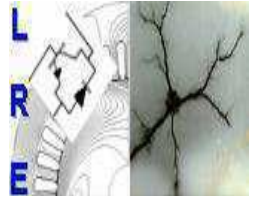




Ecole Nationale Polytechnique  
Département d'Electrotechnique  
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique



Projet de fin d'Etudes  
En vue d'obtention du diplôme  
D'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Présenté par

**GHOMAID Zoubir**

INTITULÉ

**Caractérisation des matériaux polymères  
utilisés dans l'isolation des câbles souterrains par la  
méthode de l'analyse de régression multiple linéaire  
et non linéaire**

Soutenu le 14 juin 2015 à l'ENP

**Rapporteur :**

A. Mekhaldi

Professeur à l'ENP

**ENP 2015**

## **Résumé :**

Notre étude porte sur la modélisation des propriétés électriques et mécaniques des matériaux utilisés dans l'isolation des câbles haute et moyenne tension. La modélisation est faite par la méthode de la régression multiple linéaire et non linéaire pour déterminer les variations des propriétés électriques en fonction du temps de vieillissement et en fonction de la température pour différentes températures de vieillissement, ainsi que les propriétés mécaniques en fonction du temps de vieillissement. Les résultats que nous avons obtenus par la modélisation ont été comparés à ceux déjà obtenus expérimentalement au Laboratoire de Haute Tension de l'ENP. Une bonne concordance a été trouvée entre eux, en particulier concernant leur évolution.

**Les mots clés :** Modélisation, propriétés électriques, les propriétés mécaniques, temps de vieillissement, régression multiple.

## **Abstract:**

The aim of this work is to study the modeling of electrical and mechanical properties of materials used in the insulation of high and medium voltage cables. The modeling is carried out by the multiple regression linear and non-linear method to determine the electrical properties variations as a function of as well as aging time and function of the temperature at different aging temperature, and also the mechanical properties as a function of aging time. The obtained results by modeling are compared with those obtained experimentally by others in the high voltage laboratory of ENP. A good concordance is found between them, particularly concerning their evolution.

**Index terms:** Modelling, electrical properties, mechanical properties, aging time, multiple regression.

## **ملخص:**

تتناول هذه الأطروحة نماذج للخصائص الكهربائية والميكانيكية للمواد المستعملة في كعازل في الكوابل الكهربائية ذات . تتم نمذجة بها طريقة متعددة الانحدار الخطي وغير الخطي لتحديد خصائص المؤثرات الكهربائية بدلالة تغيرات مدة التزامين وتغيرات درجة الحرارة المستعملة من اجل عدة تزامنيات حرارية بالاضافة الى الخصائص الميكانيكية بدلالة بالمدرسة .تغيرات مدة التزامين. النتائج المحصل عليها نظريا تتوافق مع النتائج التجريبية المقامة في فخر التوتر العالي الوطنية المتعددة التقنيات و بالاجص من حيث التغيرات

**كلمات مفاتيح:** نموذج مؤثرات كهربائي, مؤثرات ميكانيكية , تزامنين حرارية الانحدار الخطي

## REMERCIEMENTS

*Je tiens à remercier chaleureusement mon promoteur Mr. MEKHALDI, professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger pour son aide ainsi que son inestimable patience.*

*Je tiens également à remercier promptement Mr. BOUBAKEUR pour l'attention considérable qu'il a accordée à l'égard de mon travail.*

*Je remercie aussi mon examinateur Mr. TEGUAR pour son appui et son assistance qui m'a permis d'aboutir à ce modeste travail.*

*Mes remerciements les plus sincères vont également à l'ensemble de mes enseignants qui m'ont guidé durant mon cursus, et qui m'ont fait comprendre à travers leur savoir-faire que la réussite ne relève pas de l'impossible.*

*Je remercie mes amis et mes collègues du département d'électrotechnique, particulièrement Frouk, Walid, Mouhamed, Nabil, Karim, jûgo qui m'ont été d'un grand appui, ainsi qu'à toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de cet humble travail.*

*Enfin un grand merci pour l'amabilité des membres du jury qui se sont engagés pour évaluer mon travail.*

## *Dédicace*

*A ceux qui m'ont donné la vie et qui ont fait de moi celui que je suis aujourd'hui, aux deux êtres qui m'ont aimé sans riposter ni demander quoi que ce soit, à mes chers parents.*

*A ma chère maman, celle qui m'a appris grâce à sa patience et sa sagesse que la réussite ne relève pas de l'impossible.*

*A mon cher papa, le seul homme qui a su être là pour me soutenir en toute circonstance, m'encourager durant mon parcours étudiantin.*

*A mes sœurs adorées : Soumia, Zeineb, Zola, Anfale.*

*A toi, qui a su gagner mon cœur et ma confiance et tu m'as fait plaisir de ta présence dans des moments fort difficiles, j'espère t'avoir toujours à mes côtés, très chère Manel, pour le meilleur et pour le pire.*

*A mon petite ange : Nour hane.*

*A mes amis et toute la promo ENP 2015.*

# ***LISTE DES FIGURES***

---

<b>Figure I.1</b> : Circuit équivalent parallèle représentant un diélectrique.....	4
<b>Figure I.2</b> : Diagramme de Fresnel d'un condensateur présentant des pertes.....	5
<b>Figure I.3</b> : Constitution d'un câble de HT.....	13
<b>Figure II.1</b> : Schéma de principe de pont de Schering de type TETTEX AG 2801. ....	17
<b>Figure II.2</b> : Représentation des directions des chaleurs dans un câble électrique .....	22
<b>Figure IV.1</b> : Variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement.....	47
<b>Figure IV.2</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	49
<b>Figure IV.3</b> : Test de la variance des erreurs .....	49
<b>Figure IV.4</b> : Test de la variance des erreurs .....	50
<b>Figure IV.5</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	51
<b>Figure IV.6</b> : Modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement 120°C.....	53
<b>Figure IV.7</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	54
<b>Figure IV.8</b> : Test de la variance des erreurs.....	54
<b>Figure IV.9</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	55
<b>Figure IV.10</b> : Test de la variance des erreurs .....	56
<b>Figure IV.11</b> : : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement 140°C.....	56
<b>Figure IV.12</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	57
<b>Figure IV.13</b> : : Test de la variance des erreurs .....	58
<b>Figure IV.14</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	59
<b>Figure IV.15</b> : Test de la variance des erreurs .....	59
<b>Figure IV.16</b> : Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissement 80°C et 100°C .....	61

<b>Figure IV.17</b> : Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement de 100°C. ....	<b>62</b>
<b>Figure IV.18</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>63</b>
<b>Figure IV.19</b> : Test de la variance des erreurs .....	<b>64</b>
<b>Figure IV.20</b> : : Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C .....	<b>65</b>
<b>Figure IV.21</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry) .....	<b>66</b>
<b>Figure IV.22</b> : Test de la variance des erreurs .....	<b>66</b>
<b>Figure IV.23</b> : Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>67</b>
<b>Figure IV.24</b> : Test de la variance des erreurs .....	<b>68</b>
<b>Figure IV.25</b> : : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>69</b>
<b>Figure IV.26</b> : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température avant vieillissement.....	<b>71</b>
<b>Figure IV.27</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>73</b>
<b>Figure IV.28</b> : Test de la variance des erreurs. ....	<b>73</b>
<b>Figure IV.29</b> : Modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour une température de vieillissement de 80°C.....	<b>75</b>
<b>Figure IV.30</b> : Test de la variance des erreurs. ....	<b>76</b>
<b>Figure IV.31</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>76</b>
<b>Figure IV.32</b> : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.....	<b>76</b>
<b>Figure IV.33</b> : Test de la variance des erreurs. ....	<b>78</b>
<b>Figure IV.34</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>78</b>
<b>Figure IV.35</b> : Modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement 120°C. ....	<b>80</b>
<b>Figure IV.36</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry) .....	<b>81</b>
<b>Figure IV.37</b> : Test de la variance des erreurs .....	<b>82</b>
<b>Figure IV.38</b> : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement 140°C.....	<b>82</b>

<b>Figure IV.39:</b> Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>83</b>
<b>Figure IV.40 :</b> Test de la variance des erreurs .....	<b>84</b>
<b>Figure IV.41 :</b> Modèles de la variation de la permittivité relative en fonction de la température avant et après vieillissement.....	<b>86</b>
<b>Figure IV.42 :</b> Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	<b>87</b>
<b>Figure IV.43:</b> Test de la variance des erreurs. ....	<b>87</b>
<b>Figure IV.44 :</b> Modèles de la variation de l’allongement à la rupture en fonction du temps de vieillissement.....	<b>89</b>
<b>Figure IV.45 :</b> Modèles de la variation de la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement .....	<b>91</b>
<b>Figure IV.46 :</b> Modèle de la variation de la perte de masse en fonction du temps de vieillissement.....	<b>93</b>

# ***LISTE DES TABLEAUX***

---

<b>Tableau I.1</b> : Formules chimiques de quelques polymères courants. ....	<b>2</b>
<b>Tableau III.1</b> : ANOVA élémentaire. ....	<b>32</b>
<b>Tableau III.2</b> : ANOVA avec décomposition de la variance due à l'erreur. ....	<b>33</b>
<b>Tableau IV.1</b> : Résultats obtenus pour les essais sur le facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement [9]. ....	<b>45</b>
<b>Tableau IV.2.a</b> : Résultats statistiques du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C. ....	<b>48</b>
<b>Tableau IV.2.b</b> : analyse de la variance du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C. ....	<b>48</b>
<b>Tableau IV.3.a</b> : Résultats statistiques du modèle du facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C. ....	<b>50</b>
<b>Tableau IV.3.b</b> : analyse de la variance du modèle facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C. ....	<b>50</b>
<b>Tableau IV.4.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C . ....	<b>53</b>
<b>Tableau IV.4.b</b> : analyse de la variance du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C. ....	<b>53</b>
<b>Tableau IV.5.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire facture de perte diélectrique en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C. ....	<b>55</b>
<b>Tableau IV.5.b</b> : : analyse de la variance du modèle non linéaire facture de perte diélectrique en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C. ....	<b>55</b>
<b>Tableau IV.6.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C. ....	<b>57</b>
<b>Tableau IV.6.b</b> : analyse de la variance du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C. ....	<b>57</b>



<b>Tableau IV.7.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire de facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>58</b>
<b>Tableau IV.7.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>58</b>
<b>Tableau IV.8</b> :Résultats obtenus pour la permittivité relative en fonction [9].....	<b>60</b>
<b>Tableau IV.9.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement pour 80°C. ....	<b>61</b>
<b>Tableau IV.9.b</b> :analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.....	<b>61</b>
<b>Tableau IV.10.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température (100°C).....	<b>63</b>
<b>Tableau IV.10.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.....	<b>63</b>
<b>Tableau IV.11.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.....	<b>65</b>
<b>Tableau IV.11.b</b> : analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.....	<b>65</b>
<b>Tableau IV.12.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>68</b>
<b>Tableau IV.12.b</b> : analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C. ....	<b>68</b>
<b>Tableau IV. 13.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>69</b>
<b>Tableau IV.13.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.....	<b>69</b>
<b>Tableau IV.14</b> : Résultats obtenus lors de l'essai du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température. ....	<b>70</b>
<b>Tableau IV.15.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement). ....	<b>72</b>

<b>Tableau IV.15.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement). .....	<b>72</b>
<b>Tableau IV.16.a</b> : Résultats statistiques du modèle linéaire de facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement 80°C.....	<b>75</b>
<b>Tableau IV.16.b</b> : analyse de la variance du modèle linéaire facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 80°C.....	<b>75</b>
<b>Tableau IV.17.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.....	<b>77</b>
<b>Tableau IV.17.b</b> : : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.....	<b>77</b>
<b>Tableau IV.18.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C .....	<b>80</b>
<b>Tableau IV.18.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C.....	<b>81</b>
<b>Tableau IV.19.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 140°C.....	<b>83</b>
<b>Tableau IV.19.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 140°C.....	<b>83</b>
<b>Tableau IV.20</b> : ensemble des résultats obtenus lors de permittivité relative en fonction de température.....	<b>84</b>
<b>Tableau IV.21.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température (Avant vieillissement). .....	<b>86</b>
<b>Tableau IV.21.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température vieillissement (Avant vieillissement).....	<b>87</b>
<b>Tableau IV.22</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaires de la permittivité relative en fonction de la température.....	<b>88</b>
<b>Tableau IV.23</b> : Résultats obtenus lors de l'allongement à la rupture en fonction de temps [9].....	<b>88</b>
<b>Tableau IV.24</b> : Résultats statistiques des modèles linéaires de l'allongement à la rupture en fonction du temps de vieillissement.....	<b>90</b>

<b>Tableau IV.25</b> : Résultats obtenus pour la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement.....	<b>90</b>
<b>Tableau IV.26</b> : Résultats statistiques des modèles linéaires de la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement.....	<b>92</b>
<b>Tableau IV.27</b> : Résultats obtenus pour les pertes de masse en fonction de temps [9].....	<b>92</b>
<b>Tableau IV.28</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaires de la perte de masse en fonction du temps de vieillissement. ....	<b>94</b>

# ***SOMMAIRE***

---

---

INTRODUCTION GENERALE.

***CHAPITRE I***  
***PRESENTATION DES MATERIAUX***  
***POLYMERS***

<b>I.1 Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>I.2 Les polymères .....</b>	<b>1</b>
<b>I.2.1 Définition .....</b>	<b>1</b>
<b>I.3 Propriétés électriques des polymères .....</b>	<b>2</b>
<b>I.3.1 Comportement des isolants polymères sous champ électrique .....</b>	<b>3</b>
<b>I.3.2 Permittivité électrique et perte diélectrique .....</b>	<b>3</b>
<b>I.3.2.1 Permittivité diélectrique .....</b>	<b>3</b>
<b>I.3.2.2 Pertes diélectriques .....</b>	<b>4</b>
<b>I.3.3 La résistivité .....</b>	<b>6</b>
<b>I.4 Propriétés mécaniques des polymères .....</b>	<b>7</b>
<b>I.4.1 L'allongement à la rupture et de la résistance à la traction .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5 Présentation brève des caractéristiques des polymères isolants .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.1 Les thermoplastiques .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.1.1 Polyéthylène (PE) .....</b>	<b>7</b>
<b>I.5.1.2 Polychlorure de vinyle (PVC) .....</b>	<b>9</b>
<b>I.5.2 Les thermodurcissables .....</b>	<b>9</b>
<b>I.5.2.1 Les polyépoxydes (EP) .....</b>	<b>9</b>
<b>I.5.2.2 Les polyphénols (PF) .....</b>	<b>9</b>

<b>I.6 Protocole de vieillissement thermique .....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1 Contraintes rencontrées par les isolants électriques .....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1.1 Contraintes électriques .....</b>	<b>10</b>
<b>I.6.1.2 Contraintes thermiques .....</b>	<b>11</b>
<b>I.6.1.3 Contraintes mécaniques .....</b>	<b>11</b>
<b>I.6.1.4 Contraintes climatiques .....</b>	<b>12</b>
<b>I.7 Différents mécanismes du vieillissement thermique .....</b>	<b>12</b>
<b>I.8 Les câbles électriques .....</b>	<b>13</b>
<b>I.8.1-Ame conductrice.....</b>	<b>14</b>
<b>I.8.2-ecran semi-conducteur.....</b>	<b>14</b>
<b>I.8.3-Enveloppe isolante .....</b>	<b>14</b>
<b>I.8.4- Ecran semi-conducteur sur l'isolant. ....</b>	<b>14</b>
<b>I.8.5-Ecran métallique en cuivre.....</b>	<b>15</b>
<b>I.8.6-Gaine de protection. ....</b>	<b>15</b>
<b>I.9 Conclusion .....</b>	<b>15</b>

**CHAPITRE II**

**SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

<b>II.1 Dispositifs pour la caractérisation diélectrique .....</b>	<b>16</b>
<b>II.1.1 Mesure de la permittivité relative et du facteur de pertes diélectriques .....</b>	<b>16</b>
<b>II.1. 2 Mesure de la résistivité transversale .....</b>	<b>18</b>
<b>II.1. 3 Dispositifs pour la caractérisation mécanique .....</b>	<b>18</b>
<b>II.1.3.1 Mesure de l'allongement à la rupture et de la résistance à la traction .....</b>	<b>18</b>
<b>II.1.3.2 Mesure de la perte de masse .....</b>	<b>19</b>

II.1.4 Résultats obtenus .....	19
II.2 Dispositifs pour la caractérisation diélectrique et mécanique .....	20
II.2.1 résultats obtenus .....	20
II.3 présentation des modèles analytique pour la détermination des contraintes d'isolation .....	21
II.3.1 Calcul du champ électrique .....	21
II.3.2 Détermination de la température T(r) dans la gaine conductrice .....	22
II.3.3 résultats obtenus .....	23

**CHAPITRE III**  
**MODELE THEORIQUE DE**  
**REGRESSION**

III.1 Introduction : .....	24
III.2 Régression linéaire simple.....	24
III.2.1 Estimation des paramètres $\beta_0$ et $\beta_1$ .....	24
III.3 Régression linéaire multiple .....	25
III.2.1 Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés.....	26
III.2.1.1 Présentation matricielle du modèle .....	26
III. 3.1.2 Estimation des paramètres du modèle .....	27
III.3.2 Les hypothèses du modèle de régression linéaire multiple .....	28
III.3.2.1 Hypothèses probabilistes .....	28
III.3.2.2 Test des hypothèses probabilistes .....	29
III.3.3 Tests de signification pour les paramètres estimés .....	30
III.3.4 Analyse de la variance .....	31
III.3.4.1 Décomposition de la variance.....	31
III.3.4.2 Tests de signification de la régression .....	34
III.3.5 Prévision avec les modèles de régression linéaire multiple .....	35

III.3.5.1 Intervalle de confiance de la valeur moyenne de $\gamma$ .....	35
III.3.5.2 Intervalle de prévision pour $\gamma$ .....	36
III.3.6 Coefficient de détermination ( $R^2$ ).....	36
III.3.6.1 Définition.....	37
III.3.6.2 Propriété.....	37
III.3.7 Coefficient de détermination ajusté( $R^2(ajusté)$ ).....	38
III.3.7.1 Définition.....	38
III.4 Modèle de régression non linéaire.....	39
III.4.1 Introduction.....	39
III.4.2 Présentation du modèle .....	39
III.4.3 Calcul de l'estimateur des moindres carrés non linéaire .....	39
III.4.4 Intervalles de confiance et tests d'hypothèse pour les paramètres estimés .....	41
III.4.5 Prévision avec un modèle de régression non linéaire .....	43
III.5 Conclusion .....	44

**CHAPITRE IV**  
**MODELISATION DES**  
**PROPRIÉTÉS DE PRC**

IV.1 Introduction : .....	45
IV.2 Facteur de pertes diélectriques $\tan(\delta)$ .....	45
IV.2.1 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en utilisant la méthode de régression non linéaire ....	46
IV.2.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 120°C et 140°C en utilisant la méthode de régression linéaire .....	51
IV.2.3 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 120°C et 140°C en utilisant la méthode de régression non linéaire .....	51
IV.3 Permittivité relative ( $\epsilon_r$ ) .....	60

IV.3.1 Modèles de la permittivité relative pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en fonction du temps de vieillissement par la méthode de la régression linéaire .....	60
IV.3.2 Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 100°C par la méthode de la régression non linéaire	62
IV.3.3 Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 120°C par la méthode de régression linéaire .....	64
IV.3.4 Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement par la méthode de la régression linéaire et non linéaire dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C .....	67
IV.4 Facteur de pertes diélectrique en fonction de la température .....	70
IV.4.1 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement .....	70
IV.4.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température par la méthode de la régression linéaire pour la température de vieillissement de 80°C et par la méthode de la régression non linéaire pour la température de vieillissement de 100°C .....	74
IV.4.3 Modèles du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température à 120°C et 140°C par la méthode de la régression non linéaire .....	79
IV.5 Permittivité relative en fonction de la température.....	84
IV.5.1 Modèles de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement, dans les cas de températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C .....	85
IV.6 Caractéristiques mécaniques .....	88
IV.6.1 Allongement à la rupture .....	88
IV.6.1.1 Modèles de l'allongement à la rupture en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression linéaire pour les températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C .....	89
IV.6.2 Résistance à la traction .....	90
IV.6.2.1 Modèles de la résistance à la traction en fonction de la température de vieillissement par la régression linéaire pour les températures de vieillissement 80°C, 100°C, 120°C et 140°C .....	91



<b>IV.6.3 Perte de masse .....</b>	<b>92</b>
<b>IV.6.3.1 Modèle de perte de masse en fonction du temps de vieillissement par la régression non linéaire.....</b>	<b>93</b>
<b>IV.7 Conclusion .....</b>	<b>94</b>

**CONCLUSION GENERALE.**

**BIBLIOGRAPHIQUES.**

## **Introduction générale :**

Les évolutions technologiques et industrielles dans le génie électrique nécessitent l'amélioration des matériaux utilisés dans l'isolation électrique. C'est ainsi que les polymères, connus pour leur grande capacité d'isolation électrique, ont envahi le domaine de l'isolation électrique. En effet, les matériaux polymères trouvent une large application : lignes de transport d'énergie, les câbles souterrains et les câbles sous-marins. Ces nombreuses applications font appel aux propriétés isolantes des polymères [1].

Tenant compte de l'extension rapide de l'urbanisation et pour des raisons de sécurité et d'esthétique, les sociétés de câbleries électriques cherchent toujours à fabriquer des câbles souterrains, beaucoup plus améliorés et répondant aux conditions de service. L'adaptation d'un nouveau matériau reste toujours en question. Les caractéristiques physiques et chimiques de l'isolant du câble doivent être adaptées aux contraintes auxquelles le câble sera soumis. La validité d'une conception nouvelle ne peut être confirmée définitivement que par des résultats expérimentaux et théoriques satisfaisants.

L'influence du vieillissement thermique sur le PRC a fait l'objet de nombreuses études pendant les derniers 50 ans. La première conclusion dégagée est que la contrainte thermique accélère le vieillissement, et que son influence est concentrée principalement au niveau de la morphologie du matériau par la variation du rapport cristallin-amorphe [2].

Afin de mettre en évidence et de constater les phénomènes de vieillissement thermique, nous procédons à la modélisation des propriétés électriques et mécaniques des matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles haute et moyenne tension. Quatre parties constituent notre travail.

La présente étude, consiste dans un premier chapitre, à présenter les propriétés électriques et mécaniques des matériaux polymères, la présentation des différents types de ces matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles moyenne et haute tension et les différentes contraintes rencontrées par les isolants.

Le deuxième chapitre est consacré à une synthèse bibliographique comportant des travaux de recherches sur l'isolation des câbles isolés aux polymères effectués au niveau du Laboratoire de Haute en particulier, avec les méthodes d'essai et les techniques analytiques de

caractérisation des polymères, ainsi que l'utilisation de la méthode de régression multiple dans le domaine de la haute tension.

Dans le troisième chapitre, nous présentons une approche théorique sur la méthode de modélisation par régression, en utilisant deux méthodes, régression linéaire multiple et non linéaire.

Le quatrième chapitre concerne la modélisation des propriétés électriques et mécaniques d'un câble isolé aux polymères (PRC) par la méthode de régression linéaire et non linéaire sous vieillissement thermique accéléré. Les résultats que nous avons obtenus par la modélisation ont été comparés à ceux déjà obtenus expérimentalement au Laboratoire de Haute Tension de l'ENP. Une bonne concordance a été trouvée entre eux, en particulier leur évolution.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

***CHAPITRE I***

***PRESENTATION DES***

***MATERIAUX POLYMÈRES***

## I.1 Introduction

Les matériaux isolants occupent une place importante dans les applications électriques afin de protéger les utilisateurs contre les chocs électriques et les équipements contre le risque de court-circuit.

Le choix et l'emploi des matériaux isolants posent les problèmes les plus délicats à résoudre dans la conception, la réalisation et l'exploitation de ces matériels. Cela est lié au fait que les isolants constituent une grande famille de par leur nature (polymères, verre, céramique, bois, papier, carton, huile, air, vide, gaz...), se présentent sous diverses formes (solides, liquides, gazeux) et ont des propriétés diverses et variées. L'isolant électrique doit être étudié à la conception en tenant compte de l'environnement (au sens large du terme) dans lequel va évoluer le système [1].

## I.2 Les polymères :

Comme la plupart des matériaux organiques, les polymères sont en général de bons isolants électriques et thermomécaniques. Ils occupent une place essentielle dans l'isolation des systèmes électriques.

### I.2.1 Définition :

Un polymère est une substance composée de longues chaînes moléculaires appelées macromolécules [2].

Une macromolécule résulte de l'enchaînement par liaison covalente, d'unités constitutives (ou groupes d'atomes) appelées « mère » (provenant du grec « meros » qui signifie « partie »). Par exemple, Dans la macromolécule suivante ..... A-A-A-A-A-A-A ..... = [-A-]<sub>n</sub>, l'unité constitutive est A [2].

Les réactions chimiques permettant de passer d'un monomère A à la macromolécule [-A-]<sub>n</sub> s'appellent polymérisation. Ainsi, l'éthylène CH<sub>2</sub>=CH<sub>2</sub> (monomère) conduit par polymérisation par ouverture de la double liaison au polyéthylène (polymère) [-CH<sub>2</sub>-CH<sub>2</sub>-]<sub>n</sub>. La macromolécule peut comporter jusqu'à 50 000 atomes de carbone, et pour de nombreux polymères commerciaux la masse molaire peut atteindre 1 000 000 g.mol<sup>-1</sup> [2].

Nous parlerons ici uniquement des polymères organiques, c'est à dire ceux réalisés à partir de monomères composés d'atomes utilisés en chimie organique : C, H, O, et N principalement ainsi que d'autres éléments comme les halogènes (F, Cl, Br, I) ou le soufre, le

phosphore...Il existe d'autres polymères où l'atome de carbone est remplacé par Si (Silicium) [2].

Une partie des polymères courants décrits dans le tableau I.1 dérivent des alcènes, dans lesquels on a remplacé un ou plusieurs atomes d'hydrogène H par un radical R monovalent (CH<sub>3</sub> par exemple), ou par des atomes, F, Cl, ou encore par un groupement phényle. Ce sont les polymères vinyliques [2].

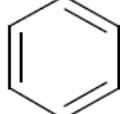
Formule développée du motif	Appellation courante et abréviation normalisée	et	Formule développée du motif	Appellation courante et abréviation normalisée
$\text{---CH}_2\text{---CH}_2\text{---}$	Polyéthylène (PE)		$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   	Polystyrène (PS)
$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   CH <sub>3</sub>	Polypropylène (PP)		$\text{---CH}_2\text{---C---}$   CH <sub>3</sub>   C=O   O   CH <sub>3</sub>	Polyméthacrylate de méthyle (PMMA)
$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   Cl	Polychlorure vinyle (PVC)	de	$\text{---CF}_2\text{---CF}_2\text{---}$	Polytétrafluoroéthylène (PTFE)

Tableau I.1 : Formules chimiques de quelques polymères courants.

### I.3 Propriétés électriques des polymères :

Les propriétés électriques des matériaux polymères dépendent bien sûr de la structure chimique et physique des macromolécules qui les constituent mais aussi de différents facteurs et en particulier des adjuvants volontaires ou non. L'absorption d'eau, la nature de la charge minérale ou organique jouent un rôle déterminant sur les propriétés électriques du matériau [3].

Le rôle des matériaux diélectriques, du point de vue du génie électrique, est celui d'exercer une fonction isolante dans tout matériel soumis à une tension électrique [4]. Les polymères possèdent plusieurs modes de polarisation. La polarisation est la résultante des mécanismes de répartition des charges sous l'influence d'un champ électrique. Il existe différents types de polarisation suivant le caractère polaire ou apolaire du matériau et suivant la fréquence de sollicitation du champ électrique appliqué [5].

## I.3.1 Comportement des isolants polymères sous champ électrique :

Nous allons dans un premier temps décrire la réponse d'un polymère à une sollicitation de type mécanique (la température). En effet la réponse d'un matériau polymère sous sollicitation électrique a un caractère électromécanique. On peut décrire de deux façons le comportement de ces matériaux soumis à une telle sollicitation. La première approche consiste à ne considérer que le comportement macroscopique du matériau. Or le comportement macroscopique résulte de l'ensemble de ces mécanismes microscopiques. D'où la nécessité d'une étude à l'échelle moléculaire de la déformation de ces matériaux [6].

## I.3.2 Permittivité électrique et perte diélectrique :

### I.3.2.1 Permittivité diélectrique :

La permittivité relative  $\epsilon_r$  du matériau est définie par la relation :

$$C = \epsilon_r C_0 \quad (I.1)$$

Où :

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  : La permittivité absolue du diélectrique.

$\epsilon_0 = 8.845 \times 10^{-12} F/m$  : la permittivité du vide.

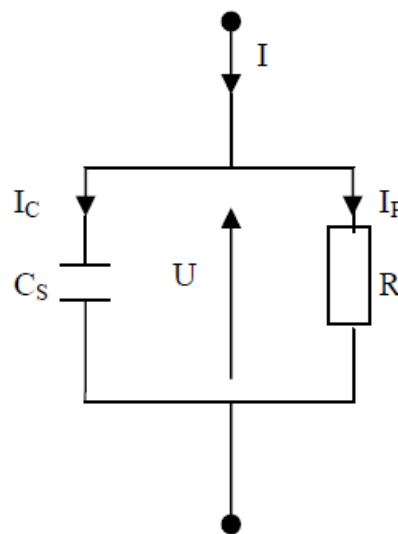
On en déduit la valeur de C en fonction des caractéristiques géométriques (Surface des armatures S et distance entre elles) et la nature du diélectrique du condensateur [7] :

$$C = \epsilon \frac{S}{l} \quad (I.2)$$

L'augmentation de la capacité C par introduction d'un diélectrique par le mécanisme de polarisation du matériau. Sous l'influence du champ électrique appliqué, il se forme des dipôles perpendiculaires aux armatures. Ces dipôles neutralisent une partie des charges vraies existant sur les surfaces métalliques [3].

## I.3.2.2 Pertes diélectriques :

Dans un diélectrique imparfait, la polarisation est due à des mécanismes de déformation de la répartition des charges électriques sous l'influence du champ électrique. Dans un champ électrique alternatif, cette polarisation ne suit pas le champ d'une façon instantanée. Cette relaxation diélectrique induit une perte d'énergie. La figure (I.1) présente un tel condensateur équivalent à un circuit où il y a une résistance en parallèle avec la capacité [4] [8].



**Figure I.1** : Circuit équivalent parallèle représentant un diélectrique

Avec :

$C_s$  : capacité du condensateur parfait ;

$R$  : résistance du diélectrique réel.

