), ou par la disposition des pièces polaires (Fig. I.4-b).

Le principe de la concentration de flux réside dans le fait que la surface moyenne qui reçoit le flux au niveau de l'entrefer, est inférieure à celle de l'aimant qui engendre ce flux. Ainsi l'induction dans l'entrefer devient supérieure à celle de l'aimant. Pour ces structures on cherche donc à accentuer l'effet de concentration de flux [5].

I.4.2.2. Structures avec pièces polaires sans concentration de flux

Les aimants sont montés entre des pièces polaires (machines dites de structure APP). Les aimants sont généralement à aimantation radiale. Un exemple de réalisation est montré dans (Fig. I. 6) avec des aimants insérés dans un paquet de tôles magnétiques découpées spécialement à cet effet.

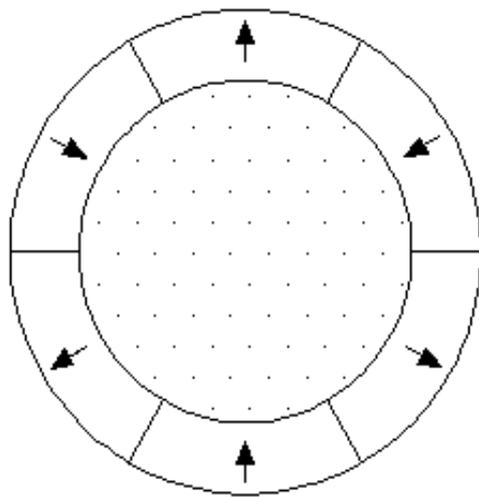
I.4.2.3. Structures à aimants insérés dans l'armature rotorique

Les aimants à aimantation radiale sont insérés entre les dents rotoriques et débouchent sur l'entrefer (Fig. I.7). Ce type de structures, outre la simplicité de sa réalisation, permet d'augmenter le couple tout en diminuant le volume des aimants. Le couple, dans ce cas, est la résultante d'un couple d'interaction et d'un couple de reluctance [4] en dehors du couple de détente.

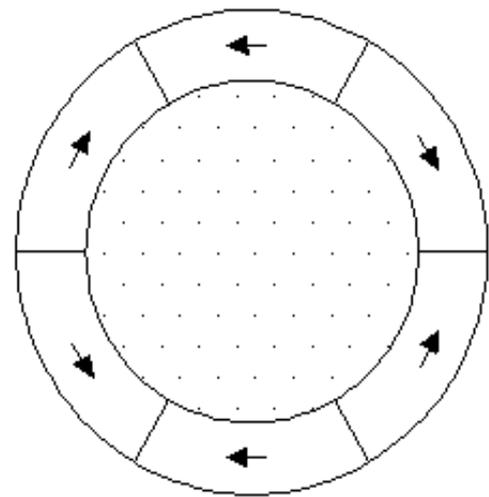
I.4.2.4. Structures à aimants internes

Ce sont des inducteurs à géométrie complexe. Les aimants sont logés à l'intérieur du rotor (Fig. I.8). Il existe toute une variété de configurations [4]. Ces structures offrent un certain nombre d'avantages parmi lesquels:

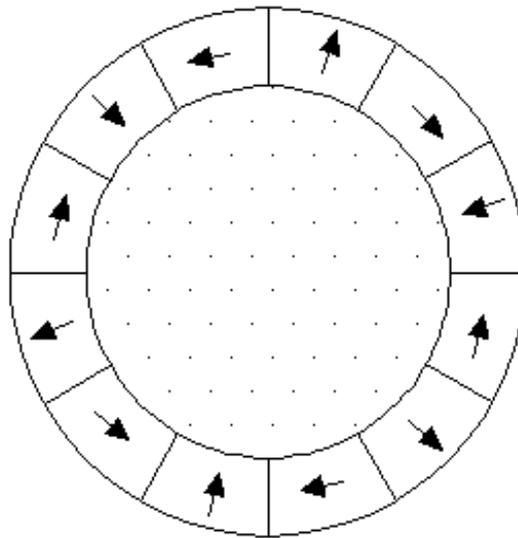
- des rotors robustes qui permettent de plus grandes vitesses de rotation.
- Une adaptation à des puissances plus importantes.
- De bonnes performances, selon la littérature, surtout avec les aimants du type N_dFeB [5].



a- Aimantation radiale

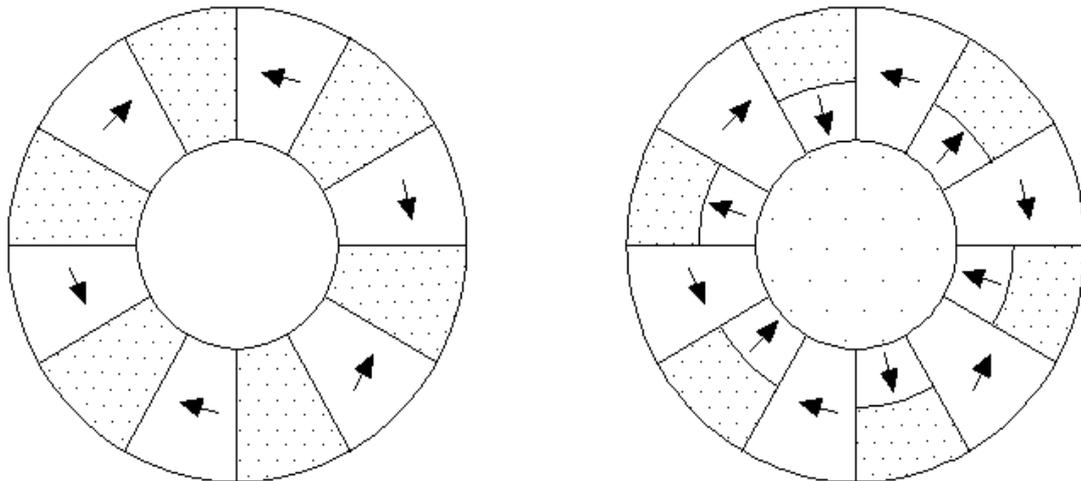


b- Aimantation azimuthale



c- Aimantation mixte

Fig. I.4 : Structures à pôles lisse



a- Pièces polaires et aimantation
azimutale.

b- Combinaison d'aimantation radiale et
azimutale.

Fig. I-5 : Structures avec pièces polaires et concentration de flux.

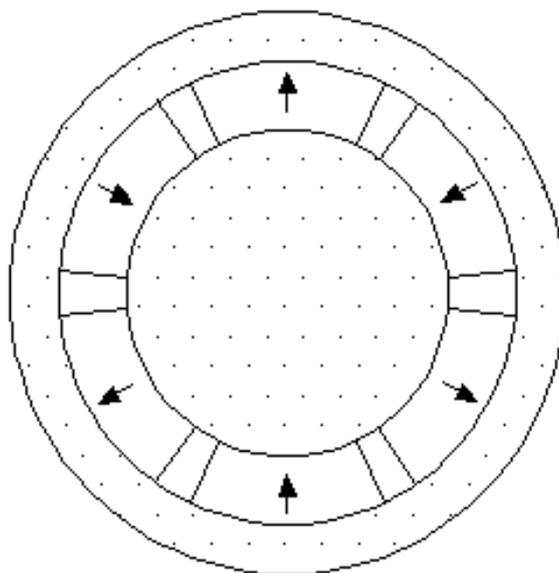


Fig. II.6 : Structure avec pièces polaires sans concentration de flux [4]

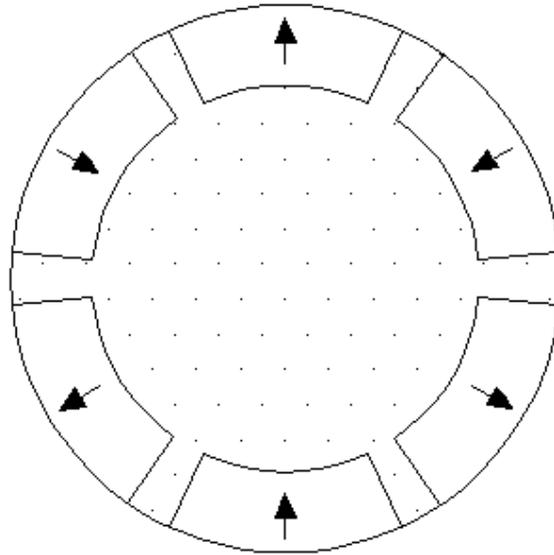


Fig. I.7 : Structure à aimants insérés dans l'armature rotorique

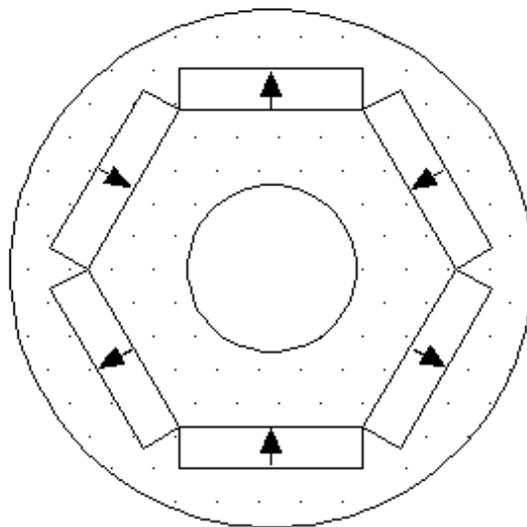


Fig. I.8 : Structure à aimants internes.

I.5. Fonctionnement en mode synchrone autopiloté

L'autopilotage de la machine synchrone et sa commande en couple, à vitesse variable, conduisent à un fonctionnement analogue à celui des machines à courant continu, classiques. Le principe de l'autopilotage est d'asservir la vitesse du champ statorique à celle du rotor en maintenant un angle constant entre les deux. Cet angle s'appelle angle d'autopilotage (angle interne de la machine souvent noté δ).

L'alimentation et l'autopilotage des machines synchrones ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche dont le but est d'obtenir un couple uniforme et constant dans une grande gamme de vitesse et, d'établir une commande simple par microprocesseur pour concurrencer les moteurs à courant continu. On peut classer, en première approche, ces machines en deux familles selon l'allure des f.é.m. :

- Les machines à courant continu sans collecteurs (Brushless DC Motor) dites à f.é.m. trapézoïdales pour lesquelles la forme de courant la plus appropriée (celle qui minimise les ondulations sur le couple) est de type créneaux à 120° ,
- les machines dites à f.é.m. sinusoïdales. Celles-ci sont constituées d'un bobinage dont les spires sont réparties de manière à ce que la densité de courant, aux discontinuités des encoches près, suive une évolution sinusoïdale [MLI]. La forme du courant la plus appropriée est la forme sinusoïdale.

Deux types de structures de convertisseurs statiques permettent de réaliser ce mode d'alimentation : les commutateurs de courants et les onduleurs de tension contrôlés en courant. [5] :

a. Commutateur de courants

Ce sont des convertisseurs statiques relativement simples à réaliser, on assure leur commutation par les tensions aux bornes de la machine. Cependant, pour que cette commutation ait lieu, il faut qu'au moment où elle se produit, le courant soit déphasé en avant par rapport à la fém. Une procédure de contrôle particulière est nécessaire pour le démarrage et pour les faibles vitesses.

b. Onduleur de tension contrôlé en courant

L'association d'un onduleur de tension contrôlé en courant et d'une machine synchrone à aimant ne comportant pas de possibilités de circulation de courants induit au rotor, autorise d'excellentes performances en régime dynamique limitées uniquement par la constante de temps électrique de l'induit et la technique de contrôle employée.

I.5.1. Inconvénients du fonctionnement autopiloté

Le grand inconvénient est l'ondulation du couple dû à :

- la forme d'onde de l'induction dans l'entrefer, sachant que cette induction est fonction de la structure de l'inducteur. Cependant, on peut réduire ces ondulations en choisissant un bon type d'inducteur avec prise en compte du mode d'alimentation.
- la reluctance introduite par la denture statorique. On peut réduire cet effet par utilisation de machines à enroulements dans l'entrefer.
- Au mode d'alimentation adopté. Ainsi, pour réduire les ondulations dues à l'alimentation on améliore la commande en utilisant des techniques de contrôle de plus en plus performantes.

I.6. Avantages des machines synchrones à aimants permanents

Les avantages associés à l'utilisation des machines asynchrones et synchrones à aimants permanents ne sont pas à démontrer en termes de robustesse et de fiabilité. Aujourd'hui, avec le progrès actuel des aimants permanents, le moteur synchrone est de plus en plus utilisé dans les systèmes d'entraînement à vitesse variable, à hautes performances. Son choix dans ce domaine est devenu attractif et concurrent par rapport aux moteurs à courant continu et aux moteurs asynchrones. Cela est dû principalement à ses avantages multiples. On cite principalement [9] :

- Facteur de puissance et rendement élevés par rapport à ceux des moteurs asynchrones.
- Robustesse incontestée par rapport au moteur à courant continu.
- Puissance massique élevée et précision de sa commande.
- Développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance de

calcul, surmontant ainsi le problème de l'implantation d'algorithmes de commande de l'onduleur assurant l'auto pilotage du MASP.

- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contacts bagues-balais dans ces machines.
- Aucune source d'énergie externe n'est nécessaire (rusticité des aimants).

I.7. Domaine d'application

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance, allant de centaines de Watts (servomoteurs) à plusieurs mégaWatts (systèmes de propulsion des navires), dans des applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation l'entraînement à vitesse variable, et la traction.

- Il fonctionne comme compensateur synchrone.
- Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges.
- L'existence de champ magnétique en l'absence de courant est mise à profit pour la réalisation des capteurs, par exemple des capteurs de proximité.

I.8. Conclusion

L'utilisation optimale du matériau ferromagnétique pour la conception des machines électriques relève toujours du compromis entre ses propriétés magnétiques, thermiques, mécaniques et le coût de la production totale.

Les performances des machines synchrones à aimants dépendent essentiellement de l'inducteur qui détermine la forme de l'induction au niveau de l'entrefer, du volume, de la structure et du type d'aimants utilisés.

On a présenté dans ce chapitre la machine synchrone à aimants permanents, ses avantages et ses domaines d'application. Dans notre travail nous nous intéressons aux machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique. Ce type de machines présente généralement un large entrefer magnétique. Ces machines nécessitent donc l'utilisation d'aimants très performants (**Neodyme-Fer-Bore**).

Chapitre II

**Modèle électromagnétique des machines
synchrones à aimants permanents montés
sur la surface rotorique**

II.1. Introduction

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporelle du champ magnétique. Bien que l'aspect électrostatique intervienne (les isolants par exemple), il ne présente pas le même degré d'acuité que les aspects magnétiques pour le fonctionnement. Le champ magnétique dans les machines électriques a un rôle très important, car son calcul affecte directement la taille et les performances de la machine. Il y a deux types de sources communes du champ magnétique, celui créé par le courant de l'enroulement statorique et celui des aimants permanents montés sur la surface rotorique.

Dans ce chapitre nous présentons un modèle analytique pour le calcul électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique.

II.2. Modélisation électromagnétique du type de machine étudiée

Le type de machines que nous abordons dans notre travail (Fig. II.1), est celui des machines à aimants montés sur la surface du rotor. Ces machines sont constituées de deux parties bien distinctes :

- Le stator : Il est de forme cylindrique, constitué par un empilement de tôles en matériau ferromagnétique et il comporte un bobinage triphasé classique. Les conducteurs sont logés dans des encoches régulièrement réparties le long de l'entrefer.
- Le rotor : Celui-ci comporte des aimants montés sur sa surface. Chaque pôle est constitué d'un nombre donné de blocs aimantés qui sont fixés à l'aide de frettes amagnétiques sur l'arbre de la machine. Ce dernier peut être constitué soit d'une seule pièce massive soit d'un circuit magnétique feuilleté. L'aimantation dans ce type de machines peut être, radiale, parallèle ou sinusoïdale, (Fig. II. 2). En pratique, l'aimantation sinusoïdale est approximée en subdivisant chaque pôle en un certain nombre de blocs dont l'aimantation est inclinée d'un angle, mesurée en degrés électriques, correspondant à la position du bloc dans le pôle [3], [10].

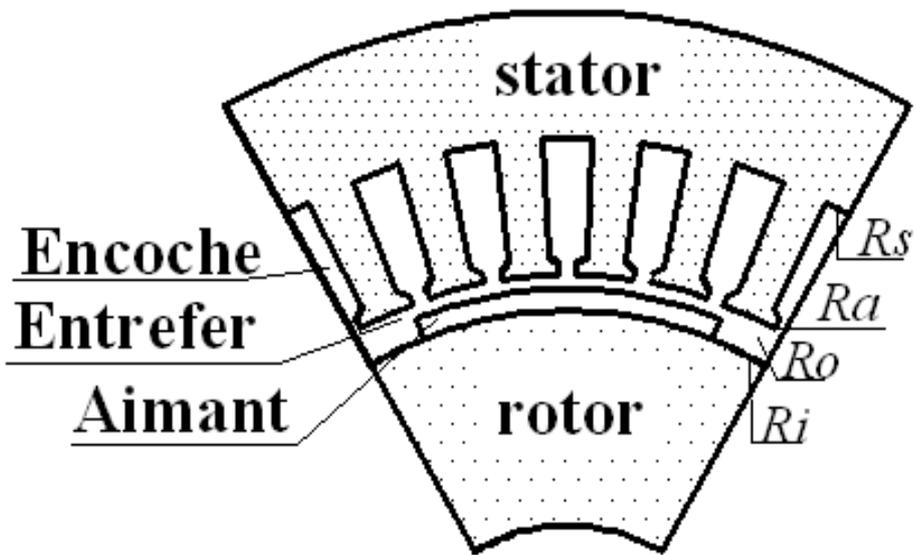
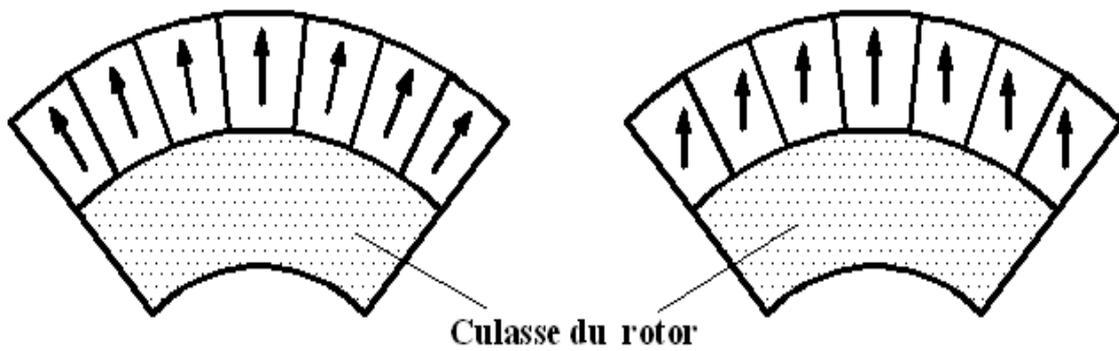
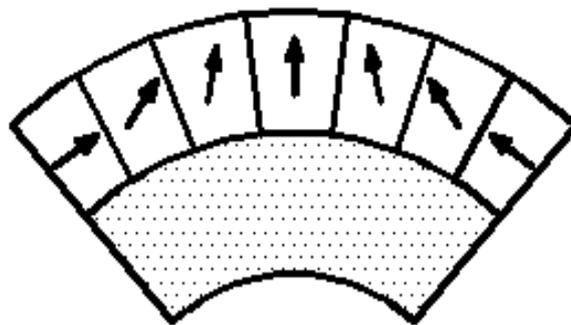


Fig. II.1 Structure d'une machine synchrone à aimants.



a. aimantation radiale.

b. aimantation parallèle.



a. aimantation sinusoïdale

Fig. II. 2. Différentes types d'aimantation.

II.2.1. Equations de Maxwell

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporels du champ magnétique. L'analyse de ces phénomènes conduit à la résolution des équations de Maxwell dans un domaine tridimensionnel. En général, la modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents s'effectue à partir d'un modèle magnétostatique justifié par la nature des phénomènes électromagnétique. Celle-ci est traduite par les équations suivantes [3], [5], [8], [10], [11]:

- Conservation de flux magnétique : $div(\vec{B}) = 0$ (II.1)

- Les deux équations de couplage :

Equation de Maxwell-Ampère $rot(\vec{H}) = \vec{j}$ (II.2)

Equation de Maxwell-Faraday $rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (II.3)

- Propriétés des matériaux et des milieux

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (II.4)$$

Où μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide et μ_r la perméabilité relative du milieu considéré.

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques, possèdent une caractéristique de désaimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation [10].

Pour les milieux aimantés cette dernière équation est donnée par

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{M} \quad (II.5)$$

Où \vec{B} , \vec{H} , \vec{j} , \vec{E} et \vec{M} désignent respectivement l'induction magnétique, l'excitation magnétique, la densité volumique de courant, le champ électrique et l'aimantation des aimants (induction rémanente en présence des aimants).

II.2.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique

La formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} est utilisée lorsque les sources de champ sont des densités de courantes sources \vec{J} . L'équation (II.1) entraîne l'existence d'un potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que [2], [10] :

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (\text{II. 6})$$

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique et la combinaison des équations (II.1) à (II.5) (II.6) donnent l'équation générale de répartition du potentiel qui est décrite par l'expression suivante :

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\vec{A}\right) = \vec{J} + \text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\vec{M}\right) \quad (\text{II. 7})$$

On a

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\vec{A}\right) = \text{grad}\left(\text{div}(\vec{A})\right) - \Delta(\vec{A})$$

Dont l'unicité est assurée en imposant $\text{div}(\vec{A}) = 0$, appelée la jauge de **Coulomb** [2], [10].

Donc

$$\Delta(\vec{A}) = -\vec{J} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta\right)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = -\vec{J} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta\right) \quad (\text{II. 8})$$

Où M_r, M_θ représentent respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation.

Si on néglige les courants induits dans la zone des aimants, l'équation (II. 8) s'écrirait en coordonnées polaires, comme suit :

- Dans la région des aimants

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta\right) \quad (\text{II. 9})$$

- Dans l'entrefer :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II. 10})$$

Le calcul du champ revient donc à résoudre des équations aux dérivées partielles du potentiel vecteur dans l'intervalle $[R_i, R_s]$. Le principe de la méthode de résolution consiste à rechercher les expressions analytiques du potentiel vecteur dans les différentes zones du domaine d'étude. Les champs produits par les différentes sources, fonctions de la variable d'espace et du temps (θ, t) , sont calculés séparément.

II.2.3. Formulation en potentiel scalaire magnétique

Cette formulation est adaptée surtout lorsque l'excitation est engendrée par des aimants ou par un champ extérieur appliqué à une partie du domaine [3]. Dans ces conditions l'équation (II.2) s'écrit

$$\text{rot}(\vec{H}) = 0 \quad (\text{II. 11})$$

Ce qui entraîne l'existence d'un potentiel scalaire magnétique ψ tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}}(\psi) \quad (\text{II. 12})$$

La combinaison de (II.1), (II.5) et (II.9) conduit à l'équation générale suivante :

$$\text{div}(\mu \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\psi)) = \text{div}(\vec{M}) \quad (\text{II. 13})$$

Dont l'association à des conditions aux limites, appropriées au domaine d'étude, permet de déterminer la distribution du champ magnétique [2], [3]. Cette formulation est très utilisée pour des calculs de champ en trois dimensions afin de déterminer les effets d'extrémités et les inductances de fuite des têtes de bobines dans les machines électriques.

II.2.4. Hypothèses et modèle d'étude

Le modèle d'étude est bidimensionnel. Ceci simplifie considérablement le problème d'optimisation de cette structure. La machine étudiée est donc supposée suffisamment longue pour que les effets de l'extrémité puissent être négligés et que l'étude puisse être effectuée dans un plan radial [3]. Le potentiel vecteur \vec{A} et la densité de courant \vec{j}_s n'auront dans ce cas qu'une seule composante dirigée suivant l'axe (Oz) de sorte que :

$$\vec{j}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j_s(x, y) \end{bmatrix}, \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A(x, y) \end{bmatrix} \text{ et } \vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Les expressions des inductions radiales et tangentielles se déduisent par :

$$B_r = \frac{\partial A(r, \theta)}{r \partial \theta} \quad \text{et} \quad B_\theta = -\frac{\partial A(r, \theta)}{\partial r} \quad (\text{II.15})$$

Pour définir la répartition du champ, plusieurs méthodes de résolution ont été proposées. Parmi ces méthodes les plus répandues, il y a celles qui utilisent les développements en série de Fourier des courantes sources; les aimants étant modélisés par des densités fictives de courants [2], [10].

Pour analyser les performances de la structure étudiée suivant l'objectif visé, nous adoptons les hypothèses simplificatrices :

- Modèle bidimensionnel en coordonnées polaires.
- La perméabilité du fer statorique et rotorique est supposée très grande $\mu_{fer} \rightarrow \infty$.
- Les courants de Foucault dans le Fer sont négligés par suite du feuilletage des culasses.
- La caractéristique de désaimantation de l'aimant est supposée linéaire ce qui est le cas des aimants modernes utilisés dans les machines électriques.
- On suppose que la machine est suffisamment longue pour pouvoir négliger les effets de bout et on considère que le problème est invariant par translation suivant le plan d'étude.

II.3. Modèle Analytique

Dans la modélisation adoptée. En négligeant l'effet de la denture statorique, l'entrefer magnétique (région des aimants et l'entrefer mécanique) de la machine est considéré lisse. Sous ces conditions, le domaine d'étude, dans un système en coordonnées polaires (r, θ) , est réduit à deux zones concentriques :

Zone (I), contenant les aimants, d'épaisseur $(R_i \rightarrow R_o)$.

Zone (II), entrefer mécanique, d'épaisseur $(R_o \rightarrow R_a)$.

