

THESE

Présentée au Laboratoire de Commande des Processus
en vue de l'obtention du titre de

Docteur d'Etat

en Automatique
par

Hachemi CHEKIREB

Magister en Machines Electriques de l'ENP

Thème

Investigation sur les Modèles de Commandes Non Linéaires de la Machine Asynchrone

Soutenue publiquement le juin 2003 devant le jury composé de:

F. BOUDJEMA	Professeur à l'E.N.P	Président
M. TADJINE	Maître de conférences à l'E.N.P	Rapporteur
T. REKIOUA	Professeur à l'Université de Béjaïa	Examineur
M.S. BOUCHERIT	Maître de conférences à l'E.N.P	Examineur
D. BOUKHETALA	Maître de conférences à l'ENP	Examineur
M. BELAHCENE	Docteur d'Etat, CFDAT, Réghaia	Invité
M. E SIFI	Chef de Mission Audit Matériel et Traction SNTF	Invité

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Mr. Z. ZEBROWSKI , qui m'a proposé initialement ce sujet de thèse d'état et Mr. A. FARAH, qui a bien voulu continuer à diriger ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Mr. M. TADJINE pour son précieux soutien dans l'aboutissement de ce travail.

Je remercie particulièrement Mrs : F. BOUDJEMA, T. REKIOUA, M. S. BOUCHERIT, D. BOUKHETALA, M BELAHCENE, M. E. A. SIFI, pour avoir accepté d'être les membres du jury de cette thèse et pour avoir consacré leur temps sa lecture critique.

Je termine par le remerciement des membres du Laboratoire de Commande des Processus de l'E.N.P et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

ملخص. إن التحكم في السرعة و الموضع لنظام ما يتم باستعمال المحركات الكهربائية التي تمثل عامة بنماذج مختلفة حسب نوع المحرك و المعلم المستعمل (المعلم $(abc, dq, \alpha\beta)$). هذه النماذج هي لآخطة و مُعاملتها غير معروفة بدقة بسبب التأثير الفيزيائي للحرارة و التشبع المغناطيسي. زيادة على هذا، لتسيير هاته المحركات يجب اللجوء للتحكم الأخطي المتطور للحصول على نتائج جيدة، لأنه أثبت التجارب أن استعمال نظم تحكم كلاسيكية لا يمكنها تلبية المتطلبات التطبيقية. غالبية البحوث الموجودة حالياً تدرس كل محرك على حدة. إنطلاقاً من هذه الملاحظة، قمنا في هذه الأطروحة بإقتراح نموذج تحكم موحّد لكل المحركات الكهربائية (المحرك ذي التيار المستمر، المحرك المتزامن، و المحرك الآمتزامن). إثر هذا، قمنا بتطوير عدة أنماط للتحكم إنطلاقاً من النموذج الموحد، وذلك باستعمال طريقة Lyapunov، طريقة التحكم الإنترآقي، و طريقة التدرّج backstepping. تمّ أيضاً إقتراح ملاحظ (observateur) لجزء من شعاع الحالة عن طريق النمط الإنترآقي. كل النظم المطورة، طُبقت على المحرك الآمتزامن للتحكم في السرعة و التدفق المغناطيسي. نتائج المحكاة كانت جيدة و أثبتت نجاعة النظم المطورة.

الكلمات المفتاحية. المحركات الكهربائية، النموذج الموحد، طريقة Lyapunov، التحكم الإنترآقي، طريقة backstepping، الملاحظ الإنترآقي، المحرك الآمتزامن

Abstract: The speed or position control of a given system is generally obtained by the recourse to the electric machines. These last are represented by various models depending on the type of machine used and the frames system (reference mark $abc, \alpha\beta, dq$), representation by the formalism of Euler-Lagrange. Moreover, these models are strongly nonlinear with variable coefficients due to the physical effects of the heating and saturation. Also, the problem of the electric machines control is generally dealt with by the recourse to the nonlinear system theory in view to obtain high performances. However, the major parts of existing work treat each machine separately and moreover the same machine admits several models. On the basis of this report, we showed that the control problem of the three-phase current (or two-phase) induction machine, permanent magnets synchronous machine and the machine D.C. machine is brought back to the same class of nonlinear system in cascade. On the basis of this general system and in order to impose an output trajectory tracking, the control laws are developed by using in turn the theory of the Lyapunov stability, the theory of the sliding modes then those jointly with the back-steeping for better exploiting the cascade structure. For this class of nonlinear systems, an observer of the states is designed, by exploiting the nonlinear sliding modes and, by considering that the states influenced directly by the control inputs are measurable. The developed control laws are applied to force the flux-speed trajectories tracking for the induction machine. The results obtained by simulation are shows that the tracking errors remain weak even in the presence of strong disturbances when the state vector is well known. On the other hand, if the flux is observed, the speed tracking error remains satisfactory and the flux tracking error is sensitive to the variations of inductances machine. Other procedures of control can be developed by exploiting this same class of nonlinear systems for example those adaptive in the view to maintain the control inputs in a nominal interval in presence of the unknown hard disturbances.

