

5/90

Des

وزارة التعليم العالي
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Génie Electrique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Modélisation dans l'Espace d'Etat
et Réalisation d'un
Convertisseur DC-DC
opérant en Hautes Fréquences

Proposé par :

OMAR STIHI

TAHAR ZEBBADJI

Etudié par :

YOUSSEF CHEMLOUL

Mod FAYÇAL CHIKHI

Dirigé par :

OMAR STIHI

TAHAR ZEBBADJI

PROMOTION : Juin 1990

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : **Génie Electrique**

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Modélisation dans l'Espace d'Etat
et Réalisation d'un
Convertisseur DC-DC
opérant en Hautes Fréquences

Proposé par :

OMAR STIHI

TAHAR ZEBBADJI

Etudié par :

YOUSSEF CHEMLOUL

Med HAYÇAL CHIKHI

Dirigé par :

OMAR STIHI

TAHAR ZEBBADJI

PROMOTION : Juin 1990

DEDICACES

Ce travail est dédié à :

- Nos très chers parents
- Nos familles
- Nos amis (es)
- Nos collègues de travail

DEDICACES

Ce travail est dédié à :

- Nos très chers parents
- Nos familles
- Nos amis (es)
- Nos collègues de travail

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
ÉCOLE Nationale Polytechnique

A MA NIECE ADORÉE INES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE = المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A MA NIECE ADOREE INES

R E M E R C I E M E N T S

Nous tenons a remercier :

Nos promoteurs :

- M. Omar STIHI pour toute l'aide qu'il nous a apportée.
- M. Tahar ZEBBADJI pour nous avoir guidé dans la réalisation de ce travail.
- Toutes les personnes qui de près ou de loin nous ont aidé matériellement ou conseillés .
- Ainsi que tous les enseignants qui ont participé à notre formation

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

SOMMAIRE

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 1

I.-INTRODUCTION	5
1.-Rappel.	6
2.-Nouvelle approche par la moyenne dans l'espace d'état.	6
3.-Circuit du modele canonique.	11
4.-Etude d'un commutateur regule.	12
II.-MOYENNE DANS L'ESPACE D'ETAT	13
1.-Modele de base	13
2.-Perturbation	17
3.-Linearisation et espace d'état final	18
III.-APPLICATION DE LA M.E.E	20
1.-Determination du modele d'état	20
2.-Resultat de l'état permanent	24
3.-Resultat de l'état dynamique	25
IV.-MODELISATION HYBRIDE	31
V.-CIRCUIT MOYEN	34
VI.-CIRCUIT DU MODELE CANONIQUE	36
1.-Developpement du modele canonique dans l'espace d'état	37
2.-Application a l'étage de puissance du Buck	40
3.-Importance du circuit canonique	43
VII.-MODELISATION D'UN COMMUTATEUR EN MODE REGULE	45

CHAPITRE 2

I.-INTRODUCTION	51
II.-DIMENSIONNEMENT DES SEMI-CONDUCTEURS	52
1.-Introduction	52
2.-Normalisation des contraintes	53
3.-Contraintes dans les convertisseurs a P.W.M	54
III.-DIMENSIONNEMENT DU FILTRE DE SORTIE	56
1.-Ondulation du courant	58
2.-Ondulation de la tension	59

CHAPITRE 3

I.-INTRODUCTION	62
II.-TRANSISTOR DE PUISSANCE	63
1.-Generalites	63
2.-Comportement en commutation	63
3.-Pertes dans le transistor	66
4.-Dimensionnement du transistor	68
III.-DIODE DE COMMUTATION	69
1.-Diode schottky	69
2.-Dimensionnement de la diode	70
IV.-COMMANDE DU COMMUTATEUR PAR P.W.M	70
1.-Presentation du circuit de commande	70
V.-REALISATION DU FILTRE DE SORTIE	72
1.-Realisation de la bobine	72
2.-Calcul de la capacite	75
VI.-REALISATION PRATIQUE	76
VII.-MESURES PRATIQUES	78
1.-Introduction	78
2.-Methodes de mesure	78
3.-Mesures et resultats obtenus	79
VIII.-REALISATION DE LA BOUCLE FERMEE	84
1.-Calcul du correcteur	84
IX.-CONCLUSION	88
ANNEXE	89
BIBLIOGRAPHIE	96

l'Essor extraordinaire qu'a connu la technologie des semi-conducteurs a permis d'énormes progrès en électronique de puissance

Cela est due au fait que le composant de base de l'électronique de puissance est le semi-conducteur de puissance fonctionnant en commutateur. tout développement, par conséquent, dépend avant tout de cet élément.

Diminuer son temps de réponse sans pour cela augmenter les pertes à son niveau demeurent la clé de meilleur convertisseur, car la notion principale, dans toute transformation en électronique des courants forts, reste le rendement.

D'un point de vue pratique nous nous intéresserons à la conversion d'une tension continue en une autre tension continue.

Les convertisseurs assurant la transformation continu-continu procèdent par découpage de la grandeur d'entrée ; on les appelle hacheurs ou alimentations à découpage.

Leur fréquence de fonctionnement interne n'est imposée ni par l'entrée ni par la sortie, qui sont toutes deux à fréquence nulle.

On peut utiliser une fréquence beaucoup plus élevée que celle du réseau industriel à condition d'utiliser des schémas et des semis-conducteurs adéquats.

Les hacheurs utilisent ces semis-conducteurs en commutation c'est à dire par tout ou rien. La fréquence de leur cycle ouverture-fermeture est choisie très élevée car cela présente deux avantages intéressants.

1/ Elle permet de réduire les inductances et les capacités nécessaires pour filtrer les grandeurs d'entrée et de sortie ainsi que les transformateurs présent dans certaines configurations de hacheurs. L'objectif étant l'augmentation de la densité de puissance.

2/ Elle permet de réduire le temps de réponse du hacheur. Pour cela nous allons réaliser un convertisseur de type Buck opérant à une fréquence de commutation de quelques Kilohertz.

Il sera montré que la dimension du filtre de sortie est inversement proportionnel à la fréquence. (l'augmentation de la fréquence de 450 Hz à 45 KHz diminuerait le filtre d'un rapport de 100).

D'autre part il sera montré que cette augmentation de la fréquence ne provoque pas une plus grande chute de puissance. Cela grâce à l'utilisation

de semi-conducteur adéquat tels que les MOSFET et les diodes Schotky qui se caractérisent par une bonne tenue aux hautes fréquences.

Mais avant de procéder à la réalisation pratique du hacheur, nous nous fixons un autre objectif : présenter une nouvelle méthode de modélisation des convertisseurs à commutation, proposée par R.D.Middlebrook. Cette méthode est appelée "technique de la moyenne dans l'espace d'état".

L'étude et l'application théorique de cette nouvelle technique au circuit de Buck constituent l'essentiel du chapitre 1.

Le chapitre 2, permettra de traiter du dimensionnement des semi-conducteurs et du filtre de sortie.

Au chapitre 3 nous aborderons la réalisation et l'étude pratique du hacheur. Nous commencerons par décrire les différentes techniques qui ont prévalu au choix ou à la réalisation de certains composants du circuit.

Puis Une fois notre circuit présenté nous le testerons en procédant à une série de mesure .

Enfin une conclusion générale sera tirée concernant l'avenir de ces circuits ainsi que les nouveaux horizons de la conversion continue-continue.



CHAPITRE 1

**TECHNIQUE DE LA MOYENNE
DANS L'ESPACE D'ETAT**

1.-INTRODUCTION :

L'objectif de ce chapitre est de présenter une nouvelle méthode de modélisation des convertisseurs à commutation présentant plusieurs états par cycle. Les motivations qui justifient ce travail sont, comme nous allons le démontrer, le très grand nombre d'information et de simplification qu'apporte cette méthode [1].

L'étude va porter sur les convertisseurs continu-continu possédant deux états par cycle. Ce qui laisse prévoir qu'à chacun de ses états correspond un modèle mathématique ou physique.

Cette représentation multiple constitue la base du développement de cette technique.

A l'issue de cette modélisation on obtient un modèle unique représentant le système sur tout le cycle [1].

Ce modèle est appelé modèle de la "Moyenne dans l'Espace d'Etat" (M.E.E). A ce modèle mathématique, correspond un modèle physique appelé Circuit Moyen.

Ce modèle représente le comportement permanent et dynamique du circuit.

Si on pousse plus loin cette modélisation, il est possible d'obtenir un modèle canonique, valable pour tous les hacheurs à deux états.

Ce modèle canonique propose un circuit dont la topologie fixe ne prend en compte que les caractéristiques générales des hacheurs, indépendamment de leurs configurations détaillées.

L'un des avantages de ce circuit canonique est qu'il permet de prévoir l'apparition de pôles et de zéros dus à l'action de la commutation, autre que ceux du filtre de sortie.

Un autre avantage de ce circuit canonique réside dans la possibilité d'utiliser un programme informatique unique permettant non seulement l'étude et la comparaison de différents convertisseurs existant déjà, mais aussi la conception de nouveaux hacheurs [3].

1.1.-BREF RAPPEL SUR LES TECHNIQUES DE MODELISATION EXISTANTES

On relève l'existence de deux techniques de modélisation fortement développées.

L'une est basée sur la modélisation dans l'espace d'état, tandis que l'autre utilise une technique dite des "valeurs moyennes" [5].

La première approche repose sur des méthodes numériques lourdes nécessitant un matériel informatique important car elle est basée sur des manipulations d'équations. Son avantage principal réside dans l'unification mathématique de tous les états du système de n'importe quels types de convertisseurs.

L'approche utilisant les valeurs moyennes est basée sur certaines approximations qui permettent d'obtenir, sans nuire à l'exactitude des résultats, un modèle électrique linéaire et unique à partir duquel on peut alors déduire les différentes fonctions de transfert dynamique et continu du convertisseur. C'est dans cette représentation physique unique que réside l'avantage de cette méthode.

1.2.-NOUVELLE APPROCHE PROPOSEE PAR LA TECHNIQUE DE LA MOYENNE DANS L'ESPACE D'ETAT (M.E.E)

Cette méthode se propose de réunir les deux méthodes existantes, en procédant à une modélisation par la " Moyenne dans l'Espace d'Etat" [1].

Elle permet de bénéficier des avantages des deux méthodes précédentes, à savoir, le traitement unifié et général dans l'espace d'état ainsi que l'obtention d'un circuit linéaire, équivalent au modèle mathématique. De plus, elle permet certaines généralisations qui autrement seraient impossibles.

La méthode de la M.E.E est présentée dans l'organigramme de la figure 1. Elle peut servir de base à tout développement visant à étudier les propriétés et le comportement de n'importe quel convertisseur continu-continu car elle est relativement simple à mettre en oeuvre.

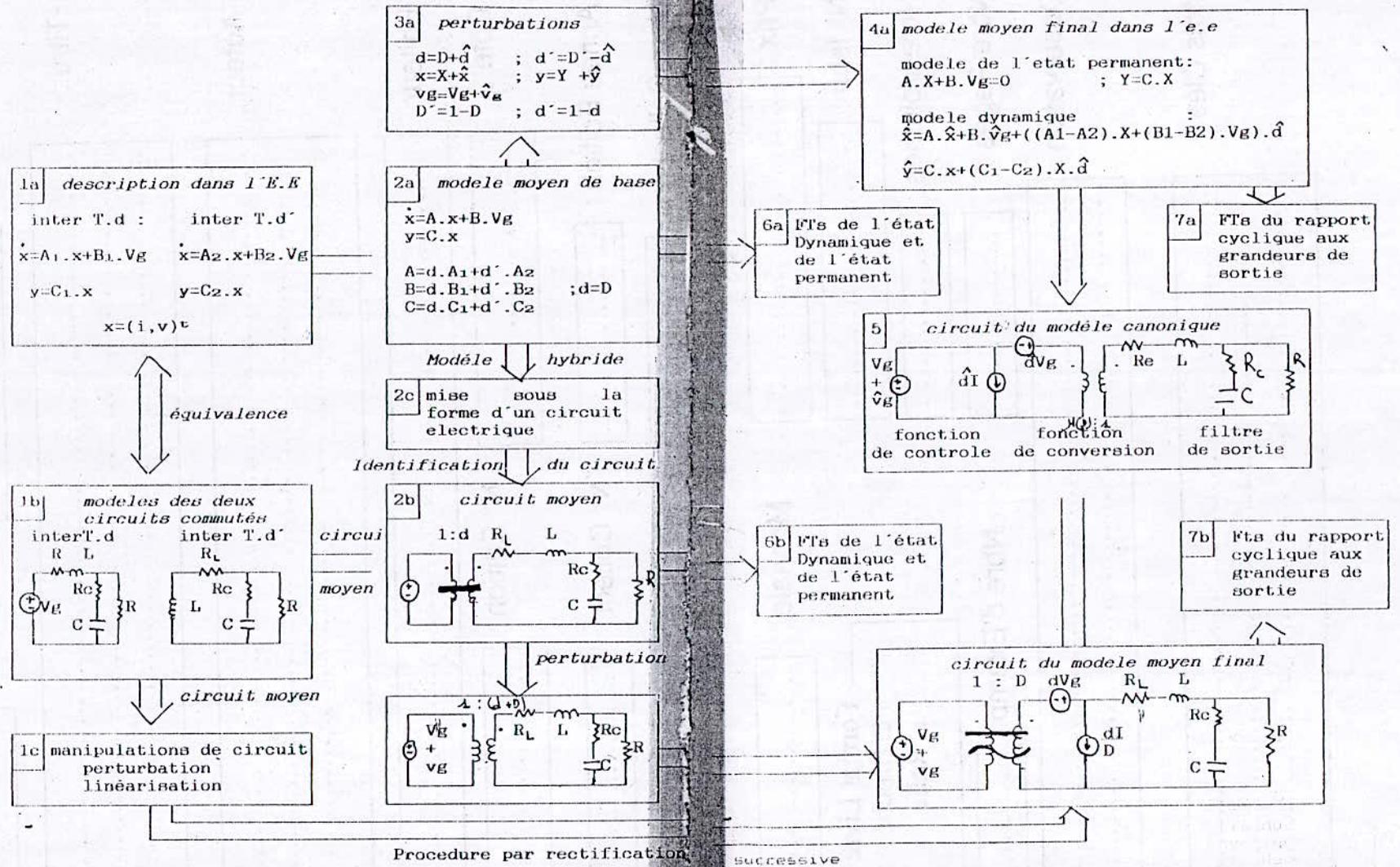


Fig.1-ORGANNIGRAMME DECRIVANT L'APPROCHE

PAR LA TECHNIQUE DE LA MOYENNE

Précisons que nous allons appliquer cette méthode à un circuit qui n'a que deux états successifs. Elle s'applique, toutefois, sans complication supplémentaire, à des circuits présentant plusieurs états successifs.

Le principe consiste à prendre la moyenne, sur une seule période T , de la description dans l'espace d'état des deux circuits issus du processus de commutation.

Une manipulation directe des circuits électriques issus de la commutation, qui nécessitait un certain savoir faire [4], n'est plus nécessaire. Le bloc 1c de l'organigramme indique, toutefois, cette possibilité.

Néanmoins, l'utilisation d'une technique de modélisation hybride est possible (bloc 2c); la structure du circuit moyen (bloc 2b) pouvant être retrouvée à partir des équations du modèle moyen (bloc 2a). Cette technique conserve tous les avantages apportés par la technique de la M.E.E.

Les chemins parallèles **a** et **b** sont totalement équivalents: l'un est strictement un développement d'équations dans l'espace d'état, tandis que l'autre, est un développement en termes de manipulations de circuit.

Dans les deux cas, l'on peut procéder de manière directe à une perturbation et à une linéarisation des modèles obtenus; ces procédés sont nécessaires si l'on désire inclure l'effet de la modulation du rapport cyclique.

A cette étape de l'organigramme (bloc 2a et 2b) les fonctions de transfert décrivant l'état permanent et l'état perturbé du circuit, en fonction de l'entrée sont disponibles. (bloc 6a et 6b)

Les fonctions de transfert permettant d'analyser l'effet de la modulation du rapport cyclique sur le comportement du circuit ne sont disponibles qu'une fois arrivés aux modèles de l'étape final des blocs 4a ou 4b; ce résultat est représenté par les blocs 7a et 7b.

Les deux modèles finaux (4a et 4b) donnent alors la description complète du convertisseur à commutation.

Cette description prend en considération les perturbations qui se superposent à la tension d'entrée et au rapport cyclique, qui est considéré maintenant comme étant une deuxième entrée du système.

On peut préférer le chemin b si l'on désire procéder à une modélisation d'un point de vue purement conceptuel et pratique. Il est par contre inaliénable de concéder au chemin a, la possibilité d'arriver à certaines conclusions générales, autrement innaccessibles.

Bien que le chemin a présenté par l'organigramme demeure général, il est nécessaire en ce qui concerne le chemin b, de l'illustrer par un exemple. Nous avons choisi le convertisseur de Buck allégé de certaines résistances parasites.

Nous reprendrons, plus loin, plus en détail, l'étude et la modélisation de ce hacheur.

En ce qui concerne l'approximation permettant de procéder à une "modélisation moyenne", il sera démontré quelle est d'autant meilleure que la fréquence de commutation est très grande devant la fréquence de coupure du filtre de sortie.

Une interprétation physique à cette condition montre qu'en procédant de la sorte nous ne perdons aucune information concernant l'évolution interne du hacheur.

Une interprétation équivalente consiste à remarquer que pour une fréquence de commutation très grande devant la fréquence de coupure l'évolution des différents états du circuit est presque linéaire sur tout le cycle. Ce qui d'un point de vue pratique correspond à une faible ondulation de la tension et du courant de sortie.

Cette dernière remarque est très importante car elle permet de conclure que l'approximation qui pouvait paraître au départ comme une restriction à l'application de la M.E.E constitue en fait une condition à des courants et des tensions mieux lissés.

Finalement, on verra que le circuit, ou le modèle final, sert de base au développement d'un circuit canonique représentant les propriétés d'entrée-sortie et de contrôle de n'importe quel convertisseur continu-continu (bloc 5).

1.3.- CIRCUIT DU MODELE CANONIQUE

L'organigramme de la figure 1 montre l'existence de deux chemins possibles de développement de la M.E.E.

Le point culminant est représenté par le circuit équivalent (bloc 5), valide pour des signaux perturbateurs de faible amplitude et de faible fréquence, se superposant à un point de travail permanent.

Ce circuit équivalent est un modèle canonique englobant les propriétés essentielles de n'importe quel convertisseur à commutation continu-continu, indifféremment de sa configuration.

Comme le montre le bloc 5, d'une manière générale, le modèle inclu

a/ Un transformateur idéal mais fictif, décrivant la fonction de base des hacheurs: transformer une tension continue en une autre tension continue.

Il inclut également la propriété de faire varier le rapport de transformation en régime dynamique.

b/ Un filtre passe bas dont les éléments dépendent généralement du rapport cyclique permanent

c/ Ainsi que deux générateurs, l'un de courant et l'autre de tension, proportionnels au rapport cyclique dynamique.

L'importance principal de ce circuit est qu'il permet de prédire l'existence de poles et zéros supplémentaires autres que ceux du filtre de sortie dus à l'action de la commutation. Ils apparaissent dans l'expression des générateurs de courant et de tension qui dépendent de la modulation dynamique du rapport cyclique.

Ce résultat n'apparaîtra pas dans notre étude, mais il est intéressant d'y faire allusion, vu son importance et son apport dans l'étude de la stabilité des hacheurs en boucle fermée. Ce genre de prédiction se retrouve dans l'étude du hacheur de Boost ou dans celle du Buck-Boost [1], [2], [4].

Un autre apport important de ce circuit est qu'il permet de réduire n'importe quel convertisseur à cette forme fixe, du moment que seules ses propriétés d'entrée-sortie et de contrôle sont concernées.

D'ici la possibilité de comparer les caractéristiques et les performances de différents convertisseurs continu-continu.

1.4.-ETUDE D'UN COMMUTATEUR RÉGULÉ

Il est intéressant de constater que les résultats obtenus peuvent s'intégrer à l'étude de circuits plus complexes contenant un hacheur. Par exemple après avoir procédé à la modélisation d'un P.W.M, on peut obtenir le circuit linéaire d'un modèle de hacheur régulé en boucle fermée.

La méthode permettant de déterminer un modèle dynamique de ce circuit rend alors possible l'application de la théorie des systèmes asservis que ce soit à des fins d'analyse ou de synthèse de correcteur permettant de stabiliser et d'améliorer les performances du convertisseur.

2.-MOYENNE DANS L'ESPACE D'ETAT

Dans un premier temps nous commencerons par développer la méthode de la M.E.E de manière générale. Les résultats obtenus seront valables pour n'importe quel hacheur, fonctionnant en mode de conduction continue.

Les hacheurs considérés n'ont donc que deux états successifs de fonctionnement.

Dans un deuxième temps, afin d'illustrer cette méthode, nous prendrons l'étage de puissance de BUCK comme exemple d'application.

2.1 MODELE DE BASE DE "LA MOYENNE DANS L'ESPACE D'ETAT"

La fonction de base des convertisseurs à commutation est obtenue par une commutation répétitive entre deux configurations linéaires constituées d'éléments de stockages supposés idéaux.

En pratique cette fonction peut être obtenue à l'aide de transistors et de diodes fonctionnant comme des commutateurs synchronisés.

On suppose que le circuit fonctionne en mode de conduction continue, où le courant dans l'inductance ne prend pas la valeur zéro sur tout le cycle; il n'y a donc que deux états différents du circuit.

Pour mémoire, le rôle de cette inductance est primordiale dans les hacheurs en ce qui concerne le transfert de l'énergie de l'entrée à la sortie.

Suivant la valeur de cette inductance, le système peut être en régime de conduction continue, discontinue, ou critique. Nous supposons qu'elle est assez grande pour que le courant qui y circule ne s'annule jamais, ce qui nous place en régime de conduction continue.

Chaque état peut être représenté par un modèle de circuit linéaire (voir bloc 1b de la figure 1) ou par un système d'équation dans l'espace d'état (bloc 1a).

Bien que n'importe quelle variable indépendante et linéaire peut être choisie comme variable d'état, il est plus traditionnel et plus adéquat de choisir les courants dans les bobines et les tensions aux bornes des capacités.

Ainsi le nombre total d'éléments de stockage détermine l'ordre du système. Notons ce vecteur par X.

Il apparait que n'importe quel hacheur opérant en mode de conduction continue peut-être décrit par les équations dans l'espace d'état des deux modèles commutés suivants:

(i) intervalle T.d

$$\dot{X} = A_1 X + B_1.U$$

$$Y_1 = C_1.X$$

(ii) intervalle T.d'

$$\dot{X} = A_2.X + B_2.U$$

$$Y_2 = C_2.X$$

(1)

T.d représente l'intervalle ou la commutateur est fermé et T.(1-d)=T.d' l'intervalle ou il est ouvert (figure 2).

Le vecteur X représente les états du système que l'on désire observer. U représente le vecteur d'entrée et Y le vecteur de sortie.

Les matrices A_1 , B_1 , C_1 sont définies par les éléments du circuit.

Les équations statiques $Y_1=C_1.X$ et $Y_2=C_2.X$ sont nécessaires pour le cas ou la sortie ne coincide pas avec les variables d'état mais est plutôt une combinaison linéaire de ces variables.

IMPULSION DE COMMANDE

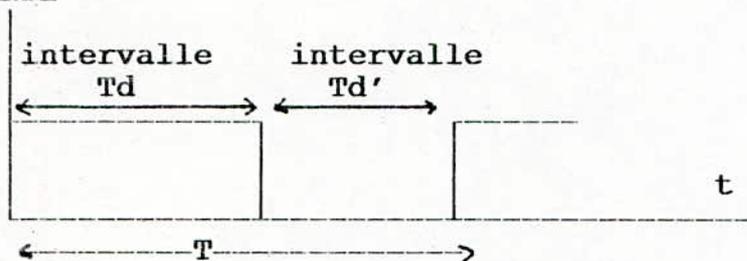


Fig. 2-Définition des intervalles Td et Td'.

Notre objectif maintenant est de remplacer la description dans l'espace d'état des deux circuits linéaires émanants des deux phases successives du cycle de commutation T, par une description unique dans l'espace d'état. Cette description représente le comportement approximatif du circuit sur toute la période T.

Les étapes de passage à cette description unique [1] se résument simplement de la manière suivante:

Prendre la moyenne des équations dynamiques et statiques des deux intervalles de la commutation (1) en sommant les équations de l'intervalle T.D, préalablement multipliées par d, et les équations de l'intervalle Td' préalablement multipliées par d'.

On obtient le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{X} &= d(A_1.X + B_1.U) + d'.(A_2.X + B_2.U) \\ Y &= d.Y_1 + d'.Y_2\end{aligned}\tag{2}$$

Après réarrangement de (2) sous la forme standard des systèmes linéaires et continus, décrits dans l'espace d'état, on obtient la description de base de la M.E.E sur une période T.

$$\begin{aligned}\dot{X} &= (d.A_1 + d'.A_2).X + (d.B_1 + d'.B_2).U \\ Y &= (d.C_1 + d'.C_2).X\end{aligned}\tag{3}$$

Ce modèle est le **modèle moyen de base**, point de départ pour tous les autres développements.

Noter que dans les équations précédentes, le rapport cyclique est considéré comme constant; ce n'est pas une variable dépendante du temps (pour le moment du moins), et ce n'est pas une variable discontinue prenant la valeur zéro ou un [4], [5] mais plutôt un nombre fixe sur chaque cycle.

quand $d=1$ (commutateur constamment fermé), le modèle moyen se réduit au modèle commuté (1-i) et quand $d=0$ (commutateur constamment ouvert), le modèle se réduit au modèle commuté (1-ii).

