

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

---

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
Département d'Electronique



---

Mémoire de Master en Électronique

Thème :

Amélioration de l'estimation de la fréquence cardiaque  
à partir de signaux photopléthysmographiques fortement bruités :  
Approche par combinaison de signaux.

par :

BEKKAR Mohammed Reda

Encadré par :

Dr. M.ADNANE

Pr. A.BELOUCHERANI

Membres du jury :

Dr. Z.TERRA

Président

M. L.SAADAoui

Examineur

Promotion 2015

# REMERCIEMENTS

En tout premier lieu, nous remercions le bon Dieu, tout puissant, pour toutes ses bénédictions qu'il nous a offertes et de nous avoir donné la force de poursuivre ce travail.

Je remercie mes encadreurs le Dr. Mourad ADNANE et le Pr. Adel BELOUHRANI pour leurs disponibilités et la confiance qu'ils m'ont accordé ; pour le savoir-faire dont ils m'ont fait bénéficier au cours de nombreuses discussions ; et les précieux conseils qui m'ont permis de mener à terme ce travail.

Nous remercions tous ceux qui ont de près ou de loin contribué à l'aboutissement de ce mémoire de fin d'études.

*À ma famille, à mes camarades de promotion. R.B*

## ملخص:

البليتسموغرافية الضوئية إشارة تسمح بقياس نشاط القلب بطريقة غير احتلائية و التي يمكن الاستخراج منه عوامل فيزيولوجية . إلا أن الإشارات المكتسبة معرضة للتشويش الحراري الذي يدخل أخطاء عند تقييم هذه العوامل. نعرض في هذا العمل دراسة و تطبيق خوارزمية بهدف التقليل من التشويش في إشارات حقيقية, بطريقة تعتمد على جمع بين إشارات من حساسات متعددة.

كلمات المفتاح : البليتسموغرافية الضوئية, معدل ضربات القلب, تشويش التحرك, الوقت الحقيقي.

## RÉSUMÉ

Le photopléthysmographe est un signal qui permet de mesurer l'activité cardiaque de façon non-invasive et dont on peut extraire plusieurs paramètres physiologiques. Néanmoins les signaux acquis sont au bruit thermique et aux interférences qui introduisent des erreurs lors de l'estimation de ces paramètres. On présente dans ce travail l'étude et l'application de plusieurs algorithmes de réduction du bruit thermique par combinaison de signaux sur des données réelles.

**Mots clés : photopléthysmographie, fréquence cardiaque, artéfacts de mouvement, temps réel.**

## ABSTRACT

The photoplethysmograph is a technique used to measure the cardiovascular activity non-invasively, and from which one can extract many physiological parameters. However, the acquired signals are prone to thermal noise and interferences which introduce errors in the estimation of these parameters. We present in this work the study and the application of denoising algorithms based on sensors combining on real signals.

**Keywords : photoplethysmography, heart rate, motion artefacts, realtime.**

# Table des figures

1.1	Influence de l'absorption et de la diffraction de la lumière sur des mesures optiques - loi de Beer-Lambert Modifiée [1] . . . . .	9
1.2	à gauche : capteur PPG en mode de transmission, à droite : en mode de réflexion[2, p50] . . . . .	10
1.3	Intensité de la lumière absorbée et transmise dans un tissu vivant en fonction du temps [2, p61] . . . . .	11
1.4	Illustration de la loi de Beer-Lambert dans un tissu vivant [2, p62] . . . . .	11
1.5	Variation des absorbions spécifiques $\epsilon[L.mmol^{-1}.cm^{-1}]$ en fonction de la longueur d'onde [2, p58] . . . . .	12
1.6	Enveloppe du flux de lumière (à gauche) dans un milieu diffractif. Retard de propagation d'une impulsion dans un milieu diffractif (à droite). [4, p5] . . . . .	13
1.7	Spectre de la forme d'onde PPG . . . . .	14
3.1	Structure dynamique du filtre FIR pour éliminer les MA source [5] . . . . .	19
3.2	Identification adaptative d'un système[6] . . . . .	19
4.1	Schéma bloc du traitement des signaux PPG pour l'estimation de la fréquence cardiaque . . . . .	22
4.2	Fréquence cardiaque en fonction du temps : sujet 2 . . . . .	24
4.3	Fréquence cardiaque en fonction du temps : sujet 3 . . . . .	25
4.4	Barres d'erreurs : Moyenne et écart-type l'erreur de l'estimation de la fréquence cardiaque après réduction de bruit avec le filtre de Kalman et combinaison de signaux . . . . .	27

# Liste des tableaux

4.1	Métriques des performances pour les 4 sujets, à partir des deux capteurs et du signal combiné . . . . .	26
-----	---	----

# NOMENCLATURE

bpm	battements par minute
ECG	Électrocardiographie
FFT	transformée de Fourier rapide (fast Fourier transform)
FIR	finite impulse response
Hb	Hémoglobine
HbO <sub>2</sub>	Oxyhémoglobine
HR	fréquence cardiaque (Heart Rate)
LED	diode électro-luminescente (light emitting diode)
LMS	moindre carrés moyens (least mean squares)
NLMS	moindre carrés moyens normalisés (normalized least mean squares)
MA	artéfacts de mouvements (motions artéfacts)
MSE	erreur quadratique moyenne ( mean square error)
RMSE	racine de l'erreur quadratique moyenne (root mean square error)
PPG	Photopléthysmographie, Photopléthysmographe
SNR	rapport signal sur bruit, signal to noise ratio
SpO <sub>2</sub>	Saturation périphérique en oxygène de l'hémoglobine

# Table des matières

<b>INTRODUCTION</b>	<b>8</b>
<b>1 GÉNÉRALITÉS SUR LES SIGNAUX PHOTOPLETHYSMOGRAPHIQUES</b>	<b>9</b>
1.1 SOURCES DES SIGNAUX PPG . . . . .	9
1.2 INFLUENCE DE LA LONGUEUR D'ONDE . . . . .	12
1.3 PROPAGATION ET DIFFRACTION DANS LES TISSUS . . . . .	12
1.4 SOURCES DE BRUIT . . . . .	14
1.5 ESTIMATION DE LA FRÉQUENCE CARDIAQUE . . . . .	14
1.6 CONCLUSION . . . . .	15
<b>2 COMBINAISON DE SIGNAUX</b>	<b>16</b>
2.1 INTRODUCTION . . . . .	16
2.2 THÉORIE . . . . .	16
2.3 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES . . . . .	17
<b>3 RÉDUCTION DES ARTEFACTS DE MOUVEMENT PAR FILTRE DE KALMAN</b>	<b>18</b>
3.1 INTRODUCTION . . . . .	18
3.2 FILTRE DE KALMAN . . . . .	19
3.3 APPLICATION AU MODÈLE . . . . .	21
<b>4 APPLICATION DE LA COMBINAISON DE SIGNAUX SUR DES SIGNAUX PPG</b>	<b>22</b>
4.1 INTRODUCTION . . . . .	22
4.2 MÉTRIQUES DE PERFORMANCES . . . . .	23
4.3 RÉSULTATS . . . . .	23
4.4 DISCUSSION . . . . .	28
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES</b>	<b>29</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>30</b>

# INTRODUCTION

La photopléthysmographie est une technique non invasive permettant d'extraire des signaux physiologiques liés à activité cardiaque comme la fréquence cardiaque et la saturation en oxygène périphérique SPO<sub>2</sub>. La qualité d'extraction (erreur, précision) de ces paramètres dépend fortement du rapport signal sur bruit du signal PPG. Ces signaux peuvent être corrompus par plusieurs sources de bruits, les plus communs sont les artéfacts de mouvement (motion artifacts MA), ainsi que le bruit thermique. Il existe selon la source de bruit à traiter plusieurs techniques d'amélioration de l'estimation.