Key Words: Electric Machines, unified Model, Lyapunov Method, Sliding Modes, Backstepping, Sliding Modes Observer, Induction Motor.

Résumé: La commande de vitesse ou de position d'un système donné est le plus souvent obtenue par le recours aux machines électriques. Ces dernières sont représentées par différents modèles dépendant du type de machine utilisé et du système d'axes (repère $abc, \alpha\beta, dq$). De plus ces modèles sont fortement non linéaires à coefficients incertains à cause des effets physiques de l'échauffement et de la saturation. Aussi, le problème de commande des machines électriques est le plus souvent traité par le recours à la théorie des systèmes non linéaires pour obtenir des performances élevées. Cependant la majeure partie des travaux existants traitent chaque machine séparément et de plus la même machine admet plusieurs modèles. Partant de ce constat, nous avons montré que le problème de commande de la machine asynchrone triphasé (ou biphasé), synchrone à aimants permanents et de la machine à courant continu se ramène à une même classe de système non linéaire en cascade. Sur la base de ce système générale et afin d'imposer une poursuite de trajectoire de la sortie, les lois de commande ont été développé en utilisant tour à tour la théorie de la stabilité de Lyapunov et la théorie des modes glissants puis celles-ci conjointement avec le back-steeping pour mieux exploiter la structure en cascade. Pour cette classe de système non linéaire un observateur des états est conçu en exploitant les modes glissants non linéaires et en considérant que les états influencés directement par le vecteur de commande sont mesurables. Les lois de commandes développées sont appliquées pour forcer le régime de poursuite du flux et de la vitesse de la machine asynchrone. Les résultats obtenus par simulation ont montré que les erreurs de poursuite restent faibles même en présence de fortes perturbations à condition que le vecteur d'état soit bien connu. Si le flux est observé, la poursuite de vitesse reste satisfaisante par contre la poursuite du flux est sensible aux variations des inductances de la machine. Il important de noter que d'autres procédures de commande peuvent être développées en exploitant cette même classe de système non linéaire par exemple celles adaptatives dans le sens de maintenir les commandes dans un intervalle nominal en présence de perturbations inconnues.

Mots Clé: Machines Electriques, modèle unifiée, Méthode de Lyapunov, Modes Glissants, Backstepping, Observateur par les Modes Glissants, Moteur Asynchrone.

Notations Utilisées

Symboles et Grandeurs

x, ξ, η :	Les états du système
$u(t)$	Vecteur de commande
$y(t), y_d(t)$	Vecteur de sortie et vecteur des sorties désirées
$f(\cdot), g(\cdot), F(\cdot), h(\cdot), H(\cdot)$:	Fonction vectorielle
$V(\cdot)$:	Fonction de Lyapounov
Λ :	Fonction continue définie positive de la classe C^1
K, Q :	Matrice des gains de commande
Ψ :	Variété
ψ :	Vecteur de Commande virtuelle
ψ_d	Valeur désirée de la commande virtuelle ψ
S, Z	Surfaces ou erreurs filtrées
L_1, L_2 :	Matrices des gains de l'observateur
e, Er :	Erreur de poursuite
$\tilde{\xi}, \tilde{\eta}$	Erreur d'observation
$\Delta x, \varepsilon$	Variation de la grandeur x , variation relative
ζ, δ, ρ	Bornes supérieures
$\lambda_{\min}(A), \lambda_{\max}(A)$	La plus petite et la plus grande valeur propre de la matrice A
$\sigma_{\max}(A)$	La plus grande valeur singulière de la matrice A
(i_α, i_β)	Composantes du courant au stator dans le repère du stator (α, β)
(u_α, u_β)	Composantes de la tension au stator dans le repère du stator (α, β)
$(\varphi_\alpha, \varphi_\beta)$	Composantes de la tension au stator dans le repère du stator (α, β)
(i_d, i_q)	Composantes du courant au stator dans le repère du champ (d, q)
(u_d, u_q)	Composantes de la tension au stator dans le repère du champ (d, q)
(φ_d, φ_q)	Composantes du flux dans le repère du champ (d, q)
φ_r	Module du flux au rotor
ω_r	Pulsation de rotation du rotor
V_n, φ_n, ω_n	Tension nominale, flux nominal, vitesse nominale
$\varphi_{ref}, \omega_{ref}$	Flux de référence, vitesse de référence

