

Ecole Nationale Polytechnique

Département: Electronique

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Présentée pour l'obtention du grade de

MAGISTER

en Electronique Option: traitement du Signal

par M^r HAMZA Abdelkrim

Thème

**Annulation adaptative d'écho
pour la transmission de données
en bande de base**

Soutenue publiquement le

devant le jury composé de:

Mr A. CHEKIMA	(Professeur).....	Président
Mr A. ZERGUERRAS	(M.C).....	Examineur
Mr B. DERRAS	(Ph.D).....	Rapporteur
Mr C. BENMEHREZ	(Ph.D).....	Examineur
Mr L. HAMAMI	(Chargée de cours).....	Examineur
Mr F. CHIGARA	(M.A.T).....	Examineur
Mr A. RIHANI	(Directeur de l'école) de transmission	Invité

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

الإهداء

إلى والدي ووالدي الكريمين
إلى كل الأهل والأقارب
إلى كل الإضاءة حفظهم الله

عبد الكريم صيرة

R E M E R C I E M E N T S

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur B.DERRAS qui à travers ses conseils, ses encouragements m'a permis de mener à bien ce travail.

Je remercie vivement Monsieur A.CHEKIMA, Professeur à l'E.N.P. pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce jury.

Je tiens à remercier les membres du jury qui ont bien voulu accepter de juger ce travail. Je cite:

-Monsieur A.ZERGUERRAS, Maître de conférences.

-Monsieur C.BENMEHREZ, PhD.

-Madame L.HAMAMI, Chargée de cours.

-Monsieur F.CHIGARA, Maître assistant.

-Monsieur A.RIHANI, Directeur de l'école de transmission.

J'adresse un remerciement particulier à Monsieur GERZY GORALSKI, Docteur d'Etat de l'E.N.P. de VARSOVIE, qui m'a proposé le sujet de cette thèse.

Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont apporté leurs encouragements constants.

S O M M A I R E

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I -TRANSMISSION DE DONNEES	
INTRODUCTION.....	4
I-1 Modes de transmission.....	4
I-2 Supports de télécommunication.....	5
I-2-1 Réseau téléphonique.....	6
I-2-2 Inconvénients du réseau téléphonique.....	6
I-3 Transmission de données en bande de base.....	7
CHAPITRE II -PHENOMENE DE L'ECHO	
II-1 Conditions de présence du phénomène de l'écho....	8
II-2 Causes et effets de la présence de l'écho.....	10
II-3 Solutions envisageables au problème de l'écho...13	
CHAPITRE III -ANNULATION ADAPTATIVE DE L'ECHO	
III-1 Principes d'annulation de l'écho.....	14
III-2 Critères d'annulation de l'écho.....	15
III-3 Annuleur adaptatif d'écho.....	17
III-3-1 Présentation de l'annuleur d'écho.....	17
III-3-2 Configurations de l'annuleur d'écho.....	19
CHAPITRE IV -ALGORITHMES ADAPTATIFS	
IV-1 Techniques d'estimation.....	24
IV-2 Algorithme du gradient.....	26
IV-2-1 Convergence et erreur résiduelle.....	29
IV-3 Application de l'algorithme du gradient	
a l'annulation de l'écho.....	32

IV-3-1	Valeur théorique du résidu d'écho pour	
	1'algorithme du gradient.....	33
IV-3-2	Valeur théorique du résidu d'écho pour	
	1'algorithme du signe.....	39
	1-Valeur pour une perturbation gaussienne.....	41
	2-Valeur pour une perturbation binaire arrondie.....	42
	3-Valeur pour une perturbation binaire.....	43
	4-Valeur pour une perturbation avec brouillage.....	43
IV-4	CONCLUSION.....	45
CHAPITRE	V -PERFORMANCES DE L'ANNULEUR D'ECHO, SIMULATIONS ET	
	RESULTATS.	
V-1	Notations et hypothèses.....	46
V-1-1	Notations.....	46
V-1-2	Hypothèses.....	47
V-2	Présentation de la simulation.....	47
V-3	Résultats théoriques.....	49
V-4	Résultats de la simulation.....	57
V-4-1	Algorithme du gradient avec interférences	
	intersymboles.....	57
V-4-2	Algorithme du gradient sans interférences	
	intersymboles.....	65
V-4-3	Algorithme du signe sans IIS.....	76
V-4-4	Algorithme du signe avec IIS.....	79
V-5	CONCLUSION.....	85

CHAPITRE VI -OPTIMISATION DES PERFORMANCES DE L'ANNELEUR D'ECHO

VI-1 Algorithme du signe sans IIS.....87

VI-2 Algorithme du signe avec IIS.....88

VI-3 Variation du paramètre d'adaptation α105

VI-3-1 Algorithme du gradient.....105

VI-3-2 Algorithme du signe.....111

VI-4 Optimisation des performances de l'anneleur
 d'écho en faisant varier N.....112

VI-4-1 Algorithme du gradient.....119

VI-4-2 Algorithme du signe.....128

VI-5 CONCLUSION.....128

CONCLUSION.....135

BIBLIOGRAPHIE.....137

ANNEXES.....141

LISTE DES SYMBOLES ET ABREVIATIONS UTILISES

A	: Puissance des données proches.
a_k	: Vecteur des données proches.
ANEC	: Annuleur d'écho.
B	: Puissance du bruit.
b_k	: Vecteur des données lointaines.
C_k	: Vecteur des coefficients du filtre.
C_{opt}	: Vecteur optimal
$e(k)$: Signal d'écho.
$\hat{e}(k)$: Signal d'écho estimé.
$e_r(k)$: Echo résiduel.
E/S	: Rapport écho sur signal.
$E\{e^2\}$: Erreur quadratique moyenne.
$E\{.\}$: Esperance mathématique.
E.T.C.D.	: Equipement terminal de circuit de données.
E.T.T.D.	: Equipement terminal de transmission de données.
F.N.A.	: Filtre numérique adaptatif.
g	: Réponse impulsionnelle du trajet d'écho.
(G)	: Algorithme du gradient.
h	: Réponse impulsionnelle de la ligne.
I.I.S.	: Interférence intersymboles.
K	: nombre d'itérations.
$n(k)$: Signal de bruit.
P	: Matrice d'intercorrélation.
R_{xx}	: Matrice d'autocorrélation.
R	: Puissance du résidu d'écho.
R_b	: Résidu pour une perturbation binaire.
R_{ba}	: Résidu pour une perturbation binaire arrondie.
R_g	: Résidu pour une perturbation gaussienne.
R/O	: Rapport résidu sur signal perturbateur.
$r(k)$: Signal propre.
$s(k)$: Signal lointain.
S	: Puissance du signal lointain.
SP	: Algorithme du signe en phase permanente.
$sgn(.)$: Signe de (.).
S/B	: Rapport signal sur bruit.

- U : Puissance du signal perturbateur.
 $u(k)$: Signal perturbateur.
 v_k : Vecteur de l'écart entre l'écho et l'écho estimé.
 $y(k)$: Signal entrant.
 α : Pas d'adaptation.
 δ : Erreur résiduelle en dB.
 ν : Vitesse de convergence.
 1.1^T : Vecteur transposé.

NOMENCLATURE DES FIGURES DE LA THESE.

- Fig.5.1: Variation du résidu d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient. $\alpha=0.01$; $N=4,12,20$.
- Fig.5.2: Variation du résidu d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient. $\alpha=0.01$; $N=4,8,16$.
- Fig.5.3 → Fig.5.6: Variation de la vitesse de convergence ν en fonction de α . Algorithme du gradient. $N=4,8,16,20$.
- Fig.5.7 → Fig.5.8: Variation de l'erreur résiduelle δ en fonction de α . Algorithme du gradient. $N=4,8,12,16,20$.
- Fig.5.9 → Fig.5.10: Variation de la vitesse de convergence ν en fonction de N . Algorithme du gradient. $\alpha=10^{-2}, 10^{-3}$.
- Fig.5.11 → Fig.5.14: Variation de l'écho résiduel en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient avec IIS.
- Fig.5.15 → Fig.5.17.h: Variation de l'écho résiduel en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient sans IIS.
- Fig.5.18 → Fig.5.23: Variation de l'écho résiduel en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du signe sans IIS.
- Fig.5.24 → Fig.5.26.b: Variation de l'écho résiduel en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du signe avec IIS.
- Fig.6.1 → Fig.6.18: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du signe sans IIS.
- Fig.6.19 → Fig.6.23.b: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction de k . Algorithme du signe avec IIS.
- Fig.6.24 → Fig.6.26: Variation du résidu d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient. α variable.

Fig.6.27 → Fig.6.30: Variation du résidu d'écho en fonction du nombre d'itérations k . Algorithme du signe. α variable.

Fig.6.31 → Fig.6.32: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du signe. α variable.

Fig.6.33 → Fig.6.42: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient avec IIS.

Fig.6.43 → Fig.6.48: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du gradient sans IIS.

Fig.6.49 → Fig.6.57: Variation des coefficients de l'annuleur d'écho en fonction du nombre d'itérations. Algorithme du signe avec IIS.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

I N T R O D U C T I O N

Le domaine de la télécommunication est sans doute ce qui symbolise le mieux ce vingtième siècle. En effet, cette discipline au delà du rapprochement des distances et le gain en temps qu'elle procure, c'est surtout par l'énorme et constant progrès qu'elle se caractérise. Notamment la communication numérique dans ses diverses formes, qui durant les dix dernières années est devenue un moyen et un outil de développement indispensable. Les horizons qu'elle a ouvert, surtout avec les services grand public, ont rendus l'amélioration des structures qu'elle utilise nécessaire. En effet, l'utilisation des réseaux classiques existants posait certains problèmes de compatibilité du fait que ces réseaux n'étaient pas destinés au préalable à la transmission de ce nouveau type d'informations. C'est dans ce contexte que se pose le problème d'écho en transmission de données en bande de base. Comme les premières implantations de réseaux téléphoniques étaient destinées à la transmission du signal de parole, leur usage pour la transmission de données posait avec acuité le problème de l'écho.

Ce dernier apparaît lors d'une transmission de données bidirectionnelle simultanée (Full Duplex) sur une liaison "deux fils". Les causes de ce phénomène (écho) sont la présence de désadaptations d'impédances sur le trajet emprunté par les données émises qui subissent alors une réflexion et produisent un écho qui perturbe la réception du signal utile. Le signal d'écho ayant une puissance largement supérieure à

celle du signal reçu, il est nécessaire de l'annuler pour avoir une réception performante. Les annuleurs d'écho utilisés en transmission de données emploient des filtres adaptatifs transversaux à cause de leur adaptation permanente à la réponse du trajet d'écho.

De ce fait, il s'agira pour l'annuleur d'écho d'identifier le trajet d'écho afin de retrancher en permanence les échos au signal reçu.

Dans ce travail, nous exposerons au chapitre I des notions fondamentales concernant la transmission de données. Au chapitre II les causes et les conséquences du phénomène d'écho sont détaillées.

Le contexte ou l'environnement dans lequel est situé l'annuleur d'écho est donné au chapitre III. La présentation des équations des différents signaux et des critères d'annulation y est abordée aussi.

Le chapitre IV est consacré aux algorithmes adaptatifs. En effet, l'adaptation des paramètres de l'annuleur se fait à l'aide d'algorithmes adaptatifs. Celui du gradient est présenté en détail vu qu'il répond d'une façon satisfaisante aux conditions requises. De plus, sa simplicité et sa robustesse en font un outil idéal pour ce type de problèmes. Par ailleurs, une variante de l'algorithme du gradient à savoir l'algorithme du signe est présentée dans ce chapitre.

Le chapitre V est consacré aux simulations et résultats de l'annuleur d'écho fonctionnant avec les algorithmes du gradient et du signe dans des conditions variables. Une étude comparative avec les résultats théoriques est donnée pour

juger des performances de la simulation..

Au chapitre VI, une nouvelle approche est présentée afin d'optimiser les performances de l'annuleur d'écho. Elle consiste à faire varier le nombre de coefficients du filtre pour réduire la complexité globale de l'annuleur.

En conclusion, les résultats de la simulation ont montrés une nette concordance avec ceux de la théorie. De plus l'approche consistant à réduire le nombre de coefficients du filtre s'est avérée intéressante puisqu'elle permet une réduction de la complexité sans détériorer les performances de l'annuleur. Certaines suggestions et des aspects pratiques sont abordés et analysés dans la conclusion.

Chapitre 1

TRANSMISSION DE DONNÉES

CHAPITRE I

TRANSMISSION DE DONNEES

INTRODUCTION

La transmission de données est née de la connexion de système informatique à des lignes de télécommunications afin de permettre l'échange et le traitement des informations à distance. Depuis, le développement considérable de l'informatique ainsi que l'évolution du nombre de lignes ont donné à la transmission numérique une grande importance et un grand impact sur la société. C'est d'ailleurs grâce à cet impact que cette discipline connaît un essor et est appelée à se développer davantage. En effet, au delà des besoins couverts actuellement, des horizons nouveaux comme les réseaux de transmission numérique lui prédisent un avenir très prometteur.

I-1 MODES DE TRANSMISSION

Le schéma de base d'une transmission de données est composé (Fig.I-1) d'un équipement terminal de traitement de données (ETTD) souvent appelé terminal et d'un équipement de terminaison de circuit de données (ETCD) [24]. Le premier a pour rôle d'émettre ou de recevoir l'information et de contrôler la communication.

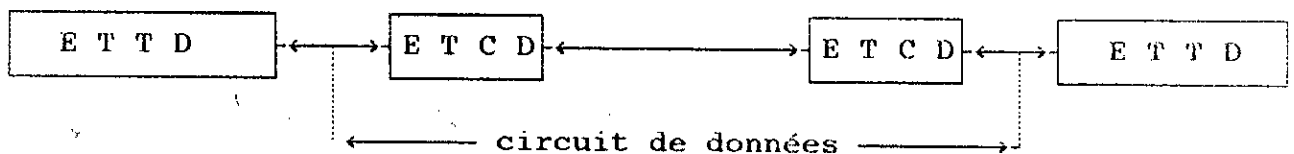


Fig.I-1: Schéma de transmission de données

Entre l'ETTD et la ligne de transmission un équipement, chargé d'adapter le signal délivré par le terminal au support de communication, est intercalé. Cet équipement de terminaison de circuit de données (ETCD) souvent désigné sous le nom de MODEM, constitue avec la ligne et l'ETCD récepteur ce qu'on appelle le circuit de données.

Selon que l'information circule dans le circuit de données dans un sens ou deux on distingue les modes de transmission suivants:

- mode de transmission en simplex: l'information est véhiculée dans un seul sens.
- mode de transmission en semi-duplex (half-duplex): dans ce cas l'échange se fait dans les deux sens mais alternativement.
- mode de transmission en duplex intégral (full-duplex): le circuit de données est utilisé dans les deux sens simultanément.

Il est à remarquer que les modes précédents sont utilisés suivant l'application voulue en tenant compte des limitations et des avantages qu'offre chacun [2].

I-2 SUPPORT DE TELECOMMUNICATION

Le support de télécommunication représente l'ensemble des moyens utilisés pour émettre et recevoir les informations. Le support le plus important actuellement est le réseau téléphonique.

I-2-1 RESEAU TELEPHONIQUE

Le réseau téléphonique est destiné à l'échange de paroles entre deux abonnés. Il est constitué des postes d'abonnés, des commutateurs et des lignes téléphoniques. Les premiers font la conversion de la parole en un signal électrique et réciproquement. Les seconds sont chargés de la concentration et de l'aiguillage des communications. Enfin, les lignes téléphoniques assurent la propagation des signaux de parole [300,4000 Hz]. Ces lignes sont soit de qualité normale c'est à dire constituées de deux fils, ou de qualité supérieure c'est à dire ayant quatre fils [16].

I-2-2 INCONVENIENTS DU RESEAU TELEPHONIQUE

Le réseau téléphonique a été conçu au départ pour la transmission de la parole. De ce fait, il ne tient pas compte des caractéristiques susceptible de limiter son utilisation pour la transmission d'autres messages.

Les principaux défauts du réseau sont:

- L'affaiblissement: il exprime le rapport de puissance à l'entrée et à la sortie de la ligne. Il est gênant lorsqu'il est variable avec la fréquence.

- Le déphasage: il traduit le retard que subit le signal émis. Il est gênant lorsqu'il n'est pas linéaire.

- Le bruit: Plusieurs types de bruit existent. L'origine de ce bruit est thermique. Son importance se mesure relativement au niveau du signal. Sa valeur n'est pas un paramètre critique si le rapport signal/bruit est satisfaisant. Par contre, il devient très gênant s'il se présente sous forme de

bruit impulsif. En effet, si le bruit a des valeurs élevées mais de courte durée il perturbe la transmission de données.

- L'écho: Il est dû au déséquilibre qui existe au niveau du transformateur différentiel chargé de la séparation 2fils/4fils.

Malgré les limitations énumérées ci-dessus, le réseau téléphonique demeure à l'heure actuelle le support principal de la transmission de données. Il est à remarquer cependant, que pour des débits binaires dépassant 9600 bits/s il est préférable d'utiliser une ligne de qualité supérieure [22].

I-3- TRANSMISSION DE DONNEES EN BANDE DE BASE

La transmission en bande de base consiste à transmettre les signaux sans transposition de fréquence. Il suffit pour cela de coder les signaux pour adapter leurs spectres aux caractéristiques de la ligne. Plusieurs codes (NRZ, bipolaire, Bhdn,...) sont utilisés à cet effet [8-10]. La transmission en bande de base est utilisée lorsque le support de transmission n'introduit pas de dérives en fréquence. Ceci n'empêche pas pourtant l'apparition de distorsions appelées interférences intersymboles (IIS). Ces dernières consistent en un chevauchement entre les impulsions successives du signal [24].

L'avantage de la transmission en bande de base réside dans l'emploi d'équipements simples et peu onéreux ne nécessitant pas de dispositifs de modulation/démodulation. D'autre part, le débit maximal dans ce cas ne dépende que de la nature et de la longueur de la ligne [2].

Chapitre 2

PHENOMENE DE L'ECHO

CHAPITRE II

PHENOMENE DE L'ECHO

II-1 CONDITIONS DE PRESENCE DU PHENOMENE DE L'ECHO

En transmission numérique, le passage d'une partie du signal émis par l'émetteur dans la voie réceptrice est appelé phénomène d'écho. Ce passage est causé par les imperfections du coupleur hybride chargé d'éviter toute fuite de l'émetteur vers le récepteur. Ce phénomène est gênant car il perturbe la détection du message reçu surtout lorsque le mode de transmission est en duplex intégral et que le support de transmission est le même pour les signaux "émission" et "réception".

En effet, l'écho n'existerait pas si les signaux émission et réception empruntaient des supports différents pour chaque sens de transmission (ligne 4 fils). Le passage du signal d'une voie à une autre (Fig.II-1) serait dans ce cas impossible. L'utilisation de lignes à quatre fils, n'est cependant pas généralisé à cause de son coût élevé.

Dans le cas où les signaux seraient situés dans des bandes fréquentielles différentes, le problème d'écho est aussi résolu puisque les canaux de transmission sont séparés par un multiplexage fréquentiel.

Cette séparation (Fig.II-2) peut être faite en utilisant un codage différent par sens de transmission. Enfin, lors d'une transmission à l'alternat (semi-duplex), où l'émission et la réception des signaux se font alternativement (Fig.II-3), le problème d'écho ne se pose pas aussi car dans ce type

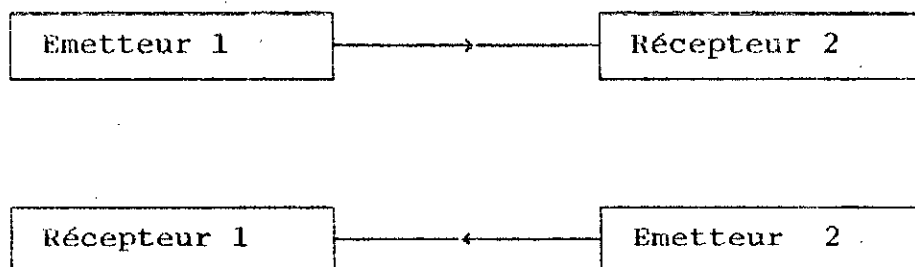


Fig.II-1: Système de transmission à 4 fils.

de liaisons le signal est émis par blocs d'information, et entre les blocs consécutifs d'émission s'effectue la réception du signal venant de l'autre émetteur.

Lors de la transmission de parole ou de données dans la bande téléphonique le phénomène d'écho apparaît pour les raisons suivantes:

-Le support utilisé en transmission numérique (données, parole) est le réseau téléphonique. Les lignes de ce dernier sont constituées de câbles deux fils bidirectionnels. L'emploi de quatre fils au lieu de deux fils pour la résolution du problème d'écho impliquerait la création d'un nouveau réseau ce qui est économiquement non rentable.

-L'emploi de multiplexage fréquentiel ou temporel n'est pas généralisé. Le premier nécessite la présence de filtres de séparation de bande et réduit la bande disponible par sens de transmission. Le multiplexage temporel exige, par contre, la présence de registres à mémoire afin d'enregistrer l'information à transmettre et ne permet pas un échange rapide de l'information [2].

Le réseau téléphonique, qui est constitué de câbles à deux fils, sert, actuellement de support à la transmission numérique. De ce fait, les signaux utilisés ont leurs spectres dans la bande téléphonique (300-4000 Hz). Dès que la transmission se fait en bande de base et en mode simultanée toutes les conditions engendrant l'écho se trouvent réunies.

II-2- CAUSES ET EFFETS DE LA PRESENCE DE L'ECHO

Dans une liaison numérique, l'émetteur et le récepteur sont couplés à la ligne de transmission par un transformateur différentiel. Ce dernier (Fig.II-4), est conçu pour offrir un affaiblissement théorique infini entre le côté émetteur et le côté récepteur, quand son impédance est adaptée avec celle de la ligne. Cette adaptation empêche tout passage du signal émis vers le récepteur. Seulement il se trouve que l'impédance de la ligne est différente pour chaque connexion et peut même varier pendant une connexion, ce qui engendre une désadaptation du transformateur différentiel. Cette situation entraîne donc, des fuites de l'émetteur vers le récepteur. Le signal injecté dans le récepteur est appelé "écho proche".

D'un autre côté, les variations d'impédance de la ligne dues aux changements de calibres, aux dérivations, et aux imperfections du coupleur hybride distant (Fig.II-5) sont la cause d'un deuxième type d'écho appelé "écho lointain".

La comparaison des résultats (TABL.IX, TABL.X, Fig.5.17a à h) permet de remarquer que l'écart de l'erreur δ et du taux de convergence ν vis-à-vis de la théorie est plus faible lorsque la réponse h est utilisée. La raison vient du fait que l'orthogonalité des signaux $u(k)$ et $a(k)$ (corrélation à l'origine) est moins importante dans ce cas. Ceci est dû au fait que la convolution de données lointaines avec la ligne h augmente la différence de niveau entre $s(k)$ et $a(k)$. Il faut noter que la corrélation des signaux dégrade le niveau de l'erreur en régime établi [29]. De même que la légère amélioration constatée pour $N=8$ (TABL.VIII) est due au fait qu'avec ce nombre de coefficients comme nous le verrons plus loin (Chap.VI) le trajet d'écho est mieux identifié qu'avec $N=4$ ou $N=16$.

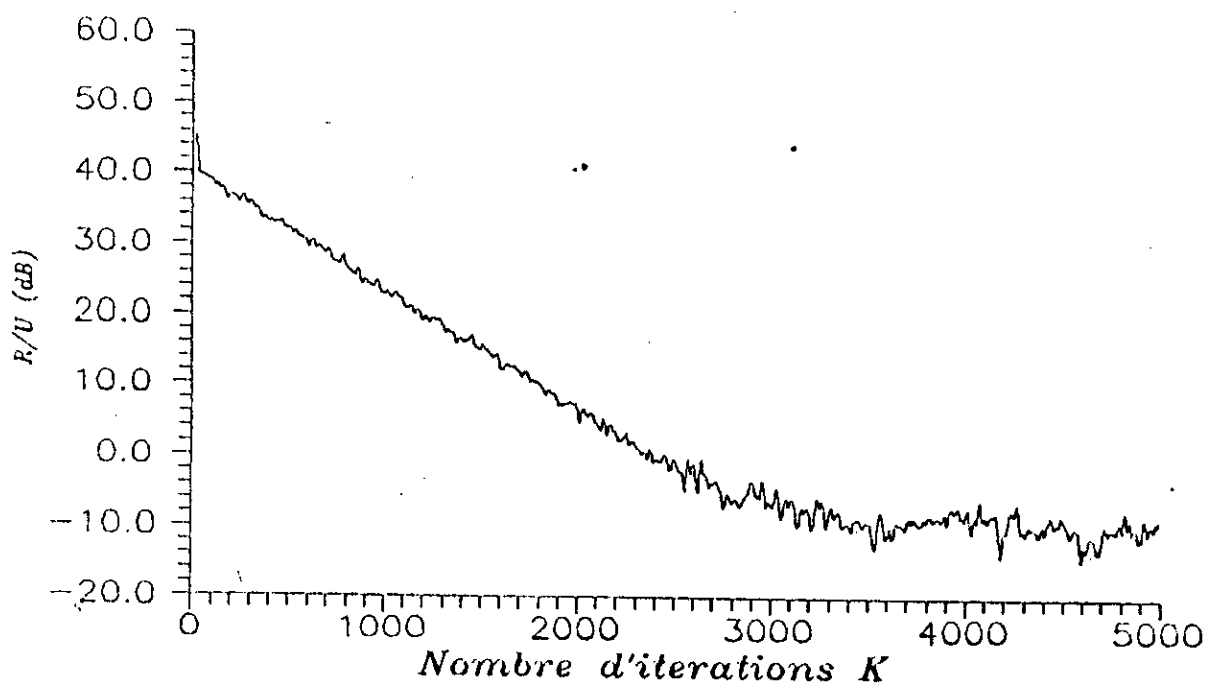


Fig. 5.17.a. $N=16$; $\alpha=0.001$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

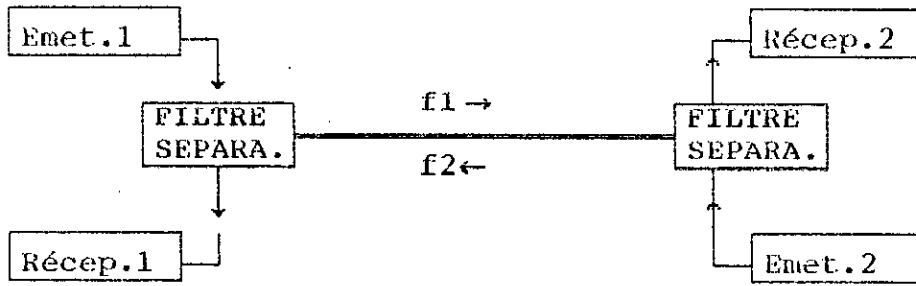


Fig.II-2: Système de transmission avec multiplexage fréquentiel

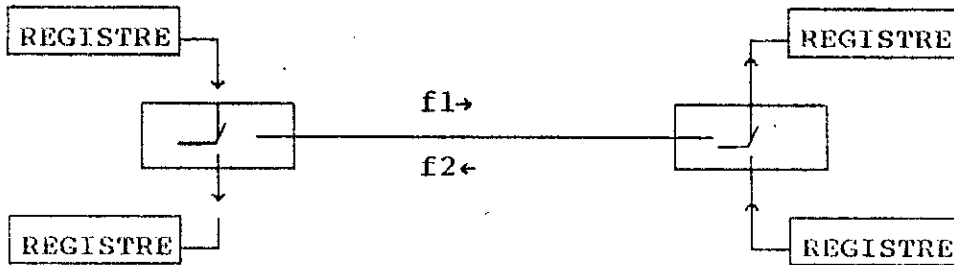


Fig.II-3: Système de transmission avec multiplexage temporel

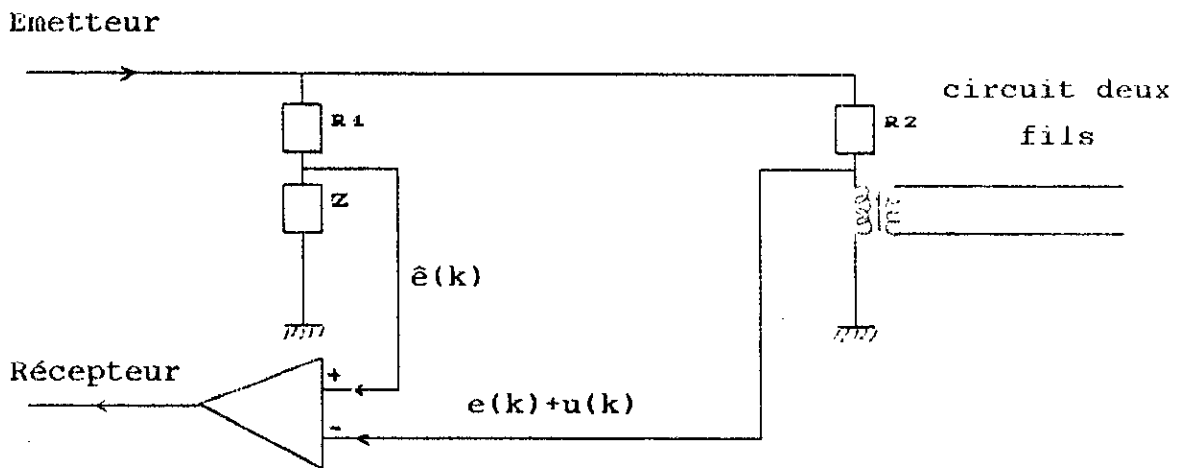


Fig.II-4: Coupleur hybride électronique.

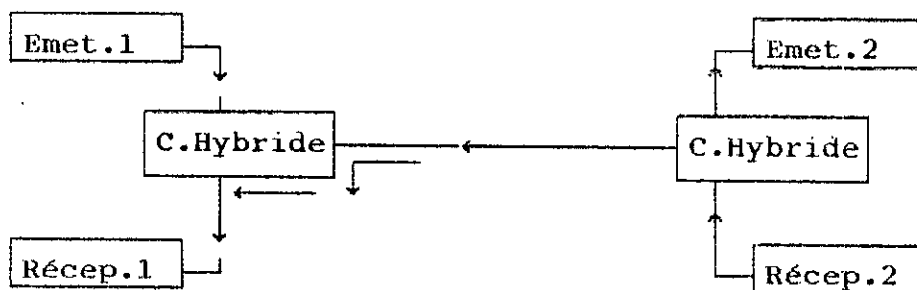


Fig.II-5: Diagramme fonctionnel d'un système de transmission.

D'un point de vue quantitatif, l'écho proche se manifeste après un bref délai et a un niveau de signal élevé. L'affaiblissement causé par la ligne peut atteindre 40 à 50 dB alors que celui du coupleur hybride est de l'ordre 10 dB [1], [17]. Le niveau d'écho proche est donc 30 à 40 dB plus élevé que celui du signal reçu.

A l'inverse de l'écho proche, l'écho lointain a un niveau faible, mais il se manifeste après un délai de plusieurs ms. La durée du retard dépend de la longueur du trajet de transmission c'est-à-dire, de la réponse impulsionnelle de la ligne.

Enfin, il est à remarquer que lorsqu'il s'agit de transmission de parole (téléphonie), l'écho proche n'est pas gênant, car il se traduit par le fait que la personne qui parle au téléphone s'entend légèrement. En pratique ce phénomène est volontairement laissé car l'absence d'écho local peut donner une sensation désagréable à l'abonné [2]. Par contre l'écho lointain perturbe la réception lorsque le retard dépasse quelques ms (seuil de sensibilité de l'oreille au

retard). Ce problème devient critique si le retard atteint 0.5s comme c'est le cas lorsque la communication transite par un satellite [2].

II-3- SOLUTIONS ENVISAGEABLES AU PROBLEME DE L'ECHO

Dans les liaisons bilatérales à l'alternat (semi-duplex), le problème d'écho peut être réglé par commutation de trajet avec la technique des supprimeurs d'écho; cette technique basée sur le fait qu'un seul côté émet à la fois, est d'ailleurs très utilisé en téléphonie (où il est rare que les deux abonnés parlent en même temps) [15], [27]. En transmission de données en duplex intégral l'utilisation de supprimeurs d'écho est inappropriée car la transmission est simultanée. On a recours dans ce cas à des organes annuleurs d'écho qui reposent sur le principe d'une estimation de l'écho faite à partir d'un filtre adaptatif qui modélise le trajet d'écho. Le signal d'écho estimé est soustré du signal entrant qui se voit ainsi restituer l'essentiel de sa pureté originale [9], [10].

Chapitre 3

ANNULATION ADAPTATIVE DE L'ECHO

CHAPITRE III

ANNULATION ADAPTATIVE DE L'ECHO

III-1- PRINCIPES D'ANNULATION DE L'ECHO

Le principe d'annulation d'écho est basé sur l'estimation et l'identification d'un système. Il consiste à modéliser le système et à optimiser le modèle (Fig.III-1) suivant un critère d'optimisation adéquat. Il s'agit donc, de reproduire le chemin (entre l'émetteur local et le récepteur local) à travers lequel une partie du signal émis est passée engendrant le signal d'écho proche. Le système est représenté donc par le chemin d'écho communément appelé trajet d'écho. Le choix du modèle est quant à lui lié aux caractéristiques du trajet d'écho [12], [13], [14].

Le trajet d'écho est pratiquement linéaire et varie très lentement avec le temps lors de la transmission de données en bande de base. De ce fait le modèle d'annulation consistera en un trajet parallèle entre l'émetteur et le récepteur (Fig. III-2) où une réplique de l'écho est formée au moyen d'un filtre numérique adaptatif représentant le modèle du trajet d'écho. Cette réplique étant ensuite soustraite du signal entrant composé de l'écho et des données lointaines. Le résultat de la soustraction sert au réajustement des coefficients du filtre.

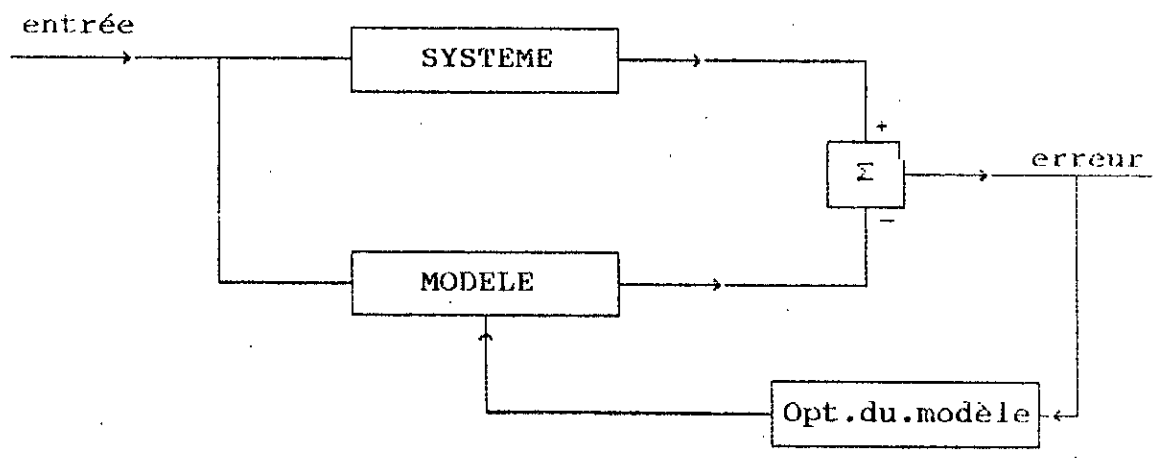


Fig.III-1: Principe de modélisation adaptative

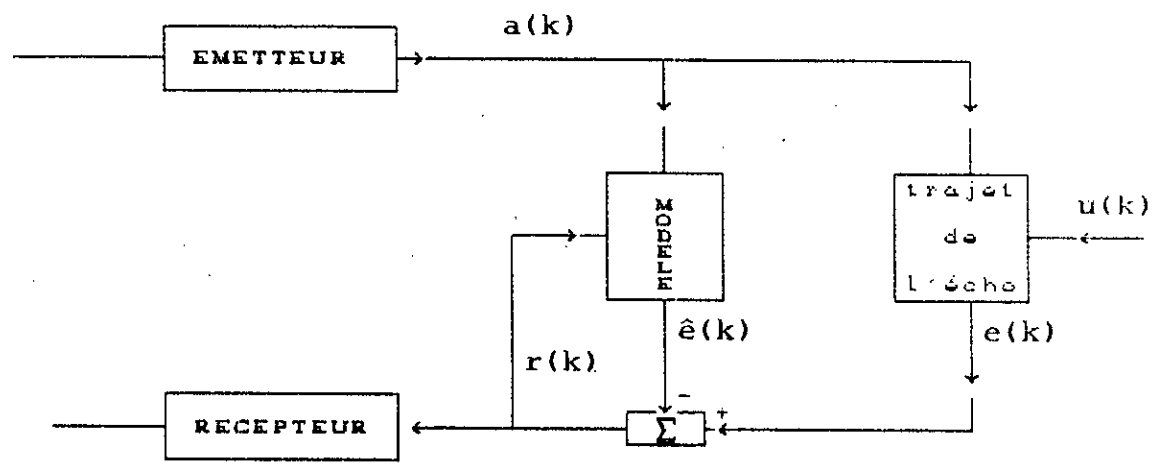


Fig.III-2: Principe d'annulation adaptative d'écho.

III-2- CRITERES D'ANNULATION D'ECHO

Le trajet d'écho est considéré comme un canal linéaire et invariant dans le temps. Sa réponse impulsionnelle $g(k)$ est supposée de durée finie et de longueur N .

$$\left\{ \begin{array}{ll} g(k)=0 & \text{si } k \in [0, N-1] \\ g(k)=0 & \text{ailleurs} \end{array} \right.$$

Le signal d'écho est le résultat de la convolution du signal d'émission $a(k)$ avec la réponse du trajet d'écho $g(k)$.

$$e(k) = a(k) * g(k) \quad (1)$$

où $*$ désignée le produit de convolution.

Le signal d'écho estimé par l'annuleur $\hat{e}(k)$ est donné par:

$$\hat{e}(k) = a(k) * c_i(k) \quad (2)$$

où $c_i(k)$ est la réponse impulsionnelle du filtre numérique.

L'erreur est représentée par la différence entre l'écho et l'écho estimé.

$$er(k) = e(k) - \hat{e}(k) \quad (3)$$

$$er(k) = a(k) * g(k) - a(k) * c_i(k) \quad (4)$$

$$er(k) = a(k) * [g(k) - c_i(k)] \quad (5)$$

$$er(k) = a(k) * v(k) \quad (6)$$

où
$$v(k) = g(k) - c_i(k)$$

L'optimisation du modèle consiste à minimiser une fonction de l'écart $er(k)$. L'un des critères les plus courants est la minimisation de l'erreur quadratique moyenne [4], [19]. Les calculs qu'il entraîne sont d'une complexité moyenne et les variations autour de l'optimum qui en résultent n'affectent pas le comportement du modèle.

L'erreur quadratique moyenne $\overline{er^2}$ est définie par:

$$\overline{er^2} = E \{ er(k)^2 \} \quad (7)$$

où $E \{ . \}$ est l'espérance mathématique.

La minimisation de l'erreur s'effectue suivant des algorithmes qui seront vus ultérieurement (Chap IV).

III-3- ANNULEUR ADAPTATIF D'ECHO

Les mesures faites expérimentalement pour différentes longueurs de lignes à deux fils ont permis de représenter la fonction de transfert du trajet d'écho dans la bande téléphonique (0.3-4 KHz). De ces résultats, il en ressort que le modèle le plus adéquat pour la représentation du trajet d'écho proche est un filtre passe bas du premier ordre [2]. Par ailleurs, pour l'écho lointain où le paramètre le plus important est le retard après lequel cet écho apparaît, le modèle le plus représentatif est un filtre passe bande [20]. En transmission de données, les filtres numériques transversaux sont couramment utilisés comme annuleurs d'écho [27].

III-3-1- PRESENTATION DE L'ANNULEUR D'ECHO

Le filtre numérique adaptatif représentant l'annuleur d'écho (ANEC) (Fig.III-3) a pour rôle la génération des échantillons de l'écho réplique $\hat{e}(k)$. Il se compose de N coefficients $C_i(k)$, variable à chaque itération k . Les données locales et lointaines sont respectivement notées par $a(k)$ et $b(k)$. Afin de faciliter l'analyse on introduit les vecteurs suivants:

données proches: $a_k = [a(k), a(k-1), \dots, a(k-N+1)]^T$

données lointaines: $b_k = [b(k), b(k-1), \dots, b(k-N+1)]^T$

réponse du trajet d'écho: $g = [g(0), g(1), \dots, g(N-1)]^T$

coefficients de l'ANEC: $C_k = [C_0(k), C_1(k), \dots, C_{N-1}(k)]^T$

réponse de la ligne: $h = [h(0), h(1), \dots, h(N-1)]^T$

[.]^T représente le vecteur transposé.

Les différents signaux s'écriront alors:

$$e(k) = a_k^T \cdot g \quad (8)$$

$$\hat{e}(k) = a_k^T \cdot C_k \quad (9)$$

$$s(k) = b_k^T \cdot h \quad (10)$$

où $s(k)$ représente le signal de données lointaines.

Le signal $y(k)$ à l'entrée du récepteur est constitué de trois composantes:

$$y(k) = s(k) + e(k) + n(k) \quad (11)$$

où $n(k)$ est le signal de bruit.

Le signal propre est noté par $r(k)$ tel que :

$$r(k) = y(k) - \hat{e}(k) \quad (12)$$

où

$$r(k) = s(k) + n(k) + e(k) - \hat{e}(k) \quad (13)$$

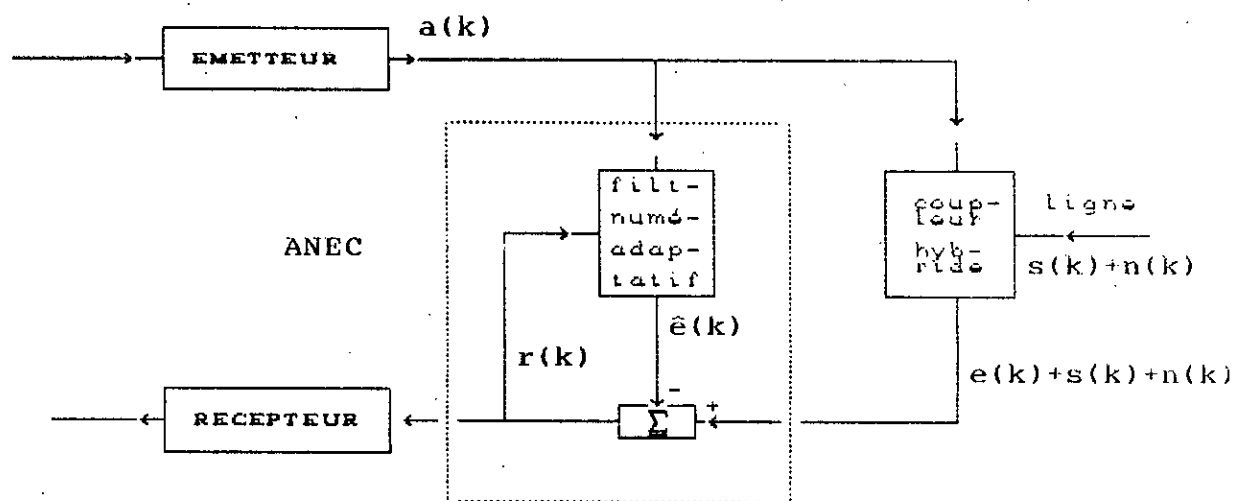


Fig.III-3: Annuleur d'écho.

La différence entre l'écho et son estimé est appelée écho résiduel $er(k)$.

$$er(k) = e(k) - \hat{e}(k) \quad (14)$$

Enfin le signal perturbateur constitué du bruit en ligne et des données lointaines est noté :

$$u(k) = s(k) + n(k) \quad (15)$$

Toutes ces notations sont résumées dans le tableau I.

TABL. I -Principales notations concernant l'ANEC.

NOTATION	SIGNAL
$e(k) = a_k^T \cdot g$	Signal d'écho
$\hat{e}(k) = a_k^T \cdot C_k$	Echo estimé
$s(k) = b_k^T \cdot h$	Signal lointain
$y(k) = e(k) + s(k) + n(k)$	Signal entrant
$u(k) = s(k) + n(k)$	Signal perturbateur
$er(k) = e(k) - \hat{e}(k)$	Echo résiduel
$r(k) = y(k) - \hat{e}(k)$	Signal propre
$V_k = C_k - g$	Ecart entre filtre estimé et filtre d'écho

III-3-2- CONFIGURATIONS DE L'ANNULEUR D'ECHO

Les signaux utilisés par l'annuleur d'écho sont numériques. Cependant, à la sortie de la ligne de transmission, le signal est analogique, d'où la nécessité d'une conversion analogique numérique [35]. L'emplacement de cette dernière est à l'origine de trois (3) configurations (Fig.III.4) possibles:

- soustraction du signal analogique
- soustraction du signal échantillonné
- soustraction du signal numérique

Dans le cas (a) un convertisseur numérique-analogique (CNA) et un filtre passe bas sont placés à la sortie du filtre adaptatif (FN) et produisent un signal réplique de l'écho. Celui-ci est soustrait du signal entrant. Après le soustracteur, un échantillonneur et un convertisseur analogique-numérique (CAN) reproduisent le signal numérique d'erreur requis par l'algorithme d'annulation. Cette configuration nécessite une bonne délimitation de la bande du signal afin d'éviter les distorsions causées par le filtre passe bas.

Dans le cas (b), le signal observé $y(t)$ est échantillonné et quantifié avant d'être présenté au soustracteur numérique.

Dans le cas (c) (soustraction du signal échantillonné), l'échantillonneur est situé avant le soustracteur. L'écho estimé est converti en un signal analogique. A la sortie du soustracteur un CAN transforme le signal d'erreur échantillonné en un signal numérique.

Deux autres paramètres méritent l'évaluation, celui de la fréquence d'échantillonnage et le choix du nombre de bits. Pour le premier il faut remarquer que les données se présentent à l'ANEC au rythme du débit en ligne. Par ailleurs, l'annuleur doit fournir son signal au moins à ce rythme.

L'échantillonnage doit être lui aussi synchronisé avec le signal lointain, tandis que l'annuleur doit être synchronisé avec le signal émis localement. Au cas où l'échantillonnage est réalisé à une fréquence plus élevée que celle du débit en ligne, le filtre adaptatif doit suivre lui aussi et fonctionner à cette fréquence à l'image d'un filtre d'interpolation.

Il sera constitué alors, de plusieurs ANEC mis en parallèle (Fig.III-5) recevant tous le même signal d'entrée $a(k)$. Ainsi chaque intervalle unitaire $[k\Delta, (k+1)\Delta[$ où Δ est l'inverse de la rapidité de modulation exprimée en Bauds, contient I échantillons du signal d'écho aux instants $k\Delta, k\Delta + \Delta/I, k\Delta + 2\Delta/I, \dots, k\Delta + (I-1)\Delta/I$ où I est le facteur d'interpolation. L'ANEC numéro j fournit donc à la fréquence $1/\Delta$ l'écho estimé aux instants $k\Delta + (j-1)\Delta/I$ [3].

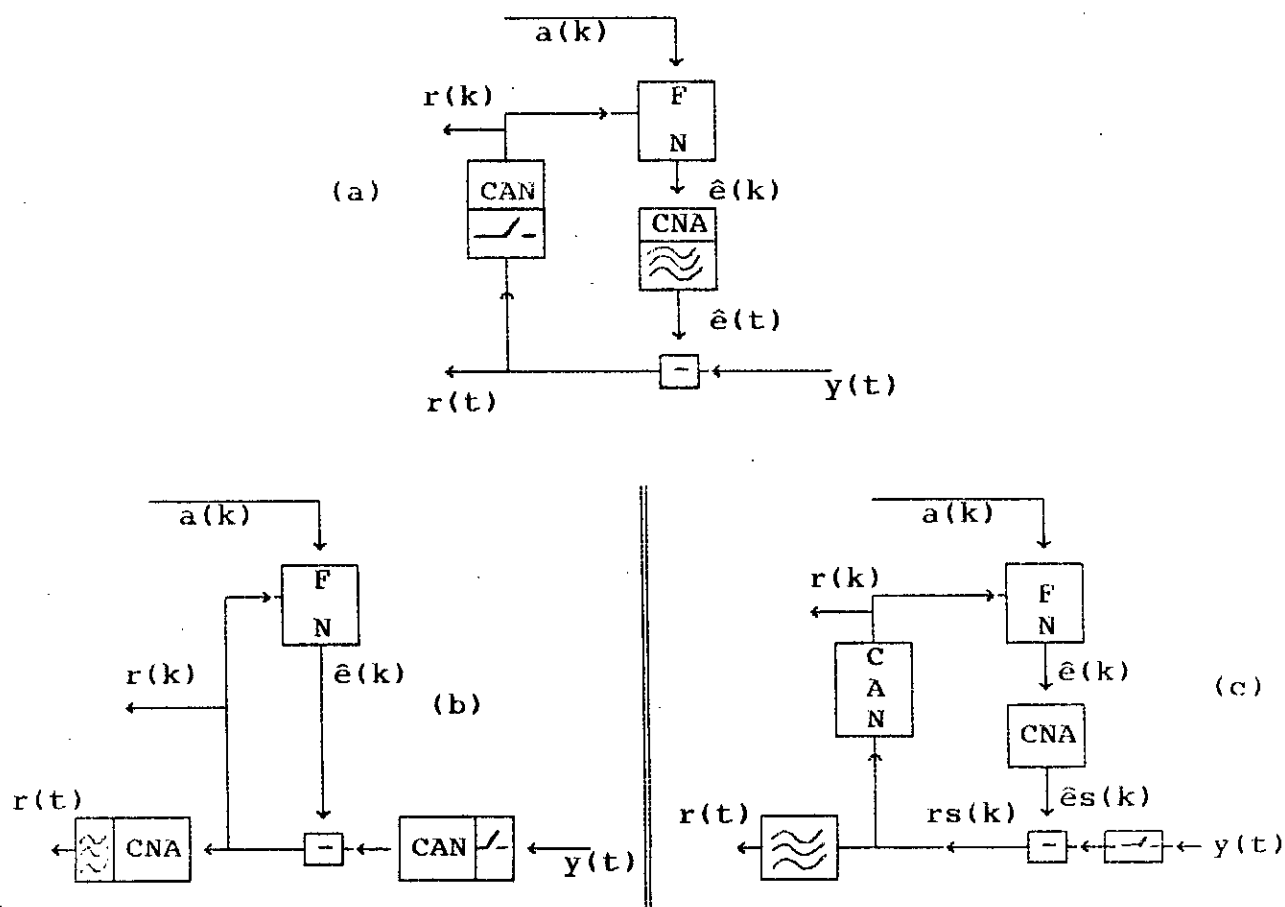


Fig.III-4: Différentes configurations de l'ANEC

a-soustraction analogique.

b-soustraction numérique.

c-soustraction du signal échantillonné.

Quant au second paramètre, à savoir la longueur du mot ou la précision avec laquelle on représente chacune des variables utilisées par l'ANEC, il est lié au pas de quantification du CAN qui doit garantir un pouvoir de résolution suffisant vis-à-vis de l'écho résiduel. Généralement des CAN de 8 à 12 bits sont utilisés pour un niveau d'annulation dépassant 50 dB [7].

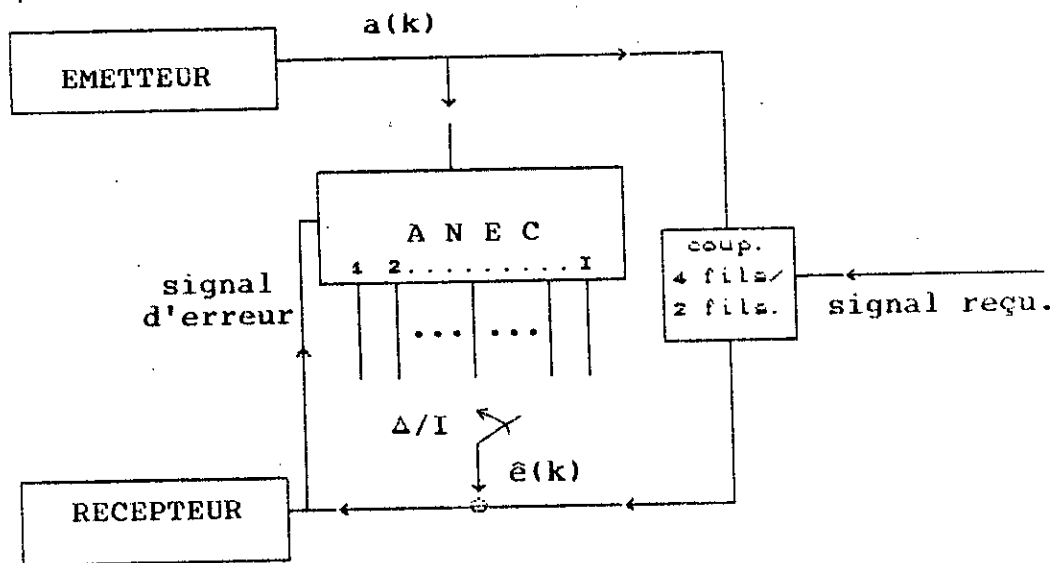


Fig.III-5: Structure d'un annuleur avec interpolation.
facteur d'interpolation I.

Chapitre 4

ALGORITHMES ADAPTATIFS

CHAPITRE IV

ALGORITHMES ADAPTATIFS

Les systèmes qui ont des caractéristiques variables sont généralement modélisés par des filtres adaptatifs pouvant suivre les variations qui peuvent surgir au cours du temps. En effet, une modélisation avec des filtres ayant des coefficients fixés à des valeurs moyennes engendrerait de trop grandes distorsions au cas où le système subirait des variations. Par contre, les coefficients des filtres adaptatifs évoluent constamment vers les valeurs donnant la meilleure estimation du système. Cette évolution s'effectue à l'aide d'algorithmes d'adaptation qui calculent le jeu de coefficients optimal suivant le critère d'optimisation choisi et permet de suivre toutes les fluctuations du système.

Le choix du type de filtres adaptatifs dépend essentiellement du système à modéliser et des performances souhaitées. Les filtres de type R.I.F sont utilisés en annulation d'écho et en égalisation, alors que ceux de type R.I.I sont largement utilisés dans les problèmes de réduction d'interférences radar et les communications radio [23].

Les algorithmes d'adaptation reposent sur des critères d'optimisation. L'un des critères les plus utilisés est celui des moindres carrés à cause de sa simplicité et la facilité de son implementation [18].

IV-1 - TECHNIQUES D'ESTIMATIONS

Le rôle essentiel du filtre numérique est de produire à partir du signal d'entrée $y(n)$ un signal de sortie $\hat{x}(n)$ tel que l'écart $e(n)$ entre ce dernier et le signal de sortie du système soit minimal au sens des moindres carrés (Fig.IV-1).

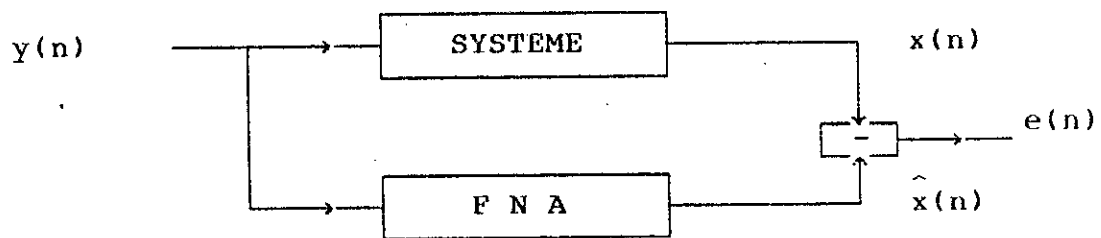


Fig.IV-1: Modélisation d'un système

Il s'agit donc de minimiser l'erreur quadratique moyenne donnée par:

$$E \{ e^2(n) \} = \left[\overline{(x(n) - \hat{x}(n))^2} \right] \quad (16)$$

où $E \{ . \}$ représente l'espérance mathématique.