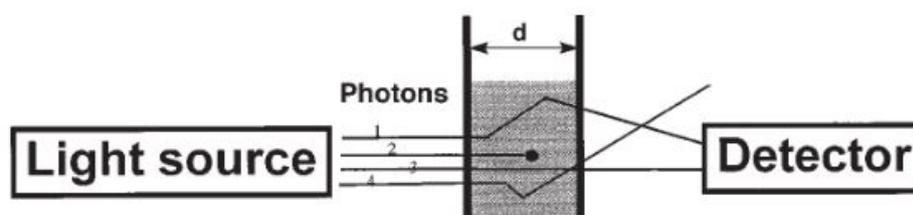
On propose dans ce modeste travail une contribution au traitement des signaux à partir de deux capteurs utilisant la combinaison de deux capteurs pour l'amélioration de l'estimation de la fréquence cardiaque par réduction du bruit thermique. Le chapitre 2 présente des généralités sur les signaux PPG et l'estimation de la fréquence cardiaque. Le chapitre 3 une partie théorique sur la combinaison de signaux. Le chapitre 4 une partie théorique sur la réduction des MA par filtres adaptatifs. Le chapitre 5 une application de la combinaison de signaux et de la réduction de bruit pour l'estimation de la fréquence cardiaque. Le chapitre 6 une discussion et une conclusion sur les perspectives d'amélioration.

# Chapitre 1

## GÉNÉRALITÉS SUR LES SIGNAUX PHOTOPLETHYSMOGRAPHIQUES

### 1.1 SOURCES DES SIGNAUX PPG

La source des signaux PPG réside dans un phénomène d'interactions photon-matière, plus précisément photon-solution liquide. Les photons qui pénètrent un tissu biologique subissent plusieurs effets : un effet d'absorption qui mène à un transfert d'énergie dans le milieu ou à une fluorescence, et un effet de diffraction à une fréquence inchangée ou avec un doppler si les particules du milieu sont en mouvement (e.g globules rouges). L'expérience où ce genre de phénomène peut être mis en évidence se compose d'un émetteur (source de lumière) et un récepteur séparés par le milieu à étudier. La puissance émise est atténuée par les deux phénomènes d'absorption et de diffraction, et est gouvernée par la loi de Beer-Lambert modifiée.



**Modified Lambert-Beer law**  
 $A = \epsilon \times c \times d \times B + G$

- A:**  $Lg(I_0/I)$ : Light extinction
- $\epsilon$ :** Specific extinction coefficient
- c:** Substance concentration
- d:** Distance (width of cuvette)
- B:** Differential path length factor (DPF)
- G:** Signal loss due to light scattering

FIGURE 1.1 – Influence de l'absorption et de la diffraction de la lumière sur des mesures optiques - loi de Beer-Lambert Modifiée [1]

Sur la figure 1.1 on peut voir les différents effets que subissent les photons sur leurs trajets : le photon 1 subit une diffraction avant d'être reçu, le photon 2 est totalement absorbé, le photon 3 est reçu en trajet direct, et le photon 4 est diffracté avant d'être perdu. Le bilan de la propagation se fait en quantifiant l'absorption totale comme  $A = \log(I_0/I)$ . Celle-ci dépend de la concentration de l'élément absorbant dans la solution  $c$ , de son absorption spécifique  $\epsilon$  et de la distance  $d$ . Les pertes par diffraction sont quantifiées par le terme  $G$ , un facteur de correction  $B$  (facteur de trajet différentiel) est introduit pour compenser le fait que les photons ne sont pas tous reçus en trajet direct. Dans le cas de milieux non homogènes l'absorption devient une somme des absorptions de chaque composant :

$$A_t = \sum_i (\epsilon_i c_i d_i B_i + G_i) \quad (1.1)$$

Pour le cas des capteurs PPG l'émetteur est une simple diode électroluminescente (LED) et le récepteur peut être une photodiode ou un phototransistor. Ils peuvent fonctionner en deux modes : transmission et réflexion, dans le premier mode le détecteur mesure l'intensité de la lumière qui passe à travers le milieu, et dans le deuxième, il mesure l'intensité réfléchie par le milieu, dans notre cas le milieu est composé des différents tissus biologiques (peau, os, veines, artères...).

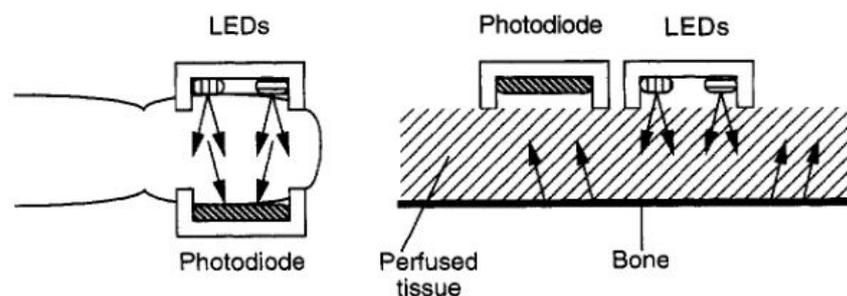


FIGURE 1.2 – à gauche : capteur PPG en mode de transmission, à droite : en mode de réflexion[2, p50]

Les principaux absorbants de la lumière dans les tissus biologiques sont les pigments de la peau, l'os et le sang artériel et veineux. La figure 1.3 montre l'intensité de la lumière absorbée et transmise en fonction du temps. L'intensité absorbée est corrélée avec les pulsations du sang artériel [2, p65] une quantité constante est absorbée par la pigmentation de la peau, l'os, le sang veineux et les autres composants non pulsatives (i.e dont la concentration ne varie pas au cours du temps).

