

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Lex

THEME

ELABORATION D'UN LOGICIEL
DE FERRAILLAGE DES ELEMENTS
EN BETON ARME
AUX ETATS LIMITES

Proposé par :

A. CHARIF

Etudié par :

A. KRIKER
A. CHERIFI

Dirigé par :

A. CHARIF

PROMOTION JUIN 1988



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

ELABORATION D'UN LOGICIEL
DE FERRAILLAGE DES ELEMENTS
EN BETON ARME
AUX ETATS LIMITES

Proposé par :

A. CHARIF

Etudié par :

A. KRIKER
A. CHERIFI

Dirigé par :

A. CHARIF

PROMOTION JUIN 1988

E.N.P. - 10, Avenue Hacem Badi - EL-HARRACH - ALGER

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : GENIE CIVIL
Promoteur : A. CHARIF
Elève Ingénieur : CHERIFI Ahmed
KRIKER Abdelouahed

مصلحة: الهندسة المدنية
موجه: شريف عبد الحميد
تلميذ مهندس: شريف أحمد
كريكر عبد الواحد

الموضوع: إعداد برامج لحساب التسليح للعناصر المقاومة من الخرسانة المسلحة.
المختص: الهدف الأساسي من هذا المشروع هو استعمال البرامج الآلية لحساب التسليح للعناصر المقاومة من الخرسانة المسلحة.
هذه البرامج تتناول حساب التسليح للجوائز، الأعمدة والأساسات المعرضة للإضعاف البسيط والمركب.
يقدم هذا البرنامج كذلك بإعطاء صورته بياضه لكيفية التسليح للعناصر المدروس.

Sujet : Elaboration d'un logiciel de calcul de ferrailage des éléments en Béton armé

Résumé : L'objectif du projet est l'élaboration d'un logiciel de ferrailage des éléments en béton armé. Ce logiciel traite le ferrailage des poutres, poteaux et fondations (semelles isolées, continues) soumises à la flexion simple ou composée. Un sous programme pour le graphisme d'exécution est également élaboré.

Subject : Software for the design of reinforced concrete members

Abstraction : The aim of the project is the elaboration of a software for the design of reinforced concrete members. This software calculates the reinforcing steel sections of beams, columns and foundations (footings, ...) under flexure and axial force. A sub-programme execution graphics is also elaborated.

Dedicates

Je dedie ce travail à :

- ma mère et mon père pour tous Les sacrifices consentis à mon égard
- mon oncle Mohamed Seghir
- LA memoire de "L'Imam Echahid" pour tous ses efforts et sacrifices pour Le bien de La grande nation musulmane
- toute ma famille
- tous mes frères des " Massadjids "

Ahmed

Je dedie ce travail à :

- ma mère et mon père en signe de reconnaissance pour tous Les sacrifices consentis à mon égard et pour Leur soutien moral et matériel et Leurs encouragements tout Le long de mes études.
- mes frères et sœurs
- toute ma famille
- mes frères des mosquées
- L'ensemble des enseignants qui ont collaborer à ma formation.

A: KRIKER

Remerciements

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur : Monsieur A. CHARIF pour son aide si précieuse et ses conseils éclairés tout le long de notre travail

Nos remerciements vont également à M^{re} M. KHETTIB enseignant à : L' I.T.T.P.B

Nous exprimons notre gratitude à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation

Nous remercions aussi nos deux amis : MENHOUDJ Abdelkrim et FOUJIL Abdelhamid pour leurs aides.

A. CHERIFI
A. KRIKER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction

INTRODUCTION :

Les calculs en béton armé s'il ne sont pas très difficiles quand les méthodes générales sont maîtrisées, sont par contre toujours longs et fastidieux, ils sont sources d'erreurs difficiles à repérer.

Pour pallier à ces inconvénients, l'informatique devient alors l'outil idéal pour calculer la solution et voir l'influence de tel ou tel paramètre.

On assure de plus une bonne précision, un risque d'erreurs faible et un important gain de temps.

Notre projet a pour objet l'élaboration des programmes de ferrailage des éléments en béton armé selon les règles B.A.E.L 83.

Ces programmes sont mis au point sur des micro-ordinateurs compatibles IBM (HP vectra et Olivetti M24)

Le langage utilisé est le BASIC pour ses divers avantages.

La forme conversationnelle que nous avons adoptée dans notre programme permet à l'utilisateur de répondre aux questions posées par la machine, celle-ci après un calcul rapide affiche les résultats demandés.

Notre projet présente trois grandes parties

1. Etude des poutres
2. Etudes des poteaux
3. Etude des fondations

Pour cela nous avons élaboré deux programmes principaux :

1^{er} Programme Principal :
 Ce programme calcule le ferrailage des poutres et poteaux, il englobe (04) quatre sous programmes

1. Un sous programme pour le calcul des sections soumisees à la flexion simple ou composée à :

- l'état limite ultime de résistance

- l'état limite de service (E.L.S)

en plus la vérification de l'E.L.S vis à vis de la durabilité.

2. Un sous programme pour la recherche de la stabilité et

de l'effort ultime d'une pièce élançee dans le cas de risque de

flambement

3. Un sous programme de calcul des déformations et verif.

- iction des flèches pour les poutres

4. Vérification de l'effort tranchant

5. Un sous programme de graphisme qui fait l'exécution

de dessin de ferrailage.

2^e Programme Principal :

Ce programme dimensionne et calcule les sections d'armat-

- ures de trois (03) types de fondations qui sont :

1. Semelle isolée sous poteau (rectangulaire et circulaire)

2. Semelle continue sous mur

3. Semelle continue sous piliers.

En premier lieu la machine demande à l'utilisateur de faire son

choix entre ces trois types, et après un dimensionnement rapide, elle vérifie si le type choisi convient, dans le cas contraire elle passe directement pour le calcul d'un autre type.

Après cela, la machine passe pour le calcul des sections d'armatures.

CHAPITRE

- 1 -

GENERALITES

I. GENERALITES :

La méthode de calcul aux états limites a été adoptée par de nombreux pays. Elle constitue en FRANCE la base des règles de calcul du béton armé depuis 1980.

En ALGERIE, un intérêt particulier est porté à cette méthode, surtout après les séries de séisme (Exp: Séisme d'ELASNAM, ou les insuffisances des règlements précédents ont été constatées).

Néanmoins, les règles C.C.B.A 68 restent en vigueur dans notre pays en attendant l'apparition du "CODE ALGERIEN" en préparation depuis un certain temps.

I.1 APPERCU HISTORIQUE SUR LES METHODES DE CALCUL ANTERIEURES:

I.1.1 Méthode des contraintes admissibles:

L'idée de base consiste à limiter les contraintes s'exerçant en chaque point de la structure à une valeur inférieure à la limite d'élasticité du matériau constitutif. On peut émettre quelques critiques au sujet de cette méthode :

Cette conception de la sécurité s'est peu à peu révélée insuffisante pour plusieurs raisons dont les principales sont :

1^{ère} raison : La simple condition : $\sigma \leq \bar{\sigma}$, ne tient pas compte de la possibilité de plastification de la section qui permet après dépassement de la limite élastique une augmentation du moment fléchissant variable de 0 à 50% selon la forme de la section.

2^{ème} raison : L'inéquation $\sigma \leq \bar{\sigma}$ n'est généralement pas suffisante pour garantir la sécurité d'une construction vis à vis d'une augmentation accidentelle des charges appliquées, ce qui est le cas notamment pour les pièces soumises à la flexion composée

3^{ème} raison : Il ne paraît pas normal d'appliquer des coefficients de sécurité sur les contraintes qui ne tiennent pas compte de la nature de l'ouvrage projeté.

Les actions variables peuvent être beaucoup plus agressives que les actions permanentes notamment du fait de leurs variations (phénomène de fatigue).

4^{ème} raison : La méthode des contraintes admissibles ne permet pas de tenir compte du comportement non linéaire des structures (béton).

5^{ème} raison : La référence à une contrainte admissible ne permet pas de distinguer l'effet des charges directement appliquées de celui des forces qui résultent des déformations imposées, alors que leurs influences sur la résistance ultime sont très différentes.

I.1.2 METHODE DE CALCUL A LA RUPTURE:

Cette méthode prend pour état de référence l'état de rupture et fixe la valeur du rapport de la charge ultime à la charge de service. La totalité du facteur de sécurité se trouve dans ce fait appliqué aux actions extérieures.

La charge de rupture est calculée en adoptant un modèle de comportement des matériaux aussi fidèle que possible.

On peut émettre quelques critiques au sujet de ce procédé:

- Elle utilise un seul coefficient global de sécurité ce qui est insuffisant pour couvrir d'éventuels défauts de matériaux, de l'exécution ou les imprécisions et erreurs de calcul.

- Elle ne se préoccupe pas du comportement des ouvrages, en service, ce qui conditionne pourtant leur durabilité.

- Elle ne tient pas compte des dispersions fort différentes entre des divers matériaux ou les divers actions.

I.2 METHODE DES ETATS-LIMITES:

Un état limite est celui dans lequel une condition requise d'une construction ou d'un de ces éléments est strictement satisfaite

On distingue deux genres d'états limites .

I.2.1 LES ETATS LIMITES ULTIMES:

Ils correspondent à la limite :

- Soit de l'équilibre statique
- Soit de la résistance
- Soit de la stabilité de forme (flambement)

I.2.2 LES ETATS LIMITES DE SERVICE:

Ils correspondent à :

- L'état limite de compression de béton
- L'état limite d'ouverture de fissures

- L'état limite de déformation.

LE PRINCİPE :

Cette méthode consiste :

1. À définir les phénomènes que l'on veut éviter qui sont en fait les états limites.

2. À estimer la gravité des risques liés à ces phénomènes.

C'est pourquoi on distingue les états limites ultimes dont on considère que l'atteinte équivaut à la ruine de la structure et les états limites de service dont on considère que l'atteinte compromet l'utilisation de cette structure, sans qu'il ait ruine.

3. À dimensionner les éléments de la construction de telle manière que la probabilité d'atteinte d'un de ces phénomènes soit limitée à une valeur assez faible pour être acceptable en fonction du risque et en fonction du coût.

On raisonne en effet en termes probabilités car, il serait illusoire et trop coûteux de viser une sécurité absolue.

En résumé :

La méthode consiste à :

1. Définir une loi de probabilité pour les actions

2. Prendre en compte les lois réelles contraintes-déformations des matériaux.

3. Définir une loi de probabilité pour les matériaux en ce qui concerne leurs résistances mécaniques.

4. Majorer les actions et minorer les résistances pour

couvrir les autres facteurs aléatoires non pris en compte ci-dessus.

5. Calculer les sollicitations des différentes sections, les majorer pour tenir compte des approximations de calcul.

6. Vérifier que les sollicitations de calcul sont inférieures à celles correspondantes à l'état limite considéré.

I.3 HYPOTHÈSES DE CALCUL

I.3.1 Hypothèses propres aux états limites ultimes (E.L.U)

1. On suppose que les effets du second ordre (influence des déformations sur les sollicitations) sont négligés.

2. Les sections planes restent planes et conservent leurs dimensions après déformation.

3. Par suite de l'adhérence chaque armature subit la même variation linéaire que le béton situé à son niveau.

4. La résistance du béton tendu est considérée comme nulle à cause de la fissuration.

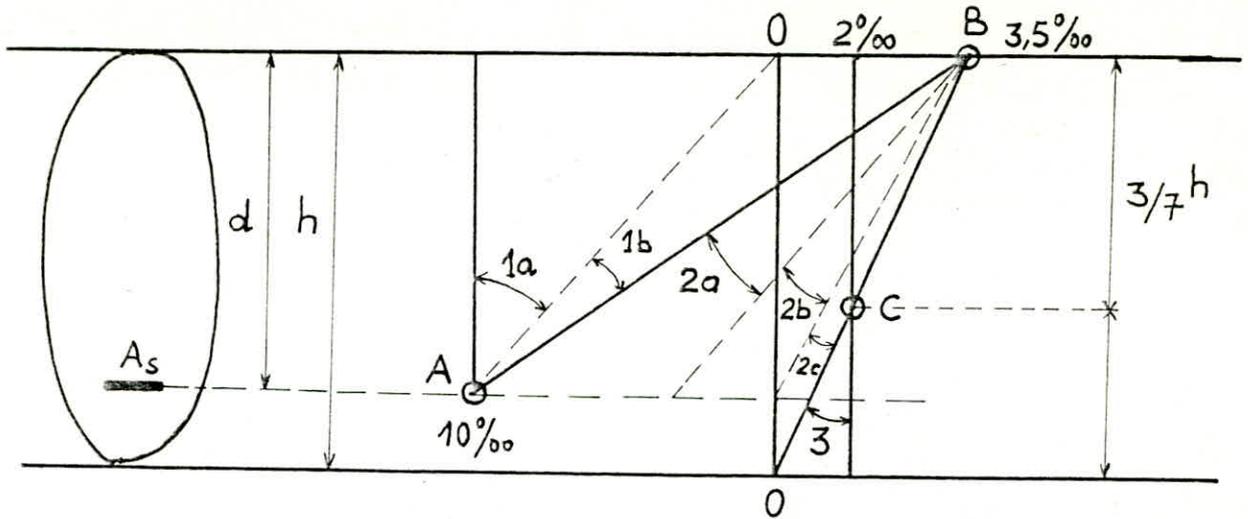
5. Le raccourcissement relatif ϵ_{bc} du béton est limité

à : $\epsilon_{bc} = 3,5\%$ en flexion

$\epsilon_{bc} = 2\%$ en compression

6. L'allongement relatif ϵ_s de l'acier tendu est limité à $\epsilon_s = 10\%$

7. Les déformations passent obligatoirement par l'un des trois pivots (voir fig: I-1)



(fig: I-1)

PIVOT A : Domaine 1a, 1b

L'allongement de l'acier est de 10‰ , La section est soumise à la traction simple, à la flexion simple ou composée.

PIVOT B : Domaine 2a, 2b, 2c

Le raccourcissement du béton est de $3,5\text{‰}$, La section est soumise à la flexion simple ou composée.

PIVOT C : Domaine 3

Le raccourcissement du béton au niveau du point C est de 2‰ , La section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple.

I.3.2 Hypothèses propres aux calculs des états limites de service :

1. Au cours de la déformation les sections planes restent planes.

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

compréhension par la relation :

- La résistance caractéristique à la traction du béton à (j) jours se mesure généralement par flexion d'une éprouvette prise - matique de section carrée. Elle est déduite de celle à la

$$f_{tj} = f_{tjm} - k \cdot S = f_{tjm} - 1,64 S$$

des essais, soit :

Lorsqu'on possède des mesures de résistance en nombre suffisant, la résistance caractéristique d'un béton est définie à partir de la résistance moyenne et de l'écart type issus (h = 32 cm).

Cette résistance est mesurée sur des cylindres droits de révolution de 200 cm² de section ($\phi \approx 16$ cm) et de hauteur résistance à la compression à 28 jours d'âge (f_{c28}).

Le béton est défini du point de vue mécanique par sa

1. Résistances caractéristiques :

I.4.1 Le béton :

I.4 LES MATERIAUX :

2. Le comportement des matériaux est élastique
3. Le béton tendu n'est pas pris en compte
4. Par suite de l'adhérence, chaque armature subit la même variation linéaire que la gaine de béton qui l'entoure.

2. Diagramme contrainte-déformation ($\sigma - \epsilon$)

Quelle que soit la qualité du béton le diagramme contrainte-déformation, présente un maximum de contrainte (σ_b) pour une valeur de déformation (ϵ_b) légèrement supérieure à 0,002, au delà de cette valeur elle décroît légèrement pour arriver à la rupture pour : $\epsilon_b = 0,0035$ (fig: I.2)

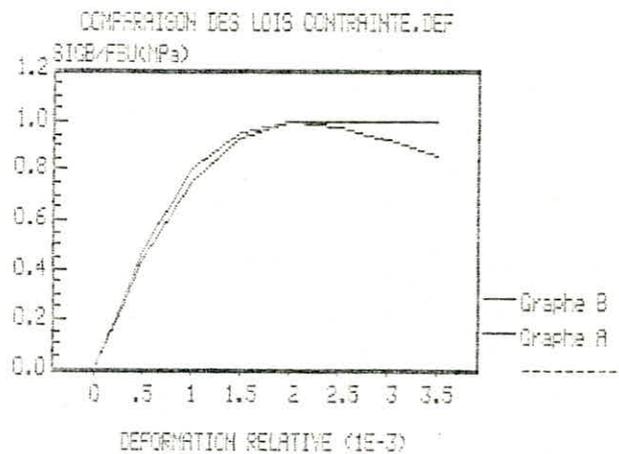


fig: I.2

- Diagrammes simplifiés pour le calcul aux états limites ultimes de résistance :

Les diagrammes de calcul sont :

- Diagramme parabole-rectangle :

C'est un diagramme constitué par un arc de parabole de 2^{ème} degré prolongé par un segment de droite (fig: I.3)

Ces deux parties sont exprimées par les fonctions suivantes :

$$* 0 \leq \epsilon_{bc} \leq 2\text{‰} \quad \sigma_{bc} = 0,85 f_{cj} / \delta_b \times \left(1 - \left(\frac{2 \cdot 10^{-3} - \epsilon_{bc}}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \right)$$

$$* 2\text{‰} < \epsilon_{bc} < 3,5\text{‰} \quad \sigma_{bc} = 0,85 f_{cj} / \delta_b$$

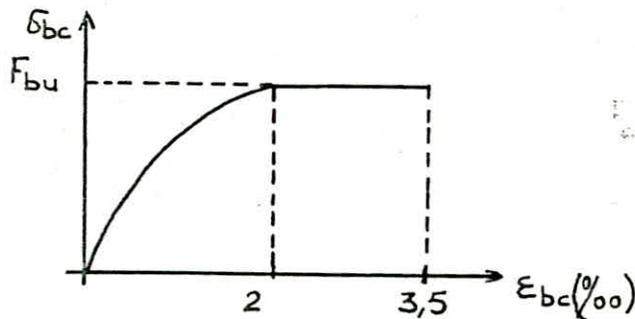
Le coefficient δ_b est un coefficient de sécurité qui tient compte de la dispersion de la résistance du béton, ainsi que d'éventuels défauts localisés :

$\delta_b = 1,5$ situation durable ou transitoire

$\delta_b = 1,15$ situation accidentelle

Le coefficient de minoration 0,85 de la résistance tient compte de l'influence défavorable :

- de la durée d'application de la charge
- des conditions de bétonnage.



$$F_{bu} = 0,85 \frac{F_{c28}}{1,5}$$

fig:I-3 Diagramme Parabole-rectangle

- Diagramme rectangulaire simplifiée :

Lorsque la section considérée n'est pas entièrement comprimée, il est loisible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié (Article 4.3, 4.2, B.A.E.L)

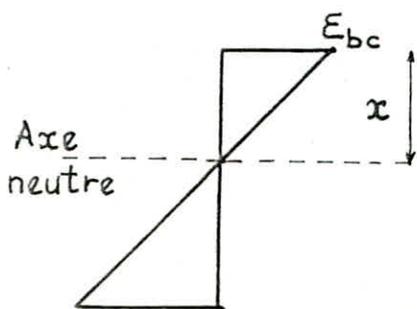


Diagramme des déformations

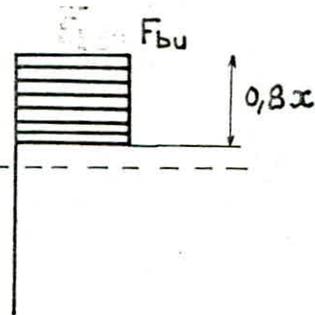


Diagramme des contraintes

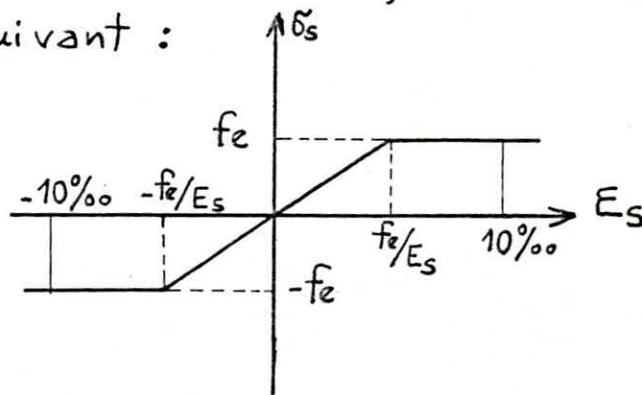
I.4.2 Acier :

1. Caractéristiques mécaniques :

Parmi Les caractéristiques mécaniques que peuvent présenter les aciers, seules La limite d'élasticité et La forme du diagramme contraintes-déformations sont utiles à La justification d'une section.

2. Diagrammes contrainte-déformation:

Ces diagrammes sont fonction du type d'acier employé on admet de substituer aux diagrammes expérimentaux Le diagramme suivant :

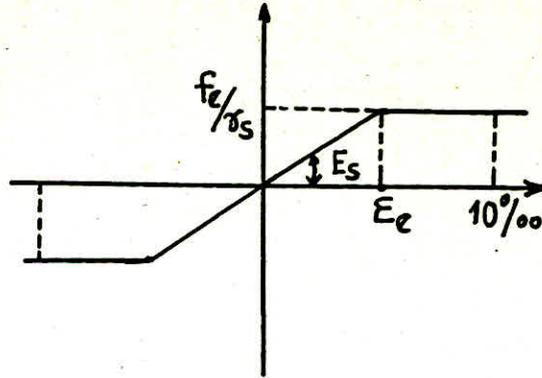


Il se compose de La droite de HOOKE de pente $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, d'un palier horizontal d'ordonnée f_e

Remarque :

Le B.A.E.L admet de substituer aux diagramme précédant un diagramme de calcul obtenu de ce qui précède par :

1. Une affinité parallèle à La droite de HOOKE et de rapport $1/\gamma_s$ avec $\gamma_s = 1,15$ en général
2. Une limitation des déformations à La valeur $\pm 10\text{‰}$.



$$E_e = \frac{f_e}{\delta_s E_s}$$

δ_s = Coefficient de sécurité, qui a les valeurs suivantes

$\delta_s = 1$ Situations accidentelles

$\delta_s = 1,15$ Dans les autres cas.

CHAPITRE

- 2 -

CALCUL DES
POUTRES ET
POTEAUX EN
FLEXION SIMPLE
ET COMPOSEE

Notations

f_k : limite élastique de l'acier longitudinal (MPa)

f_{kt} : " " " " transversal (MPa)

ϵ_s : Allongement ou raccourcissement des aciers tendus ou comprimés

γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier

$\bar{\sigma}_s$: contrainte admissible de l'acier en E.L.S (pour les fondations $\bar{\sigma}_{as}$)

E_s : Module de YOUNG de l'acier = $2 \cdot 10^5$ MPa

A_s : Section d'aciers tendus ou les moins comprimés (cm^2)

A'_s : " " comprimés " " " tendus (cm^2)

f_{c28} : contrainte caractéristique du béton comprimé à 28 jours (MPa)

f_{ct28} : " " " " tendu à " " (MPa)

$\bar{\sigma}_b$: contrainte admissible de compression de béton à l'E.L.S

f_{bu} : contrainte de calcul du béton à l'ELU correspondant à un raccourcissement supérieur à 2‰ (MPa)

γ_b : coefficient de sécurité du béton

ϵ_b : raccourcissement du béton

H : hauteur totale de la section (m)

H_0 : hauteur de la table (m)

b_0 : largeur de la nervure (m)

b : largeur de la table ou de la section (rectangulaire) (m)

d : hauteur utile de la section

d', d'' : enrobages des aciers A'_s et A_s (m)

X : distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée (m)

n : coefficient d'équivalence acier-béton ($n=15$)

M_u : moment extérieur appliqué en E.L.U (MN.m)

N_u : effort normal extérieur appliqué en état limite ultime (MN)

M_{ser} : moment extérieur appliqué en E.L.S (MN.m)

N_{ser} : effort normal extérieur appliqué en E.L.S (MN)

M_{Bc}, M_{AB} : moments frontières en E.L.U (MN.m)

M_B : moment interne du béton par rapport au C.D.G de la section du béton seul.