Table des Matières

Chapitre 0	Introduction Générale	10
Chapitre I	Position du Problème	15
I.1	Introduction	15
I.2	Cas de la Machine Synchrone à Aimants Permanents.....	16
I.3	Cas de la Machine Asynchrone triphasée.....	18
I.4	Approche Unifiée.....	21
I.5	Conclusion.....	22
Chapitre II	Commande par la Méthode de Lyapounov	24
II.1	Introduction.....	24
II.2	Synthèse de la Commande par la Méthode de Lyapounov.....	25
II.3	Application à la Machine Asynchrone.....	27
II.4	Résultats de la Simulation.....	28
II.5	Conclusion.....	30
Chapitre III	Commande en Cascade par la Méthode de Lyapounov	34
III.1	Introduction.....	34
III.2	Position du Problème.....	35
III.3	Synthèse de la Loi de Commande.....	36
III.4	Analyse de la Stabilité Interne du système bouclé.....	40
III.5	Application à la Machine Asynchrone.....	41
5.1	Calcul de la commande.....	41
5.2	Résultats de la simulation.....	42
III.6	Conclusion.....	43
Chapitre IV	Commande par les Modes Glissants	47
IV.1	Introduction.....	47

IV.2 Rappel sur la Commande par les Modes Glissants.....	48
IV.3 Synthèse de la Loi de Commande.....	49
IV.4 Synthèse Robuste.....	52
IV.5 Application à la Machine Asynchrone.....	54
5.1 Calcul de la commande.....	54
5.2 Synthèse Robuste pour le cas de la MAS.....	55
5.3 Résultats de la Simulation.....	58
IV.6 Conclusion.....	59
Chapitre V	Commande en Cascade par les Modes Glissants
<hr/>	<hr/>
V.1 Introduction.....	63
V.2 Retour sur le problème.....	64
V.3 Synthèse de la Loi de Commande.....	65
V.4 Analyse de la Stabilité Interne du Système Bouclé.....	68
V.5 Application à la Machine Asynchrone.....	70
5.1 Calcul de la commande.....	70
5.2 Résultats de la Simulation.....	71
V.6 Conclusion.....	72
Chapitre VI	Observateur Non linéaire en Modes Glissants
<hr/>	<hr/>
VI.1 Introduction.....	76
VI.2 Observateur des états (ξ, η).....	77
VI.3 Application à la Machine Asynchrone.....	83
3.1 Observateur du Flux.....	83
3.2 Résultats de la Simulation.....	84
VI.4 Conclusion.....	85
Chapitre VII	Comparaison et conclusion générale
<hr/>	<hr/>
VII.1 Comparaison des quatre commandes.....	89
VII.2 Conclusion générale.....	92
Annexes	96
<hr/>	<hr/>

Annexe A : Modélisation de la Machine Asynchrone.....	96
Annexe B: Modélisation de la Machine synchrone.....	101
Annexe C: Stabilité des Systèmes Non Linéaires.....	107

Bibliographie

Introduction Générale

Les machines électriques jouent un rôle fondamental dans différentes branches de l'industrie. Aussi, elles sont surtout utilisées dans les entraînements réglés et principalement comme actionneur dans la grande majorité des servomécanismes. Il est connu, pour ce qui est de la partie technologique, que la productivité et la qualité du produit fini sont en partie dépendantes de la conduite des machines électriques intervenant dans le processus.

Dans le contexte des entraînements réglés, la commande la plus simple fait appel à des régulateurs du type PI ou PID qui réellement ne sont efficaces qu'autour d'un point de fonctionnement et dont les performances se dégradent (souvent sévèrement) en présence des non linéarités. Par conséquent, leurs applications dans la commande des machines électriques conduisent à des performances limitées à causes des problèmes suivants:

1. Les machines électriques sont souvent représentées par un modèle physique dont les paramètres sont mal définis ou variants dans le temps.
2. La saturation du circuit magnétique des machines et leur échauffement produisent des effets non linéaires qui sont souvent difficiles à modéliser.
3. La commande ne peut être exploitée que dans une bande passante plus faible que la fréquence de commutation du convertisseur alimentant la machine.