Fondamentalement la comparaison de (3) et de (1) montre que le système matriciel du modèle moyen est obtenu en prenant la moyenne des deux matrices A_1 et A_2 des modèles commutés, la moyenne des deux matrices de contrôle B_1 et B_2 , ainsi que la moyenne des deux sorties Y_1 et Y_2 , sur la période T.

La justification et la nature de l'approximation faite au moment de la substitution de (1) par (3) est indiquée en annexe A, [8].

Le modèle représenté par (3) est un modèle moyen sur une période unique T.

Si nous considérons maintenant que le rapport cyclique d est constant d'un cycle à un autre, en le notant $d=D$ (rapport cyclique de l'état permanent continu), on obtient

$$\dot{X} = A.X + B.U \quad (4)$$

$$Y = C.X$$

Avec :

$$A = D.A1 + D'.A2$$

$$B = D.B1 + D'.B2 \quad (5)$$

$$C = D.C1 + D'.C2$$

Procédons maintenant à la perturbation du signal d'entrée qui devient alors la superposition d'un signal continu U et d'une perturbation \hat{u} . Ce qui s'écrit. $u = U + \hat{u}$.

Cette perturbation se repercute sur les composantes du vecteur d'état qui s'écrit alors $x = X + \hat{x}$.

Avec X représentant la valeur continue des éléments du vecteur d'état et \hat{x} la perturbation ou ondulation superposée.

D'une manière similaire $y = Y + \hat{y}$.

Après introduction dans l'équation (4) de ces différentes perturbations on obtient:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A.X + B.U + A.\hat{x} + B.\hat{u} \\ Y + \hat{y} &= C.\hat{x} + C.X \end{aligned} \quad (6)$$

Le modèle (6) étant linéaire, il est possible de séparer la partie permanente de la partie dynamique. On obtient:

le modèle de l'état permanent.

$$A.X + B.U = 0$$

$$Y = C.X$$

d'ou

$$Y = -C.A^{-1}.B.U \quad (7)$$

et le modèle dynamique

$$\dot{\hat{x}} = A.\hat{x} + B.\hat{u}$$

$$y = C.\hat{x} \quad (8)$$

Il est intéressant de noter que le résultat (7) laisse prévoir que les composants du vecteur d'état permanent X ne vont pas dépendre des éléments de stockage du circuit tels que les inductances et capacités du filtre de sortie. On le verra lors de l'application au cas du hacheur de Buck, que cela est dû au fait que X est solution de l'équation linéaire

$$A.X + B.Vg = 0 \tag{9}$$

ou L et C sont communs aux deux termes de l'équation .

A partir du modèle dynamique (8), il est possible en recourant à la transformée de Laplace de déduire les différentes fonctions de transfert, de l'entrée u aux composants du vecteur d'état, et à la sortie:

$$\frac{\hat{X}(s)}{\hat{U}(s)} = (s.I - A)^{-1}.B \tag{10}$$

et
$$\frac{\hat{Y}(s)}{\hat{U}(s)} = C.(s.I - A)^{-1}.B$$

A ce niveau du développement de la méthode on voit que sont disponibles à la fois, et les relations de l'état continu et les fonctions de transfert de l'état dynamique, comme le montre le bloc 6 de la figure 1.

Nous allons maintenant prendre en considération l'effet de la modulation du rapport cyclique dans le modèle moyen de base.

2.2 PERTURBATION

supposons maintenant que le rapport cyclique change d'un cycle à un autre à cause d'une perturbation qui se superpose au signal permanent.

Cela s'exprime par, $d(t) = D + \hat{d}$; D étant le rapport cyclique de l'état permanent et \hat{d} la perturbation imposée.

Les perturbations correspondantes sont définies par:

$$x = X + \hat{x}, \quad y = Y + \hat{y} \quad \text{et} \quad u = U + \hat{u}$$

Le modèle moyen devient:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & \underbrace{A.X + B.U}_{\text{terme continu}} + \underbrace{A.\hat{x} + B.\hat{u}}_{\text{terme alternatif}} + \underbrace{[(A_1 - A_2).X + (B_1 - B_2).U].\hat{d}}_{\text{variation due au rapport cyclique}} \\ & + \underbrace{[(A_1 - A_2).\hat{x} + (B_1 - B_2).\hat{u}].\hat{d}}_{\text{terme non linéaire du second ordre.}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{y} + Y = & \underbrace{C.X}_{\text{terme continu}} + \underbrace{C.\hat{x}}_{\text{terme alternatif}} + \underbrace{(C_1 - C_2).X.\hat{d}}_{\text{terme alternatif}} + \underbrace{(C_1 - C_2).\hat{x}.\hat{d}}_{\text{terme non linéaire}} \end{aligned}$$

La description dans l'espace d'état, du système perturbé, est non linéaire à cause de la présence d'un produit de deux termes dépendants du temps.

2.3 LINEARISATION ET ESPACE D'ETAT FINAL

procédons maintenant à une approximation sur les petits signaux. Elle consiste à négliger les petites variations par rapport à l'état permanent, des différentes variables d'état, en supposant que ces dernières sont bien plus grandes que ces perturbations.

autrement dit:

$$\frac{\hat{u}}{U} \ll 1; \quad \frac{\hat{d}}{D} \ll 1; \quad \frac{\hat{x}}{X} \ll 1 \quad (12)$$

En utilisant l'approximation (12) nous pouvons négliger les termes non linéaires du second ordre de (11) et obtenir une fois encore un système linéaire incluant cette fois la modulation du rapport cyclique d.

Après séparation des états permanents et dynamiques du système linéarisé on arrive au résultat suivant appelé **modèle moyen** dans l'espace d'état.

MODELE DE L'ETAT PERMANENT (DC) :

$$X = -A^{-1} \cdot B \cdot U \quad ; \quad Y = C \cdot X = -C \cdot A^{-1} \cdot B \cdot U \quad (13)$$

MODELE DE L'ETAT DYNAMIQUE (AC) :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= A \cdot \hat{X} + B \cdot \hat{U} + [(A_1 - A_2) \cdot X + (B_1 - B_2) \cdot U] \cdot \hat{d} \\ \hat{Y} &= C \cdot \hat{X} + (C_1 - C_2) \cdot X \cdot \hat{d} \end{aligned} \quad (14)$$

Les équations (13) et (14) représentent le modèle de n'importe quel hacheur travaillant en mode de conduction continue.

Par conséquent la description linéaire (14) est une fonction de description linéarisée valable lorsque les signaux d'entrée u et d deviennent très petits.

Ce passage à la limite peut se justifier comme dans [1], [2] et [5] en comparant les réponses fréquentielles obtenues à partir de (13) et (14) avec des résultats pratiques où les perturbations demeurent petites et l'approximation (12) reste valable.

3.-APPLICATION DE LA "MOYENNE DANS L'ESPACE D'ÉTAT "

Nous allons maintenant illustrer la méthode vue précédemment en l'appliquant au cas du convertisseur de Buck.

Lors de l'étude qui va suivre , nous supposerons que le transistor et la diode sont des commutateurs parfaits. Nous ne tiendrons compte, que de la résistance qu'il présente à l'état passant. Elles seront notées R_t et R_d .

Sera pris en compte aussi les résistances parasites des éléments du filtre ; on les notera R_l et R_c .

Bien évidemment, on se place dans le cas où le mode de conduction est continu, ce qui réduit le nombre d'état du système à deux.

3.1.-DETERMINATION DU MODÈLE D'ÉTAT

L'Equation d'état est de la forme:

$$\dot{X} = A.X + B.U$$

Les éléments du vecteur d'état sont le courant i dans la bobine et la tension aux bornes de la capacité v . Ce choix s'explique par le fait que i et v sont les deux états "naturellement" dérivables du circuit.

L'Entrée consiste uniquement en la tension V_g ; pour le moment du moins. $U=V_g$

En plus des variables d'état , deux autres quantités sont susceptibles de nous intéresser ; ce sont le courant d'entrée i_t et la tension de sortie v_s .

D'où la nécessité d'une autre équation reliant les quantités de sortie aux variables d'état. Cette équation se présente sous la forme suivante :

$$Y = C.X \quad \text{avec} \quad Y = \begin{bmatrix} i_t \\ v \end{bmatrix}$$

Les figures suivantes montrent la configuration générale du circuit de Buck et les deux topologies de l'état commuté.

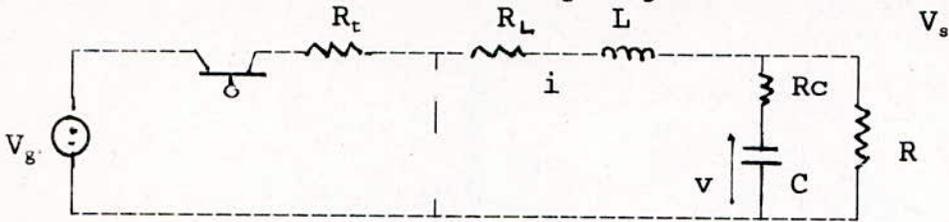


Fig. 3-Configuration générale du convertisseur Buck.

1) Cas où le transistor est fermé(ton) : $0 < t < D.T$

Lors de cet intervalle le transistor conduit et transmet une certaine énergie à l'inductance L.

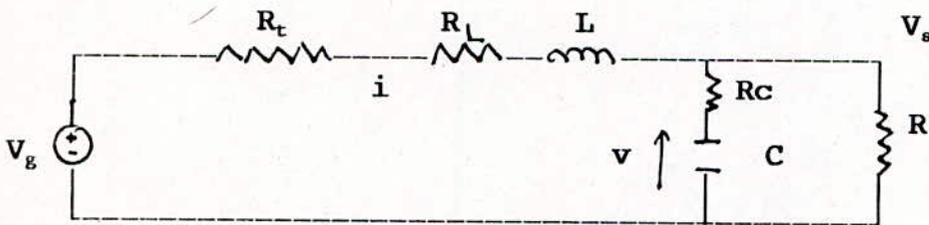


fig-4-Topologie du circuit pour $0 < t < d.T$

$$V_g = R_t i + L \frac{di}{dt} + V_s + R_t i$$

$$V_s = v + R_c \cdot C \frac{dv}{dt} \quad (15)$$

$$i = C \frac{dv}{dt} + \frac{V_s}{R} \quad ; \quad i_t = i$$

Après réarrangement des équations du circuit, sous la forme

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot V_g$$

$$y = C \cdot X$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
 L \frac{di}{dt} &= -(R_L + R_t + R//R_c) \cdot i - \frac{R}{(R+R_c)} \cdot v + V_g \\
 C \frac{dv}{dt} &= \frac{R}{(R+R_c)} \cdot i - \frac{1}{(R+R_c)} v
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

$$i_t = i$$

$$V_s = (R//R_c) \cdot i + \frac{R}{(R+R_c)} \cdot v$$

Par conséquent on retrouve les matrices A_1 , B_1 , C_1 :

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-(R_L + R_t + R//R_c)}{L} & \frac{-R}{(R+R_c)L} \\ \frac{R}{(R+R_c)C} & \frac{-1}{(R+R_c)C} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(17)

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ R//R_c & \frac{R}{(R+R_c)} \end{bmatrix}$$

2) Cas où le transistor est ouvert (toff) : $D.T < t < T$

C'est le temps où la diode de roue libre rentre en conduction permettant ainsi à l'inductance de restituer l'énergie emmagasinée lors du premier intervalle.

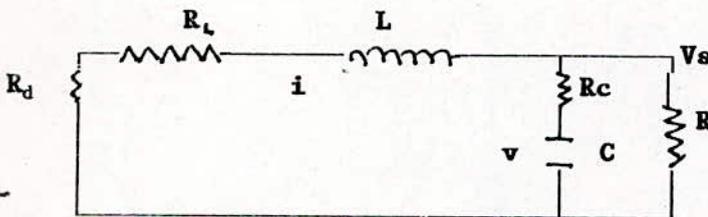


fig-5-Topologie du circuit pour $T.d < t < T$

Les équations correspondantes à ce circuit s'écrivent :

$$L \frac{di}{dt} = -(R_L + R_d + R/R_c) \cdot i - \frac{R}{(R+R_c)} \cdot v$$

$$C \frac{dv}{dt} = \frac{R}{(R+R_c)} \cdot i - \frac{1}{(R+R_c)} \cdot v \quad (18)$$

$$i_c = 0$$

$$V_s = (R/R_c) i + \frac{R}{(R+R_c)} v$$

Par conséquent on retrouve les matrices A_2 , B_2 , C_2 :

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{(R+R_d+R/R_c)}{L} & \frac{-R}{(R+R_c)L} \\ \frac{R}{(R+R_c)C} & \frac{-1}{(R+R_c)C} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R/R_c & \frac{R}{(R+R_c)} \end{bmatrix}$$

Les résultats (4) et (5) permettent le calcul des matrices moyennes A, B et C.

$$A = D \cdot A_1 + D' \cdot A_2$$

$$B = D \cdot B_1 + D' \cdot B_2$$

$$C = D \cdot C_1 + D' \cdot C_2$$

On trouve , en tenant compte que $D+D'=1$:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(R+R/R_c+DR_t+D'R_d)}{L} & \frac{-R}{(R+R_c)L} \\ \frac{R}{(R+R_c)C} & \frac{-1}{(R+R_c)C} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} D & 0 \\ R/R_c & \frac{R}{(R+R_c)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

3.2.-RESULTAT CONCERNANT L'ÉTAT PERMANENT

d'Après (13) l'état permanent s'exprime comme étant :

$$X = -A^{-1}.B.U \quad \text{et} \quad Y=C.X = -C.A^{-1}.B.U$$

Comme précédemment les lettres majuscules représentent le mode permanent. On utilisera les lettres minuscules afin de représenter les petites perturbations. Après calcul matriciel, on exprime l'expression du courant permanent I et la tension permanente V comme étant.

$$I = \frac{D.Vg}{(R+R_e)}$$
$$V = R.I = \frac{D.Vg}{1 + \frac{R_e}{R}} \quad (21)$$

$$\text{Avec } R_e = R_L + D.R_t + D'.R_d$$

On peut constater à nouveau, comme le prévoyait le chapitre deux, que les éléments du vecteur d'état ne dépendent pas des éléments de stockage (L, C)

Les quantités de sortie sont données ci dessous :

$$I_t = \frac{D^2.Vg}{R+R_e} = D.I$$
$$V_s = \frac{1}{1 + \frac{R_e}{R}}.D.Vg \quad (22)$$
$$V_s = V = R.I$$

Ces résultats permettent de voir que la tension de sortie est la même que la tension aux bornes de la capacité, que le courant de sortie est égal au courant dans la bobine, et que le gain en tension est égal à D réduit d'un facteur de correction inférieur à 1.

A noter toutefois que si toutes les résistances parasites sont négligées, le gain est égal à D .

3.4.-RESULTAT CONCERNANT L'ÉTAT DYNAMIQUE

d'Après (14) l'état dynamique du circuit s'exprime par :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A.\hat{x} + B.\hat{v}_g + [(A_1-A_2).X + (B_1-B_2).Vg].\hat{d} \\ y &= C.\hat{x} + (C_1-C_2).X.\hat{d}\end{aligned}\quad (23)$$

Ces deux équations montrent que nous avons maintenant deux entrées qui sont v_g et d . Le système étant linéaire il est possible de l'étudier par rapport à une seule entrée, en annulant l'autre.

1) Cas ou $d=0$:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A.\hat{x} + B.\hat{v}_g \\ \hat{y} &= C.\hat{x}\end{aligned}\quad (24)$$

Nous pouvons résoudre ces équations dans le domaine fréquentiel en passant par la transformée de LAPLACE. Par simple manipulation algébrique on obtient:

$$\begin{aligned}\hat{x}(s) &= (s.I-A)^{-1}.B.\hat{v}_g \\ \hat{y}(s) &= C.(s.I-A)^{-1}.B.\hat{v}_g\end{aligned}\quad (25)$$

$$(sI-A) = \begin{bmatrix} s + \frac{(Re+R//Rc)}{L} & -\frac{R}{(R+Rc)L} \\ \frac{-R}{(R+Rc)C} & s + \frac{1}{(R+Rc)C} \end{bmatrix}\quad (26)$$

$$(sI-A)^{-1} = \frac{1}{\text{Det}} \begin{bmatrix} s + \frac{1}{(R+Rc)C} & \frac{-R}{(R+Rc)L} \\ \frac{R}{(R+Rc)C} & s + \frac{R//Rc+Re}{L} \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = \frac{Re+R}{(R+Rc)CL} \left[\frac{R+Rc}{R+Re} CL.s^2 + \frac{L + C(Re(R+Rc)+RRc)}{(R+Re)} .s + 1 \right]$$

$$\text{Det} = \frac{R+Re}{(R+Rc)LC} \left[\frac{s^2}{W_0^2} + \frac{s}{Q \cdot W_0} + 1 \right] \quad (27)$$

Avec :

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}} \sqrt{\frac{R+Re}{R+Rc}}$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R+Rc}{R+Re}} \cdot \left[\frac{R//Re + Rc}{R_0} + \frac{R_0}{R+Rc} \right] \quad (28)$$

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$W_b = \frac{1}{(R+Rc)C} \quad W_a = \frac{1}{RcC}$$

$$(s \cdot I - A)^{-1} \cdot B = \frac{1}{\text{Det}} \begin{bmatrix} \left[s + \frac{1}{(R+Rc)C} \right] \cdot \frac{D}{L} \\ \frac{R}{(R+Rc)} \cdot \frac{D}{CL} \end{bmatrix}$$

on trouve directement l'expression des éléments du vecteur d'état i et v :

$$i(s) = \frac{1}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{s}{W_b} + 1}{1 + \frac{s}{QW_0} + \frac{s^2}{W_0^2}} \right] D \cdot v_g(s)$$

$$v(s) = \frac{R}{(R+Re)} \left[\frac{1}{1 + \frac{s}{QW_0} + \frac{s^2}{W_0^2}} \right] D \cdot v_g(s) \quad (29)$$

En ce qui concerne le vecteur sortie, on doit calculer le produit matriciel suivant :

$$C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B = \frac{1}{\text{Det}} \begin{bmatrix} \frac{D^2}{L} \cdot \left[s + \frac{1}{(R+Rc)C} \right] \\ \frac{R}{(R+Rc)} \cdot \frac{D}{CL} (1 + s \cdot Rc \cdot C) \end{bmatrix}$$

De même, on trouve :

$$\hat{i}_t(s) = \frac{1}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{S}{Wb} + 1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] D^2 \cdot \hat{v}_g(s) \quad (30)$$

$$\hat{v}_s(s) = \frac{R}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{S}{Wa} + 1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] D \cdot \hat{v}_g(s)$$

2) Cas ou $\hat{v}_g = 0$:

l'Expression (14) se réduit maintenant sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \hat{x}(s) &= (s.I-A)^{-1} \cdot F \cdot \hat{d} \\ \hat{y}(s) &= C \cdot \hat{x}(s) + (C_1-C_2) \cdot X \cdot \hat{d} = P \cdot \hat{d} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} F &= (A_1-A_2)X + (B_1-B_2) \cdot Vg \\ P &= C(s.I-A)^{-1} \cdot F + (C_1-C_2) \cdot X \end{aligned} \quad (32)$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{Vg}{L} & \frac{R+R_t+R_d}{R+Re} \\ & 0 \end{bmatrix}$$

$$(s.I-A)^{-1} \cdot F = \frac{1}{\text{Det}} \begin{bmatrix} s + \frac{1}{(R+R_c)C} & \\ \frac{R}{(R+R_c)C} & \end{bmatrix} \cdot \frac{Vg}{L} \cdot \frac{R+R_t+R_d}{R+Re}$$

De manière directe on trouve :

$$\hat{i}(s) = \frac{R+R_L+R_d}{(R+Re)^2} \left[\frac{\frac{S}{W_b} + 1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] \cdot Vg \cdot \hat{d} \quad (33)$$

$$\hat{v}(s) = \frac{R(R+R_L+R_d)}{(R+Re)^2} \left[\frac{1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] \cdot Vg \cdot \hat{d}$$

Pour déterminer le courant d'entrée i_t et la tension de sortie v_s , il nous faut, calculer le vecteur P. Après calcul, on obtient :

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\text{Det}} \frac{(R+R_L+R_d)}{R+Re} \frac{Vg}{L} \frac{1}{(R+R_c)C} D \left(\frac{s}{W_b} + 1 \right) + I \\ \frac{1}{\text{Det}} \frac{(R+R_L+R_d)}{R+Re} \frac{Vg}{L} \frac{1}{(R+R_c)C} R \left(\frac{s}{W_b} + 1 \right) \end{bmatrix}$$

A nouveau de manière directe on trouve :

$$\hat{i}_t(s) = \frac{DVg}{(R+Re)} \frac{R+R_L+R_d}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{S}{W_b} + 1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] \cdot \hat{d} + Id \quad (34)$$

$$\hat{v}_s(s) = \frac{Vg}{(R+Re)} \frac{R}{R+Re} \frac{R+R_L+R_d}{R+Re} \left[\frac{\frac{S}{W_a} + 1}{1 + \frac{S}{QW_0} + \frac{S^2}{W_0^2}} \right] \hat{d}$$

Nous rappelons les principaux résultats pouvant nous intéresser si on désire étudier le comportement du circuit en boucle fermée, la tension de sortie étant le signal de retour.

$$\frac{\hat{v}_s(s)}{\hat{v}_g(s)} = \frac{D \cdot R}{(R+R_e)} \left[\frac{\frac{s}{W_a} + 1}{1 + \frac{s}{QW_0} + \frac{s^2}{W_0^2}} \right] \quad (35)$$

$$\frac{\hat{v}_s(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{R}{(R+R_e)} \frac{(R+R_L+R_d) V_g}{R+R_e} \left[\frac{\frac{s}{W_a} + 1}{1 + \frac{s}{QW_0} + \frac{s^2}{W_0^2}} \right]$$

De considérables simplifications peuvent avoir lieu, si on considère que toutes les résistances parasites ont des valeurs typiquement inférieures à un et que la résistance R, de charge est au moins deux fois plus grande que n'importe quelles résistances parasites. Ce qui permet de négliger les termes tels que R/R_e devant l'unité.

De plus puisque R_e représente une somme de résistances parasites de second ordre elle est aussi négligeable devant R.

Si on introduit ces simplifications dans les résultats(19), on obtient :

$$\frac{\hat{v}_s(s)}{\hat{v}_g(s)} = D \frac{1 + \frac{s}{W_a}}{1 + \frac{1}{Q} \frac{s}{W_0} + \frac{s^2}{W_0^2}} \quad (36)$$

$$\frac{\hat{v}_s(s)}{\hat{d}(s)} = V_g \frac{1 + \frac{s}{W_a}}{1 + \frac{1}{Q} \frac{s}{W_0} + \frac{s^2}{W_0^2}}$$

Avec : $R_e = R_L + DR_t + D'R_d$; $W_a = \frac{1}{R_c C}$

$W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ (37)

$$\frac{1}{Q} = \frac{R_0}{R} + \frac{R_e + R_c}{R_0}$$

Le trait saillant de ces réponses est maintenant apparent. Les deux réponses contiennent deux pôles d'amortissement et un zéro du à la résistance parasite de la capacité. Ceux sont les pôles et zéro du filtre de sortie.

La fréquence de coupure est W_0 qui n'est pas affectée par les résistances parasites.

Le facteur Q , est donné par la combinaison "parallèle" de deux facteurs d'amortissement, l'un étant la résistance de charge, tandis que l'autre est due à la somme de toutes les résistances parasites en "série" dans le circuit, consistant en $R_e + R_c$.

Au chapitre 3, au moment où on devra procéder au bouclage pratique du hacheur, ces fonctions de transfert seront utilisées, afin de connaître la stabilité du système en boucle fermée et de déterminer, s'il y a lieu, le correcteur adéquat.

Récapitulation :

Ce paragraphe nous a permis d'illustrer la méthode développée plus haut; le résultat fondamental étant le développement du modèle de la moyenne dans l'espace d'état représenté par (13) et (14).

Comme l'avait prévu l'organigramme de la figure 1, il nous a été possible de déterminer les fonctions de transfert de l'état dynamique ainsi que le comportement continu du système.

Il est important de préciser que même si on ne s'intéresse pas aux fonctions de transfert, le modèle (13) et (14) donne une description complète du comportement du système.

Le prochain paragraphe va proposer une modélisation hybride, qui à l'avantage de proposer une configuration physique à ce modèle mathématique.

4.-MODELISATION HYBRIDE :

Dans cette partie nous allons montrer que pour n'importe quel hacheur un circuit équivalent décrivant les variations des grandeurs moyennes du convertisseur et correspondant au modèle moyen de base (3) peut toujours être trouvé.

Puis on montrera comment inclure les étapes de linéarisation et de perturbation sur le circuit pour finalement arriver à un modèle de circuit équivalent à (13) et (14).

la réalisation du circuit va être démontrée pour le même étage de puissance que précédemment, à savoir le circuit de BUCK.

