

10/97

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
D.E.R de Génie Electrique & Informatique
Spécialité : ELECTROTECHNIQUE

المركز الوطني للتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

CALCUL NUMERIQUE EN REGIME SATURE D'UNE B.D.C.M
A CONCENTRATION DE FLUX ET A STATOR ENCOCHE

Proposé et dirigé par :
Mr. R. IBTIOUEN
Mr. O. TOUHAMI

Etudié par :
Mr. K. CHERCHALI

Promotion : Juillet 1997

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
D.É.R de Génie Electrique & Informatique
Spécialité : ELECTROTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

CALCUL NUMERIQUE EN REGIME SATURE D'UNE B.D.C.M
A CONCENTRATION DE FLUX ET A STATOR ENCOCHE

Proposé et dirigé par :
Mr. R. IBTIOUEN
Mr. O. TOUHAMI

Etudié par :
Mr. K. CHERCHALI

Promotion : Juillet 1997

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
١٣١٥ هـ

إلى روع الفقير والذى تغمره الهدى
إلى روى ...
إلى الغنى والى غنى ...
إلى جميع الصرفانى ...
أخرى هذا العمل المتواضع .

Avant propos

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Machines Electriques du département de Génie Electrique & Informatique de l'Ecole Nationale Polytechnique sous la direction de Messieurs R.IBTIOUEN et O.TOUHAMI, Maîtres de Conférences à l'E.N.P.

Je tiens à leur exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements pour l'aide sans réserve qu'ils m'ont apportée par leurs conseils éclairés tout au long de ce travail.

Ma reconnaissance va également à Monsieur R.KECHROUD, Chargé de Cours à l'U.S.T.H.B, pour sa disponibilité, son aide amicale et ses précieux conseils.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont de près ou de loin contribué à ma formation tout au long de mes études.

Sommaire

Introduction	2
---------------------	---



Chapitre 1 : Généralités

I.1. Machine à aimants permanents	6
I.1.1. Matériaux pour aimants permanents	6
I.1.2. Structures des inducteurs des machines à aimants permanents	7
I.2. Machine synchrone autopilotée	10
I.2.1. Principe	10
I.2.2. Alimentation	10
I.2.2.1. Onduleur de courant	11
I.2.2.2. Onduleur de tension contrôlé en courant	12
I.3. Prototype étudié	13
I.3.1. Description de la structure géométrique	13
I.3.1.1. Rotor	13
I.3.1.2. Stator	13
I.3.2. Description des milieux perméables	14
I.3.3. Description des sources de champ	14
I.3.3.1. Aimants	14
I.3.3.2. Courants statoriques	15
I.4. Conclusion	15



Chapitre 2 : Modélisation

II.1. Modélisation géométrique (domaine d'étude)	17
II.2. Modélisation des sources de champ	17
II.2.1. Conducteurs	17
II.2.2. Aimants	17
II.3. Modélisation des milieux saturables	20
II.3.1. Présentation du modèle	20
II.3.2. Validation du modèle	22

II.3.3. Exploitation du modèle	24
II.3.4. Application	24
II.4. Mise en équations	26
II.4.1. Hypothèses simplificatrices	26
II.4.2. Formulation magnétostatique du problème	26
II.4.3. Modèle bidimensionnel	27
II.4.4. Conditions aux limites	28
II.4.5. Conditions de passage aux interfaces entre milieux différents	29
II.5. Conclusion	29

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
École Nationale Polytechnique

Chapitre 3 : Résolution numérique

III.1. Méthode des éléments finis	31
III.1.1. Forme intégrale du problème magnétostatique	31
III.1.2. Discrétisation du domaine d'étude & approximation nodale	32
III.1.2.1. Discrétisation du domaine d'étude	32
III.1.2.2. L'approximation nodale	33
III.1.3. Discrétisation de la forme intégrale	36
III.1.4. Résolution du problème en régime linéaire	37
III.1.4.1. Assemblage	37
III.1.4.2. Prise en compte des conditions aux limites	38
III.1.4.3. Résolution du système d'équations	38
III.1.5. Résolution en régime saturé	38
III.1.5.1. Méthode des substitutions successives	39
III.1.5.2. Méthode de NEWTON-RAPHSON	39
III.1.6. Organigrammes	40
III.2. Exploitation	46
III.2.1. Calcul de l'induction	46
III.2.2. Calcul du couple	46
III.2.3. Tracé des lignes de champ	47
III.2.4. Les niveaux de gris	47
III.3. Conclusion	47

Chapitre 4 : Exploitation.

IV.1. Choix du repère	50
IV.2. Etude de l'induction	50
IV.2.1. Structure à stator lisse (induction due aux aimants seuls)	50
IV.2.2. Structure à stator encoché	54
a/ Induction due aux aimants seuls	54
b/ Induction due aux courants statoriques seuls	57
c/ Fonctionnement en charge	61
IV.3. Etude du couple de détente	65
IV.4. Conclusion	68
	
Conclusion	70
	
Bibliographie	73

المدسة الوطنفة المتمددة التففففات
BIBLIOTHEQUE — المكدفة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction

Introduction

*D*ans le présent travail nous abordons le calcul numérique d'une machine synchrone autopilotée à aimants permanents alimentée par onduleur de tension contrôlé en courant. Cette machine est destinée à remplacer la machine à courant continu dans certaines applications industrielles nécessitant des machines de faible ou de moyenne puissance.

L'emploi des aimants permanents permet d'obtenir des performances électrotechniques intéressantes tel qu'un rendement élevé (absence des pertes Joule dans l'inducteur), un encombrement réduit (l'excitation par un enroulement bobiné exige plus de place qu'une excitation à aimants pour loger les ampères-tours équivalents, sans dépasser les contraintes thermiques posées par les conducteurs [6]), ainsi que de bonnes performances dynamiques vu la faible inertie que présente un rotor à aimants permanents.

Le convertisseur électronique utilisé remplace avantageusement le collecteur mécanique de la machine à courant continu, qui prohibe l'emploi de cette machine dans certains milieux, et qui de surcroît augmente les frais de fabrication et de maintenance.

Hormis les performances précédentes, la machine qui fait l'objet de notre étude est relativement intéressante sur le plan économique pour deux raisons principales :

- La structure de son inducteur (à aimantation azimutale avec pièces polaires) permet de bénéficier de l'effet de concentration de flux, et donc d'obtenir un couple massique élevé, même avec les ferrites.
- Le mode d'alimentation adopté (créneaux de courant) n'exige pas un grand investissement, contrairement à la commande dite sinusoïdale qui nécessite un capteur de position de très haute résolution (résolver) [1].

Cependant cette structure représente un inconvénient : elle développe un couple assez ondulé [1,2]. Cette ondulation est due à l'anisotropie du rotor (couple réticent), et à la présence des encoches (couple de détente). L'alimentation par des créneaux de courant accentue ces ondulations.

L'analyse des performances électromagnétiques d'une structure donnée passe inévitablement par la résolution des équations de Maxwell. Appliquées à la structure étudiée, ces équations sont réduites sous une forme plus simple : Les équations de la magnétostatique [3]. Ces équations, déjà difficiles à résoudre analytiquement, si l'on suppose les pièces ferromagnétiques linéaires, le sont encore plus en régime saturé. Un calcul numérique est donc nécessaire. Trois méthodes peuvent être envisagées :

- La méthode des différences finies : Elle repose sur la décomposition en série de TAYLOR du potentiel vecteur magnétique en des noeuds disposés suivant un quadrillage rectangulaire. Quoique intéressante pour la facilité qu'elle présente

dans sa mise en oeuvre, cette méthode souffre de son incapacité à modéliser des problèmes dont la géométrie est complexe.

- *La méthode des équations intégrales de frontière* : Elle est basée sur l'emploi des fonctions de GREEN. Seules les limites du domaine sont discrétisées. Le calcul du potentiel vecteur magnétique n'est pas effectué simultanément dans tout le domaine mais là où cela s'avère nécessaire. Cependant cette méthode présente des difficultés pour les problèmes non linéaires.
- *La méthode des éléments finis* : Utilisée d'abord dans le calcul des structures mécaniques, elle est aujourd'hui employée dans différentes disciplines (transfert thermique, aéronautique, etc...). Dans les problèmes électromagnétiques, son principe consiste en un découpage du domaine d'étude en un ensemble de sous-domaines, à l'intérieur desquels le potentiel vecteur magnétique est approché par un polynôme (approximation nodale). Les équations de champ sont par la suite écrites sous une forme, dite forme intégrale. L'application de l'approximation nodale discrétise cette forme et conduit à un système d'équations dont les inconnues sont les valeurs du potentiel vecteur aux noeuds d'interpolation.

Le calcul électromagnétique de la machine synchrone autopilotée à aimantation azimutale avec pièces polaires a été déjà effectué, au sein du laboratoire de Machines Electriques de l'E.N.P, en supposant un stator lisse et des pièces ferromagnétiques linéaires [1,2]. L'objectif de notre travail est d'effectuer ce calcul en éliminant ces deux hypothèses.

Le présent mémoire s'articule en quatre parties :

Le premier chapitre consacré aux généralités, présente d'abord la machine à aimants permanents : Un bref rappel sur les caractéristiques des matériaux à aimants permanents et une énumération succincte des structures des inducteurs de telles machines. Ensuite, le fonctionnement en autopilotage est abordé : principe et moyens de réalisation. Une description du prototype étudié est donnée à la fin de ce chapitre.

L'analyse de toute structure, lieu d'interactions électromagnétiques, nécessite la modélisation des sources de champ et des milieux perméables. C'est l'objet du second chapitre. En premier lieu, nous établissons le modèle géométrique (en y introduisant certaines simplifications notamment au niveau des encoches). Le domaine d'étude est ainsi défini. Ensuite ce sont les sources de champ qui sont étudiées. Les courants statoriques sont ramenés à une distribution volumique de courant. Quant aux aimants, c'est le modèle AMPERIEN qui est employé, ce qui les ramène à une distribution de courants. Concernant les milieux perméables, seuls les matériaux ferromagnétiques posent un problème. Pour les modéliser, nous employons un modèle mathématique compliqué mais valide car il est élaboré à partir des concepts physiques décrivant la saturation [5]. On termine ce chapitre par la définition complète du problème de magnétostatique que nous avons à résoudre.

Dans le troisième chapitre nous présentons la méthode de résolution numérique adoptée qui est la méthode des éléments finis. Cette méthode nécessite la formulation intégrale du problème de magnétostatique. Pour y arriver on applique une méthode dite projective. Ensuite on présente le domaine discrétisé et l'approximation nodale qui sert à discrétiser la forme intégrale pour aboutir ainsi à un système d'équations (non linéaires si la

saturation est prise en compte). Le système d'équations résolu, on dispose alors de la valeur du potentiel vecteur magnétique en tout point du domaine d'étude. Dans la dernière partie de ce chapitre, on montre comment exploiter les résultats obtenus (calcul de la répartition de l'induction dans l'entrefer et des efforts développés, tracé des lignes de flux et des niveaux de gris).

Le dernier chapitre présente les résultats obtenus. On envisage ici la structure à stator lisse pour évaluer jusqu'à quelles limites l'hypothèse de la linéarité retenue dans les références [1,2] est valable. De plus, cette structure met en valeur l'effet de concentration de flux. Durant cette partie, on n'envisage que le fonctionnement à vide, ensuite c'est la structure à stator encoché qui est étudiée. L'étude de l'induction comprend trois parties :

- **Analyse du fonctionnement à vide** : Afin de comparer les résultats obtenus avec ceux de la structure à stator lisse, et analyser ainsi l'effet de l'encochage.
- **Analyse de l'induction due aux courants seuls** : L'objet de cette partie est d'étudier la saillance de la machine.
- **Analyse du fonctionnement en charge** : On analyse la réaction magnétique d'induit.

On termine ce chapitre par l'étude du couple de détente, et ce en régime linéaire et en régime saturé.

Chapitre I

Généralités

Chapitre I :

Généralités

L'évolution qu'a connue la technologie des semi-conducteurs ainsi que l'apparition de matériaux à aimants permanents performants dans les milieux industriels laissent envisager l'association de convertisseurs statiques à des machines à aimants permanents afin d'en tirer le maximum de profit de leurs avantages. Ainsi l'emploi des aimants permet de réduire l'encombrement et d'obtenir un couple massique élevé avec un rendement appréciable (on élimine déjà les pertes Joule qu'on rencontre dans les rotors bobinés). L'association d'un convertisseur statique permet d'obtenir une machine dont les performances dynamiques sont très proches de celles de la machine à courant continu (commande facile). Ceci tout en élargissant le domaine d'utilisation vu l'absence du collecteur mécanique, remplacé par le commutateur statique. Ce chapitre est consacré à la description de la machine synchrone autopilotée à aimants permanents. On décrit les matériaux à aimants permanents et leurs principales caractéristiques. Ensuite nous énumérons les structures des inducteurs des machines à aimants permanents (les plus courantes). Le principe de l'autopilotage ainsi que les moyens permettant sa mise en oeuvre, notamment les structures des convertisseurs statiques envisageables, sont exposés. Enfin, on présente la machine qui fait l'objet de notre étude (B.D.C.M à concentration de flux).

I.1. MACHINE A AIMANTS PERMANENTS

I.1.1. Matériaux pour aimants permanents

Un aimant permanent est un matériau ferromagnétique, qui possède une aimantation rigide \vec{M} . Pour les aimants modernes, cette hypothèse est vérifiée tant que la variation des différents facteurs physiques externes ne dépasse pas une amplitude donnée.

On caractérise l'aimant par certaines grandeurs qui sont déterminantes pour les applications industrielles [6] :

- L'induction rémanente B_r , qui est une indication de la puissance potentielle de l'aimant.
- Le champ coercitif H_c , qui représente le champ démagnétisant capable d'annuler l'induction rémanente. Plus la valeur de H_c est élevée, plus l'aimant est stable. C'est une mesure de la résistance de l'aimant à la démagnétisation.
- Le produit d'énergie $-(BH)_{max}$, qui définit la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume.

Hormis ses propriétés magnétiques, d'autres paramètres permettent d'apprécier la qualité de l'aimant par exemple le point de Curie qui représente la température au delà de laquelle l'aimant perd ses propriétés magnétiques etc...

La figure I.1 représente la courbe de désaimantation des matériaux à aimants les plus courants. Le tableau I.1 indique leurs principales caractéristiques.

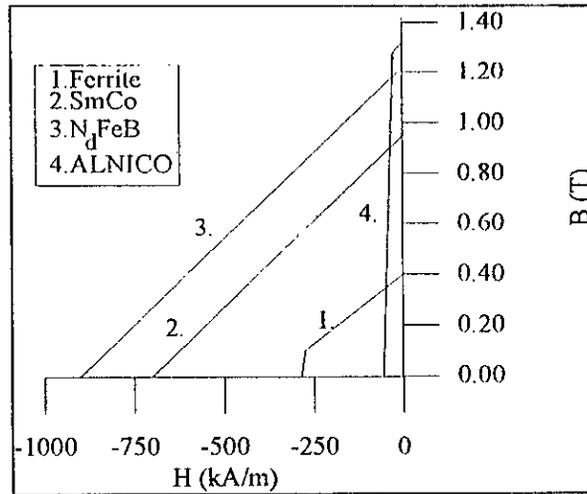


Figure I.1 : Caractéristique de désaimantation de certaines nuances d'aimant [1].

	Matériaux .			
	Ferrites	SmCo	NdFeB	Alnico
Induction rémanente (T)	0.40	0.95	1.22	1.32
Champ coercitif (kA/m)	285	700	900	56
Température de Curie (°C)	450	710	350	870
Perméabilité relative réversible	1.01	1.02	1.05	3.00
Densité d'énergie (kJ/m ³)	29.5	180.0	279.0	49.0

Tableau I.1 : Propriétés de différentes nuances d'aimants [1].

I.1.2. Structures des inducteurs des machines à aimants permanents

La diversité des structures porte sur l'agencement des aimants (sens d'aimantation) et sur la présence ou non de pièces ferromagnétiques (rotor lisse ou saillant). Les figures I.2 à I.4 montrent quelques variantes. Les structures à rotor lisse présentent une inductance par phase faible, et donc une réaction magnétique d'induit faible, ce qui les rend facilement commandables. Par contre, l'induction dans l'entrefer est inférieure à l'induction rémanente que produisent les aimants. C'est le contraire qui se produit dans les structures dites à concentration de flux, elles sont caractérisées par le rapport de concentration de flux toujours supérieur à 1. Pour de telles structures, les pièces ferromagnétiques sont soit polaires ou interpolaires.

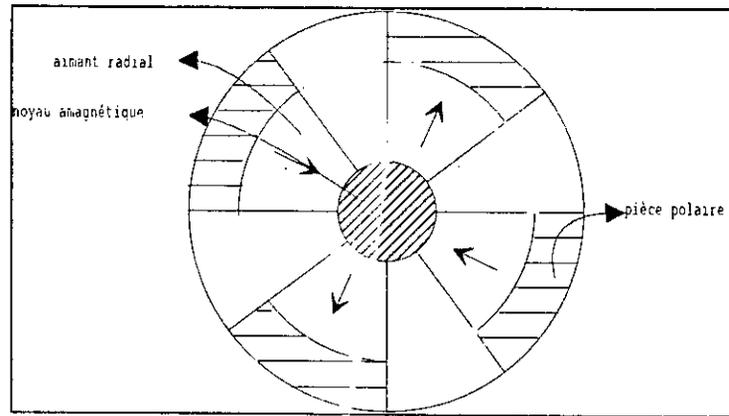


Figure I.2 : Structure avec aimantation radiale , sans concentration de flux [1].

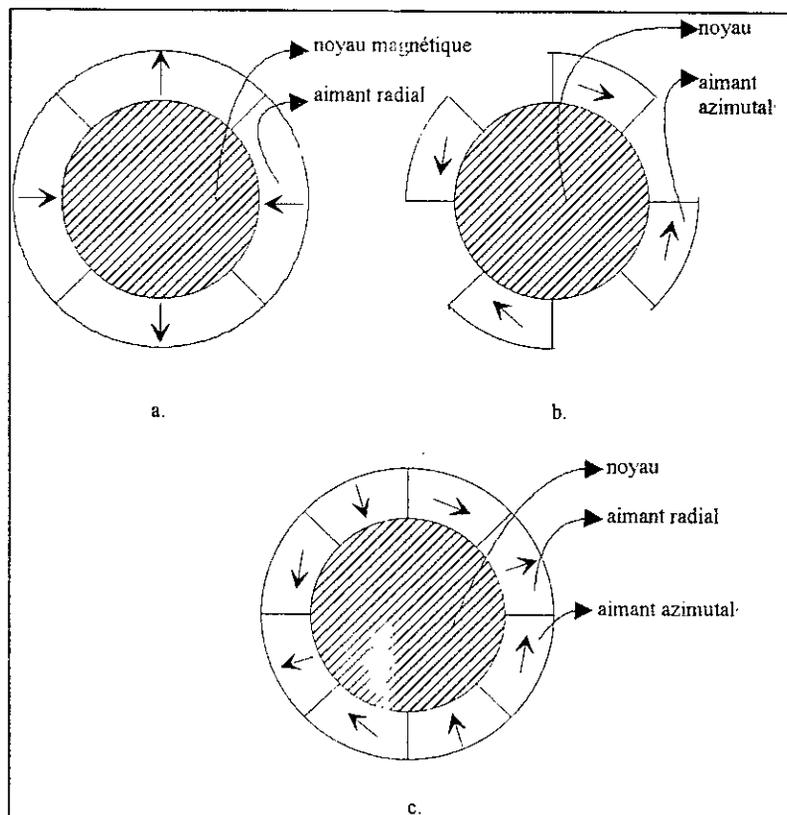


Figure I.3 : Structures à rotor lisse [1]:

- a. Aimantation radiale .
- b. Aimantation azimuthale .
- c. Aimantation mixte .

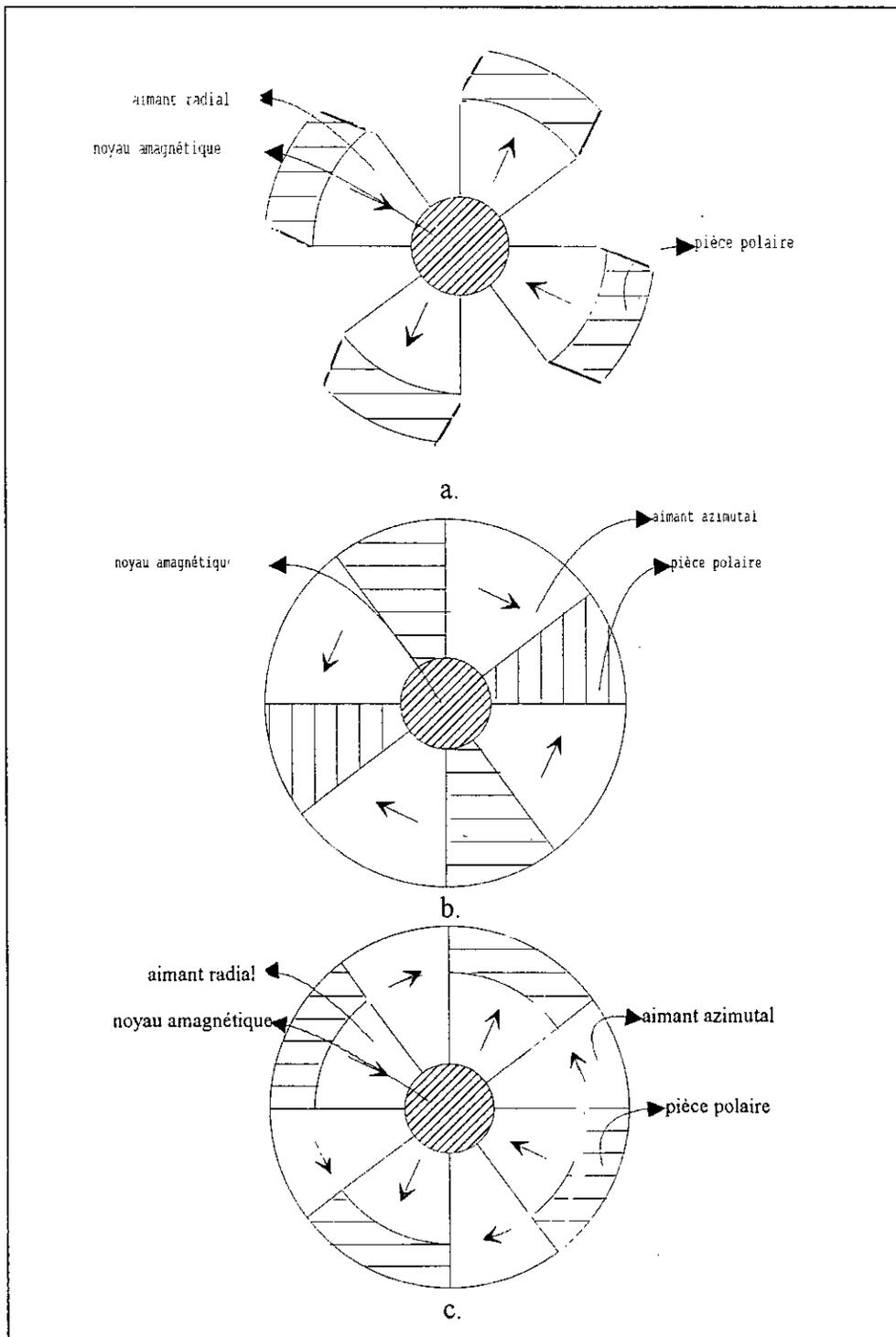


Figure I.4 : Structures à concentration de flux [1]:
a. Aimantation radiale .
b. Aimantation azimuthale .
c. Aimantation mixte .

I.2. MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE

I.2.1. Principe

La machine synchrone autopilotée [9] est une association Convertisseur statique-Machine Synchrone, constituant ainsi un dispositif à vitesse variable sans risque de décrochage, ou perte de synchronisme car la fréquence de l'alimentation délivrée par le convertisseur est asservie à la vitesse de rotation grâce à un capteur de position.

La figure I.5 montre le schéma de principe d'une telle association. Le capteur de position assure l'aiguillage convenable du courant continu délivré par le convertisseur, entre les trois phases de la machine.