Dans le but d'annihiler ces problèmes majeurs, cités précédemment, on fait appel aux commandes non linéaires pour assurer à la fois, la précision, la robustesse et la stabilité de la commande des machines électriques. De plus de nos jours, certaines applications intégrant la commande des machines électriques exigent des performances dynamiques élevées qui ne peuvent être obtenues que par le recours à la théorie de la commande non linéaire.

Par ailleurs, la théorie de la commande non linéaire s'est développée rapidement ces trois dernières décennies et plusieurs procédures de synthèse de commande pour les systèmes non linéaires ont vu le jour. Celles-ci sont de plus en plus mises en contribution dans le domaine de la commande des machines électriques [6]-[18].

Ainsi, la méthode de la linéarisation par bouclage non linéaire et difféomorphisme est très utile pour traiter les non linéarités du système. Ce dernier est amené à une dynamique entrée-sortie linéaire à travers le bouclage non linéaire auquel il faut adjoindre la dynamique des zéros [1]. Comme la dynamique des zéros n'intervient pas dans la synthèse de la loi de commande, par conséquent la dynamique obtenue n'exploite pas toutes les potentialités offertes par le système.

Une autre forme de linéarisation, initialement appliquée à la machine asynchrone (MAS), est l'approche par l'orientation du champ [2]. Par cette technique de commande, le moteur acquiert un comportement similaire à celui du moteur à courant continu. Ainsi, dans la condition où l'amplitude du flux rotorique de la MAS est gardée constante, la commande par orientation du champ réalise une linéarisation et un découplage asymptotique entre le flux et la vitesse. Bien que l'approche par l'orientation du champ soit bien répandue aujourd'hui, elle souffre d'un handicap majeur nécessité par la connaissance précise de la position du champ soit par voie directe ou indirecte.

La théorie de la stabilité au sens de Lyapunov est un outil très puissant pour analyser la stabilité des systèmes et la bornitude de ses états [3]. Ici, la synthèse de la commande apparaît comme une conséquence indirecte de cet outil d'analyse. Aussi, elle est utilisée pour analyser la stabilité des systèmes et la synthèse de commande robuste pour les machines électriques. Cependant, cette méthode nécessite l'existence d'une fonction de Lyapunov (like energy function) pour le système dynamique considéré dont la réalisation n'est pas toujours évidente. Fort heureusement que la procédure par backstepping permet de construire cette fonction pour une large classe de systèmes non linéaires [4] entre autres pour les machines électriques.

Une autre commande robuste par essence est celle dite par les modes glissants du fait qu'elle exhibe un gain "infini" lié à son action discontinue, laquelle peut recouvrir, dans certaines conditions, l'effet des incertitudes paramétriques, des erreurs de modélisation et des perturbations externes [2]. Un intérêt indéniable lié à l'application des modes glissants aux machines électriques est inhérent à leur alimentation par les convertisseurs de l'électronique de puissance dont la commande discontinue est bien adaptée au caractère discontinu des modes glissants [5].

Les commandes citées précédemment et d'autres mettent en œuvre plusieurs modèles pour la même machine par exemple dans le cas de la machine asynchrone on rencontre le modèle défini dans le repère:

- triphasé (a, b, c),
- fixe du stator,
- synchrone arbitraire,
- lié au champ statorique.

A ces modèles il faut encore ajouter ceux obtenus à l'aide de la représentation par les vecteurs spatiaux et par la mise dans la forme des équations d'Euler-Lagrange.

Ce foisonnement de la représentation du même problème de commande peut constituer en soi un handicap pour le concepteur quand il est confronté au problème du choix à effectuer pour la synthèse de la commande. Il faut ajouter à cela, qu'il est difficile de mener une analyse comparative de ces lois de commandes dans ces conditions puisque par essence, les bases de départ ne sont pas identiques. Lorsqu'il s'agit de plusieurs types de machines, le plus souvent, on est amené à traiter le problème séparément pour chaque type de machine. Dans ce contexte, il faut signaler les travaux de Nicklasson et al.[11] où la commande de la MAS, de la machine synchrone à aimants et du moteur pas à pas est abordée dans un même formalisme des équations d'Euler-Lagrange.

Notre objectif est donc de ramener le problème de commande des grandeurs (vitesse, flux), (position flux), (vitesse) ou (position) d'une large classe de machines électriques à un même formalisme mathématique. Ce modèle dynamique se caractérise par la mise en cascade de deux sous-systèmes. Il faut signaler que, sous cette forme, le modèle devient indépendant du repère dans lequel les équations ont été définies, du fait qu'il est masqué. Sur la base de ce modèle, nous développons la loi de commande en exploitant tour à tour la théorie de stabilité de Lyapounov, le backstepping, les modes glissants, et la combinaison des deux dernières procédures. L'application de ces commandes est restreinte au cas de la MAS, mais l'extension est directe pour les autres machines pourvues que leur modèle se laisse mettre sous ce même formalisme.