Dans le diagramme de Fresnel (figure I.2), le courant alternatif complexe  $\bar{I}$  résultant de l'application de la tension alternative complexe  $\bar{U}$  aux bornes d'un condensateur plan contenant un diélectrique, possède deux composantes [8]:



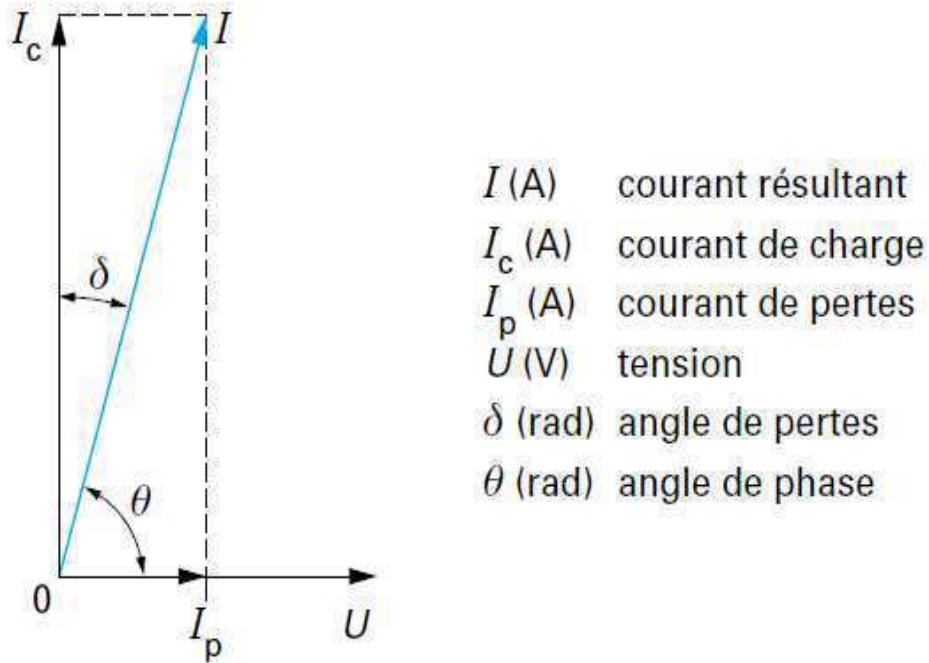


Figure I.2 : Diagramme de Fresnel d'un condensateur présentant des pertes.

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_p \quad (I.3)$$

Avec :

$\bar{I}_c$  : Courant de charge.

$\bar{I}_p$  : Courant de perte d'énergie dans le diélectrique (due à la polarisation).

Les courants  $\bar{I}_c$  et  $\bar{I}_p$  sont donnés par les relations suivantes [3] :

$$\bar{I}_c = j\omega C_s \bar{U} \quad (I.4)$$

$$\bar{I}_p = \frac{\bar{U}}{\bar{R}} \quad (I.5)$$

Avec :

$\omega = 2\pi f$  : pulsation du courant alternatif.

$f$  : la fréquence électrique.

L'angle  $\delta$  est appelé angle de pertes diélectrique. En pratique,  $\bar{I}$  est proportionnel à  $C_0\bar{U}$  et peut-être écrit [8] :

$$\bar{I} = j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'')C_0\bar{U} \quad (I.6)$$

Où :

$\varepsilon^* = (\varepsilon' - j\varepsilon'')$  : la permittivité relative complexe.

La partie réelle  $\varepsilon'$  est la permittivité relative en courant alternatif à une fréquence et une température données. Elle peut traduire l'aptitude d'un matériau à stocker de l'énergie électrique. La partie imaginaire  $\varepsilon''$  est l'indice de pertes diélectriques. La tangente de l'angle de pertes, facteur de pertes diélectriques, est donnée par la relation :

$$\tan\delta = \frac{|I_p|}{|I_C|} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (I.7)$$

Elle est également appelée facteur de dissipation diélectrique (sans dimension) [3][3].

### **I.3.3 La résistivité :**

L'aptitude d'une substance à conduire l'électricité se mesure par la résistivité ou par son inverse, la conductivité. La résistivité est liée, d'une part, au nombre des porteurs de charge et, d'autre part, à l'aisance avec laquelle ils peuvent répondre aux sollicitations d'un champ électrique [5].

On distingue la résistivité transversale  $\rho$ , qui se définit par la relation :

$$\rho = R \frac{S}{e} \quad (I.8)$$

Avec :

$\rho(\Omega.cm)$  : résistivité transversale.

$R(\Omega)$  : résistance d'un bloc rectangulaire de polymère de section  $S(cm^2)$  et d'épaisseur  $e(cm)$ .

## **I.4 Propriétés mécaniques des polymères :**

Les propriétés mécaniques des matériaux sont d'un grand intérêt, puisqu'elles conditionnent non seulement les problèmes de mise en forme des matériaux, mais également leur comportement en service dans des applications industrielles. Le choix du matériau industriel dépendra des propriétés mécaniques comme la résistance et la dureté. Il est donc nécessaire de mesurer ces grandeurs physiques [9].

### **I.4.1 L'allongement à la rupture et la résistance à la traction :**

L'essai de traction est le procédé expérimental le plus largement utilisé dans l'étude du comportement mécanique des matériaux, il permet de déterminer qualitativement si un matériau est fragile ou ductile rigide ou souple. Il aide aussi à quantifier certaines propriétés mécaniques, telles que le module d'élasticité, la résistance maximale ou la contrainte et l'allongement à la rupture en traction, suivant la nature du matériau [9].

## **I.5 Présentation brève des caractéristiques des polymères isolants :**

### **I.5.1 Les thermoplastiques :**

Les thermoplastiques sont des matériaux qui se ramollissent avec la température dépendant de la nature chimique du polymère ainsi que son mode de fabrication, c'est le cas du polyéthylène, du polypropylène, des polyamides ainsi que de certains polyesters [10].

#### **I.5.1.1 Polyéthylène (PE) :**

Le PE est très largement utilisé comme matériau d'isolation à cause de ses propriétés diélectriques combinées à son faible coût, sa facilité de mise en œuvre et sa bonne résistance aux agressions chimiques. Le polyéthylène possède une haute rigidité diélectrique et une bonne résistance au cheminement des décharges superficielles. La rigidité diélectrique en champ alternatif peut être augmentée par des additifs aromatiques qui améliorent également la résistance aux décharges partielles [10] [11].

Le PE est semi-cristallin à température ambiante, c'est-à-dire que deux phases coexistent :

- une phase amorphe caoutchoutique.

- une phase cristalline (rigide).

Le polyéthylène est obtenu à partir de la modification, soit du gaz naturel (un méthane, l'éthane, le propane mélange) ou de craquage catalytique du pétrole brut en essence. Aujourd'hui, les procédés de fabrication de polyéthylène sont généralement classés en "basse pression" et "haute pression" [12].

### **I.5.1.1.1 Polyéthylène basse densité (PEBD) :**

Le polyéthylène basse densité est réalisé suivant un procédé à haute pression. L'éthylène est injecté en continu dans le réacteur par l'intermédiaire d'hyper compresseurs. La pression de polymérisation se situe entre 1000 et 5000 bars et la température entre 150 et 400 °C. Les catalyseurs de réaction utilisés sont du type peroxyde ou oxygène pur. Les PEBD sont des substances non polaires, caractérisées par une permittivité relative et un facteur de dissipation diélectrique faibles. Ils ont une rigidité diélectrique élevée. En conséquence, les PEBD sont largement employés en câblerie en tant qu'isolants d'une part en basse et haute fréquence, et d'autre part en basse, moyenne et haute tension. Sa cristallinité est inférieure à 40 % [9,11].

### **I.5.1.1.2 Polyéthylène haute densité (PEHD) :**

Le polyéthylène haute densité est obtenu selon un processus de synthèse basse pression. La température de polymérisation est entre 50 et 180°C et la pression est située entre 30 et 40 bars (retour). Le PEHD présente une très bonne rigidité diélectrique intrinsèque et d'excellentes propriétés électriques quelles que soient sa masse molaire et sa cristallinité. Sa cristallinité varie entre 60 et 80 % [11] [13].

### **I.5.1.1.3 Polyéthylène réticulé chimiquement PRC :**

Afin d'améliorer les propriétés thermiques et mécaniques du polyéthylène, on procède à une opération dite de réticulation. Elle consiste à lier les chaînes de molécule par des liaisons radiales et à les transformer en un réseau tridimensionnel qui permet d'éviter le glissement de toutes les chaînes moléculaires les unes par rapport aux autres.

Les propriétés électriques du PRC ne sont pas très différentes de celle du PEBD. Il semblerait même qu'un PRC résiste mieux à la propagation des arborescences électriques qu'un PE, ces arborescences étant des chemins de PE calciné qui se forment au sein de l'isolant sous l'effet d'un champ électrique. Elles sont, en général, initiées par une impureté, une fissure, une bulle, ou une aspérité à l'intérieur de l'isolant. Elles sont des causes

importantes de claquage des câbles (vieillissement). Le PRC est un matériau moins rigide que le PE pour une température basse, et le champ maximal admissible avec le PRC est de 8 kV/mm. [10] [13].

### **I.5.1.2 Polychlorure de vinyle (PVC) :**

Le PVC est un polymère thermoplastique amorphe ou faiblement cristallin. Il est obtenu par polymérisation radicalaire du chlorure de vinyle. On trouve principalement trois types de PVC : le PVC rigide, souple et les films de PVC plastifiés [10] [11].

Le PVC  $[-\text{CH}_2-\text{CHCl}-]_n$  est, en général, mélangé avec des plastifiants et des charges appropriées, de façon à donner une matière thermoplastique isolante, difficilement inflammable, insensible à l'ozone, résistant aux huiles, aux solvants, aux acides et absorbant peu l'humidité. Ce matériau sert comme isolant pour la filerie et les câbles d'installation intérieure.

### **I.5.2 Les thermodurcissables :**

Les polymères thermodurcissables sont généralement obtenus à partir d'une réticulation. Ces matériaux sont donc de plus en plus fragiles mécaniquement lors d'une augmentation de température. Ils sont amorphes et sont formés par un réseau tridimensionnel de macromolécules [10] [14].

#### **I.5.2.1 Les polyépoxydes (EP) :**

Les polymères époxydes sont des polymères thermodurcissables, résultant d'une réaction de polyaddition entre une résine époxydique et un durcisseur de type anhydride d'acide ou amine. Les époxydes sont largement utilisés en industries électriques et électrotechniques pour des applications telles que gaines des câbles ou enrobage des composants [5].

#### **I.5.2.2 Les polyphénols (PF) :**

On peut considérer les phénols comme des dérivés de l'eau, dans laquelle l'un des atomes H est remplacé par un groupement aryle. Les polyphénols sont créés par réaction d'un

mélange de phénol avec le formaldéhyde. Dans le cas particulier où l'on utilise du phénol pur, on obtient le plus ancien et le plus connu des polyphénols qui est la bakélite.

Les polyphénols servent à la confection de pièces d'isolation pour relais électromécaniques. En haute tension, leur résistance aux sollicitations mécaniques en fait des matériaux de choix pour les pièces isolantes des disjoncteurs et des transformateurs de puissance [10].

### **I.6 Protocole de vieillissement thermique :**

Dans le domaine qui nous concerne, c'est le vieillissement des isolants électriques organiques qui nous intéresse. En effet, sous l'action de nombreux facteurs (champ électrique, température, humidité, radiations...) les propriétés de ces isolants se dégradent dans le temps de manière réversible ou irréversible. Ce phénomène présente des effets défavorables pour le matériel électrique pouvant se manifester par l'apparition de défaillances associées à des phénomènes de rupture et de décharges diélectriques des isolants et ceci, sous des contraintes bien plus faibles que celles prises en compte à la conception [6].

Le vieillissement pose des problèmes de plus en plus importants dans l'utilisation grandissante des polymères [5].

### **I.6.1 Contraintes rencontrées par les isolants électriques :**

#### **I.6.1.1 Contraintes électriques :**

Les isolants des systèmes électriques sont dimensionnés de telle façon qu'ils supportent des champs électriques plus ou moins élevés. Cependant, il est d'usage de surdimensionner le système d'isolation pour garantir sa tenue diélectrique [12]. Divers types de dégradation peuvent apparaître suivant les conditions d'utilisation et l'orientation relative du champ électrique par rapport à la surface des isolants :

Les phénomènes dits de cheminement (tracking en anglais) apparaissent en surface des matériaux sous faible contrainte lorsque le champ électrique est parallèle à la surface.

Lorsque le champ électrique est principalement perpendiculaire à l'isolant, la dégradation peut s'opérer sous l'effet des décharges électriques internes ou externes, ou par arborescences électriques ou électrochimiques [15][13].

### I.6.1.2 Contraintes thermiques :

Dans le domaine de l'isolation électrique, la contrainte thermique constitue une contrainte sévère de service pouvant affecter sérieusement les propriétés du matériau polymère en les dégradant et réduisant ainsi la durée de vie des isolants électriques [13][11].

Les contraintes thermiques en fonctionnement normal sont dues :

- à l'échauffement des conducteurs par effet Joule et par courants de Foucault (câbles isolés);
- aux pertes magnétiques (transformateurs) ;
- aux pertes diélectriques par conduction électrique [16][12].

Les matériaux isolants doivent supporter les températures de fonctionnement et assurer l'isolation du système. La température influe sur leurs caractéristiques en faisant évoluer leurs propriétés. Ainsi, on peut constater, selon les matériaux en présence • des pertes de masse ;

- une variation dimensionnelle ;
- une diminution des caractéristiques mécaniques ;
- une augmentation des pertes diélectriques et une diminution de la résistivité électrique.

Le vieillissement thermique en présence d'oxygène a pour effet de rompre une partie des liaisons fortes des chaînes moléculaires ; ce qui accélère en général les processus de dégradation [7] [16].

### I.6.1.3 Contraintes mécaniques :

Dans tous les matériels électriques, les isolants solides ont à transmettre les efforts qui s'exercent entre les conducteurs et le support. On en déduit que les isolants doivent également supporter les efforts mécaniques. L'origine des contraintes mécaniques en fonctionnement est due :

- aux forces électromécaniques (jeux de barres, température et dilatations cycliques...) ;
- aux forces dues au mouvement (machines tournantes, vibrations...) ;
- aux forces de charge (isolateurs de ligne) ;
- aux efforts exceptionnels : court-circuit, régimes transitoires, surcharges.

**I.6.1.4 Contraintes climatiques :**

Les matériels utilisés dans le réseau de transport et de distribution situés à l'extérieur (C'est le cas des isolateurs de ligne, des conducteurs isolés, des coffrets...) sont directement exposés aux contraintes telles que :

- le rayonnement solaire (U.V)
- l'irradiation par des particules  $\alpha$ ,  $\beta$ ...
- l'humidité relative, pluie, gel ;
- les composants chimiques : air, ozone, particules dues à la pollution [2] [16][2,12].

**I.7 Différents mécanismes du vieillissement thermique :**

Le vieillissement thermique est caractérisé par des mécanismes complexes faisant intervenir des phénomènes purement physiques comme la migration des plastifiants, évolution de la morphologie, dégazage..., ou des phénomènes chimiques parmi lesquels l'oxydation par l'oxygène atmosphérique, qui joue souvent un rôle prépondérant [5] [13].

Trois domaines de température peuvent au moins être distingués clairement :

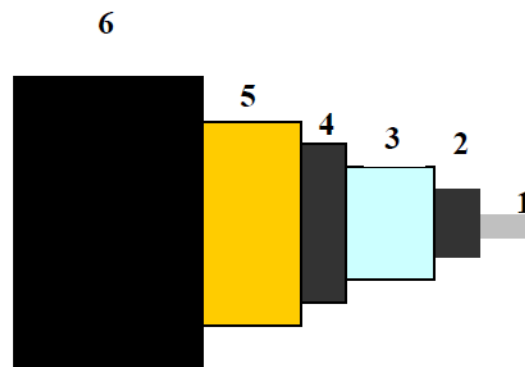
- A très haute température typiquement supérieure à la  $T_g$  (température de transition vitreuse), il est généralement reconnu que la thermolyse joue un rôle prédominant dans le procédé de dégradation et le taux dépend initialement des énergies de dissociation des liaisons les plus faibles.
- A faible température, inférieure à  $T_g$ , les processus chimiques sont généralement trop lents et le vieillissement physique est la cause initiale des changements au niveau des propriétés des matériaux.
- Dans la gamme de température intermédiaire, l'oxydation par l'oxygène de l'atmosphère joue généralement le rôle clé. L'oxydation conduit à une perte de masse et à la variation de différentes propriétés mécaniques, électriques, chimiques, etc [17] [30].



## I.8 Les câbles électriques :

Un câble électrique à haute tension est un câble utilisé pour le transport d'électricité, que ce soit en courant alternatif ou en courant continu. Pour le polyéthylène (PE), l'utilisation a été limitée dès l'année soixante aux basses et aux moyennes tensions (MT, BT), et le polyéthylène réticulé chimiquement (PRC) ou cross-linked polyéthylène, est devenu un matériau de choix dans l'isolation des câbles en BT et MT, mais surtout en la haute tension. Ce dernier a montré un meilleur comportement dans l'isolation des câbles des réseaux électriques.

Ces matériaux polymères , sont constitués de différentes parties assemblées de manière concentrique dont les principales sont : au centre un conducteur permettant de transporter l'électricité, ensuite vient une isolation électrique pour empêcher le courant de s'écouler vers la terre, le tout est entouré d'une gaine métallique afin de confiner le champ électrique à l'intérieur du câble et d'une protection extérieure qui assure de bonnes propriétés mécaniques et le protège des agressions extérieures figure (I.3) [18].



**Figure I.3** : Constitution d'un câble de HT

- 1- Ame conductrice.
- 2- Ecran semi-conducteur.
- 3- Enveloppe isolante.
- 4- Ecran semi-conducteur sur l'isolant.
- 5- Ecran métallique en cuivre.
- 6- Gain de protection

**I.8.1-Ame conductrice**

L'âme conductrice ou conducteur, est faite soit de cuivre soit d'aluminium [19]. Sa principale caractéristique est sa capacité et sa résistance. La section peut ainsi être réduite et les autres éléments constitutifs du câble économisés. Toutefois ce dernier permet d'obtenir des câbles plus légers [20]. La majorité des câbles sous-marins actuels ont un conducteur en cuivre. Pour les câbles à papier imprégné de masse, la section atteint les  $2\,500\text{ mm}^2$  et pour ceux à huile  $3\,000\text{ mm}^2$  [21].

**I.8.2-écran semi-conducteur**

Entre le conducteur et l'isolation d'une part, et entre l'isolation et les couches suivantes d'autre part, un écran semi-conducteur est placé [22]. Il sert à rendre le champ électrique homogène autour du conducteur [20], ce qui évite la formation de cavité entre le métal et l'isolation, ce qui conduirait à des décharges partielles qui pourraient endommager l'isolation [23].

**I.8.3-Enveloppe isolante**

L'isolation a pour rôle de séparer électriquement deux surfaces aux potentiels très différents : le conducteur d'une part et la terre de l'autre. L'isolation idéale a une haute résistivité (qui détermine le courant de fuite), une haute propriété diélectrique, un coefficient thermique faible, une faible absorption de l'humidité, une faible permittivité (qui détermine la capacité du câble), et est ininflammable, stable chimiquement a une haute résistance mécanique, une haute viscosité à la température d'imprégnation, une haute tension de rupture et une haute plasticité [24]. En outre, elle doit être régulière, sans impureté, résistante au temps et à la température résultant de l'échauffement du conducteur [23]. Enfin, les pertes diélectriques dues à la polarisation dans les polymères et aux mouvements des charges doivent être faibles. Le facteur de dissipation, ou de perte, noté  $\tan(\delta)$  représente le rapport du courant de fuite résistif sur le courant de fuite capacitif et doit être faible [20].

**I.8.4- Ecran semi-conducteur sur l'isolant.**

La couche semi-conductrice sur l'isolant assure une répartition radiale du champ électrique dans l'isolant et forme une surface équipotentielle, rendant les caractéristiques électriques du câble indépendantes du mode de pose [25].

### **I.8.5-Ecran métallique en cuivre.**

Le conducteur extérieur est mis à la terre et sert à évacuer les courants de fuite et de court-circuit [20]. Il a également la fonction de protéger le câble contre les infiltrations d'eau [26]. Il rend enfin quasi nul le champ électrique extérieur [27].

### **I.8.6-Gaine de protection.**

La gaine ou enveloppe de protection extérieure est une garniture continue et uniforme entourant le conducteur ou l'ensemble des conducteurs et assurant la protection de ces conducteurs contre l'humidité et les détériorations d'origine mécanique ou chimique [19]. Elle protège aussi contre les dommages mécaniques et des pertes d'huile provenant du câble. Elle est faite à base de PVC ou de polyéthylène.

### **I.9 Conclusion :**

Dans le première chapitre, nous faisons d'abord un rappel sur les différents type des polymères ainsi leurs structures chimique. En plus une présentation brève des polymères utiliser dans l'isolation des câbles.

D'autre parte, Nous présentons les propriétés électrique et mécanique dans les matériaux polymères et donnons une description des différents contraintes rencontrées par les isolants électriques.

***CHAPITRE II***

***SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE***

Dans ce chapitre, nous présentons les principaux travaux de recherche réalisés au niveau du Laboratoire de Haute Tension relatifs aussi bien à l'étude des phénomènes de vieillissement des matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles souterrains mais aussi à l'utilisation de la méthode de régression multiple utilisée dans le domaine de la haute tension en général.

BOUKEZZI [9], dans son travail de recherche s'est intéressé aux propriétés diélectrique et mécanique du polyéthylène réticulé chimiquement (PRC) soumis à un vieillissement thermique accéléré. En effet, il a étudié les variations des propriétés diélectriques (facteur de pertes diélectrique, permittivité relative et la résistance transversale) en fonction de temps de vieillissement (jusqu'à 5000h) pour différentes températures de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C) et en fonction de la température d'essai (de 20°C jusqu'à 150°C) avant et après vieillissement. Comme il a étudié aussi les propriétés mécaniques (allongement à la rupture et résistance à la traction) en fonction du temps de vieillissement pour les mêmes températures de vieillissement. Parmi les résultats intéressants qu'il a obtenus, nous citons ceux concernant au phénomène de dégradation du matériau polymère, c'est-à-dire le changement de couleur, le rétrécissement du matériau et la perte de masse.

Pour plus de détails sur ce travail, nous présentons les différents dispositifs expérimentaux que l'auteur a utilisés dans son travail.

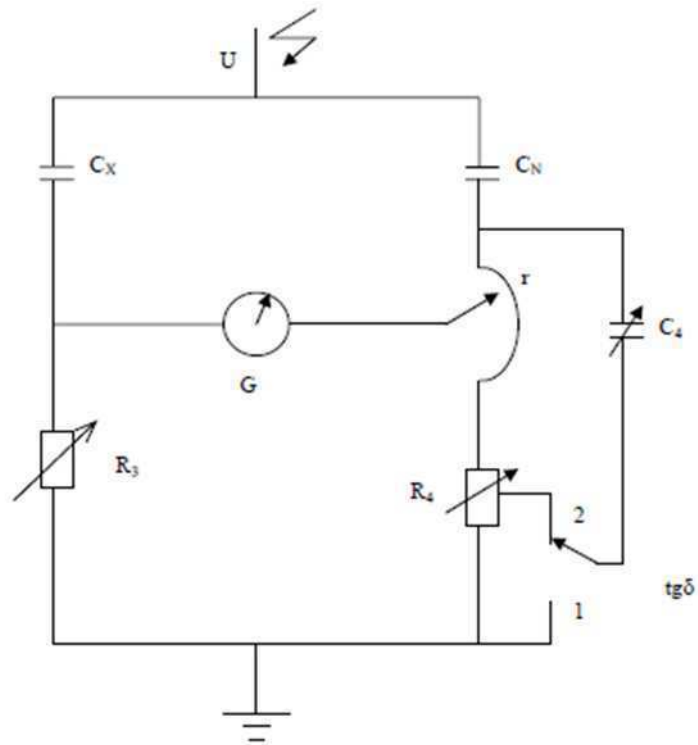
## **II.1 Dispositifs pour la caractérisation diélectrique :**

### **II.1.1 Mesure de la permittivité relative et du facteur de pertes diélectriques :**

Parmi les différents dispositifs électriques utilisés dans ce type de caractérisation, les ponts de mesure. Le principe général des méthodes en pont est l'obtention, par variation de certains paramètres du circuit, d'un équilibre entre deux branches d'un circuit, l'une contenant l'échantillon à étudier, l'autre des condensateurs de référence ou étalons.

Le pont le plus utilisé est généralement le pont de Schering qui est adapté à la caractérisation dans le domaine temporel sous haute tension et basse fréquence (< 1 kHz).

Pour ses essais il utilise un pont de Schering de type TETTEX AG 2801, dont le schéma de principe est représenté sur la figure (II.1).



**Figure (II.1) :** Schéma de principe de pont de Schering de type TETTEX AG 2801.

Avec :

$C_x$  : capacité de l'échantillon [pF].

$C_N$  : capacité étalon [pF].

$C_4$  : capacité variable [pF].

$R_{4+r}$  : résistances variables à décades [ $\Omega$ ].

$R_3$  : 2000  $\Omega$ .

La relation suivante donne la capacité  $C$  :

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e} \quad (\text{II.1})$$

D'où on obtient :

$$\epsilon_r = \frac{C e}{\epsilon_0 S} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

C : la capacité de l'isolant [pF].

e : épaisseur de l'éprouvette [cm].

L'angle de pertes diélectriques est lu directement sur le pont, et est donné par la relation :

$$\tan \delta = C_4 R_4 \omega \quad (\text{II.3})$$

### II.1. 2 Mesure de la résistivité transversale :

Pour la mesure de la résistivité transversale, en utilisant un mégohmmètre du type MULTIMEGOMETRE MOM11. A l'aide de cet appareil, nous mesurons la résistance d'isolement et ensuite nous calculons la résistivité transversale à l'aide de la relation suivante :

$$\rho = \frac{R s}{e} \quad (\text{I-4})$$

Avec :

$\rho$  : résistivité transversale [ $\Omega \cdot \text{cm}$ ].

R : résistance d'isolement [ $\Omega$ ].

e: épaisseur de l'éprouvette [cm].

S : surface de l'éprouvette soit 20cm<sup>2</sup>.

### II.1.3 Dispositifs pour la caractérisation mécanique :

#### II.1.3.1 Mesure de l'allongement à la rupture et de la résistance à la traction :

L'appareil utilisé pour les essais de traction comprend un dynamomètre muni de deux mâchoires exerçant un effort de traction croissant. L'une des mâchoires est fixe et l'autre se déplace à une vitesse constante égale à 50 mm/min. On mesure simultanément l'allongement à la rupture et la résistance à la traction sur une même éprouvette.

**II.1.3.2 Mesure de la perte de masse :**

Pour les essais de la perte de masse, nous utilisons une balance de marque NEDJMA de précision  $10^{-5}g$ . Cette balance est enfermée à l'intérieur d'une enceinte afin d'éviter tout courant d'air. L'éprouvette à peser est introduite par la porte de l'enceinte qui doit être fermée lors de l'essai.

**II.1.4 Résultats obtenus :**

Dans la première partie de son travail sur l'effet du vieillissement sur le comportement diélectrique du PRC, les principaux résultats auxquels l'auteur est arrivé sont :

- Le vieillissement à des températures inférieures à la température de fusion cristalline cela conduit à augmenter la cristallinité du PRC
- Le facteur de pertes diélectriques présente des valeurs inférieures à celles obtenues avant vieillissement.
- Le temps de vieillissement n'a aucune influence sur la permittivité relative qui reste pratiquement constante.

La seconde partie de son travail sur l'étude du comportement mécanique du PRC sous la contrainte thermique a montré que :

- La réduction des propriétés mécaniques est directement liée à la dégradation thermo-oxydante qui s'accompagne de coupure de chaînes.
- La cristallinité joue un rôle prépondérant dans l'évolution des propriétés mécaniques.
- La dégradation de PRC s'accompagne d'une perte de masse selon trois phases avec différentes vitesses.

Dans un deuxième travail de recherche, Y.MECHERI [14] s'est intéressé au vieillissement thermique des câbles de moyenne tension isolés au polyéthylène réticulé chimiquement (PRC) sous deux modes différents continu et cyclique. Le but était de caractériser les propriétés diélectriques (facteur de pertes diélectriques  $\tan(\delta)$  et la permittivité



relative ( $\epsilon_r$ ) et mécaniques (l'allongement à la rupture et la résistance à la traction). Les tests sont effectués durant 200heurs et après chaque cycle de chauffage et de refroidissement pour deux modes (continu, cyclique). Aussi, les propriétés du câble isolé au PRC, en fonction de la température et de la tension d'essai ont été également effectuées avant et après le vieillissement.

## II.2 Dispositifs pour la caractérisation diélectrique et mécanique :

Pour la mesure des caractéristiques diélectriques et mécaniques, Y. Mecheri [14] a utilisé les mêmes techniques expérimentales que de L. BOUKEZZI [9].

### II.2.1 résultats obtenus :

Une similitude de comportement des propriétés diélectriques et mécaniques étudiées a été obtenue sous les deux modes de vieillissement du point de vue qualitatif (loi de variation). Cependant, sous le mode continu de vieillissement, notamment à la température de 140°C, la dégradation du matériau est plus accentuée, sans toutefois dépasser les valeurs limites fixées par la norme CEI 502.

- La constante diélectrique demeure pratiquement constante en fonction de la durée de vieillissement et diminue faiblement avec la température d'essai.
- Les valeurs de la constante diélectrique mesurées en fonction de la température sous le mode cyclique sont un peu plus élevées que celles obtenues sous le mode continu et ce, pour les différentes températures de vieillissement utilisées.
- la tension d'essai n'a aucune influence sur la variation de la constante diélectrique.
- La variation de l'indice de pertes diélectriques en fonction du temps et de la température de vieillissement thermique a mis en évidence l'existence des phénomènes de relaxation dans le matériau polymère (PRC).
- L'augmentation observée sur les différentes courbes de  $\text{tg } \delta$  en fonction de la tension devient rapide en dépassant un seuil d'ionisation de 15 kV.

Les propriétés mécaniques du PRC (allongement à la rupture et résistance à la traction) diminuent à mesure que la température de vieillissement augmente. Toutefois, les variations des propriétés mécaniques sont inférieures aux valeurs limites fixées par la norme CEI 502.

D'après les résultats obtenus, pour la température de vieillissement de 80°C, les propriétés du PRC sont pratiquement conservées, mais pour la température de 140°C, la dégradation de l'isolant a été atteinte en un temps relativement court.

CHAIBI [29]. Elle a étudiée la modélisation des contraintes électrique et thermique (conductivité électrique, résistivité électrique constante diélectrique et les pertes diélectrique) en fonction du temps de vieillissement et en fonction de la température d'essai. Elle a proposé un modèle qui permet de calculer le champ électrique radial et la température radial dans un câble électrique de dimensions bien déterminées ; pour supposer certaines hypothèses simplificatrices afin de résoudre les équations différentielles des différents systèmes complexes.

### **II.3 présentation des modèles analytique pour la détermination des contraintes d'isolation :**

Pour déterminer les contraintes d'isolation, vous devons passer par plusieurs hypothèses de travail

#### **II.3.1 Calcul du champ électrique :**

L'équation du potentiel obtenue par application du théorème de GAUSS est:

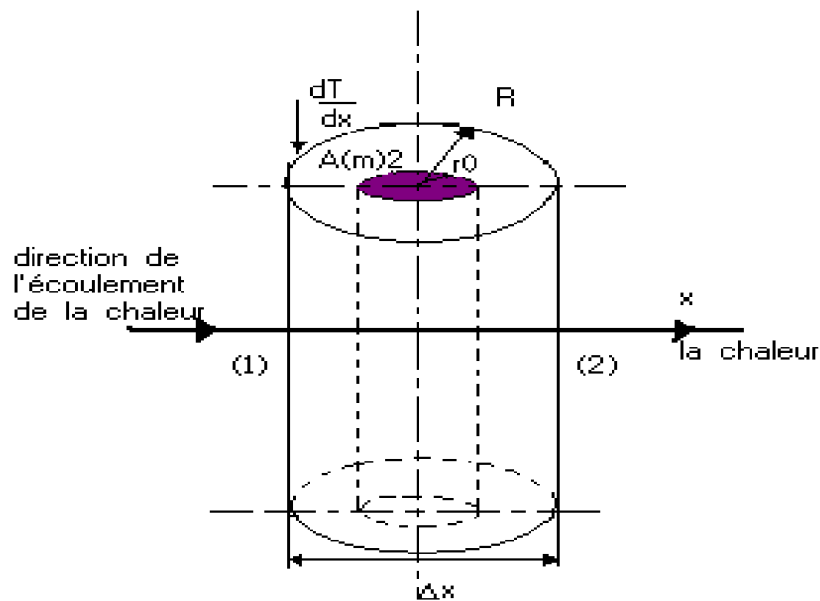
$$E(r_i) = \frac{V_c}{r_i \ln R / r_0} \quad (\text{II.5})$$

Avec :

R : rayon du câble,  $r_0$ : rayon du conducteur,  $r_i$ : position donnée dans la partie isolante du matériau.