N_B : effort interne du béton (MN)

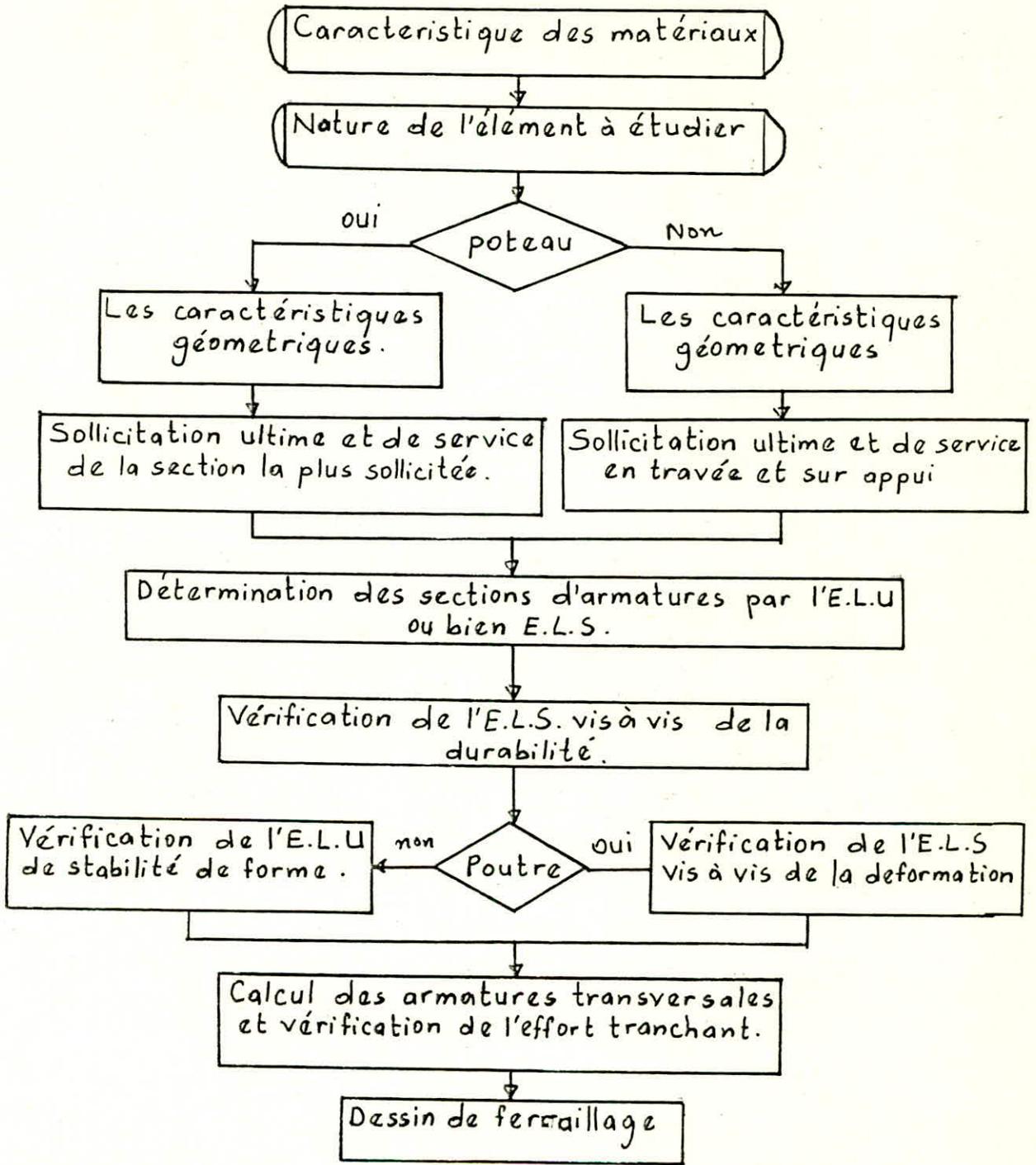
M_{A1}, M_{A2} : moments internes des aciers A_s et A'_s par rapport au C.D.G du béton seul (MN.m)

N_{A1}, N_{A2} : efforts normaux internes des aciers A_s, A'_s

V_u = effort tranchant (N)

T_u : contrainte tangente de calcul (MPa).

Organigramme principal.
Calcul des poutres et poteaux.



II. CALCUL DES POUTRES ET POTEAUX EN FLEXION

SIMPLE OU COMPOSEE :

II.1 CALCUL DES SECTIONS

Notre programme calcule les armatures Longitudinales d'une section ent ou rectangulaire soumise à La flexion composée ou simple conformément aux règlements B.A.E.L 83.

En flexion simple ou composée La détermination de La section d'armatures, le dimensionnement ou La vérification des sections peuvent découler soit :

- d'un calcul à l'état Limite-ultime de résistance
- d'un calcul aux états-limites de service, pour ceci il peut s'agir ou bien :

- * de l'état limite de compression de béton dans lequel La contrainte de compression du béton est limitée à $0,6f_{cj}$.

- * des états limites d'ouverture de fissures, On distingue :

- * fissuration peu nuisible : dans ce cas aucune vérification supplémentaire n'est demandée

- * fissuration préjudiciable : La contrainte de traction des armatures est limitée à La plus basse des deux valeurs :

$$\sigma_s \leq \min\left(\frac{2}{3}f_e ; 150\eta \text{ MPa}\right) = \bar{\sigma}_s$$

avec f_e : limite d'élasticité des armatures

η : coefficient de fissuration

$\eta = 1 \rightarrow$ ronds lisses ; $\eta = 1,6 \rightarrow$ barres à haute adhérence

• fissuration très préjudiciable : La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs :

$$\sigma_s \leq \min \left(\frac{1}{2} f_e ; 110 \eta \text{ MPa} \right) = \bar{\sigma}_s$$

II.1.1 Dimensionnement par l'état-limite ultime de résistance:

Les sollicitations ultimes agissantes sont M_u et (N_u)

Les diagrammes contrainte-déformation du béton et de l'acier sont ceux donnés au chapitre I

Pour le dimensionnement le diagramme déformation est supposé passer soit par le pivot A ($\epsilon_s = 10\text{‰}$) soit par le pivot B ($\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$), soit encore par le pivot C ($\epsilon_{bc} = 2\text{‰}$).

Dans le cas de flexion simple seuls peuvent intervenir les pivots A et/ou B, puisque la justification réglementaire exigée consiste à faire la preuve qu'aucune des déformations limites n'est dépassée.

C'est ainsi que la démarche à suivre consiste à rechercher à quel type de diagramme correspond la sollicitation puis à partir des conditions d'équilibre déterminer la section d'acier.

Recherche du pivot :

Solent M_{AB} et M_{BC} les moments frontières évalués par rapport au centre de gravité de l'armature la plus tendue et correspondant aux positions frontières AB ou BC du diagramme de déformation. (fig: I-1)

Soit M_{uA} le moment de calcul évalué au centre de gravité des armatures les plus tendues qui sollicite la section.

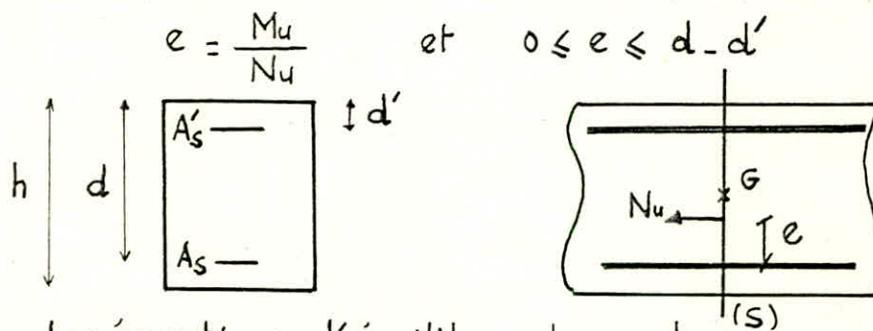
Si $M_{uA} \leq M_{AB}$ Pivot A

Si $M_{AB} \leq M_{uA} \leq M_{BC}$ Pivot B

Si $M_{uA} > M_{BC}$ Pivot C

II.1.1.1 Section entièrement tendue : (domaine 1.a)

La section est soumise soit à la traction simple, soit à la flexion composée avec traction telle que :



Les équations d'équilibre donnent :

$$N_u = A_s \sigma_s + A'_s \sigma'_s$$

$$M_u = N_u \cdot e = A'_s \cdot \sigma'_s (d - d')$$

La section la plus économique est obtenue pour : $\sigma_s = \sigma_s(10\text{‰})$
ou $\sigma_s(10\text{‰})$: La contrainte dans l'acier pour un allongement 10‰

Les sections d'acier A_s et A'_s sont :

$$A_s = \frac{N_u \cdot (d - d' - e)}{(d - d') \cdot \sigma_s(10\text{‰})}$$

$$A'_s = \frac{N_u \cdot e}{(d - d') \cdot \sigma_s(10\text{‰})}$$

On vérifie que : $A_s + A'_s \geq B \times \frac{f_{t2B}}{f_c}$ (B : section du béton)

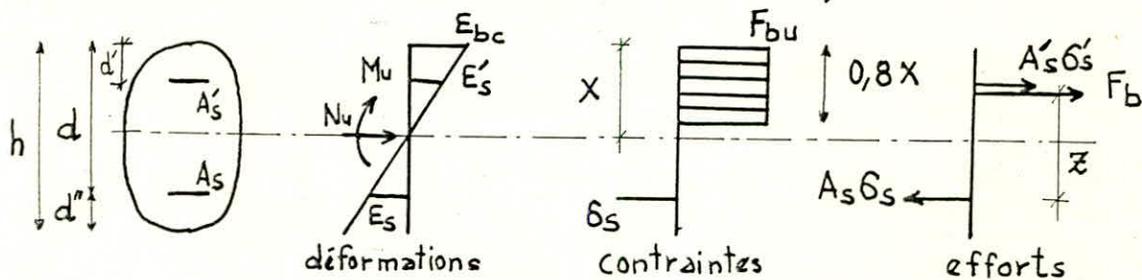
II.1.1.2 Section partiellement comprimée :

Une section est partiellement comprimée si les efforts N_u et M_u qu'elle équilibre au niveau de l'armature inférieure vérifient :

$$(d - d') \times N_u - M_u \leq (0,337 - 0,81 \frac{d'}{h}) \times b h^2 f_{bu}$$

Lorsque la section est partiellement comprimée, on peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié.

Le diagramme de déformation est soit dans le domaine 1.b (Pivot A), soit dans le domaine 2 (Pivot B)



Les équations d'équilibre donnent :

$$M_u = \iint_S \delta(z) \times z \times ds$$

$$N_u = \iint_S \delta(z) \times ds$$

Soient :

M_A' et N_A' Les efforts équilibrés par les armatures supérieures

M_A et N_A Les efforts équilibrés par les armatures inférieures

M_B et N_B Les efforts équilibrés par le béton

L'équilibre s'écrit :

$$M_u + M_A + M_A' + M_B = 0 \quad ; \quad N_u + N_A + N_A' + N_B = 0$$

$$\text{avec : } N_B = \iint_S \delta_{bc}(z) ds = \int_0^x \delta_{bc}(z) B(z) dz$$

$$M_B = \iint_S \delta_{bc}(z) z ds = \int_0^x z \delta_{bc} B(z) dz$$

La position de l'axe neutre étant trouvée, on connaît immédiatement le pivot, ainsi que : La valeur exacte de N_B et Les valeurs exactes de ϵ_s, ϵ'_s ainsi que σ_s et σ'_s .

Les sections d'acier sont données par :

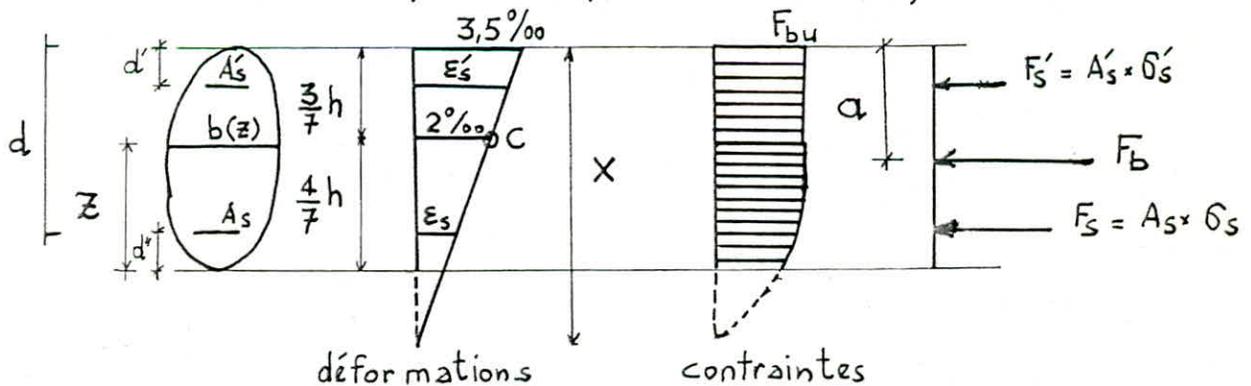
$$\text{Section d'acier tendu : } A_s \gg \frac{N_u - N_B - N_A'}{\sigma_s}$$

$$\text{Section d'acier comprimé : } A'_s \gg \frac{M_u - M_B}{\sigma'_s (h - d')}$$

II.1.1.3 Section entièrement comprimée :

Il s'agit, soit de flexion composée avec compression à faible excentricité, soit de compression simple. L'axe neutre est alors à une distance x supérieure à h : on a : $(d - d') \cdot N_u - M_u > (0,337 - 0,81 \frac{d'}{h}) \cdot b h^2 f_{bu}$

Dans ce cas l'utilisation du diagramme rectangulaire n'est plus licite car elle conduit à des approximations grossières, on utilisera donc le diagramme parabole-rectangle.



La résultante des efforts sur le béton est : $N_B = \int_0^h b(z) \sigma(z) dz$, elle agit à une distance a de la fibre comprimée, telle que :

$$a = \psi h \quad \text{avec} \quad \psi = 1 - 0,19 \left(\frac{4}{7\xi - 3} \right)^2$$

$$\text{ou} \quad \xi = \frac{x}{h}$$

Equilibre des efforts :

$M_e + M_i = 0$: moment par rapport au centre de gravité des aciers les moins comprimés.

$$A'_s \sigma'_s (d - d') + N_B (d - a) = M_u$$

$$\Rightarrow A'_s = \frac{M_u - N_B (d - a)}{\sigma'_s (d - d')}$$

$$N_e + N_i = 0$$

$$A_s \sigma_s + N_B + A'_s \sigma'_s = N_u$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{N_u - N_B - A'_s \sigma'_s}{\sigma_s}$$

avec $N_B = \Psi b h f_{bu}$

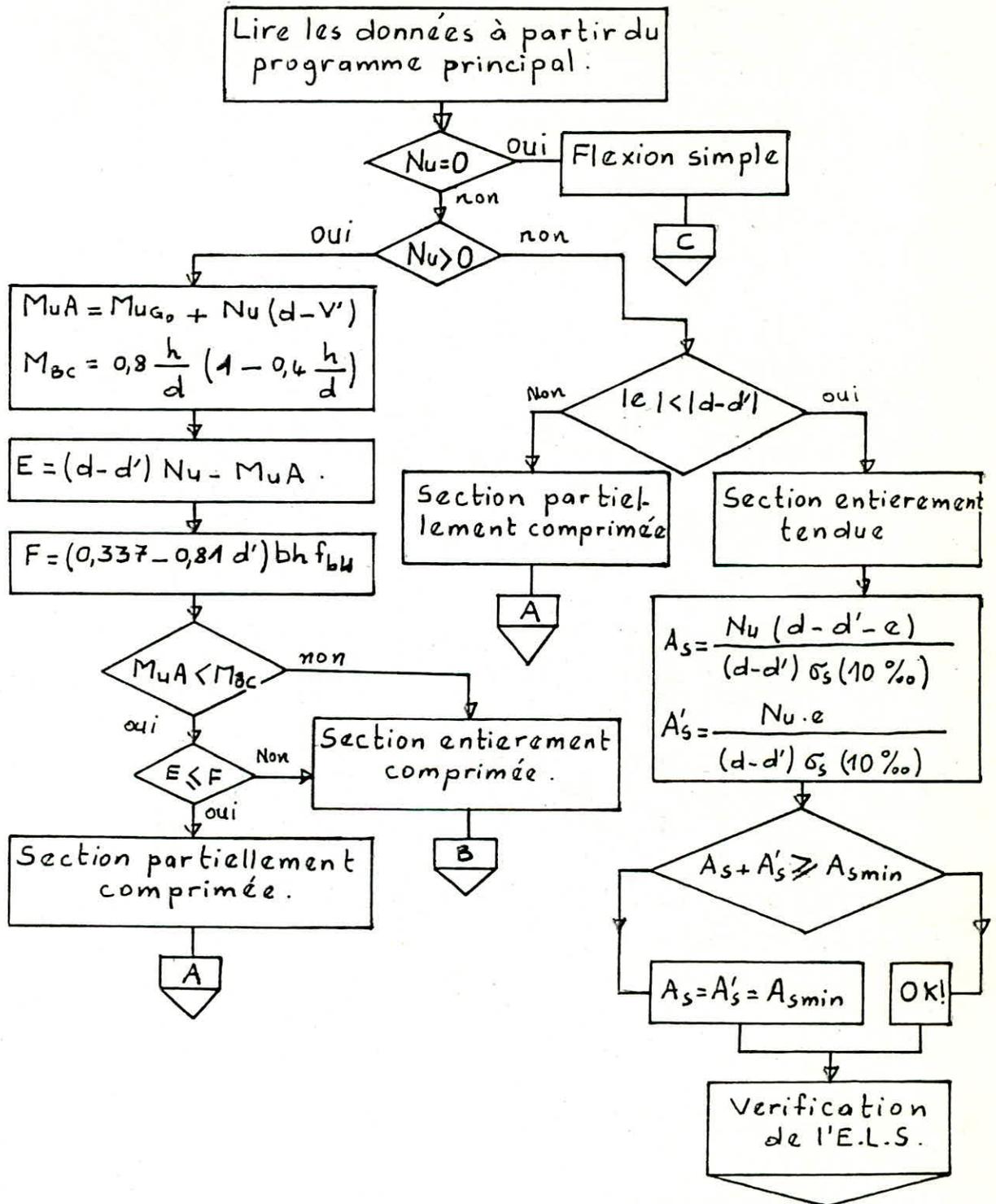
Remarque :

La solution la plus économique est de prendre :

$$\bullet \sigma'_s = \sigma_s = f_{su} = \frac{f_e}{1,15}$$

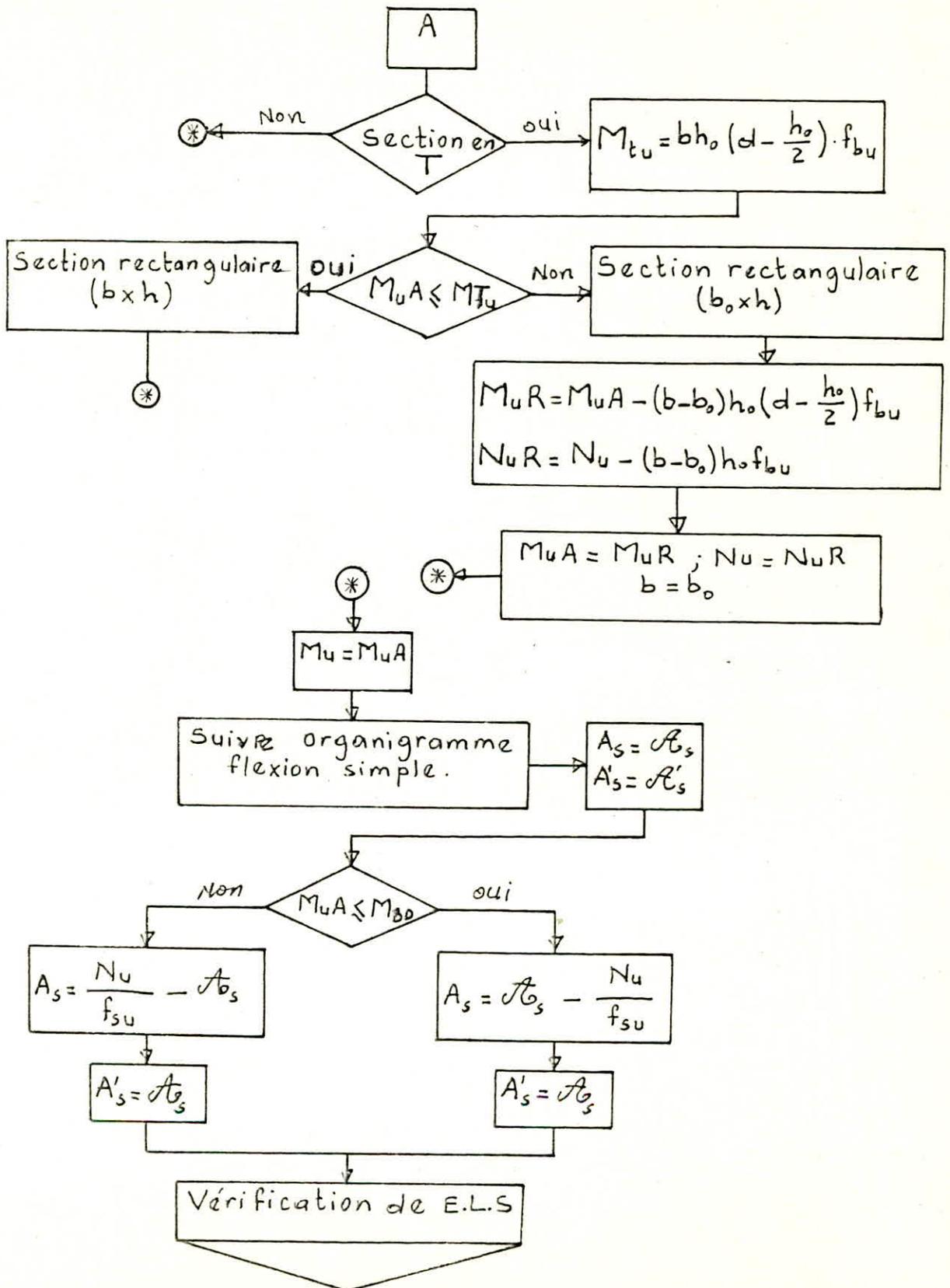
$$\bullet \Psi = 1$$

Organigramme général: Etat limite ultime de resistance.



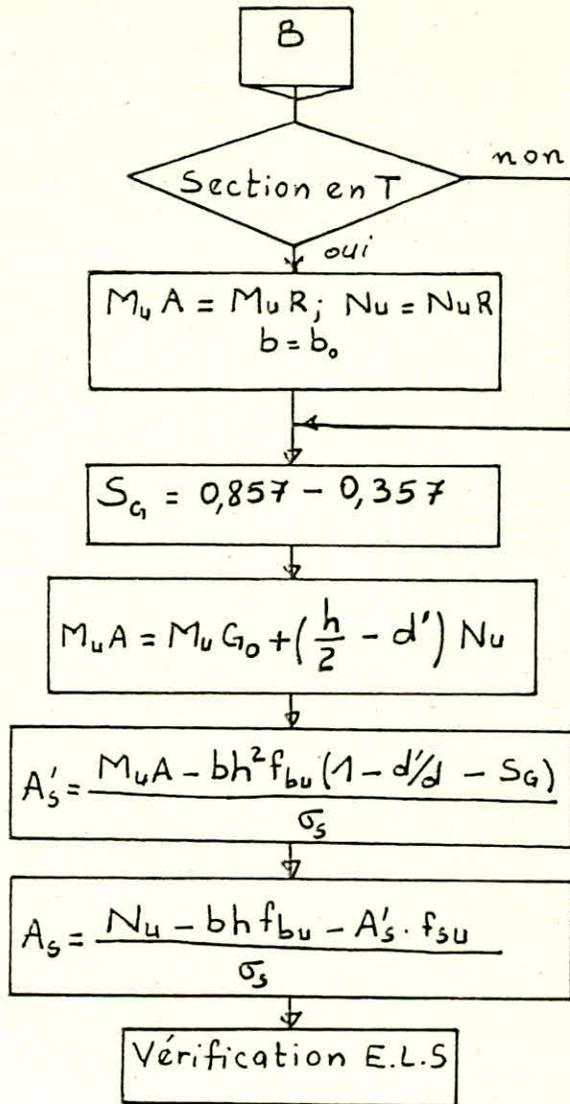
Organigramme II.A

Section partiellement comprimée.



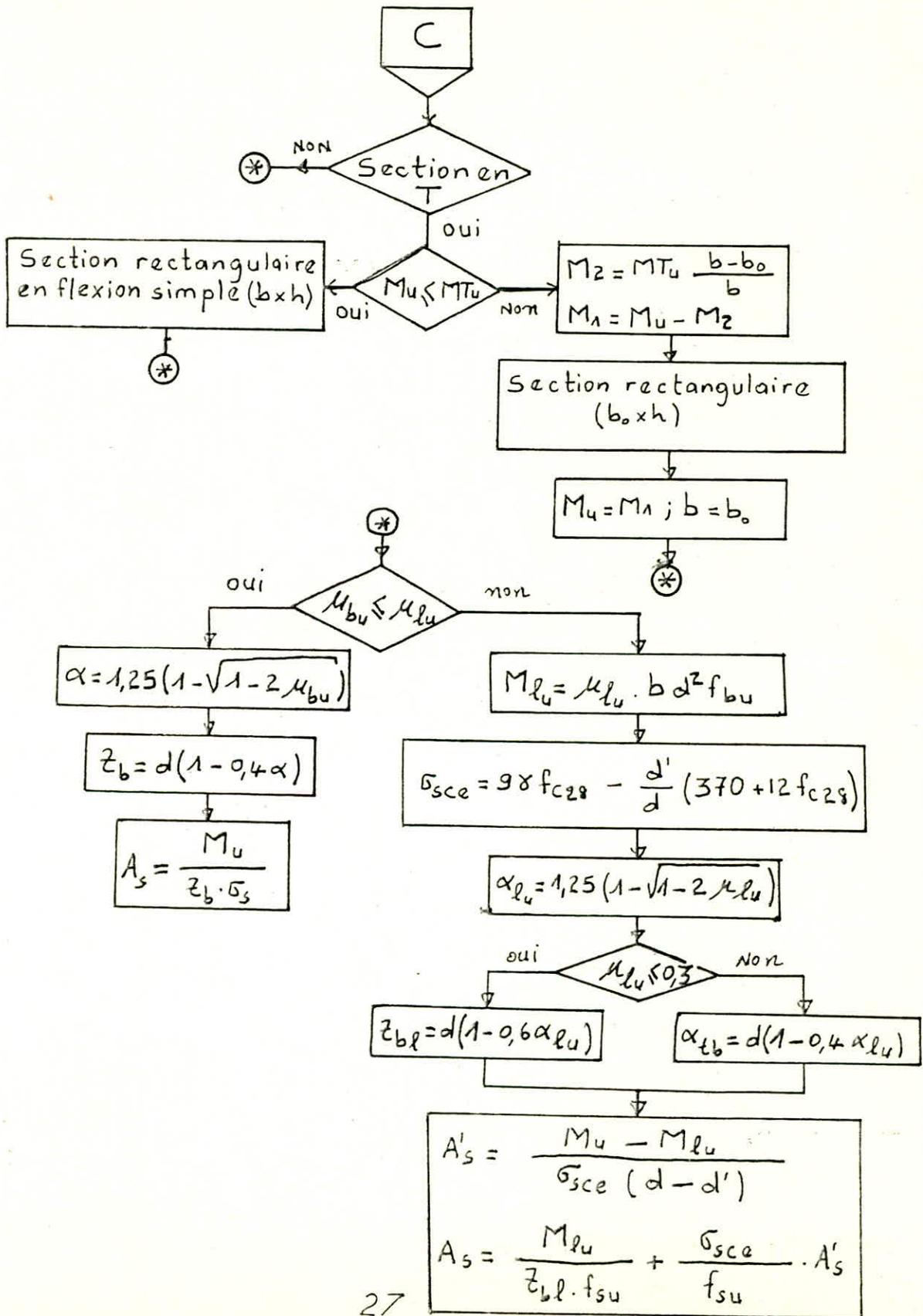
Organigramme II.B.