Le signal de sortie du filtre transversal $\hat{x}(n)$ est donné par:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} y(n-k) \cdot c_k \quad (17)$$

où c_k représente la réponse impulsionnelle du filtre transversal de type R I F (Fig.IV-2).

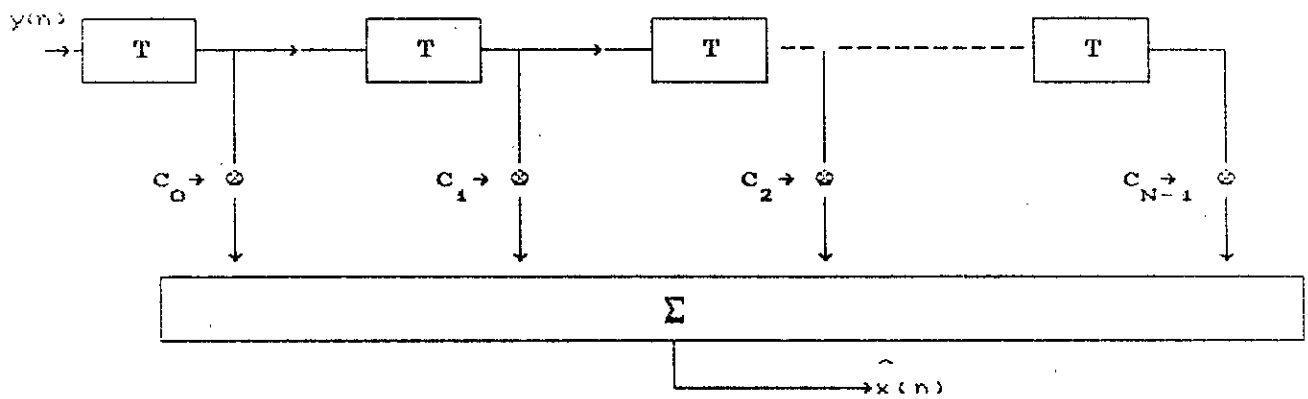


Fig.IV-2: Structure du filtre adaptatif transversal

$$\hat{x}(n) = Y^T(n) \cdot C = C^T \cdot Y(n) \quad (18)$$

où $Y^T(n) = [y(n) , y(n-1) , \dots , y(n-(N-1))]$

$$C^T = [C(0) , C(1) , \dots , C(N-1)]$$

[.]^T représente la matrice ou le vecteur transposé.

La détermination des coefficients donnant l'erreur quadratique minimale s'effectue comme suit:

$$E \{ e^2(n) \} = E \{ [x(n) - \hat{x}(n)]^2 \}$$

$$E \{ e^2(n) \} = E \{ [x(n) - C^T \cdot Y(n)]^2 \} \quad (19)$$

En dérivant l'expression (19) par rapport au vecteur C^T on a:

$$\frac{\partial E \{ e^2(n) \}}{\partial C^T} = - 2 E \{ [x(n) - C^T \cdot Y(n)] Y^T(n) \} \quad (20)$$

Le vecteur recherché est celui qui satisfait la condition :

$$\frac{\partial E \{ e^2(n) \}}{\partial C^T} = 0$$

c'est-à-dire :

$$E \{ [x(n) - C^T \cdot Y(n)] Y^T(n) \} = 0$$

ce qui donne :

$$E \{ x(n) \cdot Y^T(n) \} = E \{ C^T \cdot Y(n) \cdot Y^T(n) \}$$

En supposant que $Y(n)$ et C^T sont non corrélés (car C sont des constantes déterministes) alors :

$$E \{ x(n) \cdot Y^T(n) \} = C_{opt}^T E \{ Y(n) \cdot Y^T(n) \} \quad (21)$$

où C_{opt} est le vecteur des coefficients optimaux.

Sachant que $E \{ x(n) \cdot Y^T(n) \}$ est l'intercorrélacion entre $x(n)$ et $Y(n)$ et que $E \{ Y(n) \cdot Y^T(n) \}$ représente la matrice d'autocorrélacion du signal d'entrée.

soit donc :

$$P^T = E \{ x(n) \cdot Y^T(n) \}$$

et

$$R_{xx} = E \{ Y(n) \cdot Y^T(n) \}$$

l'équation (21) devient alors :

$$P^T = C_{opt}^T \cdot R_{xx}$$

d'où :

$$C_{opt} = R_{xx}^{-1} \cdot P \quad (22)$$

la relation (22) est l'équation de WIENER-HOPF.[19]

IV-2- ALGORITHME DU GRADIENT

L'équation de WIENER-HOPF permet le calcul du vecteur final C donnant les coefficients optimaux qui minimisent l'erreur quadratique [19].

Le vecteur $C(n)$ qui minimise à l'instant n la fonction coût quadratique $W(n)$ défini par :

$$W(n) = \sum_{s=1}^n e^2(s) = \sum_{s=1}^n [x(s) - C^T(s) \cdot Y(s)]^2 \quad (23)$$

s'exprime de la façon suivante :

$$C(n) = R_{xx}^{-1}(n) \cdot P(n) \quad (24)$$

où :

$$R_{xx}(n) = \sum_{s=1}^n Y(s) \cdot Y^T(s) \quad (25)$$

$$P(n) = \sum_{s=1}^n x(s) \cdot Y(s) \quad (26)$$

Les relations (25) et (26) permettent le calcul de $R(n+1)$ et de $P(n+1)$:

$$R_{xx}(n+1) = R_{xx}(n) + Y(n+1) \cdot Y^T(n+1) \quad (27)$$

$$P(n+1) = P(n) + Y(n+1) \cdot x(n+1) \quad (28)$$

de même à partir de l'expression (24) on a :

$$C(n+1) = R_{xx}^{-1}(n+1) \cdot P(n+1) \quad (29)$$

la multiplication des deux membres de l'égalité par $R(n+1)$ donne :

$$R_{xx}(n+1) \cdot C(n+1) = P(n+1)$$

$$R_{xx}(n+1) \cdot C(n+1) = P(n) + Y(n+1) \cdot x(n+1) \quad (30)$$

$$R_{xx}(n+1) \cdot C(n+1) = R_{xx}(n) \cdot C(n) + Y(n+1) \cdot x(n+1)$$

En remplaçant $R_{xx}(n)$ par son expression tirée de (27) on obtient :

$$R_{xx}(n+1) \cdot C(n+1) = \left[R_{xx}(n+1) - Y(n+1) \cdot Y^T(n+1) \right] \cdot C(n) + Y(n+1) \cdot x(n+1)$$

d'où en multipliant par $R_{xx}^{-1}(n+1)$ les deux membres :

$$C(n+1) = C(n) + R_{xx}^{-1}(n+1) \cdot Y(n+1) \left[x(n+1) - Y^T(n+1) \cdot C(n) \right] \quad (31)$$

Sachant que l'expression entre crochets représente l'erreur instantanée $e(n+1)$ calculée à l'instant $n+1$ avec la réponse impulsionnelle du filtre à l'instant n ($C(n)$), la relation (31) devient :

$$C(n+1) = C(n) + R_{xx}^{-1}(n+1) \cdot Y(n+1) \cdot e(n+1) \quad (32)$$

L'équation (32) représente la récurrence qui permet la mise à jour des coefficients. Elle représente les moindres carrés récursifs. Elle peut être écrite d'une autre façon en remarquant que le gradient de l'erreur au carrée est égal à l'expression:

$$\text{grad} \left[e^2(n+1) \right] = \frac{\partial e^2(n+1)}{\partial C(n+1)} = -2 Y(n+1) \cdot e(n+1)$$

d'où:

$$C(n+1) = C(n) + \frac{1}{2} \cdot R_{xx}^{-1}(n+1) \cdot \left[-\text{grad} [e^2(n+1)] \right] \quad (33)$$

L'appellation d'algorithme du gradient vient de cette expression, ainsi la modification des coefficients s'effectue dans le sens du gradient de l'erreur mais avec un signe moins ce qui correspond au fait à une minimisation de cette dernière.

Des suppositions sur les statistiques [4] des signaux utilisés permettent la simplification de l'équation (33) en remplaçant $R_{xx}(n+1)$ par $\alpha \cdot I$ où :

α est un réel appelé pas d'adaptation.

I est la matrice unité.

l'équation de mise à jour devient alors :

$$C(n+1) = C(n) + 2.\alpha.Y(n+1).e(n+1) \quad (34)$$

D'après (34) le calcul des coefficients s'effectue itérativement et le vecteur $C(n)$ converge en moyenne vers la solution théorique donnée par l'équation de WIENER-HOPF.

Il est maintenant intéressant d'évaluer la rapidité de convergence de l'algorithme et son écart par rapport à la solution optimale.

IV-2-1- CONVERGENCE ET ERREUR RESIDUELLE DE L'ALGORITHME

Afin d'étudier les propriétés de l'algorithme du gradient, notamment les conditions de convergence et l'erreur résiduelle, on définit le vecteur $\hat{C}(n)$ comme l'écart entre le vecteur $C(n)$ et le vecteur optimal C_{opt} .

$$\hat{C}(n) = C(n) - C_{opt} \quad (35)$$

soit :

$$J(C) = E \{ e^2(n) \}$$

Le gradient de $J(C)$ est donné par :

$$\text{grad } [J(C)] = \frac{\partial J(C)}{\partial C}$$

$$\text{grad } [J(C)] = \left[\frac{\partial J(C)}{\partial c(1)}, \frac{\partial J(C)}{\partial c(2)}, \dots, \frac{\partial J(C)}{\partial c(N)} \right]^T$$

L'estimation la plus courante de la dérivée de l'espérance mathématique du carré de l'erreur consiste à prendre la valeur instantanée de l'erreur au lieu de sa valeur moyenne [2], [19] :

$$\frac{\partial E \{ e^2(n) \}}{\partial c(n)} = \frac{\partial [e^2(n)]}{\partial c(n)} \quad (36)$$

La relation (36) permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(C)}{\partial C} &= \frac{\partial e^2(n)}{\partial C} = \frac{\partial [x(n) - C^T \cdot Y(n)]^2}{\partial C} \\ \frac{\partial J(C)}{\partial C} &= -2 Y(n) \left[x(n) - C^T \cdot Y(n) \right] \\ \frac{\partial J(C)}{\partial C} &= -2 \left[Y(n) \cdot x(n) - Y(n) \cdot Y^T(n) \cdot C \right] \end{aligned}$$

Sachant que les matrices d'autocorrélation R_{xx} et d'intercorrélation P sont données par :

$$\begin{aligned} R_{xx} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y(k) \cdot Y^T(k) \\ P &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y(k) \cdot x(k) \end{aligned}$$

Nous aurons alors :

$$\frac{\partial J(C)}{\partial C} = -2 \left[P - R \cdot C \right] = 2 \left[R \cdot C - P \right] \quad (37)$$

D'après la relation (22) :

$$P = R_{xx} \cdot C_{opt}$$

en remplaçant dans (37) :

$$\frac{\partial J(C)}{\partial C} = 2 R_{xx} \cdot \left[C - C_{opt} \right] \quad (38)$$

l'équation (34) pouvant s'écrire :

$$C(n+1) = C(n) + \alpha \left[- \text{grad} [J(C)] \right] \quad (39)$$

$$C(n+1) = C(n) - 2.\alpha.R_{xx} \cdot \left[C(n) - C_{opt} \right]$$

En écrivant la relation (35) à l'instant n+1 :

$$\hat{C}(n+1) = C(n+1) - C_{opt}$$

$$\hat{C}(n+1) = C(n) - 2.\alpha.R_{xx} \cdot \left[C(n) - C_{opt} \right] - C_{opt}$$

$$\hat{C}(n+1) = \left[I - 2.\alpha.R_{xx} \right] \cdot \left[C(n) - C_{opt} \right]$$

En combinant avec la relation (35) nous obtenons :

$$\hat{C}(n+1) = \left[I - 2.\alpha.R_{xx} \right] \cdot \hat{C}(n) \quad (40)$$

où I est la matrice unité.

La matrice d'autocorrélation R_{xx} est symétrique et définie positive [19], elle peut être décomposée en :

$$R_{xx} = U \cdot D \cdot U^T$$

où :

$$U \cdot U^T = U^T \cdot U = I$$

D: est une matrice diagonale contenant les valeurs propres de R.

$$D = \text{diag} \left[\lambda_i \right]$$

Le calcul précédent aboutit à une relation qui permet d'évaluer les principales caractéristiques de l'algorithme à savoir la condition de convergence et l'erreur résiduelle :

$$U^T \cdot \hat{C}(n+1) = \left[I - 2.\alpha.D \right] \cdot U^T \cdot \hat{C}(n)$$

D'après cette expression, il y'a convergence si pour chaque valeur propre λ_i de l'erreur la quantité $\|1 - 2.\alpha.\lambda_i\|$ est inférieure à un.

Donc :

$$\|1 - 2 \cdot \alpha \cdot \lambda_i\| < 1 \quad \Rightarrow \quad 0 < \alpha < \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

En pratique λ_{\max} est estimée à partir du signal d'entrée de la façon suivante [4]

$$\lambda_{\max} \simeq N \cdot \text{var} \{ x(n) \} = N \cdot \sigma_x^2$$

où σ_x^2 est la puissance du signal d'entrée.

Le résultat obtenu montre que la condition de convergence est directement liée au pas d'adaptation qui doit appartenir à l'intervalle $[0 , 1 / N \cdot \sigma_x^2]$. Une fois la convergence atteinte, les coefficients vont alors évoluer autour de leur valeur optimale, car α reste constant, ce qui est d'ailleurs la condition d'adaptation permanente du système. Cet écart par rapport à l'optimum est appelé erreur résiduelle dont le calcul est donné en [4] et dont l'expression finale est:

$$E_R = \frac{E_{\min}}{1 - \alpha \cdot N \cdot \sigma_x^2} \quad (41)$$

avec $E_{\min} = E \{ x^2(n) \} - C_{\text{opt}}^T \cdot P$

IV-3 APPLICATION DE L'ALGORITHME DU GRADIENT A L'ANNULATION

D'ÉCHO

L'application des résultats trouvés précédemment à l'annulation d'écho permet la détermination des valeurs théoriques du résidu d'écho.

IV-3-1 VALEUR THÉORIQUE DU RÉSIDU D'ÉCHO POUR L'ALGORITHME
DU GRADIENT

Le résidu d'écho est la différence entre l'écho et son estimé. Il permet de mesurer la qualité de l'annulation d'une part, et l'adaptation du filtre annuleur d'écho d'autre part. Le calcul de sa valeur pour l'algorithme du gradient nécessite des hypothèses sur les statistiques des signaux. En reprenant les notations du tableau I (Chap.1), le signal propre donné par (12) peut s'écrire :

$$r(k) = s(k) + n(k) + er(k) \quad (42)$$

où $er(k)$ est l'écho résiduel (14) qui peut s'exprimer en fonction du vecteur V_k qui est l'écart entre le filtre d'écho et le filtre adaptatif, à savoir :

$$er(k) = - V_k^T \cdot a_k \quad (43)$$

Les hypothèses concernant les signaux sont les suivantes :

- les échantillons successifs $n(k)$ du bruit sont centrés et indépendants.
- les données $a(k)$, $b(k)$ sont indépendantes du bruit $n(k)$.
- les données $a(k)$, $b(k)$ sont indépendantes et centrées.

Nous avons donc :

$$\begin{cases} E\{ n(k) \} = 0 \\ E\{ n(k) a(m) \} = 0 \quad \forall k, \forall m \\ E\{ n(k) b(m) \} = 0 \quad \forall k, \forall m \end{cases} \quad (*)$$

Ces hypothèses entraînent l'indépendance de $n(k)$ et de $er(k)$ d'où :

$$E\{ n(k) er(k) \} = 0 \quad (44)$$

D'après la relation (34) :

$$C(k+1) = C(k) + 2 \cdot \alpha \cdot r(k) a(k)$$

en retranchant C des deux membres :

$$C(k+1) - C = C(k) - C + 2 \cdot \alpha \cdot r(k) \cdot a(k)$$

L'algorithme du gradient peut s'écrire :

$$V(k+1) = V(k) + 2 \cdot \alpha \cdot a(k) \cdot r(k) \quad (45)$$

où $V(\cdot)$ est le vecteur V_k à l'instant (\cdot) .

Nous noterons :

$$\varepsilon(k) = E\{|r(k)|^2\} \quad (46)$$

qui devient d'après l'hypothèse d'indépendance

$$\varepsilon(k) = E\{|er(k)|^2\} + E\{|s(k)|^2\} + E\{|n(k)|^2\} \quad (47)$$

Afin de calculer le résidu d'écho, considérons la norme euclidienne du vecteur V définie par :

$$\|V\| = [V^T \cdot V]^{1/2}$$

La relation (45) donne :

$$\begin{aligned} \|V(k+1)\|^2 &= [V(k) + 2 \cdot \alpha \cdot a(k) \cdot r(k)]^T \cdot [V(k) + 2 \cdot \alpha \cdot a(k) \cdot r(k)] \\ \|V(k+1)\|^2 &= V(k)^T \cdot V(k) + 4 \cdot \alpha^2 \cdot |r(k)|^2 \cdot a(k)^T \cdot a(k) + \\ &\quad 2 \cdot \alpha \cdot V(k)^T \cdot a(k) \cdot r(k) + 2 \cdot \alpha \cdot a(k)^T \cdot V(k) \cdot r(k) \\ \|V(k+1)\|^2 &= \|V(k)\|^2 + 4 \cdot \alpha^2 \cdot |r(k)|^2 \cdot \|a(k)\|^2 + \\ &\quad 2 \cdot \alpha \cdot r(k) [V(k)^T \cdot a(k) + a(k)^T \cdot V(k)] \end{aligned} \quad (48)$$

comme :

$$V(k)^T \cdot a(k) = a(k)^T \cdot V(k)$$

$$\begin{aligned} \|V(k+1)\|^2 &= \|V(k)\|^2 + 4 \cdot \alpha^2 \cdot |r(k)|^2 \cdot \|a(k)\|^2 + \\ &\quad 4 \cdot \alpha \cdot r(k) \cdot V(k)^T \cdot a(k) \end{aligned} \quad (49)$$

en utilisant l'hypothèse d'indépendance de $n(k)$ et $er(k)$, l'espérance mathématique de (49) devient:

$$\begin{aligned} E\{\|V(k+1)\|^2\} &= E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot \alpha^2 E\{|r(k)|^2 \cdot \|a(k)\|^2\} + \\ &\quad 4 \cdot \alpha \cdot E\{r(k) \cdot V(k)^T \cdot a(k)\} \end{aligned} \quad (50)$$

sachant que les impulsions $a(k)$ ont la même amplitude :

$$\| a(k) \|^2 = \left[a(k)^2 + a(k-1)^2 + \dots + a(k-N+1)^2 \right]$$

$$\| a(k) \|^2 = N \cdot |a(k)|^2$$

et d'après l'équation (43)

$$V(k)^T \cdot a(k) = -er(k)$$

l'équation (50) devient

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot E\{|r(k)|^2 \cdot |a(k)|^2\} + 4 \cdot \alpha \cdot E\{r(k) \cdot (-er(k))\}$$

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot E\{|r(k)|^2\} \cdot E\{|a(k)|^2\} + 4 \cdot \alpha \cdot E\{(s(k) + n(k) + er(k)) \cdot (-er(k))\} \quad (51)$$

Le signal lointain $s(k)$ étant une combinaison linéaire des données $b(k)$, les hypothèses d'indépendances (*) et la relation (46) permettent d'écrire :

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot \varepsilon(k) \cdot E\{|a(k)|^2\} + 4 \cdot \alpha \cdot E\{-|er(k)|^2\} \quad (52)$$

en combinant avec la relation (47) :

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot [E\{|er(k)|^2\} + E\{|s(k)|^2\} + E\{|n(k)|^2\}] \cdot E\{|a(k)|^2\} + 4 \cdot \alpha \cdot E\{-|er(k)|^2\} \quad (53)$$

Les puissances des signaux sont notées de la façon suivante :

$A = E\{|a(k)|^2\}$: puissance des données proches.

$S = E\{|s(k)|^2\}$: puissance des données lointaines.

$B = E\{|n(k)|^2\}$: puissance du bruit.

$R = E\{|er(k)|^2\}$: puissance du résidu d'écho.

En considérant l'existence d'une limite pour le résidu d'écho lorsque $k \rightarrow \infty$, c'est-à-dire après convergence nous obtenons:

$$4.\alpha.R = 4.\alpha^2.N.[A.R + A.B + A.S]$$

$$R = \frac{\alpha.N.A.(B + S)}{1 - \alpha.N.A}$$

$$\frac{R}{B + S} = \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \quad (54)$$

D'après la relation (54), le rapport du résidu d'écho sur le signal perturbateur est une fonction directe du pas d'adaptation α et du nombre de coefficients N .

Pour une analyse plus détaillée du comportement dynamique de l'algorithme, il est intéressant de considérer la différence entre l'écho et son estimé comme une fonction du temps [30].

En écrivant l'équation (43) de l'écho résiduel sous la forme:

$$er(k) = a(k)^T . (g - C(k))$$

l'espérance mathématique de $|er(k)|^2$ devient :

$$E\{|er(k)|^2\} = E\{ [a(k)^T . (g - C(k))]^2 \} \quad (55)$$

$$E\{|er(k)|^2\} = E\{ -V(k)^T . a(k) . a(k)^T . (-V(k)) \} \quad (56)$$

En supposant l'indépendance des données $a(k)$ et $V(k)$ et en notant la puissance de l'écho résiduel à l'instant k par $R(k)$, l'expression précédente devient

$$E\{|er(k)|^2\} = E\{ V(k)^T . V(k) \} . E\{ a(k) . a(k)^T \} \quad (57)$$

$$R(k) = E\{\|V(k)\|^2\} . A = E\{ (g - C(k))^T . (g - C(k)) \} . A \quad (58)$$

En combinant (34) et (42), nous trouvons

$$C(k) = C(k-1) + 2.\alpha.a(k-1).a^T(k-1).(g-C(k-1)) + 2.\alpha.a(k-1).u(k-1)$$

En substituant cette expression dans (58) :

$$R(k) = A \cdot E \left\{ \begin{bmatrix} g-C(k-1) - 2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1) \cdot [g-C(k-1)] - 2\alpha a(k-1) \cdot u(k-1) \\ g-C(k-1) - 2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1) \cdot [g-C(k-1)] - 2\alpha a(k-1) \cdot u(k-1) \end{bmatrix} \right\}^T$$

$$R(k) = A \cdot E \left\{ \begin{bmatrix} [1-2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1)] \cdot [g-C(k-1)] \\ [1-2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1)] \cdot [g-C(k-1)] \\ [2\alpha a(k-1) \cdot u(k-1)] \cdot [2\alpha a(k-1) \cdot u(k-1)] \end{bmatrix} \right\} \quad (59)$$

sachant que

$$E\{a(k) \cdot a^T(k)\} = \text{Diag}(A, \dots, A)$$

et

$$a^T(k) \cdot a(k) = N |a(k)|^2$$

Le premier membre de la relation précédente s'écrit :

$$E \left\{ \begin{bmatrix} [1-2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1)] \cdot [g-C(k-1)] \\ [1-2\alpha a(k-1) \cdot a^T(k-1)] \cdot [g-C(k-1)] \end{bmatrix} \right\}^T =$$

$$= A \cdot E \left\{ \begin{bmatrix} [g-C(k-1)]^T \cdot [g-C(k-1)] - 2\alpha [g-C(k-1)]^T \cdot a(k) a(k)^T \cdot [g-C(k-1)] - \right.$$

$$\left. 2 \cdot \alpha \cdot [g-C(k-1)]^T \cdot a(k) a(k)^T \cdot [g-C(k-1)] + \right.$$

$$\left. 4 \cdot \alpha^2 [g-C(k-1)]^T \cdot a(k) a(k)^T \cdot a(k) a(k)^T \cdot [g-C(k-1)] \right\}$$

Le développement de cette expression donne

$$A.E \left\{ \left[[g-C(k-1)]^T \cdot [g-C(k-1)] - 4\alpha A [g-C(k-1)]^T \cdot [g-C(k-1)] + 4\alpha^2 N A^2 [g-C(k-1)]^T \cdot [g-C(k-1)] \right] \right\}$$

comme d'après (58) nous avons

$$R(k) = A.E \{ [g - C_k]^T \cdot [g - C_k] \}.$$

l'expression du premier membre devient

$$[1 - 4.\alpha.A + 4.\alpha^2.N.A^2].R(k-1)$$

d'où l'équation finale

$$R(k) = [1 - 4.\alpha.A + 4.\alpha^2.N.A^2].R(k-1) + 4.\alpha^2.N.A^2.U \quad (60)$$

avec $U = E\{|u(k)|^2\} = B + S$

La résolution de cette récurrence nous donne

$$\frac{R(k)}{U} = [1 - 4\alpha.A + 4\alpha^2.A^2.N]^k \left[\frac{R(0)}{U} - \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \right] + \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \quad (61)$$

Cette équation décrit le comportement dynamique d'un annuleur d'écho basé sur l'algorithme du gradient. Certaines conclusions peuvent être tirées de cette expression notamment :

1-La convergence qui, d'après la relation (61), n'est possible que si le terme $|1 - 4\alpha A + 4\alpha^2 A^2 N|$ est inférieur à un [7].

$$|1 - 4\alpha A + 4\alpha^2 A^2 N| < 1 \implies 0 < \alpha < \frac{1}{N.A} \quad (62)$$

2-L'erreur résiduelle: après convergence le rapport de l'écho résiduel sur le signal perturbateur est noté par δ ,

$$\delta = 10 \cdot \log_{10} \frac{R(\infty)}{U} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\alpha \cdot N \cdot A}{1 - \alpha \cdot N \cdot A} \quad [\text{dB}] \quad (63)$$

3-La vitesse de convergence qui peut être caractérisée par le nombre d'itérations (ou d'intervalles de symboles de données) nécessaire pour réduire l'écho résiduel de 20 dB en début de convergence.

A partir de (61) nous pouvons écrire :

$$R(k) = [1 - 4\alpha \cdot A + 4\alpha^2 A^2 N]^k \left[R(0) - \frac{\alpha \cdot N \cdot A \cdot U}{1 - \alpha \cdot N \cdot A} \right] + \frac{\alpha \cdot N \cdot A \cdot U}{1 - \alpha \cdot N \cdot A}$$

en début de convergence $\frac{\alpha \cdot N \cdot A \cdot U}{1 - \alpha \cdot N \cdot A} \ll R(k)$ d'où

$$R(k) \simeq [1 - 4\alpha \cdot A + 4\alpha^2 A^2 N]^k \left[R(0) \right] \quad (64)$$

$$\frac{R(k)}{R(0)} \simeq [1 - 4\alpha \cdot A + 4\alpha^2 A^2 N]^k \quad (65)$$

En prenant le logarithme des deux membres de la relation (65) et en notant par ν la vitesse de convergence.

$$\nu = \frac{-2}{\log_{10} (1 - 4\alpha A + 4\alpha^2 A^2 N)} \quad (66)$$

Les relations (62) et (66) montrent l'importance du paramètre d'adaptation α . Sa valeur détermine non seulement l'erreur résiduelle mais aussi la vitesse de convergence.

IV-3-2 VALEUR THÉORIQUE DU RÉSIDU D'ÉCHO POUR L'ALGORITHME DU SIGNE

L'algorithme du signe découle de l'algorithme du gradient. Il consiste à remplacer le signe propre $r(k)$ dans

l'expression (34) par son signe. Cette simplification permet d'écrire la relation (34) sous cette nouvelle forme.

$$C(k+1) = C(k) + 2.\alpha.\text{sgn}(r(k)).a(k) \quad (67)$$

$$\text{où } \text{sgn}(r(k)) = \begin{cases} +1 & \text{si } r(k) \geq 0 \\ -1 & \text{si } r(k) < 0 \end{cases}$$

A partir de la relation (45) l'algorithme s'écrira

$$V(k+1) = V(k) + 2.\alpha.a(k).\text{sgn}(r(k)) \quad (68)$$

d'où :

$$\begin{aligned} \|V(k+1)\|^2 &= \|V(k)\|^2 + 4.\alpha^2.\|a(k)\|^2 (\text{sgn}(r(k))^2 + \\ &\quad 4.\alpha.V(k)^T.a(k).\text{sgn}(r(k))) \end{aligned} \quad (69)$$

En prenant l'espérance mathématique des deux termes

$$\begin{aligned} E\{\|V(k+1)\|^2\} &= E\{\|V(k)\|^2\} + 4.\alpha^2 E\{\|a(k)\|^2\} + \\ &\quad 4.\alpha.E\{V(k)^T.a(k).\text{sgn}(r(k))\} \\ E\{\|V(k+1)\|^2\} &= E\{\|V(k)\|^2\} + 4.N.A.\alpha^2 + \\ &\quad 4.\alpha.E\{V(k)^T.a(k).\text{sgn}(r(k))\} \end{aligned} \quad (70)$$

Les calculs relatifs à l'algorithme du signe nécessitent une hypothèse sur les statistiques du résidu $e_r(k)$ et du signal perturbateur $u(k)$ constitué du signal lointain et du bruit [6]. Les différentes hypothèses sur la loi du signal perturbateur sont celles d'une loi purement gaussienne et d'une autre purement binaire. Néanmoins, des cas intermédiaires, comme ceux d'une perturbation avec brouillage intersymbole et binaire arrondie, peuvent être envisagés. Pour ce qui est du résidu d'écho, l'hypothèse la plus caractéristique est celle d'une loi gaussienne [11].

Le signal perturbateur $u(k)$ constitué du bruit $n(k)$ et du

signal lointain $s(k)$, suit une loi gaussienne si $n(k)$ et $s(k)$ sont gaussiens. Le cas d'une perturbation binaire pure correspond au cas où $s(k)$ est purement binaire et le bruit $n(k)$ nul. Cependant, l'addition d'une composante faible de bruit gaussien à $s(k)$ engendre une loi binaire arrondie. Enfin lorsque le signal utile $s(k)$ est à plusieurs niveaux, il s'agit d'une loi avec brouillage intersymbole (Tabl.II).

L'écho résiduel $e_r(k)$ est caractérisé par une loi gaussienne. Ceci est d'autant plus vrai que N est grand pour considérer les variables aléatoires $V(k)^T \cdot a(k)$ comme gaussiennes en tant que combinaisons linéaires de variables indépendantes [7]. Les valeurs du résidu d'écho sont déterminées pour les différentes lois de perturbation après avoir calculé l'expression de $E\{V(k)^T \cdot a(k) \cdot \text{sgn}(r(k))\}$ dans la relation (70).

TABL.II. Différentes lois de perturbation.

Loi de perturbation	signal $s(k)$	bruit $n(k)$
gaussienne	gaussien	gaussien
binaire	binaire	nul
binaire arrondie	binaire	gaussien
brouillage	à plusieurs niveaux	-

1 - Valeur théorique du résidu pour une perturbation gaussienne

Le signal perturbateur $u(k)$ comprenant le bruit $n(k)$ et le signal utile $s(k)$, est gaussien. Le signal propre $r(k)$

donné par la relation (42) suit la même loi gaussienne en tant que somme de termes gaussiens. Dans cette hypothèse l'expression $E\{V(k)^T \cdot a(k) \cdot \text{sgn}(r(k))\}$ serait [11]:

$$E\{V(k)^T \cdot a(k) \cdot \text{sgn}(r(k))\} = \frac{E\{V(k)^T \cdot a(k) \cdot r(k)\}}{\sqrt{\pi/2 \cdot \varepsilon(k)}}$$

La relation (70) devient alors :

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot N \cdot A \cdot \alpha^2 + 4 \cdot \alpha \cdot \frac{E\{V(k)^T \cdot a(k) \cdot r(k)\}}{\sqrt{\pi/2 \cdot \varepsilon(k)}} \quad (71)$$

En remplaçant par l'expression de $er(k)$ tirée de la relation (43), l'égalité (71) s'écrit alors

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot N \cdot A \cdot \alpha^2 + 4 \cdot \alpha \cdot \frac{E\{-|er(k)|^2\}}{\sqrt{\pi/2 \cdot \varepsilon(k)}} \quad (72)$$

L'existence d'une limite pour le résidu notée R_g (l'indice g pour gaussien) quand $k \rightarrow \infty$ donne :

$$4 \cdot \alpha \cdot \frac{E\{-|er(k)|^2\}}{\sqrt{\pi/2 \cdot \varepsilon(k)}} = -4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot A$$

d'où

$$R_g = \alpha \cdot N \cdot A \cdot \sqrt{\pi/2 \cdot (R_g + S + B)}$$

ou alors

$$R_g^2 = \alpha^2 \cdot N^2 \cdot A^2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (R_g + S + B) \quad (73)$$

S et B étant les puissances respectives du signal et du bruit.

2 -Valeur du résidu pour une perturbation binaire arrondie

Lorsque $s(k)$ est composé de données binaires symétriques et le bruit $n(k)$ est gaussien, alors le signal $r(k)$ n'est plus

gaussien. Ce cas correspond à une loi binaire arrondie [7].

Le calcul de l'intercorrélation entre $er(k)$ et $\text{sgn}(r(k))$ donnerait alors [7]:

$$E\{er(k) \cdot \text{sgn}(r(k))\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{R_{ba}}{\sqrt{R_{ba} + B}} \cdot e^{-S/2(R_{ba} + B)} \quad (74)$$

où R_{ba} représente le résidu d'écho pour une loi binaire arrondie.

L'égalité (70) devient alors

$$E\{\|V(k+1)\|^2\} = E\{\|V(k)\|^2\} + 4 \cdot N \cdot A \cdot \alpha^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{R_{ba}}{\sqrt{R_{ba} + B}} \cdot e^{-S/2(R_{ba} + B)} \quad (75)$$

L'équation (75) donne le résidu R_{ba} quand $k \rightarrow \infty$, d'où :

$$4 \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{R_{ba}}{\sqrt{R_{ba} + B}} \cdot e^{-S/2(R_{ba} + B)} = 4 \cdot \alpha^2 \cdot N \cdot A$$

$$R_{ba}^2 = \frac{\pi}{2} \cdot \alpha^2 \cdot A^2 \cdot N^2 \cdot (R_{ba} + B) \cdot e^{S/(R_{ba} + B)} \quad (76)$$

3- Valeur du résidu pour une perturbation binaire

En considérant un bruit nul, la relation précédente (73) donne la valeur du résidu d'écho pour une loi purement binaire, d'où

$$R_b = \frac{\pi}{2} \alpha^2 \cdot A^2 \cdot N^2 \cdot e^{S/R_b} \quad (77)$$

4- Valeur du résidu pour une perturbation avec brouillage

Le signal $s(k)$ résulte de la convolution des données lointaines avec la réponse impulsionnelle de la ligne de tran-

mission. De ce fait, il peut prendre plusieurs niveaux différents ξ_j quand les interférences intersymboles affectent n données successives. Le calcul du résidu noté R_i dans ce cas donne [7]:

$$R_i = \frac{\pi}{2} \cdot \alpha^2 \cdot N^2 \cdot A^2 \cdot (R_i + B) \cdot 2^{2n} \cdot \left[\sum_{j=1}^{2^n} \exp\left[-\frac{\xi_j}{2(R_i + B)}\right] \right]^{-2} \quad (78)$$

où $1/2^n$ est la probabilité d'un niveau ξ_j .

Les relations donnant la valeur du résidu d'écho pour les différentes lois de perturbation peuvent être comparées en début et en fin de convergence. Ainsi en début de convergence lorsque l'écho est très grand par rapport au signal perturbateur, c'est-à-dire $R \gg S+B$, les relations (73), (76), (77), (78), donnent

$$R = \frac{\pi}{2} \cdot \alpha^2 \cdot N^2 \cdot A^2 \quad (79)$$

et ce quelque soit le type de perturbation.

Par ailleurs, en fin de convergence, lorsque $R \ll S+B$, les relations précédentes deviennent:

$$R_g = \alpha \cdot N \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2} (S + B)} \quad (80)$$

$$R_{b\alpha} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \alpha \cdot A \cdot N \cdot \sqrt{B} \cdot e^{S/2B} \quad (81)$$

$$R_b = \frac{\pi}{2} \alpha^2 \cdot A^2 \cdot N^2 \cdot e^{S/R_b} \quad (82)$$

Les formules peuvent être résumées dans le tableau III.

TABL.III.Valeurs du résidu en début et fin de convergence.

Perturbations	Résidu pour $R \ll S$	Résidu pour $R \gg S$
Gaussienne	$R_g = \alpha \cdot N \cdot A \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2} (S + B)}$	$R = \frac{\pi}{2} \cdot \alpha^2 \cdot N^2 \cdot A^2$
bin-arrondi	$R_{ba} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \alpha \cdot A \cdot N \cdot \sqrt{B} \cdot e^{S/2B}$	
binnaire pure	$R_b = \frac{\pi}{2} \alpha^2 \cdot A^2 \cdot N^2 \cdot e^{S/R_b}$	

IV-4 CONCLUSION

Le chapitre IV a été consacré à l'analyse théorique des algorithmes du gradient et du signe. L'algorithme du gradient consiste à minimiser l'écart de la fonction erreur quadratique moyenne entre l'écho et son estimation. Les performances de cet algorithme (vitesse de convergence et erreur en régime établi) dépendent essentiellement du pas d'adaptation α . L'algorithme du signe est une version simplifiée du gradient. Elle consiste à prendre le signe de l'erreur au lieu de la valeur elle même. Le recours à l'opérateur signe complique l'étude théorique de cet algorithme puisque les performances se trouvent liées aux statistiques des signaux utilisés.

Chapitre 5

*PERFORMANCES DE L'ANNULEUR D'ECHO
SIMULATIONS ET RESULTATS*

CHAPITRE V

PERFORMANCES DE L'ANNULEUR D'ÉCHO

SIMULATIONS ET RESULTATS

V-1 NOTATIONS ET HYPOTHESES

Les notations et hypothèses utilisées dans la simulation sont celles de l'étude théorique du chapitre IV. Afin de donner plus de clarté, nous les rappelons succinctement.

V-1-1 NOTATIONS

Nous rappelons ci-dessous le schéma (Fig.V-1) d'une transmission de données en bande de base avec annulation d'écho, ainsi que le tableau I (Chap.1) qui donne la définition des signaux rencontrés et les relations qui les régissent.

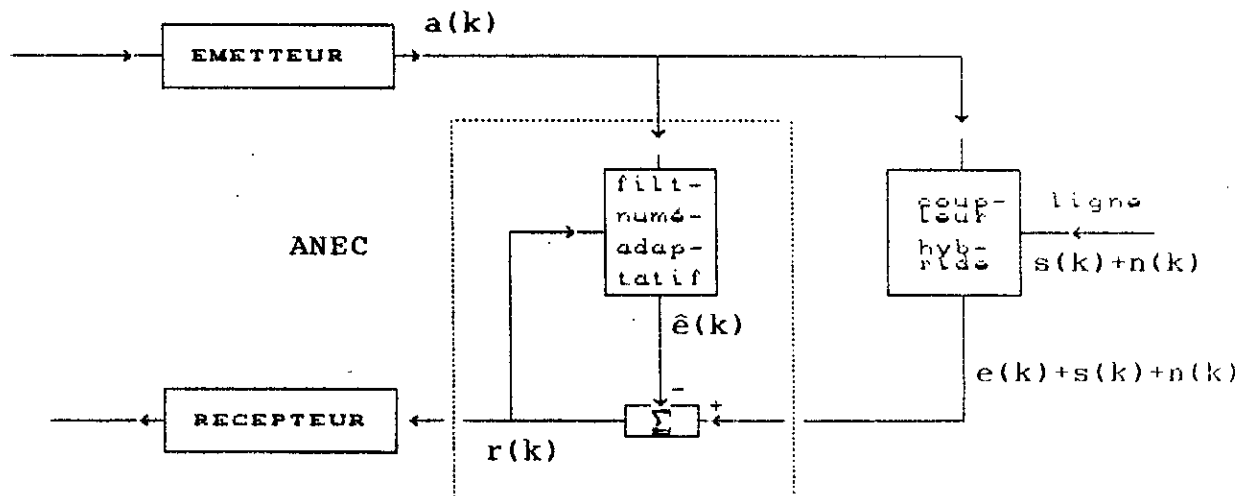


Fig.V-1: Principe d'une liaison avec annulation d'écho.

TABL. I -Principales notations concernant l'ANEC.

NOTATION	SIGNAL
$e(k) = a_k^T \cdot g$	Signal d'écho
$\hat{e}(k) = a_k^T \cdot C_k$	Echo estimé
$s(k) = b_k^T \cdot h$	Signal lointain
$y(k) = e(k) + s(k) + n(k)$	Signal entrant
$u(k) = s(k) + n(k)$	Signal perturbateur
$er(k) = e(k) - \hat{e}(k)$	Echo résiduel
$r(k) = y(k) - \hat{e}(k)$	Signal propre
$V_k = C_k - g$	Ecart entre filtre estimé et filtre d'écho

V-1-2 HYPOTHESES

Les hypothèses suivantes sont adoptées:

- les échantillons successifs $n(k)$ du bruit sont centrés et indépendants.
- les données $a(k)$, $b(k)$ sont indépendantes du bruit $n(k)$.
- les données $a(k)$, $b(k)$ sont indépendantes et centrées.

Nous avons donc:

$$\begin{cases} E\{n(k) n(l)\} = B \cdot \delta_{kl} \\ E\{n(k) a(m)\} = 0 \quad \forall k, \forall m \\ E\{n(k) b(m)\} = 0 \quad \forall k, \forall m \\ E\{n(k)\} = 0 \end{cases}$$

où B est la variance du bruit et δ_{kl} le symbole de Kroneker.

V-2 PRÉSENTATION DE LA SIMULATION

Le principe adopté pour la simulation de l'annuleur d'écho est basé sur la représentation classique (Fig.V-1) d'une liaison bilatérale en bande de base. Les données proches

$a(k)$ et lointaines $b(k)$, générées par programmation, sont réelles et à deux niveaux (binaires) $+1, -1$. La réponse impulsionnelle de la ligne h est formée de M coefficients pouvant être introduit par l'utilisateur. Le trajet d'écho g est supposé invariant dans le temps, sa réponse impulsionnelle est donnée par $g=(0.028, 0.982, -0.196, 0.009)$ [27]. Par ailleurs la réponse du filtre adaptatif annuleur d'écho est C_k . Les N coefficients du filtre sont nuls au départ.

Les puissances des signaux sont données en dB, et notées conformément à ce qui suit:

- A: puissance des données proches
- B: puissance du bruit
- S: puissance du signal lointain
- R: puissance du résidu d'écho
- U: puissance du signal lointain + bruit

La simulation permet le choix entre deux possibilités:

- Annulation avec phase d'apprentissage.
- Annulation en régime permanent.

En effet, pendant la phase d'apprentissage il n'y a pas d'émission de signal lointain à l'inverse du régime permanent où les deux émetteurs fonctionnent directement.

La simulation de l'annuleur d'écho a été réalisée sur Micro-VAX en langage FORTRAN avec des séquences de 5000 données. Les paramètres variables sont accessibles à l'utilisateur à travers un menu et il est possible de les modifier.

V-3 RESULTATS THEORIQUES

Nous rappelons les relations théoriques concernant l'algorithme du gradient.

L'équation de mise à jour des coefficients de l'annuleur d'écho basée sur l'algorithme du gradient est:

$$C(k+1) = C(k) + 2.\alpha.r(k).a(k)$$

La relation (61) qui décrit le comportement dynamique de l'annuleur d'écho est:

$$\frac{R(k)}{U} = [1 - 4\alpha.A + 4\alpha^2.A^2.N] k \left(\frac{R(0)}{U} - \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \right) + \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \quad (61)$$

La relation (63) donnant le résidu d'écho limite (l'erreur en régime établi) sur le signal perturbateur est:

$$\delta = 10.\log_{10} \frac{R(\infty)}{U} = 10.\log_{10} \frac{\alpha.N.A}{1 - \alpha.N.A} \quad [\text{dB}] \quad (63)$$

La relation (66) donnant la vitesse de convergence (le nombre d'itérations pour réduire l'écho de 20 dB.) est:

$$\nu = \frac{-2}{\log_{10} (1 - 4\alpha A + 4\alpha^2 A^2 N)} \quad (66)$$

Les figures 5.1, 5.2 représentant le graphe de l'expression (61) illustrent la convergence de l'annuleur pour un écho plus élevé de 50 dB par rapport au signal utile.

La valeur du pas d'adaptation α et le niveau du signal/bruit (S/B) étant respectivement de 0.01 et 20dB. Le nombre de coefficients N du filtre variant quant à lui de quatre (4) jusqu'à vingt (20) avec un pas de quatre (4). L'analyse de ces courbes montre que l'erreur résiduelle en régime établi δ (63)

augmente lorsque N augmente, ce qui correspond à une détérioration de la qualité d'annulation. De plus, il apparaît que la vitesse de convergence est sensiblement la même (environ 117 itérations) quelque soit la valeur de N .

Les courbes des figures 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, donnent les vitesses de convergence en fonction du pas α pour N égal à 4, 8, 16 et 20. Il apparaît que plus le paramètre α est petit plus le temps mis pour converger est long. Ainsi la vitesse de convergence est d'autant plus faible que α est petit, ce qui explique le nombre d'itérations élevé pour les faibles valeurs de α . Les figures 5.5 et 5.6 correspondant à $N=16$ et $N=20$ tendent asymptotiquement vers l'infini au voisinage de $\alpha=1/N$ à cause de la condition de convergence. En effet, l'intervalle de convergence de l'algorithme du gradient est $0 < \alpha < 1/N$ [21]. La valeur $\alpha=1/(2N)$ donne la meilleure vitesse de convergence d'où son choix comme valeur optimale par certains auteurs [19].

Les courbes des figures 5.7, 5.8 donnent la variation de l'erreur résiduelle (R/U) en fonction de α pour N égal à 4, 8, 12, 16, 20. L'analyse de ces courbes montre que plus le paramètre α est petit plus l'erreur résiduelle est faible, ce qui correspond à une bonne annulation d'écho. On note également une dégradation du rapport R/U pour les valeurs de α proches de $1/N$ qui représente la borne supérieure de l'intervalle de convergence.

Enfin les courbes 5.9, 5.10 de la vitesse de convergence v en fonction du nombre de coefficients N indiquent une certaine constance du nombre d'itérations vis-à-vis de N . Ceci

s'explique par le fait que l'expression (66) peut être simplifiée lorsque $\alpha \ll 1/N$ et devenir:

$$\nu \approx 1.15 / \alpha$$

Cette approximation montre l'indépendance de ν par rapport au nombre de coefficients N .

Les tableaux IV et V donnent les valeurs théoriques du résidu R par rapport au signal perturbateur U et de la vitesse de convergence ν en fonction de N et α pour un signal/bruit (S/B) de 20 dB.

TABL.IV. Valeurs de R/U limite en dB pour l'algorithme du gradient. S/B=20 dB.

$\alpha \backslash N$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-2}$
4	-33.97	-30.96	-23.96	-20.93	-13.80	-10.60
8	-30.96	-27.95	-20.93	-17.88	-10.60	-7.20
16	-27.95	-24.93	-17.88	-14.8	-7.20	-3.20
20	-26.98	-23.96	-16.90	-13.80	-6.02	-1.70

TABL.V. Valeurs du nombre d'itérations ν pour l'algorithme du gradient.

α	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-2}$
ν	11500	5750	1150	575	117	57.5

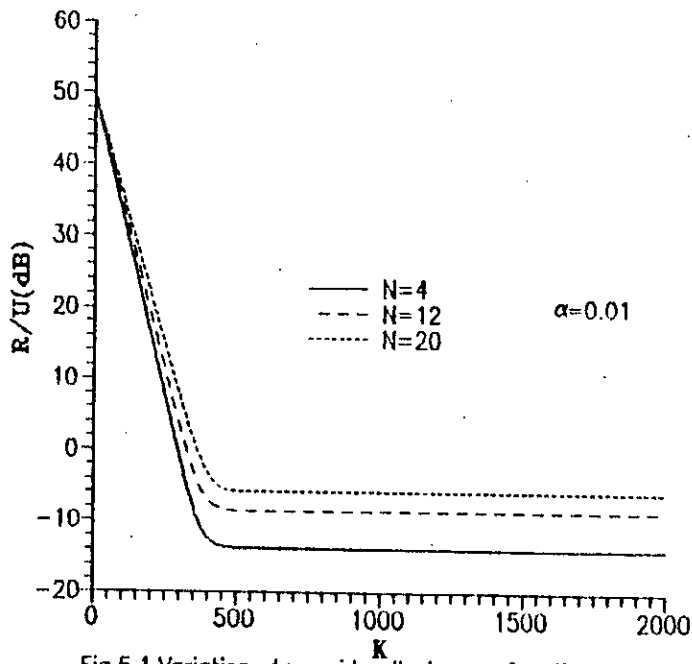


Fig.5.1.Variation du residu d'echo en fonction de K

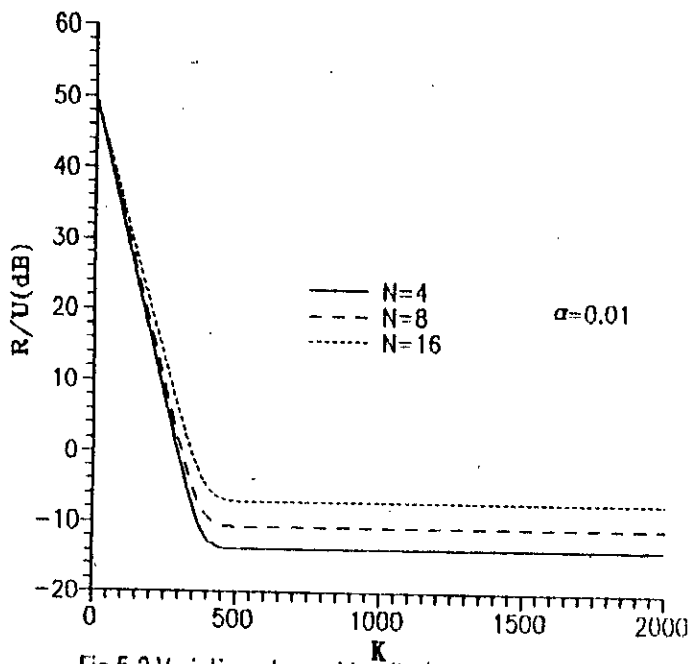


Fig.5.2.Variation du residu d'echo en fonction de K

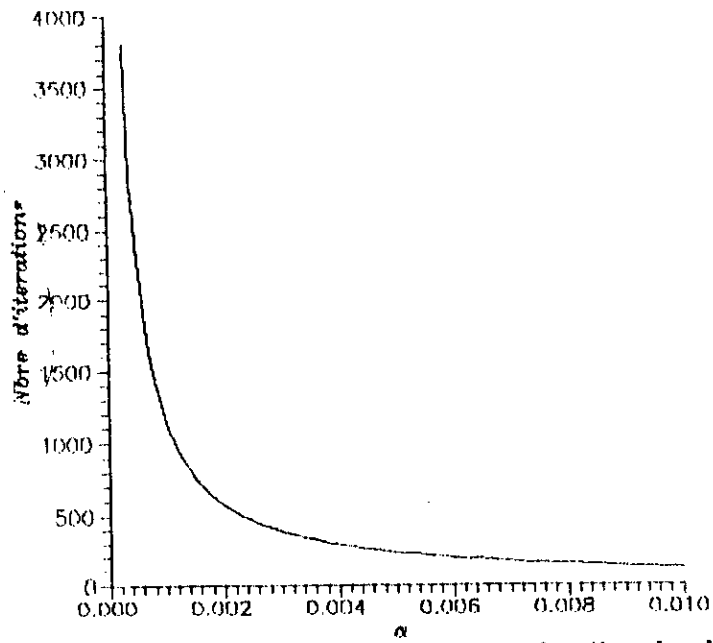


Fig.5.3: Vitesse de convergence en fonction de alfa.N=4

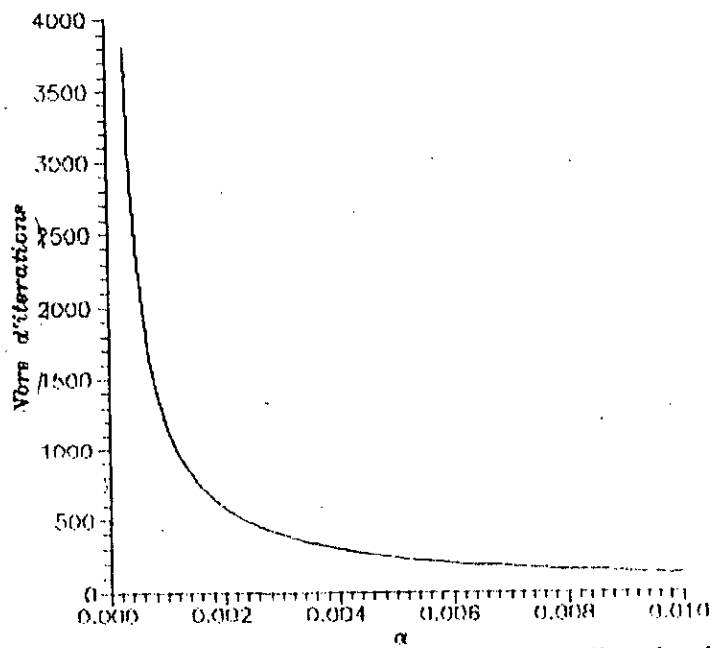


Fig.5.4: Vitesse de convergence en fonction de alfa.N=8

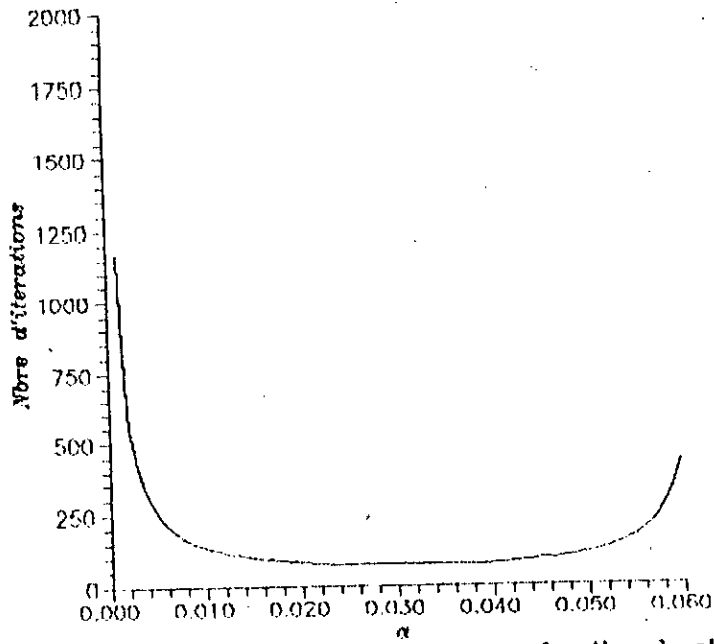


Fig.5.5: Vitesse de convergence en fonction de alfa.N=16

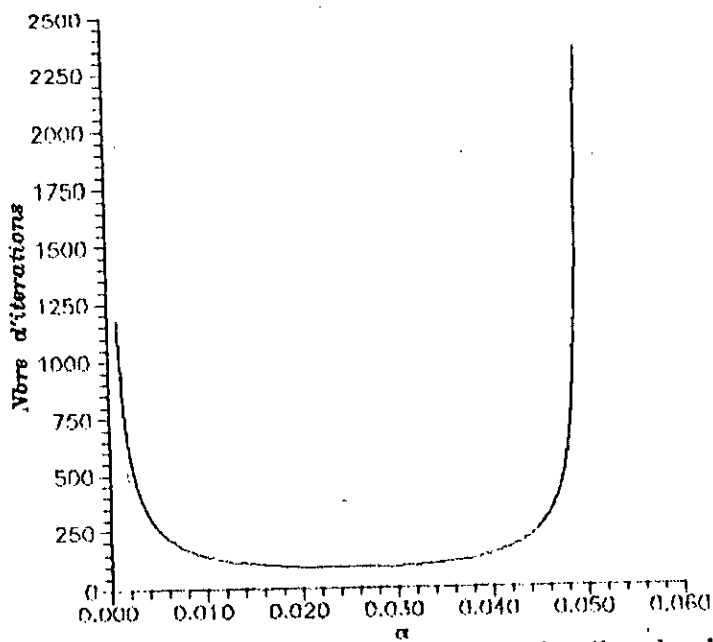


Fig.5.6: Vitesse de convergence en fonction de alfa.N=20

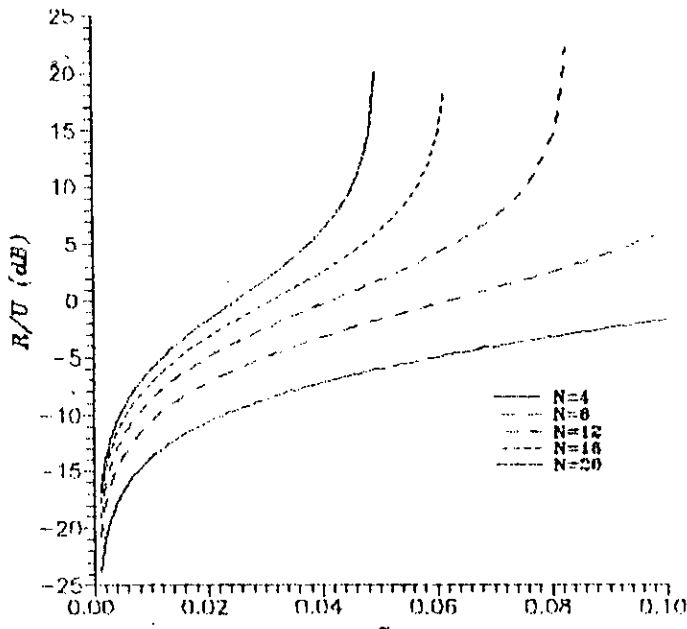


Fig.5.7: Variation de l'erreur résiduelle en fonction de α .