A cet effet au chapitre I, le modèle de la machine synchrone à aimants, celui de la machine à courant continu et le modèle de la MAS biphasée (ou biphasée) sont ramenés à une

même classe de systèmes non linéaires en cascade. Le développement des lois de commande pour ce système non linéaire exploite la méthode:

- de Lyapunov au chapitre II,
- de Lyapunov avec backstepping au chapitre III,
- des modes glissants au chapitre IV,
- des modes glissants avec backstepping au chapitre VI.

Ces quatre lois de commande sont appliquées pour établir la poursuite du flux et la vitesse de la MAS. Enfin, la construction d'un observateur d'état en modes glissants non linéaires est dévolue au chapitre VI pour cette même classe de système non linéaire. En outre, l'observateur proposé est utilisé pour estimer le flux du rotor de la MAS. La comparaison de ces lois de commande et la conclusion générale apparaissent au chapitre VII. En annexe sont fournis: le modèle de la MAS, celui de la machine synchrones et quelques définitions et théorèmes sur la stabilité des systèmes non linéaires.

Chapitre I

Position du Problème

I.1 Introduction

Pour la plupart des théories de la commande, la synthèse de la commande d'un système donné exige nécessairement la connaissance au moins de la structure de son modèle. Les machines électriques classiques sont généralement représentées par différents modèles dépendant du choix du vecteur d'état et de l'application envisagée. Les travaux concernant la MAS et d'autres machines montrent que les commandes développées par les différentes techniques: Linéarisation par bouclage non linéaire [6][7], orientation du champ [8][9], remodelage de l'énergie et passivité [10]-[12], robuste et H_∞ non linéaire [13][14], optimale [15][16], adaptative [17][18], exploitent différents modèles pour la même machine. Uniquement pour le cas de la MAS on rencontre les modèles suivants: dans le repère fixe du stator, dans le repère synchrone arbitraire, dans le repère lié au champ, dans le repère triphasé, représentation par les vecteurs spatiaux, mise dans la forme des équations d'Euler-Lagrange, etc. Aussi, la majeure partie des travaux existants sur la commande des machines électriques sont effectuées pour chaque machine séparément et en fonction du modèle de représentation. Une tentative d'unifier l'approche de la synthèse de la commande est fournie par les travaux de Nicklasson et al. [11] concernant la commande passive des machines à courant alternatif.

Il serait intéressant de ramener le problème de commande au moins d'une partie importante de ces machines à une même classe de système non linéaire. Précisément, l'objectif de ce chapitre est de montrer qu'un certain nombre de problème de commande des machines électriques se ramène à la forme générale suivante de système non linéaire en cascade:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = F(\xi, \eta) \\ y = h(\eta) \end{cases} \quad (I.1)$$

où $(\xi \in \mathfrak{R}^p, \eta \in \mathfrak{R}^q)$ dénote les composantes du vecteur d'état, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de commande et $y(t) \in \mathfrak{R}^m$ est la sortie avec $q \geq m$. les fonction $f(\cdot)$, $g(\cdot)$, $F(\cdot)$ et $h(\cdot)$ sont supposées connues.

Dans ce qui suit, sont exposés les cas de la machine synchrone à aimants permanent, de la machine à courant continu, celui de la machine asynchrone triphasée et biphasée.

I.2 Cas de la Machine Synchrone à Aimants Permanents

Dans un repère lié au champ (c.à.d au rotor), le modèle d'état de la machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension est obtenu des équations (Annexe: B-10, B-11, B-12) du modèle de Park. Ce modèle est déduit en utilisant un vecteur d'état formé des composantes du courant au stator (i_d, i_q), de la pulsation de rotation ω_r et un vecteur de commande représenté par les composantes de la tension au stator (v_d, v_q). En remplaçant les flux par leurs expressions, on aboutit aux équations d'états de la machine synchrone à aimants à pôles saillants

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -a_1 i_d + a_2 i_q \omega_r + a_3 v_d \\ \frac{di_q}{dt} = -b_1 i_q - b_2 i_d \omega_r - b_3 \omega_r + b_4 v_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = c_1 i_d i_q + c_2 i_q - c_3 \omega_r - c_4 \Gamma_r \end{cases} \quad (I.2)$$

