الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

12/88

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

LOGICIEL DE CALCUL SISMIQUE DES STRUCTURES A INERTIE VARIABLE

Proposé par : Pr B.TILIOUINE

Etudié par : HOUNAT.R, KAOUA.S

Dirigé par : Pr B.TILIOUINE

PROMOTION : JANVIER 88

E.N.P. 10 Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH - ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالى
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

LOGICIEL DE CALCUL SISMIQUE DES STRUCTURES A INERTIE VARIABLE

Proposé par : Pr B:TILIOUINE

Etudié par : HOUNAT.R, KAOUA.S

Dirigé par : Pr B.TILIOUINE

PROMOTION : JANVIER 88

E.N.P. 10 Avenue Hacen Badi – EL-HARRACH – ALGER

بسم الله الرحمن الرحيم

********************* R E M E R C I M E N T S *********************

Nous tenons a remercier vivement tous ceux qui ont participé de pres ou de loin a l'elaboration de ce travail.

Nous remercions plus particulierement :

* Monsieur le Pr B.TILIOUINE qui n'a ménage aucun effort pour nous venir à l'aide et de ses precieux conseils judicieux.
* Messieurs A.TAIBI et A.NECHNECHE pour leurs disponi--bilites continuelles.
* Tous les enseignants qui ont contribue a notre formation.

Sid Ali .KAOUA R.HOUNAT

ملخص .

يتلخص هذا المشروع فى اعداد الغوريتمات لتعيين الخواص الديناميكية لحساب المنشآت المقاومة للزلازل و ذات العطالة المتغيرة و تطبيقه فى حساب مفصل لمدخنة صناعية ذات علو كبير.

Resume .

Le but de ce projet est le calcul automatique des caracteristiques dynamiques et des sollicitations sismiques et ce pour les structures à inertie variable , et dans ce sens ,nous avons abordé un calcul complet d'une cheminée industrielle de grande hauteur.

Abstract.

The project consist of determination of algorithmes for dynamic characteristics and seismic calculation for the structures with variable inertia , these are then applied for the detailed calculation of high industrial chimney.

Resumeu.

Esta proyecto presenta algoritmos de calcul de las caracteristecas dinamicas de las structuras habiendo inertias variables , al fin , applica ésos a una chemina , con su calcul parasismico completo.

S O M M A I R E

ALGORITHMES DE CALCUL DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES STRUCTURES

APPLICATION AU CALCUL SISMIQUE D'UNE TOUR DE GRANDE HAUTEUR

INTRODUCTION

Les structures ,generalement , caracterisées par une masse et une elasticité peuvent éffectuer des mouvements relatifs sous l'action des sollicitations dynamiques.

On comprend par action ' dynamique ' les sollicitations produites par des charges qui varient rapidement pendant le temps.

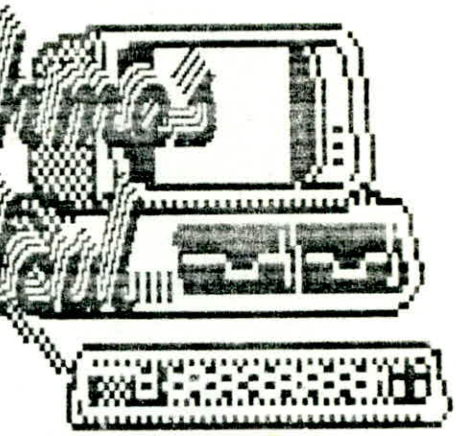
Les vibrations produites peuvent avoir des causes assez variées (séisme, machines, ...),elles peuvent être trés dangereuses en particulier lorsqu'il y a coincidence entre une fréquence propre du système et la fréquence d'éxitation, ce qui donne lieu à la résonnance.

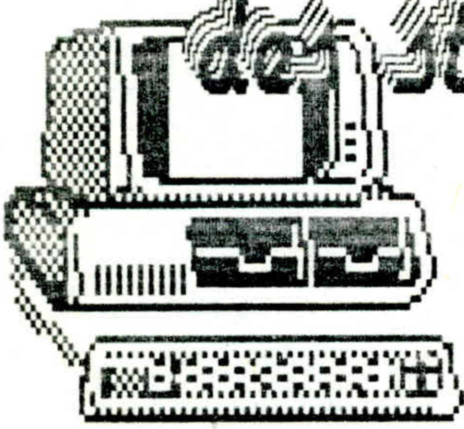
Le but fondamental de la dynamique des structures est d'éviter le domaine de resonnance par une étude préalable de vibrations libres,ce qui explique l'interêt du calcul de ces élements propres .

Les tours de sections annulaires et a inertie variable sont des constructions que l'on rencontre fréquament de nos jours,on peut citer,par exemple les cheminées ,les tours de télécommunications,les tours de contrôle,les phares,les supports de châteaux d'eau ,certains piliers et mâts de construction industrielle,etc.... .

Du point de vue des calculs,les tours les plus complexes sont les cheminées ,dont le fût en B-Armé est soumis à pratiquement toutes les sollicitations qui peuvent agir sur ce genre d'ouvrages,y compris le gradiant thermique.

Algorithmes de calcul des caracteristique dynamiques des structures





FORMULATION DE L'EQUATION DU MOUVEMENT

L'équation dynamique des structures à plusieurs degrés de liberté, est basée sur la resolution de l'équation matricielle:

$$M\ddot{V}(t) + C\,\dot{V}(t) + K\,V(t) = P(t) .$$

M :Matrice des masses.

C :Matrice des coefficients d'amortissements.

K :Matrice des raideurs du système oscillant.

$P(t)$:Force exitatrice

Pour le système se deplacant librement sans amortissement ($C = 0$) l'équation devient:

$$M\,\ddot{V}(t) + K\,V(t) = 0 . \quad (1)$$

Si le mouvement est supposé harmonique, alors V s'exprime par:

$$V(t) = \hat{V} \sin(\omega t + \theta) .$$

$\hat{V}$:est le mode de vibration.

l'accélération s'exprime par:

$$\ddot{V}(t) = \frac{d^2V(t)}{dt^2} = -\omega^2\,\hat{V} \sin(\omega t+\theta) = -\omega^2\,V(t) \quad (2)$$

ω :pulsation du système.

θ :angle de dephasage.

En reportant (2) dans (1), on obtient:

$$-\omega^2 M\hat{V} \sin(\omega t+\theta) + K\,\hat{V} \sin(\omega t+\theta) = 0$$

Donc pour toutes les valeurs de la fonction sinus on doit vérifier:

$$(K - \omega^2 M)\,\hat{V} = 0$$

ce-ci conduit à la résolution de l'équation:

$$\| K - \omega^2 M \| = 0 .$$

pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté, cette équation s'appelle "l'équation aux fréquences du système", en devellopant son determinant, on obtient une équation polynominale à 'N' varaibles en (ω_i^2).

Les N valeurs $\omega_1^2, \omega_2^2, \ldots\ldots, \omega_N^2$ sont les carrés des frequences de N modes de vibrations possibles.

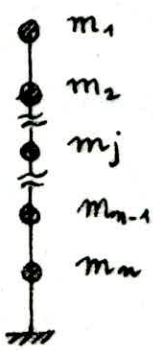
Un système stable conduit à des matrice de 'masse' et de 'rigidité' symétriques definies positives, dans ce cas les racines de l'équation aux fréquences seront réelles et positives.

DETERMINATION DES MATRICES CARACTERISANT LES PROPRIETES D'UNE STRUCTURE

A- CARACTERISTIQUES MASSIQUES:

La manière la plus simple de représenter les caractéristiques massiques d'une structure,consiste à supposer que toute la masse est concentrée aux points de definition des déplacements en translation.

Pour un système,dont on ne considère que les degrés de liberté de translation,la matrice masse est diagonale:



$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & m_j & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

Le nombre de termes diagonaux de cette matrice est égal au nombre de degrés de liberté de la structure.

B- CARACTERISTIQUES ELASTIQUES:

B-1 RAIDEUR

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1i} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2i} & \dots & K_{2N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{i1} & K_{i2} & K_{i3} & \dots & K_{ii} & \dots & K_{iN} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & K_{N3} & \dots & K_{Ni} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix}$$

K_{ij} :force correspendante à la coordonnée (i) produite par un déplacement unité de la coordonnée (j).

Ces coeffients representent les forces crées dans la structure si un degré de liberté est contraint à subir un déplacement unité alors que tous les autres sont fixes.

B-1-1 Matrice des raideurs pour les structures à planchers "indeformables"

Soit $K_1, K_2, \ldots, K_n$ respectivement: les rigidites des niveaux $1, 2, \ldots, n$, données par:

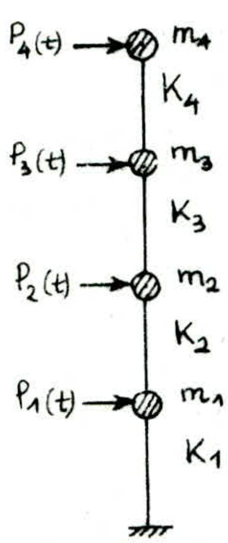
$$\boxed{K_i = \frac{12EI_i}{h_i^3}}.$$

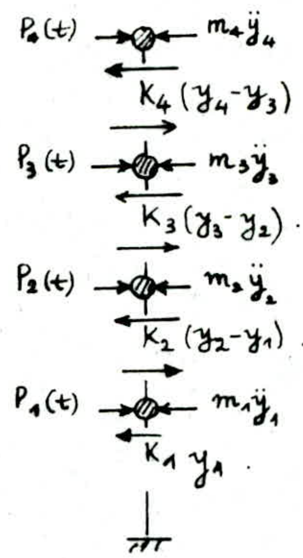
E : module de YOUNG.

I : inertie du niveau (i).

h : hauteur du niveau (i).

pour illustrer la determination des matrices $[K]$ et $[M]$, on prend une structure à 4 niveaux, soumise à des forces perturbatrices $P(t)$:





Ecrivons l'équilibre de chaque masse
il vient :

$$m_4\ddot{y}_4 - P_4(t) + K_4(y_4 - y_3) = 0$$

$$m_3\ddot{y}_3 - P_3(t) + K_3(y_3 - y_2) - K_4(y_4 - y_3) = 0$$

$$m_2\ddot{y}_2 - P_2(t) + K_2(y_2 - y_1) - K_3(y_3 - y_2) = 0$$

$$m_1\ddot{y}_1 - P_1(t) + K_1 y_1 - K_2(y_2 - y_1) = 0$$

En réarangeant les termes, on trouve:

$$
\begin{array}{llllll}
m_4\ddot{y}_4 & +K_4 y_4 & -K_4 y_3 & \cdot & \cdot & = P_4(t) \\
m_3\ddot{y}_3 & -K_4 y_4 & +(K_3+K_4)y_3 & -K_3 y_2 & \cdot & = P_3(t) \\
m_2\ddot{y}_2 & \cdot & -K_3 y_3 & +(K_2+K_3)y_2 & -K_2 y_1 & = P_2(t) \\
m_1\ddot{y}_1 & \cdot & \cdot & -K_2 y_2 & +(K_1+K_2)y_1 & = P_1(t)\,.
\end{array}
$$

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle:

$$M\ddot{y} + Ky = P(t)$$

avec: et:

$$
M = \begin{bmatrix} m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}
\qquad
K = \begin{bmatrix} K_4 & -K_4 & 0 & 0 \\ -K_4 & K_3+K_4 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & K_2+K_3 & -K_2 \\ 0 & 0 & -K_2 & K_1+K_2 \end{bmatrix}
$$

$$
\ddot{y} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_4 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_1 \end{bmatrix}
\qquad
y = \begin{bmatrix} y_4 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{bmatrix}
\qquad
P(t) = \begin{bmatrix} P_4(t) \\ P_3(t) \\ P_2(t) \\ P_1(t) \end{bmatrix}
$$

On pourra géneraliser cette écriture pour un cas à n degrés de liberté on aura:

$$
[K] = \begin{bmatrix}
K_n & -K_n & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
-K_n & K_{n-1}+K_n & -K_{n-1} & & 0 & & \cdot \\
0 & -K_{n-1} & K_{n-2}+K_{n-1} & \ddots & & & \cdot \\
\cdot & & \ddots & \ddots & \ddots & & \cdot \\
\cdot & 0 & & \ddots & K_2+K_3 & & -K_2 \\
\cdot & & & & & & \\
0 & \cdot & \cdot & \cdot & -K_2 & & K_1+K_2
\end{bmatrix}
$$

B-1-2 Matrice des raideurs pour structures à planchers " déformables ".

L'obtention de la matrice des raideurs pour les structures à planchers déformables s'obtient en 'inversant' la matrice des souplesses (determinée par les methodes de la RDM).

B-2 SOUPLESSE:

$$[f] = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \cdots & f_{1j} & \cdots & f_{1N} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \cdots & f_{2j} & \cdots & f_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\ f_{i1} & f_{i2} & f_{i3} & \cdots & f_{ij} & \cdots & f_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ f_{N1} & f_{N2} & f_{N3} & \cdots & f_{Nj} & \cdots & f_{NN} \end{bmatrix}$$

f_{ij} :déplacement selon la coordonnée(i), provoqué par une charge unitaire appliquée en (j).

B-2-1 Matrice des souplesses pour structures à planchers "indéformables":

elle est donnée (en inversant la matrice des raideurs) par la forme ci-aprés pour N degrés de liberté:

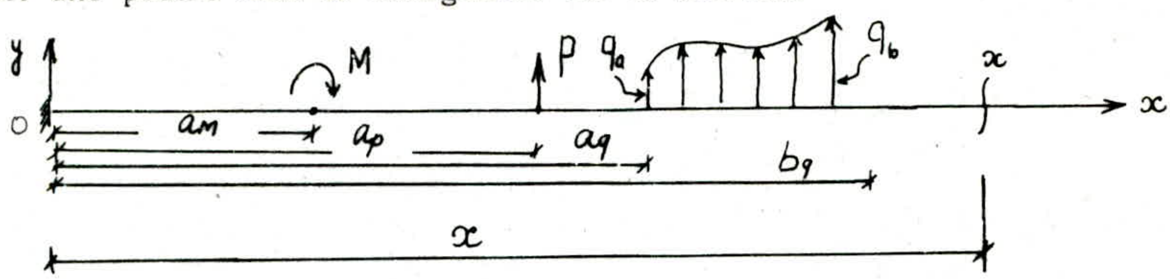
$$[f] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{K_i} & \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \sum_{i=1}^{N-j+1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \frac{1}{K_1} \\ \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{K_i} & \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \sum_{i=1}^{N-j+1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \frac{1}{K_1} \\ \vdots & & & & & \\ \sum_{i=1}^{N-j+1} \frac{1}{K_i} & \sum_{i=1}^{N-j+1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \sum_{i=1}^{N-j+1} \frac{1}{K_i} & \cdots & \frac{1}{K_1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{K_1} & \frac{1}{K_1} & \cdots & \frac{1}{K_1} & \cdots & \frac{1}{K_1} \end{bmatrix}$$

B-2-2 Matrice des souplesses pour structures à planchers "déformables":

Les coefficients d'influence des souplesses qui constituent la matrice et qui representent des déplacements crées par des charges unitaires seront determinées par les methodes de la R D M exposées dans le paragraphe suivant

°)Cas d'une poutre à inertie constante :

Soit une poutre dont le chargement est le suivant:



La valeur du déplacement f_x dans une section arbitraire de la poutre située à une distance x de l'origine des coordonnées(si le coefficient de charge est une fonction dévellopable en puissance de x) est donnée par:

$$EIf_x = EIf_0 + EI\theta_0 \frac{x}{1!} + \sum M\frac{(x-a_M)^2}{2!} + \sum P\frac{(x-a_p)^3}{3!} + \sum q_a \frac{(x-a_q)^4}{4!}$$
$$- \sum q_b \frac{(x-b_q)^4}{4!} + \sum q'_a \frac{(x-a_q)^5}{5!} - \sum q'_b \frac{(x-b_q)^5}{5!} + \ldots \qquad (1)$$

ou E ; module d'élasticite longitudinal.

I ; moment d'inertie.

M moment des couples extérieurs y compris les réactions.

P ; charges concentrées y compris les réactions.

$q'_a\ q'_b$, $q''_a\ q''_b$; respectivement les valeurs de la première,seconde derivée de q_x au point $x=a_q$, $x=b_q$.

Pour un encastrement à l'origine,comme dans notre cas, le déplacement vertical f_0 et la rotation θ_0 de la section encastrée sont nuls,de plus si le chargement est composé de charges concentrées seulement,donc;

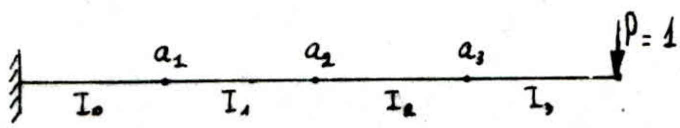
$$f_0 = 0 \quad , \quad \theta_0 = 0 \qquad q_a = q_b = 0$$

l'équation (1) devient:

$$EIf_x = \sum \frac{M(x-a_m)^2}{2!} + \sum \frac{P(x-a_p)^3}{3!}$$

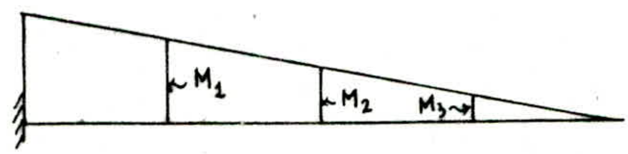
2°) Cas d'une poutre à inertie variable.

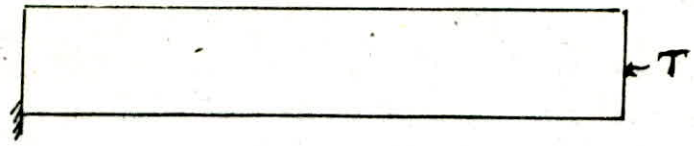
Soit une poutre console d'inertie variable, dont le chargement et le schéma sont les suivants:



les efforts internes (M, Γ) sont:

(M)



(T) 

Pour determiner les déformations d'une telle poutre,on doit écrire l'équation différentielle de l'axe curviligne de la poutre pour chaque tronçon, dont les rigidites en flèxion des sections transversales sont respectivement:

EI_0 , EI_1 , EI_2 , EI_3

d'ou :

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_0} , \quad \frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_1} , \quad \frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_2} , \quad \frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_3}$$

Substituons à la poutre constituée par des tronçons, une poutre équivalente de section constante, d'inertie égale au moment d'inertie d'un de ces tronçons (inertie de référence).

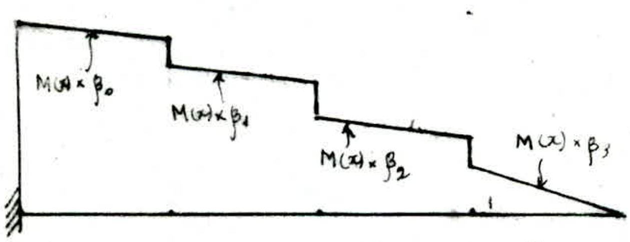
Multipliant par I_0/I_0 le 2 ème membre de l'équation différentielle pour un tronçon quelconque, il vient :

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_n} \times \frac{I_0}{I_0} = \frac{M(x)}{EI_0} \cdot \frac{I_0}{I_n} = \frac{M(x) \times \beta_n}{EI_0}$$

ou $\beta_n = I_0/I_n$ est le coefficient de réduction.

Comme le moment flechissant est une fonction de la charge, ce sera toutes les charges extérieures de cette partie,avec les efforts internes(T,M) qu'on peut multiplier par le coefficient de réduction au lieu du moment flèchissant, et cela quelle que soit la partie du segment de la poutre.

On obtient alors,une poutre de section constante, ayant EI_0 comme rigidite en flexion , et sollicitée par des charges extèrieures réduites;

(M) 

avec $\beta_0 = \frac{I_0}{I_0}$; $\beta_1 = \frac{I_1}{I_0}$; $\beta_2 = \frac{I_2}{I_0}$; $\beta_3 = \frac{I_3}{I_0}$

Cela etant, ce sera aux jonctions qu'on observera des brusque variations des des efforts tranchants et des moments fléchissants;

$$\Delta M_1 = M_1(\beta_1 - \beta_0) \quad ; \quad \Delta M_2 = M_2(\beta_2 - \beta_1) \quad ; \quad \Delta M_3 = M_3(\beta_3 - \beta_2)$$

$$\Delta Q_1 = Q(\beta_1 - \beta_0) \quad ; \quad \Delta Q_2 = Q(\beta_2 - \beta_1) \quad ; \quad \Delta Q_3 = Q(\beta_3 - \beta_2)$$

Les déplacements d'une telle poutre peuvent être évaluer en integrant l'équation différentielle;

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{M_{red}(x)}{EI_0}$$

ou M_{red} est le moment crée par des charges extèrieures réduites et les charges supplémentaires ΔQ et ΔM determinées par les formules réduites;

$$\Delta Q_i = Q_i\,(\beta_{i+1} - \beta_i) \qquad \Delta M_i = M_i\,(\beta_{i+1} - \beta_i)$$

on aboutit à l'equation des parametres initiaux;

$$EI_0 f_x = M\frac{x^2}{2} + \Delta M_1\frac{(x-a_1)^2}{2} + \Delta M_2\frac{(x-a_2)^2}{2} + \Delta M_3\frac{(x-a_3)^2}{2}$$

$$- Q\frac{x^3}{6} - \Delta Q_1\frac{(x-a_1)^3}{6} - \Delta Q_2\frac{(x-a_2)^3}{6} - \Delta Q_3\frac{(x-a_3)^3}{6} \quad , \; x \geqslant a_i$$

Pour le cas d'une poutre à n tronçons, l'équation peut être écrite comme suit :

$$EI_0 f_x = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta M_i \frac{(x-a_i)^2}{2} - \sum_{i=0}^{n-1} \Delta Q_i \frac{(x-a_i)^3}{6} \quad , \; x \geqslant a_i$$

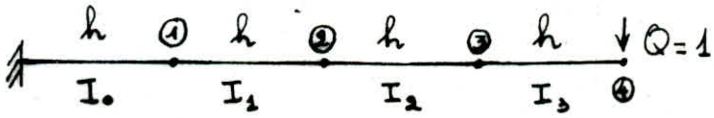
avec : $\Delta M_0 = M$

$\Delta Q_0 = Q$

et : $(a_0 = 0)$

Exemple numerique:

Soit la poutre console dont le chargement statique est le suivant:



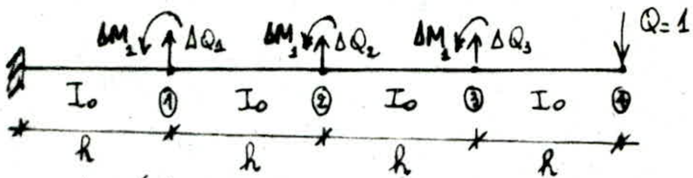
$I_0 = 500\ m^4$, $I_1 = 425\ m^4$, $I_2 = 390\ m^4$, $I_3 = 350\ m^4$

$h = 5m$

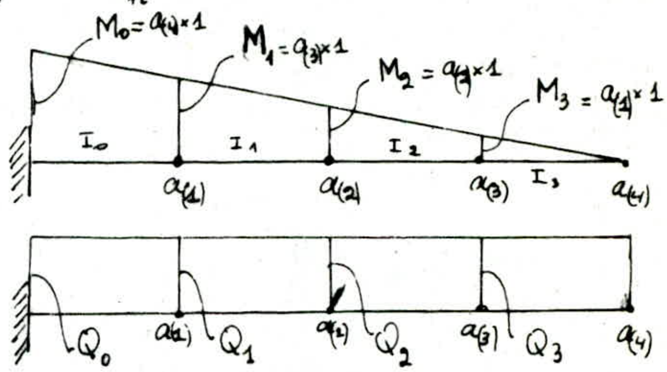
Soit a calculer, le déplacement de la section (3), crée par une charge unitaire concentrée en (4);

$$- \ \delta_{34} = ?$$

Subtituons à la poutre console, une poutre fictive d'inertie I_0, sollicitée par des charges fictives, qu'on se propose de calculer;



a) coefficient de réduction;



$- \beta_0 = \dfrac{I_0}{I_0} = 1$

$- \beta_1 = \dfrac{I_0}{I_1} = \dfrac{500}{425} = 1{,}176$

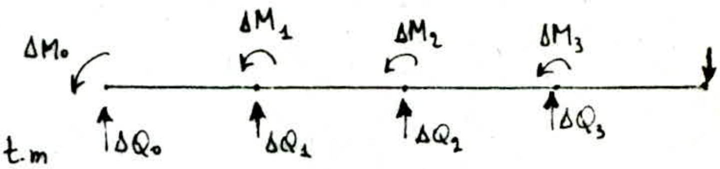
$- \beta_2 = \dfrac{I_0}{I_2} = \dfrac{500}{390} = 1{,}282$

$- \beta_3 = \dfrac{I_0}{I_3} = \dfrac{500}{350} = 1{,}429$

$Q_0 = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 1.$

$M_0 = 4h \,,\; M_1 = 3h \,,\; M_2 = 2h \,,\; M_3 = h$

b) charges réduites;



$* \; \Delta M_1 = M_1(\beta_1 - \beta_0)$

$= 3\times5(1{,}176 - 1{,}0) = 2{,}64 \text{ t.m}$

$* \; \Delta M_2 = M_2(\beta_2 - \beta_1)$

$= 2\times5(1{,}282 - 1{,}176) = 1{,}06 \text{ t.m}$

$* \; \Delta M_3 = M_3(\beta_3 - \beta_1)$

$= 1\times5(1{,}429 - 1{,}282) = 0{,}735 \text{ t.m}$

$* \; \Delta M_0 = M = 4\times5 = 20 \text{ t.m}$

$* \; \Delta Q_1 = Q(\beta_1 - \beta_0) = 1(1{,}176 - 1{,}00) = 0{,}176 \text{ t}$

$* \; \Delta Q_2 = Q(\beta_2 - \beta_1) = 1(1{,}282 - 1{,}176) = 0{,}106 \text{ t}$

$* \; \Delta Q_3 = Q(\beta_3 - \beta_2) = 1(1{,}429 - 1{,}282) = 0{,}147 \text{ t}$

$* \; \Delta Q_0 = Q$

c) $\delta_{34} = ?$

$$EI_0\,\delta_{34} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\Delta M_i\,(x-a_i)^2}{2} - \sum_{i=1}^{3} \frac{\Delta Q_i\,(x-a_i)^3}{6} \quad , \qquad x = a_{(3)} = 3\times h = 15\,m$$

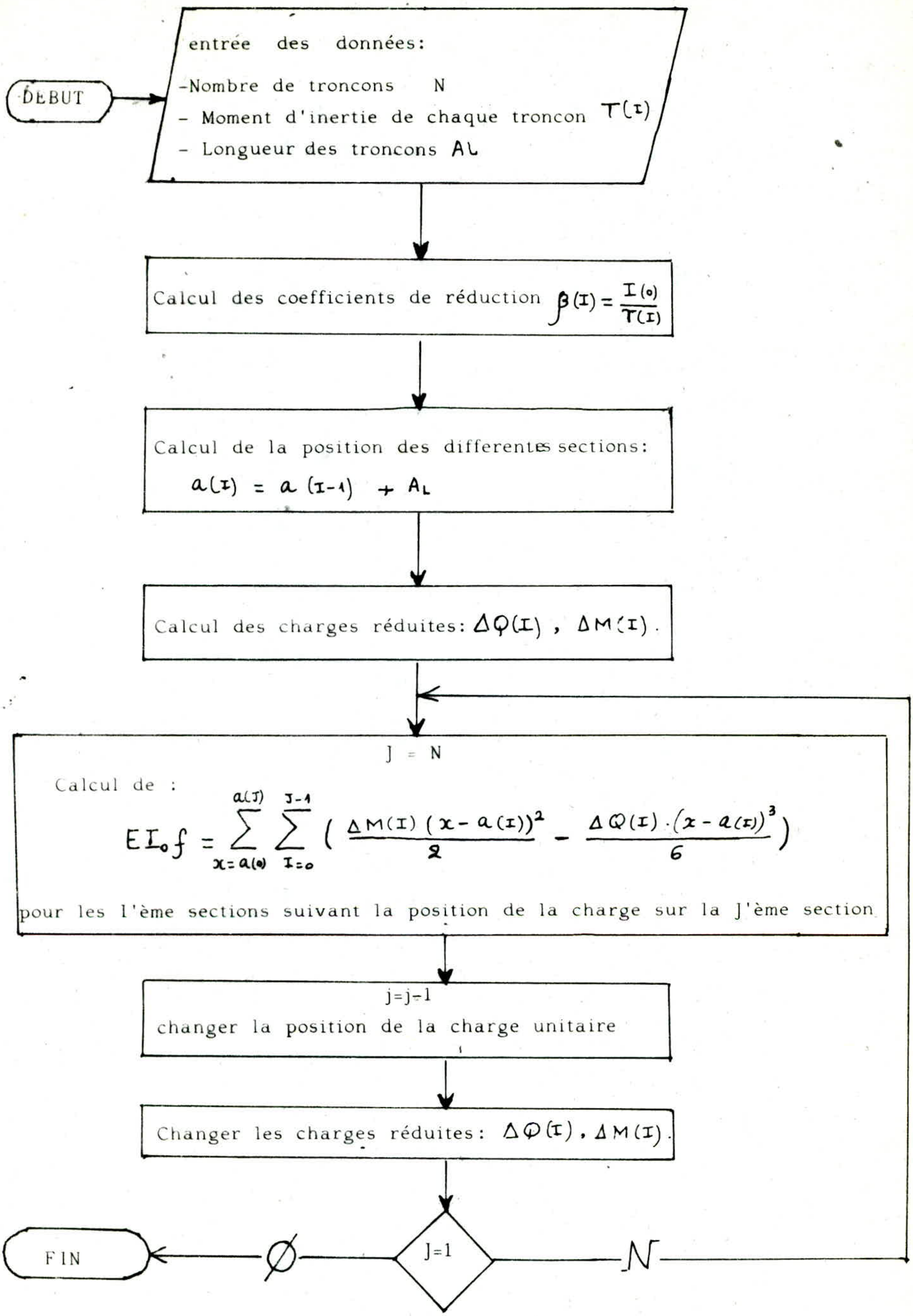
$$= \Delta M_0 \frac{(x-a_{(0)})^2}{2} + \Delta M_1 \frac{(x-a_{(1)})^2}{2} + \Delta M_2\,(x-a_{(2)})^2$$
$$- \Delta Q_0 \frac{(x-a_0)^3}{6} - \Delta Q_1 \frac{(x-a_{(1)})^2}{6} - \Delta Q_2 \frac{(x-a_{(3)})^2}{6}.$$

$$EI_0 \delta_{3\text{-}4} = 20 \cdot \frac{15^2}{2} + 2{,}64 \cdot \frac{10^2}{2} + 1{,}06 \cdot \frac{5^2}{2}$$

$$- 1 \cdot \frac{15^3}{6} - 0{,}176 \cdot \frac{10^3}{6} - 0{,}106 \cdot \frac{5^3}{6} = 1801{,}4083 .$$

$$\delta_{3\text{-}4} = \frac{1801{,}4083}{E\,I_0}$$

$$\boxed{\delta_{3\text{-}4} = \frac{3{,}6028}{E}}$$


DEBUT
entrée des données:
-Nombre de troncons N
- Moment d'inertie de chaque troncon $T(I)$
- Longueur des troncons AL
Calcul des coefficients de réduction $\beta(I) = \frac{I(0)}{T(I)}$
Calcul de la position des differentes sections:
$a(I) = a(I-1) + A_L$
Calcul des charges réduites: $\Delta Q(I)$, $\Delta M(I)$.
J = N
Calcul de :
$EI_0 f = \sum_{x=a(0)}^{a(J)} \sum_{I=0}^{J-1} \left(\frac{\Delta M(I)\,(x-a(I))^2}{2} - \frac{\Delta Q(I)\cdot(x-a(I))^3}{6} \right)$
pour les I'ème sections suivant la position de la charge sur la J'ème section
j=j-1
changer la position de la charge unitaire
Changer les charges réduites: $\Delta Q(I)$, $\Delta M(I)$.
J=1
Ø
N
FIN

Une autre façon de calculer les coefficients de souplesse, est de passer par l'integrale de MOHR, qui est la suivante:

$$\delta_{ij} = \int_{(l)} \frac{M_i(x)\, M_j(x)}{E\,I}\, dx$$

où $M_i(x)$; moment en x crée par une charge unitaire placée en i .
$M_j(x)$; moment en x crée par une charge unitaire placée en j .

Pour notre cas de sturcrure dont l'inertie varie d'un tronçon à l'autre, le calcul d'un coefficient des souplesses revient à integrer l'expression de MOHR sur chacun de ses tronçons:

$$\delta_{ij} = \frac{1}{E} \sum_{k=1}^{i} \int_{a(k-1)}^{a(k)} \frac{M_i(x)\, M_j(x)}{I(k-1)}\, dx \qquad , \quad i<j$$

Exemple Numerique:

Soit a calculer le déplacement δ_{34} de la poutre console vue precédement

$$\delta_{34} = \frac{1}{E} \sum_{k=1}^{3} \int_{a(k-1)}^{a(k)} \frac{M_3(x) \cdot M_4(x)}{I(k-1)}\, dx$$

avec

$$\left.\begin{aligned} M_3(x) &= a(3) - x = 15 - x \\ M_4(x) &= a(4) - x = 20 - x \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_3(x) \cdot M_4(x) = 300 - 35x + x^2$$

Il vient;

$$\delta_{3\text{-}4} = \frac{1}{E} \int_0^5 \left(\frac{300 + x^2 - 35x}{I_0} \right) dx + \frac{1}{E} \int_5^{10} \frac{300 + x^2 - 35x}{I_1}\, dx + \frac{1}{E} \int_{10}^{15} \frac{300 + x^2 - 35x}{I_2}\, dx$$

$$= \frac{1}{500E} \left[300x + \frac{x^3}{3} - \frac{35}{2}x^2 \right]_0^5 + \frac{1}{425E} \left[300x + \frac{x^3}{3} - \frac{35}{2}x^2 \right]_5^{10} + \frac{1}{390E} \left[300x + \frac{x^3}{3} - \frac{35}{2}x^2 \right]_{10}^{15}$$

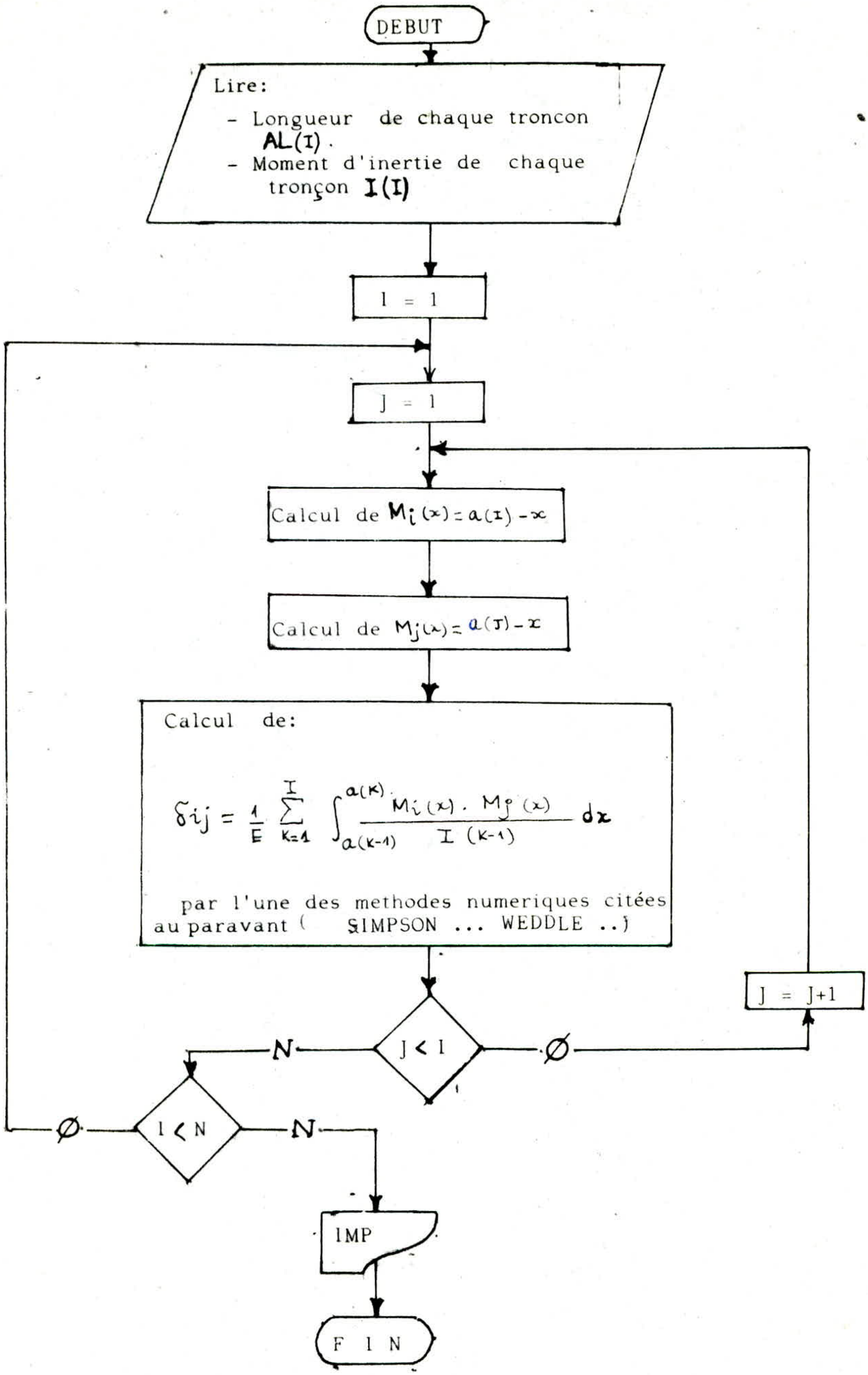
$$= \frac{1}{E} \left[\frac{1104{,}15}{500} + \frac{479{,}187}{425} + \frac{104{,}167}{390} \right]$$

$$= \frac{1}{E} \left[2{,}2083 + 1{,}1274 + 0{,}2671 \right]$$

$$= \frac{1}{E} \left[3{,}6029 \right]$$

$$\boxed{\delta_{3\text{-}4} = \frac{3{,}6029}{E}}$$

ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE L'INTEGRALE DE MOHR



M E T H O D E   D E   S T O D O L A

A) Formulation par les souplesses:

**Determination du mode fondamental:

L'équation $(K-\omega^2 M)\hat{V}=0$, peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{1}{\omega^2}\hat{V} = f M \bar{V}$$

Le produit matriciel fM caracterise les propriétés dynamiques de la structure, On l'appelle "matrice dynamique", notée D.

donc $D = f.M$

On rappelle que cette équation ne sera satisfaite, que pour les vecteurs qui representent les vrais modes de vibration, il existe 'N' vecteurs.