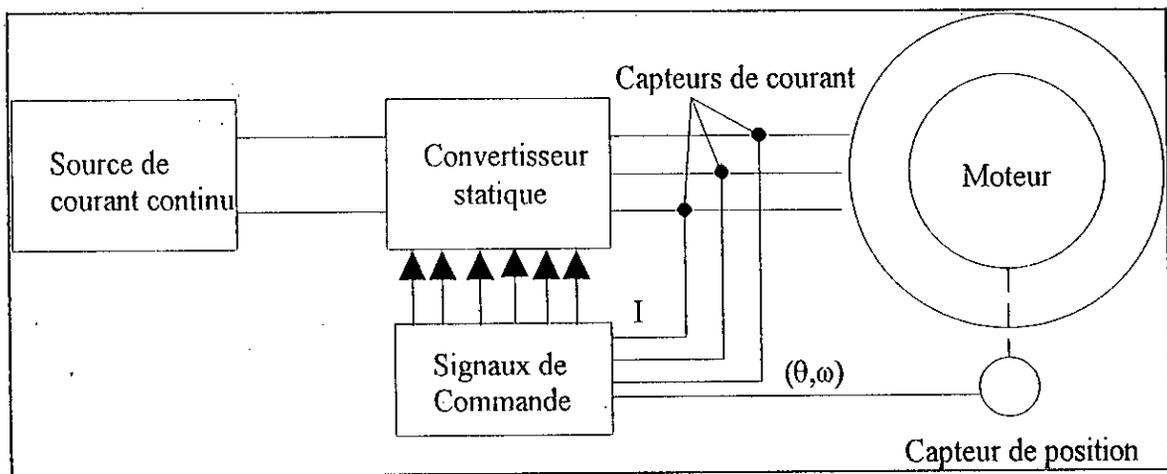


Figure I.5 : Schéma de principe de la machine synchrone autopilotée [1].

I.2.2. Alimentation

L'alimentation pour ce mode de fonctionnement englobe plusieurs variantes dépendantes des caractéristiques de la machine, du convertisseur statique, ainsi que de la stratégie de commande adoptée. On y trouve surtout deux types [1]: la machine à courant continu sans collecteur (*B.D.C.M*), et la machine synchrone autocommutée (*P.M.S.M*).

La *B.D.C.M* est généralement alimentée par des courants de forme d'onde rectangulaire d'une durée égale à 120° électrique. Les périodes de conduction d'une phase sont séparées par des intervalles à courant nul de 60° électriques (Figure I.6).

Ce choix donne un couple assez ondulé (Figure I.7), ce qui empêche l'utilisation de cette machine dans certaines applications nécessitant un positionnement très précis.

On peut obtenir ces formes d'ondes en utilisant soit un onduleur de courant, ou un onduleur de tension contrôlé en courant.

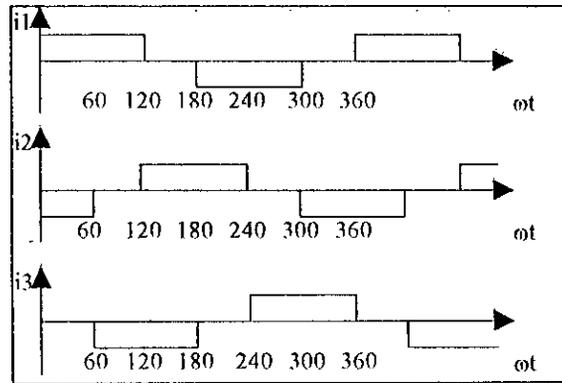


Figure I.6 : Alimentation par des créneaux de courants [1].

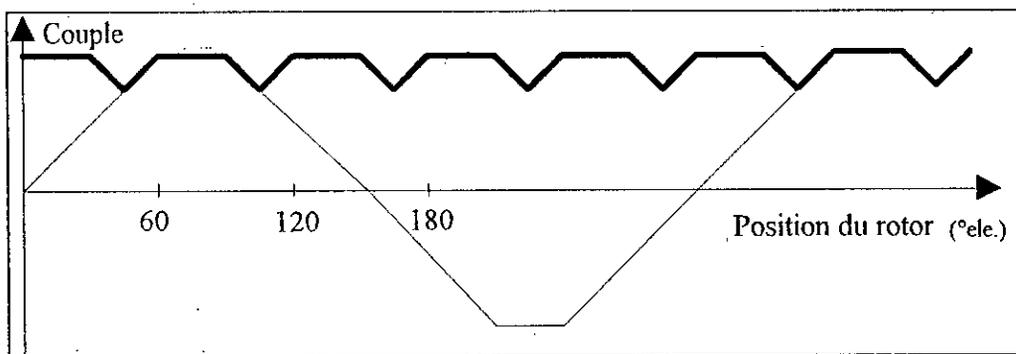


Figure I.7 : Le couple résultant (juxtaposition des couples statiques) [1].

I.2.2.1. Onduleur de courant

Il s'agit de deux ponts de GRAETZ (Figure I.8). Le premier redresse la tension délivrée par un réseau triphasé équilibré et délivre grâce à une inductance de lissage un courant continu au second, qui opère en onduleur assisté. L'extinction des thyristors de ce dernier ne nécessite pas un circuit auxiliaire. Ce sont les forces contre électromotrices de la machine qui assument cette fonction (Par polarisation inverse) *. La fréquence de commutation de l'onduleur est asservie à la vitesse de rotation. On peut alors imposer le déphasage entre les deux champs tournants (dus au stator et au rotor), en agissant sur l'angle d'extinction des thyristors. Quant aux angles d'extinction du pont redresseur, ils sont délivrés par un régulateur, ce qui permet de commander la machine soit en courant, en couple ou en vitesse.

* Etant donné que la f.c.e.m est proportionnelle à la vitesse de rotation ,ce fonctionnement n'est réalisable qu'à partir d'un certain seuil de la vitesse de rotation (10% de la vitesse nominale). Cela pose un problème lors du fonctionnement à basse vitesse notamment au démarrage (vitesse nulle).

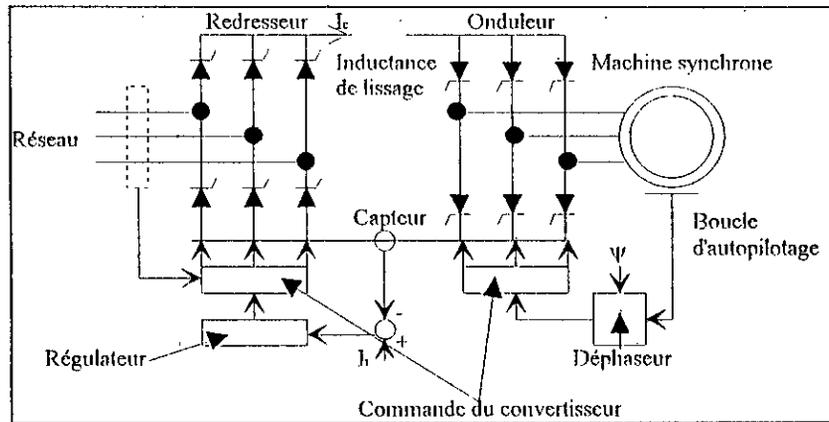


Figure I.8 : Onduleur de courant [1].

II.2.2.2. Onduleur de tension contrôlé en courant

Hormis le contrôle de l'amplitude des courants délivrés, ce dispositif permet d'imposer leur forme en utilisant une stratégie *M.L.I* par exemple (Figure I.9).

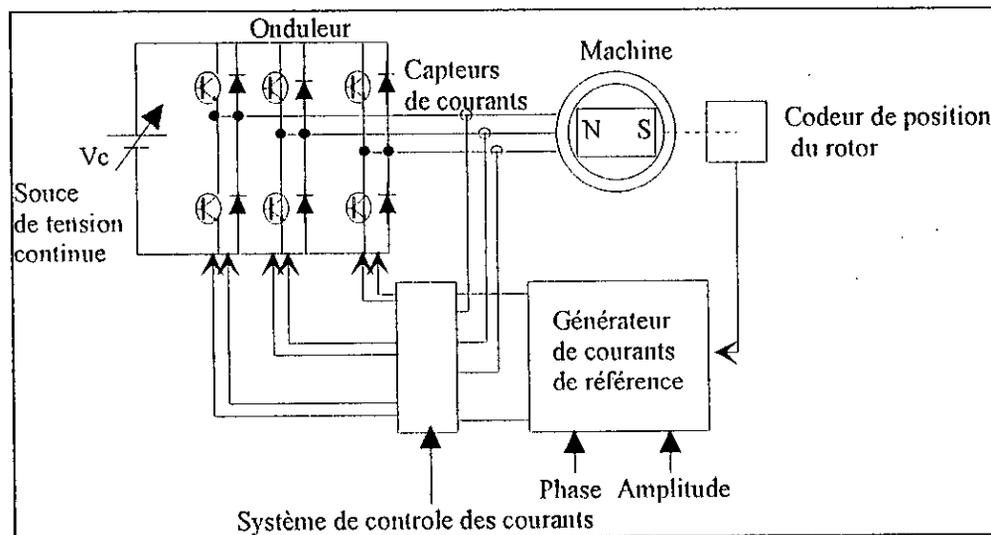


Figure I.9 : Onduleur de tension contrôlé en courant [1].

I.3. PROTOTYPE ETUDIÉ

I.3.1. Description de la structure géométrique

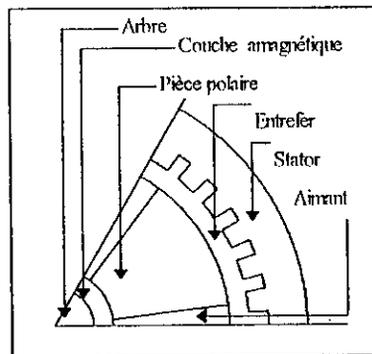
La figure I.10 représente un pôle de la machine* (hexapolaire), dont les principales caractéristiques sont résumées dans le tableau I.2[1,2,8].

I.3.1.1. Rotor

Les aimants (dont l'aimantation est azimutale) occupent la position interpolaire. Ainsi les pièces ferromagnétiques (qui sont dans ce cas polaires), canalisent les lignes du flux produit par les aimants, et les concentrent au niveau de l'entrefer. Le nombre de paires de pôles est choisi égal à trois pour pouvoir bénéficier de l'effet de concentration de flux tout en ayant un encombrement minimal et une fréquence d'alimentation pas trop élevée [1].

I.3.1.2. Stator

Le stator des machines synchrones à aimants permanents est actuellement celui qu'on utilise pour toutes les machines à courant alternatif. L'enroulement statorique est triphasé et couplé en étoile. Le bobinage choisi, est à simple couche à pas diamétral. Les encoches sont uniformément réparties le long du rayon d'alésage.



Figuré I.10 : Coupe transversale de la machine étudiée(un pôle).

* Les dimensions sont intentionnellement exagérées(entrefer), afin de clarifier la figure.

Dimensions de l'inducteur	
Nombre de paires de pôles	3
Diamètre de l'arbre	10 mm
Epaisseur de la couche amagnétique	5 mm
Hauteur des aimants	29.8 mm
Ouverture des aimants (degrés mécaniques)	14°
Epaisseur de l'entrefer	0.2 mm
Dimensions du stator	
Rayon d'alésage	45 mm
Rayon externe	63 mm
Nombre d'encoches	36
Profondeur d'encoche	11 mm
Ouverture de l'encoche (degrés mécaniques)	4°
Longueur utile	57 mm

Tableau I.2 : Les principales dimensions de la machine [8].

I.3.2. Description des milieux perméables

Exceptées les pièces polaires et les tôles statoriques, tous les matériaux ont une perméabilité constante. Si les aimants choisis sont des ferrites ou des terres rares (Samarium Cobalt), leur perméabilité est proche de celle du vide. La figure I.11 montre la caractéristique d'aimantation du matériau ferromagnétique utilisé (tôles ordinaires).

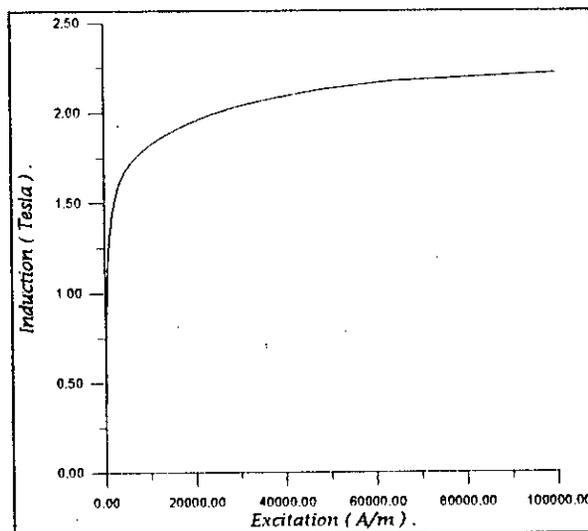


Figure I.11 : Caractéristique d'aimantation des tôles ordinaires.

I.3.3. Description des sources de champ

I.3.3.1. Les aimants

Le matériau choisi (SmCo) est caractérisé par une induction rémanente de 0.95 Tesla.

1.3.3.2. Les courants statoriques

La machine est alimentée par un commutateur de tension contrôlé en courant. On prend 150A/encoche.

1.4. CONCLUSION

La machine synchrone autopilotée à aimants permanents offre plusieurs variantes de réalisation. Cette diversité vient d'une part des nombreuses structures envisageables pour les rotors, et d'autre part, des modes d'alimentation. Le choix de la structure à concentration de flux permet d'obtenir une induction dans l'entrefer plus élevée que celle que produisent les aimants. L'alimentation par des créneaux de courant ne nécessite pas un dispositif onéreux (contrairement à la commande sinusoïdale qui nécessite un capteur de très haute résolution).

Il apparaît donc que l'intérêt principal de la machine étudiée est son rapport qualité/prix intéressant. Cependant cette machine développe un couple ondulé (du à l'anisotropie du rotor , à la présence simultanée des encoches et des aimants et au mode d'alimentation choisi) ce qui restreint le domaine d'applications à celles qui tolèrent ces ondulations.

Dans le chapitre suivant, on établit le modèle mathématique permettant d'effectuer le calcul électromagnétique de la B.D.C.M à concentration de flux.

Chapitre II

Modélisation

Chapitre II :

Modélisation

*I*l est classique, lors de la résolution d'un problème donné, d'établir d'abord le modèle mathématique qui servira de base à une formulation finale qui se prête à une résolution numérique. C'est l'objet du présent chapitre. Dans toute structure, lieu d'interactions électromagnétiques, on trouve les sources de champ et les milieux perméables. Dans celle qui nous intéresse, les sources de champ sont les courants statoriques et les aimants. Ces derniers sont ramenés à une distribution de courants en utilisant le modèle AMPERJEN [3]. Evidemment, les courants statoriques sont faciles à modéliser surtout quand on néglige l'effet de peau. Quant aux milieux perméables (supposés ici isotropes), seuls les milieux saturables posent un problème car on a à déterminer la dérivée de la réductivité par rapport au carré de l'induction. Pour y parvenir avec une bonne précision, on utilise un modèle mathématique basé sur des aspects microscopiques du phénomène de la saturation [5] et on montre comment l'exploiter. Pour valider les résultats qui en découlent, on l'applique à trois matériaux différents. Ensuite on décrit les équations électromagnétiques à résoudre et l'impact de certaines hypothèses simplificatrices sur ces dernières.

II.1. MODELISATION GEOMETRIQUE (DOMAINE D'ETUDE)

Pour des raisons de symétrie, notre étude est effectuée sur un pas polaire. La figure II.1 représente les cinq positions possibles envisagées. Toute autre position s'en déduit par rotation. On repère le rotor par rapport au stator à partir de l'angle que font les axes des champs tournants correspondants.

II.2. MODELISATION DES SOURCES DE CHAMP

II.2.1. Conducteurs

On suppose le courant statorique uniformément réparti sur toute l'encoche(Figure II.2).

II.2.2. Aimants

On suppose que les aimants produisent une induction rémanente azimutale. Le vecteur polarisation s'écrit comme suit :

$$\vec{M} = M(r) \cdot \vec{u}_\theta \quad (II.1)$$

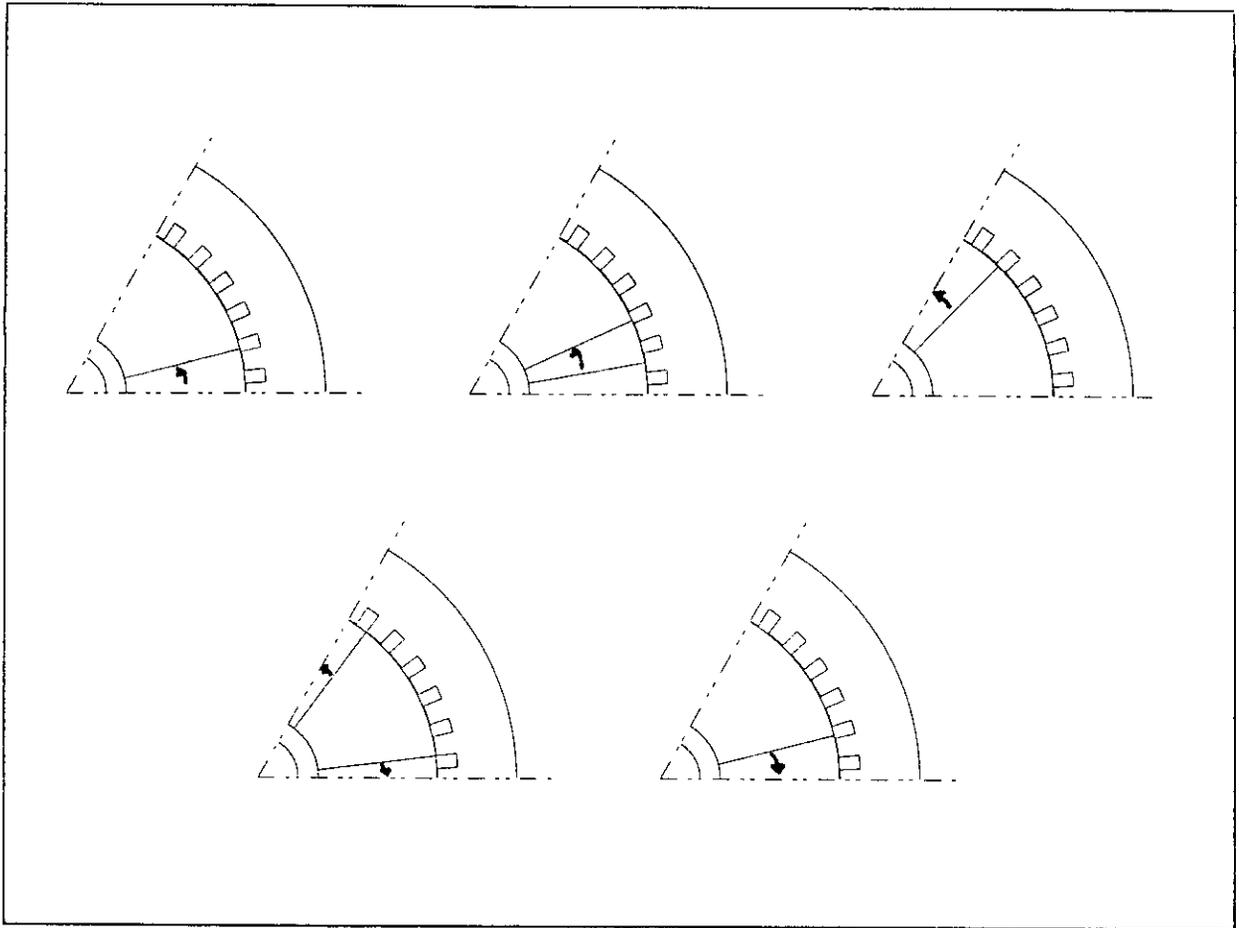


Figure II.1 : Coupes transversales d'un pôle de la machine pour les cinq situations envisagées.

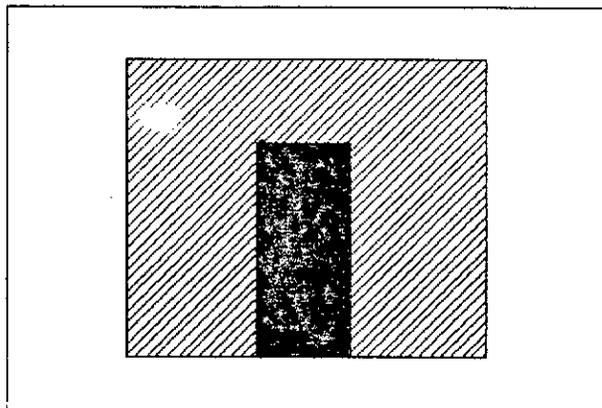


Figure II.2 : La répartition du courant dans l'encoche (uniforme).

Représentation des aimants [3]

Si on désigne par \vec{M} le moment dipolaire par unité de volume, la contribution élémentaire d'un volume infinitésimal dv situé en A en un point donné M tel que $\vec{r} = \vec{AM}$ est :

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\vec{M} \wedge \vec{r}}{r^3} \cdot dv \quad (II.2)$$

En intégrant sur tout le volume de l'aimant et en opérant certaines transformations on obtient :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \left(\iint_S \frac{\vec{M} \wedge d\vec{S}}{r} + \iiint_V \frac{rot \vec{M}}{r} \cdot dv \right) \quad (II.3)$$

Cette expression montre que pour tenir compte de la présence des aimants, il suffit de les remplacer par une distribution équivalente de courants :

- volumique de densité égale à $rot \vec{M}$.
- superficielle de densité égale à $\vec{M} \wedge \vec{n}$, \vec{n} étant le vecteur normal à la surface englobant l'aimant.

C'est le modèle AMPERIEN.

Appliqué au cas de la structure étudiée, il donne :

$$\vec{J}_v = \frac{1}{r} \cdot \frac{d(r \cdot M(r))}{dr} \cdot \vec{u}_z \quad (II.4)$$

et

$$\vec{J}_s = M(r) \cdot \vec{u}_z \quad (II.5)$$

Si on suppose $\vec{J}_v = \vec{0}$ [1,2], ceci revient à écrire :

$$M(r) = M \cdot \frac{r_m}{r} \quad (II.6)$$

où r_m et M représentent respectivement le rayon moyen de l'aimant et la valeur du vecteur d'aimantation à ce niveau, elle est prise égale à $v_{aimant} \cdot B_r$ (v_{aimant} désigne la réductivité de l'aimant). Dans ces conditions, l'aimant est équivalent à un solénoïde (Figure II.3).

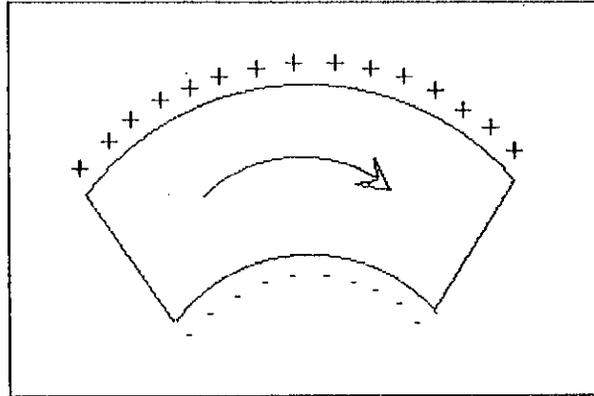


Figure II.3 : Modèle adopté pour les aimants .

II.3. MODELISATION DES MILIEUX SATURABLES

II.3.1. Présentation du modèle

Soumis à un champ d'excitation extérieur, un matériau magnétique s'aimante. On obtient ainsi une induction magnétique plus intense que celle obtenue dans le vide. L'explication de ce phénomène est simple :

Le matériau est constitué d'une distribution volumique de moments dipolaires microscopiques (dont la principale origine est le spin de l'électron). En absence d'un champ d'excitation extérieur et à cause de l'agitation thermique, la contribution globale de ces moments à l'échelle macroscopique est nulle. L'application d'un champ magnétique oriente une partie de ces moments dipolaires suivant la direction du champ appliqué en lui superposant ainsi un champ de polarisation \vec{M} tel que :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M}) \quad (II.7)$$

L'effet n'est appréciable que dans certaines substances dites ferromagnétiques. Dans de tels matériaux l'augmentation progressive de l'intensité du champ appliqué entraîne un alignement progressif de ces moments microscopiques jusqu'à ce qu'ils soient tous orientés dans la direction du champ. Le matériau est alors saturé.

Des considérations relevant de la mécanique quantique*, conduisent à adopter le modèle mathématique suivant pour représenter la courbe d'aimantation [5]:

$$B(H) = \mu_0 \cdot H + B_{sat} \cdot Brill(m, \alpha \cdot H) \quad (II.8)$$

où $Brill(m, x)$ représente la fonction de BRILLOUIN définie comme suit :

* La quantification intervient lors de l'élaboration du modèle par deux fois :

- Sur la valeur prise du moment dipolaire microscopique (multiple d'une constante dite magnéton de BOHR).
- Sur la direction que prend ce dernier (d'où la constante m).

$$Brill(m, x) = \frac{2 \cdot m + 1}{2 \cdot m} \cdot \coth\left(\frac{2 \cdot m + 1}{2 \cdot m} \cdot x\right) - \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \coth\left(\frac{x}{2 \cdot m}\right) \quad (II.9)$$

où μ_{∞} , B_{sat} , α et m désignent les constantes du modèle dépendantes du matériau avec m qui prend les valeurs discrètes : 1/2, 1, 3/2, 2, etc...