Section entièrement comprimée



Organigramme II.C.

Flexion simple à l'E.L.U.



II.1.2 Dimensionnement Par L'état Limite de service :

II.1.2.1 Présentation du programme :

Notre programme consiste à faire deux types de calcul, suivant le but recherché

- Déterminer la section d'acier pour une section de béton et des sollicitations données. Il vérifie également Les contraintes du béton.

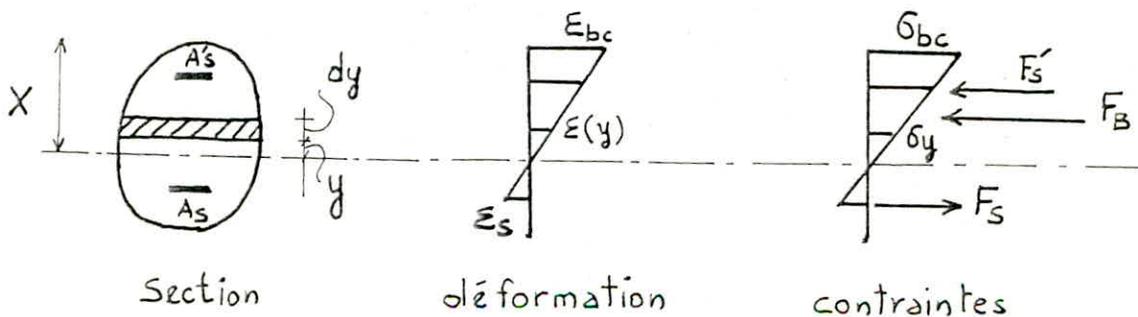
- Vérifier que Les contraintes de L'acier et du béton ne dépassent pas Les contraintes admissibles pour une section de béton et d'acier et des sollicitations données.

Dans le deuxième cas la section d'acier est déterminée par L'état limite ultime, tout au moins lorsque La fissuration est peu nuisible.

Nous étudierons successivement La flexion simple et composée dans Les deux cas de section, rectangulaire et en T

II.1.2.2 Flexion simple :

a. Détermination des contraintes :



L'équilibre des forces nous donne l'égalité des moments statiques, d'où l'équation :

$$\int_0^x b(y) \cdot y \cdot dy + 15A'(x-d') - 15A(d-x) = 0$$

La résolution de cette équation nous donne une valeur de X ,
 X est la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée

Connaissant la valeur de X , le moment d'inertie I de l'ensemble : (béton comprimé + Aciers comprimés + Aciers tendus) est donné par :

$$I = \int_0^x b(y) \cdot y^2 \cdot dy + 15A'(x-d')^2 - 15A(d-x)^2$$

Par suite les contraintes sont :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} X \quad ; \quad \sigma'_s = \frac{15 M_{ser} (x-d')}{I}$$

$$\sigma_s = \frac{15 M_{ser} (d-x)}{I}$$

On doit vérifier que : $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$; $\sigma'_s \leq \bar{\sigma}'_s$; $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$

b. Détermination des aciers :

Les équilibres des forces et des moments nous donnent :

$$F_B + F'_s + F_s = 0$$

$$M_{ser} = F'_s (d-d') + F_B (d - X/3)$$

La position de l'axe neutre X et la valeur de σ'_s sont connues, on peut déduire les armatures :

$$A'_s = \frac{M_{ser} - F_B (d - X/3)}{(d-d') \cdot \sigma'_s} \quad ; \quad A_s = \frac{A'_s \sigma'_s + F_B}{\sigma_s}$$

avec :
$$\sigma'_s = \frac{15 (X-d) \cdot \sigma_{bc}}{X}$$

II.1.2.3 Flexion composée :

En état limite ultime de résistance, pour calculer la section des armatures, nous avons distingué les sections entièrement tendue, partiellement comprimée et totalement comprimée. Pour calculer les contraintes et la section d'armature en état limite de service, nous ferons la même distinction. Cependant les critères de distinction ne sont pas les mêmes dans les deux états car les diagrammes contraintes-déformations sont différents : La position de l'axe neutre en état limite ultime est différente de celle en état limite de service.

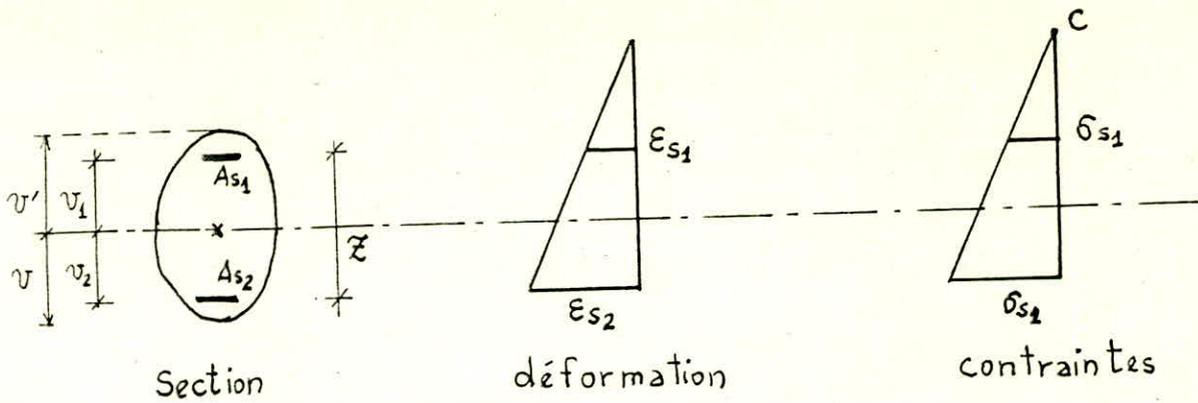
En état limite de service une section est :

- entièrement tendue : Lorsque le centre de pression est situé entre les armatures
- entièrement comprimée : Lorsque le centre de pression est à l'intérieur du noyau central de la section totale homogène.
- partiellement comprimée : Lorsque le centre de pression est à l'extérieur du noyau central de la section totale homogène.

Pour déterminer les contraintes, et la section des armatures : on distinguera tous les cas possibles depuis la traction simple jusqu'à la compression simple et successivement nous étudierons :

- La section entièrement tendue
- La section entièrement comprimée
- La section partiellement comprimée

II.1.2.3.1 Section entièrement tendue :



a. Vérification des contraintes :

La formule de résistance des matériaux s'applique dans ce

cas :

$$\sigma = \frac{N}{S} \pm \frac{Mv}{I}$$

avec :

$$S = A_{s1} + A_{s2}$$

$$I = A_{s1}v_1^2 + A_{s2}v_2^2$$

et comme G est le centre de gravité des aciers avec :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_{s2}}{A_{s1}}$$

$$I = A_{s2}v_2 \cdot Z = A_{s1} \cdot v_1 \cdot Z$$

avec : $Z = v_1 + v_2$

d'où :

$$\sigma_{s1} = \frac{N}{A_{s1} + A_{s2}} + \frac{M}{A_{s1} \cdot Z}$$

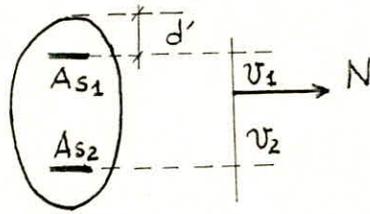
$$\sigma_{s2} = \frac{N}{A_{s1} + A_{s2}} - \frac{M}{A_{s2} \cdot Z}$$

On doit vérifier que : $\sigma_{s1} \leq \bar{\sigma}_s$; $\sigma_{s2} \leq \bar{\sigma}_s$

b. Détermination des armatures :

Solliciter les aciers à leurs contraintes admissibles $\bar{\sigma}_s$,
c'est la solution la plus économique

Nous aurons alors, la même déformation pour les deux aciers, Le point C est rejeté à l'infini



Les équations d'équilibre :

$$A_{s1} \nu_1 \bar{\sigma}_s = A_{s2} \nu_2 \bar{\sigma}_s \quad (\text{équilibre des moments})$$

$$A_{s1} \bar{\sigma}_s + A_{s2} \bar{\sigma}_s = -N \quad (\text{équilibre des forces})$$

d'où :

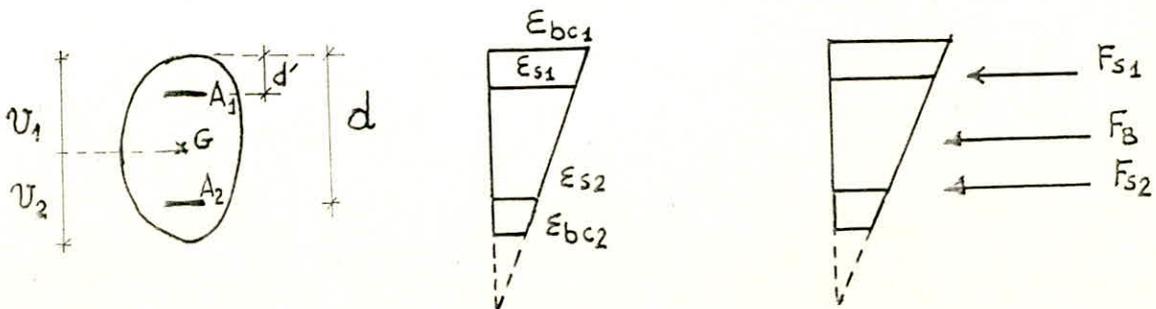
$$A_{s1} = -\frac{N}{\bar{\sigma}_s} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} ; \quad A_{s2} = -\frac{N}{\bar{\sigma}_s} \cdot \frac{\nu_1}{\nu_1 + \nu_2}$$

avec N négatif et $\bar{\sigma}_s$ positif

on vérifie que :

$$A_{s1} + A_{s2} \geq A_{smin} \quad \text{avec } A_{smin} = B \frac{f_{t28}}{f_e}$$

II.1.2.3.2 Section entièrement comprimée :



a. Détermination des contraintes :

Nous cherchons en premier lieu le centre de gravité de la section homogène : G

On calculera ensuite le moment d'inertie, le moment statique S , et les contraintes du béton et de l'acier :

$$\Omega = \int_0^h b(y) dy + \sum_1^n 15 A_i \quad ; \quad \text{surface du béton et des aciers}$$

$$S = \int_0^h b(y) y dy + \sum_1^n 15 A_i d_i$$

$$v = \frac{S}{\Omega}$$

$$I = \int_0^h b(y) y^2 dy + \sum_1^n 15 A_i d_i^2 - \Omega v^2$$

d'où les contraintes :

$$\sigma_{b1} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M v_1}{I} \quad ; \quad \sigma_{b2} = \frac{N}{\Omega} - \frac{M v_2}{I}$$

$$\sigma_s^2 = 15 \left(\frac{N}{\Omega} + \frac{M (d - v_1)}{I} \right) \quad ; \quad \sigma_s^1 = 15 \left(\frac{N}{\Omega} + \frac{M (v_1 - d')}{I} \right)$$

On devra vérifier que :

$$\sigma_{b2} > 0 \quad ; \quad \sigma_{b2} \leq \bar{\sigma}_b$$

$$\sigma_s^1 \leq \bar{\sigma}_s \quad ; \quad \sigma_s^2 \leq \bar{\sigma}_s$$

b. Détermination des armatures :

Le problème devient plus difficile du fait qu'il faut déterminer quatre inconnues :

- Les dimensions b et h (largeur et hauteur du béton)
- Les sections d'aciers A et A'

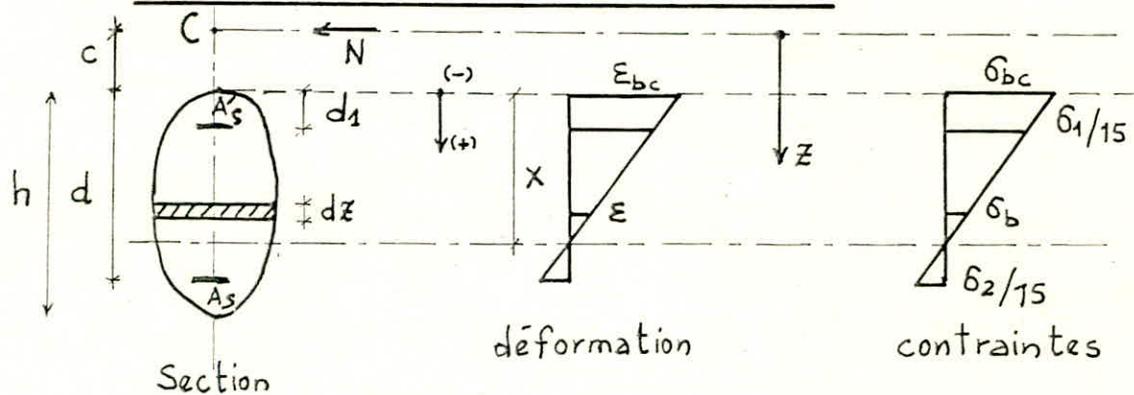
Dans Le cas général, il sera préférable de procéder par approches successives.

On fixera A_1 et A_2 , puis on calculera Les contraintes à l'aide des formules précédentes.

Si l'on obtient $\sigma_b > \bar{\sigma}_b$ ou σ_b trop inférieure à $\bar{\sigma}_b$, on modifiera Les valeurs initiales de A_1 et A_2 et on recommencera Les calculs jusqu'à ce que l'on ait $\sigma_b \approx \bar{\sigma}_b$, ($\bar{\sigma}_b = 0,6 f_{c28}$), on adoptera ces derniers valeurs de A_1 et A_2 .

II.1.2.3.3 Section partiellement comprimée :

a. Détermination des contraintes :



Dans l'équation d'équilibre des moments, nous essayons d'éliminer l'intervention de La force extérieure N en prenant Les moments par rapport au point d'application C de cette force .

Nous désignerons par c La distance de ce point d'application à La fibre supérieure .

Pour un élément de béton de Largeur $b(z)$ à La côte z , de hauteur dz , soumis à une contrainte de compression σ_b , avec $\sigma_b = \sigma_{bc} \frac{x-c-z}{x}$

on a un moment par rapport au point C :

$$dM = b(z) \sigma_{bc} \frac{x-c-z}{x} z dz$$

et avec l'acier A_i soumis à la contrainte :

$$\sigma_i = 15 \frac{\sigma_{bc}}{x} (x - d_i), \text{ situé à une distance } (d_i - c)$$

du point C, Le moment global M_t

$$M_t = \int_0^x b(z) \sigma_{bc} \frac{x-c-z}{x} dz + 15 \sum_i \frac{\sigma_{bc}}{x} (x - d_i) A_i (d_i - c) = 0 \quad (1)$$

Par approximations successives, Pour différentes valeurs de x variant de 0 à d on trouve la valeur de x annulant l'équation précédente.

L'équilibre des efforts internes et de l'effort normal extérieur s'écrit :

$$N = \int_{-c}^{x-c} b(z) \sigma_{bc} \frac{x-c-z}{x} dz + 15 \sum_i \frac{\sigma_{bc}}{x} (x - d_i) A_i$$

soit :

$$\sigma_{bc} = \frac{x N}{\int_{-c}^{x-c} b(z) (x-c-z) dz + 15 \sum_i (x - d_i) A_i}$$

et la contrainte de chaque acier est obtenue par :

$$\sigma_i = 15 \sigma_{bc} \frac{x - d_i}{x}$$

b. Détermination des aciers :

En premier lieu on calculera les armatures de la section en supposant qu'elle est soumise à la flexion simple sous l'effet du moment M_a , égale au moment des efforts extérieurs par rapport au centre de gravité des aciers tendus.

soient A_{Fs} et A_{Fs1} Les armatures ainsi déterminées, Les armatures nécessaires en flexion composée vaudra :

Si N_{ser} est une compression: $A_{s'} = A_{Fs1}$

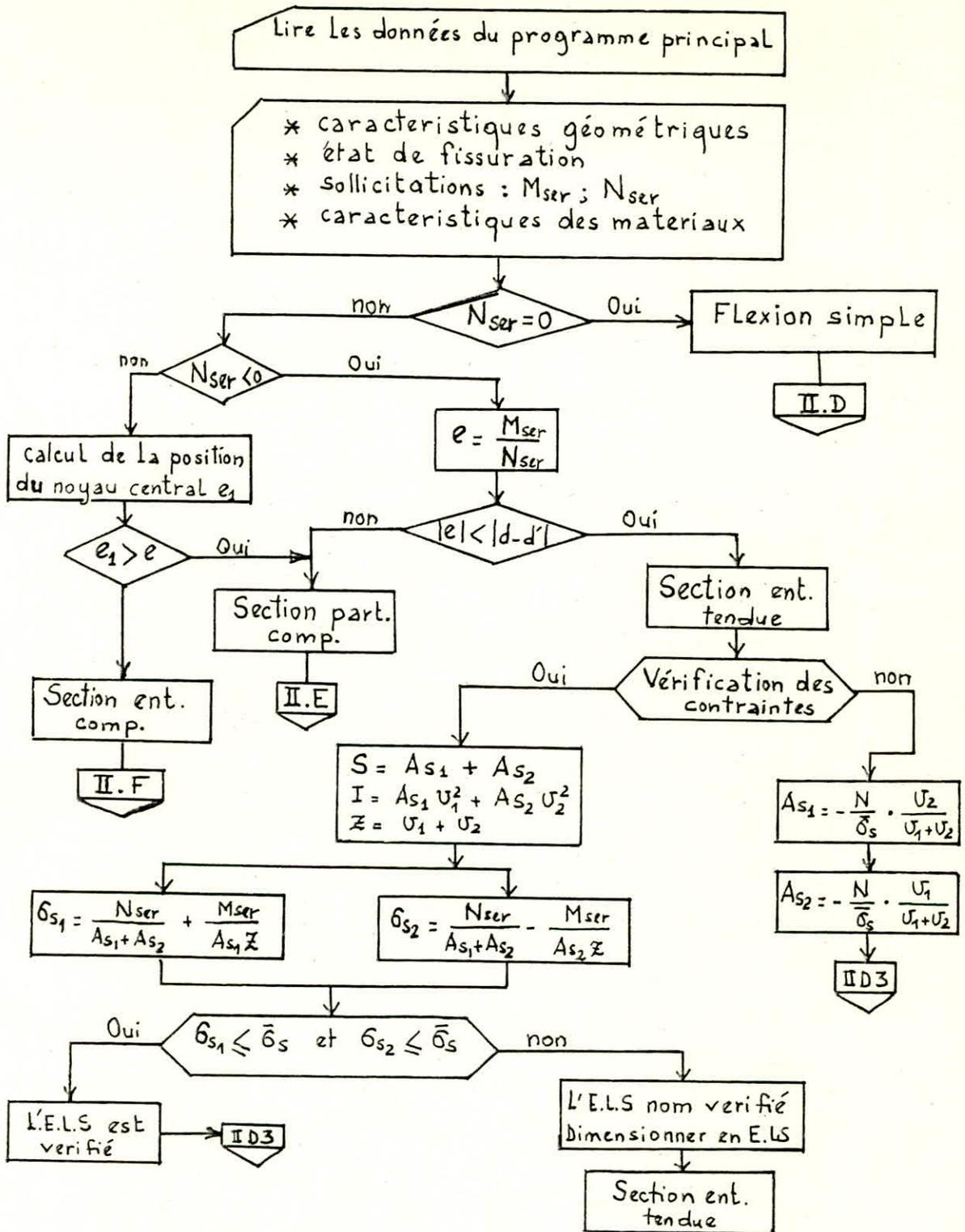
$$A_s = A_{Fs} - \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

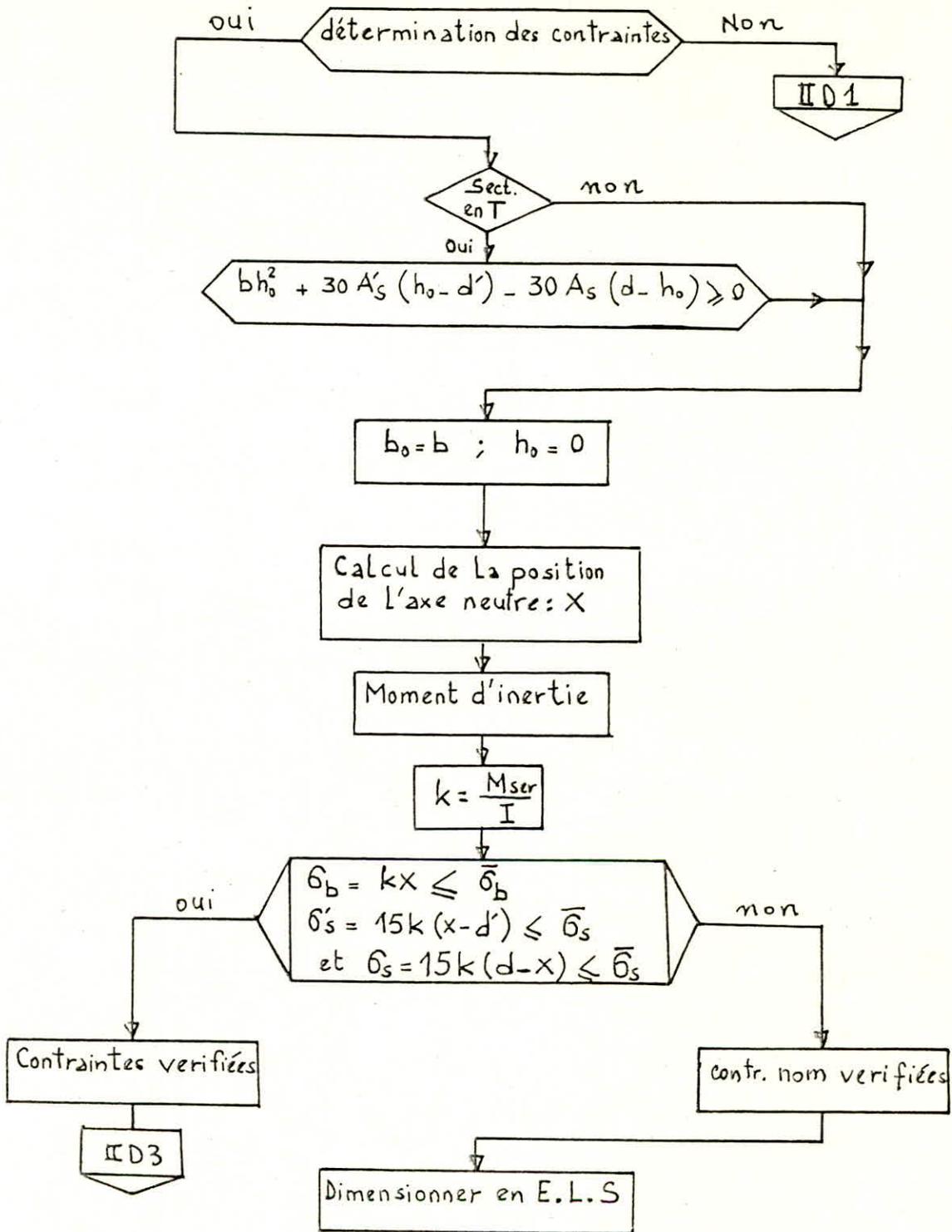
Si N_{ser} est une traction :