On commence par se donner un vecteur initial $V_1^{(0)}$ qui doit representer au mieux le 1'er mode; $DV_1^{(0)} = \bar{V}_1^{(1)}$

En general, aprés la 'normalisation' du vecteur de la deformée par rap--port à l'une de ces composantes, on obtient un vecteur $V_1^{(1)}$ different avec celui de l'hypothèse initiale.

Si c'était un mode 'vrai', alors; $\bar{V}_1^{(1)} = \frac{1}{\omega_1^2} V_1^{(0)}$

pour calculer la frequence ω_1, il suffit de considerer la coordonnée de déplacement d'un point arbitaire k et on écrit :

$$\bar{V}_{K1}^{(1)} = \frac{1}{\omega_1^2} V_{K1}^{(0)} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{V_{K1}^{(0)}}{\bar{V}_{K1}^{(1)}}$$

Mais generalement la deformée $V_1^{(1)}$ diffère de $V_1^{(0)}$, on est amener a rép--éter le procède jusqu'a obtenir :

$$V_1^{(s)} \simeq V_1^{(s-1)}$$

dans ce cas on aura :

$$\bar{V}_1^{(s)} = \frac{1}{\omega_1^2} V_1^{(s-1)} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{V_{K1}^{(s-1)}}{\bar{V}_{K1}^{(s)}}$$

** Determination du second mode:

Representant le vecteur d'amplitude initial $V_2^{(0)}$ (du 2'ème mode), en fon--ction de ses composantes modales:

$$V_2^{(0)} = \Phi Y^{(0)} = \Phi_1 Y_1^{(0)} + \Phi_2 Y_2^{(0)} + \dots + \Phi_n Y_n^{(0)}$$

en multipliant par $\Phi_1^T M$, on aura:

$$\Phi_1^T M V_2^{(0)} = \Phi_1^T M \Phi_1 Y_1^{(0)} + \Phi_1^T M \Phi_2 Y_2^{(0)} + \dots + \Phi_1^T M \Phi_n Y_n^{(0)}$$

en appliquant la condition d'orthogonalité:

$$\Phi_n^T M \Phi_m = 0 \quad si \ m \neq n.$$

on aura :

$$\Phi_1^T M V_2^{(0)} = \Phi_1^T M \Phi_1 Y_1^{(0)} \Rightarrow Y_1^{(0)} = \frac{\Phi_1^T M V_2^{(0)}}{\Phi_1^T M \Phi_1}$$

si on appelle $M_1 = \Phi_1^T M \Phi_1$;'coordonnée principale de masse géneralisée'

$$\Rightarrow Y_1^{(0)} = \frac{\Phi_1^T M V_2^{(0)}}{M_1}$$

Si on élimine cette composante de la deformée initiale :

$$\bar{V}_2^{(0)} = V_2^{(0)} - \Phi_1 Y_1^{(0)} \qquad \text{eq (1)}$$

on dit que le vecteur d'essai a été 'épuré'

Ce vecteur d'essai converge vers le second mode.

Pour débarrasser le vecteur d'essai de l'influence des composantes du premier mode, il est commode d'utiliser une matrice dite de "BALAYAGE" qui est obtenue par: $\bar{V}_2^{(0)} = V_2^{(0)} - \phi_1 \dfrac{\phi_1^T M V_2^{(0)}}{M_1} = V_2^{(0)} - \dfrac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M Y_2^{(0)}$

$$= \left[I - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M \right] V_2^{(0)}.$$

La matrice de balayage permettant d'éliminer le premier mode, est donnée par:

$$S_1 = I - \frac{1}{M_1} \phi_1^T \phi_1 M.$$

La matrice "dynamique" pour le deuxième mode est:

$$D_2 = D S_1$$

La determination du seconde mode est entièrement équivalente à celle du premier mode envisagée précédement;

$$D_2 V_2^{(0)} = \frac{1}{\omega_1^2} V_2^{(1)} \qquad si \quad V_2^{(0)} \approx V_2^{(1)}.$$

$$\bar{V}_2^{(1)} = D_2 V_2^{(0)} \qquad \Rightarrow \quad \omega_2^2 = \frac{V_{K2}^{(s-1)}}{\bar{V}_{K_2}^{(s)}}.$$

** Determination du 3'ème mode et des modes superieurs **

On peut maintenant épurer par le procédé de balayage, un vecteur d'essai des contributions des deux premiers modes simultanément, ce qui convergera vers le troisieme mode.

Par annalogie avec l'eq (1), on a: $\bar{V}_3^{(0)} = V_3^{(0)} - \phi_1 Y_1^{(0)} - \phi_2 Y_2^{(0)}$.

Si on utilise la condition d'orthogonalité de $\bar{V}_3^{(0)}$ sur ϕ_1 et ϕ_2 dans

$$V_3^{(0)} = \phi_1 Y_1^{(0)} + \phi_2 Y_2^{(0)} + \dots + \phi_n Y_n^{(0)}.$$

en multipliant par $\phi_1^T M$

$$\phi_1^T M V_3^{(0)} = \phi_1^T M \phi_1 Y_1^{(0)} \Rightarrow Y_1^{(0)} = \frac{1}{M_1} \phi_1^T M V_3^{(0)} \quad ; \; M_1 = \phi_1^T M \phi.$$

ensuite par $\phi_2^T M$.

$$\phi_2^T M V_3^{(0)} = \phi_2^T M \phi_2 Y_2^{(0)} \Rightarrow Y_2^{(0)} = \frac{1}{M_2} \phi_2^T M V_3^{(0)} \qquad M_2 = \phi_2^T M \phi_2.$$

$$\Rightarrow \bar{V}_3^{(0)} = V_3^{(0)} - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M V_3^{(0)} - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M V_3^{(0)}$$

$$\bar{V}_3^{(0)} = \left[I - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M \right] V_3^{(0)}.$$

$$S_2 = I - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M.$$

On remarque que S_2 élimine à la fois, les composantes des deux modes du vecteur $V_3^{(0)}$

Puisque $S_1 = I - \frac{1}{M_1} \Phi_1 \Phi_1^T M$.

ce qui donne $S_2 = S_1 - \frac{1}{M_2} \Phi_2 \Phi_2^T M$.

Ainsi, pour la determination du troisième mode, l'équation peut être ecrite sous la forme suivante:

$$\frac{1}{\omega_3^2} V_3^{(1)} = D_3 V_3^{(0)} \quad si \quad V_3^{(0)} \simeq V_3^{(1)} \qquad D_3 = DS_2$$

$$\Rightarrow \quad \omega_3^2 = \frac{V_{k3}^{(s-1)}}{V_{k3}^{(s)}}.$$

Le même procede peut être répèter pour la determination des modes d'ordre de plus en plus élevé, pour calculer le quatrième mode (par exemple), la matrice de 'balayage' serait formée comme suit:

$$S_3 = S_2 - \frac{1}{M_3} \Phi_3 \Phi_3^T M$$

la matrice dynamique correspendante:

$$D_4 = D S_3$$

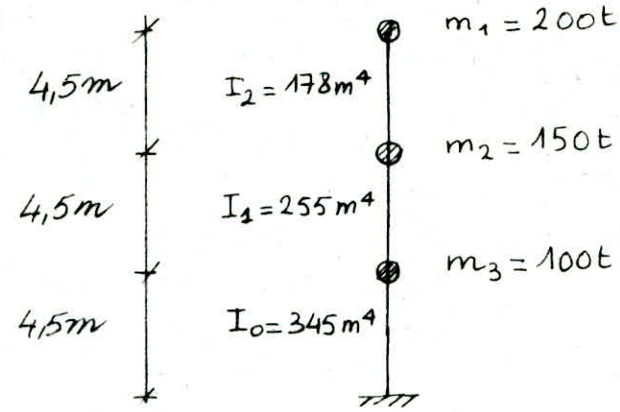
Finalement, la relation de reccurrence s'écrit pour la determination du " N'ème " mode ;

$$\begin{cases} S_0 = I \\ S_n = S_{n-1} - \frac{1}{M_n} \Phi_n \Phi_n^T M. \\ D_{n+1} = D S_n. \end{cases}$$

Exemple numerique:

Soit a determiner les periodes propres et les vecteurs propres de la structure, dont les données sont les suivantes:

$E = 3{,}45.10^{6}\ t/m^{3}$



La matrice des masses correspendante:

$$M = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

La matrice des souplesses correspendante:

$$f = \frac{1}{E\,I_0} \begin{bmatrix} 923{,}67 & 452{,}05 & 121{,}50 \\ 452{,}05 & 253{,}72 & 75{,}94 \\ 121{,}50 & 75{,}94 & 30{,}375 \end{bmatrix}$$

** Determination du mode fondamental:

la matrice dynamique $\quad D = f \cdot M$

$$f.M = \frac{1}{EI_0} \cdot \begin{bmatrix} 923{,}67 & 452{,}05 & 121{,}50 \\ 452{,}05 & 253{,}72 & 75{,}94 \\ 121{,}50 & 75{,}94 & 30{,}375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$D = \frac{1}{EI_0} \begin{bmatrix} 184733{,}40 & 67807{,}72 & 12150{,}0 \\ 50410{,}30 & 38058{,}08 & 7593{,}75 \\ 24300{,}0 & 11390 & 3037 \end{bmatrix}$$

$$D \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c}
264691{,}12 & 1 & 221367{,}08 & 1 & 220439{,}67 & 1 & 220418{,}82 & \\
136062{,}13 & 0{,}515 & 111084{,}79 & 0{,}502 & 110558{,}01 & 0{,}502 & 110546{,}18 & \times\frac{1}{EI_0} \\
38728{,}12 & 0{,}146 & 11390 & 0{,}138 & 30435{,}83 & 0{,}138 & 30432{,}17 & \\
\bar{V}_1^{(1)} & V_1^{(1)} & \bar{V}_1^{(2)} & V_1^{(2} & \bar{V}_1^{(3)} & V_1^{(3)} & \bar{V}_1^{(3)} &
\end{array}$$

$$V_1^{(3)} \simeq V_1^{(2)} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{V_{11}^{(3)}}{\bar{V}_{11}^{(4)}} = \frac{1}{\frac{1}{EI_0} \times 220418{,}82} = 53999{,}48 \text{ rd.}$$

d'ou: $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 6{,}28/232{,}38 = 0{,}027$ sec.

** Determination du 2'ème mode:

la matrice de balayage:

$$S_1 = I - \frac{1}{M_1}\Phi_1\Phi_1^T M \qquad\qquad \Phi_1 = \begin{bmatrix}1\\0,502\\0,138\end{bmatrix}$$

$$M_1 = \Phi_1^t M \phi = 1 \quad 0;502 \quad 0,138$$

$$= \begin{bmatrix}1 & 0,502 & 0,138\end{bmatrix}\begin{bmatrix}200 & 0 & 0\\0 & 150 & 0\\0 & 0 & 100\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0,502\\0,138\end{bmatrix} = 239,64.$$

$$S_1 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\frac{1}{239,64} & \begin{matrix}1\\0,501\\0,338\end{matrix}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0,501 & 0,138\end{bmatrix}\begin{bmatrix}200 & 0 & 0\\0 & 150 & 0\\0 & 0 & 100\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}0,165 & -0,314 & -5,762\\-0,419 & 0,843 & -2,890\\-0,115 & -4,334 & 0,99\end{bmatrix}$$

la matrice dynamique : $D_1 = DS_1$

$$D_1 = \frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix}184733,40 & 67807,72 & 12150,0\\50410,30 & 38058,08 & 7593,75\\24300,00 & 11390 & 3037\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,165 & -0,314 & -5,762\\-0,419 & 0,843 & -2,890\\-0,115 & -4,334 & 0,99\end{bmatrix}$$

$$D_1 = \frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix}772,63 & -1389,228 & -549,62\\-1851,16 & 3353,585 & 1224,53\\1098,58 & 1836,94 & 1284,13\end{bmatrix}$$

$$EI_0 \times D_1 \times \underbrace{\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}}_{V_2^{(0)}} = \underbrace{\begin{bmatrix}-1166,22\\2727,27\\2022,48\end{bmatrix}}_{\bar V_2^{(1)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-0,428\\1,00\\0,742\end{vmatrix}}_{V_2^{(1)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-2127,20\\5053,56\\3258,98\end{vmatrix}}_{\bar V_2^{(2)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-0,421\\1,00\\0,645\end{vmatrix}}_{V_2^{(2)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-2068,89\\4922,79\\3127,48\end{vmatrix}}_{\bar V_2^{(3)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-0,420\\1,00\\0,635\end{vmatrix}}_{V_2^{(3)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-2063,1\\4909,83\\3114,45\end{vmatrix}}_{\bar V_2^{4}}$$

$$\underbrace{\begin{vmatrix}-0,420\\1,00\\0,634\end{vmatrix}}_{V_2^{(4)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-2062,53\\4908,51\\3113,12\end{vmatrix}}_{\bar V_2^{(5)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-0,420\\1,00\\0,634\end{vmatrix}}_{V_2^{(5)}} \quad \underbrace{\begin{vmatrix}-2062,48\\4908,37\\3112,98\end{vmatrix}}_{\bar V_2^{(6)}}$$

$$V_2^{(5)} \simeq V_2^{(4)} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{V_{22}^{(5)}}{\bar V_{22}^{(6)}} = \frac{1}{\frac{1}{EI_0}4908,37} = 2424939,44\ (rd/s)^2$$

$$\text{d'où} : \omega_2 = 1557,22\ rd/s \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,004\ sec.$$

** Determination du 3'ème mode:

La matrice de balayage:

$$S_2 = S_1 - \frac{1}{M_2}\phi_2\phi_2^t M \qquad \phi_2 = \begin{bmatrix} -0,420 \\ 1,00 \\ 0,634 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \phi_2^t M \phi_2$$

$$= \begin{bmatrix} -0,420 & 1,00 & 0,634 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,420 \\ 1,00 \\ 0,634 \end{bmatrix} = 225,48$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0,815 & -0,314 & -5,762 \\ -0,419 & 0,843 & -2,890 \\ -0,115 & -4,334 & 0,99 \end{bmatrix} - \frac{1}{225,48} \begin{bmatrix} -0,420 \\ 1,00 \\ 0,634 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,420 & 1,00 & 0,634 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 8,83.10^{-3} & -3,47.10^{-2} & 6,05.10^{-2} \\ -4,59.10^{-2} & 0,177 & -0,310 \\ 0,121 & -0,465 & 0,83 \end{bmatrix}$$

la matrice dynamique: $D_2 = DS_2$

$$D_2 = \frac{1}{EI_0} \begin{bmatrix} 184733,40 & 67807,72 & 12150,0 \\ 50410,30 & 38058,08 & 7593,75 \\ 24300,0 & 11390,0 & 3037 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8,83.10^{-3} & -3,47.10^{-2} & 6,05.10^{-2} \\ -4,59.10^{-2} & 0,177 & -0,310 \\ 0,121 & -0,465 & 0,83 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \frac{1}{EI_0} \begin{bmatrix} -13,71 & 14,306 & 43,822 \\ -31,16 & 105,4 & -148,99 \\ 58,90 & -229,04 & 410,59 \end{bmatrix}$$

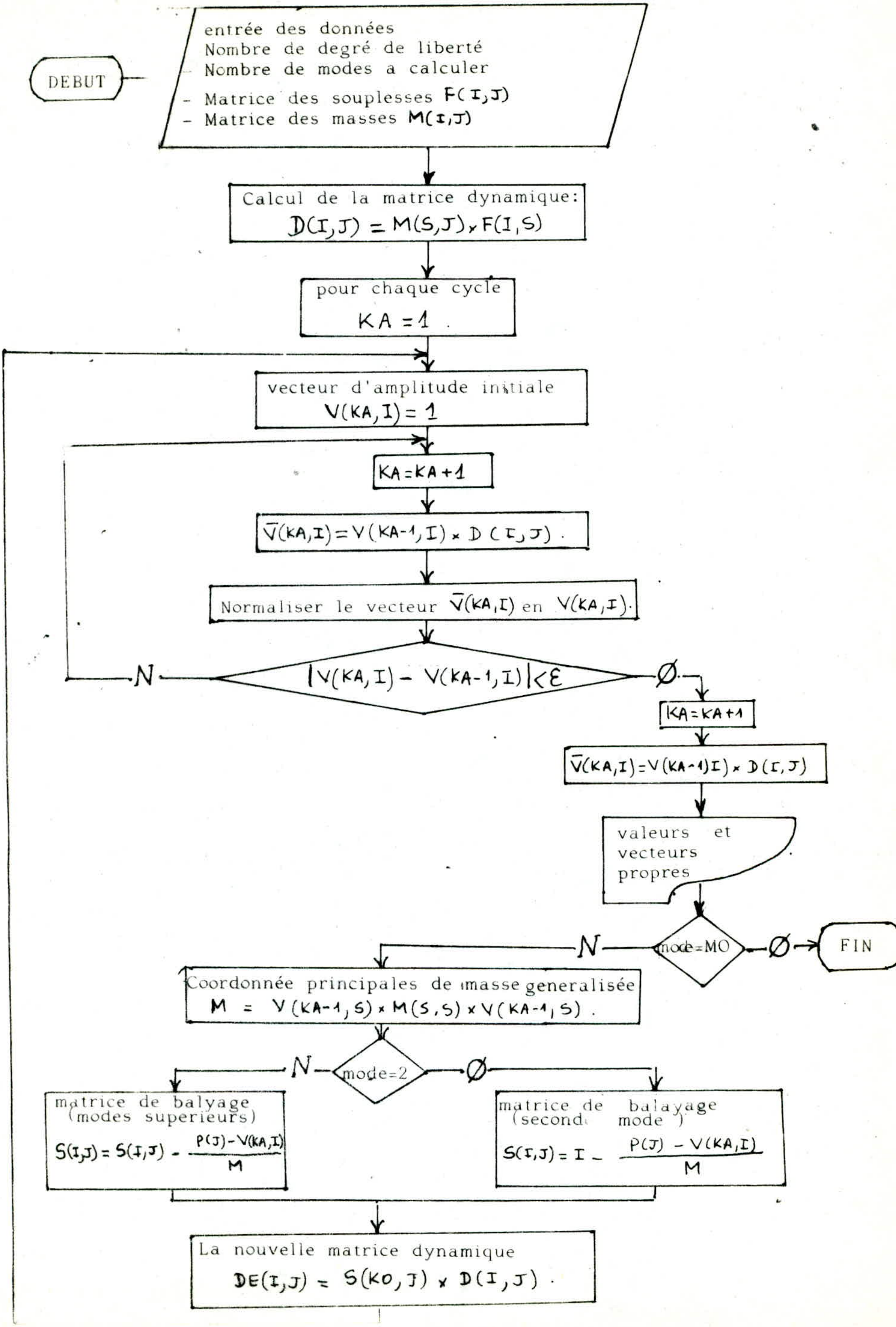
$$EI_0 D_2 \times \underset{V_3^{(0)}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \underset{\bar{V}_3^{(1)}}{\begin{bmatrix} 44,42 \\ -74,75 \\ 240,44 \end{bmatrix}} \left| \begin{matrix} 0,184 & 36,84 \\ -0,31 & -187,51 \\ 1,00 & 492,68 \\ V_3^{(1)} & \bar{V}_3^{(2)} \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} 7,478.10^{-2} & 37,352 \\ -0,380 & -151,43 \\ 1,00 & 502,17 \\ V_3^{(2)} & \bar{V}_3^{(3)} \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} 0,074 & 37,35 \\ -0,381 & -151,49 \\ 1,00 & 502,28 \\ V_3^{(3)} & \bar{V}_3^{(4)} \end{matrix} \right|$$

$$\left| \begin{matrix} 0,074 & 37,34 \\ -3,81 & 151,484 \\ 1,00 & 502,286 \\ V_3^{(4)} & \bar{V}_3^{(5)} \end{matrix} \right| , \qquad V_3^{(4)} \simeq V_3^{(3)}$$

$$\Rightarrow \omega_3^2 = \frac{V_{33}^{(4)}}{\bar{V}_{33}^{(5)}} = \frac{1}{\frac{1}{EI_0}(502,286)} = 2369\,6658,88 \text{ rd.}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28}{4867,92} = 0,0013 \text{ sec.}$$

ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE STODOLA



B) Formularion par les raideurs

La methode de stodola peut être formulée par les raideurs et ce pour determiner le dernier mode, en écrivant:

$$(K-\omega^2 M)\hat{V} = 0 \Rightarrow K\hat{V} = \omega^2 M V$$

$$\Rightarrow M^{-1} K \hat{V} = \omega^2 V .$$

Dans ce cas les proprietes dynamiques seront representées par :

$$E = M^{-1}. K .$$

Avec le même procède vu precedement nous déterminons le dernier mode

$$E V_N^{(S-1)} = \bar{V}_N^{(S)}$$

si $V_N^{(S)}$ represente le mode réel ($V_N^{(S-1)} \simeq V_N^{(S)}$) alors :

$$\omega_N^2 = \frac{\bar{V}_{KN}^{(S)}}{V_{KN}^{(S-1)}}$$

Connaissant le N'ème mode ,on peut determiner les modes d'ordre moins élevé par une demarche inverse ,en utilisant la matrice de balayage à l'aide du principe d'orthogonalité des vecteurs propres.

Ce procedé est generalement delaissé,car sa "convergence" est beaucoup moins rapide que celui formulé par les souplesses.

Mais il reste toujours utile pour l'obtention d'une bonne estimation des frequences de vibrations les plus élevées(*).

* voir dynamique des structures (CLOUGH et PENZIEN) -biblio-

REMARQUES:

-- La principale limitation de l'algorithme de STODOLA est que le mode recquis ne peut être connu qu'aprés avoir determiner tous les modes d'ordre inferieur.

-- Pour que la matrice de balayage puisse agire efficassement dans le calcul des modes superieurs, il faut necessairement évaluer avec une grande precision tous les modes d'ordre inferieur .(Les erreurs s'accumulent).

-- La convergence du processus pour chaque mode (i),se verifie au niveau des vecteurs propres:

$$|V_{Ki}^{(S-1)} - V_{Ki}^{(S)}| < \varepsilon.$$

-- On n'utilise ce procéde (generalement),que pour la determination des modes inferieurs.

METHODE DE JACOBI

A- Formulation par les raideurs

Principe de la methode

La determination des modes propres de vibration d'une structure conduit a une relation du type

$$\left([K] - \lambda_i [M]\right)\{\emptyset_i\} = 0$$

dans laquelle;

$[K]$ est la matrice de rigidite de la structure.

$[M]$ est la matrice masse.

$\emptyset_i$ les vecteurs des deplacements de la structure.

$\lambda_i = \omega^2$, les carrés des pulsations correspendantes.

La methode generale de JACOBI permet de calculer les N valeurs et vecteurs propres d'un systeme de dimension limitée dont les matrices sont symetriques et definies positives.

Elle consiste à transformer les matrices $[K]$ et $[M]$ en des matrices diagonales, en utilisant des transformations successives

$$[K_1] = [K] \qquad [M_1] = [M]$$

$$[K_2] = [P_1]^T[K_1][P_1] \qquad [M_2] = [P_1]^T[M_1][P_1]$$

$$[K_3] = [P_2]^T[K_2][P_2] \qquad [M_3] = [P_2]^T[M_2][P_2]$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$[K_{k+1}] = [P_k]^T[K_k][P_k] \qquad [M_{k+1}] = [P_k]^T[M_k][P_k]$$

LES matrices $[K_{k+1}]$; $[M_{k+1}]$ tendent vers des matrices diagonales $[K_d]$ et $[M_d]$ lorsque k tend vers l'infini.

Les valeurs et vecteurs propres sont alors:

$$\lambda = [K_d]\cdot[M_d]^{-1} \quad \text{où} \quad \lambda_i = K_{ii}/M_{ii} .$$

$$\emptyset = [P_1][P_2]\cdots[P_{k+1}]\cdot\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{M_{11}}} & & 0 \\ & \ddots \; \frac{1}{\sqrt{M_{ii}}} \; \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\sqrt{M_{NN}}} \end{bmatrix}$$

P_K ; est la matrice de transformation.

Chaque matrice P_K est choisie de maniere a ce qu'un terme non diagonal et non nul de $[K_k]$ et de $[M_k]$ soit aprés transformation égal à zéro.

La matrice P_K a la structure suivante:

$$P_K = \begin{array}{c} \text{colonne } j \\ \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & a & \\ & & b & 1 & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix} \\ \text{colonne } i \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \to \text{ligne } i \\ \to \text{ligne } j \\ \\ \\ \end{array}$$

Les coefficients a et b sont calcules en ecrivant, que; $K_{ij}^{(k+1)} = M_{ij}^{(k+1)} = 0$,soit en supprimant par simplicité l'indice $K+1$ sur les termes de chaque matrice,ce qui revient à resoudre le systeme suivant:

$$a K_{ii} + (1+ab) K_{ij} + b K_{jj} = 0$$

$$a M_{ii} + (1+ab) M_{ij} + b M_{jj} = 0$$

si on note par:

$$C_1 = K_{ii} M_{ii} - M_{ii} K_{ij}$$

$$C_2 = K_{jj} M_{ij} - M_{jj} K_{ij}$$

$$C_3 = K_{ii} M_{jj} - M_{ii} K_{jj}$$

$$d = C_3/2 + \text{Signe}(C_3) \sqrt{(C_3/2)^2 + C_1 C_2}$$

a et b sont donnés par:

$$a = C_2/d \qquad b = -C_1/d$$

Lorsque $[M]$ est definie positive, $(C_3/2)^2 + C_1 C_2$ est positif.

Pour verifier la convergence du processus , il suffit de verifier la relation suivante:

$$\frac{\lambda_i^{(\ell+1)} - \lambda_i^{(\ell)}}{\lambda_i^{(\ell+1)}} \leq \varepsilon$$

où

$\lambda_i^{(\ell+1)}$:est la valeur propre de la $(\ell+1)^{eme}$ iteration

$\lambda_i^{(\ell)}$:est la valeur propre de la ℓ^{eme} iteration

et ε : la tolerance de convergence.

Une autre verification est introduite,elle consiste a verifier les inegalites suivantes

$$\left| \frac{\left[K_{ij}^{(\ell+1)}\right]^2}{K_{ii}^{(\ell+1)} \cdot K_{jj}^{(\ell+1)}} \right|^{1/2} \leq 10^{-S}$$

$$\left| \frac{\left[M_{ij}^{(\ell+1)}\right]^2}{K_{ii}^{(\ell+1)} \cdot K_{jj}^{(\ell+1)}} \right|^{1/2} \leq 10^{-S}$$

Exemple numerique

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

1°) $P_1 = ?$

$$\bar{k}_{11} = k_{11} m_{12} - m_{11} k_{12} = 1.1 - 2(-1) = 3 = (C_1)$$

$$\bar{k}_{22} = k_{22} m_{12} - m_{22} k_{12} = 1.1 - 2(-1) = 3 = (C_2)$$

$$\bar{k} = k_{11} m_{22} - k_{22} m_{11} = 1.2 - 1.2 = 0 = (C_3)$$

$$x = \bar{k}/2 + \operatorname{Sign}(\bar{k}) . \left[(\bar{k}/2)^2 + \bar{k}_{11} . \bar{k}_{22} \right]^{1/2} = (d)$$

$$= 0 + (0^2 + 3.3)^{1/2} = 3$$

$$a = C_2/d = 3/3 = 1$$

$$b = - C_1/d = -3/3 = -1$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad P_1^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $P_1^T K P_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) $P_1^T M P_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

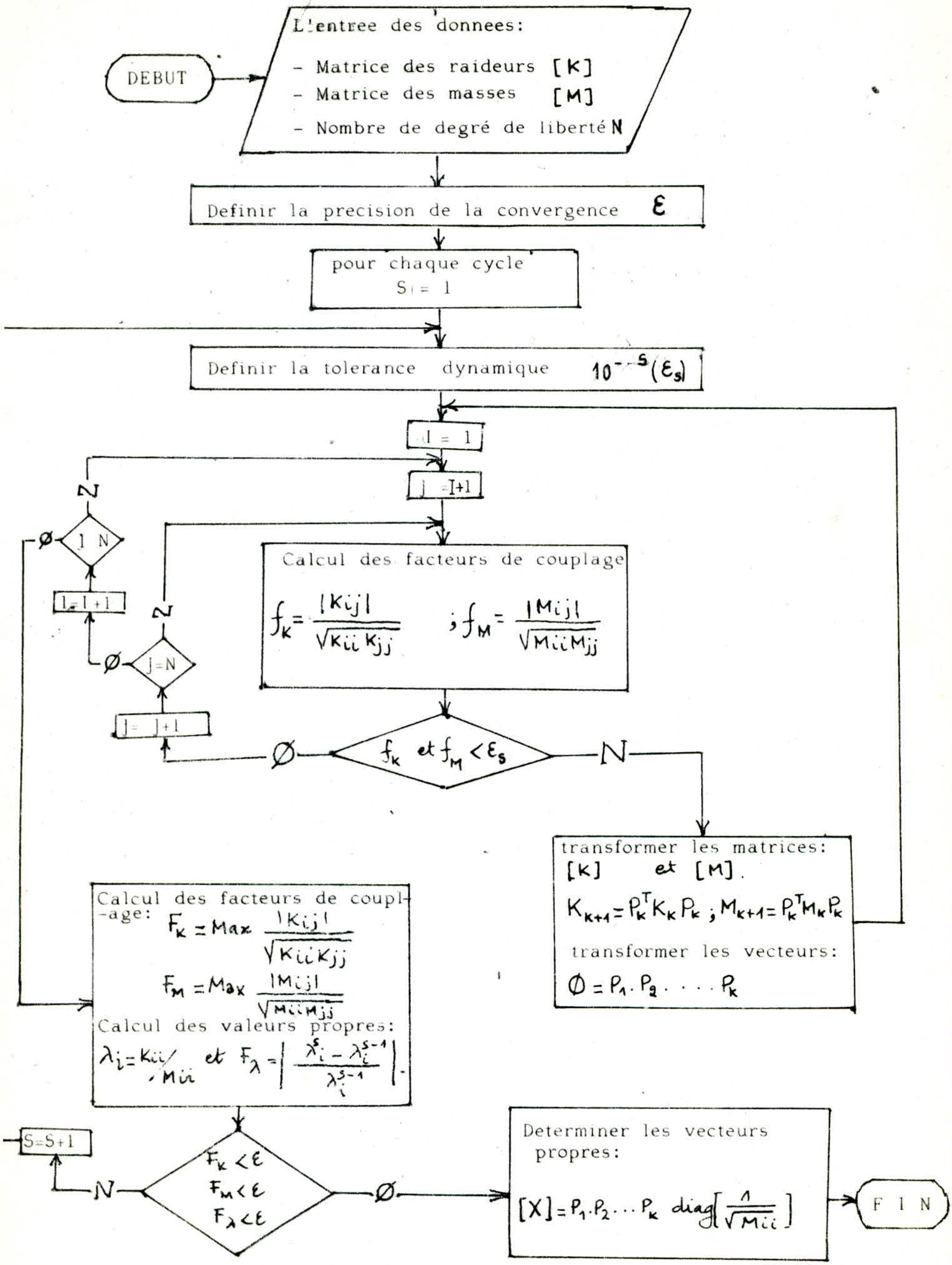
RMQ/. On a plus besoins de faire des iterations étant donné que les deux matrices sont diagonales.

$$\lambda = \operatorname{diag}\left(\frac{K_r}{M_r}\right) = \begin{bmatrix} 4/2 & \\ & 0/6 \end{bmatrix}$$

$$\phi = P_1 \operatorname{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{M_r}}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}.$$

$$\lambda_1 = 2 \text{ et } \phi_1 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} . \qquad \lambda_2 = 0 \text{ et } \phi_2 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

ORGANTGRAMME DE LA METHODE DE JACOBI



B- Formulation par les souplesses:

L'équation matricielle a resoudre est:

$$K\phi = \lambda M \phi$$

multipliant chaque membre de l'égalité par $\frac{1}{\lambda} K^{-1}$,ce qui donne:

$$\frac{1}{\lambda}\phi = K^{-1} M \phi .$$

Puisque K^{-1} caracterise la souplesse f donc:
le problème se transforme en la resolution de:

$$\frac{1}{\lambda}\phi = f M \phi . \quad (1)$$

ou $fM = D$ representant la matrice dynamique.

Comme la matrice dynamique n'est pas 'symétrique',par consequence la methode de JACOBI devient innapplicable.

Pour rendre la methode de jacobie applicable à de tel système, introduisant l'artifice de calcul suivant:

Transformons la matrice M en deux matrices triangulaires $L . L^T$,en utilisant une des methode numeriques,on cite parmi elles 'la methode de CHOLESKY' que nous avons utilisée.

SUbstituons $M = L L^T$ dans l'equation (1):

$$f L L^T \phi = \frac{1}{\lambda}\phi$$

Multiplions chaque membre par L^T ,il vient:

$$L^T f L L^T \phi = \frac{1}{\lambda} L^T \phi$$

posons $L^T\phi = \bar{\phi}$

et $L^T f L = \bar{K}$

$\frac{1}{\lambda} = \bar{\lambda}$

d'ou : $\bar{K}\bar{\phi} = \bar{\lambda}\bar{\phi}$

Montrons que $\bar{K}$ est symetrique : $\bar{K}^T = \bar{K}$

rappel: $(A \cdot B)^T = B^T . A^T$

$$\bar{K}^T = \left[(L^T f) \cdot L\right]^T = L^T . (L^T . f)^T = L^T . f^T . (L^T)^T = L^T f . L = \bar{K} \text{ (cqFd)}$$

car f est symetrique $\Rightarrow f^T = f$

$(L^T)^T = L .$

donc: $\bar{K}^T = \bar{K}$.

Arriver à ce stade,on peut utiliser la methode de JACOBI:

Ayant comme données

$$\bar{K} = L^T f L \qquad \bar{M} = I .$$

Nous resolvons le problème: $\bar{K}\,\bar{\Phi} = \bar{\lambda}\,\bar{M}\,\bar{\Phi}$.

On obtient les vecteurs propres Φ_i en resolvant l'équation: $\bar{\Phi}_i = L^T \Phi_i$. par la methode de GAUSS-JORDAN(par exemple).et les vecteurs propres d'aprés $\bar{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$.

REMARQUES:

-- L'algorithme de JACOBI est limité pour les systemes ayant au plus un degré de liberté égale à 100 .

-- La determination d'un mode quelconque, necessite le calcul de tous les modes.