Où les coefficients (a_1, \dots, c_4) sont liés aux paramètres de la machine par:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{R_s}{L_d} ; a_2 = \frac{L_q}{L_d} ; a_3 = \frac{1}{L_d} \\ b_1 &= \frac{R_s}{L_q} ; b_2 = \frac{L_d}{L_q} ; b_3 = \frac{\phi_f}{L_q} ; b_4 = \frac{1}{L_q} \\ c_1 &= \frac{3.(Po)^2}{2.Jin} ; c_2 = \frac{3.(Po)^2.\phi_f}{2.Jin} ; c_3 = \frac{k_f}{Jin} ; c_4 = \frac{Po}{Jin} \end{aligned}$$

Il est montré que la MSAP produit un couple électromagnétique optimal, quand la composante i_{ds} du courant au stator suit une valeur bien déterminée i_{dref} . Cette dernière doit être nulle ($i_{dref}=0$) quand les aimants sont montés à la surface du rotor. L'objectif de commande dans le cas de la MSAP est d'imposer à la composante i_d de suivre la référence i_{dref} et de commander la pulsation de rotation du rotor ω_r . En utilisant les mêmes notations, le vecteur d'état, le vecteur de commande et les sorties sont alors représentées respectivement par:

$$\begin{aligned} (\eta_1 \quad \eta_2 \quad \xi_1) &= (i_d \quad \omega_r \quad i_q) ; \\ \mathbf{u}^T &= (u_1 \quad u_2)^T = (v_d \quad v_q)^T ; \\ \mathbf{y}^T &= (y_1 \quad y_2)^T = (i_d \quad \omega_r)^T \end{aligned}$$

Avec ces notations, le modèle d'état de la MSAP dans le repère du champ tournant (ou du rotor) prend la forme

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -b_1 \xi_1 - b_2 \eta_1 \eta_2 - b_3 \eta_2 + b_4 u_2 \\ \dot{\eta}_1 = -a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2 \xi_1 + a_3 u_1 \\ \dot{\eta}_2 = (c_1 \eta_1 + c_2) \xi_1 - c_3 \eta_2 - c_4 \Gamma_r \\ y_1 = \eta_1 \\ y_2 = \eta_2 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Du système (I.3), il apparaît qu'il est possible de stabiliser la sortie $y_1 = \eta_1$ en utilisant seulement la commande u_1 laquelle est synthétisée à l'aide de la dynamique η_1 . Aussi, le système en cascade est uniquement formé par la dynamique des états $(\eta_2 \quad \xi_1)$ pour laquelle η_1 et ξ_1 apparaissent comme des signaux externes. Aussi la dynamique (I.3) est décomposée en deux sous-système : le premier (I.4a) concerne la commande de la sortie i_d et le second (I.4b), qui forme le système non linéaire en cascade, concerne la commande de la pulsation de rotation ω_r .

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = -a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2 \xi_1 + a_3 u_1 \\ y_1 = \eta_1 \end{cases} \quad (\text{I.4a})$$

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -b_1 \xi_1 - b_2 \eta_1 \eta_2 - b_3 \eta_2 + b_4 u_2 \\ \dot{\eta}_2 = (c_1 \eta_1 + c_2) \xi_1 - c_3 \eta_2 - c_4 \Gamma_r \\ y_2 = \eta_2 \end{cases} \quad (\text{I.4b})$$

Une autre façon de commander la machine synchrone à aimants permanents est de ne commander que la vitesse. Dans ce cas le vecteur d'état, le vecteur de commande et la sortie sont alors représentées respectivement par:

$$(\xi_1 \quad \xi_2 \quad \eta_1) = (i_{ds} \quad i_{qs} \quad \omega_r) ; \mathbf{u}^T = (u_1 \quad u_2)^T = (v_{ds} \quad v_{qs})^T ; y_1 = \omega_r$$

Le modèle d'état prend alors la forme :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -a_1 \xi_1 - a_2 \xi_1 \eta_1 - a_3 u_1 \\ \dot{\xi}_2 = -b_1 \xi_2 - b_2 \xi_1 \eta_1 - b_3 \eta_1 + b_4 u_2 \\ \dot{\eta}_1 = (c_1 \xi_1 + c_2) \xi_2 - c_3 \eta_1 - c_4 \Gamma_r \\ y_1 = \eta_1 \end{cases} \quad (I.5)$$

Dans ce cas, il apparaît que la dynamique (I.5) de la MSAP prend la forme recherchée (I.1). Cependant, l'action sur la vitesse est obtenue par l'intermédiaire de deux commandes (u_1 et u_2). Aussi, ce degré de liberté en plus sur la détermination de la commande peut être exploité pour introduire une contrainte en plus par exemple une limitation de l'amplitude de la tension statorique.