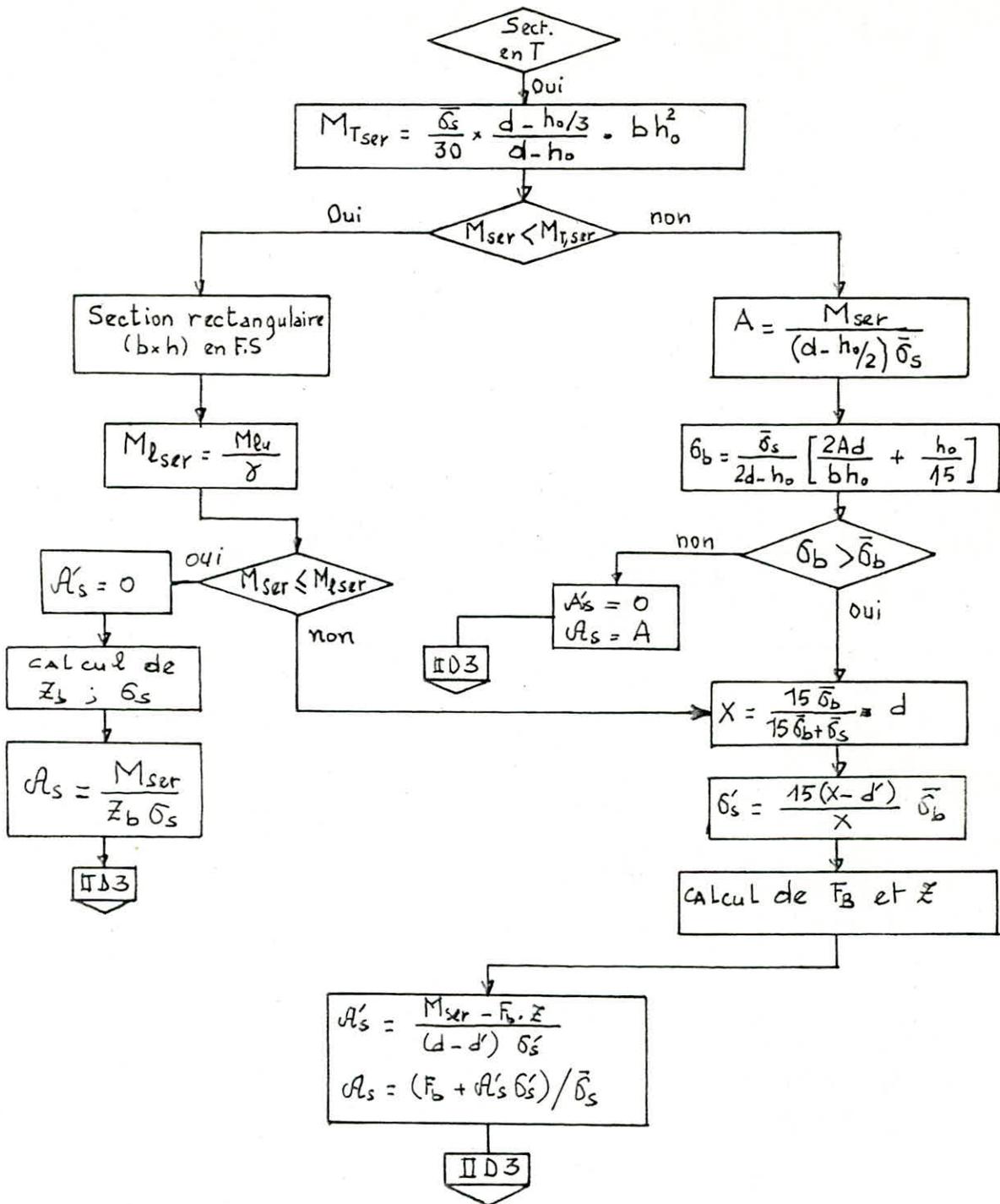
$$A_{s'} = A_{Fs1}$$

$$A_s = A_{Fs} + \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

Organigramme général : Etat limite de service

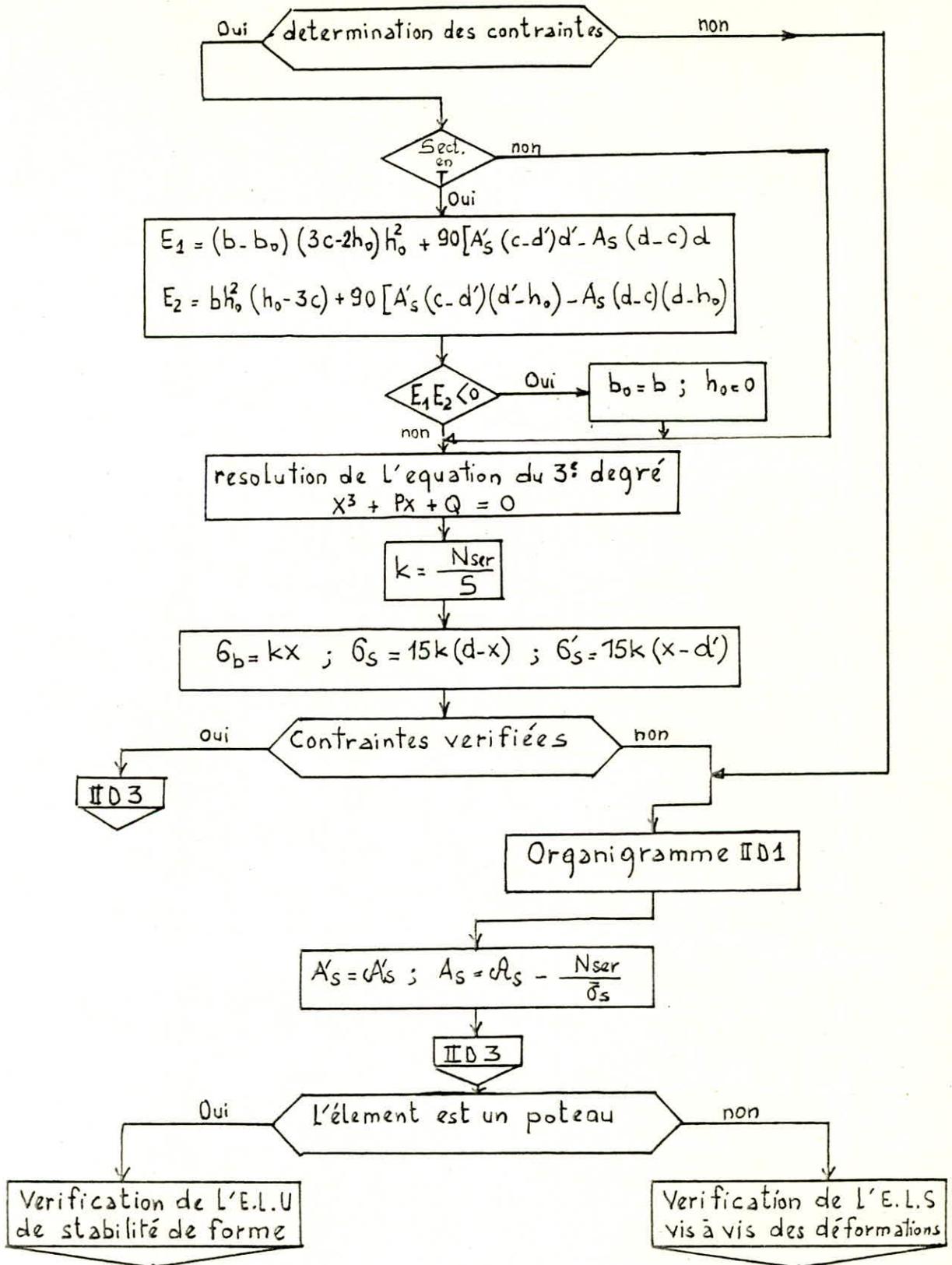


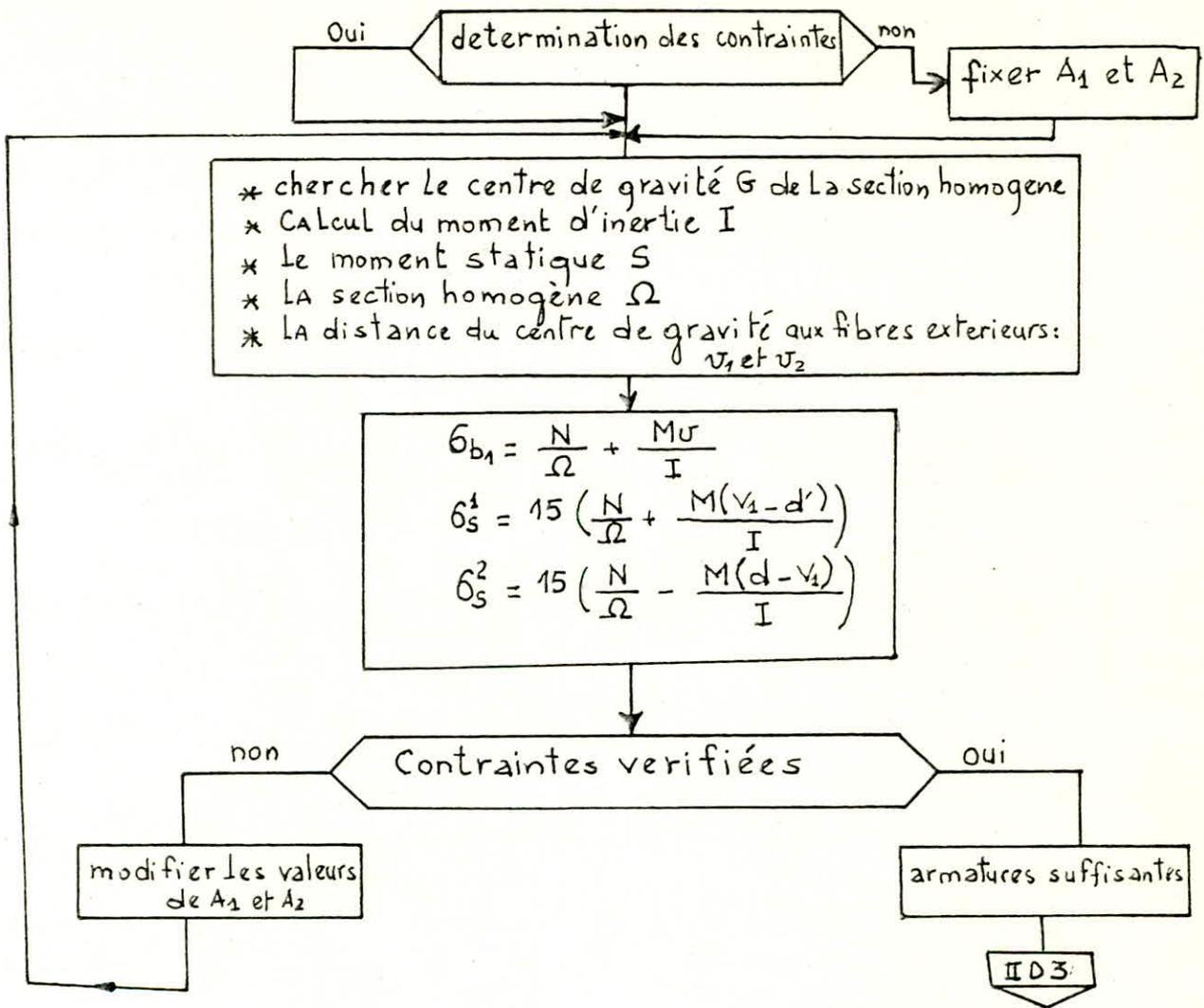




Organigramme : II E

Section partiellement comprimée





VERIFICATION DE L' ETAT-LIMITE
DE STABILITE DE FORME

II.2 ETAT LIMITE DE STABILITÉ DE FORME :

II.2.1 Présentation du programme :

Le programme consiste à chercher l'état d'équilibre par itérations successives et à vérifier que l'état limite n'est dépassé en aucune section.

Ce programme est valable pour un poteau de section rectangulaire ou en T.

II.2.2 Le flambement :

Le flambement est un phénomène d'instabilité de forme, il peut survenir dans les éléments comprimés surtout lorsque ces derniers sont élancés, sous l'influence défavorable des déformations dues aux sollicitations externes.

II.2.3 Paramètres influants sur le flambement :

a) Elancement du béton :

Le flambement s'effectue dans le plan pour lequel l'élanement est le plus grand.

b) Excentricité de la force extérieure :

c) La durée d'application de la charge, car les flèches croissent avec le temps sous l'effet du fluage.

II.2.4 Principe de justification au B.A.E.L :

1) Cas des pièces de faible élanement :

La vérification de l'état-limite ultime de stabilité de forme peut être évitée si l'élanement λ est inférieur à la plus grande des deux valeurs :

$$\lambda \leq \text{Max} \left(50; 67 \frac{e}{h} \right) \quad (1)$$

- e : l'excentricité du 1^{er} ordre avant l'application de l'excentricité accidentelle e_a :

$$- e_a = \text{Max} \left(2 \text{ cm}; \frac{l}{250} \right) \text{ où } l \text{ est la longueur de l'élément.}$$

$$- e = \frac{M_u}{N_u}$$

- h : la hauteur de la section.

Si la condition (1) est vérifiée, on peut prendre d'une manière forfaitaire les effets du second ordre en multipliant les sollicitations de calcul par le coefficient χ tel que:

$$\chi = 1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2 \text{ si } \frac{e}{h} \leq 0,75$$

$$\chi = \text{Max} \left[\left(1 + 0,15 \right) \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2 \frac{h}{e}; 1,4 \right] \text{ si } \frac{e}{h} > 0,75$$

Ainsi la section sera justifiée sous les sollicitations du second ordre N_{u2} et M_{u2} tels que:

$$N_{u2} = \chi N_u$$

$$M_{u2} = N_{u2} \cdot e_1 \text{ avec } e_1 = \frac{M_u}{N_u} + e_a$$

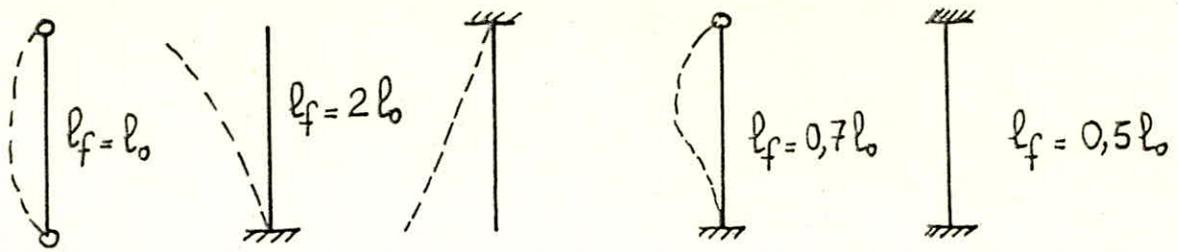
- M_u et M_{u2} sont les moments au centre de gravité de la section brute de béton

2) Vérification à l'état limite ultime de stabilité de forme (cas des pièces élancées):

a) Hypothèses générales de calcul:

Les longueurs de flambement l_f :

- Poteaux isolés:



- Poteaux de bâtiment à étage multiple :

. Soient k_1 : raideur du poteau considéré

. k_2, k_3 : raideurs des poutres et planchers qui les traversent :

* étages courants : si $k_2, k_3 \geq k_1 \Rightarrow l_f = 0,7 l_0$

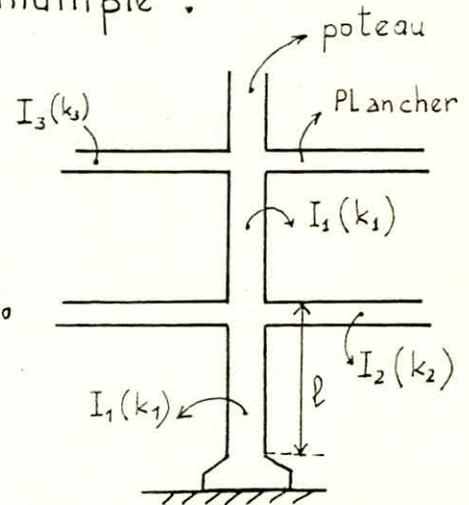
* étages sous-sol : si $k_2 > k_1$ et si le poteau est encastré dans LA fondation $\Rightarrow l_f = 0,7 l_0$

* Dans Les autres cas : $l_f = l_0$

- Le fluage est pris en compte

- Les hypothèses adoptées aux états limites ultimes sont aussi valables

- On utilise la loi de comportement réelle de l'acier et du béton.



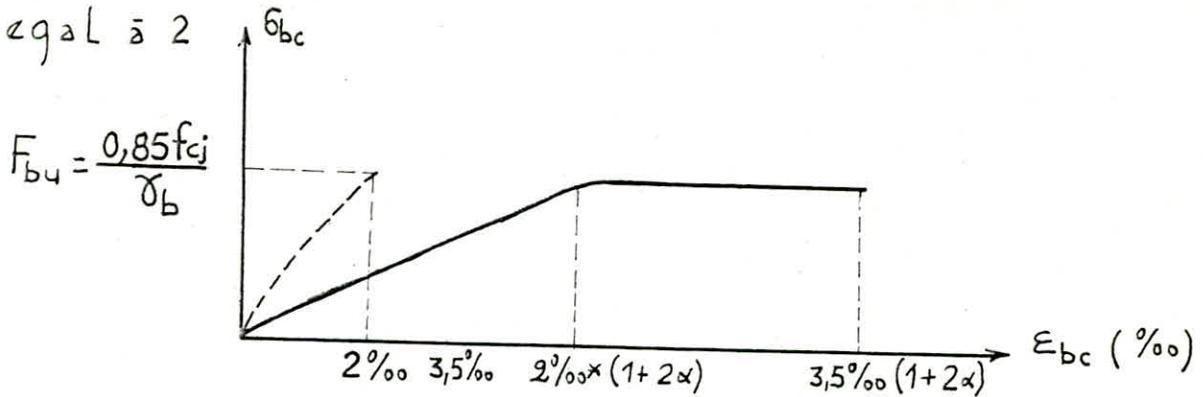
b. Diagramme contrainte-déformation du béton :

- Diagramme Parabole-rectangle :

En général, on adopte un diagramme déduit de celui utilisé à l'état-limite ultime de résistance par une affinité parallèle à l'axe des déformations, de rapport $(1 + \alpha \varphi)$, ou :

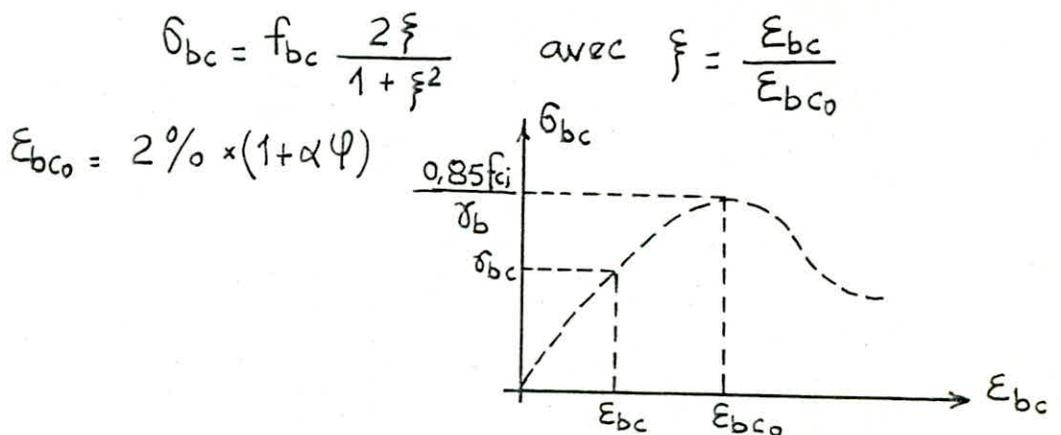
α : est le rapport du moment du 1^{er} ordre, dû aux charges permanentes ou de longue durée vis à vis du fluage, au moment total du 1^{er} ordre

ψ : Le coefficient de fluage considéré forfaitairement égal à 2



- Prise d'une loi plus proche de la réalité :

Le diagramme de comportement réel peut s'approcher par la relation :



c. Méthodes de vérification de la stabilité de forme :

- une première méthode consiste à rechercher l'état d'équilibre par itérations successives et à vérifier que l'état limite ultime n'est dépassé en aucune section, cette méthode générale peut être simplifiée pour qu'elle soit applicable à la "colonne modèle".

- La deuxième méthode consiste à démontrer qu'il existe un état d'équilibre, c'est à dire un état de déformations tel que les efforts internes soient supérieurs aux efforts externes.

- La troisième méthode consiste à montrer que les sollicitations du 1^{er} ordre sont inférieures aux sollicitations limites du 1^{er} ordre entraînant le flambement.

Nous avons adopté la première méthode simplifiée applicable à la "colonne modèle"

2. Méthode simplifiée applicable à la "Colonne modèle" :

a. hypothèses :

- On étudie l'équilibre des forces extérieures (compte tenu des déplacements) et des efforts internes (compte tenu des comportements des matériaux), que dans la section la plus sollicitée, qui doit être fixée et connue a priori.

- On admet que :

- La déformée est une demi-onde sinusoïdale dans le cas d'un poteau articulé à ses deux extrémités et fléchi en simple courbure symétrique.

- La déformée est assimilée à un quart d'onde de sinusoïde dans le cas d'un poteau encastré en pied et libre en tête.

b. Mise en équation :

Considérons le poteau articulé ci-contre :

L'équation de la déformée s'écrit :

$$y(x) = e_2 \sin \frac{\pi x}{l_f}$$

ou l_f : est la longueur de flambement

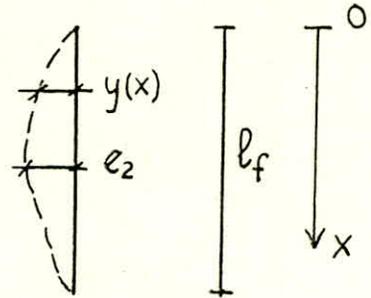
e_2 : l'excentricité du second ordre maximale obtenue pour $x = l/2$.

w : est la courbure de la section

mediane donnée par :

$$w = -y''\left(\frac{l_f}{2}\right) = -e_2 \frac{\pi^2}{l_f^2}$$

$$\Rightarrow e_2 = \frac{l_f^2}{\pi^2} w$$



La section la plus sollicitée est soumise au couple (N_u, M_u) sollicitations du 1^{er} ordre

- e_0 = est l'excentricité du 1^{er} ordre : $e_0 = \frac{M_u}{N_u}$

- e_a = est l'excentricité accidentelle

$$e_a = \max\left(2 ; \frac{l}{250}\right)$$

- e_1 = est l'excentricité du 1^{er} ordre : $e_1 = e_0 + e_a$

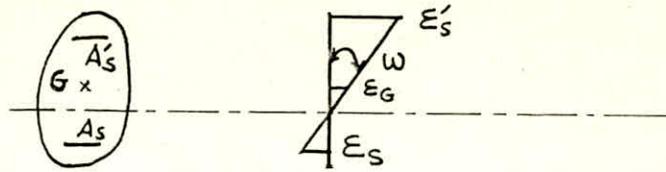
- e_2 = est l'excentricité du 2nd ordre : $e_2 = \frac{l_f^2}{\pi^2} w$

c. Exposé de la méthode :

1. On se fixe l'état de déformation de la structure par les paramètres w et ϵ_G

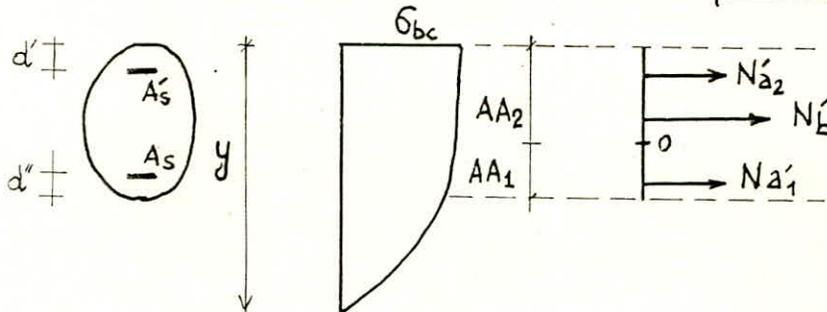
w : courbure au niveau de la section la plus sollicitée

ϵ_G : déformation au niveau du centre de gravité G de la section brute du béton.



2. On en déduit l'état de contraintes, donc les sollicitations internes, qui sont déterminées en flexion composée (section entièrement ou partiellement comprimée).