Les artères contiennent plus de sang lors de la phase systolique du rythme cardiaque, leur diamètre augmente à cause de la pression. L'absorbance de la lumière dans les tissus augmente à cause de l'augmentation des substances absorbantes (hémoglobine) et ce à cause de l'augmentation du trajet  $d$  dans les artères. Cette composante alternative nous permet de la distinguer



## 1.2 INFLUENCE DE LA LONGUEUR D'ONDE

Les absorptions spécifiques des bilans de propagation précédents devraient être indicés en  $\lambda$  car ils dépendent de la longueur d'onde, leur variations sont montrés sur la figure 1.5 :

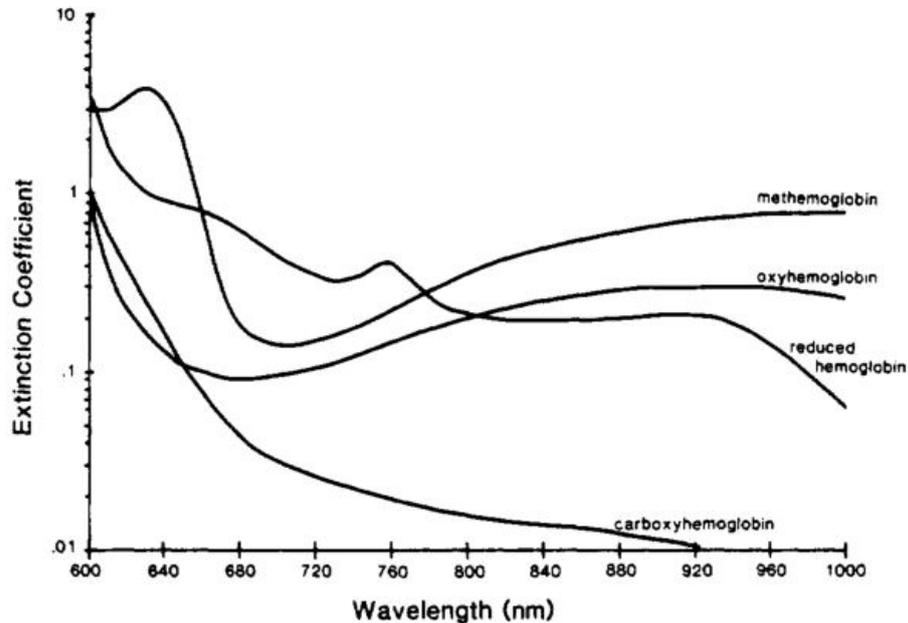


FIGURE 1.5 – Variation des absorptions spécifiques  $\epsilon[L.mmol^{-1}.cm^{-1}]$  en fonction de la longueur d'onde [2, p58]

L'eau absorbe fortement la lumière dans les ultraviolets et au dessus des infrarouges [3], les longueur d'ondes plus courtes sont aussi absorbées par la mélanine de la peau. C'est pour cela que les longueurs d'onde de travail sont plus communément choisies dans la fenêtre entre le rouge et l'infra rouge. Les courbes d'intérêt dans la figure 1.5 sont l'hémoglobine (reduced hemoglobine) et l'oxyhémoglobine, leur intersection se fait à  $800nm$  (point isobestique), au dessus de ce point l'oxyhémoglobine absorbe plus et on aura donc une composante lente due aux veines qui transportent de l'hémoglobine, de plus la profondeur de pénétration est proportionnelle à la longueur d'onde ce qui donnerait une composante continue encore plus grande pour les capteurs en mode de transmission. On aurait donc intérêt à choisir une petite longueur d'onde (e.g  $\sim 600nm$ ), néanmoins le capteur serait plus sensible au bruit de la lumière ambiante.

## 1.3 PROPAGATION ET DIFFRACTION DANS LES TISSUS

La loi de Beer-Lambert présentée dans les paragraphes précédents est un modèle simplifié de la propagation dans les tissus. Il fait le bilan de la propagation sur le trajet moyen de tout les photons émis. En réalité, les photons à cause de la diffraction ont un trajet non-linéaire à travers un tissus composé d'éléments non-homogènes. La théorie des interactions photon-matière serais

une base rigoureuse mais de grande complexité pour l'établissement d'un modèle précis. Ce paragraphe a pour but la présentation d'un modèle non-expérimental du phénomène reposant sur des hypothèses de la théorie des particules simplifiée avec des hypothèses présentées dans [4].

Les tissus biologiques sont considérés comme hautement diffractifs, et à l'interface émetteur/tissu les photons prennent toutes les directions vers l'intérieur du tissu avec des proportions différentes. Les trajets d'intérêt dans notre étude sont ceux reliant l'émetteur et le récepteur. Dans le cas d'un capteur PPG en mode réflexion la figure 1.6 montre la distribution des trajets du flux de lumière. Ces enveloppes sont appelées "banane" à cause de leur forme. Les chiffres romains (I-VI) montrent la correspondance entre chaque fraction de puissance sur chaque trajet et le retard de sa réception. Cette figure illustre le fait que les photons ne prennent pas des trajets avec des proportions qui diminuent de part et d'autre d'un trajet *moyen* (enveloppe III sur la figure 1.6).

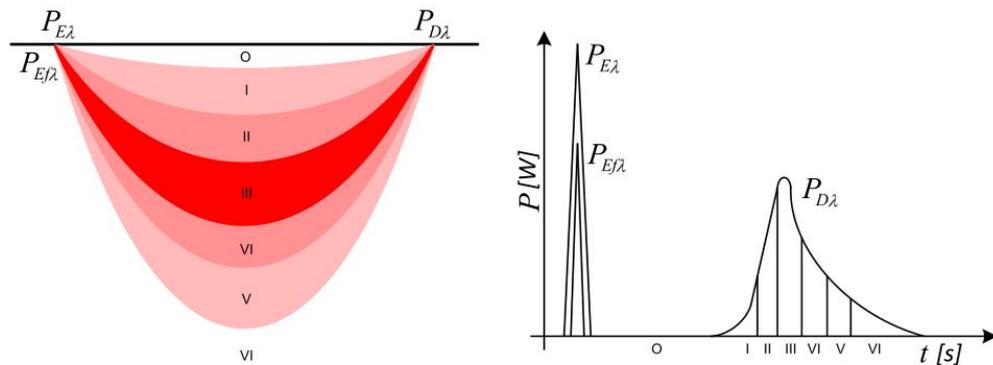


FIGURE 1.6 – Enveloppe du flux de lumière (à gauche) dans un milieu diffractif. Retard de propagation d'une impulsion dans un milieu diffractif (à droite). [4, p5]

Les photons traversent des milieux différents sur chaque trajet, si on remplace les bananes par des trajets discrets moyens, et si on suppose que sur chaque trajet l'atténuation par unité de longueur est  $\mu_i$  [cm<sup>-1</sup>], l'atténuation totale est de la forme :

$$A = \sum_0^{N-1} \mu_i l_i \quad (1.4)$$

Où  $N$  est le nombre de trajets et les  $l_i$  leur longueur respective. Si sur chaque trajet  $i$  les photons traversent  $M_i$  milieux avec des absorptions spécifiques différentes, il faut calculer les  $\mu_i$  selon :

$$\mu_i = \sum_0^{M_i} \epsilon_j c_j \quad (1.5)$$

## 1.4 SOURCES DE BRUIT

Comme tout capteur les capteurs PPG sont sensibles à des bruits de sources différentes. Les sources classiques sont le bruit thermique et les différentes interférences causées par les dispositifs environnants, l'influence de ces derniers peut être réduite grâce à un bon conditionnement du capteur.