### II.3.2 Détermination de la température $T(r)$ dans la gaine conductrice:

Pour obtenir l'équation de base pour la rupture thermique, en considérant l'écoulement de la chaleur est suivant la direction  $x$  du câble cylindrique, puis l'écoulement de la chaleur à travers le cylindre.



**Figure II.2 :** Représentation des directions des chaleurs dans un câble électrique

- Dans la face (1), l'écoulement de la chaleur =  $\lambda_1 A \frac{dT}{dx}$  (II.6)
- Dans la face (2), l'écoulement de la chaleur =  $\lambda_1 A \frac{dT}{dx} + \lambda_1 A \frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) \Delta x$  (II.7)

En supposant que le deuxième terme dans l'équation (II.7) représentant la variation de l'entrée de la chaleur à travers le matériau est:

1. Premier cas : est nul.
2. deuxième cas : non nul.

#### 1. Premier cas :

$$\lambda_1 A \frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) \Delta x = 0 \quad (\text{II.8})$$

L'expression de la distribution de la température dans la gaine isolante du polymère d'un câble électrique est donnée par l'équation suivante :

$$T_1(r) = T_0 - \frac{p}{4\lambda} (r^2 - r_0^2) - \frac{pr_0}{2\lambda_2} \ln \frac{r_0}{r_0+a} \quad (\text{II.9})$$

## 2. Deuxième cas:

La deuxième méthode consiste à déterminer la distribution de la température en fonction du rayon sans négliger le terme de l'équation (II.7) :

$$\lambda_1 A \frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) \Delta x \neq 0 \quad (\text{II.10})$$

L'expression de la distribution de la température dans la gaine isolante du polymère d'un câble électrique dans le deuxième cas est donnée par l'équation suivante :

$$T = \frac{1}{b} \ln \left| -\frac{1}{2} br + b' \right| \quad (\text{II.11})$$

Tel que :

$b$  constante pré exponentielle dépendant du matériau (coefficient de la température, sa valeur approximative est égale à  $0.1 \text{ k}^{-1}$  pour les matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles électriques).

$b'$  sera déterminée à partir des conditions aux limites

### **II.3.3 résultats obtenus :**

Les caractéristiques obtenues par modélisation des propriétés électriques (résistivité transversale sous l'influence du temps de vieillissement et de la température, la permittivité relative et le facteur de dissipation sous l'influence de la température) sont pratiquement proches de celles obtenues par d'autres auteurs aussi bien expérimentales que théoriques.

***CHAPITRE III***

***MODELE THEORIQUE DE***

***REGRESSION***

## II.1 Introduction :

Il est fréquent de s'interroger sur la relation qui peut exister entre deux grandeurs en particulier dans les problèmes de prévision et d'estimation. L'analyse de régression a pour but d'établir une relation entre une variable, appelée la variable dépendante, et une ou plusieurs autres variables, appelées explicatives.

La variable  $X$  est dite explicative ou indépendante et  $Y$  est dite variable expliquée ou dépendante. On a alors, du point de vue statistique, une relation de cause à effet. Le problème est d'identifier cette relation.

## III.2 Régression linéaire simple

La régression linéaire se classe parmi les méthodes d'analyses multi-variées qui traitent des données quantitatives.

C'est une méthode d'investigation sur des données d'observation, ou d'expérimentations, où l'objectif principal est de rechercher une liaison linéaire entre la variable  $Y$  quantitative et une ou plusieurs variables  $X$  également quantitatives [29].

La droite de régression linéaire est donnée par :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (\text{III.1})$$

### III.2.1 Estimation des paramètres $\beta_0$ et $\beta_1$

La somme des carrés des écarts (SCE) est donnée par :

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (\text{III.2})$$

La valeur de cette fonction  $S$  est minimum lorsque les dérivées de  $S$  par rapport à  $\beta_0$  et  $\beta_1$  s'annulent. La solution est obtenue en résolvant le système :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = \frac{\partial S}{\partial \beta_1}$$

Les dérivées par rapport à  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont :

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (\text{III.4})$$

Ces dérivées s'annulent pour deux valeurs  $b_0$  et  $b_1$  solutions des 2 équations à 2 inconnues :

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \tag{III.5}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \tag{III.6}$$

Développons ces deux équations normales :

L'équation (III.5) donne :  $\sum Y_i - nb_0 - b_1 \sum X_i = 0$  et en divisant par n avec

$$(\bar{X}, \bar{Y}) = \left( \frac{\sum X_i}{n}, \frac{\sum Y_i}{n} \right)$$

L'équation (III.6) donne :  $\sum Y_i X_i - b_0 \sum X_i - b_1 \sum X_i^2 = 0$

Dans laquelle on remplace  $b_0$   $\sum Y_i X_i - (\bar{Y} - b_1 \bar{X}) \sum X_i - b_1 \sum X_i^2 = 0$ .

Solution obtenue est :

$$b_1 = \frac{\sum Y_i X_i - (\sum X_i \sum Y_i) / n}{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2 / n} \tag{III.7}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par n on retrouve les expressions de la covariance et de la variance empiriques :

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{Cov(X, Y)}{Var(X)} \tag{III.8}$$

Les points qui sont sur la droite de régression ont pour ordonnée:  $\hat{Y} = b_0 + b_1 X$

Avec :

$\hat{Y}$  est l'estimation de Y obtenue à partir de l'équation de régression.

$b_0$  et  $b_1$  sont les estimateurs des moindres carrés des paramètres inconnus  $\beta_0$  et  $\beta_1$  [29].

### III.3 Régression linéaire multiple :

Tout comme en régression linéaire simple, la régression multiple cherche à approximer une relation fonctionnelle trop complexe en général, par une fonction mathématique simple telle qu'une équation de la forme :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon \tag{III.9}$$

Cette équation est linéaire par rapport aux paramètres (coefficients de régression)  $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_p$  le modèle est dit linéaire. Ces paramètres sont inconnus. Le critère des moindres carrés correspond à la minimisation de la somme des carrés des écarts SC erreur entre Y observé et Y estimé par l'équation de régression suivante :

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \dots + \hat{\beta}_p X_{pi} \quad (\text{III.10})$$

Avec :

Y : variable réponse.

$X_j$  : p variables régresseurs,  $j=1, \dots, p$

i : indice de l'observation courante,  $i=1, \dots, n$

Les valeurs qui minimisent ce critère sont de estimations  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p$  des paramètres  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  inconnus [30].

### III.2.1 Estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés

Le problème de la détermination des paramètres du modèle, appelés coefficients de régression, se ramène au problème de l'estimation statistique des paramètres inconnus. La méthode la plus utilisée dans ce cas est la méthode des moindres carrés.

Le principe de la méthode de moindres carrés consiste à trouver les paramètres  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p$  qui rendent minimum la somme des carrés des résidus :

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (\text{III.11})$$

#### III.2.1.1 Présentation matricielle du modèle

Pour résoudre un système linéaire, les mathématiciens ont développé le calcul (algèbre) matriciel qui permet une présentation et des traitements compacts de grands tableaux de données. La notation matricielle est donc devenue l'unique moyen d'appréhender la régression multiple.

En notation matricielle :

Y est le vecteur colonne des n observations de la variable réponse



$X(n, p)$  : la matrice des observations des  $p$  vecteurs  $X_i$ , chacun de dimension  $(n,1)$ .

A cette matrice on ajoute en première colonne un vecteur constitué uniquement de 1.

Ce vecteur correspond à la constante  $X_0$ . la matrice  $X$  est alors de dimension  $(n,p+1)$ .

Cette représentation permet de traiter la constante  $X_0$  comme une variable explicative.

$\beta$  est le vecteur colonne des  $(p+1)$  coefficients de régression ou paramètres inconnus  $\beta_i$

$\varepsilon$  représente le vecteur des erreurs

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1\ p-1} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2\ p-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n\ 1} & \dots & x_{n\ p-1} \end{pmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{p-1} \end{pmatrix}$$

Donc le modèle peut s'écrire sous la forme :  $\hat{Y} = X\hat{\beta}$  [31]. [4]

### III. 3.1.2 Estimation des paramètres du modèle :

On définit le vecteur  $e$  des résidus :  $e = Y - X\hat{\beta}$ .

Pour calculer le vecteur  $\hat{\beta}$ , il suffira de minimiser la quantité  $e'e$ , ou  $e$  est la transposée du vecteur  $e$ .

$$e'e = (Y - X\hat{\beta})' (Y - X\hat{\beta}) = (Y' - \hat{\beta}'X')(Y - X\hat{\beta})$$

$$e'e = Y'Y - \hat{\beta}'X'Y - Y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'(X'X)\hat{\beta} = Y'Y - 2Y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'(X'X)\hat{\beta}$$

Ainsi,

$$\frac{\partial e'e}{\partial \hat{\beta}} = 0 \Leftrightarrow -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \Leftrightarrow X'Y = X'X\hat{\beta}$$

$$\text{Ce qui donne : } \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \tag{III.12}$$

Lorsqu'il n'y a qu'une seule variable explicative, la régression linéaire est dite simple. Dans ce cas particulier les deux coefficients de la régression sont donnés par :

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x} \quad \hat{\beta}_1 = S_{xy}/S_{xx}$$

Avec :

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \quad (\text{III.13})$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} \quad (\text{III.14})$$

### III.3.2 Les hypothèses du modèle de régression linéaire multiple :

#### III.3.2.1 Hypothèses probabilistes :

Afin d'estimer les paramètres de l'équation de régression, aucune hypothèse sur les distributions des perturbations aléatoires n'est requise. Cependant, dans la suite, une distribution devra être spécifiée.

Où suppose que les erreurs ou bien les perturbations aléatoires  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , sont indépendantes, de la loi normale, d'espérance nulle et de variance finie [32] :

- $E(u) = 0$ .
- $Var(u) = \sigma^2 I_n$ .

Où  $I_n$  est la matrice identité de dimension  $n$ , ceci revient à dire que :

$$\begin{pmatrix} E(u_1) \\ E(u_2) \\ \vdots \\ E(u_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} Var(u_1) & Cov(u_1, u_2) & \dots & Cov(u_1, u_n) \\ Cov(u_2, u_1) & Var(u_2) & \dots & Cov(u_2, u_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(u_n, u_1) & Cov(u_n, u_2) \dots & & Var(u_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

Notant que ces hypothèses reviennent également à dire que le vecteur aléatoire  $y$  suit une loi multinormale avec :

$$E(y) = X\beta, \quad Var(y) = \sigma^2 I_n$$

A ces hypothèses, on ajoute le fait que les  $x$  soient observés sans erreur et l'erreur de mesure  $u_i$  est indépendante de  $y_i$  [32].

### III.3.2.2 Test des hypothèses probabilistes

#### III.3.2.2.1 Test de la variance des erreurs

Pour vérifier si la variance de l'erreur est constante, on trace les résidus en fonction des valeurs ajustées. Les erreurs auront une variance constante si les résidus sont distribués d'une façon aléatoire autour de zéro. Si les résidus augmentent ou diminuent en fonction des valeurs ajustées, les erreurs peuvent ne pas avoir une variance constante

#### III.3.2.2.2 Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

Le Q-Q plot, quantile-quantile plot, est une technique graphique qui permet de comparer les distributions de deux ensembles de données.

Les échantillons ne sont pas forcément de même taille. Il se peut également qu'un des ensembles de données soit généré à partir d'une loi de probabilité qui sert de référentiel.

Concrètement, il s'agit :

1. De trier les données de manière croissante pour former la série  $e(i)$ .
2. à chaque valeur  $x(i)$ , nous associons la fonction de répartition empirique

$$F_i = \frac{i-0.375}{n+0.25} \quad (\text{III.15})$$

3. Nous calculons les quantiles successifs  $Z(i)$  d'ordre  $F_i$  en utilisant l'inverse de la loi normale centrée et réduite
4. Enfin, les données initiales n'étant pas centrées et réduites, nous dé-normalisons les données en appliquant la transformation :

$$e^*(i) = Z(i) * S + \bar{e} \quad (\text{III.16})$$

Si les données sont compatibles avec la loi normale, les points  $(e(i), e^*(i))$  forment une droite, dite droite de Henry alignés sur la diagonale principale [30].

## III.3.3 Tests de signification pour les paramètres estimés :

Si nous voulons tester la signification statistique d'une estimation d'un paramètre  $\beta_j (j = 0, \dots, k - 1)$  dans la régression linéaire multiple, nous devons déterminer sa variance  $Var(\hat{\beta}_j)$ .

La matrice variance-covariance estimée du vecteur  $\hat{\beta}$  est donnée par :

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}) = S^2(\hat{X}X)^{-1} \quad (\text{III.17})$$

La variance du paramètre  $\hat{\beta}_j$  est le  $j$ -ième élément diagonal de la matrice  $\widehat{Var}(\hat{\beta})$ .

Soit l'hypothèse ( $H_0$ ) suivante :  $\beta_j = 0 (j = 1, \dots, k - 1)$ , on fait ici l'hypothèse que la variable  $x_j$  n'a pas d'influence sur  $y$ . Ce type de test est très courant et on dit qu'il porte sur le caractère significatif, ou pas, d'une variable explicative [34]. On peut aussi tester la signification du paramètre  $\beta_0$  sous cette hypothèse. L'hypothèse ( $H_0$ ) est dite nulle, l'hypothèse alternative sera ( $H_1$ ) :  $\beta_j \neq 0$ .

Pour chaque paramètre  $\beta_j (j = 1, \dots, k - 1)$ , on définit la statistique :

$$t_j = (\hat{\beta}_j - \beta_j) / S_{\hat{\beta}_j} \quad (\text{III.18})$$

Avec  $S_{\hat{\beta}_j}$  est l'écart type empirique de  $\hat{\beta}_j$  :

$$S_{\hat{\beta}_j} = \sqrt{Var(\hat{\beta}_j)} \quad (\text{III.19})$$

Le quotient  $t_j$  est distribué selon une loi de Student à  $(n - k)$  degrés de liberté. Sous l'hypothèse  $H_0$ . Nous avons :

$$t_j = \hat{\beta}_j / S_{\hat{\beta}_j} \rightarrow t(n - k) \quad (\text{III.20})$$

La règle de décision est :

$|t| \leq t_{\frac{\alpha}{2}}$ : l'hypothèse  $H_0$  est acceptée et donc le paramètre  $\beta_j$  n'est pas statistiquement significatif.

$|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$ : l'hypothèse  $H_0$  est rejetée et  $H_1$  est acceptée et donc le paramètre  $\beta_j$  est statistiquement significatif.

$t_{\frac{\alpha}{2}}$  : est la valeur de la loi de Student  $t(n - k)$  à un risque  $\alpha$ .

On peut calculer la probabilité :

$$P\left(t_{\frac{\alpha}{2}} > |t|\right) = P \quad (\text{III.21})$$

Si cette probabilité est suffisamment faible ( $P < \alpha$ ) on rejette l'hypothèse  $H_0$  alors qu'elle est vérifiée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$  est très faible. Si non l'hypothèse  $H_0$  est acceptée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$ , alors qu'elle est vraie, est trop important.

On peut déterminer un intervalle de confiance de  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $\beta_j$  à l'aide de l'expression :

$$I_c(\beta_j) = \left[ \hat{\beta}_j - S_{\hat{\beta}_j} t_{\frac{\alpha}{2}}, \hat{\beta}_j + S_{\hat{\beta}_j} t_{\frac{\alpha}{2}} \right] \quad (\text{III.22})$$

Dans le cas d'une régression linéaire simple, ce test se limite à deux paramètres  $\beta_0$  et  $\beta_1$ . Une estimation non biaisée des variances de  $\hat{\beta}_0$  et de  $\hat{\beta}_1$  est de la forme [33] :

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{III.23})$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = S^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \quad (\text{III.24})$$

Notons que tester  $\beta_0 = 0$  revient à tester si la droite de régression passe par l'origine. Et accepter  $H_0$  pour le paramètre  $\beta_1$  revient à admettre que la variable  $x$  n'a pas d'influence sur  $y$ .

### III.3.4 Analyse de la variance

#### III.3.4.1 Décomposition de la variance

On décompose la somme totale des carrés des écarts à la moyenne en une somme des carrés due à la régression et une somme des carrés due à l'erreur.

Les quantités seront désignées par l'abréviation la plus répandue dans la littérature en langue anglaise. Les deux premières lettres de chaque abréviation seront SS pour désigner la somme des carrés (Sum of Squares).



$(\hat{y}_{ij} = \hat{y}_i)$ , on a donc :

$$y_{ij} - \hat{y}_{ij} = (y_{ij} - \bar{Y}_i) + (\bar{Y}_i - \hat{y}_{ij}) = (y_{ij} - \bar{Y}_i) + (\bar{Y}_i - \hat{y}_i)$$

On obtient alors :

$$SSE = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} ((y_{ij} - \bar{Y}_i) + (\bar{Y}_i - \hat{y}_i))^2$$

D'où  $SSE = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{Y}_i - \hat{y}_i)^2$  puisque le terme issu du produit croisé s'annule.

On a donc :

$$SSE = SSPE + SSLF \tag{III.30}$$

Où : 
$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \tag{III.31}$$

est la somme des carrés des erreurs pures (Pure Error Sum of Squares),

et 
$$SSLF = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{Y}_i - \hat{y}_i)^2 \tag{III.32}$$

est la somme des carrés due au manque d'ajustement (Lack of Fit Sum of Squares),

On peut alors présenter le tableau ANOVA en tenant compte de la décomposition de la variance due à l'erreur (Tableau. IV.2).

Source de variation	DF	Sum of Squares	Mean Square
Régression	$k - 1$	$SSR$	$MSR = SSR / (k - 1)$
Erreur	$n - k$	$SSE$	$MSE = SSE / (n - k)$
Manque d'ajustement	$I - k$	$SSLF$	$MSLF = SSLF / (I - k)$
Erreur pure	$n - I$	$SSPE$	$MSPE = SSPE / (n - I)$
Totale	$n - 1$	$SST$	$MST = SST / (n - 1)$

**Tableau III.2 :** ANOVA avec décomposition de la variance due à l'erreur.

### III.3.4.2 Tests de signification de la régression

Pour tester si la régression est statistiquement significative, on pose une hypothèse nulle ( $H_0 : \beta_j = 0, (j = 1, \dots, k - 1)$ ) qui consiste à demander si le modèle est suffisant à expliquer la variable dépendante, et l'hypothèse alternative sera :  $H_1 : \text{les } \beta_j, (j = 1, \dots, k - 1)$  ne sont pas tous nuls.

On considère le quotient des quantités  $MSR$  et  $MSE$  qui sous  $H_0$  suit une loi de Fisher  $F(k - 1, n - k)$ . Soit  $F_\alpha(k - 1, n - k)$  le quantile d'ordre  $(1 - \alpha)$ , alors si  $F_{calculé} = (MSR/MSE) > F_\alpha(k - 1, n - k)$ , alors l'hypothèse  $H_0$  est rejetée au risque d'erreur  $\alpha$  et l'hypothèse  $H_1$  est acceptée et on vient donc à la conclusion que la régression est statistiquement significative. Si la valeur de  $F$  calculée est inférieure à la valeur seuil  $F_\alpha(F_{calculé} \leq F_\alpha(k - 1, n - k))$ , alors l'hypothèse  $H_0$  ne peut être rejetée.

Notons que pour un nombre donné de paramètres, moins on dispose d'observations, plus il est difficile de vérifier si la régression est statistiquement significative [32].

Le choix du risque  $\alpha$  est lié aux conséquences pratiques de la décision : si les conséquences sont graves, on choisira  $\alpha = 1\%$  ou  $1\%$  mais si le débat est plutôt académique, le traditionnel  $\alpha = 5\%$  fera le plus souvent l'affaire [34].

La deuxième règle de décision consiste à évaluer la probabilité  $\alpha_{évalué}$  telle que

$P(F_\alpha(k - 1, n - k) > F_{calculé} = (MSR/MSE)) = \alpha_{évalué}$ , si  $\alpha_{évalué}$  est supérieur à  $\alpha_{choisi}$  ( $\alpha_{évalué} \geq \alpha_{choisi} = 0.05$ ), l'hypothèse  $H_0$  est acceptée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$ , alors qu'elle est vraie, est trop important. Si  $\alpha_{évalué}$  est inférieur à  $\alpha_{choisi}$  ( $\alpha_{évalué} < \alpha_{choisi} = 0.05$ ), l'hypothèse  $H_0$  est rejetée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$ , alors qu'elle est vraie est très faible.

Un autre test consiste à vérifier si le manque d'ajustement n'est pas significatif, en utilisant le rapport  $(MSLF/MSPE)$  qui, sous l'hypothèse  $H_0$  (manque d'ajustement), suit une loi de Fisher  $F(I - k, n - I)$ .



**III.3.5 Prédiction avec les modèles de régression linéaire multiple**

Une fois le modèle de régression est jugé fiable, et que le phénomène étudié ne subi pas un changement de structure dans les intervalles inconnus, on peut utiliser ce modèle pour faire des prévisions.

Supposons que l'on s'intéresse à un vecteur de valeurs particulières des variables explicatives :

$$\hat{C} = [x_{h1}, x_{h2}, \dots, x_{hk-1}]$$

Nous cherchons à prédire la valeur de  $y$  conditionnellement à  $C$ . Toute prévision de ce genre est basée sur l'hypothèse que le modèle estimé est toujours valable pour la période des prévisions. La prévision ponctuelle est obtenue en insérant les valeurs données de  $x$  dans la régression, ce qui donne la prévision :

$$\hat{y}_h = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{h1} + \hat{\beta}_2 x_{h2} + \dots + \hat{\beta}_{k-1} x_{hk-1} = \hat{C} \hat{\beta}$$

**III.3.5.1 Intervalle de confiance de la valeur moyenne de  $y$**

On sait que la valeur  $\hat{y}_h$  est une estimation de la valeur  $E(y_h)$ , et si on suppose que le terme de perturbation suit une loi normale, et en remplaçant le paramètre inconnu  $\sigma^2$  de  $Var(\hat{\beta})$  par son estimateur  $S^2$ , il s'ensuit que :

$$\frac{\hat{y}_h - E(y_h)}{\sqrt{Var(\hat{y}_h)}} = \frac{\hat{C}\hat{\beta} - C\beta}{S\sqrt{\hat{C}(XX)^{-1}C}} \rightarrow t(n - k)$$

Avec :  $Var(\hat{y}_h) = Var(\hat{C}\hat{\beta}) = \hat{C}Var(\hat{\beta})C = S^2\hat{C}(XX)^{-1}C$

Donc on peut définir l'intervalle de confiance à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $E(y_h)$  par :

$$\hat{y}_h \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{\hat{C}(XX)^{-1}C} \tag{III.33}$$

Dans le cas d'une régression linéaire simple, la valeur moyenne de  $y_n$  est simplement donnée par :

$$E(y_h) = \beta_0 + \beta_1 x_h$$

Et l'intervalle de confiance à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $E(y_h)$  par :

$$\hat{y}_h \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \tag{III.34}$$

### III.3.5.2 Intervalle de prévision pour $y$

Comme précédemment, nous avons  $\hat{y}_h = \hat{C}\hat{\beta}$  et maintenant  $y_h = \hat{C}\beta + u_h$ , l'erreur de prévision est donné par :

$$e_h = y_h - \hat{y}_h = u_h - \hat{c}(\hat{\beta} - \beta) \quad (\text{III.35})$$

La variance de l'erreur de prédiction est donnée par :

$$\text{Var}(e_h) = \sigma^2(1 + \hat{C}(\hat{X}\hat{X})^{-1}C) \quad (\text{III.36})$$

D'où la statistique :

$$\frac{\hat{y}_h - y_h}{S\sqrt{1 + \hat{C}(\hat{X}\hat{X})^{-1}C}} \rightarrow t(n - k) \quad (\text{III.37})$$

L'intervalle de prévision à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $y_h$  est :

$$\hat{y}_h \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{1 + \hat{C}(\hat{X}\hat{X})^{-1}C} \quad (\text{III.38})$$

Dans le cas d'une régression linéaire simple l'intervalle de prévision à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $y_h$  est donnée par :

$$\hat{y}_h \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)} \quad (\text{III.39})$$

### III.3.6 Coefficient de détermination ( $R^2$ )

Le coefficient de détermination représente la proportion de la variation totale par rapport à la moyenne qui est expliquée par la régression [32][35].

Les bornes du critère sont 0 et 1 ; une valeur de 1 signifie que la régression explique toute la variation des différentes valeurs prises par la variable dépendante et une valeur de zéro signifie qu'aucune variation n'est expliquée.

### III.3.6.1 Définition

Sans aucune information sur la variable indépendante, la meilleure prédiction pour une valeur future de la variable dépendante est la moyenne des  $n$  observations dont on dispose [32].

Pour une valeur actuelle donnée  $y_i$ , l'erreur commise en utilisant la moyenne  $\bar{y}$  comme prédicteur est simplement  $y_i - \bar{y}$ . Une mesure de la variation totale sera donnée par :

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{III.40})$$

En exploitant l'information sur la variable indépendante, le meilleur estimateur d'une valeur future  $y_i$  est  $\hat{y}_i$ . La variation sur  $y$  qui subsiste après l'ajustement de l'équation de régression est donnée par :

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (\text{III.41})$$

La proportion de la variation qui n'est pas expliquée par la régression est donnée par  $SSE/SST$ . Ainsi la proportion de la variation totale (par rapport à  $\bar{y}$ ) qui est expliquée par la régression est donnée par:

$$R^2 = 1 - SSE/SST = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{III.42})$$

Rappelons qu'au sens des moindres carrés, on vise à minimiser  $SSE$ . Ainsi cette dernière expression, où  $SSE$  est affectée d'un signe négatif, suggère de choisir un modèle ayant un coefficient le plus élevé possible, soit des valeurs proches de 1. Ceci va de pair avec l'idée voulant qu'une bonne régression explique le plus possible la variabilité des différentes valeurs prises par la variable dépendante  $y$  [32] [36] [37].

### III.3.6.2 Propriété

On peut tester si la régression est statistiquement significative à partir de la valeur observée du coefficient de détermination  $R^2$ , pour cela il faut établir une relation entre la statistique  $F$  et  $R^2$  sous l'hypothèse  $H_0: \beta_j = 0, (j = 1, \dots, k - 1)$ .

On a :

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{(SST - SSE)/(k-1)}{SSE/(n-k)} = \frac{(n-k)}{(k-1)} \left( \frac{SST}{SSE} - 1 \right) = \frac{(n-k)}{(k-1)} \left( \frac{1}{1-R^2} - 1 \right)$$

D'où

$$R^2 = (k - 1)F / ((k - 1)F + (n - k)) \quad (\text{III.43})$$

On remarque que cette quantité est une fonction croissante en  $F$ . La régression est statistiquement significative au niveau  $\alpha$  si :

$$R^2 > (k - 1) F_{\alpha}(k - 1, n - k) / ((k - 1) F_{\alpha}(k - 1, n - k) + (n - k)) \quad (\text{III.44})$$

### III.3.7 Coefficient de détermination ajusté ( $R^2(\text{ajusté})$ )

On définit le coefficient de détermination ajusté qui tient compte de la diminution du nombre de degrés de liberté due à l'introduction de nouvelles variables indépendantes [32].

$$R^2(\text{ajusté}) = 1 - (SSE / (n - k)) / (SST / (n - 1)) \quad (\text{III.45})$$

Il est utile pour comparer les estimations de modèles différents les uns des autres par l'addition ou la suppression de variables explicatives.

#### III.2.7.1 Définition

En considérant un modèle à  $k$  paramètres (incluant  $\beta_0$ ) on a montré que sous l'hypothèse

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{k-1} = 0, E(R^2) = (k-1)/(n-1).$$

Ainsi, la première étape pour corriger  $R^2$  consiste à considérer  $R^2 - \frac{k-1}{n-1}$

Notons que si  $R^2$  vaut 1 alors cette dernière quantité ne vaut pas 1 mais plutôt  $1 - \frac{k-1}{n-1}$

Ainsi, afin de définir un  $R^2$  corrigé qui prend la valeur 1 si  $R^2 = 1$ , on doit multiplier par le facteur

On obtient donc une formule permettant d'évaluer ce qu'il sera convenu d'appeler le  $R^2$  corrigé,

et noté  $R^2(\text{ajusté})$ , qui donnée par :

$$R^2(\text{ajusté}) = (R^2 - \frac{k-1}{n-1}) \frac{(n-1)}{n-k} \quad (\text{III.46})$$

On rencontre plus fréquemment cette formule sous une forme équivalente soit

$$R^2(\text{ajusté}) = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k}\right) (1 - R^2) = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k}\right) \frac{SSE}{SST} \quad (\text{III.47})$$

Le facteur  $\frac{n-1}{n-k}$  est appelé facteur d'ajustement et correspond au rapport des degrés de liberté de SST et SSE. On peut donc également présenter  $R^2(\text{ajusté})$  sous la forme :  $1 - \frac{MSE}{MST}$  [32].

### III.4 Modèle de régression non linéaire

#### III.4.1 Introduction

Plusieurs situations peuvent induire une relation de forme non linéaire entre des variables, et malgré la flexibilité du modèle linéaire, il ne permet pas de modéliser certaines formes fonctionnelles. Dans cette partie, nous allons présenter la méthode des moindres carrés non linéaire.

#### III.4.2 Présentation du modèle

La régression non linéaire a pour but d'ajuster un modèle non linéaire pour un ensemble de valeurs afin de déterminer la courbe qui se rapproche le plus de celle des données de Y en fonction de x. Le modèle de régression non linéaire s'écrit :

$$y_i = f(x_i, \beta) + u_i \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{III.48})$$

$\beta$ : Représente un vecteur à k composantes de paramètre généralement inconnu.

$y_i$ : Représente l'observation i de la variable dépendante.

Les  $u_i$  sont indépendants entre eux.

$f(x_i, \beta)$  : est la fonction de régression non linéaire. Elle dépend d'une variable réelle x et de paramètre  $\beta$

#### III.4.3 Calcul de l'estimateur des moindres carrés non linéaire

Comme en régression linéaire, les paramètres d'un modèle de régression non linéaire sont estimés en minimisant la somme des carrés des résidus du modèle [36].