L'expérience [5] montre que la valeur 1/2 est la plus fréquente. On adopte donc le modèle suivant :

$$B(H) = \mu_{\infty} \cdot H + B_{sat} \cdot (2 \cdot \coth(2 \cdot \alpha \cdot H) - \coth(\alpha \cdot H)) \quad (II.10)$$

Cela fait trois constantes à déterminer. On utilise pour cela une régression non linéaire. Etant donné que la méthode numérique qui détermine ces constantes est itérative et que la rapidité de sa convergence dépend fortement des valeurs initiales. On choisit ces valeurs en prenant en considération les aspects de la courbe d'aimantation (linéarité au début et saturation à la fin). Ainsi, si on dispose de n points d'essai $(H_i, B_i)_{i=1, n}$, on choisit les estimés initiaux comme suit :

- On considère que le couplet (H_1, B_1) appartient à la zone linéaire, on écrit donc :

$$B_1 = (\mu_{\infty} + \alpha \cdot B_{sat}) \cdot H_1 \quad (II.11)$$

- On considère que les couplets (H_{n-1}, B_{n-1}) et (H_n, B_n) appartiennent à la droite de saturation; on a donc :

$$\begin{cases} B_n = B_{sat} + \mu_{\infty} \cdot H_n \\ B_{n-1} = B_{sat} + \mu_{\infty} \cdot H_{n-1} \end{cases} \quad (II.12)$$

Ainsi, les meilleures valeurs à donner aux estimés initiaux sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mu_{\infty} = \frac{B_n - B_{n-1}}{H_n - H_{n-1}} \\ B_{sat} = B_n - \mu_{\infty} \cdot H_n \\ \alpha = \frac{1}{B_{sat}} \cdot \left(\frac{B_1}{H_1} - \mu_{\infty} \right) \end{cases} \quad (II.13)$$

II.3.2. Validation du modèle

On note d'abord que l'expression (II.10) conserve certains aspects de la courbe d'aimantation, à savoir :

- la linéarité au début :

$$B(H) \xrightarrow{H \rightarrow 0} (\mu_0 + \alpha \cdot B_{sat}) \cdot H \quad (II.14)$$

- La saturation à la fin :

$$B(H) \xrightarrow{H \rightarrow \infty} B_{sat} + \mu_0 \cdot H \quad (II.15)$$

Les figures II.4.a à II.4.c représentent les résultats obtenus en appliquant ce modèle à trois matériaux différents. Les courbes théoriques coïncident avec les points expérimentaux dans les deux premiers cas et ne s'en éloignent que légèrement dans le troisième.

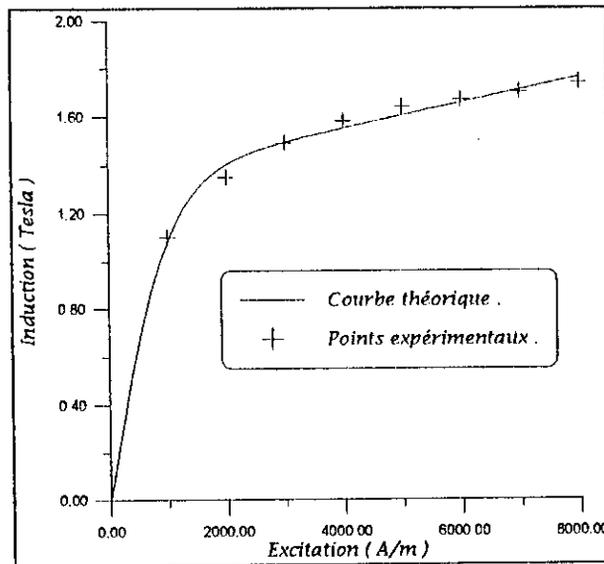


Figure II.4.a : Comparaison entre la courbe théorique et les points expérimentaux (acier coulé).

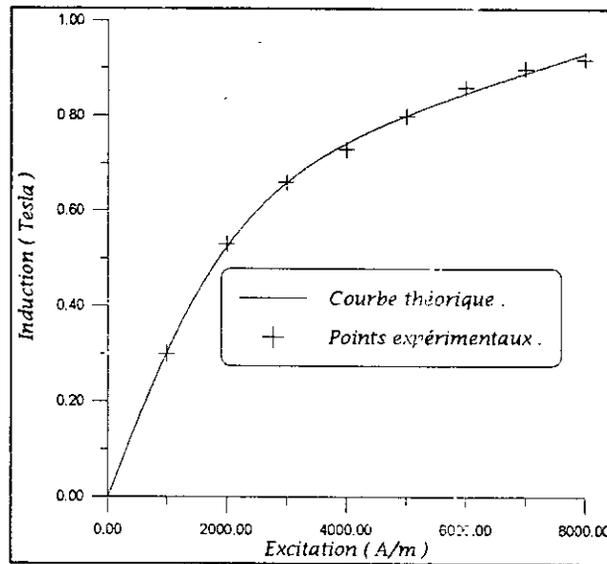


Figure II.4.b : Comparaison entre la courbe théorique et les points expérimentaux (fonte).

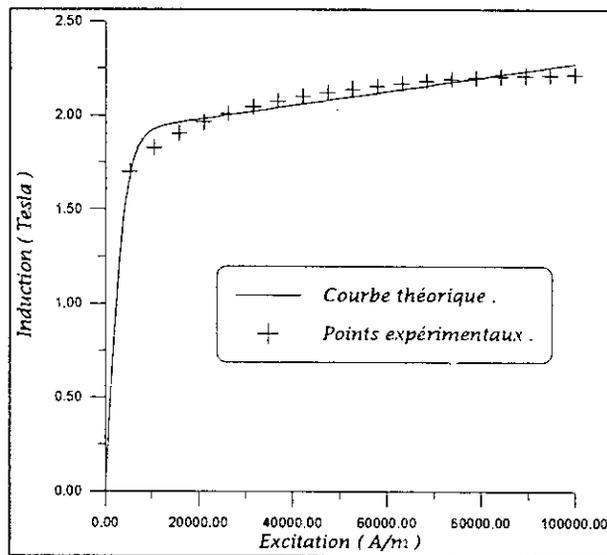


Figure II.4.c : Comparaison entre la courbe théorique et les points expérimentaux (tôles ordinaires).

II.3.3. Exploitation du modèle

Le calcul de la réductivité ν est réalisé en résolvant l'équation transcendante :

$$B = \mu_{co} \cdot \nu \cdot B + B_{sat} \cdot Brill(0.5, \alpha \cdot \nu \cdot B) \quad (II.16)$$

Le calcul de $\frac{d\nu}{dB^2}$:

$$dB = \mu_{co} \cdot (B \cdot d\nu + \nu \cdot dB) + B_{sat} \cdot \left(\frac{\partial Brill}{\partial \nu} \cdot d\nu + \frac{\partial Brill}{\partial B} \cdot dB \right) \quad (II.17)$$

Sachant que :

$$\frac{d\nu}{dB^2} = \frac{1}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\nu}{dB} \quad (II.18)$$

On obtient :

$$\frac{d\nu}{dB^2} = \frac{1}{2 \cdot B^2} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{co} + \alpha \cdot B_{sat} \cdot \frac{\partial Brill}{\partial (\alpha \cdot \nu \cdot B)}} - \nu \right) \quad (II.19)$$

Ce calcul pose un problème délicat pour les faibles valeurs de l'induction. On peut dans ce cas utiliser un développement en série de TAYLOR pour remédier au problème. On obtient ainsi :

$$\nu(B=0) = \frac{1}{\mu_{co} + \alpha \cdot B_{sat}} \quad (II.20)$$

et :

$$\frac{d\nu}{dB^2}(B=0) = \frac{\alpha^3 \cdot B_{sat} \cdot \nu^2}{2 \cdot (\mu_{co} + \alpha \cdot B_{sat})^4} \quad (II.21)$$

II.3.4. Application

Pour vérifier les notions énoncées plus haut, on les a appliquées aux trois matériaux précédents (fonte, acier coulé et tôles ordinaires). Les figures II.5.a à II.5.c montrent la variation de la réductivité et de sa dérivée en fonction du carré de l'induction. On notera surtout la cohérence des résultats (point d'inflexion et dérivée s'annulant à l'infini).

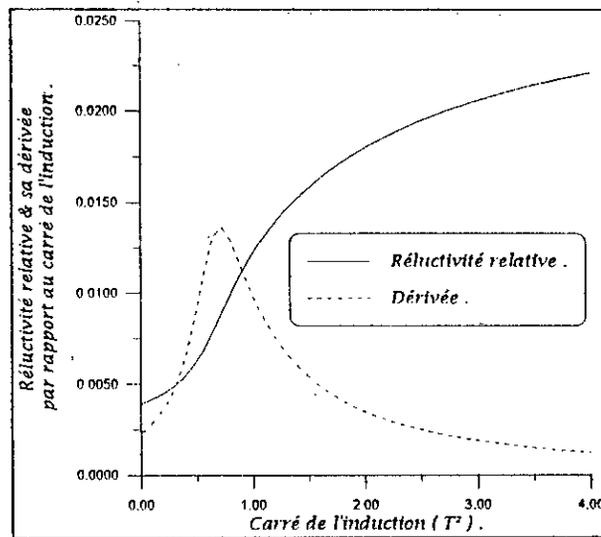


Figure II.5.a : Evolution de la réductivité relative et de sa dérivée en fonction du carré de l'induction (fonte).

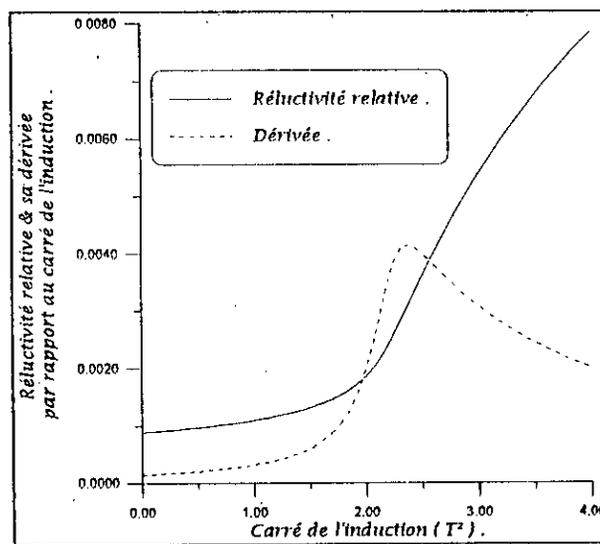


Figure II.5.b : Evolution de la réductivité relative et de sa dérivée en fonction du carré de l'induction (acier coulé).

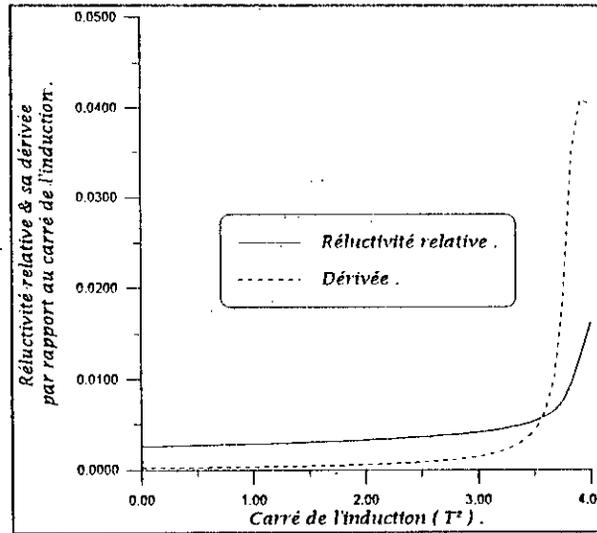


Figure II.5.c : Évolution de la réductivité relative et de sa dérivée en fonction du carré de l'induction (tôles ordinaires).

II.4. MISE EN EQUATIONS

II.4.1. Hypothèses simplificatrices

- L'effet pelliculaire est négligé (répartition uniforme des courants statoriques sur toute la surface de l'encoche).
- Les courants de FOUCAULT sont négligeables (tôles feuilletées isolées).
- La structure est infiniment longue suivant l'axe Oz (effets de bord négligés).

II.4.2. Formulation magnétostatique du problème

Dans le cas d'un problème de magnétostatique, les équations de Maxwell deviennent [3,10] :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (II.22)$$

C'est la forme locale du théorème d'Ampère ($\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$).

et :

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (II.23)$$

Il s'agit de la forme locale de l'équation traduisant la conservation de flux ($\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$).

A ces équations s'ajoute la loi constitutive des milieux (supposés isotropes) :

$$\vec{H} = \nu(B^2) \cdot \vec{B} \quad (II.24)$$

L'équation de conservation du flux montre que \vec{B} dérive d'un potentiel vecteur \vec{A} :

$$\vec{B} = r\vec{\otimes}t\vec{A} \quad (II.25)$$

Cependant, il est évident que tel qu'il est défini, le potentiel vecteur n'est pas unique (même si on introduit les conditions aux limites); \vec{A} doit donc obéir à une contrainte ou plutôt à une jauge. On adopte celle de Coulomb [4]:

$$\text{div}\vec{A} = 0 \quad (II.26)$$

II.4.3. Modèle bidimensionnel

En tenant compte de l'hypothèse émise sur la longueur de la machine, on peut écrire :

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A(x, y) \end{pmatrix} \quad (II.27)$$

et

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J(x, y) \end{pmatrix} \quad (II.28)$$

On notera qu'avec ce choix la jauge de Coulomb est implicitement respectée. Dans ces conditions on a :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A}{\partial y} \\ -\frac{\partial A}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (II.29)$$

En tenant compte de la loi constitutive des milieux et des équations (II.22) et (II.23), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J(x, y) = 0 \quad (II.30)$$

II.4.4. Conditions aux limites

L'étude étant effectuée sur un pas polaire, les conditions aux limites sont :
Conditions aux limites de type DIRICHLET :

$$A(M) = 0 \quad (II.31)$$

si M appartient à la périphérie de l'arbre ou à l'infini.

Conditions d'antipériodicité :

On exploite le fait que :

$$A(r, \theta) = -A\left(r, \theta + \frac{\pi}{p}\right) \quad \forall (r, \theta)$$

et on écrit ainsi :

$$A(M_3) = -A(M_4) \quad (II.32)$$

avec $M_3 \in \Gamma_3$ et $M_4 \in \Gamma_4$ (Figure II.6).

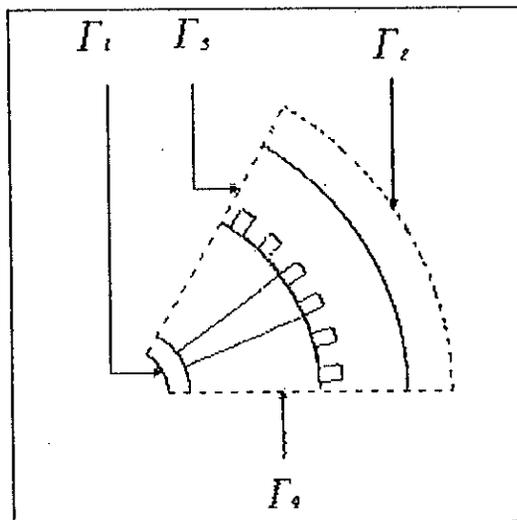


Figure II.6 : Conditions aux limites .

II.4.5. Conditions de passage aux interfaces entre milieux différents

Soit une surface séparant deux milieux différents, celle-ci peut être éventuellement sollicitée (J_s).

Le principe de la conservation du flux magnétique (Equation (II.23)) implique la continuité de la composante normale de l'induction :

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (II.33)$$

L'application du théorème d'AMPERE (Equation (II.22)) implique la discontinuité de la composante tangentielle du champ \vec{H} :

$$\vec{H}_1 \wedge \vec{n}_1 - \vec{H}_2 \wedge \vec{n}_2 = \vec{J}_s \quad (II.34)$$

Il en découle :

$$\begin{cases} A_1 = A_2 \\ v_1 \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial n} \right)_1 - v_2 \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial n} \right)_2 = J_s \end{cases} \quad (II.35)$$

II.5 CONCLUSION

Nous venons de définir entièrement le problème à résoudre pour effectuer notre étude. Pour évaluer les performances de la structure étudiée, on doit déterminer l'évolution du potentiel vecteur magnétique en tout point du domaine d'étude. Ce dernier est restreint à la coupe transversale d'un pôle de la machine (§II.1). Ainsi, le long de ce domaine le potentiel vecteur magnétique obéit à l'équation (II.30) qui fait intervenir les sources de champ dont la distribution est volumique (il s'agit pour notre cas des conducteurs statoriques, voir §II.2.1) et les réluctivités des différents milieux (pour les pièces ferromagnétiques on utilise le modèle mathématique vu plus haut §II.3). Le potentiel vecteur doit obéir à des conditions aux limites de type DIRICHLET et des conditions d'antipériodicité (§II.4.4), ainsi qu'aux conditions de passage entre différents milieux (II.35) qui introduisent les distributions superficielles de courant, il s'agit dans notre cas des aimants (§II.2.2).

Nous disposons donc de tous les éléments du problème. Dans le troisième chapitre on présente une méthode numérique qui permet de le résoudre.

Chapitre III

Résolution numérique

Chapitre III :

Résolution numérique

Une résolution analytique d'un problème de magnétostatique est possible suivant la géométrie du système étudié et si on introduit des hypothèses simplificatrices : Les sources de champ sont dans la plupart des cas ramenées à des distributions superficielles, la contribution d'un système de sources (aimants + conducteurs) est évaluée séparément, ce qui conduit à émettre encore une autre hypothèse, celle de la linéarité des milieux perméables, etc... Un calcul précis, tenant compte des phénomènes physiques (saturation, courants de FOUCAULT, etc...) est forcément numérique. Trois méthodes sont envisageables : La méthode des différences finies, qui consiste à discrétiser l'opérateur de dérivation dans les équations aux dérivées partielles. Cette méthode souffre de son incapacité de résoudre des problèmes dont la géométrie est complexe, ainsi que de la mauvaise qualité de son approximation. La méthode des équations intégrales de frontière, nécessite la formulation en intégrale de contour des équations aux dérivées partielles, son intérêt réside dans le fait que seules les limites du domaine sont maillées et que le calcul n'est pas effectué simultanément dans tout le domaine. La méthode des éléments finis est la plus utilisée, surtout dans les systèmes de C.A.O, c'est cette méthode que nous utilisons. Dans le présent chapitre, on aborde la résolution numérique du problème énoncé dans le chapitre précédent. La méthode de résolution choisie (les éléments finis) nécessite d'abord la formulation intégrale du problème de magnétostatique (qui a été défini sous sa forme différentielle). Ensuite le domaine d'étude doit être discrétisé en utilisant des sous-domaines appelés éléments finis. On opte pour les éléments triangulaires du premier ordre pour la facilité qu'ils présentent, soit lors de la génération du maillage [11] ou lors du calcul en régime saturé [11,12]. On présente ensuite l'approximation nodale [13], qui servira pour discrétiser la forme intégrale et aboutir ainsi (après assemblage des équations élémentaires) à un système d'équations non linéaires (dans le cas où la saturation est prise en considération) qui une fois convenablement modifié (afin d'y introduire les conditions aux limites) et résolu, on dispose alors de la valeur du potentiel vecteur magnétique en tout point du domaine. Ce qui permet d'effectuer l'analyse quantitative de la structure (étude de la répartition de l'induction dans l'entrefer, calcul des efforts développés), et l'analyse qualitative (tracé des lignes de flux, niveaux de gris).

III.1. METHODE DES ELEMENTS FINIS

III.1.1. Forme intégrale du problème magnétostatique

Soit $A(x,y)$ une solution de l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J = 0 \quad (III.1)$$

sur un domaine Ω . Alors $A(x,y)$ annule la fonctionnelle pondérée suivante [10,11] :

$$F = \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J \right] \cdot w \cdot dx \cdot dy \quad (III.2)$$

où w est une fonction de poids continue quelconque.

III.1.2. Discrétisation du domaine d'étude & approximation nodale

III.1.2.1. Discrétisation du domaine d'étude

Le domaine d'étude Ω est partitionné en N_e triangles $(\Omega_i)_{i=1, N_e}$, qu'on appelle éléments finis vérifiant certaines conditions, entre autres :

- $\Omega = \bigcup_{i=1}^{N_e} \Omega_i$: L'union de tous les éléments forme la totalité du domaine d'étude.
- $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset \quad i \neq j$: Les éléments sont disjoints deux à deux.

La première condition est impossible à satisfaire exactement vu le type d'élément choisi. On exige tout de même que le domaine discrétisé soit aussi proche que possible du domaine réel. L'erreur qui en résulte, dite erreur de discrétisation, peut être minimisée en diminuant la taille des éléments [13].

Chaque élément Ω_e est entièrement défini par la connaissance des coordonnées de ses trois sommets (ils sont appelés noeuds géométriques). Il est l'image d'un élément de référence Ω_r obtenue par une transformation géométrique (Figure III.1). Notons que si l'élément de référence est commun à tous les éléments réels, la transformation géométrique est par contre spécifique à chaque élément. Cette transformation permet de simplifier la définition analytique des éléments et d'effectuer certains calculs, notamment les intégrales de volume et de contour. Elle dépend des noeuds géométriques de l'élément et elle s'écrit comme suit [13] :

$$x(\xi, \eta) = \langle N_1(\xi, \eta), N_2(\xi, \eta), N_3(\xi, \eta) \rangle \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (III.3)$$

et

$$y(\xi, \eta) = \langle N_1(\xi, \eta), N_2(\xi, \eta), N_3(\xi, \eta) \rangle \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (III.4)$$

où (ξ, η) sont les coordonnées d'un point appartenant à l'espace de référence, (x, y) celles de son image, et $(x_i, y_i)_{i=1,3}$ les coordonnées réelles des noeuds géométriques de l'élément. Les fonctions de transformation sont les suivantes [13] :

$$\begin{cases} N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \\ N_2(\xi, \eta) = \eta \\ N_3(\xi, \eta) = \xi \end{cases} \quad (III.5)$$

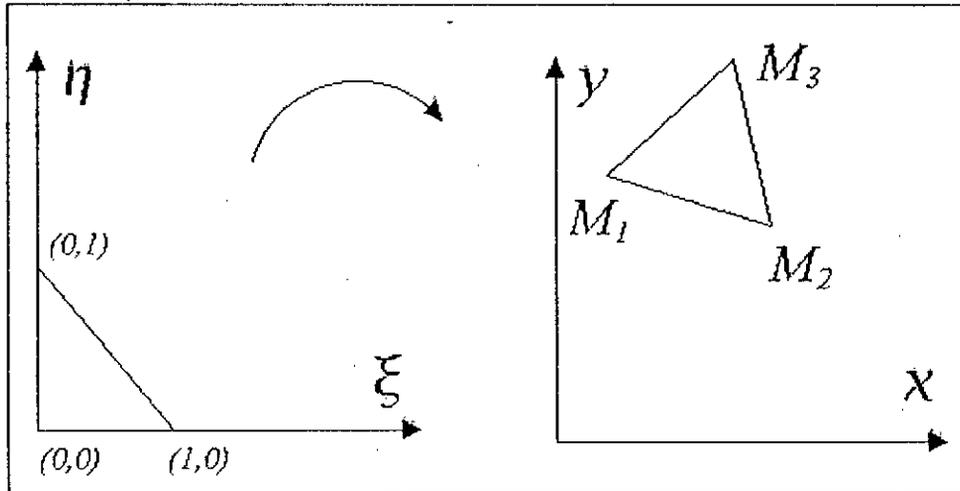


Figure III.1 : Elément de référence & élément réel .

La figure III.2.a représente le maillage d'un pôle de la machine. Il a été étendu un peu plus à l'extérieur car ça peut s'avérer nécessaire dans le cas où on effectue le calcul en régime saturé. Il comprend dans notre cas 3600 éléments et 1891 noeuds. Pour vérifier sa qualité , on a effectué un agrandissement autour de la zone comprenant la denture et l'entrefer (Figure III.2.b) ainsi qu'une représentation [11] permettant de détecter les éventuelles incompatibilités entre les éléments* (Figure III.2.c).