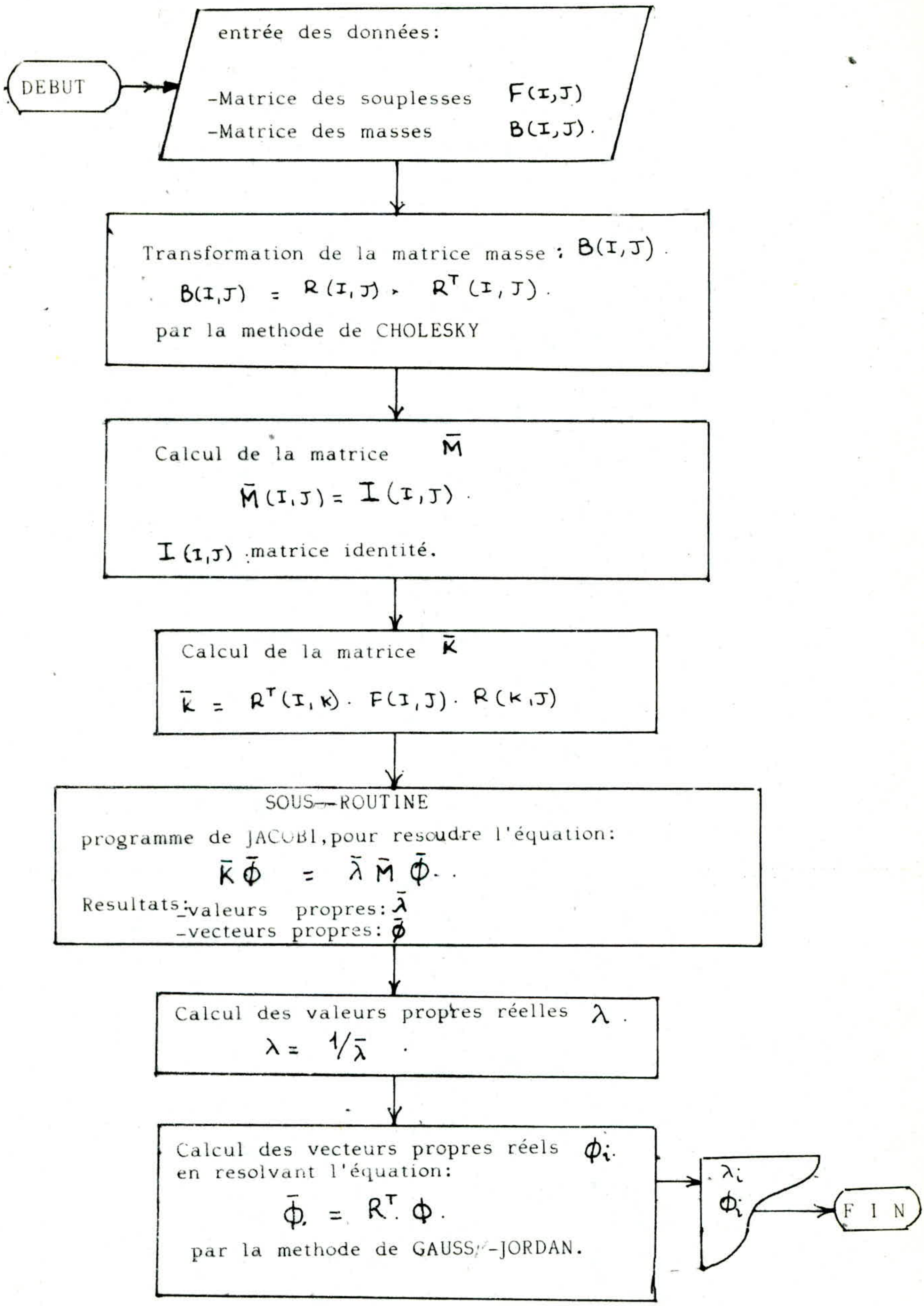
-- La methode de JACOBI est trés efficasse lorsque tous les vecteurs propres et les valeurs propres correspendantes sont exigés.

-- Elle est également efficasse lorsque les élements non diagonaux des matrices $[K]$ et $[M]$ sont initialement petits.

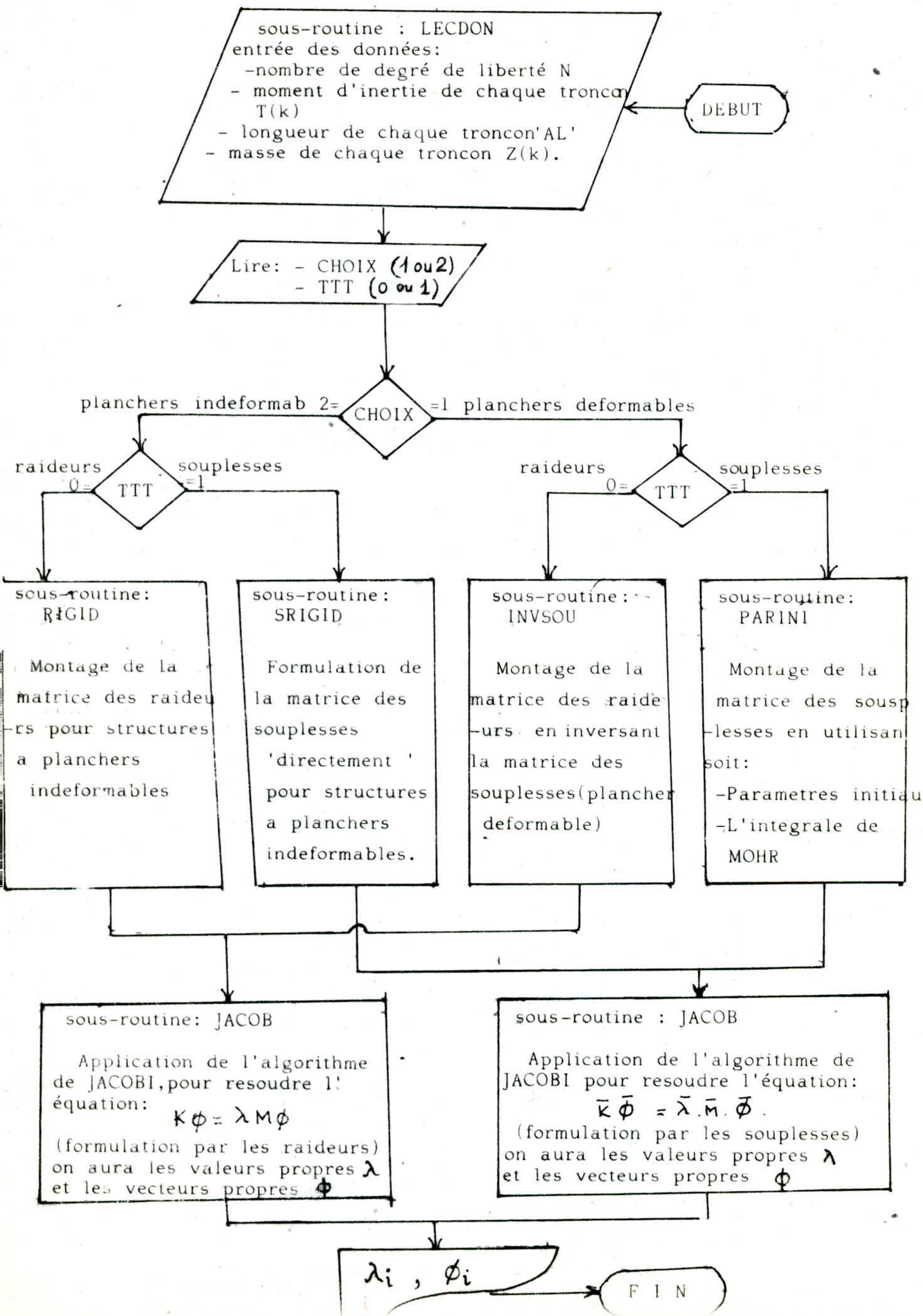
-- la convergence de l'algorithme de JACOBI se verifie au niveau des valeurs propres :

$$\left| \frac{\lambda_i^{(s-1)} - \lambda_i^{(s)}}{\lambda_i^{(s-1)}} \right| < \varepsilon .$$

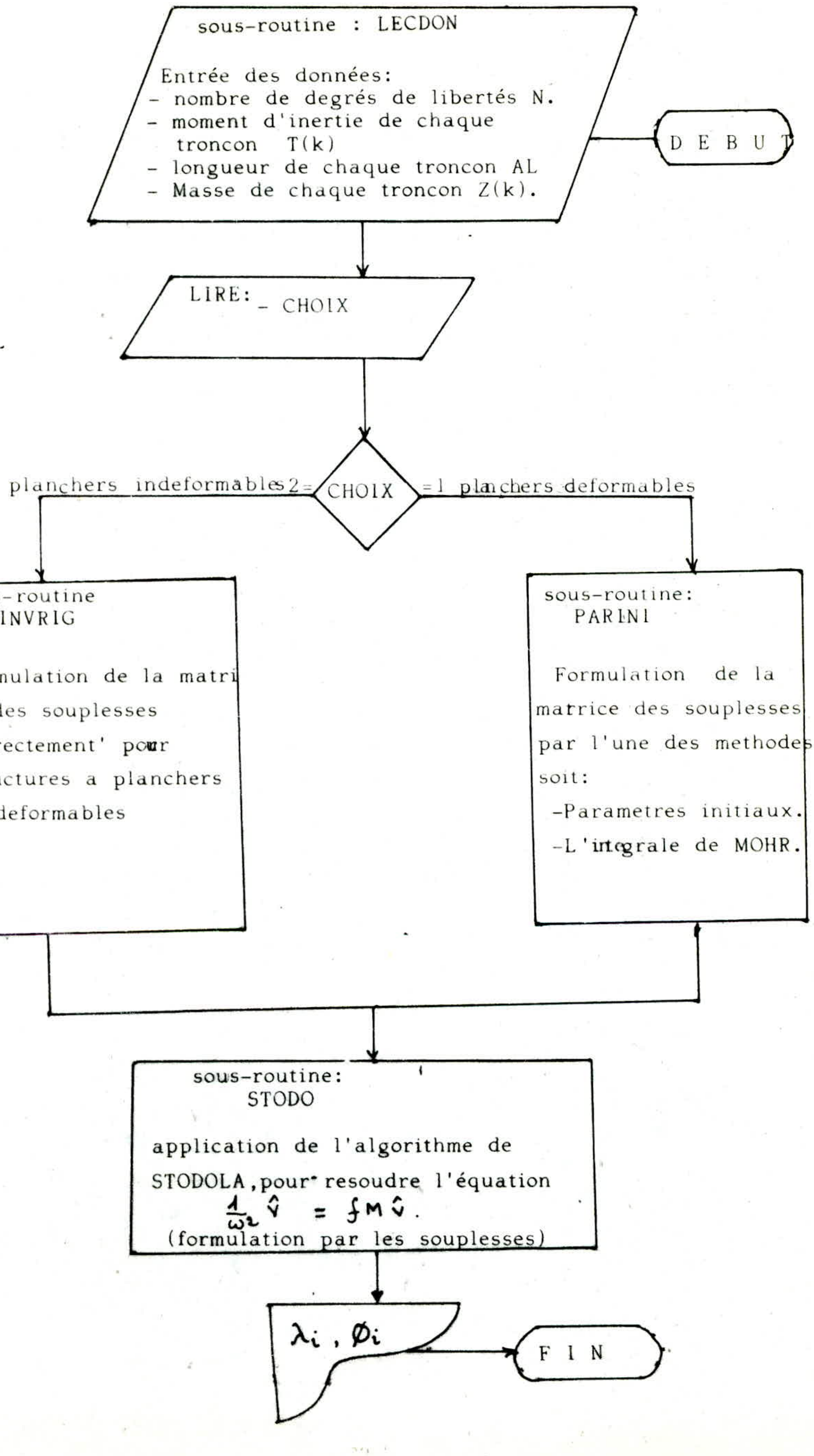
ORGANIGRAMME DE JACOBI FORMULE PAR LES SOUPLESSES

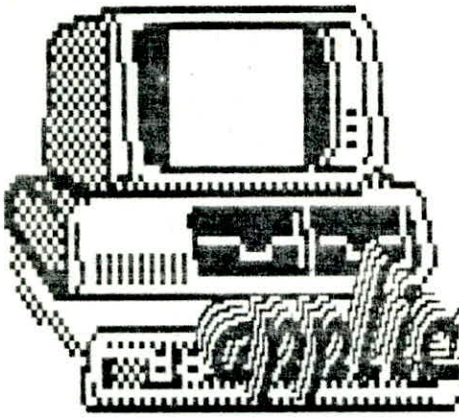


ORGANIGRAMME ENVELOPPE DE J A C O B I

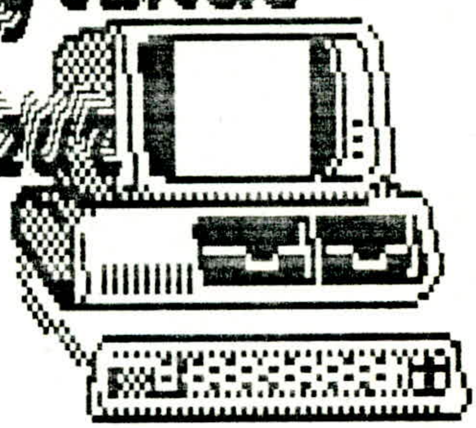


ORGANIGRAMME ENVELOPPE DE STODOLA

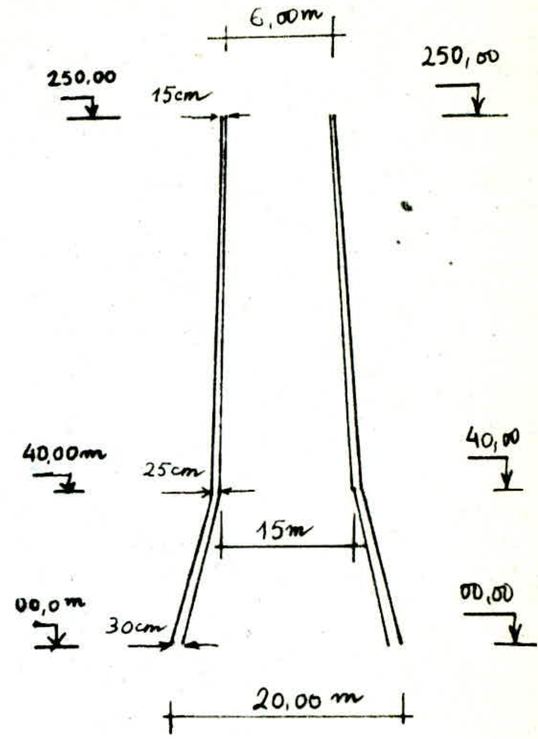




application au calcul sismique d'une tour de grande hauteur



PRESENTATION DE LA CHEMINEE



La cheminée a été devisée en 25 tronçons de 10m de longueur chacun.

Elements Geometriques:

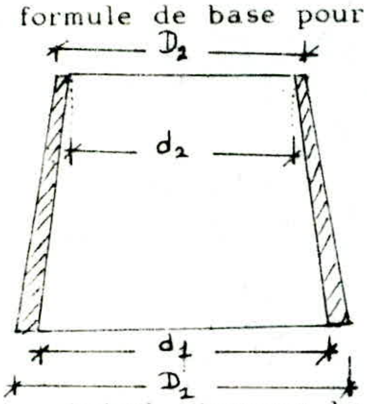
A partir des côtes de depart, nous pouvons determiner les diametres exterieurs, les épaisseurs, les inerties annulaires...etc, et ce pour les differentes sections.

Nous avons établit pour cela un programme, les resultats sont resumés dans le tableau ci-aprés.

Elements Mécaniques:

Les élements géometriques etant établis, nous pouvons à present calculer le volume et le poids de la cheminée (pour les differents troncons).

La formule de base pour calculer le volume, pour chaque troncon est:



$$\boxed{V = \frac{\pi}{3} H \cdot \frac{1}{4} \left(D_1^2 - d_1^2 + D_2^2 - d_2^2 + D_1 D_2 - d_1 d_2 \right)}$$

On en deduit aisement les volumes cumulés et les poids cumulés ($\gamma_{Bet} = 2.5 t/m^3$)
Pour ce qui est du chemisage, nous operons de la même facon en ayant pris soin de calculer auparavant les nouveaux diametres interieurs et exterieurs ($\gamma_{brique} = 1.8\ t/m^3$).

- Caracteristiques geometriques et mecaniques. -

diam -ext chemisage (metres)	diam-inte chemisage (metres)	poids béton (tonnes)	poids chemisage (tonnes)	moments d'inerties (m**4)	poids totaux (tonnes)	poids totaux cummulés
5.600	5.380	72.560	36.452	13.400	109.012	109.012
6.019	5.799	80.057	38.059	16.914	118.116	227.128
6.438	6.218	87.872	40.665	21.060	128.537	355.665
6.857	6.637	96.003	43.272	25.907	139.275	494.940
7.276	7.056	104.452	45.878	31.528	150.330	645.270
7.695	7.475	113.218	48.485	37.999	161.702	806.972
8.114	7.894	122.300	51.091	45.398	173.391	980.364
8.533	8.313	131.700	53.698	53.809	185.398	1165.761
8.952	8.732	141.416	56.304	63.318	197.721	1363.482
9.371	9.151	151.450	58.911	74.015	210.361	1573.843
9.790	9.570	161.801	61.518	85.992	223.318	1797.161
10.210	9.990	172.468	64.124	99.346	236.592	2033.753
10.629	10.409	183.453	66.730	114.177	250.183	2283.936
11.0[illegible]3	10.828	194.754	69.337	130.588	264.091	2548.027
11.467	11.247	206.373	71.944	148.686	278.317	2826.344
11.886	11.666	218.309	74.550	168.580	292.859	3119.203
12.305	12.085	230.561	77.157	190.385	307.717	3426.920
12.724	12.504	243.130	79.763	214.217	322.893	3749.813
13.143	12.923	256.017	82.369	240.197	338.386	4088.200
13.562	13.342	269.221	84.976	268.448	354.197	4442.396
13.981	13.761	282.741	87.583	299.097	370.324	4812.721
14.400	14.180	316.915	92.618	377.645	409.533	5222.254
15.600	15.380	374.738	100.083	519.852	474.821	5697.075
16.800	16.580	437.373	107.547	698.864	544.920	6241.995
18.000	17.780	504.817	115.011	920.541	619.828	6861.822
19.200	18.980	POIDS TOTAL = 6861.822 tonnes				

- caracteristiques geometriques -

N	diametres exterieurs (metres)	diametres interieurs (metres)	épaisseurs (metres)	diametres moyens (metres)	moments d'inerties (m**4)
25	6.000	5.700	0.150	5.850	11.792
24	6.429	6.119	0.155	6.274	15.007
23	6.857	6.538	0.160	6.698	18.821
22	7.286	6.957	0.164	7.121	23.300
21	7.714	7.376	0.169	7.545	28.515
20	8.143	7.795	0.174	7.969	34.541
19	8.571	8.214	0.179	8.393	41.456
18	9.000	8.633	0.183	8.817	49.340
17	9.429	9.052	0.188	9.240	58.278
16	9.857	9.471	0.193	9.664	68.358
15	10.286	9.890	0.198	10.088	79.672
14	10.714	10.310	0.202	10.512	92.313
13	11.143	10.729	0.207	10.936	106.380
12	11.571	11.148	0.212	11.360	121.974
11	12.000	11.567	0.217	11.783	139.201
10	12.429	11.986	0.221	12.207	158.170
9	12.857	12.405	0.226	12.631	178.990
8	13.286	12.824	0.231	13.055	201.779
7	13.714	13.243	0.236	13.479	226.654
6	14.143	13.662	0.240	13.902	253.739
5	14.571	14.081	0.245	14.326	283.157
4	15.000	14.500	0.250	14.750	315.038
3	16.250	15.700	0.275	15.975	440.252
2	17.500	16.900	0.300	17.200	599.451
1	18.750	18.100	0.325	18.425	798.277
0	20.000	19.300	0.350	19.650	1042.805

ETUDE DYNAMIQUE

Pour les constructions ne presentant pas de concentrations notables de poids (cas de notre cheminée) ,on accepte l'hypothèse de la masse distribuée d'une façon continue. Lorsque la loi de répartition de la masse est differente d'une loi lineaire ,le calcul des caracteristiques dynamiques (masse,raideur....) devient trés compliqué car il n'existe pas de solutions analitiques simples pour l'équation differentielle d'équilibre.

Nous sommes alors obliger de deviser l'ensemble de l'ouvrage en un nombre convenablement choisi de tronçons dont les masses seront concentrées dans les centres de gravité respectifs,ce qui permet un traitement commode et concret du comportement dynamique.

Le système est ramené par cette methode à un schema à plusieurs masses concentrées.La precision du procédé depend de la finesse du découpage.Le calcul du mode fondamental d'une structure élancée est suffisament précis si l'on divise la structure en 10 à 15 tronçons,ce nombre est insuffisant pour la determination des modes superieurs qui necessite de 20 à 30 tronçons.

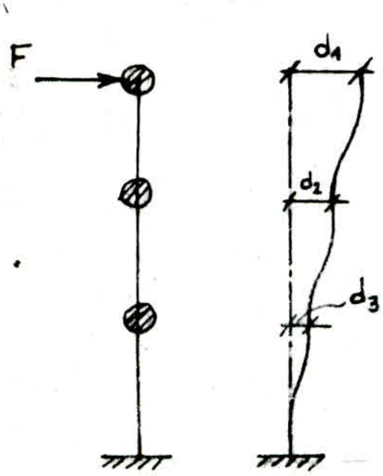
Ceci nous amène ainsi à fractionner fictivement notre cheminée en 25 tronçons dont le modèle est representer dans la figure qui suit.

a) Determination des modes propres:

Pour ce qui est de la determination des valeurs et vecteurs propres de notre structure,nous avons appliquer les differents algorithmes etudies auparavant.

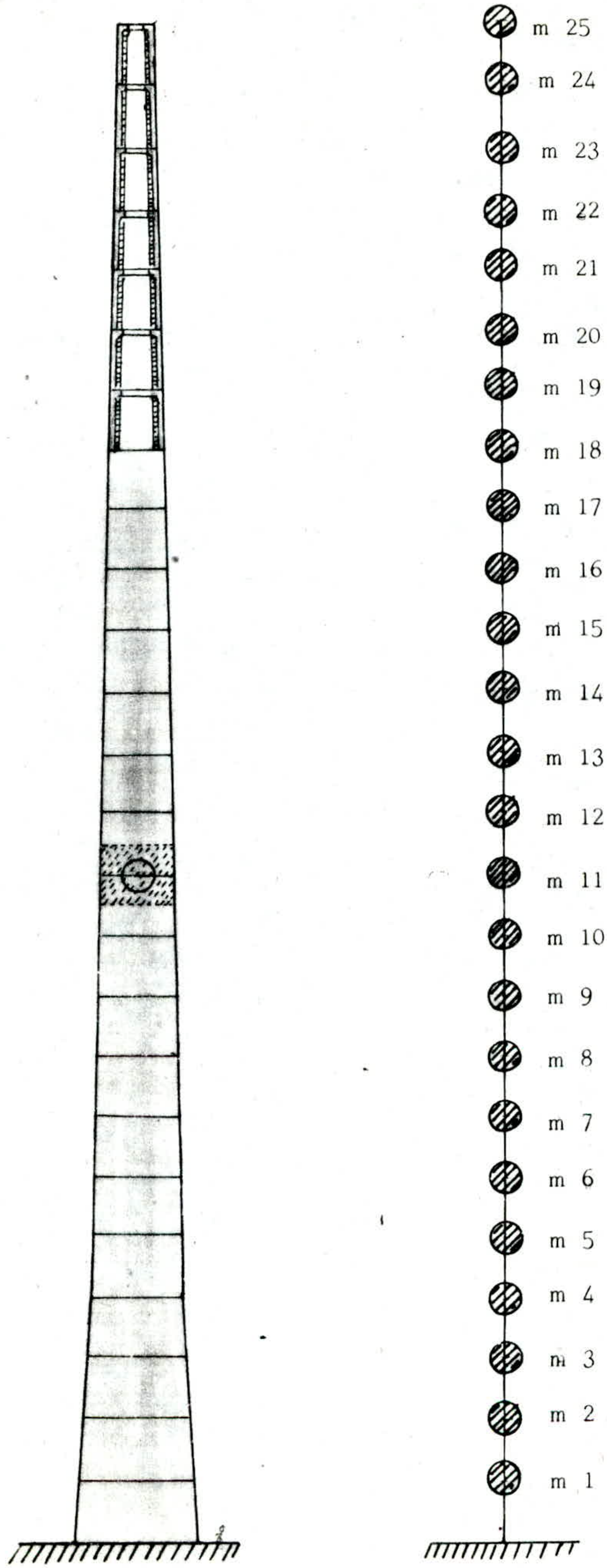
1°) Hypothèse de structures à planchers indeformables:

En realité dans notre cheminée,c'est des poutres annulaires qui raidissent la structure et non des planchers .



deformée de la structure à planchers (ou anneaux) indeformables sous l'action d'une force appliquée au sommet.

MODELISATION DE.LA CHEMINEE



VALEURS PROPRES DONNEES PAR JACOBI FORMULE PAR LES RAIDEURS POUR PLANCHERS DEFORMABLES

	1 er mode	2eme mode	3eme mode	4eme mode	5eme mode	6eme mode	7 er mode	8eme mode	9eme mode	10eme mode	11eme mode	12eme mode
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	0.9259	0.7641	0.5625	0.3215	0.0510	-0.2454	-0.5690	-0.9120	-1.2643	-1.6245	-1.9868	-2.3374
23	0.8523	0.5346	0.1604	-0.2402	-0.6106	-0.9043	-1.0767	-1.0786	-0.8775	-0.4513	0.2092	1.0749
22	0.7796	0.3184	-0.1726	-0.5939	-0.8206	-0.7787	-0.4411	0.1439	0.8398	1.4682	1.8066	1.6387
21	0.7084	0.1221	-0.4121	-0.7050	-0.6074	-0.1405	0.5263	1.0837	1.2116	0.7275	-0.3238	-1.5718
20	0.6393	-0.0492	-0.5481	-0.6002	-0.1521	0.5161	0.9564	0.7738	-0.0487	-1.0869	-1.6220	-1.0565
19	0.5727	-0.1922	-0.5842	-0.3490	0.3160	0.8032	0.5937	-0.2780	-1.1010	-1.0473	0.1249	1.5807
18	0.5090	-0.3054	-0.5347	-0.0385	0.6144	0.6187	-0.1731	-0.9467	-0.7060	0.5329	1.4843	0.7735
17	0.4485	-0.3888	-0.4207	0.2494	0.6610	0.1313	-0.7398	-0.6772	0.4663	1.2289	0.2687	-1.4582
16	0.3916	-0.4439	-0.2666	0.4546	0.4772	-0.3718	-0.7515	0.1598	1.0168	0.2254	-1.2612	-0.8217
15	0.3384	-0.4729	-0.0958	0.5459	0.1560	-0.6498	-0.2777	0.7831	0.4484	-0.9744	-0.7393	1.2110
14	0.2892	-0.4790	0.0708	0.5205	-0.1826	-0.6067	0.3232	0.7178	-0.5208	-0.8701	0.8193	1.0131
13	0.2439	-0.4656	0.2166	0.3982	-0.4342	-0.3036	0.6771	0.1025	-0.8991	0.2549	1.0924	-0.8320
12	0.2026	-0.4365	0.3304	0.2136	-0.5371	0.0991	0.6128	-0.5352	-0.4049	0.9946	-0.1416	-1.2112
11	0.1654	-0.3955	0.4060	0.0062	-0.4808	0.4266	0.2167	-0.7344	0.4132	0.5791	-1.0914	0.2959
10	0.1323	-0.3464	0.4420	-0.1873	-0.2990	0.5606	-0.2619	-0.4081	0.8057	-0.4196	-0.5816	1.2508
9	0.1031	-0.2926	0.4409	-0.3382	-0.0525	0.4728	-0.5683	0.1667	0.4890	-0.9105	0.6064	0.3366
8	0.0779	-0.2375	0.4084	-0.4296	0.1914	0.2194	-0.5706	0.5923	-0.2042	-0.4591	0.9912	-0.9899
7	0.0565	-0.1839	0.3526	-0.4565	0.3765	-0.0941	-0.3012	0.6209	-0.6915	0.4026	0.2155	-0.9078
6	0.0390	-0.1345	0.2824	-0.4252	0.4692	-0.3579	0.0875	0.2776	-0.6257	0.8331	-0.7416	0.3368
5	0.0250	-0.0913	0.2072	-0.3501	0.4628	-0.4947	0.4116	-0.1999	-0.1111	0.4883	-0.8322	1.0646
4	0.0147	-0.0563	0.1364	-0.2517	0.3759	-0.4807	0.5410	-0.5259	0.4326	-0.2400	-0.0615	0.4428
3	0.0076	-0.0304	0.0774	-0.1526	0.2478	-0.3532	0.4614	-0.5548	0.6358	-0.6895	0.6733	-0.6035
2	0.0031	-0.0130	0.0345	-0.0713	0.1226	-0.1874	0.2669	-0.3570	0.4665	-0.5978	0.7279	-0.8836
1	0.0007	-0.0032	0.0087	-0.0186	0.0334	-0.0534	0.0803	-0.1142	0.1599	-0.2214	0.2943	-0.3937
	4.6385	1.1892	0.4966	0.2679	0.1671	0.1140	0.0823	0.0621	0.0486	0.0390	0.0320	0.0268

p e r i o d e s p r o p r e s (s e c o n d e s)

Avant p 37

FB 0 12 188

PB 012 88
avant P. 37.

VALEURS PROPRES DONNEES PAR JACOBI FORMULE PAR
LES SOUPLESSES POUR PLANCHERS DEFORMABLES

	1er mode	2eme mode	3eme mode	4eme mode	5 eme mode	6eme mode	7eme mode	8eme mode	9eme mode	10eme mode	11eme mode
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	0.9259	0.7641	0.5625	0.3215	0.0510	-0.2454	-0.5690	-0.9120	-1.2643	-1.6245	-1.9868
23	0.8523	0.5346	0.1604	-0.2402	-0.6106	-0.9043	-1.0767	-1.0786	-0.8775	-0.4513	0.2092
22	0.7796	0.3184	-0.1726	-0.5939	-0.8206	-0.7787	-0.4411	0.1439	0.8398	1.4682	1.8066
21	0.7084	0.1221	-0.4121	-0.7050	-0.6074	-0.1405	0.5263	1.0837	1.2116	0.7275	-0.3238
20	0.6393	-0.0492	-0.5481	-0.6002	-0.1521	0.5161	0.9564	0.7738	-0.0487	-1.0869	-1.6220
19	0.5727	-0.1922	-0.5842	-0.3490	0.3160	0.8032	0.5937	-0.2780	-1.1010	-1.0473	0.1248
18	0.5090	-0.3054	-0.5347	-0.0385	0.6144	0.6187	-0.1731	-0.9467	-0.7060	0.5329	1.4843
17	0.4485	-0.3888	-0.4207	0.2494	0.6610	0.1313	-0.7398	-0.6772	0.4663	1.2289	0.2687
16	0.3916	-0.4439	-0.2665	0.4546	0.4772	-0.3718	-0.7515	0.1598	1.0168	0.2254	-1.2612
15	0.3384	-0.4729	-0.0958	0.5459	0.1560	-0.6498	-0.2777	0.7831	0.4484	-0.9744	-0.7393
14	0.2892	-0.4790	0.0708	0.5205	-0.1826	-0.6067	0.3232	0.7178	-0.5208	-0.8701	0.8193
13	0.2439	-0.4656	0.2166	0.3982	-0.4342	-0.3036	0.6771	0.1025	-0.8991	0.2549	1.0924
12	0.2026	-0.4365	0.3304	0.2136	-0.5371	0.0991	0.6128	-0.5352	-0.4049	0.9946	-0.1416
11	0.1654	-0.3955	0.4060	0.0062	-0.4808	0.4266	0.2167	-0.7344	0.4132	0.5791	-1.0914
10	0.1323	-0.3464	0.4420	-0.1873	-0.2990	0.5606	-0.2619	-0.4081	0.8057	-0.4196	-0.5816
9	0.1031	-0.2926	0.4409	-0.3382	-0.0525	0.4728	-0.5683	0.1667	0.4890	-0.9105	0.6064
8	0.0779	-0.2375	0.4084	-0.4296	0.1914	0.2195	-0.5706	0.5923	-0.2042	-0.4591	0.9911
7	0.0565	-0.1839	0.3526	-0.4565	0.3765	-0.0941	-0.3012	0.6209	-0.6915	0.4026	0.2155
6	0.0390	-0.1345	0.2824	-0.4252	0.4692	-0.3579	0.0875	0.2776	-0.6257	0.8331	-0.7416
5	0.0250	-0.0913	0.2072	-0.3501	0.4628	-0.4947	0.4116	-0.1999	-0.1111	0.4883	-0.8322
4	0.0147	-0.0563	0.1364	-0.2517	0.3759	-0.4807	0.5410	-0.5259	0.4326	-0.2400	-0.0615
3	0.0076	-0.0304	0.0774	-0.1526	0.2478	-0.3532	0.4614	-0.5548	0.6358	-0.6895	0.6733
2	0.0031	-0.0130	0.0345	-0.0713	0.1226	-0.1874	0.2669	-0.3570	0.4665	-0.5978	0.7279
1	0.0007	-0.0032	0.0087	-0.0186	0.0334	-0.0534	0.0803	-0.1142	0.1599	-0.2214	0.2943
	4.6385	1.1892	0.4966	0.2679	0.1671	0.1140	0.0823	0.0621	0.0486	0.0390	0.0320

periodes propres w (secondes) — periodes propres w (secondes)

Aprés avoir formuler les matrices des raideurs et de souplesses, nous avons appliquer les deux algorithmes à savoir, celui de VIANELO-STODOLA et de JACOBI pour calculer les valeurs et vecteurs propres qui sont presentés dans le tableau (1).

Tableau comparatif:

	C.P.U time		tolerance 10^{-5}	C.P.U time		tolerance 10^{-12}
STODOLA	0.00.25.16	periodes	1er mode 0.164136114 (sec)	0.01.32.92	periodes	1er mode 0.164136099 (se)
			2eme mode 0.078979116 (sec)			2eme mode 0.078979115 (se)
			3eme mode 0.050214325 (sec)			3eme mode 0.050214303 (se)
JACOBI	0.00.03.61	periodes	1 er mode 0.164135273 (sec)	0.00.05.81	periodes	1er mode 0.164136099 (sec)
			2eme mode 0.07897914 (sec)			2eme mode 0.078979115 (sec)
			3eme mode 0.05021435 (sec)			3eme mode 0.050214303 (sec)
	Simple precision			Double precision		

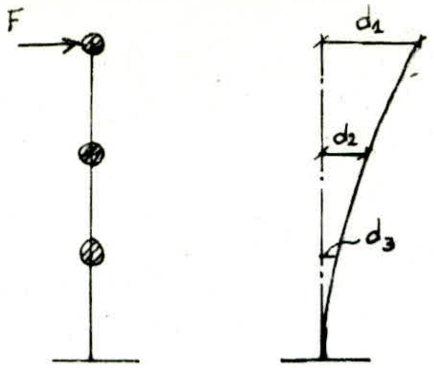
Constatations:

* Le temps d'éxecution du programe de la methode de JACOBI est beaucoup plus petit que celui de STODOLA .
* Les valeurs des periodes des 3 premiers modes sont tres proches (à 10^{-6} prés).

Vu que les periodes obtenues sont trés petites, donc ça sous entend que la structure est trés rigide, ce qui est loin de la realité, par consequent l'hypothèse de planchers (anneaux) indeformables ne convient pas à notre structure.

2°) Hypothèses de structures à planchers deformables:

L'ensemble des valeurs et vecteurs propres sont representés dans les tableaux (2), (3), (4), et ce pour les differents algorithmes formulé par les raideurs et les souplesses.



deformée de la structure à planchers (ou anneaux) deformables sous l'action d'une force appliquée à son sommet

Tableau comparatif:

		C.P.U time	tolerance 10^{-5} periodes (sec)	C.P.U time	tolerance 10^{-12} periodes (sec)
STODOLA		0.00.27.24	(1) 4.63847254 sec	0.00.53.10	(1) 4.63847228 sec
			(2) 1.18918389 sec		(2) 1.18918363 sec
			(3) 0.49660515 sec		(3) 0.49660484 sec
JACOBI	formulé par les raideurs en inversant les souplesses	0.00.04.45	(1) 4.63847254 sec	0.00.07.31	(1) 4.63847267 sec
			(2) 1.18918384 sec		(2) 1.18918364 sec
			(3) 0.49660515 sec		(3) 0.49660483 sec
	formulé par les souplesses	0.00.03.85	(1) 4.63847235 sec	0.00.07.19	(1) 4.63844236 sec
			(2) 1.18918363 sec		(2) 1.18918363 sec
			(3) 0.49660524 sec		(3) 0.49660624 sec
		Simple precision		Double precision	

Constatations:

* l'algorithme de JACOBI formulé par les souplesses est plus rapide que celui fomulé par les raideurs.

* En passant du calcul en simple precision à celui en double, le temps d'éxecution double.

* Les valeurs des periodes propres calculées par les 2 algorithmes sont tres proches et ce pour les trois premiers modes(10^{-5}prés)

Dans cette hypothèse de planchers deformables,on voit bien que les valeurs des periodes propres sont acceptables.