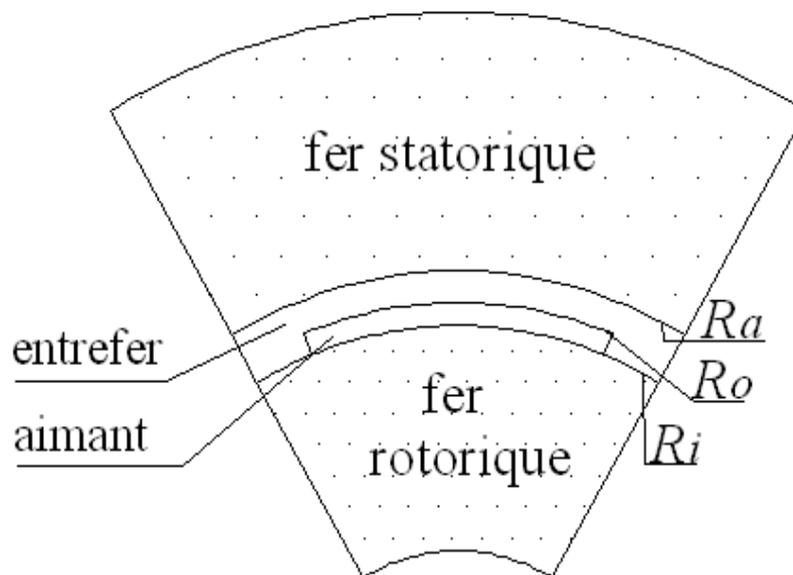


Fig. II.3. Structure étudiée sur un pas polaire

Vu que les machines électriques sont constituées des matériaux différents et comme les lignes de champs sont continues à travers la machine, il est utile de définir les conditions de passage du champ entre les interfaces communes entre deux domaines différents.

- La condition de conservation de la composante normale de l'induction magnétique qui se traduit par :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{B}_1 - \vec{n}_2 \cdot \vec{B}_2 = 0 \quad (\text{II. 16})$$

- La condition de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique donnée par :

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1 - \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 = \vec{j}_s \quad (\text{II. 17})$$

Où j_s est la densité superficielle de courants.

II.3.1. Modélisation des sources

Le potentiel vecteur \vec{A} est la résultante du potentiel vecteur créé par les aimants permanents montés sur la surface rotorique et celui créé par courants ampériens des sources ; chaque source est représentée par un modèle approprié.

II.3.1.1. Modèle des aimants

Le rotor de la machine met en œuvre $2p$ pôles identiques et symétriques constitués d'aimants sous forme de "tuiles fractionnées " ou non et portant une aimantation \vec{M} .

Les aimants permanents peuvent être représentés soit par un modèle ampérien soit par un modèle coulombien [5].

a- Représentation Ampérienne

Dans le modèle ampérien, les aimants sont équivalents à des densités superficielles de courants équivalents réparties respectivement dans le volume et sur la surface des aimants.

Puisqu'on a:
$$\text{rot}(\vec{M}) = \vec{j} \quad (\text{II.18})$$

Avec l'hypothèse d'une aimantation \vec{M} uniforme, la densité volumique de courant \vec{j} est nulle dans le modèle Ampérien :

$$\text{rot}(\vec{M}) = 0 \quad (\text{II.19})$$

L'induction produite par les aimants sera donc la même que celle engendrée par une densité superficielle de courant donnée par la relation suivante :

$$\vec{j}_s = \vec{M} \wedge \vec{n} \quad (\text{II.20})$$

Où \vec{j}_s et \vec{n} désignent respectivement la densité superficielle des courants et la normale sortante à la surface considérée. Celle-ci est répartie selon le sens de l'aimantation:

- Sur les flancs latéraux des aimants pour une aimantation radiale (Fig. II.5-a).
- Sur les surfaces interne ($R = R_i$) et externe ($R = R_o$) des aimants dans le cas d'une aimantation azimutale (Fig. II.5-b). [4].

b- Modèle Coulombien

Le champ produit par les aimants est équivalent à des densités superficielles de charges magnétiques:

$$\sigma_s = \vec{M} \cdot \vec{n} \quad (\text{II.21})$$

Où σ_s représente la conductivité électrique.

Celle-ci est répartie :

-Sur les surfaces interne ($R = R_i$) et externe ($R = R_o$) des aimants dans le cas d'une aimantation radiale (Fig. II.6-a).

-Sur les flancs latéraux des aimants pour une aimantation azimutale (Fig. II.6-b).

Mais ces représentations ne sont pas obligatoires [2], [10] dans les calculs où le vecteur de l'aimantation apparaît directement dans l'équation qui définit le vecteur potentiel (Eq. II. 9).

Le vecteur d'aimantation s'exprime, en coordonnées polaires, comme suite :

$$\vec{M} = M_r \cdot \vec{a}_r + M_\theta \cdot \vec{a}_\theta \quad (\text{II.22})$$

Où M_r, M_θ représentent respectivement, les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation qui sont exprimées comme suit :

$$\begin{cases} M_r = \sum_{n=1.2.3...}^{\infty} M_{rn} \cdot \cos(np\theta) \\ M_\theta = \sum_{n=1.2.3...}^{\infty} M_{\theta n} \cdot \sin(np\theta) \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Où p : désigne le nombre de paires de pôles, θ est l'écart angulaire relativement au centre d'un aimant et M_{rn} et $M_{\theta n}$, sont respectivement, les amplitudes des harmoniques de rang n des composantes M_r et M_θ .

Dans l'Equation (II.19), les coefficients de Fourier de rang n tel que n est pair sont nuls :

$$\begin{cases} M_{rn} = 0 \\ M_{\theta n} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Et si n est impaire

- Pour une aimantation radiale

$$\begin{aligned} M_{rn} &= \frac{4M}{\pi n} \sin\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right) \\ M_{\theta n} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

Où α_p représente l'ouverture des aimants sur un pas polaire.

- Pour une aimantation parallèle:

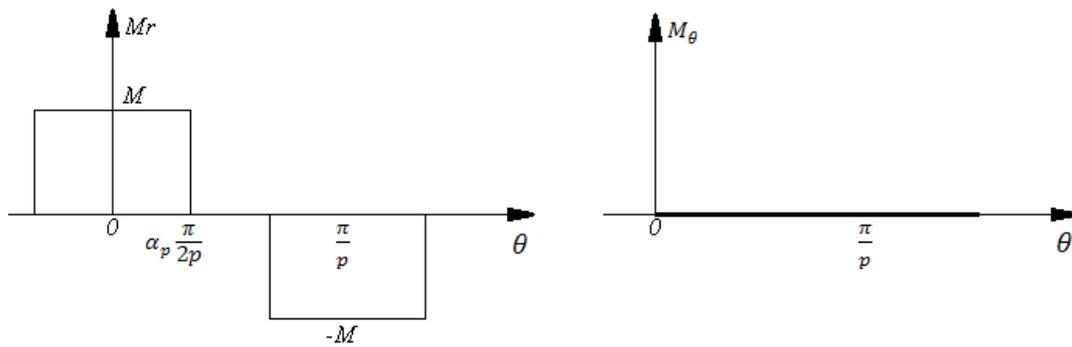
$$\begin{cases} M_{rn} = M\alpha_p(A_{1n} + A_{2n}) \\ M_{\theta n} = M\alpha_p(A_{1n} - A_{2n}) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Avec

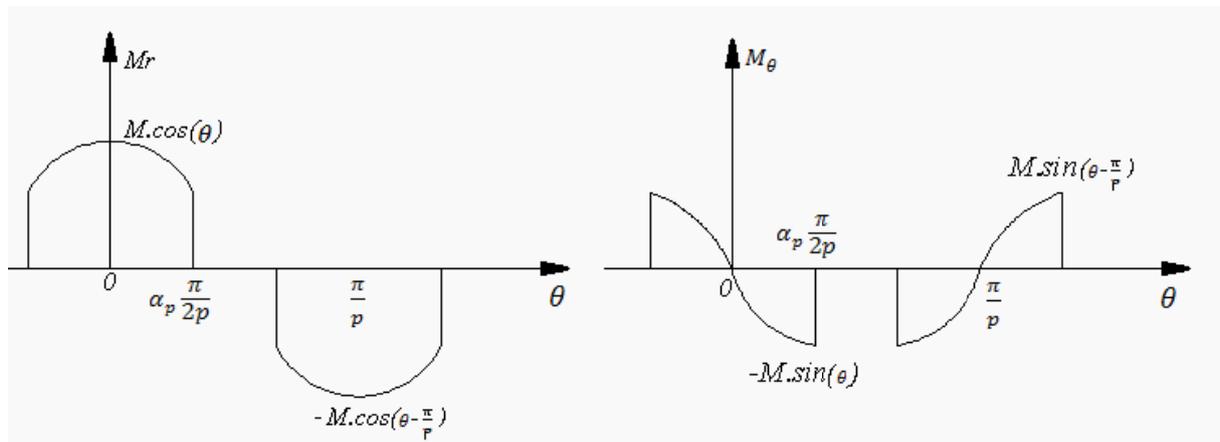
$$A_{1n} = \frac{\sin\left[(np + 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}\right]}{(np + 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}}$$

$$A_{2n} = \frac{\sin\left[(np - 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}\right]}{(np - 1)\alpha_p \frac{\pi}{2p}} \quad \text{si } np \neq 1$$

$$A_{2m} = np \quad \text{si } np = 1$$



(a)



(b)

Fig. II.4 Répartition spatiale des aimantations radiale et tangentielle M_r et M_θ
 (a) aimantation radiale, (b) aimantation parallèle

II.3.1.2. Modèles des courants sources

La machine étudiée présente trois enroulements identiques, régulièrement décalés, de $2\pi/(3p)$ dans l'espace. Si on néglige l'effet de la denture statorique, les ampères-tours injectés dans l'encoche peuvent être alors assimilés à une densité superficielle de courant placée à l'endroit de l'isthme d'encoche (Fig. II. 7).

Au niveau du stator, l'origine des angles est choisie confondue avec l'axe de symétrie d'une phase du bobinage statorique et ainsi, tous les points sont repérés par l'angle θ' . La relation entre les coordonnées statoriques (θ') et rotoriques (θ) s'écrit :

$$\theta' = \theta_0 + \theta + \Omega t$$

Où θ_0 représente le décalage initial du rotor par rapport au stator et Ω est la vitesse de rotation mécanique du rotor. Notons que tous les angles sont exprimés en radian mécanique.

L'alimentation de la machine est assurée par un onduleur de tension contrôlé en courants qui délivre des courants de forme sinusoïdale ou rectangulaire [10].

a- Alimentation sinusoïdale

Pour une alimentation sinusoïdale, les courants triphasés sinusoïdaux d'amplitude I_m sont exprimés par :

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos(\omega t) \\ i_b = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{II. 27})$$

Les densités superficielles équivalentes, définies dans le repère statorique au niveau du rayon d'alésage R_a , s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_a = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega t) \\ J_b = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega t - (n+1)\frac{2\pi}{3}) \\ J_c = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega t + (n+1)\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (\text{II. 28})$$

Où

$$J_n = \frac{4pNI_m}{\pi R_a} k_{bn}$$

N étant le nombre de spires dans une encoche et k_{bn} le coefficient de bobinage de l'enroulement statorique exprimé par [10] :

$$k_{bn} = k_{fn} k_{rn} k_{in} k_{dn} \quad (\text{II. 29})$$

Les différents coefficients sont exprimés ainsi :

- k_{fn} coefficient de filtrage :

$$k_{fn} = \frac{\sin (np\xi/2)}{(np\xi/2)}$$

Où ξ représente l'ouverture de l'encoche.

- k_{dn} coefficient de distribution :

$$k_{dn} = \frac{\sin (nqp\tau_d/2)}{q(\sin(nqp\tau_d/2))}$$

τ_d est le pas dentaire.

- k_{rn} Coefficient de raccourcissement :

$$k_{rn} = \sin \left(\frac{np\beta}{2} \right)$$

β est l'angle de raccourcissement.

- k_{in} coefficient d'inclinaison :

$$k_{in} = \frac{\sin (n\gamma_i)}{n\gamma_i}$$

γ_i représente l'angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine. La densité résultante équivalente au système de courants triphasés s'écrit alors :

$$J(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_n J_n \cos (np\theta' + \omega t v) \quad (\text{II. 30})$$

$$\text{Avec : } v = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Où seules les harmoniques $n = 6m \pm 1$ sont non nulles.

Dans le repère rotorique, cette densité est exprimée par la relation suivante :

$$J(\theta, t) = \frac{3}{2} \sum_n J_n \cos (np\theta + (np\Omega + \omega v)t + \theta_0) \quad (\text{II. 31})$$

b- Alimentation non sinusoïdale

Les courants triphasés harmoniques sont exprimés par :

$$\begin{cases} i_a = \sum_k I_k \cos(k\omega t) \\ i_b = \sum_k I_k \cos\left(k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ i_c = \sum_k I_k \cos\left(k\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \quad (\text{II. 32})$$

Où I_k est l'amplitude de l'harmonique de temps d'ordre k

Pour une alimentation par des courants de forme d'onde rectangulaire 120° , ce courant s'exprime ainsi :

$$I_k = \frac{4I_m}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right)$$

Les densités superficielles équivalents s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_a = \sum_{n,k} J_{n,k} \cos(k\omega t) \cos(np\theta_s) \\ J_b = \sum_{n,k} J_{n,k} \cos\left(k\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(p\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ J_c = \sum_{n,k} J_{n,k} \cos\left(k\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \cos\left(n\left(p\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \quad (\text{II. 33})$$

Avec

$$J_{n,k} = \frac{4pNI_k}{\pi R_2} k_{bn}$$

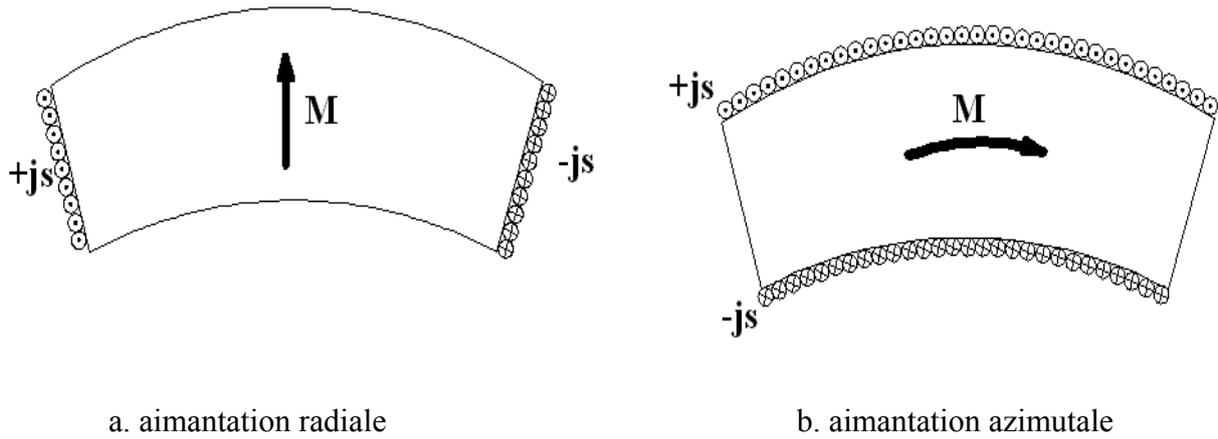


Fig. II.5. Modèle Ampérien des aimants.

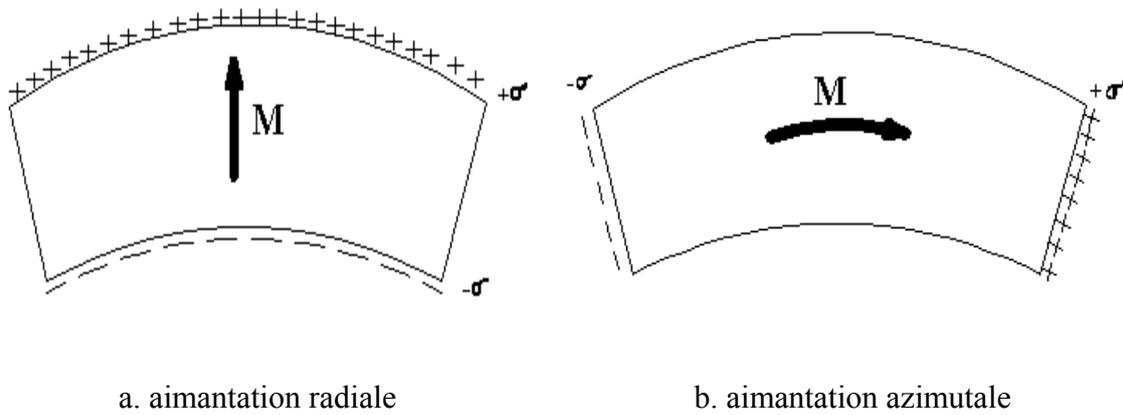


Fig. II.6. Modèle Coulombien des aimants.

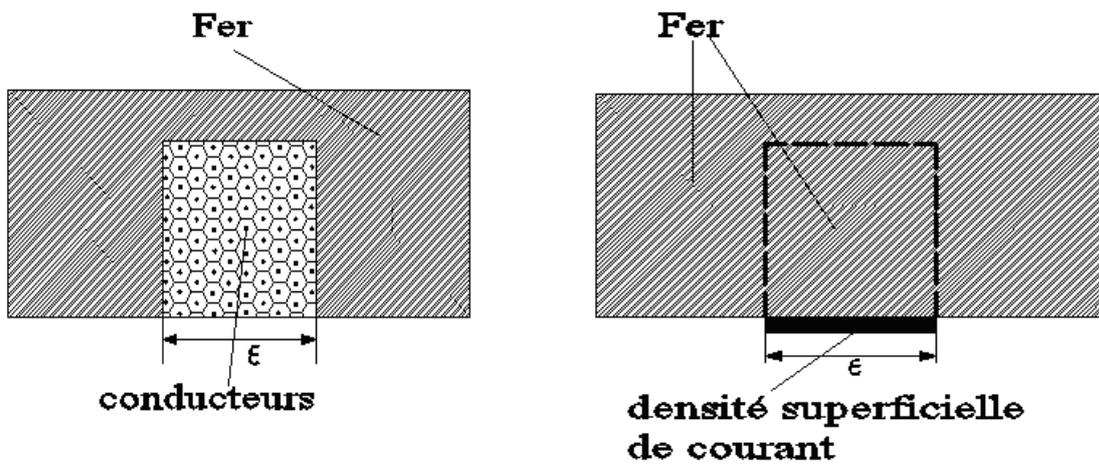


Fig. II.7. Modélisation des encoches statoriques.

II.4. Détermination des potentiels vecteurs

La détermination du vecteur potentiel dans les différentes parties de la machine est effectuée par la résolution de l'Equation (II.9).

II.4.1. Potentiel vecteur créé par les aimants

La résolution de ces équations différentielles se fait par séparation de variables. La structure géométrique et la disposition des aimants suggèrent des solutions qui prennent la même forme dans les zones (I) et (II). Ainsi, le potentiel vecteur, $A(r, \theta)$ est de la forme suivante :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \alpha_n(r) \sin(np\theta) \quad (\text{II. 32})$$

En remplaçant cette dernière expression du vecteur potentiel A, et de ses dérivées, dans les Eqs. (II.9) et (II.10), on obtient, pour chaque harmonique de rang n, les équations suivantes :

- dans les aimants :

$$\ddot{\alpha}_n + \frac{1}{r} \dot{\alpha}_n - \left(\frac{np}{r}\right)^2 \alpha_n + \frac{1}{r} (npM_{rn} - M_{\theta n}) = 0 \quad (\text{II. 33})$$

La solution générale de cette équation est composée de deux termes ; elle s'écrit ainsi :

$$\alpha_n(r) = \alpha_{hn}(r) + \alpha_{sn}(r) \quad (\text{II. 34})$$

Où $\alpha_{hn}(r)$ est la solution homogène donnée par :

Et $\alpha_{sn}(r)$ est la solution avec second membre ; elle est donnée par l'expression suivante :

$$\alpha_{sn}(r) = \psi_n(r) + \lambda_n(r) \quad (\text{II. 36})$$

Où $\psi_n(r)$ et $\lambda_n(r)$ représentent les termes de la solution particulière de l'Equation (II.9), qui s'expriment ainsi :

$$\psi_n(r) = \begin{cases} \frac{npM_{rn}}{n^2p^2 - 1} r & \text{si } n^2p^2 \neq 1 \\ -\frac{1}{2} npM_{rn} r \ln(r) & \text{si } n^2p^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{II. 37})$$

$$\lambda_n(r) = \begin{cases} \frac{M_{\theta n}}{n^2 p^2 - 1} r & \text{si } n^2 p^2 \neq 1 \\ -\frac{1}{2} M_{\theta n} r \ln(r) & \text{si } n^2 p^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{II. 38})$$

Alors l'expression du vecteur potentiel créée dans la région des aimants devient :

$$A_{ar} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \left(\frac{r}{R_i} \right)^{np} + b_n \left(\frac{R_i}{r} \right)^{np} + \psi_n(r) + \lambda_n(r) \right] \sin(np\theta) \quad (\text{II. 39})$$

- dans l'entrefer mécanique

$$\ddot{\alpha}_n + \frac{1}{r} \dot{\alpha}_n - \left(\frac{np}{r} \right)^2 \alpha_n = 0 \quad (\text{II. 40})$$

La solution générale de cette équation est :

$$\alpha_m(r) = e_n \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \quad (\text{II. 41})$$

Le vecteur potentiel créé dans l'entrefer s'écrit comme suit :

$$A_{er} = \sum_{n=1}^{\infty} e_n \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \sin(np\theta) \quad (\text{II. 42})$$

Où a_n , b_n et e_n sont les constantes d'intégrations liées à chaque harmonique d'espace de rang n . Dans le cas où seuls les aimants sont présents, les conditions aux limites qui permettent de calculer ces différentes constantes sont :

- au niveau de rayon d'alésage R_a

$$\frac{\partial A_{er}}{\partial r} = 0 \quad (\text{II. 43})$$

- au niveau de rayon R_i

$$\frac{\partial A_{ar}}{\partial r} = 0 \quad (\text{II. 44})$$

- au niveau de rayon R_o

$$\begin{cases} A_{er} = A_{ar} \\ \mu \frac{\partial A_{er}}{\partial r} = \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + M_{\theta} \end{cases} \quad (\text{II. 45})$$

II.4.2. Potentiel créé par les courants statoriques

La réaction magnétique induite au niveau des parties conductrices de la machine est négligée. L'équation de répartition du potentiel à résoudre (Equation II. 8), dans l'entrefer mécanique et les aimants, s'écrit :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II. 46})$$

La résolution de l'Equation (II.46), donne les expressions des potentiels vecteurs pour les différentes alimentations considérées.

a) Alimentation sinusoïdale

- Dans l'entrefer

$$A_e = \sum_{n=1}^{\infty} [e_{c1n} r^{np} + e_{c2n} r^{-np}] \cos(np\theta + (np\Omega + \nu\omega)t + np\theta_0) \quad (\text{II. 47})$$

- Dans les aimants:

$$A_a = \sum_{n=1}^{\infty} [a_{c1n} r^{np} + a_{c2n} r^{-np}] \cos(np\theta + (np\Omega + \nu\omega)t + np\theta_0) \quad (\text{II. 48})$$

b) Alimentation non sinusoïdale

- Dans l'entrefer

$$A_e = \sum_{n,k} [e_{c1nk} r^{np} + e_{c2nk} r^{-np}] \cos(np\theta + (np\Omega + \nu_1\omega k)t + np\theta_0) \quad (\text{II. 49})$$

- Dans les aimants:

$$A_a = \sum_{n,k} [a_{c1nk} r^{np} + a_{c2nk} r^{-np}] \cos(np\theta + (np\Omega + \nu_1\omega k)t + np\theta_0) \quad (\text{II. 50})$$

Les différentes constantes définies dans les expressions (II. 47 à II. 50) sont déterminées en exploitant les conditions aux limites. Celles-ci sont données par :

- Au niveau de R_a

$$\frac{\partial A_e}{\partial r} = \mu_0 J \quad (\text{II. 51})$$

- Au niveau de R_i

$$\frac{\partial A_{ar}}{\partial r} = 0 \quad (\text{II. 52})$$

- Au niveau de R_o

$$\begin{cases} A_{er} = A_{ar} \\ \mu_r \frac{\partial A_e}{\partial r} = \frac{\partial A_a}{\partial r} \end{cases} \quad (\text{II. 53})$$

II.5. Détermination des performances de la machine

Les expressions des potentiels vecteurs dus aux aimants et aux courants dans les différentes zones du domaine d'étude étant connues. Les inductions magnétiques dues aux différentes sources de champ s'en déduisent facilement en utilisant les relations (II.15)

II.5.1. Induction magnétique

On donne, ci-dessous, les expressions des composantes de l'induction due aux aimants au niveau de l'entrefer de la machine nécessaires pour la détermination du couple électromagnétique.

$$B_{ar}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} B_{rn}(r) \cdot \cos(np\theta) \quad (\text{II. 54})$$

$$B_{a\theta}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} B_{\theta n}(r) \cdot \sin(np\theta) \quad (\text{II. 55})$$

Avec

$$B_{rn}(r) = \frac{np \cdot e_n}{r} \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \quad (\text{II. 56})$$

$$B_{\theta n}(r) = -\frac{np \cdot e_n}{r} \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} - \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \quad (\text{II. 57})$$

Ces expressions sont valables dans la zone définie par $R_o \leq r \leq R_s$

II.5.2. Expression de la force électromotrice

Pour calculer la force électromotrice induite dans une phase statorique, on détermine dans un premier temps, le flux embrassé par les conducteurs de cette phase. L'invariance, par translation suivant l'axe Oz du système étudié, permet d'exprimer le flux produit par les aimants sous la forme suivante :

$$\Phi(\omega t) = L_u \int_0^{2\pi} A(R_a, \theta) C(\theta', t) R_a d\theta \quad (\text{II. 58})$$