- Section entièrement comprimée :



$$N_b' = \int_0^{\epsilon_b'} b(\epsilon') \sigma(\epsilon') d\epsilon' \quad ; \quad M_b' = \int_0^{\epsilon_b'} b(\epsilon') \sigma(\epsilon') y(\epsilon') d\epsilon'$$

$$N_{a1}' = A_s \sigma_{a1} \quad ; \quad N_{a2}' = A_s' \sigma_{a2}$$

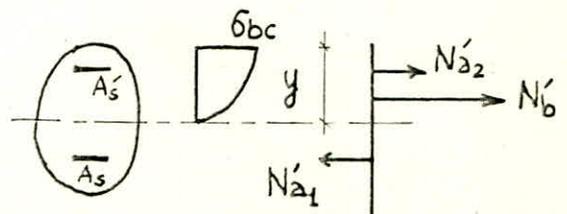
$$M_{a1}' = (AA_1 - D_1) N_{a1}' \quad ; \quad M_{a2}' = (AA_2 - D_2) \cdot N_{a2}'$$

$$N_R = N_{a1}' + N_{a2}' + N_b' \quad ; \quad M_R = M_{a2}' - M_{a1}' + M_b'$$

- Section partiellement comprimée :

$$N_b' = \int_0^{\epsilon_b'} b(\epsilon') \sigma'(\epsilon') d\epsilon'$$

$$M_b' = \int_0^{\epsilon_b'} b(\epsilon') \sigma'(\epsilon') y(\epsilon') d\epsilon'$$



$$\begin{aligned}
 N_{a_1} &= A_s \sigma_{a_1} & ; & & M_{a_1} &= (AA_1 - D_1) N_{a_1} \\
 N'_{a_2} &= A'_s \sigma_{a_2} & ; & & M'_{a_2} &= (AA_2 - D_2) N'_{a_2} \\
 NR &= N'_{a_2} - N_{a_1} + N'_b & ; & & MR &= M_{a_1} + M'_{a_2} + M'_b
 \end{aligned}$$

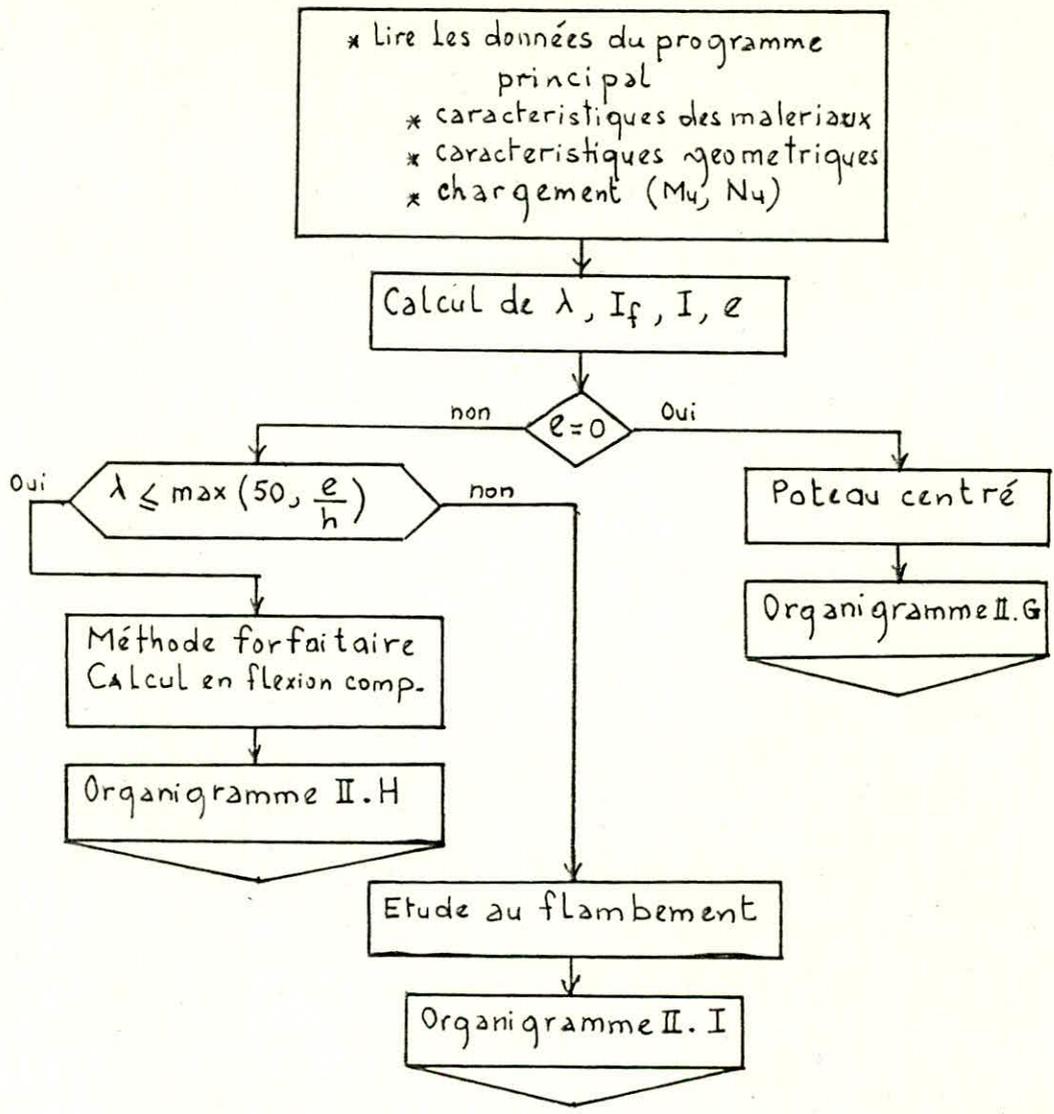
2. L'équilibre est atteint si l'on arrive à trouver des valeurs ε_G et ω admissibles, tel que :

$$N_u = NR(\varepsilon_G, \omega)$$

$$M_u = N_u \left(e_1 + \frac{\rho_f^2}{TV^2} \omega \right) = MR(\varepsilon_G, \omega)$$

Organiogramme général:

Etat limite de stabilité de forme

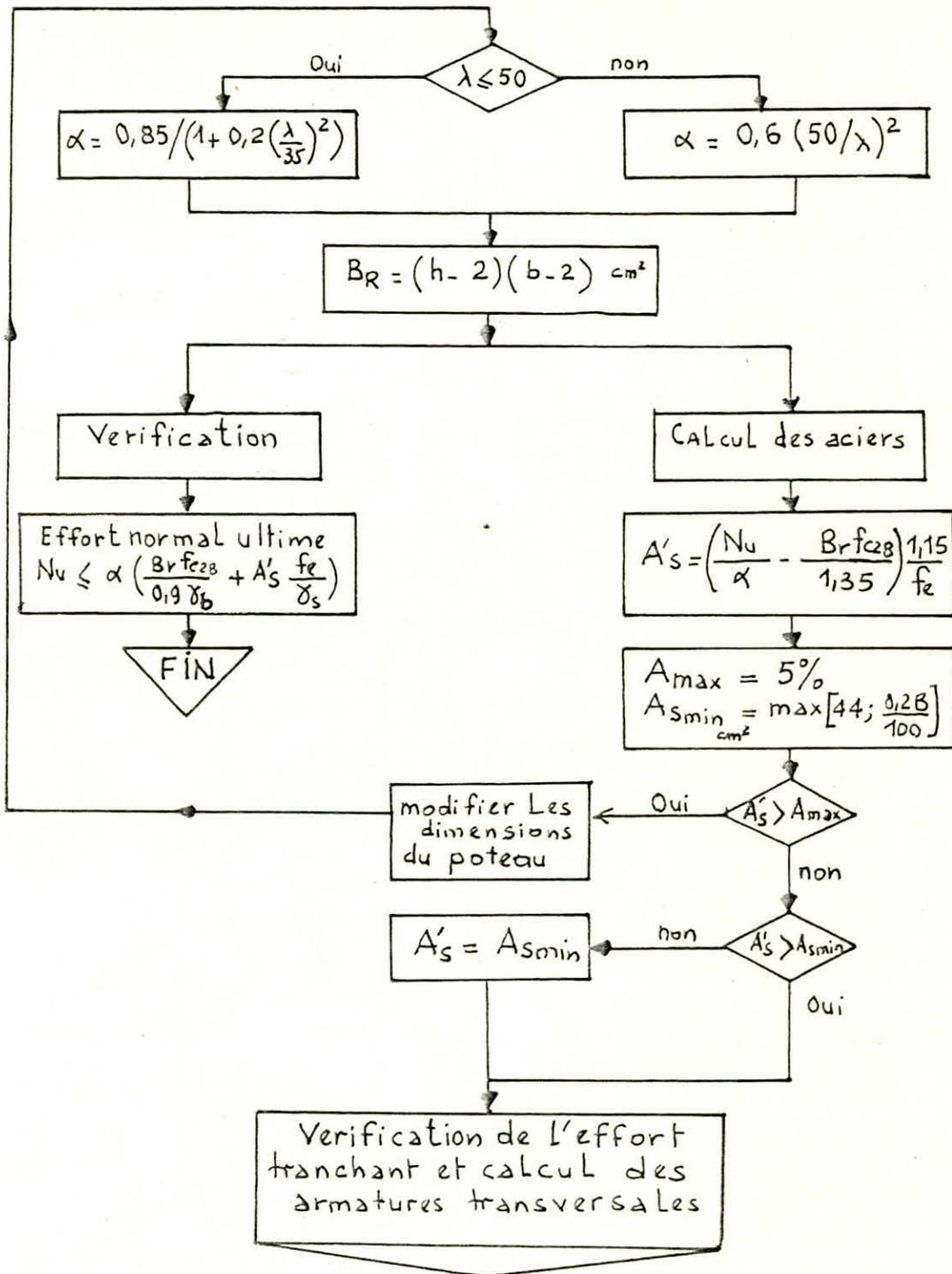


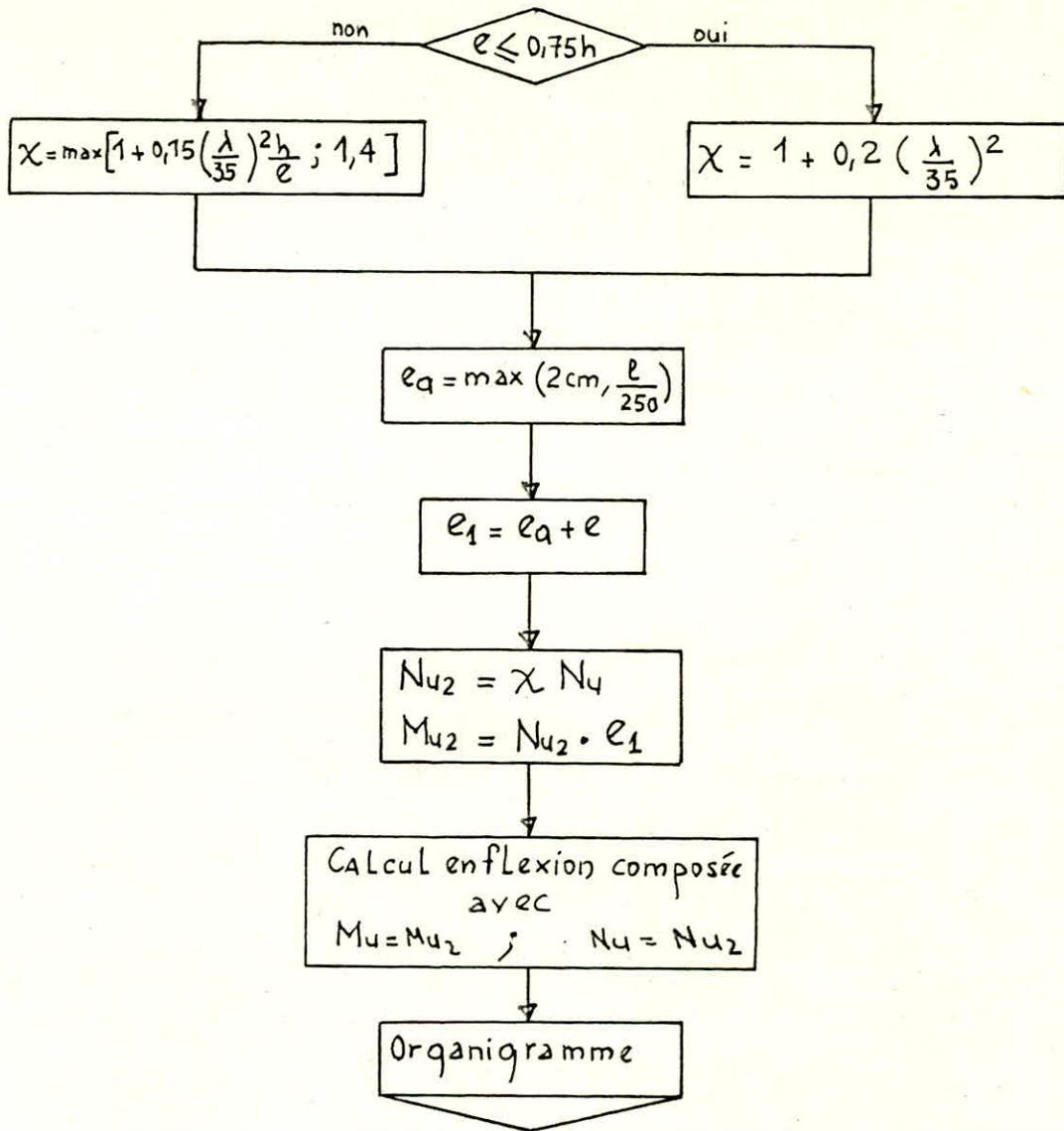
Organigramme II G

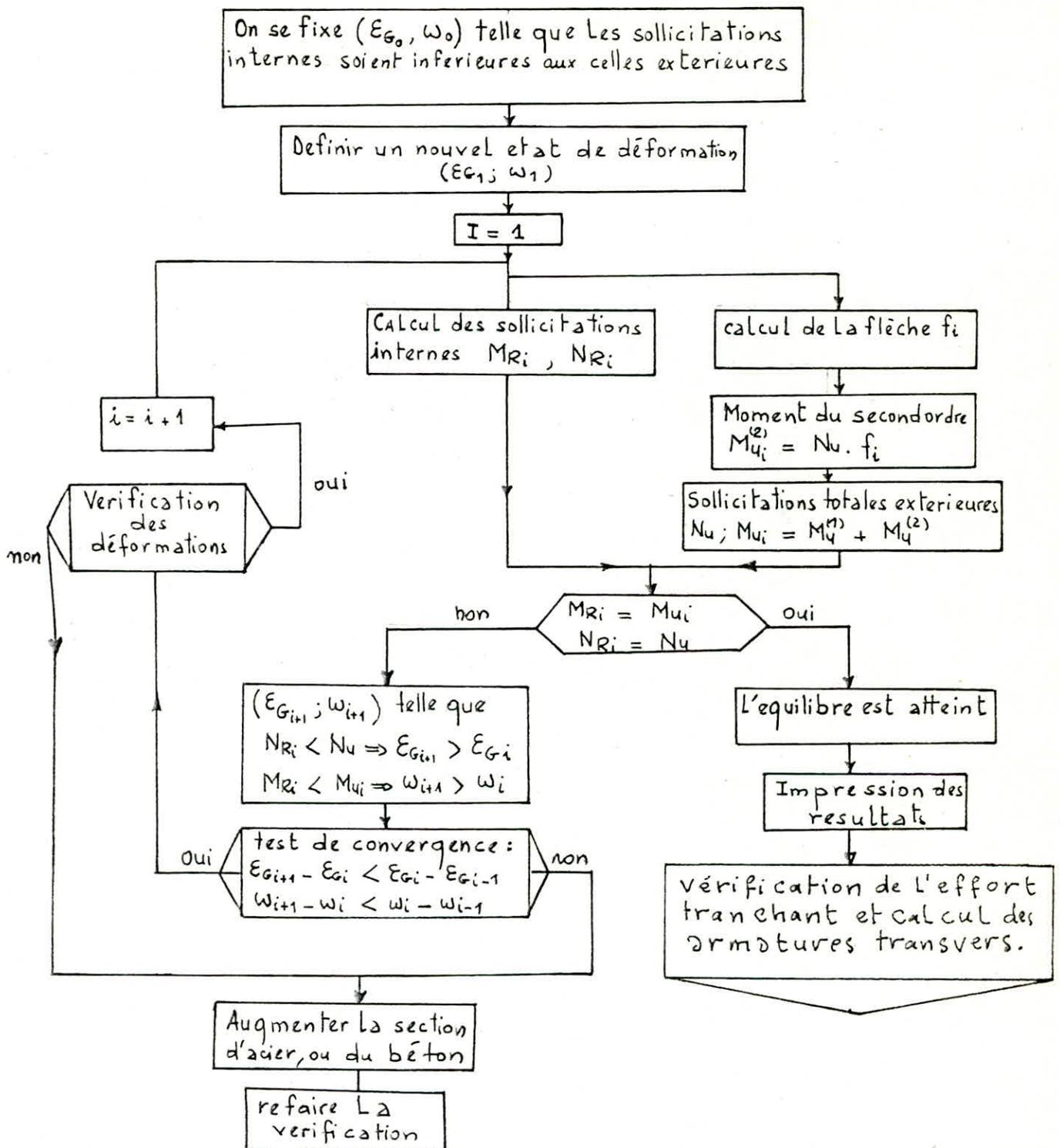
* Poteau dite centré

* détermination des armatures

* Vérification de l'effort normal







VERIFICATION DES DEFORMATIONS

II.3 ETAT LIMITE DE SERVICE VIS A VIS DES DEFORMATIONS :

II.3.1 Présentation du programme :

Cette partie du programme permet de déterminer Les flèches d'une poutre en béton armé à section rectangulaire ou en T de bâtiments courants.

Le calcul est mené conformément aux formules approchées indiquées aux commentaires de L'article B.6.5, 2 du règlement BAEL83.

II.3.2 But du calcul des déformations :

Il est intéressant de connaître La déformation d'un élément d'une structure afin de pouvoir s'assurer que cette déformation ne dépasse pas Les Limites imposées par le règlement et n'entraînera pas des désordres dans Les éléments supportés.

En pratique, Le calcul des déformations se ramène au calcul des flèches.

II.3.3 Calcul des flèches suivant Les règles B.A.E.L

Les règles B.A.E.L donnent à L'article B6.5 une méthode de calcul approchée de La déformation d'une poutre fléchie.

Cette méthode a un caractère empirique, en fonction des résultats de mesures de flèches en cours d'essai, généralement sous chargement instantané.

La R.D.M détermine La flèche pour une poutre isostatique uniformément chargée par La formule :

$$f = \frac{5Pl}{384EI} \quad ; \quad \text{ou} \quad f = \frac{Ml^2}{9,6EI}$$

- fg: instantané due aux charges permanentes
- fg: totale due aux charges permanentes
- fg: instantané due aux charges de courte durée
- fj: instantané due aux charges permanentes avant

Nous calculerons les flèches :

charge étudiez .

σ_s = contrainte de traction des aciers tendus dans le cas de

$$\text{Le coefficient } u \text{ vaut : } u = 1 - \frac{4 \rho \sigma_s + f_{t28}}{1,75 f_{t28}}$$

$$\rho = \text{pourcentage d'acier tendu : } \rho = \frac{b \cdot d}{A}$$

f_{t28} : contrainte caractéristique à la traction du béton à 28 jours

une poutre rectangulaire $b_0 = b$).

de la poutre en T et la largeur de la table de compression (pour

b_0 et b représentent respectivement la largeur de la nervure

et $\lambda = \lambda_v = 0,4 \lambda$? pour les déformations différées .

ou $\lambda = \lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3 \cdot b_0/b) \rho}$ pour les déformations instantanées

$$I_f = \frac{I_0}{1 + \lambda u}$$

- Le moment d'inertie fictif est déterminé ci-après

$$E_I = 11000 f_{c_j}^{1/3}, \quad E_t = 3700 f_{c_j}^{1/3}$$

- Le module de YOUNG du béton instantané ou différé

d'acier tendu et la fissuration plus ou moins importante du béton.

- un moment d'inertie fictif I_f qui prend en compte la section

cette méthode remplace le coefficient ρ par ρ et utilise :

La mise en place des cloisons.

$$f_{qi} = \frac{Mg}{g} \times \frac{l^2}{E_i \times I_{fi}} \quad ; \quad f_{qv} = \frac{Mg}{g} \times \frac{l^2}{E_v \times I_{fv}}$$

$$f_{qi} = \frac{Mg}{g} \times \frac{l^2}{E_i \cdot I_{fi}} \quad ; \quad f_{ji} = \frac{Mj}{g} \times \frac{l^2}{E_i \times I_{fi}}$$

La flèche de calcul à comparer à la flèche admissible vaut:

$$F = f_{qv} - f_{ji} + f_{qi} - f_{qi}$$

Un calcul plus précis de la flèche pourrait être fait en calculant à chaque abscisse de la poutre la valeur du moment M , de la contrainte de traction σ_s , le pourcentage d'acier, donc les coefficients λ et μ , puis en intégrant deux fois la courbure :

$$\frac{1}{\sigma_i} = \frac{M(x)}{E_i \times I_{fi}(x)} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sigma_v} = \frac{M(x)}{E_v \times I_{fv}(x)}$$

Ce calcul fastidieux n'apportera pas une précision plus crédible que la méthode précédente.

II.3.4 Flèches admissibles :

Les règles B.A.E.L admettent les valeurs suivantes :

- Pour les éléments supports reposant sur 2 appuis :

$$\frac{l}{500} \quad \text{pour les portées inférieures à 5m}$$

$$\frac{l}{1000} + 0,005 \quad \text{pour les portées supérieures à 5m}$$

- Pour les éléments supports en console

$$\frac{l}{250} \quad \text{pour les portées inférieures à 2m}$$

l : portée de la poutre.

11.3.5 Utilisation de cette partie de programme :

a. Données :

- caractéristiques de la section : H, H_0, B, B_0
- portée de la poutre : L_p
- section des armatures supérieures et enrobage
- section des armatures inférieures et enrobage
- caractéristiques des matériaux (Acier - Béton)
- chargement ($j, g; p$)
- coefficients de proportionnalité des moments isostatiques

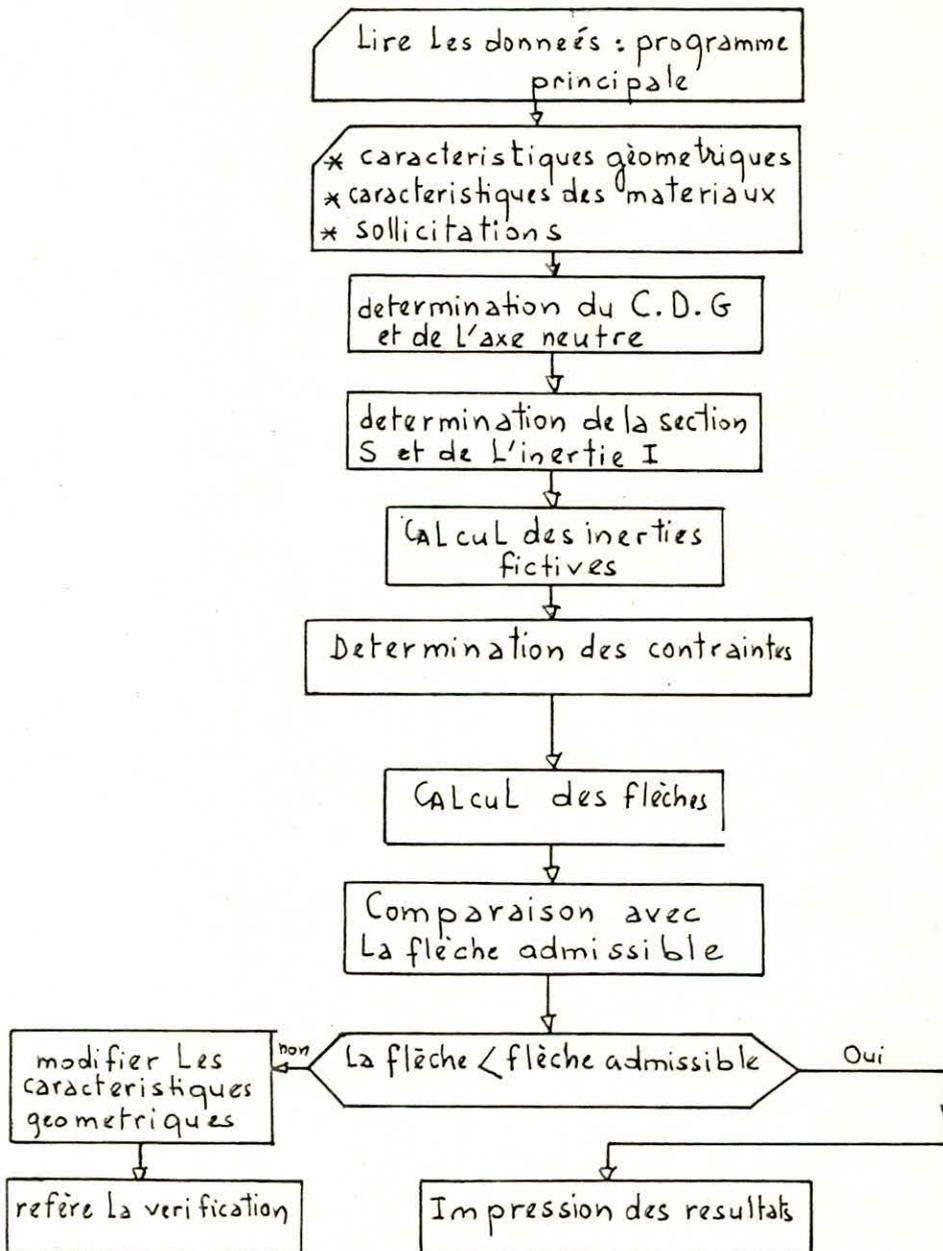
et hyperstatiques

Ces données sont déjà introduites au début du programme principal.

b. Les résultats :

- Les flèches : $f_{g_v}; f_{g_i}; f_{j_i}; f_{p_i}$
- La flèche totale F
- * La flèche est comparée à la flèche admissible.

Organigramme général : Calcul de flèche par la méthode forfaitaire



EFFORT TRANCHANT

II.4 EFFORT TRANCHANT :

II.4.1 Contrainte tangente conventionnelle :

Appellons :

- V_u : L'effort tranchant à l'état limite ultime dans la section étudiée
- b_0 : La largeur de la nervure (ou de la poutre s'il s'agit d'une rectangulaire).
- d : La hauteur utile de la section

La contrainte tangente conventionnelle τ_u est donnée par :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d}$$

Celle-ci doit être limitée aux valeurs suivantes :

* Les armatures d'âme sont droites ($\alpha = 90^\circ$) :

- Si la fissuration est peu nuisible :

$$\tau_u \leq \min(0,13 f_{c28}, 4 \text{ MPa}) = \bar{\tau}_u$$

- si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable :

$$\tau_u \leq \min(0,10 f_{c28}, 3 \text{ MPa}) = \bar{\tau}_u$$

* Les armatures d'âmes sont inclinées à $\alpha = 45^\circ$:

$$\tau_u \leq \min(0,18 f_{c28}, 5,5 \text{ MPa})$$

* Les armatures d'âmes sont inclinées à $\alpha : 45^\circ < \alpha < 90^\circ$

- si la fissuration est peu nuisible :

$$\tau_u \leq \min \left[\left(0,08 + 0,05 \frac{\alpha}{45^\circ} \right) f_{c28} ; \left(2,5 + 1,5 \frac{\alpha}{45^\circ} \right) \right] \text{ MPa}$$

- si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable :

$$\tau_u \leq \min \left[\left(0,02 + 0,08 \frac{\alpha}{45^\circ} \right) f_{c28} ; \left(0,5 + 2,5 \frac{\alpha}{45^\circ} \right) \right] \text{ MPa}$$

II.4.2 Détermination des armatures :

Les armatures d'âme doivent faire avec l'axe de la poutre un angle α compris entre 45° et 90° .