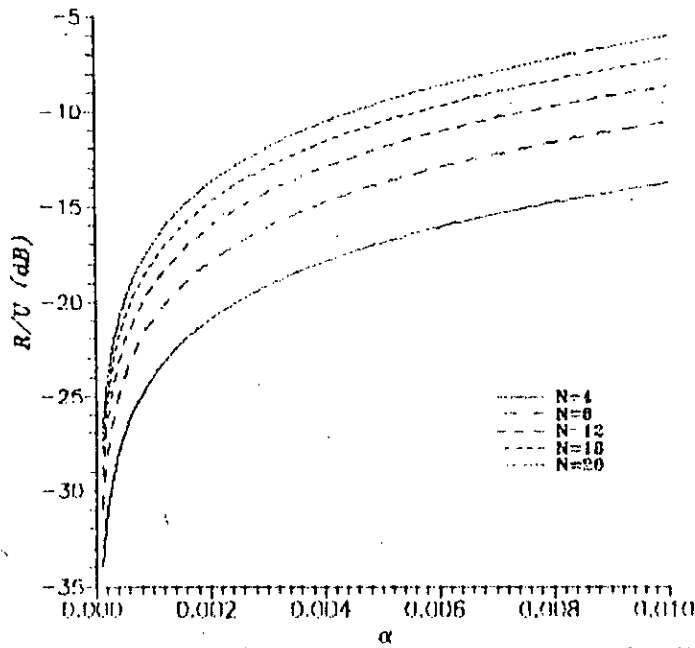


Fig.5.8: Variation de l'erreur résiduelle en fonction de α .

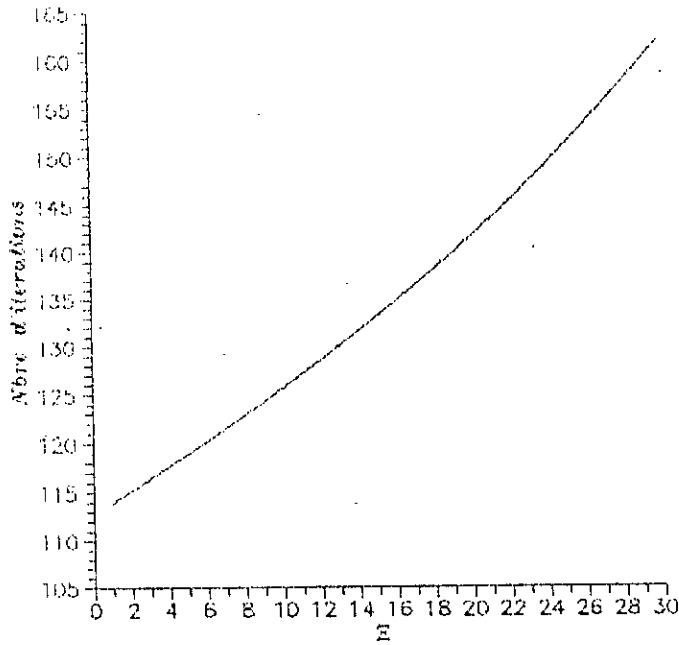


Fig.5.9: Variation de la vitesse de convergence en fonction de N. $\alpha=0.01$.

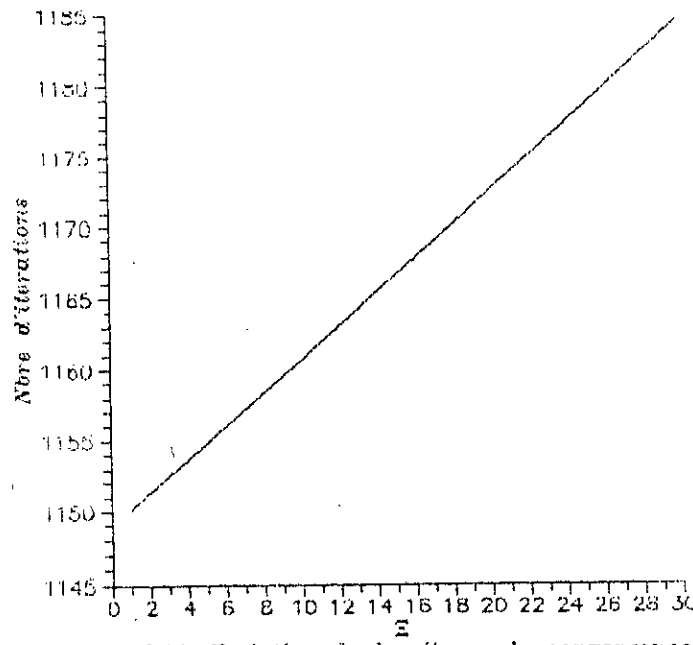


Fig.6.10: Variation de la vitesse de convergence en fonction de N. $\alpha=0.001$.

V-4 RÉSULTATS DE LA SIMULATION

La simulation de l'annuleur d'écho a été conçue sur le principe adopté précédemment (Fig.V.1) pour une transmission de données en bande de base avec annulation d'écho; où les données proches $a(k)$ et lointaines $b(k)$ sont des trains d'impulsions binaires (+1, -1). Les résultats finaux ont été obtenus pour un rapport S/B de 20 dB et pour un écho de 40 dB plus élevé que le signal perturbateur $u(k)$, c'est-à-dire $R/U=40$ dB.

Deux approches ont été choisies pour étudier les performances de l'annuleur d'écho. La première consiste à utiliser une réponse impulsionnelle h typique de la ligne de transmission constituée de six ($M=6$) coefficients. Alors que la seconde consiste à ne pas utiliser de réponse impulsionnelle de la ligne. Le nombre de coefficients de l'annuleur N utilisé est de quatre (4), huit (8) et seize (16), respectivement, tandis que le paramètre α prend les valeurs 0.01, 0.001, 0.002. La simulation a été faite sans phase d'apprentissage c'est-à-dire en phase permanente.

L'exploitation des résultats se fera sur les deux critères de l'erreur résiduelle en régime établi δ et du niveau de convergence ν .

V-4-1 ALGORITHME DU GRADIENT AVEC INTERFERENCES INTERSYMBLES

La courbe 5.11.a, donne le graphe de l'erreur résiduelle en fonction du nombre d'itérations k pour l'algorithme du gradient avec $N=4$ et $\alpha=0.01$. Le calcul de l'erreur δ en régime établi et le nombre d'itérations nécessaire à la convergence ν

donne $\delta = -13.60$ dB, $\nu = 122$ itérations.

Les courbes 5.11.b et 5.11.c, correspondant à $N=4$, $\alpha=10^{-3}$ et $\alpha=2.10^{-3}$ respectivement, montrent que l'erreur résiduelle δ est égale à -19.10 dB et -18.50 dB, respectivement. Il apparaît également que la convergence est plus rapide pour $\alpha=0.002$ que pour $\alpha=0.001$ puisque $\nu=590$ pour la première et $\nu=1142$ pour la seconde.

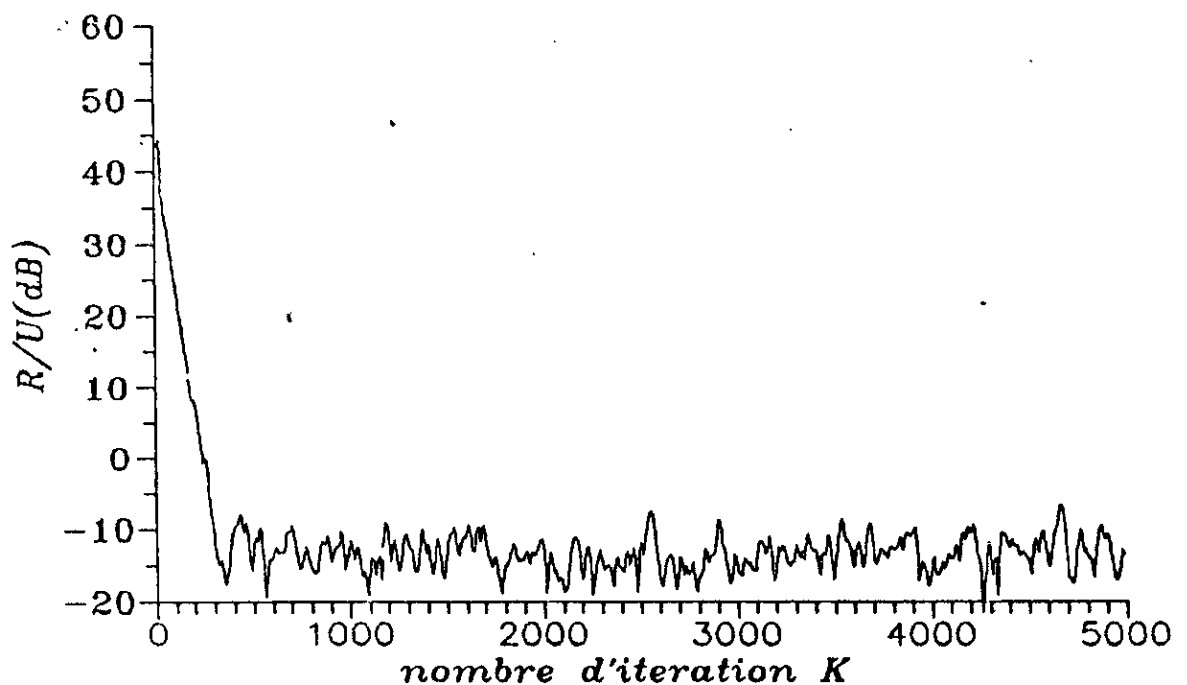


Fig.5.11.a $N=4, s/b=20$ dB, $e/s=40$ dB, $\text{Alfa}=0.01$

Les figures 5.12, 5.13 sont relatives à $N=8$ et $N=16$ pour les mêmes conditions que précédemment.

Le tableau VI résume les différentes valeurs de δ et les compare aux valeurs théoriques afin de vérifier les performances de l'annuleur d'écho.

A partir des tableaux, on constate qu'une nette concordance apparaît entre les valeurs trouvées à partir de la simu

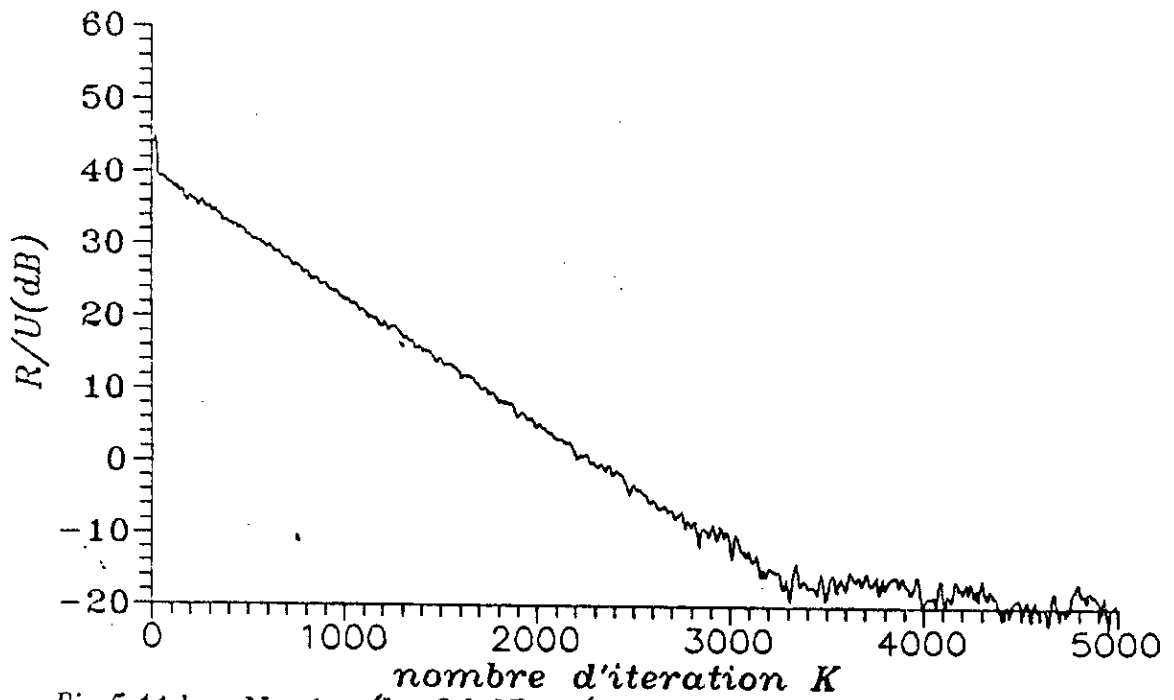


Fig.5.11.b. $N=4, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.001$.

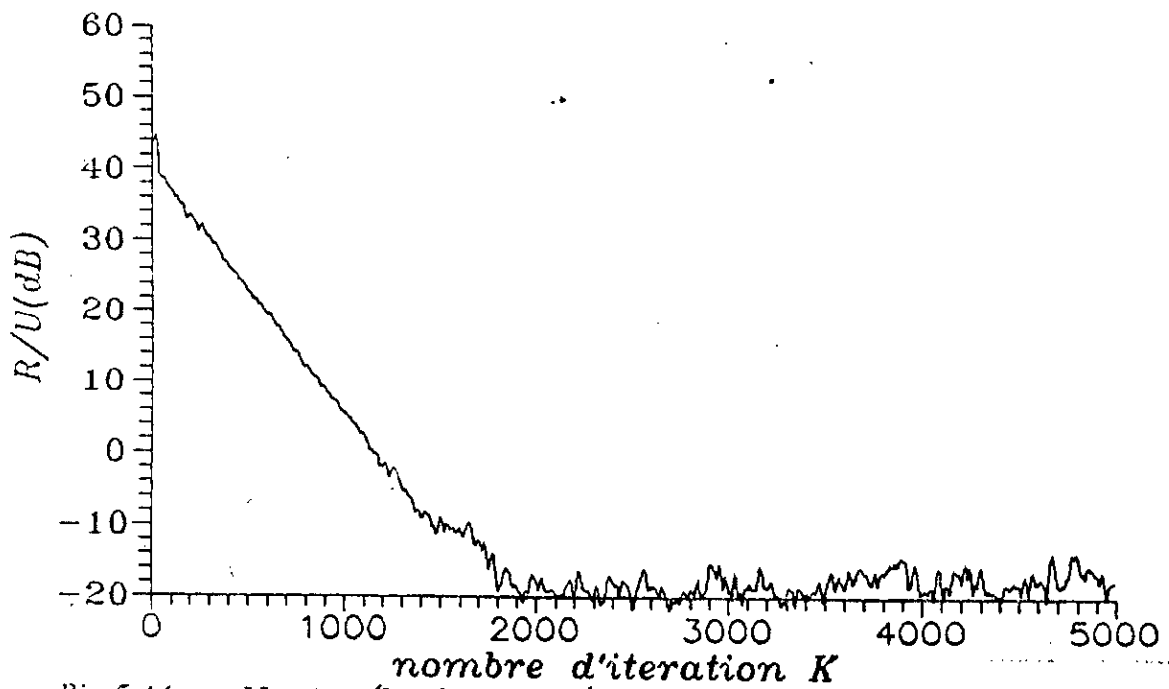


Fig.5.11.c. $N=4, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.002$

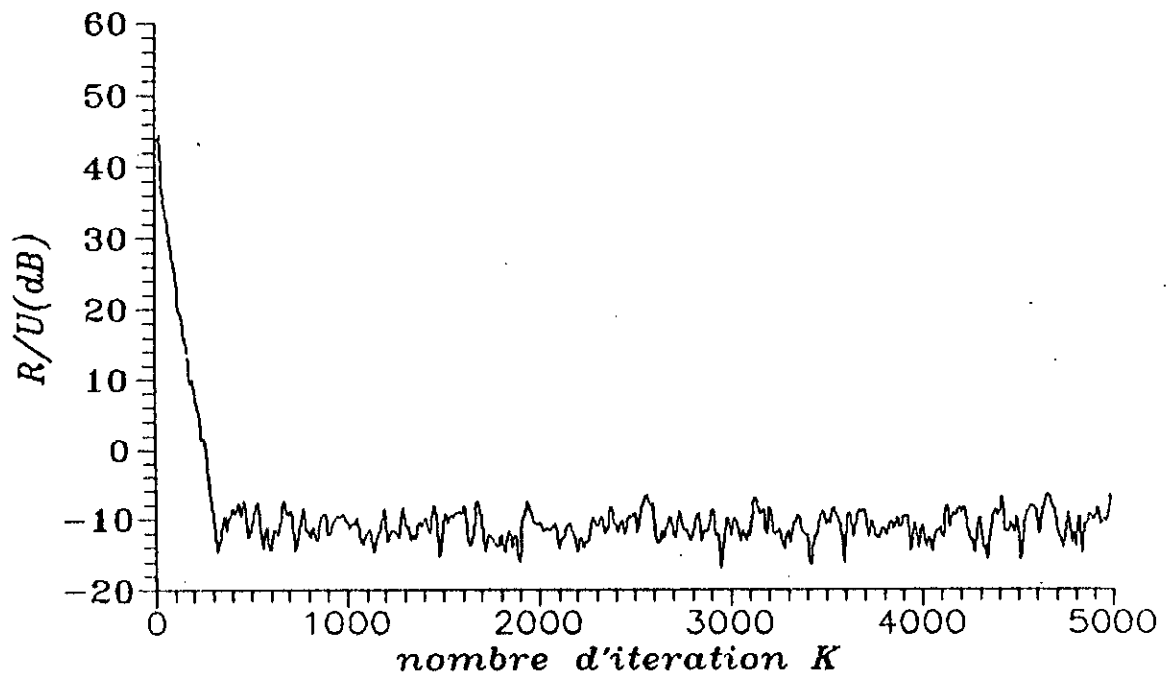


Fig.5.12.a $N=8, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.01$

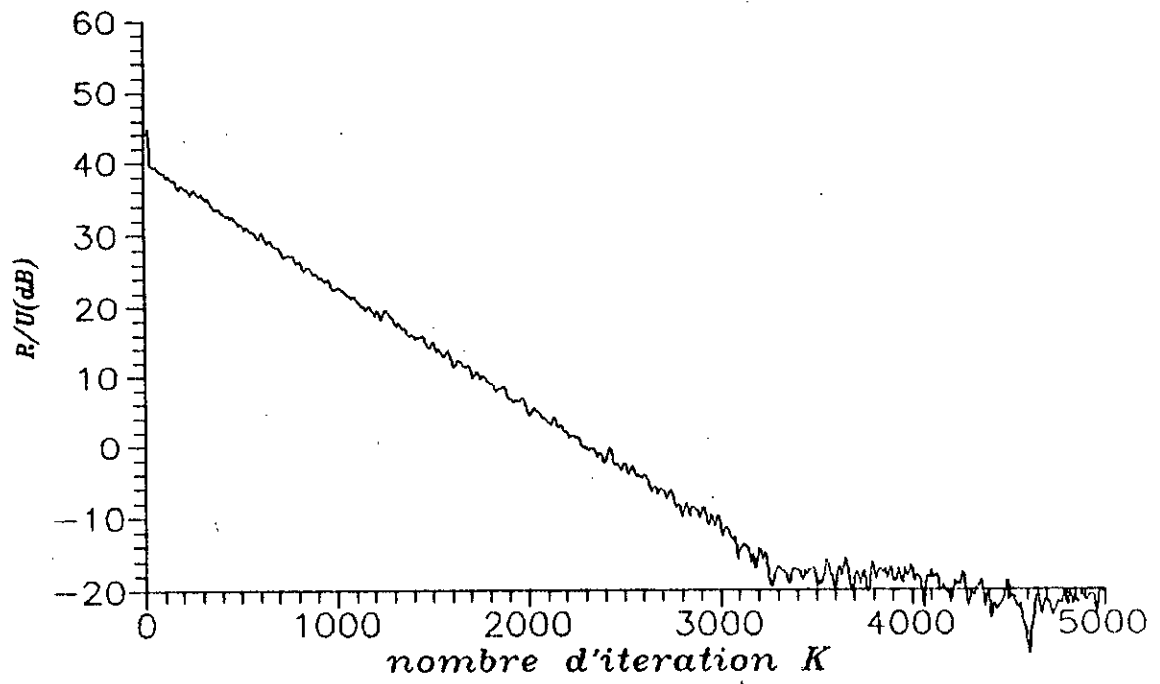


Fig.5.12.b $N=8, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.001$

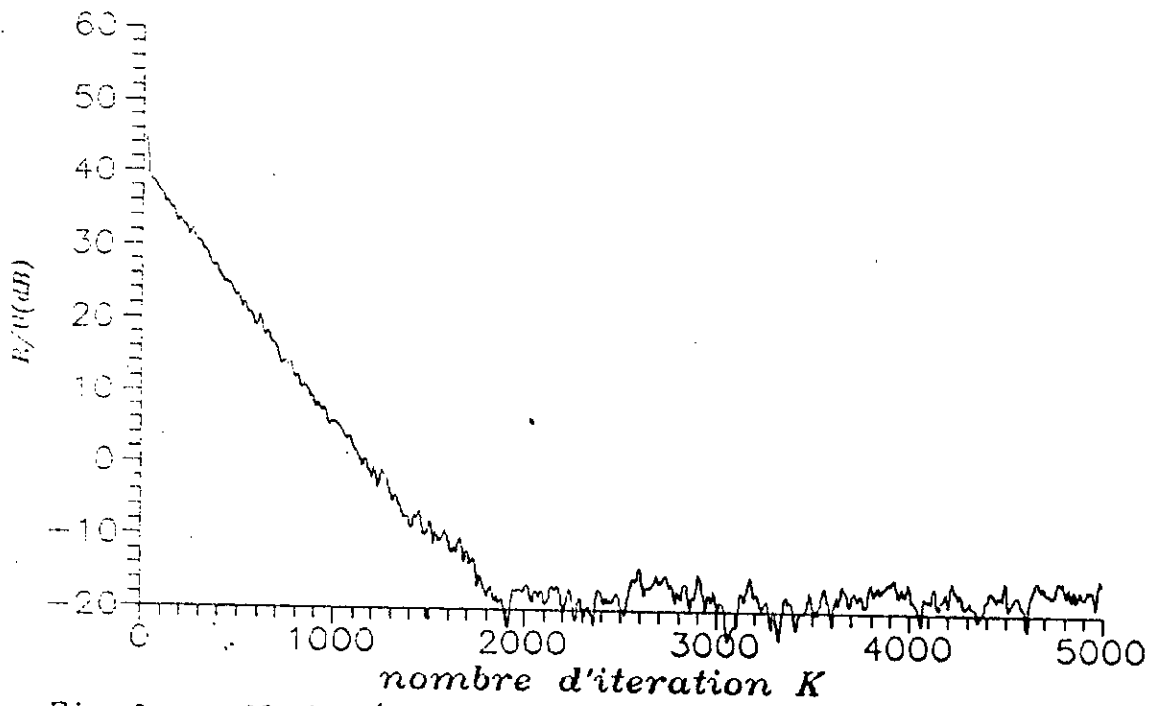


Fig 5.12.c. $N=8, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.002$

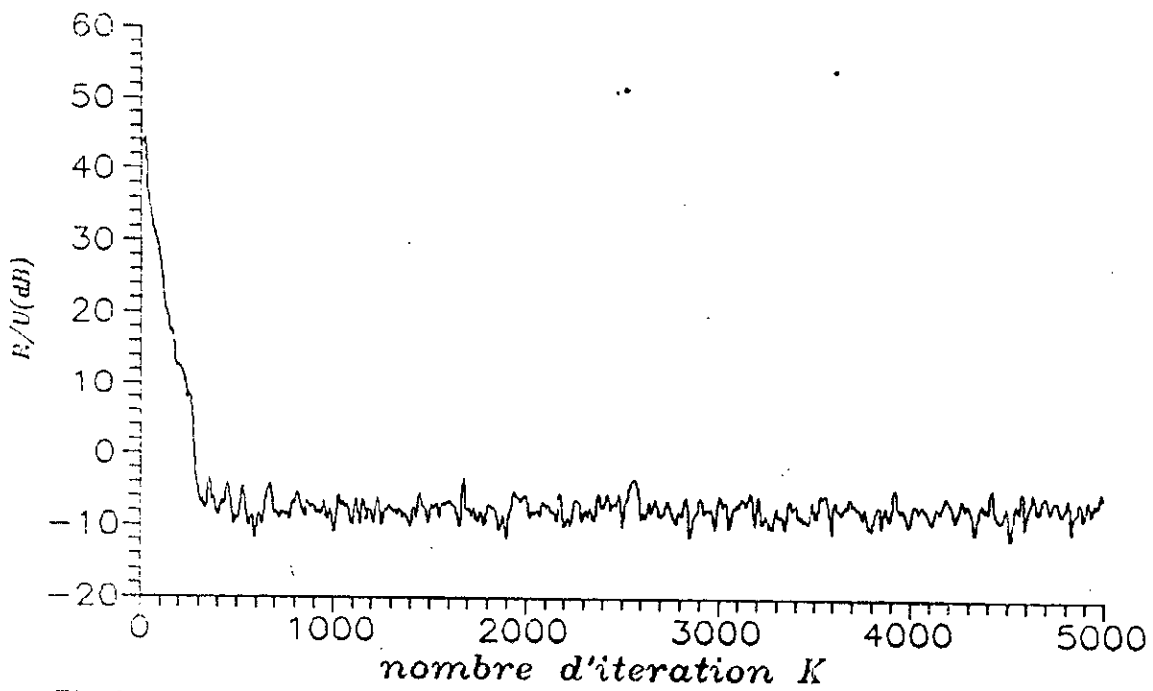


Fig.5.13.a $N=16, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.01$

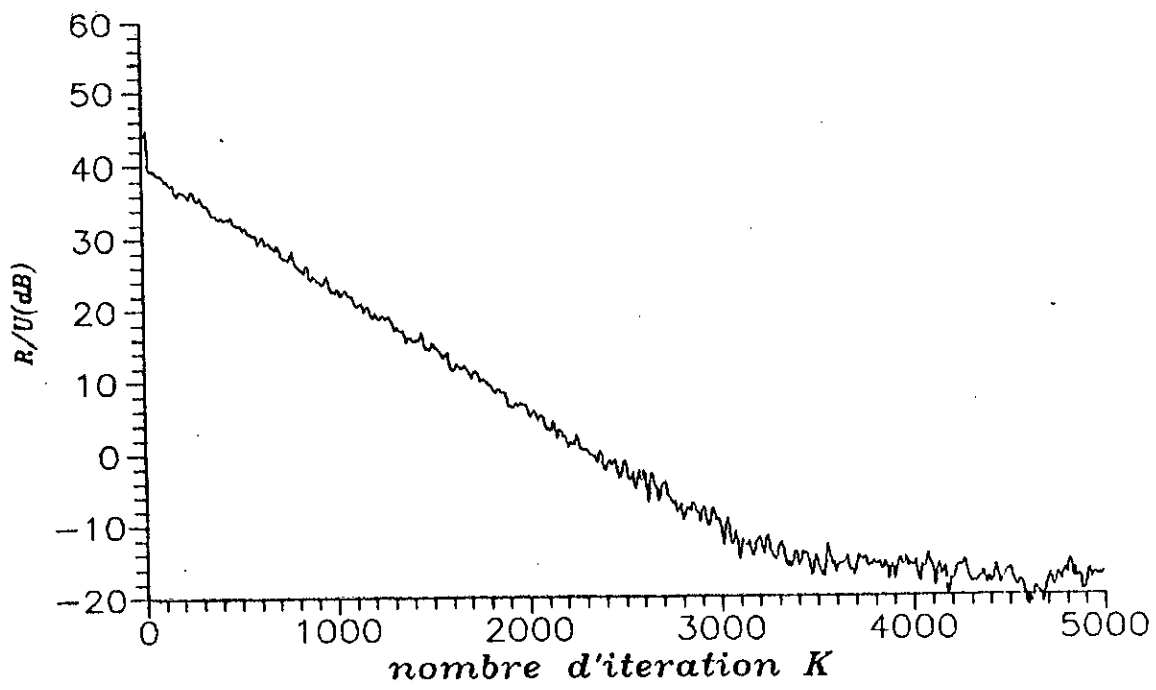


Fig.5.13.b $N=16, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.001$.

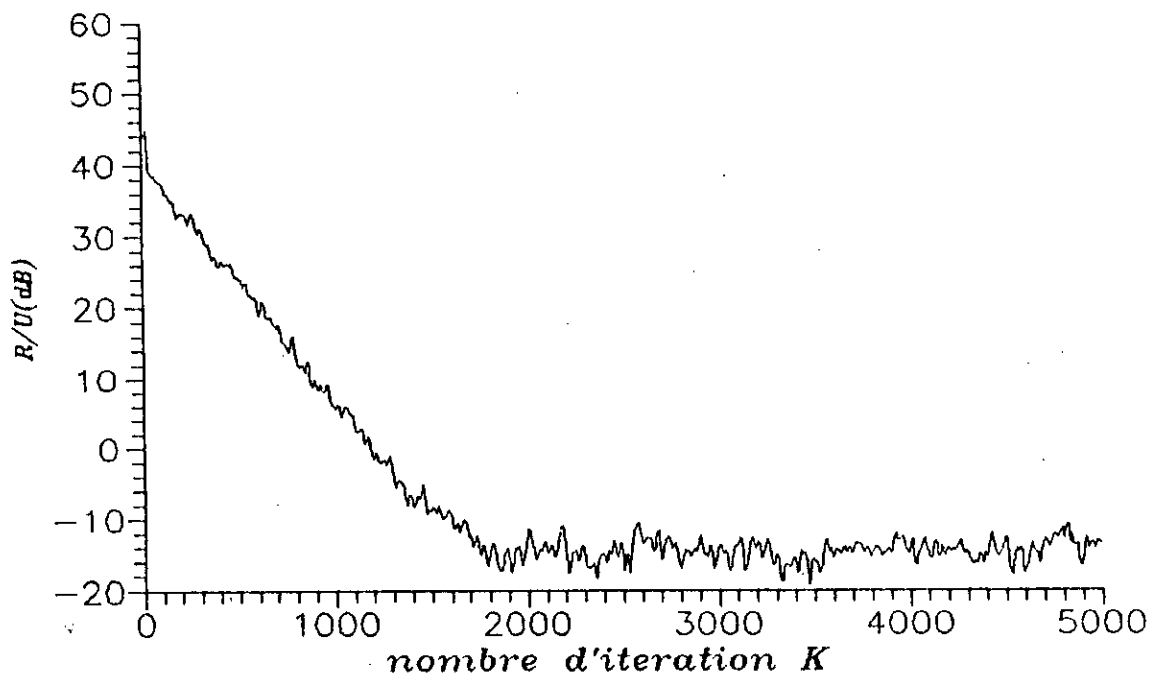


Fig.5.13.c $N=16, s/b=20\text{dB}, e/s=40\text{dB}, \text{Alfa}=0.002$

lation et celles données par la théorie. L'écart est pour tous les cas faibles. Néanmoins, pour $N=4$ où il atteint au maximum 4 dB, il est possible d'expliquer cette différence par le fait que ce nombre de coefficients est insuffisant pour identifier le trajet d'écho et procurer une bonne annulation.

Le tableau VII correspond au niveau de convergence ν pour les différentes valeurs de α . D'après ce tableau, il est aisé de voir que la convergence de l'annuleur d'écho est pratiquement la même que celle exprimée par la théorie. En effet, l'écart se situe au maximum à 2.6% pour $\alpha=0.001$ et 3.3% pour $\alpha=0.002$ alors que pour $\alpha=0.01$ il est de 6.8%. Il est à remarquer que cet écart maximal de 6.8% ne représente en terme de temps que huit (8) itérations ce qui est très faible.

La figure 5.14 représente les courbes de l'erreur résiduelle en fonction du nombre d'itérations k pour un rapport $S/B=10$ dB (Fig.5.14.a) et $S/B=0$ dB (Fig.5.14.b) avec $\alpha=0.001$ et $N=4$. La première courbe (Fig.5.14.a) relative à $S/B=10$ dB est pratiquement confondue avec celle correspondant à $S/B=20$ dB (Fig.5.11.b); par contre le graphe relatif à un rapport $S/B=0$ dB (Fig.5.14.b) montre une légère amélioration de l'erreur δ (-20 dB au lieu de -18.9 dB) due au fait que la corrélation entre le signal perturbateur $u(k)$ et les données proches et l'écho est moins importante lorsque le bruit $n(k)$ a la même puissance que le signal $s(k)$ ($S/B=0$ dB).

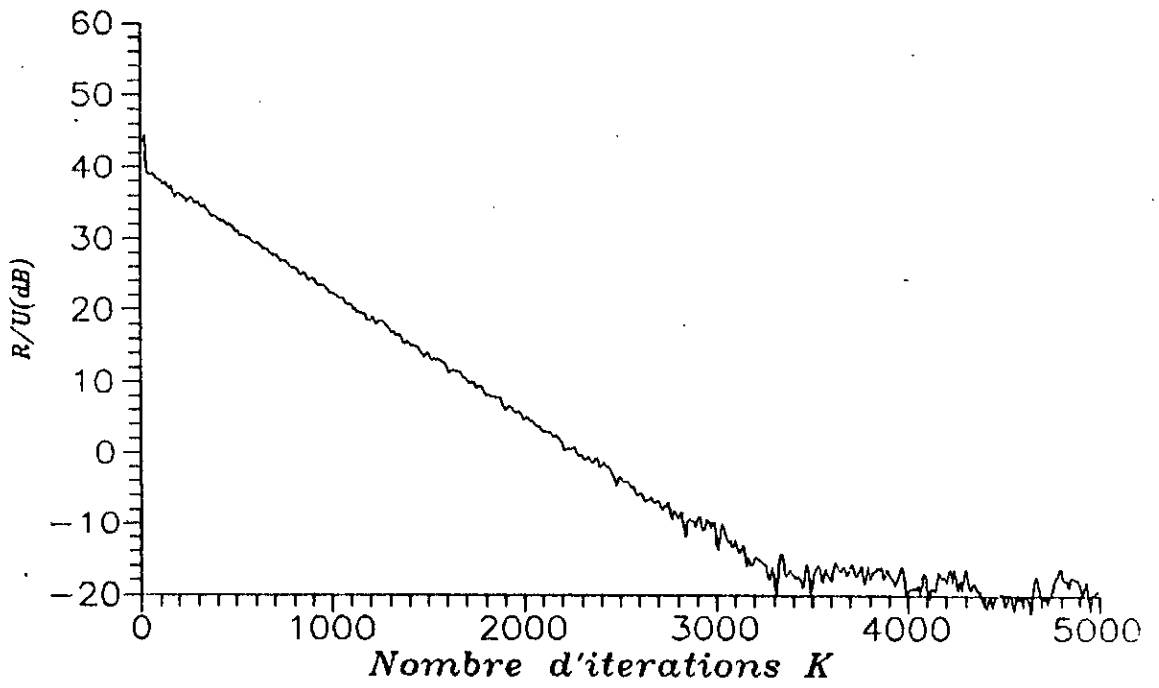


Fig.5.14.a $N=4, \text{Alfa}=0.001, e/s=40\text{dB}, s/b=10\text{dB}$

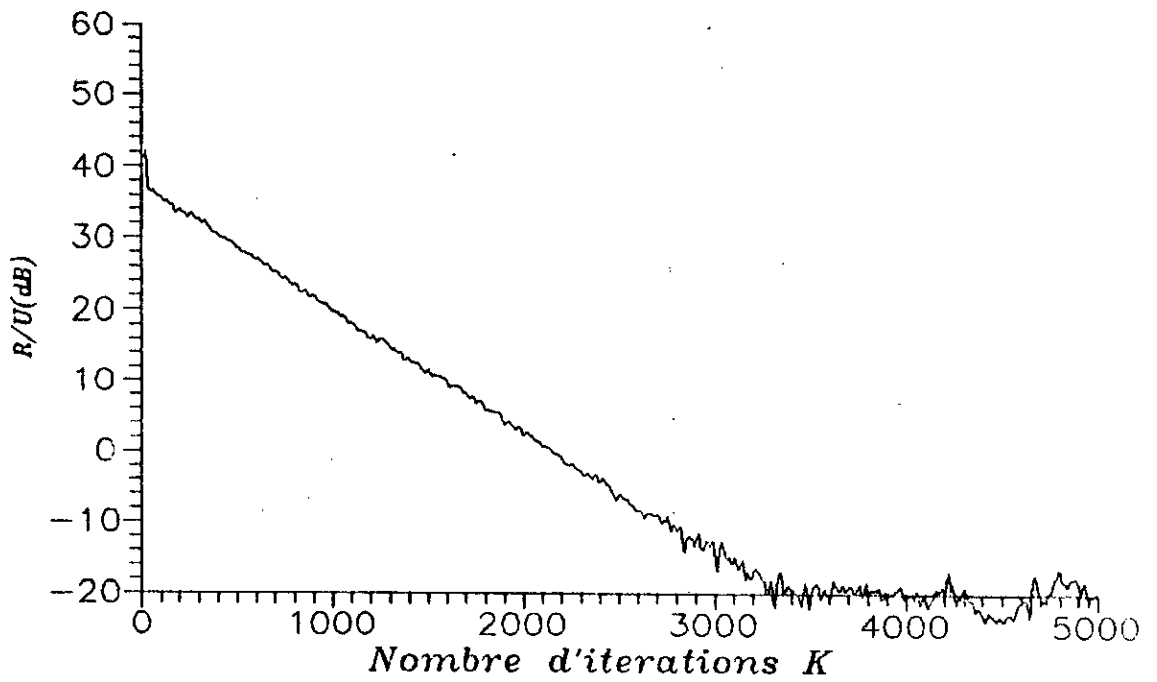


Fig.5.14.b $N=4, \text{Alfa}=0.001, e/s=40\text{dB}, s/b=0 \text{ dB}$

TABL.VI. Comparaison de l'erreur résiduelle en dB pour l'algorithme du gradient avec h.

(a) $\alpha=0.01$; (b) $\alpha=0.001$; (c) $\alpha=0.002$

N	δ	simulat	théorie	écart
4		-13.6 dB	-13.8 dB	-0.2 dB
8		-10.8 dB	-10.6 dB	+0.2 dB
16		-7.1 dB	-7.2 dB	-0.1 dB

(a)

N	δ	simulat	théorie	écart
4		-19.1 dB	-23.9 dB	-4.8 dB
8		-19.9 dB	-20.9 dB	-1.0 dB
16		-16.0 dB	-17.8 dB	-1.8 dB

(b)

N	δ	simulat	théorie	écart
4		-18.5 dB	-20.9 dB	-2.4 dB
8		-17.4 dB	-17.8 dB	-0.4 dB
16		-14.3 dB	-14.8 dB	-0.5 dB

(c)

V-4-2 ALGORITHME DU GRADIENT SANS INTERFERENCES INTERSYMBLES

La non utilisation de la réponse impulsionnelle h de la ligne revient à dire que le signal lointain s(k) est à deux niveaux. Le signal présent à l'entrée du récepteur est constitué donc de ce signal plus le bruit de ligne n(k). La différence avec le cas où h existait réside dans le fait que le signal s(k) avait alors plusieurs niveaux du fait qu'il résultait de la convolution des données lointaines b(k) avec la réponse impulsionnelle h. Cette démarche est adoptée afin de montrer l'effet d'un canal non idéal sur un signal donné.

TABL.VII.Comparaison du nombre d'itérations
pour l'algorithme du gradient avec h
(a) N=4; (b) N=8; (c) N=16

α	ν simulat	théorie	écart
0.001	1142	1150	8
0.002	590	575	15
0.01	122	117	5

(a)

α	ν simulat	théorie	écart
0.001	1155	1150	5
0.002	595	575	20
0.01	120	117	3

(b)

α	ν simulat	théorie	écart
0.001	1180	1150	30
0.002	590	575	15
0.01	125	117	8

(c)

Les courbes ci dessous (Fig.5.15) représentent les graphes de l'erreur résiduelle en fonction du nombre d'itérations k lorsque N=4 et S/B=20 dB pour un écho de 40 dB. La valeur du paramètre d'adaptation α étant de 0.001, 0.002 et 0.02.

Le calcul de l'erreur résiduelle δ et du taux de convergence ν est repris dans les tableaux VIII et IX respectivement. Les figures 5.16, 5.17 sont relatives à N=8 et N=16 pour les mêmes conditions précédentes.

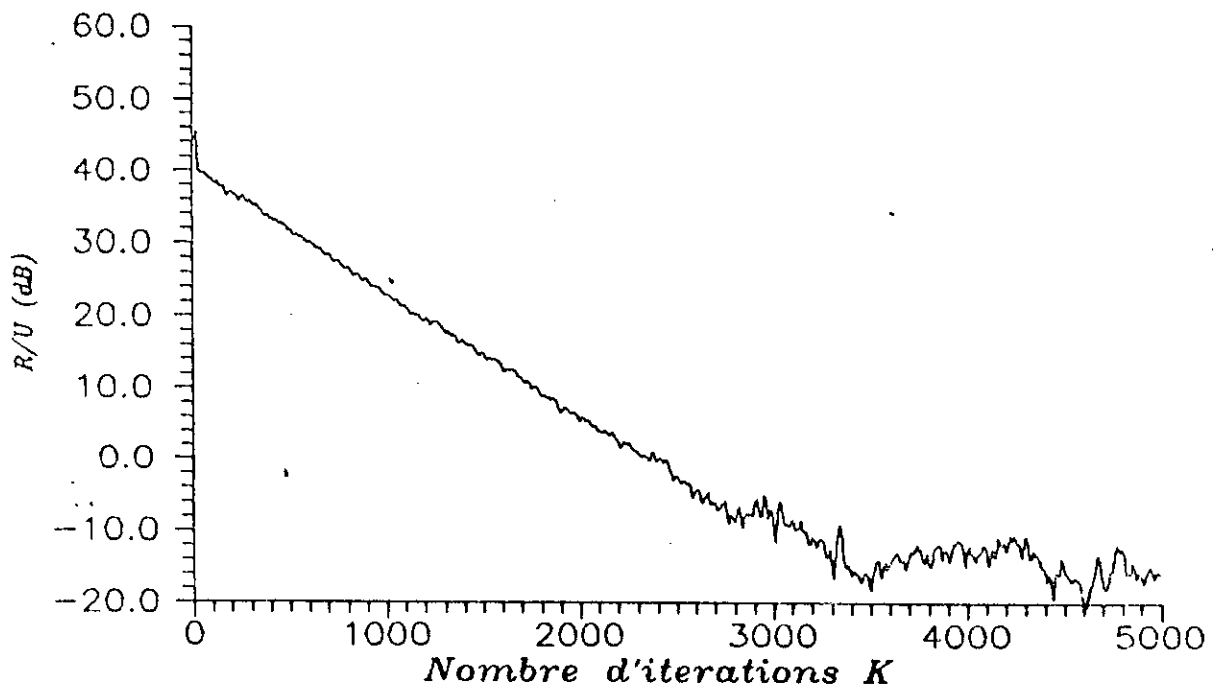


Fig.5.15.a $N=4$; $\alpha=0.001$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$

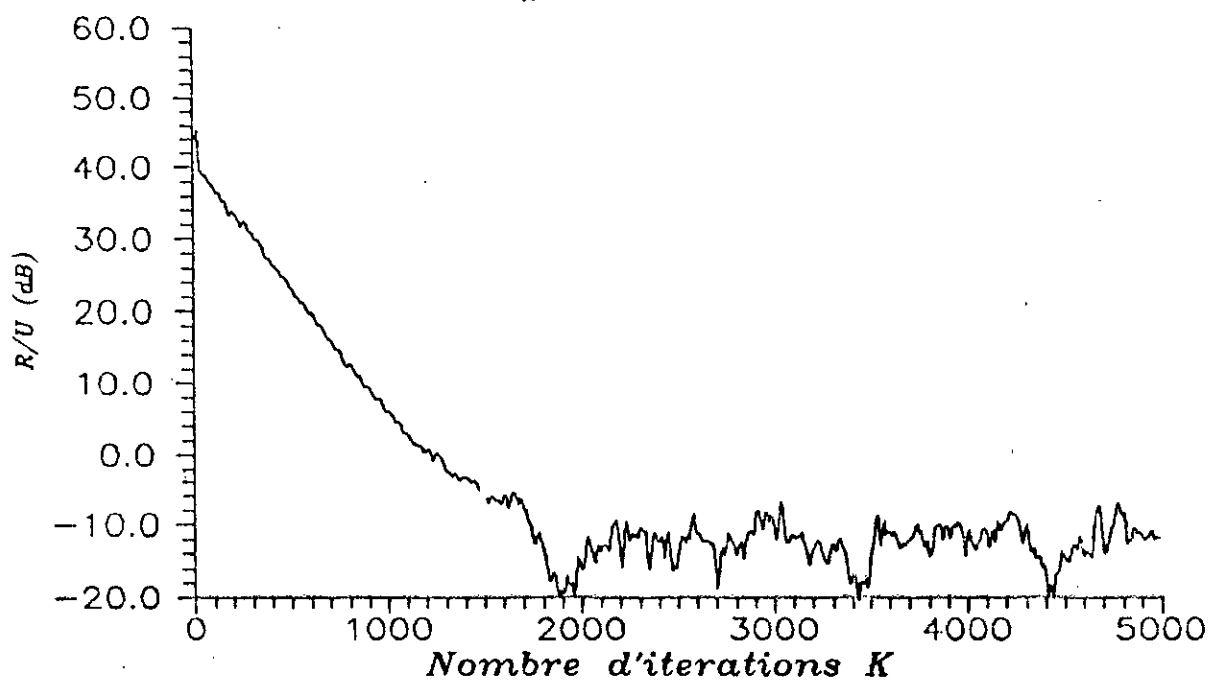


Fig.5.15.b $N=4$; $\alpha=0.002$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$

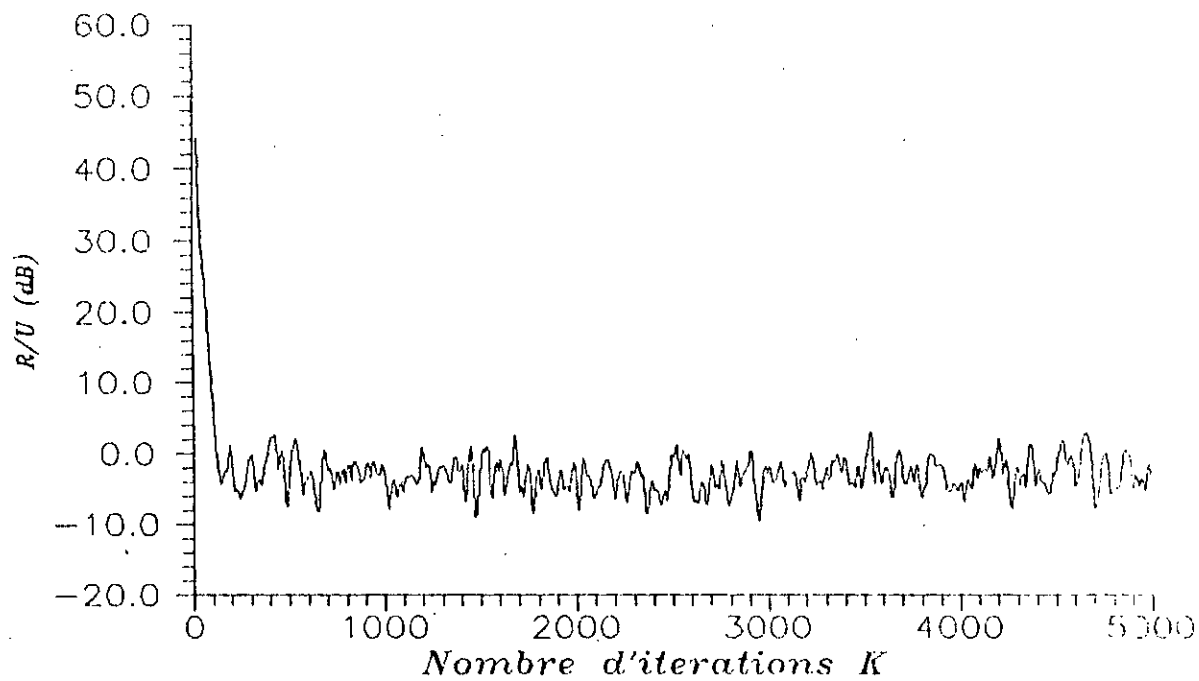


Fig.5.15.c $N=4$; $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

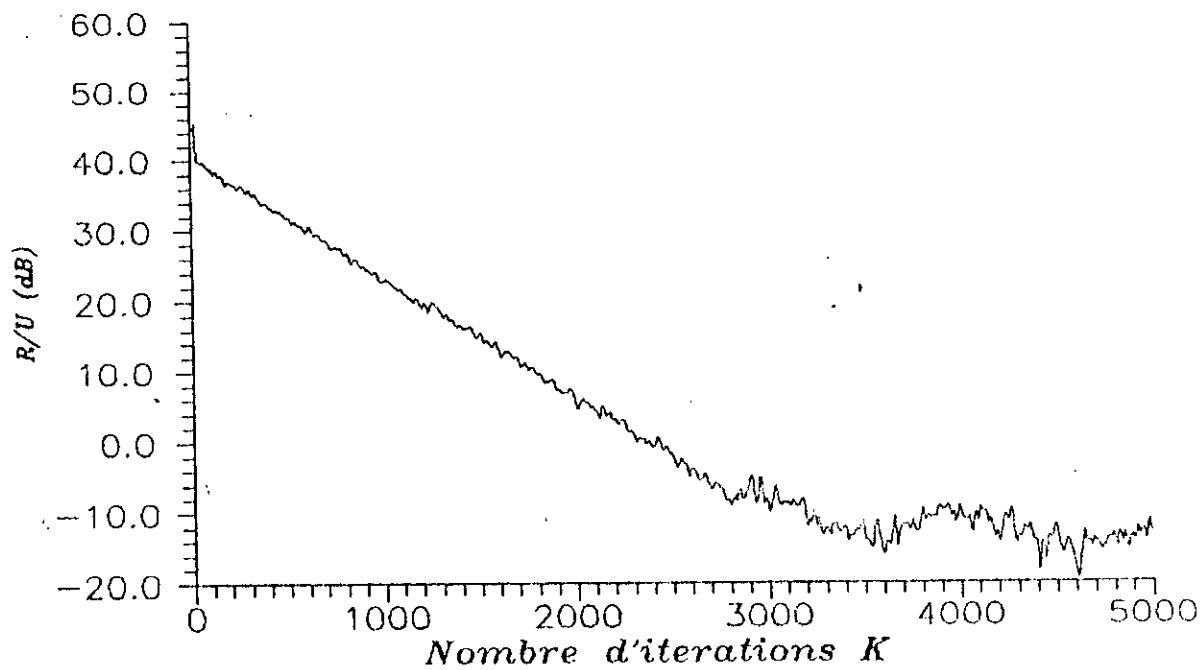


Fig.5.16.a. $N=8$; $\alpha=0.001$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

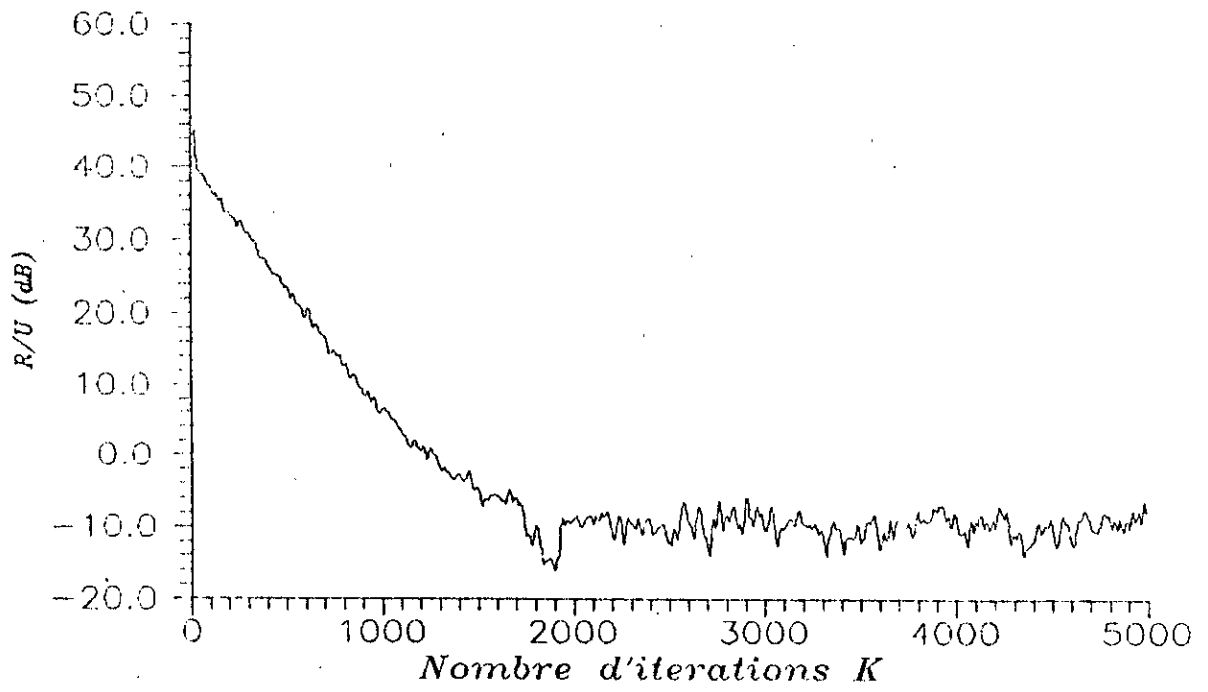


Fig.5.16.b. $N=8$; $\alpha=0.002$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$