$A(R_a, \theta)$ et $C(\theta_a, t)$ désignent respectivement le potentiel vecteur créé par les aimants et la densité des conducteurs de la phase considérée. L'expression de $A(R_a, \theta)$ est déduite de la relation (II.32) et celle de $C(\theta_a, t)$ est donnée par l'expression suivante :

$$C(\theta') = \sum_{i=1} C_n \cos(np\theta') \quad (\text{II. 59})$$

Où

$$C_n = \frac{4pNk_{bn}}{\pi}$$

L'expression du flux par phase après intégration devient :

$$\Phi(\omega t) = \pi L_u \sum C_n e_n \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \sin(np\theta_0 + n\omega t) \quad (\text{II. 60})$$

La FEM induite se déduit par dérivation. Son expression est la suivante :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi L_u n\omega \sum C_n e_n \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \cos(np\theta_0 + n\omega t) \quad (\text{II. 61})$$

II.5.3. Détermination des expressions des couples

Le couple d'interaction développé par le type de machines étudiées est calculé en utilisant les moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité de courants placée au niveau du rayon d'alésage. Ce couple est exprimé par la relation suivante déduite du tenseur des contraintes de Maxwell :

$$\Gamma(\theta) = L_u R_a^2 \int_0^{2\pi} J_s B_\theta d\theta \quad (\text{II. 62})$$

- Pour une alimentation par des courants sinusoïdaux, l'expression du couple est :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_a L_u \sum_{n=1}^{\infty} n J_n e_n \left[\left(\frac{r}{R_a} \right)^{np} + \left(\frac{R_a}{r} \right)^{np} \right] \cos(np\theta_0 + (n+v)\omega t) \quad (\text{II. 63})$$

$$\text{Avec: } v = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Notons qu'on peut aussi calculer ce couple à partir de l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{p}{\omega} \sum_{m=1}^3 e_m(\theta) i_m(\theta) \quad (\text{II. 64})$$

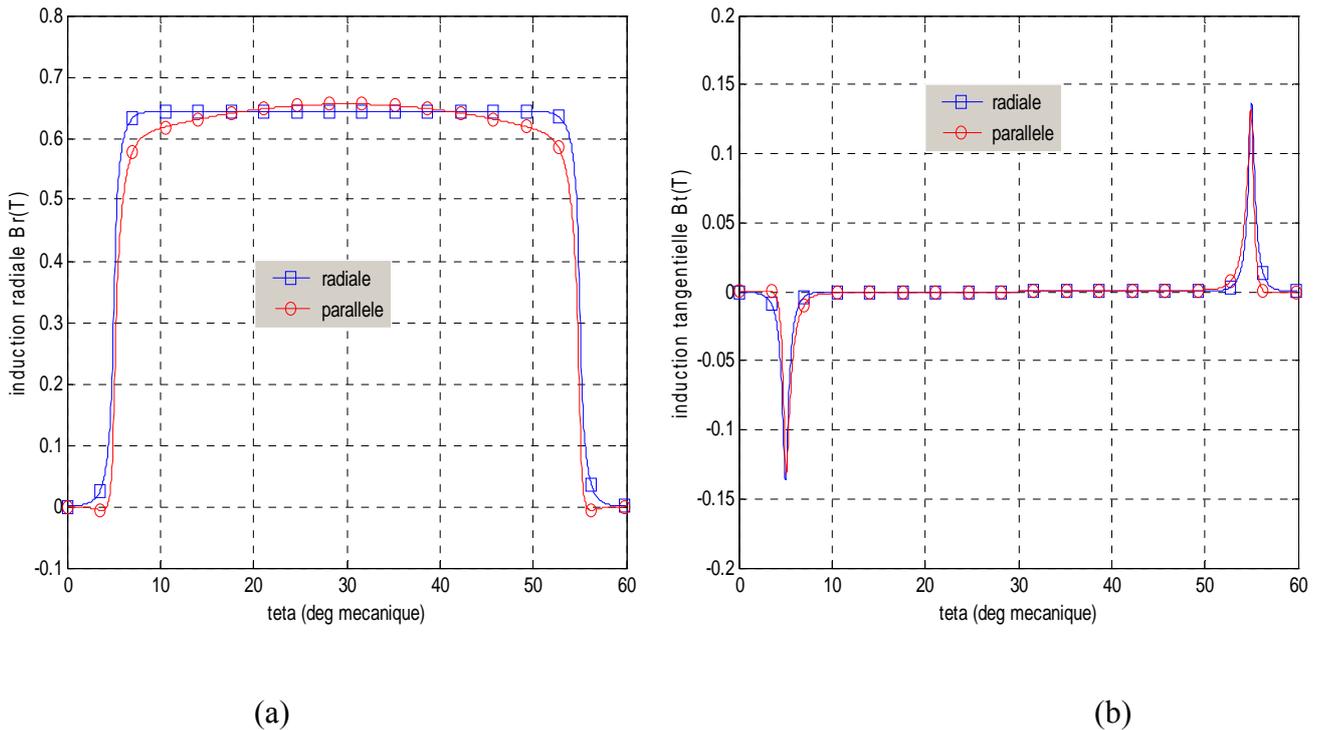
II.6. Analyse des performances électromagnétiques

Une étude qualitative de l'influence des paramètres dimensionnels sur les performances électromagnétiques des machines envisagées est élaborée en exploitant le modèle analytique. Les caractéristiques de la machine étudiée sont ensuite représentées :

Paramètres	symbole	valeur	unité
La puissance	P	3.7	kW
Tension	V	450	V
Intensité du courant de phase	I	$6\sqrt{2}$	A
Nombre de pôles	$2p$	6	-
Nombre d'encoches	Q_s	36	-
Ouverture de l'encoche	ξ	$\frac{1}{4}\tau_d$	mm
Epaisseur de l'entrefer	g	0.5	mm
Epaisseur de l'aimant	e_a	2	mm
Ouverture des aimants	α_p	0.865	-
Rayon d'alésage	R_a	57.5	mm
Rayon externe du rotor	R_o	57	mm
Rayon interne du rotor	R_i	55	mm
Aimantation rémanente	M	0.82	T
Perméabilité des aimants	μ_r	1.07	-
Longueur active	l_u	90	mm
Fréquence	f	50	Hz

II.6.1. Distribution du champ magnétique

On considère, le fonctionnement à vide. La figure (II.8) représente les répartitions de l'induction radiale et tangentielle créées par les aimants à aimantation radiale et parallèle au niveau de milieu de l'entrefer en fonction de la position angulaire. On observe que la forme de l'induction est peu influencée par le sens de l'aimantation.



Figs. II. 8. Répartitions de l'induction au milieu de l'entrefer (r_m) due aux différentes aimantations ($e_a=2\text{mm}$, $\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$) : (a) induction radiale, (b) induction tangentielle.

II.6.2. Analyse de la FEM et du couple électromagnétique

Dans une machine synchrone à aimants permanents montés sur la surface du rotor sans pièces conductrices, où l'on considère qu'il n'y a pas de courants induits, le couple électromagnétique apparaît comme la combinaison de trois composantes [10] :

- une composante continue correspondant à sa valeur moyenne
- une ondulation due au couple de détente
- une ondulation due à la forme de la force électromotrice et à celle des courants.

La Figure(II.9) montre que les deux types d'aimantation radiale ou parallèle, produisent une force électromotrice de forme trapézoïde.

Pour les deux modes d'alimentations adoptés (Fig. II.10.a et b), la variation du couple électromagnétique développé par les deux structures à aimantation radiale ou à aimantation parallèle est pratiquement identique.

Les ondulations de couple sont liées à la forme de la force électromotrice et au champ magnétique dans l'entrefer. Ces ondulations de couple sont caractérisées par le taux d'ondulation défini par :

$$\tau(\%) = \frac{\Gamma_{max} - \Gamma_{min}}{2\Gamma_{moy}} 100$$

Où Γ_{max} , Γ_{min} et Γ_{moy} représentent respectivement le couple maximal, le couple minimal et le couple moyen. Nous cherchons donc un taux d'ondulation minimal en fonction des paramètres géométriques de la machine.

II.6.2.1. Influence de l'épaisseur des aimants

La figure (II.13. a), représente la variation du couple moyen en fonction de l'épaisseur des aimants, on constate que l'amplitude du couple moyen pour les petites épaisseurs d'aimants augmente proportionnellement, mais à partir de certaine valeur d'épaisseur la variation de l'amplitude sera très peu. Le taux d'ondulation qui caractérise la forme du couple est montré sur la figure (II.13. b). On voit que ce dernier est reste pratiquement constant, car avec l'élargissement de l'épaisseur des aimants, le couple produit par la composante tangentielle de l'aimantation augmente compensant ainsi la diminution due à la composante radiale.

En considérant le même point de fonctionnement c'est-à-dire à amplitude de courant égal, le couple moyen produit par une alimentation rectangulaire est plus important que celui donné par une alimentation sinusoïdale. Par contre pour les ondulations, l'inverse des résultats est observé. On note enfin qu'avec une aimantation sinusoïdale, les ondulations de couple sont réduites d'une manière très significative, dans le cas d'une alimentation sinusoïdale.

II.6.2.2. Influence de l'ouverture des aimants

Dans le cas d'une aimantation radiale, que ce soit pour une alimentation sinusoïdale ou rectangulaire, le couple moyen produit atteint un optimum à partir d'une ouverture d'aimant égale à 80% du pas polaire. Au-delà de cette ouverture, ce couple varie très peu (Fig. II.14.a). Les ondulations du couple dues aux harmoniques de la fem peuvent être réduites en choisissant des ouvertures adéquates pour les aimants (Fig. II.14.b). En effet, pour les moteurs triphasés, les harmoniques de la fem les plus gênants se situent aux rangs $2m \pm 1$ avec m impair. Il est donc possible de supprimer les harmoniques de rang particulier en ajustant l'ouverture de l'aimant [10].

Il est clair que le couple moyen augmente et les ondulations du couple diminuent en choisissant une largeur d'arc polaire aussi grande que possible.

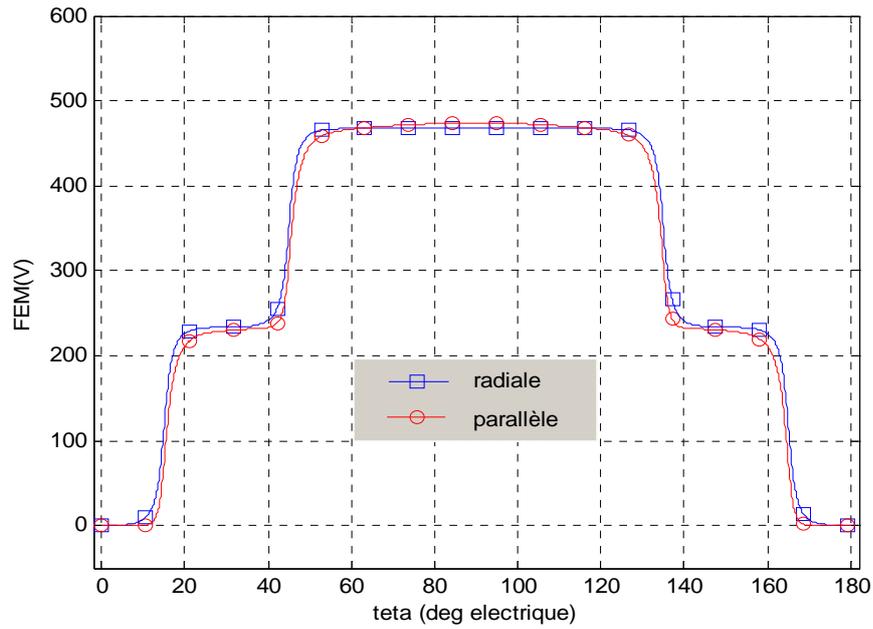
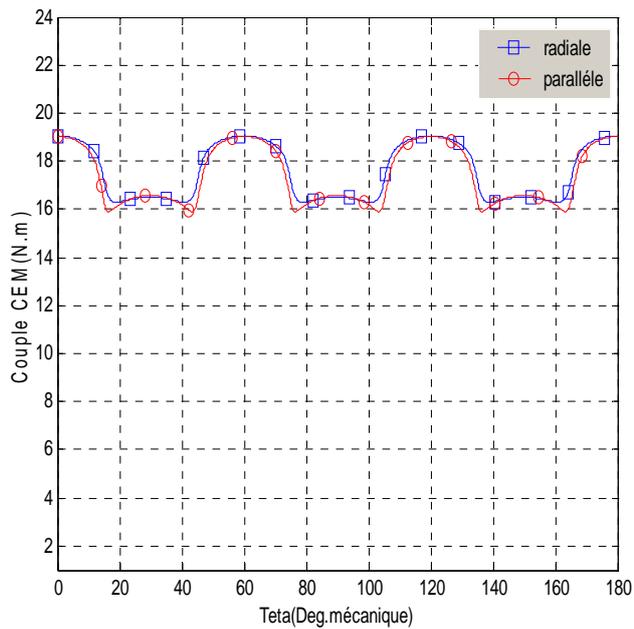
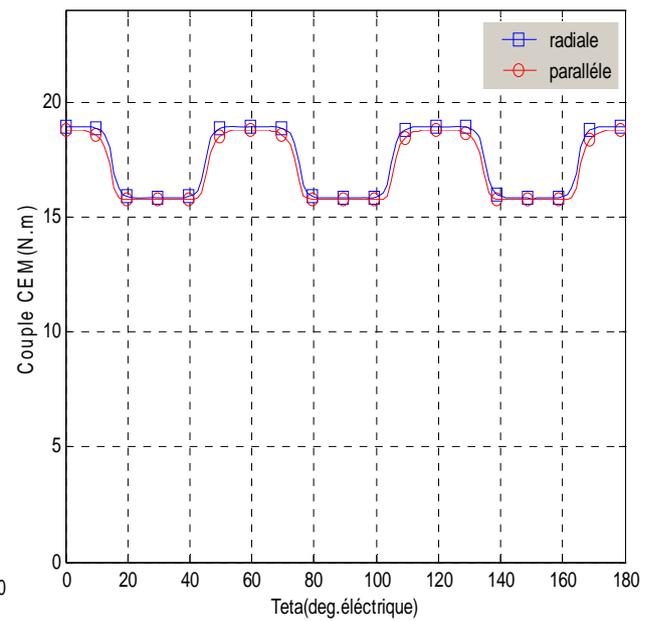


Fig. II.9 : Répartition de la f.é.m. $\alpha_p = \frac{4}{6} \tau_p$.



a) Courant sinusoïdal



b) Courant rectangulaire (120°)

Figs. II.10. Couple d'interaction pour différents sens d'aimantation. $\alpha_p = \frac{4}{6} \tau_p$

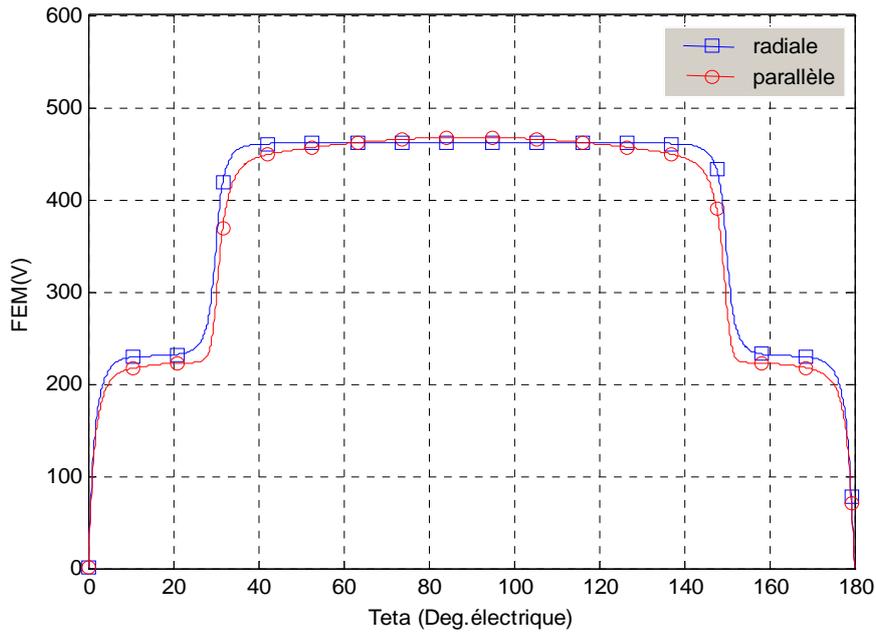
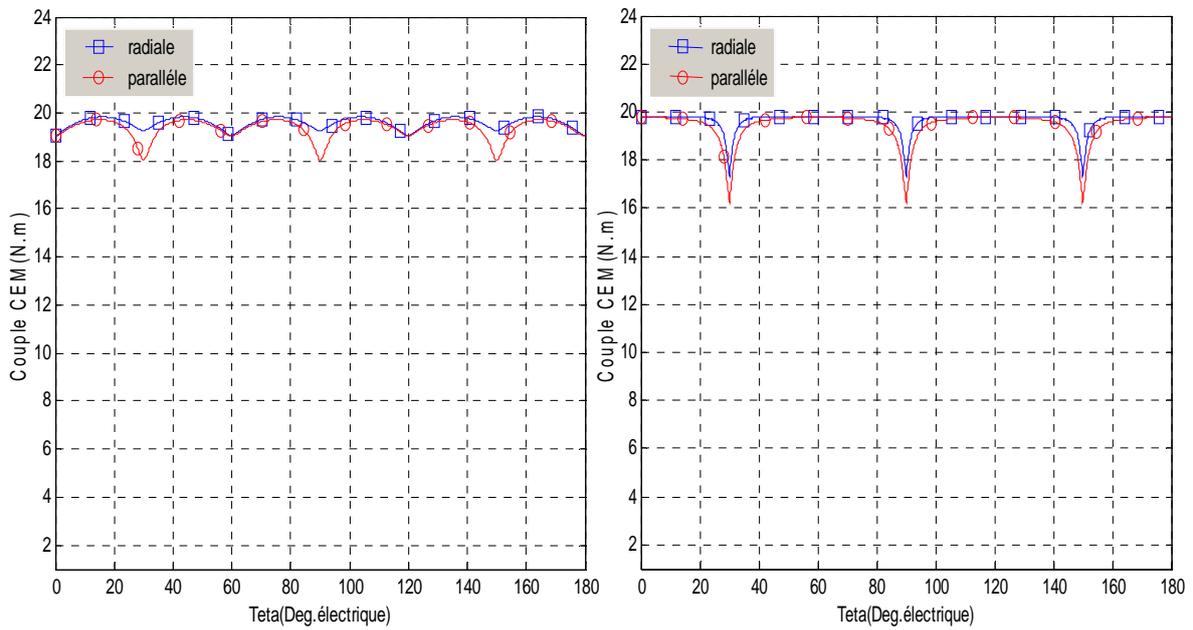


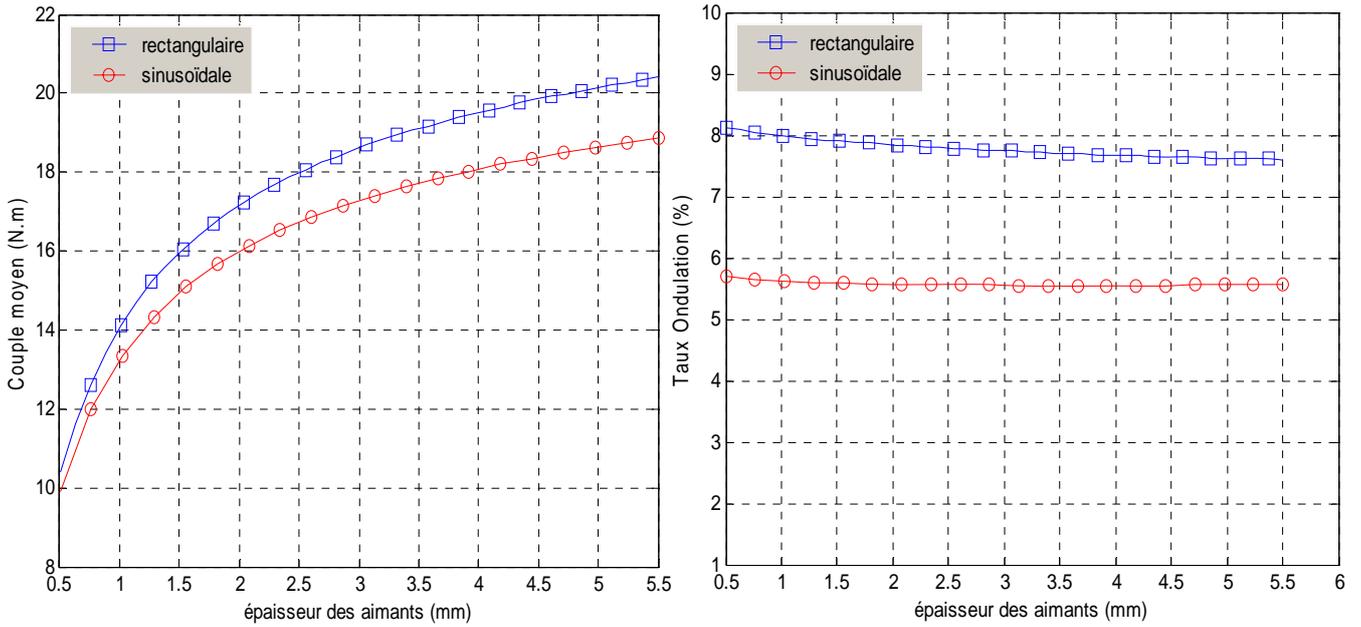
Fig. II.11 : Répartition de la f.é.m. ($\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$).



a) Courant sinusoïdal

b) Courant rectangulaire (120°)

Figs. II.12. Couple d'interaction pour différents sens d'aimantation. ($\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$).

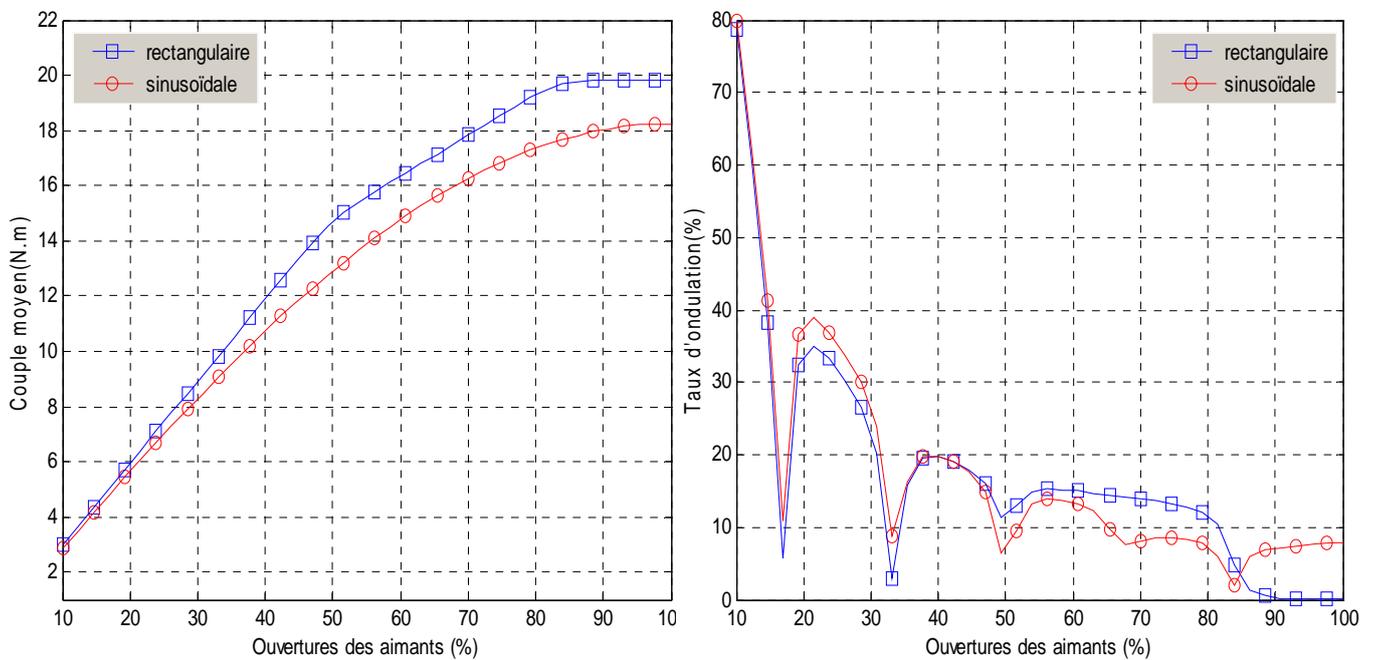


(a) couple moyen

(b) Taux d'ondulation

Figs. II.13. Variations du couple moyen en fonction de l'épaisseur des aimants (aimantation

radiale $\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$).



(a) couple moyen

(b) Taux d'ondulation

Figs. II.14. Variations du couple moyen en fonction de l'ouverture des aimants (aimantation

radiale $\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$).

II.7. Conclusion

Le modèle analytique développé dans notre étude, permet de déterminer les expressions des grandeurs électromagnétiques caractéristiques du fonctionnement pour différentes configurations de machines à aimants montés sur la surface du rotor. La conception et le dimensionnement des machines électriques est une étape très importante dans la construction des ces dernières.

Les expressions des grandeurs électromagnétiques développées dans le modèle analytique contiennent les paramètres géométriques qui permettent une étude rapide et souple du comportement dimensionnel de la structure sans encoches excitée par des aimants permanents montés sur la surface rotorique.

La répartition de l'induction au niveau de l'entrefer est fortement influencée par le sens de l'aimantation des aimants.

La forme d'onde du couple d'interaction, pour les machines synchrones à aimants montés sur la surface du rotor étudié, est directement liée au sens de l'aimantation des aimants et par la forme de l'alimentation.

Afin de tenir compte de la saturation et la géométrie complexe de la machine, un outil de calcul basé sur les éléments finis est utilisé au niveau du Cinquième chapitre.