L'écartement maximum des armatures transversales doit être inférieur à la plus petite des deux valeurs :

$$S_t \leq \min(0,9d, 40 \text{ cm})$$

La section A_t d'un cours d'armatures d'âme de limite d'élasticité f_{e_j} , doit être telle que l'on ait :

$$\frac{A_t}{b S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 f_{t_j} k}{0,8 f_{e_j} (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

$\tau_u, f_{t_j}; f_{e_j}$ en MPa ; A_t en cm^2 ; b, S_t en cm.

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme d'une poutre de hauteur totale h , de largeur b et dont les armatures longitudinales ont un diamètre minimal ϕ_L , doit être tel que :

$$\phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35}; \phi_L; \frac{b}{10}\right)$$

La valeur de k est fixée comme suit :

- * $k=0$: en cas de reprise de bétonnage ou lorsque la fissuration est très préjudiciable
- * $k=1$: en flexion simple dans tout les autres cas.
- * $k=1 + \frac{3N_u}{B f_{c28}}$: en flexion composée avec compression
- * $k=1 - \frac{10|N_u|}{B f_{c28}}$: en flexion composée avec traction.

ou B est la section totale du béton

N_u = L'effort normal relatif à V_u , dans la section considérée

Ce qui donne pour l'écartement minimal des armatures transversales :

$$S_t \leq \frac{0,8 A_t f_e (\cos\alpha + \sin\alpha)}{b (\tau_u - 0,3 k f_{cj})}$$

II.4.3 Cas des pièces entièrement comprimées :

Pour les pièces dont toutes les sections droites sont entièrement comprimées les règles précédentes ne s'appliquent pas si l'on ait :

$$\tau_u \leq \min(0,04 f_{c28}, 1,5 \text{ MPa})$$

Le diamètre ϕ_t des armatures transversales de ces pièces, qui sont généralement des poteaux, se déterminent comme suit :

- ϕ_t au moins égal à $\frac{\phi_l}{3}$ (ϕ_l : diamètre maximal des armatures longitudinales)

- Leur espacement est au plus égal à : $\min(15\phi_{l\min}, 40 \text{ cm}, a+10 \text{ cm})$

ou $\phi_{l\min}$ = diamètre de la plus petite armature longitudinale

a = la plus petite dimension de la section .

II.4.4 Influence de l'effort tranchant au voisinage des appuis :

- Sur un appui de rive on doit vérifier que l'on a :

$$V_u \leq 0,267 a b_0 f_{c28}$$

avec b_0 = largeur de la nervure ou de la poutre

a = la longueur d'appui de la bielle d'about.

- Au droit d'un appui simple, la section A des armatures longitudinales inférieures doit être telle que l'on ait :

$$A \geq 1,15 \frac{V_u}{f_e}$$

- Au droit d'un appui ou il existe un moment M , La section A des armatures longitudinales inferieures doit être telle que l'on ait :

$$A \geq \frac{1,15}{f_e} \left(V_u + \frac{M_u}{0,9d} \right)$$

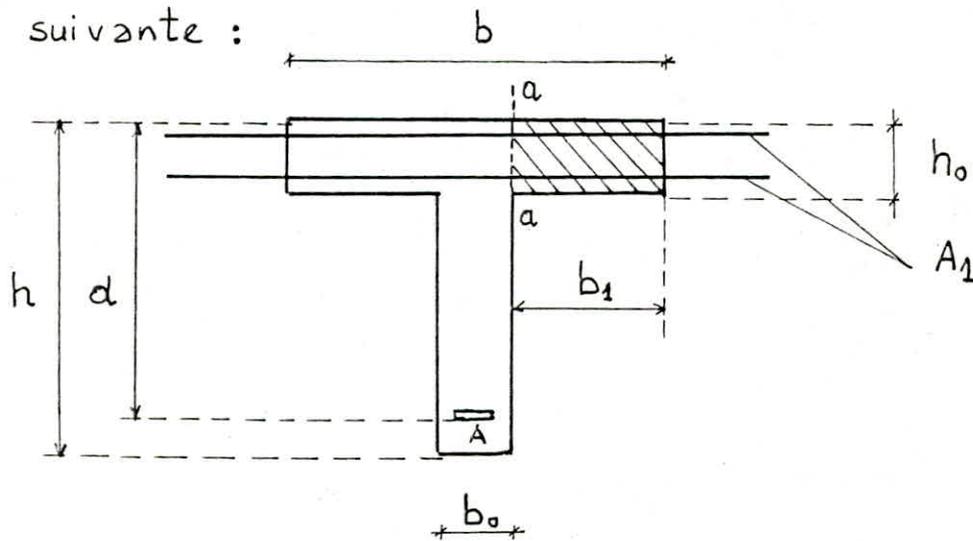
Contrainte de cisaillement :

A La jonction de La table et de La nervure des sections en T, La contrainte de cisaillement τ_u^1 est donnée par :

$$\tau_u^1 = \frac{V_u (b - b_0)}{1,8 b d h_0}$$

La valeur de τ_u^1 doit être inférieure aux valeurs limites données pour τ_u au paragraphe II.4.1

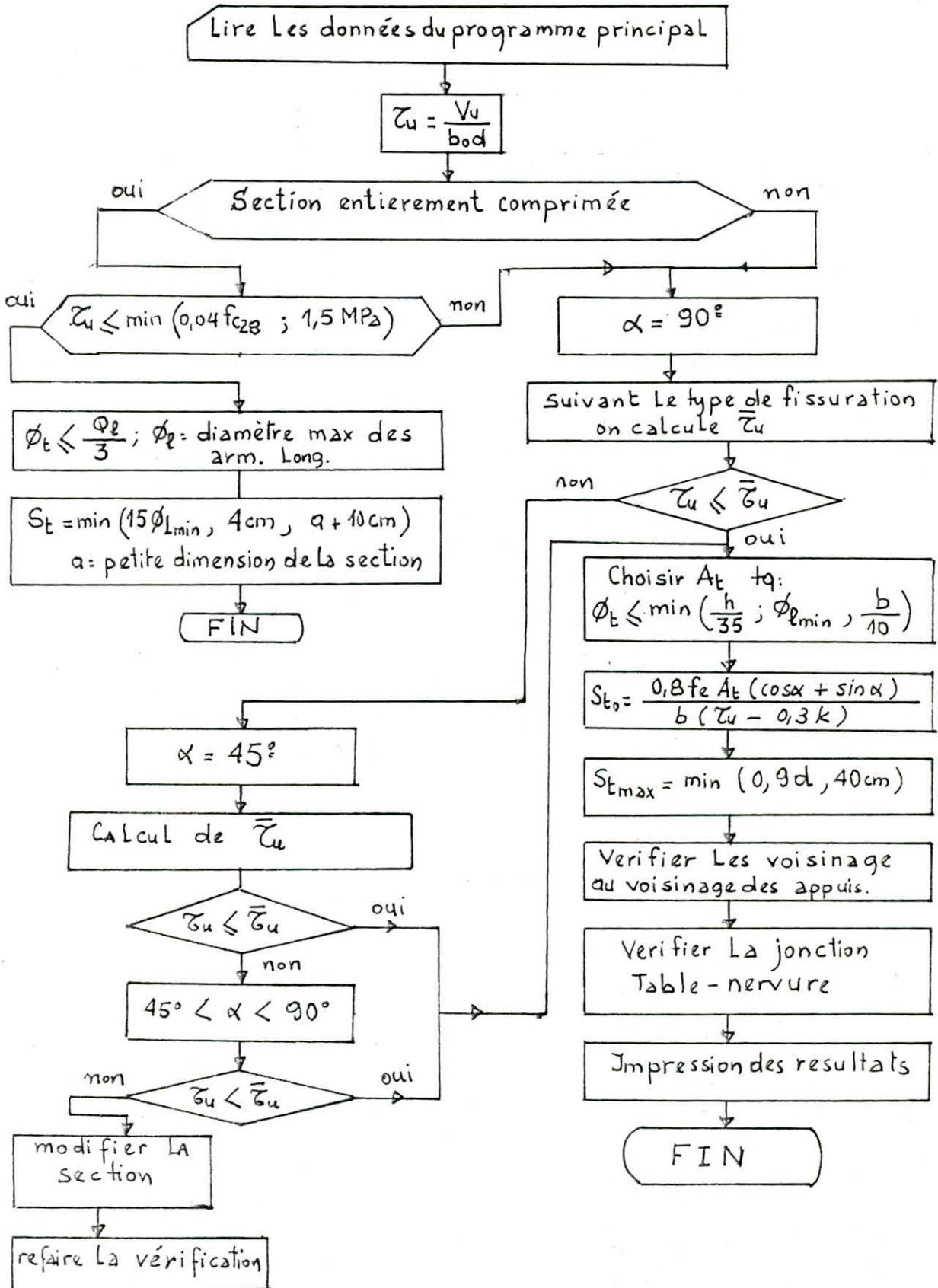
Si A_1 est La section des armatures du hourdis par unité de Longueur, on doit avoir, avec Les notations indiquées sur La figure suivante :



$$A_1 \geq \frac{V_u b_1}{0,8 b d f_e}$$

Les armatures A_1 doivent être totalement ancrées, coté nervure, audéla du plan aa , ce qui est en pratique généralement réalisé automatiquement.

Effort tranchant



11 - 5

CHOIX AUTOMATIQUE DES DIAMETRES
DES BARRES ET PLAN DE FERRAILLAGE .

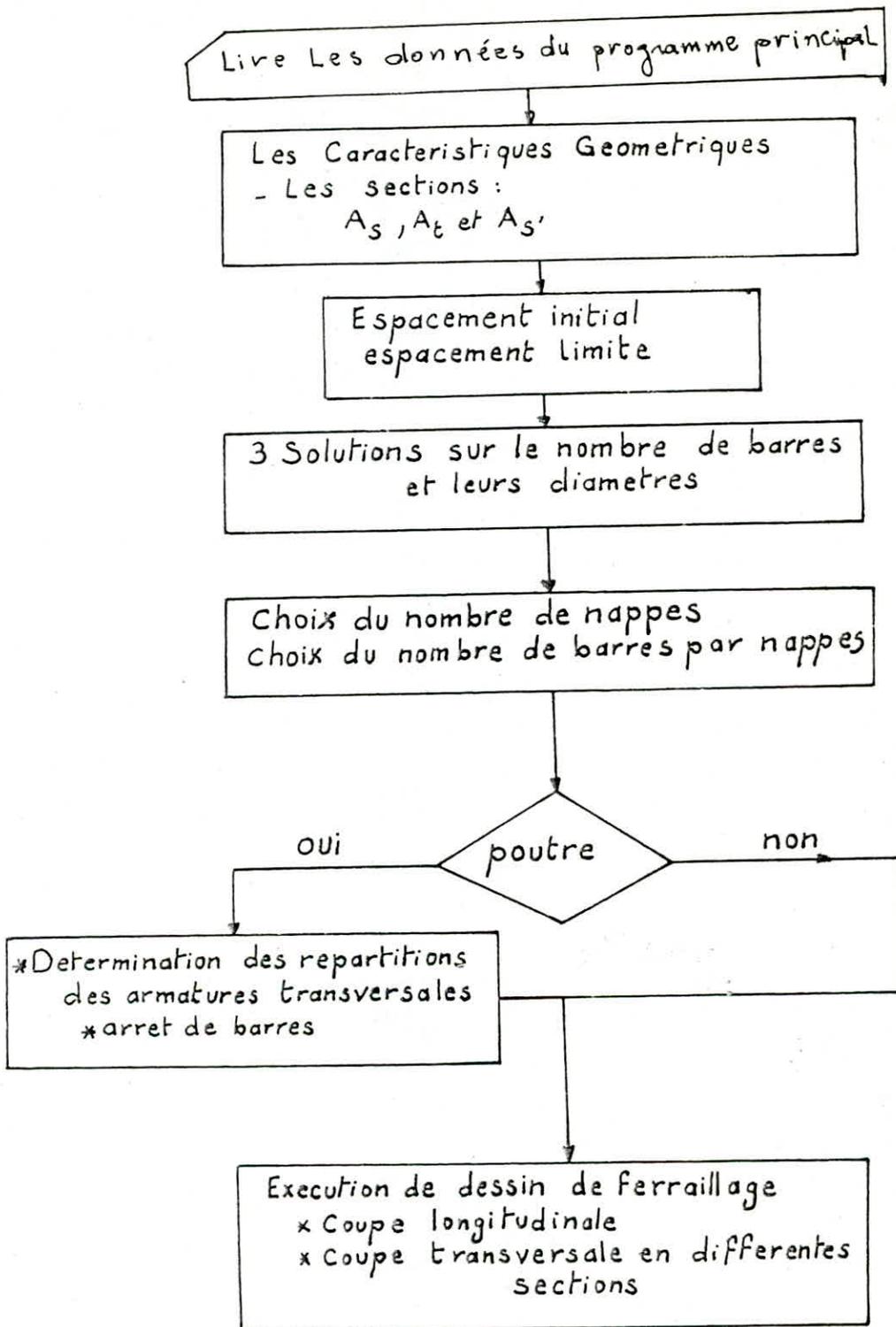
II.5 Choix automatique des diamètres des barres, et Plan de ferrailage :

Cette partie de programme englobe deux sous programmes

- Un sous programme déterminant le nombre et le diamètre des barres, dans ce cas la machine donne la possibilité à l'utilisateur de faire son choix sur trois (03) solutions possibles. Une fois le nombre de barres, et leurs diamètres, ainsi que le nombre de nappes et le nombre de barres par nappe sont fixés : un sous programme déterminant, la répartition des armatures transversales sur la demi-portée de la poutre, et les arrêts de barres longitudinales en utilisant la méthode forfaitaire.

Ensuite la machine passe à l'exécution du plan de ferrailage :

- Une coupe longitudinale
- Une coupe transversale sur différentes sections.



CHAPITRE

- 3 -

FONDATIIONS

III. LES FONDATIONS

INTRODUCTION :

Une fondation est constituée par les semelles de la structure et les aménagements du sol sous ces semelles.

Une semelle est par définition un organe de transmission des charges de la superstructure au sol. Elle ne peut être calculée que si l'on connaît la superstructure et ces charges, c'est à dire la descente de charge, d'une part et les caractéristiques du sol d'autre part.

Nous étudierons dans le présent chapitre trois (3) types de fondations rencontrées en pratique et qui sont :

1. Semelle isolée sous poteau (rectangulaire et circulaire)
2. Semelle continue sous mur
3. Semelle continue sous piliers.

Le choix à faire entre les différentes types de fondation dépend essentiellement de la résistance du sol.

Présentation du programme principale :

Ce programme dimensionne et calcule les sections d'armatures des types de fondation décrits précédemment.

En premier lieu et après l'introduction des données, la machine demande à l'utilisateur d'entrer le choix de fondation, après un dimensionnement de la sous face de la semelle, la machine vérifie si les dimensions sont acceptables, si

non elle passe pour le calcul d'un autre type.

Le calcul de ferrailage se fait aux deux états : état limite ultime et état limite de service et avec les deux méthodes : méthode des bielles et méthode des consoles, on retiendra la solution la plus grande.

III.1 SEMELLE ISOLEE SOUS POTEAU :

III.1.1 SEMELLE RECTANGULAIRE :

III.1.1.1 Semelle centrée :

N_u : La charge concentrée transmise à la semelle à l'état limite ultime (E.L.U)

N_s : La charge à l'état limite de service (E.L.S)

La semelle -généralement rectangulaire ($A \times B$; $A \geq B$), supporte cette charge par l'intermédiaire d'un poteau ($a \times b$, $a \geq b$)

a. Dimensionnement de la sous face :

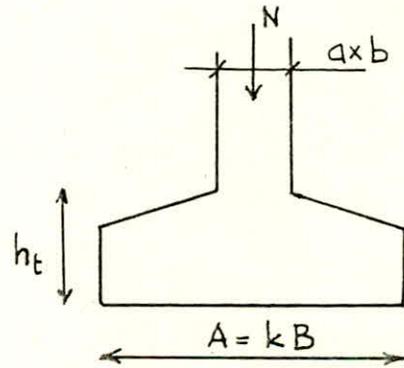
$$A \times B = \frac{N}{\bar{\sigma}_s} ; \bar{\sigma}_s : \text{contrainte admissible du sol}$$

$$a = kb \Rightarrow A = kB$$

$$kB^2 = \frac{N}{\bar{\sigma}_s} \Rightarrow B = \sqrt{\frac{N}{k \bar{\sigma}_s}}$$

on prendra :

$$B = \max \left(\sqrt{\frac{N_u}{k \bar{\sigma}_s}} ; \sqrt{\frac{N_s}{k \bar{\sigma}_s}} \right)$$



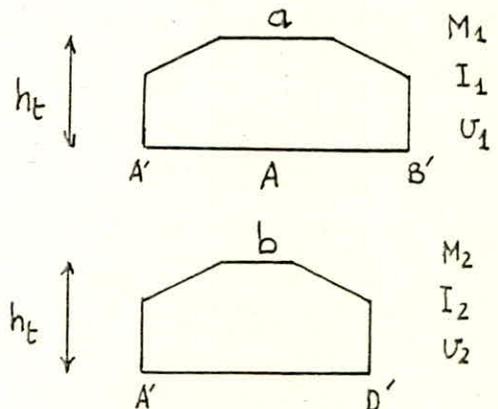
On prendra, donc Les dimensions A et B dans Le même rapport que a et b de la section droite du poteau .

III.1.1.1.1 Semelle non armée :

Selon A'B' on a :

$$\sigma_1 = \frac{M_1 \nu_1}{I_1} \leq \bar{\sigma}_b$$

avec $\bar{\sigma}_b$: contrainte admissible du béton à l'ELU ou l'ELS.



$$v_1 = \frac{H_{t1}}{2} \quad ; \quad I_1 = \frac{A H_{t1}^3}{12}$$

$$\text{alors on a : } H_{t1}^2 = \frac{6 M_1}{A \bar{\sigma}_b}$$

* selon A'D' :

de même pour ce sens la on a :

$$H_{t2}^2 = \frac{6 M_2}{B \bar{\sigma}_b}$$

Pour H_{t1} on prendra le max des deux valeurs :

$$H_{t1} = \max (H_{t1}(\text{ELU}) ; H_{t1}(\text{ELS}))$$

De même pour H_{t2} , et la hauteur de la semelle sera :

$$H_t = \max (H_{t1} ; H_{t2})$$

III.1.112 Semelle armée :

* La hauteur de la semelle est donnée par :

$$H_t = \max \left(\frac{A-a}{4} ; \frac{B-b}{4} \right) + d_1$$

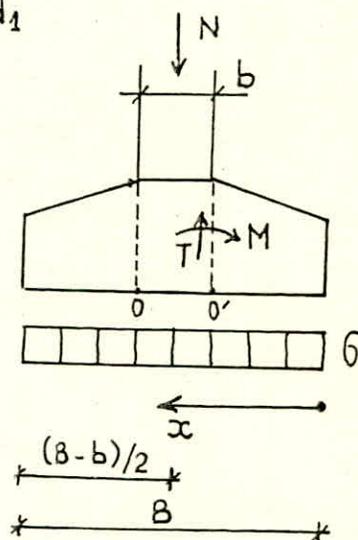
* La section d'armature est donnée par l'une des méthodes : des consoles ou des bielles.

a. Méthode des consoles :

Les ailes de la semelle sont considérées comme encastées dans le noyau.

$$M(x) = \frac{6 x^2}{2}$$

$$\text{en } O' : M = \frac{N}{8B} (B-b)^2 \quad (\text{Sens B})$$

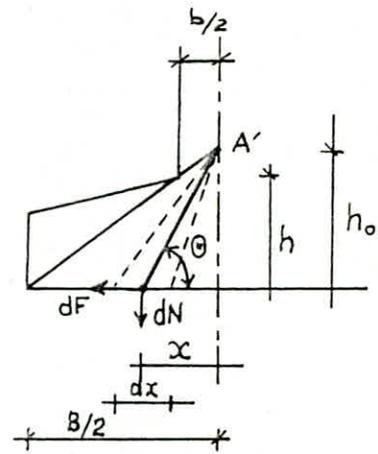


La section d'armatures est obtenue par le calcul en flexion simple à l'E.L.U

Remarque : Le fait de choisir M_t par la formule précédente nous dispense de la vérification du cisaillement, de même nous permet d'appliquer la méthode des bielles.

b. Méthode des bielles :

Cette méthode consiste à supposer que l'effort N est transmis au sol par deux séries de bielles de béton suivant les deux directions :



* réaction du sol :

$$dN = dx \sigma$$

$$\sigma = \frac{N}{A \cdot B} \Rightarrow dN = \frac{N}{A \cdot B} dx$$

* La traction dans les aciers est donnée par :

$$\frac{dF}{dN} = \frac{x}{h_0} \Rightarrow dF = \frac{x}{h_0} dN \Rightarrow dF = \frac{N}{A \cdot B \cdot h_0} x dx$$

en intégrant de x à $B/2$ (respectivement $A/2$), on obtient

$$F(x) = \frac{NB}{8h_0} \left(1 - \frac{4x^2}{B^2} \right)$$

La traction maximale est donnée pour $x=0$:

$$F_0 = \frac{NB}{8h_0} \quad \text{avec} \quad h_0 = \frac{B}{B-b} h$$

alors :

$$F_0 = \frac{N(B-b)}{8h} \quad (\text{sens } B)$$

Dans le sens A on a : $F_s = \frac{N(A-a)}{8h}$

Les sections d'armatures dans le sens A et B sont données

par :

$$A_a = \max \left(\frac{N_u(A-a)}{8h F_{su}} ; \frac{N_s(A-a)}{8h \bar{\sigma}_{as}} \right)$$

$$A_b = \max \left(\frac{N_u(B-b)}{8h F_{su}} ; \frac{N_s(B-b)}{8h \bar{\sigma}_{as}} \right)$$

avec $F_{su} = \frac{F_e}{\bar{\sigma}_s}$: contrainte limite de l'acier à l'E.L.U

$\bar{\sigma}_{as}$: contrainte limite de l'acier à l'E.L.S (elle dépend de l'état de fissuration).

* Vérification de l'adhérence :

Définition : La longueur de scellement droit l_s est la longueur de scellement nécessaire pour qu'une barre rectiligne de diamètre ϕ , soumise à une contrainte égale à la limite élastique F_e soit convenablement ancrée :

La longueur de scellement est donnée par :

$$l_s = \frac{\phi}{4} \times \frac{F_e}{\bar{\sigma}_s}$$

ou : ϕ : diamètre des barres choisies

F_e : limite élastique de l'acier

$\bar{\sigma}_s$: La valeur limite de la contrainte d'adhérence,

donnée par : $\bar{\sigma}_s = 0,6 \psi_d^2 f_{t28}$

ou ψ_d : coefficient de scellement pris égal à :
1 pour les ronds lisses

1,5 pour Les armatures à haute adhérence

$f_{t_{28}}$: résistance caractéristique à la traction du béton à 28 jours et donnée par : $f_{t_{28}} = 0,6 \pm 0,06 f_{c_{28}}$

Les armatures seront munies de crochets si $l_s > \frac{B}{4}$ (respectivement $\frac{A}{4}$) ou A et B sont les dimensions de la semelle déjà calculées.

III.1.1.2 Semelle isolée sous point d'appui avec moment :

a. Dimensionnement :

Quand aucune soulèvement de la semelle n'est admis, on dimensionne de la façon suivante :

* Condition de résistance du sol :

La contrainte moyenne est donnée par : $\sigma_m = \frac{3\sigma_1 + \sigma_2}{4}$

avec σ_1, σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$) Les contraintes aux extrémités du diagramme des contraintes données par la formule classique de la résistance des matériaux :

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A \times B} \pm \frac{M \sigma}{I}$$

Il faut avoir $\sigma_m \leq \bar{\sigma}_s$

En prenant A et B dans le même rapport que a et b (dimensions du poteau), on obtient :

$$\frac{N}{kA^2} + \frac{3M}{kA^3} = \bar{\sigma}_s \quad (1) \quad \text{avec } k = \frac{b}{a}$$

La résolution de l'équation (1) du 3^e degré se fait par approximations successives.