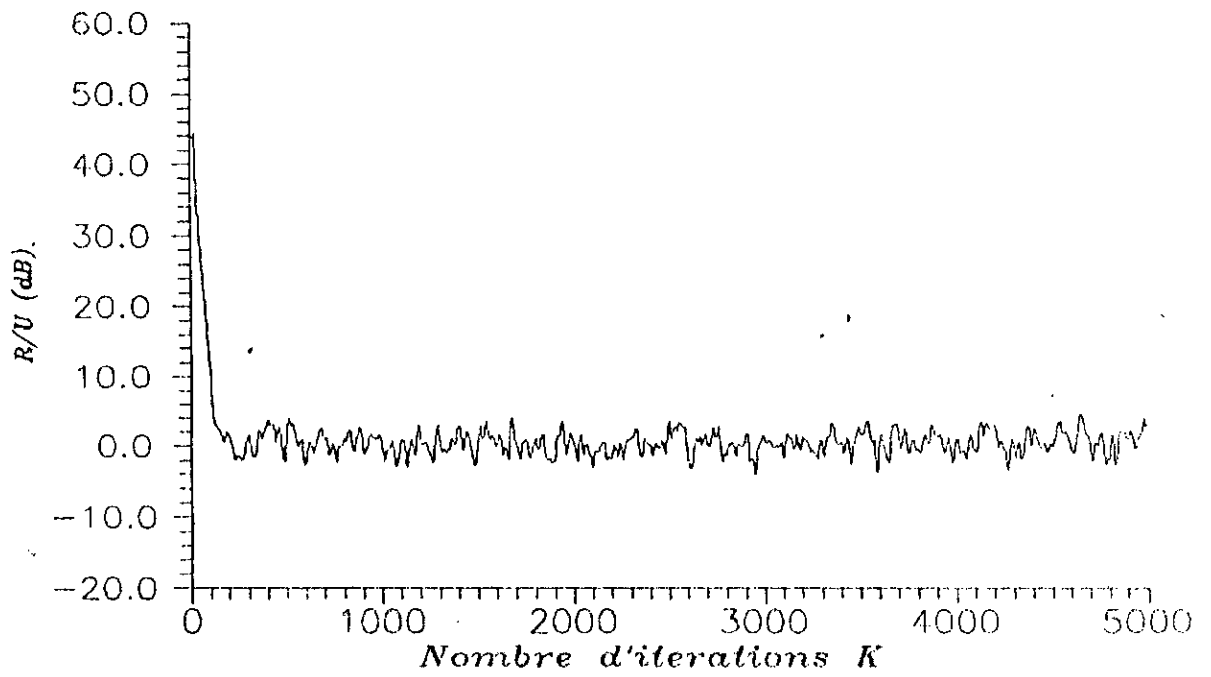


Fig.5.16.c. $N=8$; $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

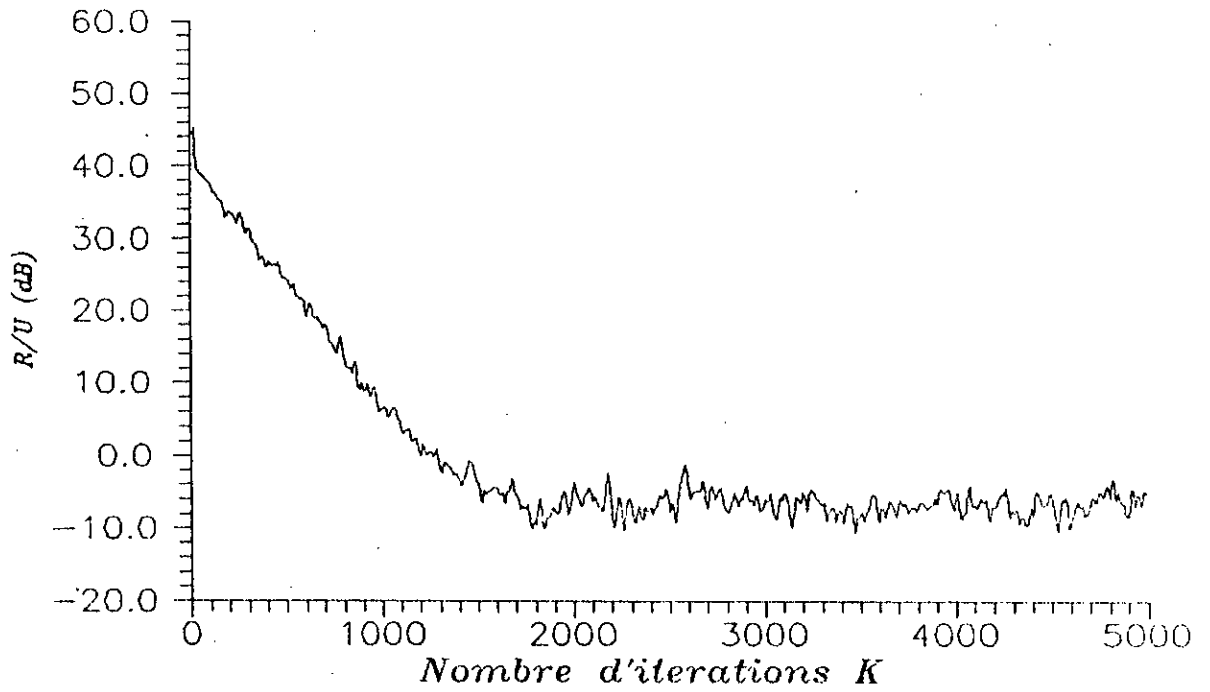


Fig.5.17.b. $N=16$; $\alpha=0.002$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$

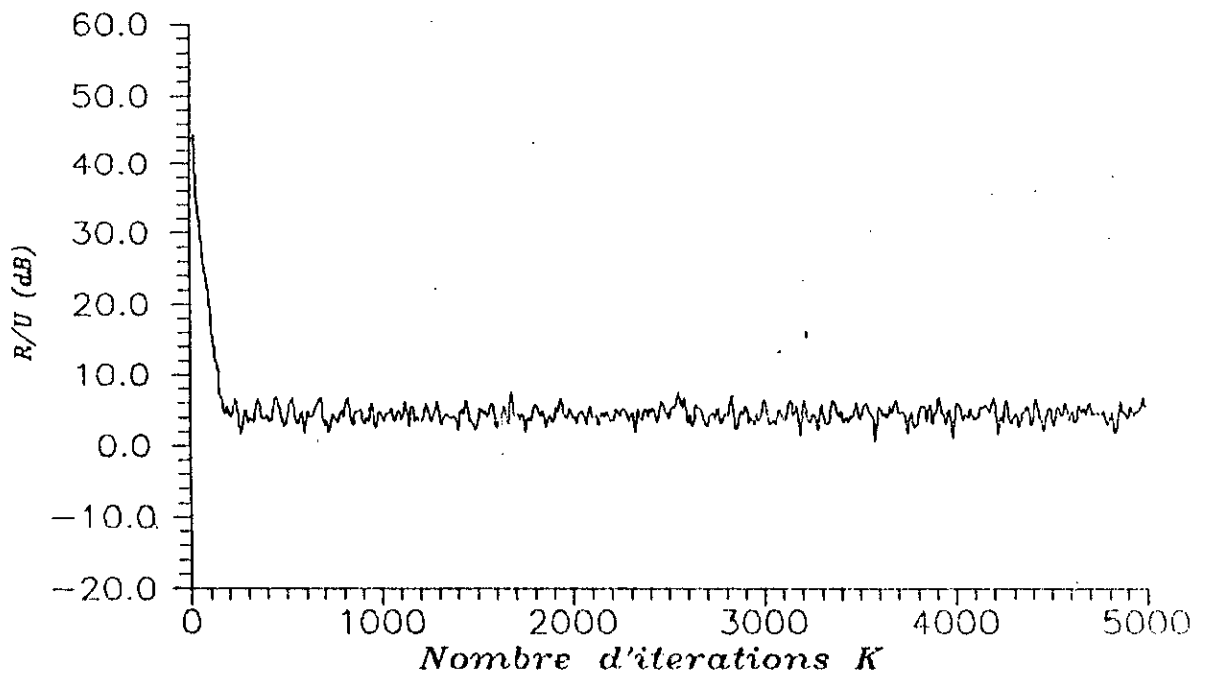


Fig.5.17.c. $N=16$; $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$,

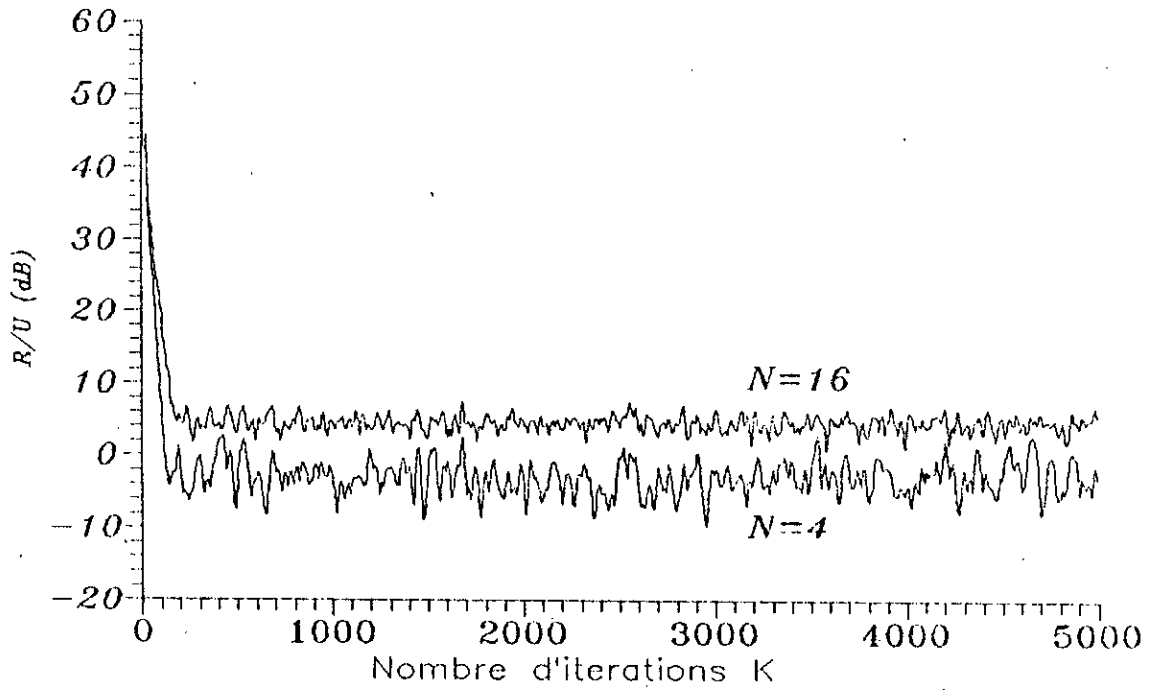


Fig.5.17.d. $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

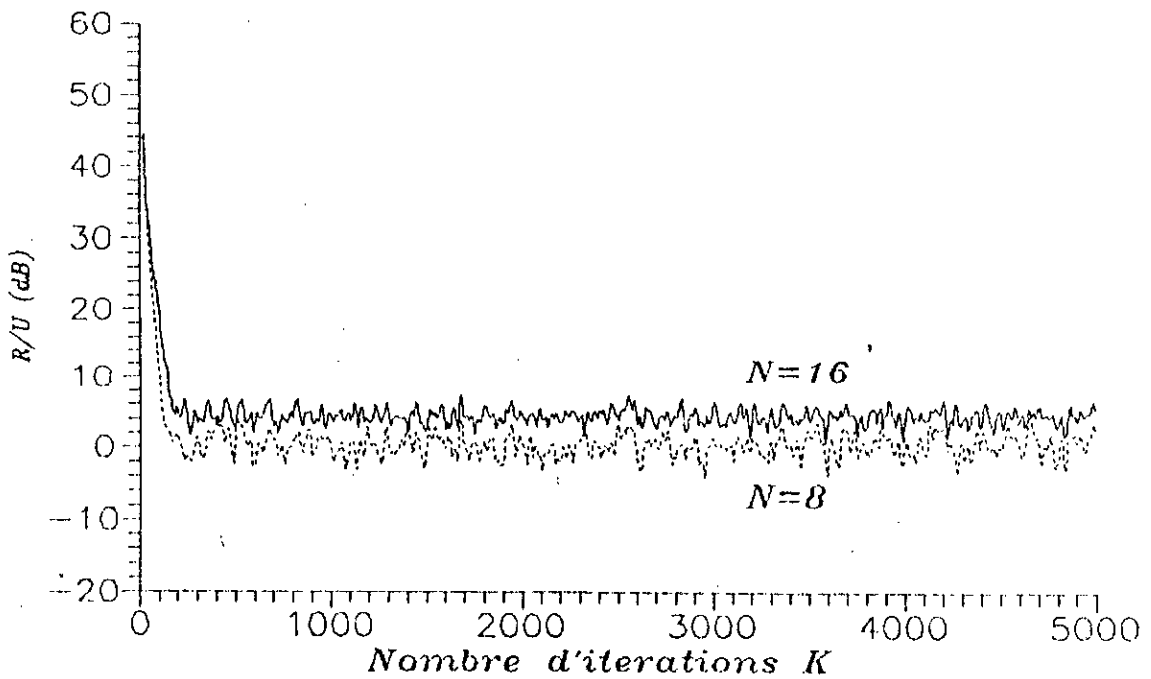


Fig.5.17.e. $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

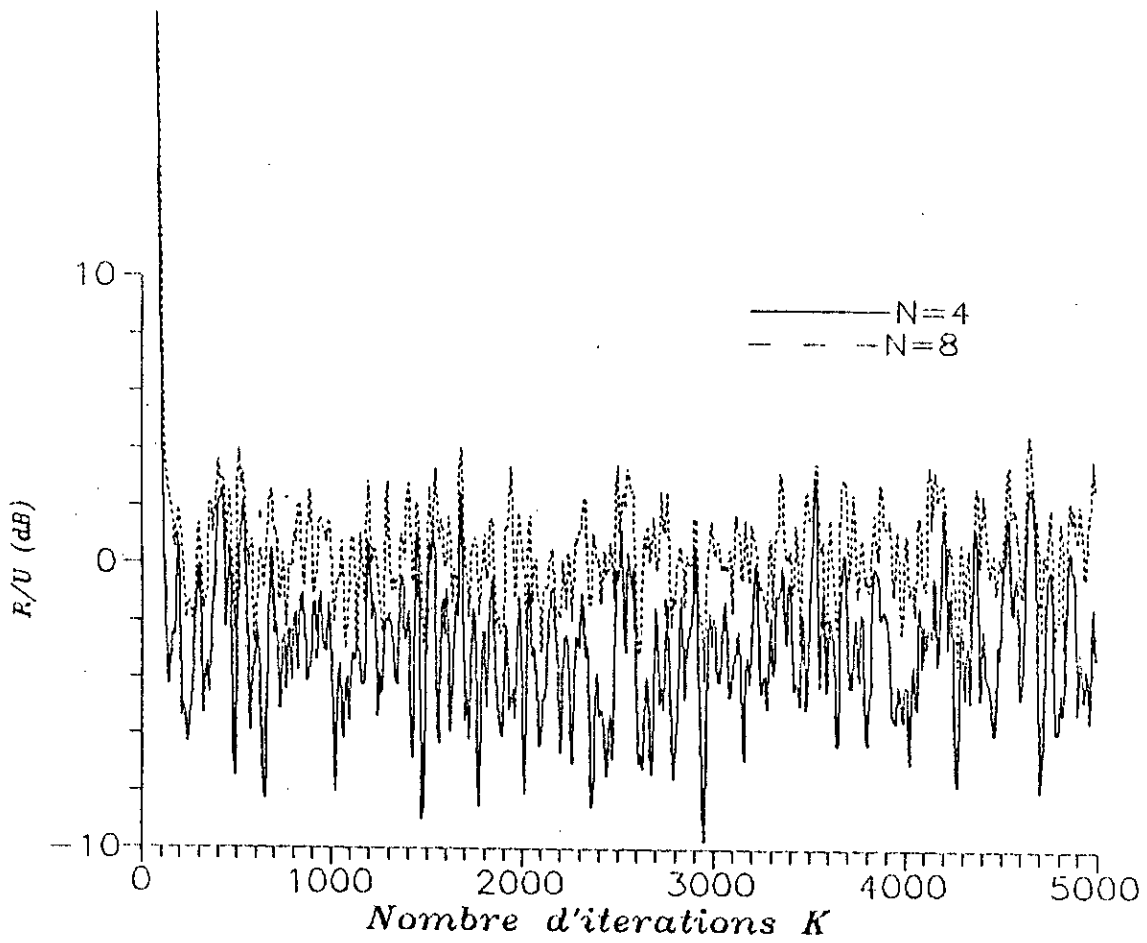


Fig.5.17.f. $\alpha=0.02$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$.

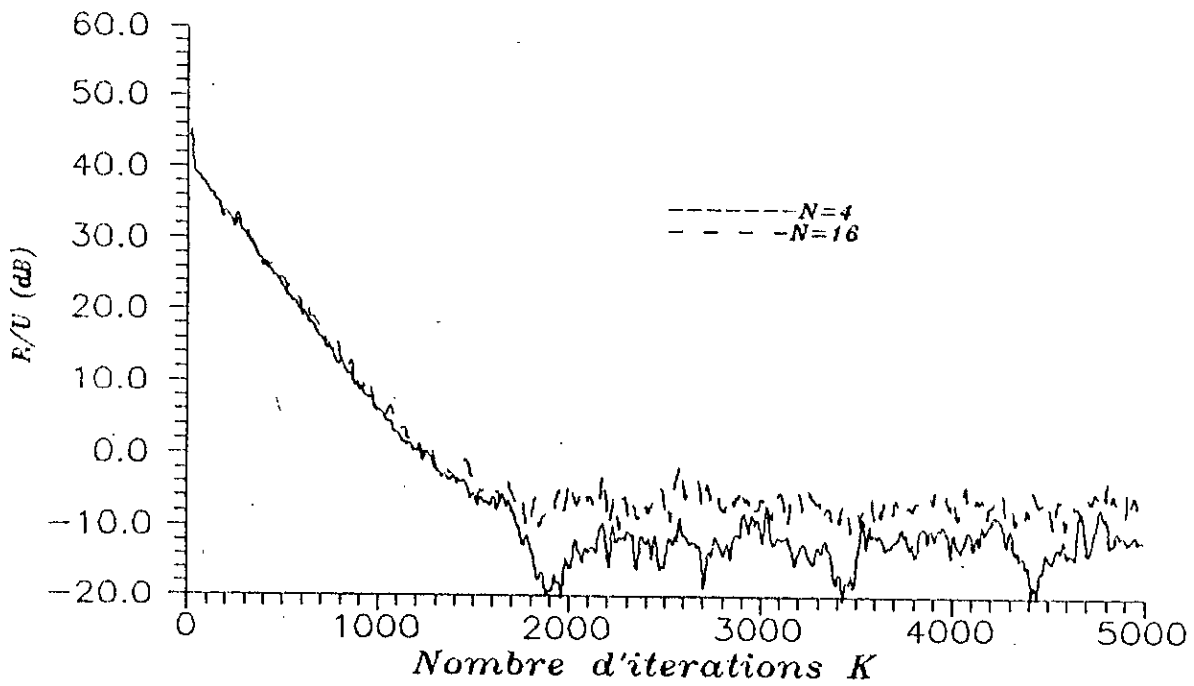


Fig.5.17.g. $\alpha=0.002$; $s/b=20\text{dB}$; $e/s=40\text{dB}$

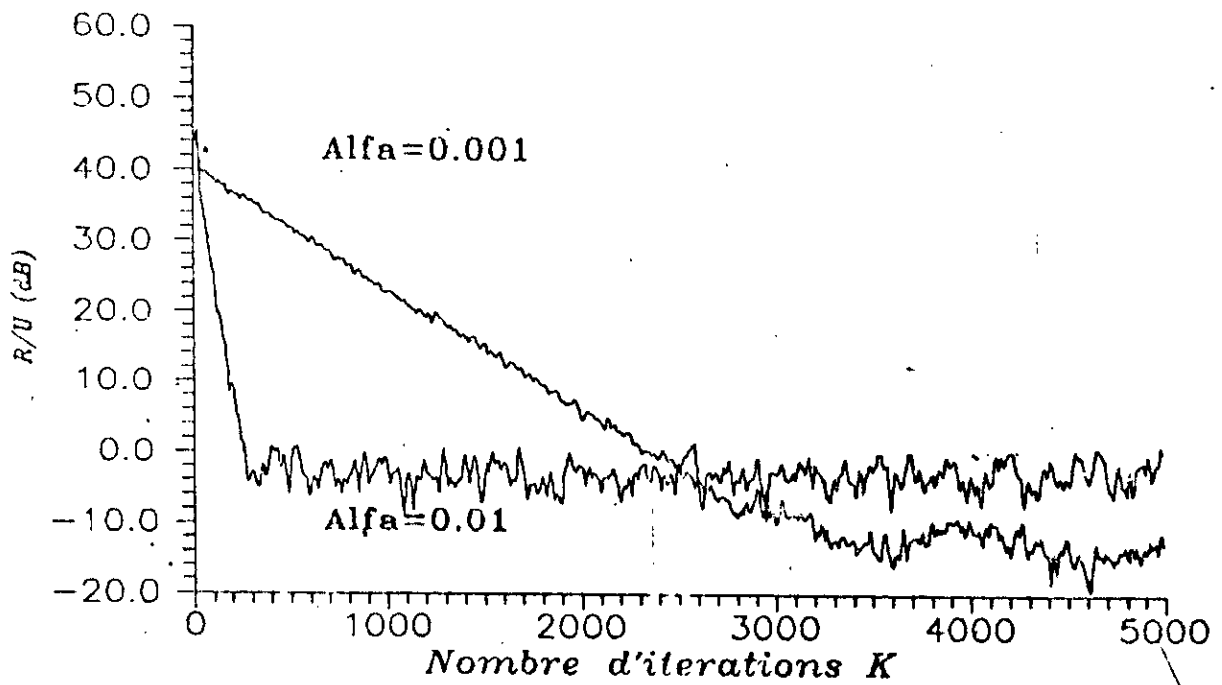


Fig.5.17.h. $N=8; e/s=40\text{dB}; s/b=20\text{dB}$

En effet, l'utilisation d'un nombre N trop élevé ou trop petit par rapport au nombre de coefficients du trajet d'écho dégrade l'identification de ce dernier entraînant de ce fait une mauvaise annulation d'écho.

TABL.VIII. Comparaison de l'erreur résiduelle en dB pour l'algorithme du gradient sans h.

(a) $\alpha=0.02$; (b) $\alpha=0.002$; (c) $\alpha=0.001$

N	simulat	théorie	écart
4	-3.9 dB	-10.6 dB	-6.7 dB
8	-0.7 dB	-7.2 dB	-6.5 dB
16	+4.1 dB	-3.2 dB	-7.3 dB

(a)

N	δ	simulat	théorie	écart
4		-12.5 dB	-20.9 dB	-8.4 dB
8		-9.5 dB	-17.8 dB	-8.3 dB
16		-6.0 dB	-14.8 dB	-8.8 dB

(b)

N	δ	simulat	théorie	écart
4		-14.4 dB	-23.9 dB	-9.5 dB
8		-13.9 dB	-20.9 dB	-7.0 dB
16		-7.9 dB	-17.8 dB	-9.9 dB

(c)

TABL.IX. Comparaison du nombre d'itérations

(a) N=4; (b) N=8; (c) N=16

α	ν	sans h	avec h	théorie
0.001		1192	1142	1150
0.002		605	590	575
0.01		132	122	117

(a)

α	ν	sans h	avec h	théorie
0.001		1150	1155	1150
0.002		600	595	575
0.01		120	120	117

(b)

α	ν	sans h	avec h	théorie
0.001		1210	1180	1150
0.002		625	590	575
0.01		150	125	117

(c)

TABL.X. Valeurs de l'erreur δ pour l'algorithme du gradient avec et sans réponse h.
 (a) $\alpha=0.01$; (b) $\alpha=0.002$; (c) $\alpha=0.001$

N	δ	sans h	avec h	écart
4		-6.6 dB	-13.6 dB	-7.0 dB
8		-3.5 dB	-10.8 dB	-7.3 dB
16		-0.1 dB	-7.1 dB	-7.0 dB

(a)

N	δ	sans h	avec h	écart
4		-12.5 dB	-18.5 dB	-6.0 dB
8		-9.5 dB	-17.4 dB	-7.9 dB
16		-6.0 dB	-14.3 dB	-8.3 dB

(b)

N	δ	sans h	avec h	écart
4		-14.4 dB	-19.1 dB	-4.7 dB
8		-13.9 dB	-19.9 dB	-6.0 dB
16		-7.9 dB	-16.0 dB	-8.1 dB

(c)

V-4-3 ALGORITHME DU SIGNE SANS INTERFERENCES INTERSYMBLES

L'approche qui va être adoptée pour l'algorithme du signe est la même que celle utilisée pour l'algorithme du gradient. Elle consiste à déterminer le niveau de l'erreur en régime établi d'une part et de voir la vitesse de convergence d'autre part, pour des valeurs du paramètre d'adaptation α égale à 0.01, 0.001, et pour un signal sur bruit S/B=20 dB et un écho de 40 ou 45 dB suivant le cas. La valeur du nombre de coefficient N varie quant à elle de 4 à 16 avec un pas de 4.

Les figures 5.18 à 5.21, représentent la variation du rapport résidus d'écho sur signal perturbateur R/U en fonction du nombre d'itérations k . Le tableau XI résume les résultats relatifs à ces courbes. Certaines conclusions ou remarques peuvent être déduites de ce qui précède. Il est à remarquer tout d'abord le niveau d'annulation faible atteint par l'algorithme du signe. En effet, la réduction de l'écho est de 35 dB pour les meilleurs cas et n'atteint même pas 20 dB (Fig.5.19, 5.20) pour $\alpha=0.01$. Cette dernière constatation ne nous permet plus de parler de vitesse de convergence au sens où il a été défini pour l'algorithme du gradient, c'est-à-dire le nombre d'itérations nécessaire pour réduire l'écho de 20 dB, puisque la réduction totale n'atteint pas les 20 dB.

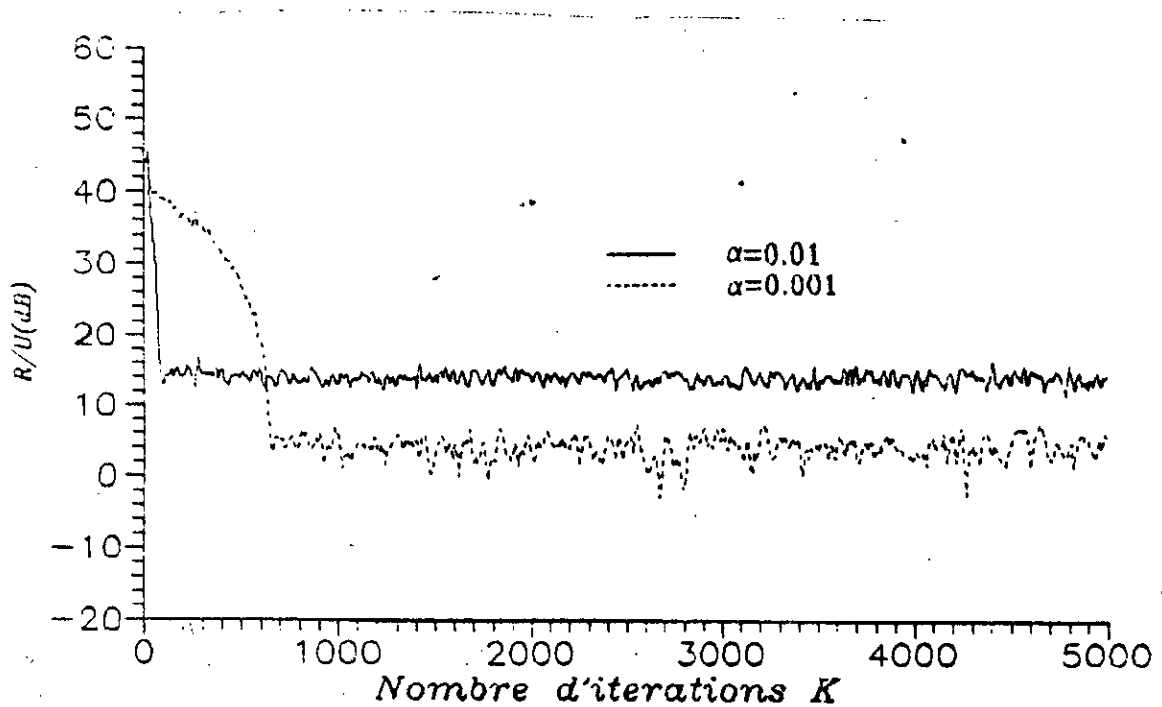


Fig.5.18. $N=4$; $s=40\text{dB}$; $b=20\text{dB}$

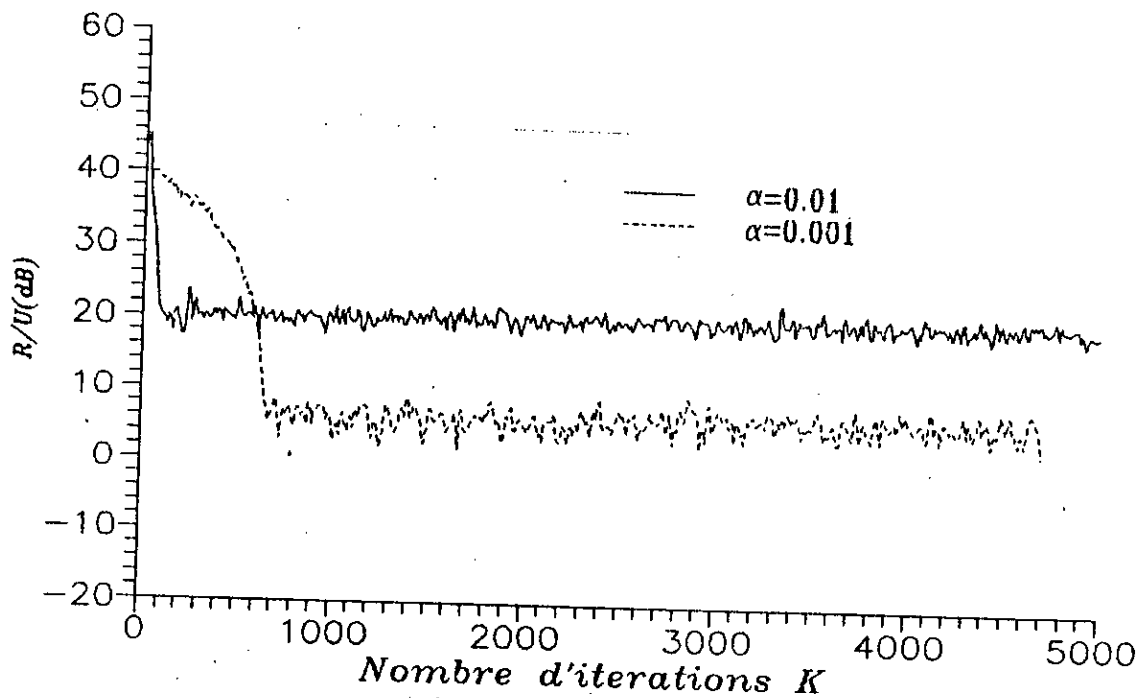


Fig.5.19. $N=8; e/s=40\text{dB}; s/b=20\text{dB}$

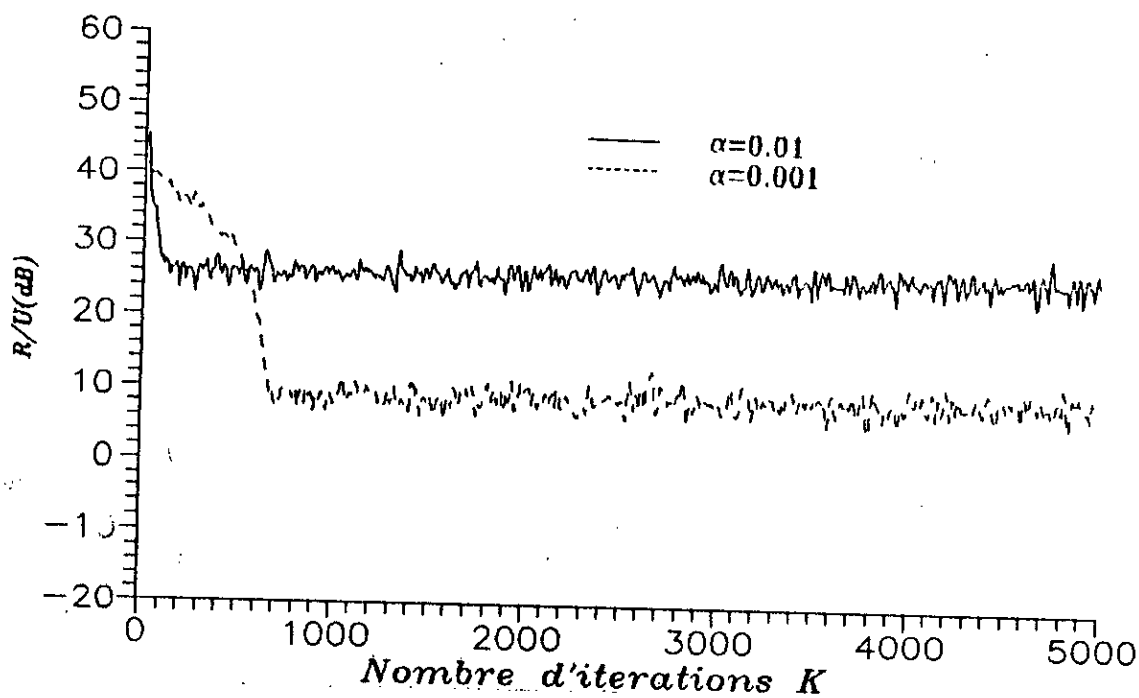


Fig.5.20. $N=16; e/s=40\text{dB}; s/b=20\text{dB}$

Les figures 5.21, 5.22, 5.23 sont relatives à R/U en fonction de k pour un écho de 45 dB et un rapport signal sur bruit de 0 dB avec $\alpha=0.01$ et N=8 et 16.

TABL.XI. Valeurs de δ et ν pour l'algorithme du signe sans IIS.
(a) $\alpha=0.01$, (b) $\alpha=0.001$

N	δ	ν
4	+14.0 dB	87
8	+20.0 dB	120
16	+25.5 dB	--

(a)

N	δ	ν
4	+4.2 dB	597
8	+5.1 dB	600
16	+8.0 dB	610

(b)

V-4-4 ALGORITHME DU SIGNE AVEC INTERFERENCES INTERSYMBLES

Les figures 5.24, 5.25, 5.26 correspondent au cas où la réponse impulsionnelle de la ligne est utilisée. Le tableau XII résume les valeurs de δ pour $\alpha=0.01$ et E/U=45 dB lorsque le rapport signal sur bruit S/B a deux valeurs 0 dB et 20 dB.

L'écart entre la valeur de l'erreur en régime établi δ lorsque le rapport signal sur bruit a deux niveaux est au voisinage de 3 dB. Par ailleurs, la réduction de l'écho demeure faible puisqu'elle est de l'ordre de 30 dB aux meilleurs cas. D'un autre côté la comparaison des résultats pour S/B=0 dB lorsque h est utilisée ou non, montre qu'il n'y a pratiquement aucune différence (Fig.5.22, 5.23).

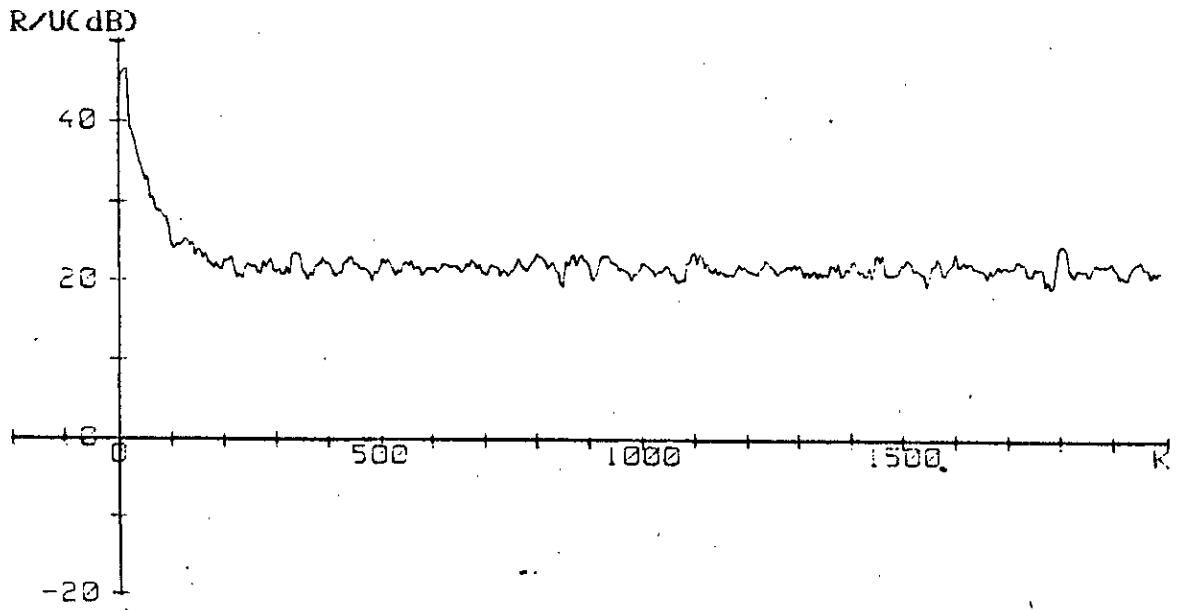


Fig. 5.21. $N=8; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

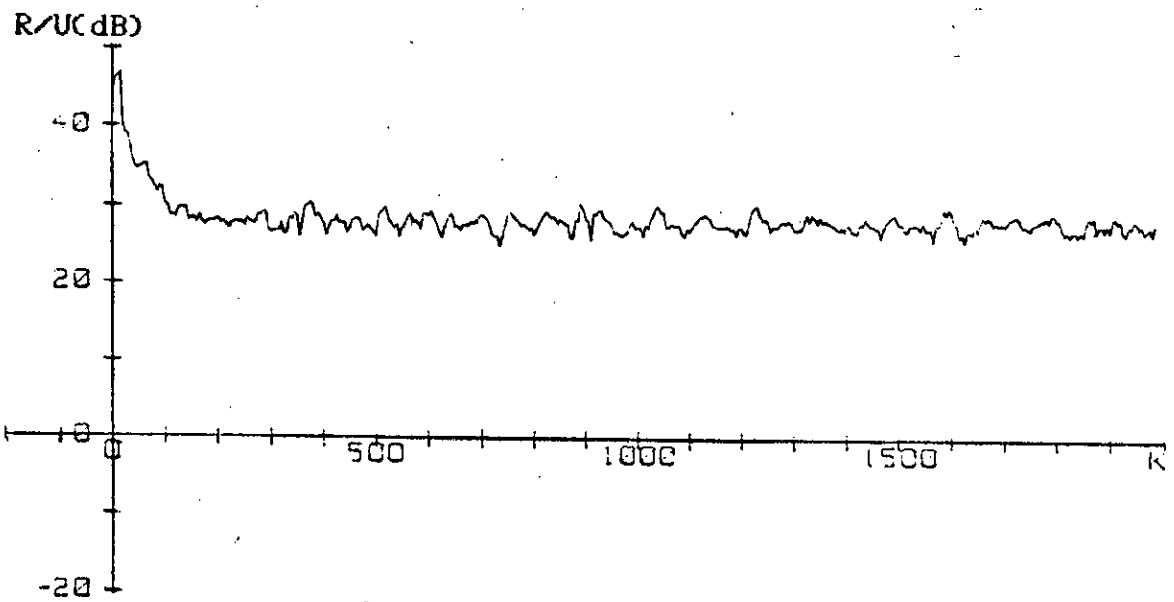


Fig. 5.22. $N=16; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

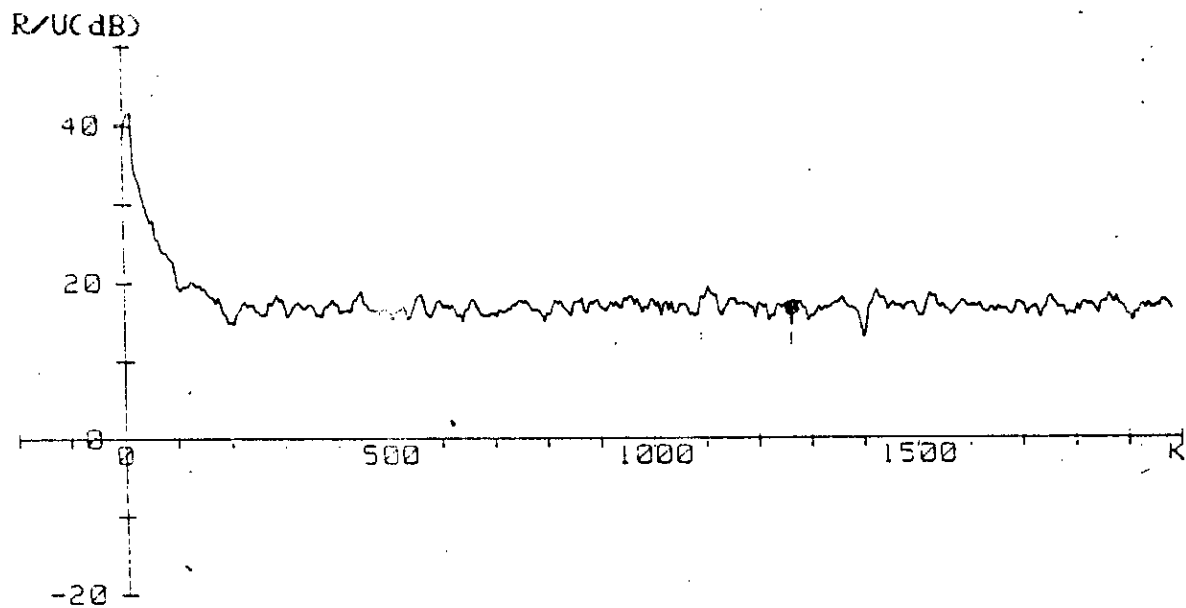


Fig. 5.23. $N=8; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

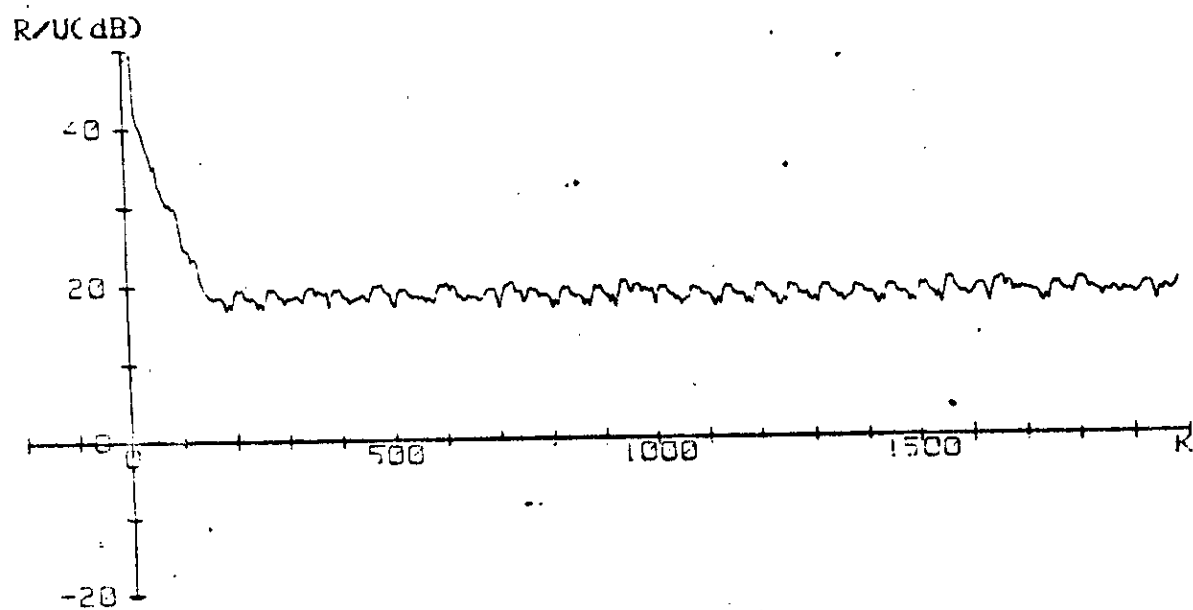


Fig. 5.24. α . $N=4; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

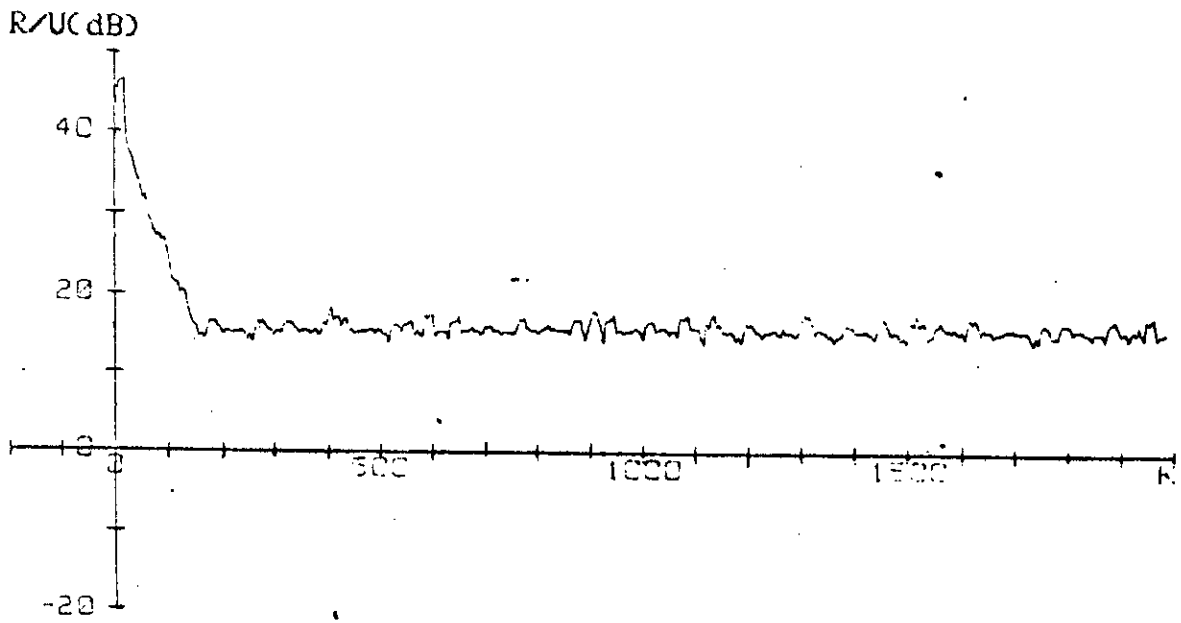


Fig. 5.24.b. $N=4; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

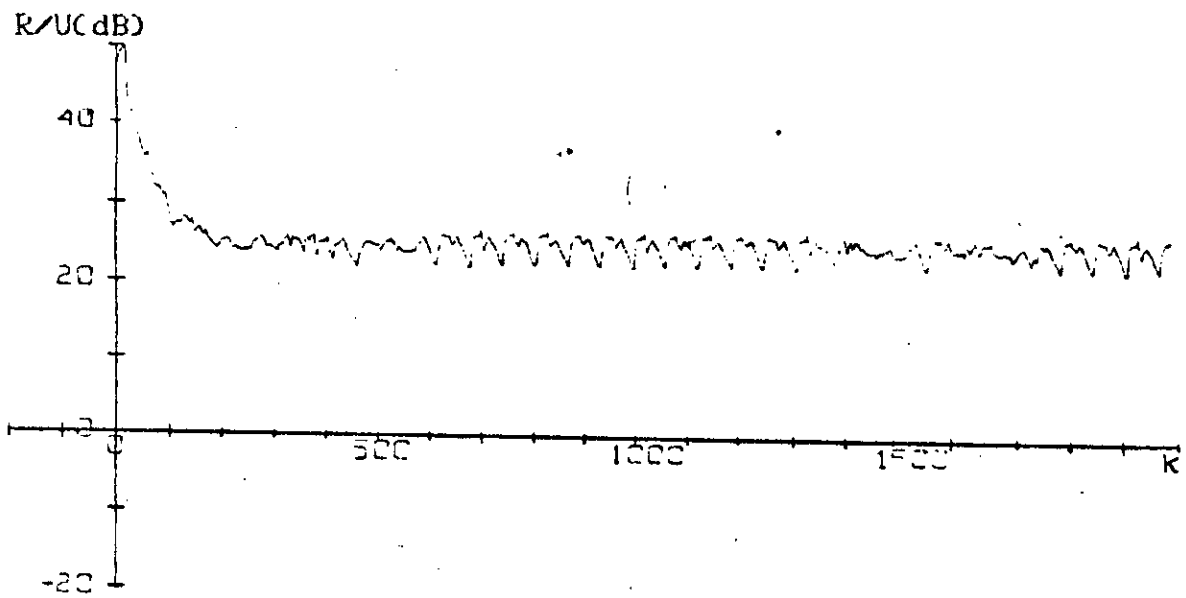


Fig. 5.25.a. $N=8; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

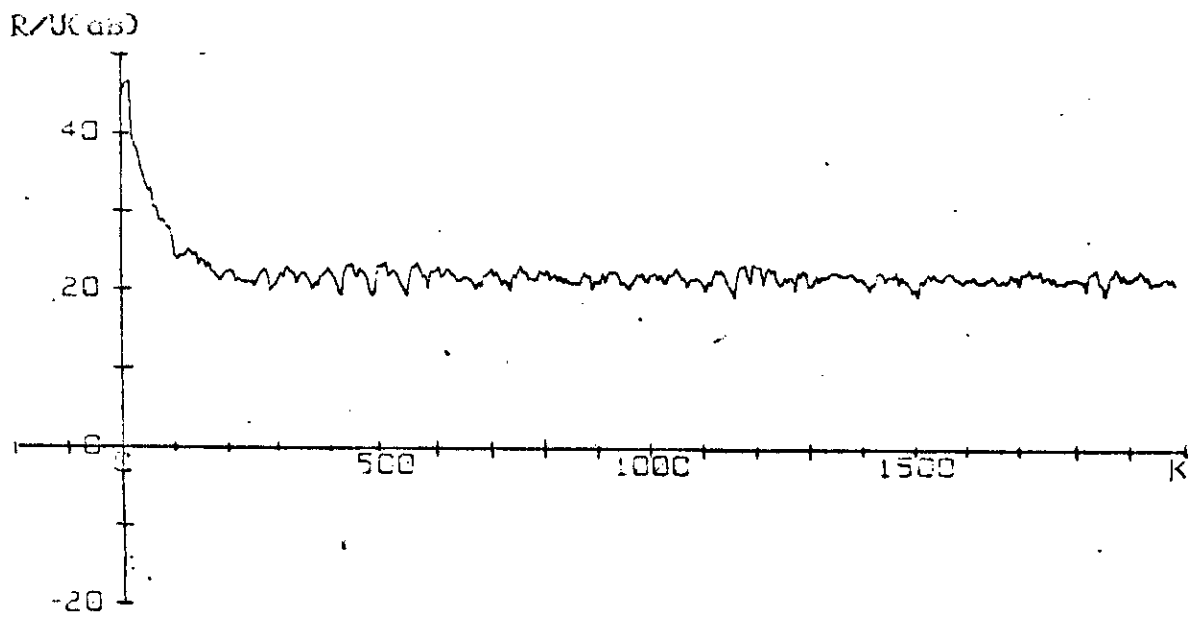


Fig. 5.25.b. $N=8; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

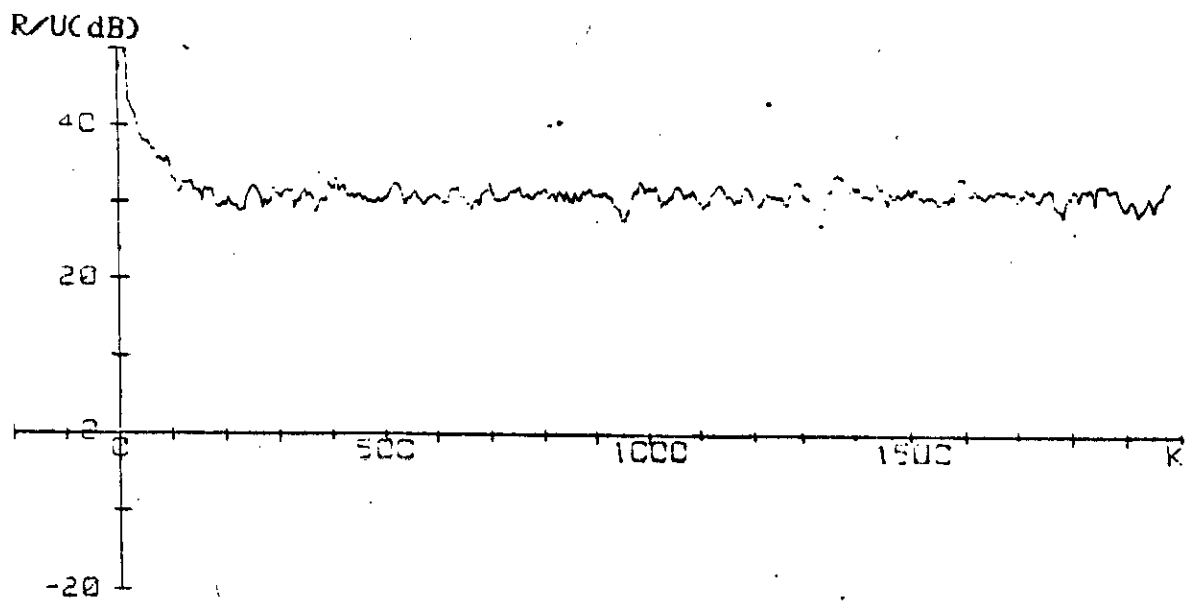


Fig. 5.26.a. $N=16; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

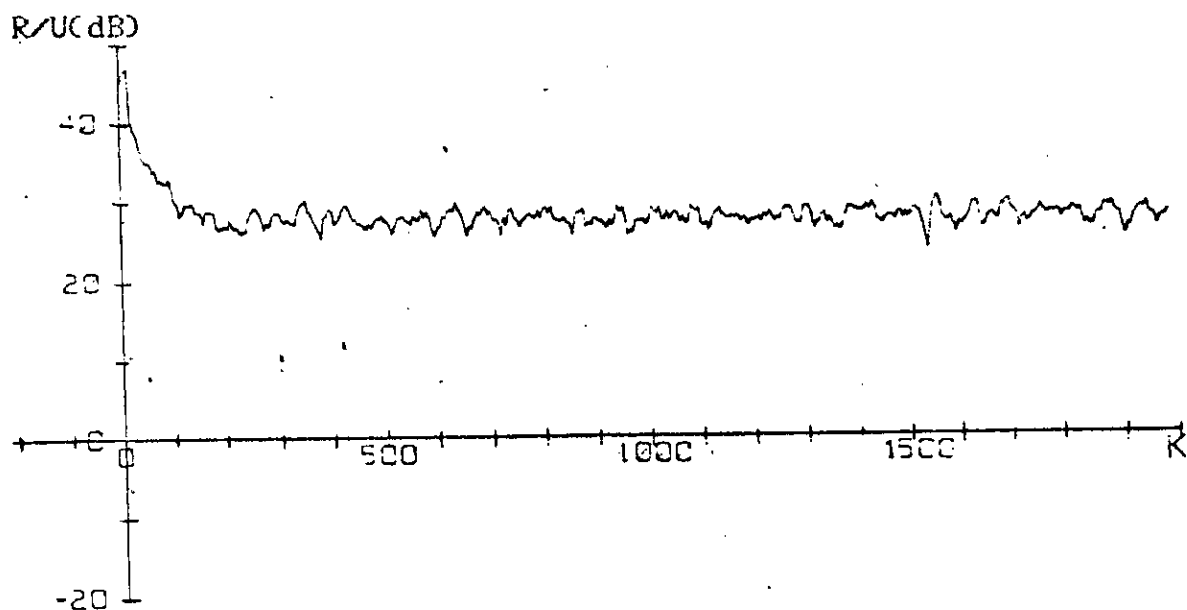


Fig. 5.26.b. $N=16; e/s=45\text{dB}; s/b=0\text{dB}; \alpha=0.01; (S)$

TABL.XIII. Valeurs de δ pour l'algorithme du signe avec IIS.
 $\alpha=0.01, E/U=45\text{ dB}$

N	δ	$s/b=0\text{ dB}$	$s/b=20\text{dB}$	écart
4		+15.8 dB	+18.9 dB	3.1 dB
8		+21.3 dB	+24.2 dB	2.9 dB
16		+27.6 dB	30.6 dB	3.0 dB

En ce qui concerne la vitesse de convergence il est utile de définir une nouvelle notion que celle adoptée pour l'algorithme du gradient. Certains auteurs [6], [7] utilisent comme critère de convergence le niveau de réduction de l'écho en dB par 1000 itérations.