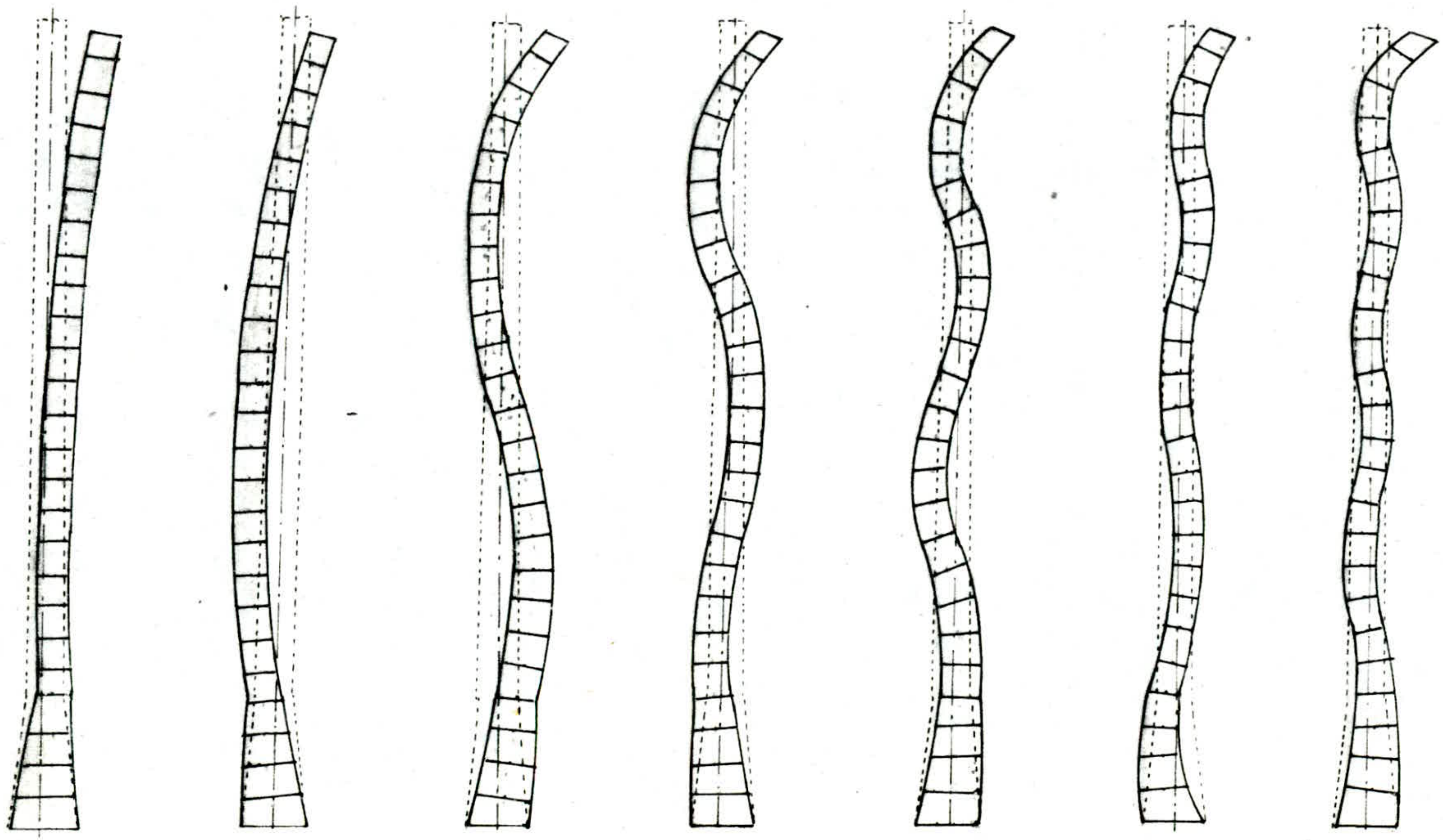
PB01288 Avant p110

V A L E U R S   P R O P R E S   D O N E E S   P A R   S T O D O L A   P O U R   P L A N C H E R S

	1er mode	2eme mode	3eme mode	4eme mode	5eme mode	6eme mode	7eme mode	8er mode	9eme mode	10eme mode	11eme mode	12eme mode	13eme mode	14eme mode
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	-.9288	0.9227	-.7910	-.6156	-.5033	-.4278	-.3738	0.3011
24	0.9259	0.7641	0.5625	0.3215	0.0510	-.2454	0.5284	-.8415	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	-.9021
23	0.8523	0.5346	0.1604	-.2402	-.6106	-.9043	1.0000	-.9953	0.6941	0.2778	-.1053	-.4599	-.7944	1.0000
22	0.7796	0.3184	-.1726	-.5939	-.8206	-.7787	0.4097	0.1328	-.6643	-.9038	-.9093	-.7011	-.3011	-.2375
21	0.7084	0.1221	-.4121	-.7050	-.6074	-.1405	-.4889	1.0000	-.9583	-.4479	0.1630	0.6725	0.9163	-.6840
20	0.6393	-.0492	-.5481	-.6002	-.1521	0.5161	-.8883	0.7140	0.0385	0.6691	0.8164	0.4520	-.2311	0.7837
19	0.5727	-.1922	-.5842	-.3490	0.3160	0.8032	-.5515	-.2565	0.8709	0.6447	-.0628	-.6763	-.7177	0.0612
18	0.5090	-.3054	-.5347	-.0385	0.6144	0.6187	0.1608	-.8736	0.5584	-.3281	-.7471	-.3309	0.4911	-.7583
17	0.4485	-.3888	-.4207	0.2494	0.6610	0.1313	0.6871	-.6249	-.3688	-.7565	-.1353	0.6239	0.5381	0.3368
16	0.3916	-.4439	-.2666	0.4546	0.4772	-.3718	0.6980	0.1474	-.8043	-.1388	0.6348	0.3516	-.5428	0.5522
15	0.3384	-.4729	-.0958	0.5459	0.1560	-.6498	0.2579	0.7226	-.3547	0.5999	0.3721	-.5181	-.4401	-.5013
14	0.2892	-.4790	0.0708	0.5205	-.1826	-.6067	-.3002	0.6623	0.4120	0.5356	-.4124	-.4334	0.5107	-.3754
13	0.2439	-.4656	0.2166	0.3982	-.4342	-.3036	-.6289	0.0946	0.7112	-.1569	-.5498	0.3559	0.4272	0.3361
12	0.2026	-.4365	0.3304	0.2136	-.5371	0.0991	-.5692	-.4938	0.3203	-.6123	0.0713	0.5182	-.4252	0.2811
11	0.1654	-.3955	0.4060	0.0062	-.4808	0.4266	-.2013	-.6777	-.3268	-.3565	0.5493	-.1266	-.4660	-.5139
10	0.1323	-.3464	0.4420	-.1873	-.2990	0.5606	0.2432	-.3765	-.6373	0.2583	0.2927	-.5352	0.2895	-.2637
9	0.1031	-.2926	0.4409	-.3382	-.0525	0.4728	0.5279	0.1538	-.3868	0.5605	-.3052	-.1440	0.5126	0.4619
8	0.0779	-.2375	0.4084	-.4296	0.1914	0.2194	0.5300	0.5466	0.1615	0.2826	-.4989	0.4235	-.1031	0.3017
7	0.0565	-.1839	0.3526	-.4565	0.3765	-.0941	0.2798	0.5730	0.5469	-.2478	-.1085	0.3884	-.5244	-.3794
6	0.0390	-.1345	0.2824	-.4252	0.4692	-.3579	-.0812	0.2561	0.4949	-.5128	0.3733	-.1441	-.1391	-.3752
5	0.0250	-.0913	0.2072	-.3501	0.4628	-.4947	-.3823	-.1845	0.0879	-.3006	0.4188	-.4555	0.4199	0.2468
4	0.0147	-.0563	0.1364	-.2517	0.3759	-.4807	-.5025	-.4853	-.3422	0.1478	0.0310	-.1894	0.3437	0.4229
3	0.0076	-.0304	0.0774	-.1526	0.2478	-.3532	-.4285	-.5120	-.5029	0.4244	-.3389	0.2582	-.1741	-.0577
2	0.0031	-.0130	0.0345	-.0713	0.1226	-.1874	-.2479	-.3294	-.3690	0.3680	-.3663	0.3780	-.4105	-.3928
1	0.0007	-.0032	0.0087	-.0186	0.0334	-.0534	-.0746	-.1054	-.1264	0.1363	-.1481	0.1684	-.2040	-.2208
	4.6385	1.1892	0.4966	0.2679	0.1671	0.1140	0.0793	0.0597	0.0432	0.0306	0 .0227	0.0175	0.0139	0.010

P E R I O D E S   P R O P R E S (S E C O N D E S)

1er MODE	2eme MODE	3eme MODE	4eme MODE	5eme MODE	6eme MODE	7eme MODE
T=4.6384 sec	T=1.1891 sec	T=0.4966 sec	T=0.2678sec	T=0.1670 sec	T=0.1140 sec	T=0.0823 sec



DEFORMEES PROPRES DE VIBRATION DE LA CHEMINEE

b) Selection des modes utiles:

Aprés avoir calculer les reponses modales, on ne conservera de ces dernieres que celles qui donnent des efforts notables.

La selection s'effectue d'aprés la valeur maximum de l'energie potentielle émmagasinée dans la structure lors du mouvement.

Pour le mode J cette energie a pour expression:

$$E = \frac{1}{2} U_J^t K U_J$$

U_J^t :represente le vecteur transposé du vecteur U_J des deplacements relatifs maxima selon le mode J.

$$U_J = \frac{1}{\omega_J^2} . a_J . \gamma_J . X_J$$

ω_J :pulsation propre du mode J

γ_J : valeur de l'acceleration luesur le spectre de reponse.

$$a_J = \frac{\sum m_i x_{iJ}}{\sum m_i x_{iJ}^2} .$$

X_J:vecteur propre correspendant au mode J.

MODE	1	2	3
ENERGIE K_J	$7.7\ 10^8$ kJ	1931359 kJ	102522 kJ
	100 %	0.25 %	$1.39\ 10^{-2}$ %

On peut aussi selectionner les modes utiles en calculant le coefficient de contribution modale noté C_J et qui a pour valeur:

$$C_J = \frac{\sum m_i . \sum m_i x_{iJ}}{\left[\sum m_i x_{iJ}^2\right]^2}$$

MODE	1	2	3	Σ%
pourcentage de contribution C_J	39.38 %	19.52 %	10.38 %	69.68 %

ETUDE AU SEISME

1) Evaluation de la charge sismique horizontale de calcul.

Dans ce present projet, nous allons evaluer les forces sismiques horizontales par trois methodes:

* Methode des RPA.
* Methode des PS69.
* Methode des spectres.

A- METHODE DES RPA.

La methode statique équivalente du RPA81 n'est pas applicable pour notre cheminée de 250m de hauteur.

Nous utiliserons une méthode qui tient compte de maniere adequate de la sismicité du site, des caracteristiques dynamiques de la cheminée et des conditions de sol (nous satisfaisons les exigences de RPA81).

Conformement aux règles parasismiques algeriens, les forces sismiques seront determinées d'aprés la formule suivante:

$$F_{ik} = A D_i B Q \eta_{ik} W_k$$

A ;est le coefficient d'acceleration de zone.

IL depend du groupe d'usage de la structure et de la zone sismique, pour notre cas d'espèce: groupe d'usage 1 , zone 2 (BLIDA)

$$A = 0.25$$

D_i ;facteur d'amplification dynamique.

Il caracterise l'effet dynamique de la sollicitation sismique sur les structures, il est determiner par les expressions suivantes;

pour un sol meuble: $1.0 \leq D_i = 2\sqrt{0{,}5/T_i} \leq 2$

pour un sol ferme: $0.78 \leq D_i = 2\sqrt{0{,}3/T_i} \leq 2$

T_i ; periode du i^{eme} mode de vibration,

pour notre cas:

(sol ferme)

$T_1 = 4.63s$	$T_2 = 1.18\,s$	$T_3 = 0{,}49s$
$D_1 = 0{,}78$	$D_2 = 1.256$	$D_3 = 1.565$

Q ; facteur de qualite du systeme de contreventement d'une structure. Il est donné en fonction de l'hyperstaticité et la surabondance du système de ses symétries en plan, de sa régularité en élévation et de la qualité de controle pendant la construction. la valeur de Q est determinée par:

$$Q = 1 + \sum_{q=1}^{5} P_q$$

où P_q est la penalité qui dépend de l'observation ou du critère de qualité :

$$Q = 1 .$$

B ; est le facteur de comportement de la structure.
depend du type du systeme de contreventement,des types de structures ainsi que leurs definitions.
pour notre cas d'espèce:catégorie I ,type de sturcture:autres structures.

donc $B = 1/2$

η_{ik} ; coefficient de mode de vibration.
ou coefficient de distribution ,exprime que pour les differents niveaux X_k de la construction, les forces sismiques de calcul sont differentes.
Il est donné par la formule:

$$\eta_{ik} = X_{ik} \frac{\sum_{j=1}^{N} w_j x_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} w_j x_{ij}^2}$$

òu X_{ik} et X_{ij} sont les amplitudes des k^{eme} et j^{eme} point de la construction.
W_k ; poids de la masse M_k concentré au niveau "k" de la construction.

resultat (voir tableaux T.I.1, T I.2, T I.3 , T I4)

T.I.1 FORCES SISMIQUES POUR CHAQUE MODE
DONNEES PAR LE R P A
(tonnes)

	! 1er MODE !	2eme MODE !	3eme MODE
26	19.08471	-19.02790	20.49768
25	19.31888	-15.89502	12.60592
24	19.34624	-12.09781	3.909726
23	19.16976	-7.805301	-4.558378
22	18.79770	-3.230365	-11.74455
21	18.24185	1.399605	-16.79935
20	18.12492	6.065256	-19.86066
19	16.64389	9.956999	-18.77920
18	15.63925	13.51732	-15.75638
17	14.52449	16.41411	-10.61790
16	13.32381	18.56248	-4.049664
15	12.05831	19.91367	3.169274
14	10.75209	20.46403	10.25663
13	9.445780	20.28527	16.54310
12	8.110738	19.33234	21.37977
11	6.822621	17.81309	24.48467
10	5.587502	15.81041	25.65915
9	4.329127	13.16150	24.38183
8	3.240311	10.51104	21.70448
7	2.428655	8.359372	18.90766
6	1.634914	5.944020	14.52841
5	1.061537	4.055563	10.57797
4	0.6371869	2.539839	6.976765
3	0.3017990	1.246142	3.564246
2	8.1285357E-02	0.3457676	1.021327
1	0.0000000	0.0000000	0.000000

T;I2 EFFORTS TRANCHANTS POUR CHAQUE MODE
DONNES PAR LE ' R P A '
(tonnes)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	19.08471	-19.02790	20.49768
25	38.40359	-34.92292	33.10361
24	57.74984	-47.02073	37.01333
23	76.91959	-54.82603	32.45496
22	95.71730	-58.05640	20.71041
21	113.9592	-56.65680	3.911057
20	132.0841	-50.59154	-15.94961
19	148.7280	-40.63454	-34.72880
18	164.3672	-27.11723	-50.48518
17	178.8917	-10.70312	-61.10308
16	192.2155	7.859358	-65.15275
15	204.2738	27.77303	-61.98347
14	215.0259	48.23706	-51.72684
13	224.4717	68.52233	-35.18374
12	232.5824	87.85467	-13.80397
11	239.4050	105.6678	10.68070
10	244.9926	121.4782	36.33985
9	249.3217	134.6397	60.72168
8	252.5620	145.1507	82.42616
7	254.9906	153.5101	101.3338
6	256.6255	159.4541	115.8622
5	257.6871	163.5097	126.4402
4	258.3242	166.0495	133.4170
3	258.6260	167.2956	136.9812
2	258.7073	167.6414	138.0025
1	258.7073	167.6414	138.0025

T.I.3 MOMENTS POUR CHAQUE MODE
DONNES PAR LE ' R P A '
(tonnes.metres)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	0.000000	0.0000000	0.0000000
25	190.8471	-190.2790	204.9769
24	574.8831	-539.5082	536.0129
23	1152.381	-1009.716	906.1463
22	1921.577	-1557.976	1230.696
21	2878.750	-2138.540	1437.800
20	4018.342	-2705.108	1476.911
19	5339.183	-3211.023	1317.415
18	6826.463	-3617.369	970.1265
17	8470.135	-3888.541	465.2747
16	10259.05	-3995.573	-145.7561
15	12181.21	-3916.979	-797.2836
14	14223.95	-3639.249	-1417.118
13	16374.20	-3156.878	-1934.387
12	18618.92	-2471.655	-2286.224
11	20944.75	-1593.108	-2424.264
10	23338.80	-536.4305	-2317.457
9	25788.72	678.3512	-1954.058
8	28281.94	2024.748	-1346.842
7	30807.56	3476.255	-522.5800
6	33357.46	5011.356	490.7582
5	35923.72	6605.897	1649.381
4	38500.59	8240.993	2913.783
3	41083.83	9901.488	4247.953
2	43670.09	11574.44	5617.765
1	46257.17	13250.86	6997.790

_DUA2:[USER.HOUNAI]MOI.TMP;7

T.I.4 EFFORTS ET DEFORMATIONS RESULTANTS DUS AU SEISME DONNES PAR LE ' R P A '

	!TRANCHANTS(t)!	MOMENTS(t.m)!	DEFORMATIONS(cm)
26	33.85915	0.000000	101.4949
25	61.56538	338.5916	93.65721
24	83.16237	953.3465	85.95752
23	99.87914	1780.059	78.32502
22	113.8476	2763.035	71.04050
21	127.3263	3863.655	63.95968
20	142.3380	5064.183	57.20552
19	158.0420	6368.134	50.79686
18	174.0709	7786.341	44.74563
17	189.3420	9331.688	49.05894
16	203.1095	11010.63	33.74606
15	215.2698	12820.30	28.81528
14	226.3595	14750.36	24.27443
13	237.3199	16787.56	20.13003
12	249.0052	18920.89	16.38852
11	261.9055	21144.68	13.05156
10	275.8603	23459.71	12.12235
9	289.7866	25871.54	7.597688
8	302.7381	28386.29	5.468066
7	314.4108	31007.47	3.726371
6	323.5836	33735.37	2.358085
5	330.3410	36563.26	1.342582
4	334.8193	39480.37	0.651333
3	337.1040	42473.12	0.239488
2	337.7541	45525.86	0.065843
1	337.7541	48623.86	0.000000

B- METHODE DES PS 69.

Chaque masse M_j est soumise à une force horizontale F_j ayant pour valeur :

$$F_j = \alpha . \beta_i . \gamma_i . \delta . M_j$$

*) Le coefficient α, definit l'intensite sismique .

La structure est située en zone 3, d'òu: $\alpha = 1,15$

*) Le coefficient β_i est une fonction de la periode, il est donné par:

$$0.06 \leqslant \beta_i = 0,09 / \sqrt[4]{T_i} \leqslant 0,20$$

*) Le coefficient δ depend de la nature du sol et du type de la fondation.

Nous avions estimez que la fondation sur pieux était possible et pour un terrain classé en 'B', d'òu: $\delta = 1,10$.

*) Le coefficient γ a pour expression :

$$\gamma_i = X_J \frac{\sum_{k=1}^{n} M_K . X_{Ki}}{\sum_{k=1}^{n} M_K . X_{Ki}^2}$$

Le terme X_J represente le deplacement relatif de la masse M_J selon le i^{eme} mode de vibration

	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode.
T_i	4,63	1,189	0,498.
β_i	0.061	0.086	0.107.

resultats (voir tableaux T.II.1; TII.2, TII3, TII4)

T.II.1 FORCES SISMIQUES POUR CHAQUE MODE
DONNEES PAR LES ' P S 69 '
(tonnes)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	20.52226	-20.65901	27.68427
25	20.77407	-17.25758	17.02562
24	20.80349	-13.13486	5.280494
23	20.61372	-8.474389	-6.156567
22	20.21363	-3.507280	-15.86224
21	19.61591	1.519582	-22.68929
20	19.49018	6.585184	-26.82390
19	17.89759	10.81054	-25.36327
18	16.81728	14.67605	-21.28064
17	15.61855	17.82117	-14.34058
16	14.32742	20.15369	-5.469496
15	12.96660	21.62072	4.280436
14	11.56199	22.21825	13.85266
13	10.15728	22.02417	22.34319
12	8.721676	20.98955	28.87562
11	7.336534	19.34007	33.06911
10	6.008379	17.16572	34.65536
9	4.655217	14.28973	32.93021
8	3.484386	11.41207	29.31417
7	2.611593	9.075957	25.53678
6	1.758064	6.453555	19.62214
5	1.141497	4.403215	14.28665
4	0.6851828	2.757560	9.422852
3	0.3245319	1.352964	4.813887
2	8.7408148E-02	0.3754076	1.379410
1	0.0000000	0.0000000	0.0000000

TII.2 EFFORTS TRANCHANTS POUR CHAQUE MODE
DONNES PAR LE ' P S 69 '
(tonnes)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	20.52226	-20.65901	27.68427
25	41.29633	-37.91660	44.70989
24	62.09982	-51.05146	49.99038
23	82.71354	-59.52584	43.83382
22	102.9272	-63.03312	27.97158
21	122.5431	-61.51354	5.282291
20	142.0333	-54.92836	-21.54161
19	159.9309	-44.11782	-46.90488
18	176.7481	-29.44178	-68.18553
17	192.3667	-11.62061	-82.52611
16	206.6941	8.533083	-87.99561
15	219.6607	30.15380	-83.71517
14	231.2227	52.37206	-69.86252
13	241.3800	74.39622	-47.51933
12	250.1017	95.38577	-18.64371
11	257.4382	114.7258	14.42540
10	263.4466	131.8916	49.08076
9	268.1018	146.1813	82.01098
8	271.5862	157.5934	111.3252
7	274.1978	166.6693	136.8619
6	275.9558	173.1239	156.4841
5	277.0974	177.5261	170.7707
4	277.7825	180.2836	180.1936
3	278.1071	181.6366	185.0075
2	278.1945	182.0120	186.3869
1	278.1945	182.0120	186.3869

T.II.3 MOMENTS POUR CHAQUE MODE
DONNES PAR LE ' P S 69 '
(tonnes.metres)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	0.000000	0.0000000	0.0000000
25	205.2226	-206.5901	276.8427
24	618.1859	-585.7561	723.9416
23	1239.184	-1096.271	1223.845
22	2066.320	-1691.529	1662.184
21	3095.591	-2321.860	1941.899
20	4321.022	-2936.996	1994.722
19	5741.354	-3486.280	1779.306
18	7340.663	-3927.458	1310.257
17	9108.145	-4221.875	628.4020
16	11031.81	-4338.082	-196.8591
15	13098.75	-4252.750	-1076.815
14	15295.36	-3951.212	-1913.967
13	17607.59	-3427.492	-2612.592
12	20021.39	-2683.530	-3087.785
11	22522.41	-1729.672	-3274.222
10	25096.79	-582.4137	-3129.968
9	27731.26	736.5018	-2639.161
8	30412.27	2198.315	-1819.051
7	33128.14	3774.249	-705.7993
6	35870.11	5440.942	662.8201
5	38629.67	7172.171	2227.661
4	41400.64	8947.432	3935.368
3	44178.47	10750.27	5737.304
2	46959.54	12566.63	7587.379
1	49741.48	14386.75	9451.248

TII.4 EFFORTS ET DEFORMATIONS RESULTANTS DUS AU SEISME DONNES PAR LE 'P S 69'

	TRANCHANTS (t)	MOMENTS(t.m)	DEFORMATIONS(cm)
26	40.17931	0.000000	111.2082
25	71.70795	401.7931	102.6780
24	94.66614	1117.746	94.27540
23	110.9336	2057.956	86.05350
22	123.8934	3145.411	78.05597
21	137.2174	4329.515	70.34256
20	153.8006	5592.503	62.97954
19	172.4075	6948.613	55.99067
18	191.7185	8427.754	49.38487
17	209.6438	10058.70	43.17148
16	224.8077	11855.74	37.36074
15	236.9985	13813.86	31.96204
14	247.1589	15912.99	26.98420
13	257.0159	18127.34	22.43451
12	268.3223	20435.06	18.31990
11	282.2137	22824.79	14.64150
10	298.6778	25297.92	11.40260
9	316.1856	27866.29	8.599093
8	333.1487	30545.83	6.222264
7	348.8471	33349.91	4.265246
6	361.4006	36286.47	2.716989
5	370.7574	39352.92	1.556172
4	377.0080	42538.89	0.759687
3	380.2146	45828.18	0.280963
2	381.1307	49200.48	0.054929
1	381.1307	52635.73	0.000000

C- METHODE DES SPECTRES DE REPONSE.

La structure est supposée soumise à un séisme, agissant dans une dir-ection donnée et defini par son spectre de reponse.

Le calcul des modes propres s'effectue par des méthodes vue precede-ment (JACOBI ou STODOLA).

** Calcul des reponces modales:

a) Pour chaque mode propre(j) on calcul;

$$a_j = \frac{X_j^t M \Delta}{X_j^t M X_j} \; ;$$ coefficient du mode de vibration, il joue le rôle de coefficient de repartition de la charge sismique.

M :matrice des masses.

X_j : vecteur propre correspendant au mode j .

$$\Delta = \begin{cases} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_j \\ \vdots \\ \delta_n \end{cases} \qquad \delta_j = 0 \quad \text{ou} \quad 1 .$$

$\delta_j = 1$ pour les degrés de liberté correspendant a une translation de même direction que celle de la base. (comme pour notre cas).

$\delta_j = 0$ si non.

b) Ensuite on calcul $\Phi_j = a_j X_j$ (pour chaque mode).

c) Pour le calcul des efforts, deux variantes peuvent se presenter selon la nature du spectre utilisé.

c-1) Si on utilise un spectre des deplacemts, les deplacements maxima selo-n le mode j sont donnés par: $U_j = \mu_j X_j$

μ_j :etant la valeur lue sur le spectre.

Les efforts dans chaque élement de la structure sont ensuite calculés d'aprés les deformations qui resultent de ces deplacements:

$$F_j = K U_j \qquad K \text{ :matrice des raideurs.}$$

c-2) Si on utilise un spectre des accelerations (comme dans notre cas), les pseudo-accelerations à appliquer aux masses sont données par le vecteur :

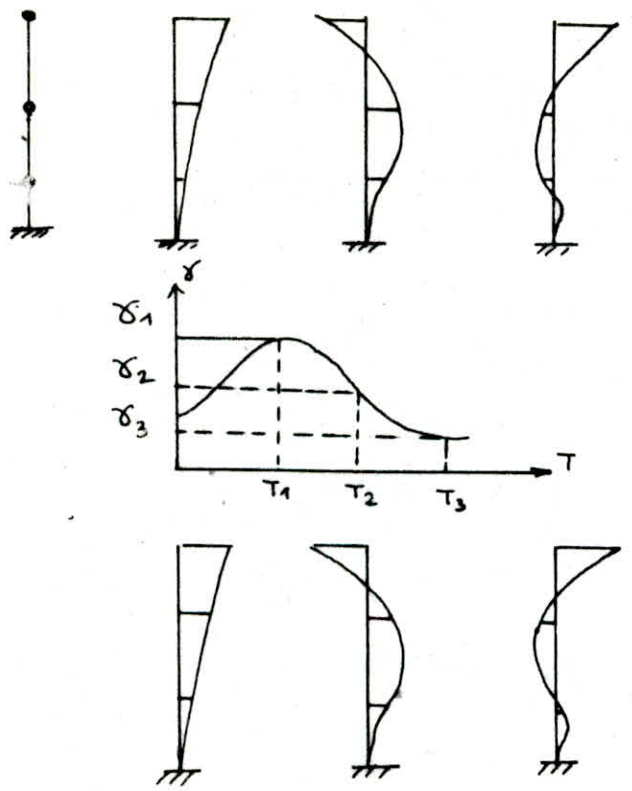
$$\Gamma_j = \gamma_j X_j ,$$

γ_j =étant la valeur lue sur le spectre.

Les forces statiques équivalentes sont le produit des masses par les pseudo-accelerations.

$$F_j = M \Gamma_j \qquad M \text{: matrice des masses.}$$

Principe de l'etude a l'aide d'un spectre



determination des valeurs et vecteurs propres .

↓

lecture du spectre .

↓

calcul des repones modales et des efforts dans la structure.

Determination des forces sismiques:

Les forces sismiques seront determiner par l'expression suivante :

$$F_{ik} = \gamma_i \, X_{ik} \cdot a_i \cdot m_k$$

F_{ik} :force appliquée au k^{eme} point correspendant au i^{eme} mode de vibration

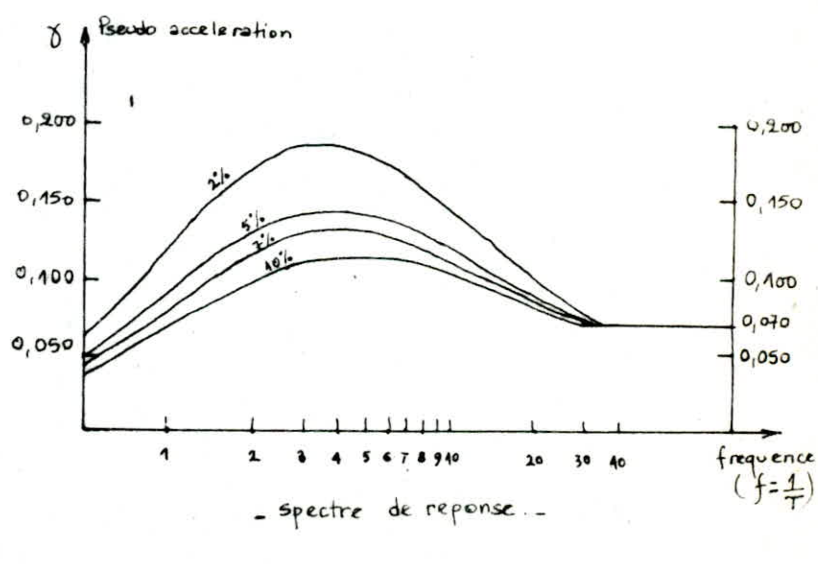
γ_i :valeur de l'acceleration lue sur le spectre (en fonction de f_i ou T_i)

X_{ik} :valeur de la composante k du vecteur propre du mode i .

$a_i = \dfrac{\sum m_k X_{ik}}{\sum m_k X_{ik}^2}$:joue le role de coefficient de repartition de la charge sismique .

m_k : masse du k eme niveau.   resultats ; Voir Tableaux {T III.1, T III.2, T III.3, T III.4}

	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode
T_i (S)	4,63	1,189	0.498
γ_i (m/s²)	0,5	0,7	1,2



- Spectre de reponse -

TIII.1 FORCES SISMIQUES POUR CHAQUE MODE
PAR LA METHODE DES SPECTRES
(tonnes)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	10.10615	-10.81294	12.90393
25	10.23015	-9.032625	7.935818
24	10.24465	-6.874791	2.461293
23	10.15119	-4.435499	-2.869640
22	9.954168	-1.835712	-7.393556
21	9.659821	0.7953498	-10.57571
20	9.597904	3.446688	-12.50290
19	8.813639	5.658239	-11.82208
18	8.281639	7.681451	-9.919129
17	7.691326	9.327607	-6.684293
16	7.055512	10.54845	-2.549389
15	6.385379	11.31629	1.995156
14	5.693683	11.62904	6.456868
13	5.001935	11.52746	10.41439
12	4.294974	10.98594	13.45923
11	3.612863	10.12260	15.41386
10	2.958816	8.984544	16.15323
9	2.292454	7.479250	15.34912
8	1.715880	5.973084	13.66364
7	1.286074	4.750360	11.90296
6	0.8657554	3.377793	9.146083
5	0.5621284	2.304645	6.659158
4	0.3374171	1.443308	4.392089
3	0.1598152	0.7081419	2.243803
2	4.3043993E-02	0.1964885	0.6429572
1	0.0000000	0.0000000	0.0000000

TIII.2 EFFORTS TRANCHANTS POUR CHAQUE MODE
PAR LA METHODE DES SPECTRES
(tonnes)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	10.10615	-10.81294	12.90393
25	20.33631	-19.84556	20.83974
24	30.58095	-26.72035	23.30104
23	40.73214	-31.15585	20.43140
22	50.68631	-32.99157	13.03784
21	60.34613	-32.19622	2.462132
20	69.94404	-28.74953	-10.04077
19	78.75768	-23.09129	-21.86286
18	87.03931	-15.40984	-31.78199
17	94.73064	-6.082232	-38.46628
16	101.7862	4.466220	-41.01567
15	108.1715	15.78251	-39.02051
14	113.8652	27.41156	-32.56364
13	118.8671	38.93902	-22.14925
12	123.1621	49.92496	-8.690023
11	126.7750	60.04756	6.723837
10	129.7338	69.03210	22.87706
9	132.0262	76.51135	38.22618
8	133.7421	82.48444	51.88982
7	135.0282	87.23479	63.79278
6	135.8940	90.61259	72.93887
5	136.4561	92.91723	79.59802
4	136.7935	94.36053	83.99011
3	136.9533	95.06868	86.23392
2	136.9964	95.26517	86.87688
1	136.9964	95.26517	86.87688

T.III.3 MOMENTS POUR CHAQUE MODE
PAR LA METHODE DES SPECTRES
(tonnes.metres)

	1er MODE	2eme MODE	3eme MODE
26	0.000000	0.0000000	0.0000000
25	101.0615	-108.1294	129.0393
24	304.4246	-306.5850	337.4367
23	610.2342	-573.7886	570.4471
22	1017.556	-885.3471	774.7611
21	1524.419	-1215.263	905.1395
20	2127.880	-1537.225	929.7609
19	2827.321	-1824.720	829.3531
18	3614.897	-2055.633	610.7246
17	4485.291	-2209.732	292.9048
16	5432.597	-2270.554	-91.75803
15	6450.459	-2225.892	-501.9147
14	7532.174	-2068.067	-892.1198
13	8670.826	-1793.951	-1217.756
12	9859.498	-1404.561	-1439.249
11	11091.12	-905.3113	-1526.149
10	12358.87	-304.8358	-1458.911
9	13656.21	385.4853	-1230.140
8	14976.47	1150.599	-847.8782
7	16313.89	1975.443	-328.9800
6	17664.17	2847.791	308.9478
5	19023.11	3753.917	1038.337
4	20387.67	4683.089	1834.317
3	21755.61	5626.695	2674.218
2	23125.14	6577.382	3536.557
1	24495.10	7530.034	4405.326

T.III.4 EFFORTS ET DEFORMATIONS RESULTANTS DUS AU SEISME PAR LA METHODE DES SPECTRES

	TRANCHANTS (t)	MOMENTS(t.m)	DEFORMATIONS(cm)
26	19.63581	0.000000	55.04264
25	35.23786	196.3582	50.82502
24	46.81998	548.2083	46.77045
23	55.20178	1013.424	42.60513
22	61.86704	1555.479	38.65059
21	68.44205	2149.417	34.83630
20	76.28578	2784.850	31.19495
19	84.93505	3465.714	27.73795
18	93.93296	4203.105	24.46991
17	102.4233	5008.646	21.31508
16	109.8301	5888.713	18.51846
15	116.0723	6842.144	15.84461
14	121.5610	7861.706	13.37789
13	127.0285	8937.809	11.12201
12	133.1801	10062.50	9.080633
11	140.4380	11232.17	7.254886
10	148.7268	12448.41	5.646782
9	157.3091	13716.92	4.254923
8	165.4787	15044.51	3.075490
7	172.9510	16436.35	2.105373
6	178.8795	17894.93	1.338525
5	183.2750	19417.74	0.765667
4	186.2007	20998.88	0.373139
3	187.6980	22630.02	0.136772
2	188.1251	24301.06	0.026895
1	188.1251	26002.28	0.000000

2) Evaluation de la charge sismique verticale de calcul.

La masse M_J est soumise à une force verticale V_J ayant pour valeur

$$V_J = \pm \frac{F_I}{\sqrt{\alpha}} \quad \text{pour} \quad \alpha \geqslant 1 \quad (\alpha = 1.15)$$

Le but de ce calcul est la determination de N_{max} et N_{min} ,efforts normals à la section(i) suivant que le seisme est descendant ou ascendant, respectivement selon le cas.

N_{max} et N_{min} sont definis comme suit:

$$N_{max} = \sum_{i}^{n=25} W_i + \sum_{i}^{n=25} V_i$$

$$N_{min} = \sum_{i}^{n=25} W_i - \sum_{i}^{n=25} V_i$$

Les resultats obtenues sont representés dans les tableaux qui suit.

Voir (T III.1 , T IV.2).