C'est-à-dire qu'on cherche à minimiser l'expression suivante :

$$SSE(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta}))^2 \quad (\text{III.49})$$

Pour cela, il faut dériver cette somme par rapport à chacun de ses paramètres et chercher les solutions qui annulent les dérivés. On peut réécrire ceci sous forme vectorielle :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta})) \frac{\partial f(x_i, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = F' (Y - f(\hat{\beta})) = 0 \quad (\text{III.50})$$

Avec :

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$$

$$f(\hat{\beta}) = (f(x_1, \hat{\beta}), f(x_2, \hat{\beta}), \dots, f(x_n, \hat{\beta}))'$$

$$F = F(\hat{\beta}) = \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x_1, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1} & \dots & \frac{\partial f(x_1, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1} & \dots & \frac{\partial f(x_n, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_k} \end{pmatrix}$$

### Algorithme de Gauss-Newton

1. Donner la valeur initiale pour  $\hat{\beta}$ , soit  $\hat{\beta}^{(0)}$ .
2. Mettre à jour l'estimation comme suit :

$$\hat{\beta}^{(i+1)} = \hat{\beta}^{(i)} + [F'(\hat{\beta}^{(i)})F(\hat{\beta}^{(i)})]^{-1} F'(\hat{\beta}^{(i)})(Y - f(\hat{\beta}^{(i)})). \quad (\text{III.51})$$

3. Tester si la norme du vecteur  $(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)})$  est inférieure au critère de convergence par exemple  $1e^{-8}$ .
4. Si  $(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)})'(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)}) > 1e^{-8}$  alors répéter les étapes 2 et 3.
5. Sinon, l'algorithme a convergé  $\hat{\beta} = \hat{\beta}^{(i+1)}$ .

Pour que ce type de méthode soit efficiente, il convient que les valeurs initiales ne soient pas trop éloignées des valeurs optimales. Dans le cas contraire, il n'y a pas convergence et la procédure est défailante [37].

Une fois l'estimation de  $\hat{\beta}$  produite, on peut estimer la variance résiduelle comme suit :

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta}))^2}{n-k} \quad (\text{III.52})$$

III.4.4 Intervalles de confiance et tests d'hypothèse pour les paramètres estimés

Pour tester la signification d'une estimation d'un paramètre  $\beta$ , nous devons déterminer sa variance  $Var(\hat{\beta})$ .

La minimisation de la somme des carrés des erreurs donne le système d'équations suivant :

$$F' (Y - f(\hat{\beta})) = 0 \tag{III.53}$$

$f(\hat{\beta})$  peut-être approximé en série de Taylor comme suit :

$$f(\hat{\beta}) \approx f(\beta) + f'(\hat{\beta} - \beta) \tag{III.54}$$

En remplaçant (III.54) dans (III.53), il vient :

$$F'(Y - f(\beta) - f'(\hat{\beta} - \beta)) \approx 0$$

D'où :

$$\hat{\beta} - \beta = (F'F)^{-1}F'(Y - f(\beta)) = (F'F)^{-1}F'U$$

Il s'ensuit, compte tenu des hypothèses faites

$$E(\hat{\beta} - \beta) = (F'F)^{-1}F'E(U) = 0$$

Et donc :

$$E(\hat{\beta}) = \beta \tag{III.55}$$

Donc, sous les hypothèses faites, les coefficients des moindres carrés sont des estimateurs sans biais des paramètres  $\beta$ . La matrice de variance-covariance des estimateurs des moindres carrés est établie comme suit : On part de la définition :

$$\begin{aligned} Var(\hat{\beta}) &= E\left(\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)'\right) = E\left(\left(\hat{\beta} - \beta\right)\left(\hat{\beta} - \beta\right)'\right) \\ &= E\left(\left((F'F)^{-1}F'U\right)\left((F'F)^{-1}F'U\right)'\right) \\ &= E\left(\left((F'F)^{-1}F'(UU')F(F'F)^{-1}\right)\right) = \sigma^2(F'F)^{-1} \end{aligned}$$

Donc :

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(F'F)^{-1} \quad (\text{III.56})$$

La variance du paramètre  $\hat{\beta}_j$  ( $j = 1, \dots, k$ ) est le ( $j$  - éme) élément diagonal de la matrice  $\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta})$

On considère l'hypothèse nulle suivante :  $H_0: \beta_j = 0$  ( $j = 1, \dots, k$ ).

Et l'hypothèse alternative sera :  $H_1: \beta_j \neq 0$  ( $j = 1, \dots, k$ ).

La statistique du test est la suivante :

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{S_{\hat{\beta}_j}} \quad (\text{III.57})$$

$$\text{Avec : } S_{\hat{\beta}_j} \text{ est l'écart type empirique de } \hat{\beta}_j: S_{\hat{\beta}_j} = \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_j)} \quad (\text{III.58})$$

Le quotient  $t_j$  est distribué selon une loi de Student à  $(n - k)$  degrés de liberté. Sous l'hypothèse  $H_0$  on a :

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{S_{\hat{\beta}_j}} \rightarrow t(n - k) \quad (\text{III.59})$$

La règle de décision serait:

$|t| \leq t_{\alpha/2}$  : L'hypothèse  $H_0$  est acceptée et donc le paramètre  $\beta_j$  n'est pas statistiquement significatif.

$|t| > t_{\alpha/2}$  : L'hypothèse  $H_0$  est rejetée et  $H_1$  est acceptée et donc le paramètre  $\beta_j$  est statistiquement significatif.

$t_{\alpha/2}$  : est la valeur de la loi de Student  $t(n - k)$  à un risque  $\alpha$ .

On peut déterminer un intervalle de confiance de  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $\beta_j$  :

$$\hat{\beta}_j \pm t_{\alpha/2} S_{\hat{\beta}_j} \sqrt{(F'F)^{-1}_{jj}} \quad (\text{III.60})$$



III.4.5 Prédiction avec un modèle de régression non linéaire :

Nous cherchons à prédire la valeur de  $y$  lorsque  $x = x_0$ , soit  $\hat{y}_0$ . Une estimation naturelle est  $\hat{y}_0 = f(x_0, \hat{\beta})$ . Nous savons que  $\hat{\beta}$  est près de  $\beta$ , il s'ensuit alors que  $f(x_0, \hat{\beta})$  peut-être approximé en série de Taylor comme suit :

$$f(x_0, \hat{\beta}) \approx f(x_0, \beta) + f'(x_0, \beta)(\hat{\beta} - \beta) \tag{III.61}$$

Où :

$$f'_0 = \left( \frac{\partial f(x_0, \beta)}{\partial \beta_1}, \frac{\partial f(x_0, \beta)}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial f(x_0, \beta)}{\partial \beta_k} \right)$$

Donc :

$$y_0 - \hat{y}_0 \approx y_0 - f(x_0, \beta) - f'_0(\hat{\beta} - \beta) = u_0 - f'_0(\hat{\beta} - \beta)$$

A partir de l'indépendance entre  $\hat{\beta}$  et  $u_0$  nous avons :

$$E(y_0 - \hat{y}_0) \approx E(u_0) - f'_0 E(\hat{\beta} - \beta) = 0$$

Et :

$$Var(y_0 - \hat{y}_0) \approx Var(u_0) - Var[f'_0(\hat{\beta} - \beta)] = \sigma^2 + \sigma^2 f'_0 [F(\hat{\beta})' F(\hat{\beta})]^{-1} f_0$$

On trouve alors que :

$$\frac{y_0 - \hat{y}_0}{s \sqrt{1 + f'_0 [F(\hat{\beta})' F(\hat{\beta})]^{-1} f_0}} \rightarrow t(n - k) \tag{III.62}$$

Ceci nous mène à l'intervalle de confiance à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $y_0$  étant donné que  $(x = x_0)$ , donne par :

$$\hat{y}_0 \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{1 + f'_0 [F(\hat{\beta})' F(\hat{\beta})]^{-1} f_0} \quad (\text{III.63})$$

$t_{\frac{\alpha}{2}}$  : est la valeur de loi de Student  $t(n - k)$  à un risque  $\alpha$ .

On peut aussi construire l'intervalle de confiance à  $(1 - \alpha)100\%$  pour  $E(y_0)$  :

$$\hat{y}_0 \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{f'_0 [F(\hat{\beta})' F(\hat{\beta})]^{-1} f_0} \quad (\text{III.64})$$

### III.5 Conclusion :

Plusieurs techniques statistiques sont utilisées dans le domaine des isolateurs pour des études de vieillissement et pour la modélisation. La régression est l'une des techniques statistiques la plus utilisée pour modéliser la relation qui existe entre un groupe composé d'un certain nombre fini de variables dites explicatives avec un autre groupe formé d'une seule variable dite expliquée.

Les applications de la régression sont énormes dans le domaine de la technologie, les sciences, les sciences économiques et la gestion. L'utilisation des modèles de régression est typique dans la description de données, l'évaluation de paramètres et la prévision.

***CHAPITRE IV***

***MODELISATION***

***DES PROPRIÉTÉS DE PRC***

## IV.1 Introduction :

Ce chapitre traite la modélisation d'un certain nombre de caractéristiques de matériaux polymères obtenues dans le cadre d'un travail de recherche réalisé au niveau du Laboratoire de Haute Tension [9]. Nous utilisons pour cela la méthode de régression aussi bien linéaire que non linéaire et par la suite, nous faisons une étude comparative entre ces deux méthodes

Dans la première partie, nous nous intéressons à l'évolution des propriétés des pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement pour différentes températures de vieillissement et en fonction de la température de vieillissement, avant et après le vieillissement.

Dans la deuxième partie, nous étudions l'évolution des propriétés mécaniques en fonction du temps de vieillissement.

Chaque modèle présenté est accompagné par une analyse statistique, pour montrer son niveau de signification.

IV.2 Facteur de pertes diélectriques  $\tan(\delta)$ :

Temps(h)	$\tan(\delta)$			
	température de vieillissement			
	80°C	100°C	120°C	140°C
0	7	8.5	20	15
500	7.50	20	10	5
1000	7.52	23.5	20	6
1500	23.52	8	220	10
2000	3	9		16
2500	2.5	4		
3000	6	8.5		
3500	7	2		
4000	4	1		
4500	2.5	4.5		
5000	1.5	1.5		

**Tableau IV.1** : Résultats obtenus pour les essais sur le facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement [9].

### IV.2.1 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en utilisant la méthode de régression non linéaire :

Le facteur de pertes diélectriques varie de manière non linéaire en fonction de temps, il peut être modélisé dans les deux cas de températures de vieillissement de 80°C et 100°C par les fonctions suivantes :

$$\tan\delta(t)_{80^\circ C} = a_1 \exp\left(-\left(\frac{t-b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{t-b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{t-b_3}{c_3}\right)^2\right) \quad (\text{IV.1})$$

$$\tan\delta(t)_{100^\circ C} = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \quad (\text{IV.2})$$

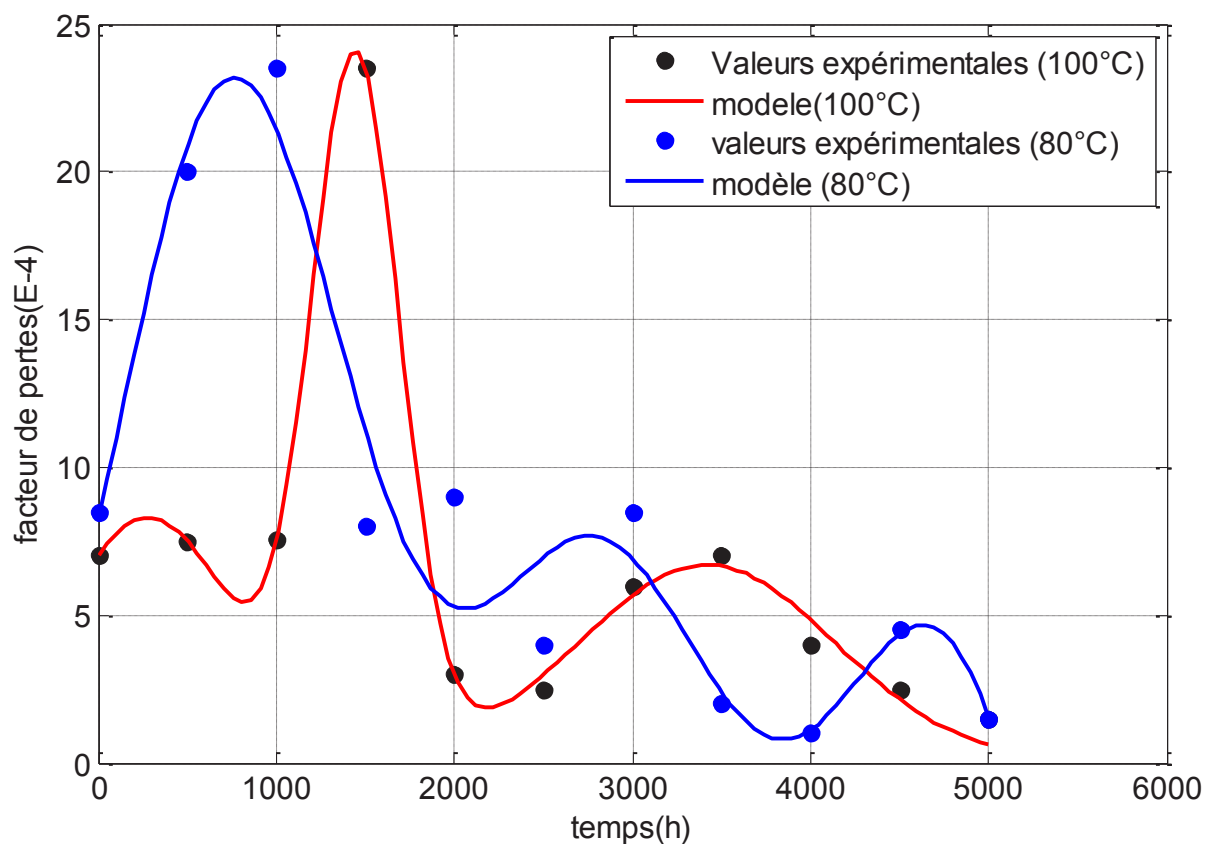
Les paramètres sont des constantes déterminées à partir d'un programme MATLAB®. La figure (IV.3) montre la courbe de tendance par rapport aux points expérimentaux qui sont proches à une erreur près. Les tableaux (IV.2.a, b) et (IV.3.a, b) nous montrent les valeurs des différentes constantes ainsi que l'intervalle de confiance pour chacune d'entre elles.

Les modèles (80°C) et (100°C) présentent les variations du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour différentes températures de vieillissement (80°C et 100°C). Les valeurs expérimentales présentent des variations non monotones en fonction du temps de vieillissement, avec parfois des pics qui sont dus à des mouvements (rotations, translations et vibrations) des segments plus ou moins longs des chaînes principales ou latérales.

Les tableaux (IV.2.a, b) et (IV.3.a, b) montrent les résultats statistiques des modèles ( $\tan(\delta)_{80^\circ C}$ ) et ( $\tan(\delta)_{100^\circ C}$ ). Les faibles valeurs de la probabilité  $P_{80^\circ C}(F_\alpha > F_{calculé}) = 0.0015 \ll \alpha = 0.05$  et  $P_{100^\circ C}(F_\alpha > F_{calculé}) = 0.0352 \ll \alpha = 0.05$  montrent que les modèles de régressions sont significatifs, cela est confirmé par les coefficients de déterminations qui sont très proches de 100%, ( $R_{80^\circ C}^2 = 99.44\%$  et  $R_{100^\circ C}^2 = 92.36\%$ ). Les coefficients des ( $R_{80^\circ C}^2(\text{ajusté}) = 97.18\%$  et  $R_{100^\circ C}^2(\text{ajusté}) = 97.18\%$ ) montrent que les modèles peuvent être utilisés pour prédire des valeurs du facteur de pertes diélectriques pour des temps de vieillissement autres que les valeurs expérimentales.

Les figures (IV.2, 3, 4 et 5) présentent les tests des hypothèses probabilistes que nous avons posées. Les figures (IV.3) et (IV.4) montrent, dans notre cas, que les résidus en fonction des valeurs ajustées, sont distribués aléatoirement au tour de l'axe des abscisses, et on voit bien que les résidus n'ont pas tendance à augmenter ou diminuer en fonction des valeurs ajustées, d'où nous pouvons dire que la variance des erreurs est constante.

Les figures (IV.2) et (IV.5) montrent le Q-Q plot ou test de normalité. D'après ces tracés, on voit bien que les points  $(e(i); e^*(i))$  forment une droite alignée sur la diagonale principale, donc les erreurs sont distribuées selon une loi Normale centrée et réduite.



**Figure IV.1:** Variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement.

**L'équation de la régression :**

$$\tan\delta(t) = a_1 \exp\left(-\left(\frac{t - b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{t - b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{t - b_3}{c_3}\right)^2\right)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a1	23.55	1.4479e+05	0.00016265	(-1.441e+05, 1.441e+05)	0.99988
b1	1445.8	3.3095e+06	0.00043687	(-3.307e+06, 3.31e+06)	0.99969
c1	353.68	1.9039e+06	0.00018576	(-1.9e+06, 1.9e+06)	0.99987
a2	8.3088	83593	9.9396e-05	(-8.406e+04, 8.407e+04)	0.99993
b2	280.43	2.4717e+06	0.00011346	(-2.463e+06, 2.463e+06)	0.99992
c2	677.31	2.5835e+07	2.6217e-05	(-2.579e+07, 2.579e+07)	0.99998
a3	6.7038	0.91056	7.3624	(3.098, 10.31)	0.017953
b3	3417.5	102.02	33.5	(2844, 3991)	0.000889
c3	1017.6	168.87	6.0262	(83.96, 1951)	0.026449
<b>RMSE=</b>	<b>1.086</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.44</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>97.18</b>

**Tableau IV.2.a** : Résultats statistiques du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	8	373.8563	46.7320	668.9800	0.0015
Résidus	3	2.0749	1.0374		
Totale	11	367.9443			

**Tableau IV.2.b** : analyse de la variance du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C.

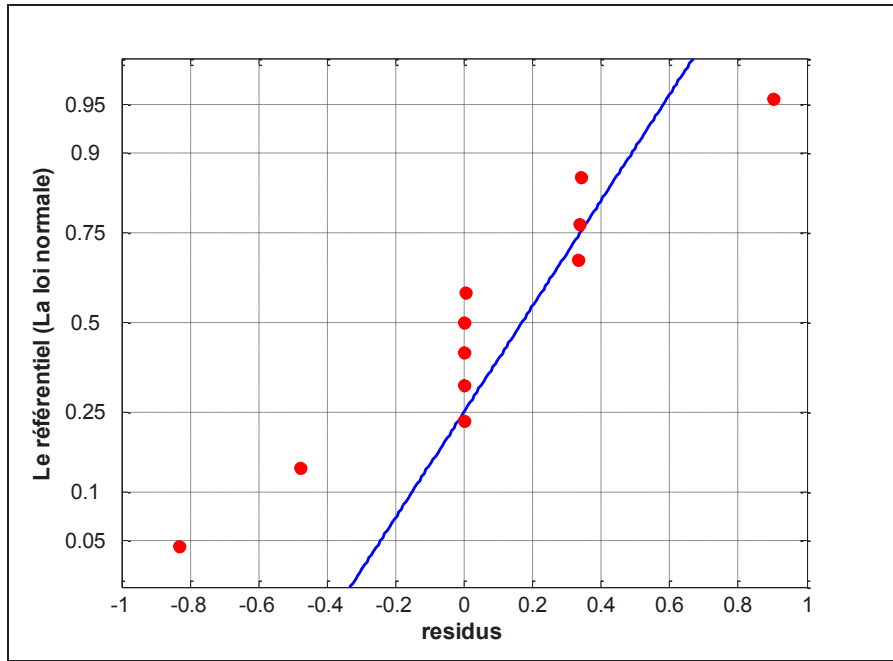


Figure IV.2: Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

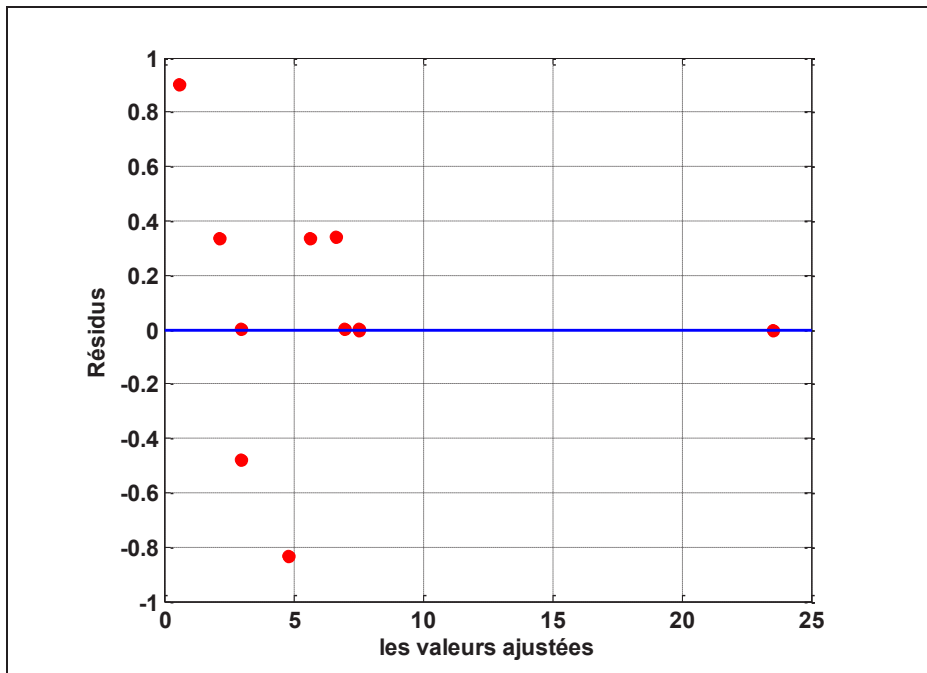


Figure IV.3 : Test de la variance des erreurs



L'équation de la régression :

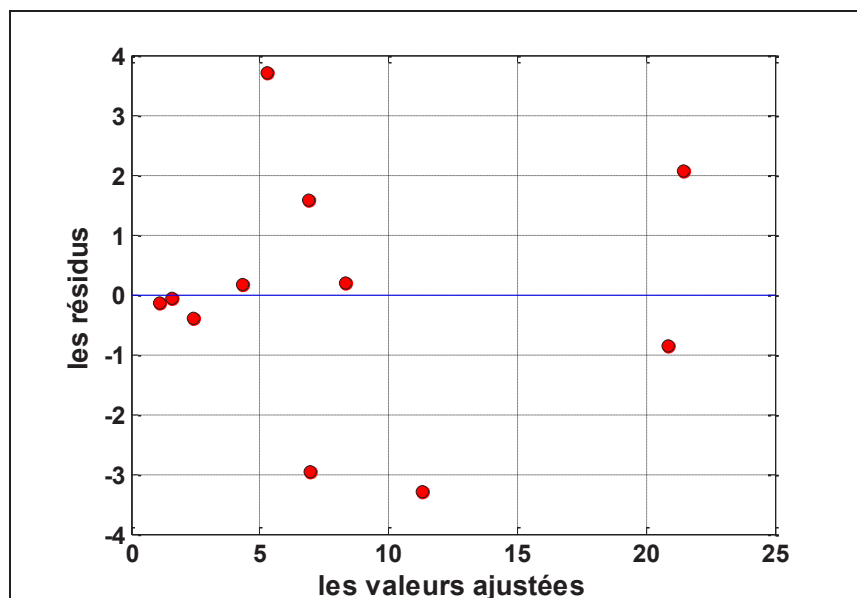
$$\tan\delta(t) = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a1	19.132	47.449	0.40322	(-1464, 1497)	0.7138
b1	0.00022834	0.00071444	0.3196	(-0.03238, 0.03291)	0.77023
c1	2.1414	3.0301	0.7067	(-134.7, 138.7)	0.53069
a2	126.38	1.6309	77.488	(-8.34e+04, 8.346e+04)	4.737e-06
b2	0.0025365	0.0004102	6.1837	(-0.2191, 0.2241)	0.008517
c2	-2.2519	1.1326	-1.9883	(-700.6, 696.5)	0.14092
a3	127.08	1.6195	78.467	(-8.35e+04, 8.356e+04)	4.5619e-06
b3	0.0025675	0.00040328	6.3665	(-0.1841, 0.1893)	0.0078431
c3	0.79136	1.1129	0.71111	(-597.9, 599.2)	0.52832
<b>RMSE=</b>	<b>3.69</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>92.36</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=74.8</b>	<b>94.18</b>

**Tableau IV.3.a :** Résultats statistiques du modèle du facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	5	499.7269	13.6413	2.7282	0.0352
Résidus	3	40.9241			
Totale	8	540.6818			

**Tableau IV.3.b :** analyse de la variance du modèle facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.



**Figure IV.4 :** Test de la variance des erreurs

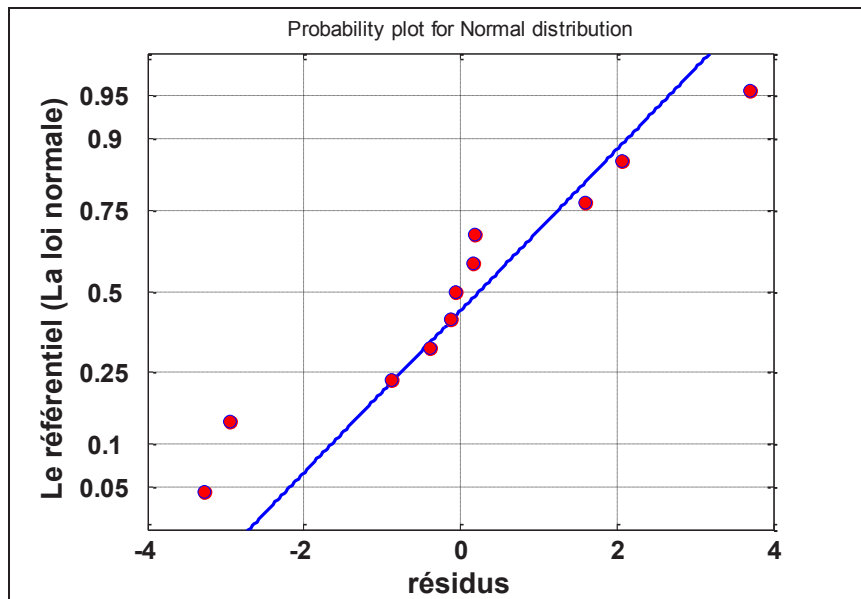


Figure IV.5 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

#### IV.2.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 120°C et 140°C en utilisant la méthode de régression linéaire :

Les figures (IV.6) et (IV.11), modèle linéaire, présentent les modèles du facteur de pertes diélectrique en fonction de temps de vieillissement. Le modèle est construit par la régression linéaire, en choisissant un polynôme d'ordre trois et la fonction mathématique écrite comme suite :

$$\tan\delta = p1. t^3 + p2. t^2 + p3. t + p4 \quad (\text{IV.3})$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par les tableaux (IV.3.a, b) et (IV.5.a, b), les valeurs des coefficients  $R^2$  et  $R^2(\text{ajusté})$  sont très proches ou égales à 100% et l'erreur tend relativement vers zéro, et les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.7, 8, 12 et 13). Cela montre que la fonction du modèle choisi est convenable.

#### IV.2.3 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 120°C et 140°C en utilisant la méthode de régression non linéaire :

Les figures (IV.6) et (IV.11) non linéaires, présentent la modélisation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement par la régression non linéaire. La fonction mathématique des deux modèles s'écrit comme suit :

$$\tan\delta(t) = a1. \exp(b1. t) + a2. \exp(b2. t) \quad (IV.4)$$

Les résultats statistiques sont présentés par les tableaux (IV.4.a, b) et (IV.6.a, b), les valeurs des coefficients pour les deux modèles non linéaire  $R^2$  sont pratiquement égales à 100% ,  $R^2(\text{ajusté})$  sont très proches de 100% , les erreurs tendent relativement vers zéro, et les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.9, 10, 14 et 15). Cela montre que la fonction des deux modèles choisie est convenable.

Dans ces résultats, la somme des carrés des erreurs pour le modèle non linéaire et pour le modèle linéaire dans le cas de la température de vieillissement de 120°C sont égales et les deux tendent vers zéro. Le degré de liberté de l'erreur dans le cas du modèle non linéaire est égal à zéro alors que dans le cas du modèle linéaire il vaut 1. Dans le cas de la température de vieillissement de 140°C, la somme des carrés des erreurs pour le modèle non linéaire est égale à  $SSE = 0.05$ , alors que pour le modèle linéaire  $SSE = 0.7$ . Cela signifie que l'ajustement par la régression non linéaire est meilleur dans ce cas.

Les figures (IV.6) et (IV.11) présentent les variations du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour deux températures de vieillissement (120°C et 140°C). Les facteurs de pertes diélectriques, après une diminution au début du vieillissement, ils augmentent rapidement et atteignent des valeurs élevées après des temps de vieillissement relativement courts. Cette croissance est due à l'effet de l'oxydation qui conduit à la formation des composés carbonyles, électriquement dissymétriques qui souvent jouent un rôle très important dans la perturbation des propriétés diélectriques (augmentation des pertes).

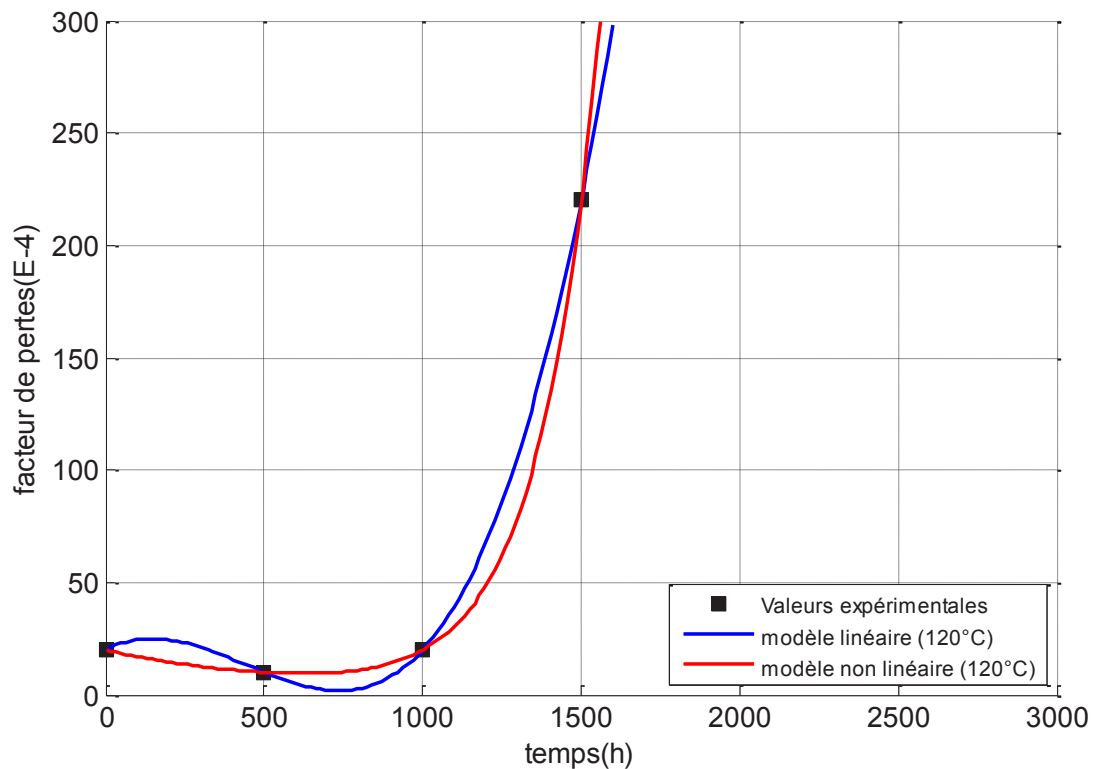


Figure IV.6 : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement dans le cas d’une température de vieillissement 120°C.