V-5 CONCLUSION

Les résultats de la simulation ont montré l'avantage de l'algorithme du gradient par rapport à celui du signe. En effet, la vitesse de convergence est meilleure et l'erreur nettement plus faible. Seulement l'algorithme du signe demeure très intéressant sous l'aspect calcul. En utilisant des méthodes d'optimisation, il est possible d'obtenir de cet algorithme, de bonnes performances comme on le verra au chapitre VI.

Chapitre 6

*OPTIMISATION DES PERFORMANCES
DE L'ANNULEUR D'ECHO*

CHAPITRE VI

OPTIMISATION DES PERFORMANCES DE L'ANNULEUR D'ECHO

Il est très intéressant de remarquer les possibilités offertes par l'algorithme du gradient et celui du signe d'après les résultats obtenus. En effet, il apparaît à première vue que l'algorithme du gradient donne de meilleures performances du point de vue vitesse de convergence et erreur en régime établi que celui du signe. Cependant du point de vue complexité de calcul (Tabl.XIII) et facilité d'implémentation l'avantage est à l'algorithme du signe.

Tabl.XIII. Complexité de calcul des algorithmes

Algorithme	Nombres d'opérations/itération
gradient	2.N
signe	N

Le domaine où l'on entend utiliser l'annuleur d'écho impose certaines contraintes comme les caractéristiques du trajet d'écho, le débit en ligne, etc... De ce fait il est nécessaire de considérer pour le choix d'un algorithme, en plus de l'erreur en régime établi et la vitesse de convergence, d'autres aspects tels que la complexité de calcul et la facilité de réalisation physique (capacité mémoire, complexité du circuit, ...).

Tout ceci nous amène à essayer d'optimiser les performances de l'annuleur d'écho en adoptant les méthodes suivantes :

- variation du paramètre α .
- variation du nombre de coefficients N.

Il est intéressant avant cela de voir l'évolution des coefficients de l'ANEC. L'algorithme choisi pour cela étant celui du signe, l'extension à celui du gradient est similaire.

La démarche consiste à voir l'évolution des coefficients de l'ANEC pour l'algorithme du signe dans les conditions suivantes : $\alpha=0.01$, $E/U=45$ dB, pour deux niveaux de rapport signal sur bruit $S/B=0$ dB et $S/B=20$ dB correspondant respectivement à une perturbation gaussienne et binaire. Le trajet d'écho a maintenant six (6) coefficients (0.0281, 0.9821, -0.1961, 0.0094, 0.0009, 0.0001).

VI-1 - ALGORITHME DU SIGNE SANS IIS

L'annulation se fait en phase permanente. Les coefficients C_0 et C_1 sont représentés en fonction du nombre d'itérations k . La valeur exacte de ces coefficients est indiquée en pointillé sur les graphes (Fig.6.1, 6.2). Il est aisé de constater que pour $N=2$ la valeur de C_1 (0.9821) n'est pas atteinte et le coefficient C_0 de l'ANEC fluctue avec des variations élevées au voisinage de 0.0281, sa valeur exacte. Ceci à la différence de $N=4$ (Fig.6.3b) où la valeur de C_1 est atteinte après 130 itérations. Les écarts par rapport à la valeur 0.9821 sont faibles. Par ailleurs ces écarts ont tendance à devenir plus important lorsque N augmente à 8 et 16 comme le montre les figures 6.4, 6.5.

Les courbes (Fig.6.6 à Fig.6.9) relatives à $N=2, 4, 8, 16$ lorsque le rapport signal sur bruit $S/B=0$ dB (perturbation gaussienne) reflètent les mêmes remarques précédentes sauf que l'écart autour de la valeur exacte du coefficient (Fig.6.7b,

6.8b) ne présente pas cette "pseudo-périodicité" qu'on voit quand $S/B=20$ dB du fait de la prédominance du signal binaire S.

Il faut remarquer cependant que l'écart par rapport à la valeur exacte du coefficient est plus faible lorsque $N=4$ et 8, et ceci quelque soit le niveau du S/B .

Les figures 6.10 à 6.14 et 6.15 à 6.18 sont relatives aux coefficients C_2 et C_7 pour les deux niveaux du rapport signal sur bruit.

VI-2- ALGORITHME DU SIGNE AVEC IIS

Les mêmes remarques concernant le cas où la réponse impulsionnelle n'est pas utilisée (sans IIS) restent valables lorsqu'on introduit des interférences intersymboles. La variation autour de la valeur exacte du coefficient considéré est plus régulière (Fig.6.19 à 6.22) et légèrement plus importante pour un rapport $S/B=20$ dB.

D'une manière générale la convergence des coefficients vers leurs valeurs nominales d'une part et la variation autour d'elles d'autre part, dépendent essentiellement des paramètres α et N . En effet, l'introduction d'un nombre de coefficients N élevé par rapport à celui du trajet d'écho signifie (Fig.6.23a,b) que les coefficients excédentaires doivent être nuls car leur présence ne fait que rajouter du bruit et augmenter le nombre d'opérations sur le plan global (Chap VI-5).

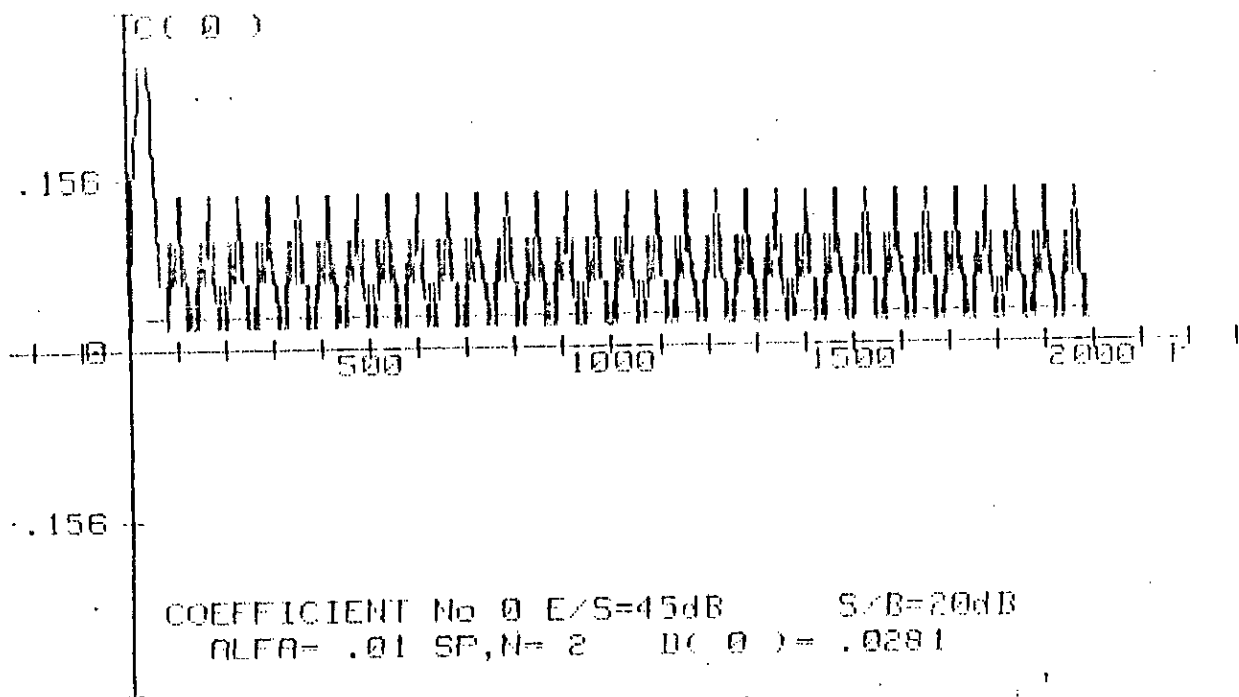


Fig.6.1.

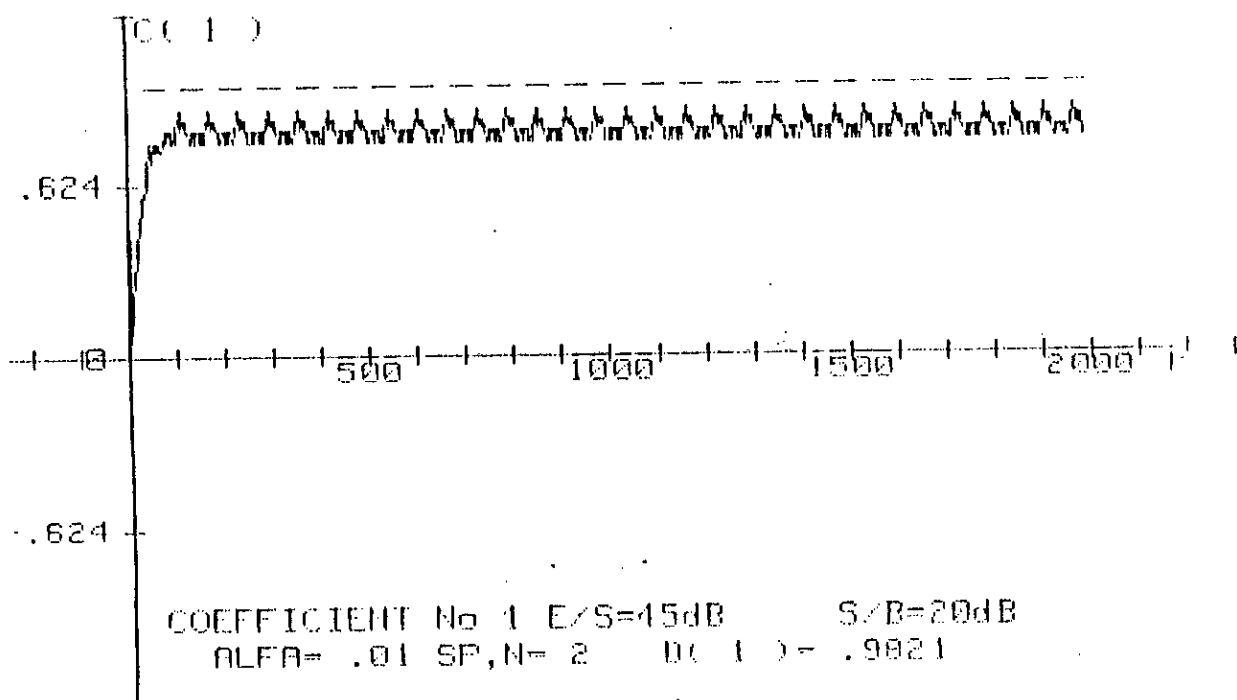


Fig.6.2.

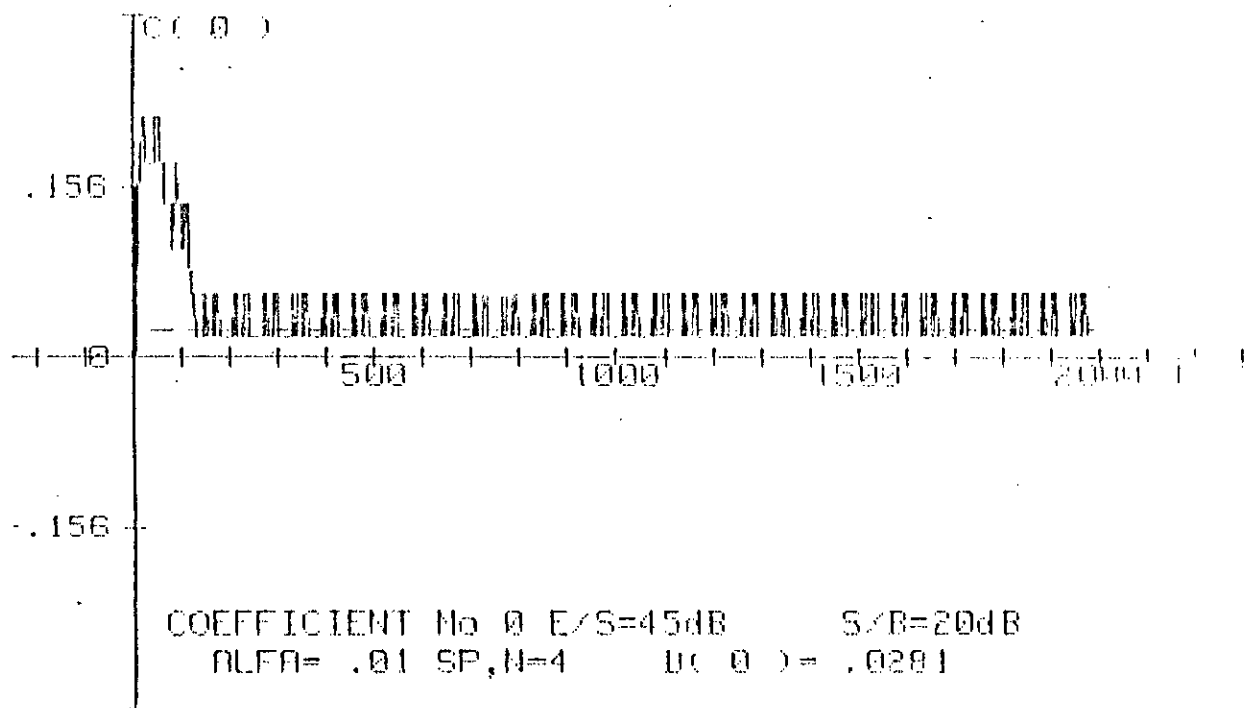


Fig.6.3.a

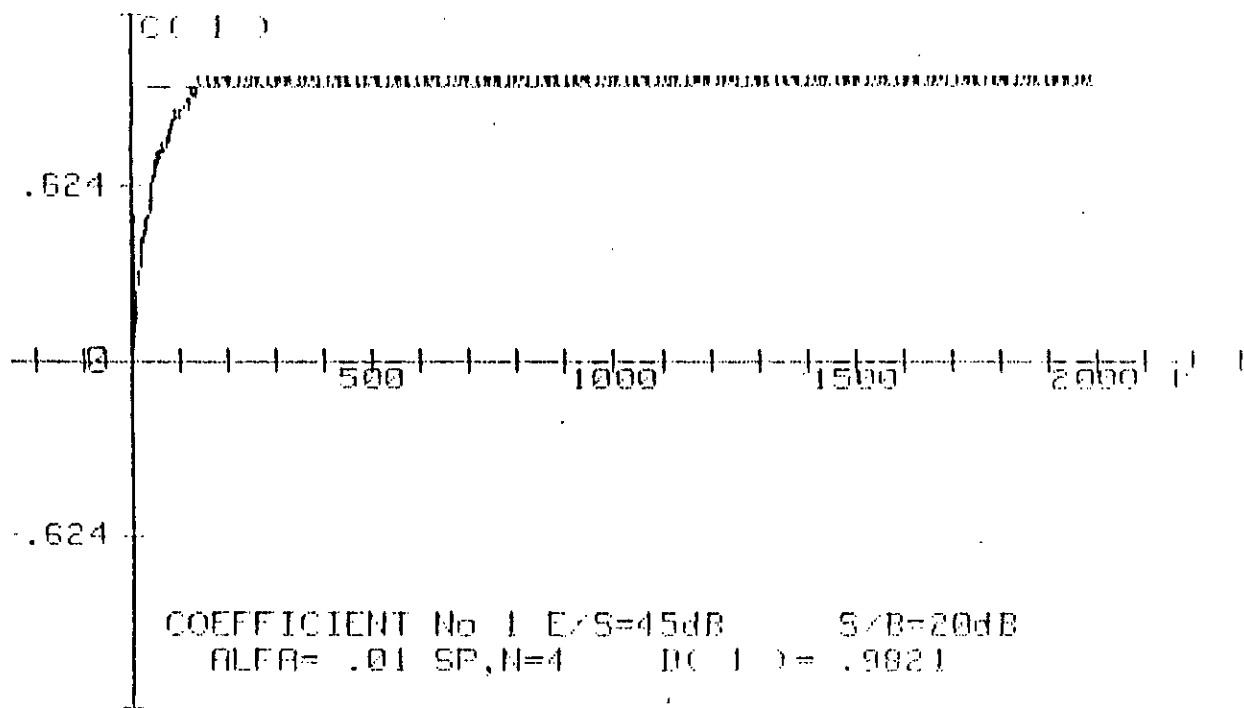


Fig.6.3.b

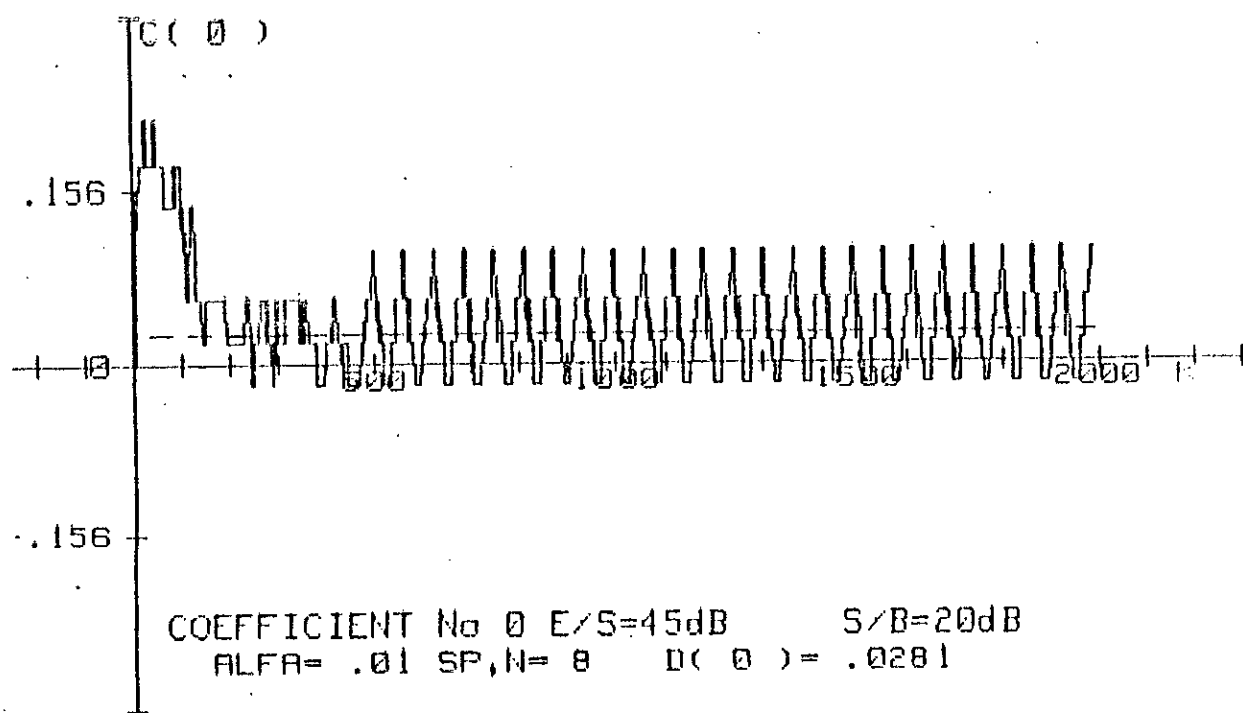


Fig.6.4.a.

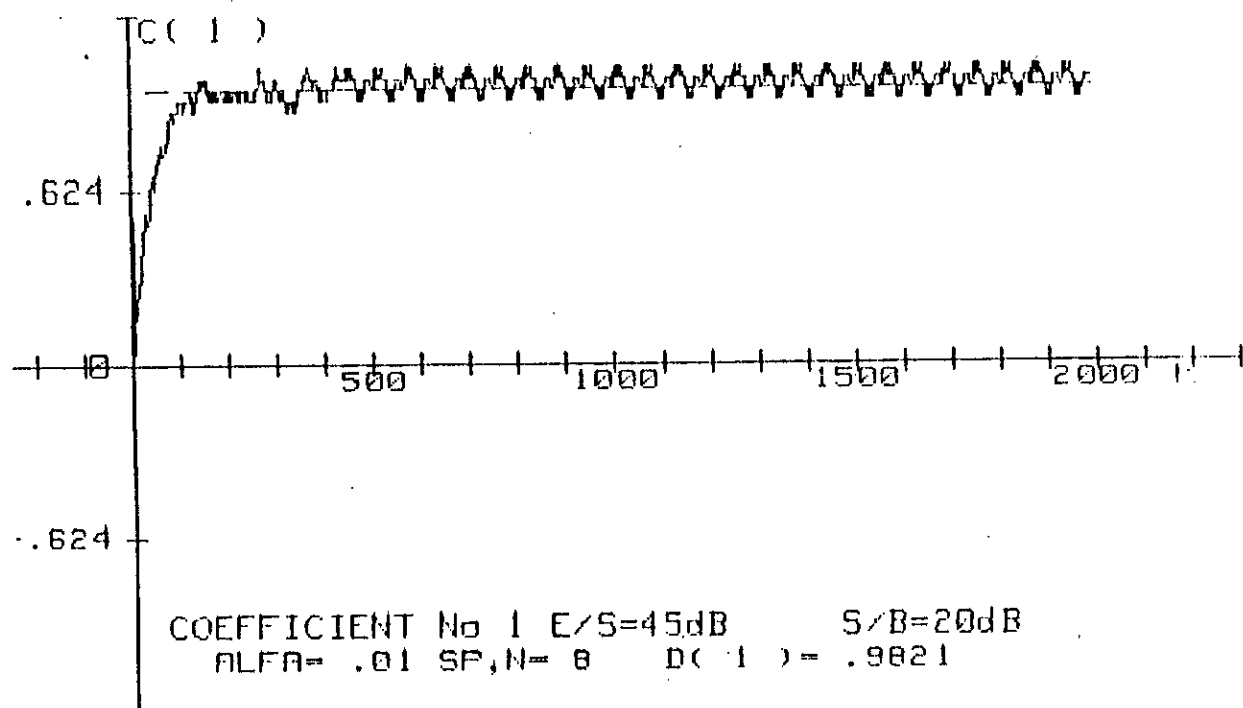


Fig.6.4.b.

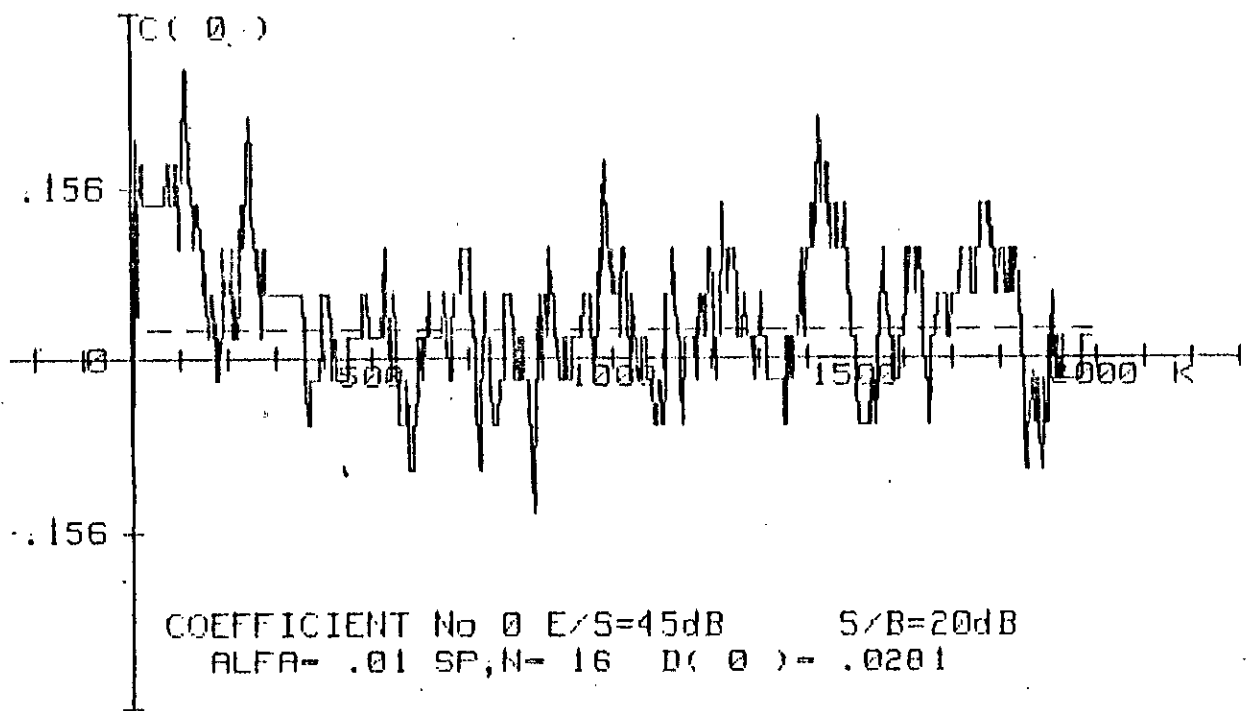


Fig.6.5.a.

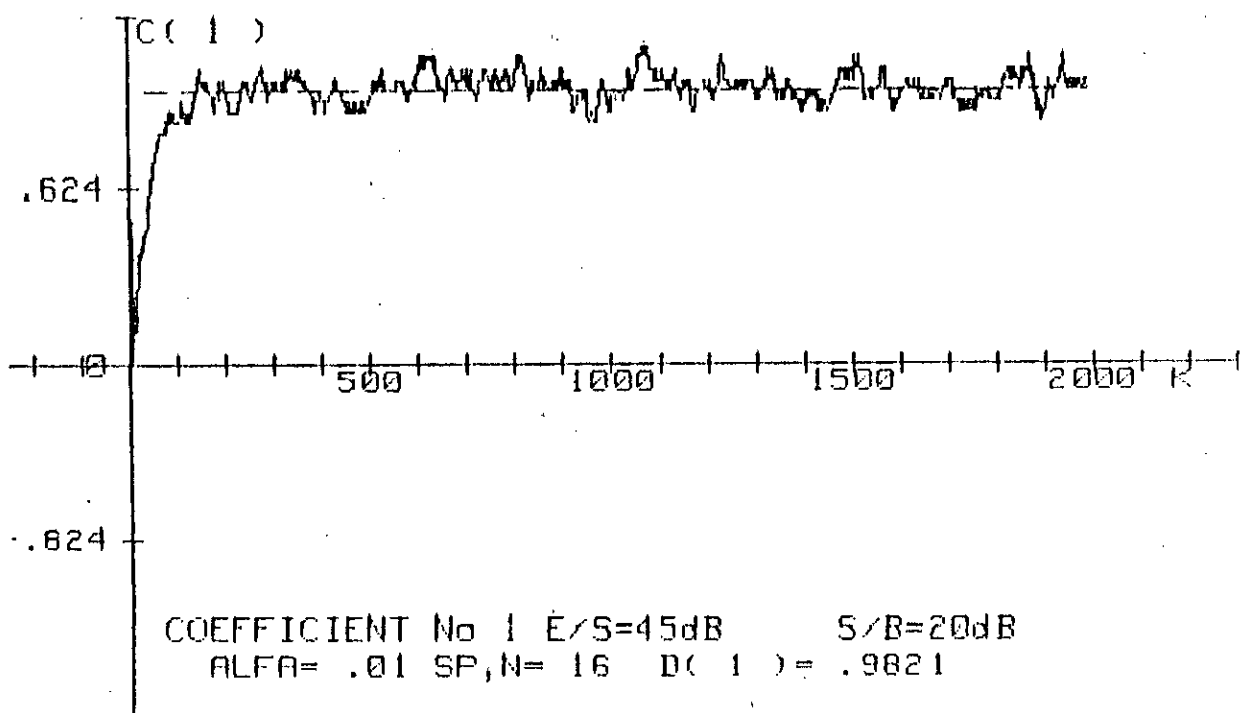


Fig.6.5.b.

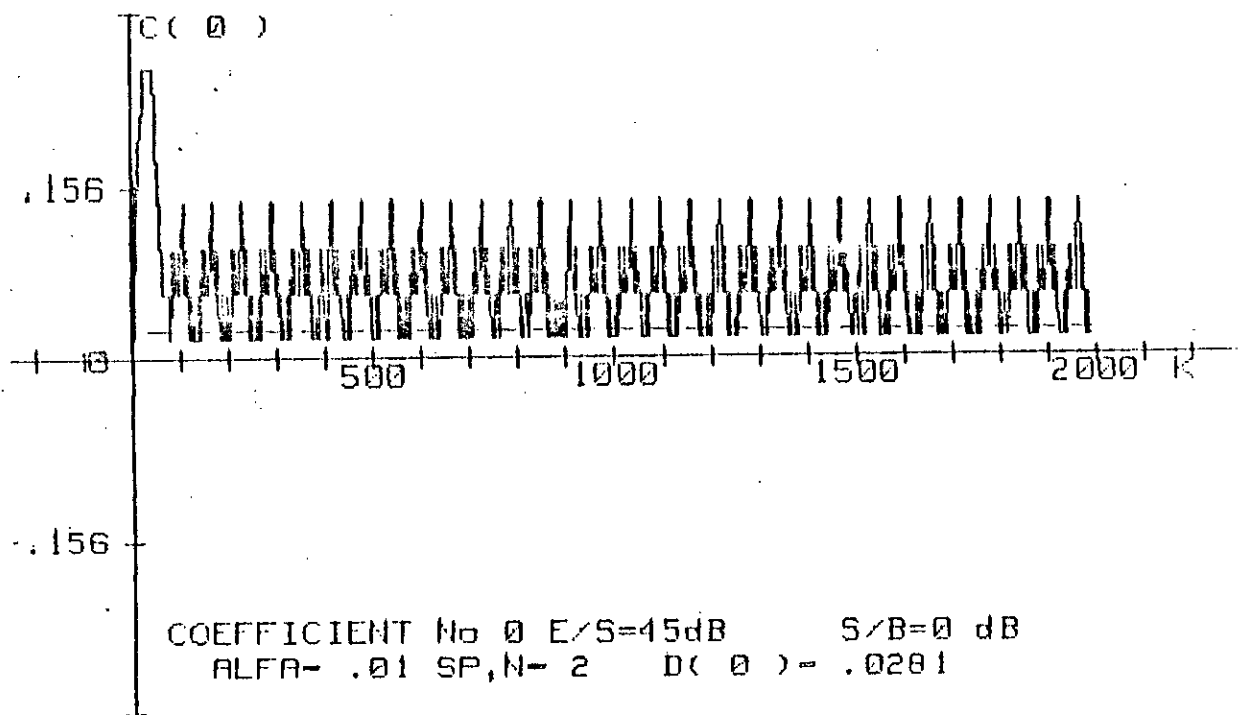


Fig.6.6.a.

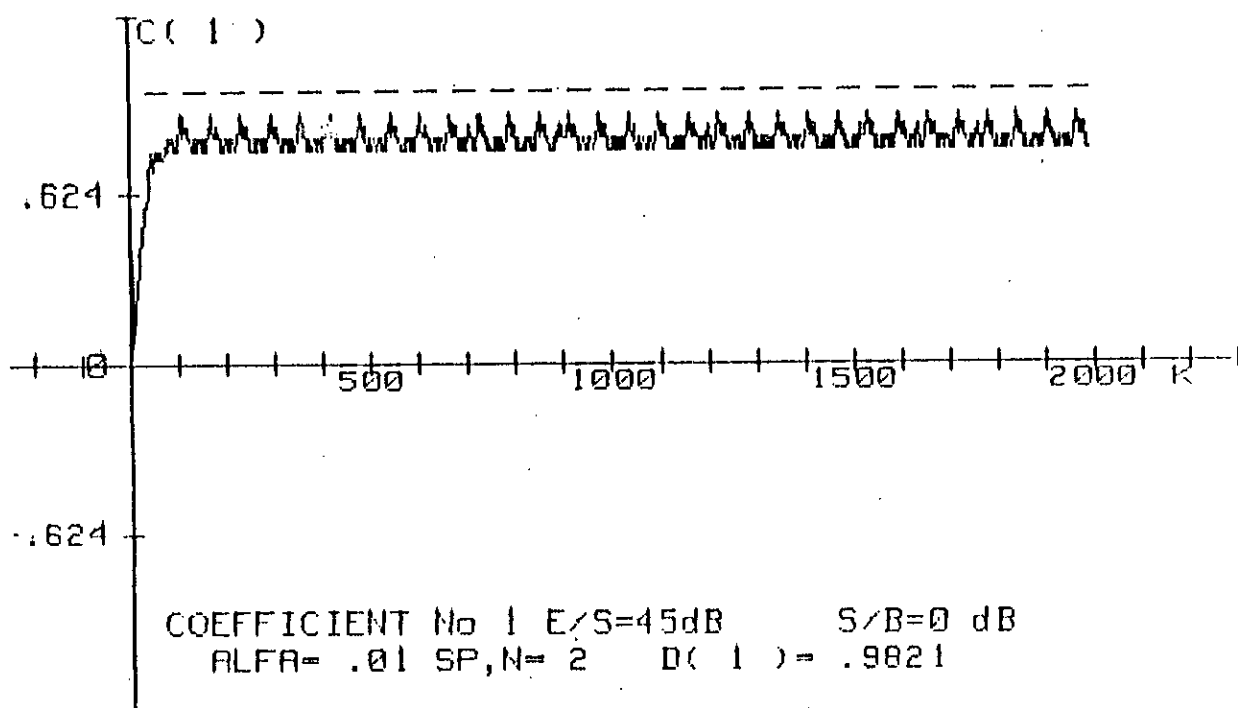


Fig.6.6.b.

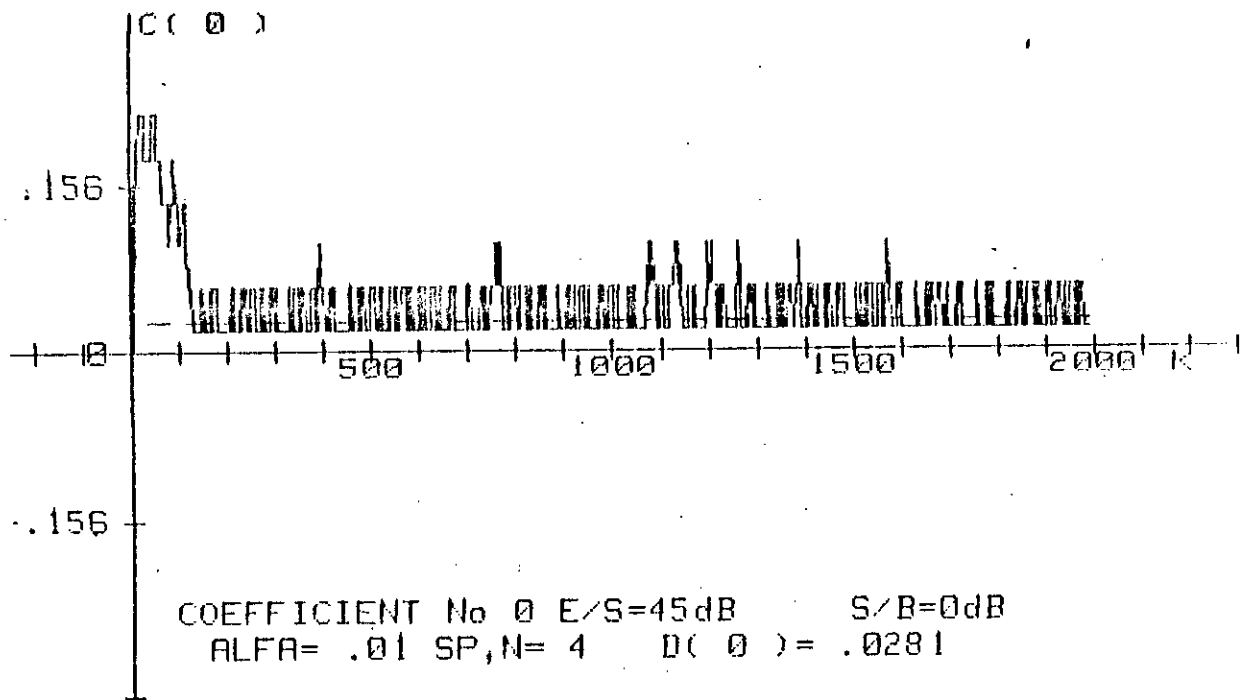


Fig.6.7.a.

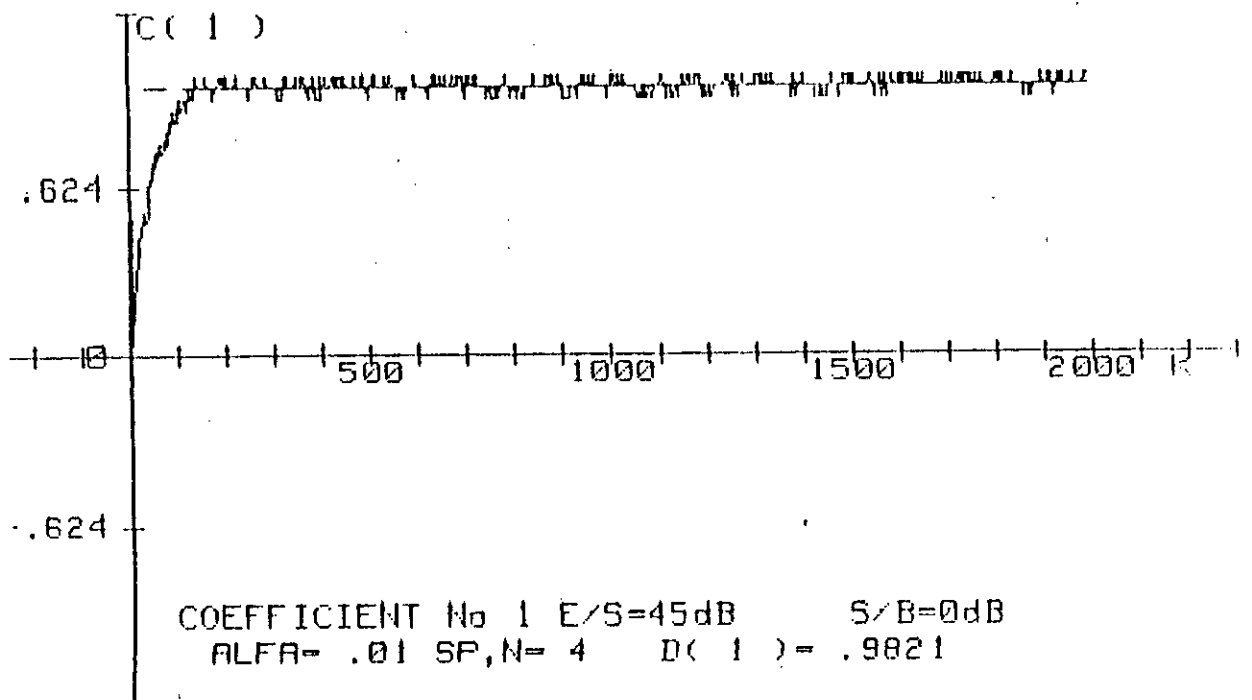


Fig.6.7.b.

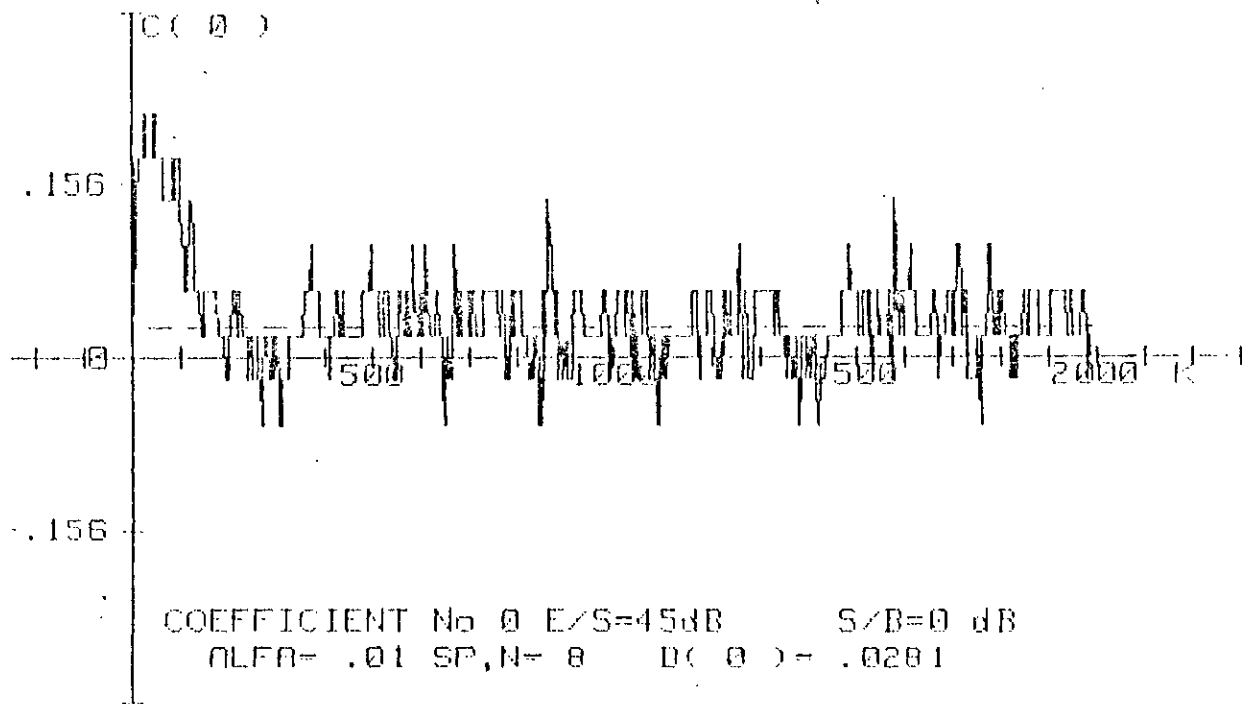


Fig.6.B.a

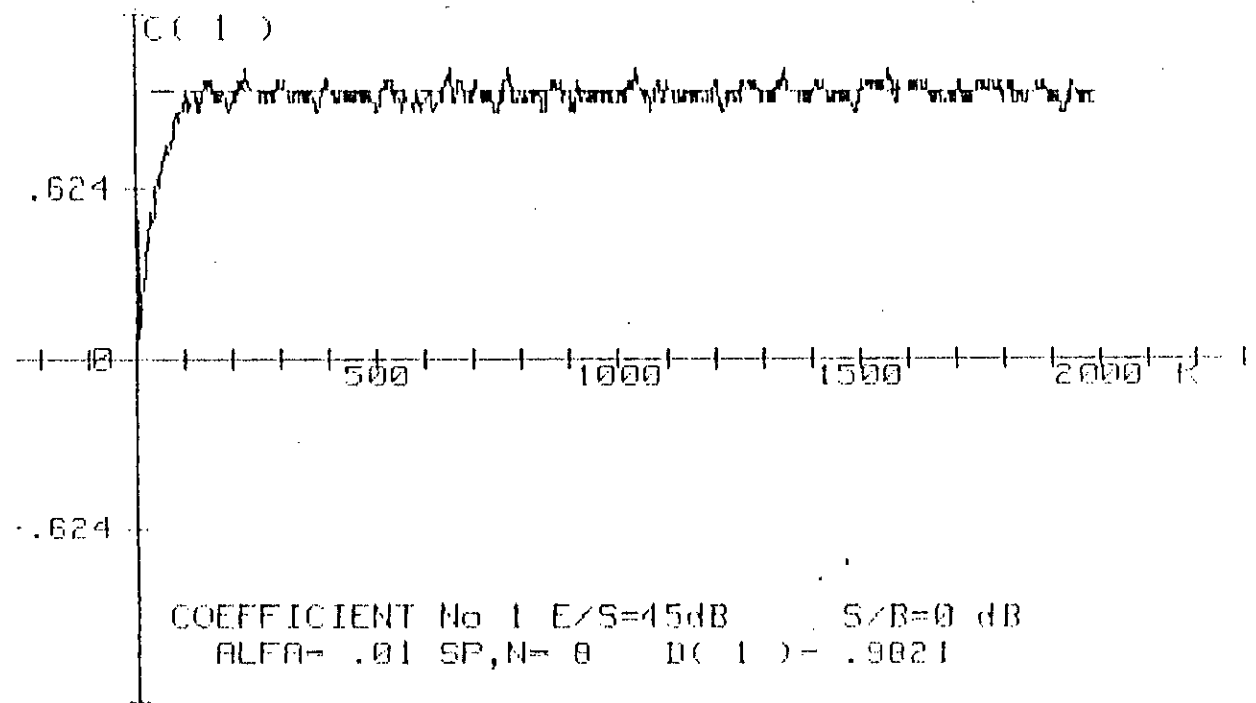


Fig.6.B.b

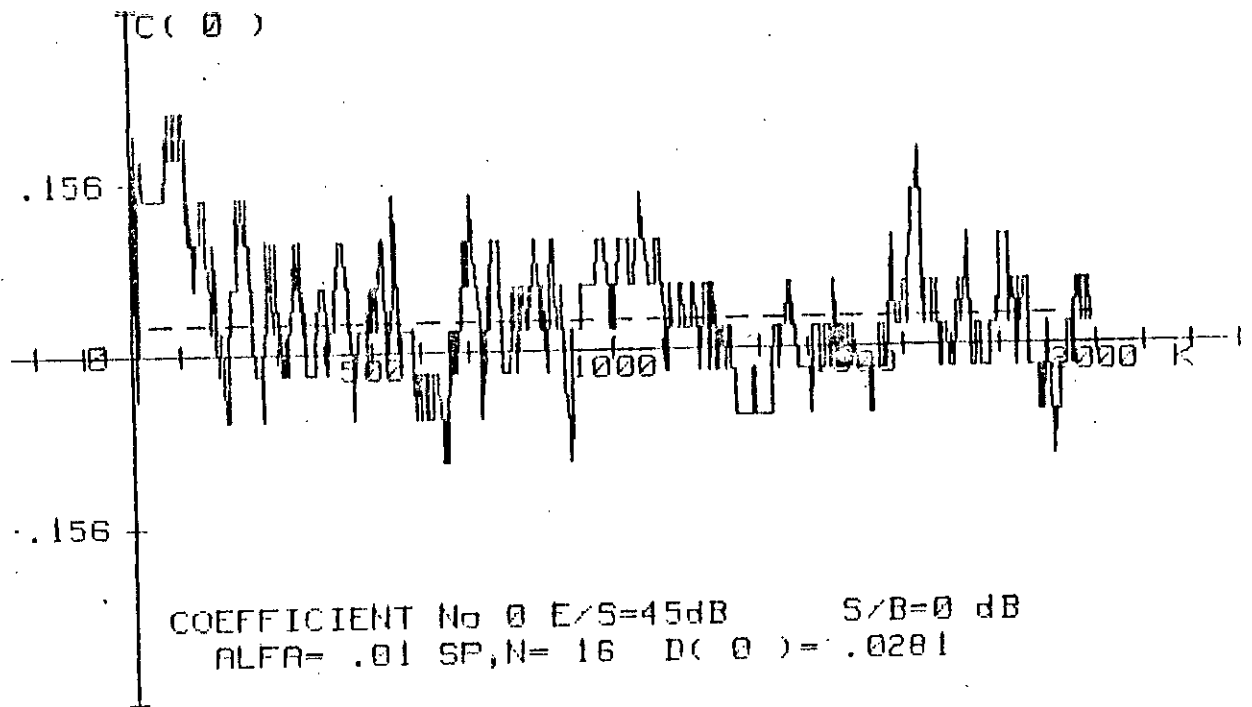


Fig.6.9.a.

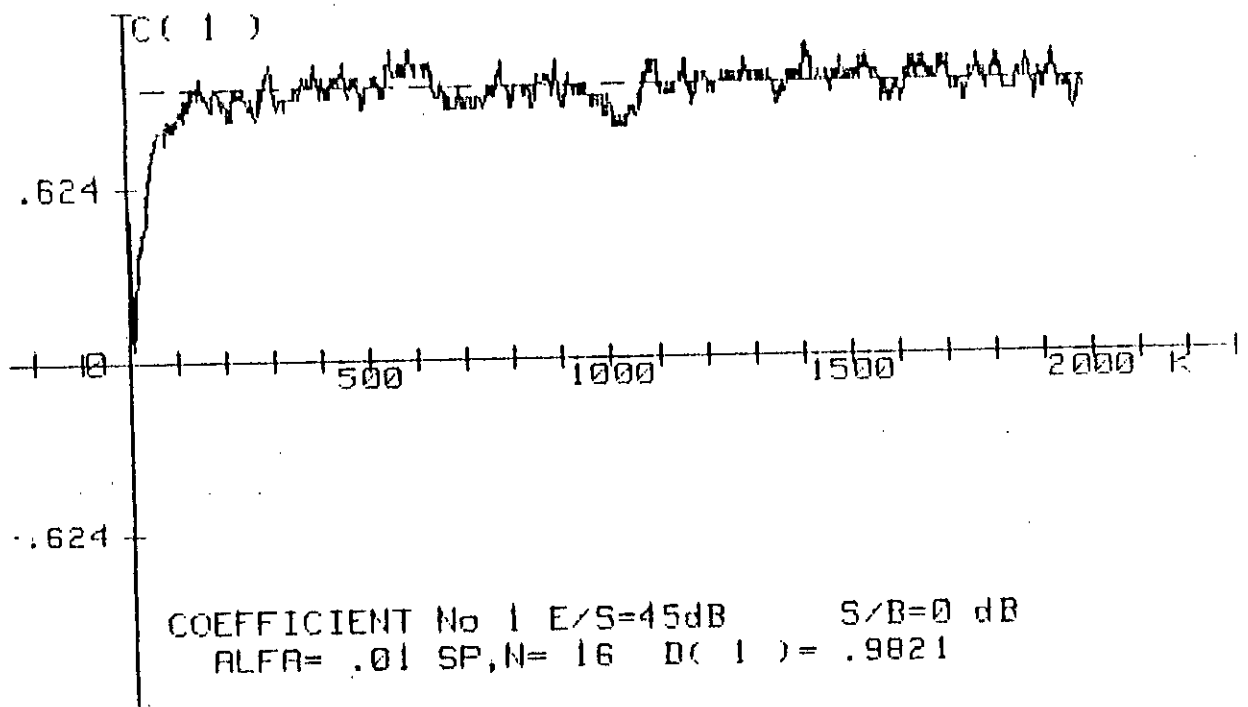


Fig.6.9.b.

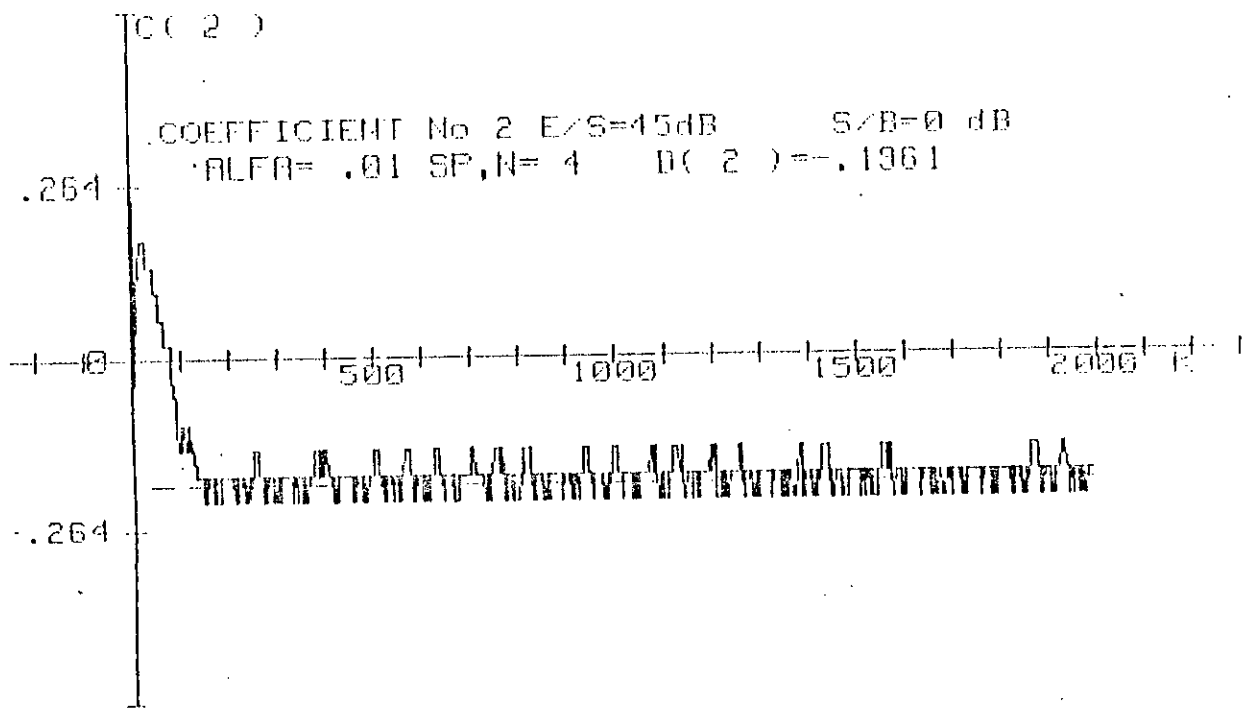


Fig.6.10.a.

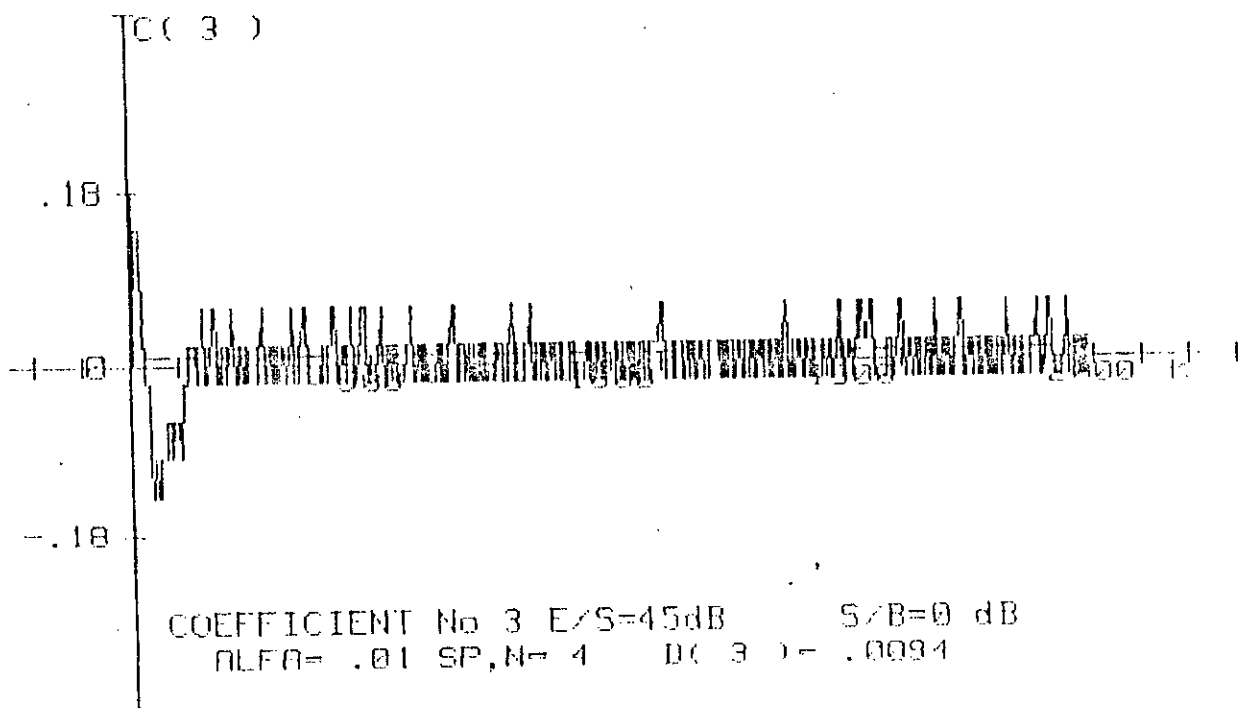


Fig.6.10.b.