Le modèle moyen dans l'espace d'état (3) est donné par :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(R_e + R // R_c)}{L} & \frac{-R}{(R + R_c)L} \\ \frac{R}{(R + R_c)C} & \frac{-1}{(R + R_c)C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (38)$$

$$y = \begin{bmatrix} d & 0 \\ R // R_c & \frac{R}{(R + R_c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$$

Autrement dit :

$$L \frac{di}{dt} = -R_e \cdot i - V_s + d \cdot V_g \quad (39)$$

$$i = C \cdot \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_s}{R}$$

On reconstitue alors le circuit :

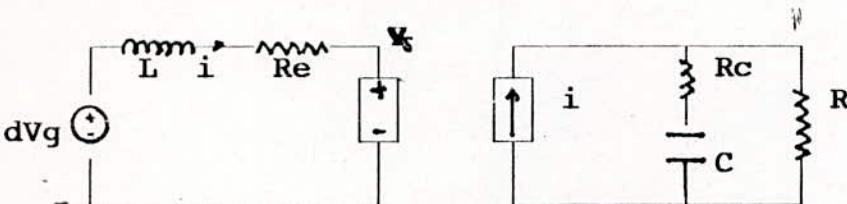


fig.4.Reconstitution du circuit.

pour pouvoir "connecter" le circuit on exprime la tension de la capacité v en fonction de la sortie désirée.

$$v = \frac{(R+R_c) \cdot V_s}{R} - R_c \cdot i$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d} & 0 \\ -\frac{R_c}{d} & \frac{(R+R_c)}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ v_s \end{bmatrix} \quad (40)$$

substituons (40) dans (38) :

$$\begin{bmatrix} L \frac{di}{dt} \\ C \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_e}{d} & -1 \\ \frac{1}{d} & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ v_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_g \quad (41)$$

A partir de l'équation (41) on peut facilement reconstituer le circuit représenté fig-5.

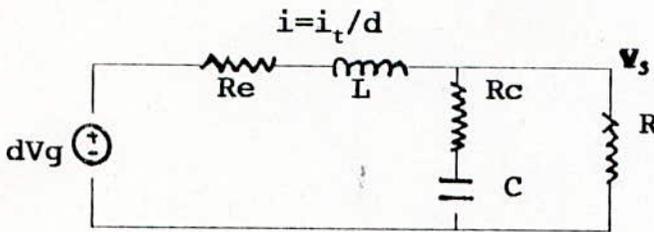


fig.5-Circuit moyen

Si l'on tient compte de la source de tension d'entrée V_g , il est intéressant de la représenter comme étant une source de tension débitant sur un transformateur de rapport de transformation $1/d$, et dont le domaine de travail serait le continu, donnant ainsi au secondaire une tension $d \cdot V_g$.

On représente ce transformateur avec une barre au milieu qui spécifie ainsi qu'il ne s'applique qu'au continu

Ainsi l'on peut considérer le générateur $d \cdot V_g$ comme étant la tension secondaire de ce transformateur.

Comme précédemment, en donnant la valeur 1 ou 0 à d on retrouve le circuit de la fig 4a ou 4b.

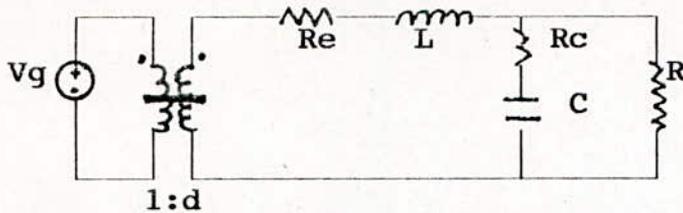


fig.6-Reconstitution du circuit en tenant compte de la source de tension V_g

Si l'on considère le rapport cyclique comme constant, autrement dit $d=D$, le régime continu se déduit facilement en négligeant l'inductance L et en supposant que la branche de la capacité est ouverte.

le gain en tension continu se déduit directement de la fig-6. ainsi que toutes les fonctions de transfert correspondant à (10)

Il est intéressant maintenant de comparer le transformateur idéal de rapport $1:d$ obtenu plus haut avec le transformateur habituel qu'on utilise en régimes alternatifs.

Alors que dans ce dernier le rapport du nombre de tours est un nombre fixe, celui employé dans notre modèle à un rapport de tour dynamique, qui change quand le rapport cyclique est une fonction du temps $d(t)$.

En boucle fermée, le retour se fait sur ce transformateur, la fonction de contrôle agissant sur $d(t)$.

Nous précisons toutefois que ce transformateur n'a aucune existence réelle et ne sert qu'à des fins d'illustration, puisqu'un convertisseur à commutation a avant tout les propriétés d'un transformateur continu-continu dont le rapport cyclique peut être dynamiquement ajusté par la modulation du rapport cyclique.

5.-CIRCUIT MOYEN :

Dans cette partie , le chemin b de l'organigramme de la fig-1 va être suivi et on établira au fur et à mesure des équivalences avec le chemin a suivi précédemment, [1] , [3] .

Toutefois, aucun détail de calcul ne sera donné dans ce cas vu la simplicité du circuit. Précisons qu'il suffit juste de prendre la moyenne des différentes variables du circuit (V_g, v_s, i, i_t, v), des deux circuits de la commutation. Puis comme précédemment , connecter les deux circuits moyens obtenus.

Ce cas du Buck n'est peut-être pas le choix adéquat pour montrer de manière définitive l'intérêt réel et l'avantage qu'apporte la M.E.E.

En effet pour des circuits tels que le hacheur de Buck-Boost [5] il est très délicats de suivre le chemin b vue la difficulté de procéder, lors de son étude, à la connection des deux circuits moyens issus de la commutation.

Signalons que pour le cas du Buck, on aboutit au circuit de la figure 6.

on commencera par introduire les différentes perturbations dans le circuit de la figure 6, puis on le linéariserà , pour finalement obtenir le circuit moyen.

Le circuit final du modèle moyen, auquel on aboutira, sera équivalent à la description donnée dans l'espace d'état par (17) et (18).

5.1.-PERTURBATION

Soit les variables perturbées de notre système :

$$v_g = V_g + \hat{v}_g$$

$$i = I + \hat{i}$$

$$v = V + \hat{v}$$

$$d = D + \hat{d}$$

$$i_t = I_t + \hat{i}_t$$

$$y = Y + \hat{y}$$

le circuit devient :

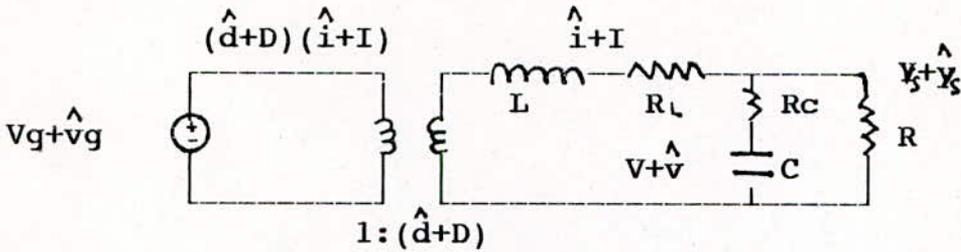


fig.7-circuit du modèle moyen perturbé.

5.2.-LINEARISATION

En tenant compte des approximations développées en (12) , on obtient les approximations linéaires suivantes :

$$\begin{aligned}
 (\hat{d}+D) \cdot (\hat{v}_g+V_g) &= \hat{d}\hat{v}_g + \hat{d} \cdot V_g + D(\hat{v}_g+V_g) \\
 &\approx \hat{d}V_g + D \cdot (V_g+\hat{v}_g)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\hat{d}+D) \cdot (\hat{i}+I) &= D(\hat{i}+I) + \hat{d}I + d\hat{i} \\
 &D(\hat{i}+I) + dI
 \end{aligned}$$

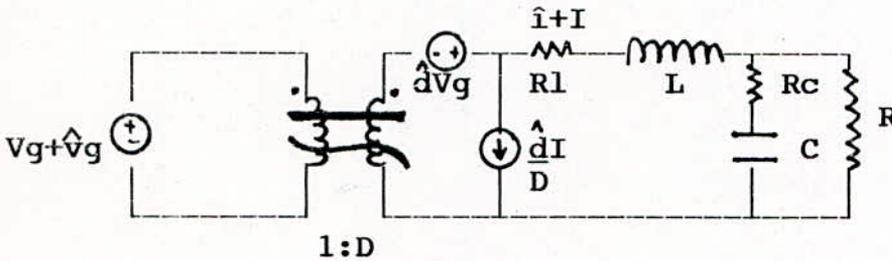


fig.8-Circuit linéarisé.

On obtient alors le circuit final du modèle moyen (fig-8). Dans ce circuit , la fonction de contrôle apparait en termes de générateur de tension et de courant dépendant de la variation d, alors que le rapport du nombre de tours du transformateur ne dépend que du rapport cyclique continu D.

le circuit obtenu à la fig-8 est équivalent à la description dans l'espace d'état donnée par (17) et (18).

Le transformateur a maintenant une barre ondulée en plus pour préciser qu'il transforme aussi les signaux alternatifs, représentant les petites perturbations.

6.-CIRCUIT DU MODELE CANONIQUE :

Bien que le modèle moyen final et général représenté par (13) et (14) ,donne une description complète du comportement du système, on désire, développer un modèle de circuit décrivant uniquement ses caractéristiques d'entrée, de sortie et de commande comme le montre la fig 10 b.

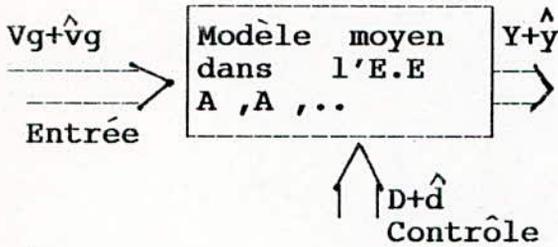


fig.10 a.

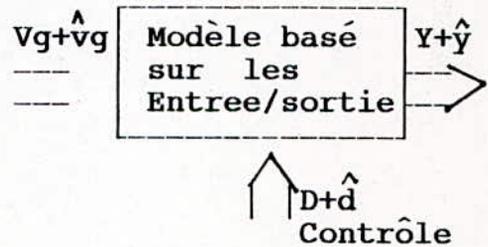


fig .10 b.

En allant du modèle de la fig 10a au modèle de la fig 10b certaines informations sur le comportement de certains états internes vont être perdues, mais d'un autre coté d'importants avantages vont être obtenus comme l'expliquait brièvement l'introduction du chapitre 1.

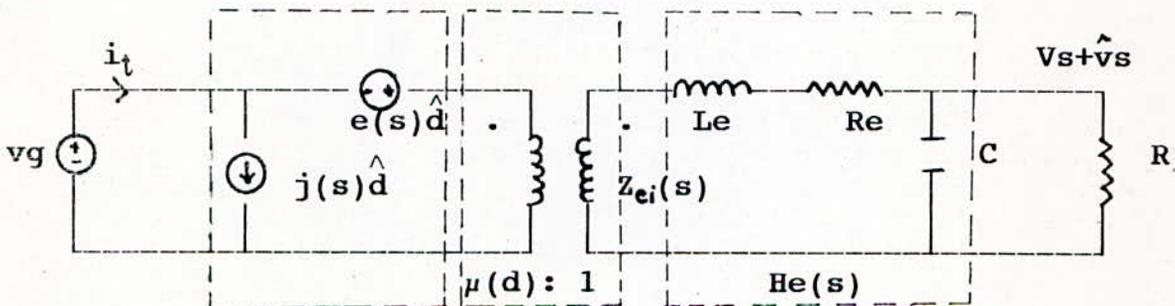


fig. 11-Circuit du modèle canonique.

Le modèle de la fig-11 est un circuit de topologie fixe, proposé afin d'illustrer la boîte noire de la fig 10b.

On appelle ce modèle "le circuit du modèle canonique" [1], car n'importe quel convertisseur, peut être représenté sous cette forme si l'on fait fi de sa configuration détaillée. Ainsi différents convertisseurs peuvent être représentés par un ensemble de formules appropriées représentées par les 4 éléments essentiels $e(s)$, $j(s)$, μ et $He(s)$, dans le circuit général.

La polarité du transformateur idéal $\mu:1$ est déterminée par l'étage de puissance suivant qu'il inverse ou non le signe de la tension de sortie .

Son rapport de tours dépend du rapport cyclique D et représente ainsi le rapport de conversion de l'entrée à la sortie.

Le filtre passe-bas (Le , Ce) est montré dans la fig-11 seulement à des fins d'illustration, car le nombre et la configuration des bobines et capacités du filtre effectif de la fonction de transfert, dépend du nombre d'éléments de stockage dans le convertisseur original.

La résistance Re est incluse dans le modèle de la fig-11 pour représenter les propriétés d'amortissement du filtre passe-bas pratique.

Cette résistance englobe les différentes résistances en série dans le circuit réel

La résistance R , de la bobine, les résistances additionnelles "de commutation" induisant la discontinuité de la tension de sortie ($D.R/(R+Re)$ pour le cas du Buck), ainsi qu'une résistance due à la modulation du temps de stockage du transistor[2], sont un exemple des résistances que Re prend en considération.

6.1.-DEVELOPPEMENT DU MODELE CANONIQUE DANS L'E.E

A partir du modèle moyen dans l'espace d'état (13) et (14), on obtient directement en utilisant la transformée de Laplace :

$$\begin{aligned} \hat{x}(s) &= (sI-A)^{-1} \cdot B \cdot \hat{v}_g(s) + (sI-A)^{-1} \cdot ((A_1-A_2)X + (B_1-B_2) \cdot Vg) \hat{d}(s) \\ \hat{y}(s) &= C \cdot \hat{x}(s) + (C_1 - C_2) \cdot X \cdot \hat{d}(s) \end{aligned} \quad (45)$$

Maintenant si nous ne tenons compte que des fonctions de transfert qui décrivent les propriétés d'entrée et de sortie du convertisseur on obtient :

$$\hat{v}_s(s) = G_{vg} \cdot \hat{v}_g(s) + G_{vd} \cdot \hat{d}(s) \quad (46)$$

$$\hat{i}_t(s) = G_{ig} \cdot \hat{v}_g(s) + G_{id} \cdot \hat{d}(s)$$

Les fonctions de transfert G's s'écrivent en fonctions des matrices et vecteurs de (45).

Pour le circuit du modèle canonique, proposé par la fig-11 on trouve directement :

$$\begin{aligned} \hat{v}_s(s) &= (\hat{v}_g + e \cdot \hat{d}) \cdot \frac{1}{\mu} \cdot H_e(s) \\ \hat{i}_t(s) &= j \cdot \hat{d} + (e \cdot \hat{d} + \hat{v}_g) \frac{1}{\mu^2 \cdot Z_{ei}(s)} \end{aligned} \quad (47)$$

On réécrit ces deux équations sous la forme (46) :

$$\begin{aligned} \hat{v}_s(s) &= \frac{1}{\mu} H_e(s) \cdot \hat{v}_g(s) + \frac{e}{\mu} \cdot H_e(s) \cdot \hat{d} \\ \hat{i}_t(s) &= \frac{1}{\mu^2 \cdot Z_{ei}(s)} \cdot \hat{v}_g(s) + j + \frac{e}{\mu^2 \cdot Z_{ei}(s)} \cdot \hat{d} \end{aligned} \quad (48)$$

Une comparaison directe avec (46) permet d'identifier $H_e(s)$, $e(s)$, $j(s)$ en termes de fonctions de transfert connues G_{vg} , G_{vd} , G_{id} , G_{ig} .

on obtient :

$$e(s) = \frac{G_{vd}(s)}{G_{vg}(s)} \quad ; \quad j(s) = G_{id}(s) - e(s) \cdot G_{ig}(s) \quad (49)$$

$$H_e(s) = \mu \cdot G_{vg}(s)$$

Noter que dans l'équation (49) $1/\mu$ représente le gain en tension continue idéale, quand toutes les résistances parasites sont nulles.

μ peut être trouvé en résolvant la première ligne de la matrice suivante :

$$1_{\text{er}} \text{ ligne } \left[\frac{Y}{Vg} = C.A.B^{-1} \right] = \frac{1}{\mu} \cdot (\text{facteur de correction}) \quad (50)$$

et en réduisant le facteur de correction à 1.

La procédure à suivre pour trouver les 4 éléments du modèle canonique est brièvement récapitulée.

1/ A partir de l'équation (50) le rapport de transformation continu-continu de base μ est trouvé comme étant une fonction du rapport cyclique permanent D.

2/ A partir de l'ensemble des fonctions de transfert (45) seules celles définies par (46) sont calculées pour le moment.

3/ En utilisant ces 4 fonctions de transfert dans (49), les générateurs dépendants de la fréquence $e(s)$ et $j(s)$ ainsi que la fonction de transfert du filtre passe-bas $He(s)$ sont obtenus.

Les deux générateurs $e(s)$ et $j(s)$ peuvent être mis sous la forme :

$$\begin{aligned} e(s) &= E.f_1(s) \\ j(s) &= J.f_2(s) \quad \text{avec} \quad f_1(0)=f_2(0)=1 \end{aligned} \quad (51)$$

E et J peuvent être identifiés comme étant respectivement les gains en continu des fonctions dépendantes de la fréquence $e(s)$ et $j(s)$.

6.2.-APPLICATION A L'ÉTAGE DE PUISSANCE DU BUCK

Il nous faut déterminer l'expression du courant d'entrée \hat{i}_t et de la tension de sortie \hat{v}_s , pour accéder aux éléments du circuit canonique.

\hat{i}_t et \hat{v}_s sont les deux composantes du vecteur de sortie \hat{y} , (paragraphe-3). Il nous suffit donc d'exprimer l'expression (45) du vecteur de sortie.

$$\hat{Y}(s) = C.(s.I-A)^{-1}.B.\hat{v}_g + P.\hat{d}$$

Avec :

$$F = (A_1-A_2).X + (B_1-B_2).Vg$$

$$P = C.(sI-A)^{-1}.F + (C_1-C_2).X$$

A partir des résultats obtenus au paragraphe 3, on écrit :

$$C.(s.I-A)^{-1}.B = \frac{1}{\det} \left[\begin{array}{c} \frac{D}{L} \cdot \left[s + \frac{1}{(R+Rc)C} \right] \\ \frac{R}{(R+Rc)} \cdot \frac{D}{CL} \cdot (1 + Rc.C.s) \end{array} \right]$$

Après identification avec (46), les deux fonctions de transfert G_{vg} et G_{ig} s'écrivent :

$$G_{vg} = D. \frac{R}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{s}{W_b} + 1}{\frac{s^2}{W_0^2} + \frac{s}{QW_0} + 1} \right] \quad (52)$$

$$G_{ig} = \frac{D^2}{(R+Re)} \left[\frac{\frac{s}{W_b} + 1}{\frac{s^2}{W_0^2} + \frac{s}{QW_0} + 1} \right]$$

Les différents paramètres tels que W_b , W_0 , etc.. ont déjà été défini auparavant(paragraphe 3).

Pour pouvoir déterminer les deux autres fonctions de transfert G_{id} et G_{ig} , il nous faut exprimer le vecteur suivant :

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\text{Det}} \cdot \frac{(R+R_L+R_d)}{R+Re} \cdot \frac{Vg}{L} \cdot \frac{1}{(R+R_c)C} & \frac{D \cdot (s+1)}{W_b} + I \\ \frac{1}{\text{Det}} \cdot \frac{(R+R_L+R_d)}{R+Re} \cdot \frac{Vg}{L} \cdot \frac{1}{(R+R_c)C} & \frac{R \cdot (s+1)}{W_a} \end{bmatrix}$$

Par conséquent :

$$G_{id} = \frac{D \cdot Vg}{(R+Re)} \cdot \frac{R+R_L+R_d}{R+Re} \cdot \left[\frac{\frac{s}{W_b} + 1}{\frac{s^2}{W_{02}} + \frac{s}{QW_0} + 1} \right] + I \quad (53)$$

$$G_{vd} = Vg \cdot \frac{R}{(R+Re)} \cdot \frac{R+R_L+R_d}{R+Re} \cdot \left[\frac{\frac{s}{W_a} + 1}{\frac{s^2}{W_{02}} + \frac{s}{QW_0} + 1} \right]$$

A partir de ces quatre fonctions de transfert et du résultat (49), on peut maintenant obtenir les éléments du circuit canonique. L'expression de ces derniers est rappelée ci-dessous :

$$e(s) = \frac{G_{vd}}{G_{vg}} \quad ; \quad j(s) = G_{id} - e(s) \cdot G_{ig}$$

$$\mu = \frac{V_s}{V_g} \quad ; \quad H_e(s) = \mu \cdot G_{vg}$$

Après calcul on obtient :

$$e(s) = \frac{V}{D^2} \cdot \frac{R+R_L+R_d}{R+Re} \quad ; \quad j(s) = I$$

$$H_e(s) = \frac{R}{R+Re} \cdot \frac{\frac{s}{W_a} + 1}{\frac{s^2}{W_{02}} + \frac{s}{QW_0} + 1} \quad (54)$$

$$\mu = \frac{1}{D}$$

Essayons d'arriver au meme resultat en utilisant maintenant le chemin b . Le procedé consiste en une manipulation du circuit perturbé et linéarisé obtenu à la fin du paragraphe 4.

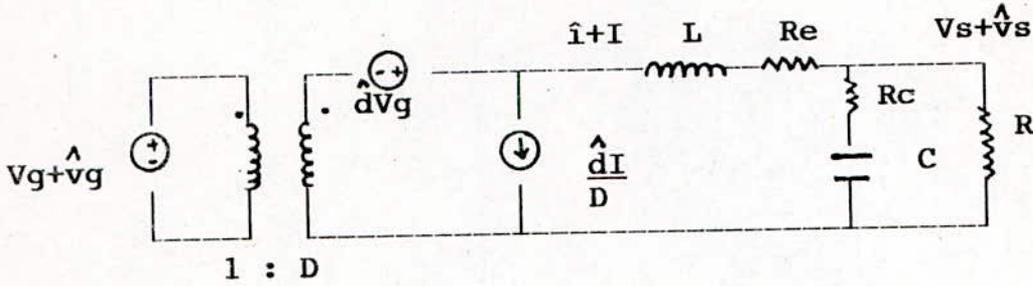


fig-12-Circuit du modèle moyen final.

En ramenant les générateurs de tension et de courant au "primaire", qui est considéré du point de vue de la modélisation comme étant le port d'entrée du convertisseur, on obtient le circuit canonique.

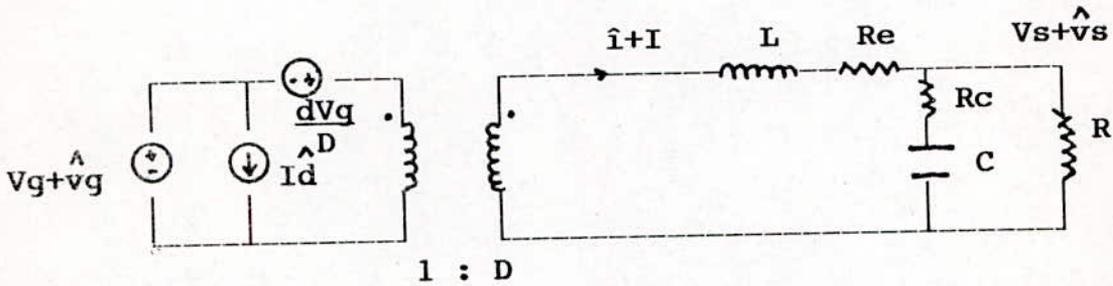


fig-13-Circuit du modèle canonique du Buck

Pour bien montrer que les chemins a et b, sont bien équivalents le convertisseur de Buck a été mis sous la forme du circuit canonique, soit par une détermination mathématique, soit par une manipulation de circuit électrique

L'intérêt de ce circuit canonique va être abordé dans le prochain sous paragraphe.

6.3. - IMPORTANCE DU CIRCUIT DU MODELE CANONIQUE

Le circuit du modèle canonique de la fig-11 incorpore les 3 propriétés de base d'un convertisseur continu-continu :

-la fonction de conversion continu-continu (représentée par le transformateur idéal $\mu:1$)

-Le contrôle grâce aux générateurs dépendants du rapport cyclique d .

-Présence d'un filtre passe-bas, servant à réduire l'ondulation du courant et de la tension de sortie.

Noter aussi que la présence du générateur de courant $J(s)$. d est nécessaire si l'on veut représenter l'influence d'une source de tension non idéal (impédance interne prise en compte), ou l'influence d'un filtre d'entrée [7], sur le comportement du convertisseur.

Un autre résultat significatif du circuit du modèle canonique est la possibilité de réduire n'importe quel hacheur, en utilisant (45), (46), (49), (50), à une forme fixe, du moment que seules les propriétés de contrôle, d'entrée et de sortie sont concernées.

D'où la possibilité d'utiliser ce modèle afin de comparer d'une manière unique et facile les caractéristiques des différents convertisseurs.

Certaines comparaisons intéressantes sont données ci-dessous:

1/Les différentes configurations de filtres peuvent être comparées en tenant compte de leur efficacité dans une certaine plage de variation du rapport cyclique dynamique D , car en général, les éléments du filtre dépendent de D . D'où la possibilité de choisir son filtre en optimisant sa taille et son poids.

2/Les facteurs de conversion de différents convertisseurs peuvent être comparés.

3/Pour la partie contrôle du modèle canonique, on peut comparer les générateurs dépendants de la fréquence $e(s)$ et $j(s)$ pour différents convertisseurs et sélectionner la configuration qui facilite le plus la stabilisation en boucle fermée.

4/Finalement, le modèle canonique offre une bonne technique pour stocker et classer des informations sur les hacheurs dans un ordinateur, sous la forme des 4 éléments essentiels du circuit. donc grâce à la forme fixe du circuit du modèle canonique, un programme unique peut être utilisé pour calculer et tracer différentes quantités fonctions de la fréquence.(impédance d'entrée, de sortie...)

notons aussi la possibilité d'ajouter, sans compliquer pour autant l'analyse du circuit, des filtres d'entrée ou/et de sortie.

Ce dernier point va être abordé dans le prochain paragraphe. En effet nous allons déterminer un circuit équivalent à un hacheur régulé en boucle fermée, en prenant comme circuit de base le circuit canonique obtenu plus haut.