L'équation de la régression					
$\tan\delta = p1.t^3 + p2.t^2 + p3.t + p4$					
Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	2.2667e-07	3.7023e-21	6.1222e+13	(0, 0)	1.0398e-14
P2	-0.0003	8.2569e-18	3.6333e+13	(0, 0)	-1.7522e-14
P3	0.073333	4.2944e-15	1.7077e+13	(0, 0)	3.728e-14
P4	20	1.5747e-17	1.2701e+18	(0, 0)	5.0123e-19
<b>RMSE=</b>	<b>6.37e-13</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>100%</b>

Tableau IV.4.a : Résultats statistiques du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement dans le cas d’une température de vieillissement de 120°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	31075	10358.33	3.83e+28	3.61e-15
Résidus	1	4.0581e-25	4.0581e-25		
Totale	4	3105			

Tableau IV.4.b : analyse de la variance du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d’une température de vieillissement de 120°C.

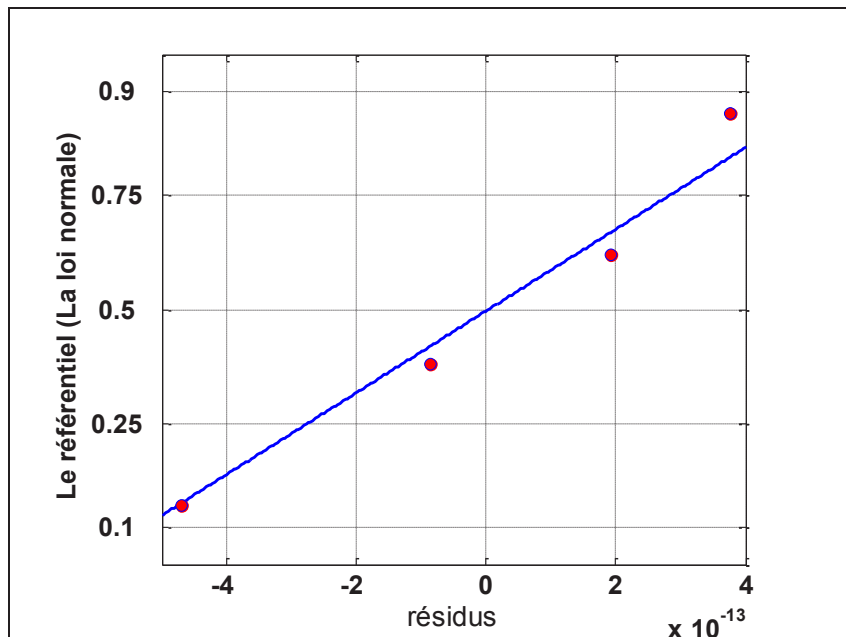


Figure IV.7 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

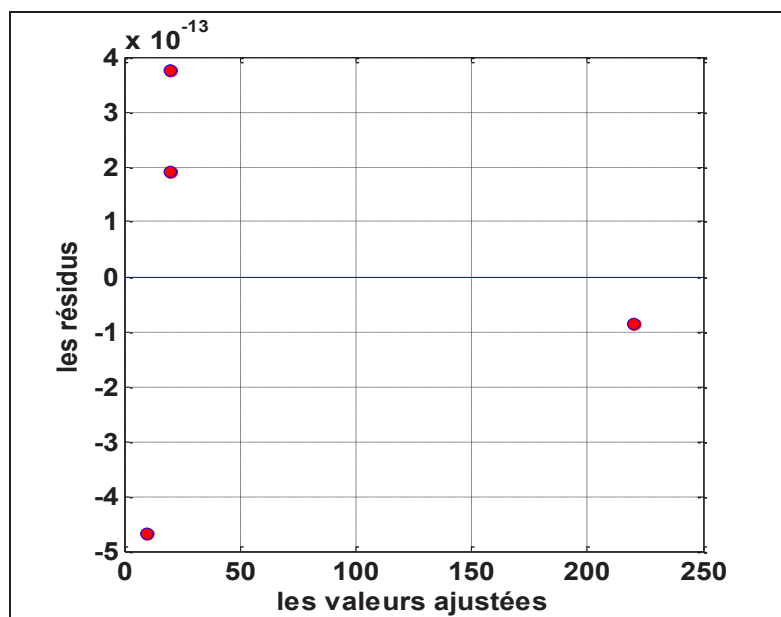


Figure IV.8 : Test de la variance des erreurs

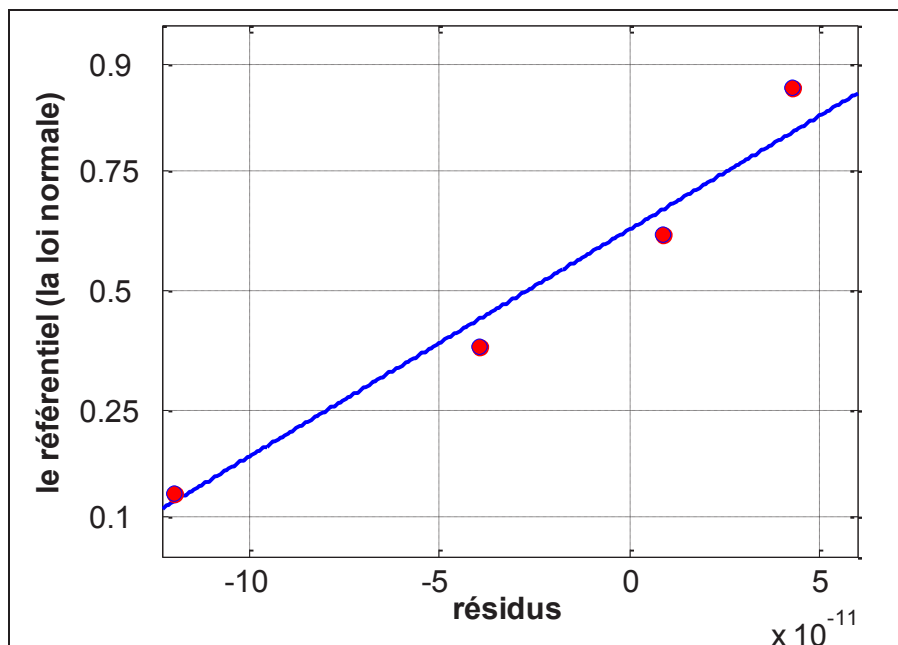
L'équation de la régression :  
 $\tan\delta(t) = a1.exp(b1.t) + a2.exp(b2.t)$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	19.912	Inf	0	(0, 0)	NaN
P2	-0.0016304	Inf	0	(0, 0)	NaN
P3	0.087593	Inf	0	(0, 0)	NaN
P4	0.0052139	Inf	0	(0, 0)	NaN
<b>RMSE=</b>	<b>0</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>100%</b>

**Tableau IV.5.a :** Résultats statistiques du modèle non linéaire facteur de perte diélectrique en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	4	31075	7768.75	0	NaN
Résidus	0	4.0581e-25	Inf		
Totale	4	3105			

**Tableau IV.5.b :** analyse de la variance du modèle non linéaire facteur de perte diélectrique en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.



**Figure IV.9 :** Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

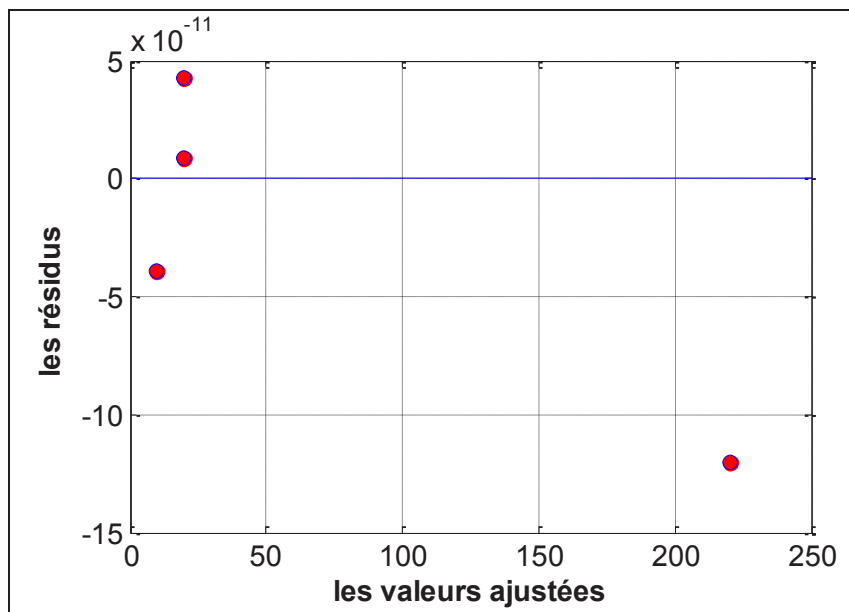


Figure IV.10 : Test de la variance des erreurs

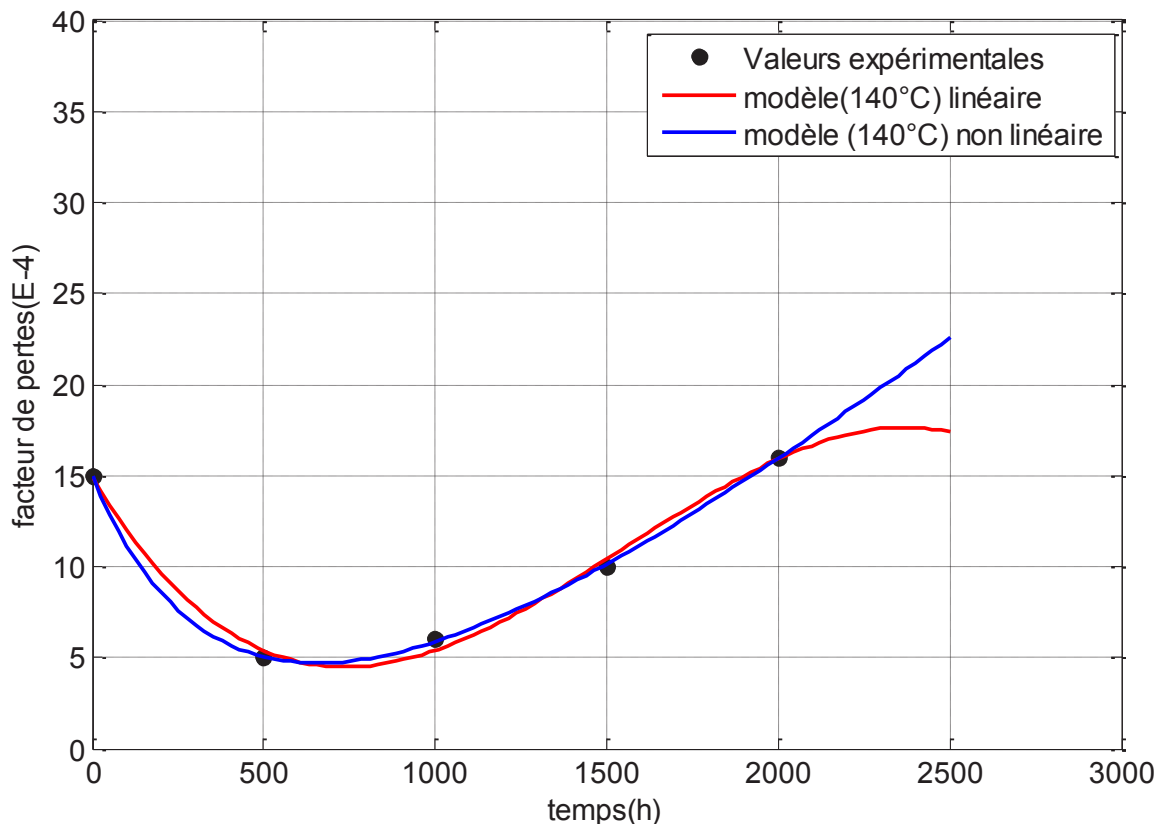


Figure IV.11 : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement 140°C.

L'équation de la régression :  

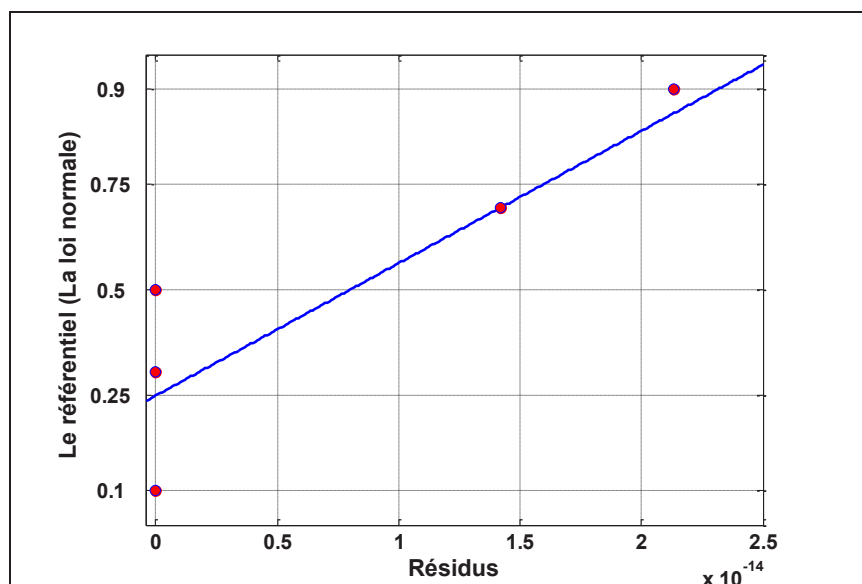
$$\tan\delta = p1.t^3 + p2.t^2 + p3.t + p4$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	-6e-09	1.1823e-09	-5.075	(-2.841e-08, 1.641e-08)	0.036702
P2	2.8e-05	3.4716e-06	8.0654	(-4.019e-05, 9.619e-05)	0.015027
P3	-0.0315	0.0024053	-13.096	(-0.0852, 0.0222)	0.00578
P4	14.9	7.2624e-06	2.0517e+06	(4.345, 25.45)	2.3757e-13
<b>RMSE=</b>	<b>0.592</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.3%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>98.6%</b>

**Tableau IV.6.a :** Résultats statistiques du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	100.5	33.5	144	0.00692
Résidus	2	0.7	0.35		
Totale	5	101.2			

**Tableau IV.6.b :** analyse de la variance du modèle linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.



**Figure IV.12 :** Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)



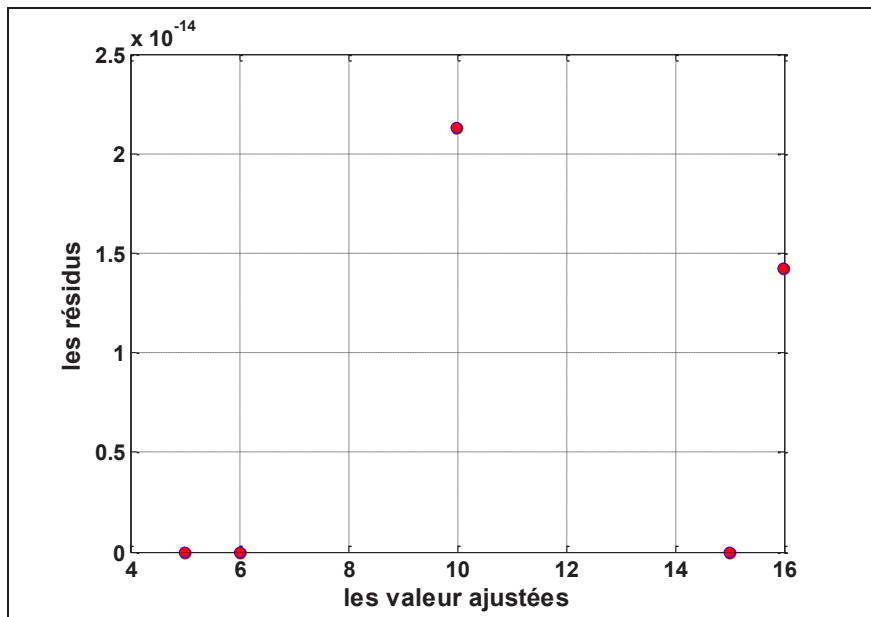


Figure IV.13: Test de la variance des erreurs

L'équation de la régression :  

$$\tan\delta(t) = a1. \exp(b1. t) + a2. \exp(b2. t)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	12.741	0.27667	46.051	(9.226, 16.26)	0.013822
P2	-0.0045885	0.00048019	-9.5556	(-0.01069, 0.001513)	0.066381
P3	2.2603	0.1632	13.849	(0.1866, 4.334)	0.045887
P4	0.00097993	3.9309e-05	24.929	(0.0004805, 0.001479)	0.025524
<b>RMSE=</b>	<b>0.225</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.8%</b>

Tableau IV.7.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire de facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	4	100.8439	25.2105	3.18e+03	0.0133
Résidus	1	0.0505	0.0505		
Totale	5	101.2			

Tableau IV.7.b : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

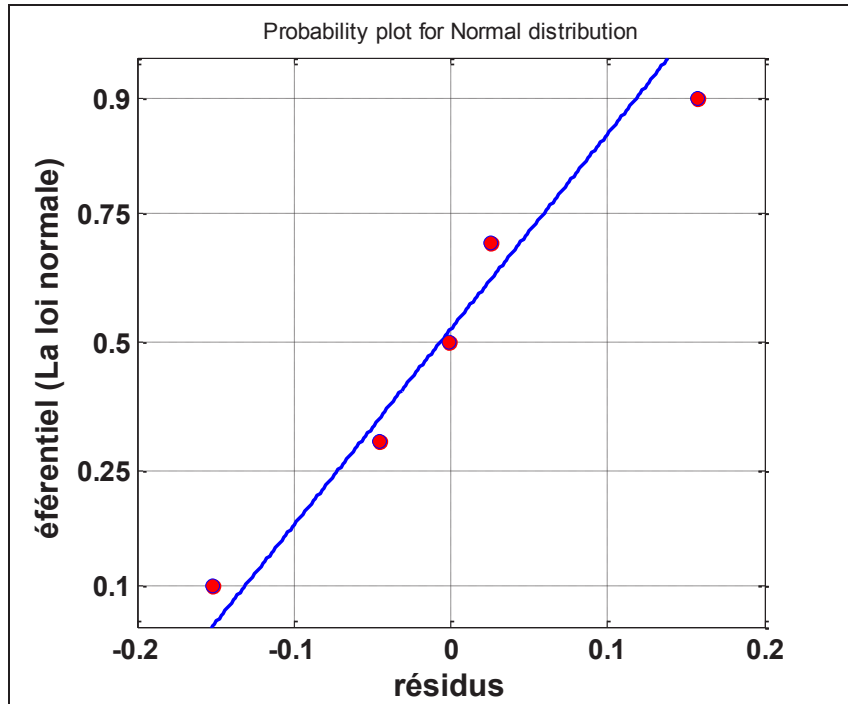


Figure IV.14 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

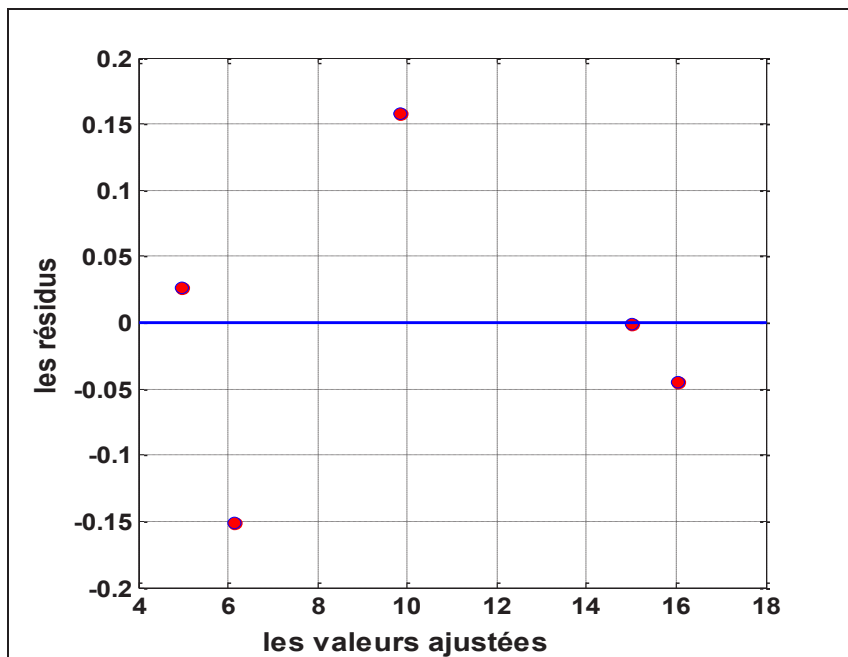


Figure IV.15 : Test de la variance des erreurs

IV.3 Permittivité relative ( $\epsilon_r$ ) :

Temps(h)	$\epsilon_r$			
	température de vieillissement			
	80°C	100°C	120°C	140°C
0	2.125	2	1.85	1.79
500	2.126	2.0625	1.84	1.78
1000	2.126	2.0635	1.85	1.79
1500	2.127	2.0625	1.80	2.3
2000	2.124	2.0635	1.90	
2500	2.125	2.0625		
3000	2.124	2.0615		
3500	2.125	2.0625		
4000	2.125	2.0625		
4500	2.127	2.0625		
5000	2.126	2.0625		

**Tableau IV.8** Résultats obtenus pour la permittivité relative en fonction de temps [9].

#### IV.3.1 Modèles de la permittivité relative pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en fonction du temps de vieillissement par la méthode de la régression linéaire:

Les modèles présentent les variations de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissement 80°C et 100°C. D'après ces résultats, nous remarquons que la constante diélectrique reste pratiquement constante en fonction de temps de vieillissement figure (IV.16).

Les résultats statistiques des modèles sont présentés sur les tableaux (IV.8.a) et (IV.8.b). D'après ces résultats, nous remarquons que les valeurs des coefficients proches de zéro, valent  $R^2 = 0.0033$  et  $R^2 = 0.241$ . Cela montre que la permittivité relative ne dépend pas de temps de vieillissement dans ce cas.

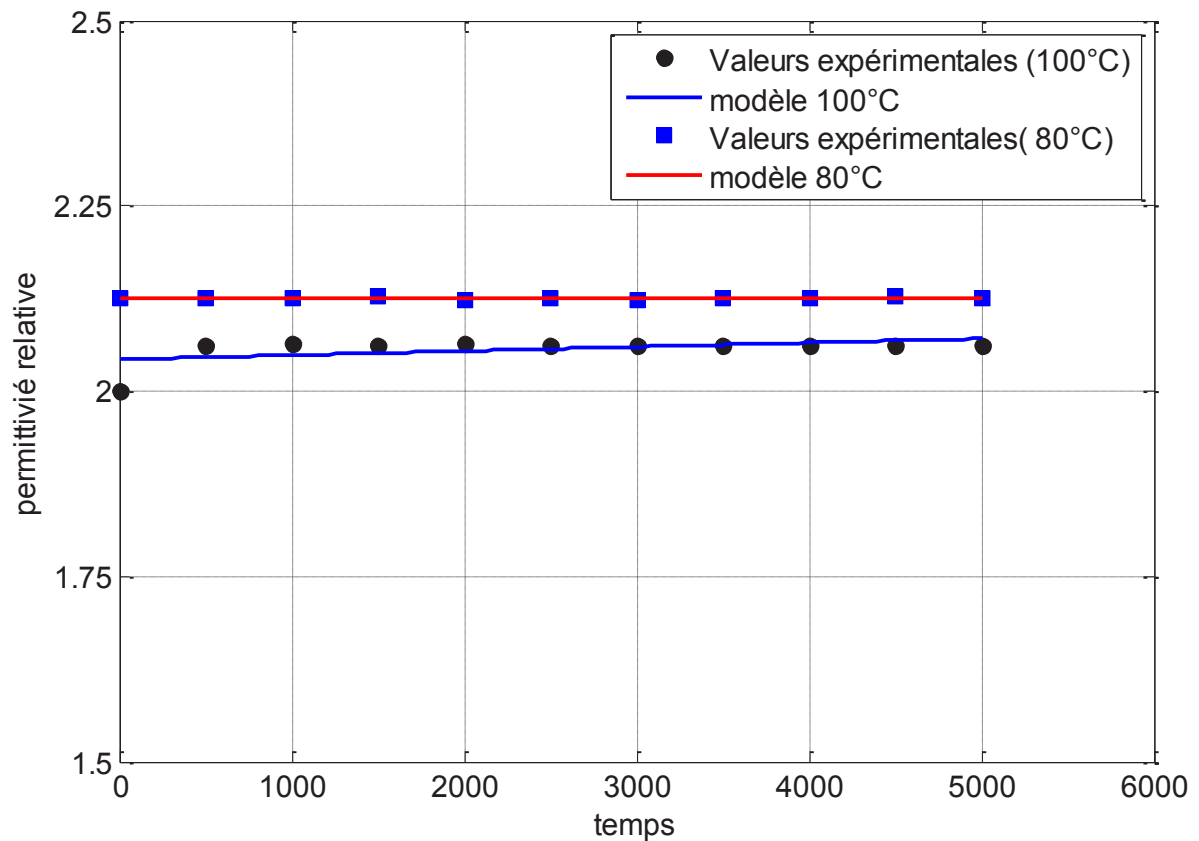


Figure IV.16 : Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissement 80°C et 100°C

L'équation de la régression :

$$\epsilon_r(t)_{80^\circ C} = a + b.t$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a	3.6364e-08	2.0784e-07	0.17496	(0, 0)	0.86498
b	2.1254	0.00061479	3457.1		7.2191e-29
<b>RMSE=</b>	<b>0.00109</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>0.339%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>10.7%</b>

Tableau IV.9.a : Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C.

L'équation de la régression :

$$\epsilon_r(t)_{100^\circ C} = a + b.t$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a	5.5909e-06	3.3064e-06	1.6909	(0, 0)	0.12511
b	2.0429	0.0097806	208.88	(2.021, 2.065)	6.7221e-18
<b>RMSE=</b>	<b>0.0173</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>24.1%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>15.7%</b>

Tableau IV.9.b : analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.

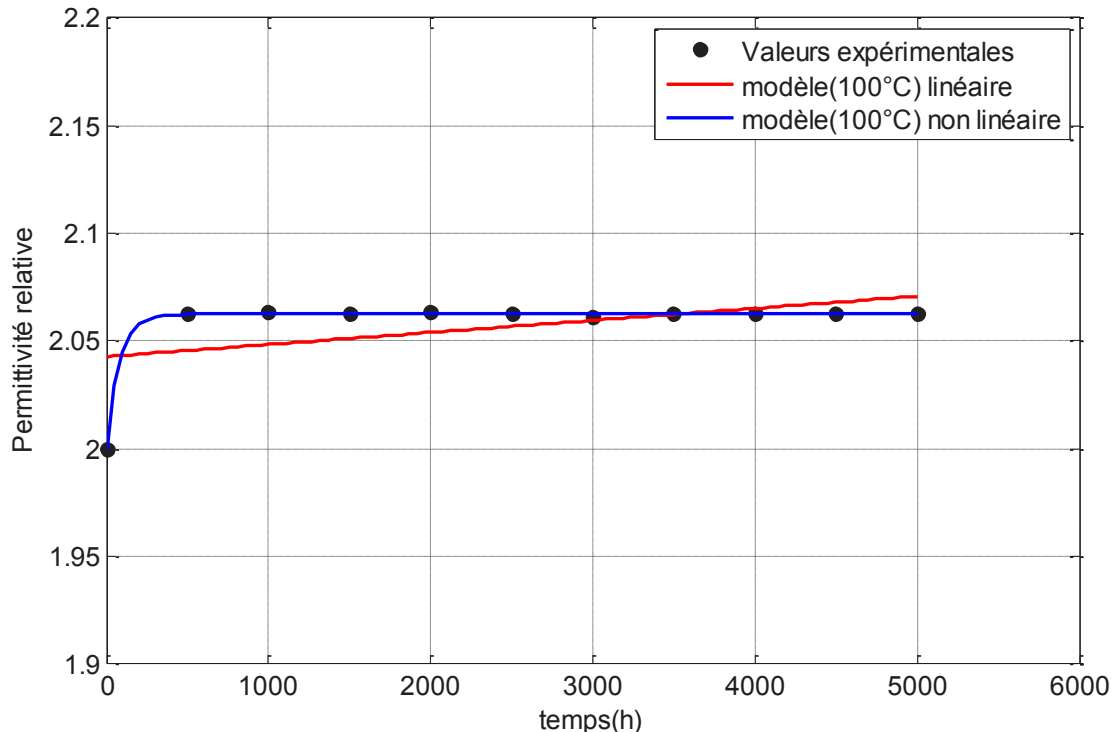
**IV.3.2 Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 100°C par la méthode de la régression non linéaire:**

La figure (IV.17) présente la variation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 100°C. La fonction mathématique du modèle s'écrit comme suit:

$$\varepsilon_r(t) = a. \exp(b. t) + c \quad (IV.5)$$

Les résultats statistiques sont présentés par les tableaux (IV.9.a, b) et (IV.10.a, b). La valeur du coefficient pour le modèle non linéaire  $R^2$  et  $R^2(\text{ajusté})$  sont très proches de 100% ( $R^2 = 99.92\%$  et  $R^2(\text{ajusté}) = 99.9\%$ ), et l'erreur tend relativement vers zéro. Les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.18) et (IV.19). Cela montre que la fonction des deux modèles choisie est convenable pour expliquer la variation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement.

Nous remarquons que la somme des carrés des erreurs pour ce modèle vaut  $SSE = 2.8892.10^{-6}$ , alors que pour le modèle linéaire  $SSE = 0.00270$ , cela signifie que l'ajustement par la régression non linéaire est meilleur dans ce cas.