Une autre source de bruit à laquelle le capteur est considérablement sensible sont les artefacts de mouvement *motion artifacts*. Du fait que la source même des signaux PPG est la variation du volume sang (et donc de l'artère) tout mouvement du capteur par rapport à l'artère introduit un changement dans la puissance reçue. Ce bruit est considérablement accru lors d'un mouvement aléatoire comme lorsque le capteur est porté par un sujet en exercice physique. Le traitement de dernier se fait en utilisant des techniques de réduction de bruit.

Les hypothèses du traitement par l'algorithme proposé sont un bruit additif décorrélé au signal PPG, de ce fait l'algorithme ne traite que le bruit thermique et les interférences vérifiant ces hypothèses, ils sont approximés blancs (densité spectrale constante sur tout le spectre) et de distribution gaussienne.

## 1.5 ESTIMATION DE LA FRÉQUENCE CARDIAQUE

Il existe plusieurs techniques d'estimation de la fréquence cardiaque à partir des signaux PPG, la plus commune est d'estimer la densité spectrale de puissance de la forme d'onde et d'en extraire la fréquence ou il y a le plus d'énergie, on peut voir sur la figure suivante le spectre d'un sujet au repos :

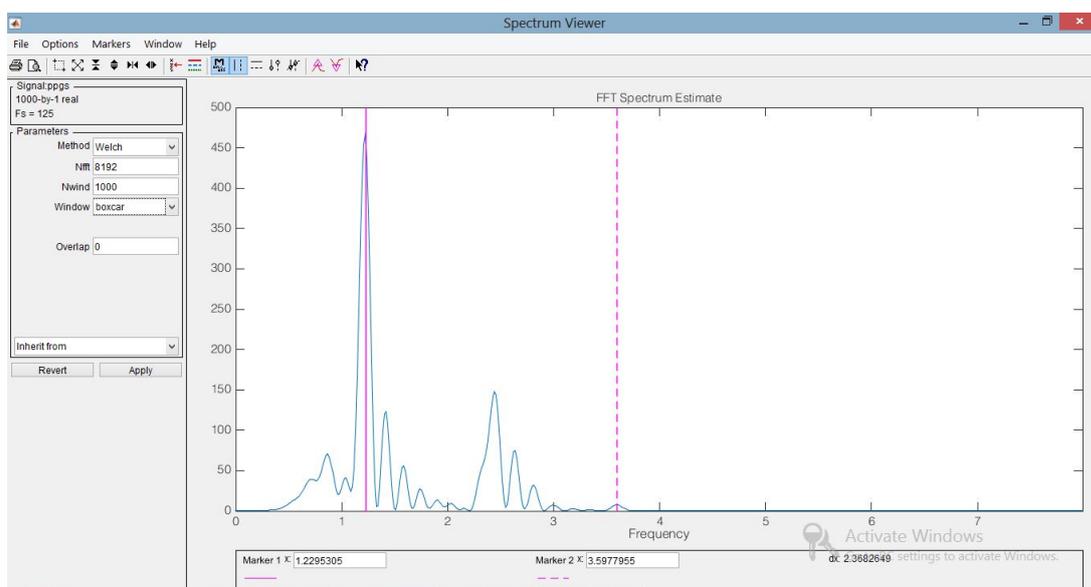


FIGURE 1.7 – Spectre de la forme d'onde PPG

Lorsque le sujet est au repos l'estimation se fait avec une erreur satisfaisante qui n'est due

qu'au bruit thermique, néanmoins lorsque le sujet est en mouvement le maximum d'énergie ne correspond plus à la fréquence cardiaque, et une réduction de bruit est nécessaire.

## **1.6 CONCLUSION**

Les sources des signaux PPG ne sont encore totalement compris [3], ils résultent d'une interaction complexe entre les photons et les tissus du vivants ; ils sont sensibles à plusieurs sources de bruits, les MA peuvent être filtrés en utilisant des techniques du traitement du signal sur des données acquises à partir d'accéléromètres. Quant au bruit thermique il peut être réduit en améliorant le conditionnement du capteur, néanmoins il ne peut être totalement annulé ainsi, et c'est pour palier aux limitation de l'instrumentation qu'on propose ici un traitement numérique (après conversion analogique numérique) reposant sur la combinaisons de signaux à partir de deux capteurs.

# Chapitre 2

## COMBINAISON DE SIGNAUX

### 2.1 INTRODUCTION

La combinaison de signaux est un processus consistant à utiliser les sorties de plusieurs capteurs sur un même objet afin d'obtenir une donnée plus précise que les données brutes prises séparément. Un exemple commun d'application est la combinaison de diversité (diversity combining) en télécommunications, où on fusionne entre les sorties de plusieurs antennes selon la qualité de réception de chacune et avec des coefficients de pondération dépendant du  $SNR$ . Le choix des coefficients de pondération ainsi que leur critère de sélection pour des signaux PPG fait l'objet de ce chapitre.

### 2.2 THÉORIE

Soit deux capteurs PPG donnant le même signal avec des puissance différentes et des bruits blanc décorrelés  $n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$  :

$$x_1(t) = aS(t) + n_1(t) \quad (2.1)$$

$$x_2(t) = bS(t) + n_2(t) \quad (2.2)$$

Les rapports signal sur bruit respectifs sont :

$$SNR_1 = \frac{a^2 \sigma_s^2}{\sigma_n} \quad (2.3)$$

$$SNR_2 = \frac{b^2 \sigma_s^2}{\sigma_n} \quad (2.4)$$

Dans les cas où les capteurs reçoivent la même puissance de signal ( $a = b = 1$ ) une technique triviale est d'utiliser une addition cohérente des deux sortie :

$$y(t) = 0.5x_1(t) + 0.5x_2(t) = S(t) + \frac{1}{2}n_1(t) + \frac{1}{2}n_2(t) \quad (2.5)$$

La puissance du bruit sera :

$$\mathbb{E}[(\frac{1}{2}n_1(t) + \frac{1}{2}n_2(t))^2] = \frac{1}{4}\mathbb{E}[n_1^2] + \frac{1}{4}\mathbb{E}[n_2^2] + \frac{1}{2}\mathbb{E}[n_1n_2] = \frac{1}{4}\sigma_n^2 + \frac{1}{4}\sigma_n^2 = \frac{1}{2}\sigma_n^2 \quad (2.6)$$

Ainsi l'addition cohérente diminue la puissance du bruit par un facteur 2, soit une amélioration du  $SNR$  de  $3dB$ .

Dans le cas des coefficient  $a$  et  $b$  quelconques, en utilisant une combinaison linéaire des deux observations on obtient :

$$y(t) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} x_1(t) + \frac{\beta}{\alpha + \beta} x_2(t) \quad (2.7)$$

$$SNR_y = \frac{(\alpha a + \beta b)^2 \sigma_s^2}{\alpha^2 + \beta^2 \sigma_n} \quad (2.8)$$

La formule 2.8 montre que le rapport signal sur bruit est paramétré en  $a$  et  $b$ , et pour des choix judicieux de  $\alpha$  et  $\beta$  on pourrait avoir un gain en  $SNR$ . Puisque  $y$  est une moyenne pondérée, on ne s'intéresse qu'au rapport  $\gamma = \frac{\beta}{\alpha}$ , et on peut réécrire le facteur du  $SNR_y$  comme :

$$f(\gamma) = \frac{(a + b\gamma)^2}{1 + \gamma^2} \quad (2.9)$$

La maximisation de cette fonction donne lieu à la solution :

$$\gamma_{max} = \frac{-(\frac{a^2-b^2}{ab}) + \sqrt{(\frac{a^2-b^2}{ab})^2 + 4}}{2} \quad (2.10)$$

On peut vérifier sur cette solution que pour le cas  $a = b = 1$  :  $\alpha = \beta = 1$  et que le gain en  $G_{SNR} = 10 \log(f(\gamma))$  est de  $3dB$ .