Chapitre III

Calcul des grandeurs électromagnétiques de la machine pour un stator encoché

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier la machine dans le cas réel, avec un stator encoché. La présence des encoches dans les machines électriques induit une influence sur la machine de deux manières [12], [13]; en effet, elle affecte la distribution du flux électromagnétique dans l'entrefer et dans les aimants et diminue également le flux par pôle qui est calculé souvent par l'utilisation du coefficient de Carter K_c . De plus, l'interaction du champ magnétique avec les côtés de l'encoche produit des forces qui créent un moment de rotation, qui est appelé couple de détente.

III.2. L'effet d'encochage sur la distribution du champ magnétique

La distribution pour le cas d'une machine sans encoches est connue. L'induction réelle du circuit ouvert est déterminée du produit de l'induction produite par les aimants dans un rotor sans encoches par la perméance relative de l'entrefer $\lambda(r, \theta)$.

Dans le cas d'un stator encoché [12]

$$B(r, \theta, \alpha) = B_{sansencoches}(r, \theta, \alpha)\lambda(r, \theta) \quad (\text{III. 1})$$

Où α est l'angle de rotation des aimants par rapport à la position de référence. La position de référence pour laquelle $\alpha = 0$ est celle où la ligne centrale des aimants est alignée avec la position angulaire $\theta = 0$ du système de coordonnées (r, θ) qui est la disposition montrée sur la Fig. III. 1.

Pour déterminer la perméance relative, le parcours du flux dans la région des encoches doit être connu. Les parcours du flux sont fonction de la géométrie des encoches. Une transformation conforme est une technique analytique qui permet de déterminer la distribution du champ suivant la forme géométrique de l'encoche. La méthode est basée sur la théorie des fonctions d'une variable complexe [12], [13], [14], [15].

III.3. Calcul de la perméance complexe

III.3.1. Transformations conformes aux encoches

Une transformation conforme est la représentation d'une surface limitée dans le plan d'une autre variable complexe [12], [14], [15]. Quand on cherche à déterminer la distribution du champ entre deux limites équipotentiels d'une forme non uniforme, comme l'est la structure des encoches, il serait convenable de trouver une transformation d'un plan complexe à un autre plan complexe dans lequel les formes des limites deviennent des formes dans

lesquelles la distribution du champ est régulière et connue. Le principe de base de la méthode sera expliqué dans l'exemple d'une encoche infiniment profonde comme le montre la Fig. III.1. L'idée est donc de transformer la forme géométrique de la Fig. III.1 en une forme sans encoches dans laquelle la solution peut être trouvée en utilisant les méthodes décrites dans le chapitre II. La solution est alors ramenée à la forme réelle complexe là où les encoches existent. Pour une généralisation de la méthode, on supposera que les encoches ont une profondeur infinie et la profondeur de pénétration du champ dans l'ouverture de l'encoche est souvent petite donc la supposition de profondeur de l'encoche infinie aura un effet négligeable sur les résultats et en même temps simplifiera grandement la transformation.

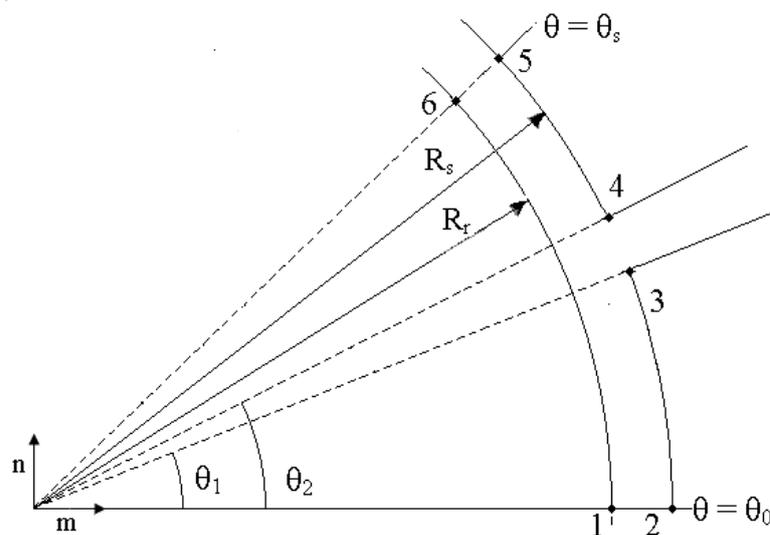


Fig.III.1. Ouverture d'encoche infiniment profonde présentée dans le plan S.

Quatre transformations conformes sont exigées pour transformer notre entrefer encoché en un entrefer lisse dans lequel la solution du champ est connue ; la Fig. III. 2 montre cela. Le plan S contient la forme initiale avec encoches, le plan K contient l'entrefer lisse tandis que les plan Z, W, et T sont utilisés pour des transformations intermédiaires [12], [14]



Fig. III. 2. Les transformations utilisées.

a- Transformation du plan S au plan Z

La géométrie avec encoches du plan S, dans son arrangement circulaire d'origine, doit être transformée en un model linéaire dans le plan Z. Pour ce faire, on utilise une transformation logarithmique, conforme, qui transforme les systèmes de coordonnées cylindriques en un système de cordonnées cartésiennes [12]. La transformation logarithmique entre le plan S et le plan Z est donnée par :

$$z = \ln (s)$$

Avec

$$\begin{cases} s = m + jn = r e^{j\theta} \\ z = x + jy \end{cases} \tag{III. 2}$$

Le lien entre les coordonnées dans les plans S et Z est :

$$\begin{cases} x = \ln (r) \\ y = \theta \end{cases} \tag{III. 3}$$

b- Transformation du plan Z au plan W

La prochaine étape est de transformer la structure géométrique du plan Z en celle du plan W en utilisant la transformation de Schwarz-Christoffel [15].

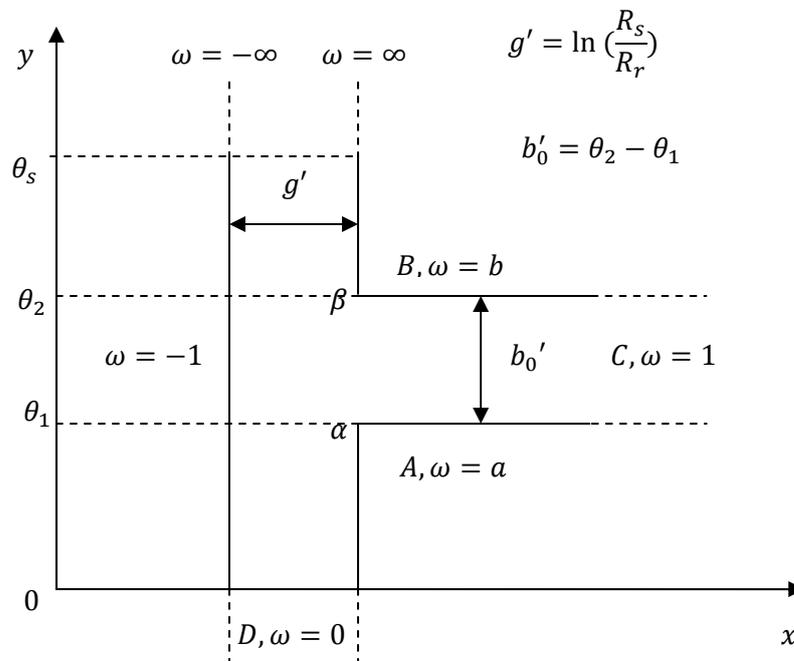


Fig. III.3. Ouverture d'encoche dans le plan Z

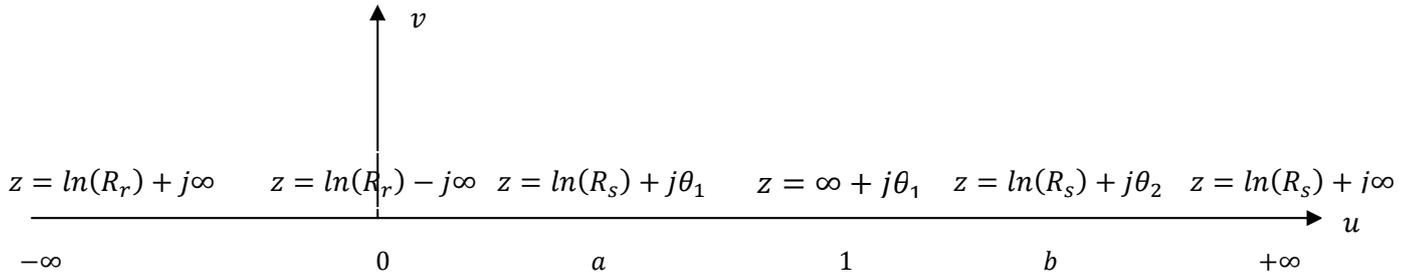


Fig. III.4. L'ouverture d'encoche dans le plan W.

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\omega} = j \frac{g'}{\pi} \frac{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}}{(\omega - 1)\omega} \\ z = j \frac{g'}{\pi} \left[\ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}} \tan^{-1} \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + C \end{cases} \quad (\text{III. 4})$$

Avec

$$p = \sqrt{\frac{\omega - b}{\omega - a}}$$

$$C = \ln R_s + j\theta_2$$

Les constantes a et b qui représentent les valeurs de ω dans les coins sont données par :

$$\begin{cases} b = \left[\frac{b'_0}{2g'} + \sqrt{\left(\frac{b'_0}{2g'}\right)^2 + 1} \right]^2 \\ a = \frac{1}{b} \end{cases} \quad (\text{III. 5})$$

c- Transformation du plan W au plan T

Pour trouver la distribution du champ dans la région de l'encoche, une autre transformation du plan T, montré dans la figure (III.5) au plan W, montré dans la figure. (III.4) est exigée. Cette transformation est donnée par [15] :

$$t = j \frac{g'}{\pi} \ln \omega + \ln(R_s) + j \frac{\theta_s}{2} \quad (\text{III. 6})$$

d-Transformation du plan T au plan K

La dernière transformation change les deux plaques parallèles (Fig. III. 6) en une forme circulaire qui modélise l'entrefer d'un moteur PM non encoché. Pour accomplir cela une transformation exponentielle est utilisée, dont la forme est la suivante :

$$\begin{cases} k = e^t & \text{soit} \\ k = R_s e^{j(\frac{g'}{\pi} \ln \omega + \frac{\theta_s}{2})} \end{cases} \quad \text{(III. 7)}$$

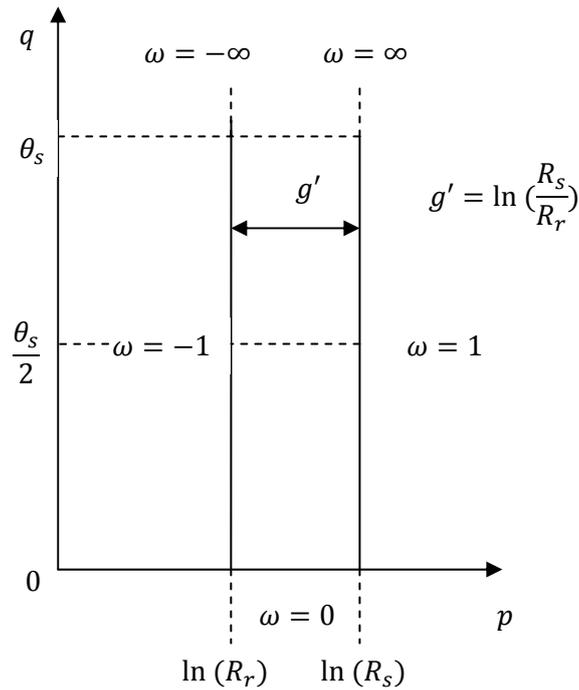


Fig.III.5. Ouverture d'encoche dans le plan T

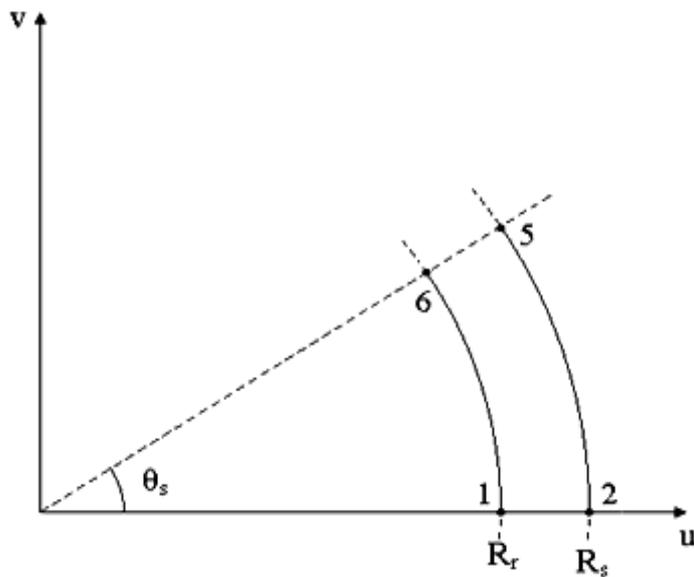


Fig .III.6. Ouverture d'encoche dans le plan K

III.3.2. Forme du champ dans le plan S

D'après la théorie des nombres complexes, on sait que n'importe quelle fonction de variable complexe $s = m + jn$ dans le plan S satisfait l'Equation de Laplace [12]. Ces fonctions sont dites fonctions conjuguées. Soit $k = u(m; n) + jv(m; n)$ une fonction quelconque de s , donc les fonctions u et v satisfont l'équation de Laplace.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 v}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 8})$$

De plus, ces fonctions vont satisfaire aussi les conditions de Cauchy-Riemann :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial m} = \frac{\partial v}{\partial n} \\ \frac{\partial v}{\partial m} = -\frac{\partial u}{\partial n} \end{cases} \quad (\text{III. 9})$$

D'après les calculs développés par [12], [13], [14], on peut écrire l'induction dans le plan S sous la forme suivante :

$$B_s = B_k \left(\frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (\text{III. 10})$$

La dérivée partielle $\frac{\partial k}{\partial s}$ s'exprime par :

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (\text{III. 11})$$

Les dérivées partielles dans l'Equation (III.11) sont définies par des transformées conformes entre les plans complexes correspondants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial t} = e^t = e^{lnk} = k \\ \frac{\partial t}{\partial \omega} = j \frac{g' 1}{\pi \omega} \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = -j \frac{\pi}{g'} \frac{(\omega - 1)\omega}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{s} \end{array} \right. \quad (III. 12)$$

La substitution des Eqs. (III. 10) et (III. 11) dans l'Eq. (III. 12) produit :

$$B_s = B_k \left[\frac{k}{s} \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \right]^* \quad (III. 13)$$

Puisque B_s est l'induction dans l'entrefer encoché, alors la partie de l'Eq. (III. 13), qui multiplie B_k , peut être définie comme la perméance relative complexe de l'entrefer λ . L'Eq. (III. 13) devient alors :

$$B_s = B_k \lambda^* \quad (III. 14)$$

Avec

$$\lambda = \left[\frac{k}{s} \frac{(\omega - 1)}{(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (III. 15)$$

puisque k est une fonction de t qui est une fonction de ω et s ; la coordonnée connue dans la géométrie actuelle, qui est aussi fonction de ω , la perméance complexe est indirectement une fonction non linéaire de ω . Le problème majeure est que ω est liée à z par une équation non linéaire. S'il est demandé d'évaluer l'induction en un certain point géométrique dans l'entrefer encoché dans le plan S , la valeur de z , qui correspond à ce point dans le plan Z , peut être calculée simplement sachant que $z = \ln(s)$.

Une technique itérative est exigée pour résoudre cette équation non linéaire et déterminer la valeur de ω pour z donné. L'algorithme de l'optimisation des moindres carrés linéaires construit via MATLAB (fonction `lsqnonlin`) a été utilisé pour résoudre ce problème. La norme résiduelle qui est minimisée est définie comme :

$$\|F\| = [Re(z - z(\omega))]^2 + [Im(z - z(\omega))]^2 \quad (III. 16)$$

Où le z est la valeur réelle et $z(\omega)$ est la valeur a , calculée en utilisant l'Eq. (III. 4) avec ω issue de l'itération courante. Puisque λ est un nombre complexe, il peut être écrit sous la forme suivante :

$$\lambda = \lambda_a + j\lambda_b \quad (III. 17)$$

Les formes d'ondes résultantes des parties réelles et imaginaires de λ , sont montrées en Fig. III. 7. Ces deux formes d'onde se répètent avec chaque ton de l'encoche. Elles peuvent être exprimées sous la forme de série Fourier pour donner la fonction de la perméance relative complexe pour toutes les positions angulaires au milieu de l'entrefer. La série de Fourier est donnée par :

$$\lambda_a(r, \theta) = \lambda_0(r) + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an}(r, \theta) \cos(nQ_s\theta) \quad \text{III. 18)}$$

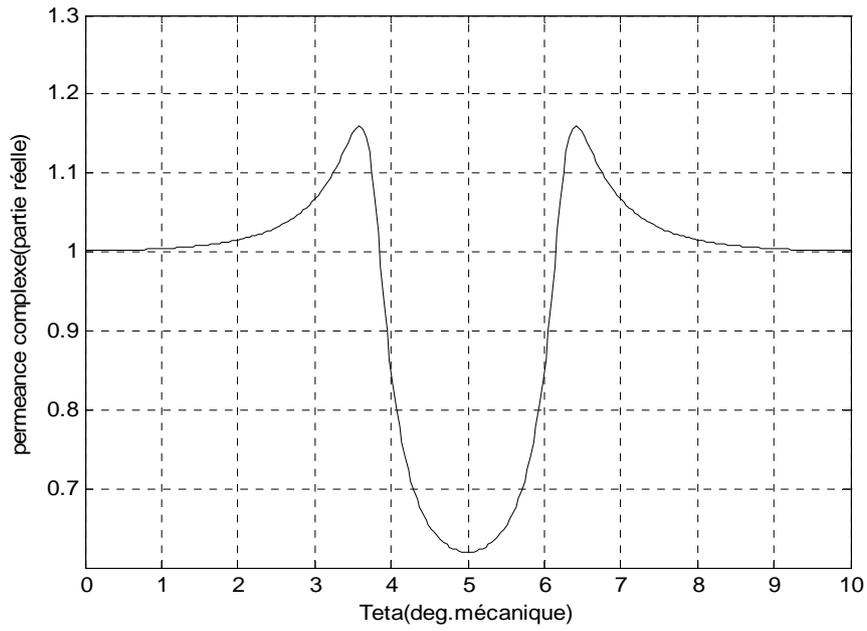
$$\lambda_b(r, \theta) = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn}(r, \theta) \sin(nQ_s\theta)$$

Où Q_s est le nombre d'encoches et N_λ est l'ordre maximal des coefficients de Fourier. Les coefficients Fourier λ_{an} et λ_{bn} sont calculés à partir des formes d'onde représentées sur la Fig.(III. 7) en utilisant la transformation de Fourier discrète.

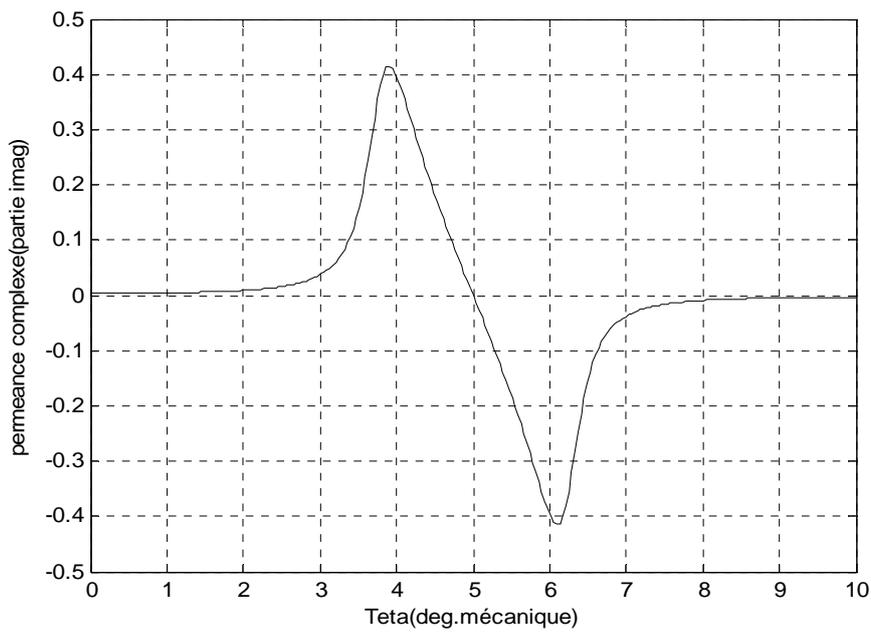
On peut déterminer les expressions de l'induction radiale et tangentielle créées dans l'entrefer à stator encoché, en multipliant les expressions calculées précédemment Eqs. (II. 52) et (II. 53) où la perméance complexe est donnée par l'Eq. (III. 17) :

$$B_{sr} = \text{Re}(B_k \lambda^*) = \text{Re}[(B_{ar} + jB_{a\theta})(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_{ar}\lambda_a + B_{a\theta}\lambda_b \quad \text{(III. 19)}$$

$$B_{s\theta} = \text{im}(B_k \lambda^*) = \text{im}[(B_{ar} + jB_{a\theta})(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_{a\theta}\lambda_a - B_{ar}\lambda_b \quad \text{(III. 20)}$$



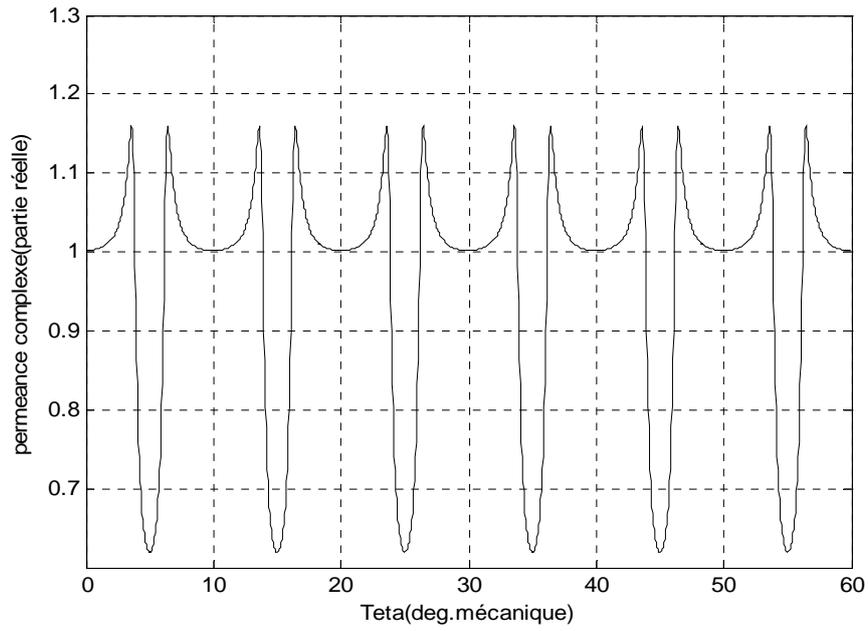
(a)



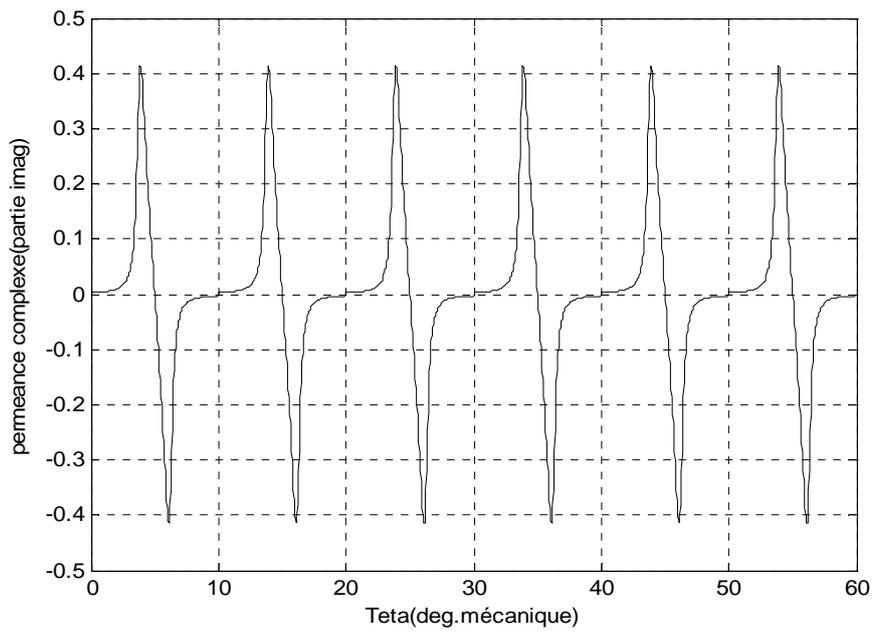
(b)

Figs. III. 7. Variations de la perméance complexe dans l'entrefer dans un pas dentaire

(a) Partie réelle (b) Partie imaginaire



(a)



(b)

Figs. III. 8. Variations de la perméance complexe dans l'entrefer sous un pôle.

(a) Partie réelle, (b) Partie imaginaire

III. 4. Effet des encoches statoriques

En tenant compte de la présence des encoches statoriques, deux actions contribuent à la création du couple.