III.1.2.2. L'approximation nodale

Soit $A(x,y)$ l'approximation nodale du potentiel vecteur sur un élément donné. Elle s'écrit alors :

$$A(x,y) = \sum_{i=1}^3 A_i \cdot N_i(x,y) \quad (III.6)$$

avec $(A_i)_{i=1,3}$ les valeurs que prend le potentiel vecteur aux noeuds d'interpolation (ils coïncident dans notre cas avec les noeuds géométriques); $(N_i(x,y))_{i=1,3}$ les fonctions d'interpolation, nulles à l'extérieur de l'élément dont il est question, elles prennent les valeurs suivantes à l'intérieur (approximation linéaire) [13] :

* Les triangles , avant d'être tracés, subissent une homotétie de rapport inférieur à 1 (0.8 ici) dont le centre est le centre de gravité de chaque élément. Les incompatibilités pouvant être détectées ainsi sont nombreuses entre autres : Intersection entre deux éléments, un élément appartenant à deux milieux différents, etc...

$$\begin{cases} N_1(x, y) = \frac{1}{2 \cdot S_e} \cdot [(y_3 - y_2) \cdot (x_2 - x) - (x_3 - x_2) \cdot (y_2 - y)] \\ N_2(x, y) = \frac{1}{2 \cdot S_e} \cdot [(y_1 - y_3) \cdot (x_3 - x) - (x_1 - x_3) \cdot (y_3 - y)] \\ N_3(x, y) = \frac{1}{2 \cdot S_e} \cdot [(y_2 - y_1) \cdot (x_1 - x) - (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y)] \end{cases} \quad (III.6)$$

où S_e désigne l'aire du triangle :

$$2 \cdot S_e = (x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_1) \quad (III.7)$$

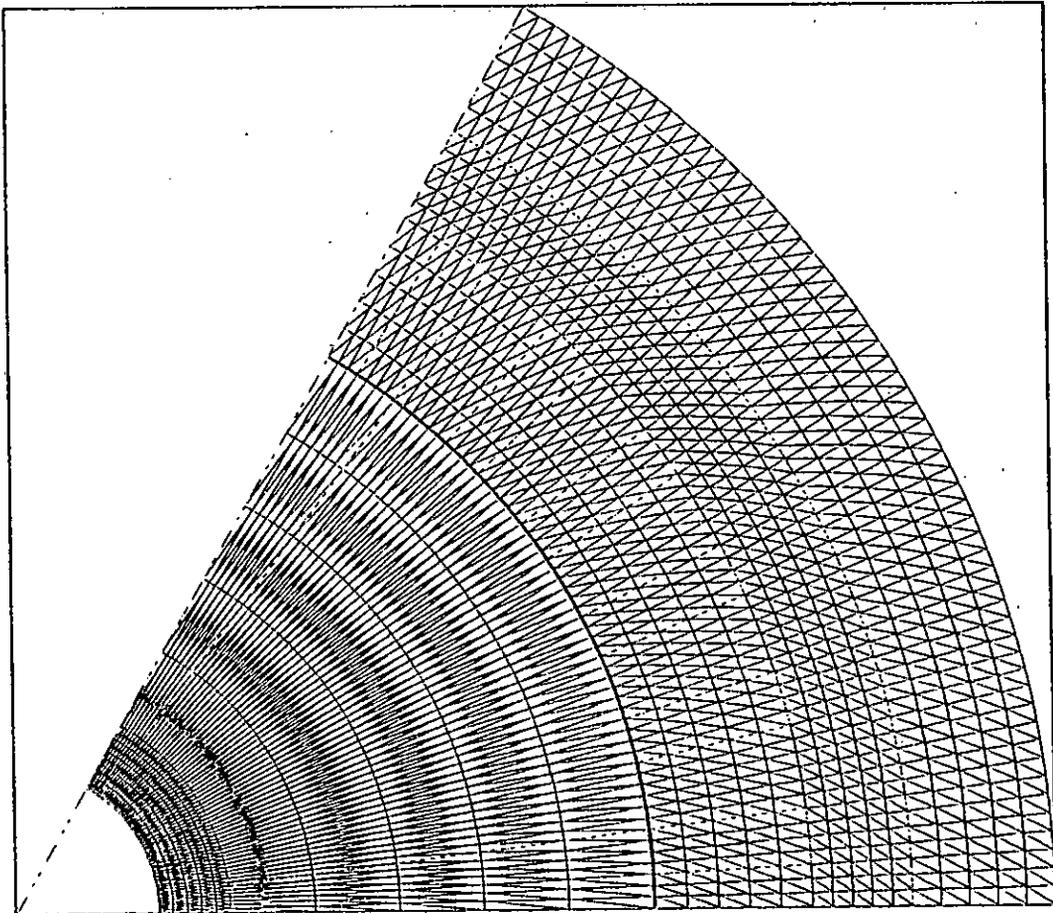


Figure III.2.a : Le maillage d'un pôle de la machine.

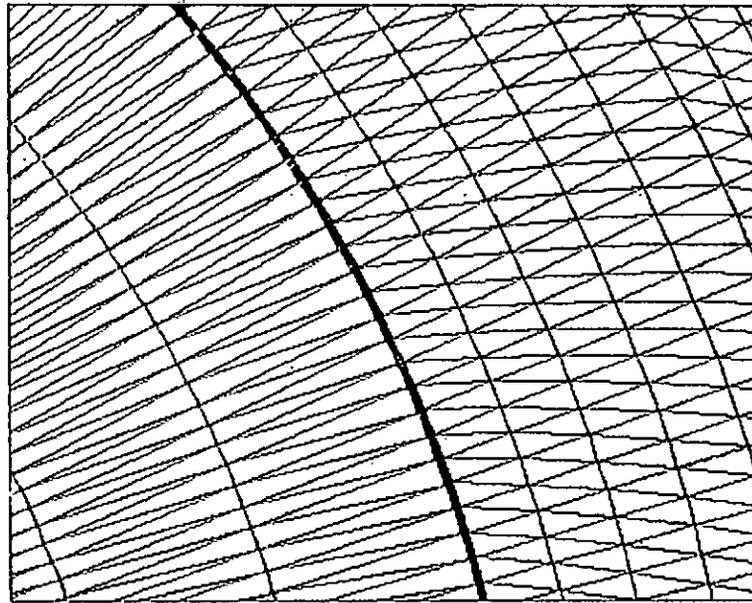


Figure III.2.b : Agrandissement de la figure précédente autour de l'entrefers et de la denture.

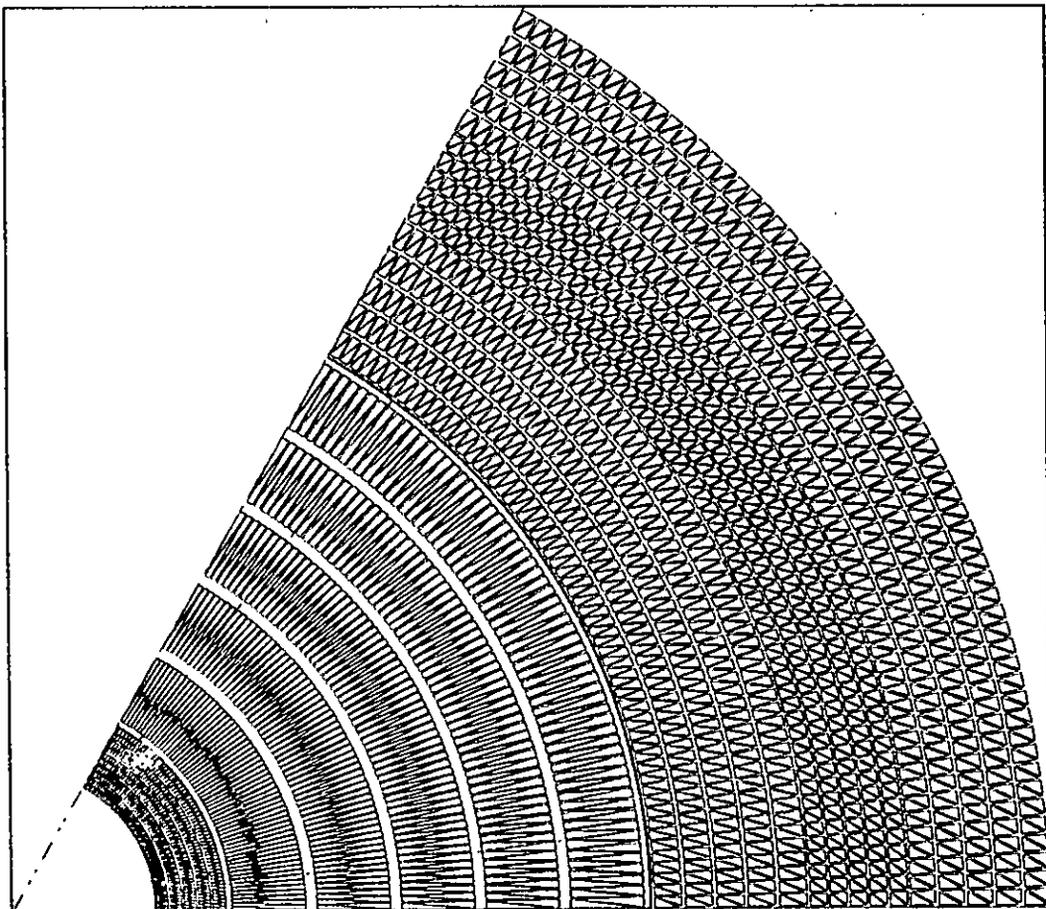


Figure III.2.c : Une représentation du maillage permettant de détecter d'éventuelles anomalies.

III.1.3. Discrétisation de la forme intégrale

Reprenons la forme intégrale vue plus haut (III.2), en choisissant une fonction de pondération nulle à l'extérieur d'un élément Ω_i , elle devient :

$$F = \iint_{\Omega_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J \right] \cdot w \cdot dx \cdot dy \quad (III.9)$$

En intégrant par partie, nous obtenons [13] :

$$F = - \iint_{\Omega_i} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy + \iint_{\Omega_i} J \cdot w \cdot dx \cdot dy + \oint_{\partial \Omega_i} w \cdot v \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (III.10)$$

En utilisant les conditions de passage, et en annulant F on a :

$$\iint_{\Omega_i} \left(v \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy = \iint_{\Omega_i} J \cdot w \cdot dx \cdot dy + \oint_{\partial \Omega_i} w \cdot J_s \cdot d\Gamma \quad (III.11)$$

En utilisant l'approximation nodale :

$$\sum_{j=1}^3 \left(\iint_{\Omega_i} \left(v \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy \right) \cdot A_j = \iint_{\Omega_i} J \cdot w \cdot dx \cdot dy + \oint_{\partial \Omega_i} w \cdot J_s \cdot d\Gamma \quad (III.12)$$

Si on choisit comme fonction poids les fonctions d'interpolation, on obtient :

$$\sum_{j=1}^3 \left(\iint_{\Omega_i} \left(v \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy \right) \cdot A_j = \iint_{\Omega_i} J \cdot N_i \cdot dx \cdot dy + \oint_{\partial \Omega_i} N_i \cdot J_s \cdot d\Gamma \quad i = 1,3 \quad (III.13)$$

Etant donné que le polynôme approximant le potentiel vecteur sur l'élément est du premier ordre, l'induction en tout point à l'intérieur de cet élément est constante. Cela implique qu'il en est de même pour la réductivité. Nous écrivons donc l'équation (III.13) sous la forme suivante [12] :

$$v \cdot \sum_{j=1}^3 S_{ij} \cdot A_j = f_i \quad i = 1,3 \quad (III.14)$$

Ou en utilisant la notation matricielle :

$$v \cdot [S] \cdot \{A\} = \{f\} \quad (III.15)$$

$[S]$ est dite matrice géométrique.

$v \cdot [S]$ est dite matrice rigidité locale.

$\{f\}$ est le vecteur sollicitation local (homogène à un courant).

La matrice géométrique est singulière, il en est de même pour la matrice rigidité locale. Le système d'équations local est non linéaire si on tient compte de la saturation. Le calcul de $[S]$ et de $\{f\}$ peut être effectué analytiquement.

III.1.4. Résolution du problème en régime linéaire

III.1.4.1. Assemblage

On a vu qu'en discrétisant la forme intégrale, on obtient pour chaque élément un système d'équations singulier reliant les valeurs nodales (potentiel) à la sollicitation locale. L'assemblage de ces systèmes conduit au système global : [13]

$$[K] \cdot \{A\} = \{F\} \quad (III.16)$$

Pour chaque élément e composé des noeuds (i_1, i_2, i_3) , on a le système local :

$$\begin{bmatrix} k_{11}^e & k_{12}^e & k_{13}^e \\ k_{21}^e & k_{22}^e & k_{23}^e \\ k_{31}^e & k_{32}^e & k_{33}^e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{i_1} \\ A_{i_2} \\ A_{i_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^e \\ f_2^e \\ f_3^e \end{bmatrix} \quad (III.17)$$

$e = 1, N_e$

On forme la matrice rigidité élargie $[K^e]$:

$$\begin{array}{c} 1 \quad \quad i1 \quad \quad \quad i2 \quad \quad \quad i3 \\ \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ i1 & 0 & \dots & k_{11}^e & \dots & k_{12}^e & \dots & k_{13}^e & \dots & 0 \\ & & & & & & & & & \\ i2 & 0 & \dots & k_{21}^e & \dots & k_{22}^e & \dots & k_{23}^e & \dots & 0 \\ & & & & & & & & & \\ i3 & 0 & \dots & k_{31}^e & \dots & k_{32}^e & \dots & k_{33}^e & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad (III.18)$$

et le vecteur sollicitation élargi $\{F^e\}$:

$$\begin{matrix} & 1 & & i1 & & i2 & & i3 \\ \left[0 & \dots & f_1^e & \dots & f_2^e & \dots & f_2^e & \dots & 0 \right]_i \end{matrix} \quad (III.19)$$

et on écrit :

$$[K] = \sum_{e=1}^{N_e} [K^e] \quad (III.20)$$

et

$$\{F\} = \sum_{e=1}^{N_e} \{F^e\} \quad (III.21)$$

III.1.4.2. Prise en compte des conditions aux limites

Le système obtenu après l'assemblage des équations locales et dont l'ordre est égal au nombre de noeuds, reste toujours singulier. La prise en compte des conditions aux limites (les conditions de passage d'interface sont déjà prises en compte lors de la formation du système) consiste à modifier ce système. Si le potentiel au noeud i doit être nul (condition aux limites de type DIRICHLET), on force l'équation qui lui correspond dans le système global en utilisant la méthode du terme prédominant [13] qui consiste à ajouter au terme diagonal (K_{ii}) un nombre très élevé dépendant de la précision avec laquelle les calculs sont effectués. Quant aux conditions d'antipériodicité, on en tient compte au moment de l'assemblage, en opérant des modifications adéquates sur la matrice rigidité locale et le vecteur sollicitation local.

III.1.4.3. Résolution du système d'équations

Le système obtenu représente un modèle discrétisé prenant en compte tous les éléments du problème défini dans le chapitre précédent. La matrice rigidité globale (devenue inversible après la prise en compte des conditions aux limites) est symétrique définie positive. On peut résoudre le système obtenu par une méthode directe (triangularisation de GAUSS ou factorisation de CHOLESKY). Disposant de la valeur du potentiel en chaque noeud, on peut le calculer en un point quelconque grâce à l'approximation adoptée.

III.1.5. Résolution en régime saturé

Le système d'équations locales est maintenant non linéaire étant donné que la réactivité dépend des valeurs nodales. Deux méthodes itératives sont proposées :

III.1.5.1. Méthode des substitutions successives [13]

Elle est très simple à mettre en oeuvre mais aussi très lente à converger[13]. Elle consiste à construire le système à résoudre (calcul des matrices locales, assemblage, prise en compte des conditions aux limites) en partant d'une estimation initiale des valeurs nodales. La résolution de ce système fournit une meilleure estimation qu'on utilise pour construire un nouveau système en suivant le même procédé. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que la convergence soit atteinte (suivant un critère donné).

III.1.5.2. Méthode de NEWTON-RAPHSON [12]

Elle consiste à linéariser les équations locales autour de la solution. C'est celle-ci que nous utilisons.

Formons le vecteur des résidus local :

$$R_i = v \cdot \sum_{j=1}^3 S_{ij} \cdot A_j - f_i \quad i = 1,3 \quad (III.22)$$

et la matrice jacobienne locale définie comme suit :

$$H_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial A_j} \quad (III.23)$$

On a donc :

$$\dot{H}_{ij} = v \cdot S_{ij} + \frac{dv}{dB^2} \cdot \frac{\partial B^2}{\partial A_j} \cdot \sum_{k=1}^3 S_{ik} \cdot A_k \quad (III.24)$$

B étant le module de l'induction au niveau de l'élément considéré.
Comme on a :

$$B^2 = \left(\sum_{k=1}^3 A_k \cdot \frac{\partial N_k}{\partial x} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^3 A_k \cdot \frac{\partial N_k}{\partial y} \right)^2 \quad (III.25)$$

nous aboutissons à :

$$\frac{\partial B^2}{\partial A_j} = \frac{2}{S_e} \cdot \sum_{k=1}^3 S_{jk} \cdot A_k \quad (III.26)$$

S_e étant l'aire de l'élément..

Si l'on pose :

$$U_i = \sum_{k=1}^3 S_{ik} \cdot A_k \quad (III.27)$$

Nous obtenons :

$$H_{ij} = \nu \cdot S_{ij} + \frac{2}{S_e} \cdot \frac{dv}{dB^2} \cdot U_i \cdot U_j \quad (III.28)$$

Soient $(A_i^{(k)})_{i=1,3}$ les valeurs nodales estimées à l'itération k , $(A_i^{(k+1)})_{i=1,3}$ celles de l'itération suivante. Si on écrit :

$$\Delta A_i^{(k)} = A_i^{(k+1)} - A_i^{(k)} \quad i = 1,3 \quad (III.29)$$

alors on a :

$$[H]^{(k)} \cdot \{\Delta A\}^{(k)} = -\{R\}^{(k)} \quad (III.30)$$

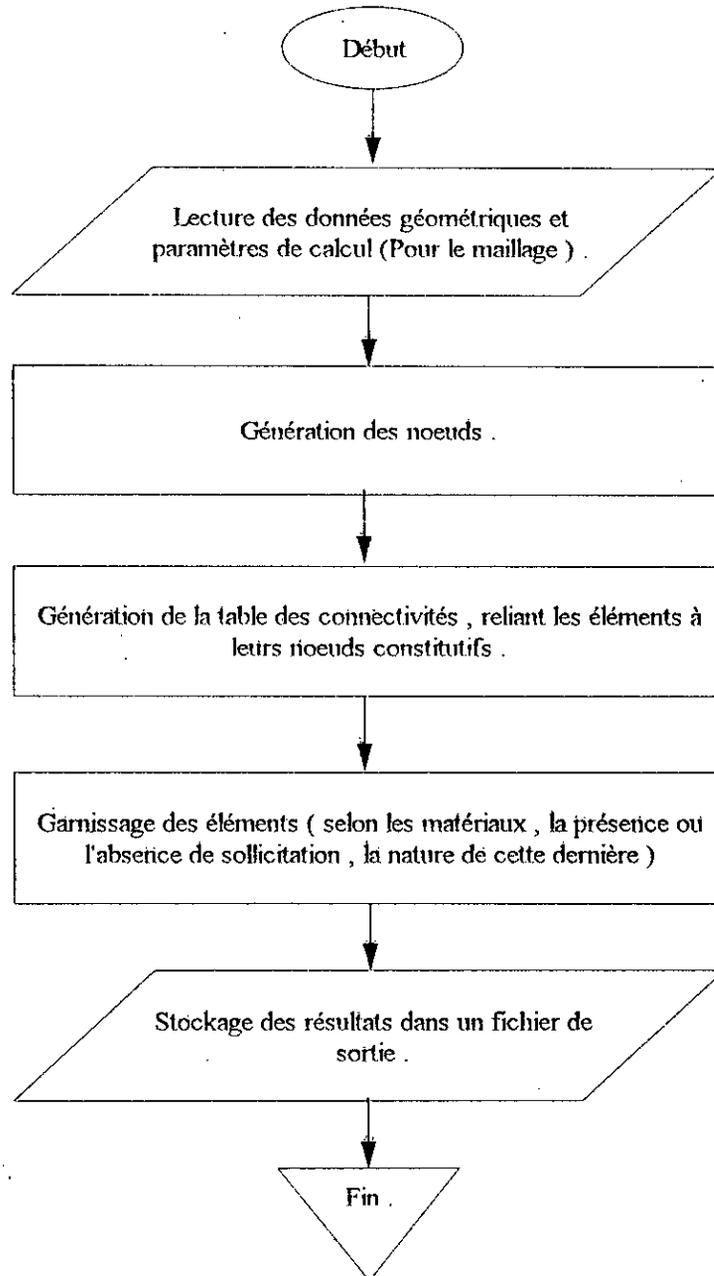
Il s'agit d'un système linéaire dont l'inconnue est l'incrément de potentiel qui permet de corriger l'estimation initiale. Comme dans le cas linéaire, ce système (local) est singulier. La suite du traitement est identique à celle vue dans le cas linéaire. A partir des équations locales, l'assemblage fournit un système global. Etant donné que l'inconnue du système est cette fois-ci la correction à apporter à l'estimation précédente du potentiel vecteur, l'introduction des conditions aux limites dans le système est identique à celle vue précédemment si l'estimation initiale de départ vérifie ces conditions (généralement en la prenant nulle on satisfait à cette exigence). La résolution du système global est effectuée en utilisant une méthode directe.

III.1.6. Organigrammes

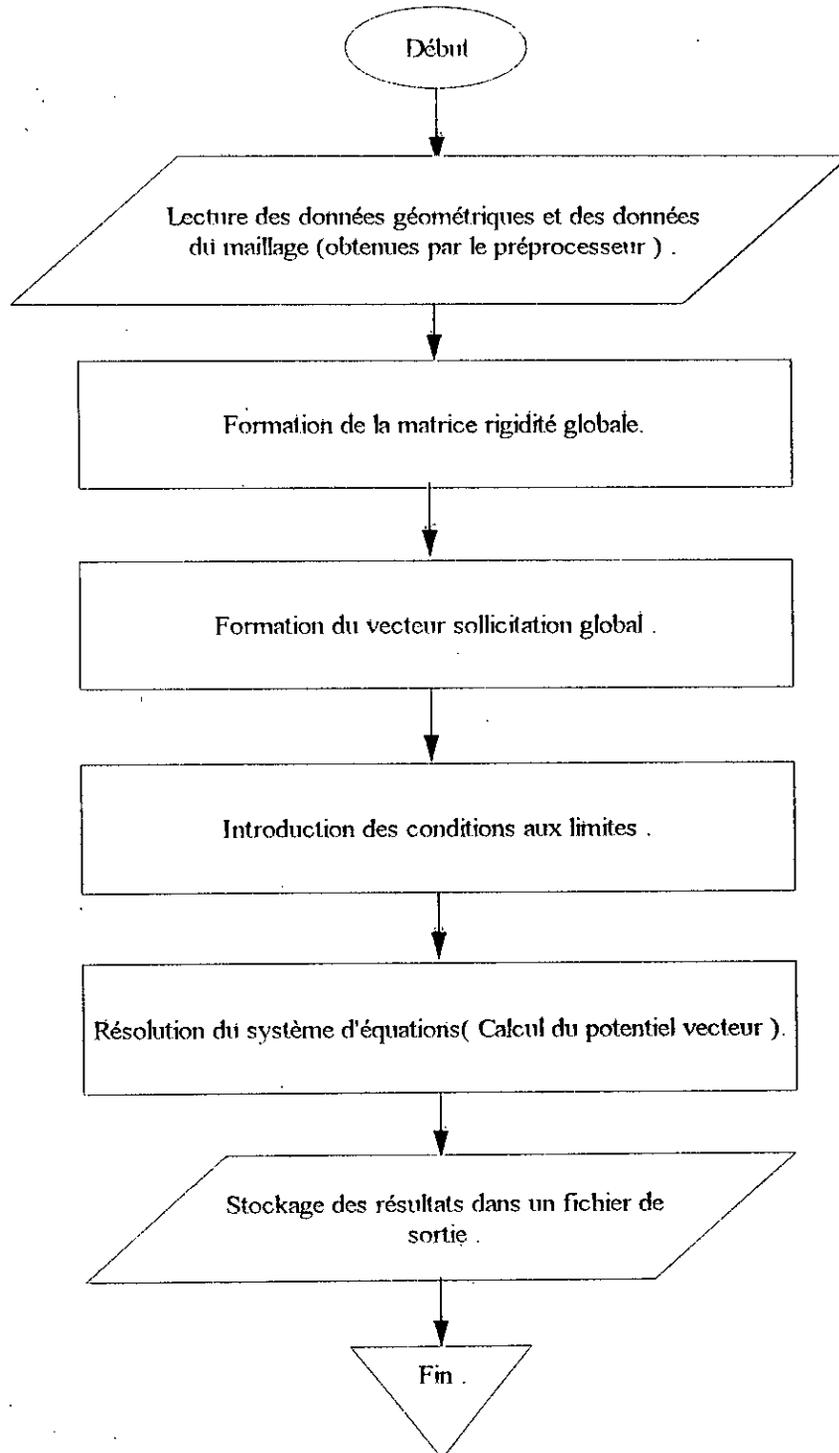
Enfin on peut récapituler l'ensemble des procédures vues plus haut, en présentant leurs organigrammes :

*Les procédures de construction de la matrice jacobienne globale et du vecteur des résidus global ne sont pas données puisqu'elles sont identiques à celles qui construisent le système global dans le cas linéaire.