### 2.3 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES

L'application des formules précédentes nécessite la connaissance des paramètres  $a$  et  $b$ . Puisqu'on a besoin que de leur rapport on peut fixer l'un à 1 et déduire l'autre.

Sous hypothèse que les bruits et les signaux sont décorrélés on peut estimer ce rapport par :

$$\frac{\mathbb{E}[x_2^2]}{\mathbb{E}[x_1^2]} = \frac{b^2 \sigma_s^2 + \sigma_n^2}{a^2 \sigma_s^2 + \sigma_n^2} \simeq \frac{b^2 \sigma_s^2}{a^2 \sigma_s^2} = \frac{b^2}{a^2} \quad (2.11)$$

Sous hypothèse de stationnarité et d'ergodicité l'opérateur d'espérance peut être remplacé par une moyenne temporelle :

$$(b/\hat{a}) = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_0^{N-1} x_2(n)^2}{\frac{1}{N} \sum_0^{N-1} x_1(n)^2}} \quad (2.12)$$

## Chapitre 3

# RÉDUCTION DES ARTEFACTS DE MOUVEMENT PAR FILTRE DE KALMAN

### 3.1 INTRODUCTION

Le modèle de réduction de bruit considère les MA comme une réponse d'un filtre FIR excité par les accélérations à savoir :

$$ppg(k) = s(k) + \mathbf{w}^T \mathbf{u}(k) \quad (3.1)$$

Ou  $ppg[k]$  est la sortie du capteur au temps  $k$ ,  $s(k)$  le signal ppg utile, le vecteur  $\mathbf{u}(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-M-1)]$  contient les  $M$  dernières valeurs des accélérations, et  $\mathbf{w}$  sont les coefficients du filtre FIR. Le modèle estime les coefficients  $\mathbf{w}$  soustraction du bruit ensuite :

$$\hat{s}(k) = ppg(k) - \hat{\mathbf{w}}^T \mathbf{u}(k) \quad (3.2)$$

L'estimation des  $\mathbf{w}$  est un problème typique d'identification d'un système et les techniques classiques du filtrage adaptatif (LMS, NLMS, Kalman) peuvent être exploitées. La figure suivante illustre le schéma bloc de l'identification :

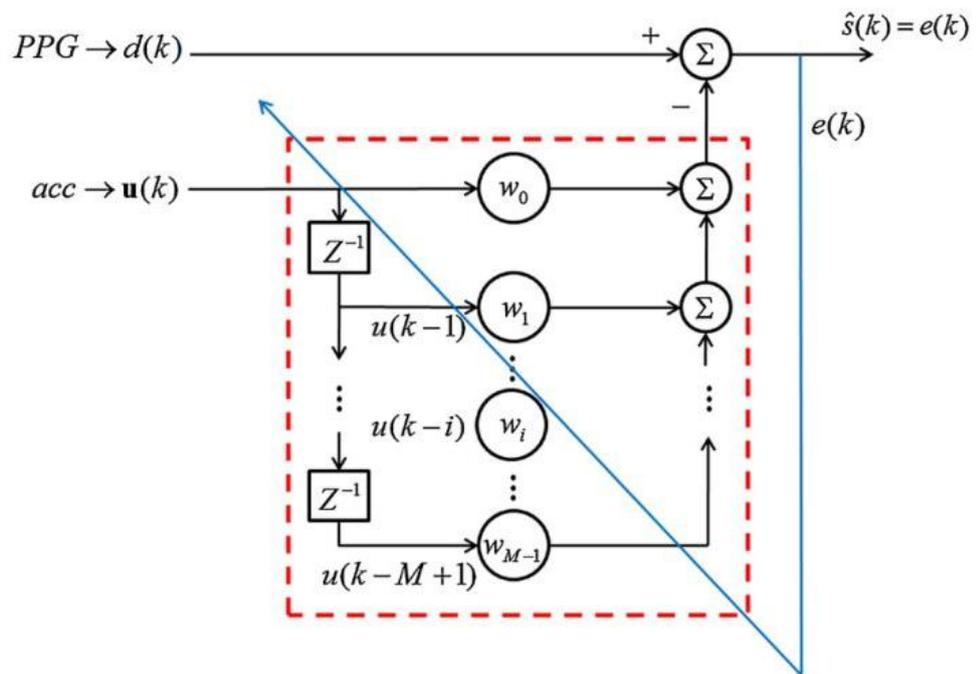


FIGURE 3.1 – Structure dynamique du filtre FIR pour éliminer les MA source [5]

### 3.2 FILTRE DE KALMAN

En considérant les coefficients du filtre à identifier comme les paramètres d'un système, on peut appliquer la formulation d'état au problème et utiliser le filtre de Kalman afin d'obtenir une estimation optimale.

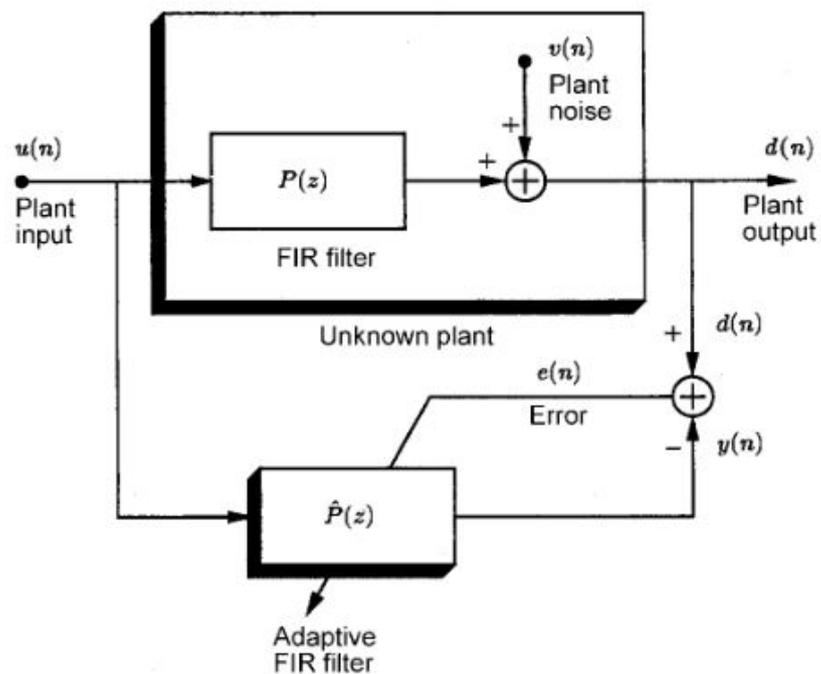


FIGURE 3.2 – Identification adaptative d'un système[6]

La figure 3.2 illustre deux systèmes : le système à identifier modélisé par un filtre FIR et le filtre adaptatif qui estime le premier. Les deux systèmes ont pour entrée  $\mathbf{u}(n)^T = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-L-1)]$ , la sortie du système inconnu est appelé réponse désirée (desired response) celle-ci est utilisée comme référence pour calculer l'erreur à minimiser pour le filtre adaptatif. L'algorithme calcule les coefficients du filtre  $w_i$  et les ajuste selon la variation dynamique du système inconnu.