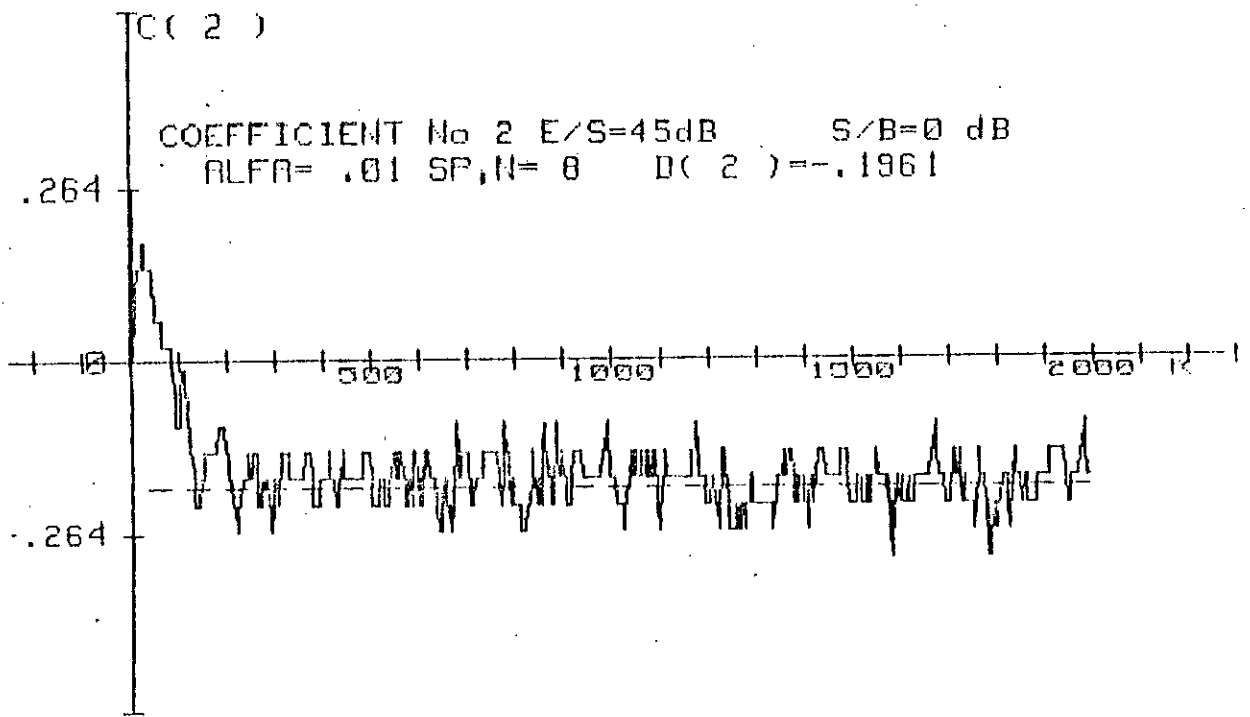


Fig.6.11.a.

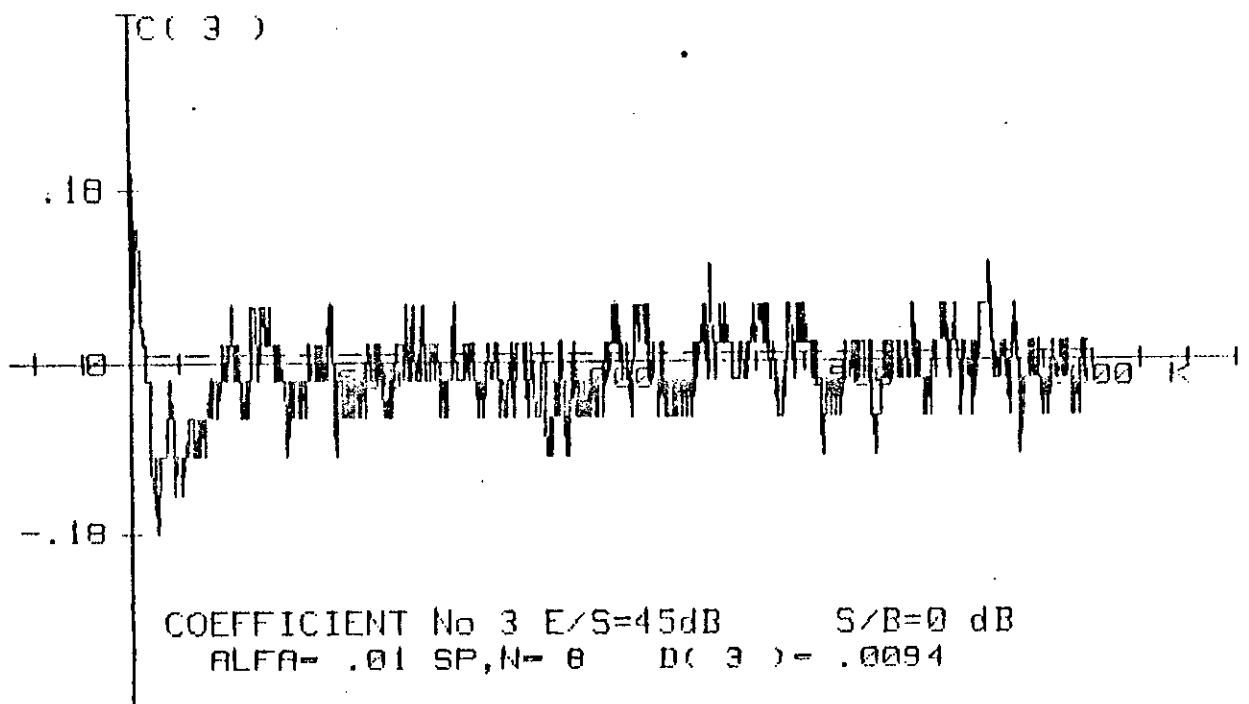


Fig.6.11.b.

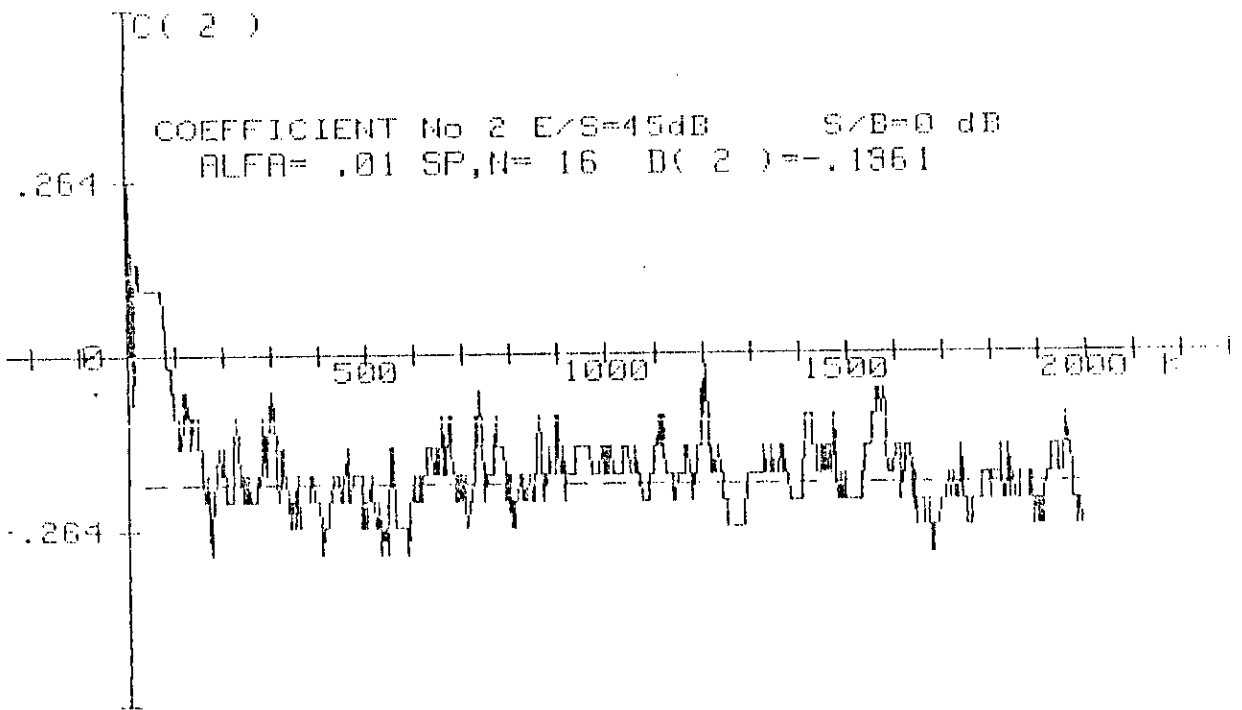


Fig.6.12.a.

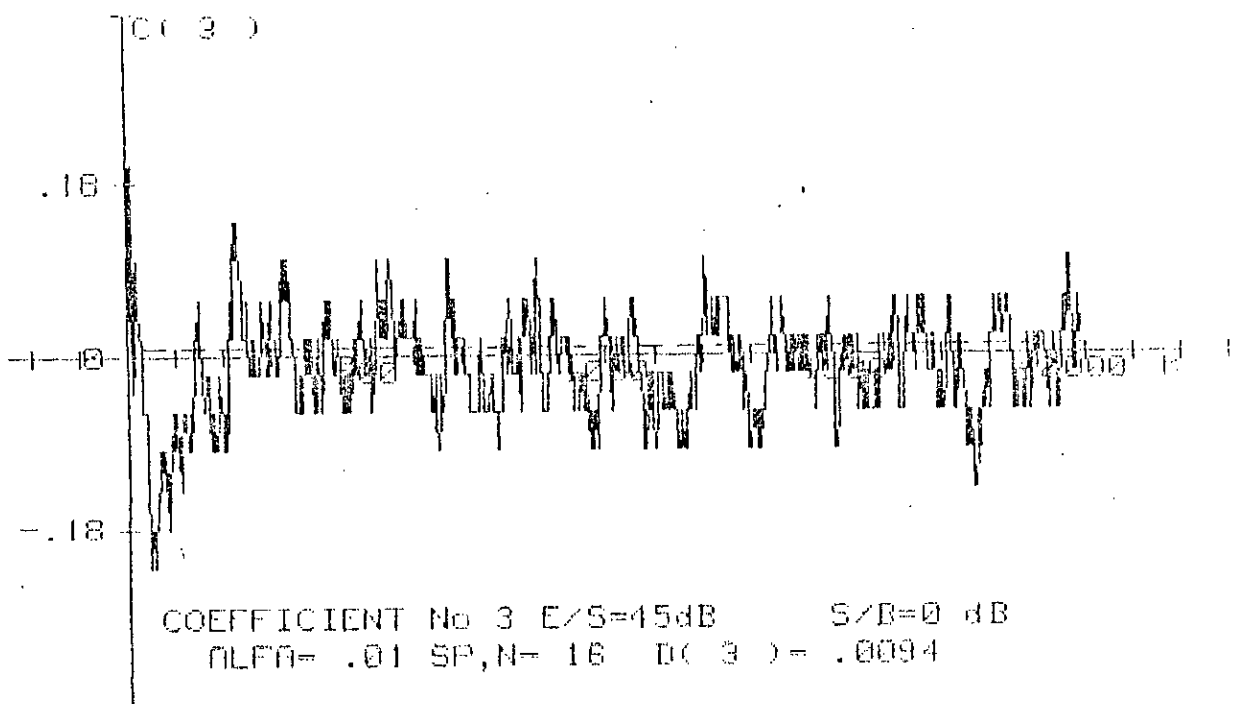


Fig.6.12.b.

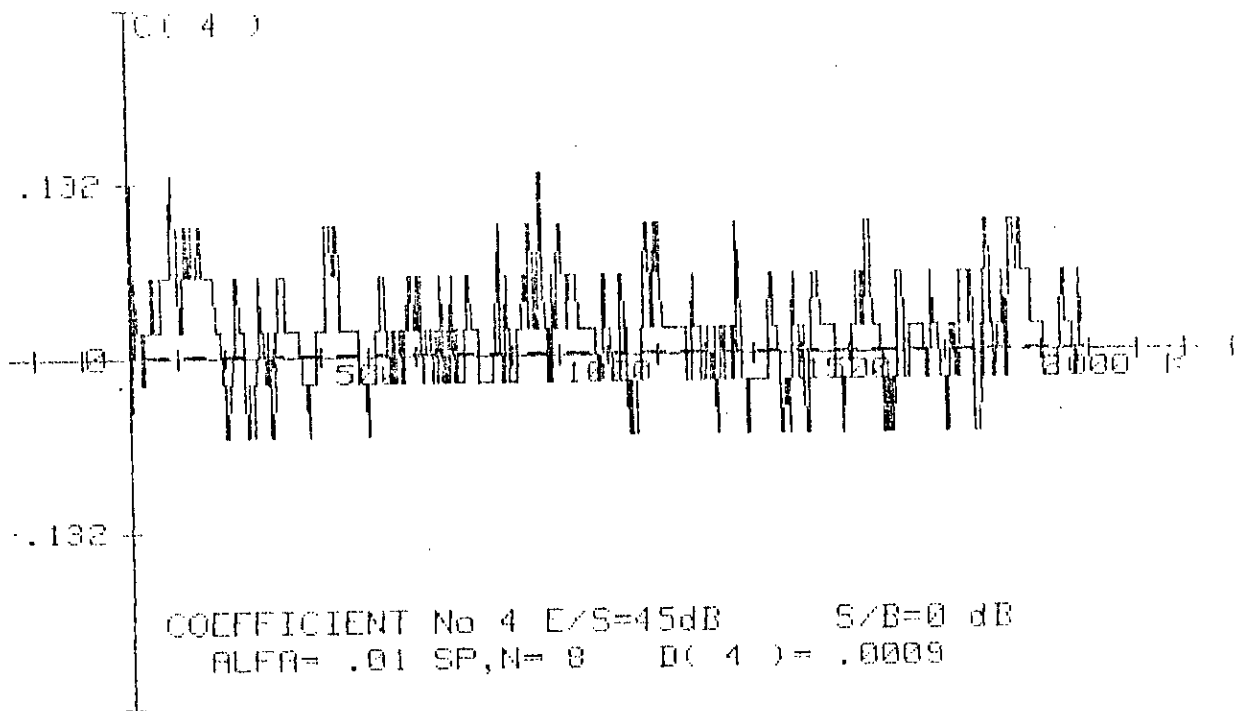


Fig.6.13.a.

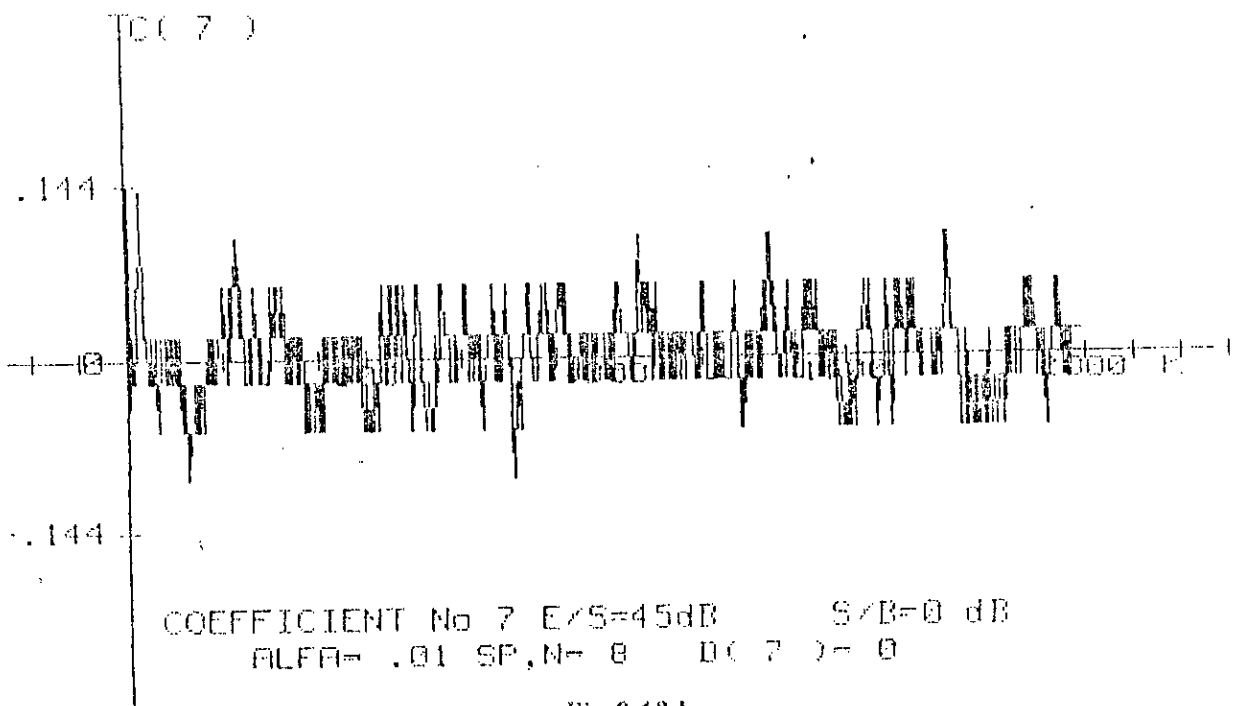


Fig.6.13.b.

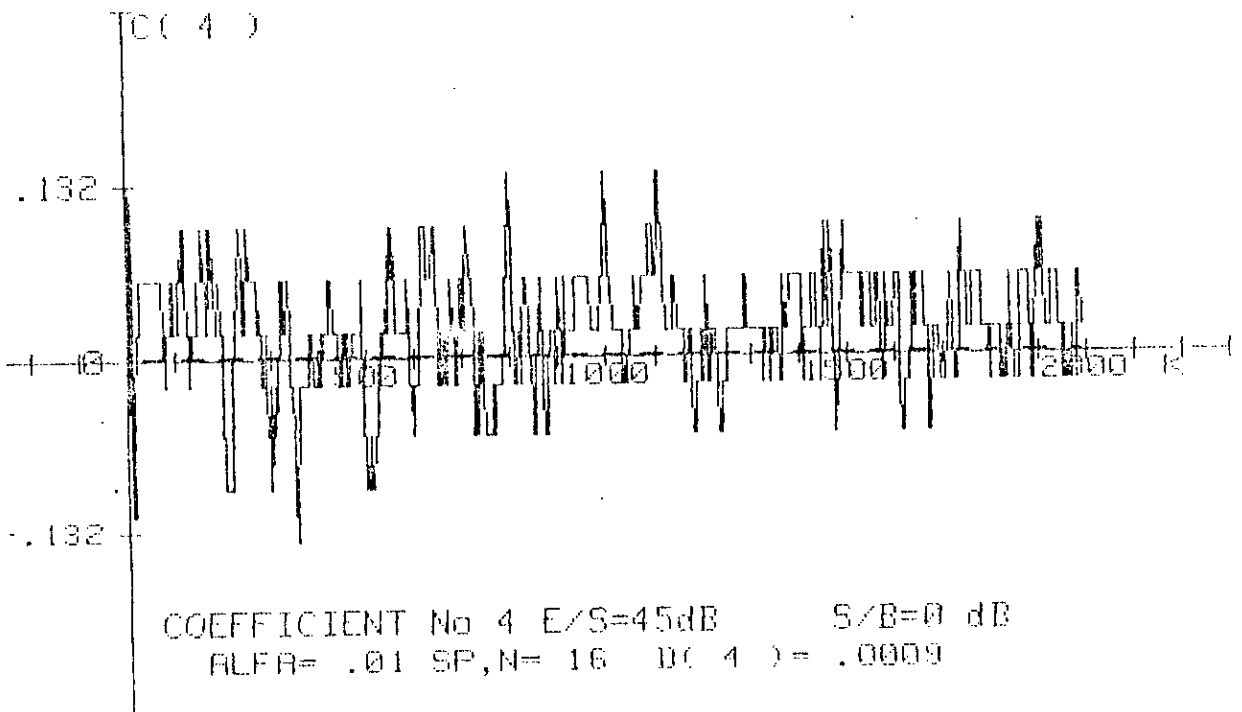


Fig.6.14.a.

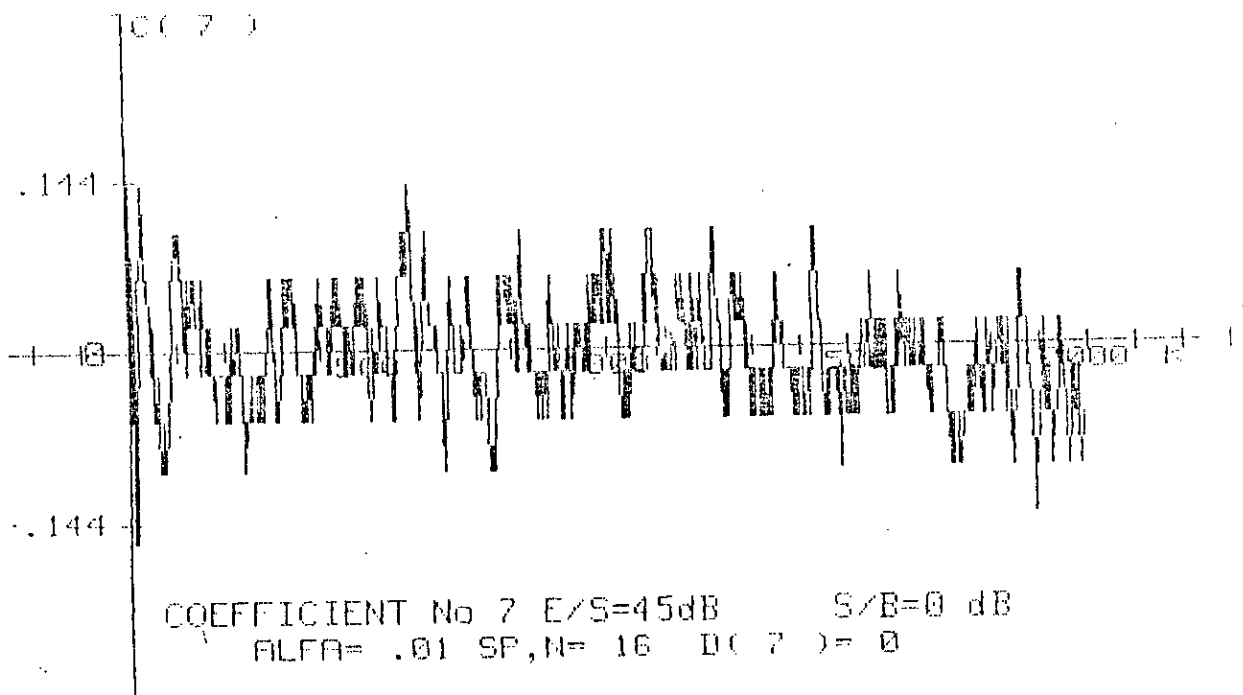


Fig.6.14.b.

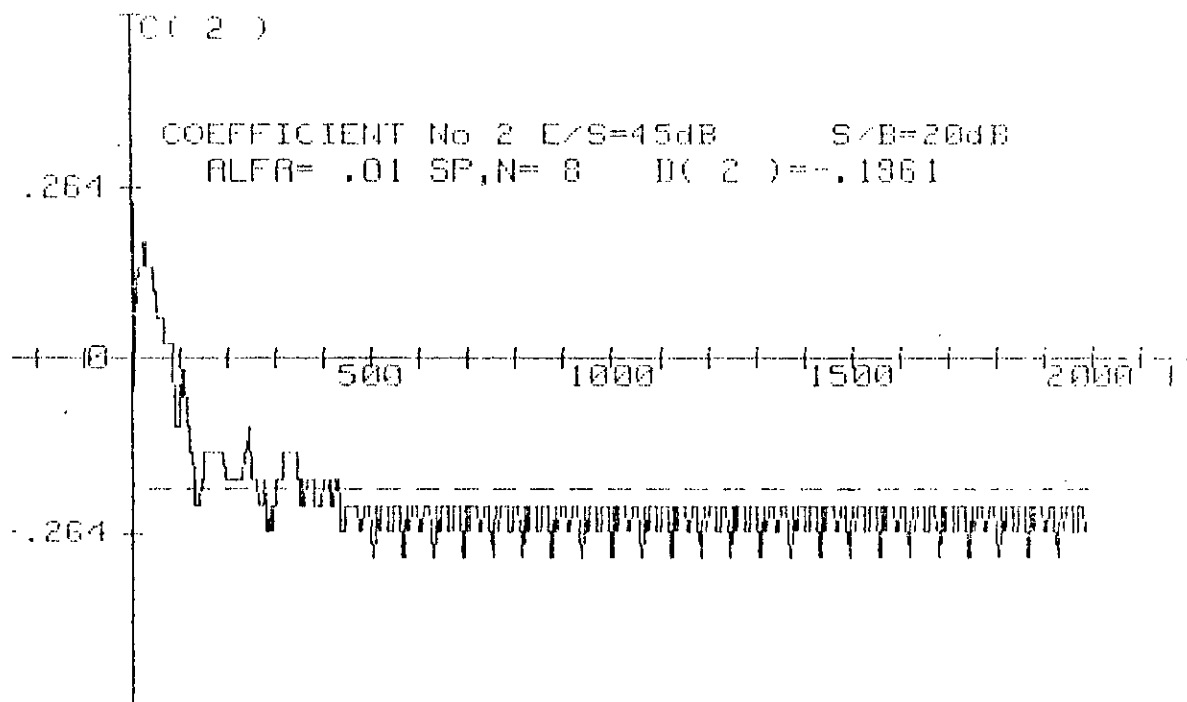


Fig.6.15.a.

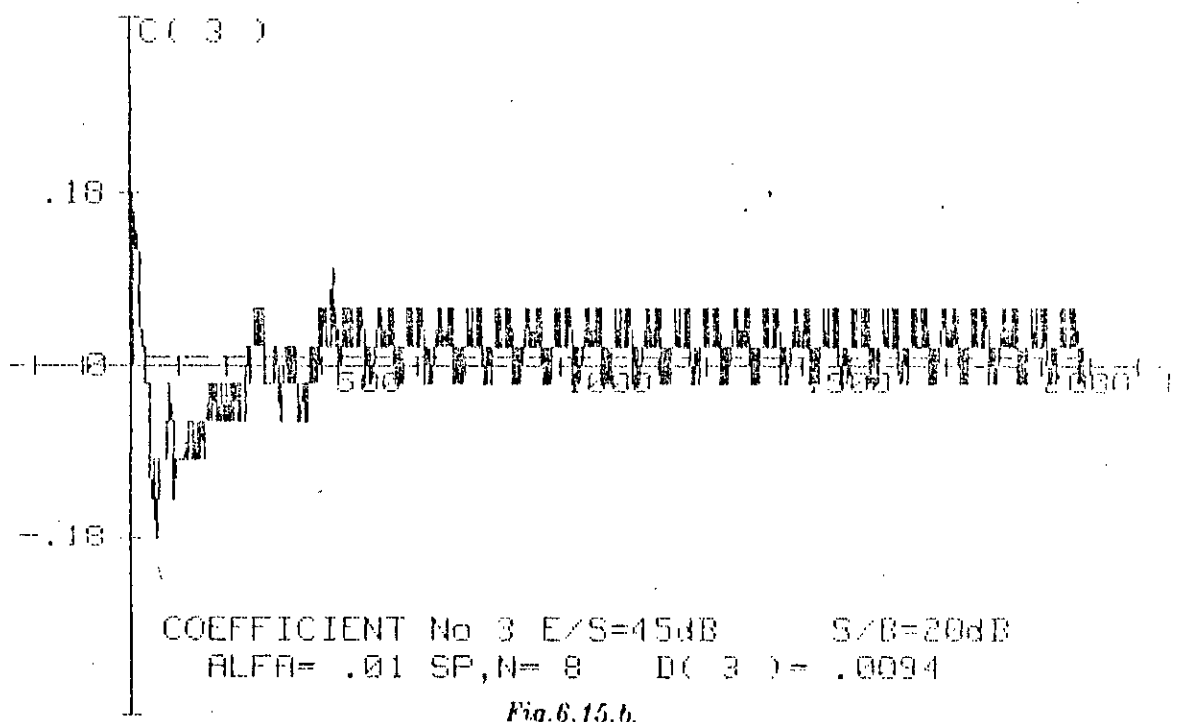


Fig.6.15.b.

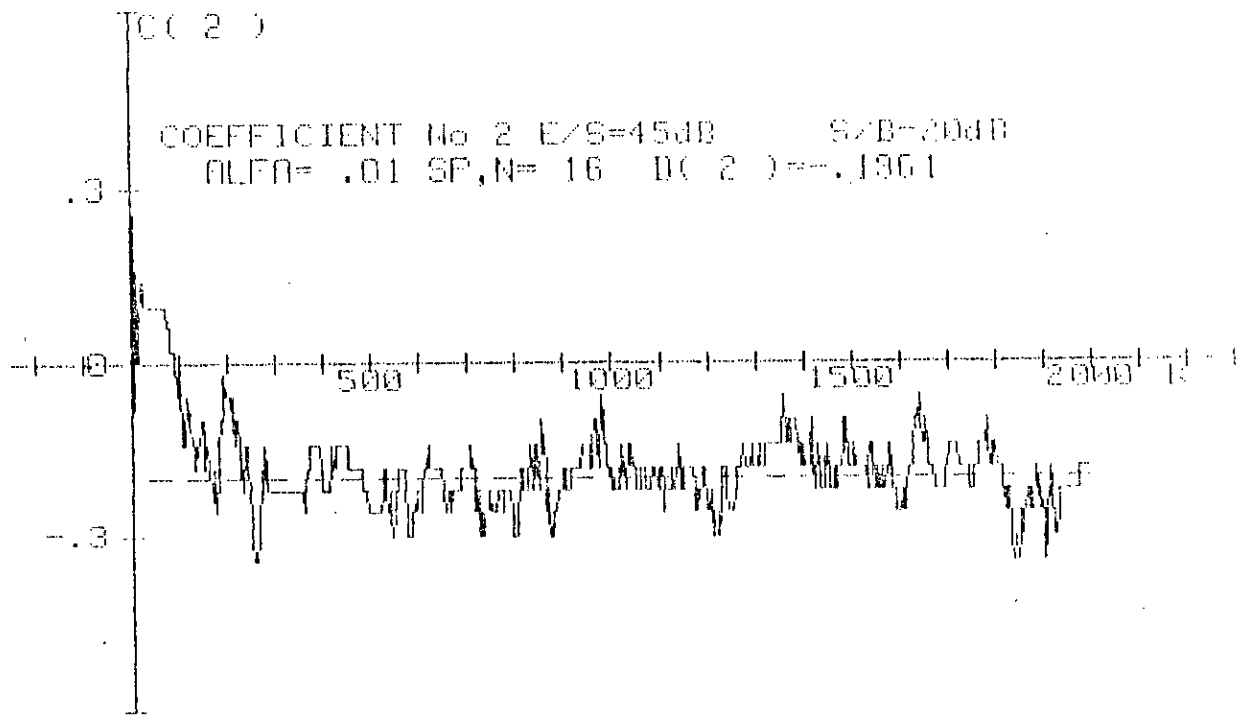


Fig.6.16.a.

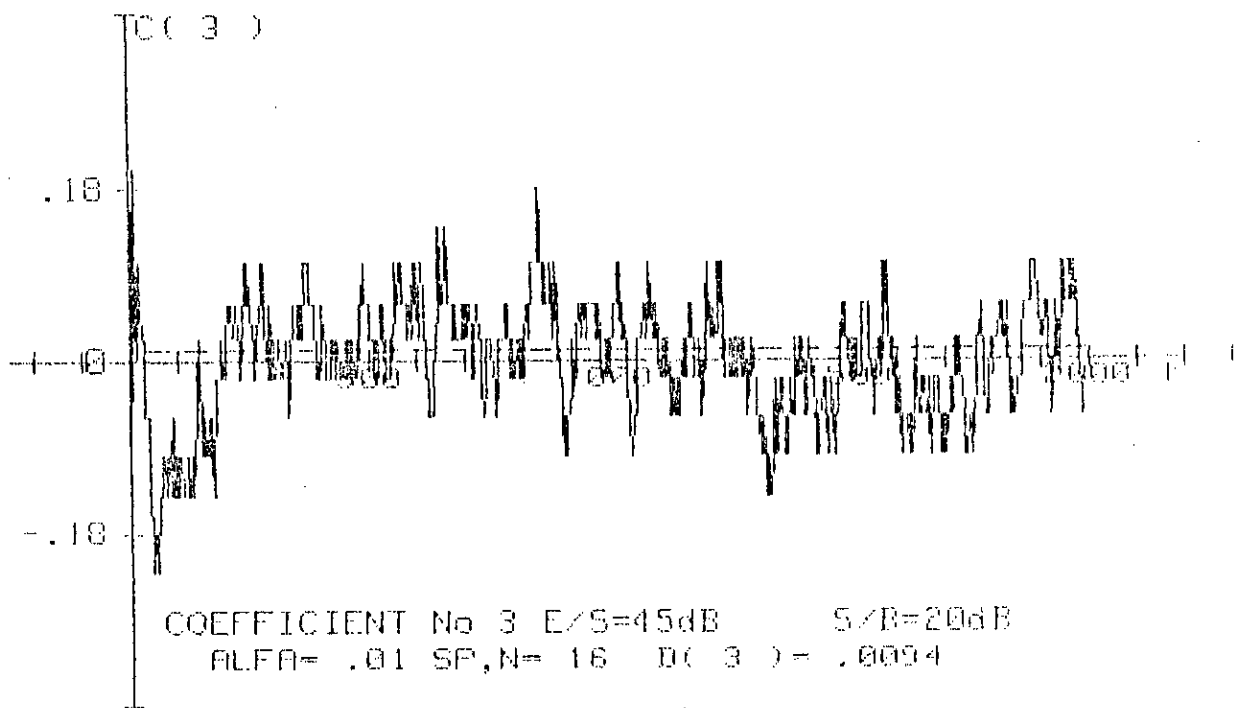


Fig.6.16.b.

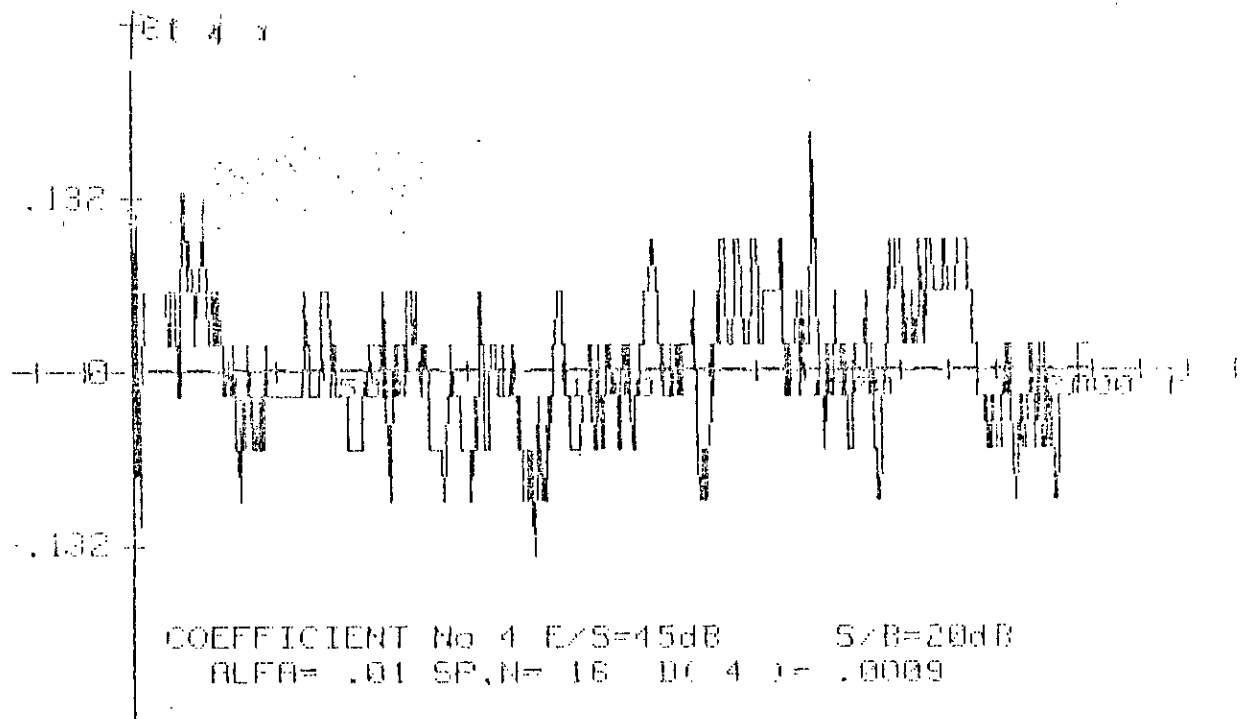


Fig.6.17.a

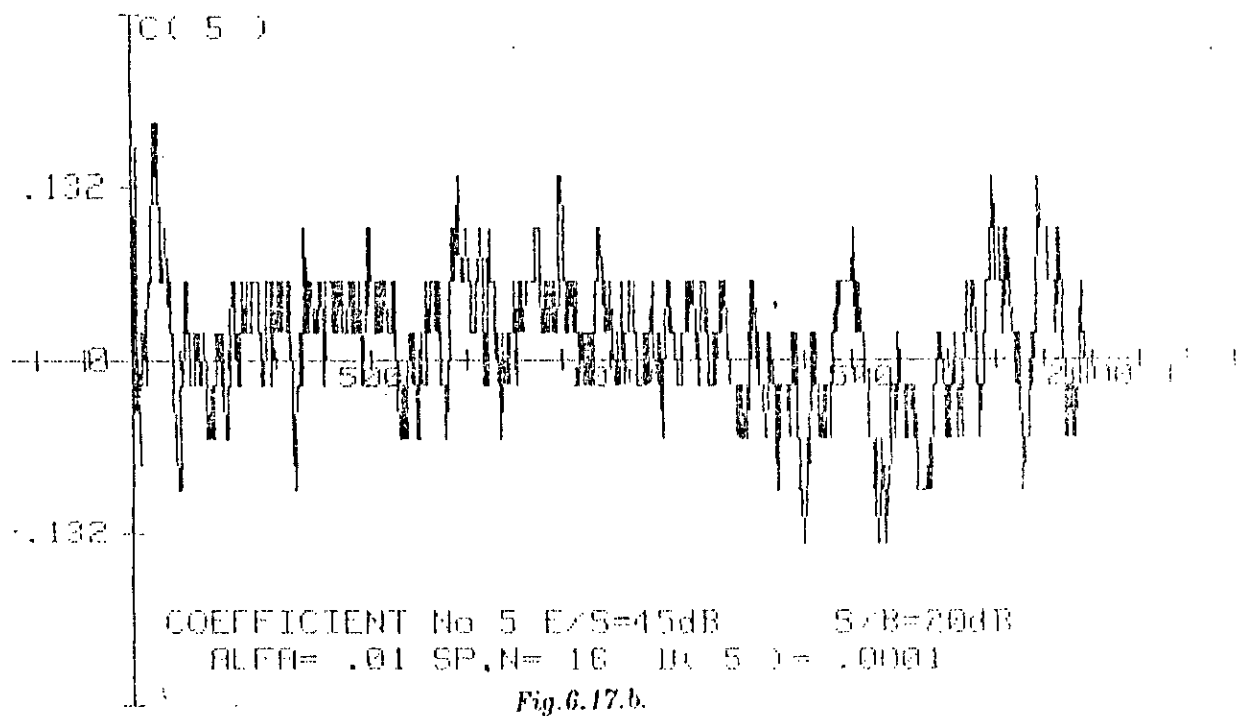


Fig.6.17.b

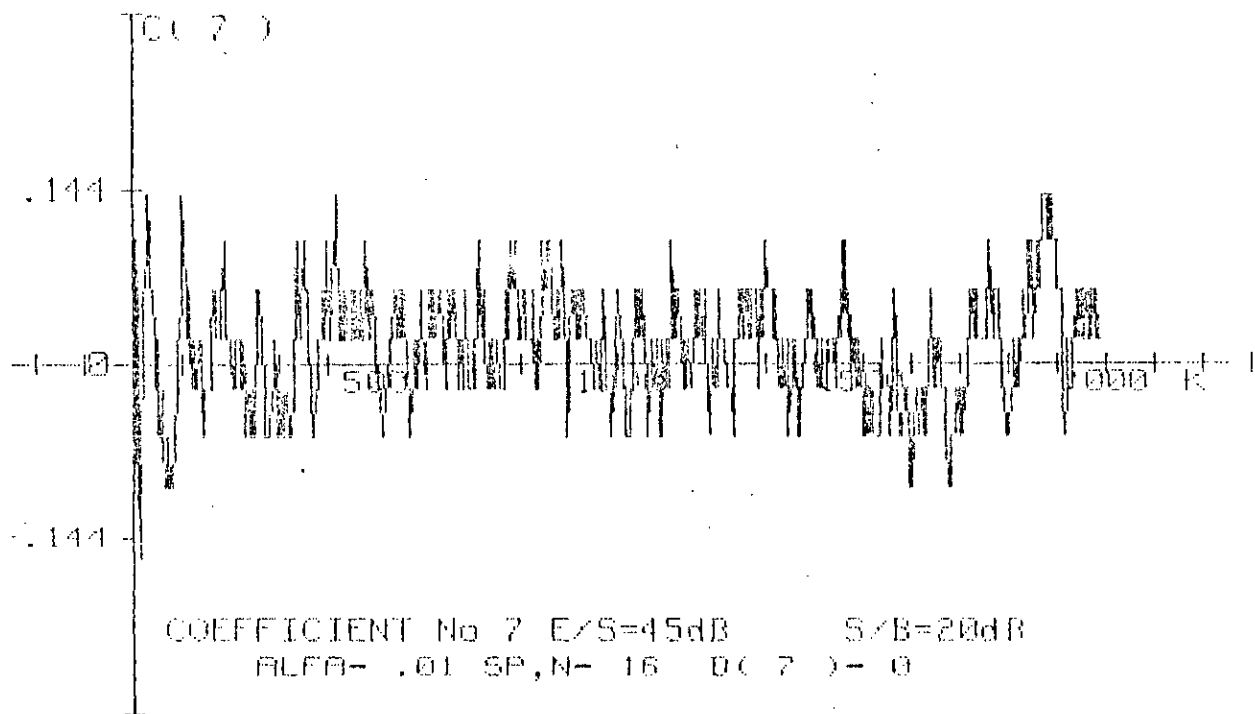


Fig. 6.18.

VI-3 VARIATION DU PARAMETRE D'ADAPTATION α

La méthode consiste à faire varier le paramètre d'adaptation α après un certain intervalle de temps. Plusieurs auteurs [5], [15], [30] ont utilisé ce procédé pour améliorer les performances de l'annuleur d'écho.

VI-3-1- ALGORITHME DU GRADIENT

La simulation a été réalisée en phase permanente avec les données suivantes : E/U=45 dB, S/B=20dB.

La valeur de α étant divisée par dix (10) toutes les 500 itérations. L'intérêt de cette technique réside dans le fait qu'un compromis est trouvé entre la vitesse de convergence et le niveau final de l'écho résiduel. La figure 6.24 illustre bien cet intérêt puisque l'utilisation par exemple de la valeur $3 \cdot 10^{-5}$ pour α , aurait nécessité 38333 itérations pour

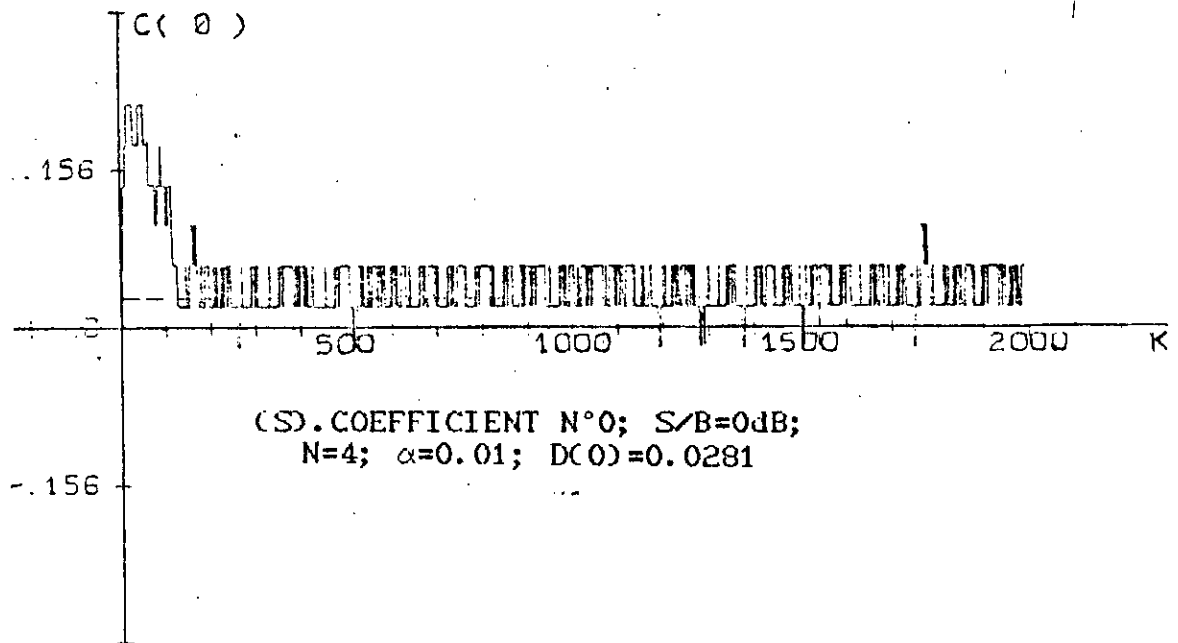


Fig.6.19.a.

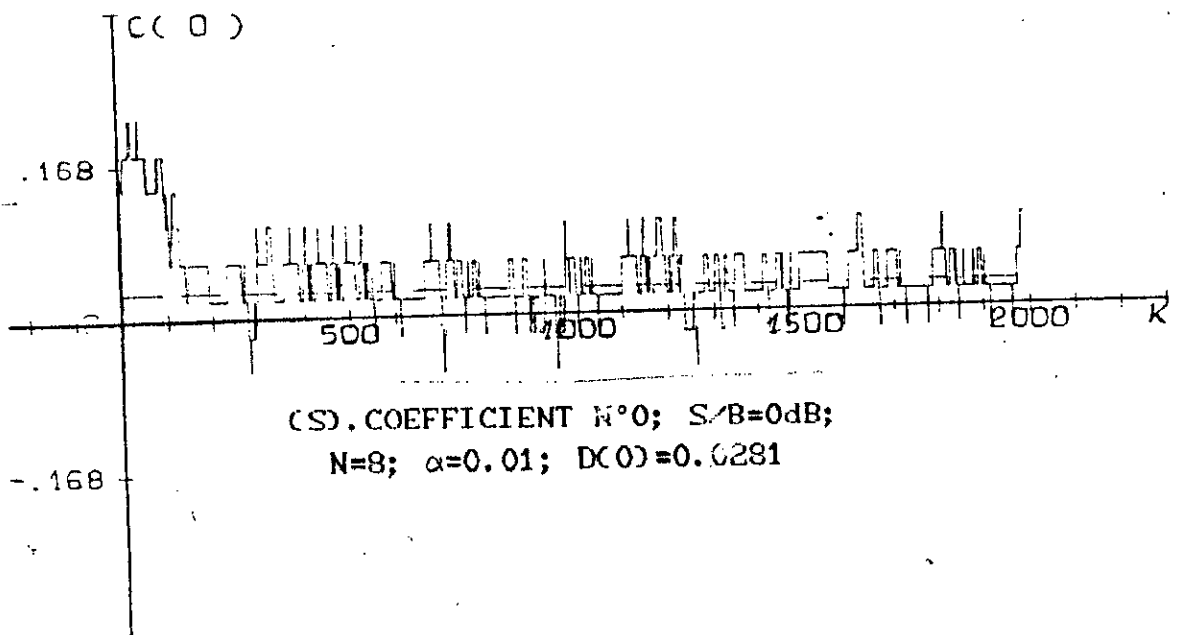


Fig.6.19.b.

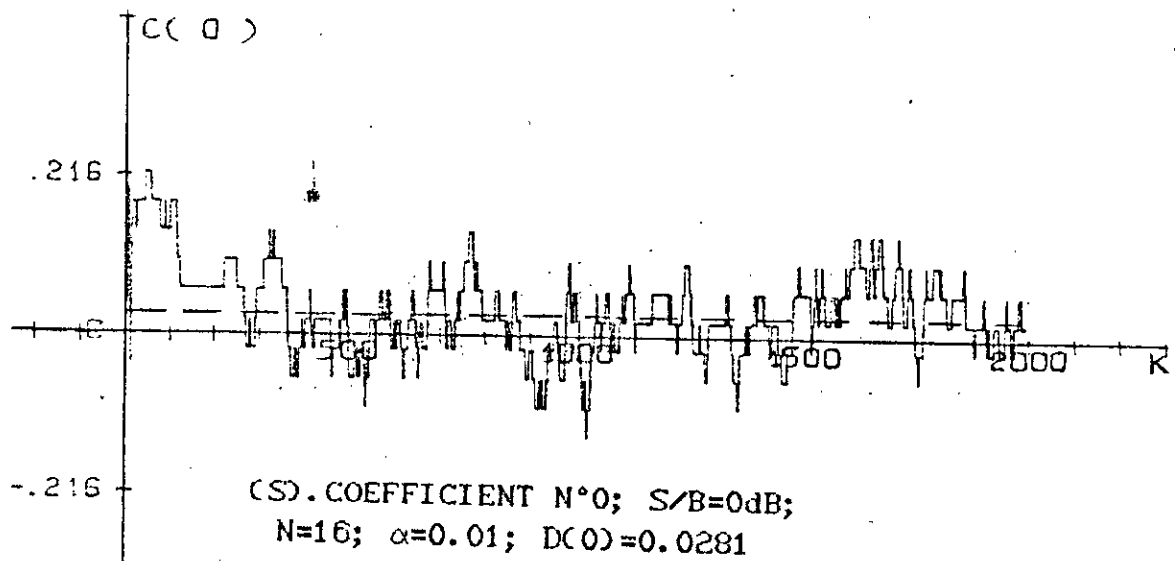


Fig.6.19.c.

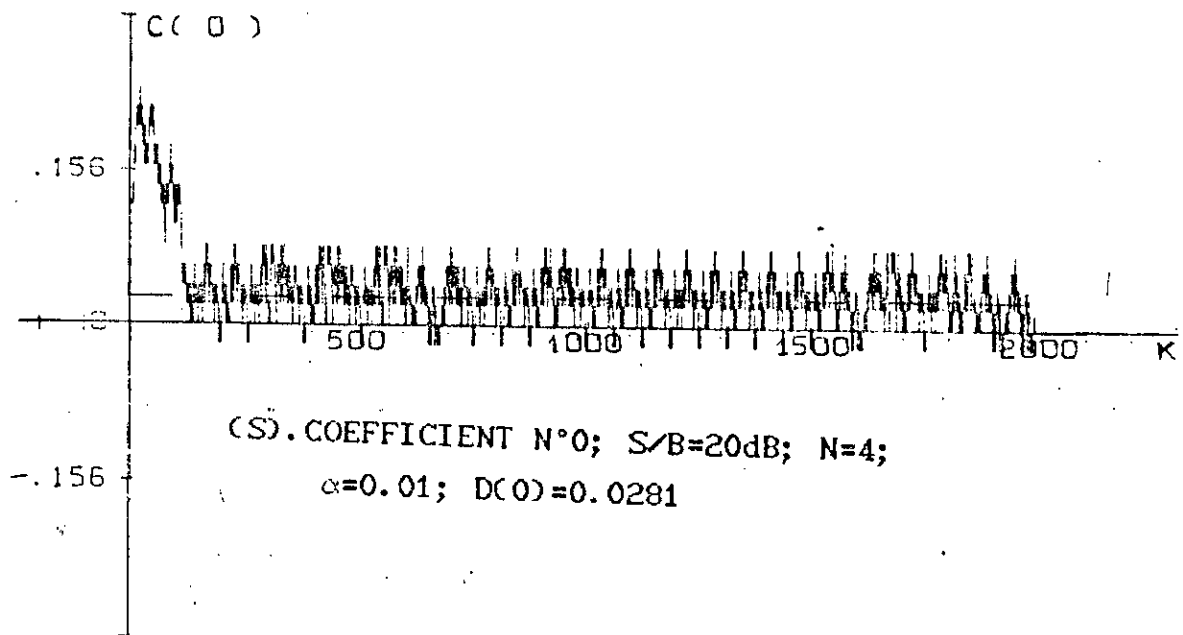


Fig.6.20.a.

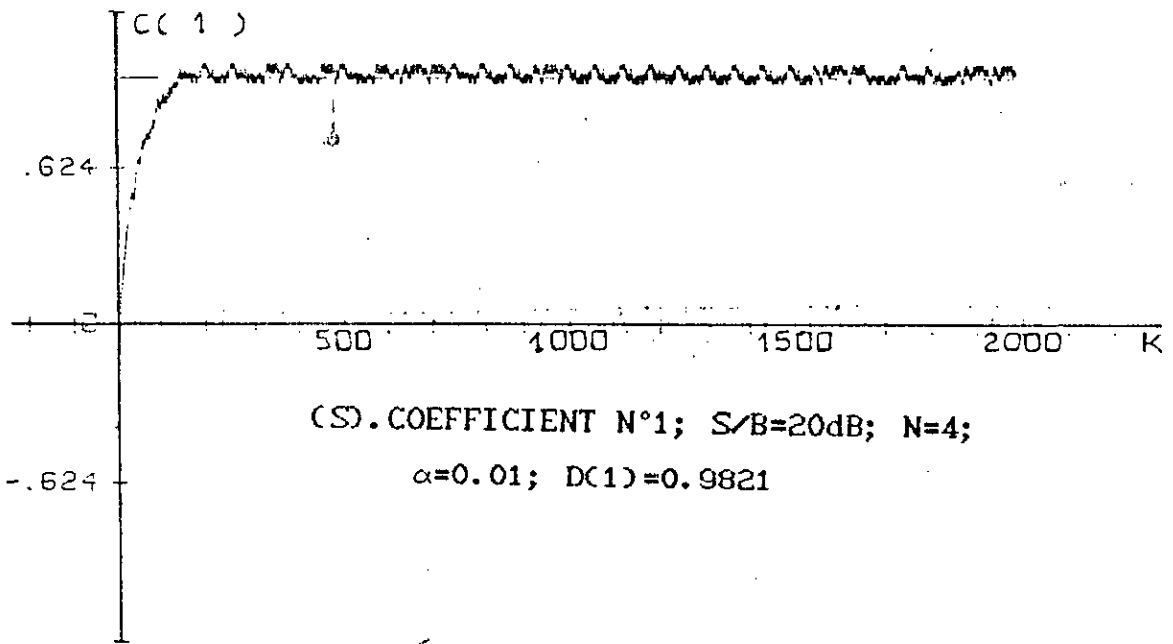


Fig.6.20.b.

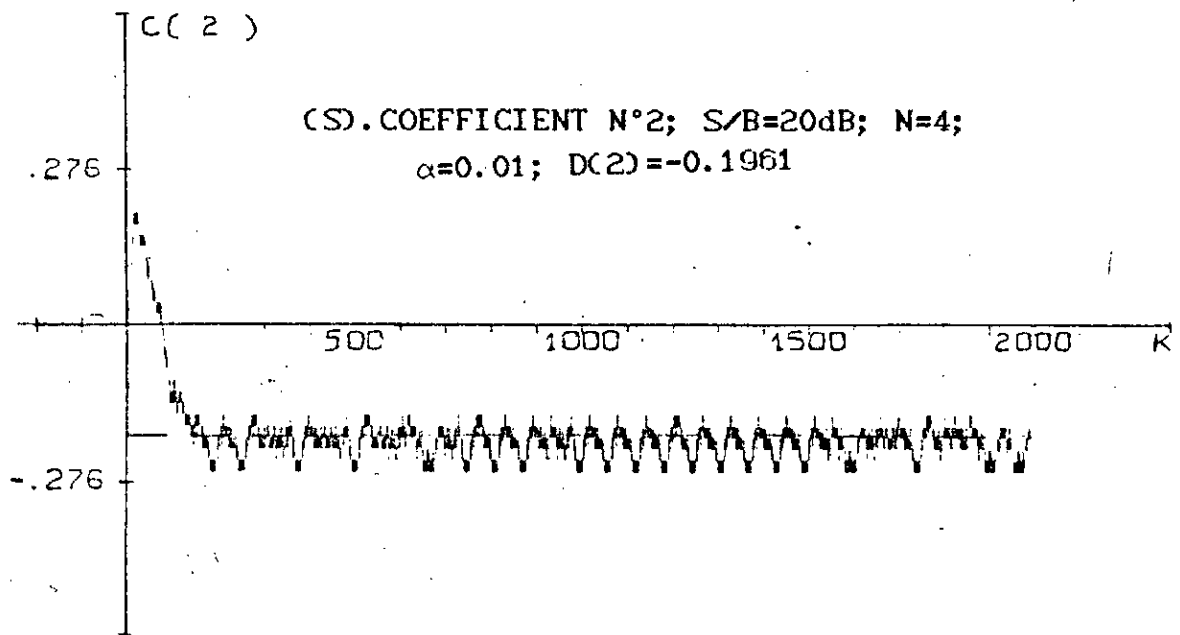


Fig.6.20.c.