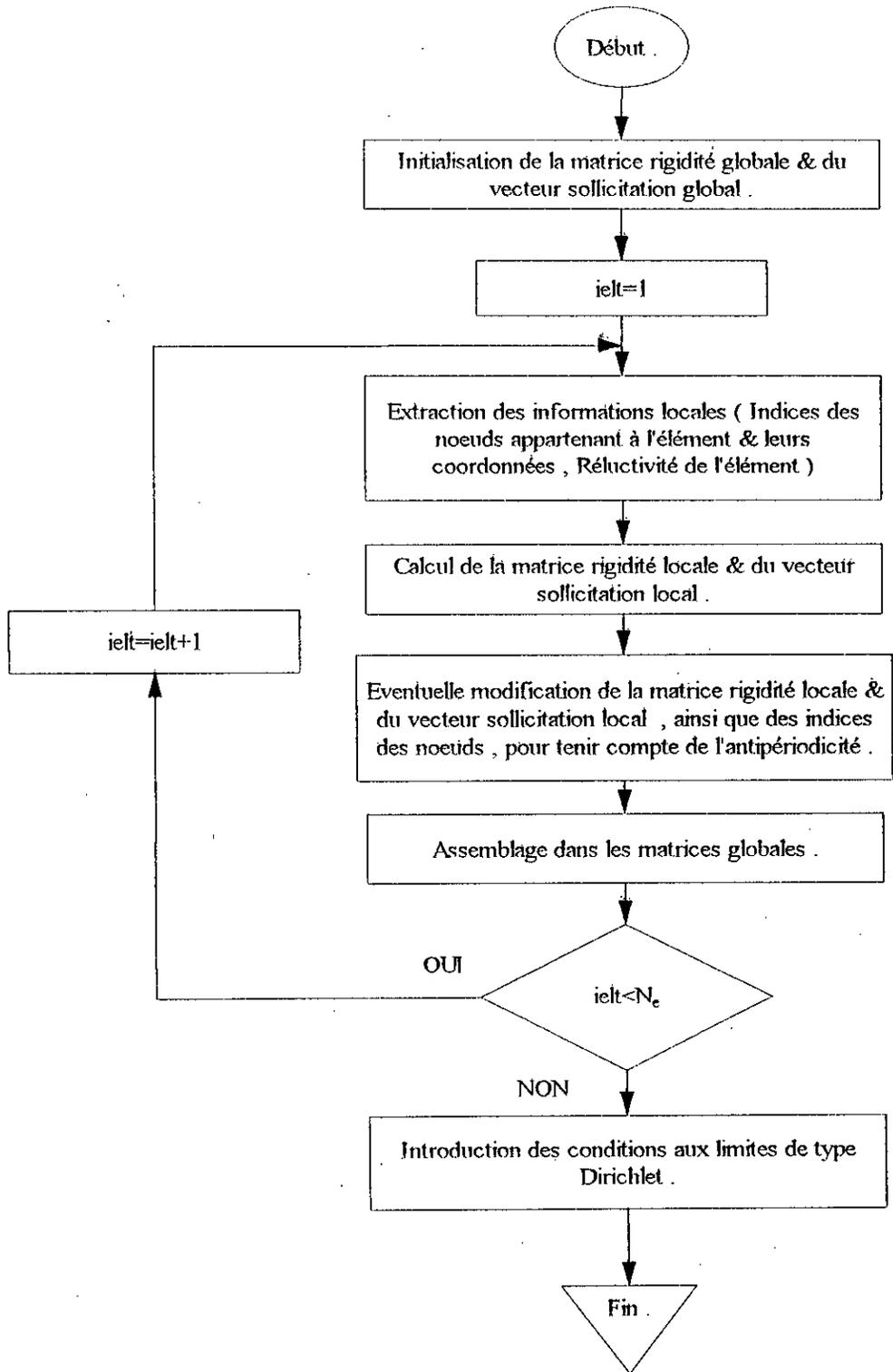
Le préprocesseur



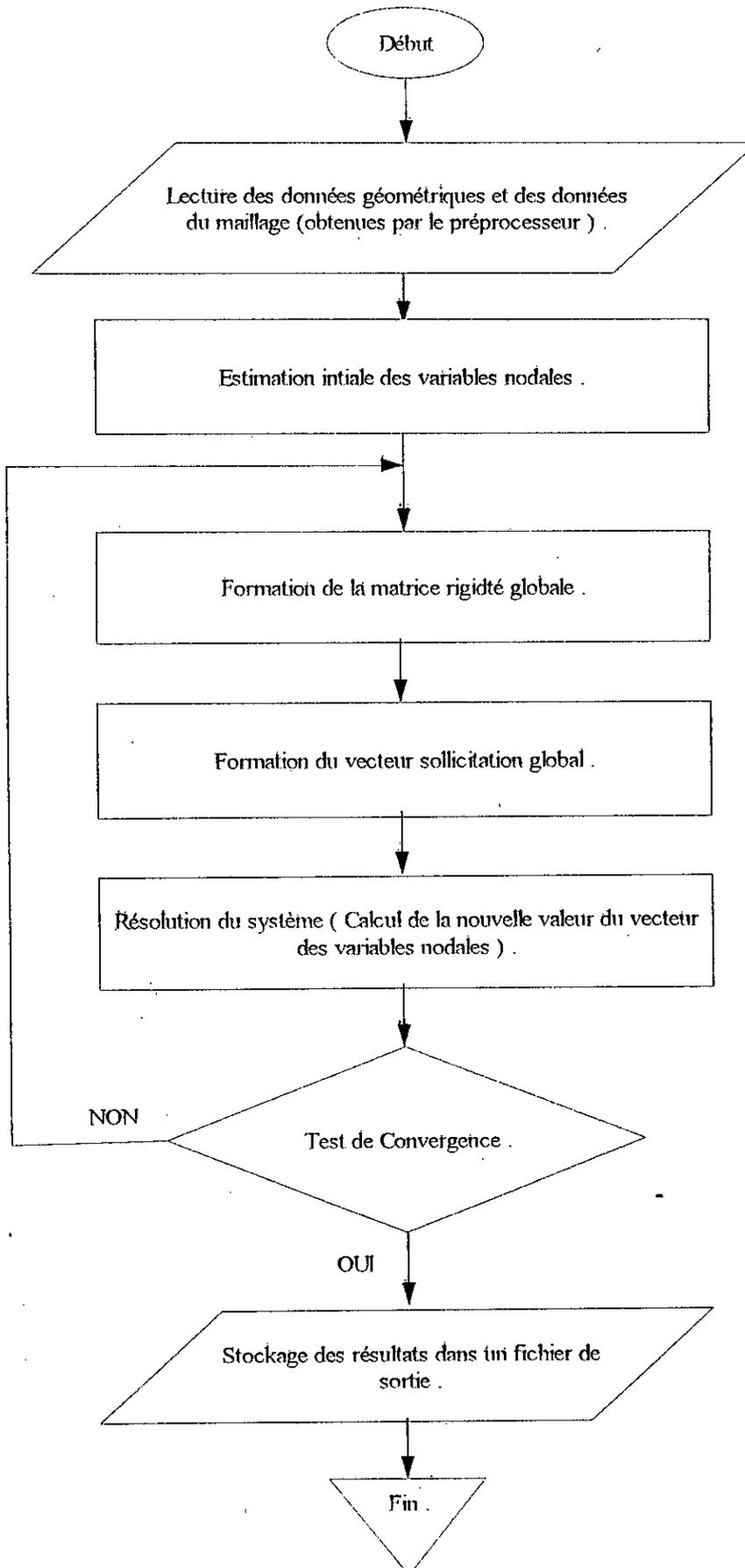
Le processeur de calculs (Cas linéaire)



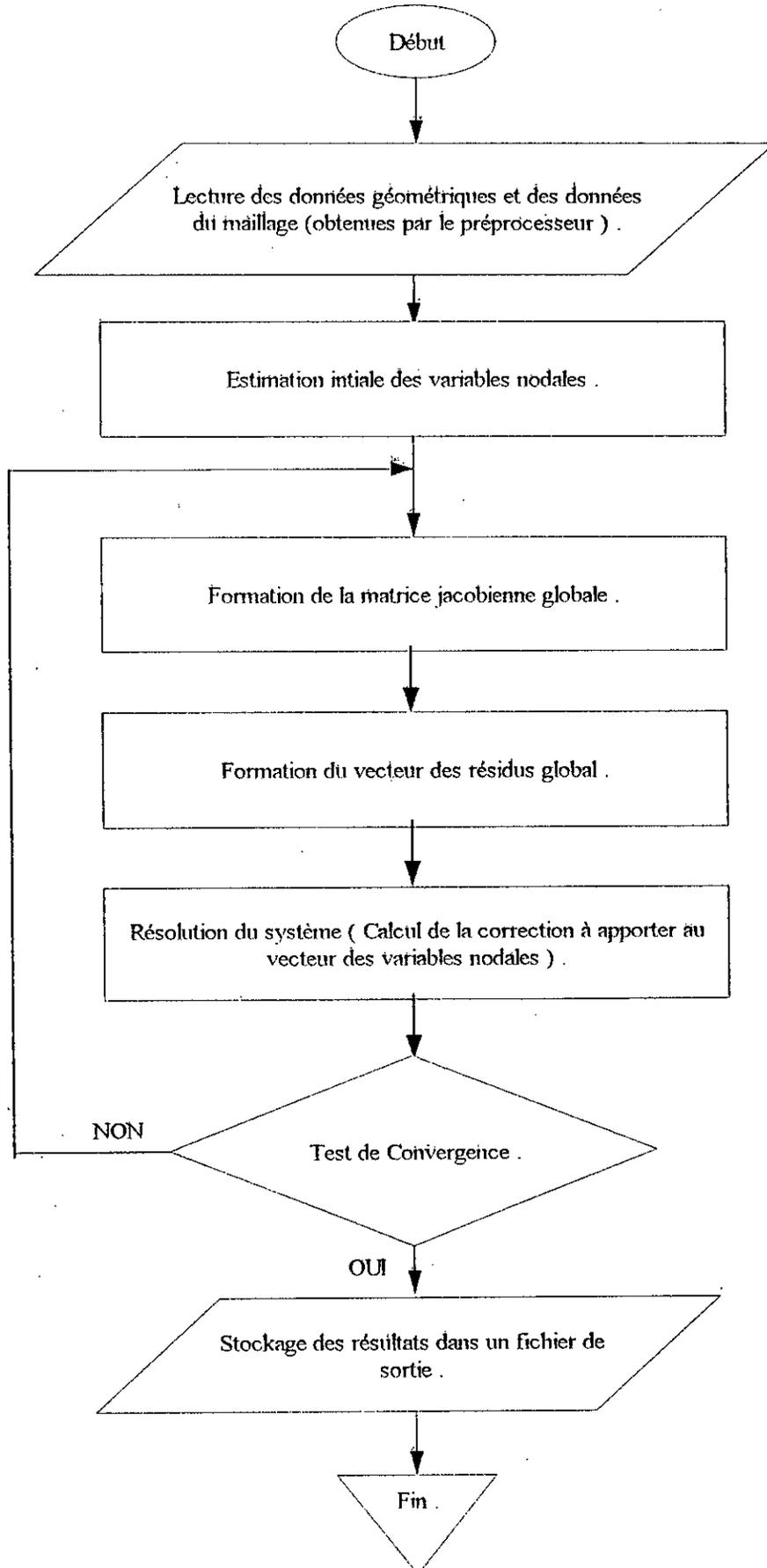
Formation du système global.



Le processeur de calculs (Cas non linéaire , Méthode des substitutions successives)



Le processeur de calculs (Cas non linéaire , Méthode de Newton-Raphson)



III.2. EXPLOITATION

Disposant du potentiel en tout point du domaine d'étude, on peut calculer les grandeurs locales (telles que l'induction, le champ, la réductivité, etc...) et les grandeurs globales (telles que les efforts, le flux, les inductances (en régime linéaire), etc...). On peut aussi effectuer l'analyse qualitative de la structure électromagnétique (tracé des lignes de champ, dégradé de couleurs).

III.2.1. Calcul de l'induction

L'induction en tout point appartenant à un élément donné est constante [4] :

$$\begin{cases} B_x = \sum_{i=1}^3 A_i \cdot \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ B_y = -\sum_{i=1}^3 A_i \cdot \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{cases} \quad (III.31)$$

III.2.2. Calcul du couple

Nous utilisons la méthode des travaux virtuels [11] qui nécessite la connaissance de l'énergie magnétique emmagasinée dans la structure pour chaque position du rotor. Elle est donnée par l'expression [3] :

$$W_{mag} = \iiint_V \frac{1}{2} \cdot H \cdot B \cdot dv \quad (III.32)$$

Sachant que l'induction à l'intérieur d'un élément est constante (et donc sa réductivité aussi), que le domaine d'étude est restreint à un pas polaire et en exploitant le fait que le modèle magnétostatique est bidimensionnel, nous avons :

$$W_{mag} = p \cdot L_u \cdot \sum_{e=1}^{N_e} \nu_e \cdot B_e^2 \cdot S_e \quad (III.33)$$

L_u : la longueur utile de la machine.

S_e : L'airé de l'élément e .

La connaissance de l'évolution de l'énergie magnétique en fonction de la position du rotor permet de calculer le couple :

$$\Gamma = -\frac{\partial W_{mag}}{\partial \theta} \quad (III.34)$$

III.2.3. Tracé des lignes de champ [4]

L'importance du tracé des lignes de champ n'est pas à mettre en doute lors de l'analyse d'une structure électromagnétique (ou de sa conception). Ces lignes délimitent les tubes de flux, et donnent une image de l'induction dans les différentes régions du domaine ainsi que l'état de saturation des parties ferromagnétiques.

Dans le cas du modèle magnétostatique bidimensionnel, les lignes de champ coïncident avec les équipotentielles*. Le flux canalisé entre deux lignes équipotentielles est proportionnel à l'écart des potentiels; la constante de proportionnalité étant en l'occurrence la longueur utile de la machine. Il est donc avantageux, de représenter les équipotentielles avec un écart de potentiel fixe. Dans ce cas, les zones où les lignes de champ sont resserrées, correspondent à une induction plus élevée.

Le tracé est très aisé dans le cas des éléments triangulaires du premier ordre étant donné que le potentiel varie linéairement à l'intérieur de l'élément, le fragment de la ligne équipotentielle qui passe par un élément est un segment de droite dont il suffit de déterminer les extrémités pour pouvoir effectuer le tracé. La procédure qui détermine les extrémités des segments consiste pour une valeur donnée du potentiel vecteur A_0 à balayer tous les éléments et à comparer cette valeur aux valeurs nodales correspondantes, si l'on trouve que A_0 appartient à l'intervalle $[A_i, A_j]$, on obtient les coordonnées d'une extrémité du segment par interpolation linéaire.

III.2.4. Les niveaux de gris

C'est une autre manière de présenter une grandeur scalaire dans le plan. Le principe est simple : On parcourt tous les éléments et on détermine ainsi les valeurs minimale et maximale de la grandeur à tracer, donc l'intervalle auquel elle appartient (le module de l'induction par exemple). Pour une résolution donnée (16 couleurs par exemple) on divise l'intervalle sur ce nombre et on associe à chaque sous-intervalle une couleur. Les éléments sont parcourus de nouveau un à un, on calcule la grandeur au niveau de chacun d'eux, on détermine alors le sous-intervalle auquel elle appartient et on trace l'élément avec la couleur correspondante. Cela suppose que la grandeur qu'on veut tracer est constante au niveau de l'élément, c'est le cas pour l'induction, la réluctivité et la densité de l'énergie magnétique emmagasinée.

III.3. CONCLUSION

Dans ce chapitre on a montré comment résoudre le problème au limites posé dans le deuxième chapitre. Une fois le potentiel électrique déterminé en tout point du domaine, on peut calculer l'induction en tout point, calculer les efforts développés, et tracer les lignes de champ et les niveaux de gris. Le chapitre suivant est consacré à cette étude.

* En tout point d'une ligne de force l'induction est tangentielle, donc l'induction normale y est nulle : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$.

Or cette équation caractérise aussi une ligne équipotentielle .

Chapitre IV

Exploitation

Chapitre IV :

Exploitation

Ce chapitre est consacré à l'étude du prototype présenté dans le chapitre 1 (§1.3) et modélisé dans le chapitre 2. Il comprend l'étude de l'induction et celle du couple de détente. On considère ici deux structures : La première est à stator lisse, la seconde est à stator encoché (c'est à dire le prototype qui fait l'objet de l'étude). L'étude de la première structure (seule l'analyse de l'induction due aux aimants est effectuée) met en évidence le phénomène de concentration de flux. La comparaison des résultats obtenus en tenant compte du phénomène de saturation et ceux obtenus en le négligeant [1,2] permet de cerner jusqu'à quelles limites l'hypothèse de la linéarité est valable. Ceci concerne l'influence du choix du matériau pour aimants. En ce qui concerne la structure à stator encoché, on considère les trois cas suivants :

1/ Le fonctionnement à vide, qui permet d'analyser l'effet des encoches sur la concentration du flux.
 2/ L'induction due aux courants seuls dont l'étude, effectuée pour les deux positions particulières, directe et en quadrature, met en évidence une caractéristique commune aux machines à aimants permanents, à savoir la saillance inversée.

3/ Le fonctionnement en charge qui permet l'analyse de la réaction magnétique d'induit suivant les deux axes.
 Le couple de détente représente le couple développé par la structure à vide. Il est du à la présence simultanée des encoches et des aimants. C'est l'influence des paramètres de l'encoche (ouverture et profondeur) qui est analysée.

L'étude de l'induction est effectué selon la méthodologie suivante :

- L'analyse des lignes de champ permet d'avoir une idée globale de la répartition de l'induction dans tout le domaine. La comparaison des cartes de champ, obtenues en régime linéaire et en régime saturé permet de cerner les régions touchées par la saturation.
- L'analyse des niveaux de gris confirme les résultats obtenus dans la première partie.
- Les ondes des composantes normale et tangentielle de l'induction dans l'entrefer sont l'objet de la troisième partie de cette analyse. En tant que grandeur à caractère périodique, l'étude de l'induction normale comprend son analyse harmonique, qui consiste en un spectre de fréquences et quelques chiffres clés : sa valeur moyenne sous un pôle, l'amplitude de son fondamental et son taux de distorsion. La même analyse est appliquée au couple de détente.

Soit b une grandeur alternative Θ -périodique, on peut donc écrire :

$$b(\theta) = \sum_{n \geq 1} B_n \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\Theta} n\theta - \varphi_n\right)$$

Le taux de distorsion est défini comme suit :

$$\tau(\%) = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{n \geq 2} B_n^2}{\sum_{n \geq 1} B_n^2}}$$

IV.1. CHOIX DU REPERE

La figure IV.1 montre le repère choisi. Lors de l'étude de l'induction dans l'entrefer, la position angulaire d'un point donné situé au niveau du rayon d'alésage (θ sur la figure), est repérée par rapport à l'axe du champ tournant produit par les courants statoriques. Quant à la position du rotor vis à vis du stator (δ sur la figure), c'est l'angle que font les axes des deux champs tournants qui la détermine.

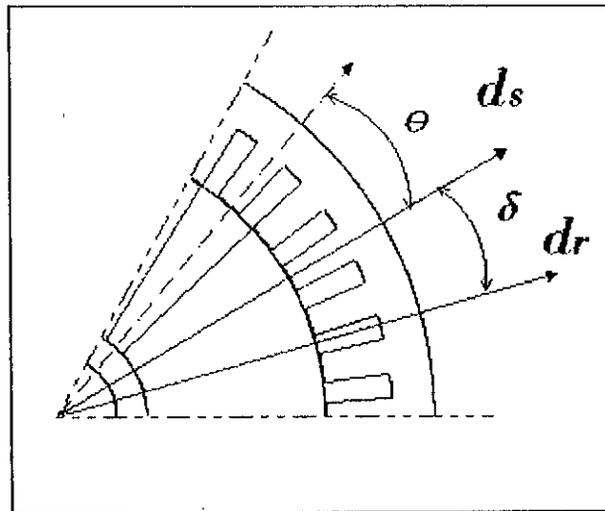


Figure IV.1 : Référentiels choisis.

IV.2. ETUDE DE L'INDUCTION

IV.2.1. Structure à stator lisse (induction due aux aimants seuls)

L'examen des lignes de champ (Figure IV.2) met en évidence le phénomène de concentration de flux : Les lignes de champ sont plus resserrées au niveau de l'entrefer qu'au niveau des aimants. Ainsi l'induction obtenue dans l'entrefer est supérieure à celle que produisent les aimants.

Ces lignes ne montrent pas une nette différence entre les résultats du calcul en régime linéaire ou en régime saturé. Cependant cette différence existe au niveau de la zone comprenant l'aimant, la pièce polaire, l'entrefer et la denture (Figure IV.3). Les lignes de champ sont légèrement plus resserrées en régime linéaire qu'en régime saturé, ce qui montre que l'induction y est un peu plus intense en régime linéaire pour le prototype étudié.

L'examen des niveaux de gris (Figure IV.4), montre les régions où l'induction est importante, comme il met en évidence les régions saturées. Il s'agit des régions décrites précédemment (Figure IV.3).

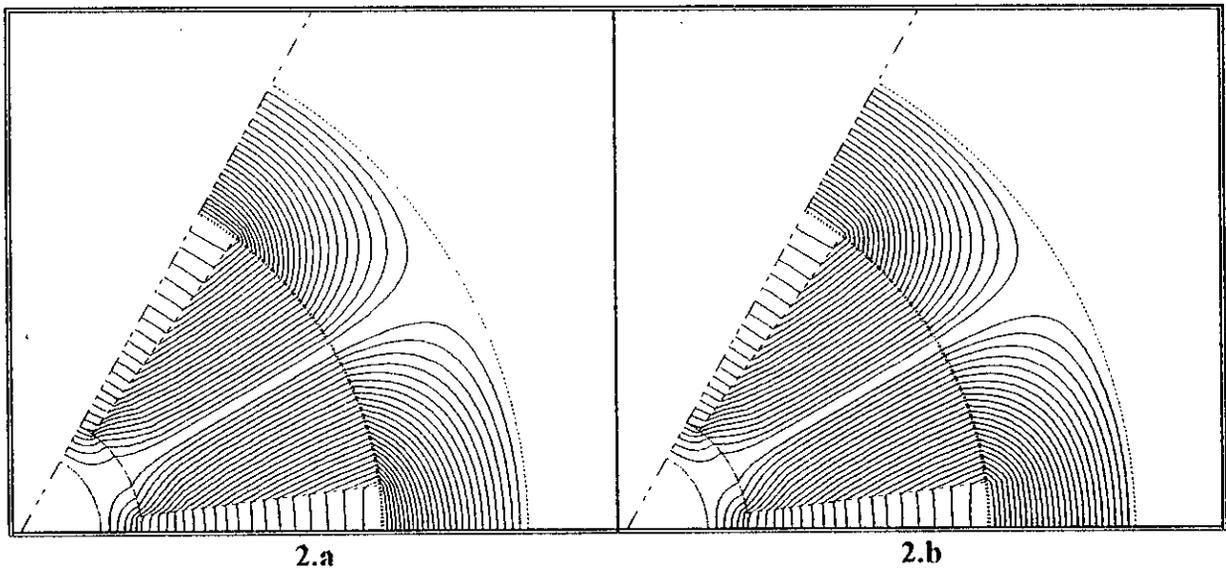
La figure IV.5.a montre la répartition de l'induction normale dans l'entrefer. Si on retient l'hypothèse de l'importance de la perméabilité des pièces ferromagnétiques, celle-ci est constituée d'un palier d'amplitude égale à 1.55 Tesla et dont la largeur est égale à l'ouverture angulaire des pièces polaires. Etant donné que l'induction rémanente que produisent les aimants est égale à 1 Tesla, ceci implique que le rapport de concentration de flux est égal à 1.55.