**Figure IV.17 :** Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement de 100°C.

L'équation de la régression :  
 $\epsilon_r(t) = a \cdot \exp(b \cdot t) + c$

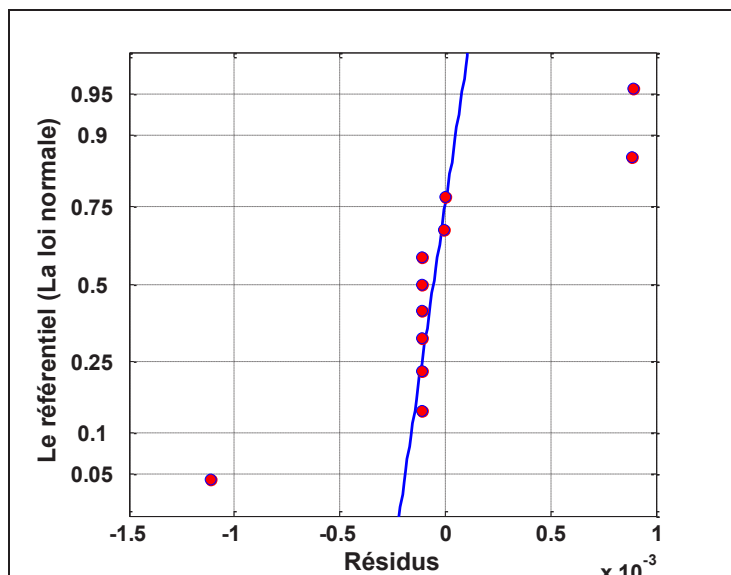
Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a	-0.062611	0.00063349	-98.834	(0,0)	1.2265e-13
b	0.01273	0.011763	1.0822	(0,0)	0.31071
c	2.0626	0.0002004	10293	(2.062,2.063)	8.8922e-30
<b>RMSE=</b>	<b>0.000601</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.92%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.9%</b>

**Tableau IV.10.a :** Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.

Analyse de la variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	2	0.0036	0.0018	4.93e+03	4.31e-13
Résidus	8	2.8892e-06	3.6115e-07		
Totale	10	0.0036			

**Tableau IV.10.b :** analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.



**Figure IV.18 :** Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

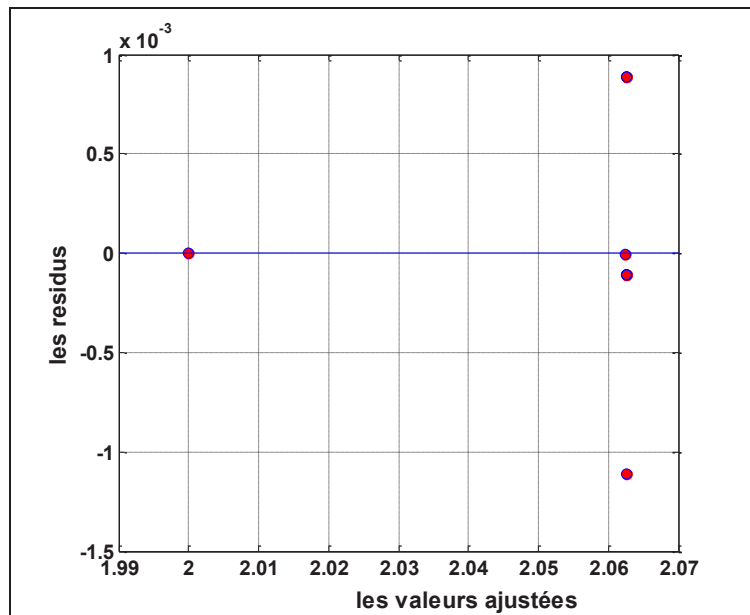


Figure IV.19 : Test de la variance des erreurs.

### IV.3.3 Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 120°C par la méthode de régression linéaire:

La figure (IV.20), présente la variation de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement. Le modèle est construit par la régression linéaire, en choisissant un polynôme d'ordre quatre et la fonction mathématique écrite comme suit :

$$\varepsilon_r(t) = p1. t^4 + p2. t^3 + p3. t^2 + p4. t + p5 \quad (IV.6)$$

Les résultats statistiques du modèle et donnée par les tableaux (IV.10.a, b), les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.21) et (IV.22).

D'après nos résultats de ce modèle, nous remarquons que la constante diélectrique reste constante en fonction du temps de vieillissement pendant 2000h de vieillissement, après quoi on note une légère augmentation.

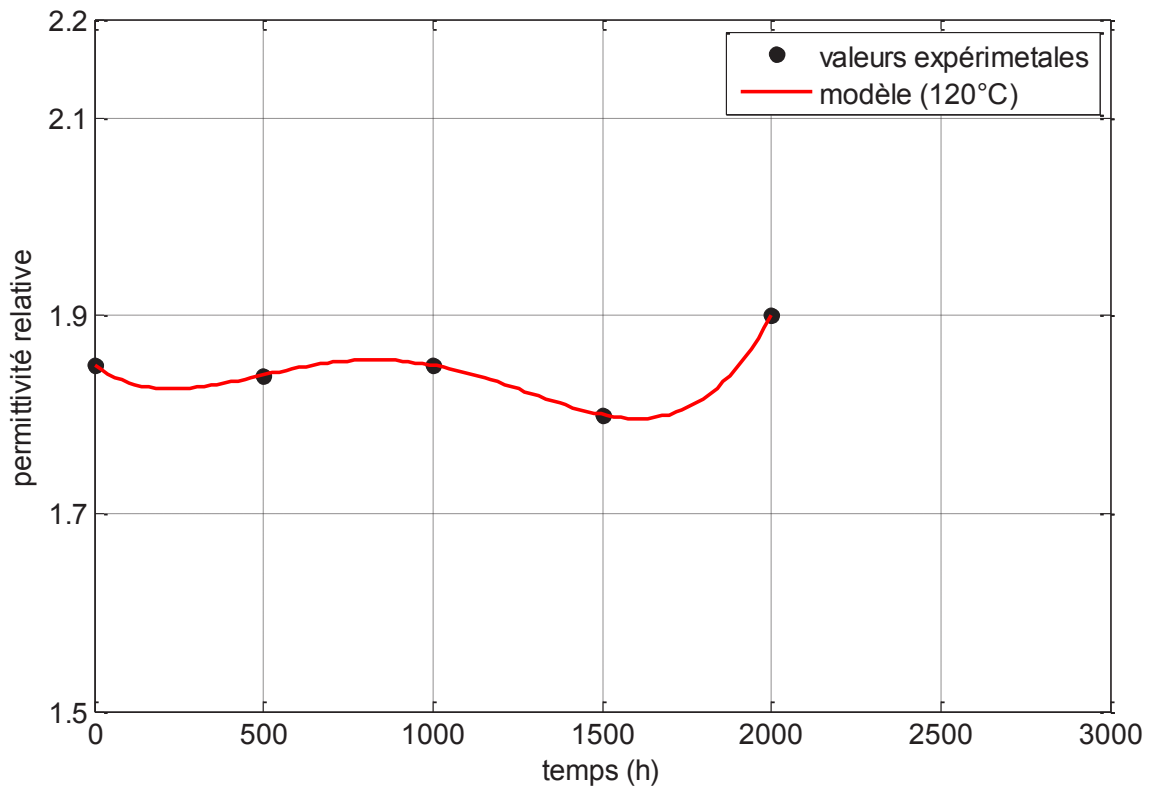


Figure IV.20 : Modèle de la permittivité relative en fonction de temps de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C

L'équation de la régression :

$$\epsilon_r(t) = p1.t^4 + p2.t^3 + p3.t^2 + p4.t + p5$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	1.9333e-13	1.479e-23	1.3072e+10	(0, 0)	9.8736e-31
P2	-6.8667e-10	2.8446e-20	-2.4139e+10	(0, 0)	1.5678e-31
P3	7.3167e-07	3.6131e-23	2.025e+16	(0, 0)	2.6556e-49
P4	-0.00023833	3.5985e-26	-6.6231e+21	(0, 0)	7.5907e-66
P5	1.85	3.3994e-29	<b>5.4421e+28</b>	(0, 0)	<b>1.3682e-86</b>
<b>RMSE=</b>	<b>2.68e-11</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>100%</b>

Tableau IV.11.a : Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	4	0.0051	0.001275	7.05e+18	1.18e-28
Résidus	3	2.1604e-21	7.2012e-22		
Totale	10	0.0051			

Tableau IV.11.b : analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 120°C.



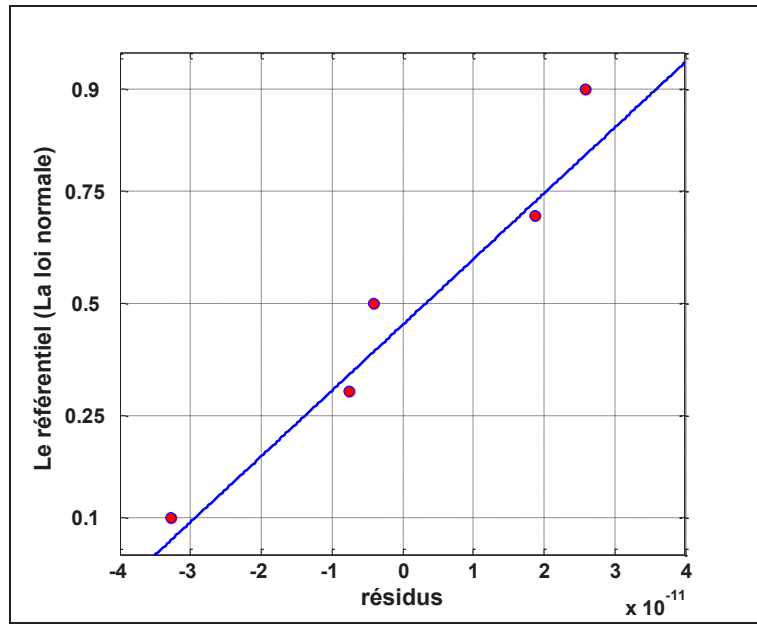


Figure IV.21 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

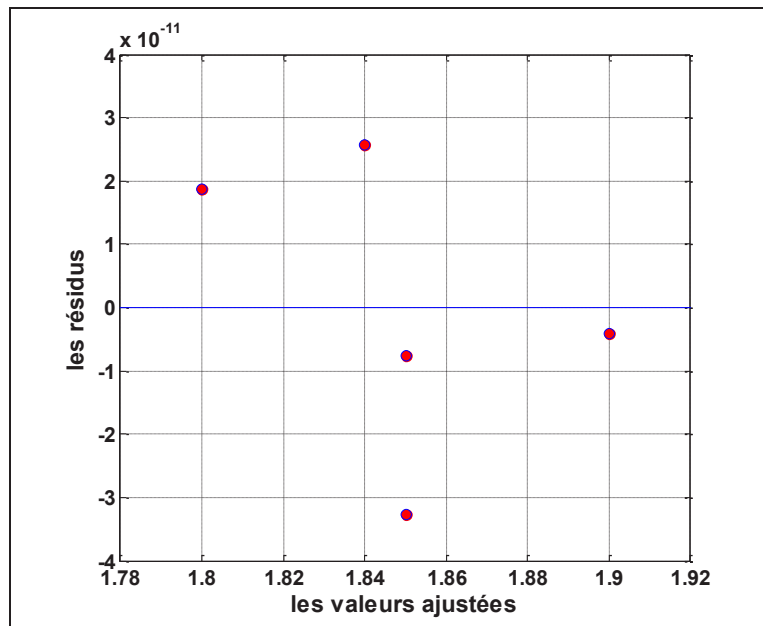


Figure IV.22 : Test de la variance des erreurs

#### IV.3.4 Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement par la méthode de la régression linéaire et non linéaire dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C :

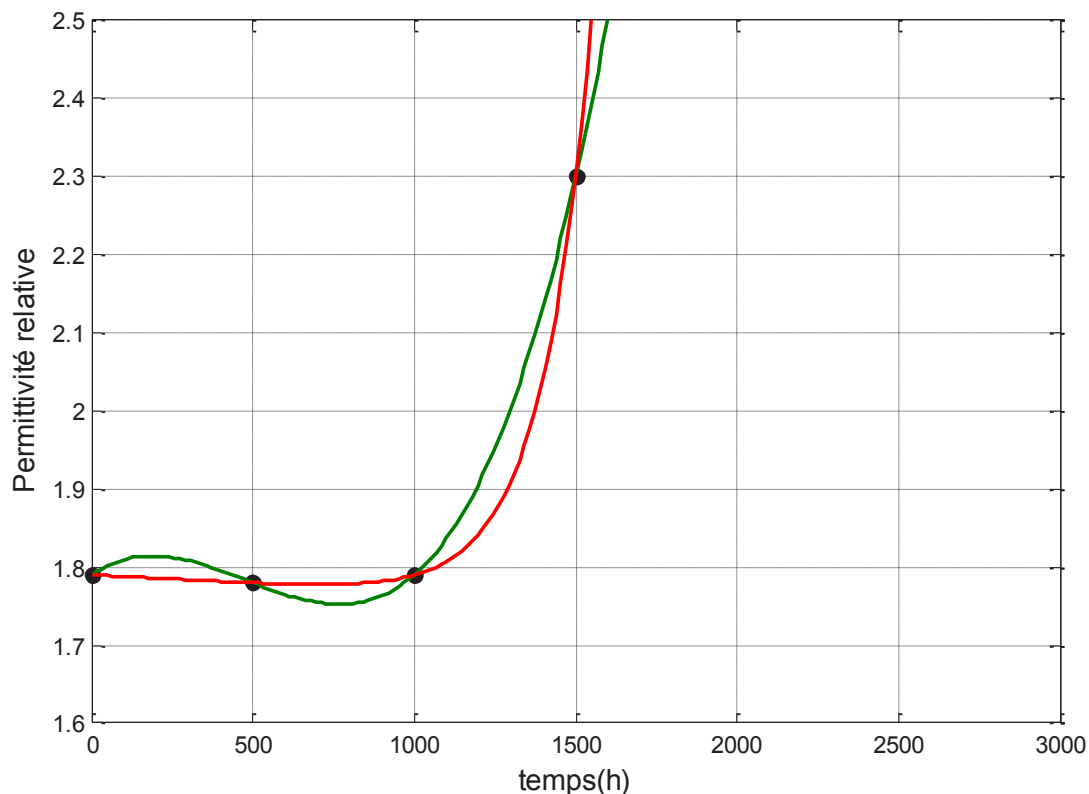
La figure (IV.23) présente la variation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement pour la température de vieillissement de 140°C par deux modèles de régression linéaire et non linéaire. Les fonctions mathématiques des deux modèles s'écrivent comme suit:

$$\varepsilon_r(t) = p1.t^3 + p2.t^2 + p3.t + p4 \quad (IV.7)$$

$$\varepsilon_r(t) = a1.exp(b1.t) + a2.exp(b2.t) \quad (IV.8)$$

Les résultats statistiques montrent que l'ajustement par la régression non linéaire est meilleur comme pour le cas du facteur de pertes diélectriques.

D'après la figure (IV.23) nous remarquons que la constante diélectrique reste pratiquement constante en fonction du temps de vieillissement pendant les premières 1000h pour noter après une augmentation pendant 1500h.



**Figure IV.23 :** Modèle de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

L'équation de la régression :

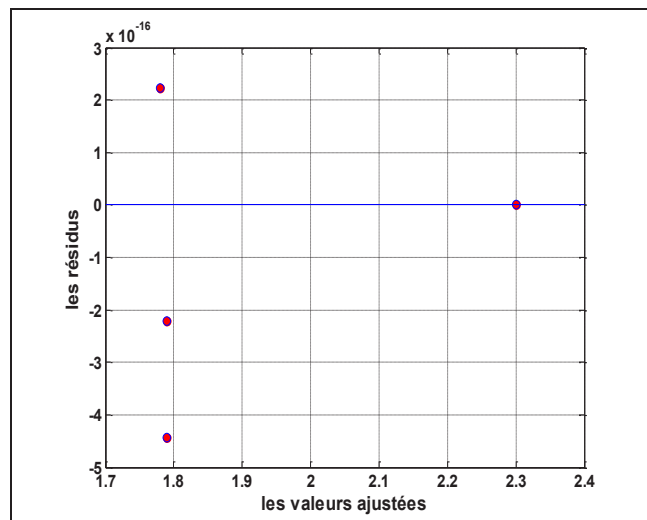
$$\varepsilon_r(t) = p1.t^3 + p2.t^2 + p3.t + p4$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	6.4e-10	3.161e-24	2.0247e+14	(0,0)	3.1443e-15
P2	-9.2e-07	7.0496e-21	-1.305e+14	(0,0)	4.8782e-15
P3	0.00028	3.6665e-18	7.6367e+13	(0,0)	8.3363e-15
P4	1.79	1.3444e-20	1.3314e+20	(0,0)	4.7816e-21
<b>RMSE=</b>	<b>5.44e-16</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>100%</b>

**Tableau IV.12.a :** Résultats statistiques du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	0.1977	0.0659	3.34e+29	1.22e-15
Résidus	1	2.9582e-31	7.2012e-22		
Totale	4	0.1977			

**Tableau IV.12.b :** analyse de la variance du modèle linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.



**Figure IV24 :** Test de la variance des erreurs.

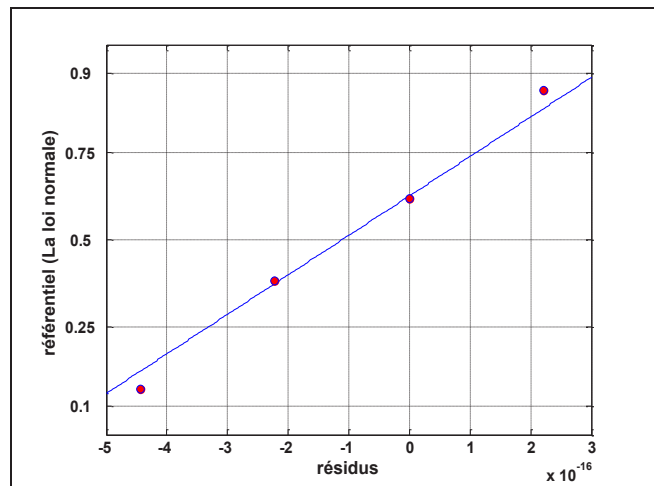


Figure IV.25 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

L'équation de la régression :

$$\epsilon_r(t) = a1. \exp(b1. t) + a2. \exp(b2. t)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a1	1.79	0	0	(0, 0)	0
b1	-1.2135e-05	0	0	(0, 0)	0
a2	3.4382e-05	0	0	(0, 0)	0
b2	0.006444	0	0	(0, 0)	0
<b>RMSE=</b>	<b>0</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>100%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>100%</b>

Tableau IV.13.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	0.1977	0.0659	0	0
Résidus	0	0			
Totale	4	0.1977			

Tableau IV.13.a : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 140°C.

## IV.4 Facteur de pertes diélectrique en fonction de la température :

Température °C	Tg (10 <sup>-4</sup> )				
	Avant vieillessement	Après 5000h à 80°C	Après 5000h à 100°C	Après 2000h à 120°C	Après 1500h à 140°C
20	20.80	22.62	25.9	30.5	100
30	7.87	2.25	0.55	39.34	94.05
40	7.91	2.23	0.55	44.59	39.05
50	8.00	1.22	0.44	22.86	19.50
60	6.76	3.29	0.43	17.39	18.02
70	6.85	0.45	0.32	11.73	14.66
80	6.98	0.22	0.1	11.87	13.71
90	7.14	0.05	0.05	12.08	20.28
100	8.88	0.51	0.5	15.58	28.81
110	12.62	0.96	0.95	16.45	41.48
120	12.78	0.94	0.94	20.07	62.82
130	16.18	1.86	0.46	22.97	89.34
140	19.67	1.38	0.92	27.30	216.03
150	20.11	5.45	0.91	31.03	164.41

**Tableau IV.14** : Résultats obtenus lors de l'essai du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température [9].

#### IV.4.1 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement :

La figure (IV.26) illustre les variations du facteur de pertes diélectriques  $\tan\delta$  en fonction de la température avant vieillissement par la méthode de la régression non linéaire. La fonction mathématique des deux modèles s'écrit comme suit:

$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T) \quad (IV.9)$$

Les résultats statistiques sont présentés par les tableaux (IV.12.a) et (IV.12, b), la valeur des coefficients pour le modèle non linéaire  $R^2$  et  $R^2$  (ajusté) sont très proches de 100% ( $R^2 = 99.81\%$  et  $R^2(\text{ajusté}) = 98.76\%$ ), et l'erreur tend relativement vers zéro. Les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.27) et (IV.28). Cela montre que la fonction des deux modèles choisie est convenable pour expliquer la variation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement.

D'après ces résultats, nous remarquons que  $\tan\delta$  (facteur de pertes diélectriques) diminue jusqu'à atteindre un minimum, puis augmente en fonction de la température d'essai. Il présente deux pics de relaxation aux basses et aux hautes températures. Ces pics représentent le processus de relaxation du polyéthylène. Les pertes commencent à augmenter rapidement. Cette croissance est attribuée, d'une part à l'augmentation des pertes ioniques dues à la croissance de la mobilité des porteurs de charges, et d'autre part aux pertes dues à l'oxydation et la relaxation des dipôles dans les zones cristallines.

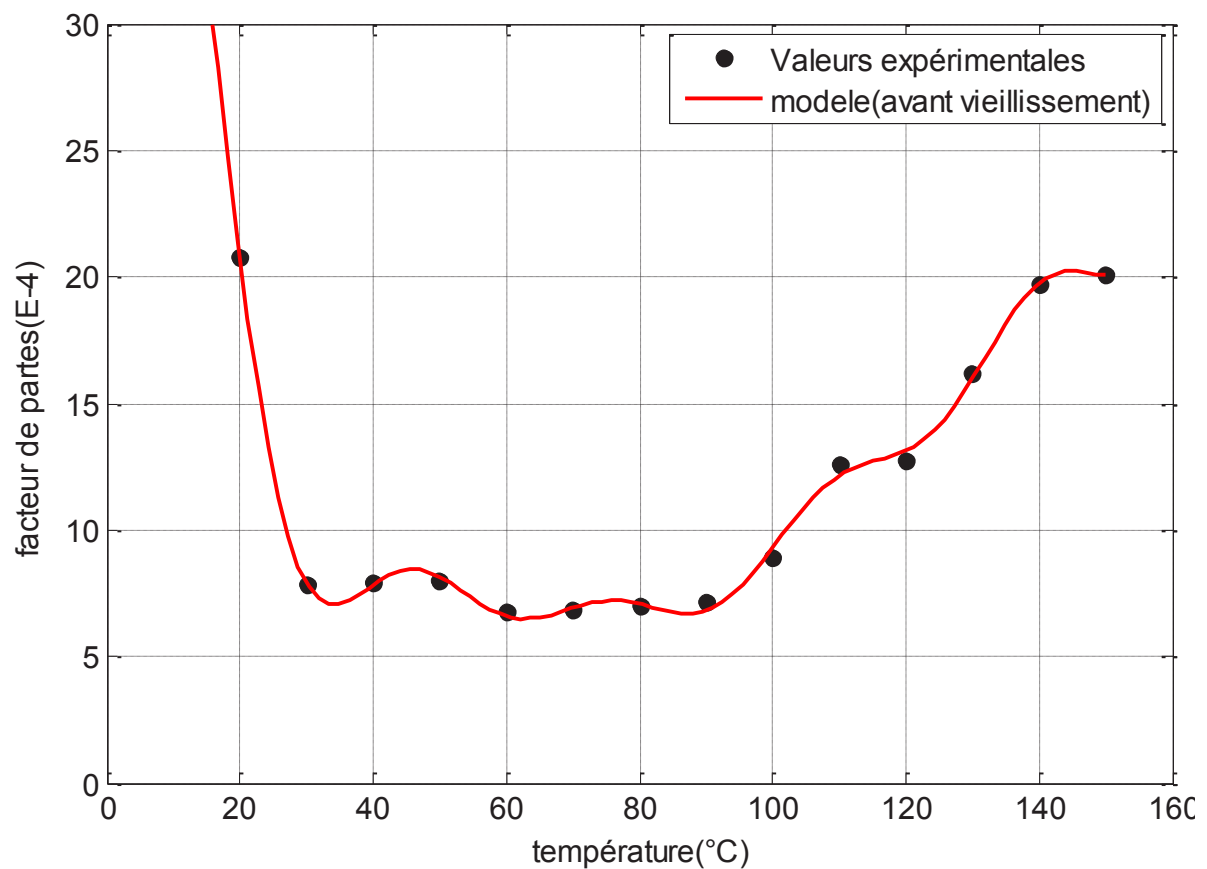


Figure IV.26 : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température avant vieillissement.

L'équation de la régression :

$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a0	17.817	5.5116	3.2326	(-5.893, 41.53)	0.083835
a1	14.726	8.3256	1.7688	(-55.26, 24.8)	0.21896
b1	-4.3497	3.5015	-1.2422	(-7.847, 11.8)	0.34006
a2	8.2187	7.1302	1.1527	(-19.07, 34.66)	0.36822
b2	0.046208	2.8731	0.016083	(-14.89, 20.08)	0.98863
a3	6.1938	5.8329	1.0619	(-19.97, 10.19)	0.39957
b3	1.3635	3.48	0.39182	(-20.76, 12.68)	0.733
a4	3.5364	4.2625	0.82966	(-4.9, 8.609)	0.49399
b4	1.691	2.9579	0.57168	(-6.69, 13.6)	0.62522
a5	1.8528	2.005	0.92406	(-3.441, 2.26)	0.45301
b5	1.0045	2.5631	0.39191	(-4.577, 0.531)	0.73294
$\omega$	0.035101	0.0034457	10.187	(0.8482, 2.089)	0.0094993
<b>RMSE=</b>	<b>0.728</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.81%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>98.76%</b>

**Tableau IV.15.a :** Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement).

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	12	379.976	31.664	94.9	0.0105
Résidus	2	0.7281	0.3641		
Totale	14	380.7041			

**Tableau IV.15.b :** analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement).

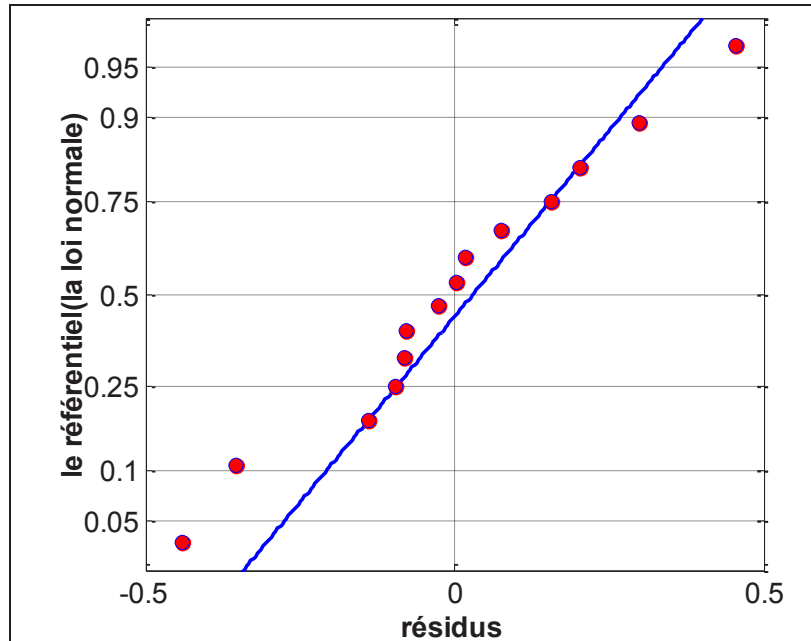


Figure IV.27 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

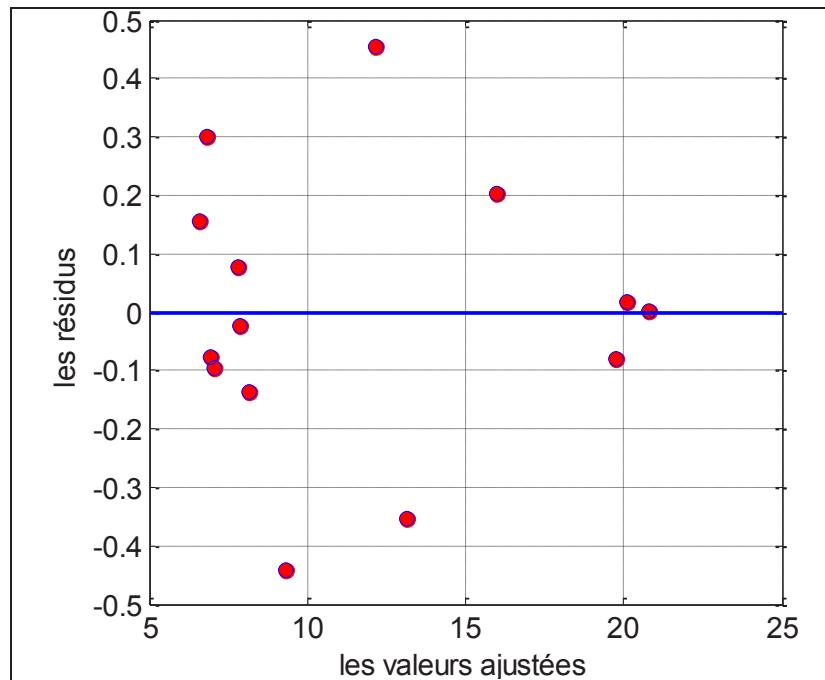


Figure IV.28 : Test de la variance des erreurs.



---

**IV.4.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température par la méthode de la régression linéaire pour la température de vieillissement de 80°C et par la méthode de la régression non linéaire pour la température de vieillissement de 100°C:**

La figure (IV.29), présente le modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement. Le modèle est construit dans le cas de la régression linéaire, en choisissant un polynôme d'ordre six et la fonction mathématique s'écrit alors comme suit:

$$\tan\delta(T)_{80^{\circ}\text{C}} = p1.T^6 + p2.T^5 + p3.T^4 + p4.T^3 + p5.T^2 + p6.T + p7 \quad (\text{IV.10})$$

La figure (IV.32) illustre les variations du facteur de pertes diélectriques  $\tan\delta$  en fonction de la température de vieillissement par la régression non linéaire. La fonction mathématique des deux modèles s'écrit comme suit :

$$\tan\delta(T)_{100^{\circ}\text{C}} = a1.\exp(b1.T) + a2.\exp(b2.T) \quad (\text{IV.11})$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par le tableau (IV.13, 14, a, b), les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.30, 31, 33 et 34).

Après 5000h de vieillissement thermique à 80°C et 100°C, nous remarquons que le facteur de pertes diélectriques suit la même allure de variation qu'avant vieillissement mais avec des valeurs inférieures, ce qui veut dire que du point de vue pertes diélectriques, nous avons une amélioration de la qualité de l'isolant. Cette amélioration est due à une augmentation du taux de cristallinité.

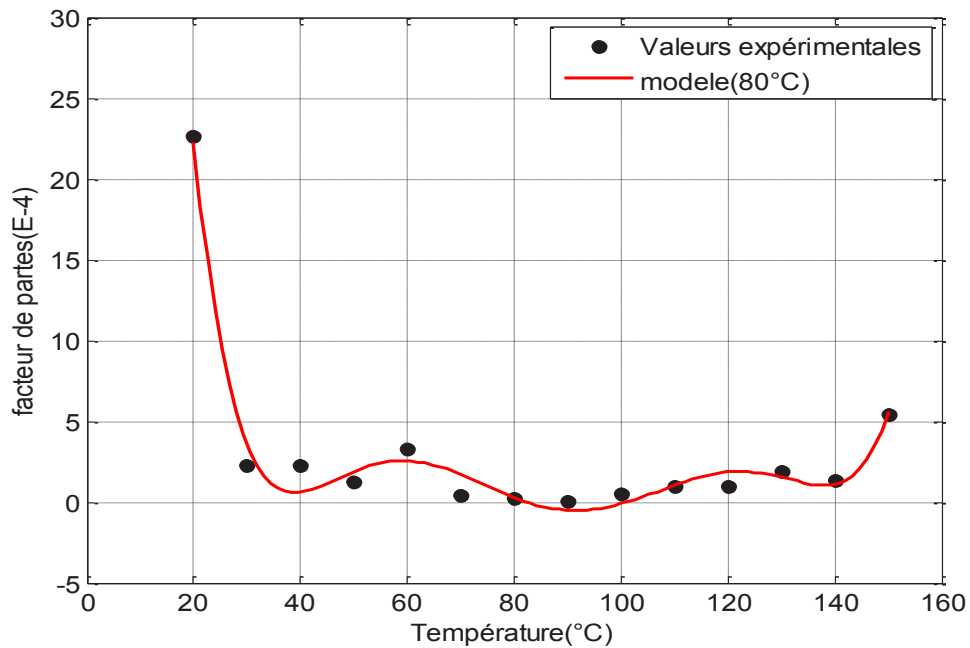


Figure IV.29 : Modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 80°C.