7.-MODELISATION D'UN COMMUTATEUR EN MODE REGULE

Ce paragraphe va démontrer la facilité avec laquelle les hacheurs, modélisé par leur circuit canonique équivalent, peuvent être incorporés dans des systèmes plus compliqués, comme par exemple dans un commutateur régulé.

De plus nous donnerons un aperçu general sur la technique à suivre pour modéliser un générateur d'impulsion 11 .

Une représentation d'un commutateur régulé est donnée à la figure 14.

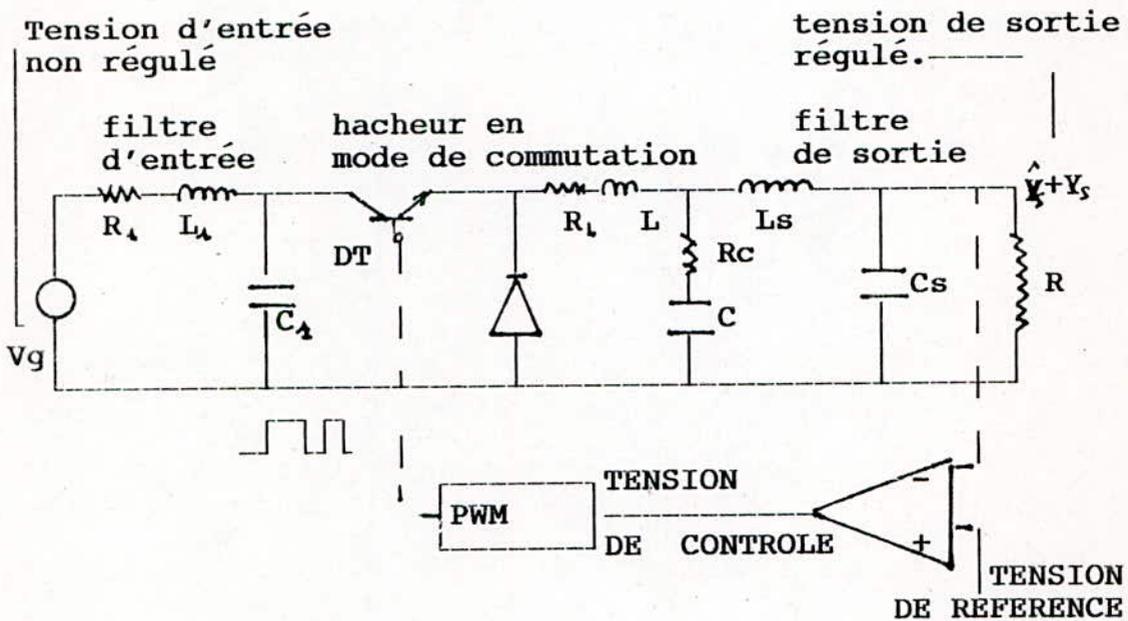


Fig.14-Hacheur régulé en boucle fermée.
incorporant un filtre d'entrée
et de sortie

Afin de rendre plus concrète cette étude le convertisseur est représenté par l'étage de puissance de buck , auquel on ajoute un filtre d'entrée et de sortie.

Cela n'enlève rien à la généralité de cette étude valable pour n'importe quel configuration de filtre et n'importe quel convertisseur.

La prochaine étape consiste à obtenir le modèle du modulateur. Cela se fait en exprimant la fonction essentiel du modulateur. Elle consiste à convertir un signal analogique V_c en un rapport cyclique de commutation D .

cette expression peut s'écrire $D = V_c / V_m$ ou V_m est par définition la plage des signaux de contrôle nécessaires pour faire parcourir au rapport cyclique toute sa plage de variation de 0 à 1.

Une petite variation \hat{v}_c superposée à V_c produit par conséquent une variation correspondante $\hat{d} = \hat{v}_c / V_m$ dans D et qui peut être généralisée comme une réponse fréquentielle non uniforme

$$\hat{d} = \frac{f_m(s)}{V_m} \cdot \hat{v}_c \quad (56)$$

avec $f_m(0) = 1$.

on peut donc dire que les caractéristiques de contrôle du modulateur peuvent être représentées en général par les deux paramètres V_m et $f_m(s)$ indifféremment des détails des mécanismes concevant la modulation.

Ainsi par substitution de d à l'aide de (56) les deux générateurs du circuit du modèle canonique peuvent être exprimés en fonction de la tension dynamique v_c .

Le modèle résultant équivaut à un circuit linéaire représentant les propriétés de transfert de petits signaux des processus non linéaire du modulateur et du convertisseur.

Il est simple alors d'ajouter l'amplificateur linéaire et les filtres d'entrée et de sortie pour obtenir le circuit équivalent en permanent du régulateur complet en boucle fermée (voir fig-16).

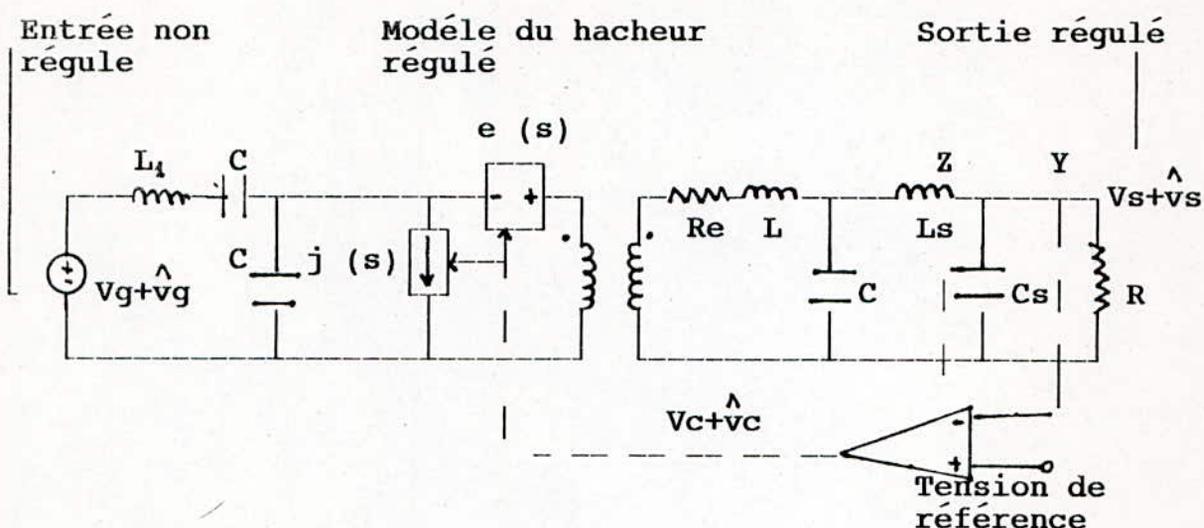


Fig.15-circuit du modèle de convertisseur régulé.

Avec :
$$e_c(s) = \frac{E \cdot f_1(s) \cdot f_m(s) \cdot \hat{v}_c}{V_m}$$

$$j_c(s) = \frac{J \cdot f_1(s) \cdot f_m(s) \cdot \hat{v}_c}{V_m}$$

La fonction de transfert du modulateur à été incorporée aux deux générateurs et le symbole des générateurs ont été changés en un carré pour rappeler , qu'en boucle fermée, ils dépendent d'un autre signal de ce même système.

La tension de sortie est prélevé au point Y, puis est comparée à la tension de référence. l'Erreur est ensuite amplifiée puis appliquée aux deux générateurs.

La connection venant du point Z indique une boucle de retour additionnelle possible .

Ce second signal de retour peut par exemple provenir du flux dans la bobine , du courant dans la bobine ou du courant de la capacité.

Comme le montre la fig-15 nous avons réussi à obtenir un circuit complet du modèle linéaire d'un hacheur régulé.

CHAPITRE 2

**DIMENSIONNEMENT DES
SEMI-CONDUCTEURS**

1.-INTRODUCTION

Ce chapitre va nous permettre d'aborder l'étude du dimensionnement du hacheur.

A partir des spécifications de fonctionnement que l'on se fixe lors de la conception du hacheur, on doit déterminer à la fois les contraintes maximales que vont supporter les composants de commutation ainsi que les dimensions du filtre de sortie.

Il faut toutefois que le choix d'un composant se base sur plus de paramètres. Nous allons essayer de tenir compte des spécifications suivantes :

- 1) Contraintes maximales que va supporter ce composant, augmenté d'un coefficient de sécurité.
- 2) Sa taille et son poids doivent être aussi petits que possible, afin d'augmenter la densité de puissance du circuit.
- 3) Bien évidemment, il faut tenir compte aussi du prix de ce composant.
- 4) Enfin le dernier point, mais non le moindre, tenir compte de sa disponibilité dans notre pays.

Dans un premier temps, nous aborderons l'étude des contraintes maximales qui s'exercent sur les semi-conducteurs du circuit de Buck de manière générale. [13]

On entend par là que le calcul se fera en fonction des spécifications externes du hacheur, indépendamment de sa configuration détaillée.

Les résultats resteront théoriques, il n'y'aura aucune application numérique; du moins pour le moment.

Dans un deuxième temps, nous déterminerons les dimensions du filtre de sortie. Autrement dit la valeur à donner à la bobine et à la capacité de sortie. [20]

Pour cela, on calculera d'abord l'expression générale de l'ondulation du courant et de la tension.

Puis à partir des résultats trouvés, on déterminera, alors l'expression de la bobine et de la capacité du filtre de sortie. Encore une fois aucune application numérique ne se fera à l'issue de ce calcul.

2.-DIMENSIONNEMENT DES SEMIS CONDUCTEURS

2.1.-INTRODUCTION

Il est intéressant de déterminer les contraintes maximales qui vont s'exercer sur les semi-conducteurs, uniquement à partir de paramètres "externes" et d'un paramètre de conception [13].

On appelle paramètres externes, les spécifications externes du convertisseur qui concernent la plage de variation de la tension d'entrée, la tension de sortie et la plage de variation de la charge.

Les paramètres internes sont donnés par les paramètres de contrôle et les valeurs des composants du circuit.

L'intérêt de cette détermination réside dans le fait qu'en procédant de la même manière avec des convertisseurs de classe différente, comme par exemple les hacheurs à résonance, il est alors possible de les comparer directement.

En effet, en se basant sur les paramètres internes, l'expression de ces contraintes pour le cas d'un circuit à PWM, sera fonction du filtre de sortie, du rapport cyclique et de la charge, alors que pour le cas d'un convertisseur à résonance le résultat sera fonction du circuit de résonance, de la charge et du rapport cyclique.

On le voit, une comparaison ne sera pas facile.

Nous allons donc établir une normalisation des contraintes sur les semi-conducteurs, en fonction de l'utilisation envisagée et d'un terme de conception ξ .

Ce terme lie en fait les expressions qu'on obtiendra avec les paramètres internes du circuit.

2.2.-NORMALISATION DES CONTRAINTES

Les spécifications de base nécessaires à la conception d'un hacheur peuvent se résumer en trois points :

- 1) Plage de la tension d'entrée : $V_{gmin} < V_g < V_{gmax}$
- 2) Plage de la charge : $I_{min} < I_s < I_{max}$.
- 3) Tension de sortie : V_s

A partir de ces spécifications on peut alors normalisé la plage de variation de ces différents paramètres externes.

- 1) La plage du rapport de conversion $M = \frac{V_s}{V_g}$ est :

$$M_{min} < M < M_{max} \quad (58)$$

- 2) Pourcentage des variations de lignes :

$$\delta = \frac{\Delta V_g}{V_{gnom}} = \frac{V_{gmax} - V_{gmin}}{V_{gnom}} \quad (58)$$

- 3) La plage de variation normalisée de la charge est :

$$\Delta_r = \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} \quad (58)$$

La normalisation peut se faire par rapport aux spécifications d'entrée ou bien de sortie.

-Par conséquent si on normalise par rapport à la sortie les pics maximaux en tension et courant sont donnés par

$$\frac{I_{pmax}}{I_{max}} = F_s(\delta, \Delta_r, M_{max}, M_{min}, \epsilon_c) \quad (59)$$

$$\frac{V_{pmax}}{V_s} = G_s(\delta, \Delta_r, M_{max}, M_{min}, \epsilon_v)$$

-Si on normalise par rapport aux quantités d'entrées

$$\frac{I_{pmax}}{\langle I_e \rangle_{max}} = F_e(\delta, \Delta_r, M_{max}, M_{min}, \xi_c)$$

$$\frac{V_{pmax}}{V_{gmax}} = G_e(\delta, \Delta_r, M_{max}, M_{min}, \xi_v)$$
(60)

I_p représente d'une manière générale le courant de pic
Le graphe suivant rappelle les formes des courants dans le transistor et dans la diode.

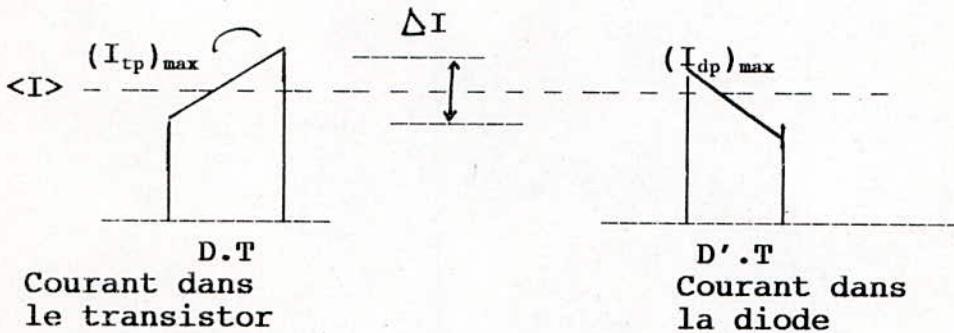


Fig.16-Courant typique dans les semi-conducteurs.

$\langle I \rangle$ représente le courant moyen dans la bobine
 $\langle I_e \rangle$ représente le courant moyen d'entrée.

est un terme de conception indépendant de M . La raison pour laquelle on l'appelle terme de conception est due au fait qu'il est lié au filtre de sortie pour la classe des convertisseurs à PWM.

Par exemple dans le cas du buck ξ_c dépend de la bobine du filtre de sortie.

2.3.-CONTRAINTES MAXIMALES DANS LES CONVERTISSEURS A PWM :

Une représentation typique des courants dans les semi-conducteurs est donnée par la figure 16. Les courants de pic dans le transistor et dans la diode sont les mêmes.
 $(I_t)_p = (I_d)_p = I_p$.

Il est clair à partir de la figure 16 que l'ondulation du courant dans la bobine participe à la valeur du pic de courant.

On fixe au moment de la conception d'un convertisseur de ce type le pourcentage maximal de l'ondulation en tenant compte du courant maximal dans la bobine.

Pour la classe de convertisseur qui nous intéresse ce pourcentage de l'ondulation devient un paramètre de conception et est donné par :

$$\xi_c = \frac{\Delta I / 2}{\langle I \rangle_{\max}} \quad (61)$$

Le cas idéal voudrait que ξ_c soit égal à zéro mais une valeur voisine de 0.1 est considérée comme raisonnable.

Le courant de pic est donné par :

$$I_p = \langle I \rangle + \frac{\Delta I}{2} = I_s \cdot \left(1 + \frac{\Delta I}{2 \cdot \langle I \rangle}\right) \quad (62)$$

Ou $\langle I \rangle = I_s$.

Le courant de pic maximal relativement au courant de sortie est donné par :

$$\frac{(I_p)_{\max}}{(I_s)_{\max}} = 1 + \frac{\Delta I}{2 \langle I \rangle_{\max}} = 1 + \xi_c \quad (63)$$

Relativement à l'entrée :

$$\frac{(I_p)_{\max}}{\langle I_e \rangle_{\max}} = \frac{1}{M_{\max}} (1 + \xi_c) \quad (64)$$

En tenant compte que : $P_e = V_g \cdot \langle I_e \rangle$

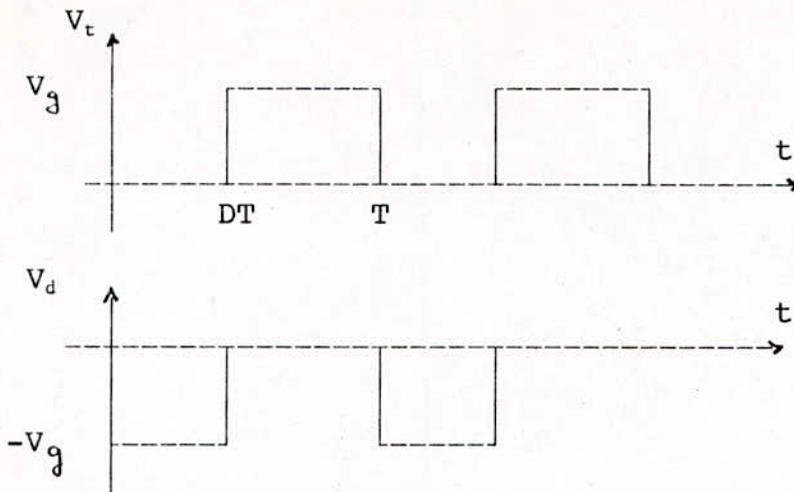


fig.17-Tension aux bornes du transistor et de la diode.

D'après le graphe de la figure 17 la tension maximal aux bornes de la diode et du transistor est la même. Elle est donnée par :

$$\frac{(V_p)_{\max}}{(V_g)_{\max}} = 1 \quad (65)$$

Avec $(V_p)_{\max} = (V_{tp})_{\max} = (V_{dp})_{\max}$

Les expressions des courants et tensions maximums trouvés en (62) , (63) , (64) et (65) nous permettront au chapitre 3 de calculer nos semi-conducteurs une fois fixés les paramètres de fonctionnement de notre hacheur.

3.- DIMENSIONNEMENT DU FILTRE DE SORTIE

Le calcul du filtre de sortie revient à déterminer la valeur à donner à la capacité et à l'inductance du filtre de manière à ce que la tension et le courant de sortie soient lissés. [20] , [21].

L'allure des formes d'ondes (figure 18) des diverses variables (formes moyennes) bien qu'idéales vont nous permettre de mener rapidement à bien ce calcul.

En supposant parfaits les semi-conducteurs et les éléments du filtre et en introduisant certaines approximations qui simplifient grandement les calculs nous ne nuirons pas pour autant à la précision des résultats.

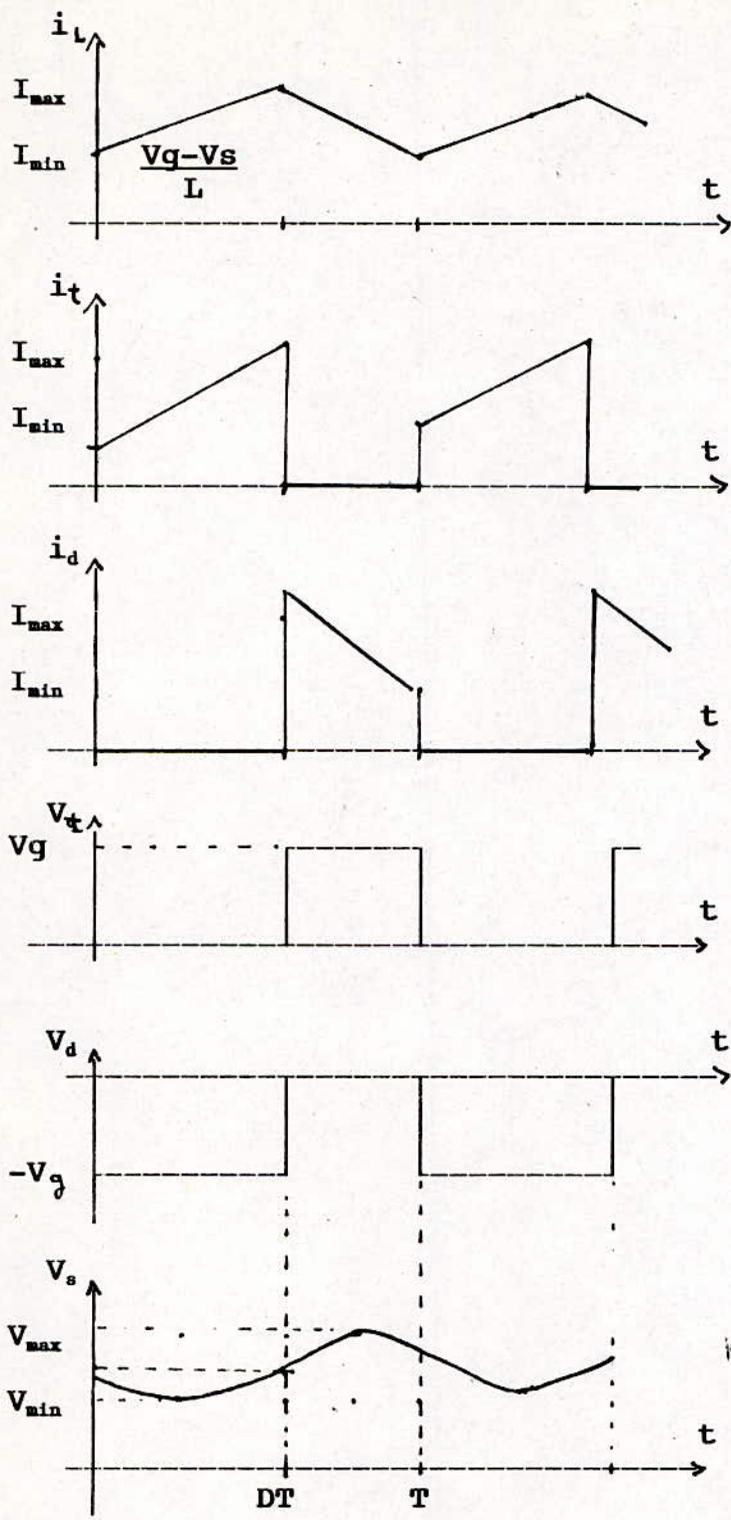


fig-18-Formes d'ondes de différentes grandeurs.

3.1.-ONDULATION DU COURANT

Pour calculer l'ondulation du courant dans l'inductance on peut en première approximation négliger les variations de la tension v_s et confondre tout au long de la période T la tension v_s avec sa valeur moyenne V . Une fois l'expression de l'ondulation déterminée il est alors aisé de trouver L .

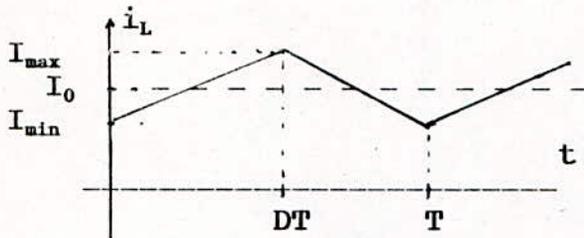


Fig.19-Ondulation du courant dans la bobine.

On a alors:

$$\text{-pour } 0 < t < DT \quad R i + L \frac{di}{dt} = V_g - V_s$$

Pour une évaluation rapide on néglige R .

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_g - V_s}{L} \quad (66)$$

d'Après le graphe de la figure 18 l'intégration de i entre I_{max} et I_{min} donne:

$$i = I_{max} - I_{min} = \frac{(V_g - V_s)}{L} D \cdot T \quad (67)$$

Ce qui nous permet d'obtenir L :

$$L = \frac{(V_g - V_s) \cdot D \cdot T}{(I_{max} - I_{min})} \quad (68)$$

Cette expression sera utilisée au chapitre 3 lors de la réalisation pratique du hacheur.

3.2.- ONDULATION DE LA TENSION VS

Le calcul de l'ondulation de la tension v_s va se faire à partir de l'expression approchée du courant trouvé précédemment.

Si v_s varie peu il en est de même du courant v_s/R dans la résistance R . Les variations du courant i de part et d'autre de sa valeur moyenne correspondent au courant i_c de charge et de décharge de la capacité.

Les graphes de la figure 18 facilitent la détermination de l'expression de l'ondulation de la tension de sortie.