* Condition de raideur de La semelle :

La hauteur h est déterminée par La condition :

$$h \geq \max \left(\frac{A-a}{4} ; \frac{B-b}{4} \right)$$

d'où La hauteur totale :

$$h_t = h + c \quad \text{ou } c : \text{ est L'enrobage}$$

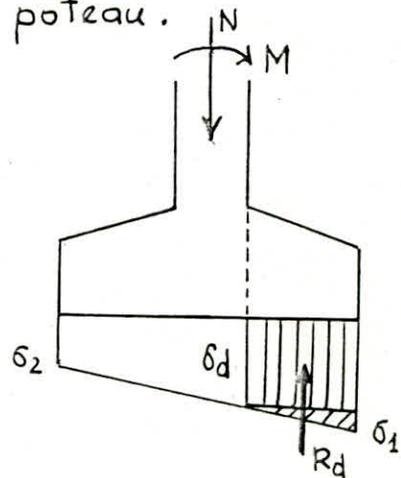
b. Calcul des armatures :

Ces semelles sont généralement armées. Il s'agit tout d'abord de déterminer Le diagramme des contraintes qui est donc trapézoïdale ou triangulaire, en déterminant Les contraintes aux extrémités σ_1 et σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$).

1. Méthode des consoles :

Pour éviter Le calcul par La méthode dite exacte qui est compliquée, on se contente généralement de calculer le moment dans La section d'encastrement de La console; dans ce cas on n'a pas à considérer L'influence du poteau.

La réaction R_d du sol à droite de La section d'encastrement provoque un moment M_d qui sert à déterminer La section d'armature dans Le cas de flexion simple.



2. Méthode des bielles :

La méthode des bielles peut être appliquée en plus de la condition de raideur de la semelle, que si les contraintes σ_1 et σ_2 sont proches. Cette condition étant vérifiée, on calcule la semelle sous la charge centrée $N' = \sigma_m \times A \times B$. Autrement dit on considère que la semelle est sollicitée par une réaction uniforme du sol d'intensité $\sigma_s = \frac{3\sigma_1 + \sigma_2}{4}$ au lieu d'une réaction d'allure trapézoïdale. (σ_1, σ_2)

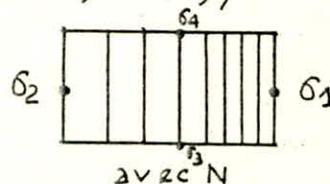
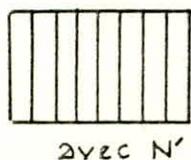
c. Calcul des armatures dans l'autre sens :

S'il y a un moment dans l'autre sens (généralement ce n'est pas le cas), il y a lieu d'appliquer l'une des méthodes décrites précédemment

S'il n'y a pas de moment, théoriquement on peut calculer les armatures en ne considérant que la charge centrée N , mais vu la disposition de la surface des contraintes :

$\sigma_3 = \sigma_4 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$, on sera obligé de moduler les écartements des armatures ainsi calculées en les rapprochant du côté de σ_1 et les éloignant du côté de σ_2 .

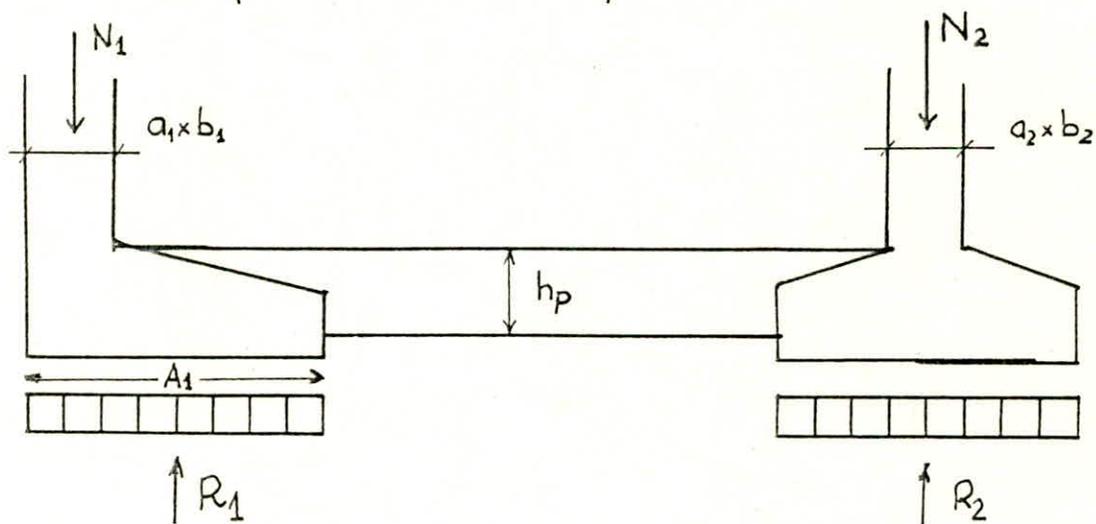
La solution généralement appliquée est celle qui consiste à faire le calcul avec $N' = \sigma_m \times A \times B$ et à disposer les armatures uniformément ($A(N') > A(N)$)



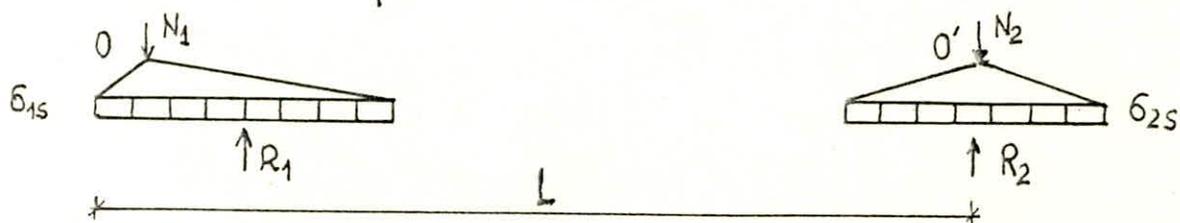
III.1.13 Semelle excentrée : Poutre de redressement

Une semelle excentrée Lorsque le point d'application de l'effort normal transmis par le poteau ne coïncide pas avec le centre de gravité de la semelle. Ce cas se rencontre lorsqu'on ne peut pas construire à l'extérieur du périmètre de la future construction. L'équilibre exige que la réaction du sol soit égale et opposée à l'effort normal transmis par le poteau, ainsi la répartition des contraintes sur le sol de fondation n'est pas uniforme.

Pour éviter d'avoir des semelles ayant des dimensions trop grandes, en pratique on prévoit souvent une poutre de redressement reliant la semelle excentrée à une semelle voisine centrée pour assurer l'équilibre.



* schéma statique.



1. Dimensionnement :

Les équations d'équilibre sont :

$$* R_1 + R_2 = N_1 + N_2$$

$$* \sum M/O' = 0 \Rightarrow N_1 \left(L - \frac{a_1}{2} \right) - R_1 \left(L - \frac{A_1}{2} \right)$$

posons : $L - \frac{a_1}{2} = L'$

$$\text{soit alors : } R_1 = \frac{N_1 L'}{(L - A_1/2)} \quad (1)$$

$$\text{or : } R_1 = \sigma_{1s} \times A_1 \times B_1$$

$$\text{d'où : } \frac{\sigma_{1s}}{2} A_1^2 B_1 - \sigma_{1s} A_1 B_1 L + N_1 L' = 0$$

$$\text{prenons : } \sigma_{1s} = \bar{\sigma}_s$$

$$\text{d'où : } A_1^2 B_1 - A_1 B_1 L + \frac{N_1}{\bar{\sigma}_s} L' = 0 \quad (2)$$

En prenant A_1 et B_1 dans le même rapport que a_1 et b_1 , l'équation (2) devient une équation du 3^e degré en A_1 ou B_1 qu'on résoudra par approximations successives.

Alors en connaissant A_1 et B_1 , on déterminera R_1 d'où R_2 .

Pour les dimensions de la 2^{ème} semelle, elles sont données

par :

$$A_2 = \sqrt{\frac{R_2}{k_2 \bar{\sigma}_s}} \quad \text{avec } k_2 = b_2/a_2$$

$$\text{et } B_2 = k_2 A_2$$

Les hauteurs des semelles sont prises en pratique égales à d tel que : $d = \max(d_1; d_2; h_p + 5\text{cm})$

$$\text{ou } d_1 = \max\left(\frac{A_1 - a_1}{4}; \frac{B_1 - b_1}{4}\right); \quad d_2 = \max\left(\frac{A_2 - a_2}{4}; \frac{B_2 - b_2}{4}\right)$$

h_p : hauteur de la semelle.

2. Ferrailage :

En utilisant la méthode des bielles et en prenant le max des sections calculées à l'E.L.U et à l'E.L.S, on obtiendra pour les deux sens :

* Semelle n° 1 :

$$A_{1x} = \max \left(\frac{R_{1s} (A_1 - a_1)}{8 d \bar{\sigma}_{as}} ; \frac{R_{1u} (A_1 - a_1)}{8 d F_{su}} \right)$$

$$A_{1y} = \max \left(\frac{R_{1s} (B_1 - b_1)}{8 d \bar{\sigma}_{as}} ; \frac{R_{1u} (B_1 - b_1)}{8 d F_{su}} \right)$$

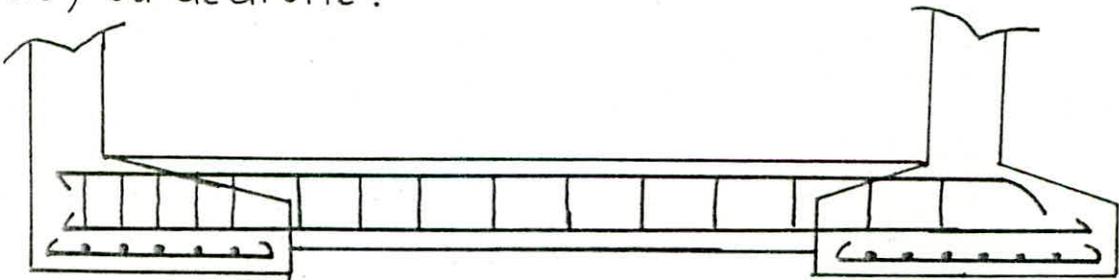
* Semelle n° 2 :

même chose que la première semelle, sauf que les dimensions et sollicitations sont ceux de la semelle n° 2.

3. Etude La poutre de redressement :

La poutre de redressement est supposée infiniment rigide, pour cela la hauteur (h_p) doit être importante, en pratique la valeur retenue est de l'ordre de $L/5$ ($h_p \approx L/5$).

La poutre est calculée en flexion et à l'effort tranchant. Les efforts de calcul sont déterminés à partir des éléments de réduction de toutes les forces de gauche (y compris la réaction du sol) ou de droite.



III.1.2 SEMELLE CIRCULAIRE :

Une semelle circulaire sous pilier circulaire constitue un tronçon de cône et peut être armée par un quadrillage de deux nappes orthogonales ou par des cerces.

1. Dimensionnement :

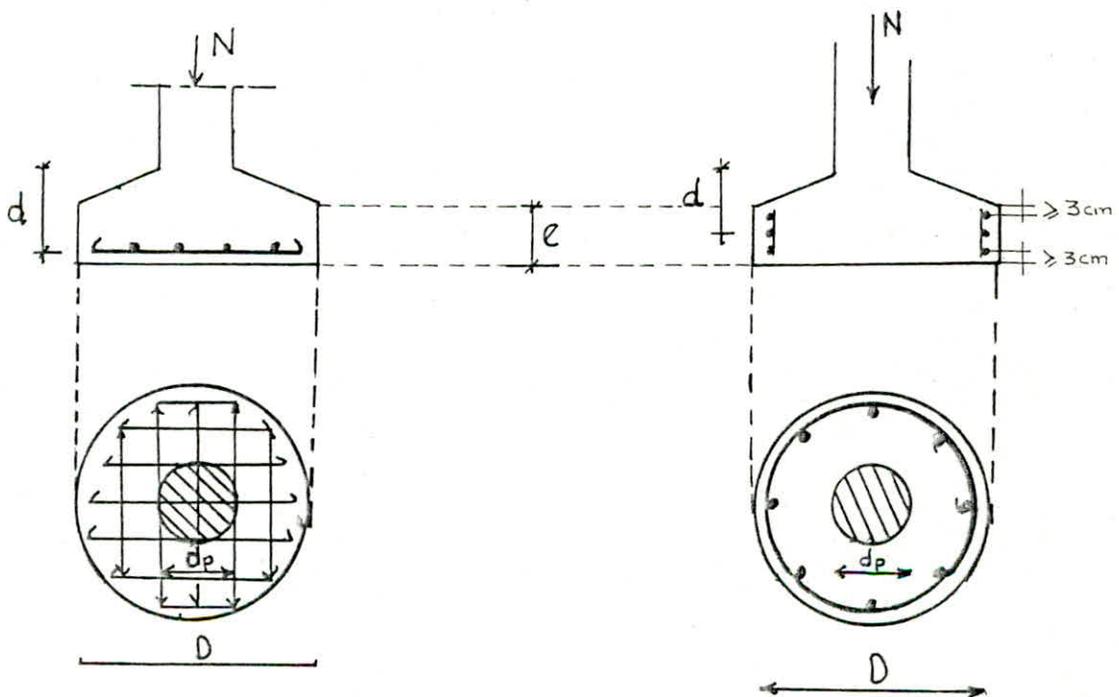
Appellons : D : diamètre de la semelle à sa base
 d_p : diamètre du pilier

Le diamètre minimum de la sous face est donné par la condition de portance du sol, d'où

$$D^2 = \frac{4N}{\pi \bar{\sigma}_s} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4N}{\pi \bar{\sigma}_s}}$$

Par ailleurs pour pouvoir utiliser la méthode des bielles et aussi se passer de la vérification de l'effort tranchant, on doit avoir :

$$d \geq \frac{D - d_p}{4}$$



Lorsque La semelle est armée par deux nappes orthogonales :

$$e \geq 6\phi + 6 \quad (e \text{ et } \phi \text{ en cm})$$

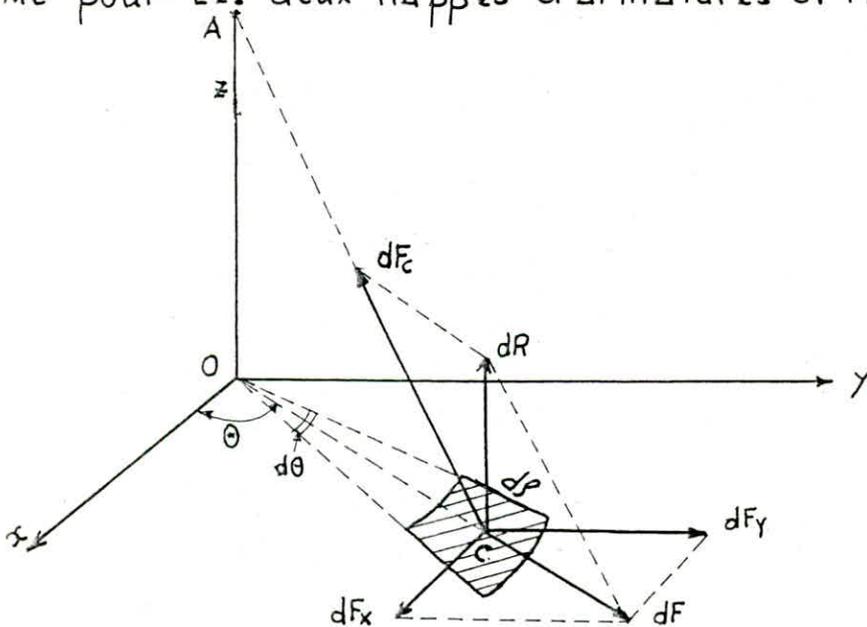
Lorsque La semelle est armée par des cerces :

$$e \geq m\phi + 3(m+1) ; m = \text{nombre de cerces.}$$

2. CALCUL des armatures (methode des bielles)

a. Armatures constituées par deux nappes orthogonales :

L'origine A des bielles se determine de La même manière comme dans Le cas des semelles rectangulaires sous poteaux et, comme dans ce cas on peut admettre que L'origine A est La même pour Les deux nappes d'armatures orthogonales



Sur l'élément envisagé Le sol exerce une réaction dR :

$$dR = \sigma_{sol} \times \rho \times dV \quad \text{comme } \sigma_s = \frac{4N}{\pi D^2}$$

$$\text{alors } dR = \frac{4N}{\pi D^2} \rho dV$$

Decomposons dR en force de compression dF_c , et une force de traction dF :

nous avons : $\frac{dR}{dF} = \frac{r}{OA} \Rightarrow dF = \frac{4N}{\pi D^2 OA} r^2 dr d\theta$

decomposons maintenant dF en dF_x et dF_y parallèlement aux axes Ox et Oy

$$dF_x = dF \cos \theta = \frac{4N}{\pi D^2 OA} r^2 dr \cos \theta d\theta$$

$$\text{d'où : } F_x = \frac{4N}{\pi D^2 OA} \int_0^{D/2} r^2 dr \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{ND}{3\pi OA}$$

nous avons aussi (voir figure)

$$\frac{D/2}{OA} = \frac{(D-dp)/2}{d} \quad \text{soit} \quad \frac{D}{OA} = \frac{D-dp}{d}$$

$$\text{d'où} \quad F_x = \frac{N(D-dp)}{3\pi d}$$

On obtiendrait de la même manière : $F_y = \frac{N(D-dp)}{3\pi d}$

Les sections d'armatures sont alors :

$$A_x = \max \left(\frac{F_{xu}}{F_{su}} ; \frac{F_{xs}}{\sigma_{as}} \right)$$

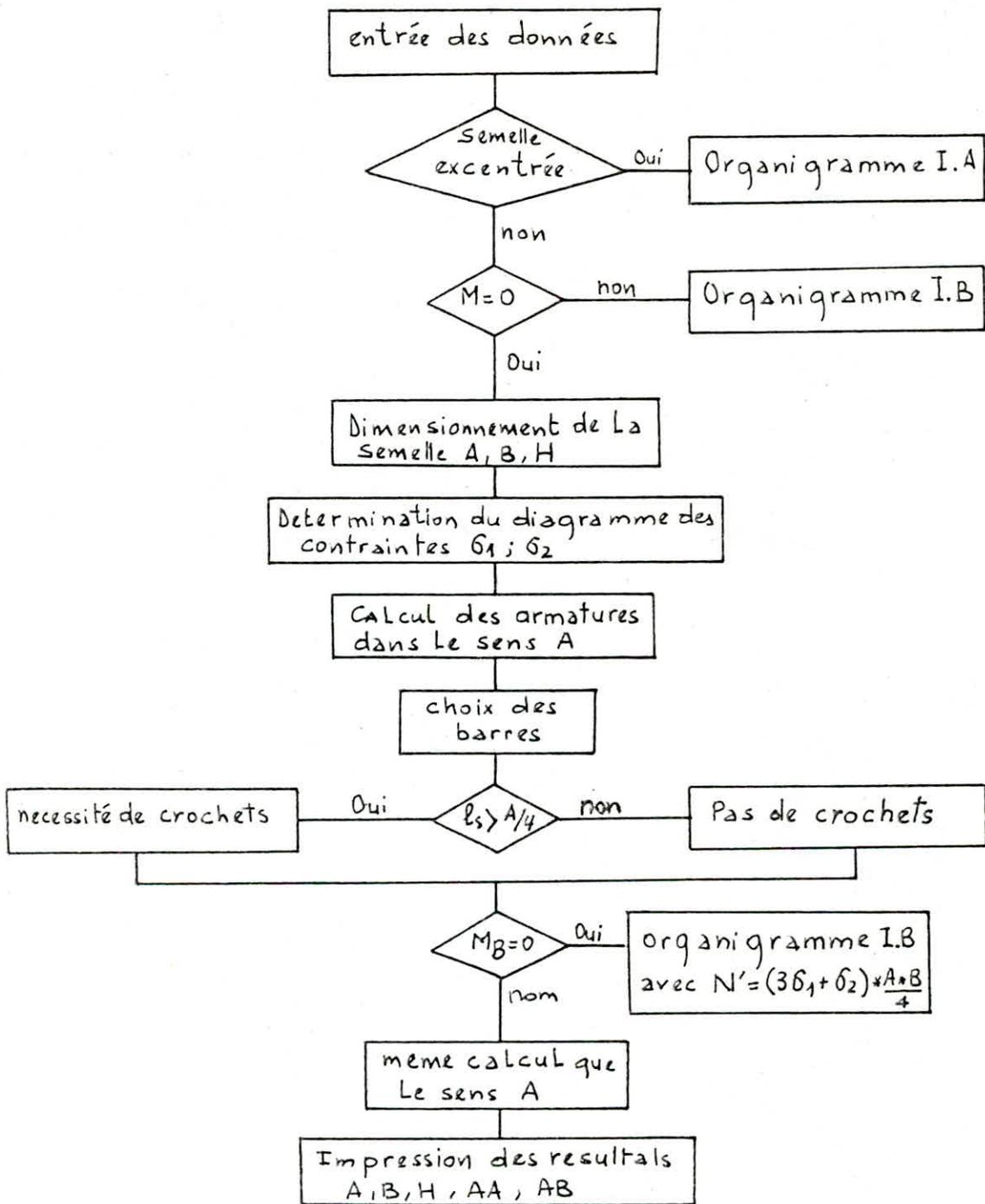
$$A_y = \max \left(\frac{F_{yu}}{F_{su}} ; \frac{F_{ys}}{\sigma_{as}} \right)$$

Les armatures seront munies de crochets et disposées parallèlement aux axes Ox et Oy

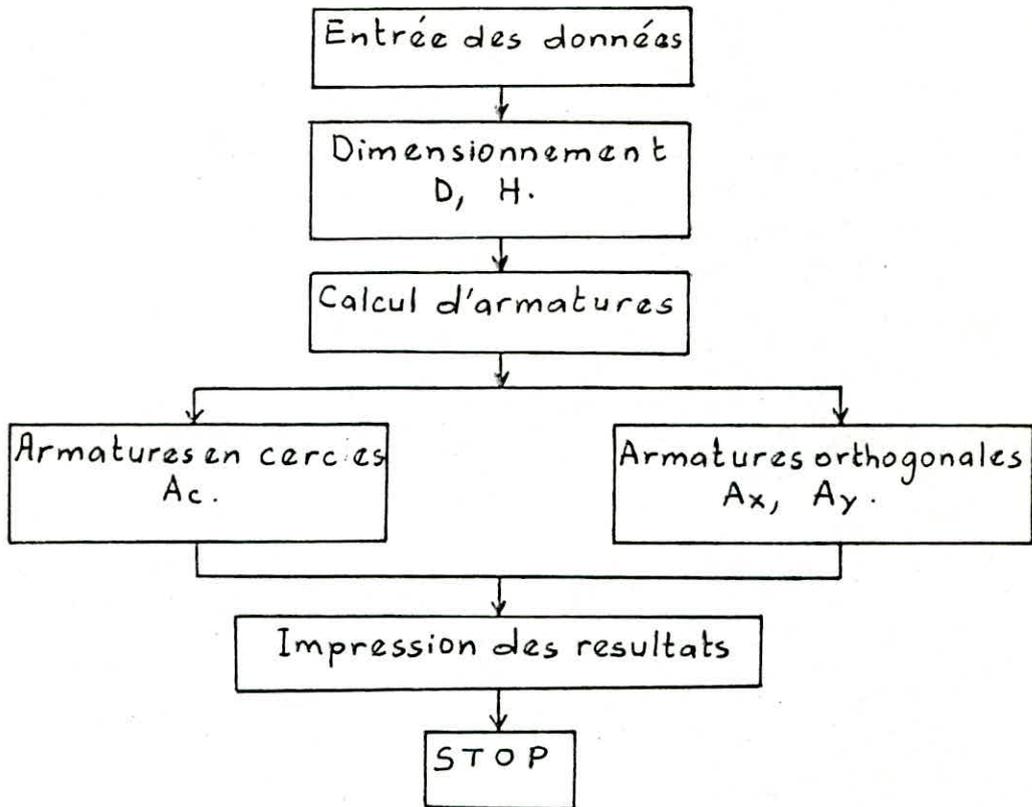
b. Armatures constituées par des cerces :

Si nous faisons coïncider le plan xOy avec le plan moyen nous avons alors : $F_x = F_y = \frac{N(D-dp)}{3\pi d}$

La section totale des cerces A devra donc pouvoir équilibrer un effort $\frac{F_x}{2}$ et nous aurons : $A = \max \left(\frac{F_{xu}}{2F_{su}} ; \frac{F_{xs}}{2\sigma_{as}} \right)$

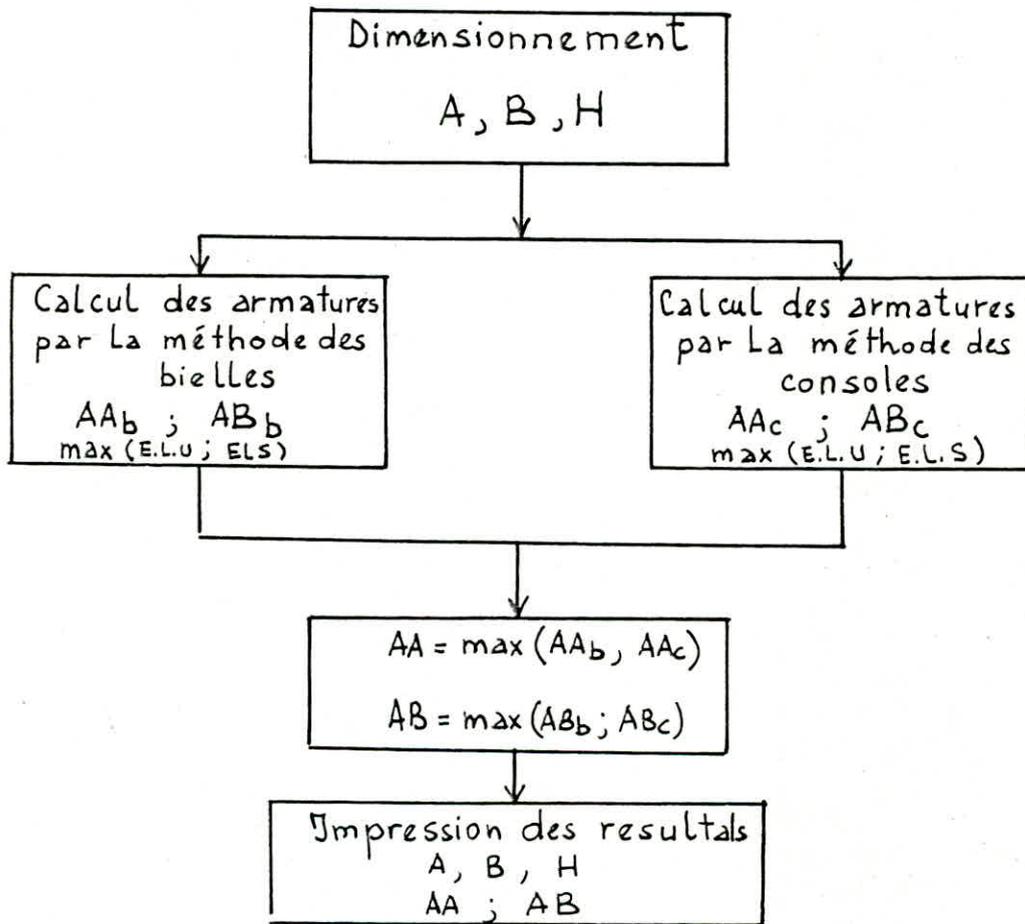


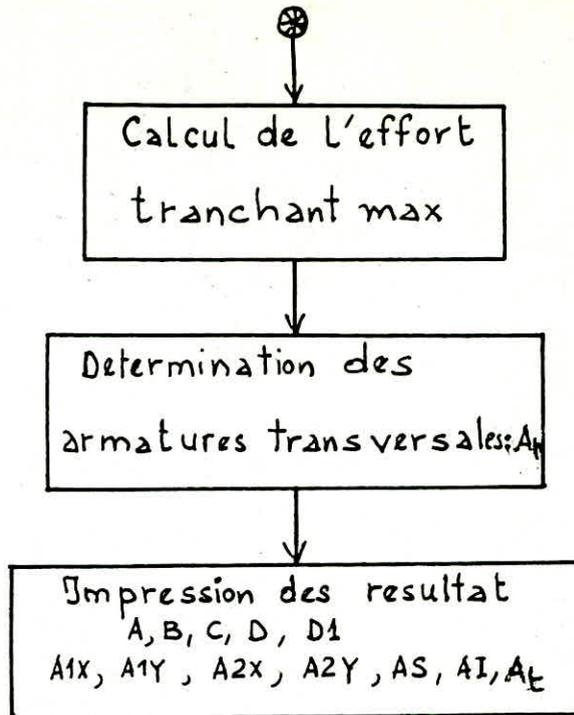
Organigramme
Semelle circulaire.