L'onde de l'induction normale dépend de l'hypothèse émise sur le matériau ferromagnétique. Le fait de supposer sa perméabilité finie (égale à celle du matériau au début de sa caractéristique magnétique), modifie son allure (Figure 5.a). Au lieu d'un palier constant, l'onde devient concave comportant deux maxima locaux (1.6 Tesla), et un minimum local (1.4 Tesla). Le calcul en régime saturé donne une induction moins importante et modifie légèrement son allure.

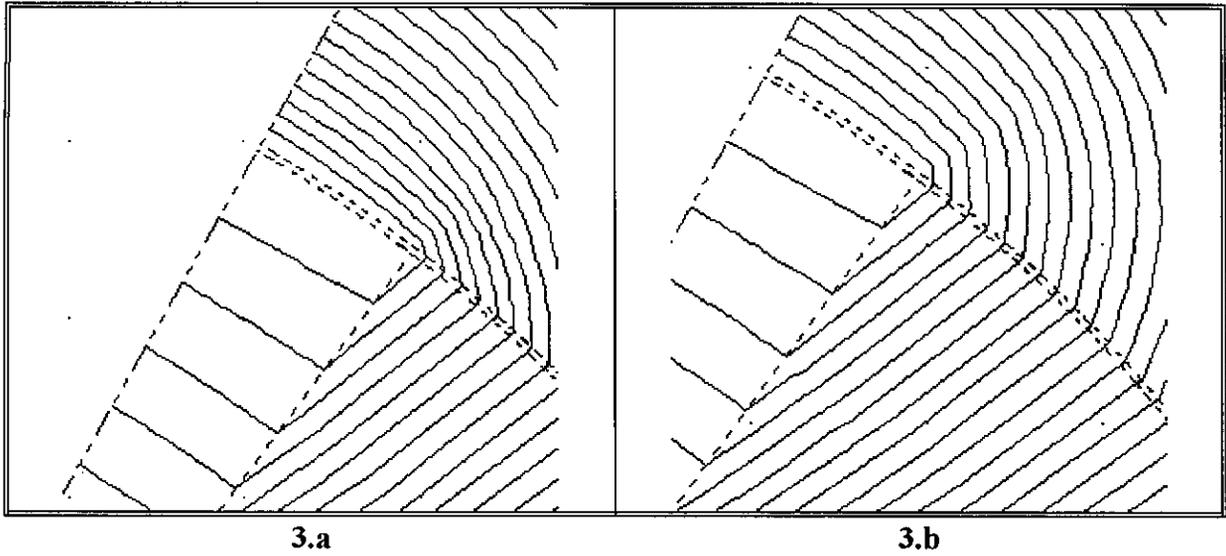
L'analyse harmonique (Figure IV.6) montre l'absence des harmoniques d'ordre pair même en régime saturé (Le résultat était prévisible en régime linéaire). Après le fondamental, ce sont les harmoniques de rang 3, 7, 9 qui sont les plus importants. La saturation injecte moins d'harmoniques mais en revanche diminue l'amplitude du fondamental. Il en est de même de l'induction moyenne sous un pôle.

La figure IV.7.a montre la répartition de l'induction normale dans l'entrefer rapportée à l'induction rémanente pour diverses valeurs de celle-ci (de 0 à 2 Tesla avec un pas de 0.1 Tesla). On constate que la saturation n'intervient qu'à partir de 0.6 Tesla et que le rapport de concentration de flux en est fortement affecté. On notera qu'au fur et à mesure le matériau se sature, l'amplitude du creux rencontré en linéaire s'atténue.

La figure IV.7.b montre la variation de l'induction moyenne sous un pôle en fonction de l'induction rémanente. On voit bien qu'elle s'apparente à la caractéristique d'aimantation du matériau ferromagnétique .



**Figure IV.2 : Lignes de champ en fonctionnement à vide
pour la structure à stator lisse :**
a. Matériau ferromagnétique non saturable .
b. Matériau ferromagnétique saturable .



3.a **3.b**
**Figure IV.3 : La différence entre le calcul en régime linéaire (3.a)
et le calcul en régime saturé (3.b).**

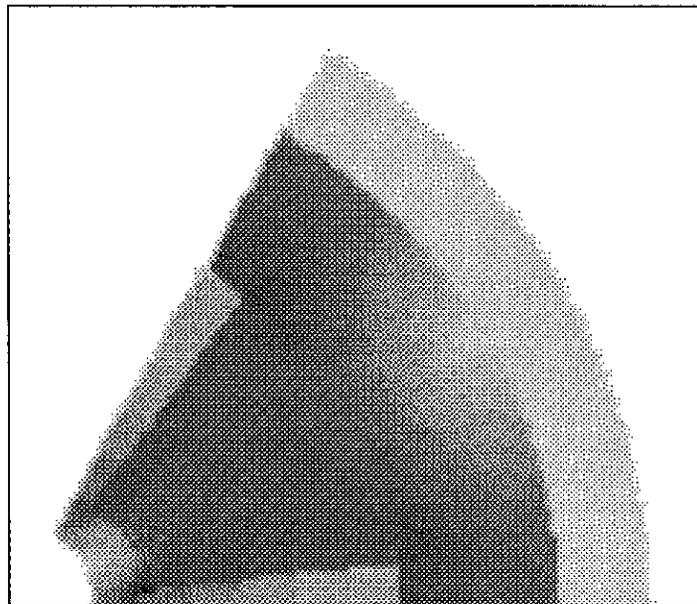


Figure IV.4 : Les niveaux de gris (Calcul en régime saturé).

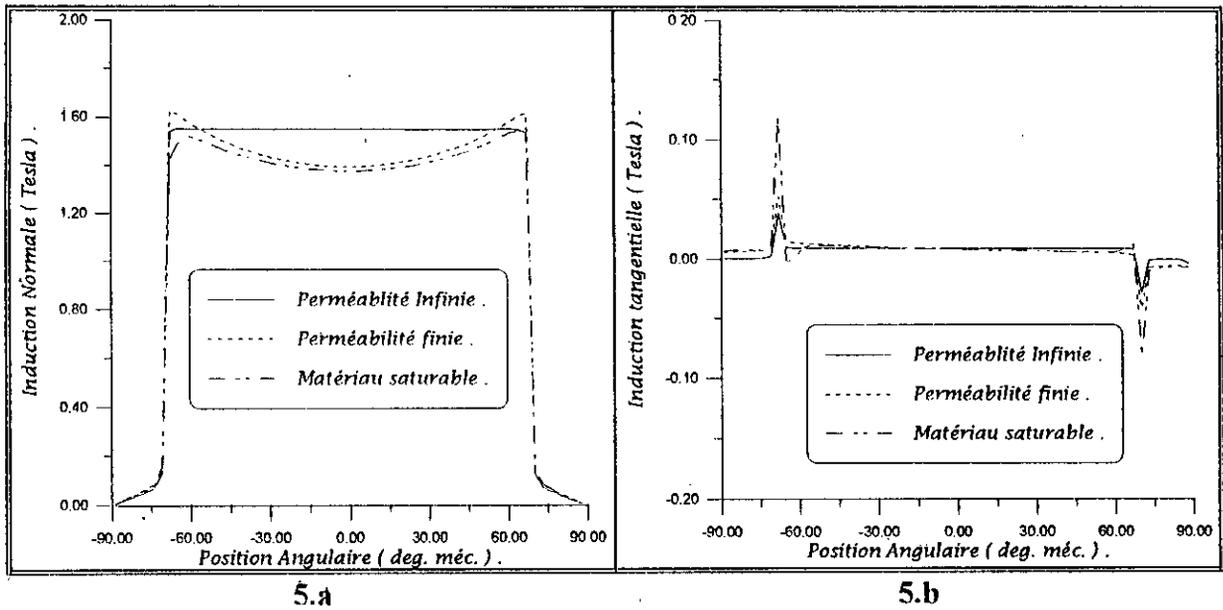


Figure IV.5 : Distribution de l'induction dans l'entrefer :
 a. Induction normale .
 b. Induction tangentielle .

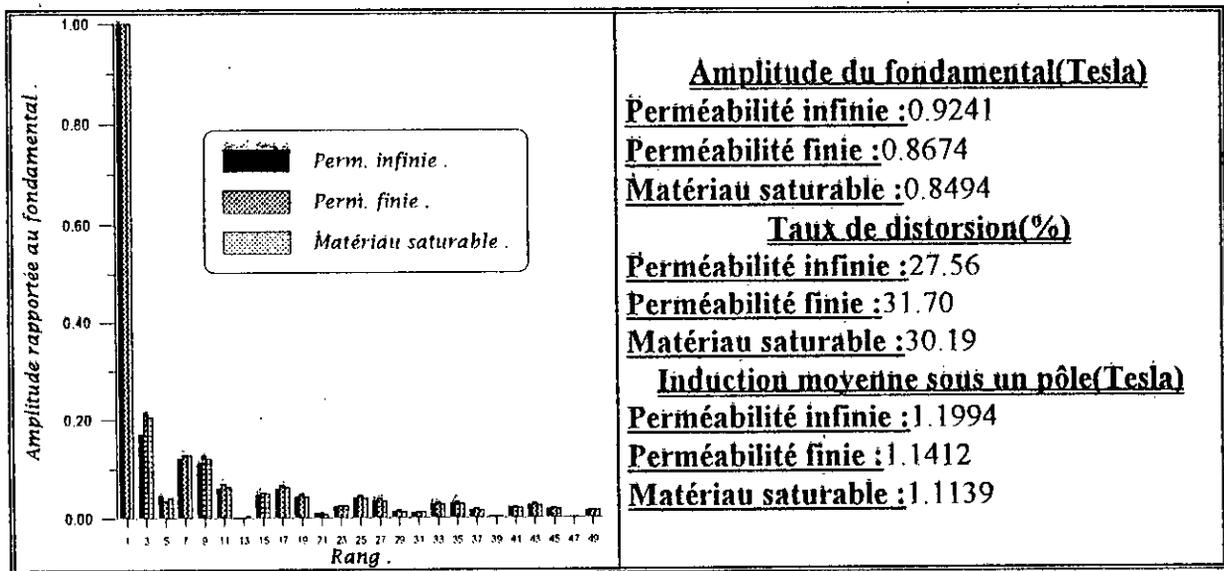
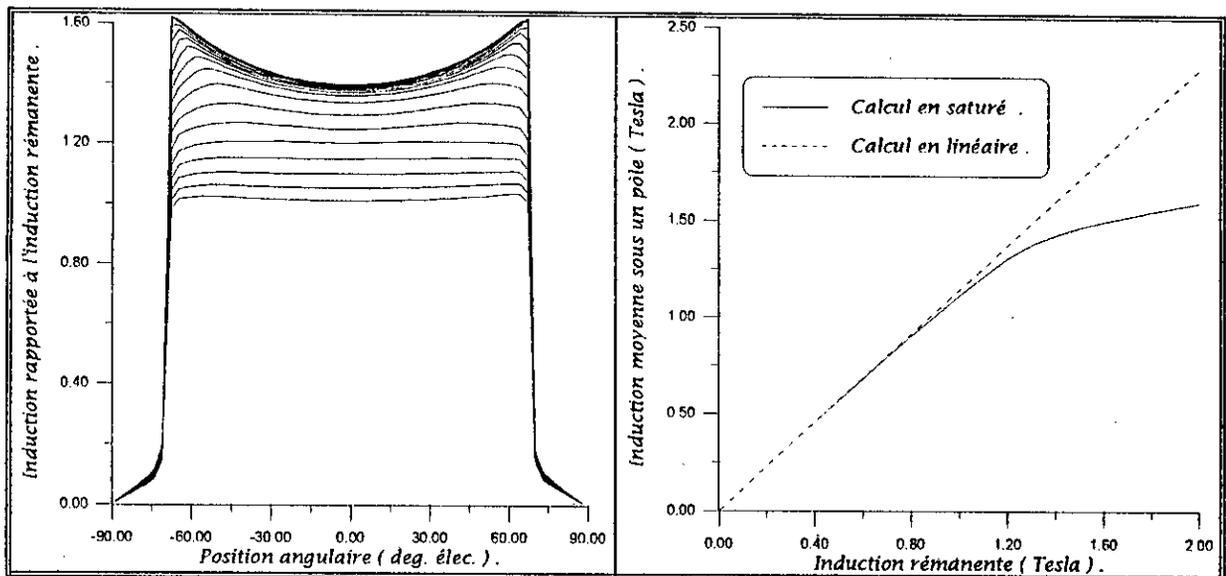


Figure IV.6 : Analyse harmonique de l'induction normale .



7.a : Distribution de l'induction normale rapportée

à l'induction rémanente .

7.b : Induction moyenne sous un pôle .

Figure IV.7 : L'induction normale pour diverses valeurs de l'induction rémanente.

IV.2.2. Structure à stator encoché

a/ Induction due aux aimants seuls

Les lignes de champ (Figure IV.9) montrent que le fer canalise la totalité des lignes de champ (en linéaire). De ce fait l'induction dans le joug du stator est très importante. Il en est de même de l'induction au niveau des dents. Les différences entre le calcul en régime linéaire et le calcul en régime saturé se manifeste surtout au niveau des dents (Figure IV.9).

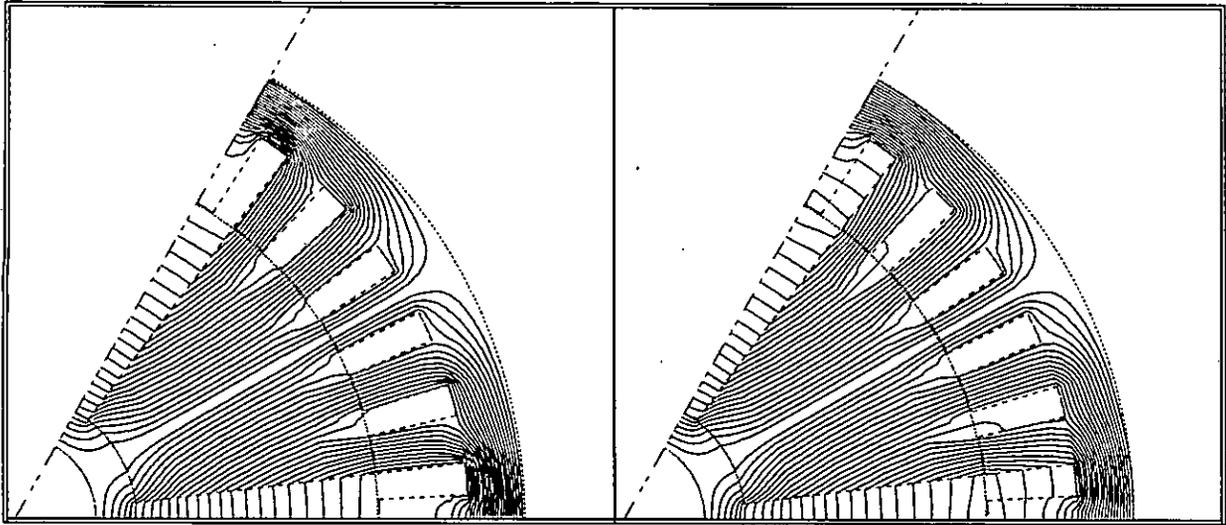
Les niveaux de gris (Figure IV.10) confirment ces résultats.

Si l'on suppose le fer de perméabilité infinie l'onde de l'induction normale (Figure IV.11.a) est constituée de paliers alternés d'amplitudes 2.15 Tesla (au dessous des dents) et 0.25 Tesla (au dessous des encoches). L'induction maximale est supérieure à celle obtenue à vide par la structure à stator lisse, et ce parce que le flux produit par les aimants (identique dans les deux cas) traverse une surface plus faible vu que le fer canalise la totalité des lignes de flux.

Le fait de supposer la perméabilité du fer finie diminue l'amplitude des paliers (légèrement pour les deux paliers extrêmes). La saturation les réduit encore plus.

L'onde de l'induction normale est cette fois-ci plus entachée d'harmoniques (Figure IV.12) comme en témoigne le taux de distorsion deux fois plus élevé que le précédent. La saturation y injecte plus d'harmoniques qu'en régime linéaire.

Bien que l'induction maximale obtenue en régime linéaire est supérieure à celle obtenue pour la structure à stator lisse (en régime linéaire toujours), l'induction moyenne sous un pôle est légèrement plus faible. Il en est de même en ce qui concerne l'amplitude du fondamental.



9.a
9.b
Figure IV.9 : Lignes de champ pour la structure à stator saillant
fonctionnant à vide :
a. Matériau ferromagnétique saturable .
b. Matériau ferromagnétique non saturable .

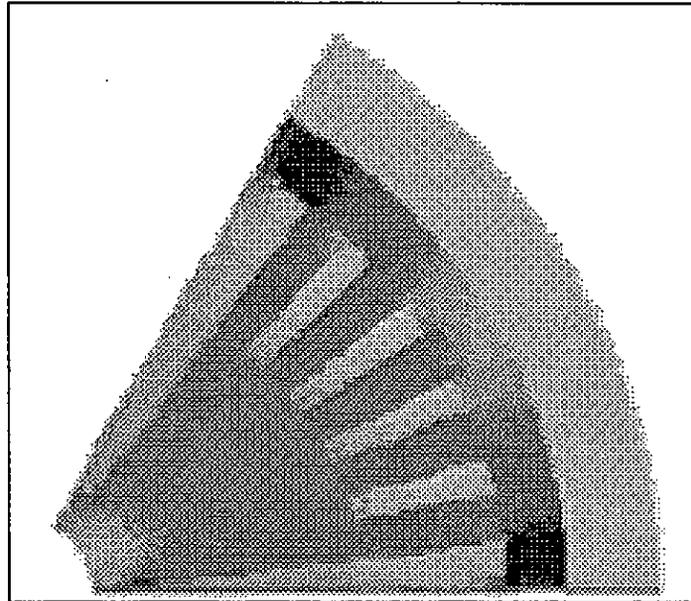
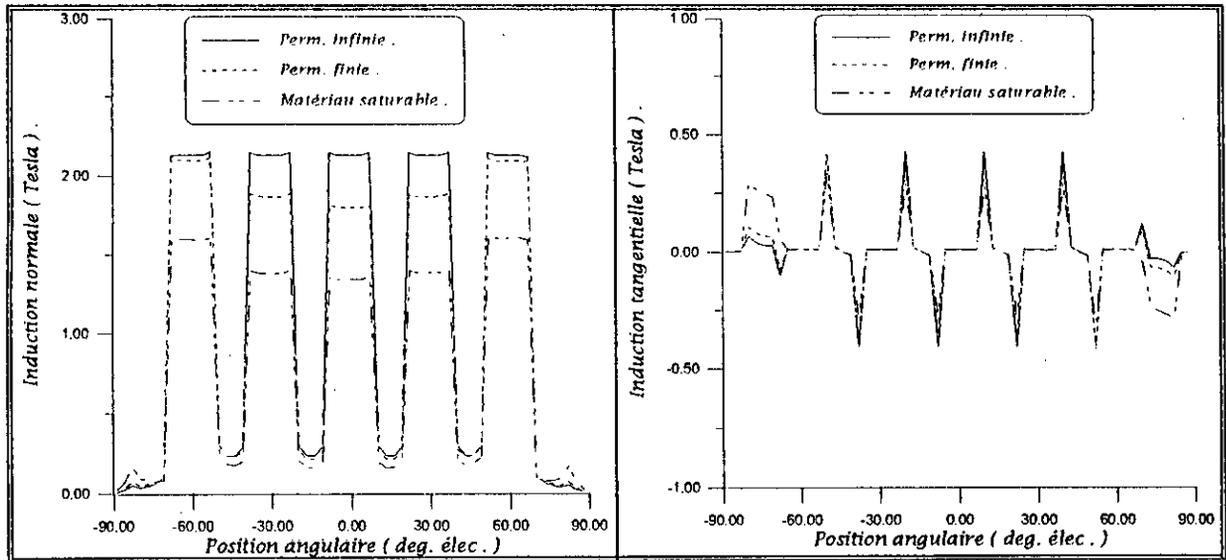


Figure IV.10 : Les niveaux de gris (Calcul en régime saturé) .



11.a
 11.b
Figure IV.11 : Variation de l'induction dans l'entrefer :
 a. Induction normale
 b. Induction tangentielle .

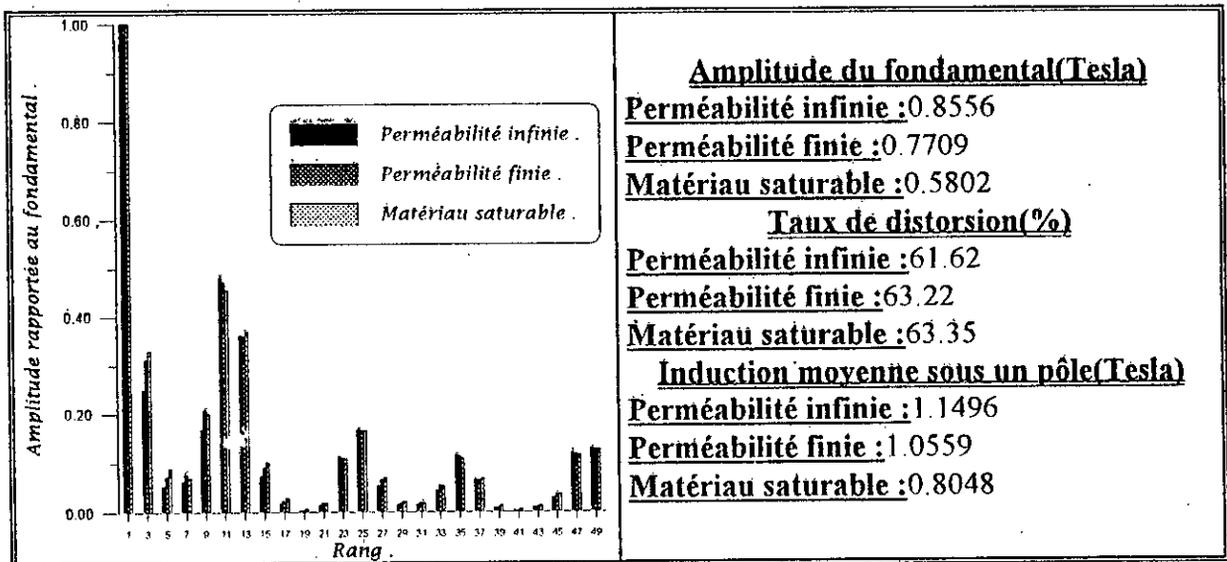


Figure IV.12 : Analyse harmonique de l'induction normale .

b/ Induction due aux courants statoriques seuls

On considère ici les deux positions particulières : la position directe , pour laquelle les axes des deux champs tournants sont colinéaires , et la position en quadrature, pour laquelle ils sont à 90° électrique.

La figure IV.13 montre les lignes de champ obtenues en régime linéaire pour ces deux positions (Le calcul en régime saturé donne les mêmes résultats). On notera que la trajectoire des lignes de flux est plus courte pour la position en quadrature que pour la position directe. De plus ces lignes parcourent essentiellement le fer, donc un chemin moins réluctant. Il en découle que contrairement aux machines synchrones classiques, le flux suivant l'axe direct est inférieur à celui suivant l'axe en quadrature. La saillance y est donc inversée. Les niveaux de gris (Figure IV.14 & IV.15) confirment ces résultats.

Concernant la position directe, l'induction normale (Figure IV.16.a) est constituée de paliers constants, dont la largeur est égale à largeur d'une dent. On notera que si l'on suppose la perméabilité du fer infinie, l'amplitude des paliers centraux est deux fois plus grande que celle des paliers extrêmes. Ce résultat était prévisible par l'application du théorème d'AMPERE. Le fait de supposer que la perméabilité du fer est finie modifie l'onde de l'induction en diminuant l'amplitude des paliers.

La figure 16.b représente la répartition de l'induction dans l'entrefer pour la position en quadrature. L'induction normale est pratiquement nulle au dessus des aimants. La saturation se manifeste ici (légèrement) pour la simple raison que le flux produit par les courants traverse uniquement les pièces ferromagnétiques contrairement à la position directe.