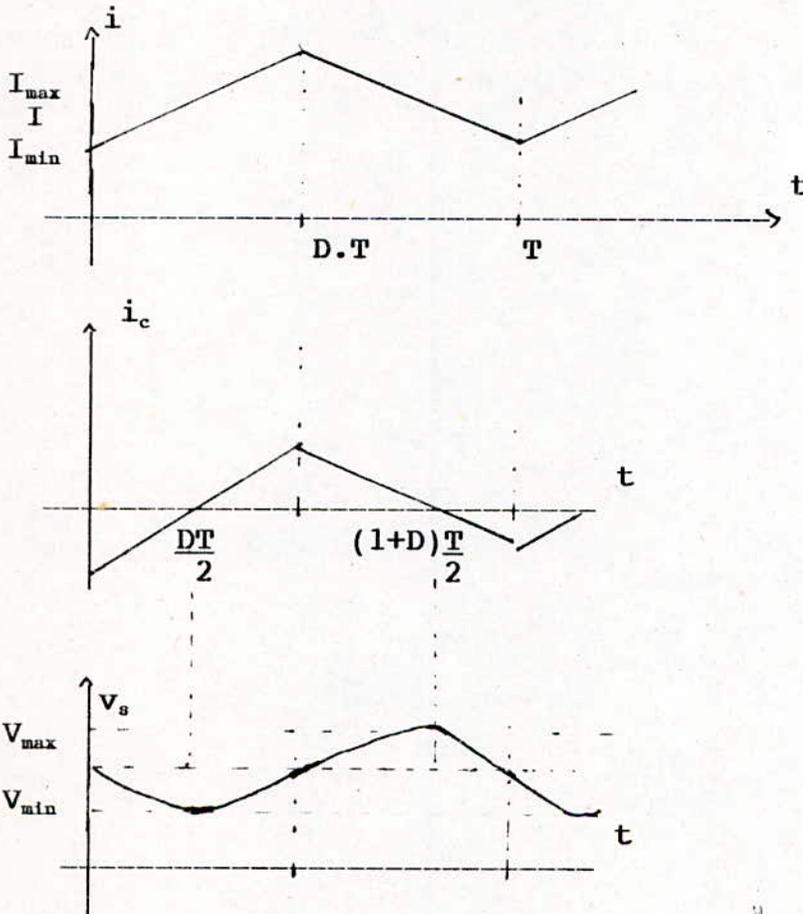


Fig.20-Formes d'ondes du courant dans la bobine et dans la capacité et ondulation de la tension de sortie.

$$\begin{aligned}
 \text{pour } 0 < t < DT & \quad i_c = \frac{-\Delta i}{2} + i \cdot \frac{t}{DT} \\
 \text{pour } DT < t < T & \quad i_c = \frac{\Delta i}{2} - i \cdot \frac{(t-DT)}{(T-DT)}
 \end{aligned}
 \tag{69}$$

$$i_c = i - I \tag{70}$$

$$C \cdot \frac{dv_s}{dt} = i - I$$

$$\Delta v_s = v_{smax} - v_{smin} = \frac{1}{C} \int_{DT/2}^{(1+D)T/2} (i - I) \cdot dt \tag{71}$$

$$\Delta v_s = v_{smax} - v_{smin} = \frac{1}{C} \frac{\Delta i}{4} D \cdot T + \frac{1}{C} \frac{\Delta i}{4} D' \cdot T \tag{72}$$

$$\Delta v_s = \frac{1}{C} \frac{\Delta i}{4} T$$

La valeur de C peut alors être déterminer :

$$C = \frac{\Delta i \cdot T}{\Delta v_s \cdot 4} \tag{73}$$

Les expressions (68) et (73) nous permettrons au chapitre 3 de proceder au calcul du filtre de sortie.

CHAPITRE 3

REALISATION PRATIQUE

1.-INTRODUCTION

Nous allons maintenant procéder à la réalisation pratique du hacheur de Buck.

Nous nous sommes fixés pour objectif, la conception d'un hacheur dont la tension d'entrée est fixée à 10 Volts et la tension de sortie est fixée à 5 Volts. La puissance disponible en sortie est de 5 Watts.

L'ondulation de la tension de sortie est fixée à 5 %.

Mais avant de présenter notre réalisation, de rapides notions concernant les semi-conducteurs et le circuit de commande seront données.

En effet nous préciserons les critères qui ont prévalu au choix d'un MOSFET et d'une diode SCHOTTKY comme commutateur. Puis nous dimensionnerons ces semi-conducteurs à partir des résultats obtenus au chapitre 2

Une description générale concernant le fonctionnement du circuit de commande sera donnée.

Enfin nous appliquerons les résultats obtenus au chapitre 2, afin de calculer le filtre de sortie. Ce sera l'occasion de décrire les différents paramètres dont dépend la conception d'une inductance opérant en hautes fréquences.

Dans un deuxième temps, une fois le schéma général de notre circuit présenté, nous procéderons à une série de mesures permettant de déterminer ses performances.

L'analyse de ces résultats permettra de tirer certaines conclusions concernant le comportement de notre convertisseur. Nous essayerons d'analyser les écarts, qui ne manqueront pas d'exister, entre les prévisions théoriques et les résultats pratiques.

Enfin cette série de mesures permettra de déterminer le point de fonctionnement nominal du circuit.

Nous passerons enfin à la dernière partie de notre conception qui est la régulation en boucle fermée de la tension de sortie.

Pour cela nous analyserons les réponses fréquentielles des fonctions de transfert obtenues au paragraphe 3 du chapitre 1. A partir de ces graphes nous déterminerons, si nécessaire, le correcteur adéquat qui régulera le mieux la tension de sortie du hacheur.

2.-TRANSISTOR DE PUISSANCE

2.1.-GENERALITES

Le choix d'un MOS de puissance est du aux avantages majeurs qu'il présente comparés au transistor bipolaire. De manière succincte on peut les réduire aux deux points suivants:

1/ Faible exigence d'énergie pour le signal de gate. Aucun courant ne peut circuler dans la gate une fois la faible capacité d'oxyde de gate chargée.

2/ Vitesses de commutation élevées, car les électrons peuvent commencer à circuler du drain vers la source dès que le canal s'ouvre. La profondeur du canal est proportionnelle à la tension de gate et se réduit dès que la tension de gate s'interrompt, de telle sorte qu'il n'y a aucun effet de temps de stockage comme on en rencontre dans les transistors bipolaires[2]. Un MOSFET commence à se bloquer dès que sa tension de gate tombe sous sa tension de seuil $V_{gs(th)}$

2.2.-COMPORTEMENT EN COMMUTATION

La figure 22 illustre un modèle simplifié des capacités parasites d'un mosfet de puissance et les formes d'ondes de tension en commutation sur charge résistive. [15]

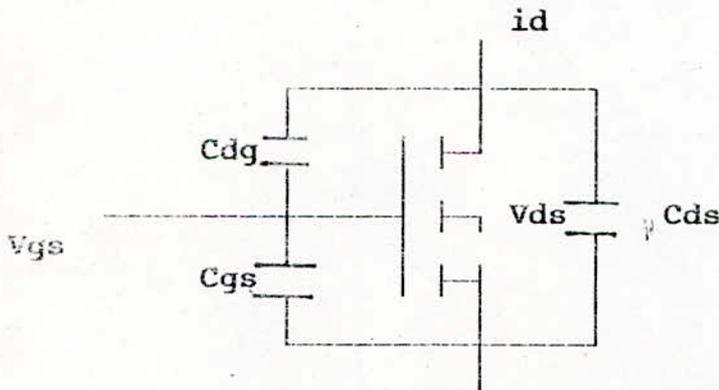


Fig.21-Modèle capacitif pour un MOSFET de puissance

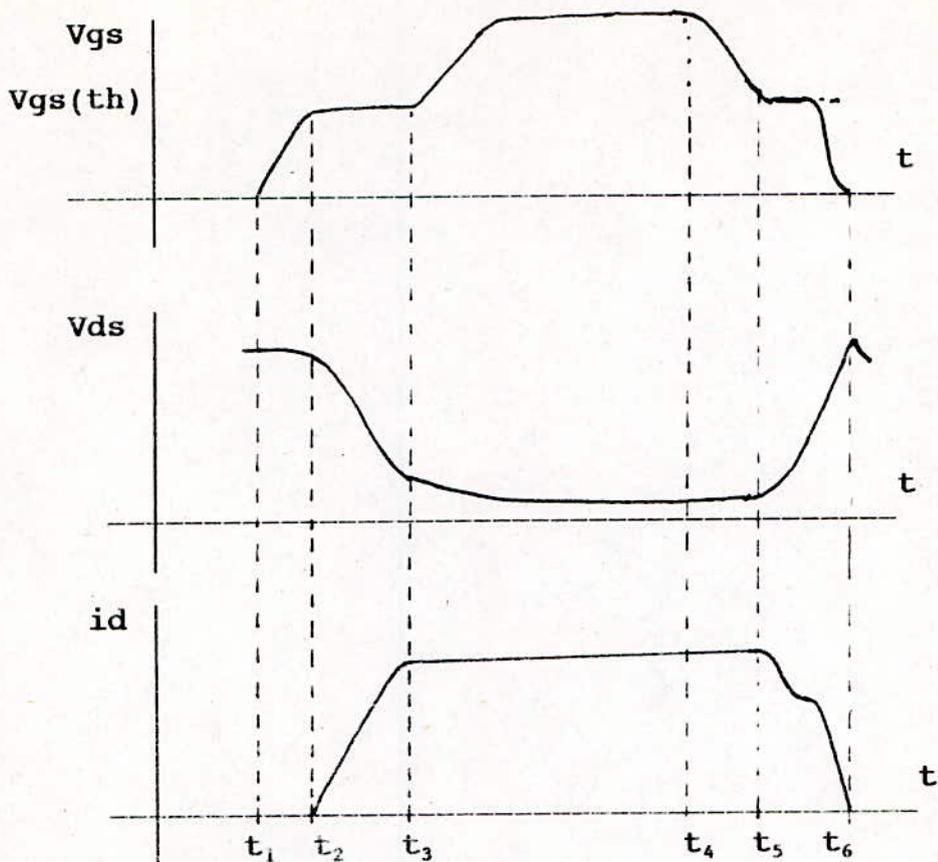


Fig.22-formes d'ondes en commutation sur charge résistive.

Dans un MOSFET ce sont les capacités parasites qui, par le temps nécessaire pour les charger ou les décharger, limitent la rapidité des commutations.

On peut distinguer : (fig-22)

- La capacité grille-source (C_{gs}). Elle est peut sensible aux variations de la tension V_{ds} .
- La capacité grille-drain C_{gd} . Très sensible aux variations de V_{ds} .
- La capacité Drain-source C_{ds} . Son importance est moindre car ses effets sont masqués par ceux de C_{ds} .

Comportement général en conduction :

Plusieurs phénomènes se produisent lors de la mise en conduction .

Dans l'intervalle de temps compris entre t_1 et t_2 :

Le temps de retard $T_{d(on)}$ en début de conduction est causé par le temps qu'il faut à V_{gs} pour croître exponentiellement jusqu'au seuil $V_{gs(th)}$.Ce temps correspond à la charge de la capacité C_{gs} .

On appelle cette intervalle de temps $t_d=(t_2-t_1)$, le temps de retard.

Dans l'intervalle de temps compris entre t_2 et t_3 :

Puisque V_{gs} a maintenant atteint la valeur de seuil $V_{gs(th)}$, le courant commence à croître dans la charge et V_{ds} diminue, C_{dg} ne doit pas seulement se décharger mais la valeur de sa capacité augmente également puisqu'elle est inversement proportionnelle à V_{dg} .

A moins que le driver de gate ne puisse rapidement fournir le courant nécessaire pour décharger C_{dg} , la chute de tension sera ralentie avec pour conséquence une augmentation du temps global de mise en conduction.

$$C_{dg(0)} = C_{dg(0)} / (V_{dg})^n \quad (74)$$

Cet intervalle est noté $t_r=(t_3-t_2)$, de l'anglais rise-time.

Dans l'intervalle de temps compris entre t_3 et t_4 :

Le MOSFET est maintenant conducteur ,et ainsi la tension de gate V_{gs} peut monter jusqu'à son niveau maximal.

Dans l'intervalle de temps compris entre t_4 et t_6 :

Le retour au blocage se produit dans l'ordre inverse. V_{gs} doit chuter à nouveau près de la valeur de seuil, avant que le $R_{ds(on)}$ ne commence à augmenter. Quand V_{ds} commence à croître, l'effet miller dû à C_{dg} se reproduit et entrave la remontée de V_{ds} pendant que C_{dg} se recharge à V_{cc} (alimentation). Cet intervalle s'appelle temps de descente ou fall-time. On le note par t_f .

2.3.-PERTES EN COMMUTATION

Il est possible de comptabiliser les pertes au niveau du transistor en tenant compte de toutes ces phases de fonctionnement.

On distingue :

1/ Pertes de commutation :

Ce sont celles qui se produisent pendant les temps d'ouverture et de fermeture du transistor.

2/ Pertes à l'état saturé :

Elles sont proportionnelles à la tension résiduelle $V_{ce(sat)}$ et au courant de saturation $I_{c(sat)}$. Elles ont lieu pendant le temps de fermeture du transistor.

3/ Pertes à l'état bloqué :

Elles correspondent à l'énergie dissipée dans le transistor pendant l'état bloqué. Elles sont proportionnelles à la tension d'alimentation et au courant résiduel.

4/ Pertes de commande :

Il s'agit de l'énergie dissipée dans le circuit de commande du gate en régime de saturation.

Toutefois, nous ne considérerons que les plus importantes, qui sont les pertes en commutation et en conduction.

Un rapide rappel concernant le calcul des expressions de ces pertes est donné ci dessous.

On suppose négligeable le temps t_d et nous ne considérons que les temps t_r et t_f .

On admet que le courant de drain varie linéairement pendant le temps t_r et le temps t_f . La figure 22 rappelle la forme d'onde considéré.

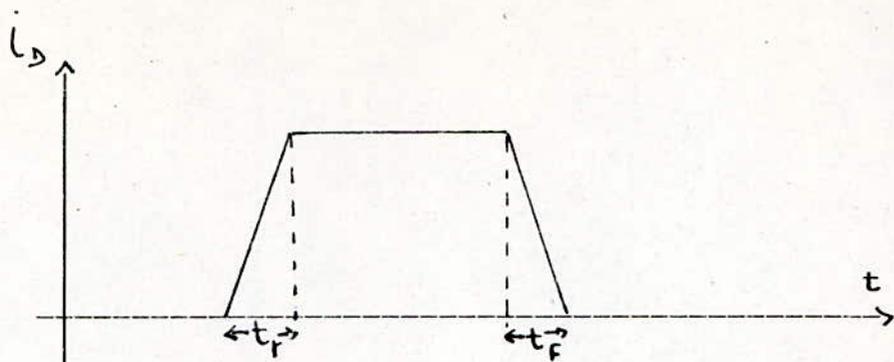


Fig.23-Courant dans le transistor

Pendant la montée, $i(t)$ est donné par

$$i(t) = I_{sat} \cdot \frac{t}{t_r} \quad (75)$$

L'énergie perdue pendant la durée de commutation de l'état bloqué à l'état saturé s'écrit :

$$W_r = V_g \cdot I_{sat} \cdot \frac{t_r}{6}$$

L'énergie perdue pendant la durée t_f est donnée ci dessous

$$W_f = V_g \cdot I_{sat} \cdot \frac{t_f}{6}$$

Par conséquent pendant une durée de fonctionnement

$$W_c = W_f + W_r$$

La puissance perdue se déduit facilement, en écrivant

$$P_c = \frac{W_c}{T} = V_g \cdot I_{sat} \cdot \frac{(t_f + t_r) \cdot f}{6} \quad (76)$$

t_f et t_r sont donnés avec les caractéristiques du transistor [20].

Nous allons maintenant appliquer les résultats obtenus au chapitre 2.

Par conséquent pendant une durée de fonctionnement

$$W_c = W_f + W_r$$

La puissance perdue se déduit facilement, en écrivant

$$P_c = \frac{W_c}{T} = V_g \cdot I_{sat} \left(\frac{t_f + t_r}{6} \right) \cdot f \quad (76)$$

t_f et t_r sont donnés avec les caractéristiques du transistor [20].

Nous allons maintenant appliquer les résultats obtenus au chapitre 2.

2.4. - DIMENSIONNEMENT DU TRANSISTOR

La tension de pic maximale que va voir le transistor est donnée par :

$$V_{p_t} = V_{g_{max}}$$

V_g étant la tension d'alimentation de notre circuit. Elle est égale à 10 Volts.

Par conséquent, si de plus on tient compte d'un coefficient de sécurité, on obtient :

$$V_{p_t} = 10(1 + \text{Coefficient de sécurité}). \quad (77)$$

Le courant maximale qui le traverse est donnée par :

$$I_{p_{tmax}} = I_{smax} \left(1 + \frac{\Delta i / 2}{\langle I \rangle_{max}} \right)$$

Nous avons défini dans l'introduction, les caractéristiques de notre convertisseur.

$$\Delta i = 10\% ; I_{smax} = 1 \text{ Ampères} ; \langle I \rangle_{max} = I_{smax} = 1 \text{ Ampères.}$$

$$I_{p_{tmax}} = 1,05 \cdot (1 + \text{Coefficient de sécurité}). \quad (78)$$

Le choix devra se porter sur un transistor présentant les caractéristiques suivantes :

$$V_{d_g} = 40 \text{ Volts}$$

$$I_d = 10 \text{ Ampères}$$

Malheureusement, nous déplorons que cette procédure ne puisse être suivie. En effet notre choix doit prendre en considération la disponibilité du produit dans notre pays.

Dans notre cas, le MOSFET utilisé est l'IRF 340. Ce transistor est surdimensionné pour l'utilisation envisagée. Ces courbes caractéristiques sont données par les figures

On relève ces performances suivantes :

$$V_{ds} = 400 \text{ Volts}$$

$$I_d = 10 \text{ Ampères}$$

$$R_{ds(on)} = 0,55 \text{ Ohms}$$

3.-DIODE DE COMMUTATION

3.1.-DIODES SCHOTTKY

Une diode schottky est constituée par un substrat N+1 sur lequel on a déposé une couche épitaxiale N.

Cette couche est métallisée par du chrome ou par du platine-nickel. Il n'y a donc pas de jonction classique P-N, mais un contact silicium n-métal qui peut être considéré comme une jonction abrupte.

Il apparaît comme dans une jonction P-N classique, une barrière de potentiel, mais le seuil de conduction est nettement inférieur à celui de la jonction P-N.

Dans une telle structure, le courant qui traverse la diode est formé de porteurs majoritaires, alors que dans une jonction P-N, il est constitué par des porteurs minoritaires.

On obtient ainsi un temps de recouvrement pratiquement nul puisque la durée de vie des porteurs majoritaires est beaucoup plus courte que celle des porteurs minoritaires.

Ainsi, ces diodes peuvent fonctionner à des fréquences très élevées alors que leur tension de seuil reste très faible.

Cependant ce contact métal-silicium ne peut supporter une tension inverse importante : elle dépend de la hauteur de la bande interdite du métal utilisé.

On ne peut donc les employer que pour le redressement basse tension et principalement pour la tension normalisée de 5 V.

3.2.-DIMENSIONNEMENT DE LA DIODE

On a vu, lors du chapitre 2, que la tension maximale que va bloquer la diode est égale à la tension maximale, que voit le transistor. Le courant de pic est aussi le même.

Un dimensionnement normal, donne :

Tension inverse : 15 volts
Intensité directe I_d : 3 Ampères

Malgré ces spécifications, nous avons utilisé une diode schottky BYV 19 présentant les caractéristiques suivantes :

Tension inverse : 30 à 45 Volts
Intensité directe I_d : 10 Ampères.

4.-COMMANDE DU COMMUTATEUR PAR P.W.M

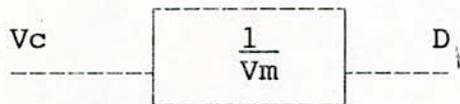
4.1.- PRÉSENTATION DU CIRCUIT DE COMMANDE

Il a été établi que le transistor de puissance utilisé comme commutateur idéal, permet un contrôle électronique du processus de puissance grâce aux variations de son temps de conduction (DT).

Nous avons vu au paragraphe 6 du chapitre 1 que la fonction essentielle du PWM, qui est de convertir un signal de commande en un "rapport cyclique", pouvait être représentée par :

$$D = \frac{V_c}{V_m}$$

Soit sous forme d'un schéma fonctionnel :



ou V_c est la tension de contrôle et D le rapport cyclique obtenu. V_m étant par définition un paramètre de conversion artificielle servant à exprimer la conversion de la tension V_c en D .

Le schéma synoptique du PWM à la figure 20 permet d'avoir une idée sur le fonctionnement du modulateur d'impulsion.

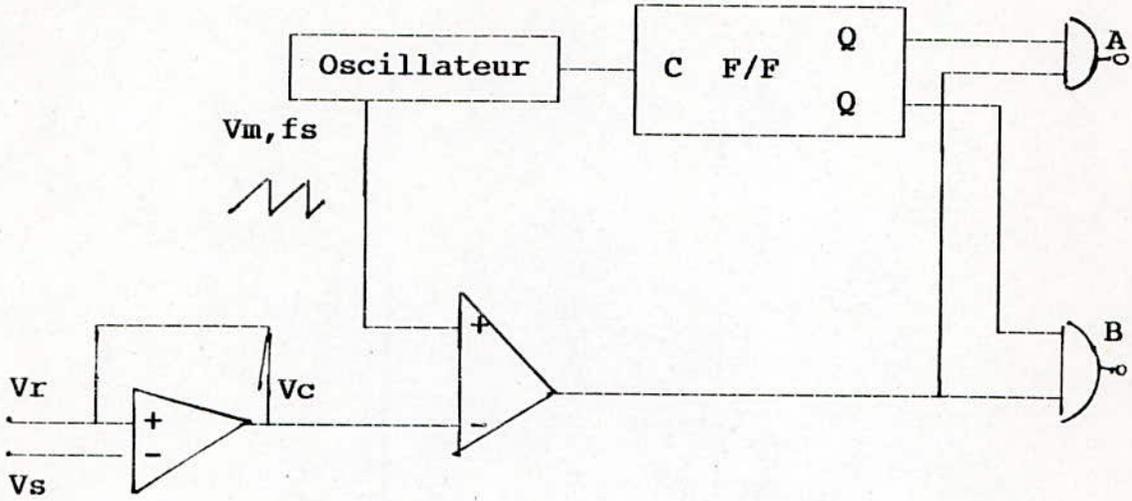


Fig.24-Schéma synoptique du PWM.

La tension de sortie V_s du hacheur est comparée à un signal de référence V_r . La tension V_c issue de la différence de ces deux signaux est appliquée au modulateur de largeur d'impulsion qui est communément un comparateur.

Un signal en forme de rampe générée par un oscillateur est appliqué à l'autre entrée du comparateur; il est de fréquence f_s et d'amplitude V_m .

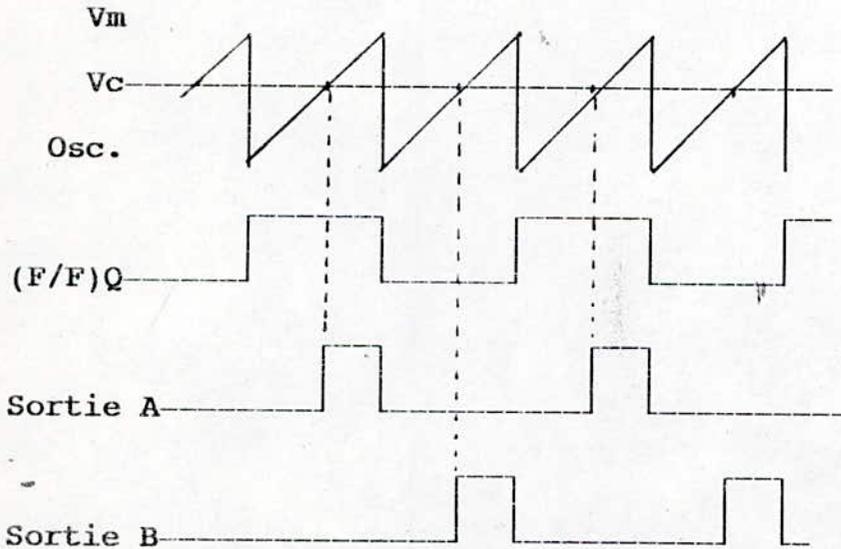


Fig.25-Diagramme temporel en boucle ouverte.

Ce comparateur va générer un signal carré dont la largeur va dépendre de la durée où le signal rampe est supérieur au signal de contrôle V_c . Quand le signal rampe est plus petit, le comparateur ne génère aucun signal.

Ainsi en augmentant ou en diminuant V_c , on module la largeur de l'impulsion d'attaque du transistor, et par conséquent sa durée de conduction.

Via un étage de logique élémentaire, le signal issu du comparateur est alors disponible à la sortie A.

Certains générateurs d'impulsion proposent une seconde porte qui permet de commander deux transistors de manière consécutive est synchronisée. Le signal de la porte B est alors l'inverse du signal A.

5.-REALISATION DU FILTRE DE SORTIE

Le choix des valeurs du filtre de sortie doit être soigneusement calculé pour répondre aux deux exigences suivantes: ondulation de sortie faible et faible temps de réponse aux transitoires.

Néanmoins notre calcul ne tiendra compte que de la limitation de l'ondulation de sortie.

En effet pour pouvoir calculer le temps de réponse du filtre il faut pouvoir estimer les valeurs équivalente des résistances et inductances parasites, [20] de la capacité. Or il nous est impossible d'accéder à ce genre d'information par manque de moyens de mesure adéquat.

Nous présenterons de manière générale une des techniques de conception des bobines [20] et la procédure suivi lors de notre travail.

5.1.-REALISATION DE LA BOBINE

5.1.1.-Calcul de la bobine

Rappelons qu'au chapitre 2 nous avons déterminé l'expression de l'inductance en fonction des spécifications de fonctionnement du hacheur.

Les spécifications ont été fixées à :

Une tension d'entrée de	10 Volts
Une tension de sortie de	5 Volts
Une ondulation du courant de	5 %
Une ondulation de la tension de	2 %
Une fréquence de commutation de	45 KHz
Un rapport cyclique de	70 %

L'expression s'écrit alors :

$$L = \frac{(V_g - V_s) \cdot D}{(I_M - I_m) F_s}$$

On trouve :

$$L = 1,55 \text{ mH}$$

Lors de sa réalisation nous essayerons d'approcher cette valeur le plus possible.

5.1.2.-Procédé de réalisation d'une inductance :

Cette réalisation se base d'abord sur le choix du noyau qui doit être fonction de la puissance transmissible et de la fréquence de hachage utilisée.

Les principaux fabricants ont mis sur le marché des ferrites spécialement étudiées pour les alimentations à découpage [20] pouvant atteindre 100 KHz. Ces ferrites ont été développées pour donner le minimum de pertes entre 50 et 100 KHz.

Par suite de la fréquence élevée adoptée les noyaux sont beaucoup plus petits que ceux à 50 Hz.