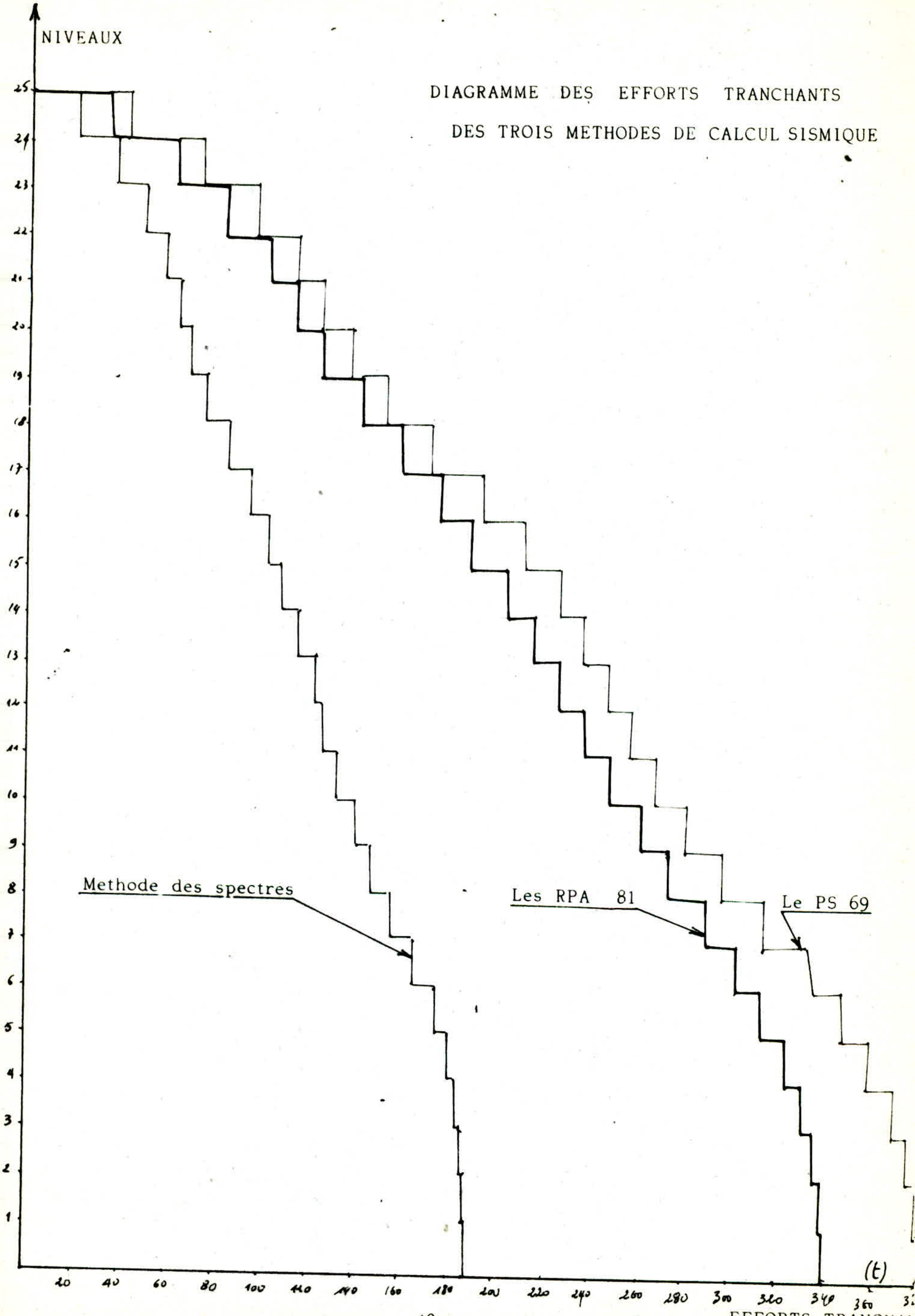
T IV.1

N	MASSES CUMULEES (tonnes)	EFFORTS SISMIQUES VERTICAUX CUMULES (tonnes)
26	0.00000	0.000000
25	109.012	16.75636
24	227.128	33.71831
23	355.665	50.70429
22	494.940	67.53532
21	645.270	84.03969
20	806.970	100.0560
19	980.364	115.9697
18	1165.761	130.5830
17	1363.482	144.3143
16	1573.843	157.0667
15	1797.161	168.7650
14	2033.753	179.3522
13	2283.936	188.7925
12	2548.027	197.0859
11	2826.344	204.2071
10	3119.203	210.1974
9	3426.920	215.1032
8	3749.813	218.9042
7	4088.200	221.7492
6	4442.396	223.8815
5	4812.721	225.3170
4	5222.254	226.2490
3	5697.075	226.8084
2	6241.995	227.0734
1	6861.822	227.1448

DUA2:[USER.HOUNAI]MOI.TMP;7

T IV.2

!	N max !	N min
26!	0.000000	0.000000
26!	124.7994	91.28664
25!	259.8783	192.4417
24!	405.3683	303.9597
23!	561.4033	426.3327
22!	728.1257	560.0463
21!	905.6851	705.5730
20!	1100.781	868.8414
19!	1300.523	1039.362
18!	1511.658	1223.030
17!	1734.378	1420.244
16!	1968.943	1631.413
15!	2215.601	1856.896
14!	2474.628	2097.043
13!	2746.824	2352.652
12!	3031.505	2623.091
11!	3329.510	2909.115
10!	3641.198	3210.992
9!	3959.648	3521.840
8!	4286.964	3843.466
7!	4642.061	4194.298
6!	5013.081	4562.447
5!	5422.923	4970.425
4!	5898.510	5444.893
3!	6443.928	5989.782
2!	7064.094	6609.804


NIVEAUX
DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS
DES TROIS METHODES DE CALCUL SISMIQUE
Methode des spectres
Les RPA 81
Le PS 69
(t)
EFFORTS TRANCHANTS

ETUDE AU VENT

A- Action d'ensemble.

A-1 ;Direction parallèle à l'action du vent.

Dans la direction parallele à l'action du vent, le comportement de l'ouvrage est celui d'une console verticale encastrée dans le sol, soumise à une pression repartie sur sa hauteur.

** Pression et force de trainée **

La force de trainée T par unité de longueur, est la composante de la force du vent dans la direction parallèle à célle du vent, elle est donnée par les NV65 par la formule suivante:

$$T = C_t \cdot \beta \cdot \delta \cdot q \cdot D_e$$

° coefficient C_t ;

Le coefficient de trainée $C_t = C_{t_0} \times \gamma_0$ dependant de l'elancement de la cheminée et de la rugosité de sa surface, est lié aux effets aérodynamiques provoqués par la forme circulaire de la section transversale de la cheminée.

γ_0 ; est determinée d'aprés le tableau de la figure R III 10 des RNV65 Selon la categorie de la construction(notre cheminée - categorie V) on lira dans le tableau la valeur γ_0 correspondant à l'elancement de notre cheminée (λ) dont la valeur est donnée par la formule suivante;

$$\lambda = \frac{H^2}{S_t}$$

H ;hauteur de la structure. S_t; surface du maitre couple.

$H = 250$ m $\qquad S_t = \frac{20+15}{2} \times 40 + \frac{15+6}{2} \times 240 = 2205.$

ce qui donne $\lambda = 250^2/2205 = 21,51$

$\gamma_0 = 21,51$ et la categorie V $\Rightarrow \quad \gamma_0 = 1,2575$

C_{t_0} est determiné d'aprés NV65-page 139

CATEGORIE V $\Rightarrow C_{t_0} = 0,55.$

d'où $\quad C_t = \gamma_0 C_{t_0} = 1,2575 \times 0,55 = 0,6916.$

° coefficient β

Le coefficient de majoration dynamique β dependant de la periode propre de vibration de la consruction est lié aux effets de resonnance provoqués par les oxillations de la cheminée.

il est donné par:

$\beta = \theta(1+\xi\tau) \geqslant 1$ pour le vent normal.

$\beta = (0,5+\theta/2)\theta(1+\xi\tau) \geqslant 1$ pour le vent extrême

θ ;coefficient global dependant du type de construction.

$\theta = 1$ (NV65- p 83)

ξ ;coefficient de réponse, est donné en fonction de la periode T_{pr} du mode fondamental d'oscillation et du degré d'amortissement de la cheminée (NV65-p81)

$T_{pr} = 4,63$ et ossature en béton armé $\rightarrow$ $\varepsilon = 2,3$

τ : coefficient de pulsation;determiné à chaque niveau consideré en fonction de sa côte h d o n n é e par l'echelle fonctionelle.(RNV65,page81)

En remarque,nous dirons que la valeur de β s'acroit légèrement en passant du sommet vers la base de la cheminée.

° coefficient δ ;

Le coefficient de réduction tenant compte de l'effet des dimensions, est donné par les regles NV65 en fonction de la hauteur de la construction et du niveau pris en consideration.

° Pression du vent q ;

Les regles NV65 nous donnent les relations ci-dessous pour determiner la pression du vent à la vitesse normale et àla vitesse extrême;

vent normal: $q_n = q_H \cdot k_s$

vent extreme: $q_e = q_n \times 1.75$.

avec $q_H = q_{10} \dfrac{H+18}{H+60}$

où H :niveau consideré.

q_{10} :pression dynamique de base normale,qui s'exerce à une hauteur de 10 m au dessus du sol,pour un s i t e normal,sans effet de masque sur un element dont la dimension la plus grande est égale à 0.50 m.

K_s : coefficient de site,dependant de la region et du site(situation geographique locale).

*Pression maximale du vent:

La valeur $q_H \cdot k_s \cdot \delta$ ne depassera $173,4\ kg/cm^2$ pour un vent normal et $303,5\ kg/cm^2$ pour un vent extrême.

La valeur minimale de $q_H \cdot k_s \cdot \delta$ est de $30,6\ kg/cm^2$ pour un vent normal et $53,6\ kg/cm^2$ pour un vent extrême.

*Pression et force de trainée aux vitesses critiques

Le seul paramétre qui change , la pression q , est donnée par la formule suivante:

$$q_{cr} = V_{cr}^2/16$$

avec : $V_{cr} = D_e/0,20\,T_{pr}$

D_e ;diamètre extérieur de la section considerée.

T_{pr} ;période de vibration propre du mode fondamental.

La prèssion de trainée est donnée par:

$$T_{cr} = C_t \cdot \delta \cdot \beta \cdot q_{cr}$$

nous résumons nos resultats dans des tableaux,qui sont au nombre de 4 (I, II, III, IV)

a-Action statique:

coefficient de calcul et préssions normales et extrêmes (Tableau I)

pression de trainée et force de trainée normale et extrême(Tableau II)

- Action dynamique:

Coefficient de calcul et pression normale,extrême,pression et force de trainée normale et extrême(voir tableau III).

c- Action résonnante:

Coefficient de calcul , pression critique, pression et force de trainée critique(voir tableau IV).

A-2 :Direction perpendiculaire à celle du vent.

La force de dérive " L " par unité de longueur,est la composante de la force du vent dans la direction perpendiculaire à celle du vent.

Elle est donnée par: $L = C_L \times \beta' \times \delta' \times q \times D_e$ (RNV65)

◦ coefficient C_L :

Les RNV65 fixent le coefficient C_L de dérive à : $C_L = 0,2$

◦ coefficient β' :

La valeur du coefficient β' est fournie par la theorie des vibrations pour le cas de la structure en état de resonnance. Elle est donnée par la formule suivante: $\beta = \frac{\pi}{\Delta}$

où Δ représente le decrement logarithmique de l'amortissement visqueux.

Les annexes NV65 recommandent $\Delta = 0,30$ pour les ouvrages en B.Armé.

Pour les calculs dans le domaine élastique(notre cas), il est conseiller de ne pas dépasser la valeur $\Delta = 0,15$, l'adoption d'une valeur supèrieure étant nettement au détriment de la sécurité.

$\Delta = 0,15$ $\beta = \pi/\Delta = 3,14/0,15 = 20,9440$

◦ coefficient δ' :

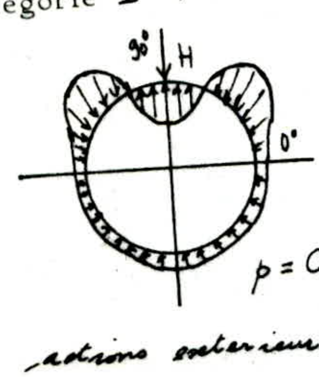
Les annexes des RNV65 recommandent $\delta' = 0,80$ pour toute la hauteur de la construction(tenant compte de l'effet de dimension).

Les resultats des calculs sont disposés dans le tableau. V

B- Actions locales.

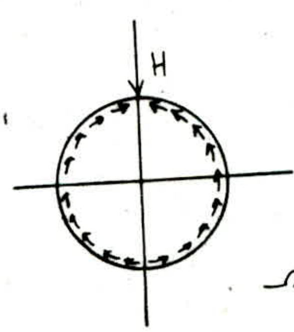
B-1 :Pression sur la paroi:

La variation du coefficient C_e qui donne une idée sur la répartition des pressions du vent sur la paroi,est donnée sur les figures CIII 44 et RIII-1 (des categorie I) des NV65.



$p = C_e \, q \, \delta_0$.

actions exterieurs sur la parois.



$\tau = \frac{2H}{\Omega}$

Ω aire annulaire.

La pression unitaire en chaque point de la paroi est : $p = C_e q \delta_o$

ù p ;pression de calcul.

δ_o ;coefficient de dimension(de même nature que δ) mais relatif

D_e et non plus à Z :hauteur totale de la structure .

C_e .;coefficient de pression.

-2 :Sollicitations locales(moment d'ovalisation)/.

Chaque tronçons de section annulaire de la cheminée est en équilibre sous 'action de $p = C_e q \delta_o$ et des cisaillements τ engendrés dans l'épaisseur le la paroi;l'action conjuguée des efforts p et τ produit des moments flechissants d'ovalisation: $M_o = K q \delta_o D_m^2$

dans ce qui suit $K = K_e$ si $M_o = M_{oe}$

$K = K_i$ si $M_o = M_{oi}$

où M_{oe} , M_{oi} sont les moments qui mettent en traction respectivement,les fibres extèrieures et intèrieures.

$D_m = D_e - h_o$ avec h_o ;épaisseur de la paroi. $(D_m \approx D_e)$

Dans le livre de MARIUS DIVER nous disposons d'un abaque permettant de calculer K_e et K_i en fonction de l'angle η et ce pour les deux cas envisagés par les règles , $\gamma_o = 1$ et $\gamma_o = 1,3$ .Nous calculerons M_{oi} et M_{oe} à la depression maximale ($\eta = 0°$)et à la pression maximale($\eta = 90°$).

Pour notre cas

η	γ_o	K_i	K_e
0°	1,26	-	0,062
90°	1,26	0,069	,

Les resultats des calculs sont resumés dans le tableau VI

Tableau (I).

ACTIONS STATIQUE PARALLELES A LA DIRECTION DU VENT

niveau	côte	COEFFICIENTS DE CALCUL ET PRESSIONS NORMALES ET EXTREMES									
		vent normal								vent extreme	
		C_{t_0}	γ_0	C_t	δ	k_s	q_H	$q_n = q_H \cdot k_s$	$q_H \cdot k_s \cdot \delta$	$q_e = 1{,}75\, q_n$	$q_e = 1{,}75\, q_H \cdot k_s \cdot \delta$
	m						kg/m²	kg/m²	kg/m²	kg/m²	kg/m²
25	250	0,55	1,2575	0,6916	0,9	1,3	154,316	200,611	173,4	351,069	303,500
24	240	〃	〃	〃	0,9	〃	153,310	199,563	173,4	349,235	303,500
23	230	〃	〃	〃	0,9	〃	152,648	198,443	173,4	347,275	303,500
22	220	〃	〃	〃	0,9	〃	151,725	197,243	173,4	345,175	303,500
21	210	〃	〃	〃	0,9	〃	150,733	195,953	173,4	342,918	303,500
20	200	〃	〃	〃	0,9	〃	149,665	194,565	173,4	340,489	303,500
19	190	〃	〃	〃	0,9	〃	148,612	193,066	173,4	337,866	303,500
18	180	〃	〃	〃	0,9	〃	147,263	191,441	172,297	335,022	301,520
17	170	〃	〃	〃	0,9	〃	145,904	189,676	170,708	331,333	298,740
16	160	〃	〃	〃	0,9	〃	144,423	187,570	168,975	328,563	295,706
15	150	〃	〃	〃	0,9	〃	142,800	185,640	167,076	324,870	292,383
14	140	〃	〃	〃	0,9	〃	141,015	183,320	164,988	380,810	288,729
13	130	〃	〃	〃	0,9	〃	139,042	180,755	162,679	316,321	284,689
12	120	〃	〃	〃	0,9	〃	136,850	177,905	160,115	311,334	280,200
11	110	〃	〃	〃	0,9	〃	134,400	174,720	157,248	305,760	275,184
10	100	〃	〃	〃	0,9	〃	131,640	171,137	154,023	299,490	269,541
09	90	〃	〃	〃	0,9	〃	128,520	167,076	150,368	292,383	263,145
08	80	〃	〃	〃	0,9	〃	124,950	162,435	146,192	284,261	255,835
07	70	〃	〃	〃	0,9	〃	120,831	157,080	141,372	274,890	247,401
06	60	〃	〃	〃	0,9	〃	116,025	150,833	135,749	263,958	237,562
05	50	〃	〃	〃	0,9	〃	110,345	143,449	129,104	251,036	225,932
04	40	〃	〃	〃	0,8	〃	103,530	134,589	107,671	235,531	188,425
03	30	〃	〃	〃	0,7	〃	95,200	123,760	86,632	216,580	151,606
02	20	〃	〃	〃	0,7	〃	84,788	110,224	77,157	192,892	135,024
01	10	〃	〃	〃	0,7	〃	71,400	91,820	64,974	162,435	113,705
00	0	〃	〃	〃	0,7	〃	53,55	69,615	48,731	121,826	85,278
									pressions statiques normales		pressions statiques extremes

Tableau (II).

ACTIONS STATIQUES PARALLELES A LA DIRECTION DU VENT

niveau	côte	Pression de trainée		diamètres exterieurs	force de trainée	
		vent normal	vent extreme		vent normal	vent extreme
		$C_t q_n \delta$	$C_t q_e \delta$		$C_t q_n \delta D_e$	$C_t q_e \delta D_e$
	m	kg/m^2	kg/m^2	m	kg/m^2	kg/m^2
25	250	119,923	209,900	6,00	719,541	1259,404
24	240	119,923	209,900	6,428	770,868	1349,241
23	230	119,923	209,900	6,856	822,195	1433,076
22	220	119,923	209,900	7,284	873,522	1528,916
21	210	119,923	209,900	7,712	924,850	1618,853
20	200	119,923	209,900	8,140	976,177	1708,591
19	190	119,923	209,900	8,568	1027,504	1798,428
18	180	119,161	208,531	8,936	1071,969	1875,947
17	170	118,662	206,608	9,424	1112,613	1947,079
16	160	116,863	204,510	9,852	1151,335	2014,835
15	150	115,550	202,212	10,280	1187,652	2078,740
14	140	114,106	199,685	10,708	1221,844	2138,227
13	130	112,509	196,891	11,136	1252,898	2132,577
12	120	110,735	193,786	11,564	1280,546	2240,345
11	110	108,553	190,317	11,992	1304,163	2282,285
10	100	106,522	186,415	12,420	1323,007	2315,269
9	90	103,995	181,931	12,848	1336,121	2338,221
8	80	101,106	176,935	13,276	1342,288	2348,936
7	70	97,773	171,102	13,704	1339,879	2344,789
6	60	93,884	164,298	14,132	1325,924	2321,858
5	50	89,288	156,255	14,560	1300,038	2275,067
4	40	74,465	130,315	15,000	1116,979	1954,721
3	30	59,915	104,851	16,250	973,614	1703,824
2	20	53,362	93,383	17,50	933,831	1634,135
1	10	44,936	78,638	18,75	842,550	1474,470
0	0	33,702	58,978	20,00	674,047	1173,565
		pression de trainée statique normale	pression de trainée statique normale		force de trainée statique normale	force de trainée statique normale

Tableau (III).

ACTIONS DYNAMIQUES PARALLELES A L'ACTION DU VENT

		coefficient de calcul et pression normale et extreme						pression de trainée		force de trainér	
		vent normal				vent normal	vent extrème	vent normal	vent extrème	vent normal	vent extrème
										$T_n =$	$T_e =$
		τ	ξ	θ	β	$\beta \cdot q_n \cdot \delta$	$\beta \cdot q_e \cdot \delta$	$C_t \beta q_n \delta$	$C_t \beta q_e \delta$	$C_t \beta q_n \delta D_e$	$C_t \beta q_n \delta D_e$
	m					kg/m^2	kg/m^2	kg/m^2	kg/m^2	kg/ml	kg/ml
25	250	0,16	2,3	1	1,36	237,211	415,119	164,055	297,096	984,334	1722,579
24	240	0,164	"	"	1,37	238,772	417,851	165,135	288,986	1061,485	1857,599
23	230	0,168	"	"	1,38	240,332	420,581	166,214	290,875	1139,562	1994,233
22	220	0,172	"	"	1,39	242,066	423,616	167,413	292,973	1219,437	2134,015
21	210	0,176	"	"	1,40	243,627	426,347	168,432	294,861	1299,414	2273,975
20	200	0,180	"	"	1,41	245,188	429,079	169,572	296,751	1380,314	2415,550
19	190	0,185	"	"	1,42	247,268	432,719	171,011	299,629	1465,221	2564,137
18	180	0,190	"	"	1,43	247,794	433,634	171,234	299,560	1540,413	2695,733
17	170	0,195	"	"	1,45	247,356	432,873	171,071	299,374	1612,176	2821,308
16	160	0,200	"	"	1,46	246,703	431,730	170,620	298,585	1680,950	2941,663
15	150	0,205	"	"	1,47	245,936	430,388	170,089	297,656	1748,517	3059,905
14	140	0,212	"	"	1,49	245,667	429,917	169,903	297,330	1819,325	3183,819
13	130	0,219	"	"	1,50	244,669	428,171	169,213	296,123	1884,359	3297,628
12	120	0,226	"	"	1,52	243,375	425,906	168,318	294,557	1946,429	3406,251
11	110	0,232	"	"	1,53	241,218	422,132	166,827	291,947	2000,585	3501,024
10	100	0,240	"	"	1,55	239,044	418,327	165,323	289,315	2053,307	3593,287
9	90	0,250	"	"	1,57	236,830	414,453	163,791	286,634	2104,391	3525,184
8	80	0,260	"	"	1,59	233,615	408,826	161,568	282,744	2114,977	3701,210
7	70	0,270	"	"	1,62	229,305	401,184	158,588	277,529	2173,285	3803,249
6	60	0,224	"	"	1,65	224,393	392,688	155,190	271,583	2193,149	2193,
5	50	0,300	"	"	1,69	218,186	381,826	150,897	264,070	2197,064	3844,862
4	40	0,315	"	"	1,72	185,732	325,031	128,453	224,793	1926,789	3371,881
3	30	0,330	"	"	1,76	152,386	266,676	105,390	184,433	1712,587	2997,017
2	20	0,345	"	"	1,79	138,420	242,235	95,731	167,293	1675,293	2931,763
1	10	0,360	"	"	1,82	118,772	207,851	82,143	143,750	1540,182	2695,319
0	0	0,360	"	"	1,82	89,080	155,89	61,608	107,814	1232,158	2156,277
						press dynam norma	press dynam extrem	pression de trainé dyn norm	pression de trainé dyn extr	force de trainée dyn norm	force de trainée dyn ext

Tableau (IV).

ACTIONS RESONNANTES PARALLELES A LA DIRECTION DU VENT

niveau	côte	coefficient et pressions				pression de trainée critiq	forces de trainée critiq
		vent critique					
		D_e	$S = f(R_e)$	$V_{cr} = \frac{D_e}{S T_{pr}}$	$q_{cr} = \frac{V_{cr}^2}{16}$	$C_t \beta \delta q_{cr}$	$C_t \delta \beta q_{cr} D_e$
	m	m		m/s	kg/m^2	kg/m^2	kg/m^2
25	250	6,00	0,20	6,48	2,624	2,343	13,404
24	240	6,428	"	6,94	3,012	2,582	16,594
23	230	6,256	"	7,49	3,426	2,955	20,262
22	220	7,284	"	7,86	3,867	3,360	24,475
21	210	7,712	"	8,32	4,335	3,791	29,235
20	200	8,140	"	8,79	4,829	4,251	34,591
19	190	8,568	"	9,25	5,351	4,749	40,693
18	180	8,996	"	9,71	5,898	5,276	47,463
17	170	9,424	"	10,18	6,473	5,838	55,021
16	160	9,852	"	10,63	7,075	6,429	63,342
15	150	10,280	"	11,09	7,703	7,057	72,[illegible]
14	140	10,708	"	11,56	8,357	7,746	82,941
13	130	11,136	"	12,02	9,038	8,462	94,225
12	120	11,564	"	12,48	9,747	9,222	106,641
11	110	11,992	"	12,94	10,482	10,009	120,023
10	100	12,420	"	13,41	11,244	10,862	134,904
9	90	12,848	"	13,87	12,032	11,796	151,549
8	80	13,276	"	14,33	12,847	12,778	169,644
7	70	13,704	"	14,80	13,688	13,819	189,383
6	60	14,132	"	15,26	14,556	14,976	211,649
5	50	14,560	"	15,72	14,452	16,255	236,667
4	40	15,00	"	16,19	16,400	15,652	234,782
3	30	16,250	"	17,54	19,247	16,390	266,338
2	20	17,500	"	18,89	22,322	19,387	339,271
1	10	18,750	"	20,24	25,625	22,677	425,201
0	0	20,00	"	21,59	29,155	25,802	516,028
						pressions de trainée criti	forces de trainér critique

Tableau (V).

ACTIONS RESONNANTES PERPENDICULAIRES A LA DIRECTION DU VENT

niveau	coefficients et pressions							pression de dérive	force de dérive	composition géometrique		
	vent critique											
	D_e	Δ	$\beta' = \frac{D_e}{\Delta}$	δ'	q_{cr}	z/Z	C_L	$C_L \beta \delta q_{cr} z/Z$	$C_L \beta \delta q_{cr} z/Z \, D_e$	L_{cr}^2	T_{cr}^2	$F_{cr} = \sqrt{L_{cr}^2 + T_{cr}^2}$
	m				kg/m²			kg/m²	kg/ml	(kg/ml)²	(kg/ml)²	(kg/ml)²
250	6	0,15	20,94	0,8	2,86	1	0,2	9,604	52,753	2782,87	179,66	54,429
240	6,428	"	"	"	3,29	0,96	0,2	9,689	62,282	3879,1	275,351	64,445
230	6,856	"	"	"	3,74	0,92	0,2	10,561	72,408	5242,9	410,549	75,189
220	7,284	"	"	"	4,22	0,88	0,2	11,403	83,062	6899,3	599,026	86,586
210	7,712	"	"	"	4,37	0,84	0,2	12,201	94,101	8855,0	854,685	98,538
200	8,140	"	"	"	5,27	0,80	0,2	12,946	105,388	11106,6	1196,952	110,921
190	8,568	"	"	"	5,84	0,76	0,2	13,628	116,945	13676,1	1649,416	123,796
180	8,996	"	"	"	6,44	0,72	0,2	14,231	128,025	16390,4	2252,7	136,54
170	9,424	"	"	"	7,07	0,68	0,2	14,751	139,011	19324,1	3027,31	149,504
160	9,852	"	"	"	7,73	0,64	0,2	15,173	149,485	22345,8	4012,29	162,351
150	10,28	"	"	"	8,41	0,60	0,2	15,487	159,212	25348,5	5263,648	174,965
140	10,708	"	"	"	9,13	0,56	0,2	15,683	167,936	28202,5	6879,209	187,301
130	11,136	"	"	"	9,87	0,52	0,2	15,750	175,391	30762,0	8818,35	199,099
120	11,564	"	"	"	10,64	0,48	0,2	15,678	181,301	32870,1	11372,30	210,339
110	11,992	"	"	"	11,45	0,44	0,2	15,456	185,333	34348,3	14405,52	220,825
100	12,420	"	"	"	12,28	0,40	0,2	15,071	187,187	35,039	18199,09	230,734
90	12,84	"	"	"	13,14	0,36	0,2	14,515	186,491	34778,8	22967,1	240,304
80	13,27	"	"	"	14,03	0,32	0,2	13,776	182,891	33449,2	28779,08	249,456
70	13,70	"	"	"	14,95	0,28	0,2	12,843	175,824	30914,1	35865,9	258,418
60	14,13	"	"	"	15,90	0,24	0,2	11,707	165,439	27369,9	44795,3	268,636
50	14,56	"	"	"	16,87	0,20	0,2	10,356	150,787	22736,6	56011,3	280,621
40	15,00	"	"	"	17,91	0,16	0,2	8,793	131,895	17396,3	55122,59	269,293
30	16,25	"	"	"	21,02	0,12	0,2	7,739	125,769	15817,9	70935,93	294,54
20	17,5	"	"	"	24,38	0,08	0,2	5,984	104,723	10966,9	115104,814	355,066
10	18,75	"	"	"	27,99	0,04	0,2	3,435	64,403	4147,7	180795,89	430,051
0	20,0	"	"	"	31,84	0,00	0,2	0,000	0,00	0,00	266284,8	516,028

Tableau (VI).

ACTIONS ET SOLLICITATIONS LOCALES , MOMENT D'OVALISATION

	coefficients et pressions					Moments d'ovalisation			
	vent normal					vent normal $K_s = 1.3$	vent extrême $K_s = 1.3$	v.normal $K_s = 1$	v.extrême $K_s = 1$
	K_i	K_e	δ_0	$q_H \cdot K_s \cdot \delta_0$	D_m^2	M_{oi}	M_{oe}	M_{oi}	M_{oe}
m				kg/m^2	m^2	kgm/m	kgm/m	kgm/m	kgm/m
250	0.069	0.062	0,91	173,4	36	391,96	351,98	685,93	615,96
240	0.069	0,062	0,905	173,4	41,32	447,411	401,75	782,97	703,11
230	0.069	0,062	0,90	"	47,02	508,91	457,00	890,60	792,75
220	0.069	0,062	"	"	53,07	571,25	512,98	999,69	897,72
210	0.069	0,062	"	"	59,51	640,05	574,76	1120,09	1005,84
200	0.069	0,062	"	"	66,29	713,49	640,71	1383,34	1242,25
190	0.069	0,062	"	"	73,44	790,49	709,86	1248,60	1121,25
180	0.069	0,062	"	172,300	80,98	871,45	782,56	1525,04	1369,48
170	0.069	0,062	"	170,711	88,87	956,31	858,77	1673,54	1502,84
160	0.069	0,062	"	168,813	97,14	1045,14	938,54	1828,99	1642,44
150	0.069	0,062	"	167,076	105,76	1137,96	1021,89	1991,43	1788,30
140	0.069	0,062	"	164,988	114,75	1234,66	1108,72	2160,65	1942,27
130	0.069	0,062	"	162,679	124,12	1335,23	1199,04	2336,60	2098,80
120	0.069	0,062	"	160,114	133,84	1440,33	1293,42	2520,57	2263,48
110	0.069	0,062	"	157,248	143,95	1548,54	1390,59	2709,96	2433,53
100	0.069	0,062	"	154,023	154,40	1636,11	1469,23	2863,18	2571,15
90	0.069	0,062	"	150,868	165,22	1716,11	1541,79	3004,60	2698,12
80	0.069	0,062	"	145,3 2	176,44	1775,00	1593,95	3106,26	2789,41
70	0.069	0,062	"	141,372	187,99	1828,63	1642,11	3200,10	2871,70
60	0.069	0,062	"	135,750	199,97	1867,62	1677,12	3268,33	2934,96
50	0.069	0,062	0,90	129,104	212,23	1884,85	1692,60	3298,49	2962,04
40	0.069	0,062	0,84	121,130	225,0	1755,18	1576,15	3071,56	2758,27
30	0.069	0,062	0,85	111,384	264,0	1833,81	1646,76	3209,17	2881,83
20	0.069	0,062	0,80	99,202	306,25	1863,81	1672,55	3259,42	2926,97
10	0.069	0,062	0,795	83,538	351,56	1778,76	1597,33	3112,83	2795,32
0	0.069	0,062	0,79	62,563	400,0	1517,78	1362,97	2656,11	2385,20

EFFORTS TRANCHANTS D'ENSEMBLE:

Les efforts tranchants dus au vent pour chaque sections le long de la cheminée sont donnés dans le tableau ci-aprés:

vent normal :

	Ks = 1.3	Ks = 1
25	10,229	7,868
24	21,234	16,338
23	33,029	25,407
22	45,623	35,095
21	59,021	45,400
20	73,248	56,345
19	88,276	67,904
18	104,039	80,03
17	120,505	92,696
16	137,652	105,886
15	155,495	119,61
14	174,009	133,915
13	193,163	148,587
12	212,898	163,767
11	233,167	179,359
10	253,955	195,350
09	275,052	211,578
08	296,493	228,071
07	318,325	244,865
06	340,276	261,750
05	360,895	277,612
04	379,091	291,608
03	396,03	304,685
02	412,107	317,005
01	425,968	312,667
00	425,968	327,667.
	(tonnes)	(tonnes)

MOMENTS ET DEFORMATIONS

Nous avons calculé les moments et les deformations(flèches) en differentes sections considerées en utilisant la methode numerique donnée en annexe.

Les resultats sont etablis dans les tableaux

MOMENTS DUS AU VENT (t.m)

N	VENT NORMAL Ks = 1	VENT NORMAL Ks = 1.3	VENT EXTREME Ks = 1	VENT EXTREME Ks = 1.3
26	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
25	50.5026	38.8481	88.3795	67.9842
24	207.1691	159.3608	362.5458	278.8814
23	477.8217	367.5552	836.1880	643.2216
22	870.4199	669.5538	1523.2347	1171.7190
21	1392.9747	1071.5190	2437.7058	1875.1583
20	2053.6277	1579.7136	3593.8484	2764.4988
19	2860.6411	2200.4932	5006.1221	3850.8630
18	3821.6384	2939.7219	6687.8672	5144.5132
17	4943.8037	3802.9260	8651.6563	6655.1206
16	6234.0430	4795.4180	10909.5752	8391.9814
15	7699.1890	5922.4531	13473.5811	10364.2930
14	9346.1719	7189.3633	16355.8008	12581.3857
13	11181.5400	8601.1846	19567.6953	15052.0732
12	13211.4209	10162.6318	23119.9863	17784.6055
11	15441.3330	11877.9492	27022.3320	20786.4102
10	17876.5527	13751.1953	31283.9668	24064.5898
9	20521.5332	15785.7949	35912.6836	27625.1406
8	23378.8105	17983.7012	40912.9180	31471.4766
7	26452.7715	20348.2871	46292.3516	35609.5000
6	29745.7852	22881.3750	52055.1250	40042.4023
5	33253.9336	25579.9492	58194.3828	44764.9102
4	36955.6914	28427.4551	64672.4609	49748.0469
3	40831.6641	31408.9727	71455.4141	54965.7031
2	44873.5273	34518.0977	78528.6719	60406.6719
1	49046.0000	37727.6953	85830.5000	66023.4609

DEFORMATIONS DUES AU VENT
(cm)

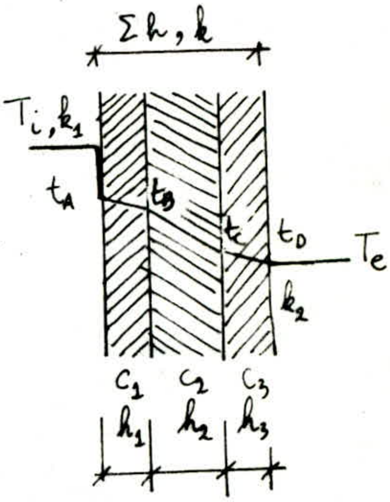
N	VENT NORMAL Ks = 1	VENT NORMAL Ks = 1.3	VENT EXTREME Ks = 1	VENT EXTREME Ks = 1.3
26	75.3093	131.7913	57.9302	101.3779
25	70.2516	122.9404	54.0397	94.5695
24	65.2059	114.1103	50.1584	87.7771
23	60.1930	105.3378	46.3023	81.0291
22	55.2399	96.6698	42.4922	74.3614
21	50.3756	88.1572	38.7504	67.8132
20	45.6286	79.8501	35.0989	61.4231
19	41.0250	71.7938	31.5577	55.2260
18	36.5893	64.0313	28.1456	49.2548
17	32.3438	56.6016	24.8798	43.5397
16	28.3078	49.5387	21.7752	38.1067
15	24.5006	42.8761	18.8467	32.9816
14	20.9383	36.6420	16.1064	28.1861
13	17.6322	30.8563	13.5632	23.7356
12	14.5943	25.5401	11.2264	19.6462
11	11.8333	20.7082	9.1025	15.9294
10	9.3568	16.3744	7.1976	12.5957
9	7.1714	12.5500	5.5165	9.6539
8	5.2824	9.2443	4.0634	7.1110
7	3.6935	6.4636	2.8412	4.9720
6	2.4085	4.2149	1.8527	3.2422
5	1.4298	2.5022	1.0999	1.9248
4	0.7468	1.3069	0.5745	1.0053
3	0.3100	0.5426	0.2385	0.4174
2	0.0728	0.1273	0.0560	0.0980
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

EVALUATION DU GRADIENT THERMIQUE

Considérons une paroi formée par plusieurs materiaux (figure), la quantité de chaleur qui traverse $1m^2$ de paroi par unité de temps est donnée par:

$$Q = k(T_i - T_e) = \frac{1}{h_1/C_1}(t_A - t_B) = \frac{1}{h_2/C_2}(t_B - t_C)$$

$$= \frac{1}{h_c/C_3}(t_C - t_D) = \frac{1}{1/k_1}(T_i - T_A) = \frac{1}{1/k_2}(t_D - t_e)$$



T_i : température des gazs.
T_e : température ambiante exterieure.
t_A, t_B, t_C : les températures des parois de l'ensemble.
C_i : conductibilité thermique des materiaux, donnée en; $Kcal/m/m^2.h.°C$

pour le béton $C_b = 1,7$

pour brique rouge $C_r = 0,75$

h_i : épaisseur de chaque materiau.
k_1 : coefficient de transmission de la chaleur à la surface intèrieure, il est donné par: $k_1 = k_{1c} + k_{1r}$.

où k_{1c} et k_{1r} sont donnés par des abaques en foction de la vitesse des fumées et de leur température avec le diamètre intèrieur de revêtement.

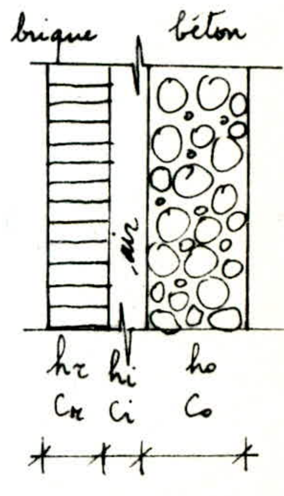
k_2 : coefficient de transmission de la chaleur à la surface extèrieure.

$$k_2 = 18 \quad Kcal/m^2/h°C$$

de (1) on en deduit l'égalité suivante:

$$k = \frac{1}{h_1/C_1 + h_2/C_2 + h_3/C_3 + 1/K_1 + 1/K_2}$$

k : conductibilité thermique de l'ensemble.



** Cas de notre cheminée:

Pour tenir compte de la couche d'air faisant partie de l'ensemble, on la considere comme un materiau d'épaiss--eur $h_i = 1m$ avec $C_i = K_i = 0,06\,T_i$ $Kcal/m^2/°C$.