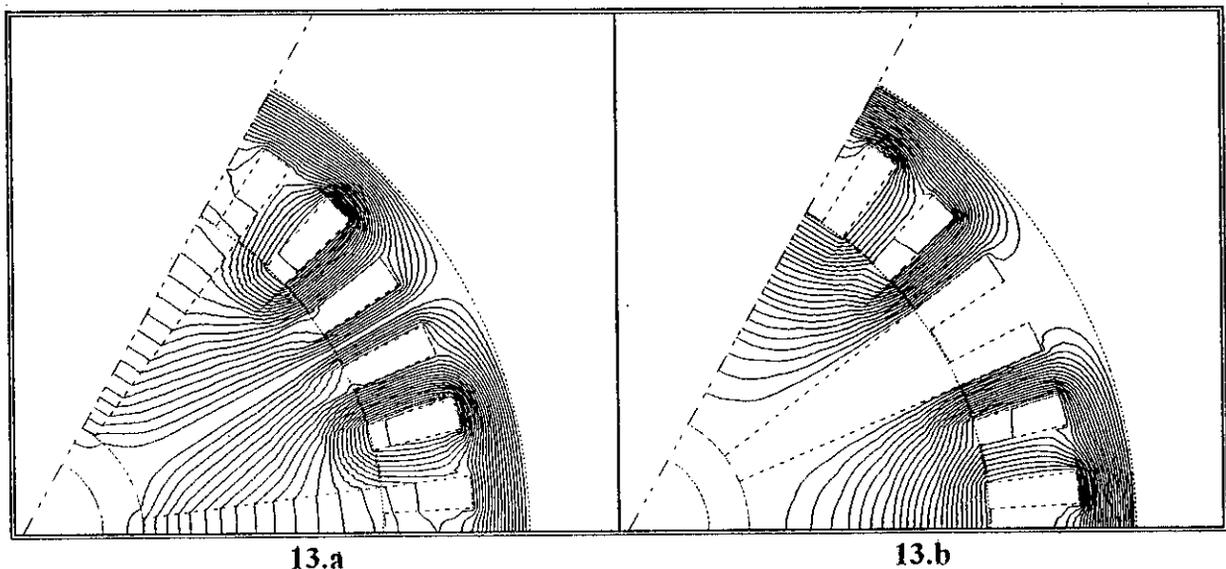


Figure IV.13 : Lignes de champs pour la contribution des courants seuls :
a. Position directe
b. Position en quadrature .

Le spectre (Figure IV.17) de l'onde de l'induction normale pour la position directe montre qu'elle est très entachée d'harmoniques, que les harmoniques pairs sont toujours absents et que la saturation n'y intervient pas. Quant à la position en quadrature, il montre qu'elle est moins ondulée et qu'elle est légèrement affectée par la saturation (rang 5). En comparant les inductions moyennes, sous un pôle, pour les deux positions on retrouve la saillance inversée.

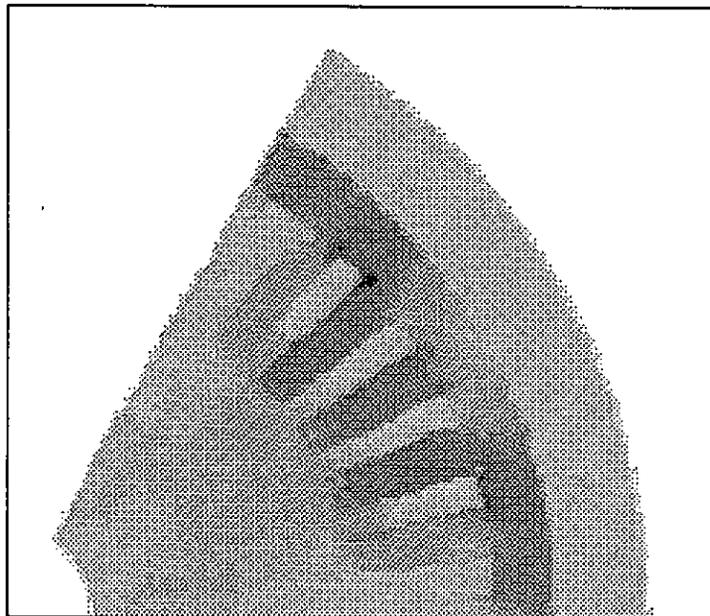


Figure IV.14 : Niveaux de gris (position directe, calcul en régime saturé).

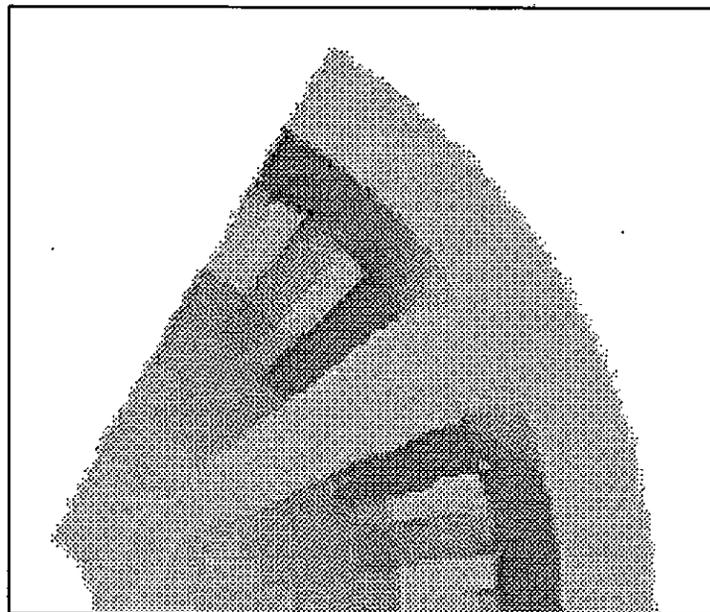
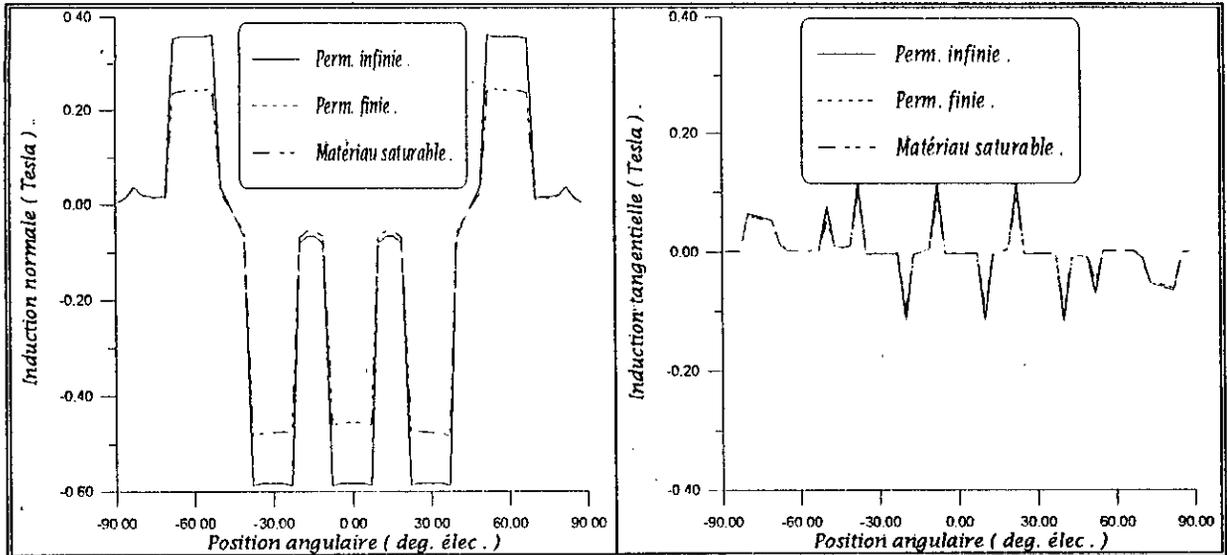
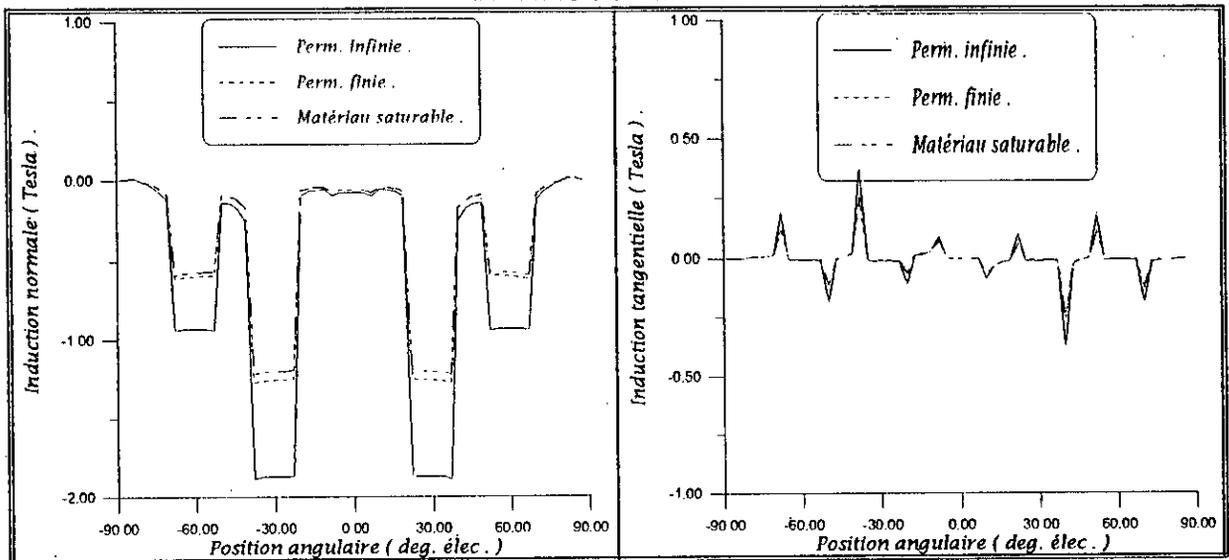


Figure IV.15 : Niveaux de gris (position en quadrature , calcul en régime saturé).

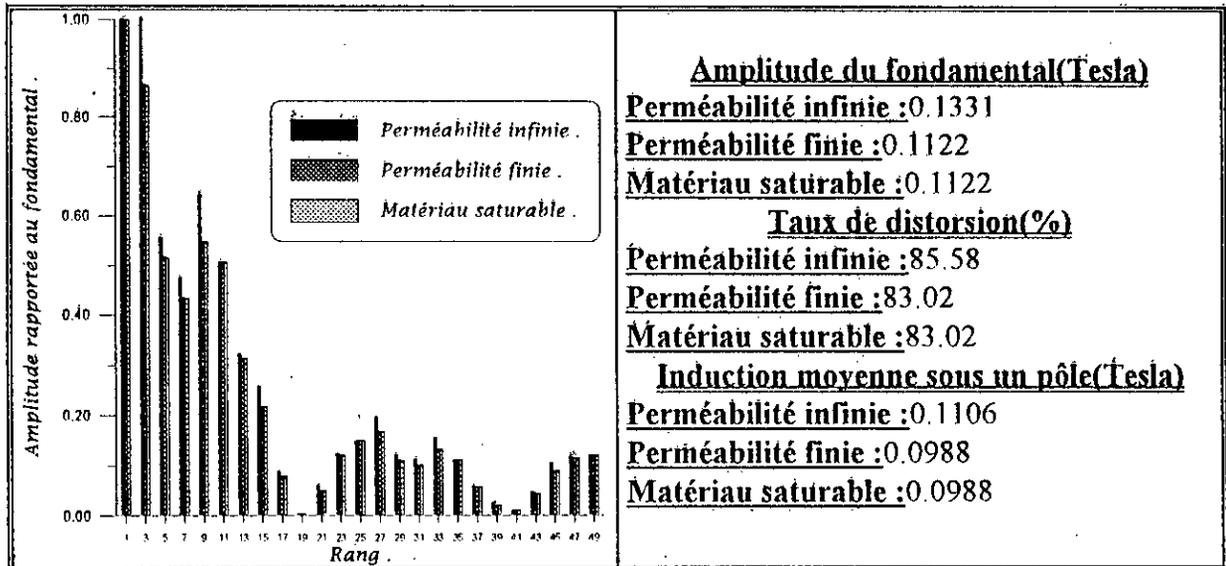


16.a Position directe .

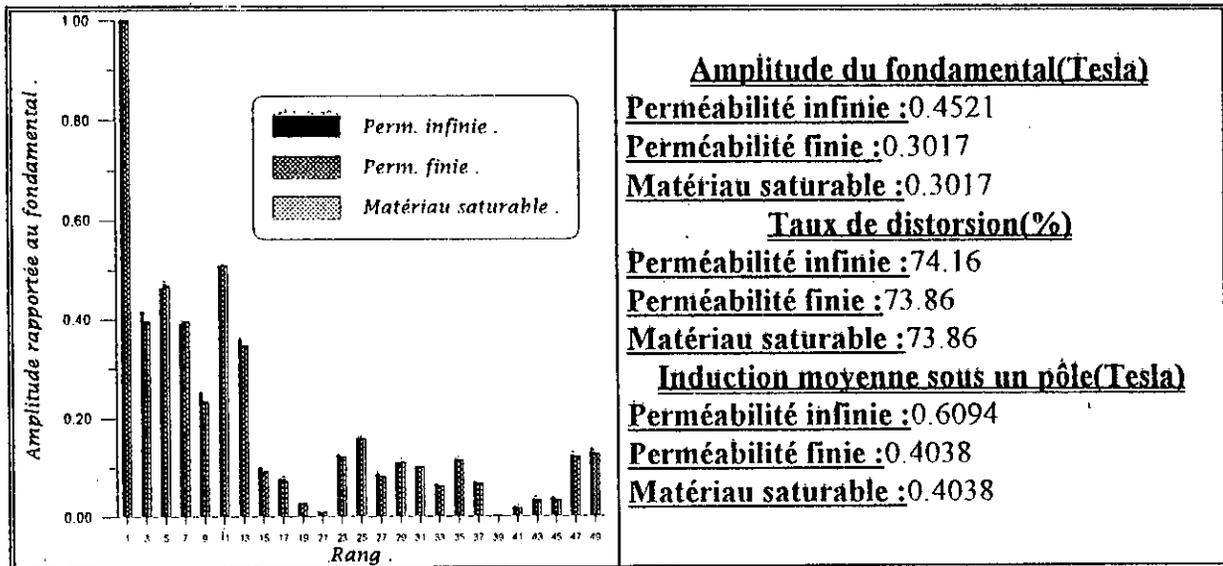


16.b Position en quadrature .

Figure IV.16 : Variation de l'induction dans l'entrefer .



Position directe .



Position en quadrature .

Figure IV.17 : Analyse harmonique de l'induction normale .

c/ Fonctionnement en charge

Supposons en premier lieu que la machine fonctionne en régime linéaire. En comparant les lignes de champ obtenues pour la position directe (Figure IV.18) et celles obtenues à vide (Figure IV.9.a), on observe l'effet de la réaction magnétique d'induit (R.M.I) au niveau de la denture. L'onde de l'induction normale (Figure IV.22.a) présente deux paliers extrêmes dont l'amplitude avoisine 2.5 Tesla et trois palier se trouvant à son milieu d'égale amplitude (1.5 Tesla) alors qu'elle présentait à vide cinq paliers d'égale amplitude 2.15 Tesla (Figure IV.11.a). La R.M.I fait chuter la valeur moyenne de l'induction sous un pôle de 9.61% (Figure IV.24). La R.M.I est ici purement démagnétisante. Cependant la symétrie de l'onde est conservée, ce qui explique l'absence des harmoniques d'ordre pair (Figure IV.24). Comparée à celle obtenue à vide elle plus ondulée. Ces résultats restent valables si on effectue le calcul en supposant la perméabilité du fer finie, ou qu'il est saturable. La saturation modifie les lignes de champ (figure IV.18.b), notamment au niveau des dents. L'onde de l'induction normale est aussi très affectée par la saturation. Quant à la position en quadrature, on note que la R.M.I est cette fois-ci démagnétisante d'un côté et magnétisante de l'autre comme le montre l'onde de l'induction normale (Figure IV.23.a). La dissymétrie qui apparaît ici donne naissance à des harmoniques d'ordre pair (figure IV.25). La valeur plus réduite que prend l'induction moyenne sous un pôle montre que globalement la R.M.I est plus intense suivant l'axe en quadrature que suivant l'axe direct. La saturation intervient aussi pour cette position.

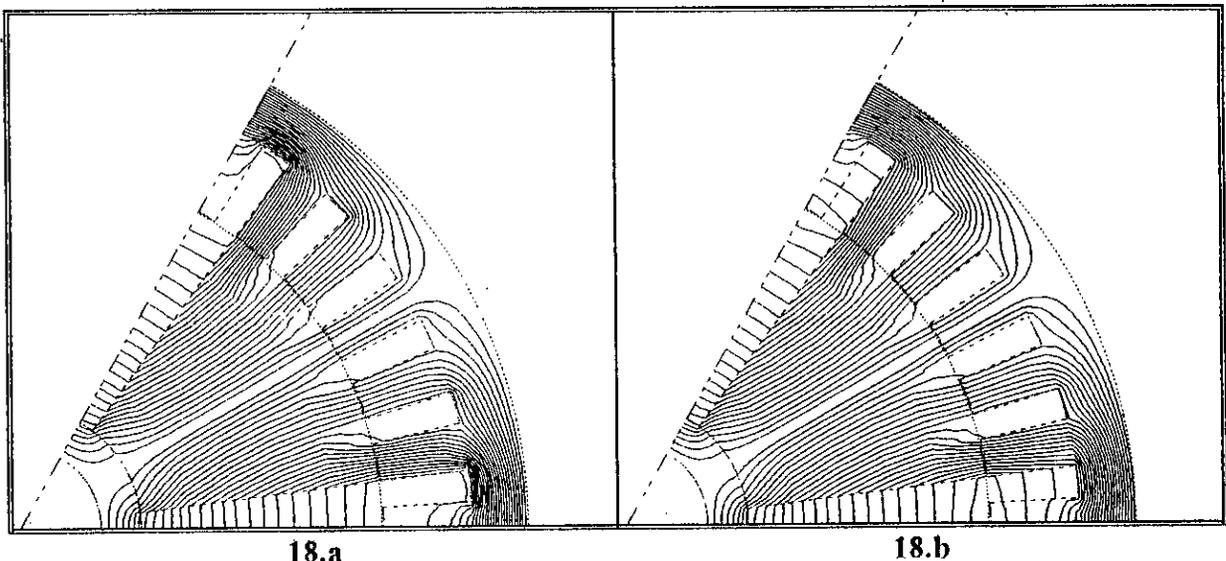
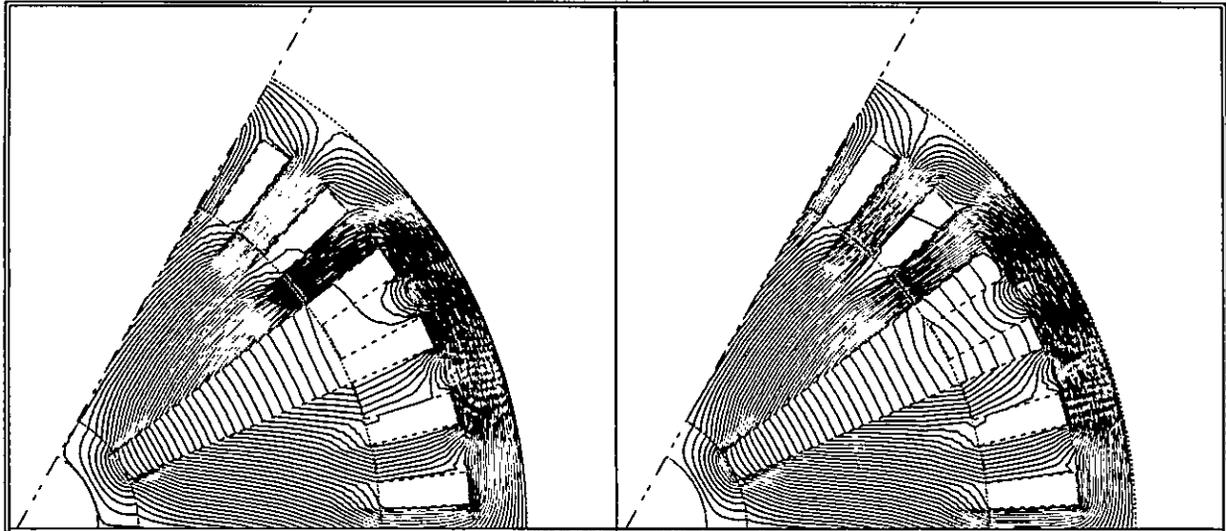


Figure IV.18 : Lignes de champ pour le fonctionnement en charge (position directe) :
a. Calcul en régime linéaire.
b. Calcul en saturé .



19.a 19.b
Figure IV.19 : Lignes de champ pour le fonctionnement en charge (position en quadrature) :
a. Calcul en régime linéaire.
b. Calcul en régime saturé.

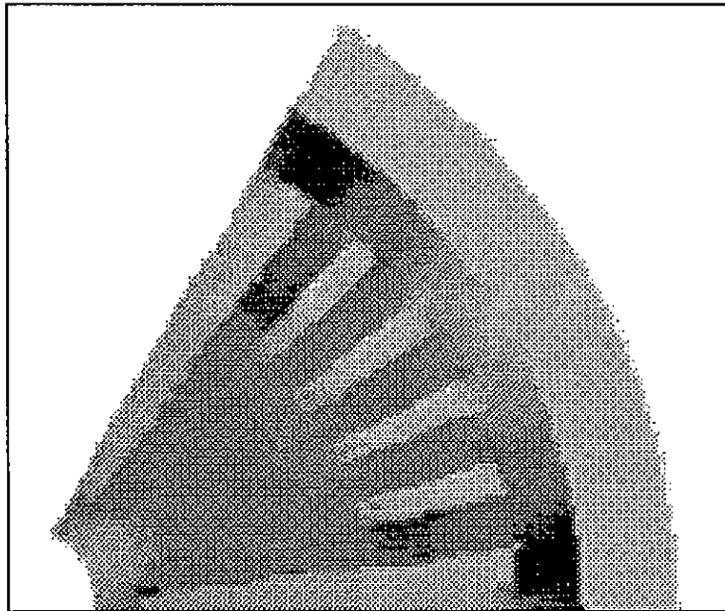


Figure IV.20 : Niveaux de gris (Position directe , Calcul en régime saturé).

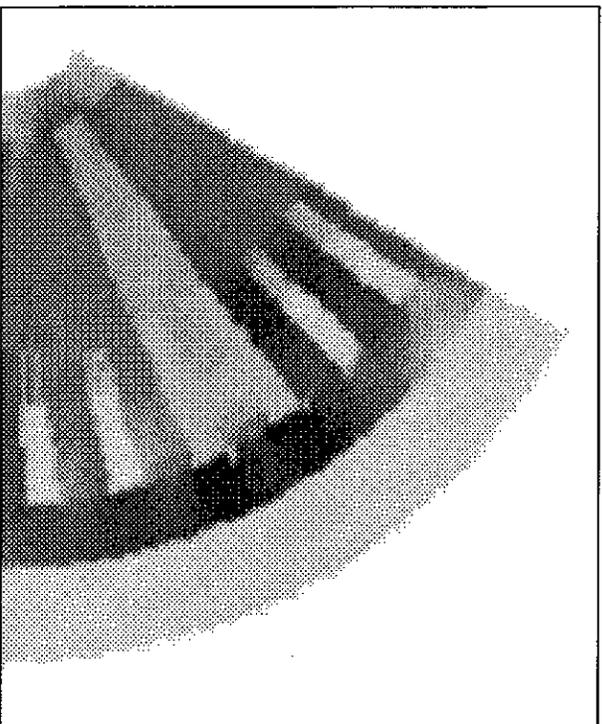


Figure IV.21 : Niveaux de gris (Position en quadrature , Calcul en régime saturé).