L'équation de la régression :

$$\tan\delta(T)_{80^\circ C} = p1.T^6 + p2.T^5 + p3.T^4 + p4.T^3 + p5.T^2 + p6.T + p7$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	8.6206e-10	4.1109e-12	209.7	(4.626e-10, 1.262e-09)	3.6379e-21
P2	-4.6522e-07	1.058e-09	-439.73	(-6.694e-07, -2.611e-07)	1.0564e-24
P3	0.00010014	6.7428e-08	1485.1	(5.901e-05, 0.0001413)	1.6211e-30
P4	-0.010925	1.8152e-09	-6.0189e+06	(-0.01506, -0.006788)	3.3446e-70
P5	0.63267	3.3831e-11	1.8701e+10	(0.4162, 0.8492)	1.283e-108
P6	-18.336	5.5149e-13	-3.324e+13	(-23.83, -12.84)	2.288e-144
P7	208.77	8.625e-15	2.4205e+16	(156.9, 260.6)	7.51e-176
<b>RMSE=</b>	<b>0.888</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>98%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>97.6%</b>

Tableau IV.16.a : Résultats statistiques du modèle linéaire de facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 80°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	427.9816	142.66	271	4.4e-10
Résidus	11	8.6898	0.79		
Totale	14	436.6714			

Tableau IV.16.b : analyse de la variance du modèle linéaire facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 80°C.

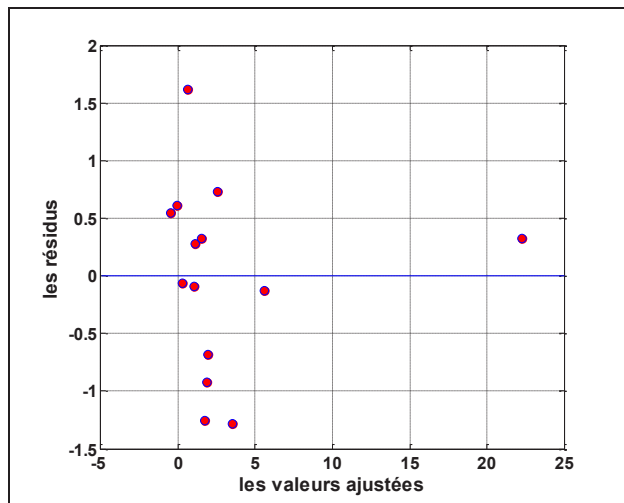


Figure IV.30 : Test de la variance des erreurs.

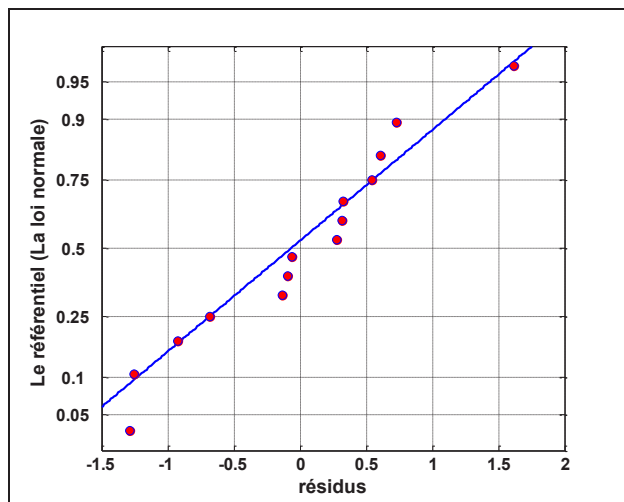


Figure IV.31 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

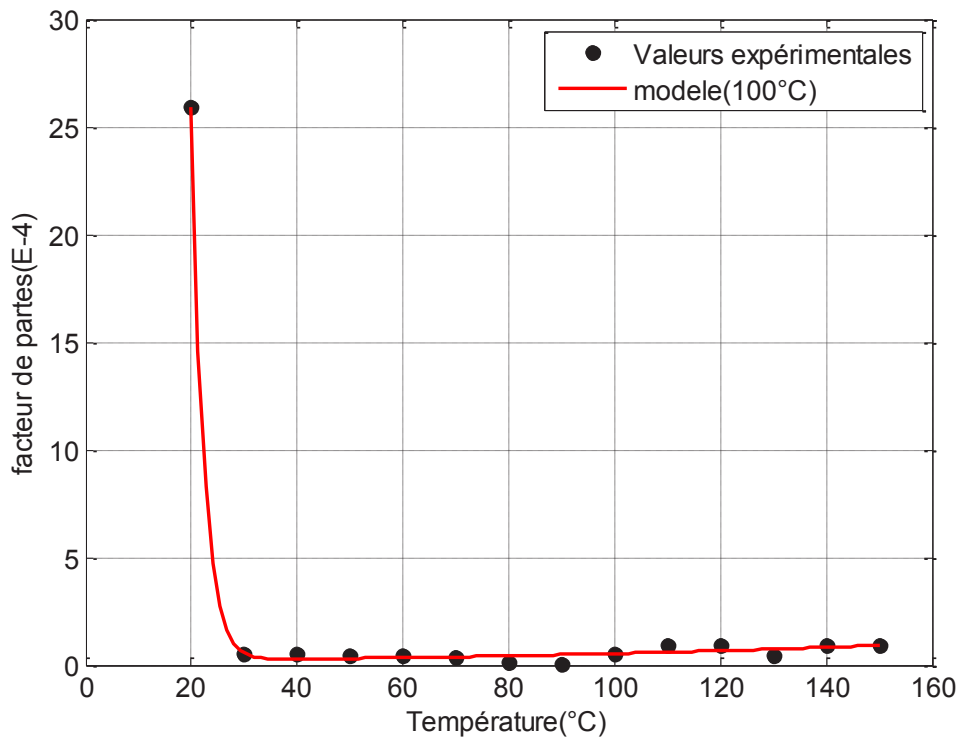


Figure IV.32 : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.

L'équation de la régression :

$$\tan\delta(T)_{100^\circ C} = a1. \exp(b1. T) + a2. \exp(b2. T)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	1.7871e+05	9.4486e-09	1.8914e+13	(-5.486e+05, 9.06e+05)	1.1336e-141
P2	-0.4424	0.00051724	-855.31	(-0.6461, -0.2387)	7.009e-28
P3	0.17914	0.086044	2.0819	(-0.03701, 0.3953)	0.061491
P4	0.010933	0.0039615	2.7598	(0.001053, 0.02081)	0.018561
<b>RMSE=</b>	<b>0.249</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.9%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.9%</b>

Tableau IV.17.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	3	597.4758	199.1586	3.62e+03	9.5e-17
Résidus	11	0.6837	0.0622		
Totale	14	597.9506			

Tableau IV.17.a analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 100°C.

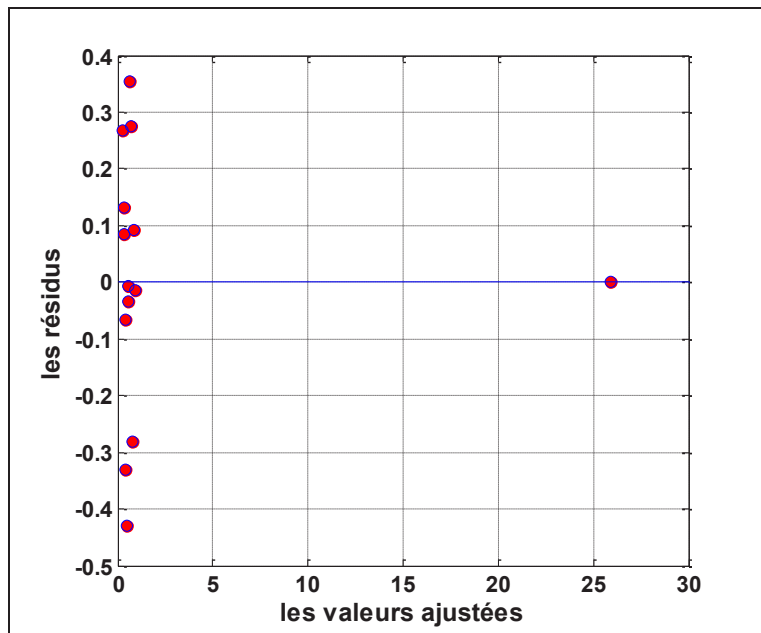


Figure IV.33 : Test de la variance des erreurs.

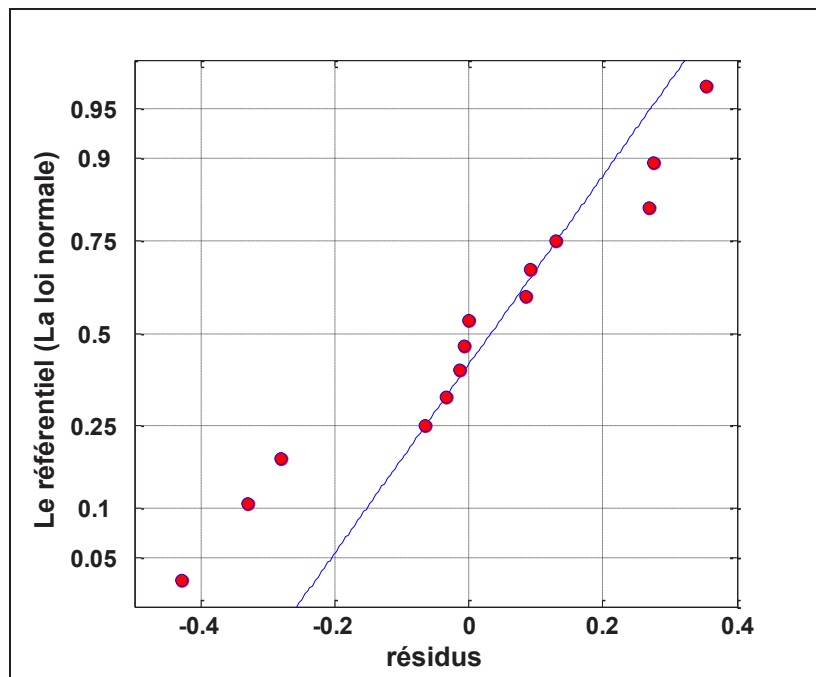


Figure IV.34 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

### IV.4.3 Modèles du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température à 120°C et 140°C par la méthode de la régression non linéaire:

Les figures (IV.35) et (IV.38), présentent la modélisation du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement par la régression non linéaire. Les fonctions mathématiques des deux modèles s'écrivent comme suit:

$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T) \quad (\text{IV.12})$$

$$\tan\delta(t)_{140^\circ\text{C}} = a_1 \exp\left(-\left(\frac{T - b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{T - b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{T - b_3}{c_3}\right)^2\right) \quad (\text{IV.13})$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par le tableau (IV.15.a, b), (IV.16.a, b), et les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.36, 37) et (IV.39, 40).

Pour les températures de vieillissement de 120°C et 140°C, le facteur de pertes diélectriques présente des variations supérieures à celles obtenues avant vieillissement. Cette élévation des valeurs peut s'expliquer par :

- Une grande mobilité des porteurs de charges conduisant à une augmentation du facteur de pertes diélectriques.
- l'effet de l'oxydation qui conduit à la formation des composés carbonyles (groupes polaires) électriquement dissymétriques qui jouent un rôle très important dans la dégradation des propriétés diélectriques et l'augmentation du facteur de pertes diélectriques.

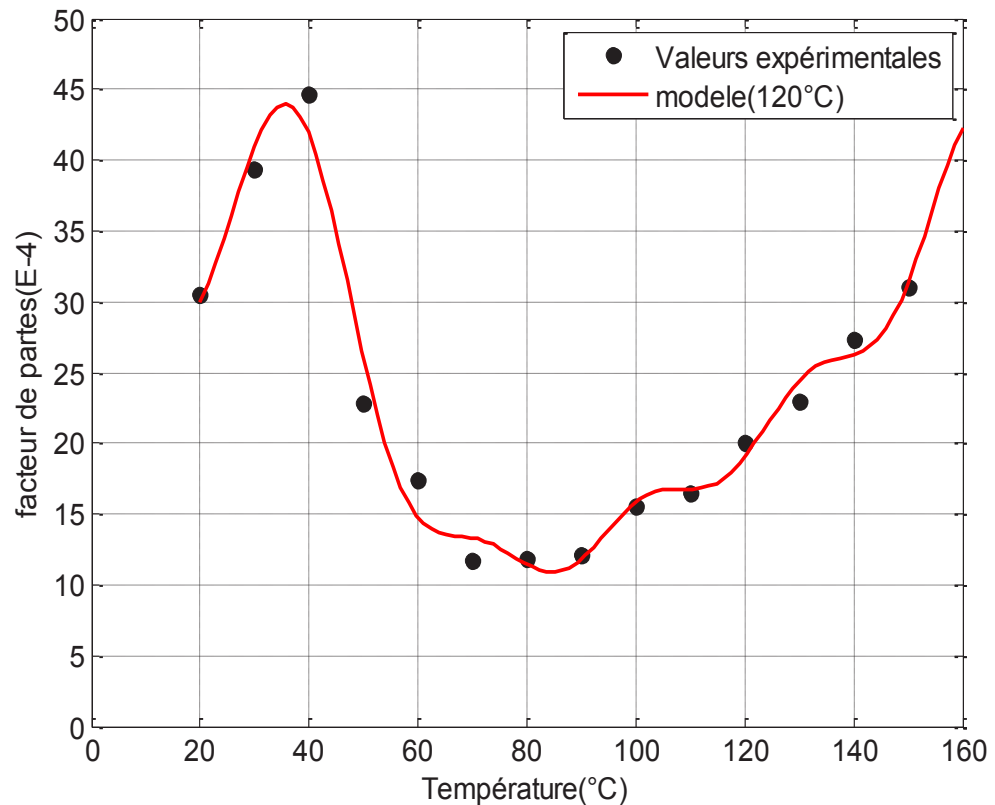


Figure IV.35 : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement 120°C.

L'équation de la régression :

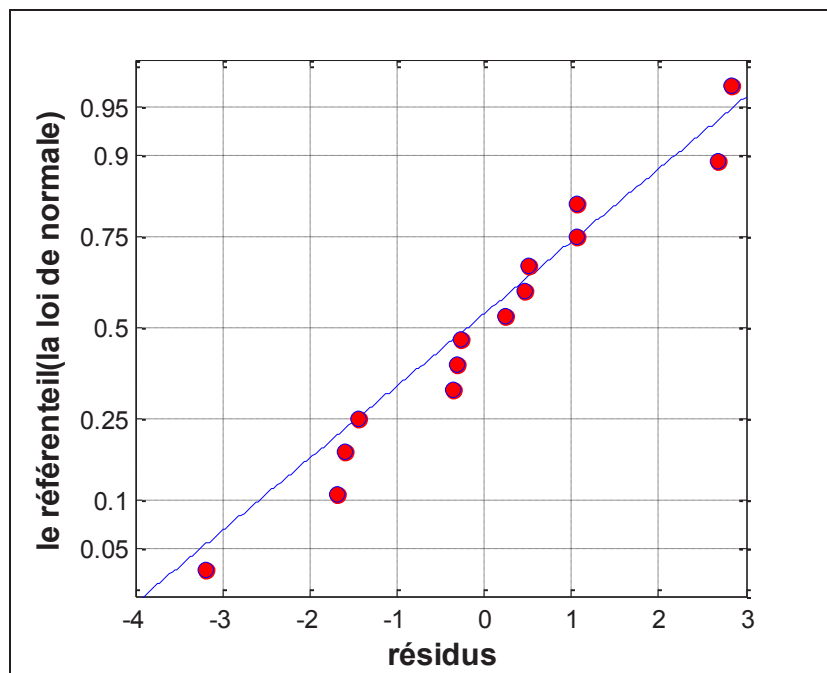
$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a0	22.44	12	25.813	(20.03, 24.85)	1.338e-05
a1	3.1955	1.7756	1.7997	(-1.734, 8.125)	0.1463
b1	12.097	1.1581	10.446	(8.882, 15.31)	0.00047454
a2	-4.9803	1.1854	-4.2014	(-8.272, -1.689)	0.013681
b2	-1.8234	1.3827	-1.3187	(-5.662, 2.016)	0.2577
a3	1.8772	1.1922	1.5746	(-1.433, 5.187)	0.19046
b3	-2.0382	1.2233	-1.6661	(-5.435, 1.358)	0.17102
a4	1.2262	1.2892	0.95115	(-2.353, 4.806)	0.39539
b4	1.875	1.2858	1.4582	(-1.695, 5.445)	0.21853
ω	0.048891	0.0014634	33.408	(0.04483, 0.05295)	4.7878e-06
<b>RMSE=</b>	<b>2.99</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>97.4</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>91.6</b>

Tableau IV.18.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	10	1.3401e+03	1.3401e+02	16.7	0.00784
Résidus	4	35.8199	8.955		
Totale	14	1.3803e+03			

**Tableau IV.18.b** : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 120°C.



**Figure IV.36** : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)



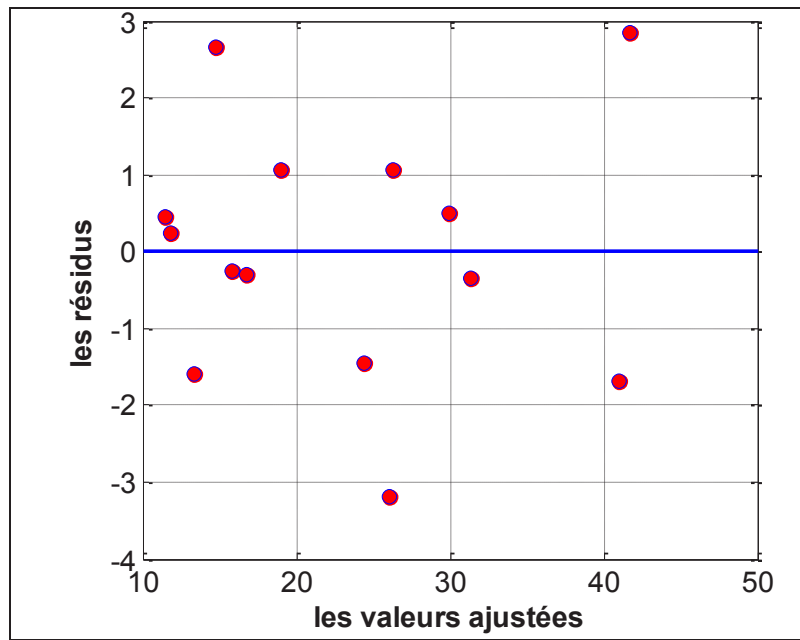


Figure IV.37 : Test de la variance des erreurs

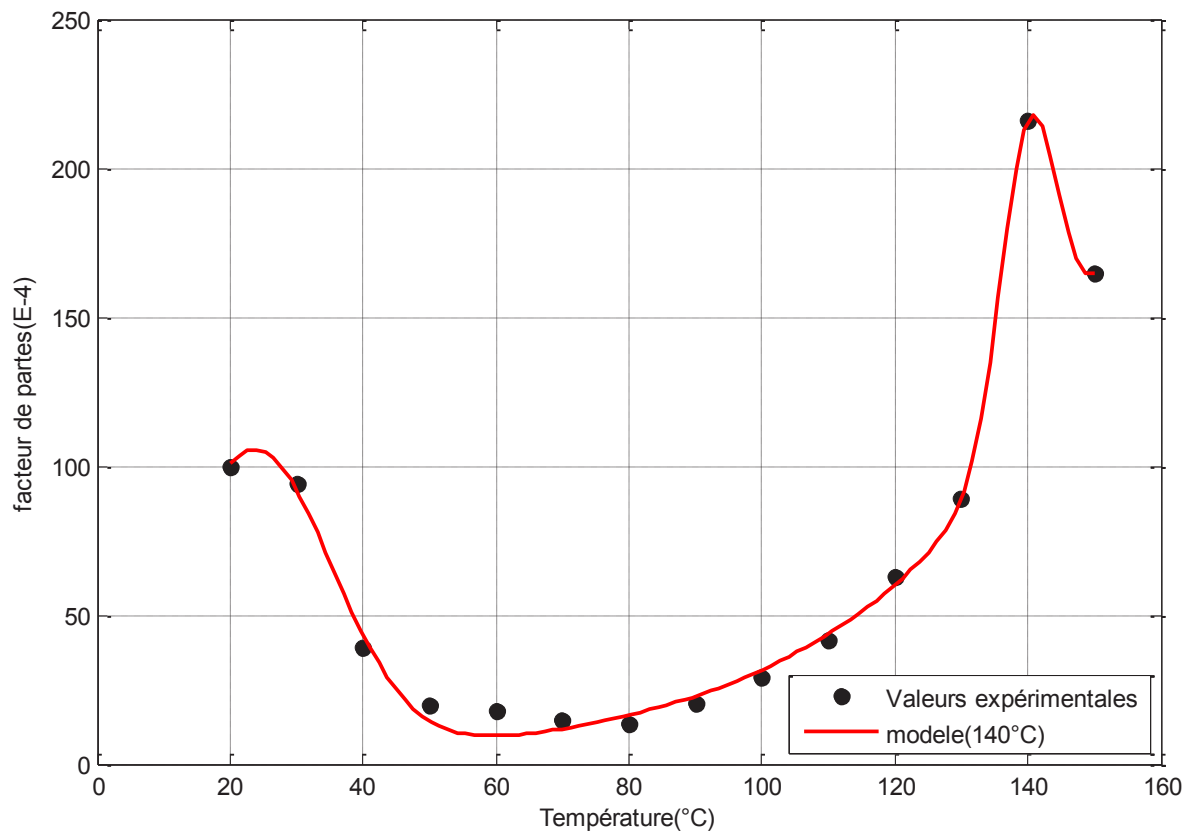


Figure IV.38 : Modèles de la variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement 140°C.

L'équation de la régression :

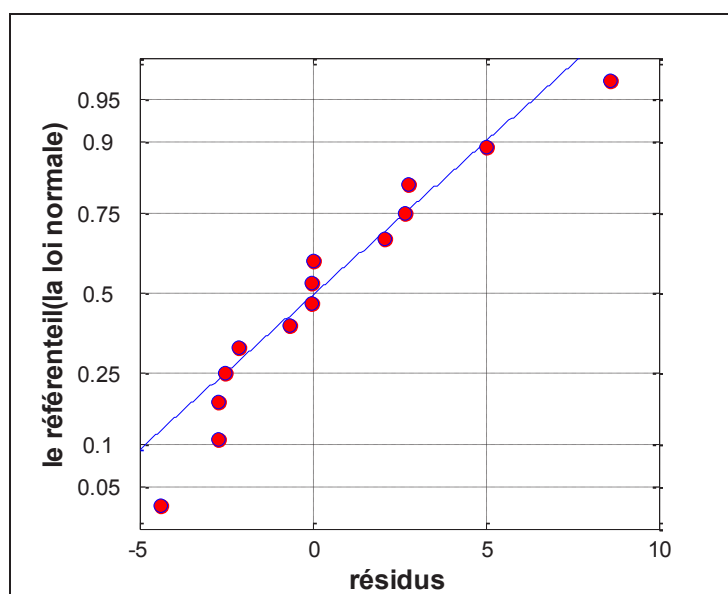
$$\tan\delta(t)_{140^\circ C} = a_1 \exp\left(-\left(\frac{T - b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{T - b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{T - b_3}{c_3}\right)^2\right)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	102.02	20.185	5.0541	(-47.08, 251.1)	0.0023241
P2	140.16	2.6508	52.875	(111.5, 168.8)	3.0715e-09
P3	6.114	2.8515	2.1441	(-17.25, 29.47)	0.075721
P4	1.663e+17	2.4423e-12	6.8091e+28	(-6.212e+20, 6.215e+20)	6.7729e-172
P5	2332.9	313.95	7.4308	(-2.282e+05, 2.329e+05)	0.00030573
P6	371.12	52.378	7.0854	(-1.879e+04, 1.953e+04)	0.00039648
P7	103.03	4.6571	22.122	(87.6, 118.5)	5.5775e-07
P8	23.572	1.2998	18.135	(19.88, 27.28)	1.8095e-06
P9	16.678	1.867	8.9331	(10.65, 22.67)	0.00010979
<b>RMSE=</b>	<b>5.23</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.7</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.3</b>

**Tableau IV.19.a :** Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 140°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	8	4.9950e+04	6.243 e+03	257	5.28e-07
Résidus	6	164.0642	27.3440		
Totale	14	4.9326e+04			

**Tableau IV.19.b :** analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement pour une température de vieillissement de 140°C.



**Figure IV.39 :** Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).

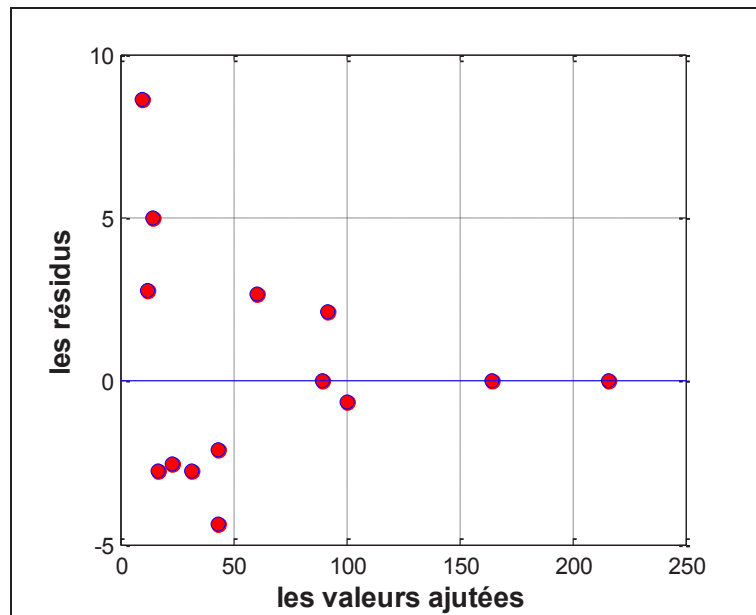


Figure IV.40 : Test de la variance des erreurs

IV.5 Permittivité relative en fonction de la température :

Température °C	$\epsilon_r$				
	Avant vieillessement	Après 5000h à 80°C	Après 5000h à 100°C	Après 2000h à 120°C	Après 1500h à 140°C
20	2.26	2.24	2.24	2.32	2.70
30	2.25	2.23	2.23	2.30	2.68
40	2.24	2.22	2.22	2.28	2.68
50	2.23	2.22	2.21	2.26	2.67
60	2.22	2.20	2.20	2.24	2.65
70	2.20	2.19	2.18	2.22	2.63
80	2.17	2.19	2.17	2.20	2.60
90	2.14	2.17	2.15	2.18	2.42
100	2.09	2.12	2.14	2.15	2.35
110	1.85	1.87	1.87	1.95	2.30
120	1.81	1.82	1.83	1.88	2.28
130	1.80	1.81	1.82	1.85	2.27
140	1.79	1.80	1.81	1.83	2.26
150	1.78	1.79	1.80	1.82	2.24

Tableau IV.120 : ensemble des résultats obtenus lors de permittivité relative en fonction de température [9].

**IV.5.1 Modèles de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement, dans les cas de températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C :**

La figure (IV.41) représente la modélisation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement avant et après vieillissement pour différentes température de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C) par la régression non linéaire. La fonction mathématique des modèles s'écrit comme suit:

$$\varepsilon_r(T) = p1 + \frac{p2.T + p3}{p4.T + p5.\exp(p6.T)} \quad (\text{IV.14})$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par les tableaux (IV.18.a, b), (IV.19), et les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (IV.42) et (IV.43).

Avant vieillissement, la permittivité relative présente une allure décroissante en fonction de la température d'essai (figure (IV.41)). Cette diminution est attribuée à la réduction de la densité du matériau à haute température. Un changement brusque est observé aux alentours de 110°C dans les variations de la permittivité relative qui correspond à la température de fusion cristalline de PRC.

Après vieillissement, à 80°C, 100°C et 120°C, la permittivité relative présente la même allure de variation et même ordre de grandeur qu'avant vieillissement. Mais à 140°C, nous remarquons que le modèle est le même mais avec des valeurs plus élevées.

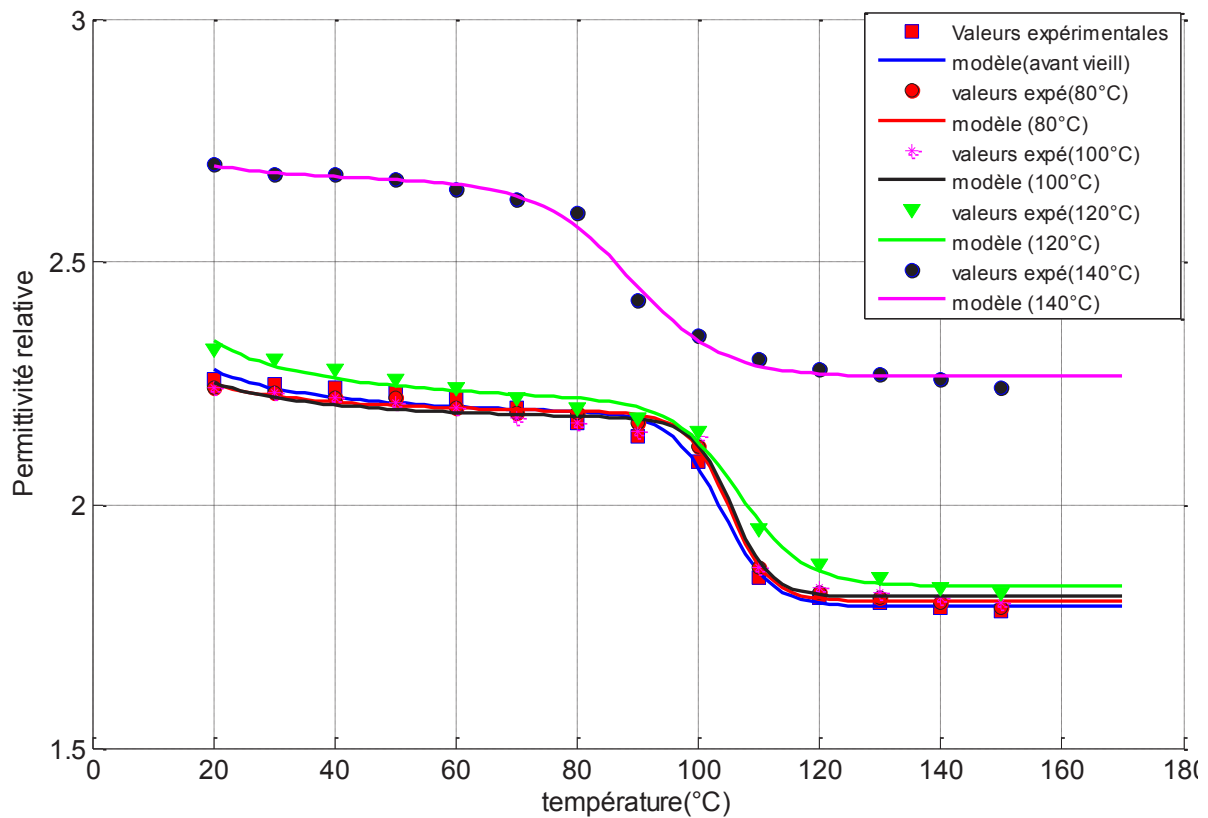


Figure IV.41 : Modèles de la variation de la permittivité relative en fonction de la température avant et après vieillissement.