Une fois ce choix effectué, il est alors possible en se basant sur les caractéristiques mécaniques et magnétiques du noyau de calculer le bobinage adéquat.

le nombre de tour de la bobine est calculé à partir de l'expression suivante :

$$N = \frac{L \cdot I}{B \cdot S}$$

Où L est la valeur de l'inductance calculé précédemment, I le courant qui doit y circuler, B l'inductance du noyau, et S la section du noyau.

Il ne reste plus qu'à calculer l'entrefer qui évite la saturation du noyau sans diminuer pour autant la valeur de l'inductance calculée. L'expression qui permet ce calcul est donnée par.

$$e = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{L}$$

Où μ_0 représente la perméabilité du vide.

Malheureusement la procédure décrite ci dessus ne peut être suivie puisque il nous est impossible de nous procurer les caractéristiques d'utilisation des noyaux de ferrite, dans notre pays.

Après plusieurs essais nous avons pu réaliser une inductance de 2,2 mH présentant une résistance interne de 0,135 Ohms. La procédure suivie pour la détermination de ces deux valeurs est la suivante :

a/ Détermination de la résistance parasite :

Nous alimentons une inductance L avec une tension continue, puis nous mesurons le courant I qui passe dans la bobine et la tension v à ses bornes. Elle est branchée en série avec une résistance servant à limiter le courant.

Le rapport V/I détermine la résistance parasite R_L . Nous répétons la mesure pour différentes tensions d'alimentation. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Tab-1-Détermination de R_L

V(mV)	26,6	20,3	13,3	6,9
I(A)	0,195	0,15	0,1	0,05
R(Ohms)	0,136	0,135	0,133	0,138

b/ Détermination de l'inductance L :

Cette fois ci nous alimentons la bobine avec une tension alternative. La mesure de la tension et du courant efficace de la bobine permet de calculer la valeur de L donnée par l'expression :

$$L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F} \sqrt{\frac{V^2}{I^2} - R_L^2}$$

Nous répétons le calcul pour différentes fréquences :

Tab-2-Determination de L

Fréquence (KHz)	5	10	25	50	70
V(Volt)	0,77	1,55	4,5	6	6,15
I(A)	11	11,25	10,5	9	8,5
L(mH)	2,22	2,2	2,73	2,12	1,64

Un résultat intéressant est apparu à partir de 70 KHz. la bobine a cessé de se comporter comme une inductance. La tension qui évoluait de manière proportionnelle avec la fréquence a commencé à se comporter différemment à partir de cette fréquence. En effet la tension s'est mise à décroître.

Il est clair que l'effet capacitif de la bobine a pris le dessus sur l'effet inductif. Cet effet est dû à la mauvaise disposition de nos spires, qui favorisent l'apparition de capacités parasites non seulement entre spires adjacentes mais aussi entre spires superposées.

5.2. -CAPACITE DE FILTRAGE

Cette capacité, comme cela a déjà été noté, sert à :

- .Lisser la tension de sortie de façon que l'ondulation H.F résultante ne dépasse pas 5 %.
- .Stabiliser la tension de sortie en présence de brusques variations de la charge.

L'idéal serait d'utiliser des capacités à faible résistance série (ESR) et à faible impédance (ESL).

L'application du résultat obtenu au chapitre 2 permet de calculer la valeur de la capacité nécessaire pour lisser la tension de sortie. L'expression de la capacité est donnée par :

$$C = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{(V_{\max} - V_{\min})} \frac{1}{4 \cdot Fs}$$

$$C = 14 \mu F$$

6.-REALISATION PRATIQUE :

Afin de simplifier la présentation de notre plaquette d'essai, nous allons la diviser en quatre parties. En fait cette division correspond à l'ordre réel avec lequel a eu lieu cette réalisation.

Dans un premier temps notre travail a consisté à réaliser un générateur de tension continu pouvant fournir une tension de 10 Volts et un courant maximal de 8 Ampères, alimenté par le secteur.

Les transformateurs permettant de donner cette puissance ayant des prix prohibitifs, nous avons décidé d'utiliser un auto-transformateur disponible au sein du département.

La tension redressée et filtrée est ensuite régulée à l'aide d'un transistor (3055) servant de ballast et du très connu 723. Le schéma de la figure résume cette première réalisation.

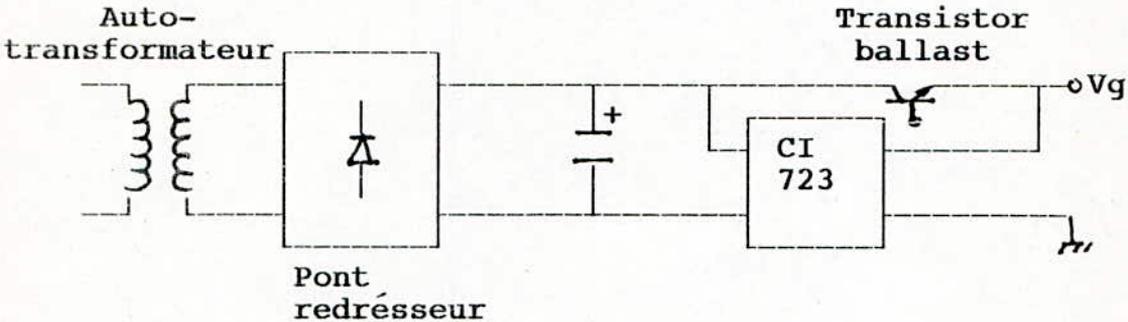


Fig.26-Schéma général de l'alimentation

La deuxième partie de notre travail a consisté à réaliser un circuit de commande de MOSFET. Nous avons utilisé le circuit intégré SG 3525. Les caractéristiques de ce P.W.M sont données en annexe.E

A l'aide d'une configuration externe appropriée, nous avons pu obtenir un générateur d'impulsion dont la variation de la largeur de l'impulsion peut aller de 0 à 75 % et dont la plage de variation de la fréquence est de 22 à 400 KHz.

Bien que les MOSFETs se commandent par tension, il est nécessaire néanmoins d'envoyer un pic de courant d'environ 300 à 350 mA afin d'accélérer la charge de la capacité d'entrée. En effet la rapidité de fermeture du transistor dépend de la rapidité de charge de la capacité C_{gs} . [14]

Afin d'assurer un fort courant lors de l'attaque du transistor, nous avons réalisé un amplificateur de courant à l'aide de deux transistors montés en totem-pôle[15]. Ce montage étant un amplificateur de classe B.

Enfin, afin d'isoler galvaniquement le circuit de commande pour qu'il soit insensible à des perturbations venant du circuit de puissance, nous avons utilisé un transformateur d'impulsion.

Le schéma général du circuit de commande est donné par la figure .

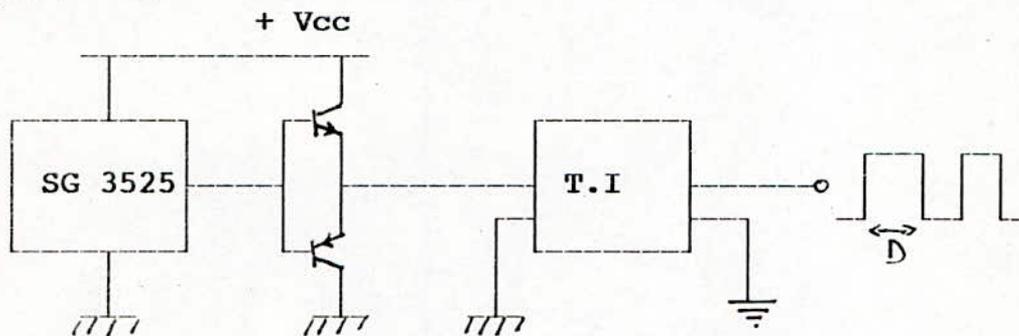


Fig.27-Schéma général du circuit de commande

La troisième partie a consisté à réaliser le circuit de Buck en question. Présenté tout au long des différents chapitres il est inutile de présenter encore une fois la configuration de ce circuit.

Arrivés à ce niveau, nous allons procéder à une série de mesure permettant d'évaluer les performances du circuit en boucle ouverte.

La quatrième partie sera décrite plus loin au moment de réaliser la boucle fermée. Nous y verrons le calcul du correcteur ainsi que son incorporation au circuit.

7.-MESURE PRATIQUE :

7.1.-INTRODUCTION :

Suite à la réalisation décrite plus haut une série de mesures pratiques va être accomplie, afin de déterminer le comportement de notre réalisation en fonction de la variation de différents paramètres.

L'objectif de ces mesures est double. D'abord vérifier si notre circuit est conforme à l'étude théorique, qui a précédé cette réalisation pratique, et dans le cas contraire essayer d'expliquer les écarts qui pourraient exister.

Puis dans un second temps, déterminer le point de fonctionnement nominal du circuit.

Nos résultats seront donnés sous forme de graphes, afin d'alléger leurs présentations. Néanmoins au moment de l'analyse, un nombre restreint de points seront présentés sous forme de tableaux, afin d'évaluer, de manière quantitative, les écarts observés.

A noter que ces mesures ont été faites en boucle ouverte, à l'aide d'appareils de mesures influençant énormément le comportement du circuit.

7.2.-METHODE DE MESURES :

Il est important de présenter nos méthodes de mesures, car lors de l'analyse de nos résultats, il apparaîtra que les instruments utilisés, ont perturbés le système de manière non négligeable.

Nos mesures ont été essentiellement des mesures de courant continu et pulsé, des mesures de tension continue et des mesures dans le domaine temporel (fréquences ou périodes).

Concernant la mesure des courants, l'idéal aurait été d'utiliser des sondes à effet Hall ou des shunts résistifs, introduisant une faible perturbation du courant d'entrée ou de sortie.

Néanmoins, nous nous sommes bornés à utiliser le bon vieux ampèremètre, placé en série dans le circuit, en acceptant l'influence de sa résistance interne sur les mesures.

Un voltmètre numérique, aurait été parfait pour une mesure des tensions d'entrée et de sortie, mais vu sa non disponibilité nous avons utilisé un voltmètre classique.

Pour les lectures des fréquences et des durées du rapport cyclique, nous avons utilisé un oscilloscope.

Les figures suivantes présentent la disposition des appareils de mesure dans le circuit. Les voltmètres sont représentés par le symbole V_1 , les ampèremètres par le symbole A_1 .

V_g représente la tension d'alimentation, R représente la charge, D le rapport cyclique et f la fréquence de commutation.

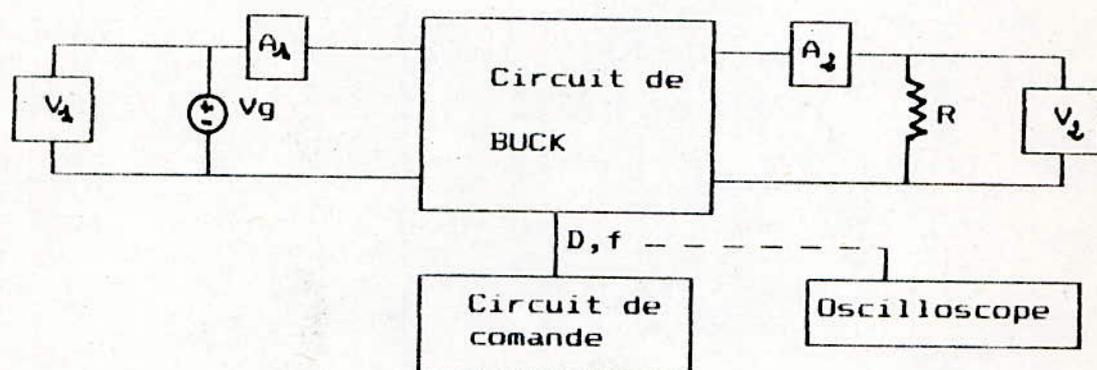


Fig.28-Configuration utilisé lors des mesures

4.3.-MESURES ET RESULTATS OBTENUS

La première mesure que nous allons effectuer est la détermination du rendement en fonction de la fréquence. Pour cela, nous procédons à la mesure des courants et tension, d'entrée et de sortie, en faisant varier la fréquence de comutation

Le rapport cyclique, la tension d'entrée et la charge sont fixés à une valeur constante : $D=70\%$; $V_g=10V$; $R=5.25\text{ Ohms}$

Les résultats obtenus ont permis le calcul puis le tracé du rendement en fonction de la fréquence.

Le graphe de la figure 29 montre l'évolution du rendement en fonction de la fréquence. Une première constatation permet de voir que le rendement est maximal aux basses fréquences, et qu'il chute avec l'augmentation de la fréquence.

Le rendement maximal obtenu est de 71,5% Pour une fréquence de 22,7 KHz.

Nous n'avons pu diminuer la fréquence au delà de ce point à cause de la mauvaise précision et du manque de stabilité du potentiomètre d'ajustement de la fréquence.

Ce tracé est important, car il permet de déterminer la fréquence maximale, ou l'on peut pousser le convertisseur sans que la chute de rendement ne devienne prohibitive.

Si on accepte le compromis suivant entre un bon rendement et une fréquence maximale, le choix d'une fréquence de 45 KHz pour le fonctionnement de notre hacheur, peut être bon, le rendement y étant de 70%.

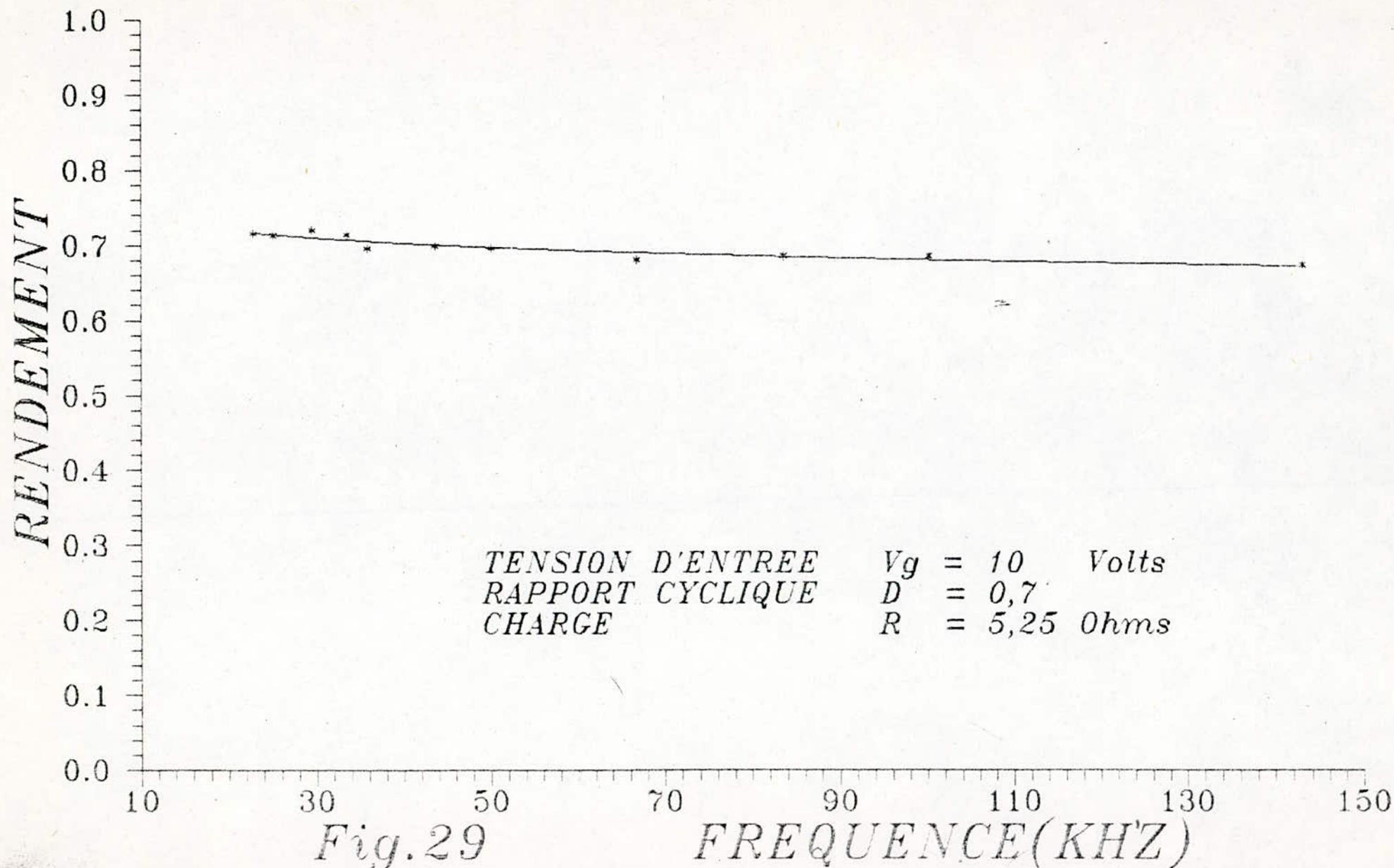
La recherche d'une fréquence aussi grande que possible à déjà été abordée par le sommaire, mais on peut rappeler que l'un de ces avantages est par exemple la diminution de l'ondulation de sortie.

L'évolution de cette courbe est tout à fait clair. L'augmentation de la fréquence, s'accompagne d'une augmentation des pertes dans le circuit. Ce qui se traduit par une diminution du rendement.

Il serait intéressant de déterminer à quel niveau à lieu cette perte de puissance. Nous devons essayer de répertorier les éléments du circuit dont la dissipation de puissance, dépend de la fréquence, puis nous établirons les autres sources de dissipation de la puissance.

Le MOSFET et le noyau de la bobine sont les principaux éléments dont les pertes dépendent de la fréquence.

En ce qui concerne le fer, l'expression de ces pertes est spécifique au matériau utilisé. Pour les mêmes raisons que celles invoqués plus haut nous ne pourrions les évaluer.



A ces pertes s'ajoutent celles qui sont dues à toute les résistances parasites qui apparaissent dans le circuit.

Le tableau suivant représente quelques points représentatifs de la courbe de la figure 30. On essaye d'y évaluer, les pertes dans le circuit.

Tab.1-Evaluation de la perte de puissance dans le circuit.

Fréquence (KHz)	43,5	66,66
Courant I_e (A)	0,775	0,76
Puissance P_e (W)	7,77	7,6
Courant I_s (A)	1,05	1,025
Tension V_s (V)	5,16	5,05
Puissance P_s (W)	5,42	5,17
Puissance perdue (W)	2,35	2,43
Rendement (%)	70	68,1

Nous allons essayer de retrouver ces pertes en évaluant la participation de chaque élément.

Au niveau du transistor Ce sont les pertes par conduction et les pertes à la commutation P_c qui prédominent.

$$P_t = P_c + R_t \cdot I_e^2 \quad (83)$$

$$P_t = \frac{(t_f + t_r)}{6} \cdot V_g \cdot I_e \cdot f + R_t \cdot I_e^2$$

R_t , t_f et t_r sont données par le constructeur et ont pour valeur :

$$R_t = 0,55 \text{ Ohms}, t_f = 16 \text{ ns} \text{ et } t_r = 5 \text{ ns}$$

Les pertes par conduction seront calculés en même temps que les autres pertes par effet joule.

La résistance parasite de la diode a été évaluée comme étant

$$R_d = 0,27 \text{ Ohms.}$$

Nous avons déterminé que la résistance parasite de la bobine est de l'ordre :

$$R_L = 0,135 \text{ Ohms.}$$

La perte dans les résistances peut s'écrire comme étant :

$$Pr = (R_c D^2 + R_d \cdot D'^2 + R_L) \cdot Is^2 \quad (84)$$

Tab.2-Evaluation des pertes dans le circuit.

Frequence (KHz)	43,5	66,66
Perte Pt (mW)	1,18	1,77
Pertes Pr (W)	0,79	0,755
Pertes totales (W)	0,791	0,756

Force est de constater qu'un écart existe toujours entre les prédictions et les résultats obtenus.

Cela est due à la méconnaissance concernant le circuit ferromagnétique de la bobine, ainsi qu'aux erreurs introduites par nos appareils de mesure.

La seconde série de mesure a pour objectif d'évaluer l'influence du facteur de correction sur le rapport de transfert de la tension d'entrée à la sortie.

Pour cela nous avons mesuré la tension de sortie pour différents rapport cycliques. Puis nous avons évalué la tension de sortie théorique afin de la comparer à notre mesure. L'expression trouvée précédemment est rappelée ci dessous.

$$Vs = D \cdot Vg \cdot \frac{R}{R + Re}$$

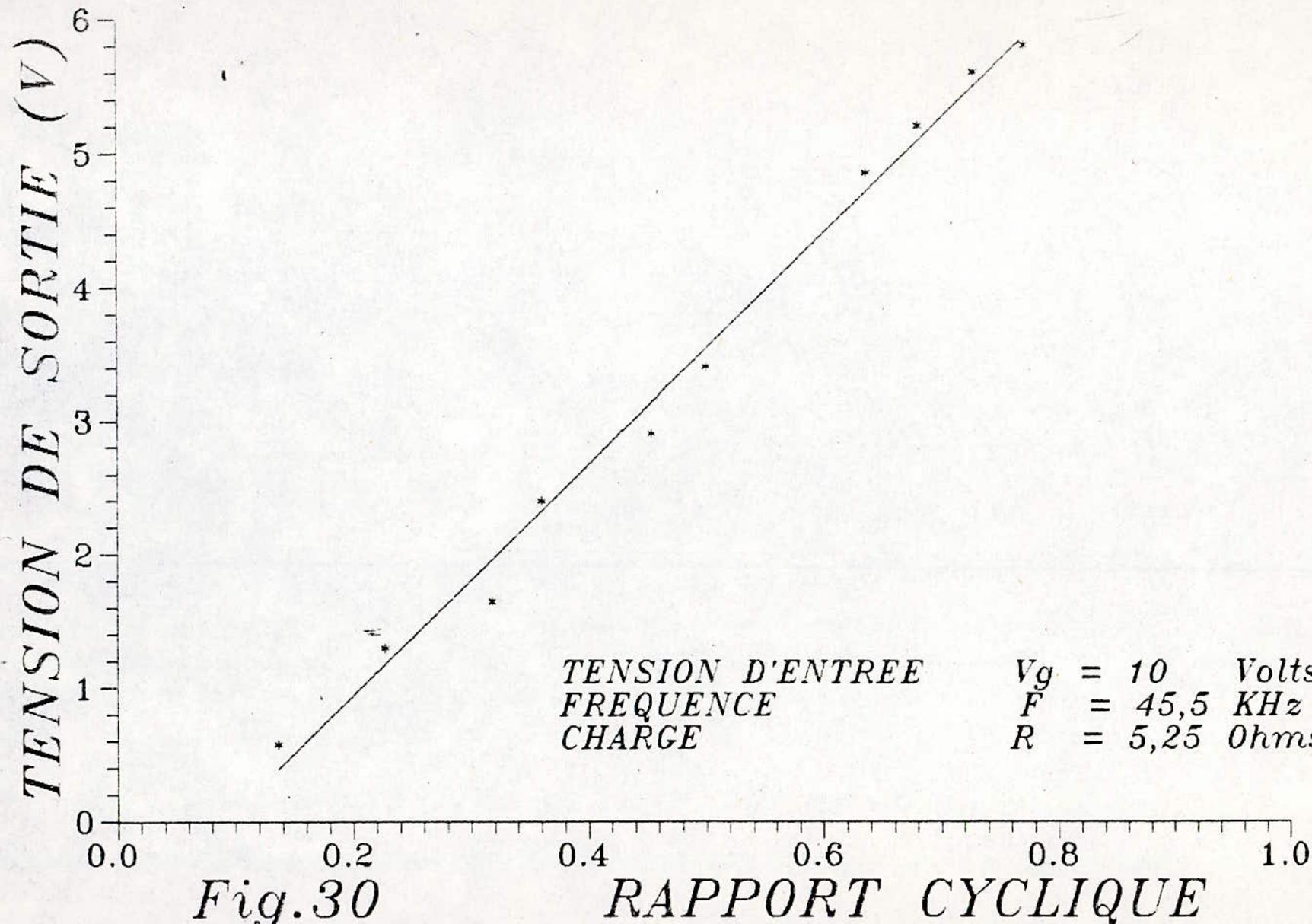


Fig. 30

RAPPORT CYCLIQUE

Nos résultats sont présentés par la figure 30. A l'aide de quelques points, relevés sur la courbe, nous allons évaluer l'écart existant entre la tension de sortie théorique et la tension de sortie pratique.

La charge, la fréquence, ainsi que la tension d'entrée sont constante pendant toute la mesure.

$V_g=10$ Volts ; $F = 45$ KHz ; $R=5,25$ Ohms

Tab.3-Comparaison des tensions théoriques et pratiques.

D	0,72	0,5	0,36
Vs(prati.)	5,6	3,4	2,4
Vs(théor.)	6,92	4,72	3,28

On le voit un écart existe entre les prédictions théoriques et les résultats pratique.

Une explication possible est que notre résistance R_e n'a pas comptabilisé toute les résistances parasites pouvant exister dans le circuit. Un exemple est donné par la résistance interne du générateur, qu'on a supposé parfait.

Il faut aussi se rappeler, que le voltmètre présente une impédance interne non infinie, pouvant diminuer notre charge et donc la tension mesurée.

Un autre résultat intéressant est de déterminer le pourcentage de l'ondulation de la tension de sortie. Cela s'est fait à l'aide de l'oscilloscope.

Pour différentes charges, nous avons pu constater que notre convertisseur présente une ondulation de 2%.

Fonctionnement nominal :

A partir de ces différents résultats il nous est possible de déterminer le point de fonctionnement nominal du hacheur.

Pour une tension d'entrée de 10 Volts, une tension de sortie de 5 Volts et une puissance de sortie de 5 Watts, nous avons choisi une fréquence de fonctionnement de 45 KHz et un rapport cyclique de 70 %. La charge étant de 5 Ohms.