Remarque 1: Il est à noter que le modèle de la machine à courant continu à aimants ou à excitation indépendante maintenue constante se mets absolument dans la même forme que le système d'équation (I.4b). En effet, les équations de la machine à courant continu peuvent être déduites du système (I.4b) en prenant la grandeur $\eta_1=0$ et en considérant que les grandeurs ξ_1 et η_2 représentent respectivement le courant d'induit et la vitesse du rotor.

I.3 Cas de la Machine Asynchrone Triphasée

Le modèle d'état de la machine asynchrone alimentée en tension est obtenu des équations (Annexe: A-16 et A-17) du modèle de Park dans le repère du stator. Pour ce modèle, le vecteur d'état est constitué des composantes du courant au stator ($i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$) (car elles sont facilement mesurables), des composantes du flux rotorique ($\phi_{r\alpha}$, $\phi_{r\beta}$) et de la pulsation de rotation du rotor ω_r , le vecteur de commande est formé par les composantes de la tension au stator (v_{α} , v_{β}), du fait que la machine est alimentée en tension.

Des équations (A-17), le courant rotorique et le flux rotorique sont exprimés en fonction des grandeurs ($i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $\phi_{r\alpha}$, $\phi_{r\beta}$); puis ils sont remplacés par leurs expressions dans les équations A-16. Ceci permet d'aboutir au modèle d'état biphasé de la machine asynchrone alimentée en tension dans un repère (α , β) fixé au stator :

$$\begin{cases} \frac{di_{s\alpha}}{dt} = -a_1 i_{s\alpha} + b_1 \phi_{r\alpha} + c_1 \phi_{r\beta} \omega_r + d_1 v_\alpha \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} = -a_1 i_{s\beta} + b_1 \phi_{r\beta} - c_1 \phi_{r\alpha} \omega_r + d_1 v_\beta \\ \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} = a_3 i_{s\alpha} - b_3 \phi_{r\alpha} - \phi_{r\beta} \omega_r \\ \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} = a_3 i_{s\beta} - b_3 \phi_{r\beta} + \phi_{r\alpha} \omega_r \\ \frac{d\omega_r}{dt} = -a_5 \omega_r + b_5 (\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha}) - c_5 \Gamma_r \end{cases} \quad (I.6)$$

Les coefficients positifs (a_1, \dots, c_5) intervenant dans le système (I.6) sont liés aux paramètres physiques de la machine par :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r} & b_1 &= \frac{(1-\sigma)}{\sigma M T_r} & c_1 &= \frac{(1-\sigma)}{\sigma M} & d_1 &= \frac{1}{\sigma L_s} \\ a_3 &= \frac{M}{T_r} & b_3 &= \frac{1}{T_r} \\ a_5 &= \frac{k_f}{J_{in}} & b_5 &= \frac{P_o^2 \cdot M}{J_{in} \cdot L_r} & c_5 &= \frac{P_o}{J_{in}} \end{aligned}$$

Les paramètres T_s et T_r sont respectivement la constante de temps électrique du stator et celle du rotor ; elles sont définies par :

$$T_s = \frac{L_s}{R_s}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}$$

Le coefficient de fuite σ est défini en fonction des inductances cycliques par :

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

En notant le vecteur d'état, le vecteur de commande par :

$$\begin{aligned} x &= (\xi \quad \eta)^T = (\xi_1 \quad \xi_2 \quad \eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3)^T = (i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad \phi_{r\alpha} \quad \phi_{r\beta} \quad \omega_r)^T ; \\ u &= (u_1 \quad u_2)^T = (v_\alpha \quad v_\beta)^T ; \end{aligned}$$

et en considérant les sorties à commander représentées par l'amplitude du flux au rotor $\phi_r = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2$ et la pulsation de rotation du rotor ω_r :