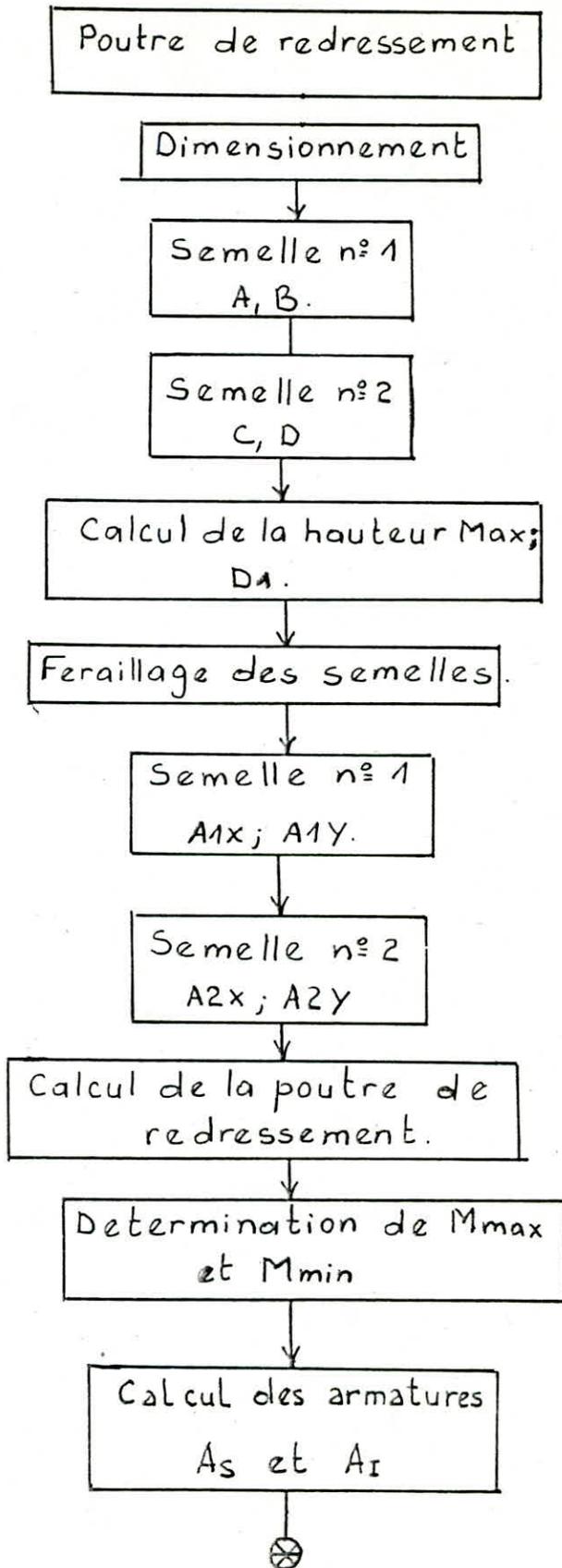
Organigramme I.b

Semelle rectangulaire isolée sous poteau
sans moment





Organigramme I.A



III.2 Semelle continue sous mur :

Dans ce cas, Les charges sont transmises de la superstructure à la semelle par des murs

Soit N La charge à transmettre au sol par mètre linéaire dans le sens longitudinal du mur (kg/m)

$\bar{\sigma}_s$. La contrainte à envisager pour le sol de fondation (kg/m^2)

Les autres notations sont indiquées sur la figure.

1. Dimensionnement :

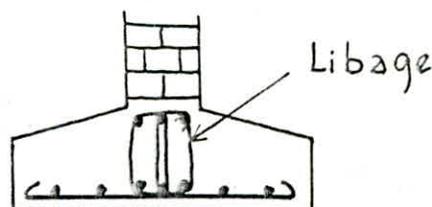
Nous devons avoir : $1 \times B \times \bar{\sigma}_s \geq N \Rightarrow B \geq \frac{N}{1 \times B \times \bar{\sigma}_s}$

$$* d \geq \frac{B - b}{4}$$

$$* e \geq 6\phi + 6 \quad (e \text{ et } \phi \text{ en cm})$$

Remarque :

Si le mur est important, on peut le faire reposer sur la semelle par l'intermédiaire d'un libage qui a pour effet de raidir la semelle et permet de remédier aux légers tassements différentiels susceptibles de se produire. Ce libage est constitué par une poutre comportant des armatures longitudinales et transversales.



2. Calcul des armatures : (méthode des bielles)

Comme pour les semelles isolées, les sections d'armatures sont données par :

$$* \text{ Armatures principales : } A_p = \frac{N(B-b)}{8 d F_{su}} \quad (\text{E.L.U})$$

$$* \text{ Armatures de répartition : } A_r = \frac{A_p}{4} \quad (\text{par mètre linéaire})$$

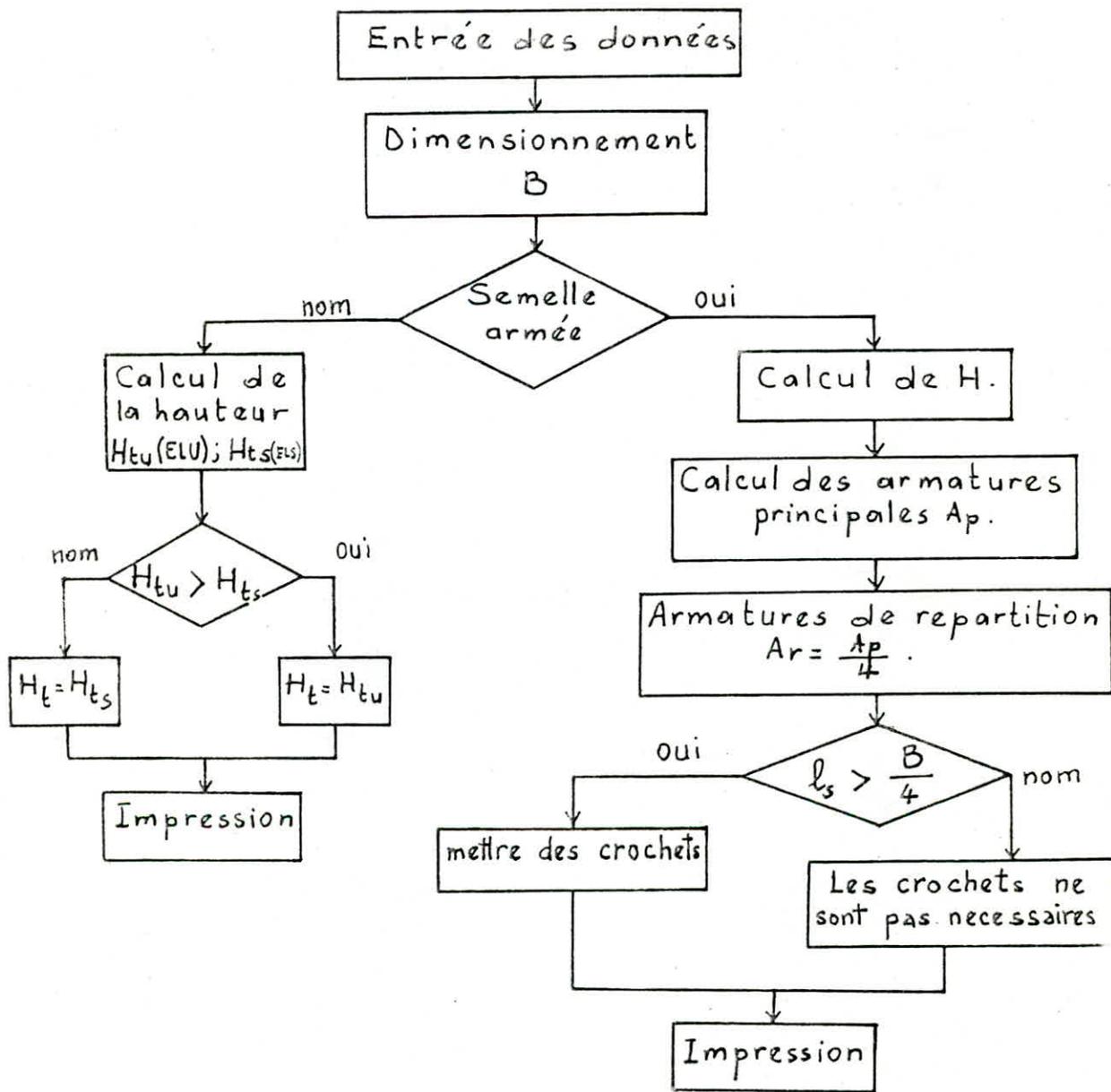
On vérifiera tout de même l'adhérence en comparant la longueur de scellement à la largeur de la semelle.

Remarque :

Lorsqu'on utilise la méthode des bielles pour le calcul des semelles continues sous murs, il n'y a aucune vérification particulière de poinçonnement, ou la contrainte de béton dans les bielles, en outre il n'y a pas lieu de prévoir d'armatures transversales pour équilibrer l'effort tranchant.

Organigramme II

Semelle continue sous mur.



III3 Semelle continue sous piliers:

1. Justification du choix :

Quand Les poteaux et par conséquent Les semelles dans un sens donné sont proches Les unes des autres, on confectionne une semelle continue sous ^{une} file de poteau.

2. Dimensionnement :

Pour Les semelles continues sous poteaux, La répartition des contraintes est fonction de La raideur de La semelle.

Pour étudier La raideur d'une semelle continue sous poteaux, nous utiliserons La théorie de La poutre sur sol élastique.

On calculera en premier lieu La Longueur élastique de La semelle :

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4E_b I}{k \cdot b}}$$

I : inertie de La semelle

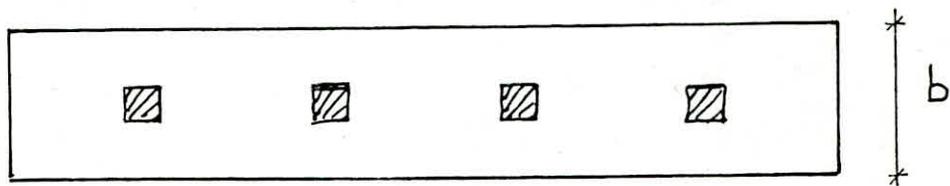
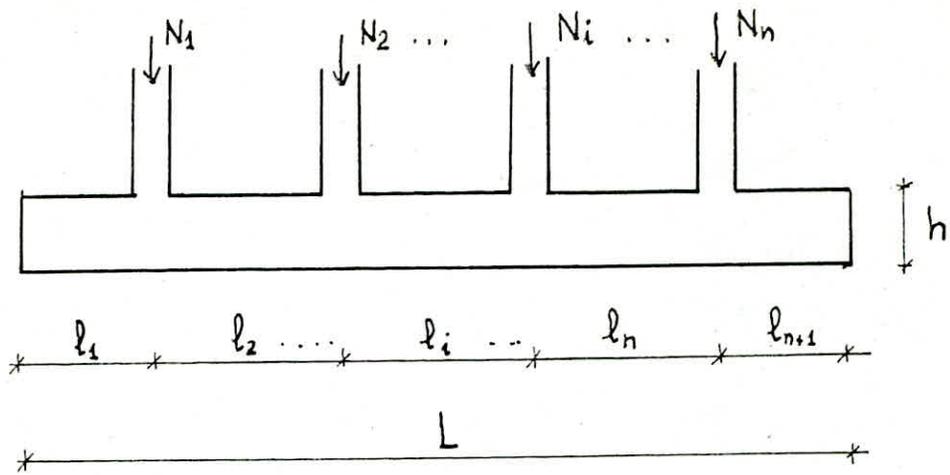
E_b : module d'élasticité du béton ($2 \cdot 10^4$ MPa)

b = Largeur de La semelle

k = raideur

Pour déterminer La hauteur de La poutre en conservant l'hypothèse de La répartition linéaire des contraintes, on doit limiter l'écartement maximal l des charges qui La sollicitent à :

$$l \leq \frac{\pi}{2} l_e$$



La valeur de l est donnée par la condition suivante:

$$l = \max (l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_n, l_{n+1})$$

Cette longueur doit vérifier :

$$l \leq \frac{\pi}{2} \sqrt[4]{\frac{4E_b I}{k b}}$$

ou encore :

$$l^4 \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^4 \cdot \frac{4E_b I}{k b}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{b} \geq \frac{\ell^4}{4} \frac{k}{E_b} \left(\frac{2}{\pi}\right)^4$$

avec $I = \frac{bh^3}{12} \Rightarrow \frac{I}{b} = \frac{h^3}{12}$

alors : $\frac{h^3}{12} \geq \frac{\ell^4}{4} \frac{k}{E_b} \left(\frac{2}{\pi}\right)^4 \Rightarrow h \geq \sqrt[3]{12 \frac{\ell^4}{4} \frac{k}{E_b} \left(\frac{2}{\pi}\right)^4}$

* Détermination de La Largeur b :

En premier lieu il faut calculer l'effort normal total, et le moment fléchissant total rapportés au centre de gravité de la semelle :

$$dN_G = \sum_1^n N_i x_i$$

ou $N_i =$ l'effort normal du poteau i^o

$x_i =$ distance de N_i au centre de gravité

$$dP = \sum_1^n N_i$$

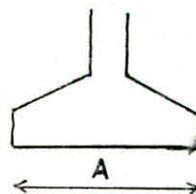
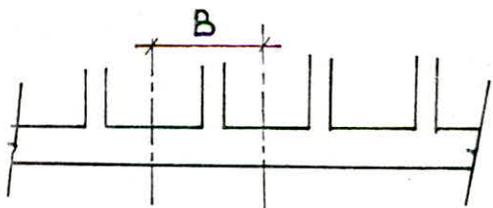
La condition de résistance du sol donne la valeur de la largeur b : $\frac{N}{Lb} + \frac{Mv}{I} \leq \bar{\sigma}_{sol}$ ($I = bL^3/12$; $b = L/2$)

b sera donnée par le maximum des valeurs à l'EL.U ou à l'E.L.S

3. Ferrailage de la semelle :

a. Transversalement :

La semelle agit comme une semelle rectangulaire sous poteau, soit la semelle délimitée par A et B.



On aura pour La Longueur B :

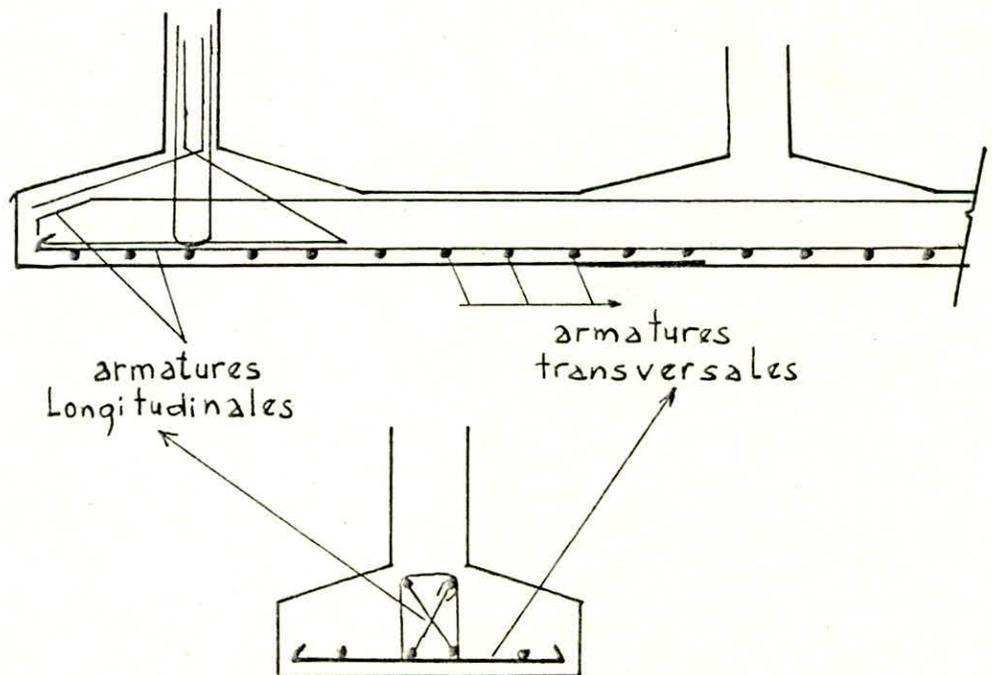
$$A = \max \left(\frac{N(A-a)}{8h F_{su}} ; \frac{N(A-a)}{8h \bar{\sigma}_{as}} \right)$$

b. Longitudinalement :

Elle agit comme une poutre continue renversée avec Les poteaux comme appuis, d'où des armatures superieures (moment positif en travée) et des armatures inferieures (moment negatif sur appui).

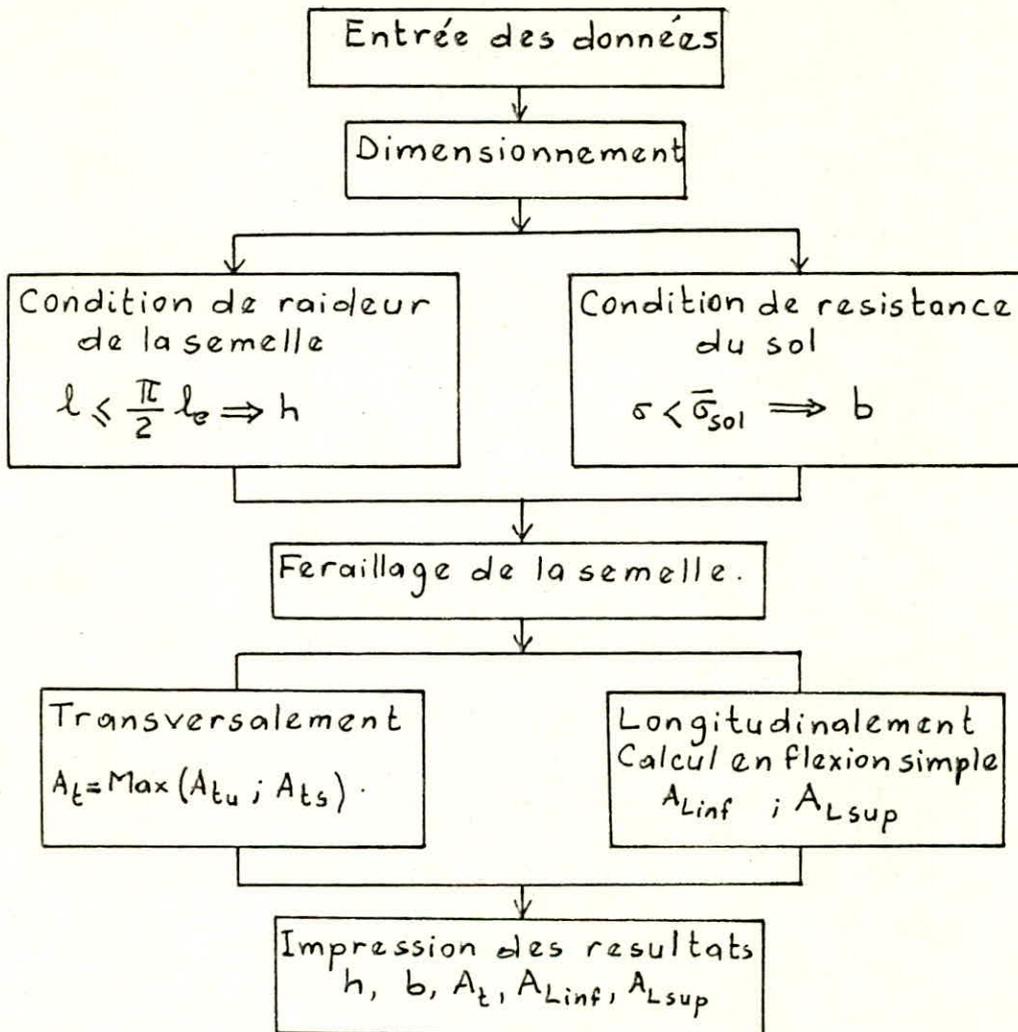
Pour cela, on calculera Les moments entravée et sur appuis, Le calcul des armatures se fera en flexion simple et on adoptera Le max des sections obtenues (une section maximale pour les armatures superieures et une pour Les armatures inferieures).

4. Disposition constructive :



Organigramme

Semelle continue sous piliers.



CONCLUSION

Conclusion

Le principal objectif de notre projet est d'automatiser les calculs de ferrailage des éléments en béton armé selon les règles B.A.E.L 83 .

Dans ce but nous avons élaboré un logiciel qui se compose de deux programmes principaux dont chacun englobe une série de sous-programmes se rapportant chacun à un calcul ou une vérification particulière.

Ce logiciel est conçu pour être utilisé sur des micro-ordinateurs disposant d'un langage BASIC MICROSOFT

Les programmes sont démarrés au moyen de la commande RUN
Pour l'introduction des données nous avons adopté une forme conversationnelle

Pour les résultats nous avons créé des fichiers de résultats et cela pour les machines disposant d'un disque dur, pour les autres il suffit de remplacer l'instruction "PRINT" par "LPRINT".

L'élaboration de ce logiciel nous a permis de perfectionner nos connaissances en informatique qui c'est apparu un outil très indispensable pour les calculs en GENIE CIVIL, permettant aux ingénieurs de disposer du temps nécessaire pour se consacrer à leur véritable métier : faire preuve d'imagination créatrice tant dans la conception que dans la réalisation des ouvrages.

Des extensions peuvent être apportées à nos programmes telles que :

- Calcul de ferrailage des planchers, des voiles, ..

- Etablissement du mètre à la fin de chaque programme
- Ajouter au programme de fondation le calcul du radier général qui présente en général une solution meilleure pour les constructions lourdes sur sol mauvais .

SOMMAIRE

CHAPITRE	PAGE
0 : INTRODUCTION	1
I : GENERALITES	4
II : CALCUL DES POUTRES ET POTEAUX. . .	
EN FLEXION SIMPLE OU COMPOSEE. . .	17
II.1 CALCUL DES SECTIONS	18
II.1.1 Dimensionnement par L'état Limite ultime de resistance	19
II.1.2 Dimensionnement par L'état Limite de service	28
II.2 Etat Limite de stabilité de Forme	42
II.3 Etat limite de service vis à vis des déformations	54
II.4 Effort tranchant	59
II.5 Choix automatique des diametres des barres et plan de ferrailage.	64
III . LES FONDATIONS ,	66
III.1 Semelle isolée sous poteau	68
III.2 Semelle continue sous mur.	86
III.3 Semelle continue sous piliers	89