Pour tenir compte de l'effet de la ventilation, le coefficient de conductibilité thermique du revêtement C_r et le coefficient K_1 sont multiplier par un coefficient minorateur de (0.5).

donc:

$$\boxed{k = \frac{1}{h_o/C_b + h_r/0{,}5C_r + 1/C_i + 1/0{,}5K_1 + 1/K_2}}$$

Le gradiant thermique(la chute de température) du fût en B-Armé peut être évaluer par la relation;

$$t = t_i - t_e = k\, h_o/C_b\,(T_i - T_e).$$

La température sur la face intèrieure du fût est:

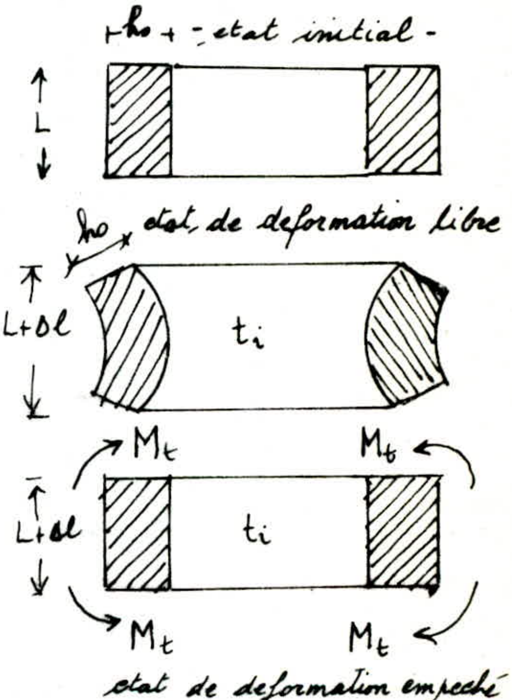
$$t_i = T_e + (T_i - T_e)\, k\,(h_o/C_b + 1/K_2).$$

$T_i = 300°C$, vitesse des gaz $V = 25\ m/s$, $T_e = -5°C$.

**MOMENT D'ORIGINE THERMIQUE (M_t).

Il est engendré par le gradiant thermique dans le fût en B-Armé,il depend de la pente du diagramme des contraintes d'origine thermique(K_t).

-Determination de (K_t);



a) Sens vertical:

Considerons un tronçon de hauteur L, aprés une augmentation de temperature t_i ($t_i > T_e$), cette variation de temperature a pour effet de produire:

°)un allongement uniforme ΔL ,òu

$$\Delta L = \mu\left(\frac{t_i + t_e}{2}\right) L$$

μ :module de dilatation lineaire du BA. cette dilation n'étant pas gènee dans ce sens,il n'en resulte aucune contrainte dans la cheminée.

°)une deformation non uniforme,due à la difference de température entre la face intèrieure et la face extèrieure de la paroi (gradiant thermique), $t = t_i - t_e$. Elle est constituée par un allongement des fibres intèr--ieures et un raccourcissement des fibres extèrieures,elle peut être annulée par les couples M_t sur tous le contour,il en resulte une compression sur la face intèrieure,une traction sur la face extèrieure du fût,dans ce cas la pente K_t peut être obtenue sous la forme suivante:

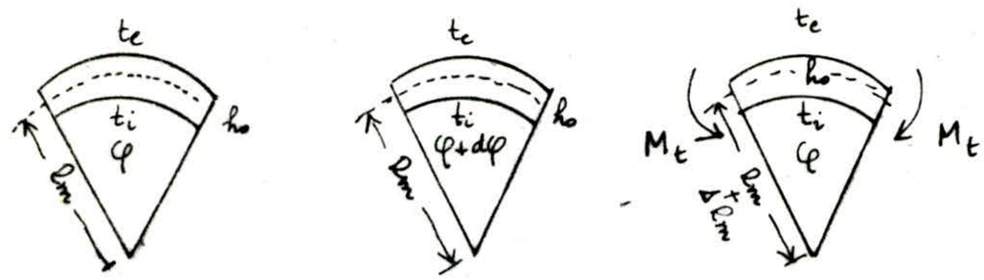
$$\boxed{K_t = \frac{E_v \cdot \mu t}{h_o}}$$

b) Sens transversal:

Considerons une bande decoupée dans la coque et delimitée par 2 plans verticaux,faisant entre eux l'angle φ ,son rayon moyen est les deformations qu'en resultent auront le même caractère que dans le cas precedant, c'est à dire:

°) un allongement libre, transformant le rayon R_m en $R_m + \Delta R_m$.

°) une deformation non uniforme qui donnera lieu à des moments inter--ieurs M_t ramenant la coque à sa forme initiale circulaire.

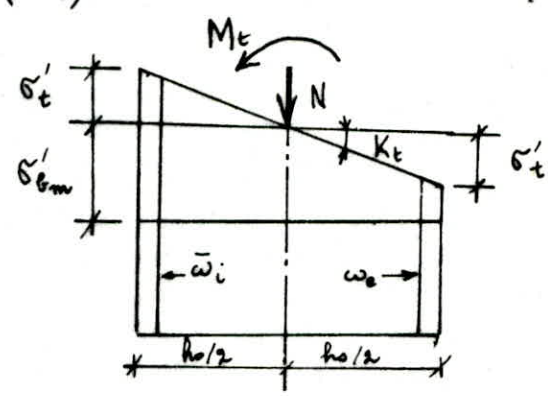


etat initial   etat de deformation libre   etat de deformation empeché.

La pente du diagramme des contraintes est determinée par la même relation precedente.

Moment d'origine thermique (M_t) en section entirement comprimée

$$\boxed{M_t = K_t \frac{h_o^3}{12}}$$



On considère une section homogène ,le ferraillage ne deplacera pas son C.D.G situé à mi-épaisseur de la paroi.ce moment exercera une surcompression de la partie intèrieure de la paroi,et une decompression vers l'exterieur.

Moment d'origine thermique M_t en section entièrement tendue

La section du béton est complètement fissurée,le C.D.G du ferraillage est situé à une distance :

$h_e = c\,\dfrac{h_a}{1+c}$ de la nappe exterieure.

$h_i = \dfrac{h_a}{1+c}$ de la nappe interieure.

h_a :distance entre les deux nappes.

on aura:

$$\boxed{M_t = \frac{n c \,\bar{\omega}_e K_t h_o h_a^2}{100 \cdot (1+c)}}$$

avec $C = \dfrac{A_i}{A_e} = \dfrac{\omega_i}{\omega_e}$, $\dfrac{\omega_e}{100} = \dfrac{A_e}{1 \times h_o}$, $\dfrac{\omega_i}{100} = \dfrac{A_i}{1 \times h_o}$

(ω_i , ω_e) pourcentage d'acier respectivement, intèrieurs et extèrieurs.
Ou bien en mettant en évidence la section d'acier exterieure A_e :

$$M_t = \frac{n c A_e K_t h_a^2}{1+c}$$

RMQ/:

Pour le calcul du feraillage, il n'est pas necessaire de calculer direc--tement tous ces moments, nous verrons alors, comment obtenir les contraintes qui nous interesserons par introduction, puis simplification, mais la connais--sance de K_t sera necessaire.

côtes	m	180	110	40	0
$k_{1c} = f(\frac{v}{T_i})$	kcal/h.m²°c	35	35	35	35
diametre exterieur du revetement	m	8,313	11,246	14,18	18,98
$k_{1r} = f(D_{int}, T_i)$	kcal/h.m²°c	22	22	22	22
k_2	kcal/h.m²°c	18	18	18	18
h_o	m	0,1829	0,2158	0,25	0,35
h_r	m	0,11	0,11	0,11	0,11
C_b	kcal/m.h°c	1,7	1,7	1,7	1,7
C_r	kcal/m.h°c	0,75	0,75	0,75	0,75
$k = \frac{1}{h_o/c_o + h_r/0{,}5c_r + \frac{1}{a\,c\,k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_1}}$	h m²°C/kcal	1,828	1,765	1,705	1,549
$t = t_i - t_e$	°C	1,82	68	76,47	97,27
t_i	°C	86°	93,24	100,36	118,51
$K_V = 0{,}06\,T_i$	kcal/h.m²h°c	18	18	18	18

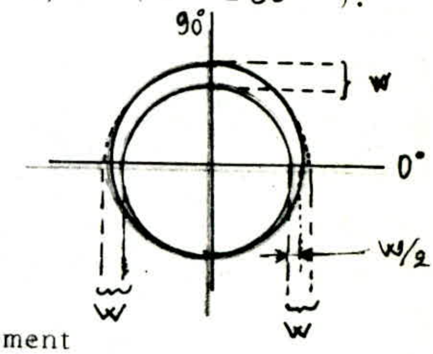
côtes	m	180	110	40	0
σ_{28}	306	306	306	306	306
t_i	°C	86°	93	100	119
$\varphi_b = 1 - \frac{t-50}{500}$		0,928	0,914	0,900	0,862
$E_V = 7000\sqrt{\varphi_b\,\sigma_{28}}$		117800	117000	116200	113500

. ETUDE DE L'ENSOLEILLEMENT

(Nous accepterons sans demonstration les resultats theoriques)

L'action dissymetrique de l'ensoleillement(une face de la cheminée exposé-e au soleil, l'autre abritée), va engendrer des moments locaux, semblables, en ce qui concerne leurs effets, aux moment d'ovalisation .

La difference de temperature entre les faces exposées et abritées est prise d'après le reglement applicable aux cheminée en B-Armé, ($\Delta T_a = 30°C$). Admettons une ΔT_s interessant une seule moitié du perimetre (figure).



W :deformation maximale à l'angle 90°

W/2 :deformation maximale à l'angle 0°

Les moments d'ensoleillement, qui mettent respectivement en traction les fibres intérieures et d'extérieures de la paroi (ce sont évidement des moments locaux), sont etablits comme suit :

$$\boxed{M_{ri} = \frac{\mu \, \Delta T_s \, E_v \, h_o^3}{D_m \cdot 275}}$$

$$\boxed{M_{re} = \frac{\mu \, \Delta T_s \, E_v \, h_o^3}{D_m \cdot 5}}$$

μ = module de dilatation lineaire $\mu = 10^{-5}$

$E = E_v$; module d'elasticité de longue durée $E = 1{,}2 \cdot 10^6$ tonnes/m²

ΔT_s = 30° (pour l'ensoleillement).

$$D_m = \frac{D_{int} + D_{ext}}{2}$$

Les calculs d'ensoleillement obtenus pour notre cas d'espèce sont resumés dans le tableau ci-dessous ;

	h_o (m	$D_m = \frac{D_{ext} + D_{int}}{2}$	h_o^3	$M_{\tau e} = \mu \frac{T_s E_v h_o^3}{5 D_m}$	$M_{\tau i} = \mu T_s \frac{E_v h_o^3}{2{,}75 . D_m}$
	m	m	m^3 (10^{-3})	tm / m	tm / m
25	0.150	5.859	3,375	0,0418	0,0760
24	0.155	6.274	3,72	0,0425	0,0772
23	0.160	6.698	4,09	0,0441	0,0801
22	0.164	7.121	4,41	0,0445	0,0809
21	0.169	7.545	4,83	0,0458	0,0833
20	0.174	7.969	5,27	0,0470	0,0854
19	0.179	8.393	5,74	0,0489	0,890
18	0.183	8.817	6,13	0,0498	0,0506
17	0.188	9.240	6,65	0,0514	0,0935
16	0.193	9.664	7,19	0,0529	0,0962
15	0.198	10.088	7,76	0,0543	0,0986
14	0.202	10.512	8,24	0,0562	0,1021
13	0.207	10.936	8,87	0,0580	0,1054
12	0.212	11.360	9,53	0,0596	0,1083
11	0.217	11.783	10,22	0,0611	0,1110
10	0.221	12.207	10,93	0,0631	0,1148
9	0.226	12.631	11,54	0,0650	0,1182
8	0.231	13.055	12,33	0,685	0,1264
7	0.236	13.479	13,14	0,689	0,1253
6	0.240	13.902	13,82	0,0710	0,1290
5	0.245	14.326	14,71	0,0729	0,1325
4	0.250	14,750	15,63	0,0761	0,1384
3	0.275	15.975	20,80	0,0937	0,1704
2	0.300	17,200	27,0	0,1130	0,2055
1	0.325	18.425	34,33	0,1340	0,2437
0	0.325	19.650	42,87	0,1570	0,2858

$E_v = 1{,}2 . 10^6$ t/m², $T_s = 30°C$ $\mu = 10^{-6}$ °C-1

Le moment engendré par les consoles,par unité de longueur de pourtour de la cheminée, est: $M_c = B \times e$

B ;poids de chemisage/mètre lineair.

e ;distance entre la gaine et le fût

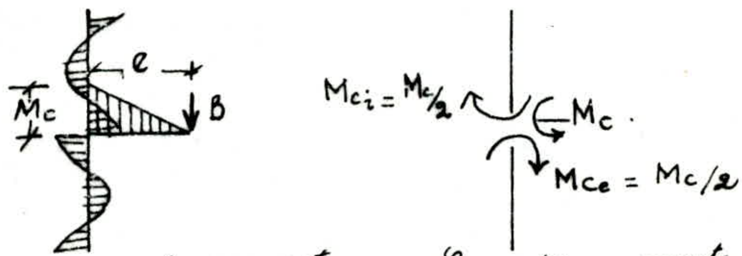


diagramme des moments Sens des moments

Il en resulte deux moments,M_{ce} et M_{ci} ,égaux à $M_c/2$ et de sens contraire produisant des tractions respectivement,sur la face interieure du fût au dessus des consoles,et sur la face exterieure du fût au dessous des consoles.

§ Cas des poutres annulaires au niveau des consoles interieures §

La répartition du moment M_c s'effectue en ecrivant l'égalité des rotations des élements suivants:(au niveau des consoles interieures)

1°) Une bande verticale,de largeure unitaire,supposée articulée à la mi-distance entre deux consoles successives(voir figure ci-dessous).

2°) L'anneau incorporé dans le fût de largeur = h_o et de hauteur= d qu'on conseille de prendre=hauteur de la console($d_c + 2h_o$).

$$d \simeq d_c + 2h_o \quad , \quad \varphi_1 = \varphi_2 \quad , \quad M_c = M_{c_1} + M_{c_2}$$

Le moment M_c peut se decomposé en :

$$M_{ci} = M_c \frac{a}{a+b} \qquad M_{ce} = M \frac{b}{a+b} .$$

avec l :distance entre deux fûts

$$a = 144 \frac{l^2 R^2}{h_o d^3} \quad , \quad b = 24 \frac{l^3}{h_o^3} .$$

CALCUL PRATIQUE:

Prennons comme exemple, la section de la cheminée située au niveau de 180m :

$$M_c = B \times e \quad ; \quad e = 11\,cm + 5\,cm = 16\,cm$$

$$= 1{,}8 . 10 . 0{,}1 . 0{,}2' \quad ; \quad \gamma_{brique} = 1{,}8\ T/m^3 .$$

$$M_c = 0{,}40\ tm/ml .$$

M_c se repartirera en $M_{ce} = M_{ci} = \frac{M_c}{2} = 0{,}20\ tm/ml$.

Affinons le calcul en considerant la poutre annulaire incorporée au niveau des consoles

$$d = 0{,}40 + 2 \times 0{,}183 = 0{,}766\,m$$

$$a = 144 \frac{l r R^2}{h_0 d^3} = \frac{144 . 10^2}{0{,}183} \left(\frac{8{,}996}{2} \right)^2 \frac{1}{0{,}766}$$

$$a = 3{,}54 . 10^6$$

Le moment équilibré par la bande verticale sera:

$$M_{ci} = M_c \frac{a}{a+b} = M_c \times \frac{3{,}54 \times 10^6}{3{,}54 . 10^6 + \frac{2{,}4 . 10^3}{(0{,}183)^3}} = 0{,}475 M_c .$$

le moment équilibré par l'anneau incorporé:

$$M_{c_2} = (1 - 0{,}475) M_c = 0{,}525\ M_c .$$

Les bandes verticales sont donc capables d'équilibrer 0.475 de M_c soit 47.5 pour cent de M_c

$$M_{ce} = M_{ci} = 0{,}475 \cdot \frac{M_c}{2} = 0{,}475 \times \frac{0{,}40}{2} = 0{,}095\ tm/m$$

La poutre annulaire est capable d'équilibrer

$52{,}5\ \%$ de M_c, soit $0{,}525 \times 0{,}40 = 0{,}21\ t.m/m . = M_{c_2}$

L'anneau est soumis à une flèxion pure , dont le moment est: $M = M_{c_2} \times R$

$$M = 0{,}21\ tm/m \times \left(\frac{8{,}996}{2}\,m \right) = 0{,}944\ t.m$$

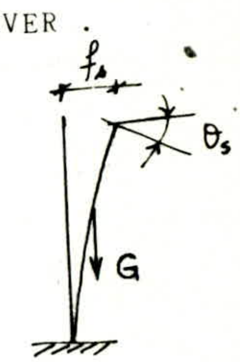
Le ferraillage cirulaire correspendant est :

$$A = \frac{M}{z \sigma_a} = \frac{94400}{2000 \times 7/8 (76{,}66 - 7)} = 0{,}77\ cm^2 .$$

RMQ: Les cerces qui passeront dans l'anneau, assureront ce férraillage.

ETUDE DES- DEFORMATIONS D'ENSEMBLE
ET DES MOMENTS SECONDAIRES

Dans ce qui suit, nous nous refererons a l'ouvrage de M^{R}. DIVER .



1°) ENSOLEILLEMENT.

a- La valeur de la rotation au sommet θ_s due à l'ensoleillement, est égale à:

$$\theta_s = \frac{\mu T z}{D_e}$$

μ :module de dilatation lineaire= 10^{-5}

D_e :diametre exterieur supposé constant sur toute la hauteur. Il est pris égale a la section de la tour réelle au tiers de sa hauteur, à compter de la base, pour notre cas;

$$D_e = 13,286 \text{ m}$$

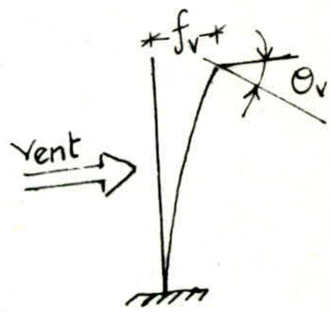
donc : $\theta_s = \frac{10^{-5}.30.250}{13,286} = 5,64.10^{-3} \text{ rd}.$

b-Flèche au sommet:

Elle est donnée approximativement par: $f_s = \frac{z\ \theta_s}{2}$

donc $f_s = \frac{250\ .\ 5,64.10^{-3}}{2} = 0,705 \text{ m}.$

N.B: On notera que la flèche est relativement grande (due à l'ensoleillement) c'est d'ailleurs une remarque generale pour les grandes tours.



2°) VENT.

a- La valeur de la rotation au sommet, est donnée par:

$$\theta_v = \frac{P z^3 . D_e}{6 E_i I}$$

I :moment d'inertie en section homogenisée de la tour supposée de section constante sur toute sa hauteur = $\pi h_0 R_m^3$

avec $R_m = D_m/2 = \frac{D_e - h_0}{2} = \frac{13,286 - 0,231}{2} = \frac{13,055}{2} = 6,5275 \text{ m}$

E_i :module d'elasticité instantané du B-Armé .

P : la pression du vent supposée constante surtoute la hauteur de la cheminée. (par exp: $C_t \beta q_n \delta$ s'il s'agit d'un calcul au vent nmal)

donc

$$\theta_V = \frac{0,164 . (250)^3 . 13,286}{6 . 3,45 . 10^6 . 3,14 . 0,229 . \left(\frac{13,055}{2}\right)^3} = 8,22.10^{-3} \text{ rad}.$$

b-flèche au sommet:

Un ordre de grandeur est donné par: $f_v = \frac{3}{4} z\ \theta_v.$

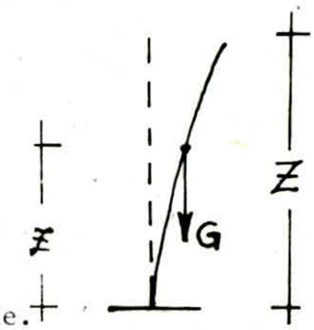
pour notre cas d'espèce :

$$f_v = \frac{3}{4} . 250 . 8,22.10^{-3} = 1,54 \text{ m}.$$

MOMENTS SECONDAIRES (evaluation)

L'etude des deformations est importante pour les cheminées élancées (notre cas), car celles-ci engendrent dans ce cas des moments secondaires dus à l'excentrement du poids propre, qui peuvent parfois apporter un suppl- -lement de sollicitation non néglegable.

1°) Moments secondaires dus à l'ensoliellement.



Le moment M'_s d'encastrement à la base, engendré par la deformation dûe à l'ensoleillement a la valeur approchée:

$$M'_s = G C_s \qquad C_s = f_s \left(\frac{z}{Z}\right)^2$$

z : altitude de C.D.G de la tour cylindrique equivalente.

G : poids total de l'ouvrage (6861,8 T pour notre cheminée)

donc $$M'_s = 6861{,}8 \left(\frac{125}{250}\right)^2 \times 0{,}705 = 1209{,}39 \text{ T.m}$$

2°) Moments secondaires dus au vent.

M. DIVER donne la valeur suivante:

$$M'_v = M\,(C_v C_t - 1).$$

où M'_v : le moment secondaire.

M : le moment d'ensemble initial (primaire, calculé pour la tour considerée comme une console verticale)

$$\cdot\ C_v = \frac{1}{1-a} \qquad\qquad \cdot\ C_t = \frac{1}{1-b}$$

$$\cdot\ a = G z^2 / 4E_i I \qquad\qquad \cdot\ b = G z / I_F . C$$

I : moment d'inertie en section homogenisée de la tour equivalente.

I_f : moment d'inertie de la fondation dans le sens de l'action du vent.

C : module du tassement du sol. Il est donné en fonction du taux admissible de travail du sol ($\simeq 6000 \text{ t/m}^3$), si nous imaginons que l'inertie de notre fondation equivaille à une semelle de 25 m de diamètre seulement,

pour notre cas d'espèce;

$$a = \frac{G z^2}{4E_i I} = \frac{6861{,}8 \ (125)^2}{4 . 3{,}45 . 10^6 . 1{,}15 . 3{,}14 . 0{,}229 \left(\frac{13{,}065}{2}\right)^3}$$

$$= 0{,}034 \Rightarrow C_v \doteq 1{,}035.$$

$$b = \frac{G z}{I_f . C} = \frac{6861{,}8 \times 125}{3{,}14 \times 25^4/64 \times 6000} = 0{,}007 \rightarrow C_t = 1{,}007.$$

D'òu $$M'_v = M\,(1{,}035 \times 1{,}007 - 1) = 0{,}043\,M.$$

M ; depend uniquement de la section à calculer.

RMQ/: Dans le calcul de l'expression $(C_v C_t - 1)$, on n'utilise que des carac- -teristiques independantes de la pression ou de la force du vent. Une estimation rapide des moments secondaires dûs au seisme sera donc

$$\boxed{M'_{seisme} = 0.043\, M_{seisme}}$$

BASES DE CALCUL POUR LE FERRAILLAGE

CAS DE CHARGE

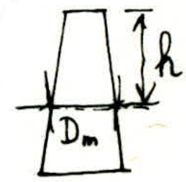
Nous avons grouper les differents cas de charge comme suit ;et ce conform- -ement aux règles citées dans l'ouvrage de M.DIVER

**Classement des cheminées en deux categories:

1°) cheminée categorie 'A':remplissant,au-moins,l'une des (3) conditions suivantes:

-hauteur totale depassant **120 m**

-pour toute section de calcul,le rapport $h/D_m > 20$



-définie comme telle par le maître de l'ouvrage.

2°) cheminée categorie 'B':les cheminnées n'entrant pas dans la categorie'A'

CAS DE CHARGE :

1°) Cas de charge 'A':

Le cas de charge 'A' correspond aux sollicitations d'ensemble:

M , M'_s , M'_v , G , P , H , M_{seisme} , M'_{seisme} , N_{maxi} , N_{min} .

M :moments dûs au vent normal.

M'_s :moments secondaires dûs à l'ensoleillement.

M'_v :moments secondaires dûs au vent.

G :poids propre du fût.

P :poids du revêtement (chemisage).

M_{sais} , M'_{sais} :moments dus aux efforts sismiques.

N_{max} , N_{min} :efforts normaux dèja definis.

2°) Cas de charge 'B':

Elle correspond aux sollicitations locales:

M_t :moments d'origine thermique.

M_o :moments d'ovalisation.

M_r :moments d'ensoleillement.

M_c :moments dûs aux consoles interieures.

Le cas de charge B est divisé en trois sous cas

*cas de charge B_1 :(M_t),cas de charge B_2 :(M_o , M_r , M_c),cas de charge B_3 :(M_t , M_o , M_r , M_c ').

3°) Cas de charge 'C':

Le cas correspond aux sollicitations d'ensembles et locales.

*** Etude du feraillaige horizontal (Annulaire)

L'effort tranchant H est pris en compte au droit des faces laterales de la cheminee,ou se les cisaillement maxima

Le moment maximal est situe au droit de la face au vent

La temperature engendre des tractions sur la paroi exterieure(plus froide) et des compressions sur la paroi interieure (plus chaude).Il en resulte les remarques suivantes pour le cas de charges C .

*Armatures exterieures (S) et (S) :

Effort tranchant + Moment Moe + Moment Mt (calcul au droit des faces laterales)

*Armatures interieures (S)

Moment Moi (calcul de la face au vent)

A ces sollicitations on peut ajjouter les moments provenant de l'ensoleille--ment Mre (pour le calcul des armatures exterieures) et Mri pour le calcul des armatures interieures)

*Les regles considerent qu'en raison de leur faible importance pratique , le calcul des armatures (verticales ou transversales) pour les sollicitations du second genre ne sont pas à envisager

*Le coefficient 0.8 qui affecte les sollicitations dues a l'ensoleillement tient compte de la faible probabilite de superposition du vent maximal et du fort rayonnement solaire.

*Le coefficient 1.925 qui affecte les sollicitations du second genre provoquees par le vent provient de la multiplication de 1.1 par 1.75 ou 1.1 correspond au coefficient γ_w des regles CCBA 68

Les coefficients 0,9 et 1,1 qui affectent les sollicitations de 2'ème genre dues au poids propre du fût G ou du revêtement P tiennent compte des possibilités de majoration des efforts dans le béton ou l'acier provoqués par une densité réelle des materiaux differents que celle admise dans les calculs ainsi que des tolérances d'éxecution.

SOLLICITATIONS -- PREMIER GENRE --

sens		nappes	cas de charges 'A' combinaisons	face etudieé	sollicitations d'ensembles	containtes admissibles	cas de charges 'B' paroi étudiée	sollicitations locales B_1	B_2	B_3 B_1+B_2	cas de chareges 'C' combinaison	ensembl + locales $A+B_3$	contraintes admissibles
sens vertical	BETON		S_1^1	sous le vent	M $0{,}8M'_s$ M'_v, G, P	σ'_b $0{,}3\sigma'_{28}$	interieu	t	M_{ce}	t, M_{ce}	S_1^3	$M, 0{,}8M'_s$ M'_v, G, P t, M_{ce}	$\bar{\sigma}'_b = \alpha_1 \varphi_b \sigma''_{28}$ ou $0{,}6 \varphi_b \sigma'_{28}$
	ferraillage	exterie	S_1^1	au vent	M $0{,}8M'_s$ M'_v G, P	–	exterie	t	M_{ce}	t, M_{ce}	S_1^3	$M, 0{,}8M'_s$ M'_v, G, P t, M_{ce}	$\bar{\sigma}_a = \begin{cases} \frac{2}{3}\varphi_a \sigma_{en} \\ \text{ou} \\ \sigma_2 \end{cases}$
		interie					interie	–	M_{ci}	M_{ci}	S_1^4	$M, 0{,}8M'_s$ M'_v, G, P t, M_{ce}	$\bar{\sigma}_a = \begin{cases} \frac{2}{3}\sigma_{en} \\ \sigma_2 \end{cases}$
sens horizontal	BETON		S_1^1	au vent	–	–	exterieu	–	M_{oi} $0{,}8M_{\tau i}$	M_{oi}	S_1^{3*}	M_{oi} $0{,}8M_{\tau i}$	$\bar{\sigma}_b = 0{,}6\sigma'_{28}$
	ferraillage	exterie	S_1^1	laterale	H		exterie	t	M_{oe} $0{,}8M_{\tau e}$	t, M_{oe} $0{,}8M_{\tau i}$	S_1^3	H, t, M_{oe} $0{,}8M_{\tau i}$	$\bar{\sigma}_a = \begin{cases} \frac{2}{3}\sigma_{en} \\ \sigma_2 \end{cases}$
		interie	S_1^1	au vent	–	–	interieu	–	M_{oi} $0{,}8M_{\tau i}$	M_{oi} $0{,}8M_{\tau i}$	S_1^4	M_{oi} $0{,}8M_{\tau i}$	$\bar{\sigma}_a = \begin{cases} \frac{2}{3}\sigma_{en} \\ \sigma_2 \end{cases}$

SOLLICITATIONS -- DEUXIEME GENRE --

			cas de charge 'A'				cas de charge 'B'				cas de charge 'C'		
			combinaisons	face etudiée	sollicitations d'ensembles	contraintes admissibles	paroi étudiée	sollicitations locales			Regles	ensemb + locales	contraintes admissibles
sens vertical	BETON		S_2^1	sous le vent	$1{,}925M$ $1{,}925M'_v$ $1{,}1G$ $1{,}1V$	$\bar{\sigma}'_b$ $0{,}45\sigma'_{28}$	interieu	t	$1{,}1M_{ce}$	$t,$ $1{,}1M_{ce}$	S_2^4	$1{,}925M$ $1{,}925M'$ $1{,}1G, 1{,}1P$ $t, 1{,}1M_{ce}$	$\bar{\sigma}'_b = \begin{cases} \alpha_2\varphi_b\bar{\sigma}'_{28} \\ 0{,}94\varphi_b\sigma'_{28} \end{cases}$
sens vertical	ferraillage	nappes exterieu	S_2^2	au vent	$1{,}925M$ $1{,}925M'$ $0{,}9G$ $0{,}9P$	$\sigma_a =$ σ_{en}	exterie	t	$0{,}9M_{ce}$	t $0{,}9M_{ce}$	S_2^5	$1{,}925M$ $1{,}925M'_v$ $0{,}9G ; 0{,}9P$ $t ; 0.9M_{ce}$	$\bar{\sigma}_a = \sigma_{en}$
sens vertical	ferraillage	nappes interie					—	—	—	—	—	—	—
sens horizontal	BETON		S_2^1	au vent	—	—	exterie	—	$1{,}925M_{oi}$	$1{,}925M_{oi}$	S_2^{4*}	$1{,}925M_{oi}$	$\bar{\sigma}'_b = 0{,}96\sigma''_{28}$
sens horizontal	ferraillage	nappes exterie	S_2^2	lateral	$1{,}925H$	—	exterie	t	$1{,}925M_e$	$1{,}925M_e$	S_2^5	$1{,}925H$ $t, 1{,}925M_e$	$\bar{\sigma}_a = \sigma_{en}$
sens horizontal	ferraillage	nappes interie	S_2^1	au vent	—	—	—	—	—	—	—	—	—

F E R R A I L L A G E

Hypothèses de calcul :

a) Sollicitations d'ensemble:

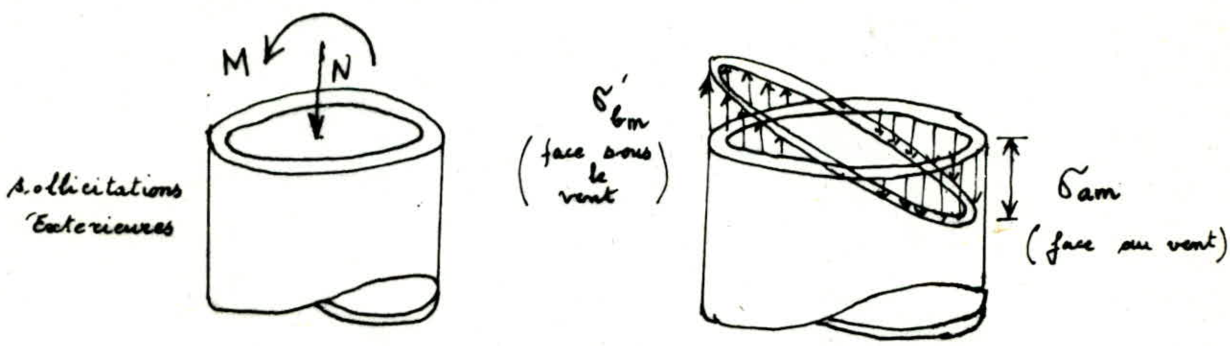
Il est supposé que sous l'effet de sollicitations d'ensemble ,la cheminée peut être considérée comme une console,calculée en theorie des poutres.De plus ,on suppose que le rapport h_0/D est suffisament faible pour pouvoir th--éoriquement concentrer le béton et l'acier dans la surface moyenne,afin de calculer les contraintes moyennes σ_{am} et σ_{bm} .

b) Sollicitations locales

Il est supposé qu'une section entièrement comprimée(ou tendue) ou partiellement comprimée,reste entièrement comprimée(ou tendue)ou partiellement comprimée après l'intervention des sollicitations locales.

c) Il est supposé que la superposition des sollicitations d'ensemble et lo--cales produit une flexion composée dans l'épaisseur de la paroi(flexion+com--pression ou flexion+traction).

**CAS DE CHARGE 'A' (sollicitations d'ensemble)



Nous designerons par($V = G+P$)la charge verticale d'ensemble.

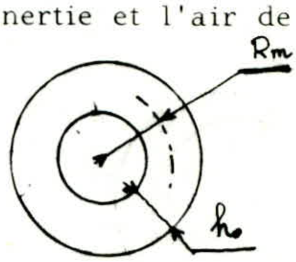
Le moment d'ensemble M et la charge verticale V sont equilibrés par les efforts normaux repartis sur le pourtour de la coque(figure ci-dessous)

Dans ce quit suit, nous utiliserons la methode de l'abaque SALIGER.

"Pour une section entièrement comprimée,la containte maximale dans le béton est calculée d'apres la formule:

$$\sigma'_{bm} = \frac{V}{\Omega} \pm \frac{M}{I} v \quad , \quad I = \pi R_m^2 h_0 \quad , \quad v = R_m$$

où I et Ω ;sont respectivement le moment d'inertie et l'air de la section annulaire du béton homogénisé .



Determination du noyau central:

$$\sigma' = \frac{M v}{I} \pm \frac{V}{\Omega} = \frac{M \cdot D_m/2}{h_0 \pi R_m^3} \pm \frac{V}{\pi h_0 D_m}$$

$$= \frac{M \; D_m/2}{I \;\; h_0 \pi D_m \cdot D_m/8} \pm \frac{V}{\pi h_0 D_m}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma' = \frac{N}{\Omega}\left(1 + 4\frac{e}{D_m}\right) \qquad \left(e = \frac{M}{V}\right)$$

La côte du noyau central est donnée par:

$$\frac{4e}{D_m} = 1$$

Trois cas sont à envisager :

1°) $e < \frac{D_m}{4}$

$$\sigma'_1 = \frac{V}{\Omega}\left(1 + \frac{4e}{D_m}\right) > 0$$

$$\sigma'_2 = \frac{V}{\Omega}\left(1 - \frac{4e}{D_m}\right) > 0$$

section entièrement comprimée.

2°) $e = \frac{D_m}{4}$

$$\sigma'_1 = 2\frac{V}{\Omega} > 0$$

$$\sigma'_2 = \frac{V}{\Omega}(1-1) = 0$$

section entièrement comprimée.

3°) $e > \frac{D_m}{4}$

$$\sigma'_1 = \frac{V}{\Omega}\left(1 + \frac{4e}{D_m}\right) > 0$$

$$\sigma'_2 = \frac{V}{\Omega}\left(1 - \frac{4e}{D_m}\right) \leqq 0$$

section partiellement comprimée ou tendue.

PREMIER GENRE

côte (m)	180	110	40	0
N° section	19	12	5	1
M (ks=1)	2200,493	10162,63	25579,94	37727,
V= G + P	980,364	2548,027	4812,721	6821,822.
D ext (m)	9,00	12,00	15,00	20,00
épaisseur ho(m)	0,183	0,217	0,250	0,350.
Dm / 4	2,20	2,94	3,68	4,91.
M'v = 0.043 M	94,621	436,993	1099,937	1622,291
0.8 Ms	974,376	974,376	974,376	974,376.
Mt=M+M'v+0.8M's	3269,491	11574,00	27654,25	40324,367
e = Mt / V (m)	3,335	4,452	5,746	5,876.
Remarques:	S.P.C.T (*)	S.P.C.T	S.P.C.T	S.P.C.T

DEUXIEME GENRE (SEISME)

côte (m)	180	110	40	0
M seisme (tm)	6068,134	18920,89	36563,26	48623,86.
Vmax (N max)(t)	1190,134	12746,824.	5013,081	7064,094.
V min (N min)	868,8414	2352,652	4562,447	6609,804.
D ext (m)	9,00	12,00	15,00	20,00
épaisseur (m)	0,183	0,217	0,250	0,350.
Dm / 4 (m)	2,204	2,94	3,68	4,91.
M' seisme (tm)	273,829	813,600	1572,222.	2090,826.
Mt = M + M's	6641,963	19734,47	38136,48	50714,686
e = Mt / Nmax	6,0339	7,1845	7,6073	7,1792.
e = Mt / Nmin	7,44	8,38	8,35	7,67.
Remarques	S.P.C.T	S.P.C.T	S.P.C.T	S.P.C.T

(*) S.P.C.T=section partiellement comprimée ou tendue.