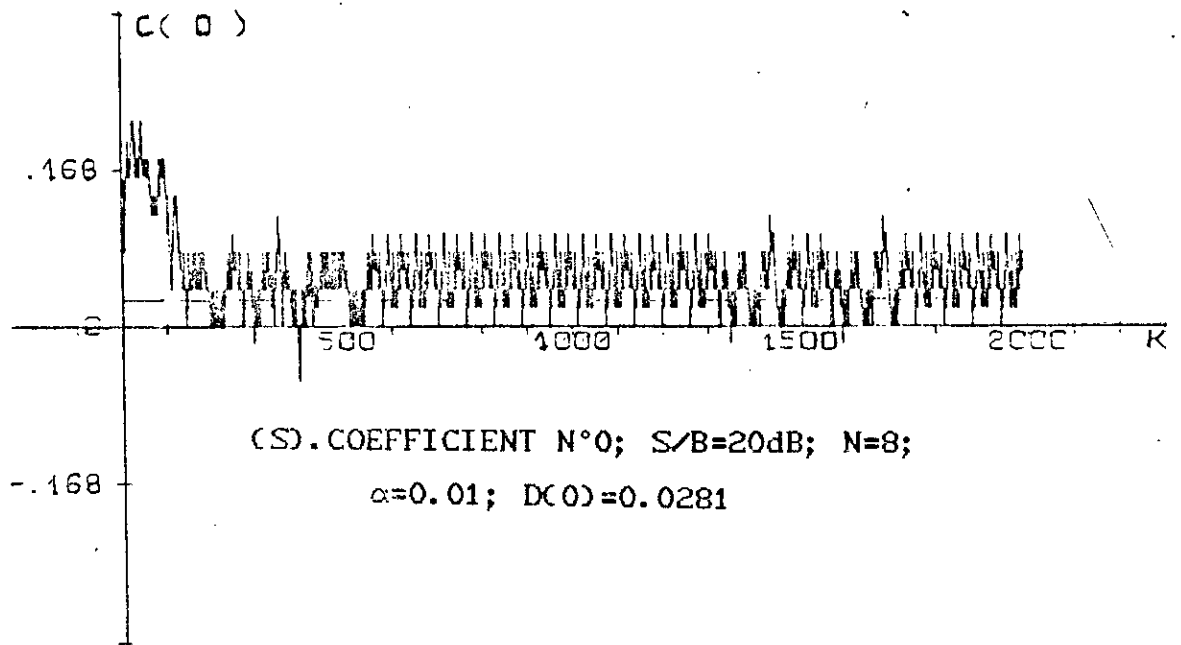


Fig.6.21.a.

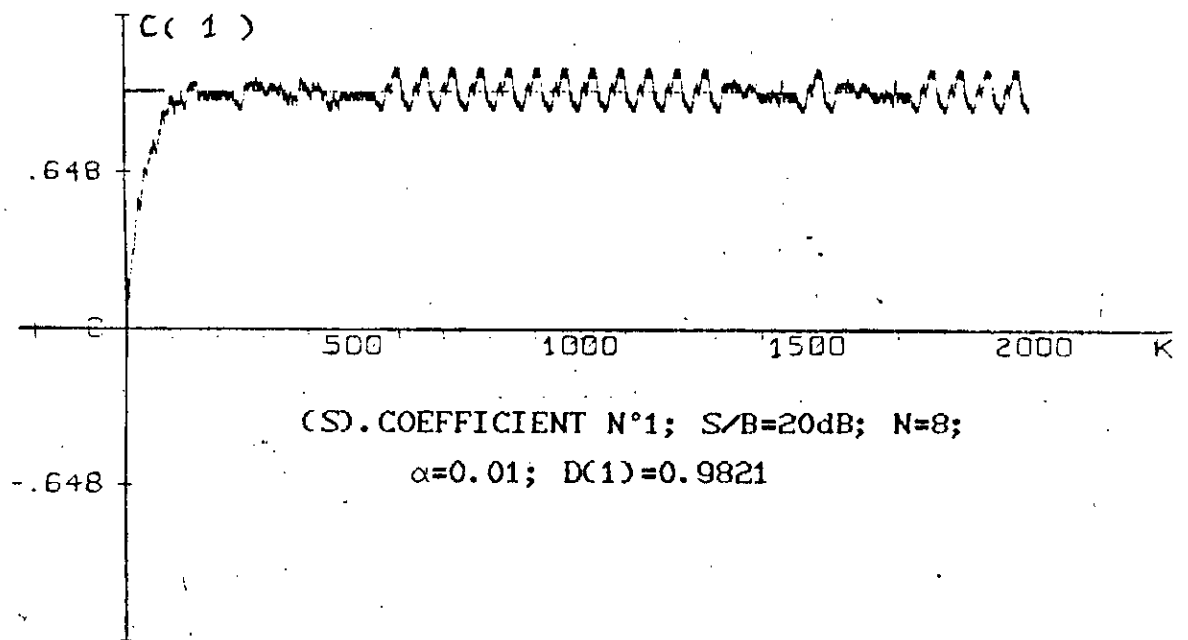


Fig.6.21.b.

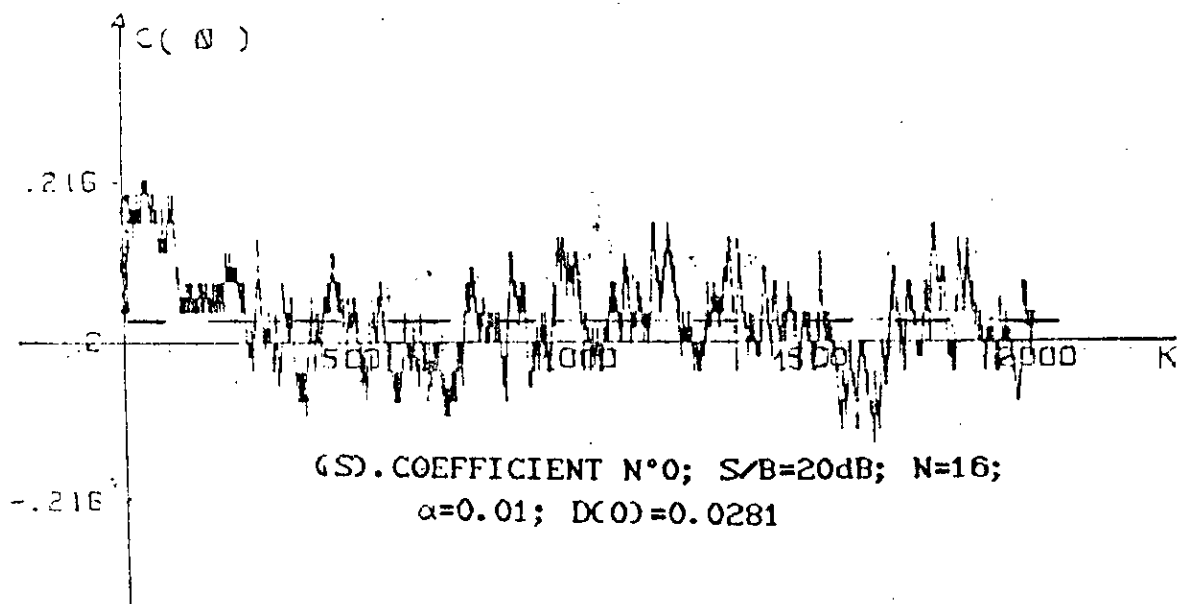


Fig.6.22.a.

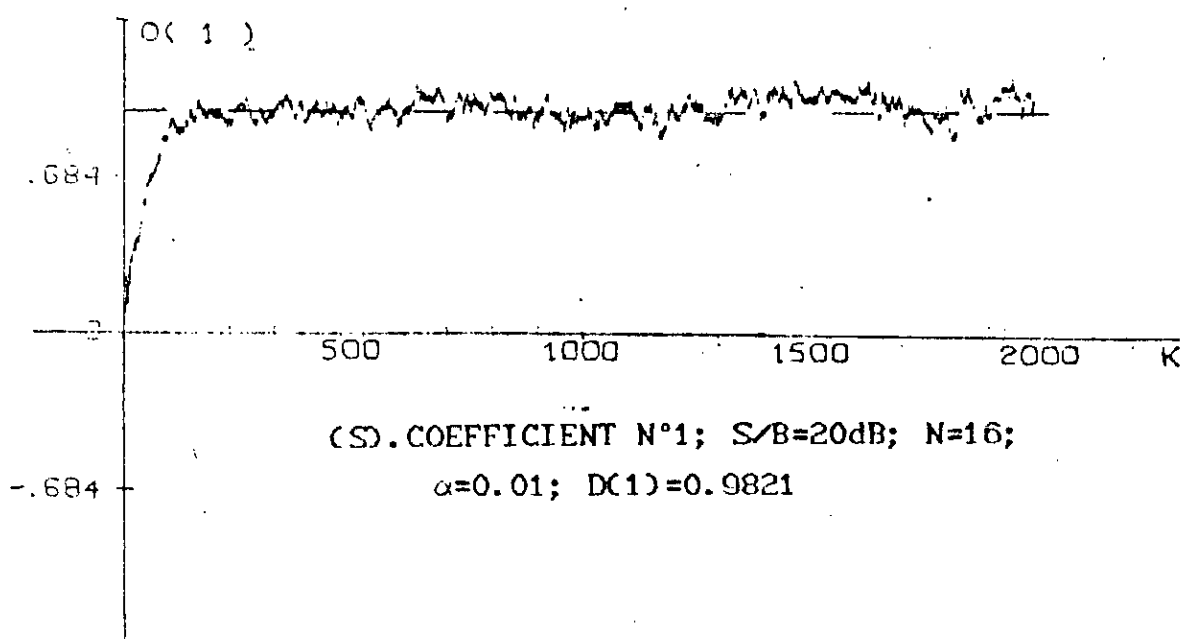


Fig.6.22.b.

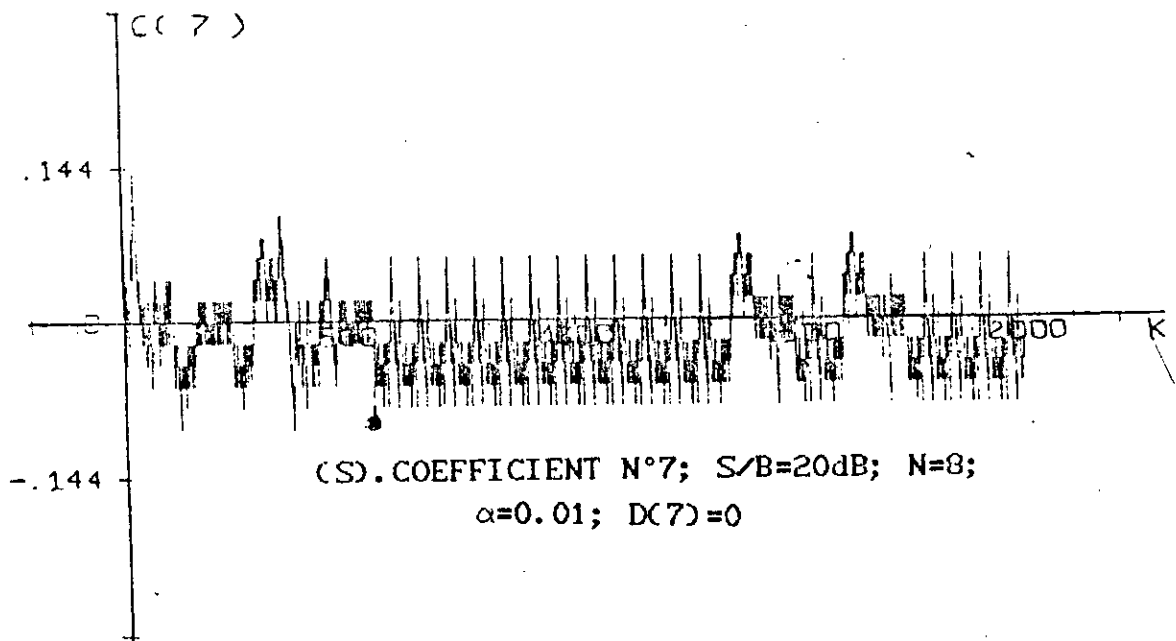


Fig.6.23.a.

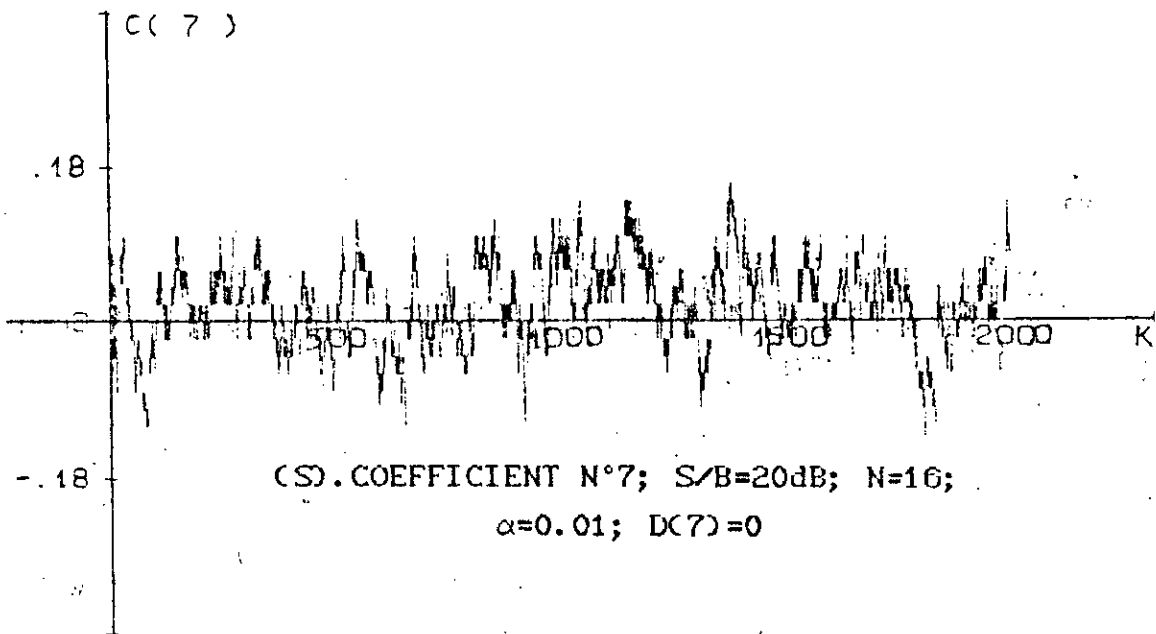


Fig.6.23.b.

réduire l'écho de 20 dB mais aurait atteint en régime établi -33 dB c'est à dire une annulation de $45+33=78$ dB. Alors que le fait de commencer par une valeur élevée comme 3.10^{-2} (afin de procurer une convergence rapide) et de la diviser par dix toutes les 500 itérations permet d'obtenir au bout de 2000 itérations une réduction globale de 46.5 dB.

L'intérêt d'utiliser une valeur élevée de α est d'avoir une convergence rapide (Fig.6.25). Durant les 500 premières itérations le résidu d'écho atteint 0 dB (la valeur théorique étant elle de -0.3dB). A partir de $k=500$ itérations le niveau de réduction de l'écho est amélioré de 8 dB puisque α passe de 0.06 à 0.006. Au delà de $k=1000$ itérations la division de α par dix ne permet pas de visualiser le gain en dB obtenu à cause de la convergence lente qui découle d'une valeur de α trop petite (0.0006, 0.00006). Pour la figure 6.26 la convergence est très rapide car $\alpha=0.2$ est une valeur très élevée (à la limite du seuil de convergence égal à 0.25). La valeur théorique du résidu d'écho (6 dB) est atteinte après 100 itérations. Lorsque $\alpha=0.02$ un gain de 14 dB est obtenu et continue à croître légèrement dès qu'on dépasse 1000 et 1500 itérations.

VI-3-2- ALGORITHME DU SIGNE

Pour l'algorithme du signe (Fig.6.27, 6.28) des paliers sont obtenus après chaque division par dix. Seulement le choix d'une valeur α trop élevée au départ ne procure pas une annulation importante (5 dB uniquement). Elle ne s'améliore qu'après 500 itérations pour atteindre 45 dB en fin de compte.

Les figures 6.29, 6.30 respectivement pour $N=4$ et $N=8$ montrent les mêmes paliers avec une amélioration totale de 48 dB. Cependant il est à remarquer de longs paliers lorsque α n'a pas assez diminué. Ceci pose la question lors des simulations après combien de temps faut il diminuer α ?

En comparant les figures, il est possible de déduire qu'une fois le palier atteint, en divisant α plus rapidement toutes les 250 itérations par exemple plutôt que toutes les 500, on aboutit plus vite à un faible résidu d'écho. Enfin les courbes (Fig.6.31, Fig.6.32) montrent l'effet de la diminution de α sur les coefficients. Les ondulations autour de la valeur exacte ont tendance à diminuer lorsque α diminue entraînant ipso facto la diminution de l'erreur en régime établi et identifiant de la façon la plus correcte le trajet d'écho.

VI-4 OPTIMISATION DES PERFORMANCES DE L'ANNULEUR D'ECHO EN FAISANT VARIER N

Jusqu'à présent les techniques utilisées pour améliorer les performances de l'annuleur d'écho ont consistés à utiliser une phase d'apprentissage ou à diminuer le paramètre d'adaptation α après un certain nombre d'itérations afin de procurer une convergence rapide au départ, et un écho résiduel faible à la fin. Cependant il faut faire un compromis entre la vitesse de convergence et l'erreur en régime établi puisqu'une convergence rapide impliquerait une grande valeur de α et automatiquement un écho résiduel élevé et vice versa. Une contribution originale va être tentée pour améliorer les performances de l'ANEC en jouant cette fois ci non pas sur α mais sur le

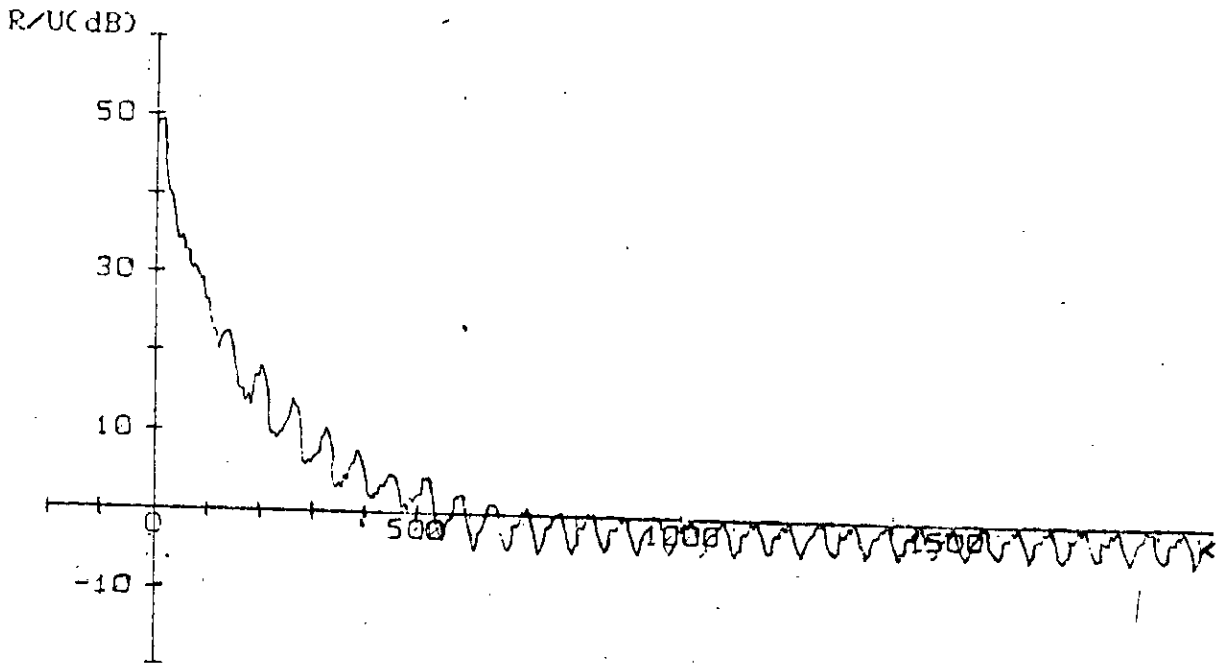


Fig.6.24. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=16$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=3.0E-5$; (G)

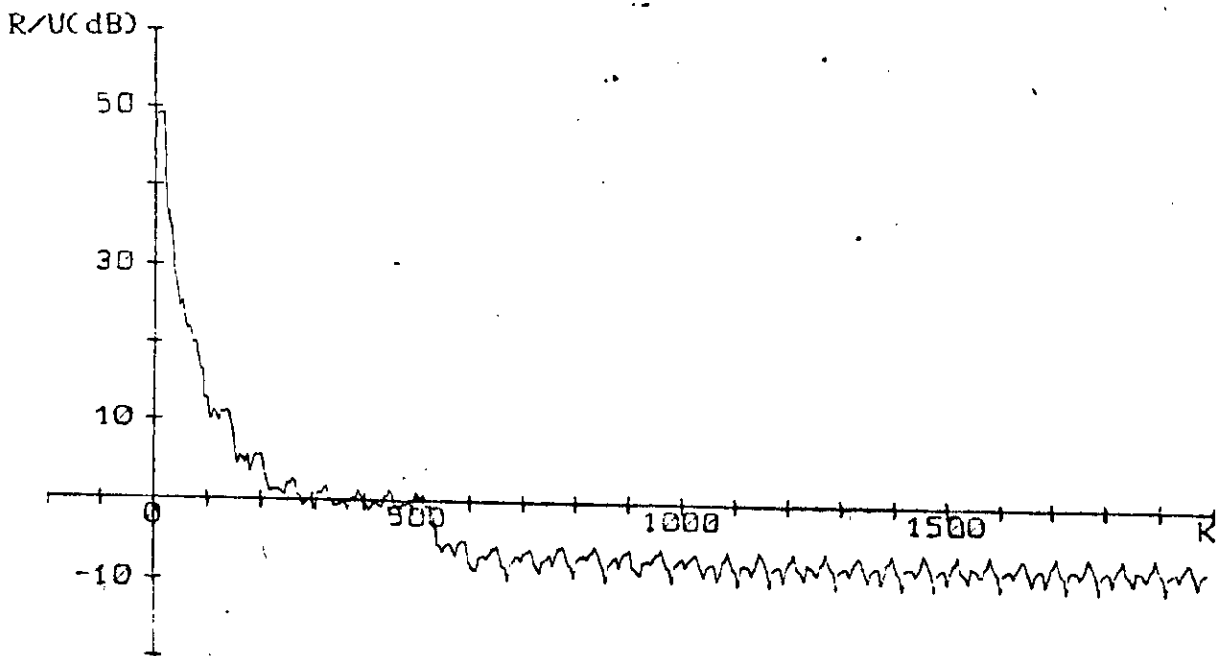


Fig.6.25. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=8$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=6.0E-5$; (G)

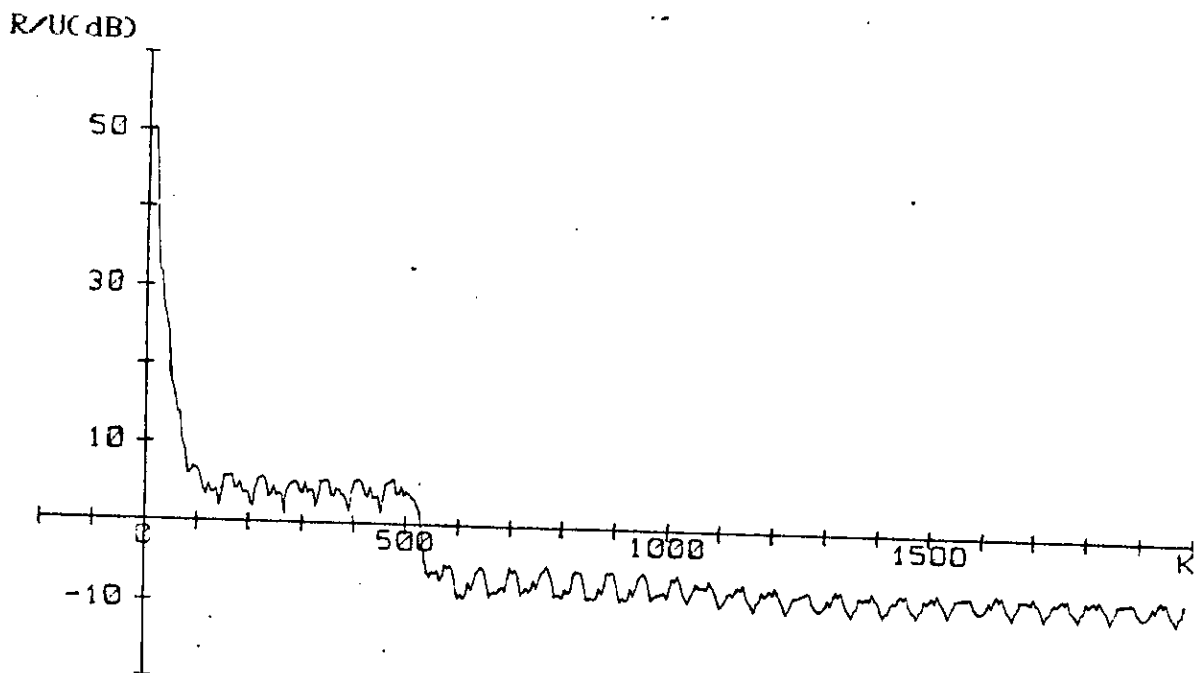


Fig.6.26. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=4$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=2.0E-4$; (G)

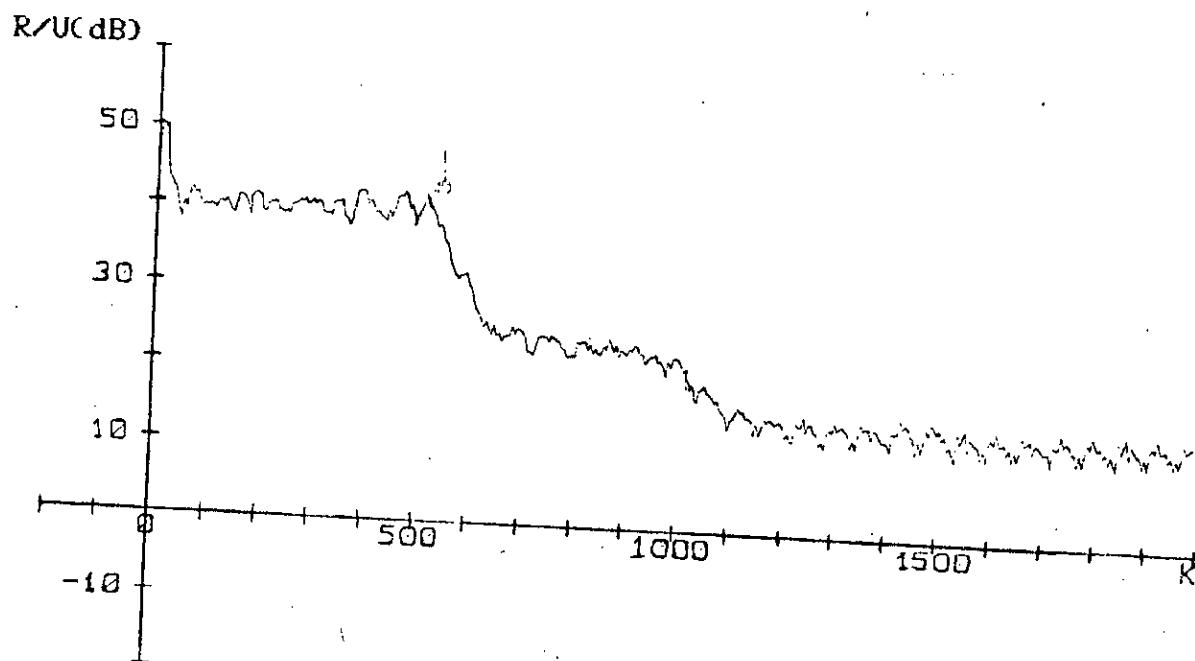


Fig.6.27. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=16$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=3.0E-5$; (S)

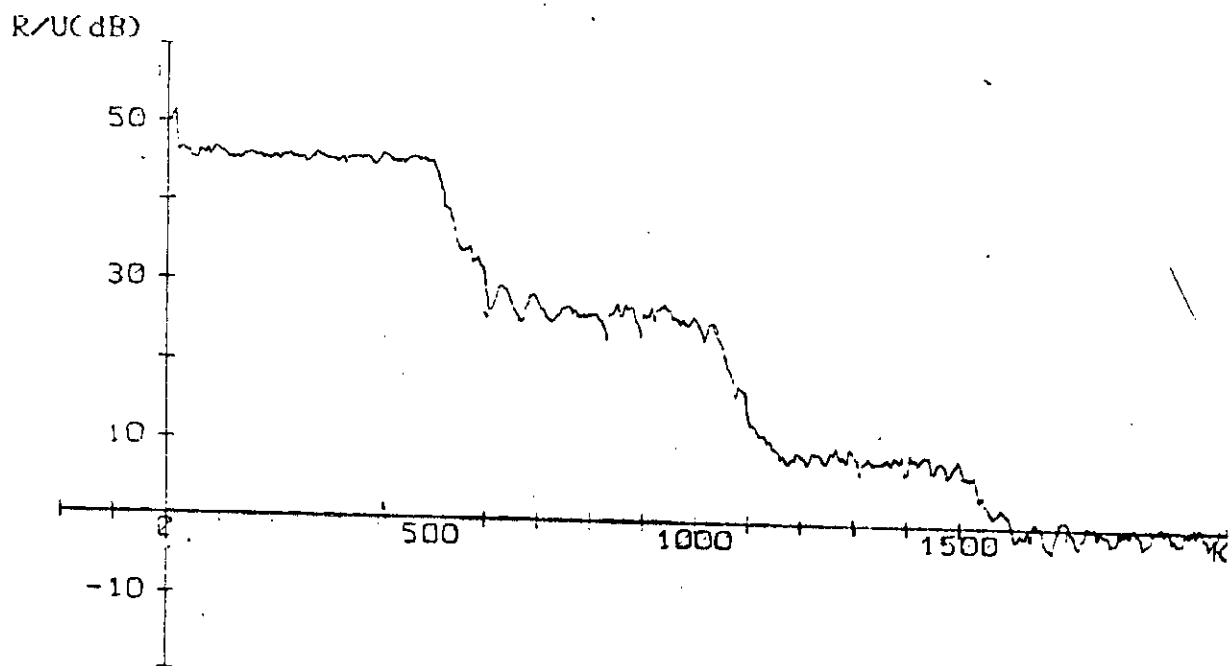


Fig. 6.28. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=16$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=6.0E-5$; (S)

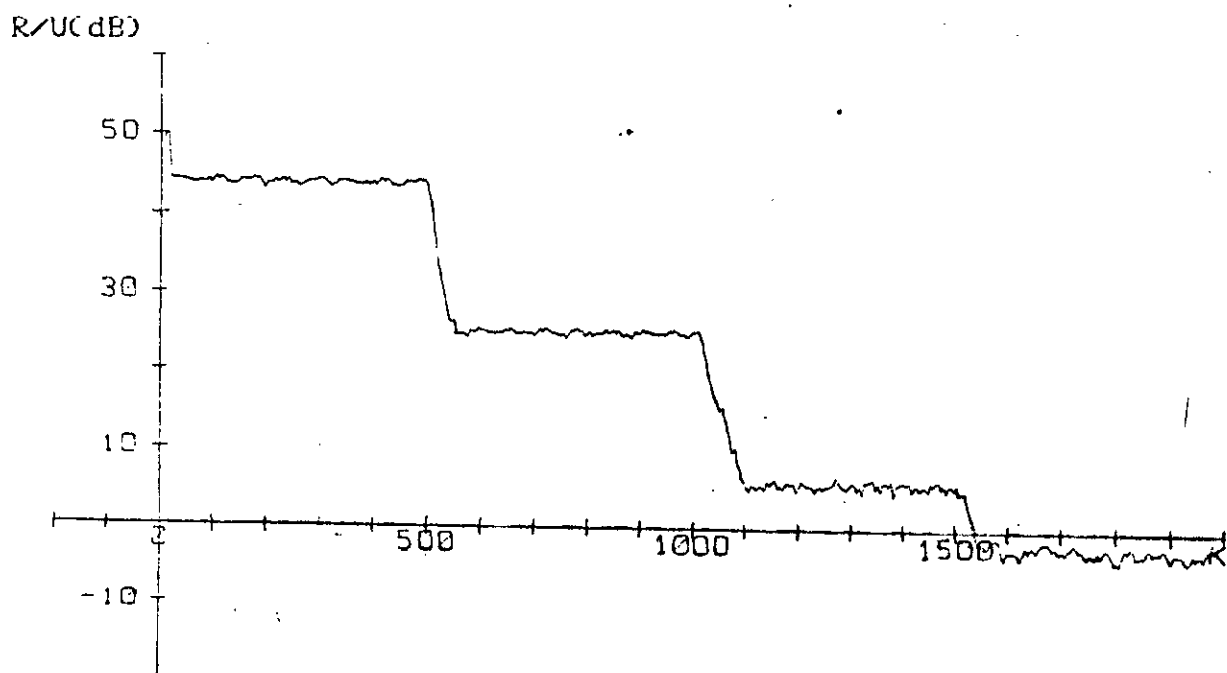


Fig. 6.29. Variation du résidu d'écho en fonction de K .
 $N=4$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=2.0E-4$; (S)

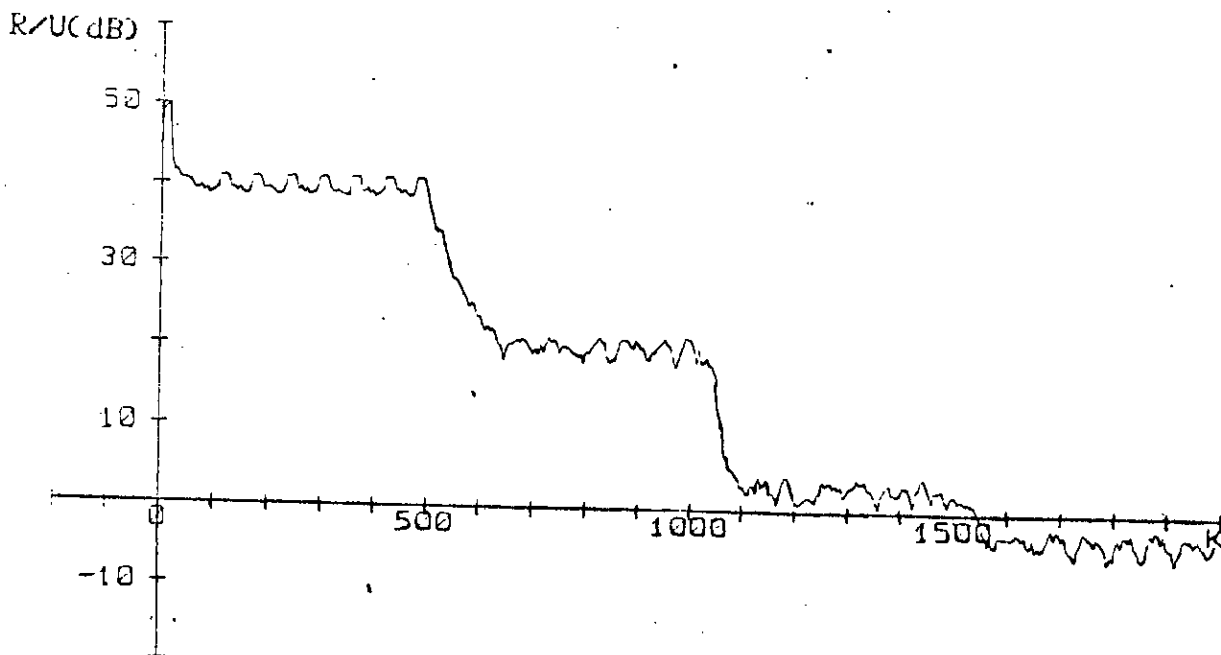


Fig.6.30. Variation du résidu d'écho en fonction de K.
 $N=8$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=6.0E-5$; (S)

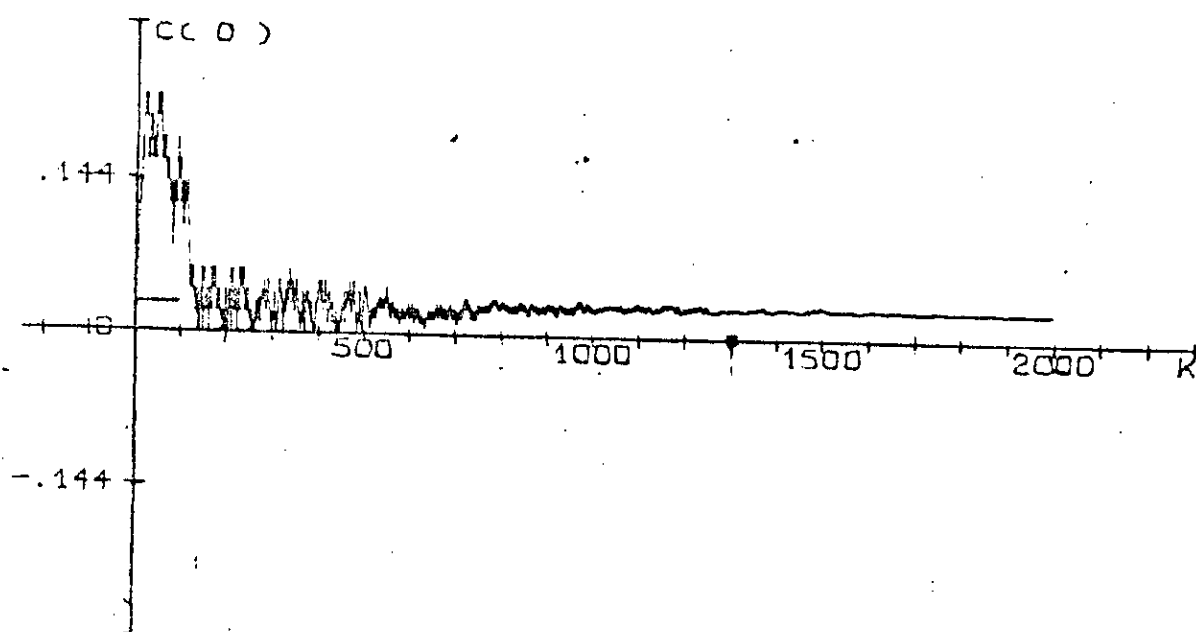


Fig.6.31.a. Variation du coefficient N^0 en fonction de K.
 $N=4$; $S/B=20$ dB, $E/U=45$ db; $\alpha=7.8125E-5$

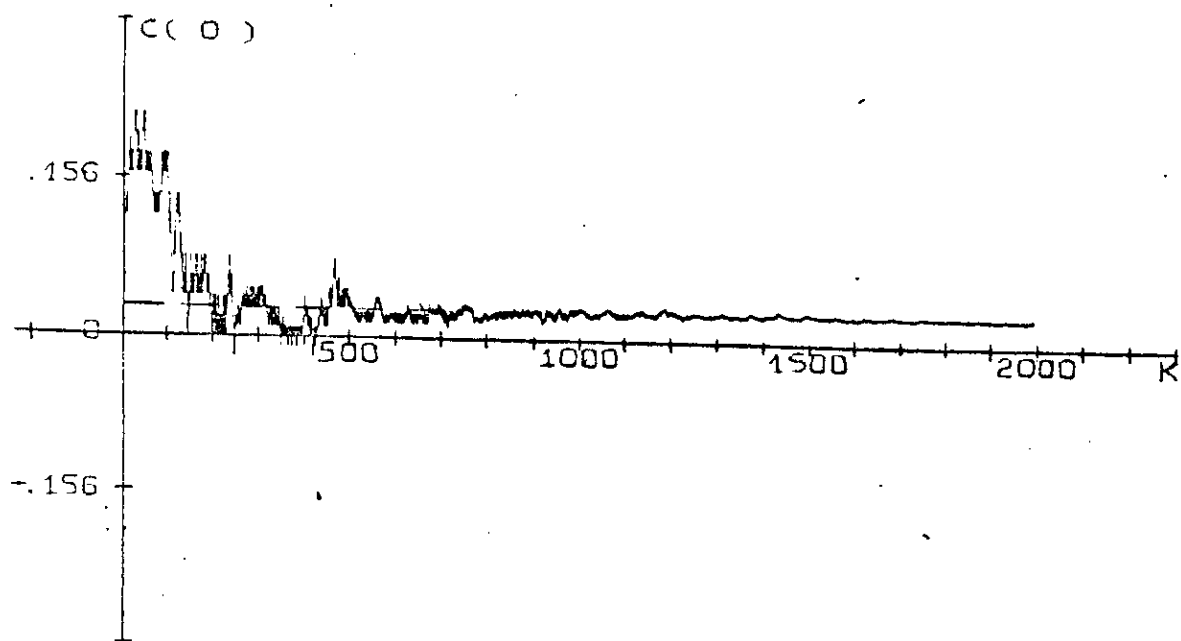


Fig.6.31.b. Variation du coefficient N°0 en fonction de K.
 $N=8$; $S/B=20\text{dB}$; $E/U=45\text{dB}$; $\alpha=7.8125E-5$

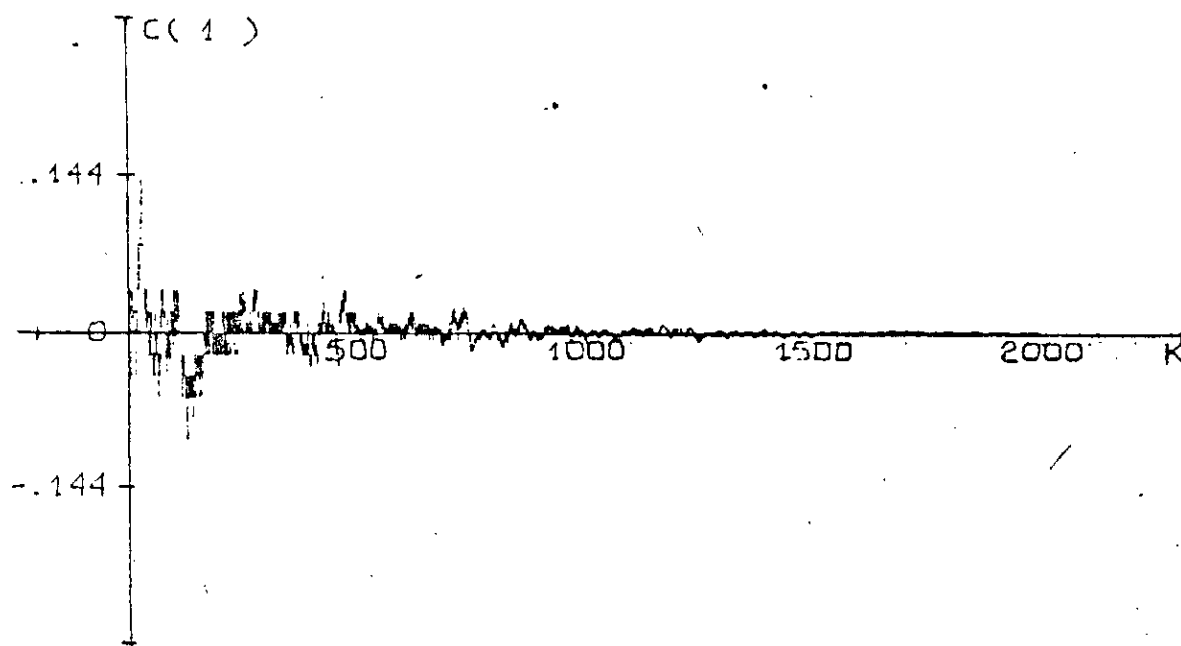


Fig.6.32. Variation du coefficient N°7 en fonction de K.
 $N=8$; $S/B=20\text{ dB}$, $E/U=45\text{ db}$; $\alpha=7.8125E-5$

nombre de coefficients du filtre annuleur d'écho. En effet, le rôle de l'ANEC est d'identifier le mieux possible le trajet d'écho, or on constate que la représentation de la réponse impulsionnelle du trajet avec un nombre de coefficients trop élevé revient à rajouter du bruit supplémentaire. D'un autre côté le choix d'un nombre de coefficients faible equivaut à une mauvaise identification (troncature) du trajet d'écho dont on ne connaît pas à priori la longueur.

A partir de ces constatations, on va essayer d'optimiser le nombre de coefficients N de l'annuleur en trouvant la valeur qui identifie le mieux le trajet d'écho. On rappellera au passage que ce dernier est linéaire et pratiquement invariant dans le temps [25]. Cette invariabilité est valable pour une liaison donnée et change dès qu'il y'a utilisation d'une nouveau support de communication (longueur de la ligne, type de ligne, connexions,...) [22].

La démarche suivie consiste à diminuer N de un, deux et quatre ou de le diviser par deux après un certain nombre d'itérations (250 ou 500). Les autres paramètres sont maintenus constant. La valeur de départ de N est la plus élevée car il est préférable d'avoir un bruit additionnel (dû au choix d'un N trop grand) que de dégrader l'annulation d'écho par le choix d'un nombre N trop faible n'identifiant pas assez le trajet d'écho qui a six coefficients dans nos simulations.

VI-4-1 ALGORITHME DU GRADIENT

La variation du résidu d'écho en fonction du nombre d'itérations k est représentée (Fig.6.33,6.34) lorsque les autres paramètres ont comme valeurs: $\alpha=0.01$, $S/B=20\text{dB}$, $E/U=45\text{dB}$.

La valeur de départ de N est 20, elle est diminuée de quatre toutes les 500 itérations. Les lignes en pointillés donnent le niveau de E/U après chaque 500 itérations. L'agrandissement (Fig.6.34) de la courbe (Fig.6.33) montre que le niveau atteint pour $N=8$ (entre 1500 et 2000) est de -13.7 dB, soit une atténuation globale de $45-(-13.7)=48.7\text{dB}$.

La valeur de départ de N pour les courbes (Fig.6.35,6.36) est de 16 et 12, respectivement. La valeur finale est de 4 pour les deux cas. Les pointillés donnent les valeurs de E/U après 500, 1000, 1500 (Fig.6.35) et après 500 et 1000 itérations (Fig.6.36). Les résultats obtenus sont de -13.2 dB pour $N=16$ et de -13 dB pour $N=12$.

Lorsque N est réduit de deux toutes les 1000 itérations (Fig.6.37, 6.38), la réduction totale (Fig 6.37) atteint pour $\alpha =0.01$ la valeur -8 dB. Par ailleurs lorsque $\alpha=0.001$ le résultat final est considérable puisqu'il est de -18 dB. La courbe (Fig.6.38) relative à N de départ égal à 12 montre que le niveau d'annulation atteint est de -13 dB pour $\alpha=0.01$ et de -15.7dB pour $\alpha=0.001$.

Les figures 6.39 à 6.42 où N est diminué de un toutes les milles itérations permettent de dresser le tableau (TABL.-XIII).

Le résidu limite atteint pour $\alpha=0.01$ (TABL.XIII) se dégrade au fur et à mesure que N augmente. Ceci est dû au fait que lorsque N est grand (par rapport au nombre de coefficients du trajet d'écho) les distorsions introduites sont d'autant

TABL.XIII. Résidu en fonction de N

α	N	8	12	16	20
0.01		-13.0dB	-11.1dB	-8.0dB	-7.6dB
0.001		-15.7dB	-19.4dB	-18.0dB	-16.4dB

plus grande que α est grand. En effet, nous remarquons que pour α égale à 0.001, même l'augmentation de N n'influe pas tellement sur le niveau d'annulation finale car une faible valeur de α fait en sorte que les distorsions introduites ne sont pas perceptibles ou d'une grande influence sur la valeur des coefficients. Autrement dit, plus α est faible moins grave est le choix d'un nombre N élevé; et l'inverse est pour α grand. Enfin les niveaux d'annulation atteint pour $\alpha=0.001$ est de l'ordre de celui trouvé précédemment (TABL.X) pour les valeurs finales de N (4,8,16).

Les figures 6.43 à 6.46 concernent le cas où il n'y a pas d'interférences intersymboles. Le nombre de coefficients N est divisé par deux toutes les 500 itérations jusqu'à $k=1500$ où il garde la dernière valeur jusqu'à la fin. La dégradation remarquée (Fig.6.45) provient de la trop faible valeur de N qui est trois (3). Les valeurs des résidus limites trouvés sont de l'ordre de celle rencontrées précédemment (TABL.VIII et X).