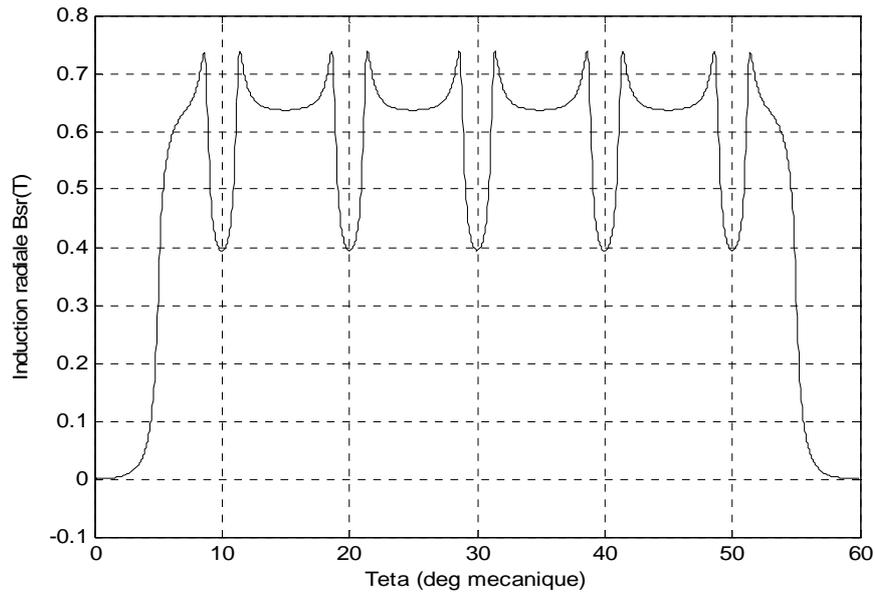
Le couple développé par l'interaction aimant-courants statoriques et le couple de détente dû à la réluctance des encoches statoriques et à la présence des aimants. Pour mettre en évidence l'influence de ces encoches, on s'intéresse à la structure à aimantation radiale. Le stator que nous considérons possède des encoches rectangulaires avec une ouverture de $1/3$ du pas polaire

III. 4.1. Distribution de l'induction magnétique à vide

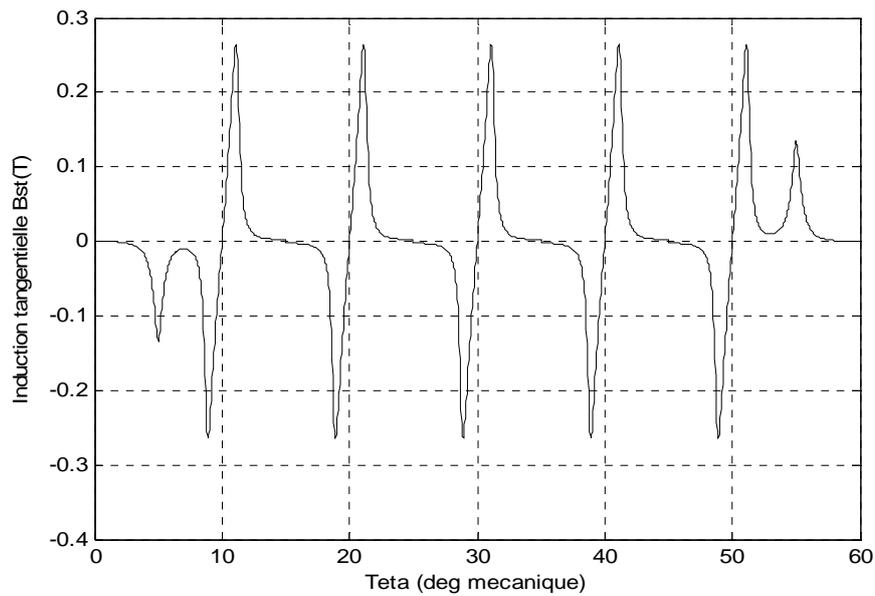
On considère, que les enroulements statoriques ne sont pas alimentés, donc c'est le fonctionnement à vide. Les Figures (III.9), (III.10) représentent respectivement la répartition de l'induction radiale et tangentielle pour les deux types d'aimantation. On constate qu'il y a une grande différence avec la forme de l'induction représentée au deuxième chapitre. Sous une hypothèse simplificatrice, on a considéré le stator lisse ce qui n'est pas le cas réel de la machine étudiée qui possède des encoches dans lesquelles sont logés les enroulements statoriques.

La présence des encoches fait apparaître des ondulations au niveau des intervalles qui sont situés en face des encoches car la réluctance dans ce cas est variable à cause de la variation de l'entrefer magnétique (aimant + vide). Même, cette variation aussi va créer une fonction désignée sous le terme de perméance complexe définie au niveau de l'entrefer. Grâce à cette fonction, on peut calculer les grandeurs électromagnétiques dans le plan réel de la machine en multipliant cette dernière par les grandeurs déterminées au deuxième chapitre.

Les paramètres principaux qui ont une influence sur la forme de l'induction sont l'épaisseur des aimants, leur ouverture et l'ouverture des encoches. Les autres paramètres sont considérés constants.



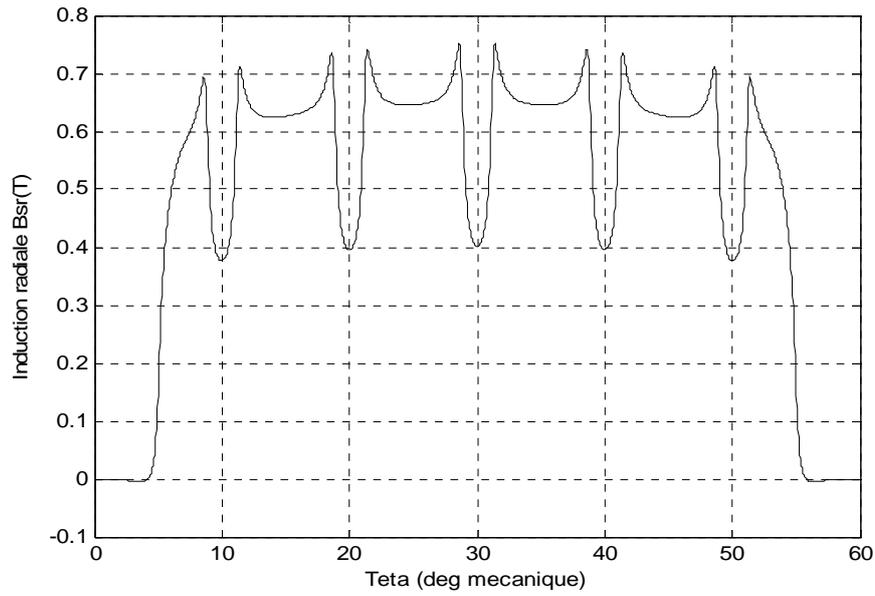
(a)



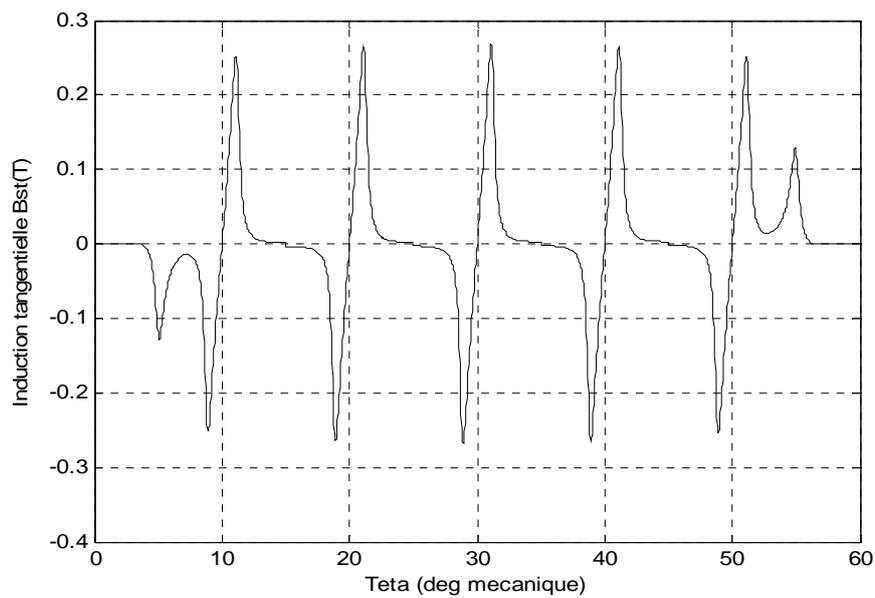
(b)

Figs. III. 9. Répartitions de l'induction, au milieu de l'entrefer, dues aux aimants à aimantation radiale

: (a) induction radiale. (b) induction tangentielle



(a)



(b)

Figs. III. 10. Répartitions de l'induction, au milieu de l'entrefer, dues aux aimants à

aimantation parallèle :

a) induction radiale. b) induction tangentielle

III.5. Calcul du couple de détente

Le couple de détente développé par la structure étudiée peut être calculé à partir de :

III.5.1. Tenseur des contraintes de Maxwell [12]

L'origine du couple de détente est l'interaction entre les dents statorique et les aimants montés sur la surface rotorique [16]. On peut calculer ce couple à partir du tenseur des contraintes de Maxwell, après avoir calculé la force totale exercée sur un corps dans un champ électromagnétique :

$$\vec{t}_m = \left(\vec{n} \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot \vec{B} - \vec{n} \cdot \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0} \quad (\text{III. 21})$$

Où \vec{n} et \vec{B} sont respectivement la normale sortante de la surface (S) et le vecteur l'induction.

Le vecteur \vec{t}_m peut se décomposer en deux composantes : selon la direction de \vec{B} et perpendiculairement à la surface (S) (Fig. III.11).

Le vecteur d'induction est la somme vectorielle de la composante radiale et de la composante tangentielle :

$$\vec{B} = \vec{B}_r \cdot \vec{a}_r + \vec{B}_\theta \cdot \vec{a}_\theta \quad (\text{III. 22})$$

Avec :

$$\vec{n} = \vec{a}_r$$

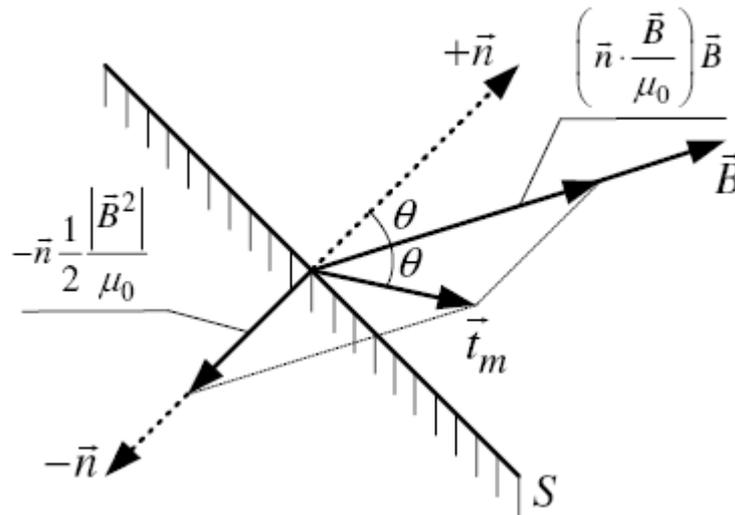


Fig. III.11. Relation entre \vec{n} , \vec{B} et \vec{t}_m

Par une combinaison des Eqs. (III.21) et (III.22) on obtient :

$$\vec{t}_m = \frac{1}{\mu_0} B_r (B_r \cdot \vec{a}_r + B_\theta \cdot \vec{a}_\theta) - \vec{a}_r \cdot \frac{1}{2} \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0} \quad (\text{III. 23})$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \left(B_r^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right) \vec{a}_r + \frac{1}{\mu_0} B_r \cdot B_\theta \vec{a}_\theta \quad (\text{III. 24})$$

On s'intéresse à la composante tangentielle du vecteur \vec{t}_m pour calculer le couple de détente.

$$T = \frac{1}{\mu_0} l_a R^2 \int_0^{2\pi} B_r(\theta) B_\theta(\theta) d\theta \quad (\text{III. 25})$$

où l_a est la longueur active de la machine et où R est le rayon d'alésage.

La forme du couple de détente, sur un pas dentaire, est représentée par la Fig. (III. 12)

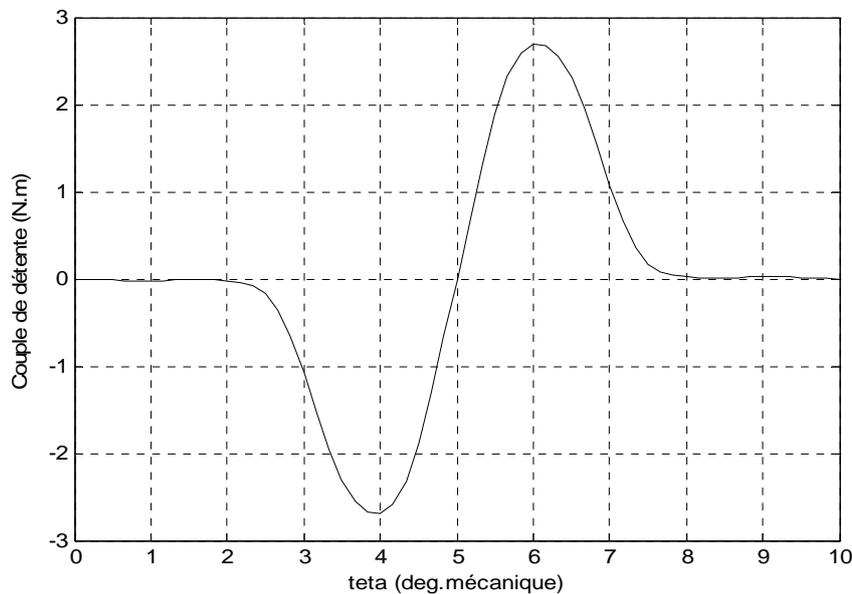


Fig. III.12. Couple de détente (aimantation radiale)

III.5.2. Avec la loi de Maxwell [15]

Dans ce cas le couple de détente est calculé en considérant le moment des forces de Laplace s'exerçant sur l'ensemble des dents de la machine. D'après les calculs développés par [15], on a l'expression suivante du couple de détente par encoche :

$$T_{encoche} = \frac{l_a}{2\mu_0} \left[\int_a^b |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{\omega - 1}{\omega(\omega - a)^{\frac{1}{2}}(\omega - b)^{\frac{1}{2}}} \right| d\omega \right] \quad (\text{III. 26})$$

Le couple de détente total développée par la machine étudiée est :

$$T_c = \sum_{k=1}^{Q_s} T_{encoche} \quad (\text{III. 27})$$

Où Q_s est le nombre d'encoches statoriques. On a utilisé un outil informatique pour calculer l'intégrale de l'Eq. (III.26). On doit effectuer l'intégrale de $a + \varepsilon$ à $b - \varepsilon$; où ε est nombre proche de zéro. La Figure 13 montre la variation du couple pour deux valeurs de ε

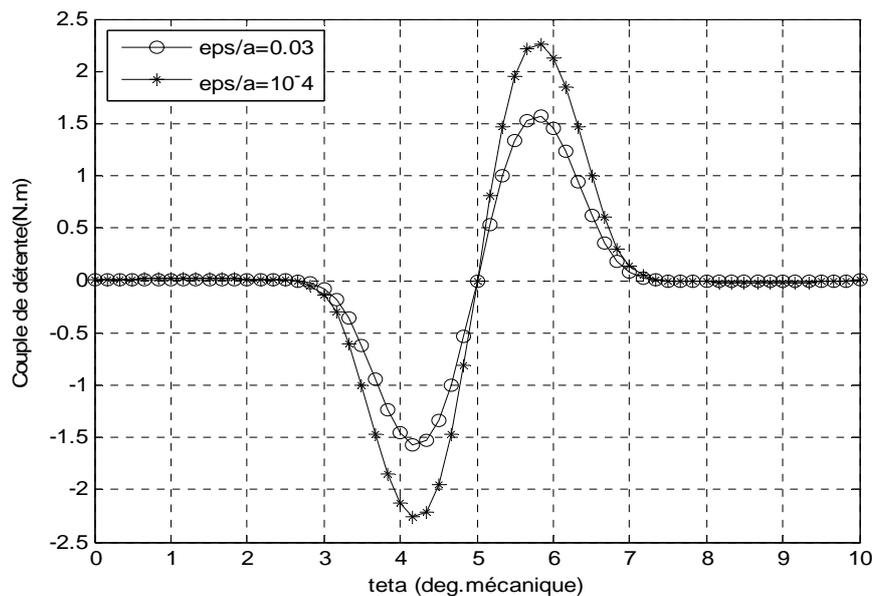


Fig. III.13. Couple de détente (aimantation radiale)

III.6. Calcul de la force électromotrice

On utilise la loi de Faraday pour calculer, à vide, la FEM induite dans un enroulement statorique créée par l'induction magnétique :

$$E_c(t) = -N_c \frac{d\phi_c}{dt} \quad (\text{III. 28})$$

Où N_c est le nombre de conducteurs.

Le flux est l'intégral de l'induction magnétique créée dans l'entrefer [12] :

$$\phi_c(t) = L_u R \int_{-\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(r, \theta, t) dt \quad (\text{III. 29})$$

Avec :

$$\gamma_c = \gamma_c \frac{2\pi}{Q_s}$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = B_r(r, \theta, t) * \lambda_a(r, \theta) + B_\theta(r, \theta, t) * \lambda_b(r, \theta) \quad (\text{III. 30})$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = \sum_{1.3.5\dots}^{\infty} B_{rn} \cos(np(\theta - \omega_{rm}t)) \left\{ \lambda_o + \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{am} \cos(mQ_s(\theta - \theta_{so})) \right\} +$$

$$\sum_{1.3.5\dots}^{\infty} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \omega_{rm}t)) \sum_{m=1}^{N_\lambda} \lambda_{bm} \sin(mQ_s(\theta - \theta_{so})) \quad (\text{III. 31})$$

Où $B_{rn}, B_{\theta n}; \lambda_o, \lambda_{am}, \lambda_{bm};$ et ω_{rm} sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'induction créée dans l'entrefer à stator lisse, données par les Eqs (II.43) et (II.44) ; les coefficients de série de Fourier de la perméance complexe ; la vitesse de rotation du rotor [tr/s].

$$\phi_c(t) = L_u R \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \left\{ \lambda_o B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) \right.$$

$$+ \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np + mQ_s} A_m$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - mQ_s} A_m \right\} \cos(np\omega_{rm}t) \quad (\text{III. 32})$$

Avec

$$A_m = \begin{cases} 1 \\ \cos(m\pi) \end{cases}$$

Pour l'égalité $np = mQ_s$, il faut remplacer le terme $\frac{\sin\left((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - mQ_s}$ par $\frac{\gamma_c}{2}$

La FEM induite dans une phase peut être calculée par la somme des FEMs induites dans les enroulements connectés en série de la phase. Si on prend en considération le facteur de distribution des bobinages tel que :

$$K_{dn} = \frac{\sin\left(npq \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(np \frac{\alpha}{2}\right)} \quad (\text{III. 33})$$

Où q est le nombre d'encoches par et par phase, α est le déphasage entre deux tensions induites par deux enroulements adjacents. Dans un enroulement triphasé, le nombre de tours par phase reliés en série est donné par :

$$N_s = \begin{cases} N_c \frac{Q_s}{6a_p} & \text{pour un enroulement à simple couche} \\ N_c \frac{Q_s}{3a_p} & \text{pour un enroulement à double couche} \end{cases}$$

Où a_p est le nombre de voies en parallèle.

A partir des Eqs. (III.28) et (III.32), on aboutit à l'expression finale suivante de la FEM :

$$E_c(t) = N_s \omega_{rm} L_u R \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} K_{dn} \left\{ \lambda_o B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np + mQ_s} A_m + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)}{np - mQ_s} A_m \right\} \sin(np\omega_{rm} - \alpha_o) \quad (\text{III. 34})$$

Avec α_o égale à zéro pour la phase A, $\frac{2\pi}{3}$ pour la phase B, $\frac{4\pi}{3}$ pour la phase C.

La Figure (III.14) montre la variation de la force électromotrice pour les deux sens d'aimantation. La forme est presque la même, on constate que le sens de l'aimantation n'influence pas la répartition de la FEM.

Les Figures (III.15. a et b) montrent la variation du couple électromagnétique développé par la machine étudiée dans le cas réel avec un stator encoché. Pour les deux modes d'alimentation adoptées, on remarque que le couple produit par une structure à aimantation radiale diffère de celui créé par une aimantation parallèle.

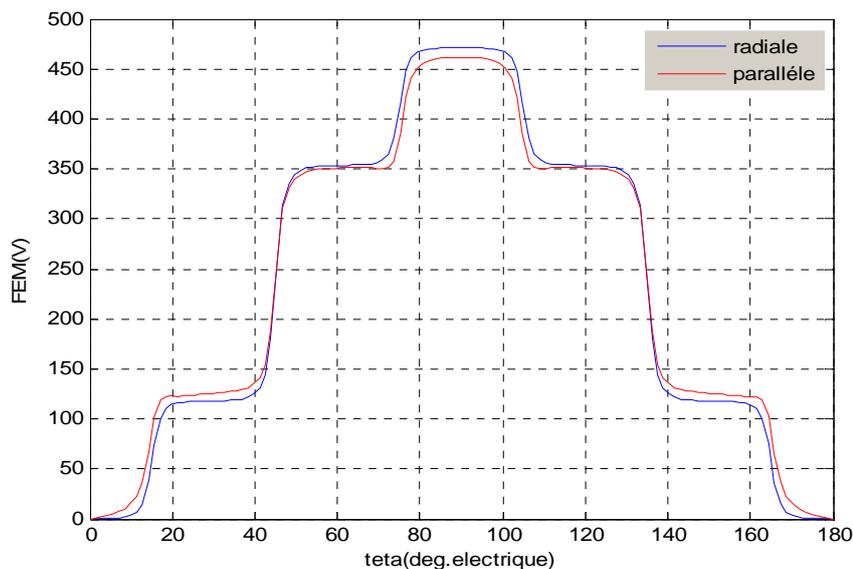


Fig.III.14. Variations de la FEM pour différents sens d'aimantation

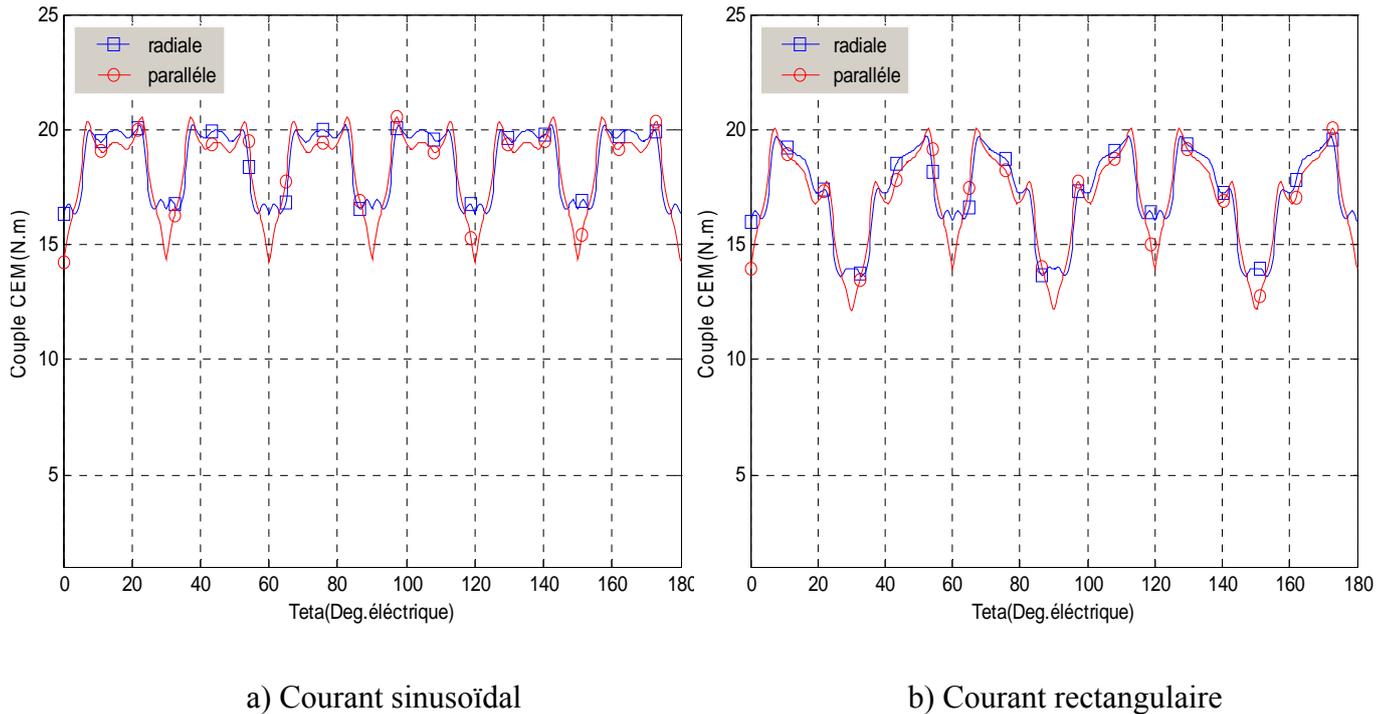


Fig.III.15. Variation du couple d'interaction pour différents sens d'aimantation.

III.7. Conclusion

Au niveau de ce chapitre, nous avons introduit de nouveaux concepts pour les calculs analytiques de champ dans les machines à aimant permanent montés sur la surface rotorique avec un stator encoché. Le concept de perméance complexe a été développé avec des transformations conformes des encoches dans plusieurs domaines puis, nous avons ramené les résultats au plan initial qui est le cas réel de machines. Ces transformations nous ont aidé à calculer facilement les composantes radiales et tangentielles de l'induction dans l'entrefer.

Le Calcul du couple de détente est essentiel pour savoir les bonnes performances de la machine. Ce calcul est basé sur deux méthodes différentes. Le modèle bidimensionnel adopté est largement suffisant pour effectuer une étude paramétrique globale du type de machines à aimants étudiées, dont on donnera les résultats de simulation dans le chapitre suivant.

Chapitre IV

Etude paramétrique

IV.1. Introduction

Les performances d'une machine synchrone à aimants sont largement influencées par la structure de son inducteur. Ce dernier est caractérisé par les dimensions de l'encoche, les dimensions et le sens de l'aimantation des aimants.