Le filtre de Kalman utilise la formulation de l'espace d'état afin d'estimer les paramètres  $\mathbf{x}$  d'un système à partir d'observations bruitées. Pour un système discret linéaire dynamique d'ordre 1 le processus est décrit par :

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k \quad : \text{équation d'état} \quad (3.3)$$

$$y_{k+1} = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + e_k \quad : \text{équation d'observation} \quad (3.4)$$

**Equation d'état**  $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k)$  est le bruit du système supposé blanc, il modélise les changements aléatoires de l'état du système. La matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice de transition elle modélise la dépendance du prochain état au précédent, pour un système d'ordre  $N$  l'équation 3.3 deviendra :  $\mathbf{x}_{k+1} = \sum_0^{N-1} \mathbf{A}_{k-i} \mathbf{x}_{k-i} + \mathbf{n}_k$ . On peut voir l'équation d'état comme l'équation aux différences d'un système auto-régressif [7, p421] paramétré par les matrices  $\mathbf{A}_k$  dont l'entrée est le bruit  $\mathbf{n}_k$  et la sortie l'état  $\mathbf{x}_k$ .

En automatique l'état dépend aussi d'une commande  $\mathbf{u}_k$  à travers une matrice  $\mathbf{B}_k$ , cette dernière n'apparaît pas dans le cadre de notre travail car on cherche à identifier un système non commandé.

**Equation d'observation** La matrice  $\mathbf{C}$  modélise la dépendance entre l'état et la sortie du capteur  $y_k$ , finalement  $e_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_k^2)$  est le bruit de mesure supposé lui aussi blanc. Dans le cas où on dispose de plusieurs capteurs  $y$  devient un vecteur et  $\mathbf{e}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$

L'estimation de l'état du système se fait selon les équations suivantes :

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad \text{prédiction - estimation a priori} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad \text{covariance de l'erreur de prédiction} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad \text{gain de Kalman} \quad (3.7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad \text{correction - estimation a posteriori} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_k^- \quad \text{covariance de l'erreur de la correction} \quad (3.9)$$

Les exposants  $+$  et  $-$  représentent les variables calculées *a posteriori* et *a priori* respectivement. Sachant l'estimation précédente on commence par une prédiction du prochain état selon le modèle d'état 3.3 le bruit d'état étant inconnu on fait une erreur sur cette prédiction de covariance 3.6, qui fait intervenir la covariance du bruit d'état et la covariance de l'erreur commise lors de la précédente prédiction. Ces dernières étapes sont effectuées en *a priori* de la mesure  $y_k$ .

Lorsque cette dernière est disponible on corrige l'estimation selon 3.20 en rajoutant à l'estimé a priori l'erreur - entre l'échantillon  $y_k$  et la sortie que donnerais ce même estimé au capteur ( c'ad  $\mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$  ) - avec un coefficient  $\mathbf{K}_k$  appelé gain de Kalman celui ci est dérivé en minimisant la MSE [9, p8]. On calcule ensuite la covariance de l'erreur commise a posteriori.

La puissance du filtre de Kalman vient du fait qu'il estime ses propres performances par le calcul des covariances des erreurs, ainsi si par exemple les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_k$  augmentent ( la puissance du bruit augmente ) les éléments du gain de Kalman vont décroître et l'estimateur a posteriori fera plus *confiance* à la prédiction et vice versa.

### 3.3 APPLICATION AU MODÈLE

Ainsi en identifiant nos variables au problème d'identification :

$$ppg(k) = d(k) \quad (3.10)$$

$$\hat{s}(k) = e(k) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{x}(k) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{u}(k)^T \quad (3.13)$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{I} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{Q}_k = \sigma_{kf}^2 \mathbf{I} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{R}_k = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3.16)$$

On aura les relations itératives suivantes :

$$\hat{\mathbf{w}}_k^- = \hat{\mathbf{w}}_{k-1}^+ \quad (3.17)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{P}_{k-1}^+ + \sigma_{kf}^2 \mathbf{I} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{u}(k) (\mathbf{u}(k)^T \mathbf{P}_k^- \mathbf{u}(k) + \sigma^2)^{-1} \quad (3.19)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_k^+ = \hat{\mathbf{w}}_k^- + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{u}(k)^T \hat{\mathbf{w}}_k^-) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{u}(k)^T) \mathbf{P}_k^- \quad (3.21)$$

L'équation 3.14 est justifié par l'hypothèse que le processus de changement des  $\mathbf{w}$  est considéré comme une marche aléatoire (*random walk*) [5, p5]. Quant aux équations 3.15 et c'est sous hypothèse que les bruit du système et de mesure sont stationnaires (indépendance au temps).

# Chapitre 4

## APPLICATION DE LA COMBINAISON DE SIGNAUX SUR DES SIGNAUX PPG

### 4.1 INTRODUCTION

On présente ici les résultats d'application de la combinaison de signaux sur des données acquises sur les poignets de 4 sujets sont au repos lors des premières 30s de l'acquisition, et qui exercent une activité physique d'intensité croissante avec les temps pendant 4m30. Les sujets portaient aussi un ECG qui donnait une fréquence cardiaque servant de référence.

Le traitement à été réalisé selon le schéma bloc suivant :

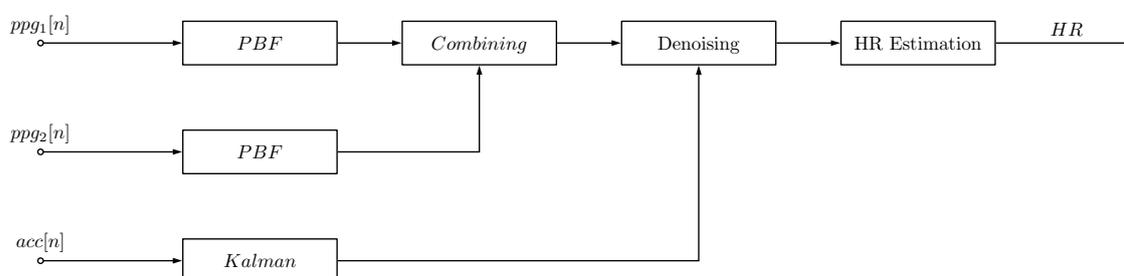


FIGURE 4.1 – Schéma bloc du traitement des signaux PPG pour l'estimation de la fréquence cardiaque

Un filtre passe bande ne laisse d'abord que la bande passante du signal d'intérêt. On procède ensuite à la combinaison, l'extraction des paramètres  $a$  et  $b$  se fait lorsque le sujet est au repos, et la combinaison selon le coefficient  $\gamma$  donnant le maximum de  $SNR$ . Le bloc denoising estime ensuite les MA et prépare le signal pour l'estimation de la fréquence cardiaque, ce dernier traitement a été réalisé avec le filtre de Kalman selon modèle présenté dans le chapitre précédent.