DEUXIEME GENRE (VENT EXTREME)

côte (m)	180	110	40	0
N° section	19	12	5	1
1.925 M (ks=1)	4235,949	19563,063	42941,385	72625,823.
1.1 V (t)	1078,41	2802,829.	5293,993	7548,004.
0.9 V (t)	882,335	2293,267	4331,45	6175,64.
D ext (m)	9,00	12,00	15,00	20,00.
épaisseur h_o (m)	0,183	0,217	0,250	0,350.
Dm / 4 (m)	2,2045	2,945	3,687	4,912.
1.925 M'v (tm)	182,145	841,211	2117,38	3122,91.
Mt=1.925(M+M'v)	4418,0944	20444,275	51358,705	75748,733.
e = Mt / 1.1V	4,097	7,28	9,68	10,04.
e = Mt / 0.9V	5,00	8,89	11,86	12,27.
Remarques	S.P.C.T	S.P.C.T	S.P.C.T	S.P.C.T

FERRAILLAGE DE LA SECTION N° 19 (côte 180m)

Cas de charge 'A';(sollicitations dues au vent normal)

$h_o = 0{,}183$ (épaisseur de la section): $h_o = 0{,}183\ m$

(excentricité des efforts): $e = 3{,}335\ m$

$S = \pi D_m \cdot h_o = 5{,}066\ m^2$.

$V = 980{,}364\ t$ (effort normal au niveau 19) $V = 980{,}364\ t$

Calcul du pourcentage d'acier (abaque de SALIGER)

a) sens vertical

On se fixe $\sigma'_{bm} = 70$ bars (contrainte moyenne du beton).

on calcul $a = \dfrac{M}{V.R_m} = \dfrac{e}{R_m} = \dfrac{3{,}335}{4{,}4085} = 0{,}756$.

$$B = \frac{V}{S\sigma'_{bm}} = \frac{980{,}364 \cdot 10^3}{5{,}066 \times 70 \times 10^4} = 0{,}276$$

en utilisant la valeur de a et B dans l'abaque de SALIGER, on determine le porcentage de l'acier qui est inferieur au pour--centage minimal (0.25 %) ,on prend le pourcentage minimal; $0{,}25\%$.

$$\omega_i + \omega_e \geq 0{,}25\%.$$

on prend :

$$A_e = 7T10/ml = 5{,}49\ cm^2/ml.$$

$$A_i = 7T8/ml = 3{,}51\ cm^2/ml.$$

$$\omega_i + \omega_e = \frac{3{,}51 + 5{,}49}{100 \times 18{,}3} = 0{,}49\% > 0{,}25\%.$$

Calcul des contraintes:

avec : $\Sigma\omega = 0{,}49\%$ et $a = 0{,}756$

on lit sur l'abaque: $A = 7{,}96$, $B = 0{,}378$

les contraintes sont;

*) pour le béton: $\sigma'_{bm} = \dfrac{V}{S \times B} = \dfrac{980{,}364 \times 10^3}{5{,}066 . 10^4 . 0{,}378} = 51{,}195\ kg/cm^2$

*) pour l'acier: $\sigma_{am} = A . \sigma_{bm} = 7{,}96 \times 51{,}195 = 407{,}515\ kg/cm^2$.

b) sens transversal:

La contrainte de cisaillement est: $\tau = \dfrac{H}{b . z} \simeq \dfrac{H}{1{,}6 . D_m . h_o}$.

H :effort tranchant =

la contrainte de traction dans les cerces s'exprime par;

$$\sigma_{am} = \frac{100\ \tau}{\Sigma\omega}$$

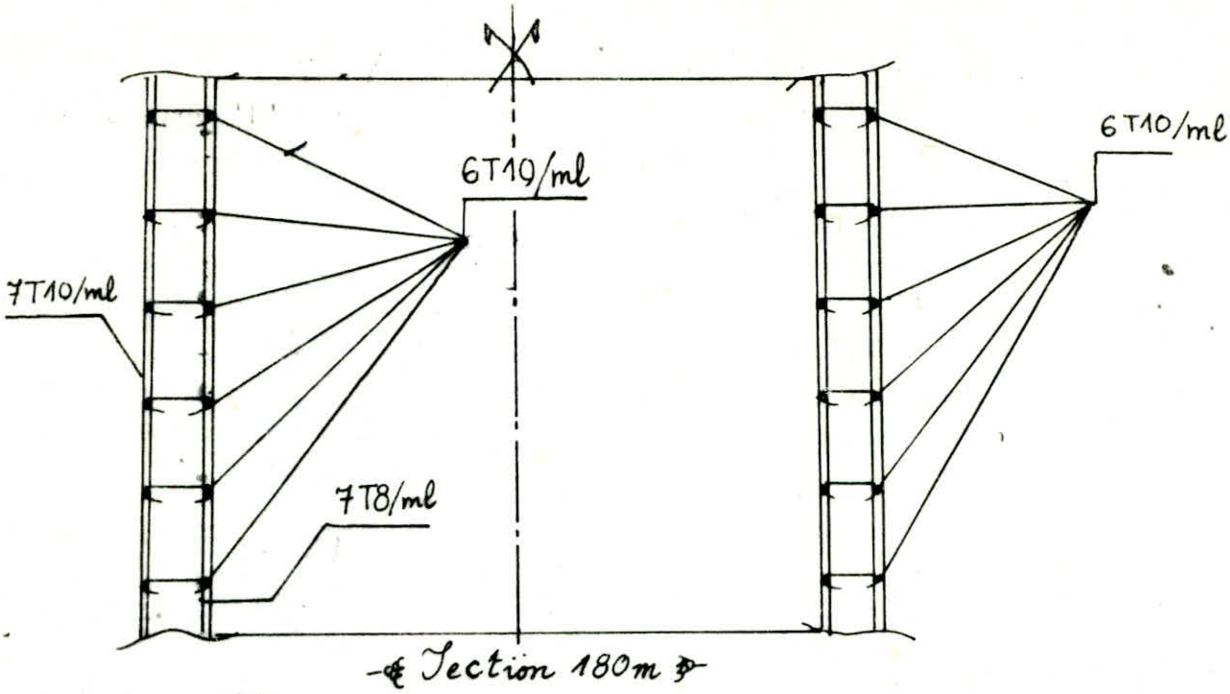
soit :

$$A_i = 7T10 = 4{,}71\ cm^2 \rightarrow \omega_i = \frac{4{,}71}{100 \times 18{,}3} = 0{,}257.$$

$$A_e = 7T10 = 4{,}71\ cm^2 \rightarrow \omega_e = 0{,}257.$$

$$\Sigma\omega = \omega_i + \omega_e = 2 \times 0{,}257 = 0{,}515\% > 0{,}25\%$$

d'où : $$\sigma_{am} = \frac{100 \times (67{,}906) \cdot 10^3}{1{,}6 \times 8{,}817 \times 0{,}51 \times 0{,}183 \times 10^4} = 515{,}758\ kg/cm^2.$$



Cas de charge 'B'

Dans cette categorie de charge,on calculera les contraintes σ_t, σ_c, σ_0 engendrées respectivement;par les sollicitations locales M_t, M_c, M_0

a) Contrainte due au gradiant thermique (B_1)

a-1 **sens vertical:**

*) face sous vent:entierement comprimée.

la contrainte apportée par Mt (béton): $\sigma'_t = \frac{M_t V}{I} = \frac{K_t \cdot h_0^3 \cdot v}{12 I}$.

si $v = h_0/2$; $\sigma'_t = K_t \cdot h_0/2$.

avec $K_t = \frac{E_v \cdot \mu t}{h_0} = \frac{117800 \cdot 10^{-3} \cdot 60}{18,3} = 3,862$.

ce qui donne: $\sigma'_t = 3,862 \cdot \frac{18,3}{2} = 35,34$ kg/cm2.

*) face au vent : entierement tendu.

La contrainte de traction apportée par M_t aux droit des aciers ex- -terieurs :

$$\sigma_t = \frac{n c K_t \cdot h_a}{1 + c} = 232,85 \text{ kg/cm}^2$$

avec $c = A_i/A_e = 3,51/5,49 = 0,64$ et $h_a = h_0 - 2 \times 4 = 18,3 - 8 = 10,3$ cm

$n = 15$, $K_t = 3,862$

a-2 sens horizontal

On considere qu'il s'agit d'une section partiellement comprimée et partiellement tendue soumise à la flexion simple.

Au droit des fibres interieures,nous aurons une contrainte donnée par: $\sigma'_t = K_t \cdot \alpha \cdot h_0$. (béton)

et au droit des fibres exterieures,nous aurons une contrainte donnée par: $\sigma_t = n K_t (\xi - \alpha) h_0$ (acier)

calcul: $c = 4,71/4,71 = 1$ car: $\omega_i = \omega_e = 0,25\%$

Avec ces données,on lit sur un tableau (DIVER p.177) la valeur de α

$\alpha = 0,209$.

d'òu $\sigma'_t = 3,862 \cdot 0,209 \cdot 18,3 = 14,77 \ kg/cm^2$.

$$\sigma_t = 15 \times 3,862 \times 18,3 \times \left(\frac{18,3-4}{18,3} - 0,209/3\right) = 606,83 \ kg/cm^2.$$

b) Cas de charge B_2 (ovalisation et ensoleillement)

b-1 sens vertical

*) sous le vent : section entierement comprimée

$$\sigma'_{ci} = \frac{6 M_{ci}}{h_o^2} \quad \text{(au droit des fibres interieures)}$$

*) au vent :section entierement tendue;

$$\sigma_{ce} = \frac{M_{ce}}{h_a A_e}$$ (contraintes au droit des aciers exterieurs apportées par les moments des consoles)

$$\sigma_{ci} = \frac{M_{ci}}{h_a . A_i}$$ (contraintes au droit des aciers interieurs apportées par les moments des consoles)

on a vu precedement que: $M_{ce} = M_{ci} = M_c/2 = 200 \ kgm/ml$.

$$\sigma_{ci} = \frac{6 . 200}{(18,3)^2} = 3,58 \ kg/cm^2.$$

$$\sigma_{ce} = \frac{200}{10,3 \times 5,49} = 353,7 \ kg/cm^2.$$

$$\sigma_{ci} = \frac{200}{10,3 \times 3,51} = 553,2 \ kg/cm^2.$$

b-2 sens transversal

Dans le sens transversal agit le moment d'ovalisation dont les contraintes sont calculées ,connaissant la position de l'axe neutre, par:

$$\sigma_o = \frac{M_o}{h_o(\xi - \alpha/3) . A}.$$

Aux effets d'ovalisation s'ajoute l'effet d'ensoleillement et , qui produisent les contraintes suivantes:

*) Traction dans les aciers exterieurs:

$$\sigma_{oe} = \frac{M_{oe}}{h_o(\xi - \alpha/3) . A_e} = \frac{665,46 . 100}{18,3\left[(18,3-4)/18,3 - 0,209/3\right] \times 4,7} = 1084,725 \ kg/cm$$

$$0,8\,\sigma_{\tau i} = \frac{0,8 \times M_{\tau e}}{h_o(\xi - \alpha/3) . A_i} = \frac{0,8 \times 4140}{18,3\left[(18,3-4)/18,3 - 0,209/3\right] \times 4,7} = 53,987 \ kg/cm$$

*) Traction dans les aciers interieus:

$$\sigma_{oi} = \frac{M_{oi}}{h_o(\xi - \alpha/3) . A_e} = \frac{740,59 . 10^2}{18,3\left[(18,3-4)/18,3 - 0,209/3\right] \times 4,7} = 1207,2 \ kg/cm^2$$

$$0,8\,\sigma_{\tau i} = \frac{0,8 \times M_{\tau i}}{h_o(\xi - \alpha/3)\, A_i} = \frac{0,8 \times 0,0752 . 10^5}{18,3\left[(18,3-4)/18,3 - 0,209/3\right] \times 4,7} = 94,803 \ kg/cm$$

c) Cas de charge C :-

Conformement à l'hypothèse (b) ,on fait dans ce cas de charge un cumul arithmetique des contraintes engendrées par le gradiant thermique et des moments locaux.

Cas de charge 'C':

dans ce cas de charge,on evalue les contraintes finales σ_b'' et σ_a' sous l'action des sollicitations d'ensembles et locales conformement aux règles S_1^3 , S_1^4 , S_2^4 , S_2^5 .

Les hypotheses des contraintes fournit les relations suivantes:

- $\sigma_b' = \sigma_{bm}' + \sigma_t' + \sigma_c' + \sigma_o'$.
- $\sigma_a = \sigma_{am} + \sigma_t + \sigma_c + \sigma_o$

-Il faut evidement retenir pour chaque calcul,des contraintes réelles existantes.

§ CONTRAINTES 1'er GENRE -- SECTION- 180m -- §

unité kg/cm²			cas de char 'A' sollicitation d'ensemble	cas de charge 'B' sollicitations locales			cas de charge 'C' sollicitations d'ensemble + locales
				'B 1' gradiant thermique	'B 2' moments loceaux	'B 3' = B1 + B2	
sens vertical	BETON		$\sigma'_{bm} = \frac{V}{\Omega B}$ 51,195	$\sigma'_t = K_t . h_0/2$ 35,34	$\sigma'_{ci} = 6 M_{ci}/h_0^2$ = 3,58	$\sigma'_{ci} + \sigma'_t =$ 38,92	$\sigma'_{bm} + \sigma'_t + \sigma'_{ci}$ 90,115.
	ferraillage	nappes exterieure	$\sigma_{am} = A \sigma'_{bm}$ 407,515	$\sigma_t = \frac{n c K_t h_a}{1+c}$ 232,85	$\sigma_{ce} = \frac{M_{ce}}{h_a . A_e}$ 353,7	$\sigma_t + \sigma_{ce}$ 586,55	$\sigma_t + \sigma_{ce} + \sigma_{am}$ 1004,63.
		nappes interieures		~	$\sigma_{ci} = \frac{M_{ci}}{A_i . h_a}$ 553,2.	$0 + \sigma_{ci}$ = 553,2	$\sigma_t + \sigma_{ce} + \sigma_{am}$ 1004,63.
sens transval	ferraillage	nappes exterieure	$\sigma_{am} = \frac{100 H}{1,6 D_m \Sigma \omega h_0}$ 515,758	$\sigma_t = n K_t h_0 (\xi - \alpha)$ 606,99.	$\sigma_{0e} = 1084,72$. $0,8 \sigma_{re} = 53,98$.	$\sigma_t + \sigma_{0e} + 0,8 \sigma_{re}$ 1745,53.	$(\sigma_t + \sigma_{0e} + 0,8 \sigma_{re}) \times 0,85$ 1922,15.
		nappes interieures		~	$\sigma_{0i} = 1207,191$ $0,8 \sigma_{ri} = 94,80$.	1301,99	$\sigma_{0i} + 0,8 \sigma_{ri}$ 1301,99.

§ CONTRAINTES 2'ème GENRE --section 180 m -- §

cas de charge 'A' sollicitatios d'ensemb		unité : kg/cm^2	cas decharge ' A ' sollicitations d'ensemble	cas de charge ' B ' sollicitations locales			cas de charge ' C ' = A + B3	cas de charge 'C'	
seisme (1) avec V= N max	seisme (2) avec V= N min			B 1	B 2	B3 = B1+B2		séisme (1) + B3	seisme (2) + B3
$\sigma'_{bm} = \frac{N_{max}}{B\Omega}$ 98,767	$\sigma'_{bm} = \frac{N_{min}}{B\Omega}$ 100,83	Beton	$\sigma'_{bm} = \frac{1,1V}{B\Omega}$ 73,4	$\sigma'_t = K_t h_o/2$ 35,34	σ'_{ci} 39,28	$\sigma'_t + \sigma'_{ci}$ 39,28	$\sigma'_{bm} + \sigma'_t + \sigma'_{ci}$ 112,68	$\sigma'_{bm} + \sigma'_t + \sigma'_{ci}$ 147,927	$\sigma'_{bm} + \sigma'_t + \sigma'_{ci}$ 147,18
$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 2765,48	$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 3631,72	sens transversal, ferraillage, nappe-exter	$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 1321,2	$\sigma_t = \frac{nK_t h_a}{1+C}$ 232,85	$\sigma_{ce} = \frac{0,9 M_{ce}}{A_e h_a}$ 318,33	$\sigma_t + \sigma_{ce}$ 551,18	$\sigma_{am} + \sigma_t + \sigma_{ce}$ 1872,38	$\sigma^{S_1}_{am} + \sigma_t + \sigma_{ce}$ 4082,2	$\sigma^{S_2}_{am} + \sigma_t + \sigma_{ce}$ 4182,9
~	~	sens transversal, ferraillage, nap-int		~	~	~	~	~	~
$\sigma_{am} = \frac{100H}{1,6 D_m h_o \Sigma\omega}$ 1083,17	$\sigma_{am} = \frac{100H}{1,6 D_m h_o \Sigma\omega}$ 1083,17	sens vertical, ferraillage, nappe ext	$\sigma_{am} = \frac{1,925 \cdot 100H}{1,6 D_m h_o \Sigma\omega}$ 992,95	$\sigma_t = nK_t h_o(\xi - \alpha)$ 606,83	σ_{oe} 2088,08	$\sigma_t + \sigma_{oe}$ 2694,9	3687,86	3778,086	3778,086
~		sens vertical, ferraillage, nappe int		~	~	~	~	~	~

§ CONTRAINTES 1 'er GENRE -- cestion 40 m -- §

unité kg/ cm^2			cas de charg ' A ' sollicitation d'ensemble	cas de charge 'B' sollicitation locales ' B 1 ' gradiant thermique	' B 2 ' moment s loceaux	' B 3 ' = B1 + B2	cas de charges ' C ' sollicitation d'ensemble + locales
sens vertical	BETON		σ'_{bm} = 84,96	σ'_t = 31,72	σ'_{ce} = 1,92	33,64	118,6
	ferraillage	nappes exterieur 7T16	σ_{am} = 552,26	37 371,41	σ_{ce} = 36,38	407,79	959,96
		nappes interieure 7T20		σ_{ci} = 56 ~	σ_{ci} = 56,86	56,86	609,12
sens transversal	ferraillage	nappes exterieures 6T12	σ_{am} = 873,12	σ_t = 888,74	σ_{oe} = 642,53 $0{,}8\sigma_{\tau_e}$ = 32,26	1563,53	$\sigma_{ci} = 0{,}85(\sigma_{am}+\sigma_t+\sigma_{oe}+0{,}8\sigma_{ce})$ 2071,15
		nappes interieure 6T12		~	σ_{oi} = 715,51 $0{,}8\sigma_{\tau_i}$ = 58,67	774,18	774,18

§ CONTRAINTES 2'ème GENRE -- section 40 m -- §

cas de charge 'A' sollicitation d'ensemb		unité kg/ cm²			cas de charg 'A' sollicitations d'ensembles	cas de charge 'B' sollicitations locales			cas de charge 'C' = A + B3	cas de charge 'C'	
déisme (1) V = Nmax	séisme(2) V= Nmin					B 1	B 2	B 3		séisme(1) + B3	séisme(2) + B3
$\sigma'_{bm}=\frac{N_{max}}{\Omega B}$ 105,51	$\sigma'_{bm}=\frac{N_{min}}{\Omega B}$ 102,1	Beton			$\sigma'_{b}=\frac{1,1V}{B\Omega}$ 136,55	σ'_t = 44,15	σ'_{ce} = 2,112	46,262	182,8	151,77	148,362
$\sigma_{am}=A\sigma'_{bm}$ 1318,875	$\sigma_{am}=A\sigma'_{bm}$ 1480,45	sens vertical	ferraillage	napp- exter 7T16/ml	σ_{am} = 3666,7	σ_t = 371,41	32,742	404,152	4070,9	1723,027	1884,602
				npp-int 7T20/ml		~	~	~	~	~	~
$\sigma_{am}=\frac{100\,H}{\Sigma\omega\, D_m\, 1{,}6\, h_o}$ 1012,32	1012,32	sens transversal	ferraillage	napp-ext 6T12/ml	σ_{am} = 1680,756	σ_t = 888,74	1236,87	2125,61	3806,366	3137,93	3137,93
				napp-int 6T12/ml		~	~	~	~	~	~

§ CONTRAINTES 1'er GENRE -- section 110m-- §

unité kg/ cm^2			cas de char 'A' sollicitation d'ensemble	cas de charge 'B' sollicitations locales: 'B 1' gradiant thermique	cas de charge 'B' sollicitations locales: 'B 2' moments loceaux	cas de charge 'B' sollicitations locales: 'B 3' B1 + B2	cas de charge 'C' sollitation d'ensemble + locale
sens vertical	BETON		$\sigma'_{bm} = \frac{V}{\Omega B}$ 88,11	σ'_t = 39,78	σ'_{ci} = 2,55	42,33	130,44
sens vertical	ferraillage	nappes exterieur	$\sigma_{am} = A \sigma'_{bm}$ = 881,1	σ_t = 238,7	σ_{ce} = 77,49	316,19	1197,29
		nappes interieures		~	σ_{ci} = 158,16	158,16	1039,26
sens transversal	ferraillage	nappes exterieure	$\sigma_{am} = \frac{100 \times H}{1,6\, D m\, \Sigma \omega h_0}$ 947,41	σ_t = 698	σ_{oe} = 863,15 $0,8\sigma_{ce}$ = 39,44	1600,59	2249,211
		nappes interieures			σ_{oe} = 863,15 $0,8\sigma_{ce}$ = 67,61	1274,801	1274,801

§ CONTRAINTES 2'ème GENRE -- section 110m -- §

cas de charge 'A' sollicitation d'ensem		unité :	cas de charg ' A ' sollicitation d'ensemble	cas de charge ' B ' sollicitations locales			cas de charge 'C' = A + B3	cas de charge 'C'	
séisme (1) V = Nmax	séisme (2) V = Nmin	kg / cm^2		B 1	B 2	B 3		séisme (1) + B3	séisme(2) + B3
$\sigma'_{bm} = \frac{N_{max}}{\Omega B}$ 114,20	$\sigma'_{bm} = \frac{N_{min}}{\Omega B}$ 117,38	Beton	$\sigma'_{bm} = 104,85$	39,78	2,81	42,59	147,44	156,79	159,97
$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 2055,6	$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 2699,88	sens vetical / ferraillage / napp-exter	$\sigma_{am} =$ 1887,3	238,7	69,74	308,44	2159,74	2364,14	3007,32
		sens vetical / ferraillage / nap-int		~	~	~	~	~	~
$\sigma_{am} =$ 1057,34	$\sigma_{am} =$ 1057,34	sens transvarsal / ferraillage / napp-ext	$\sigma_{am} =$ 1251,35	698	1661,56	2359,56	3610,91	3416,9	3416,9
		sens transvarsal / ferraillage / napp-int		~	~	~	~	~	~

§ CONTRAINTES 1 'er GENRE -- section 0.00m -- §

unité kg / cm 2			cas de charges ' A '	cas de charges 'B' (sollicitations locales) ' B 1' gradiant thrmique	' B 2 ' moments loceaux	' B 3 ' = B2 + B1	cas de charges ' C ' = A + B3
sens vertical	BETON		$\sigma'_b = \frac{V}{\Omega}$ 67,81	$\sigma'_t = K_t h_o/2$ 55,19	$\sigma'_{ce} = 6 M_{ce}/h_o^2$ 1	$\sigma'_b = \sigma'_t + \sigma'_{ce}$ 56.19	124,9
sens vertical	ferraillage	nappes exterieure 6T16/ml	$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 151,16	$\sigma'_t = \frac{nK_t h_a}{1+C}$ 426,03	$\sigma_{ce} = \frac{M_{ce}}{A_e . h_a}$ 66,33	492,96	644,12
sens vertical	ferraillage	nappes interieures 6T12/ml		~	$\sigma_{ci} = \frac{M_{ci}}{A_i . h_a}$ = 117,82	117,82	268,98
sens transversal	ferraillage	nappes exterieure 6T12/ml	$\sigma_{am} = \frac{100H}{1,6D_m \Sigma\omega h}$ 551,708	$\sigma_t = nK_t h_o(\xi-\alpha)$ 1104,45	$\sigma_{oe} = M_{oe}/h_o(\xi-\frac{\alpha}{3})A_e$ 555,63 $0,8\sigma_{re} = 66,66$	1726,74	2278,448
sens transversal	ferraillage	nappes interieures 6T12/ml	~	~	$\sigma_{oi} = 618,74$ $0,8\sigma_{ri} = 121,17$	739,91	739,91

§. CONTRAINTES 2'ème GENRE -- section 0.00 m -- §

cas de charge 'A' sollicitations d'ensem		unité: kg/cm^2			cas de char 'A' sollicitations d'ensembles	cas de charge 'B' sollicitations locales			cas de charge 'C' = A + B3	cas de charge'C'	
séisme (1) V= Nmax	séisme (2) V = Nmin					B 1	B 2	B 3		séisme (1) + B3	séisme(2) + B3
$\sigma'_{bm} = \frac{N_{max}}{\Omega B}$ 81,79	$\sigma'_{bm} = \frac{N_{min}}{\Omega B}$ 78,5	Beton			$\sigma'_b = \frac{1,1V}{B\Omega}$ 129,48	$\sigma'_t =$ 55,19	σ'_{ce} 1,1	56,29	185,77	138,08	134,79
$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 572,58	$\sigma_{am} = A\sigma'_{bm}$ 588,75	sens vertical	ferraillage	napp-exter	$\sigma_{am} =$ 2589,6	σ_{tam} = 426,03	σ_{ce} 59,7	485,73	3075,33	1058,31	1074,48
				npp-int		~	~	~	~	~	~
$\sigma_{am} = \frac{100\ H}{1,6 D_m \Sigma w.h_o}$ 568,69	$\sigma_{am} =$ 568,69	sens transversal	ferraillage	napp-ext	$\sigma_{am} =$ 966,35	$\sigma_t =$ 1104,45	$\sigma_{oe} =$ 1069,59	2174,04	3140,39	2742,73	2742,73
				napp-int		~	~	~	~	~	~

L'éxperience Américaine impose pour s'assurer rapidement de la stabilité de la fondation, que les contraintes respectent les conditions qui suivent;

$$\boxed{\sigma_{1,2} = \frac{1{,}1 N}{A} \pm \frac{M_o . R}{I}}$$

il faut avoir; $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} < 3$, $\sigma_2 > 0$ $\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 < \sigma_{Sol}$ (= 3 bars).

N : effort normal (niveau 0) 6861,8 t.

M_o : moment resultant à la base= M (niveau 0) + 10 T.

T ; effort tranchant à la base; T (niveau 0) = 327,667 t

$\Rightarrow M_o = M + 10T = 40324{,}367 + 10 \times 327{,}667 = 43601{,}03$ t.m.

A ; aire de la fondation.

R ; rayon de la fondation.

I ; moment d'inertie de la fondation.

Pour notre cas, même un diamètre de (45m) pour la fondation ne resoud pas le problème

$$I = \frac{\pi . D^4}{64} = \frac{3{,}14 . 45^4}{64} = 20.10^4 \ m^4 .$$

$$A = \frac{\pi . D^2}{4} = 16 . 10^2 . m^2 .$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{1{,}1 . 6861{,}8}{16 . 10^2} \pm \frac{43601{,}03}{20 . 10^4} . 22{,}5 = 4{,}717 \pm 4{,}910 \ T/m^2 .$$

$$\sigma_1 = 9{,}622 \ T/m^2 .$$

$$\sigma_2 = -0{,}188 \ T/m^2 .$$

La solution "fondations profondes" s'impose.

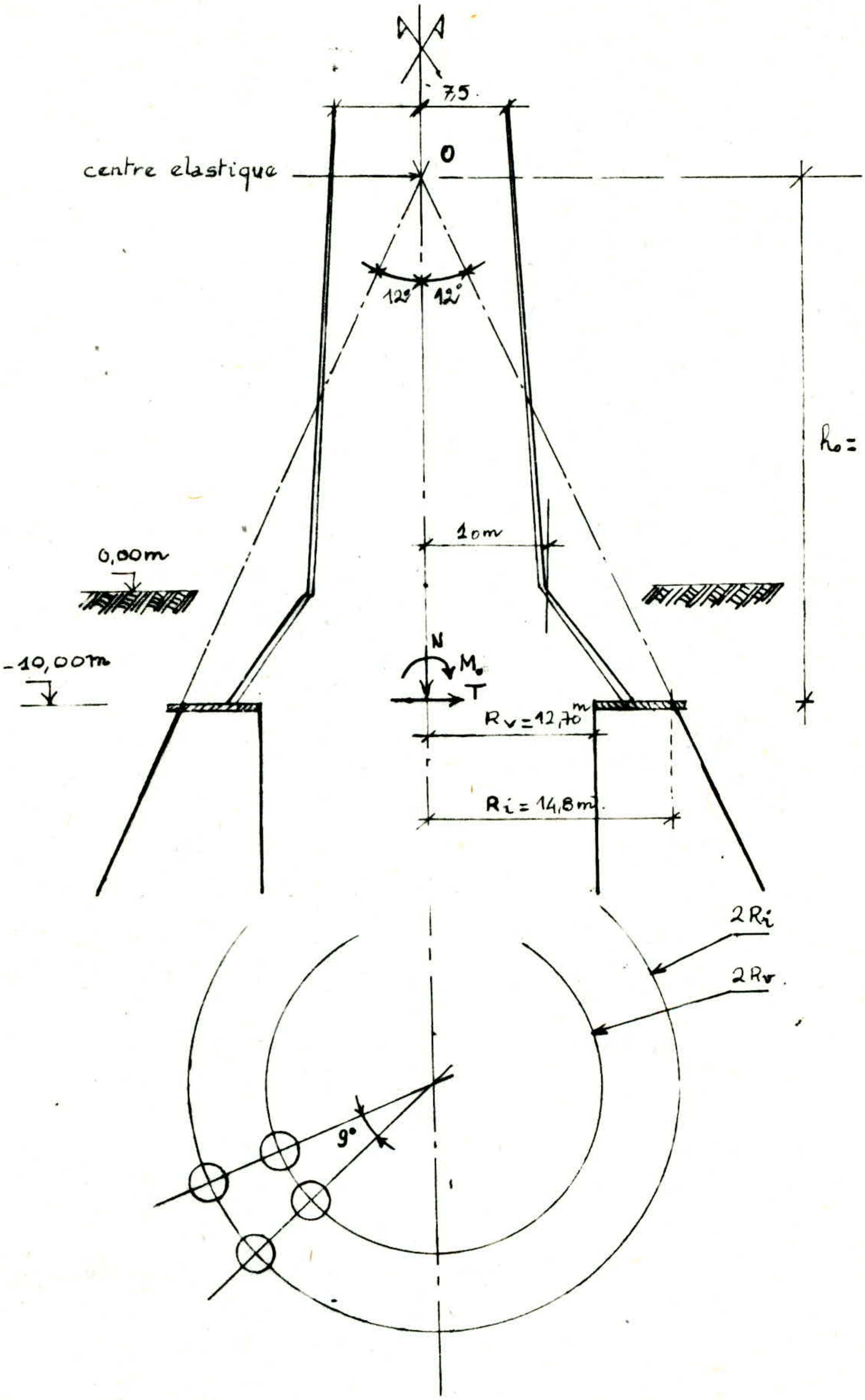
CALCUL DES PIEUX

Dans ce qui ce suit, nous utiliserons pour le calcul des pieux, la theorie du centre élastique.

Le règlement impose, que les tractions pour les sollicitations du 1'er genre sont interdites, sauf prescritions speciales;

Pieux verticaux:

$$\boxed{F_v = \frac{1{,}1 \ N}{n_v + n_i \cos^3\alpha} \pm \frac{2 \ T . \Delta H}{R_v \ n_v}}$$


7,5
centre elastique
O
12°
12°
h_0 =
1m
0,00m
-10,00m
N
M_0
T
$R_v = 12,70^m$
$R_i = 14,8m$
$2R_i$
$2R_v$
9°

$$\Delta H = \frac{M}{T} - h_o = \frac{40324}{327,664} - 69,628 = 53,44.$$

$\alpha = 12°$

$$F_V = \frac{1,1\,(6861,8)}{40\,(1 + \cos^3(12))} \pm \frac{2\,(327,667) \times 53,44}{12,7 \times 40}$$

$$= 91,48 \pm 68,94.$$

$$\Rightarrow \quad F_{V\,max} = 160,42\ t \quad \text{(compression)}$$

$$F_{V\,min} = 22,54\ t \quad \text{(compression)}$$

Pieux inclinés:

$$\boxed{F_i = \frac{1,1\,N \cos^2\alpha}{n_V + n_i \cos^3\alpha} \pm \frac{2T}{n_i \sin\alpha}}.$$

$$F_i = \frac{1,1\,(6861,8)\cos^2(12)}{40\,(1 + \cos^3 12)} \pm \frac{2\,(327,667)}{40 \sin(12)}$$

$$= 93,26 \pm 78,80$$

$$\Rightarrow \quad F_{i\,max} = 172,06\ t \quad \text{(compression)}$$

$$F_{i\,min} = 14,46\ t \quad \text{(compression)}$$

ARMATURES/

Longitudinales $\tilde{\omega} = 1,2\ \%$; $1\% < \omega < 2\%$ (DAVIDIAN page 64)

d'òu

$$A_L = 3848,4 \times \frac{1,2}{100} = 46,18\ cm^2$$

soit;

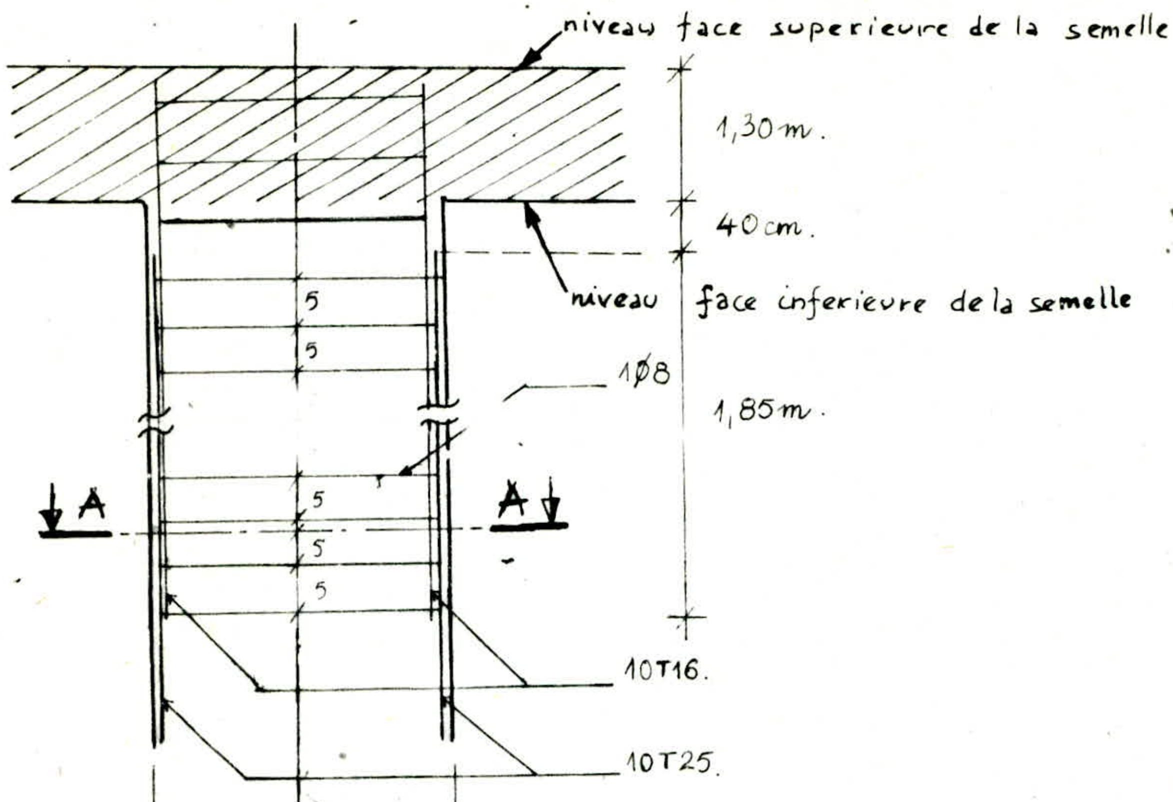
$10\,T\,25$ $\quad A_L = 49,09\ cm^2$ en F_eE40.