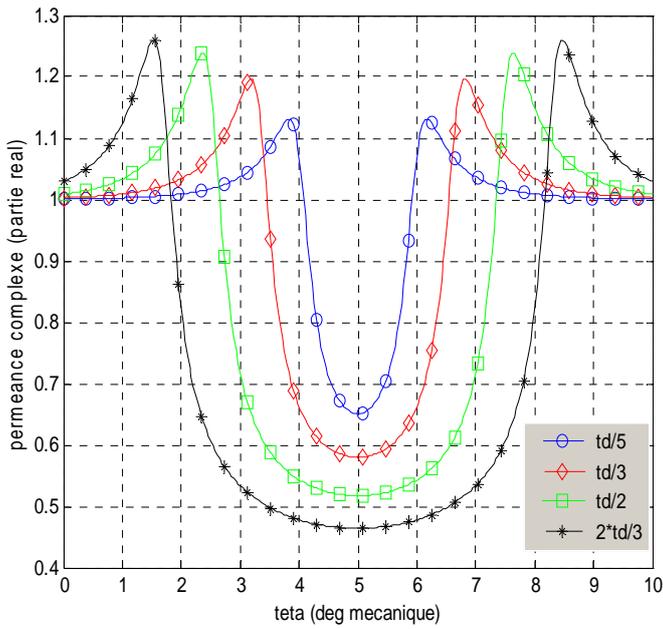
Dans ce chapitre, nous utilisons les solutions analytiques de l'induction du couple de détente établies dans le chapitre précédent, pour calculer les efforts développés par les différentes structures de la machine étudiée.

IV.2. Influence des paramètres géométriques de la machine

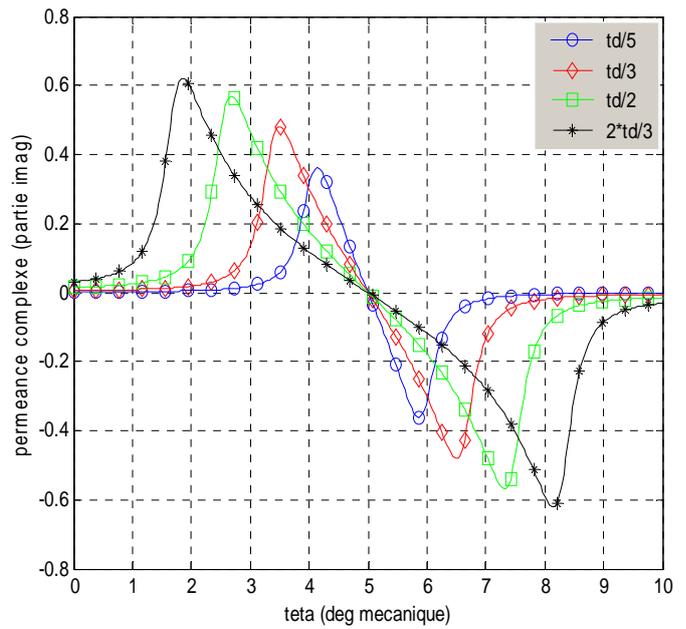
IV.2.1 Influence de l'ouverture de l'encoche

La variation de l'ouverture des encoches engendre une modification de la forme de l'entrefer mécanique. Cette modification a une influence sur la perméance complexe comme le montrent les Figs. (IV.1.a) (IV.1.b). On observe que, pour les grandes ouvertures des encoches, la variation de la perméance est grande ainsi que la valeur de la réactance car le trajet des lignes du champ est lié à la nature du matériau. La perméabilité relative de l'air étant égale à l'unité, la réactance devient importante. On constate qu'on doit tenir compte de l'influence de l'ouverture de l'encoche sur les performances des machines synchrones à aimants.

L'ouverture de l'encoche a une influence sur la répartition de l'induction comme le montre la Fig. (IV.2.a). L'influence se répercute sur la répartition de l'induction. L'augmentation de l'ouverture de l'encoche engendre une plus grande zone d'air, et ce dernier possède une très grande réactance menant à une déperdition des lignes du champ. Les variations de l'induction maximale et de l'induction moyenne sont représentées sur la Fig. (IV.2.b)



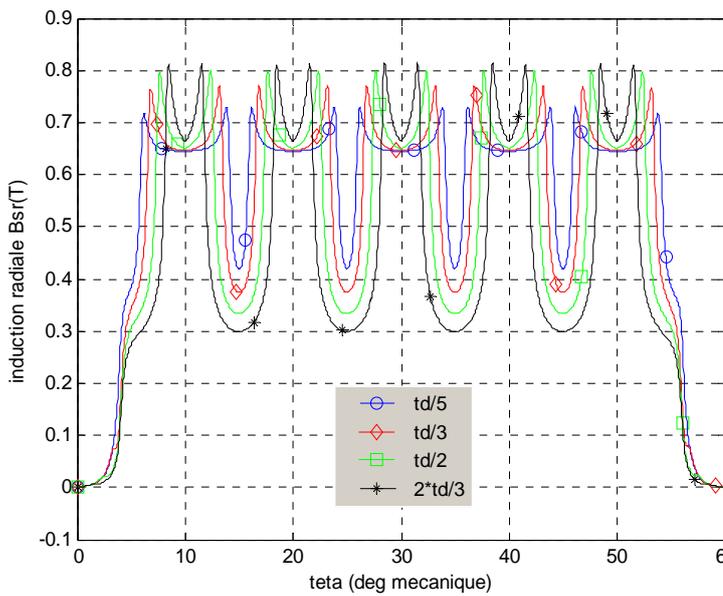
(a)



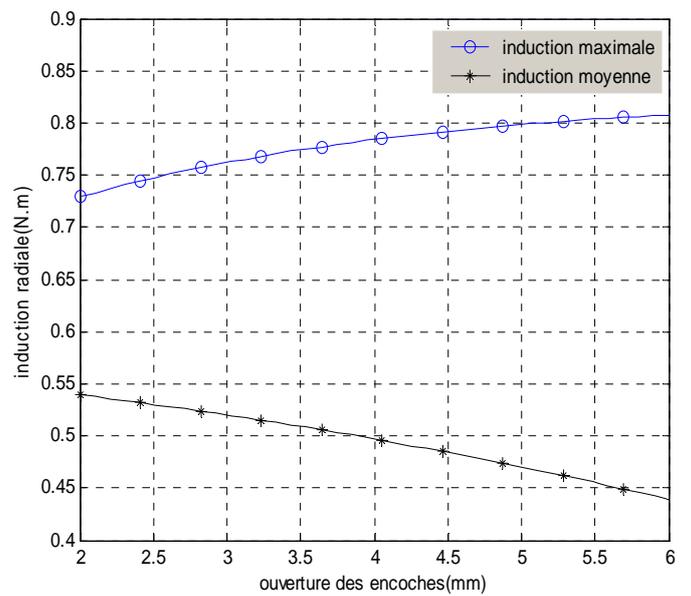
(b)

Figs. IV.1. Influence de l'ouverture des encoches sur la perméance complexe.

a) partie réelle. b) partie imaginaire.



(a)



(b)

Figs.IV.2. a) influence de l'ouverture des encoches sur l'induction radiale

b) influence de l'ouverture des encoches sur les valeurs de l'induction moyenne et maximale.

IV.2.2. Influence de l'épaisseur des aimants

La Figure (IV.3.a) représente la variation de l'induction radiale créée par l'aimantation radiale en fonction de l'épaisseur des aimants au niveau de l'entrefer. Elle montre que l'amplitude de l'induction est proportionnelle à l'épaisseur de l'aimant utilisé. La variation de l'épaisseur des aimants influe également sur les valeurs de l'induction moyenne et de l'induction maximale. En effet, ces grandeurs augmentent avec l'épaisseur des aimants jusqu'à une certaine valeur comme le montre la Fig. (IV.3.b)

III.6.3. Influence de l'ouverture des aimants

L'ouverture des aimants détermine la forme d'onde. Elle passe d'une forme proche d'une sinusoïde pour les petites ouvertures à des formes quasi-trapézoïdales pour des ouvertures proches du pas polaire. Il y a des ondulations, causées par la variation de l'entrefer mécanique. En effet, la valeur maximale de l'induction reste inchangée toutefois, l'ouverture des aimants ne modifie pas d'une manière apparente la valeur crête de l'induction.

La Figure IV.4.a montre la répartition de l'induction radiale pour différentes ouvertures des aimants au milieu de l'entrefer.

L'ouverture des aimants et la valeur de l'induction moyenne varient de façon linéaire. La répartition de l'induction est fortement influencée par la variation de l'ouverture des aimants.

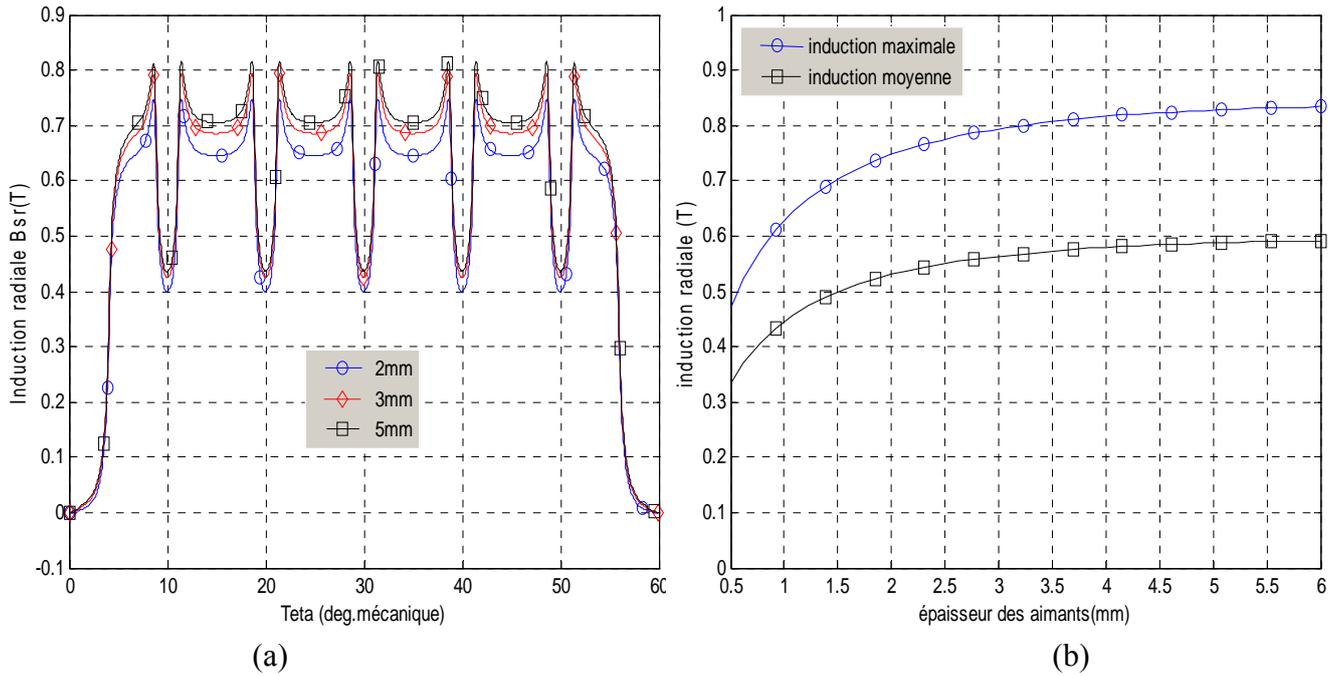
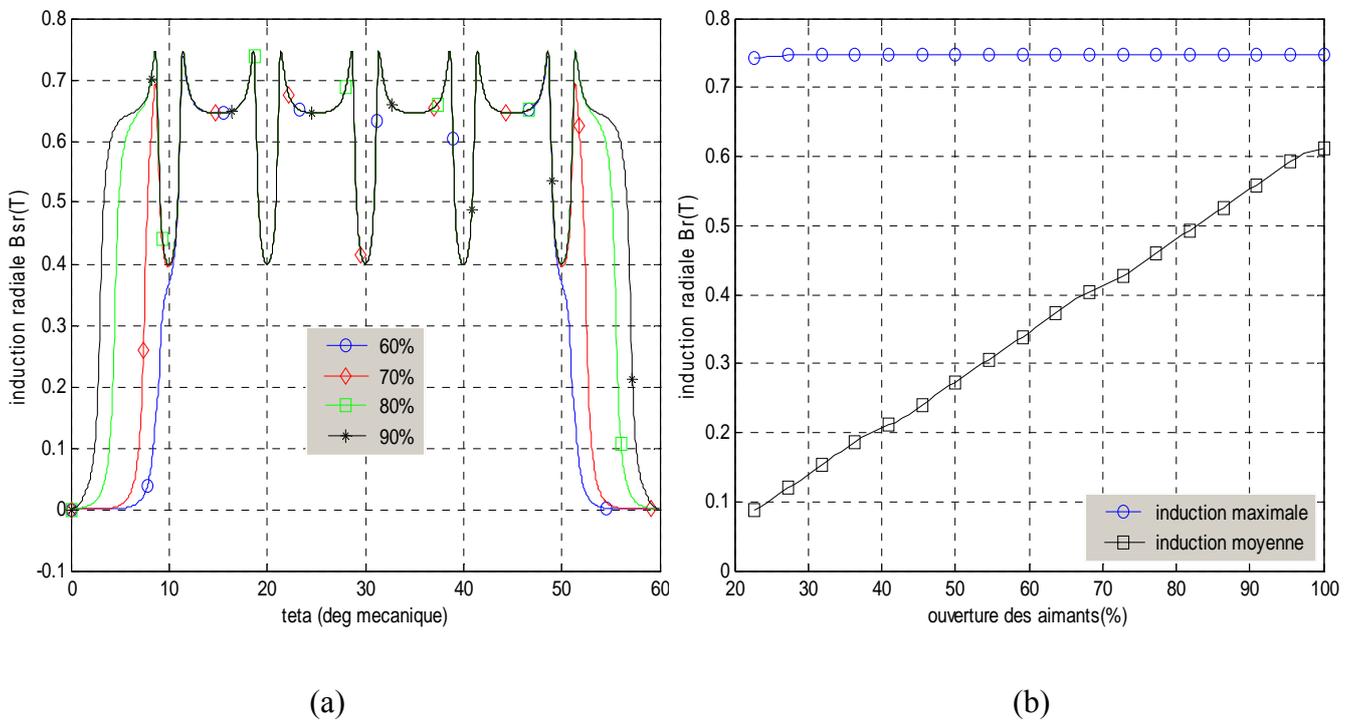


Fig.IV.3 a) influence de l'épaisseur des aimants sur l'induction radiale.

b) influence de l'épaisseur des aimants sur les valeurs de l'induction moyenne et maximale.



Figs.IV.4 a) Influence de l'ouverture des aimants sur l'induction radiale.

b) influence de l'ouverture des aimants sur les valeurs moyennes et maximales des inductions.

IV.3. Etude du couple de détente

Les ondulations du couple de détente résultent de l'interaction entre les aimants et l'armature encochée du stator [10]. En effet, lorsque le rotor se déplace par rapport au stator, les encoches créent des variations de la largeur de l'entrefer.

IV.3.1. Influence de l'aimantation

La Figure (IV.5) montre que le couple de détente est fortement influencé par le sens de l'aimantation.

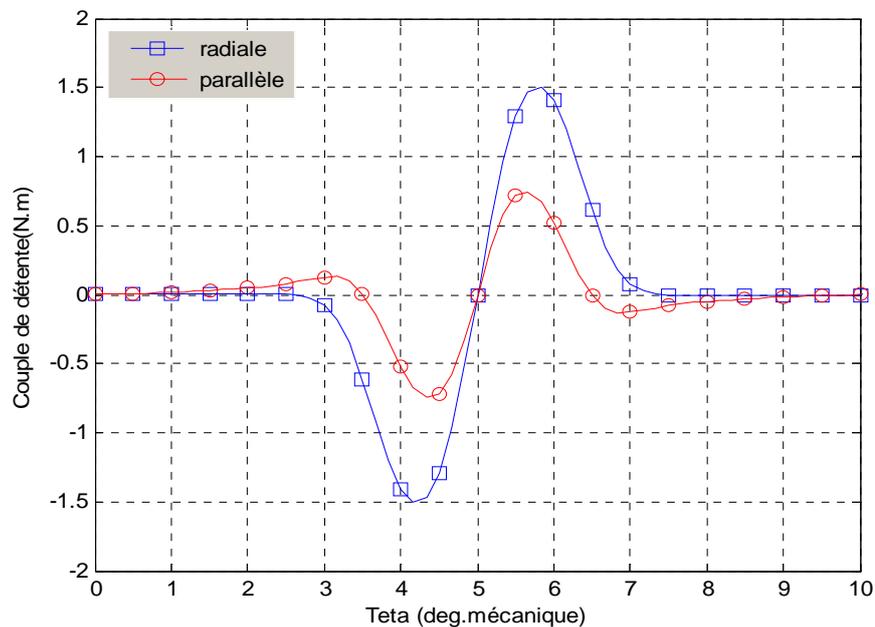


Fig.IV.5. Couple de détente en fonction de sens de l'aimantation.

IV.3.2. Influence de l'ouverture des aimants

Pour les inducteurs à aimantation radiale, l'ouverture de l'arc polaire influence directement la forme et l'amplitude du couple de détente comme le montre la Fig. (IV.6.a). Sur la Fig. (IV.6.b), on observe que ce couple est fortement réduit pour certaines largeurs de l'arc polaire. Différentes analyses par éléments finis ont permis de définir des relations liant la largeur de l'arc polaire au pas dentaire permettant ainsi d'éliminer le premier harmonique du couple de détente [16], [17].

D'après les calculs développés par [14], on peut obtenir un couple de détente minimal à partir d'une expression liant les paramètres d'une machine.

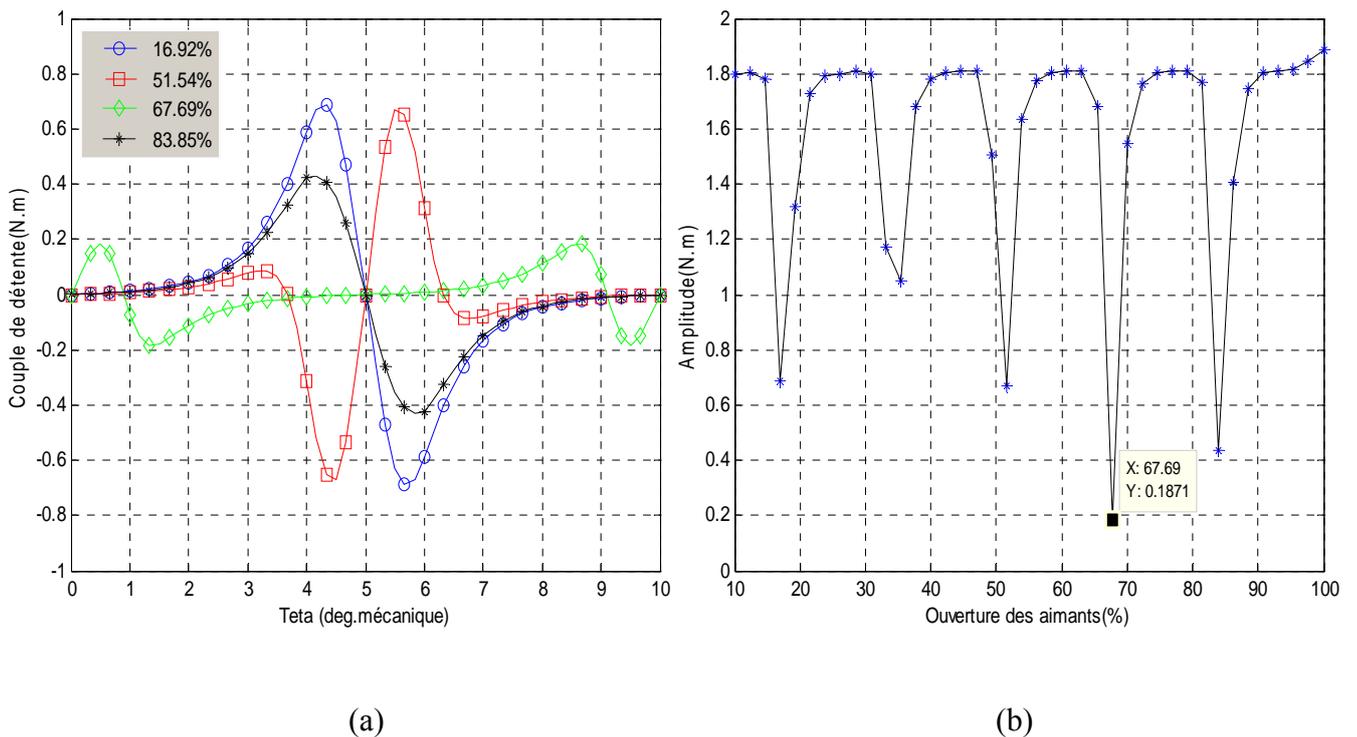
$$\alpha_p = \frac{\frac{N_c}{2p} - K_1}{\frac{N_c}{2p}} + K_2, K_1 = 1,2,3 \dots \dots Q_s - 1 \tag{IV.1}$$

Où N_c est le petit multiple entre le nombre d'encoche Q_s et le nombre de pôles $2p$, K_2 est un facteur qui tient compte du flux des aimants variant entre 0.01 et 0.03 selon l'épaisseur de l'entrefer. Dans notre cas, on peut vérifier cette égalité en utilisant les paramètres de la machine étudiée :

Avec $K_1 = 2$ et $K_2 = 0.0102$, on détermine l'ouverture qui correspond au couple de détente minimal.

$$\alpha_p = \frac{4}{6} + 0.0102 = 67.69\%$$

Comme le montre les Figs (IV.6) a et b).



Figs. IV.6. a) Couple de détente en fonction de l'ouverture des aimants (aimantation radiale)

b) Variation de l'amplitude.

IV.3. 3. Influence de l'épaisseur des aimants

L'épaisseur des aimants a une faible influence sur le couple de détente que ce soit sur sa forme ou sur son amplitude comme montre la Fig. (IV.7.a). On relève que l'amplitude de ce couple reste pratiquement constante au-delà d'une épaisseur d'aimants égale à 5mm pour le prototype étudié (Fig. IV .7.b).

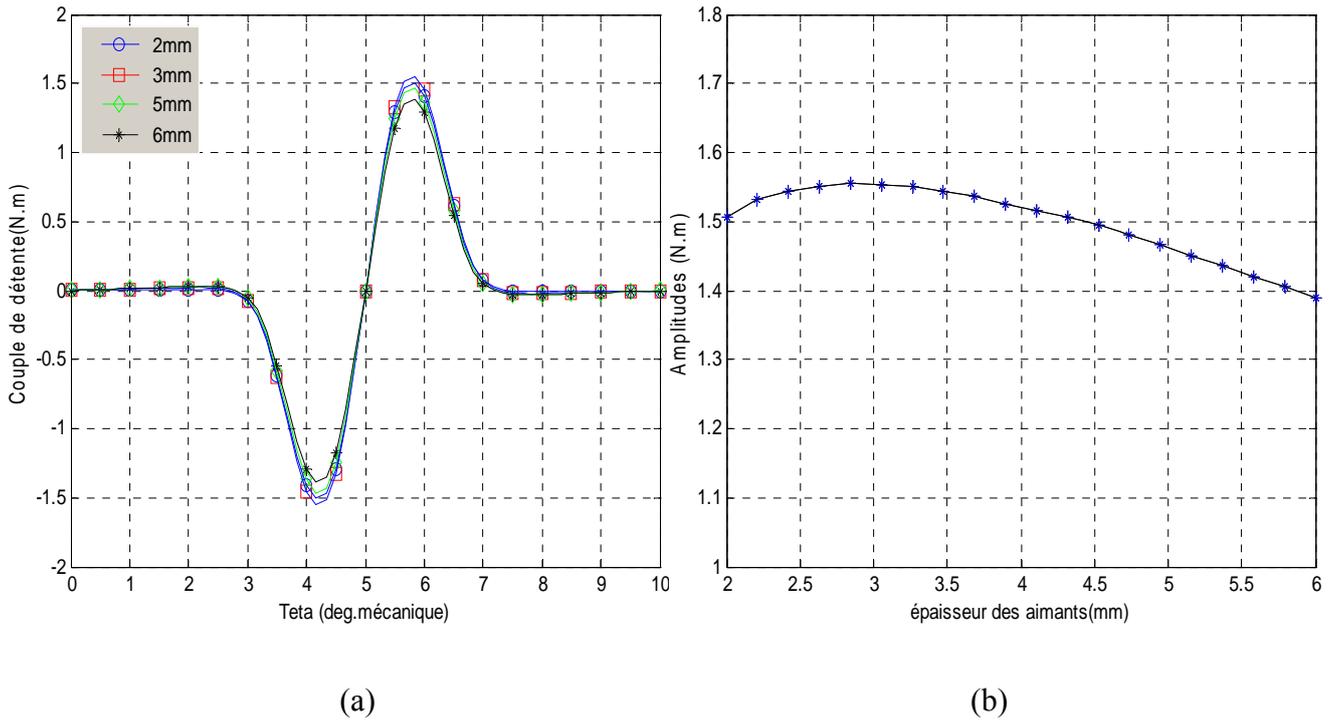
IV.3. 4. Influence de l'entrefer

L'élargissement de l'entrefer arrondit les angles de la courbe de l'induction et par conséquent diminue l'amplitude du couple de détente (Fig. IV. 8.a). Pour cette raison, nous recherchons un entrefer assez large. En contre partie de l'élargissement de l'entrefer, l'amplitude de l'induction diminue ce qui n'est pas favorable pour le flux et le couple moyen (Fig. IV.8.b).