## 4.2 MÉTRIQUES DE PERFORMANCES

Afin mesurer les performances de l'estimation de la fréquence cardiaque on utilisé les métriques suivantes en utilisant comme référence la fréquence cardiaque estimée à partir de l'ECG :

$$\mu = \frac{1}{N} \sum |BPM_{est}(i) - BPM_{ref}(i)| \quad : \text{Moyenne de l'erreur} \quad (4.1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (|BPM_{est}(i) - BPM_{ref}(i)| - \mu)^2} \quad : \text{Ecart type de l'erreur} \quad (4.2)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (|BPM_{est}(i) - BPM_{ref}(i)|)^2 \quad : \text{Erreur quadratique moyenne} \quad (4.3)$$

$$= \mu^2 + \sigma^2 \quad (4.4)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad : \text{Erreur type} \quad (4.5)$$

$$R(\%) = 100 \times \frac{RMSE_{min12} - RMSE_c}{RMSE_{min12}} \quad : \text{Réduction de l'erreur type} \quad (4.6)$$

Le rapport  $R$  illustre la réduction de l'erreur type sur la fréquence cardiaque estimée à partir de deux signaux : le signal donnant le minimum d'erreur type après réduction de bruit uniquement ( $RMSE_{min12} = \min(RMSE_1, RMSE_2)$ ) et le signal combiné indice  $c$ .

**Remarque** Plus rigoureusement les formules précédentes devraient être notés avec des chapeaux " $\hat{\phantom{x}}$ ", car ne disposant que d'un nombre fini d'échantillons ils ne représentent que des estimés des valeurs réelles.

## 4.3 RÉSULTATS

On présente dans cette section l'estimation de la fréquence cardiaque à partir du signal PPG après réduction de bruit , et ce sur les deux capteurs indépendamment et sur le signal obtenu après combinaison. Un tableau résume les différents métriques de performances présenté pour analyser les résultats.

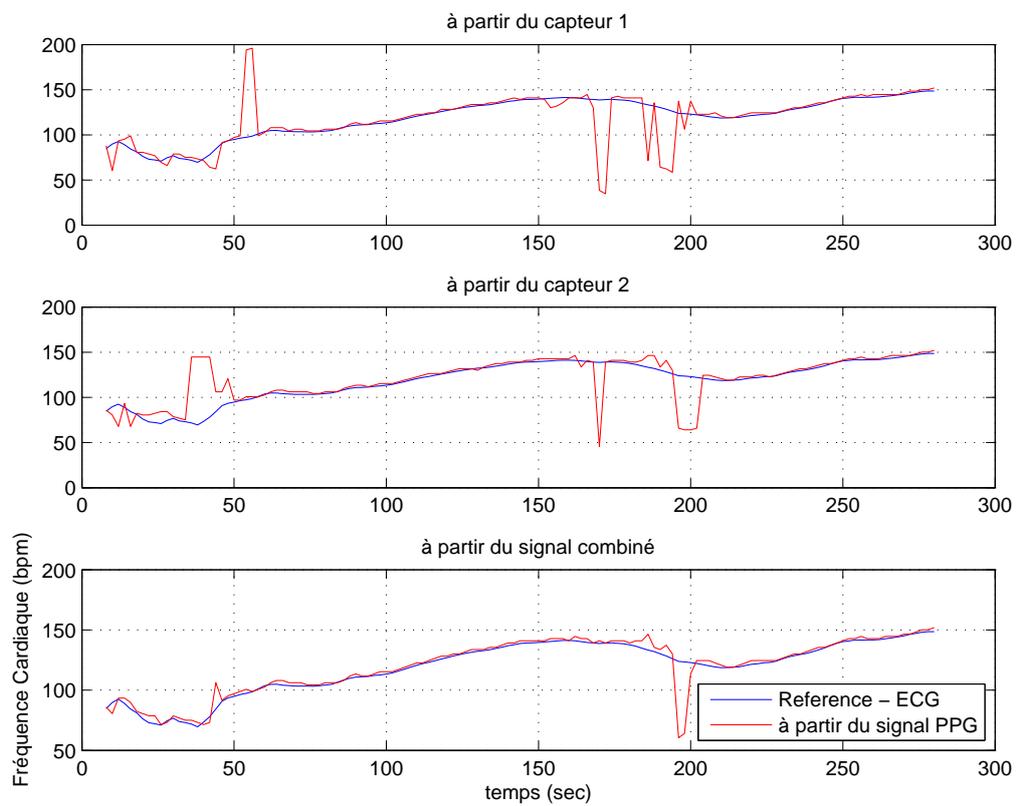


FIGURE 4.2 – Fréquence cardiaque en fonction du temps : sujet 2

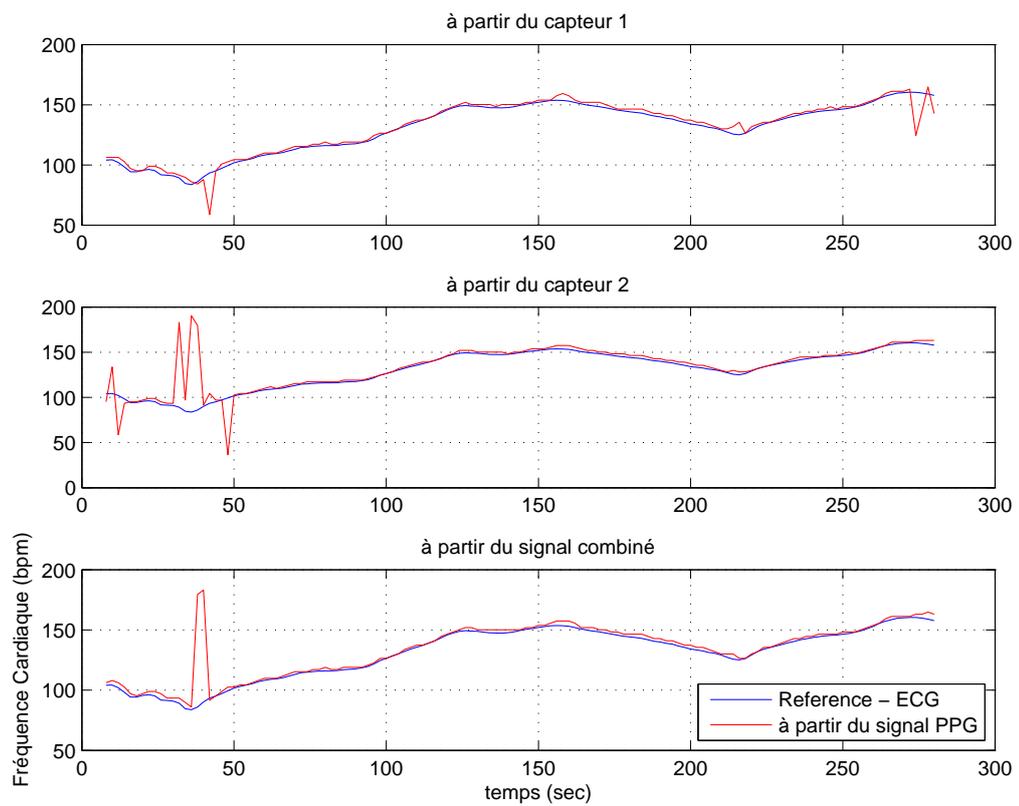


FIGURE 4.3 – Fréquence cardiaque en fonction du temps : sujet 3

TABLE 4.1 – Métriques des performances pour les 4 sujets, à partir des deux capteurs et du signal combiné