Sous ces conditions, nous avons déterminé que le rendement est de 70% et l'ondulation de sortie de 2%.

8.-REALISATION DE LA BOUCLE FERMEE

La quatrième partie a consisté à fermer la boucle de retour permettant de réguler le circuit de Buck. Nous avons procédé une nouvelle fois à l'isolation galvanique du circuit de puissance avec le circuit de commande.

Pour cela nous avons utilisé un optocoupleur permettant de transmettre une image de la tension de sortie.

Puis nous avons, après calcul, procédé à l'implémentation du correcteur sur la plaquette, puis à sa connexion avec le circuit de commande. Le schéma suivant décrit cette quatrième partie.

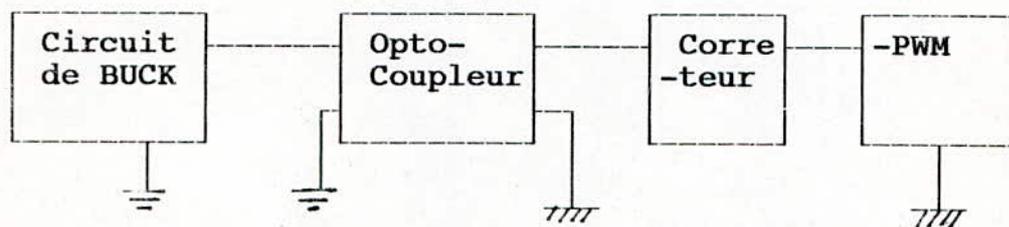


Fig.32-Connexion de la boucle de retour via un optocoupleur.

8.1.-CALCUL DU CORRECTEUR

Le générateur d'impulsion SG3525 offre la possibilité de contrôler la tension de sortie V_s , grâce à une régulation en boucle fermée.

Mais avant d'aller plus loin nous devons vérifier que le régime dynamique en BF ne déstabilisera pas le hacheur.

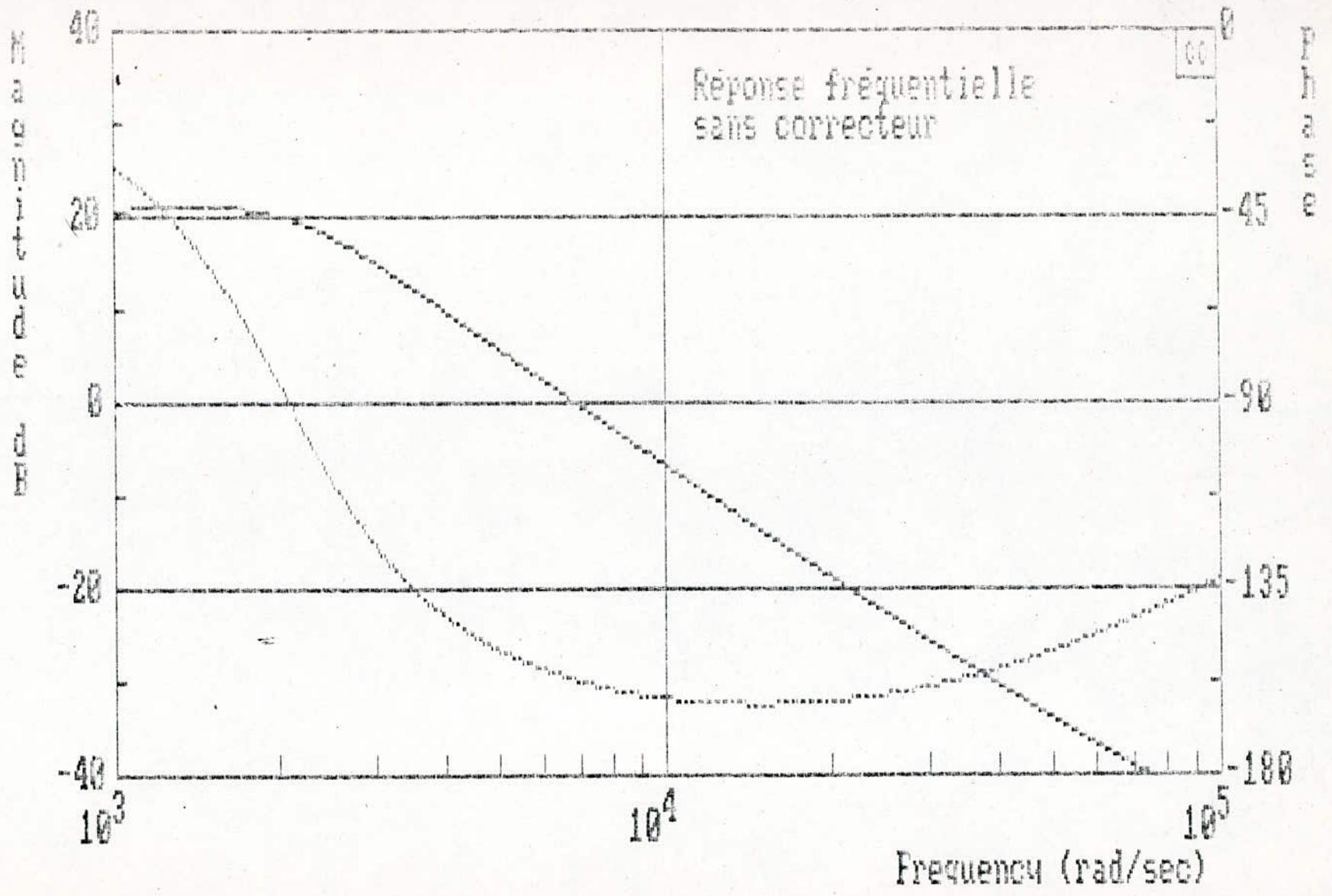


Fig. 32

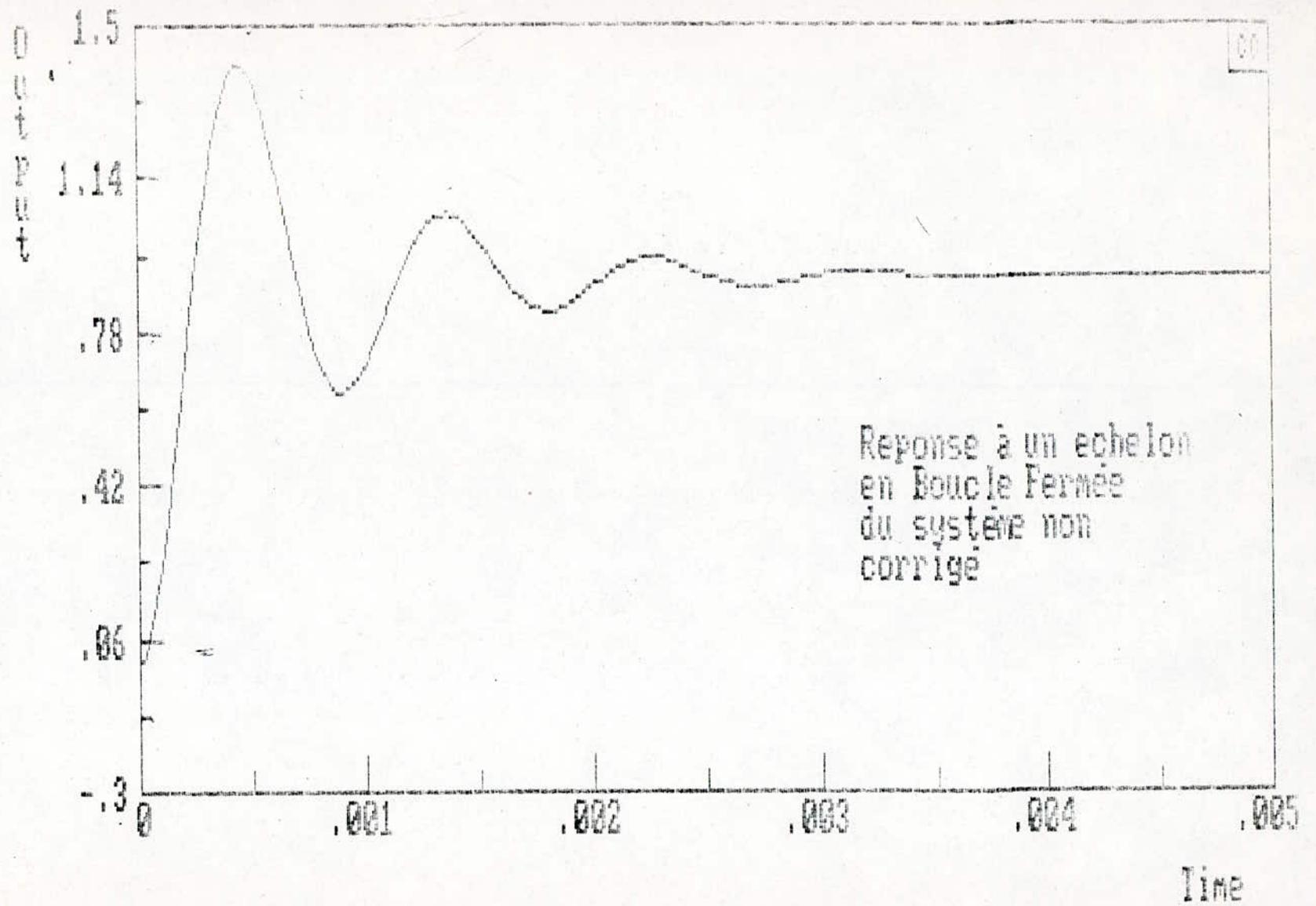


Fig. 33

Si c'est le cas il faudra alors adjoindre au système un correcteur adéquat permettant d'optimiser le comportement du hacheur en Boucle fermée.

Il nous faut analyser la réponse fréquentielle de la fonction de transfert vs/d obtenu au chapitre 1.

$$\frac{vs}{d} = Vg \frac{1 + \frac{s}{\omega_a}}{1 + \frac{s}{Q \cdot \omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (75)$$

Avec :

$$R_e = 0,6 \text{ Ohms} ; L = 2,2 \text{ mH} ; C = 100 \mu\text{F} ; R_c = 0,1 \text{ Ohms}$$

$$\omega_a = 10^5 \text{ rad/s} ; \omega_0 = 2,13 \cdot 10^3 \text{ rad/s} ; \frac{1}{Q} = 1,042$$

$$R_0 = 4,7 \text{ Ohms} ; D = 70 \%$$

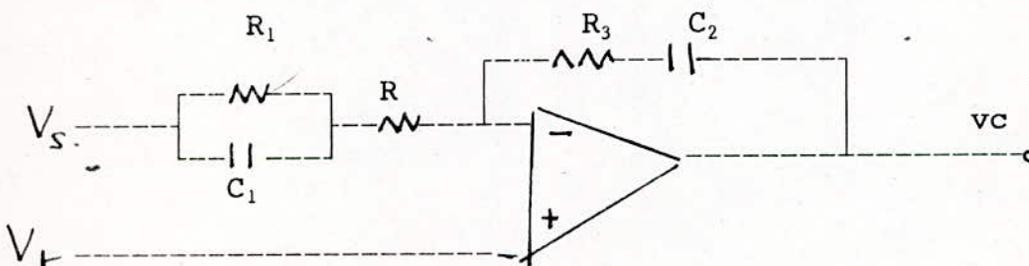
On obtient alors

$$\frac{vs}{d} = \frac{10 + 10^{-5} s}{1 + 4,9 \cdot 10^{-4} \cdot s + 2,2 \cdot 10^{-7} \cdot s^2} \quad (76)$$

La figure 32 représente la réponse fréquentielle du système .On relève que la marge de phase est de 24° pour une fréquence de coupure de 6,87 KHz.Pour que le système soit stable en Boucle Fermée il faut que cette marge de phase soit au moins égale à 45° .

De plus si on désire augmenter la précision du système il nous faut donc augmenter le gain aux basses fréquences.Ces spécifications complémentaires imposent le choix d'un PID.

Nous avons opté pour le correcteur suivant.



La fonction de transfert de ce correcteur s'écrit :

$$G_c(s) = \frac{(1 + R_3 \cdot C_2 \cdot P)}{(R_1 + R_2) C_2 \cdot P} \frac{(1 + R_1 \cdot C_1 P)}{(1 + R_1 \cdot R_2 C_1 P)} \quad (87)$$

Si on désire que notre hacheur ait un temps de réponse très court il nous faut augmenter sa bande de fréquence. Mais on doit s'arranger aussi pour que cette nouvelle fréquence de coupure soit au plus égale à la moitié de la fréquence de commutation.

Si on choisit une fréquence de coupure de 22 KHz il faudrait que le système corrigé ait un gain en dB nul à cette fréquence.

Le gain du correcteur doit donc être égale à +20,4 dB afin de compenser le gain du système non corrigé qui est de -20,4 dB.

A une fréquence de 22 KHz le gain du correcteur peut être donné par :

$$G_{c1} = \frac{R_3}{R_2} = 20,4 \text{ dB} = 10,5 \quad (88)$$

Si on choisit $R_3 = 33 \text{ KOhms}$ afin ^{de diminuer} d'augmenter l'impédance de sortie du correcteur R_2 sera donné par :

$$R_2 = R_3 / G_c$$

$$R_2 = 3,15 \text{ KOhms}$$

La fréquence de coupure des deux correcteurs PI et PD est choisi à 1 KHz, un peu plus petite que la fréquence de résonance du système.

Le gain à cette fréquence se déduit du résultat précédent :

$$G_{c2} = G_{c1} \cdot \frac{1}{22} = 0,47 \quad (89)$$

A cette fréquence l'effet du PI est prédominant, l'expression de G_{c2} est donné par :

$$G_{c2} = \frac{R_3}{R_1 + R_2} \quad (90)$$

$$R_1 = 66,66 \text{ KOhms}$$

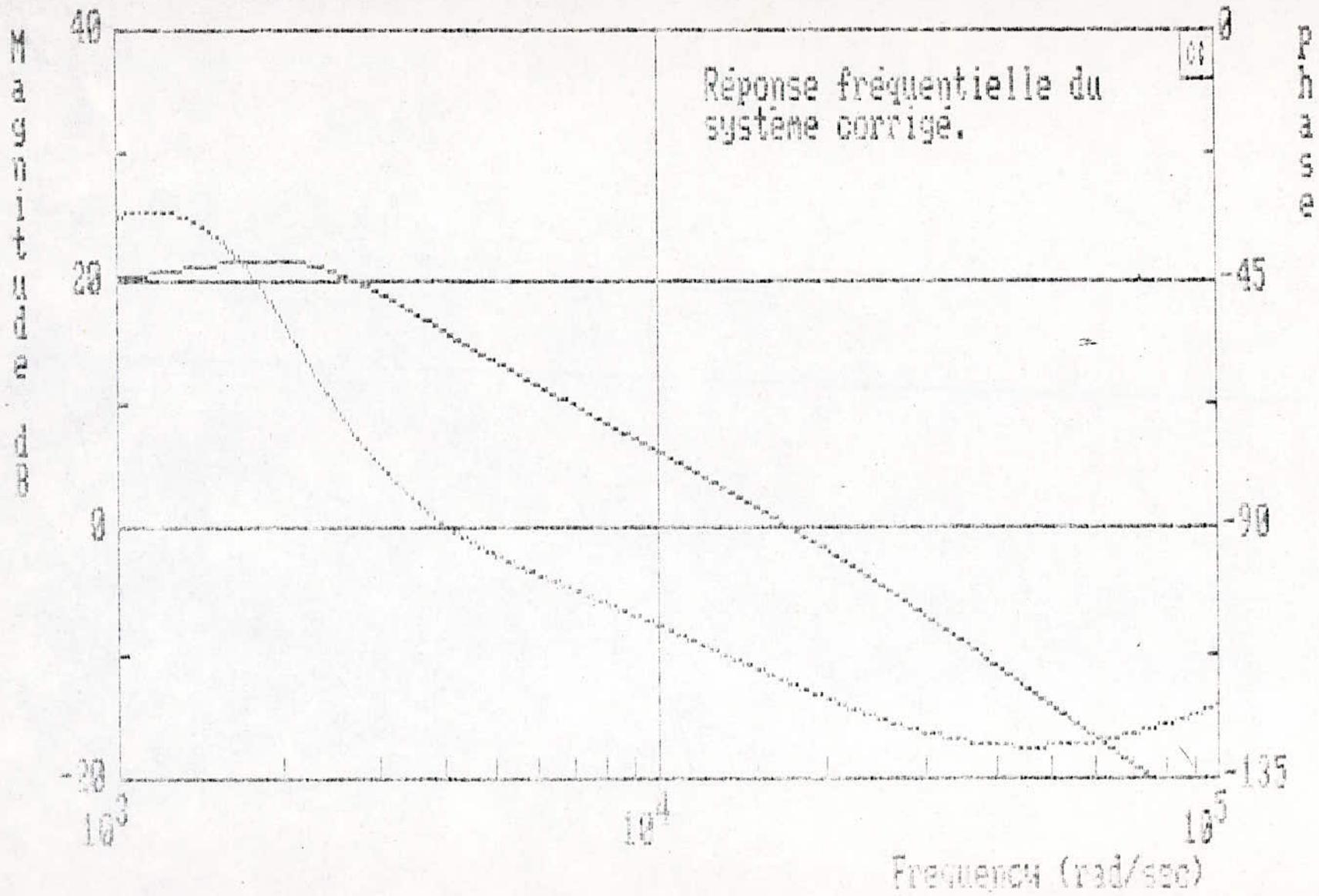


Fig. 34

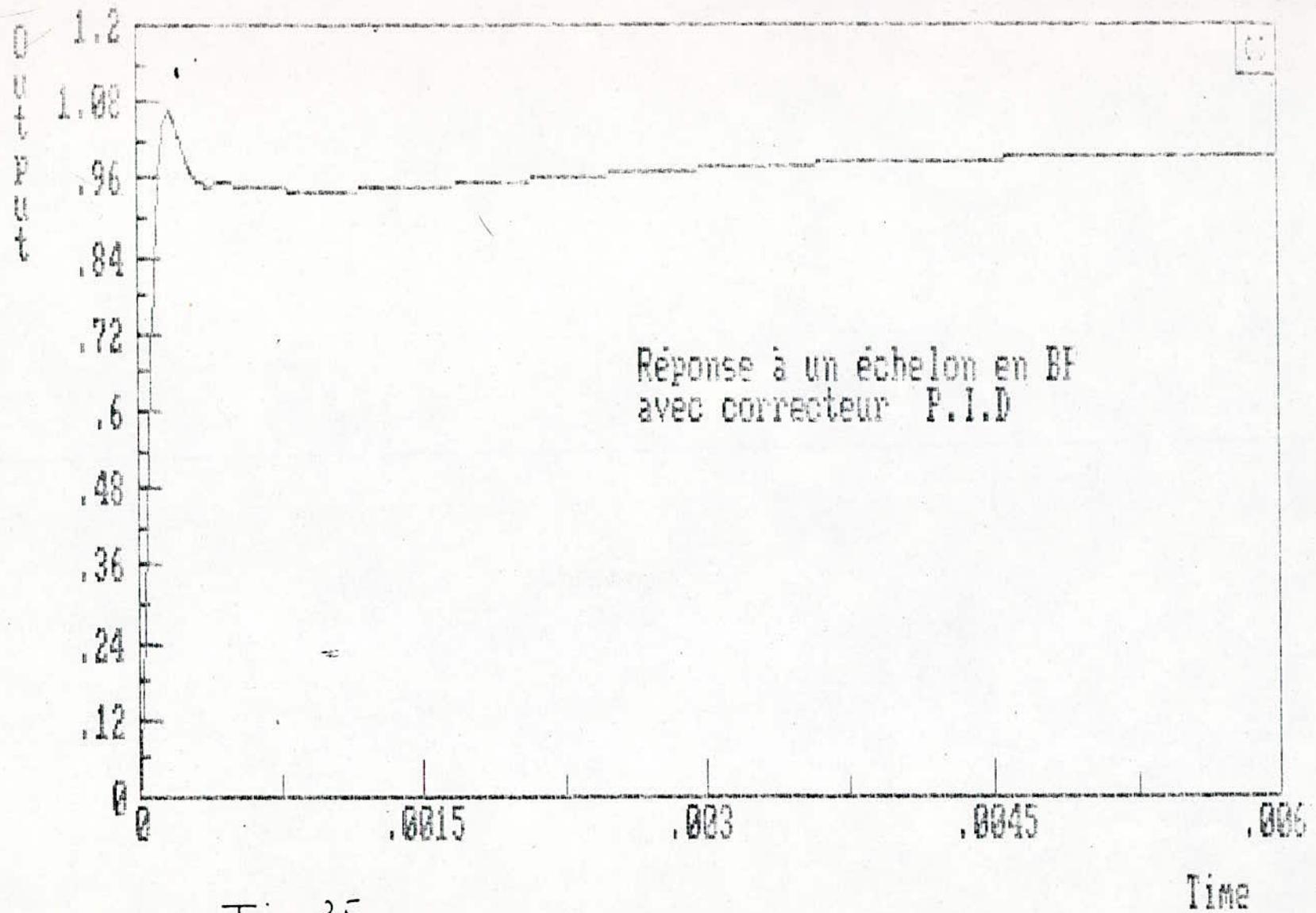


Fig. 35

$$\frac{1}{R_1 \cdot C_1} = 1 \text{ KHz} = \frac{1}{R_3 \cdot C_2}$$

$$C_1 = 15 \text{ nF}$$

$$C_2 = 30,3 \text{ nF}$$

Le tracé des figures permet d'observer l'effet de ce correcteur sur le système.
En effet la réponse fréquentielle montre que le système a maintenant une marge de phase suffisante pour assurer sa stabilité en boucle fermée.

Nous avons également tracé les réponses temporelles à un échelon en boucle fermée du système non corrigé puis corrigé.

Le dépassement qui atteignait 1,5 en boucle fermée n'est plus que de 1,08 une fois corrigé. Le temps de réponse est à 1/100 près le même.

La vérification expérimentale de comportement dynamique du circuit en Boucle fermée n'est pas possible à cause du manque d'appareil de mesure permettant la simulation et l'enregistrement de ce genre de données. Néanmoins nous avons pu vérifier qu'en régime permanent le système se comporte de manière tout à fait stable.

7.-CONCLUSION :

Nous allons maintenant récapituler ce qui a été présenté lors de ce travail. L'objectif fixé au départ de notre travail était de présenter, dans un premier temps, une technique de modélisation des convertisseurs à commutation. L'approche devant se faire dans l'espace d'état. Dans un deuxième temps afin d'illustrer nos résultats nous avons réalisé un convertisseur DC-DC type Buck opérant en haute fréquence permettant ainsi un certain nombre d'avantage.

Les différentes étapes de développement de cette méthode ont montrés qu'il était possible d'obtenir un modèle unique représentant le convertisseur sur tout un cycle, sans condition contraignante. En effet l'approximation sur lequel cette méthode repose est d'un point de vue pratique une condition de "lissage" des grandeurs de sortie.

Du fait de sa linéarité, ce modèle moyen englobe non seulement le comportement permanent du circuit mais aussi son comportement dynamique.

Ces résultats ont alors servi de base pour le développement du résultat qualitatif le plus important de ce travail : le circuit du modèle canonique.

cette description unifiée, apporte la possibilité de comparer de manière facile et rapide les caractéristiques et performances de plusieurs convertisseurs.

Une autre conséquence très importante apparait dans l'expression des éléments du circuit canonique qui permettent la prédiction de zéro et de pôle additionnels dans la fonction de transfert du rapport cyclique à la sortie.

L'idée qui émerge de l'approche dans l'espace d'état suggère qu'il existe un champ très large de nouveaux convertisseurs à commutations à concevoir.

Pour ce qui est de l'avenir de la modélisation des circuits de puissance signalons qu'actuellement l'objectif des chercheurs est d'incorporer les modèles des semi-conducteurs au modèle développé plus haut.

Les fréquences de commutation élevées ainsi que l'évolution des semi-conducteurs font qu'il ne sera plus possible de se contenter d'une représentation approximative des transistors et diodes.

Désirant toutefois vérifier de manière expérimentale la technique développée, nous nous sommes fixés pour objectif la réalisation d'un hacheur fonctionnant en hautes fréquences afin de démontrer l'énorme avantage que cela pouvait représenter.

Néanmoins cela nécessitait l'utilisation d'un MOSFET et d'une diode shottky comme commutateur à cause de leur bons comportements aux hautes fréquences.

A la lumière des résultats obtenus, et si l'on tient compte de la quasi impossibilité de trouver le matériel requis et l'utilisation de produits de substitution, finir par obtenir un rendement de 70 % à une fréquence de 45 KHz, permet d'envisager que la recherche de fréquence de plus en plus élevée demeure la clef de convertisseurs plus efficace et présentant une plus grande densité.

Pour une fréquence de 1 MHz on pourrait atteindre une densité de puissance de $1,5 \text{ KW/cm}^3$. Cette évolution est en fait liée aux nouveaux procédés de fabrication des céramiques diélectriques et des matériaux magnétiques.

Néanmoins il est nécessaire de se tourner vers de nouvelles configurations de circuit tels que l'introduction des circuits à résonance qui permettent de limiter les pertes dues à la commutation. Le procédé de transfert de l'énergie ne se fera plus par modulation du rapport cyclique mais par variation de la fréquence de commutation.

Cette nouvelle configuration permettra d'obtenir des convertisseurs fonctionnant à des fréquences de plus de 10 MHz.