IV.3. 5. Influence de l'ouverture des encoches

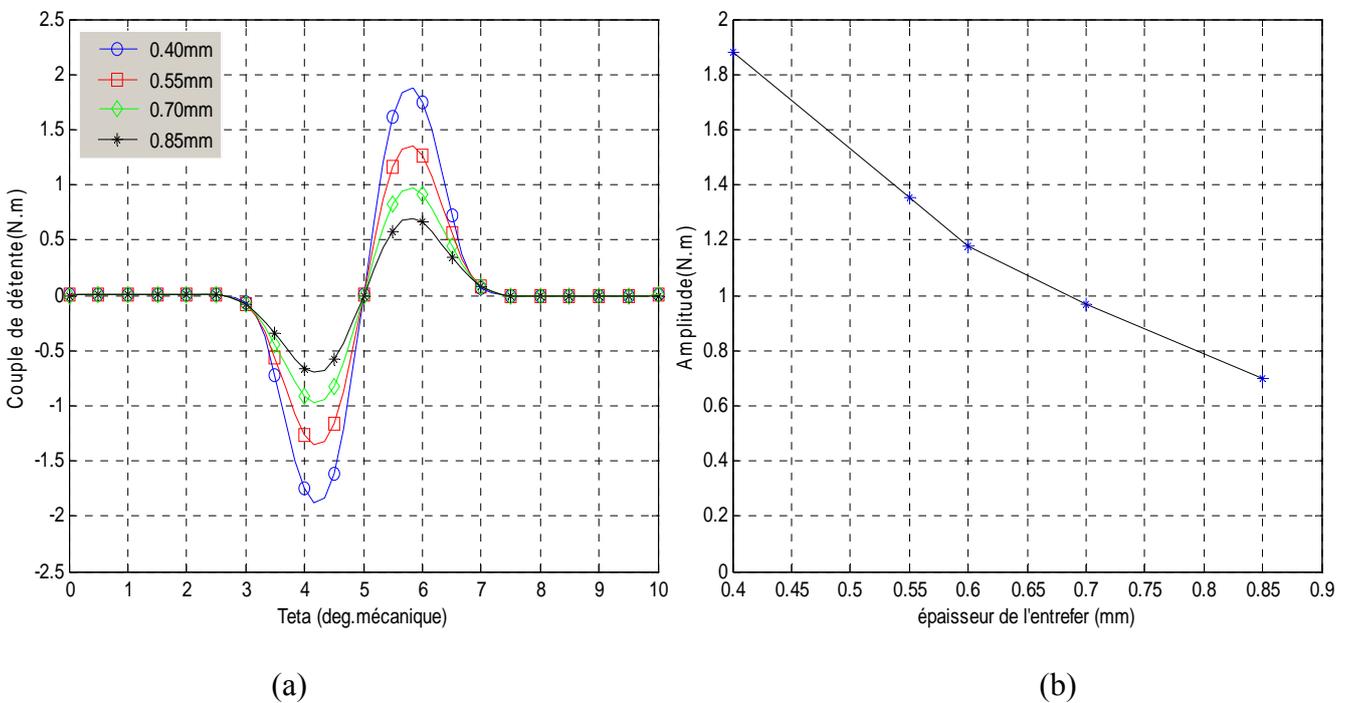
Comme le montre la Figure (IV.9.a), les becs d'encoches influent directement la forme d'onde du couple de détente. La diminution de la largeur des encoches permet de réduire l'amplitude de ce couple (Fig. IV.9. a). L'efficacité de cette réduction est en relation avec le rapport *ouverture d'encoche/ épaisseur d'entrefer*. La diminution devient significative lorsque ce rapport atteint une valeur inférieure à 1[10].

On peut aussi réduire ce couple en introduisant de fausses dents ou encoches qui ont pour conséquence d'augmenter la fréquence des interactions entre les aimants et les encoches. Les fausses encoches doivent être également espacées et de largeur équivalente à l'ouverture d'encoches [17]. Une autre solution consiste à fixer des cales magnétiques aux niveaux des isthmes d'encoches.



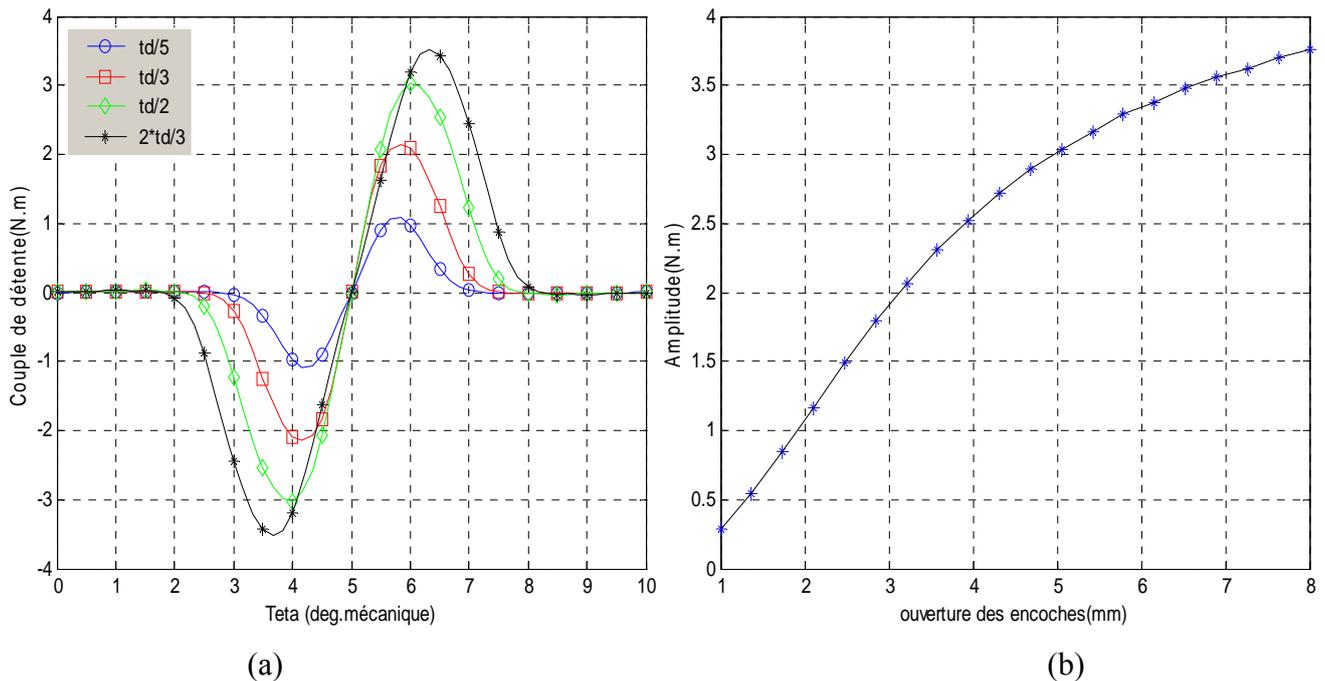
Figs. IV.7. a) Couple de détente en fonction de l'épaisseur des aimants

b) Variation de l'amplitude.



Figs. IV.8.a) Couple de détente en fonction de l'épaisseur de l'entrefer

b) Variation de l'amplitude.



Figs. IV.9. a) Couple de détente en fonction de l'ouverture de l'encoche

b) Variation de l'amplitude.

IV.4. Conclusion

Le choix des dimensions d'une machine donnée est lié aux performances exigées, aux contraintes de réalisation, ainsi qu'à l'application envisagée. Certains paramètres comme l'épaisseur et l'ouverture de l'aimant sont le plus souvent imposés à partir d'un critère d'optimisation de la machine.

La répartition de l'induction au niveau de l'entrefer est fortement influencée par les dimensions des aimants. Pour une épaisseur d'aimant donnée, une sélection des ouvertures relatives des aimants permet d'agir sur la forme d'onde de l'induction radiale.

L'étude du couple en fonction des paramètres, nous a permis d'effectuer un pré-dimensionnement réduisant le taux d'ondulation du couple résultant car nous avons constaté que le couple de détente est fortement influencé par la structure géométrique de la machine. Ce couple, lié à la denture statorique, peut être considérablement réduit par action sur le sens de l'aimantation des aimants, par action sur leur disposition au niveau du rotor, ainsi que par action sur leurs formes géométriques. L'action peut être aussi portée sur la forme des encoches.

Chapitre V

Modélisation par éléments finis de machines à aimants montés sur la surface rotorique

V.1. Introduction

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles. Ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques comme la saturation des matériaux ferromagnétiques, les anisotropies des milieux et la présence des courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable [3].

Les méthodes de résolution numériques les plus utilisées sont les méthodes des équations intégrales de frontières, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. Dans notre travail nous allons nous intéresser à la méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis (finite element method), fut développée et appliquée en premier lieu en génie civil et en mécanique ; elle n'a trouvé sa place, qu'aux années 70, en électricité [11]. Elle est l'une des méthodes numériques les plus utilisées. Cette méthode est utilisée pour la résolution des équations différentielles aux dérivés partielles décrivant le comportement électromagnétique des machines électriques [18].

Sous les mêmes conditions et avec les mêmes hypothèses simplificatrices, nous allons effectuer une comparaison des résultats obtenus à partir du modèle analytique développé au chapitre précédent avec ceux issus de la méthode des éléments finis, en utilisant un outil de modélisation gratuit développé pour calculer les machines synchrones à aimants, appelé FEMM (Finite Element Method Magnet) [10].

V.2. Modélisation par éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Dans son approche variationnelle, la méthode des éléments finis permet de ramener la résolution des équations aux dérivées partielles à la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie du système considéré. Celle-ci est donnée, dans le cas d'un problème de magnétostatique [10], par la relation suivante :

$$F = \frac{1}{2} \int \left(\left[\int_0^B H dB \right] - 2JA \right) d\tau \quad (V.1)$$

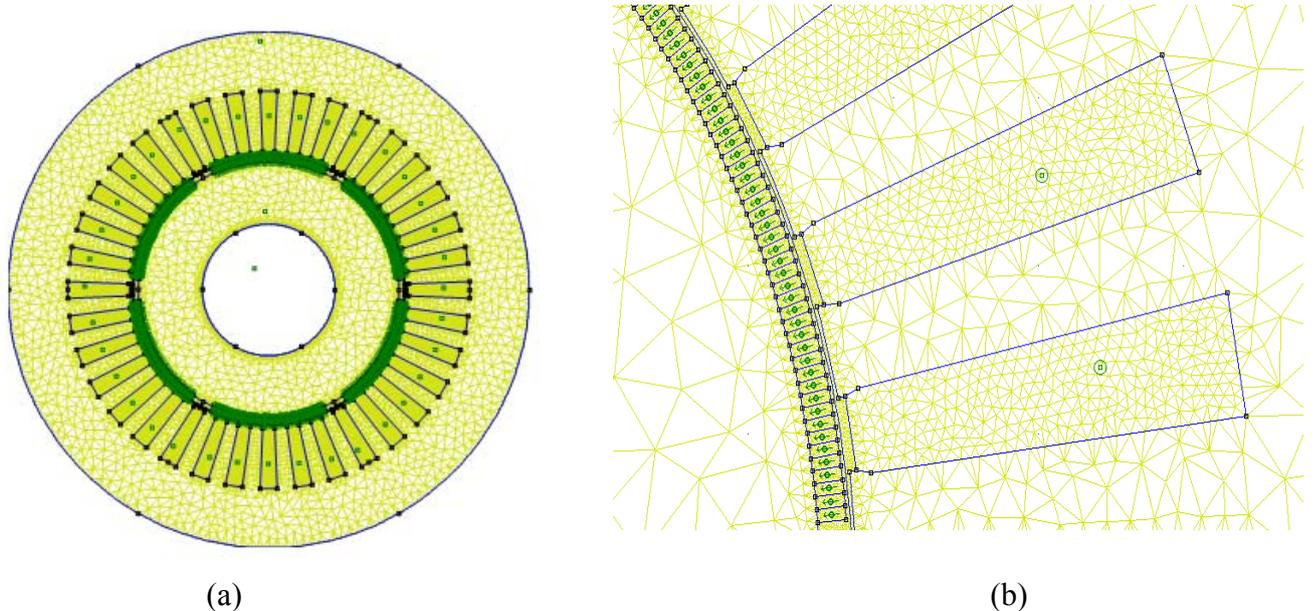
Le domaine d'étude τ est alors subdivisé en régions élémentaires (les éléments finis) où l'inconnue est approchée par une interpolation polynomiale. L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme triangulaire. Pour des problèmes résolus en 2D, les éléments de forme triangulaire (Fig. IV. 1) sont les plus utilisés [18]. Cette subdivision a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet l'usage d'algorithme de numérotation automatique. L'approximation du potentiel dans un élément triangulaire (e) a une forme bilinéaire qui s'écrit ainsi :

$$A^{(e)}(x, y) = a^{(e)} + b^{(e)}x + c^{(e)}y \quad (\text{V.2})$$

La discrétisation de la forme intégrale (Fig. IV. 1) par éléments finis et la recherche des potentiels aux nœuds qui minimisent cette forme entraînent la résolution d'un système d'équations algébriques. La forme matricielle de ce système s'écrit :

$$[M][A] = [S] \quad (\text{V.3})$$

Où $[M]$: est la matrice des contraintes et dépend des propriétés magnétiques des matériaux. $[A]$ est le vecteur des inconnues qui sont les potentiels vecteurs aux différents nœuds du maillage, $[S]$ est le terme source dû aux densités du courant [10].



Figs. V.1. a) Coupe transversale de la machine avec maillage global en 2D.
b) Maillage de la zone aimants + entrefer + encoches.

La résolution du système d'équations peut être effectuée soit :

- par une méthode indirecte, de gradient conjugué par exemple. La solution est obtenue par un processus itératif.
- par une méthode directe de décomposition (méthode de Gauss-Crout) avec un stockage des éléments de la matrice sous forme de vecteurs. La technique de stockage dite ligne de ciel "Sky-line" est l'une des plus utilisée [10].

La résolution permet de déterminer les inconnues en deux étapes :

- Une première étape de décomposition de la matrice $[M]$ sous la forme :

$$[A] = [L][D][L]^T \quad (V.4)$$

Où $[L]$ est une matrice triangulaire inférieure et $[D]$ une matrice diagonale.

- Une seconde étape de substitution pour déterminer la solution aux nœuds.

V.3. Présentation de l'outil de calcul utilisé

Nous avons défini précédemment la méthode des éléments finis utilisée pour calculer les performances des machines synchrones à aimants permanents. Nous définissons dans cette partie, l'outil de calcul utilisé.

La validation des résultats obtenus par les calculs analytiques est effectuée à l'aide d'un logiciel 2D basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM. Comme tous les logiciels employés pour des problèmes d'éléments finis en deux dimensions, ils sont articulés en quatre axes appelés « préprocesseur graphique », « mailleur », « solveur », et « post-processeur graphique ».

- **Préprocesseur** : permet aux utilisateurs de dessiner les différentes parties de l'élément à étudier, de définir les matériaux utilisés, d'imposer les conditions aux limites et ainsi de suite.
- **Le mailleur** : permet le maillage en éléments triangulaires des géométries à étudier via un logiciel connexe : Triangle
- **Le solveur** : permet la résolution de problèmes magnétiques et électrostatiques plans et axisymétriques (incluant les problèmes de magnétostatique linéaire et non linéaire et les problèmes harmoniques à basses fréquences). Pour les problèmes de magnétostatique et d'électrostatique, un solveur utilisant le gradient conjugué basé sur le pré-conditionnement de sous-relaxation symétrique successif est employé.

- **Le post-processeur :** C'est un graphique permettant l'exploitation de la solution du problème. La solution peut être représentée par un tracé de densité ou par des vecteurs s'il s'agit d'une grandeur vectorielle. Un certain nombre de calcul intégral, le long des contours et des aires prédéfinis, est aussi accessible.

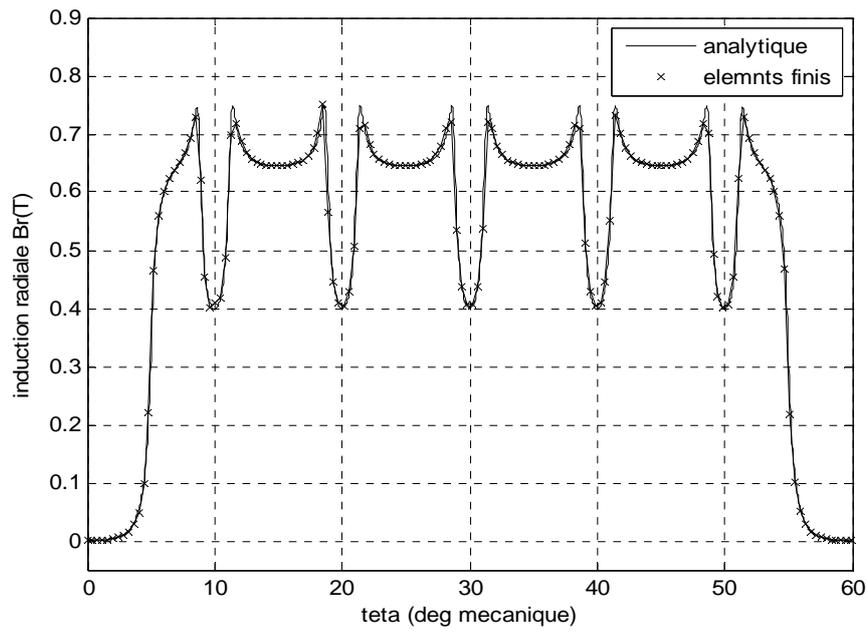
V.4. Validation des modèles analytiques

L'utilisation des méthodes analytiques pour la résolution des équations aux dérivées partielles est pratiquement impossible dans le cas où l'on tient compte de la géométrie réelle de la machine et lorsque les matériaux considérés ont des caractéristiques magnétiques non linéaires. La méthode des éléments finis représente l'un des outils le plus efficaces pour la résolution de ce dernier type d'équations.

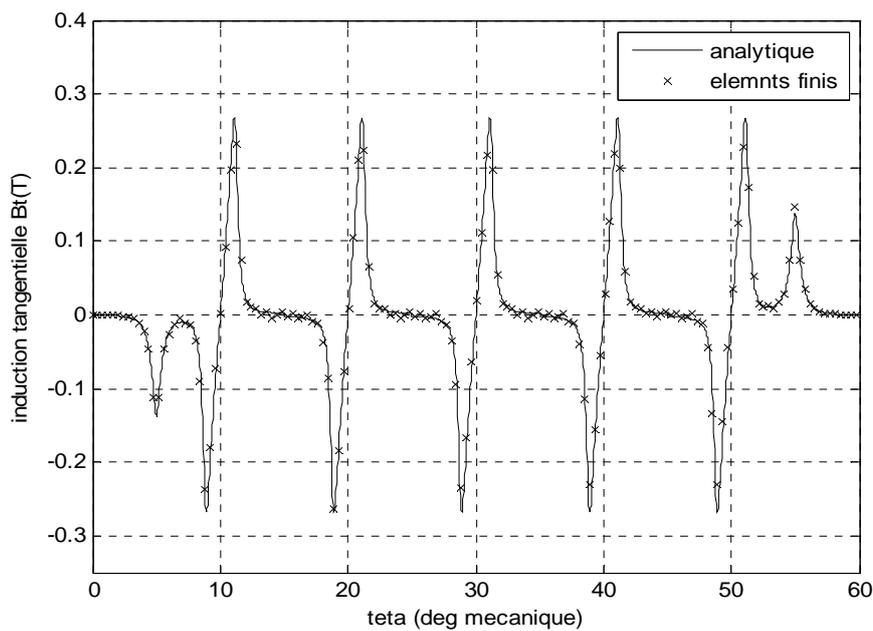
Pour valider le modèle analytique développé au chapitre II, nous allons utiliser une méthode numérique ; celle des éléments finis. Nous allons comparer, sous les mêmes hypothèses et les mêmes conditions, les résultats de l'induction obtenus à partir des deux modèles (analytique et numérique). Cette comparaison est montrée sur les Figs. (V.2) pour une aimantation radiale, et (V.3) pour une aimantation parallèle. On voit que les répartitions de l'induction radiale et de l'induction tangentielle créées par les aimants au niveau du milieu de l'entrefer pour les deux types d'aimantation, sont identiques qu'elles soient obtenues par le calcul analytique ou par le calcul basé sur la méthode des éléments finis.

La Figure (V.4) montre la variation du couple de détente en fonction de la position angulaire du rotor, on observe que les résultats, obtenus par les deux méthodes de calcul, diffèrent. En effet, au niveau de la méthode analytique, utilisant le tenseur des contraintes de Maxwell, nous n'avons pas tenu compte de la saturation du circuit ferromagnétique à l'inverse du calcul basé sur la méthode des éléments finis où on a aussi considéré la géométrie aussi proche de la réalité.

Par contre l'utilisation de la loi de Maxwell donne des résultats concordants pour les deux méthodes de résolution (analytique et éléments finis).



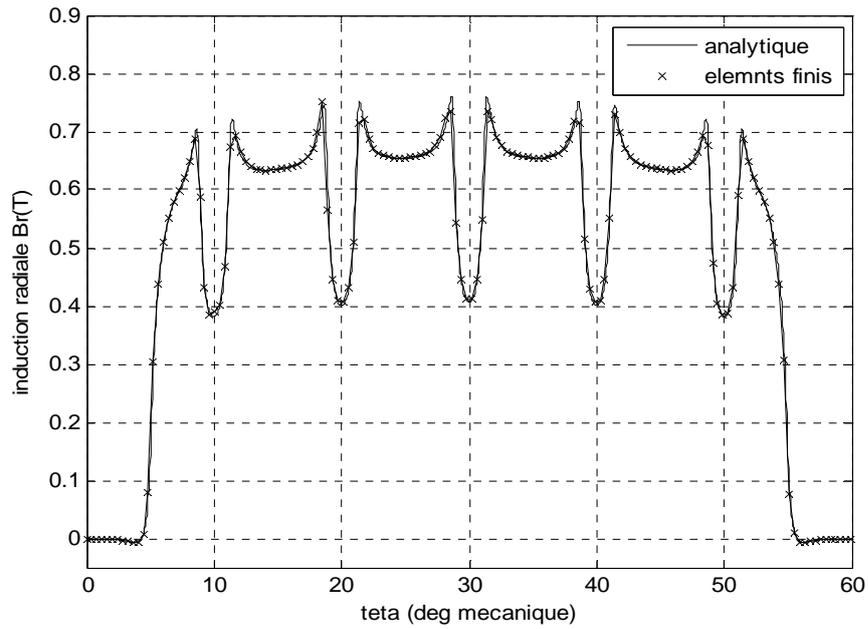
(a)



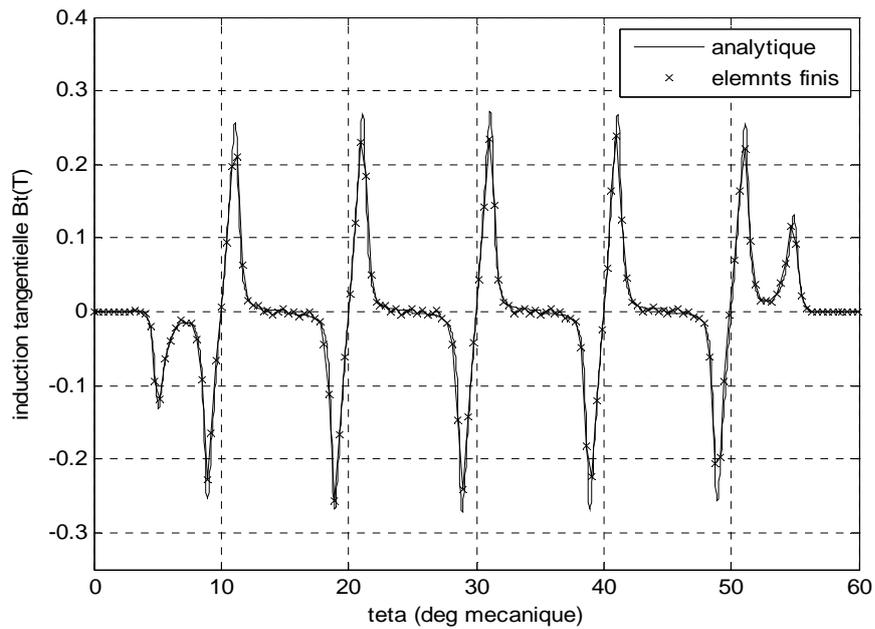
(b)

Figs. V.2 Comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique pour l'induction dans l'entrefer à aimantation radiale ($\alpha_p = \frac{5}{6}\tau_p$ et $e_a = 2\text{mm}$) :

a) composante radiale, b) composante tangentielle.



(a)

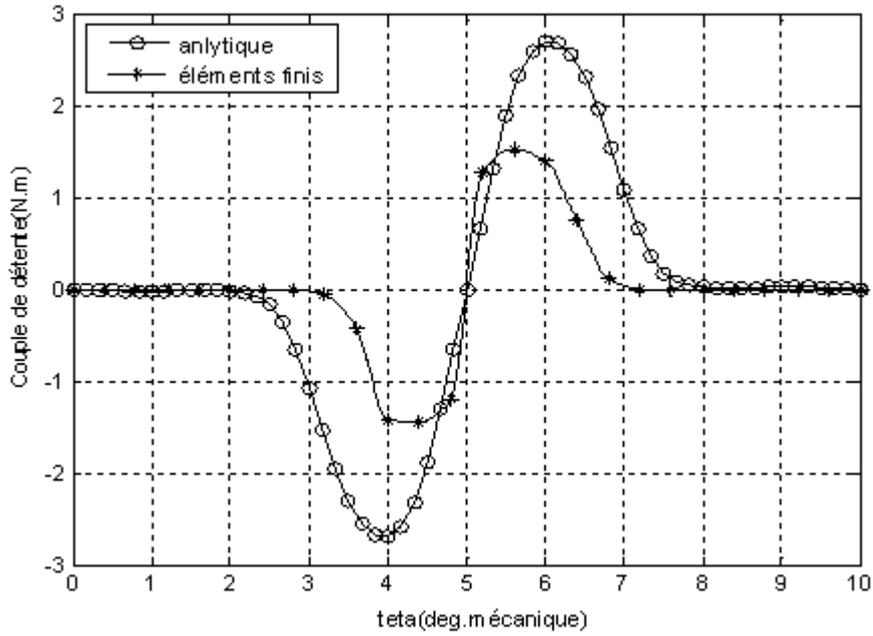


(b)

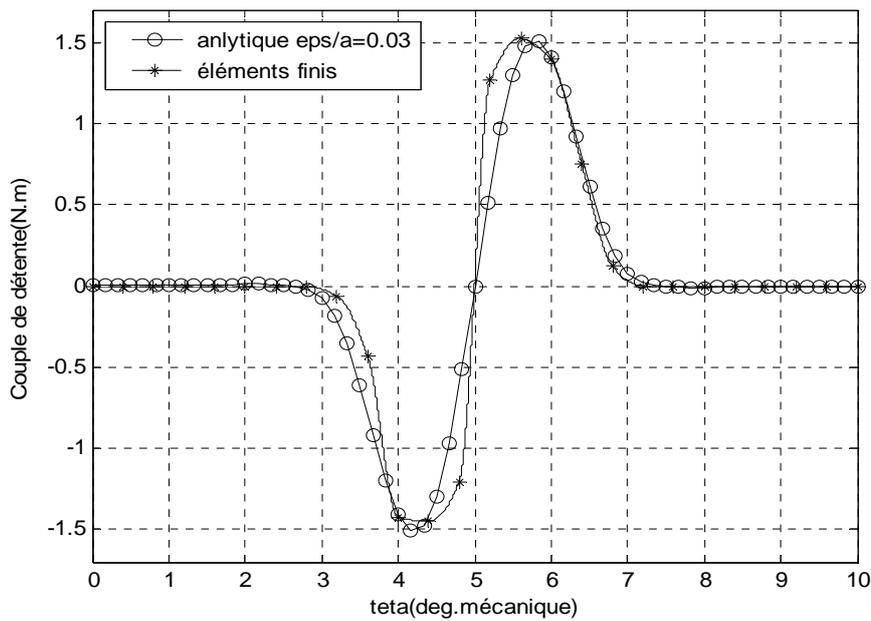
Figs. V.3 Comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique pour

l'induction dans l'entrefer à aimantation parallèle ($\alpha_p = \frac{5}{6}\tau_p$ et $e_a = 2\text{mm}$) :

a) composante radiale, b) composante tangentielle.