L'équation de la régression :

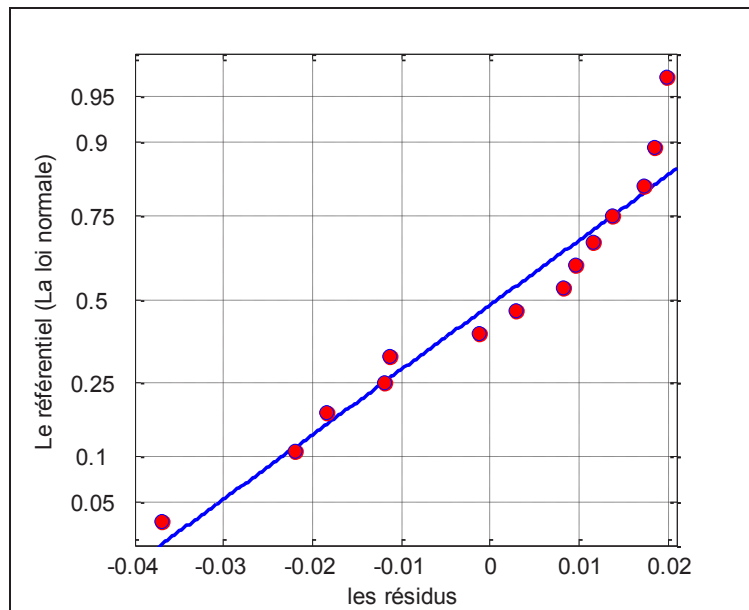
$$\epsilon_r(T) = p1 + \frac{p2.T + p3}{p4.T + p5.exp(p6.T)}$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	1.7912	8.9536e-19	2.0005e+18	(1.764, 1.819)	4.5958e-232
P2	0.6338	2.4648e-19	2.5714e+18	(-11, 12.27)	1.7582e-233
P3	3.8543	2.4867e-21	1.55e+21	(-66.6, 74.31)	1.2678e-269
P4	1.6967	6.7559e-20	2.5114e+19	(-29.45, 32.85)	2.3894e-246
P5	5.1622e-10	9.9082e-11	5.21	(-6.934e-09, 7.966e-09)	0.00016814
P6	0.25576	5.7841e-18	4.4218e+16	(0.08684, 0.4247)	1.5292e-210
<b>RMSE=</b>	<b>0.0175</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.2%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.2%</b>

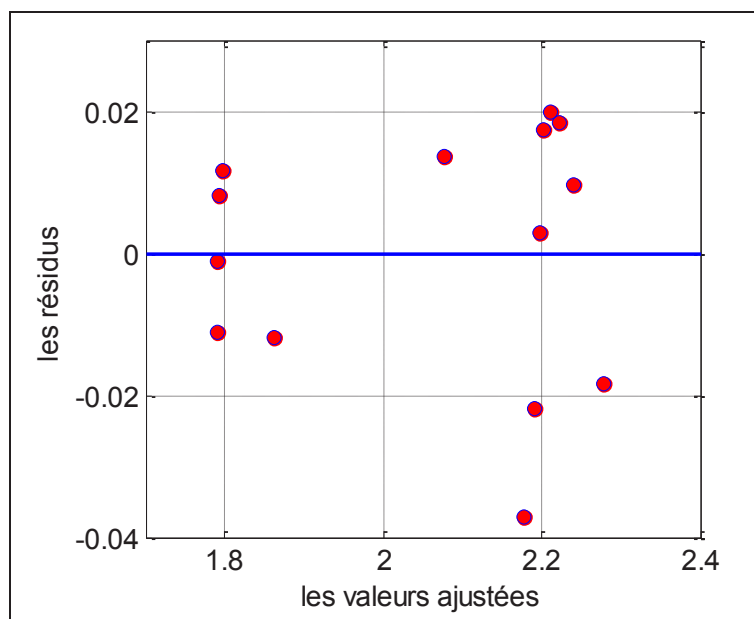
Tableau IV.21.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement (Avant vieillissement).

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	1	0.5235	0.5235	1.95e+05	1.54e-28
Résidus	13	0.0040	3.066e-04		
Totale	14	0.5275			

**Tableau IV.21.b** : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température vieillissement (Avant vieillissement).



**Figure IV.42** : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).



**Figure IV.43**: Test de la variance des erreurs.

modèles	Coefficients		Evaluation du modèle	
Après vieillissement à 80°C	P1	1.8028	SSE	8.875e-05
	P2	0.72854	R <sup>2</sup>	99.8%
	P3	2.9229	R <sup>2</sup> (ajuté)	99.8%
	P4	1.9598	RMSE	0.00942
	P5	5.2276e-12	F	6.76e+05
	P6	0.29829	P	4.81e-32
Après vieillissement à 100°C	P1	1.8116	SSE	8.875e-05
	P2	0.70524	R <sup>2</sup>	99.4%
	P3	3.7839	R <sup>2</sup> (ajuté)	99.4%
	P4	2.0272	RMSE	0.0142
	P5	7.325e-13	F	2.98e+05
	P6	0.3157	P	9.93e-30
Après vieillissement à 120°C	P1	1.8338	SSE	3.7026e-04
	P2	0.62016	R <sup>2</sup>	99.3%
	P3	5.4098	R <sup>2</sup> (ajuté)	99%
	P4	1.7692	RMSE	0.0192
	P5	2.1512e-07	F	324
	P6	0.19297	P	1.02e-09
Après vieillissement à 140°C	P1	2.2639	SSE	3.2713e-04
	P2	0.53063	R <sup>2</sup>	99.4%
	P3	1.2322	R <sup>2</sup> (ajuté)	99.1%
	P4	1.3618	RMSE	0.0181
	P5	0.00031336	F	359
	P6	0.14466	P	6.46e-10

Tableau IV.22 : Résultats statistiques des modèles non linéaires de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement.

IV.6 Caractéristiques mécaniques :

IV.6.1 Allongement à la rupture :

Temps(h)	Allongement à la rupture			
	80°C	100°C	120°C	140°C
0	611.11	611.11	611.11	611.11
500	577.77	583.33	566.66	533.33
1000	577.77	583.33	561.11	344.44
1500	583.33	533.33	544.44	44.44
2000	555.55	488.88	272.22	
2500	538.88	555.55		
3000	550.00	577.77		
3500	522.22	500.00		
4000	533.33	505.55		
4500	544.44	455.55		
5000	472.22	455.55		

Tableau IV.23 : Résultats obtenus lors de l’allongement à la rupture en fonction de temps [9].

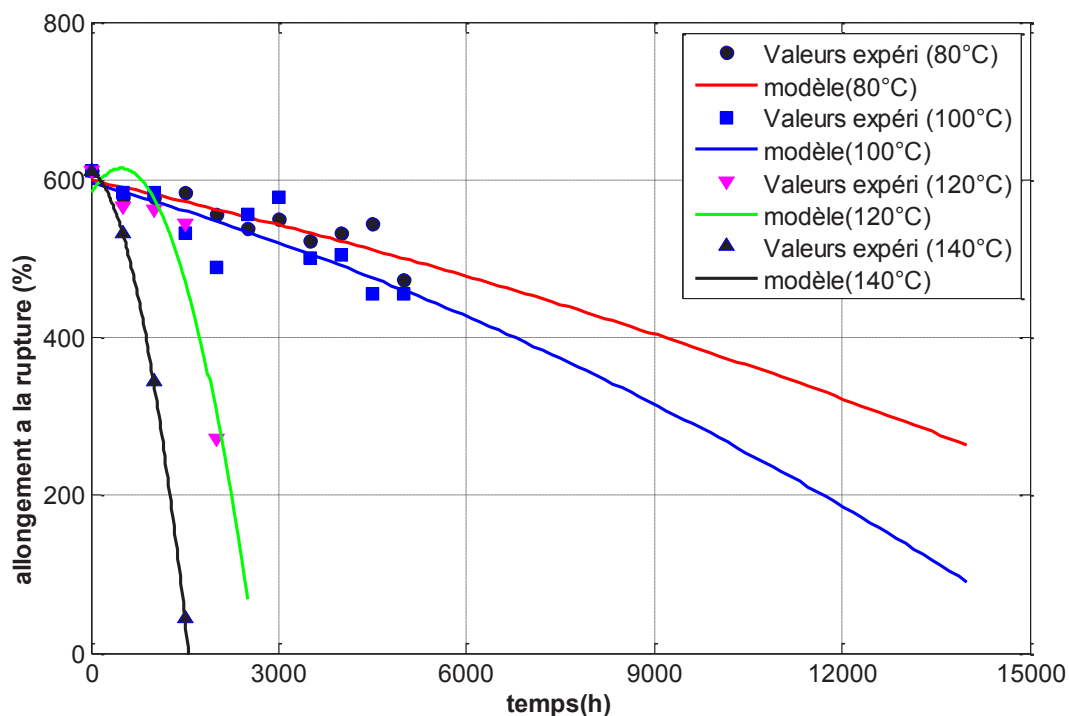
### IV.6.1.1 Modèles de l'allongement à la rupture en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression linéaire pour les températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C :

La figure (IV.44) représente la modélisation de l'allongement à la rupture en fonction du temps de vieillissement, pour différentes températures de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C) par la régression linéaire. La fonction mathématique des modèles s'écrit comme suit:

$$A(t) = p1.t^2 + p2.t + p3 \quad (IV.15)$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par le tableau (IV.21),

D'après la figure (IV.44), nous constatons que l'allongement à la rupture diminue en fonction du temps de vieillissement. La réduction des propriétés mécaniques est directement liée à la dégradation thermo-oxydante du matériau, qui s'accompagne de coupure de chaînes et dont la vitesse augmente avec l'élévation de la température. D'une manière générale, le comportement mécanique est gouverné par les caractéristiques morphologiques du polymère comme le degré de cristallinité, l'épaisseur des cristallites et le rapport cristal-amorphe.



**Figure IV.44 :** modèles de la variation de l'allongement à la rupture en fonction du temps de vieillissement.



Modèle	Coefficients		Evaluation du modèle	
Allongement à la rupture à 80°C	p1	-4.6592e-07	SSE	2857.3
			R <sup>2</sup>	79.1%
	p2	-0.017468	R <sup>2</sup> (ajuté)	73.8%
			RMSE	18.9
	p3	599.26	F	15.1
			P	0.00192
Allongement à la rupture à 100°C	p1	-9.8382e-07	SSE	8943.7
			R <sup>2</sup>	70%
	p2	-0.022354	R <sup>2</sup> (ajuté)	69.2%
			RMSE	33.4
	p3	596.31	F	9.17
			P	0.0085
Allongement à la rupture à 120°C	p1	-0.00013	SSE	9210
			R <sup>2</sup>	87.5%
	p2	0.12666	R <sup>2</sup> (ajuté)	75%
			RMSE	67.9
	p3	584.44	F	7.01
			P	0.0125
Allongement à la rupture à 140°C	p1	-0.00022	SSE	0
			R <sup>2</sup>	100%
	p2	-0.044	R <sup>2</sup> (ajuté)	100%
			RMSE	0
	p3	611.11	F	2.32e+27
			P	1.47e-14

Tableau IV.24 : Résultats statistiques des modèles linéaires de l’allongement à la rupture en fonction du temps de vieillissement.

IV.6.2 Résistance à la traction :

Temps(h)	Allongement à la rupture			
	80°C	100°C	120°C	140°C
0	21.69	21.69	21.69	21.69
500	18.98	19.32	19.15	18.13
1000	19.66	20.16	18.13	12.37
1500	21.69	18.30	17.28	4.57
2000	19.32	17.79	9.83	
2500	19.32	18.81		
3000	18.30	18.81		
3500	18.13	16.94		
4000	17.62	16.94		
4500	17.96	15.25		

Tableau IV.25 : Résultats obtenus pour la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement [9].

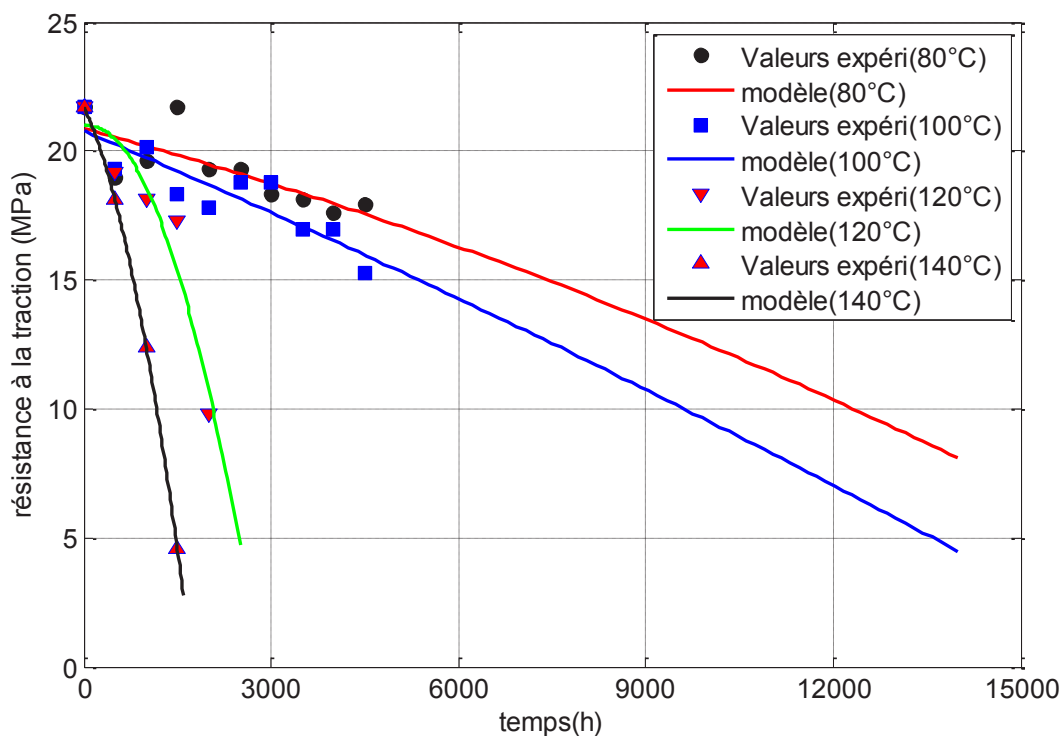
### IV.6.2.1 Modèles de la résistance à la traction en fonction de la température de vieillissement par la régression linéaire pour les températures de vieillissement 80°C, 100°C, 120°C et 140°C :

La figure (IV.45), représente la modélisation de la résistance à la traction en fonction de temps de vieillissement, pour différentes températures de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C) par la méthode de la régression linéaire. La fonction mathématique des modèles s'écrit comme suit:

$$R(t) = p1.t^2 + p2.t + p3 \quad (IV.16)$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par le tableau (IV.22),

D'après la figure (IV.45), nous constatons que les modèles de la résistance à la traction présente aussi des variations décroissantes en fonction du temps de vieillissement. Les mêmes facteurs influents sur l'allongement à la rupture (dégradation thermo-oxydante, coupure de chaîne, variation du degré de cristallinité) sont aussi responsables de la diminution de la résistance à la traction pour les différents temps de vieillissement.



**Figure IV.45 :** modèles de la variation de la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement.

Modèle	Coefficients		Evaluation du modèle	
	Résistance à la traction à 80°C	p1	-1.8485e-08	SSE
$R^2$				60.4%
p2		-0.00065512	$R^2$ (ajuté)	50%
			RMSE	1.03
p3		20.873	F	5.34
			P	0.0391
Résistance à la traction à 100°C	p1	-1.0152e-08	SSE	6.1113
			$R^2$	80%
	p2	-0.001023	$R^2$ (ajuté)	79.4%
			RMSE	0.934
	p3	20.775	F	13.5
			P	0.00396
Résistance à la traction à 120°C	p1	-2.7571e-06	SSE	7.0131
			$R^2$	91.1%
	p2	0.00039	$R^2$ (ajuté)	82.3%
			RMSE	1.87
	p3	20.955	F	10.3
			P	0.004
Résistance à la traction à 140°C	p1	-4.24e-06	SSE	0.00128
			$R^2$	100%
	p2	-0.005	$R^2$ (ajuté)	100%
			RMSE	0.0358
	p3	21.698	F	6.55e+04
			P	0.00276

Tableau IV.26 : Résultats statistiques des modèles linéaires de la résistance à la traction en fonction du temps de vieillissement.

IV.6.3 Perte de masse :

Temps(h)	Perte de masse	
	80°C	100°C
0	0	0
500	0.111	0.166
1000	0.250	0.333
1500	0.444	0.666
2000	0.777	1.055
2500	1.000	1.333
3000	2.222	3.111
3500	2.333	3.166
4000	2.527	3.250
4500	2.694	3.333
5000	3.000	3.500

Tableau IV.27 : Résultats obtenus pour les pertes de masse en fonction de temps [9].

### IV.6.3.1 Modèle de perte de masse en fonction du temps de vieillissement par la régression non linéaire:

La figure (IV.46) représente la modélisation des pertes de masse en fonction du temps de vieillissement, pour deux températures de vieillissements 80°C et 100°C, par la régression non linéaire. La fonction mathématique des deux modèles s'écrit comme suit:

$$P(t) = a \cdot \left( \frac{\pi^2}{8} + \operatorname{atan} \left( \frac{t-b}{c} \right) \right) \quad (\text{IV.17})$$

La figure (IV.46) représente les modèles de la perte de masse du PRC en fonction du temps de vieillissement. Une légère perte de masse est observée pour les deux modèles. Cette perte est due à la perte des constituants volatiles et des produits de décomposition formés durant le processus de vieillissement.

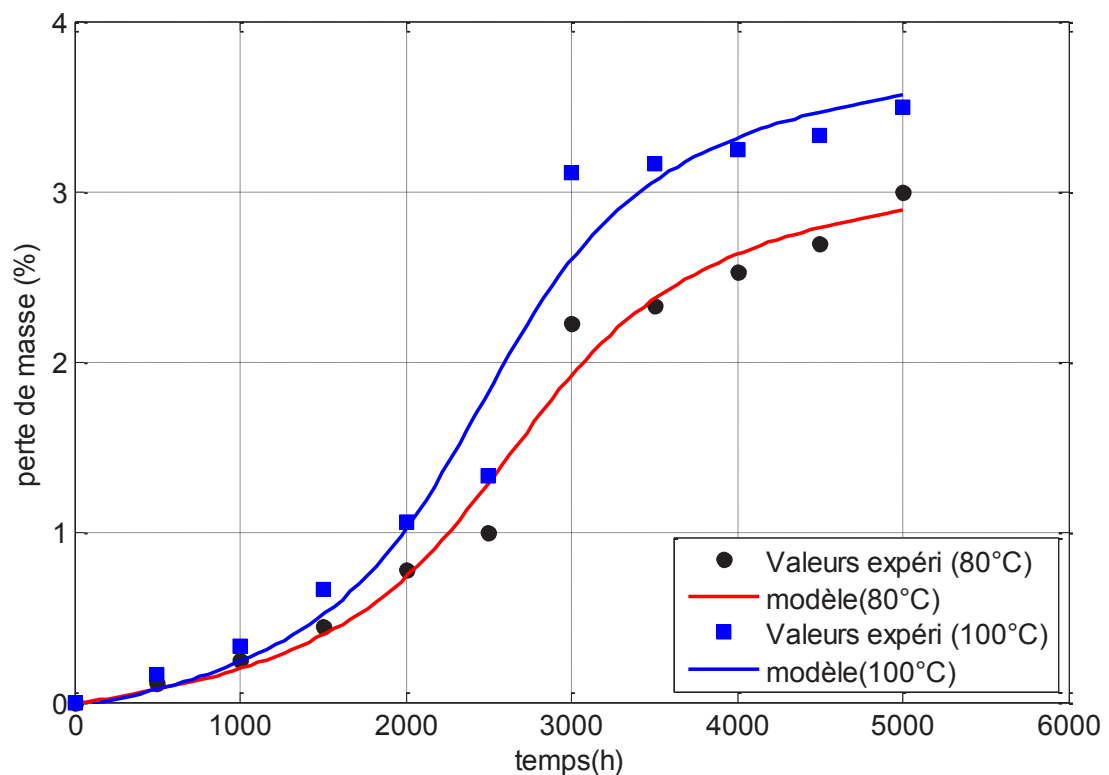


Figure IV.46 : Modèle de la variation de la perte de masse en fonction du temps de vieillissement.

modèle	Coefficients		Evaluation du modèle	
	Perte de masse à 80°C	a	1.183	SSE
$R^2$				98.4%
b		51.322	$R^2$ (ajuté)	98%
			RMSE	0.164
c		898.45	F	429
			P	3.57e-09
Perte de masse à 100°C	a	1.428	SSE	0.5846
			$R^2$	97.2%
	b	49.649	$R^2$ (ajuté)	96.5%
			RMSE	0.965
	c	805.83	F	258
			P	2.69e-08

**Tableau IV.28 :** Résultats statistiques des modèles non linéaires de la perte de masse en fonction du temps de vieillissement.

#### IV.7 Conclusion :

Dans la première partie de ce chapitre, nous constatons que tous les modèles utilisant la méthode de régression (linéaire ou non linéaire) donnent des résultats qui coïncident avec les points expérimentaux.

Pour le facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissements (80°C et 100°C), les valeurs expérimentales donnent des variations non monotones, donc on peut dire que le choix de la méthode de régression non linéaire est obligatoire, et celle-ci donne de bonnes représentations des données expérimentales. Par contre, pour les deux températures de vieillissements (120°C et 140°C), les deux modèles donnent de bons résultats mais l'ajustement de la méthode de régression non linéaire est meilleure par rapport à la méthode de la régression linéaire.

Dans le cas de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissements (80°C et 100°C), la méthode de la régression linéaire donne de meilleures représentations des données expérimentales. Par contre, pour le modèle de ( $\epsilon_{r_{100^\circ C}}$ ), nous constatons que le modèle non linéaire donne de bons résultats statistiques qui suivent tous les points expérimentaux. Cela signifie que l'ajustement de la méthode non linéaire est meilleure que la méthode linéaire dans ce cas. Par contre, pour le cas de ( $\epsilon_{r_{120^\circ C}}$ ), le modèle linéaire donne de meilleurs résultats statistiques qui suivent très bien tous les points

expérimentaux, en particulier le facteur de détermination  $R^2= 100\%$ , et la somme de carré de l'erreur qui tend vers zéro  $SSE = 2.16 \times 10^{-21}$ . Cependant, dans le modèle de ( $\epsilon_{r_{140^\circ C}}$ ) l'ajustement de la méthode non linéaire est meilleure que la méthode linéaire.

La présence de deux pics de relaxation, aussi bien pour le cas de la basse température que pour celui de la haute température, et concernant le comportement du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement, et avant vieillissement, fait appel à la méthode de régression non linéaire qui donne de meilleures représentations des données expérimentales avec un bon ajustement.

La modélisation de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement, avant et après le vieillissement, se fait par le modèle de la régression non linéaire qui donne, en effet, de meilleurs ajustements pour les différentes températures de vieillissement.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons étudié la modélisation des caractéristiques mécaniques de PRC (Allongement à la rupture, résistance à la traction et perte de masse) en fonction du temps.

Pour prédire le comportement mécanique (Allongement à la rupture et résistance à la traction), on utilise la méthode de la régression linéaire. A l'aide de cette dernière, nous pouvons prévoir le temps de la durée de vie du PRC pour chaque température de vieillissement. Pour avoir l'évolution de la perte de masse en fonction du temps de vieillissement, pour les deux températures de vieillessements ( $80^\circ C$  et  $100^\circ C$ ), on utilise la méthode de la régression non linéaire (pour prévoir à chaque instant la valeur de la perte de masse) avec un intervalle de confiance 95%.

## Conclusion générale :

Les résultats exposés dans notre travail nous permettent en premier lieu d'établir des modèles par la méthode de régression des contraintes électriques et mécaniques dans un câble haute et moyenne tension isolé par un matériau polymère. Cette méthode permet d'évaluer les propriétés électriques en fonction du temps de vieillissement et en fonction de la température d'essai, ainsi que les propriétés mécaniques en fonction de temps de vieillissement pour différentes températures de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C).

La première partie de notre travail est consacrée à la modélisation des comportements diélectriques du PRC. Nous remarquons que le vieillissement à des températures inférieures à la température de fusion cristalline se traduit par une augmentation de la cristallinité du PRC et que le facteur de pertes diélectriques présente des valeurs nettement inférieures à celles obtenues avant vieillissement. Nous remarquons aussi que le vieillissement à des températures supérieures à la température de fusion cristalline se traduit par une forte concentration des groupes carbonylés dus à l'oxydation. Et dans nos résultats nous remarquons que le temps de vieillissement n'a aucune influence sur la permittivité relative qui reste pratiquement constante.

Dans la seconde partie de notre travail, nous nous sommes intéressés à la modélisation des comportements mécaniques du PRC. Nous remarquons qu'il y a une réduction sur les propriétés mécaniques. Cette diminution est directement liée à la dégradation thermo-oxydante qui s'accompagne de coupure de chaîne et que la perte de masse, s'effectue selon trois phases avec différentes vitesses.

En faisant recours à la méthode de régression très utilisée dans le domaine scientifique, nous avons établi les relations qui existent entre les différentes grandeurs physiques.

La méthode de la régression multiple linéaire donne des bons résultats statistiques et elle est vérifiée pour tous les tests d'hypothèses, presque dans tous les modèles considérés. Mais du point de vu ajustement, par exemple la somme de carré de l'erreur, le degré de liberté de l'erreur et les faibles valeurs de la probabilité, la méthode de la régression non linéaire est meilleure.

Les caractéristiques obtenues par modélisation des propriétés électriques (facteur de pertes diélectriques et la permittivité relative sous l'influence du temps de vieillissement et de

la température avant et après vieillissement) ainsi que les propriétés mécaniques (allongement à la rupture, résistance à la traction et perte de masse sous l'influence du temps de vieillissement) sont pratiquement proches de celles obtenues par d'autres auteurs.

La modélisation nous a permis de modéliser mathématiquement le comportement de l'isolation de (PRC) en tenant compte des principales variantes (facteur de pertes diélectrique et permittivité relative) ainsi que les contraintes mécaniques (allongement à la rupture, résistance à la traction et perte de masse).

Les paramètres statistiques d'évaluation ont été très utiles pour déterminer la meilleure représentation des données expérimentales en particulier le coefficient de détermination  $R^2$ , ainsi que les tests des hypothèses présentés par les figures de Q-Q plot et droite de Henry et de la variance des erreurs.



# Bibliographie

- [1] J. C. DUBOIS, "propriétés diélectriques des polymères ", Technique de l'ingénieur, Référence E1850, Paris 1998..
- [2] J. Verdu, "Vieillissement des plastiques", AFNOR Technique, Edition Eyroles, Paris 1984..
- [3] F. D. B. Pinel, « Fonction isolation dans les matériels électriques », Technique de l'ingénieur, D2302, 1999.
- [4] E. Mboundou, « Etude des phénomènes liés à la dégradation des matériaux polymères sous champ électrique en présence d'humidité », Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, Juillet 2006..
- [5] D. Bouguedad, « Influence du vieillissement thermique sur les propriétés de l'éthylène propylène diène monomère (EPDM) », Thèse de Doctorat, UMMTO, 2009-2010..
- [6] Hazar Medhioub Rekik, « Caractérisation structurale et suivi du vieillissement par diffusion X aux petits angles d'un polymère époxyde- Contribution à l'étude des propriétés électriques», Thèse de Doctorat, Faculté des sciences de Sfax (TUNISIE), Avril 2009..
- [7] N. Lahoud, « Modélisation du vieillissement des isolants organiques sous contrainte électrique Application à la fiabilité des matériaux », Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, Mars 2009..
- [8] I. E. P. Combette, « Physique des polymères I structure, fabrication, emploi », HERMANN éditeurs, France, ISBN 2 7056 6481 5..
- [9] L. Boukezzi, « Influence du vieillissement thermique sur les propriétés du Polyéthylène Réticulé Chimiquement utilisé dans l'isolation des câbles de haute tension », Thèse de Doctorat, ENP, Juin 2007..
- [10] L. Kanouni, "Développement d'une technique de mesure de la vitesse de fissuration dans les dents de freins en polymère" , Thèse de magistère, Annaba, 2010..
- [11] Z. Zerouali, « Etude de la tension de retour des matériaux diélectriques utilisés dans l'isolation électrique », Thèse de Magister, UMMTO, Juin 2012..
- [12] I. Mkacher, « Vieillissement thermique des gaines PE et PVC de câbles électriques », Thèse de doctorat, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, octobre 2012..

- [13] A. Guidoum, « initiation aux polymères » cours.
- [14] Y. Mecheri, « Influence du mode de vieillissement thermique sur les propriétés du polyéthylène réticulé chimiquement utilisé dans l'isolation des câbles moyenne tension », Thèse de Doctorat, ENP, Mai 2008..
- [15] I. E. P.Combette, « Physique des polymères I structure, fabrication, emploi », HERMANN éditeurs, France, ISBN 2 7056 6481 5..
- [16] Chrétien LAURENT, «Diélectriques solides et charge d'espace», Techniques de l'Ingénieur le 10/02/1999.
- [17] Brigitte PINEL, «Fonction isolation dans les matériels électriques», Techniques de l'Ingénieur le 10/11/1999 .
- [18] Gilbert TEYSSEDE, «Polymères et composites pour l'électrotechnique», Techniques de l'Ingénieur le 10/05/2010 .
- [19] Pr A.Boubakeur, « Vieillissement du PRC utilisé dans l'isolation des câbles produits par ENICABiskra », Cours, ENP..
- [20] Élia, "sécurité des câble électrique" le 23 janvier 2013.
- [21] Houssein Rafik et El- Hana Bouchekara, "Transmission and Distribution of Electrical Power", 2010.
- [22] « An Introduction to High Voltage Direct Current (HVDC) Subsea Cables Systems » (consulté le 28 janvier 2013).
- [23] F.H. Kreuger, "Industrial High Voltage, t. 2, Delft University Press, 1992".
- [24] Thomas Worzyk, "submarine power cables", Dordrecht, Springer, 2009.
- [25] R. K. Rajkut, "Utilisation of Electrical Power", New Delhi, LAXMI Publication, 2006.
- [26] Chettih Saliha, “ Etude par Simulation de l’Influence des Arborescences d’Eau Ouvertes sur les Contraintes Electrique et Electromécanique dans la Couche Isolante des Câbles de Haute Tension ”, Thèse de Magister, Laghouat 2001.
- [27] Thomas Worzyk, "submarine power cables, Dordrecht, Springer", 2009.

- [28] Brochure Nexans (consulté le 6 février 2013).
- [29] S.CHAIBI, "Contribution à la modélisation des propriétés des électriques des matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles haute et moyenne tension", PFE, Ecole Nationale Polytechnique,, 2007.
- [30] J. Confais, "PREMIERS PAS en REGRESSION LINEAIRE avec SAS", (UPMC-ISUP) - Monique Le Guen (CNRS-CES-MATISSE-UMR8174).
- [31] R. Rakotomalala, tests de normalité (Technique empiriques et tests statistiques), Université Lumière Lyon 2.
- [32] J. J. F. E.Diday, «Eléments d'analyse de données», Edition Dunod.
- [33] J-F.Dubois, « Quelques pièges cachés des méthodes de sélection de variables en régression linéaire multiple», Mémoire présenté au département de mathématique et d'informatique en vue de l'obtention du grade de maitre des sciences, Janvier 2000..
- [34] S.Weisberg, «Applied linear regression», Wiley series in probability and statistics..
- [35] D.Mouchiroud, «Mathématiques : Outils pour la Biologie», Deug science de la vie, Université Claude Bernard, Lyon, 2003..
- [36] D.Salvatore, «Econométrie et statistique appliquées». Edition Mac Graw Hill..
- [37] W.Greene, «Econométrie» 5ième édition Pearson Education..
- [38] R.Bourbonnais, «Econométrie» 6ième édition Dunod..