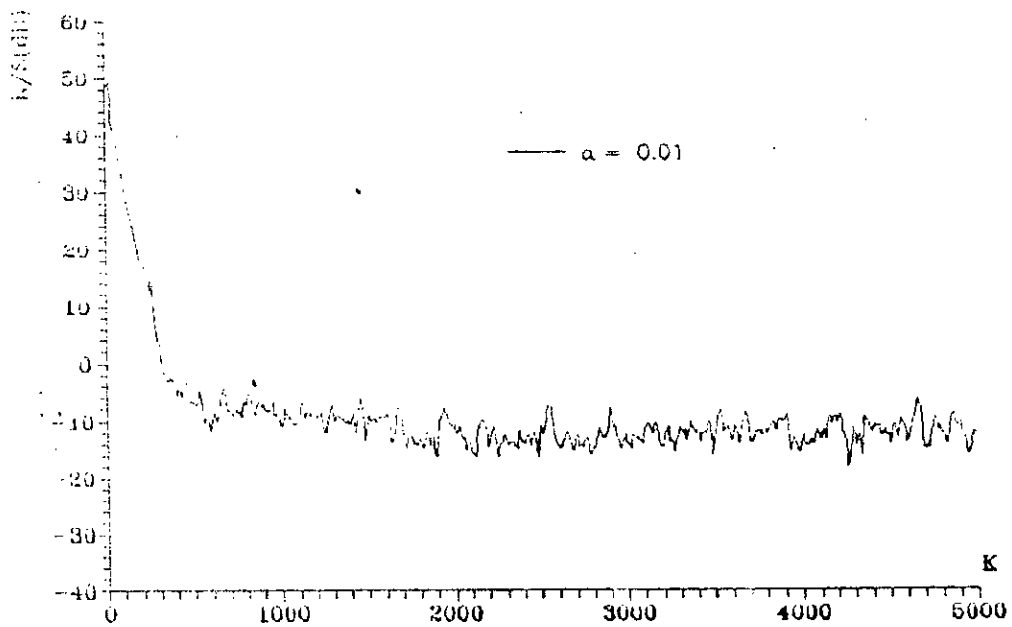


Fig. 6.33. $N=20; e/s=45\text{dB}; s/l=20\text{dB}; (G)$

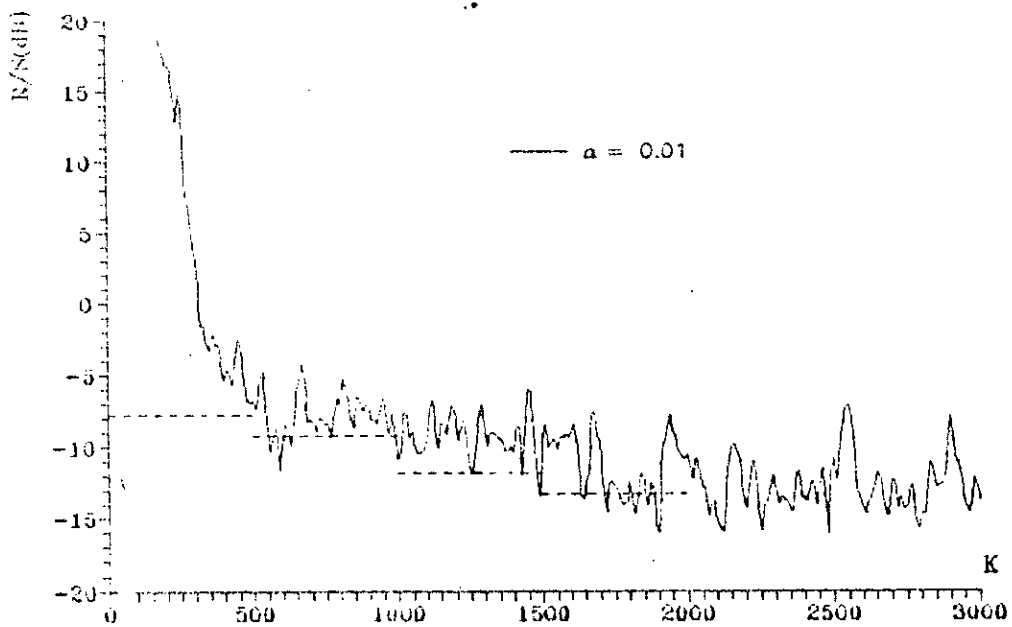


Fig. 6.34. $N=20; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (G)$

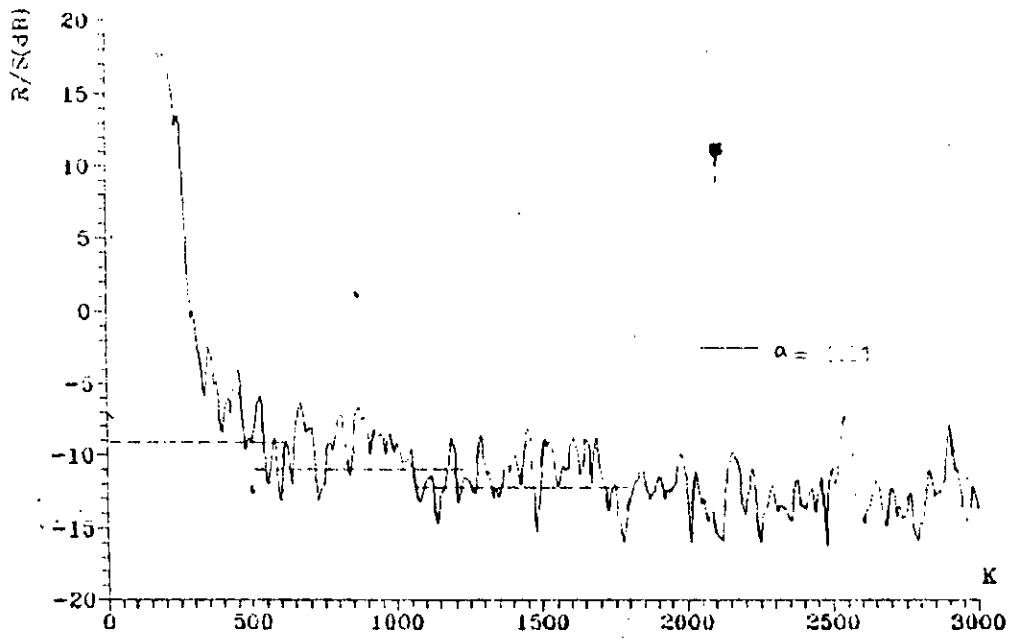


Fig.6.35. $N=16; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (\alpha)$

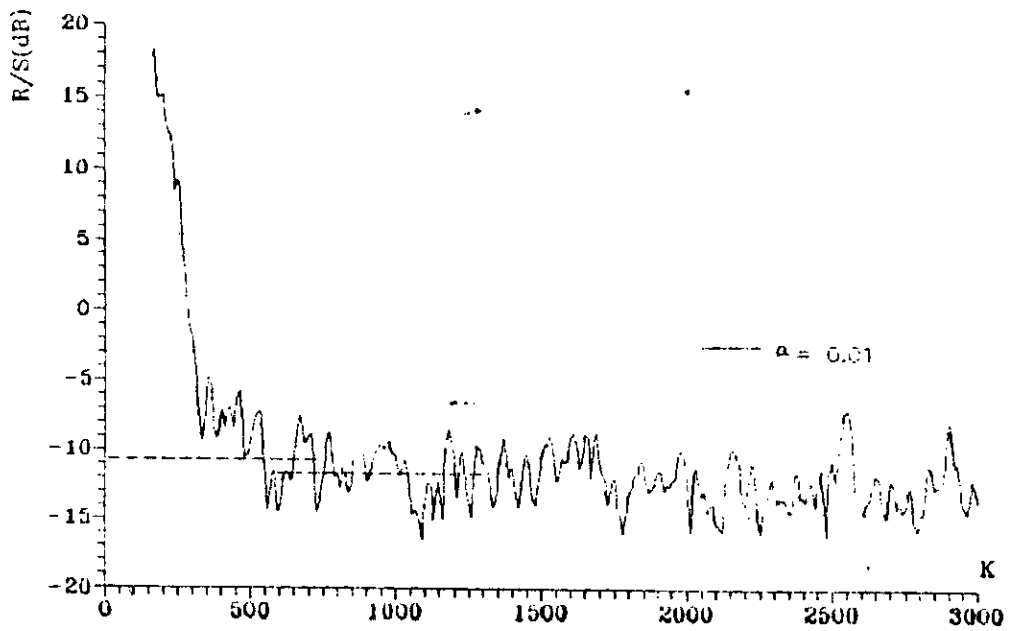


Fig.6.36. $N=12; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (\alpha)$

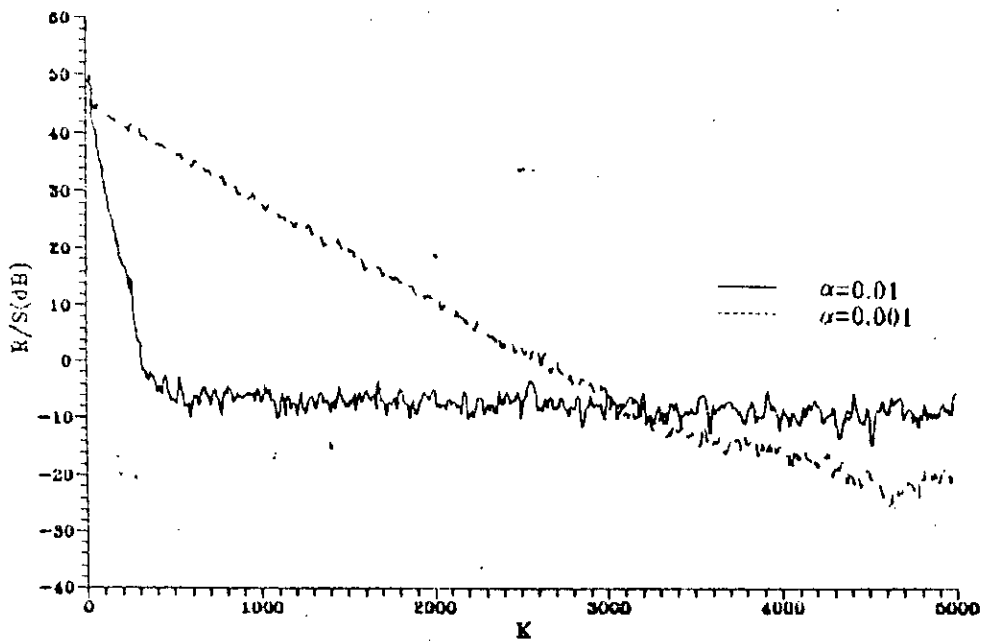


Fig. 6.37. $N=20; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB(G)}$

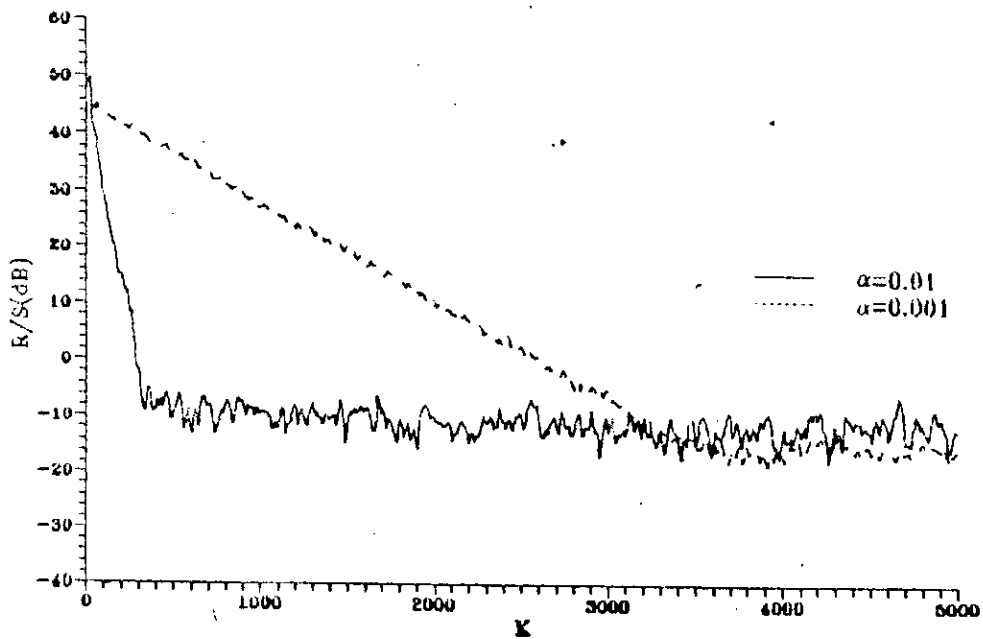


Fig. 6.38. $N=12; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB(G)}$

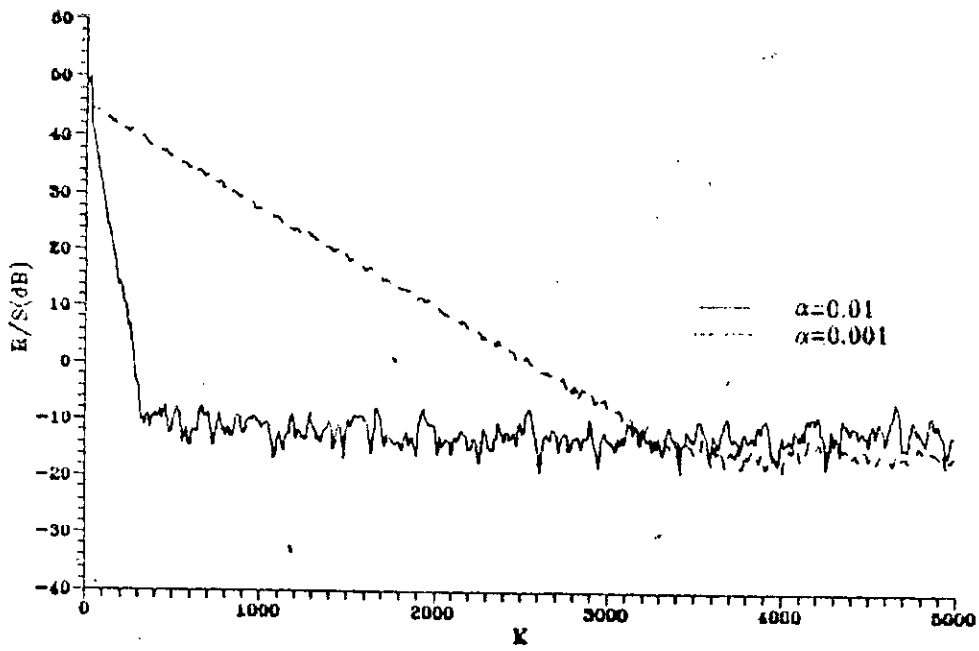


Fig.6.39. $N=8; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (G)$

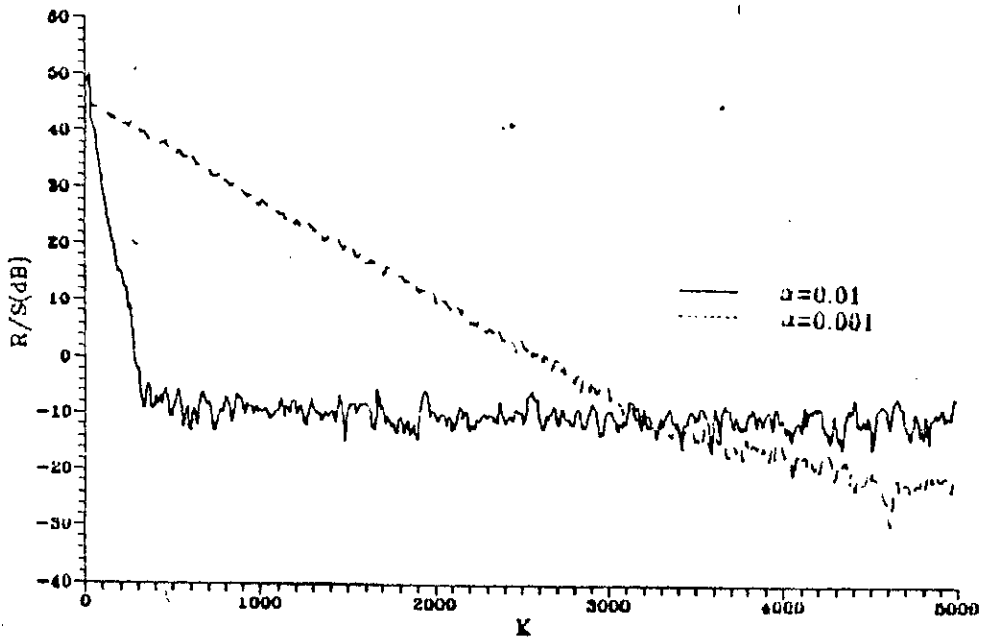


Fig.6.40. $N=12; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (G)$

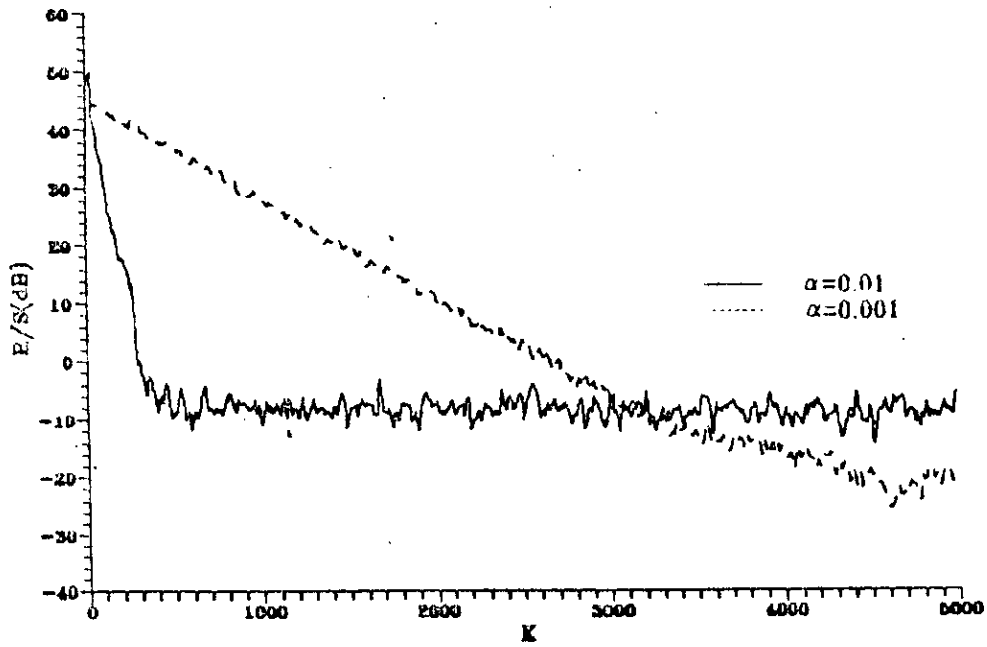


Fig. 6.41. $N=16; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (G)$

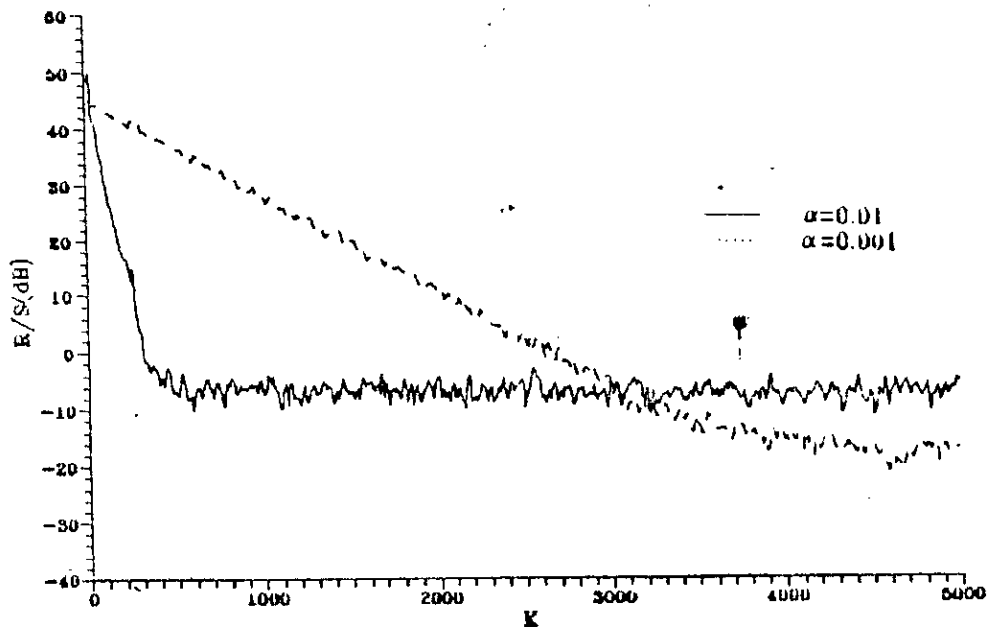


Fig. 6.42. $N=20; e/s=45\text{dB}; s/b=20\text{dB}; (G)$

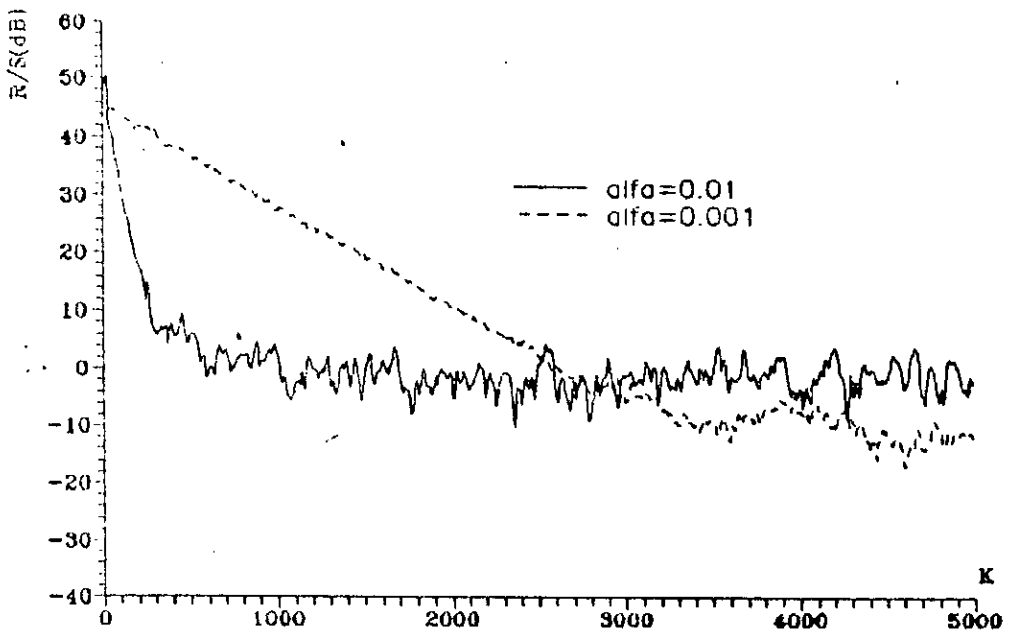


Fig.6.43. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20,$

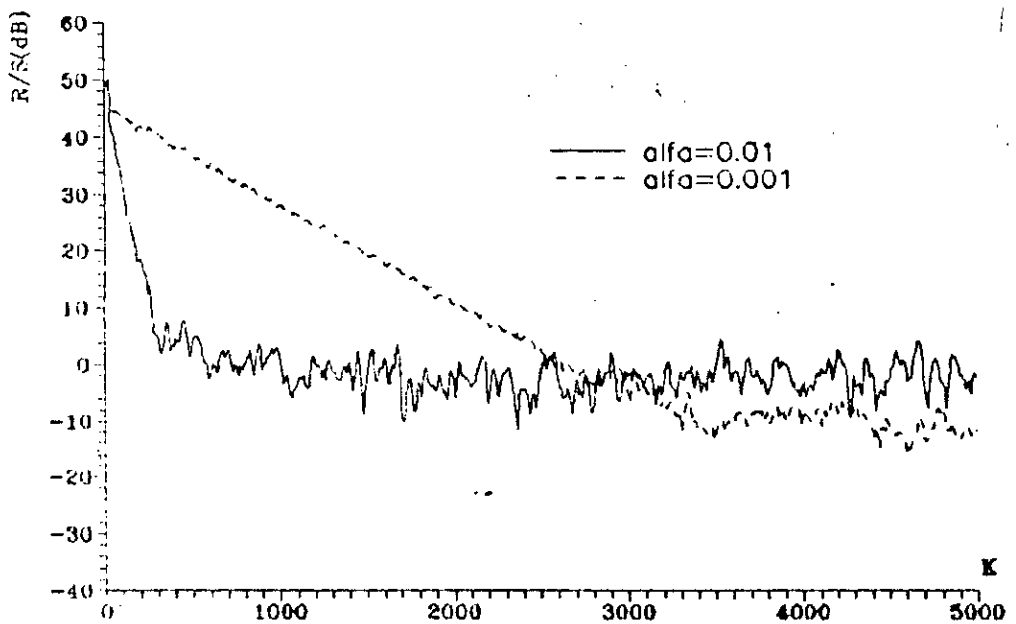


Fig.6.44. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=16,$

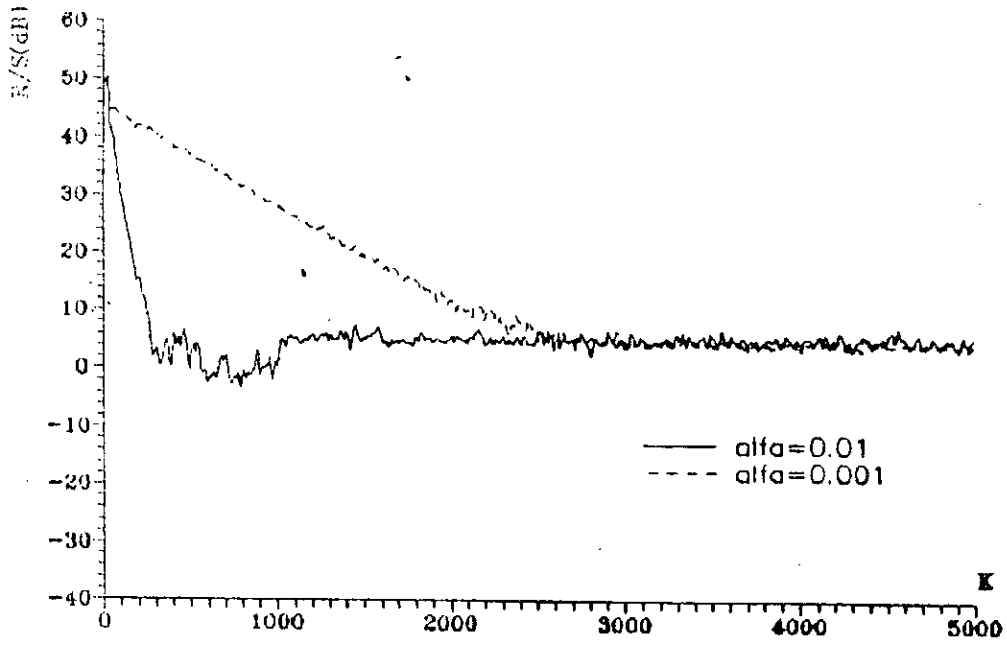


Fig. 6.45. $s/b=20$ dB, $e/s=45$ dB, $N=12$.

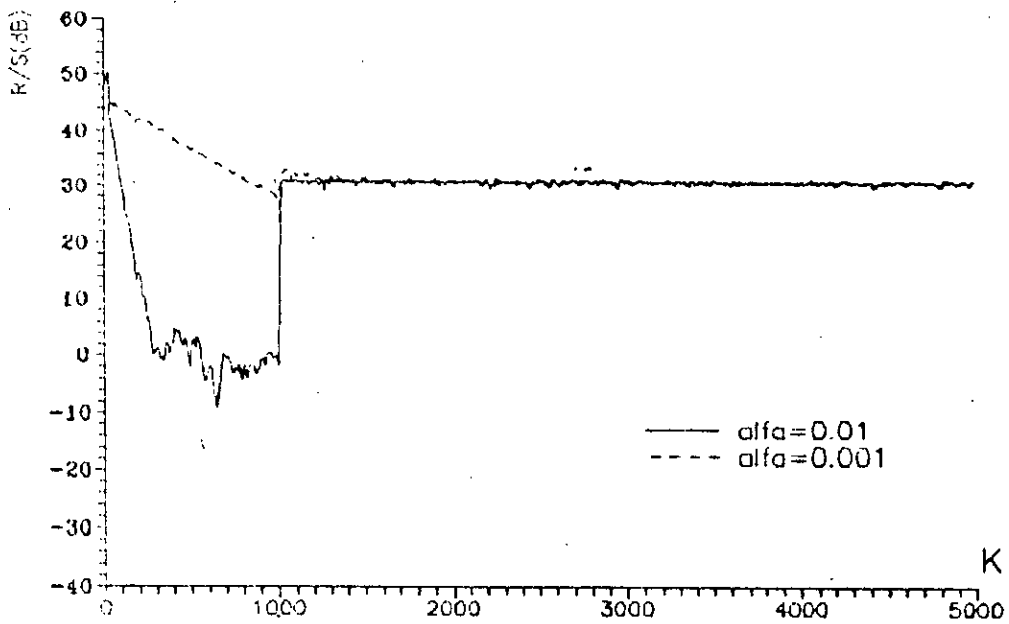


Fig. 6.46. $s/b=20$ dB, $e/s=45$ dB, $N=8$.

Pour les courbes (Fig.6.47, 6.48) la division de N a été faite toutes les 250 itérations. Il faut rappeler cependant que la convergence n'est pas modifiée du fait de son indépendance vis-à-vis de N .

VI-4-2- ALGORITHME DU SIGNE

Le recours à la réduction du nombre de coefficients facilite davantage l'utilisation de l'algorithme du signe. En effet, la diminution de N réduit le nombre d'opérations et ainsi la complexité de l'algorithme. Ceci peut être alors utilisé à profit pour choisir une valeur de α faible permettant une annulation acceptable. De ce fait, la diminution de la complexité en réduisant N , sert à l'adoption d'une valeur de α faible. Les courbes (Fig.6.49 à 6.54) sont relatives à $N=20$ et α égale à 0.001, 0.002, 0.01, 0.02. La réduction de N étant de 4 ou de moitié toutes les 500 itérations. Les courbes (Fig.6.55 → 6.57) sont pour $N=12$.

VI-5 CONCLUSION

Le chapitre VI a exposé les différentes techniques d'optimisation des performances d'un annuleur d'écho. La méthode classique consiste à faire varier le paramètre d'adaptation α ou à utiliser une phase d'apprentissage. Une nouvelle approche consistant à faire varier le nombre de coefficients N de l'annuleur a été introduite ici. Le but de cette méthode est de diminuer la complexité globale de l'annuleur surtout en vue d'une réalisation pratique. En effet, le choix d'une valeur de N adéquate, laisse un plus grand champ de

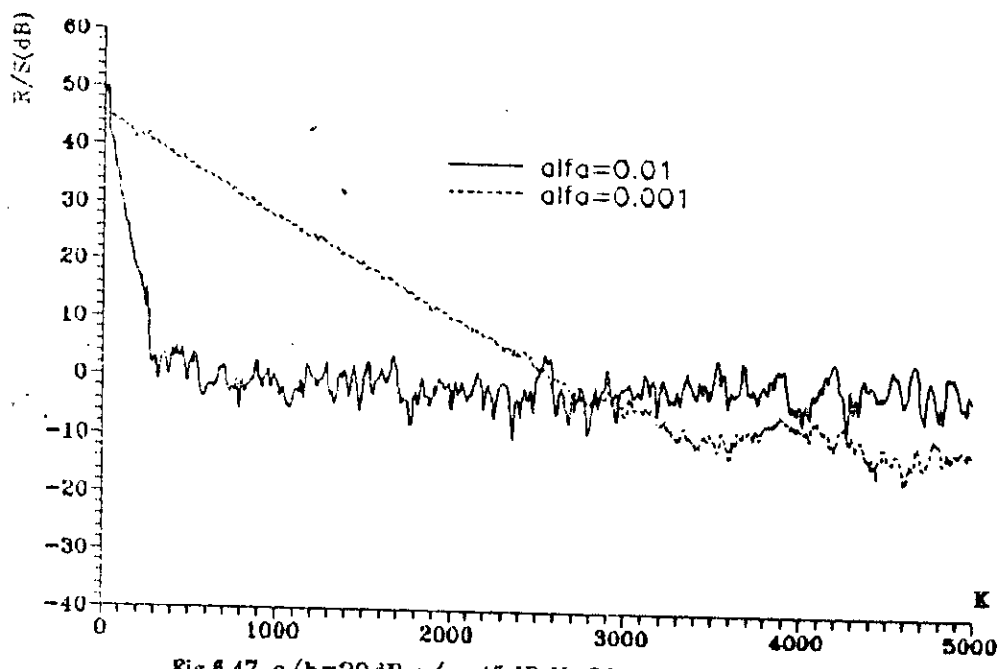


Fig. 6.47. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20.$

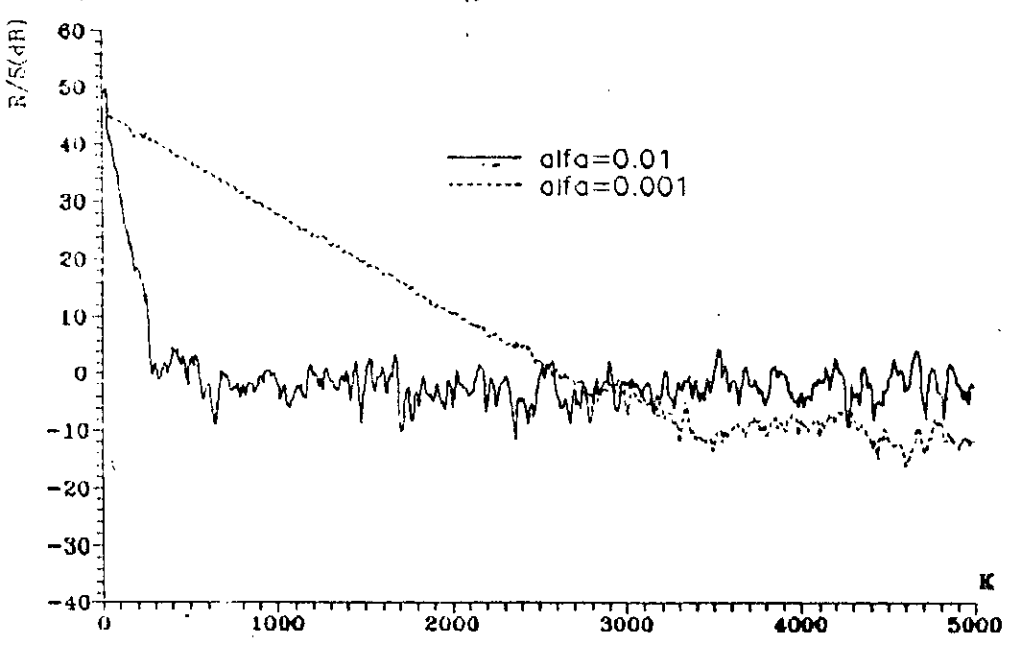


Fig. 6.48 $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=16.$

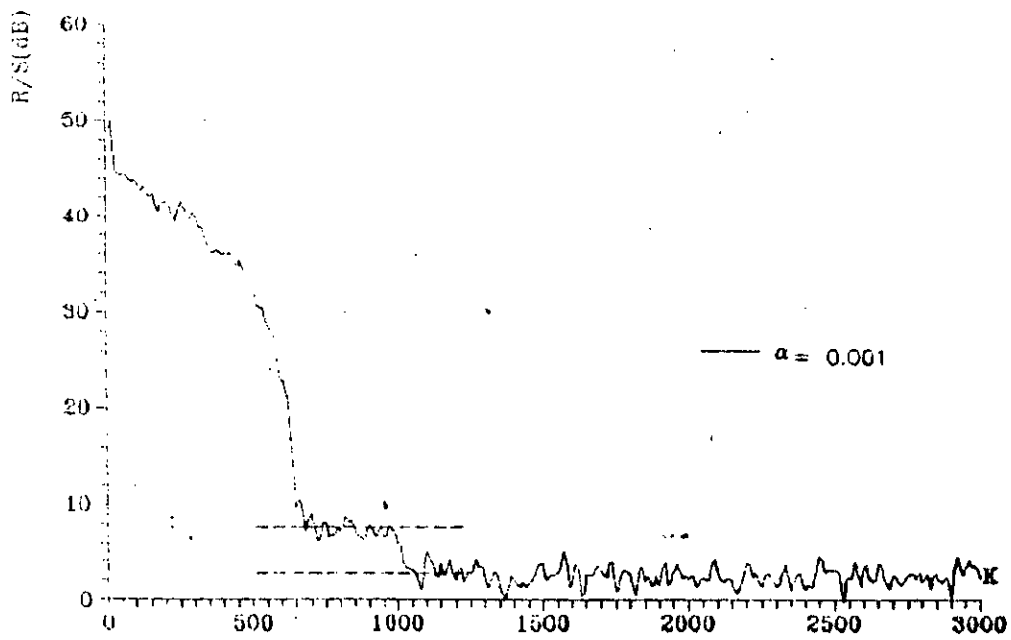


Fig.6.49. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20$.

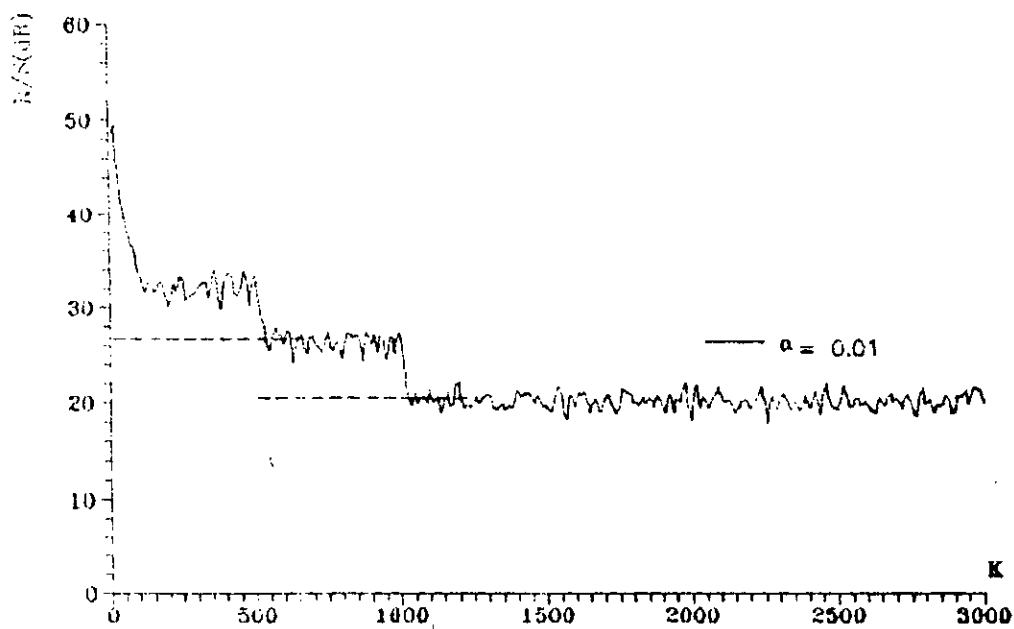


Fig.6.50. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20$.

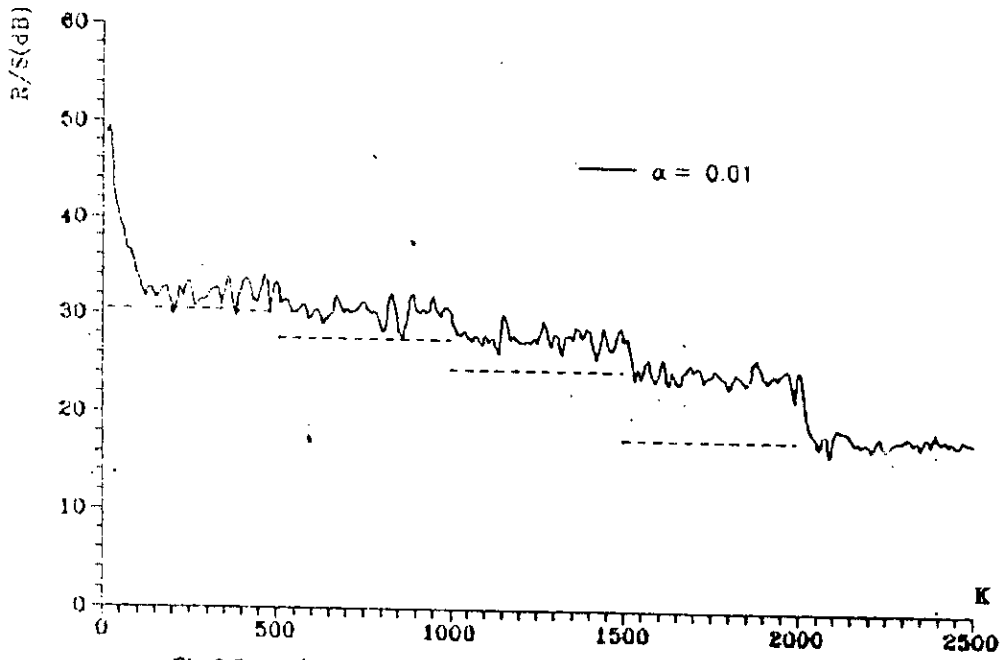


Fig.6.51. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20,$

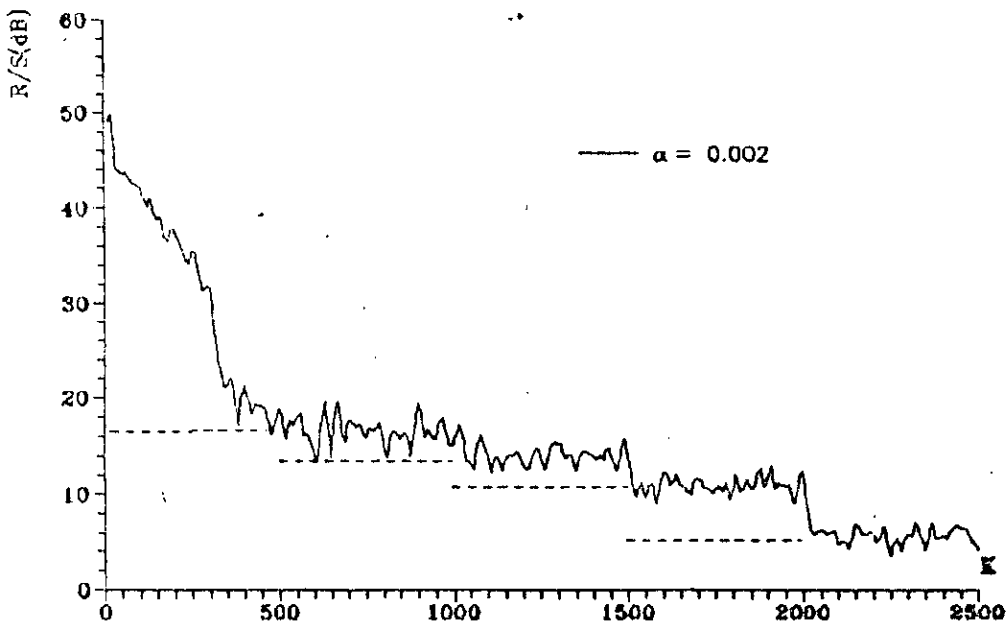


Fig.6.52. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=20,$

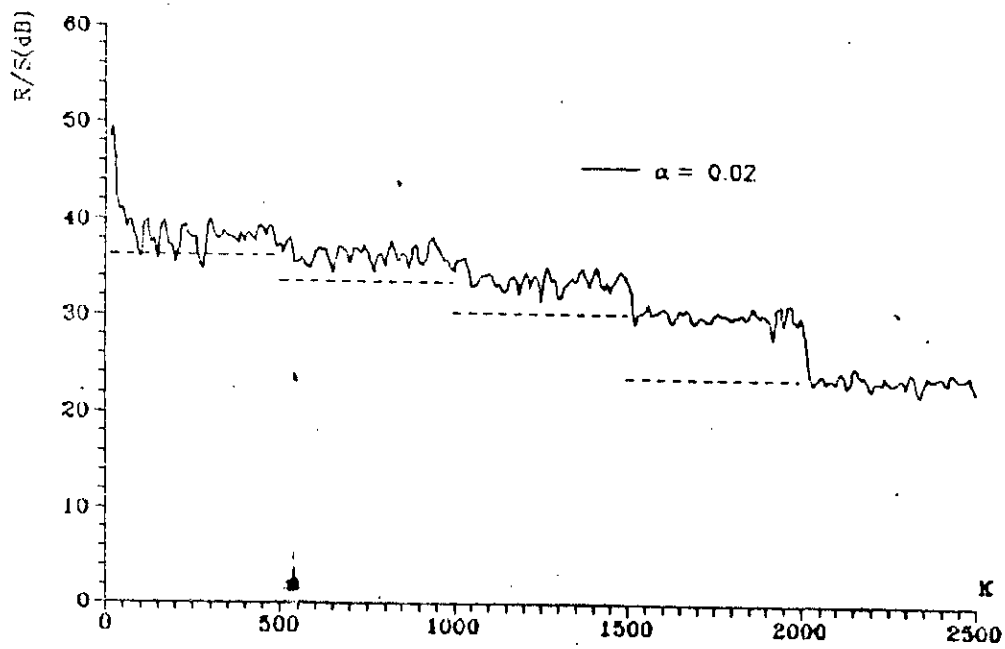


Fig. 6.53. $s/b=20\text{dB}, c/s=45\text{dB}, N=20,$

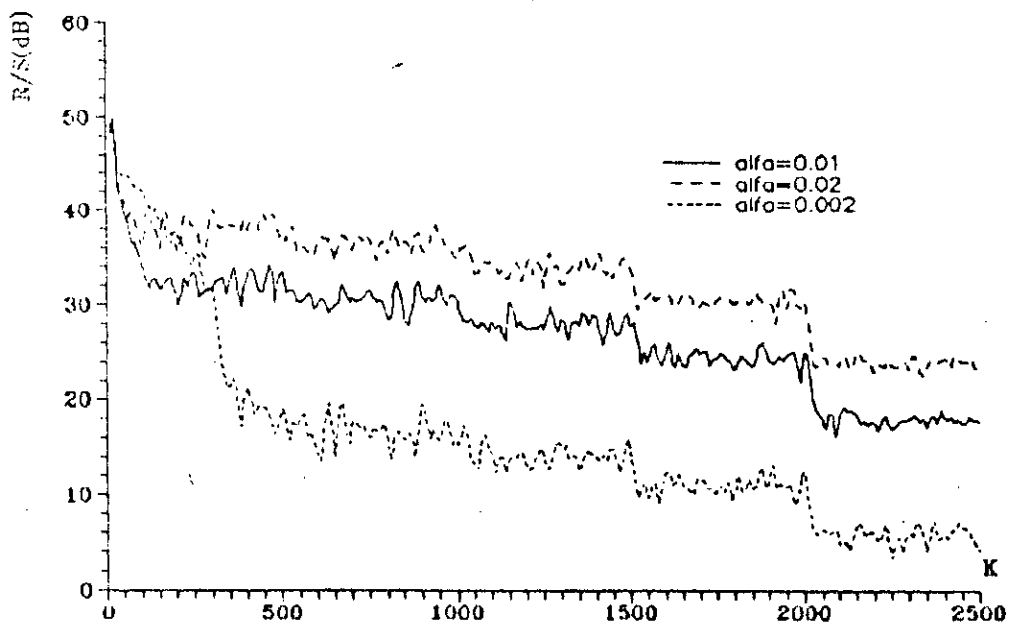


Fig. 6.54. $s/b=20\text{dB}, c/s=45\text{dB}, N=20,$

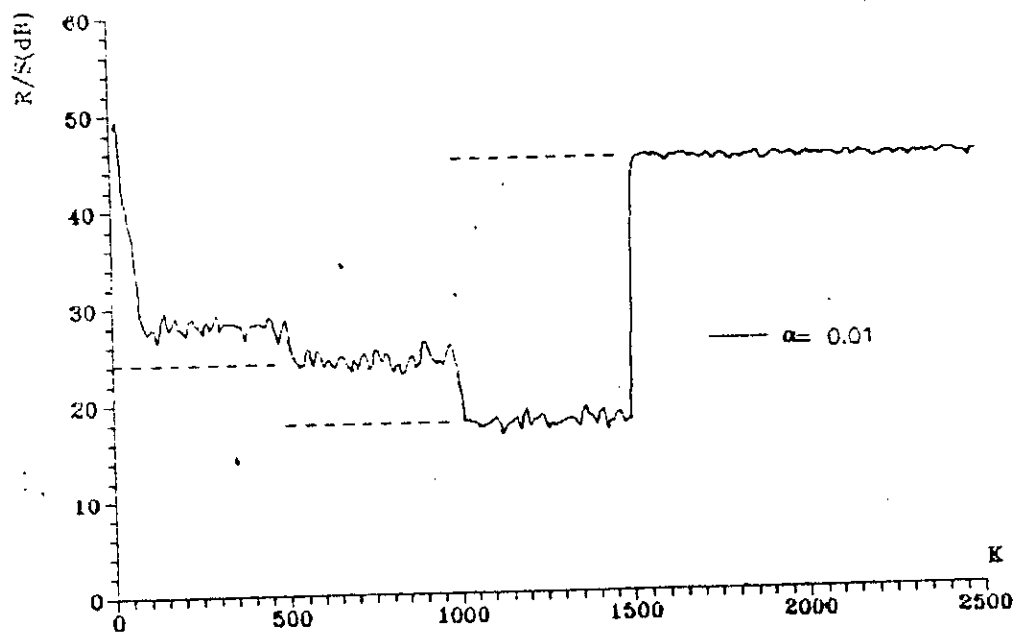


Fig.6.55. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=12$.

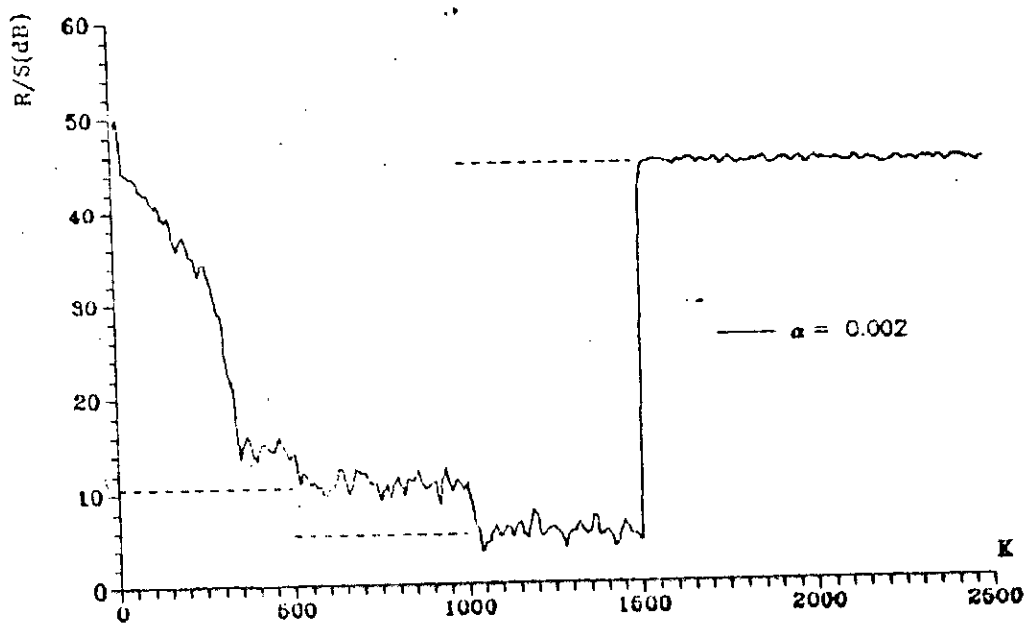


Fig.6.58. $s/b=20\text{dB}, e/s=45\text{dB}, N=12$.

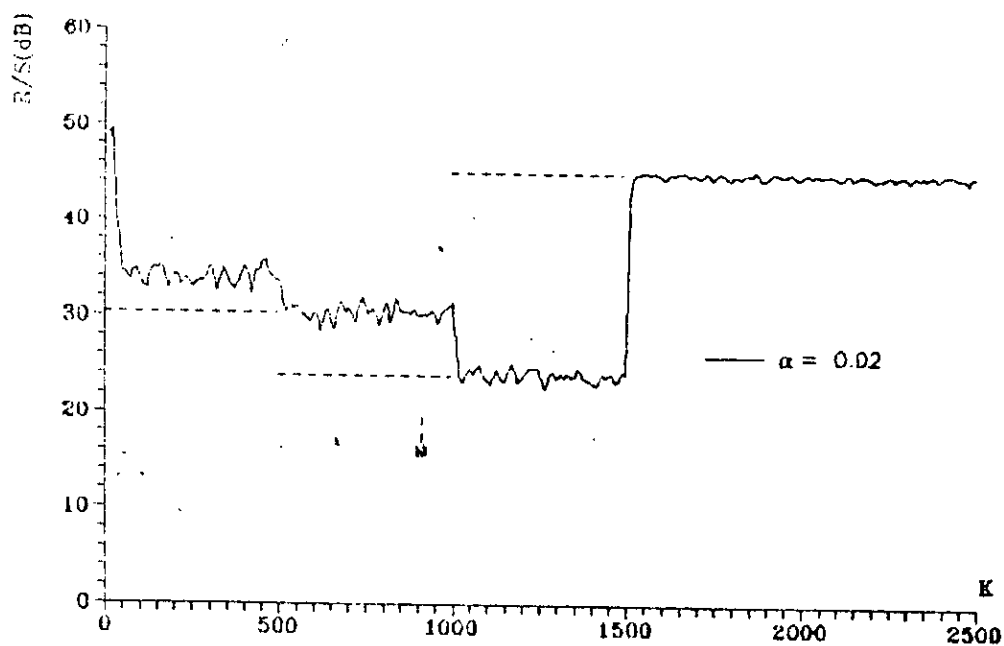


Fig. 6.57. $s/b=20\text{dB}$, $e/s=45\text{dB}$, $N=12$.

manoeuvres pour l'optimisation des autres paramètres. Ainsi pour l'algorithme du signe par l'exemple, la combinaison des différentes approches (α variable, N variable,...) permet d'entrevoir des performances aussi bonne que celle du gradient.

CONCLUSION

C O N C L U S I O N

L'objectif du présent travail a été d'analyser et de contribuer à l'amélioration des performances de l'annuleur d'écho utilisé dans la transmission de données en bande de base.

L'étude théorique a concerné les aspects fondamentaux de l'annulation d'écho en bande de base tels que le principe d'annulation, le contexte général dans lequel se situe l'annuleur ainsi que les différents algorithmes adaptatifs nécessaires à son fonctionnement. Par ailleurs, les paramètres qui caractérisent l'annuleur d'écho, à savoir le niveau de résidu d'écho atteint, la vitesse de convergence et la complexité globale du dispositif ont été détaillés.

L'annuleur d'écho a été simulé sur micro VAX dans des conditions variables. Les résultats obtenus ont donné satisfaction dans la plupart des cas. Plusieurs techniques d'amélioration des performances ont été passées en revue. Notamment une nouvelle approche consistant à faire varier le nombre de coefficients de l'annuleur afin de réduire sa complexité de réalisation. Cette approche constitue une contribution originale et donnerait une dimension supplémentaire aux performances du dispositif si elle venait à être combinée aux autres méthodes d'optimisation telles l'utilisation d'un pas variable, phase d'apprentissage, etc....

Plusieurs applications peuvent être envisagées à partir du travail fait. Avec l'annulation de l'écho lointain qui fait déjà l'objet d'une étude en post graduation, il est possible

d'intégrer ces travaux dans un nouveau axe de recherche en communication numérique. Avec l'avènement du réseau numérique à intégration de services (RNIS), et le développement de la technologie des composants électronique, l'annulation d'écho suscite un intérêt grandissant. Les récentes études des laboratoires de recherche se focalisent sur les aspects encore inexplorés tels les modèles d'écho non linéaire où sur l'amélioration des performances telles la vitesse d'adaptation, la complexité et l'implémentation de l'annuleur.

Bibliographie

B I B L I O G R A P H I E

- [1] ALVESTED (T.), ERICKSEN (T.J.C.). Echo canceler for two-wire data modems. *Electrical communications*. (1985), 59, n°3, pp. 333-337.
- [2] BASTANI (M.H.). Annuleur d'écho autoadaptatif pour la téléphonie. Thèse de docteur ingénieur (juin 1984).
- [3] BAUCHOT (F.), MACCHI (O.). Nouveau dispositif d'annulation d'écho utilisant un filtre interpolateur. *Ann. Télécom., Fr.* (1984), 39, n°11-12, pp. 499-513.
- [4] BELLANGER (M.). *Traitement numérique du signal*. Masson Fr (1983), Chap.XII.
- [5] BIGLIERI (E.), PRATI (G.). *Digital communications*. NORTH-Holland, USA (1985).
- [6] BONNET (M.), MACCHI (O.). Annuleur d'écho utilisant le principe de projection. *Dixième colloque sur le traitement du signal*. NICE (Mai 1985), pp. 571-576.
- [7] BONNET (M.), MACCHI (O.). Choix d'un algorithme en précision finie, pour annuleur d'écho. *Ann. Télécom., Fr.* (juil.-août 1983), n°7-8, pp.305-328.
- [8] C.C.I.T.T. *Communications de données sur le réseau téléphonique*. Livre jaune. Série V. T.VIII-1, (nov 1980).
- [9] C.C.I.T.T. *Communications de données sur le réseau téléphonique*. Livre orange. Série V. T.VIII-1, (1977).
- [10] C.C.I.T.T. *Réseaux publics pour données*. Livre orange. Série V. T.VIII-2, (1977).
- [11] CHEN. (W.Y.). Adaptive pilot filtering for LMS algorithm. *Conf. ICASSP, Canada*. (juil. 1991), pp.1509-1512.
- [12] CLAASEN. (T.A.C.M.), MECKLENBRAUKER (W.F.G.). Comparison of the convergence of two algorithmes for adaptative FIR digital filters. *IEEE Trans. ASSP, USA* (juin 1981), vol 29, n°3, pp.670-678.

- [113] DIXON (J.L.), CHEN (W.Y.). The implementation of an adaptive echo canceller for high speed digital data transmission. Conf. ICASSP, Canada. (Juil. 1991), pp.1597-1600.
- [114] DUTTWEILLER (D.L.), WEINSTEIN (S.B.). A twelve channel digital echo canceler. IEEE Trans. COM., USA (May 1978), vol 26, n°5, pp. 667-673.
- [115] DUTTWEILLER (D.L.), CHEN (Y.S.). A single chip VLSI echo canceler. BSTJ, USA (aout 1980), 68, n°8, pp. 948-963.
- [116] FALCONNER (D.D.). Adaptive reference echo canceller. IEEE Trans. COM., USA (sept. 1982), 30, n°9, pp. 2083-2093.
- [117] FEHER (K.). Advanced digital communications, Chap. 4. Prentice-Hall. USA. (1987).
- [118] FONTELLIET (P). GIRARD (J). Systèmes de élécommunication. Archouse.(Fr.1986)
- [119] GEE (S.), RUPP (M.). A comparison of adaptive I.I.R. echo canceller hybrids. Conf. ICASSP, Canada. (Juil.1991), pp.1541-1544.
- [120] GILSANZ (M.), PEDRON (F.), SILES (J.A.). Annulation adaptative d'écho pour transmission de données en bande de base. Revue des télécom., (1985), n°3, pp. 338-344.
- [121] GITLIN (R.D.), WEINSTEIN (S.B.). The effect of large tracking capability of digital implemented echo canceller. IEEE Trans. COM., USA (june 1980), 28, pp. 883-889.
- [122] GRANT (P.M), COWAN (C.F.N). (Editors). Adaptive filters. Prentice-hall.New Jersey (1987).
- [123] HOLTE (N.), STUEFLOTTEN (S.). A new digital echo canceller for two-wire subscriber lines. IEEE Trans. COM, USA (nov. 1981), vol 29, n°11, pp. 1573-1581.
- [124] KOLL (V.G.), WEINSTEIN (S.B.). Simultaneous two-way data transmission over a two-wire circuit. IEEE Trans. COM, USA (fév. 1973), vol 21, pp. 143-147.
- [125] LAICHI (F.), ABOULNASR (T.). A new efficient implementation of the AIFIR echo tail canceller for ISDN applications

- Conf. ICASSP. Canada. (Juil.1991), pp.1545-1548.
- [26] LEVY (M.Y). Technique d'annulation d'écho : transmission téléphonique et numérique. Ann. Télécom., Fr. (1981), 36, n°11-12, pp. 651-661.
- [27] MACCHI (O.). Filtrage adaptatif en communications. Ann. Télécom., Fr. (nov 1981), 36, n°11-12, pp.615-625.
- [28] MACCHI (C.), GILBERT (J.F.). Téléinformatique, Chap. 3. Collection technique et scientifique des télécommunications, Dunod, Fr. (1977).
- [29] MATHEWS (V.J.), SUNG (H.C.). Improved convergence analysis of the stochastique Gradient adaptative filters using the sign algorithm. IEEE Trans. ASSP, USA (April 1987), vol 35, n°4, pp.450-454.
- [30] MAZO (J.E.). On the independence theory of equalizer convergence. BSTJ, USA (1979), 58, n°5, pp. 963-993.
- [31] MISHA (S). Information transmission, modulation and noise. McGraw-Hill
- [32] MUELLER (K.H.). A new digital echo canceller for two wire full duplex data transmission. IEEE Trans. COM, USA (sep. 1976), vol 24, pp. 956-962.
- [33] PRABHAKARA RAO (C.B.K.). Analysis of the steady state performance in adaptative echo-cancellers with correlated received signal. IEEE Trans. ASSP, USA (dec. 1981), vol 29, n°6, pp. 1222-1225.
- [34] SPERANZINI (F.L.), BORRALLO (J.M.P.). Convergence analysis of L_2 -norm echo cancellers for PSK and QAM data transmission. Conf. ICASSP. Canada. (Juil.1991), pp. 1549-1552.
- [35] VERHOECKX (N.A.M.) *et al.* Digital echo cancellation for base bande data transmission. IEEE Trans.COM., USA (dec.1979), vol 27, pp. 768-781.
- [36] WEINSTEIN (S.B.). A passband data driven echo canceller for full duplex transmission on two wire circuit. IEEE Trans. COM., USA (juil. 1977), vol 25, n°7, pp. 654-666.

Annexe

A N N E X E

Le programme echo.for a été réalisé en langage FORTRAN. Il permet la génération de variables pseudo aléatoires d'une part et un bruit blanc d'autres part. L'accès au différents choix du programme se fait à l'aide d'un menu qui permet à l'utilisateur d'introduire les paramètres suivants:

- Le nombre de coefficients.
- Le rapport des différents signaux en dB.
- L'introduction des réponses impulsionnelles.
- Le choix d'une phase d'apprentissage et de sa durée.
- Le choix de l'algorithme utilisée.
- La valeur du pas d'adaptation.
- La variation du nombre de coefficients.

Les résultats étant stockés dans des fichiers à partir desquels des courbes sont tracées.