(a)



(b)

Figs. V.4 Comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique pour couple de détente (aimantation radiale) ($\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p$ et $e_a = 2mm$) :

a) tenseur de Maxwell, b) somme des forces de Maxwell.

V.5. Etat magnétique des machines étudiées

Le modèle de calcul par éléments finis est utilisé pour analyser la répartition du champ magnétique dans les parties actives de la machine en tenant compte de la saturation. La machine à aimants considérée étant à aimantation radiale.

V. 5. 1. Distribution du champ créé par les courants sources

La Figure (V.5) montre la carte du champ et la répartition de l'induction magnétique, le long de l'entrefer, créée par les courants sources. On observe sur cette Figure l'effet des encoches sur la répartition. En effet, face à ces encoches une diminution considérable du niveau de l'induction est constatée. Le niveau de l'induction produite par les courants d'induit dans l'entrefer est négligeable devant celui de l'induction produite par les aimants.

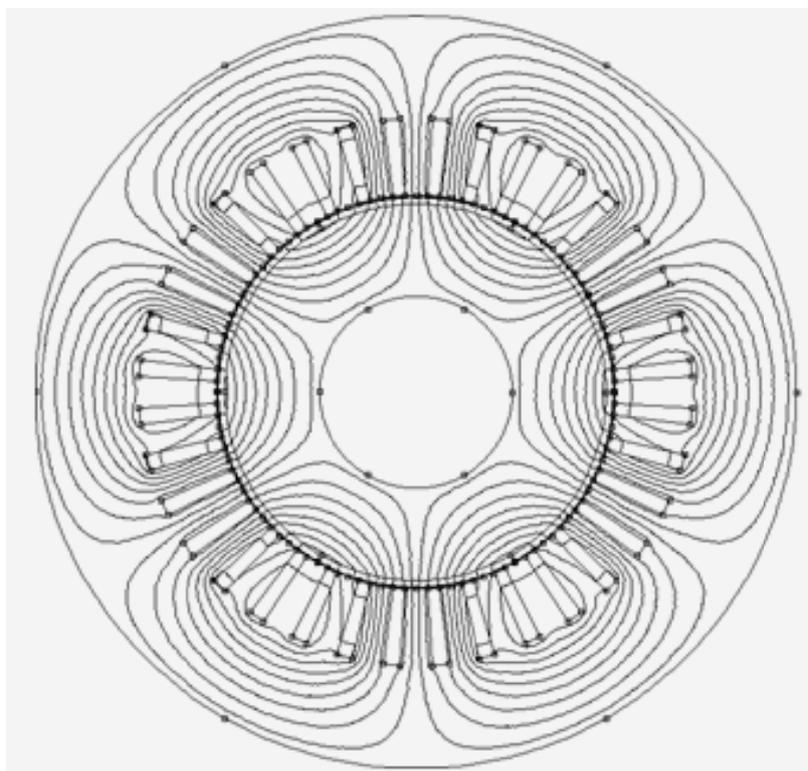
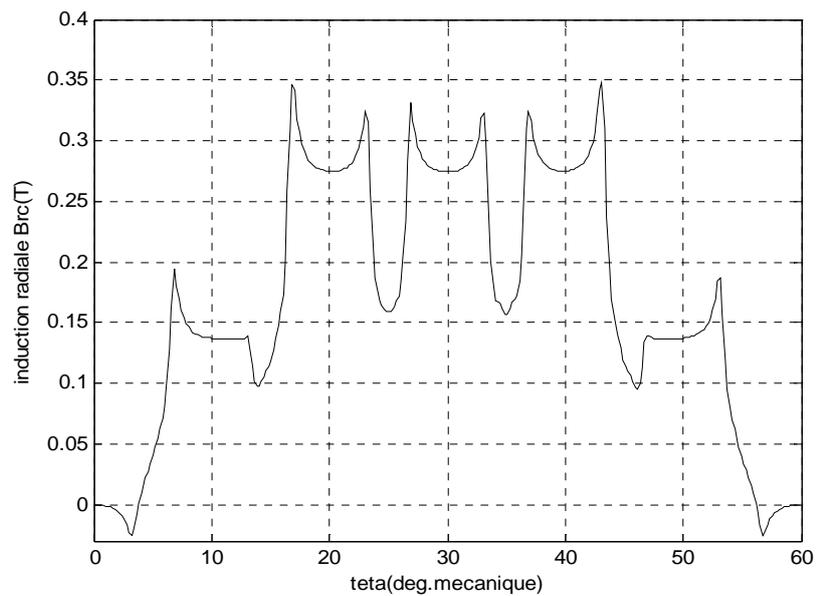
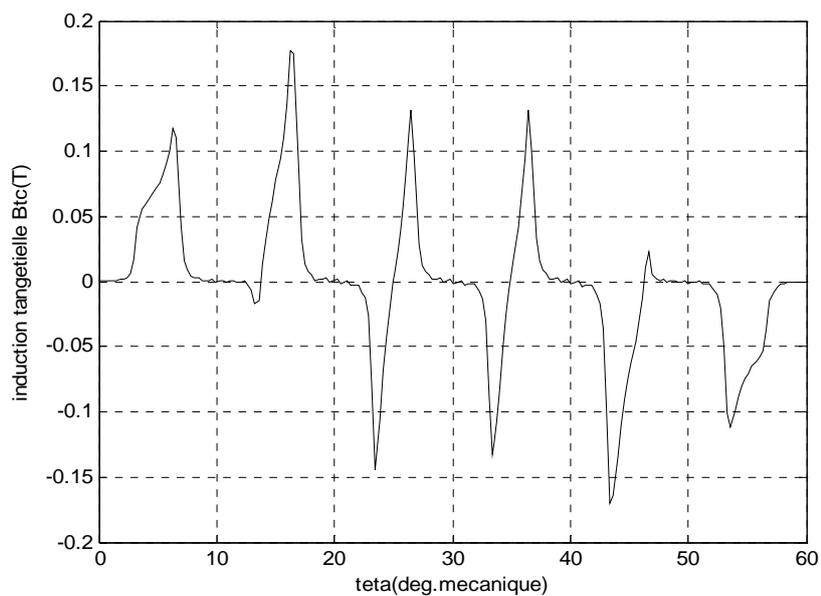


Fig.V.5. Répartition du champ au niveau des machines à aimants montés en surface.



(a)



(b)

Fig.V.6. Champ dû aux courants statoriques ($I=6.91A$).

a) composante radiale, b) composante tangentielle.

V.5.2. Etat de saturation

Les machines à aimants montés sur la surface du rotor présentent un entrefer magnétique important. Plusieurs études ont montré que ces machines sont peu saturées [10], [19]. Afin d'analyser l'effet de la saturation sur le champ produit par les aimants, nous nous sommes intéressés à la structure à aimantation radiale et parallèle en se plaçant dans des conditions qui favorisent la saturation. Pour cela, nous considérons une ouverture importante des aimants et des armatures statorique et rotorique constituées de tôles magnétiques ordinaires (Fig.V.7).

Les Figures (V.8) et (V.9) représentent les cartes de la densité de champ magnétique au niveau de la machine. A partir de celles-ci, on peut relever les régions de la machine qui présentent les niveaux d'induction les plus élevés. Ces régions sont situées au niveau des dents statoriques et sur les côtés des bases inférieures des aimants. On constate aussi que la répartition de l'induction dans l'entrefer, obtenue en tenant compte de la caractéristique magnétique du fer, est pratiquement la même que celle calculée en régime linéaire

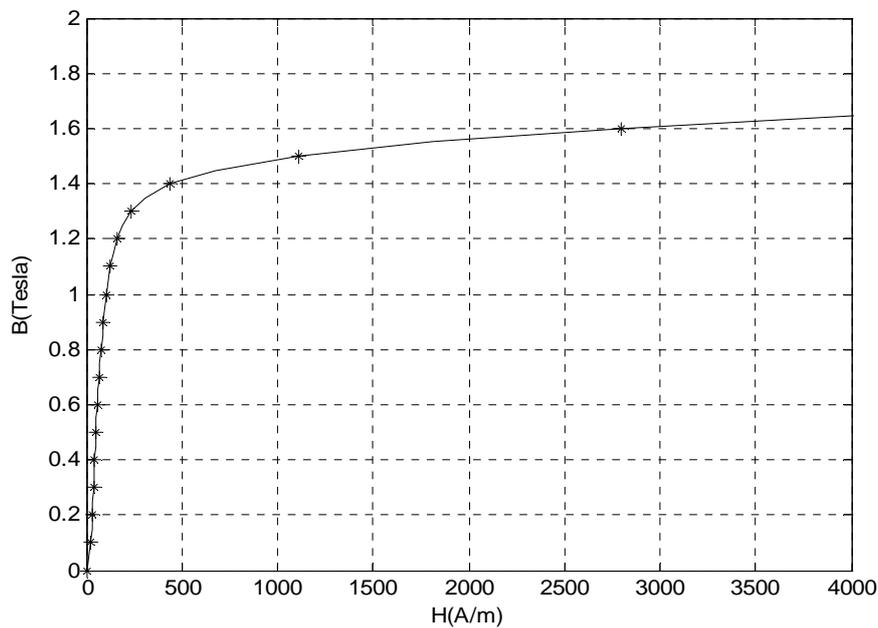


Fig. V. 7. Caractéristique magnétiques des tôles.

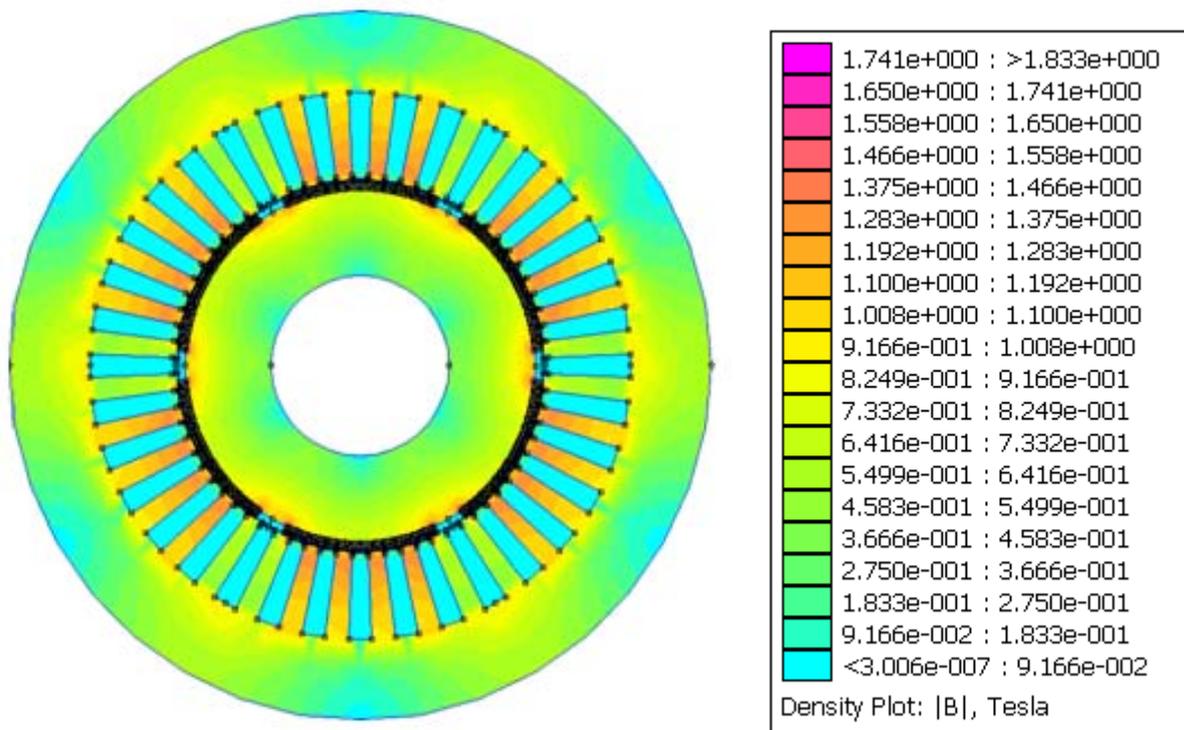


Fig. V. 8. Distribution de la densité du champ dans la machine (aimantation radiale)

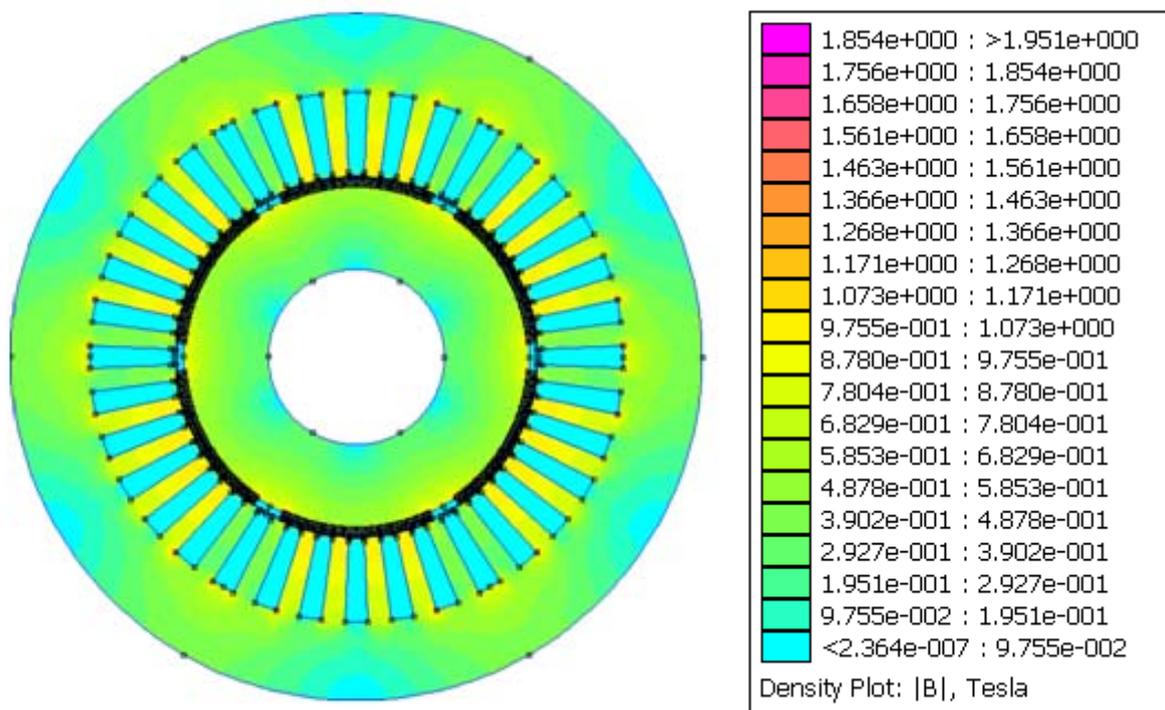


Fig. V.9. Distribution de la densité du champ dans la machine (aimantation parallèle)

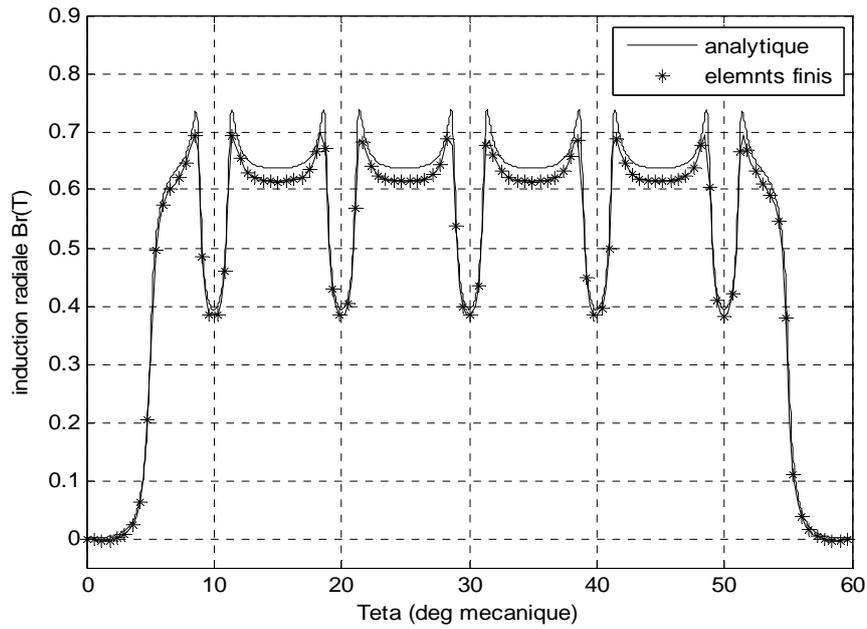


Fig. V.10. Comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique pour l'induction au niveau de l'entrefer en tenant compte de la saturation (aimantation radiale)

$$(\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p)$$

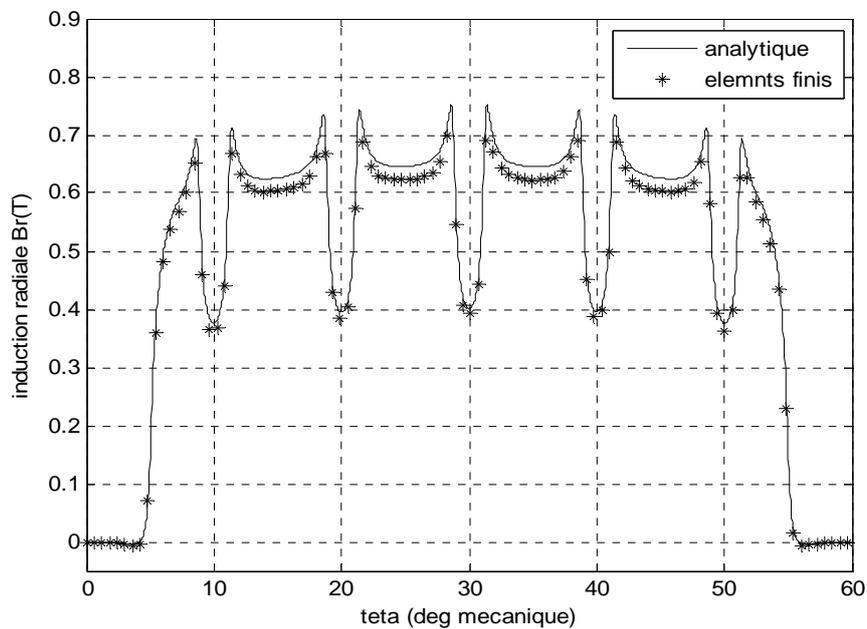


Fig. V.11. Comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique pour l'induction au niveau de l'entrefer en tenant compte de la saturation (aimantation parallèle)

$$(\alpha_p = \frac{5}{6} \tau_p)$$

V.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le calcul numérique par la méthode des éléments finis des machines synchrones à aimants. Le modèle éléments finis en 2D, développé pour le calcul électromagnétique des machines à aimants montés sur la surface du rotor, tient compte de la structure géométrique réelle de la machine ; et des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties.

Nous avons effectué une comparaison des résultats issus des résolutions analytique et numérique (en régime harmonique) pour la répartition de l'induction au niveau de l'entrefer et pour le couple de détente.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Les aspects liés à la conception des machines électriques à aimants sont multiples. Ils concernent le type d'aimant, la structure de la machine, le mode d'alimentation et le type de commande qu'on ne peut dissocier.

Le travail réalisé, dans le cadre de ce mémoire, a permis de développer un modèle d'étude bidimensionnel, utilisant des solutions analytiques, pour dimensionner les différentes structures des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique. Le modèle d'étude développé, basé sur la résolution analytique des équations du champ, donne des expressions explicites entre les performances de la machine et ses paramètres de dimensionnement. Il constitue ainsi un outil efficace pour l'analyse des différentes configurations de machines étudiées. Il permet, en particulier dans une procédure de dimensionnement suivant les contraintes qu'impose le cahier des charges, de dégager rapidement les solutions envisageables.

Nous avons utilisé des techniques de calcul, pour déterminer le champ dans le cas d'un stator encoché. Ces techniques sont les transformations conformes basées sur le développement géométrique, par ce que grâce à ces transformations nous avons déterminé une relation entre les paramètres définis dans le plan à stator lisse encoché. Nous avons exprimé l'induction dans le plan réel de la machine, multipliant la fonction perméance complexe par l'expression montrée dans le plan sans encoche.

Pour ce qui concerne le couple de détente, il est propre aux structures des machines à aimants permanents avec encoches au stator. C'est un couple parasite qui à lui seul peut être une source de rejet de ce type de machines. Le couple de détente accentue les ondulations du couple résultant et il est nécessaire de chercher des stratégies pour le minimiser et même l'annuler. Cependant ; ces ondulations, liées à la structure de l'inducteur, peuvent être réduites soit par utilisation des aimants à une ouverture optimale, pour avoir un couple de faible amplitude.

Le modèle numérique développé, qui est basé sur la résolution des équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D, tient compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties, de son mode d'alimentation. A l'aide de cet outil, on a validé les résultats obtenus par le calcul analytique. Ce modèle peut être exploité pour analyser certaines caractéristiques inaccessibles par la modélisation analytique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **R. Lateb** : « Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espace et de temps », Thèse de doctorat d'I.N.P.L, de Nancy (France), octobre. 2006.
- [2] **Y. Ouazir** : « Calcul des performances d'une machine synchrone à aimant permanent à entrefer lisse », Thèse magister, ENP, Alger, Algérie, juillet. 1997.
- [3] **M. Bel kadi** : «Calcul numérique d'une machine synchrone à aimant permanent à pôles lisses», Thèse magister d'état, ENP, Alger, Algérie.
- [4] **L. Hadjout** : « Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à rotor lisse », Thèse Magister, ENP, Alger, Algérie, juin. 1994.
- [5] **R. Ibtouen** : « Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés », Thèse doctorat d'état, ENP, Alger, Algérie, avril. 1993.
- [6] **F. Gillon** : « Modélisation et optimisation par plans d'expériences d'un moteur à commutations électroniques », Thèse doctorat, université de Lille, France, Décembre 1997.
- [7] **L. Lechevallier, J. Le Breton** : «Aimants permanents», Technique de l'ingénieur D2 102.
- [8] **R. Ibtouen** : «Modélisation des machines électriques», cours de 1^{ère} année PG, ENP, (cours non édité), 2001,2002.
- [9] **A. Aneur** : « commande sans capteur de vitesse par DTC d'une machine synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'ordre complet à mode glissant », Thèse magister, université de Batna, Algérie, décembre. 2005.
- [10] **L. Hadjout** : «Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique», Thèse doctorat d'état, ENP, Alger, Algérie, Décembre. 2006.
- [11] **A. MAIOUFI** : «Modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires par la méthode des volumes finis», Thèse magister, université de Batna, Algérie, Avril. 2006.

- [12] **D. Zarko:** «A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations», thèse de doctorat, université de Wisconsin-Madison, 2004.
- [13] **Z. Q. Zhu, D. Howe:** «instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motor, part III: effect of stator slotting», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 29. No. 1. January. 1993.
- [14] **D. Zarko, D. Ban, T. Lipo:** «Analytical Solution for Cogging Torque in Surface Permanent-Magnet Motors Using Conformal Mapping», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 44. No. 1. January. 2008.
- [15] **D. Zarko, D. Ban, T. Lipo:** «Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 42. No. 7. July. 2006.
- [16] **R. Lateb, N. Takorabet, F.M. Tabar:** «Effect of magnet segmentation on the cogging torque in surface-mounted permanent-magnet motors», IEEE Transactions On Magnetic. Vol. 42. No. 3. March. 2006.
- [17] **T.M. Jahns, W.L. Soong:** «Pulsating Torque Minimization Techniques for Permanent Magnet AC Motor Drives-A Review», IEEE Transactions On Industrial Electric Vol. 43. No. 2. April. 1996.
- [18] **Y. Boutora, N. Takorabet, R. Ibtouen, S. Mazani:** « A new method of minimizing the bandwidth and profile of square matrices for triangular finite elements mesh», IEEE Transactions On Magnetic. Vol. 43. No. 4. April. 2007.
- [19] **A. De Bernardinis** «Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/redresseur commandé. Application à un véhicule hybride », Thèse de Doctorat INPL de Nancy.(France), Décembre. 2000.