ANNEXES

Annexe :

dans cette partie les questions relatifs à la substitution de (1) par (3) sont abordées.

l'annexe A indiquera brièvement à l'aide d'un exemple la corrélation existant entre la technique de la moyenne dans l'espace d'état et l'approximation linéaire de la matrice fondamentale.

l'Annexe B montrera comment les conditions de fonctionnement continus dépendant généralement des éléments de stockage et de la fréquence.

l'Annexe C démontre de manière quantitative, pour le cas typique du buck que l'approximation linéaire de la matrice fondamentale est équivalente à $f_c \ll f_s$, ou f_c est la fréquence effective ou naturelle du filtre de sortie et f_s la fréquence de commutation. Cette inégalité représente aussi la condition pour que la sortie ait un faible taux d'ondulation autour de sa valeur permanente. Ce qui par conséquent n'impose aucune restriction significatif concernant la procédure de modélisation vue précédemment.

Annexe A

Nous allons essayer de cerner, d'un point de vue mathématique, l'approximation faite pour le passage de (1) à (3), en procédant à une recherche rigoureuse des solutions du système suivant.

Considérons le système linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll} \text{(i) intervalle } T.d : & \text{(ii) intervalle } T.d' \\ 0 < t < t_0 & t_0 < t < T \\ \dot{x} = A_1 \cdot x & \dot{x} = A_2 \cdot x \end{array} \quad (91)$$

Les solutions exacte de ces équations dans l'espace d'état sont :

$$\begin{array}{ll} x(t) = e^{A_1 \cdot t} \cdot x(0) & t \in [0, t_0] \\ & A_2 \cdot (t - t_0) \end{array} \quad (92)$$

$e^{A_1 \cdot t}$ est appelé matrice de transition ou matrice fondamentale.

Le vecteur d'état $x(t)$ est continu en t_0 , instant de la commutation; par conséquent :

$$x(T) = e^{A_2(T-T.d)} \cdot x(t_0) = e^{d'.A_2.T} \cdot e^{d.A_1.T} \cdot x(0) \quad (93)$$

Puisque

$$x(t_0) = e^{A_1.dT} \cdot x(0) \quad \text{avec } t_0 = T.d \text{ et } d' = 1-d ;$$

Supposons maintenant que l'approximation suivante est introduite dans (93):

$$e^{d'.A_2.T} \cdot e^{d.A_1.T} \approx e^{(d.A_1 + d'.A_2).T} \quad (94)$$

L'équation (94) s'écrit maintenant comme

$$x(t) = e^{(d.A_1 + d'.A_2).T} \cdot x(0) \quad (95)$$

Ce résultat représente aussi la solution de l'équation suivante

$$\dot{x} = (d.A_1 + d'.A_2) \cdot x \quad (96)$$

l'équation (96) est par conséquent le modèle moyen des deux modèles (91) issus de la commutation. Cela reste valable tant que l'approximation linéaire sur les matrices fondamentales suivantes est valable.

$$e^{d.A_1.T} \approx I + d.A_1.T \quad (97)$$

$$e^{d'.A_2.T} \approx I + d'.A_2.T$$

Fondamentalement, (94) est en fait l'approximation au premier ordre du résultat général des séries de BAKER-CAMPBELL-HAUSDORFF [8] :

$$A.T = (d.A_1 + d'.A_2).T + d.d'.(A_1.A_2 - A_2.A_1).T^2 + \dots \quad (98)$$

Avec

$$e^{AT} = e^{d.A_1.T} \cdot e^{d'.A_2.T} \quad (99)$$

Dans le cas où deux matrices sont commutatives, on aura $A_1.A_2 = A_2.A_1$, donc $A = d.A_1 + d'.A_2$ et (94) devient un résultat exacte.

Annexe B

Cette annexe va permettre de calculer les équations exactes décrivant l'état permanent, puis de les simplifier en utilisant l'approximation linéaire des matrices fondamentales.

nous allons maintenant établir les conditions exactes de l'état permanent à partir de la description générale des deux modèles du circuit commutés.

Soit $x=x_1$ le vecteur d'état sur l'intervalle $T.d$ et $x=x_2$ le vecteur d'état sur l'intervalle Td' .

(i) intervalle Td

$$(0 < t < t_0)$$

(ii) intervalle Td'

$$(t_0 < t < T)$$

(100)

$$\dot{x}_1 = A_1 \cdot x + b \cdot Vg$$

$$\dot{x}_2 = A_2 \cdot x + b \cdot Vg$$

les solutions respectives sont :

$$x_1(t) = e^{A_1 \cdot t} \cdot x_1(0) + Vg \cdot B_1(t) \cdot b \quad (101)$$

$$x_2(t) = e^{A_2 \cdot t} \cdot x_2(t_0) + Vg \cdot B_2(t-t_0) \cdot b$$

$$B_i(t) = \int_0^t e^{A_i \cdot dt} = A_{i-1} \cdot (e^{A_i \cdot t} - I) \text{ pour } i=1,2 \quad (92)$$

sous la condition que les matrices A_1^{-1} et A_2^{-1} existent.

La solution (91) contient deux constantes encore non déterminées, $x_1(0)$ et $x_2(t_0)$.

nous imposons deux conditions limites :

a- le vecteur d'état est continu en t_0 instant ou à lieu la commutation puisque le courant dans la bobine et la tension aux bornes de la capacité ne peut changer brusquement de sens. Ce qui revient à écrire :

$$x_1(t_0) = x_2(t_0) \quad (103)$$

b-L'état permanent impose que toutes les variables d'états doivent retourner après une période T à leur valeur initiale. par conséquent

$$x_1(0) = x_2(T) \quad (104)$$

l'Insertion de (93) et (94) dans (91) donne la solution pour la condition initiale :

$$x_1(0) = Vg \cdot (I - e^{D'A_2 \cdot T} \cdot e^{D \cdot A_1 T} \cdot e^{D' \cdot A_2 \cdot T})^{-1} \cdot (e^{D' \cdot A_2 \cdot T} \cdot B_1(DT) + B_2(D'T)) \cdot b \quad (105)$$

$$x_2(t_0) = x_1(t_0) = e^{A_1 \cdot t_0} x_1(0) + Vg \cdot B_1(t_0) \cdot b$$

On le voit, résoudre ce genre d'équations nécessite l'aide de l'informatique.

La valeur moyenne du vecteur d'état peut être trouvée en intégrant sur toute la période T. En général le vecteur x est trouvé à partir :

$$x = \frac{1}{T} \cdot \left[\int_0^{t_0} x_1(t) dt + \int_{t_0}^T x_2(t) \cdot dt \right] \quad (106)$$

d'ici en utilisant (101), (105) et (106) l'intégration peut être menée à bout et la solution se présente sous la forme

$$x = g(A_1, A_2, D, T) \quad (107)$$

Si on introduit l'approximation () dans (107), le vecteur d'état moyen x devient indépendant de T.

$$x = -(DA_1 + D'A_2)^{-1} \cdot b \cdot Vg \quad (108)$$

Ce qui est équivalent au résultat de la moyenne dans l'espace d'état (13).

Pour une certaine fréquence f, on peut procéder au calcul de $x_1(0)$, puis en utilisant (101) tracer l'évolution, dans le temps, des variables du vecteur d'état, afin d'obtenir leur forme exacte

Pour le cas d'un fonctionnement en mode de conduction continue, cette onde a la forme d'une ondulation superposée à un signal continu.

Si nous traçons la forme d'onde des composants du vecteur moyen, une première constatation permet de voir que l'écart avec la courbe exacte diminue lorsque la fréquence choisie augmente.

Une deuxième constatation permet de voir que l'ondulation de la forme d'onde exacte des composants du vecteur d'état devient très petite pour encore une fois une augmentation de la fréquence.

Ce résultat permet de conclure que l'approximation (107) est bonne lorsque la fréquence de commutation est choisie très grande devant la fréquence naturelle du circuit. Celle-ci étant restée constante lors de l'augmentation de la fréquence de commutation.

Et ce qui est plus important encore, c'est que cette approximation n'est pas du tout un handicap puisqu'elle impose le fonctionnement à des fréquences grandes devant la fréquence naturelle du circuit qui est aussi une condition pour une faible ondulation des composants du vecteur d'état.

On vérifie dans l'annexe C que la validité de l'approximation (107) correspond bien à un fonctionnement à une fréquence grande devant la fréquence naturelle du circuit.

ANNEXE C

L'approximation faite lors de la linéarisation de la matrice fondamentale sera traité dans cette annexe de manière qualitative, afin de montrer que ces conditions de validité constituent aussi une condition de plus faible ondulation de sortie. Ce qui, par conséquent, montre que cette approximation n'est pas une limite d'application.

L'étude devant se faire sur un exemple pratique, prenons le cas du Buck, allégé de ces résistances parasites. Cette simplification n'enlève rien à la généralité des résultats.

Après application des formes de SYLVESTRE, on obtient les matrices fondamentales suivantes :

$$\begin{matrix}
 A_1 \cdot DT \\
 e = e
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \\
 -\alpha D'I
 \end{matrix}
 \left[\begin{array}{cc}
 \cos(w_0 DT) + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin(w_0 DT) & - \frac{\sin(w_0 DT)}{L \omega_0} \\
 \frac{\sin(w_0 DT)}{w_0 \cdot C} & \cos(w_0 DT) - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin(w_0 DT)
 \end{array} \right]$$

(99)

$$\begin{matrix}
 A_2 \cdot DT \\
 e = e
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \\
 -\alpha D'I
 \end{matrix}
 \left[\begin{array}{cc}
 \cos(w_0 D'T) + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin(w_0 D'T) & - \frac{\sin(w_0 D'T)}{L \omega_0} \\
 \frac{\sin(w_0 D'T)}{w_0 \cdot C} & \cos(w_0 D'T) - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin(w_0 D'T)
 \end{array} \right]$$

Où $\alpha = \frac{1}{2RC}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}$

Supposons maintenant que la fréquence de commutation f_s est très grande devant les fréquences naturelles du circuit et w_0 , tels que

$$\begin{aligned} w_0 \cdot DT &\ll 1 \quad \text{et} \quad DT \ll 1 \\ w_0 \cdot D'T &\ll 1 \quad \text{et} \quad D'T \ll 1. \end{aligned} \tag{110}$$

Ce résultat permet un grand nombre de simplification

$$\begin{aligned} e^{-D'T} &\approx 1 - D'T & ; & \quad e^{-DT} \approx 1 - DT \\ \cos(w_0 \cdot DT) &\approx 1 & ; & \quad \cos(w_0 D'T) \approx 1 \\ \sin(w_0 \cdot DT) &\approx w_0 \cdot DT & ; & \quad \sin(w_0 \cdot D'T) \approx w_0 \cdot D'T \end{aligned} \tag{111}$$

Ce qui permet de réécrire l'équation (99) sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} e^{A_1 DT} &\approx I + A_1 DT \\ e^{A_2 D'T} &\approx I + A_2 D'T \end{aligned} \tag{112}$$

Si de plus $R \gg \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ ce qui est souvent le cas w_0 se réécrit alors :

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La condition (110) devient alors :

$$w_c \cdot T \ll 1 \tag{113}$$

Ou avec une plus grande inégalité :

$$f_c \ll f_s \tag{114}$$

Ou 2. $f_c = w_c = \frac{D}{\sqrt{LC}}$

Ce résultat rejoint les résultats obtenus dans les annexes précédentes.

Answer E



MOTOROLA

**SG1525A/SG1527A
SG2525A/SG2527A
SG3525A/SG3527A**

PULSE WIDTH MODULATOR CONTROL CIRCUITS

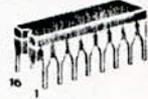
The SG1525A/1527A series of pulse width modulator control circuits offer improved performance and lower external parts count when implemented for controlling all types of switching power supplies. The device includes a +5.1 volt $\pm 1\%$ reference and an error amplifier with a common-mode range including the reference voltage to eliminate external divider resistors. A sync input to the oscillator enables multiple units to be slaved together, or a single unit can be synchronized to an external system clock. A wide range of dead time is programmable with a single resistor between the CT pin and the Discharge pin. Other features included are soft-start circuitry requiring only an external timing capacitor. A shutdown pin controls both the soft-start circuitry and the output stages, allowing fast output turn-off with soft-start recycle turn-on. Undervoltage lockout keeps the outputs off when VCC is less than the required level for normal operation. The output stages are a totem-pole design capable of sinking and sourcing in excess of 200 mA. The SG1525A series output stage features NOR Logic, giving a low output for an off state. The SG1527A utilizes OR Logic which results in a high output level when off. These devices are available in Military, Industrial and Commercial temperature ranges and feature:

- 8.0 to 35 Volt Operation
- 5.1 Volt $\pm 1\%$ Trimmed Reference
- 100 Hz to 400 kHz Oscillator Range
- Separate Oscillator Sync Pin
- Adjustable Dead Time
- Input Undervoltage Lockout
- Latching PWM to Prevent Multiple Pulses
- Dual Source/Sink Output Current: ± 400 mA Peak

PULSE WIDTH MODULATOR CONTROL CIRCUITS

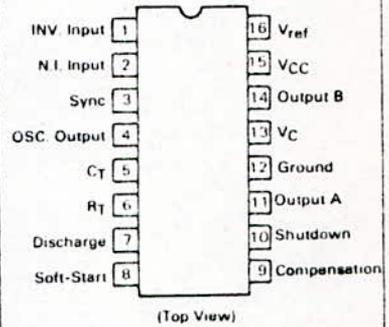
SILICON MONOLITHIC INTEGRATED CIRCUITS

J SUFFIX
CERAMIC PACKAGE
CASE 620

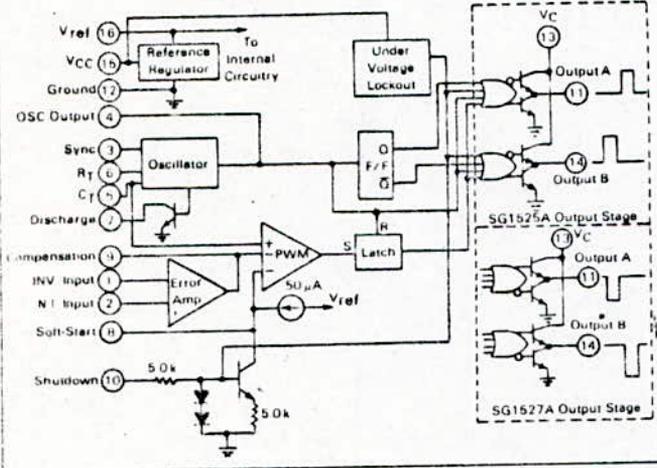


N SUFFIX
PLASTIC PACKAGE
CASE 648

PIN CONNECTIONS



FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM



ORDERING INFORMATION

Device	Junction Temperature Range	Package
SG1525AJ	-55 to +150°C	Ceramic DIP
SG1527AJ	-55 to +150°C	Ceramic DIP
SG2525AJ	-25 to +150°C	Ceramic DIP
SG2525AN	-25 to +150°C	Plastic DIP
SG2527AJ	-25 to +150°C	Ceramic DIP
SG2527AN	-25 to +150°C	Plastic DIP
SG3525AJ	0 to +125°C	Ceramic DIP
SG3525AN	0 to +125°C	Plastic DIP
SG3527AJ	0 to +125°C	Ceramic DIP
SG3527AN	0 to +125°C	Plastic DIP

DS9584R1

E

PARAM RATINGS (Note 1)

Rating	Symbol	Value	Unit
Voltage	V _{CC}	+40	Vdc
Supply Voltage	V _C	+40	Vdc
Inputs	—	-0.3 to +5.5	V
Outputs	—	-0.3 to V _{CC}	V
Current, Source or Sink	I _O	±500	mA
Output Current	I _{ref}	50	mA
Charging Current	—	5.0	mA
Dissipation (Plastic & Ceramic Package)	P _D		mW
T _A = +25°C		1000	
T _C = +25°C		2000	
Resistance Junction to Air and Ceramic Package	R _{θJA}	100	°C/W
Resistance Junction to Case and Ceramic Package	R _{θJC}	60	°C/W
Junction Temperature	T _J	+150	°C
Temperature Range	T _{sig}	-65 to +150	°C
Ceramic Package		-65 to +125	
Plastic Package			
Temperature (Soldering, 10 Seconds)	T _{Solder}	+300	°C

Values beyond which damage may occur
 at 10 mW/°C for ambient temperatures above +50°C
 at 16 mW/°C for case temperatures above +25°C

RECOMMENDED OPERATING CONDITIONS

Characteristic	Symbol	Min.	Max.	Unit
Voltage	V _{CC}	+8.0	+35	Vdc
Supply Voltage	V _C	+4.5	+35	Vdc
Input/Source Current (by State)	I _O	0	±100	mA
		0	+400	
Reference Load Current	I _{ref}	0	20	mA
Operating Frequency Range	f _{osc}	0.1	400	kHz
Timing Resistor	R _T	2.0	150	kΩ
Timing Capacitor	C _T	0.001	0.2	μF
Timing Resistor Range	R _D	0	500	Ω
Operating Junction Temperature Range	T _J			°C
25A, SG1527A		-55	+150	
25A, SG2527A		-25	+150	
25A, SG3527A		0	+125	

IRF340, IRF341, IRF342, IRF343 Devices

Drain Diode Ratings and Characteristics

Continuous Source Current (Body Diode)	IRF 340 IRF 341		10	A	Modified MOSFET symbol showing the integral reverse P-N junction rectifier.
	IRF 342 IRF 343		8.0	A	
Pulse Source Current (Body Diode) (3)	IRF 340 IRF 341		40	A	
	IRF 342 IRF 343		32	A	
Diode Forward Voltage (2)	IRF 340 IRF 341		2.0	V	$T_C = 25^\circ\text{C}, I_S = 10\text{A}, V_{GS} = 0\text{V}$
	IRF 342 IRF 343		1.9	V	$T_C = 25^\circ\text{C}, I_S = 8.0\text{A}, V_{GS} = 0\text{V}$
	ALL				$V_{Tj} = 150^\circ\text{C}, I_S = 10\text{A}, dt_1, dt_2 = 100\mu\text{s}$
Reverse Recovery Time	ALL	800		ns	$V_{Tj} = 150^\circ\text{C}, I_S = 10\text{A}, dt_1, dt_2 = 100\mu\text{s}$
Reverse Recovered Charge	ALL	5.7		μC	$V_{Tj} = 150^\circ\text{C}, I_S = 10\text{A}, dt_1, dt_2 = 100\mu\text{s}$
Forward Turn-on Time	ALL	Intrinsic turn-on time is negligible. Turn-on speed is substantially controlled by I_S & I_D .			



25°C to 150°C. (2) Pulse Test: Pulse width $\leq 300\mu\text{s}$, Duty Cycle $\leq 2\%$

(3) Repetitive Rating: Pulse width limited by maximum junction temperature. See Transient Thermal Impedance Curve (Fig. 5)

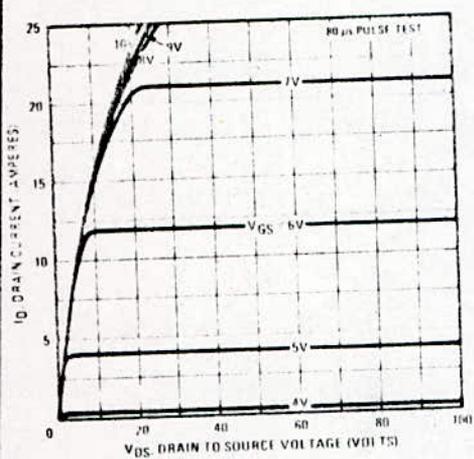


Fig. 1 - Typical Output Characteristics

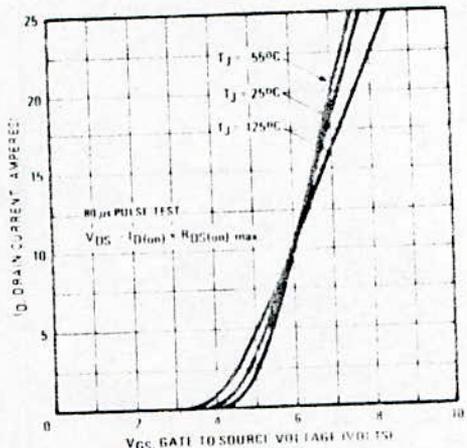


Fig. 2 - Typical Transfer Characteristics

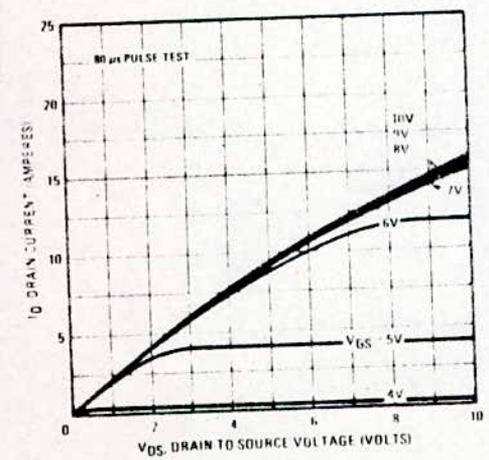


Fig. 3 - Typical Saturation Characteristics

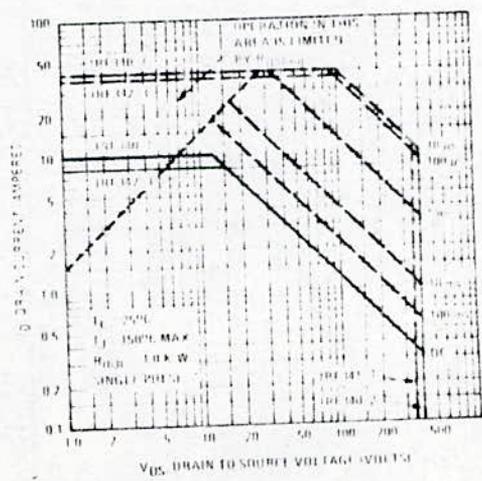


Fig. 4 - Maximum Safe Operating Area

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE :

- [1].-R.D.Middlebrook and Slobodan Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages", IEEE PESC 76 Record, California institute of technology Pasadena, california
- [2].-W.M.Polivka, P.R.K.Chetty, and R.D.Middlebrook, "state space average modelling of converters with parasitics and storage time modulation ", IEEE 1980 CH1529-7/80, California institute of technology, pasadena, california
- [3].-SLOBODAN CUK and R.D.MIDDLEBROOK, "A new optimum topology switching DC to DC converter"IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1977 Record pp 160-179 ;IEEE publication 77CH1213-8 AES
- [4].-R.D.MIDDLEBROOK, "A continuous model for the tapped-inductor Boost converter, "IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC), 1975 Record, pp 63-79 (IEEE Publication 75 CHO 965-4-AES)
- [5].-G.W.WESTER and R.D.MIDDLEBROOK, "Low frequency characterization of switched dc-dc converters, "IEEE Transaction.on aerospace and electronic systems, Vol AES-9 , No.3, MAY 1973 , pp376-385
- [6].-R.HAYNES, T.K.PHELPS, J.A.COLLINS, R.D.MIDDLEBROOK, "The venerable converter :A new approach to power processing", IEEE PESC, NASA Lewis Research center, claveland, ohio , June 8-10-1976
- [7].-R.D.Middlebrook "input filter considerations in design and applications in design and application of switching regulators, "IEEE industry Applications Society Annual Meeting, Chicago, Oct.11-14-1976.
- [8].-H.F.Baker, "on the integration of linear differentiel equations"Proc.London math.Soc, 34, 347-360, 1902 ;35, 333-374, 1903;second series, 2, 293-296, 1904.
- [9].-R.D.Middlebrook and S.Cuk , final report , "modelling and analysis of power processing systems, "NASA Contract NAS3-19690
- [10].-A.H.Weinberg, "A Boost Regulator with a new Energy.transfer principle , "proceedings of spacecraft power conditioning Seminar, pp 115-122 (ESRO publication SP-103, sept.1974)

[11].-R.D.Middlebrook, Describing function properties of a Magnetic Pulsewidth Modulator, "IEEE Trans.on aerospace and electronic, systems , Vol AES-9 , no.3, may, 1973, pp 386-398

[12].-E.TOUTAIN, J.PERARD, and M.NOUGARET, "Modelling and regulation of a DC-DC converters ", IEEE Industry Application Society Annual meeting , 1979 Record, pp 531-538 ;IEEE Publication 79CH1484-51A

[13].-Vatche vorporian "Comparison of voltage and current stresses in resonant and non resonant DC to DC converters"Virginia power electronic center, Blacksburg, VA 24.61

[14].-"Application d'un MOS de puissance à 10 MHz" pp 45-52;Electronique de Puissance n°11

[15].-D.Jacovopoulos"Fonctionnement des MOSFET" Electronique Application n°56.;1989

[16].-Pierre Gaudry, "Les pertes <<FER>> dans les ferrites", Electronique de puissance n°11, 1985

[17].-R.Baussiere, F.Labrique, G.Segquier, Les convertisseurs de l'électronique de puissance, Tome 3, la conversion continu-continu.

[18].-V.VORPERIAN, "Equivalent circuit models for resonant and PWM switches" 1987 international symposium on system pp 1080-1087; IEEE PUBLICATION 87CH2394-5

[19].-Y.YU, J.J.BIESS, A.D.SCHOENFELD and V.R.LALLI, "The application of standardized control and interface circuits to three DC to DC power converters, " IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1973 Record , pp 237-248 IEEE Publication 73 CHO 787-2 AES

[20].-Guy Segquier, "L'électronique de puissance:les fonctions de base et leurs principales applications." Tome 3.

[21].-Y.Ducas, Ph.Wavre, "principes et fonctionnement des alimentations à découpage" TLE n°499, Décembre 1984.

[22].-HEXFET DATABOOK, Power MOSFET, International Rectifier 1985.

[23].-Catalogue optoelectronique 1985, HEWLETT PACKARD.

[24].-Motorola semiconductor 1983