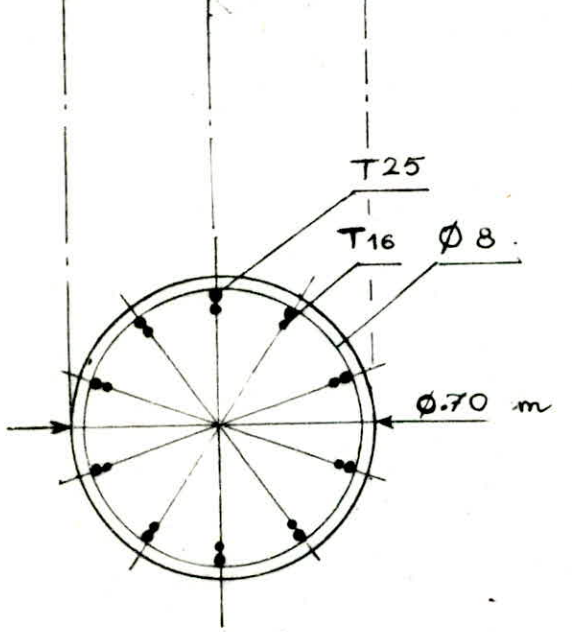
transversales

$A_t = \phi 8$ $\quad F_eE24$

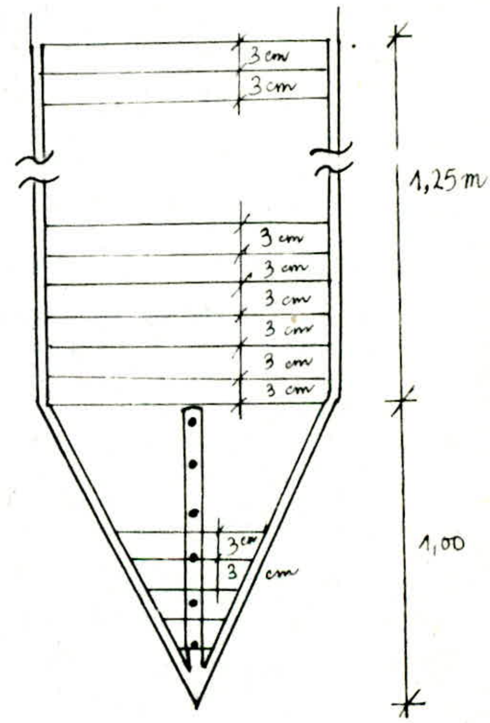
espacement de 5cm à la tête et à la pointe.

et de 10-15 cm ailleurs.





coupe A-A



- feraillage de la tête de pieu -

ferraillage - sabot -

Determination des contraintes:

1'er GENRE:

Pieux verticaux:

$$\sigma_b' = \frac{1{,}1\,N}{S + s\,\cos^3\alpha} \pm \frac{2T.\Delta H}{R_v.S}$$

s, S ; section homogenisée d'un pieu

$$\frac{s}{40} = \frac{S}{40} = \frac{\pi D^2}{4} + 15\,A_L = 3{,}14 \times \frac{(0{,}7)^2}{4} + 15 \times 49{,}09.10^{-4} = 0{,}4585\ m^2$$

$$\Delta H = \frac{M}{T} - h_o = \frac{40324}{327{,}667} - 69{,}628 = 53{,}43\ m$$

$$s = S = 18{,}339\ m^2$$

$$\sigma_b' = \frac{1{,}1 \times 6861{,}8}{18{,}339(1 + \cos^3 12)} \pm \frac{2 \times 327{,}667 \times 53{,}43}{12{,}7 \times 18{,}339} = 212{,}606 \pm 150{,}338$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma'_{b\,max} = 36{,}29\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \ ; \ OK! \\ \sigma'_{b\,min} = 6{,}23\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \ ; \ OK! \end{cases}$$

Pieux inclinés:

$$\sigma_b' = \frac{1.1\,N\cos^2\alpha}{S + s.\cos^3\alpha} \pm \frac{2T}{s.\sin\alpha}$$

$$\sigma_b' = \frac{1{,}1 \times 6861{,}8}{18{,}339(1 + \overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2 \times 327{,}667}{18{,}339 \times 0{,}208}$$

$$= 212{,}655 \pm 171{,}873.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma'_{b\,max} = 38{,}45\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 . \ OK! \\ \sigma'_{b\,min} = 4{,}08\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 . \ ok! \end{cases}$$

Conclusion:

On remarque l'absence de traction au niveau des pieux pour la verification au 1'er genre.

2'ème GENRE: vent extreme:

Pieux verticaux:

$$N = 6861{,}8\,t \ , \quad T = 1{,}925 \times 327{,}667 = 630{,}75\,t \ , \quad \Delta H = 53{,}43\ m$$

$$\sigma_b' = \frac{1{,}1\,N}{S + s\cos^3\alpha} \pm \frac{2T.\Delta H}{R_v.S} = \frac{1{,}1 \times 6861{,}8}{18{,}339(1 + \overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2 \times 630{,}75}{12{,}7 \times 18{,}339}$$

$$\sigma_b' = 212{,}606 \pm 289{,}401$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma''_{b\,max} = 50{,}20\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b = 75\ kg/cm^2 \rightarrow OK! \\ \sigma_b = -7{,}67\ (\text{traction}),\ \sigma_b = 7{,}67\,kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b = 11{,}4\ kg/cm^2 \\ \quad (\bar{\sigma}_b = 1{,}5 \times (7{,}6) = 11{,}4\ kg/cm^2) . \quad ok! \end{cases}$$

Pieux inclines

$$\sigma_b = \frac{1{,}1\, N \cos^2\alpha}{S + S\cos^3\alpha} \pm \frac{2T}{R_i \sin\alpha} = \frac{1{,}1\ 6861{,}8\ \cos^2 12}{18{,}339\,(1+\cos^3 12)} \pm \frac{2\times 630{,}75}{18{,}339 \cdot \sin 12}$$

$$= 223{,}417 \pm 330{,}85$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_b'\ max = 55{,}42\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \rightarrow OK! \\ \sigma_b = (-)\ 10{,}70\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \rightarrow OK! \end{cases}$$

Verification des contraintes au second genre (Seisme ,N=Nmax)

$N = 0{,}1\times 6861{,}8 + 7064{,}09\ t$, $T = 337{,}75$ $M = 50714{,}686 + 10 \cdot 337{,}75 = 54092{,}8\ t.m$

$$\Delta H = M/_T - h_o = 54082{,}8/337{,}75 - 69{,}628 = 90{,}528\ m.$$

Pieux verticaux

$$\sigma_b' = \frac{7064{,}09 + 686{,}18}{18{,}339\times(1+\overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2\times 337{,}75\times 90{,}528}{12{,}7\times 18{,}339} = 218{,}354 \pm 262{,}560.$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \sigma_{b\,max}' = 48{,}09\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \longrightarrow OK! \\ \sigma_b = (-)4{,}42\ kg/cm^2 \quad (traction). \end{cases}$$

$$\sigma_b = 4{,}42\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b = 11{,}4\ kg/cm^2 = (1{,}5\times 7{,}6) \longrightarrow OK!$$

Pieux inclines

$$= \frac{(686{,}18 + 7064{,}09)\times \overline{0{,}978}^2}{18{,}339\times(1+\overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2\times 337{,}75}{18{,}339\times 0{,}208} = 208{,}716 \pm 177{,}087.$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \sigma_{b\,max}' = 38{,}58\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \longrightarrow OK! \\ \sigma_{b\,min}' = 3{,}16\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \longrightarrow OK! \end{cases}$$

Verification des contraites au second genre (Seisme , N=Nmin)

Pieux verticaux:

$N = 0{,}1\times 6861{,}8 + 6609{,}804\ t$, $T = 337{,}75$, $M = 54092{,}18\ t.m$; $\Delta H = 90{,}528\ m$.

$$\sigma_b' = \frac{6609{,}804 + 686{,}18}{18{,}339\,(1+\overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2\times 337{,}75\times 90{,}528}{12{,}7\times 18{,}339} = 205{,}393 \pm 262{,}560$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \sigma_{b\,max}' = 46{,}79\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b = 75\ kg/cm^2 \rightarrow OK! \\ \sigma_b = (-)\ 5{,}71\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b = 11{,}4\ kg/cm^2 \rightarrow OK! \end{cases}$$

Pieux inclines :

$$\frac{(686{,}18 + 6609{,}804)\times \overline{0{,}978}^2}{18{,}339\,(1+\overline{0{,}978}^3)} \pm \frac{2\times 337{,}75}{18{,}339\times 0{,}208} = 196{,}609 \pm 177{,}75$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \sigma_{b\,max}' = 37{,}43\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \longrightarrow ok! \\ \sigma_{b\,min}' = (+)1{,}88\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_b' = 75\ kg/cm^2 \longrightarrow OK! \end{cases}$$

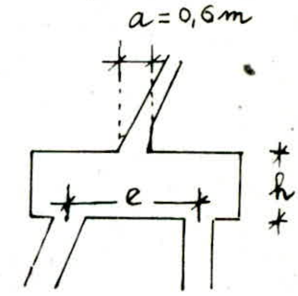
Conclusion:

Les contraintes engendrees par les sollicitations du 2'ème genre sont inferieures aux contraintes admssibles (CQFD)

CALCUL DE LA SEMELLE ANNULAIRE:.

C'est une semelle annulaire considerée comme rigide, reposant sur deux couronnnes de pieux, verticaux et inclinés.

a) Caracteristiques de la semelle constituant le massif:



L'ecartement entre les pieux : e

GUERRIN recommande:

$$e \geq 30\,\phi = 30 \times 0{,}70 = 2{,}10\ m.$$

on prendra $e = 2{,}40\ m$ et $h \geq \frac{e}{2} = 1{,}20\ m.$

le bureau securitas preconise pour eviter tout risque de poinconnement

$$h \geq 0{,}33\,(e\sqrt{3} - 0{,}90\,a).$$

a :épaisseur de la paroi au dessus de la semelle

$$h \geq 0{,}33\,(2{,}40\sqrt{3} - 0{,}9 \,.\, 0{,}60) = 1{,}19\ m.$$

on prendra : $h = 1{,}30\ m.$

b) Calcul pratique des armatures de la semelle:

1°- Armatures transversales:

Effort par metre lineaire au niveau superieur de la semelle:-
chaque groupe de deux pieux interesse une longueur de semelle: ℓ

$$\ell = \pi . D_m . \frac{\alpha}{360} = 3{,}14 \times 27{,}50 \times \frac{9}{360} = 2{,}16\ m.$$

d'ou :

$$N/ml = \frac{7507{,}999}{3{,}14 \times 27{,}50} = 86{,}948\ T$$

soit pour : $2{,}16\ m \Rightarrow N = 86{,}95 \times 2{,}16 \simeq 188\ t.$

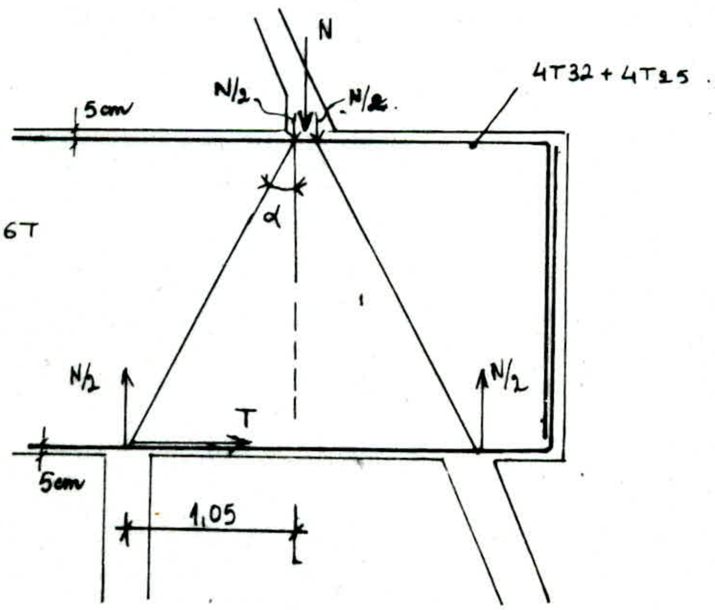
Pour determiner les armatures, appliquons la methode des bielles:

$N/2 = 94\ t$

$T = \frac{N}{2}\,tg\alpha$

$= 94 . \frac{1{,}05}{1{,}25} = 78{,}96T$

$T = 78{,}96T.$



L'effort le plus defavorable etant le Nmax

$$T = 0{,}84 \cdot 242{,}97 = 203{,}766\ T.$$

$$A = \frac{203{,}766 \cdot 10^3}{4000} = 51\ cm^2.$$

Soit : $4T32 + 4T25 \Rightarrow A = 51{,}8\ cm^2$.

2°-Armatures longitudinales:

Nous avons vu que : $N/ml = 87\ T/ml$.

$\varphi = 21°85 \qquad tg\varphi = 0{,}4.$

$$\frac{T}{N} = tg\varphi \Rightarrow T = N\,tg\varphi = 87 \times 0{,}4 = 34{,}8\ T/ml.$$

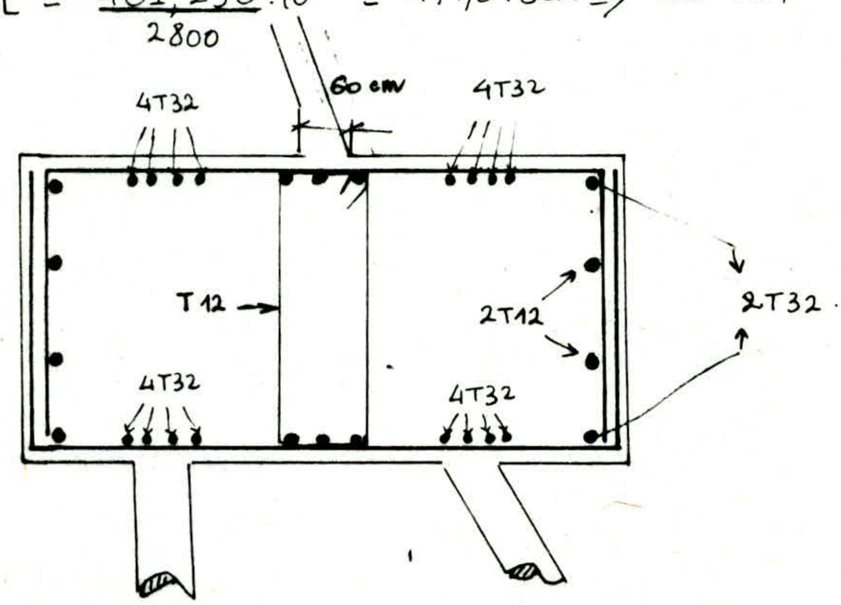
rayon moyen $\quad R_m = \frac{D_m}{2} = 13{,}75\ m$.

d'ou la traction dans les cerces:

$$34{,}8 \times 13{,}75 = 481{,}250\ T.$$

d'ou les armtures longitudinales en'traction'

$$A_L = \frac{481{,}250 \cdot 10^3}{2800} = 171{,}875\ cm^2 \Rightarrow 20T32 + 6T25$$



*************** C O N C L U S I O N **************

Ce modeste travail a developpé un sens d'analyse et a devoilé de nouvelles connaissances et orientations concernant les differentes disciplines qui sont:

- Analyse du comportement des structures sous l'action sismique et calcul des caracteristiques dynamiques (modes propres de vibrations, periodes propres,matrice des raideurs,matrice des souplesses,matrice dynamique etc..) .

- Utilisation d'un outil precieux,à savoir l'informatique,et ce pour pour determiner les differentes caracteristiques de la structure,elastiques, dynamiques et les forces sismiques etc.. .

Pour l'étude de la cheminée,nous avons analysé les effets separés et combinés du vent,de la temperature et du poids propre ainsi que l'ensoleillement.Nous avons aussi examiné tout ce qui concerne les sollicitations d'ensomble d'une part et les sollictations locales d'autre part y compris les moments secondaires et ce à la base des règles applicaples aux cheminées.Et en fin l'évaluation des contraintes effectives dans les deux sens,transversal et vertical,selon les cas de charges.

Nous pensons qu'avec ce modeste travail avoir apporté une contribution originale et non négligeable.

B I B L I O G R A P H I E

* Pr. B.TILIOUINE (Cours de dynamique des structures) .

* CLOUGH and PENZINE (Dynamique of structures).

* Alain CAPRA-Victor DAVIDOVICCI (Calcul dynamique des structures en zone sismique).

* MARIUS DIVER (Calcul des tours en béton armé).

* BATH and WILSON (finite élement method).

* TOUSOT-DATH (Une presentation de la methode des élements finis).

* DAVIDIAN (Pieux et fondations).

* I-MOROLIOUBOV (Problèmes de resistance des materiaux).

* G.PISSARENKO (Aide memoire de resistance des materiaux).

* REGLES PARASISMIQUES ALGERIENNES 81 (Revisé 83).

* REGLES PARASISMIQUES FRANCAISES 69.

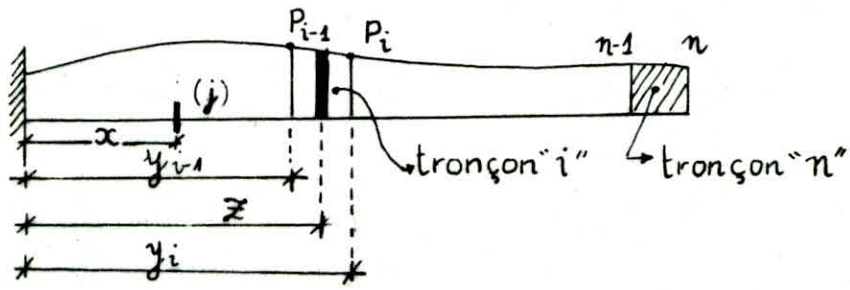
* REGLES NEIGES ET VENT 65.

* ANNALES ITBTP.

ANNEXES

CALCUL DES MOMENTS ET DEFORMATIONS

Soit une console de longueur ℓ soumise à une charge distribuée suivant une loi quelconque continument dérivable;



Soit en x la section òu en cherche le moment fléchissant

y_{i-1}, y_i :les abscisses des sections extrèmes du tronçon consideré.

P_{i-1}, P_i ;les valeurs respectives de la charge.

z ; une variable d'integration.

$y_i - y_{i-1}$;longeur de chaque troncon.

Le moment dans la section x produit par les charges appliquées sur le troncon i s'écrit:

$$M(x,i) = \int_{\ell} p(z)(z-x)\,dz \qquad (1)$$

comme
$$p(x) = p(y_{i-1}) + \frac{P(y_i) - P(y_{i-1})}{y_i - y_{i-1}}\,(z - y_{i-1}) \cdot \qquad (2)$$

en introduisant (1) en (2), on obtiendra;

$$M(x,i) = \int_{y_{i-1}}^{y_i}\left[P(y_{i-1} + \frac{P(y_i) - P(y_{i-1})}{y_i - y_{i-1}}\,(z - y_{i-1})\right](z-x)\,dx$$

$$= P(y_{i-1})\,\frac{z^2}{2}\Big]_{y_{i-1}}^{y_i} + \frac{P(y_i)-P(y_{i-1})}{y_i - y_{i-1}}\left[\frac{z^3}{3} - \frac{z^2}{2}(x+y_{i-1}) + y_{i-1}\,x\,z\right]_{y_{i-1}}^{y_i}$$

en introduisant l'artifice suivant;

$$y_{i-1} = a(i-1) \qquad y_i = a\,i, \qquad \text{et} \qquad x = a j\,.$$

il vient

$$M(j,i) = a^2 P_{i-1}\,\frac{i^2-(i-1)^2}{2} - P_{i-1}\,\frac{j\,[i-(i-1)]}{} + \frac{P_i - P_{i-1}}{1}\left[\frac{i^3}{3} - \frac{i^3}{2}(j+i-1) + (i-1)\cdot j\cdot i - \frac{(i-1)^3}{3} + \frac{(i-1)^2}{2}\left[j+(i-1)\right] - (i-1)\,j\,(i-1)\right]$$

et en devellopant le calcul, on trouve;

$$M(j,i) = \frac{a^2}{6}\left[P_{i-1}(3i-3j-2) + P_i\,(3i-3j-1)\right]$$

CALCUL DES DEFORMATIONS.

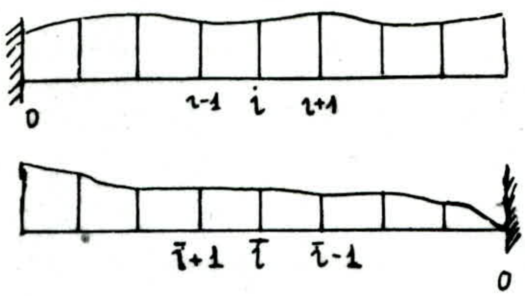
Aprés avoir établit le diagramme des moments flechissants, on utilisera la methode des 'POUTRES FICTIVES' pour calculer les deformations.

On calcule la charge fictive;

$$\bar{P}(z) = \frac{M(z)}{EI(z)} .$$

donc

$$\bar{P}(i) = \frac{M(i)}{EI(i)} .$$



poutre réelle

poutre fictive

Avec le même procédé, on calcule les moments dus aux charges fictives (qui sont les deformations de la poutre réelle);

$$\bar{M}(I) = a^2 \, \bar{D}(I,J) \times \bar{P}(I) .$$

avec

$$\bar{D}(I,J) = \begin{bmatrix} 2/6+(n-1)1/2 & n-1 & n-2 & n-3 & \cdot\ \cdot\ \cdot & 2 & 1 & 1/6 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1/6 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{2}{6}+3\times 1/2 & 3 & 2 & 1 & 1/6 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2/6+2\times 1/2 & 2 & 1 & 1/6 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2/6+1\times 1/2 & 1 & 1/6 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2/6+0\times 1/2 & 1/6 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

Pour la troncon (j,i+1),on aura par reccurrence;

$$M(j,i+1) = \frac{a^2}{6}\left[P_i\,[3(i+1)-3j-2] + P_i\,(3i-3j-1)\right]$$

$$= \frac{a^2}{6}\left[P_i\,(3i-3j+1) + P_{i+1}\,(3i-3j+2) \right].$$

Dans le cas general,òu plusieurs troncons entre et sont chargés nous aurons;

$$M(j) = a^2 \sum_{i=j}^{n} P_i\, d_{ij} \quad (3)$$

avec;

$$d_{nj} = \frac{3(n-j)-1}{6}$$

$$d_{ij} = \frac{3i-3j-1+3i+3-3j-2}{6} = i-j$$

$$d_{jj} = 1/6 .$$

$$d_{ij} = 0 \quad si: i>j .$$

On remarque que l'équation (3) peut s'ecrire sous la forme matricielle et de forme suivante;

$$M(J) = a^2 . D(I,J) . P(J) .$$

ou la matrice $[D]$ sera sous la forme suivante:

$$D(I,J) = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccc} 1/6 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 2/6 & 1/6 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 2/6+1/2 & 1 & 1/6 & 0 & \cdots & 0 \\ 2/6+2\cdot 1/2 & 2 & 1 & 1/6 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \ddots & \vdots \\ 2/6+(n-1)1/2 & (n-1) & (n-2) & n-i & \cdots & 1/6 \end{array}\right] \\ \begin{array}{cccccc} & & & \uparrow\ (i+1)^{eme}\ colonne. & & \end{array} \end{array}$$

METHODES NUMERIQUES POUR LE CALCUL DES INTEGRALES

**METHODE DE SIMPSON

Pour calculer une integrale definie par la methode de simpson on utilise la formule suivante:

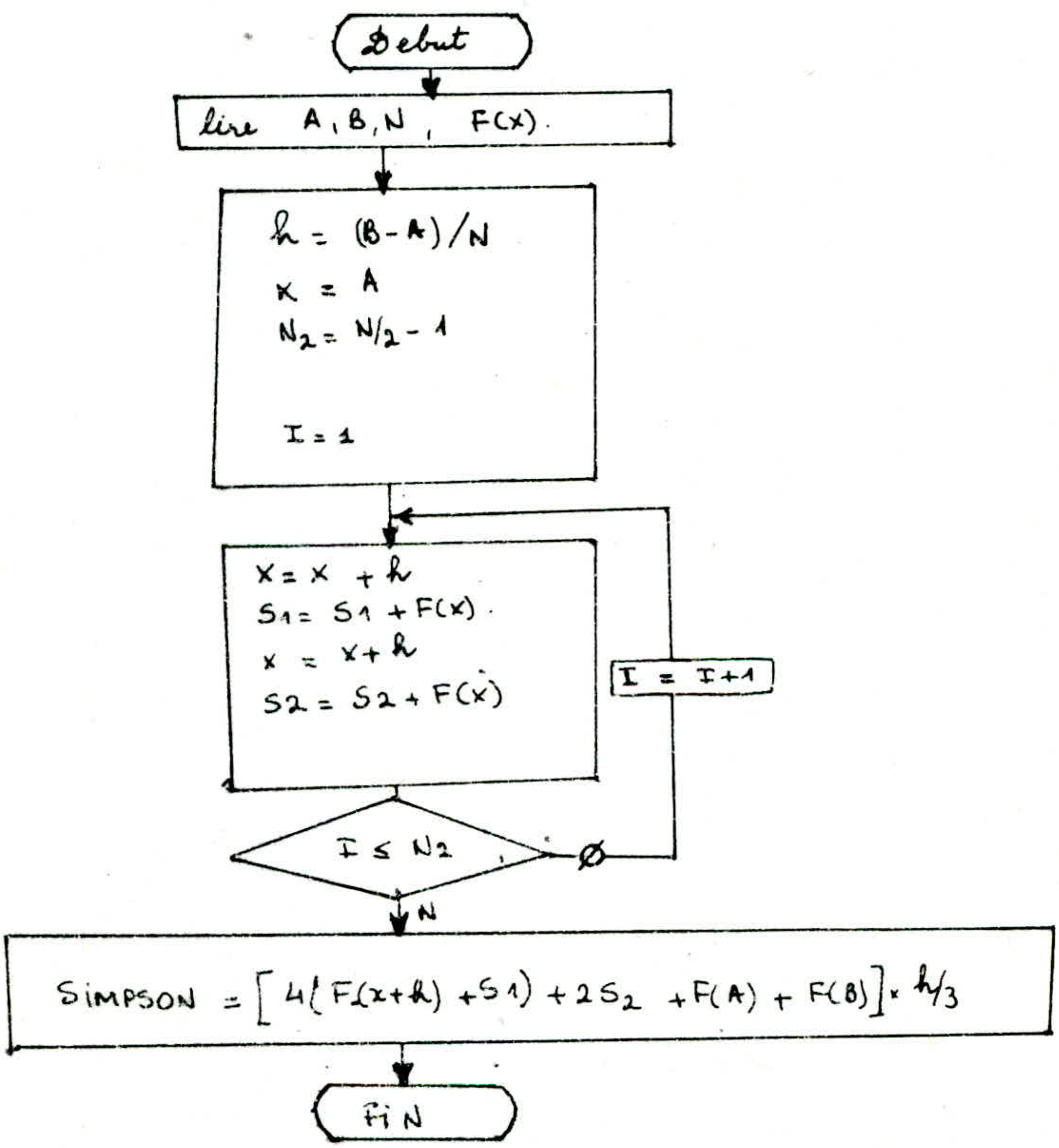
$$S = \int_A^B f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 4y_{n-1} + y_n\right).$$

avec - n : nombre pair

si : $h = \frac{B-A}{n}$.

$$x_i = A + i h.$$

$$y_i = f(x_i) = f(A + i h).$$

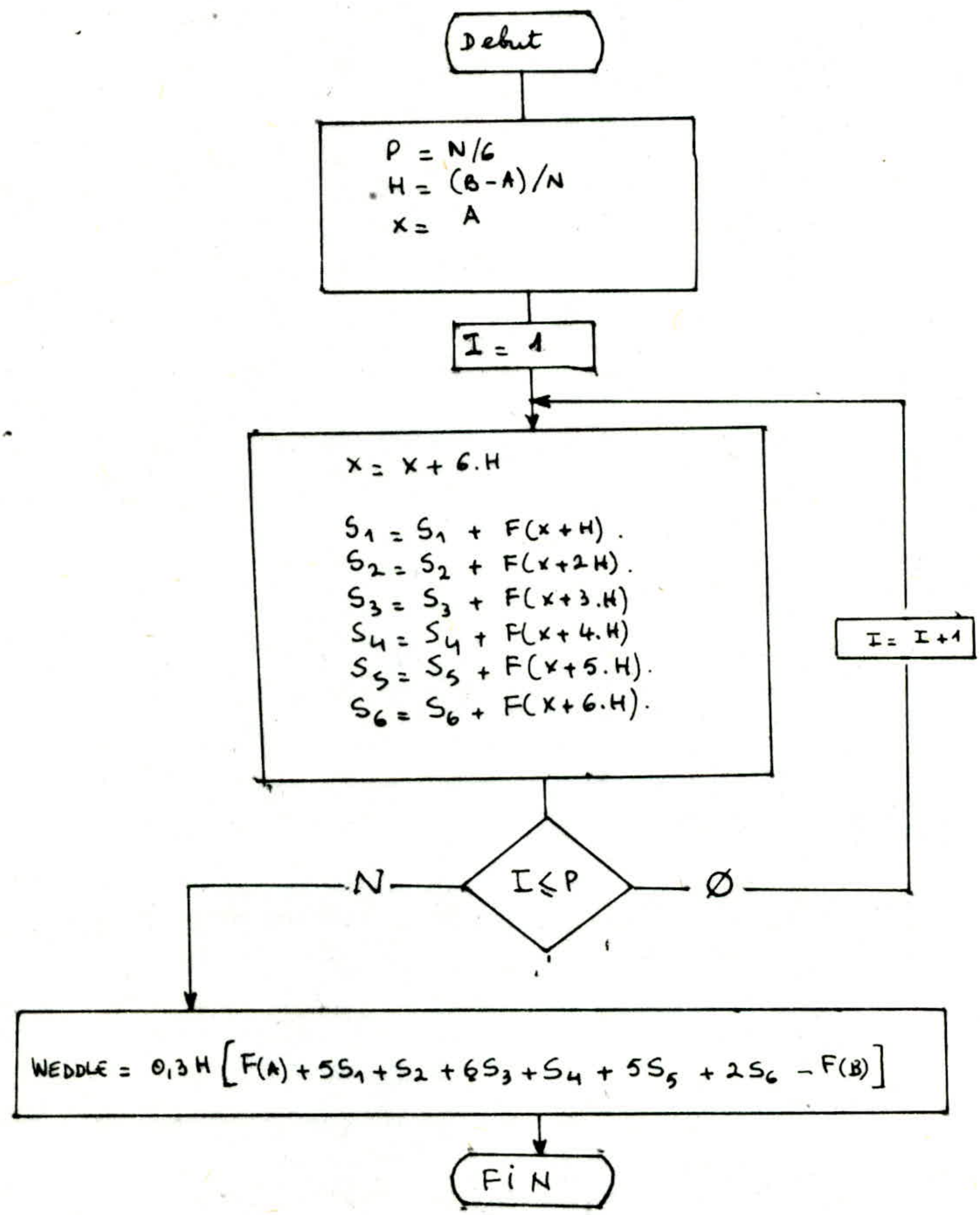


** METHODE DE WEDDLE

Cette methode d'une precision meilleur que les deux precedentes ,conduit à utiliser la formule suivante:

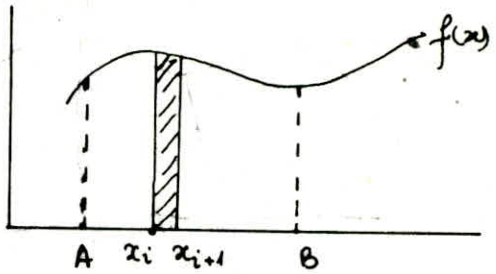
-Le nombre N d'intervalles doit être obligatoirementun1nombre multiple de '6'

$$S = \int_A^B f(x)dx = \frac{3H}{10}\Big[f(a) + 5f(a+h) + f(a+2h) + 6f(a+3h) + f(a+4h) + $$
$$+ 5f(a+5.h) + 2f(a+6h) + \cdots + f(b) \Big]$$



**METHODE DES TRAPEZES:

L'aire hachuré (figure), peut être assimilé à un trapeze dont la surface est:



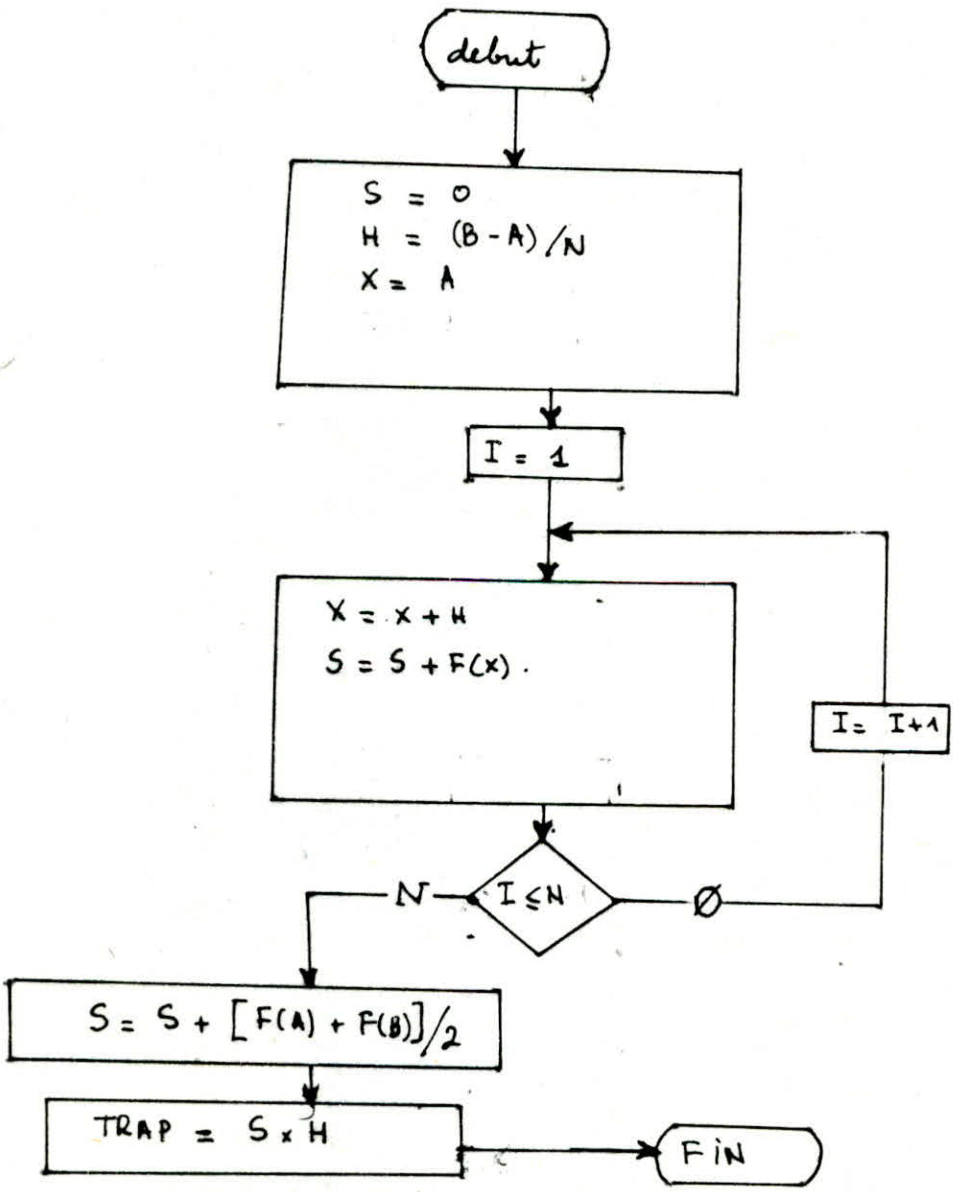
$$S_i = \frac{1}{2}\left[f(x_{i+1}) + f(x_i)\right](x_{i+1} - x_i)$$

Pour calculer $\int_a^b f(x)dx$ par la formule des trapezes, on poura utiliser la formule suivante:

etant donné $h = (B - A)/N$

N :nombre des trapezes

alors: $$S = \left[\frac{1}{2}\left(f(a) + f(b)\right) + f(a+h) + f(a+2h) + \dots + f(a+(n-1)h)\right] \times h$$



** METHODE DE ROMBERG

L'inconvénient des toutes les autres methodes déjà vu,est de ne pas connaitre la precision du resultat donné,par cette methode on peut choisir cette precision.

Utilisation de la methode:

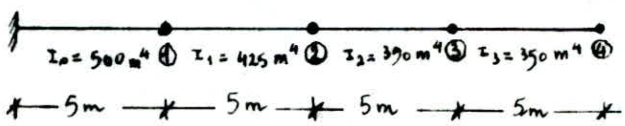
On calcul $T_0(h)$ par la methode des trapezes.

On calcul $T_0(h/2)$ et on deduit $T_1(h)$ puis $T_0(h/4)$. $T_1(h/4)$, $T_2(h)$.

Plus generalement , on obtient le tableau d'ordre $(n+1)$ à partir du tableau d'ordre n en calculant $T_0\left(\frac{h}{2^{n+1}}\right)$ et en deduisant $T_K\left(\frac{h}{2^{n+1-k}}\right)$ ou K appartient a l'intevalle $[1, n+1]$. Le calcul est terminé l'orsque la difference entre $T_{n+1}(h)$ et T_n est inferieure a la limite fixée.

APPLICATION DES DIFFERENTES METHODES

Soit a calculer les souplesses de la poutre console suivante en utilisant l'integrale de MOHR.(Resultats voir liting)



HAUTEUR TOTALE 20.00000
NBRE DE DDL 4
LES INERTIES I_0=500.0000 425.0000 390.0000 350.0000

********* SIMPSON *********

$$\frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix} 2906.493 & 1801.438 & 862.7445 & 229.1667 \\ 1801.438 & 1188.222 & 601.7153 & 166.6667 \\ 862.7445 & 601.7153 & 340.6862 & 104.1667 \\ 229.1667 & 166.6667 & 104.1667 & 41.66668 \end{bmatrix}$$

********* TRAPEZES *********

$$\frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix} 2906.504 & 1801.445 & 862.7490 & 229.1689 \\ 1801.445 & 1188.229 & 601.7198 & 166.6688 \\ 862.7490 & 601.7198 & 340.6907 & 104.1688 \\ 229.1689 & 166.6688 & 104.1688 & 41.66877 \end{bmatrix}$$

********* WEDDLE ***********

$$\frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix} 2906.494 & 1801.438 & 862.7446 & 229.1668 \\ 1801.438 & 1188.222 & 601.7153 & 166.6667 \\ 862.7446 & 601.7153 & 340.6862 & 104.1667 \\ 229.1668 & 166.6667 & 104.1667 & 41.66669 \end{bmatrix}$$

********* ROMBERG ***********

$$\frac{1}{EI_0}\begin{bmatrix} 2906.494 & 1801.439 & 862.7464 & 229.1666 \\ 1801.439 & 1188.223 & 601.7159 & 166.6669 \\ 862.7464 & 601.7159 & 340.6865 & 104.1667 \\ 229.1666 & 166.6669 & 104.1667 & 41.66674 \end{bmatrix}$$