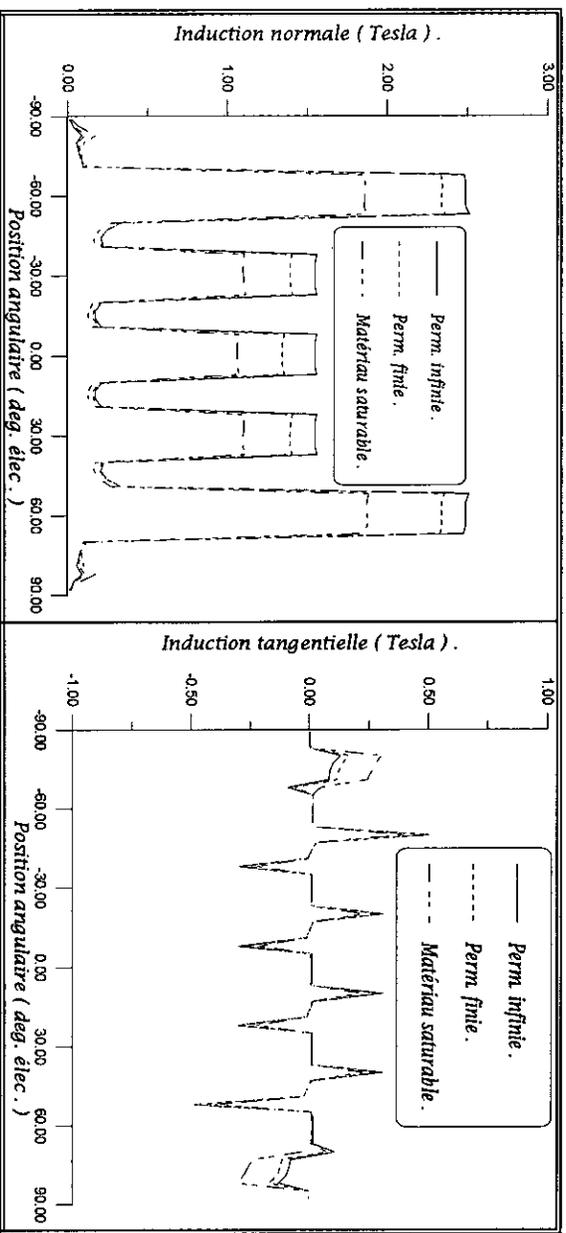
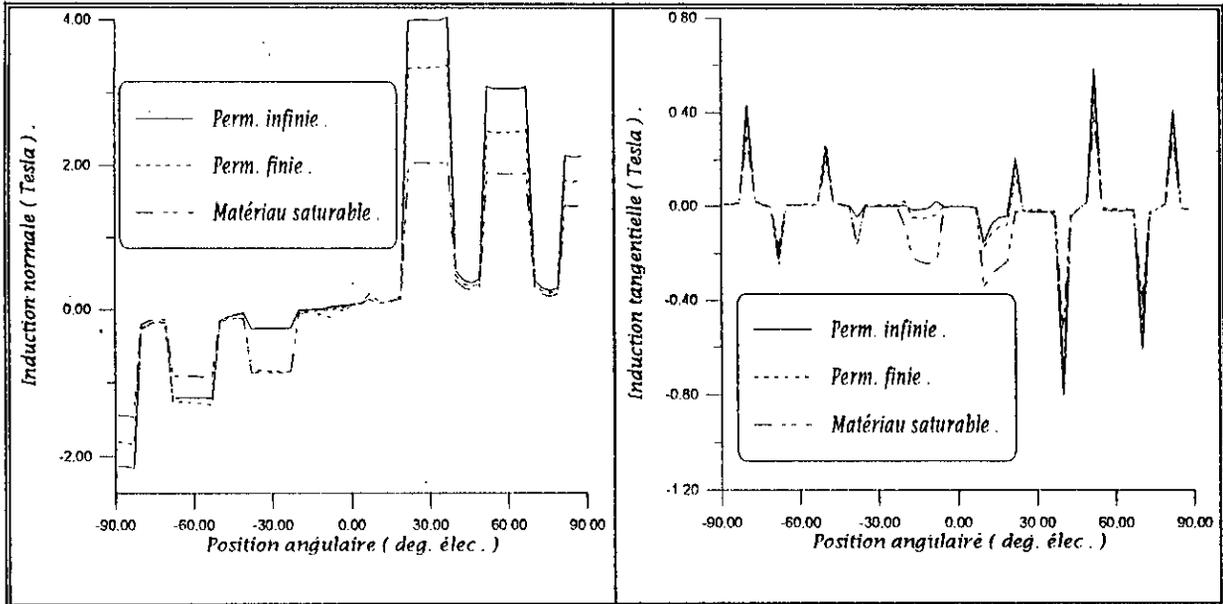


Figure IV.22 : Variation de l'induction dans l'entrefer pour la position directe :

- a. Induction normale
- b. Induction tangentielle.



23.a

23.b

Figure IV.23 : Variation de l'induction dans l'entrefer pour la position en quadrature :
 a. Induction normale
 b. Induction tangentielle .

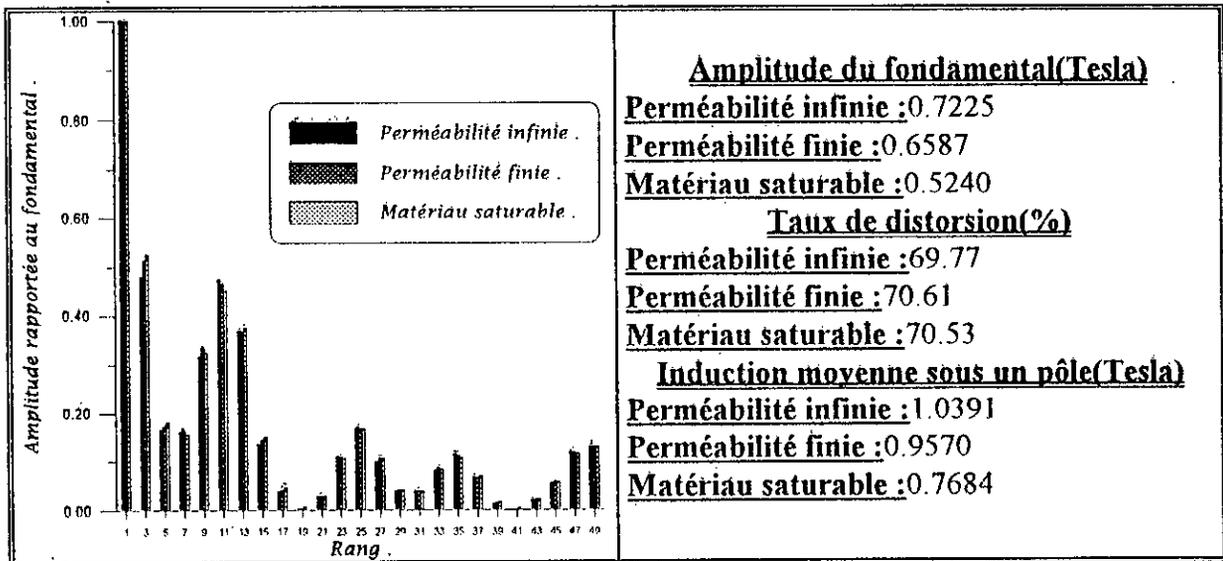


Figure IV.24 : Analyse harmonique de l'induction normale (Position directe).

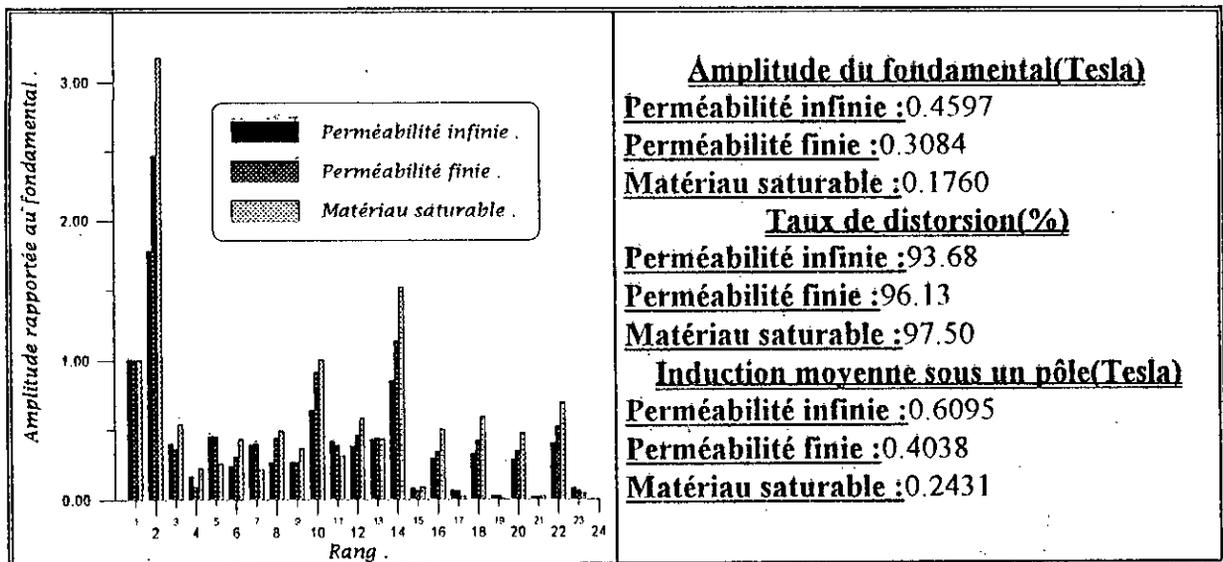


Figure IV.25 : Analyse harmonique de l'induction normale (Position en quadrature) .

IV.3. ETUDE DU COUPLE DE DETENTE

La figure IV.26.a montrent l'allure du couple de détente, il est périodique et alternatif (de valeur moyenne nulle). La période de ce couple correspond à un pas dentaire. Comme il fallait s'y attendre, en diminuant les dimensions de l'encoche on réduit l'amplitude de ce couple. La réduction de ce couple est plus importante quand on réduit de moitié l'ouverture de l'encoche qu'en divisant sa profondeur par deux. Bien que dans le premier cas les harmoniques sont plus importants (Figure IV.27). La saturation diminue l'amplitude du couple de détente (Figure IV.26.d) et y injecte plus d'harmoniques (Figure IV.27.d).

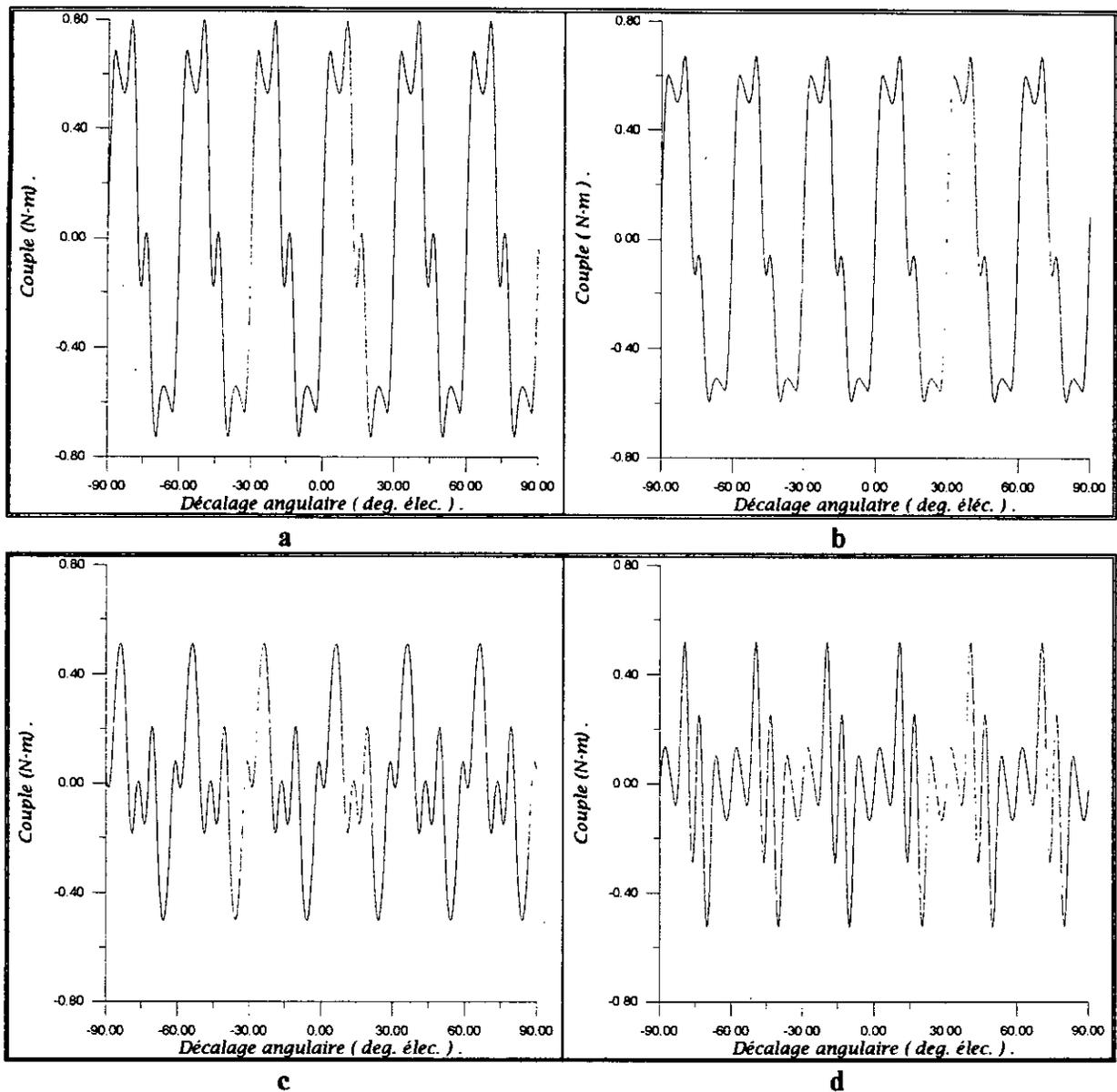


Figure IV.26 : Couple de détente

- a. Ouverture d'encoche = 4° méc , Profondeur d'encoche = 11mm.
- b. Ouverture d'encoche = 4° méc , Profondeur d'encoche = 5mm.
- c. Ouverture d'encoche = 2° méc , Profondeur d'encoche = 11mm.
- d. Ouverture d'encoche = 4° méc, Profondeur d'encoche = 11mm (calcul en régime saturé).

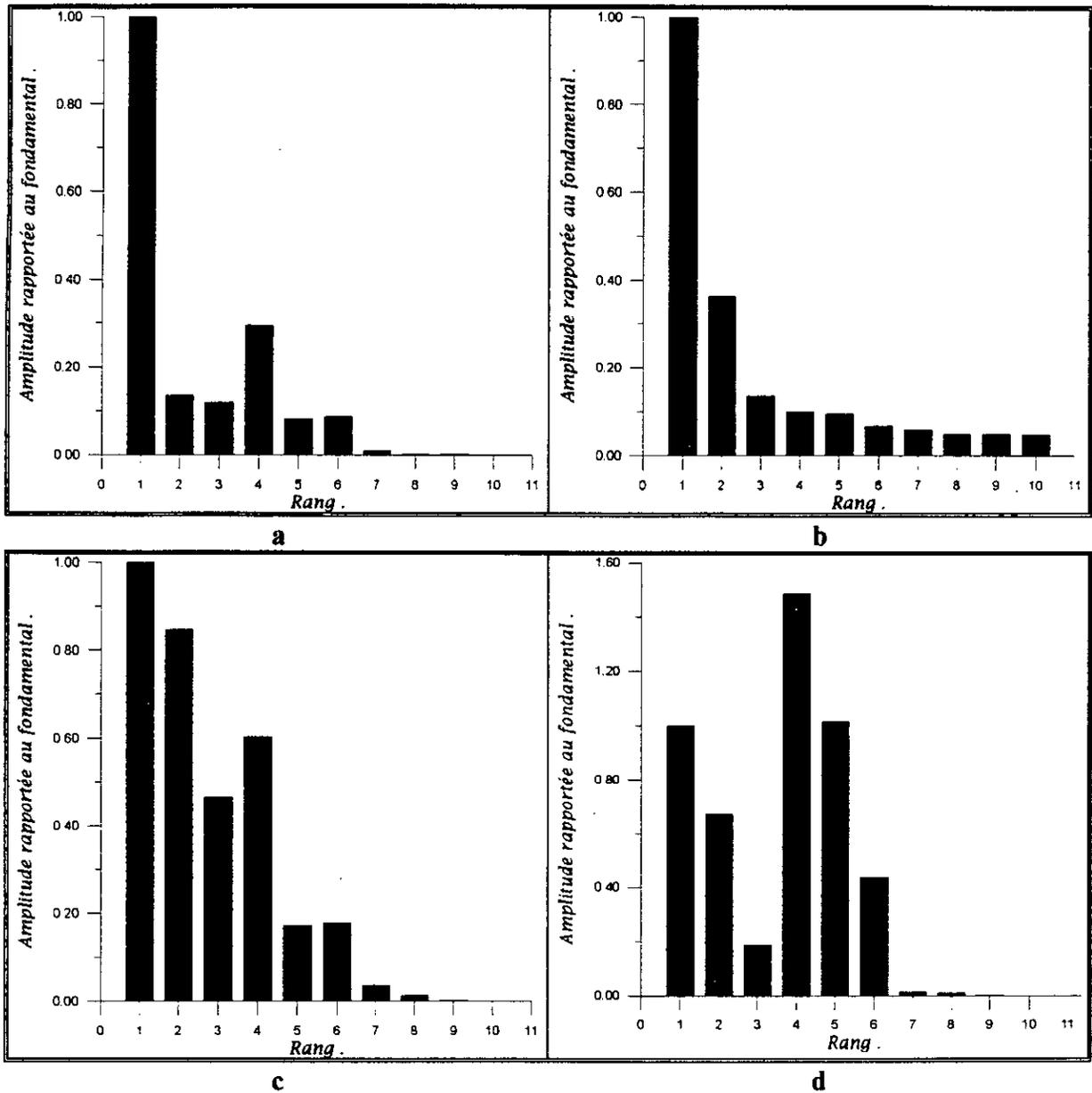


Figure IV.27 : Analyse harmonique du couple de détente

a. Ouverture d'encoche = 4°méc , Profondeur d'encoche = 11mm.

b. Ouverture d'encoche = 4°méc , Profondeur d'encoche = 5mm.

c. Ouverture d'encoche = 2°méc , Profondeur d'encoche = 11mm.

d. Ouverture d'encoche = 4°méc , Profondeur d'encoche = 11mm (calcul en régime saturé) .

IV.4. CONCLUSION

En utilisant la méthode des éléments finis nous avons pu déterminer la répartition de l'induction dans tout le domaine. En étudiant la structure à stator lisse on a mis en valeur le phénomène de concentration de flux, et analysé l'effet de la saturation sur ce dernier. Il s'est avéré qu'à vide la saturation n'intervient qu'à partir de 0.6 Tesla, et qu'elle affecte énormément le rapport de concentration de flux. Concernant la structure à stator encoché, on a analysé l'effet de l'encoche sur la concentration de flux : il diminue la valeur moyenne de l'induction sous un pôle et rend la répartition de l'induction normale plus entachée d'harmoniques. La saturation intervient plus ici que dans la structure à stator lisse. L'analyse de l'induction due aux courants seuls a mis en évidence la saillance inversée de la structure à concentration de flux. Ici l'effet de la saturation n'est pas appréciable dans le cas du prototype étudié (à 150 A/encoche). La réaction magnétique d'induit est plus observée pour la position en quadrature que suivant l'axe direct, dans le premier cas elle est purement démagnétisante, par contre dans le second cas elle est dans un côté démagnétisante et magnétisante dans l'autre. La saturation intervient ici en accentuant la R.M.I.

L'analyse de l'influence des paramètres de l'encoche sur le couple de détente confirme le résultat intéressant suivant : A une surface d'encoche égale (donc pour le même échauffement en charge) la structure dont l'ouverture angulaire de l'encoche est plus faible donne un couple de détente plus faible.

Conclusion

Conclusion

 Le travail présenté dans ce mémoire concerne le calcul numérique d'une B.D.C.M à concentration de flux. Ce calcul tient compte de la saturation des parties ferromagnétiques ainsi que de la présence des encoches. Pour y parvenir on a d'abord élaboré un modèle mathématique complet qui nous a permis de bien poser le problème à résoudre. Puis on a appliqué la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de champ. Ainsi on a pu étudier la répartition de l'induction et analyser le couple de détente.

La machine qui fait l'objet de cette étude allie des performances élevées à un faible coût de réalisation grâce à l'utilisation du principe de concentration de flux et au mode d'alimentation choisi (créneaux de courant). L'inconvénient de la structure étudiée est le taux d'ondulation de couple relativement élevé qui doit être toléré par l'application envisagée.

Il s'est avéré que la méthode des éléments finis constitue un moyen efficace et très précis pour effectuer l'analyse électromagnétique de la B.D.C.M. Cette méthode, associée aux techniques graphiques propres à l'informatique moderne a donné naissance à de nombreux logiciels de Conception Assistée par Ordinateur. Concernant le calcul en régime saturé on a constaté que la Méthode de NEWTON-RAPHSON converge très rapidement si on la compare à la méthode de substitutions successives (Comparaison que nous avons effectuée). Cependant cette convergence est conditionnée par le choix de l'estimé initial et par la qualité de la courbe représentant la réductivité et sa dérivée en fonction du carré de l'induction. La méthode des substitutions successives est très lente à converger. La convergence est le plus souvent oscillatoire ou instable. Elle s'obtient parfois en ayant recours à un coefficient de sous-relaxation qui permet d'amortir ces oscillations, mais augmente le temps de calcul.

L'étude de la structure à stator lisse nous a permis de mettre en évidence le phénomène de concentration de flux. De plus, il s'est avéré qu'à vide la saturation n'intervient qu'à partir d'une induction rémanente égale à 0.6 Tesla, et que le rapport de concentration en est affecté. En ce qui concerne la structure à stator encoché, nous avons trouvé que la présence des encoches diminue la valeur moyenne de l'induction sous un pôle et qu'elle rend sa répartition très entachée d'harmoniques. La saturation intervient plus ici que dans la structure à stator lisse du fait que l'induction dans certaines régions (notamment les dents) y est plus élevée. En analysant la contribution des courants seuls, Nous avons montré que la machine étudiée présente effectivement une saillance inversée. Il faudra en tenir compte quand on élabore une stratégie de commande destinée à cette machine. Quant au couple de détente nous avons montré (comme il fallait s'y attendre) que son amplitude diminue si on réduit les dimensions de l'encoche. Cette diminution est plus nette quand on réduit l'ouverture angulaire de l'encoche par rapport au cas d'une réduction de sa

profondeur. Ce qui explique l'emploi d'encoches fermées ou carrément des enroulements dans l'entrefer.

Les programmes développés dans le cadre de ce projet sont susceptibles d'être améliorés. Parmi les améliorations qu'on recommande, c'est l'adaptation des calculs et du mode de stockage de la matrice jacobienne en tenant compte de sa structure (très creuse). Ainsi on augmente la précision et la rapidité des calculs. Une fois mis au point, ces programmes peuvent être utilisés en tant qu'outil de C.A.O afin d'effectuer une optimisation des dimensions de la structure étudiée.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] R. KECHROUD : " Etude d'une machine à aimants permanents et concentration de flux en fonctionnement synchrone autopiloté ". Thèse de Magister USTHB, Juillet 1996.
- [2] K. MOUAZIZ , T. DRIZI : " Calcul numérique d'une machine synchrone à aimants permanents avec pièces polaires et à concentration de flux ". Thèse P.F.E ENP, Juin 1996.
- [3] E. DURAND : " Magnétostatique ". Masson et Cie éditeurs, 1968.
- [4] T. LECOMTE : " Conception assistée par ordinateur , machine synchrone ". Techniques de l'ingénieur D3595, décembre 1995.
- [5] P. ROBERT : " Matériaux d'électrotechnique ". Traité d'électricité, Presses polytechniques de Lausanne, 1979.
- [6] G. LACROUX : " Les aimants permanents ". Edition Technique & Documentation, 1989.
- [7] S. LEICHTER : " Etude des machines excitées par aimants ferrites et alimentées par convertisseurs statiques fonctionnant en commutation naturelle : recherche de structures magnétiques optimales et analyse de comportement ". Thèse de Docteur-Ingénieur ENSEEINT, décembre 1980.
- [8] P. MATHIEU : " Contribution à l'étude et à la conception des machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servomoteur à commutation électronique de puissance massique élevée ". Thèse de Docteur-Ingénieur ENSEEINT, novembre 1983.
- [9] G. SEGUIER : " Electronique de puissance, les fonctions de base et leurs principales applications ". Edition Dunod, 1985.
- [10] J.C.SABONNADIÈRE , J.L.COULOMB : " Calcul des champs électromagnétiques ". Techniques de l'ingénieur D3020, 1989.
- [11] J.C.SABONNADIÈRE , J.L.COULOMB : " Eléments finis & C.A.O ". Editions Hermès, 1986.
- [12] P.SILVESTER , H.S.CABAYAN , B.T.BROWNE : " Efficient techniques for finite elements analysis of electric machines ". I.E.E.E transactions on Power Apparatus Systems, Vol PAS-92 pp 1274-1281, 1973.
- [13] G.DHATT ; G.TOUZOT : " Une présentation de la méthode des éléments finis ". Editions Maloine, 1984 .