<b> sujet</b>	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_c$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_c$	$RMSE_1$	$RMSE_2$	$RMSE_c$	$R$
<b> 1</b>	7.91	18.55	8.73	15.19	28.14	6.03	17.13	33.71	10.61	38.07
<b> 2</b>	7.65	7.53	3.16	19.61	16.91	7.57	21.05	18.51	8.20	55.70
<b> 3</b>	2.60	5.07	3.20	4.52	15.59	3.32	5.22	16.39	4.61	11.75
<b> 4</b>	2.26	7.13	2.65	2.60	15.90	1.36	3.44	17.42	2.98	13.47
<b> moyenne</b>	5.10	9.57	4.43	10.48	19.13	4.57	9.37	17.21	5.28	23.80

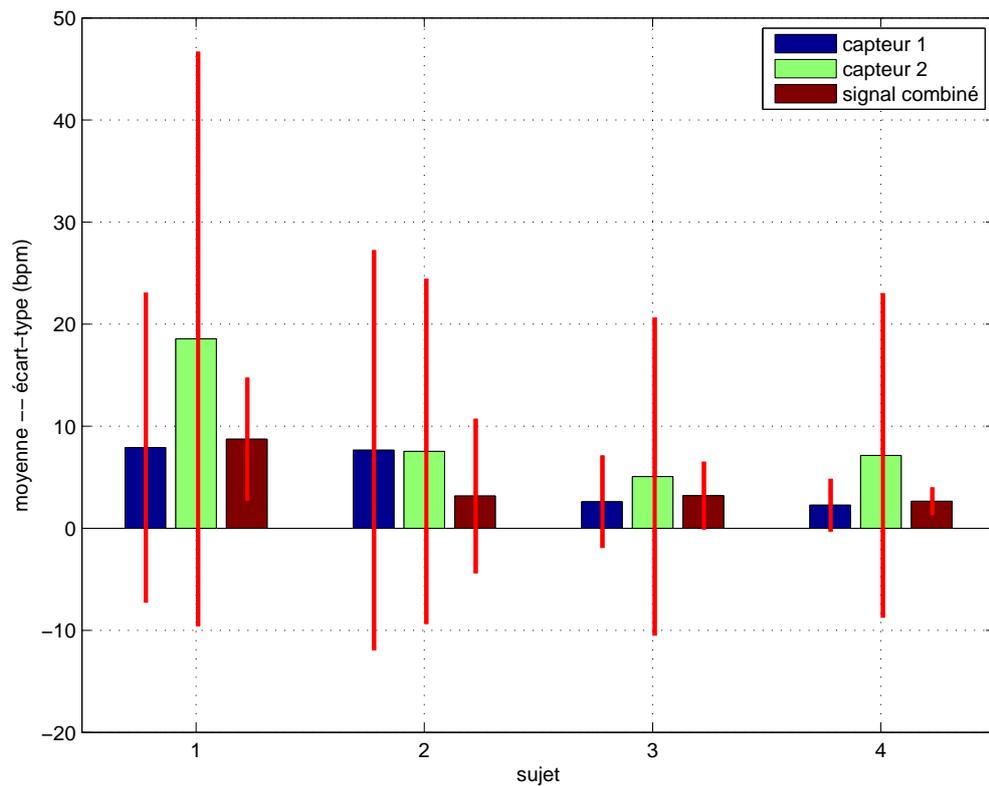


FIGURE 4.4 – Barres d’erreurs : Moyenne et écart-type l’erreur de l’estimation de la fréquence cardiaque après réduction de bruit avec le filtre de Kalman et combinaison de signaux

#### 4.4 DISCUSSION

On remarque une réduction de la RMSE sur tout les sujets avec des proportions différentes. Quand les MA résiduels sur les deux capteurs sont en opposition de phase leur combinaison donne une grande réduction du bruit, ce phénomène est aléatoire et n'est pas systématique. On remarque la subsistance de l'erreur lors de la transition du sujet du repos vers l'exercice (cf. fig 4.3  $t \simeq 40sec$ ), ceci montre que lors de changement brusque le filtre adaptatif met un certain temps avant de converger à nouveau et se stabiliser.

# CONCLUSION

L'utilisation de deux capteurs permet avec une combinaison de signaux optimale une réduction du bruit thermique, dans certains cas les MA. Une modélisation des MA sur chaque capteur pourrait permettre une extension pour leur réduction. Une perspective sur l'instrumentation serait une augmentation du nombre de capteurs, car la puissance du bruit thermique après traitement est inversement proportionnelle au nombre de capteurs, la réalisation doit se faire de façon miniature afin que les capteurs reçoivent le même signal, et que le dispositif reste compact. Un traitement heuristique pour la sélection des capteurs les moins bruités améliorerait l'estimation des paramètres physiologiques.

# Bibliographie

- [1] A. Villringer and B. Chance, "Non-invasive optical spectroscopy and imaging of human brain function," *Trends Neurosci*, Vol. 20, no. 10, pp. 435-442, 1997, Elsevier .
- [2] J.G. Webster, Design of Pulse Oximeters, *IOP Publishing Ltd*, 1997.
- [3] J. Allen, "Photoplethysmography and its application in clinical physiological measurement," *Physiol. Meas*, Vol. 28, no. 3, pp. 1-39, 2007, IOP Publishing.
- [4] V.O Rybynok and P.A Kyriacou, "Beer-lambert law along non-linear mean light pathways for the rational analysis of Photoplethysmography," *Journal of Physics : Conference Series* 238, 2010, IOP Publishing.
- [5] B. Lee, J. Han, H.J Baek, J.H Shin, K.S Park and W.J Yi, "Improved elimination of motion artifacts from a photoplethysmographic signal using a Kalman smoother with simultaneous accelerometry" *Physiol. Meas*, vol. 31 pp. 1585–1603, IOP science, 2010.
- [6] S. Haykin, B. Widrow, Least-Mean-Square Adaptive Filters, *John Wiley & Sons*, 2003.
- [7] S.M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, *Prentice Hall*, Vol I, 1993.
- [8] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, *Prentice Hall*, 3rd Edition, 2001.
- [9] S. Haykin, Kalman filtering and neural networks, *John Wiley & Sons*, 2001.