$$y = (y_1 \quad y_2)^T = (\phi_r \quad \omega_r)^T$$

la dynamique de la machine asynchrone alimentée en tension prend la forme:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = f_1(\xi, \eta) + d_1 u_1; & f_1(\xi, \eta) = -a_1 \xi_1 + b_1 \eta_1 + c_1 \eta_2 \eta_3 \\ \dot{\xi}_2 = f_2(\xi, \eta) + d_1 u_2; & f_2(\xi, \eta) = -a_1 \xi_2 + b_1 \eta_2 - c_1 \eta_1 \eta_3 \\ \dot{\eta}_1 = F_1(\xi, \eta); & F_1(\xi, \eta) = a_3 \xi_1 - b_3 \eta_1 - \eta_2 \eta_3 \\ \dot{\eta}_2 = F_2(\xi, \eta); & F_2(\xi, \eta) = a_3 \xi_2 - b_3 \eta_2 + \eta_1 \eta_3 \\ \dot{\eta}_3 = F_3(\xi, \eta); & F_3(\xi, \eta) = -a_3 \eta_3 - c_5 \Gamma_r + b_3 (\eta_1 \xi_2 - \eta_2 \xi_1) \\ y_1 = h_1(\eta) = \eta_1^2 + \eta_2^2 \\ y_2 = h_2(\eta) = \eta_3 \end{cases} \quad (I.7a)$$

Dans le but de rendre plus compacte les expressions mathématiques, on introduit la notation suivante:

$$\begin{aligned} f(\xi, \eta) &= [f_1(\xi, \eta) \quad f_2(\xi, \eta)]^T; \quad g(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_1 \end{bmatrix} \\ F(\xi, \eta) &= [F_1(\xi, \eta) \quad F_2(\xi, \eta) \quad F_3(\xi, \eta)]^T \\ y &= h(\eta) = [y_1 \quad y_2]^T \end{aligned} \quad (I.7b)$$

Cette dernière notation conduit à écrire la dynamique de la MAS sous la forme générale:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = F(\xi, \eta) \\ y = h(\eta) \end{cases} \quad (I.7c)$$

Il apparaît clairement que le système (I.7c) prend la même forme que le système dynamique (I.1) proposée à l'étude.

Nous attachons au système (I.7) la dynamique des sorties donnée par:

$$\dot{y} = H(\xi, \eta) = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) \quad (I.8a)$$

avec

$$\pi(\eta) = \begin{pmatrix} \pi_1(\eta) \\ \pi_2(\eta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2b_3(\eta_1^2 + \eta_2^2) \\ -a_3 \eta_3 - c_5 \Gamma \end{pmatrix} \quad (I.8b)$$

et

$$\psi(\xi, \eta) = \begin{pmatrix} \psi_1(\xi, \eta) \\ \psi_2(\xi, \eta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a_3(\eta_1 \xi_1 + \eta_2 \xi_2) \\ b_3(\eta_1 \xi_2 - \eta_2 \xi_1) \end{pmatrix} \quad (I.8c)$$

Ainsi, la dynamique du système augmenté s'écrit sous la forme générale:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = F(\xi, \eta) \\ \dot{y} = H(\xi, \eta) = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) \end{cases} \quad (I.9)$$

L'analyse du modèle dynamique (I.7) et (I.9) de la MAS conduit aux remarques suivantes:

- les dynamiques (I.7) et (I.9) sont des systèmes non linéaires carrés où l'entrée $u(t)$ et la sortie $y(t)$ sont telles que : $u(t) \in \mathbb{R}^2$ et $y(t) \in \mathbb{R}^2$.
- En raison des considérations physiques, les paramètres de la machine sont toujours positifs en outre ils peuvent varier d'une façon continue ou rester constants. Ainsi, les coefficients ($a_1 \dots c_5$) sont positifs et bornés.
- Les fonctions $f(\cdot)$, $F(\cdot)$, $h(\cdot)$ sont continues, de plus les fonctions $h(\cdot)$ sont radialement non bornées.
- Le vecteur d'état $\xi(t)$ et la sortie $y_2(t) = \eta_3(t)$ qui représente respectivement les composants du courant au stator et la vitesse du rotor dans la pratique sont facilement mesurés. D'autre part, la sortie $y_1(t)$ qui est l'amplitude du flux est obtenue des composants de flux ($\eta_1(t)$ $\eta_2(t)$) qui sont généralement observés.

Remarque 2

Dans le repère du stator, le modèle dynamique de la machine asynchrone biphasée symétrique alimentée en tension est similairement représenté par le système (I.7), quand les sorties sont choisies comme étant le flux au rotor et la pulsation de rotation du rotor.

I.4 Approche unifiée

Les résultats de l'analyse concernant les machines à courant alternatif conduit à poser le problème de commande de ces machines sous un même formalisme. Ainsi leur commande peut se baser sur la classe des systèmes dynamiques non linéaires multi variables de la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta).u(t) \\ \dot{\eta}(t) = F(\xi, \eta) \\ y(t) = h(\eta) \end{cases} \quad (I.10)$$

Où $x = (\xi \quad \eta)^T$ exprime le vecteur d'état avec $\xi \in \mathfrak{R}^p$ et $\eta \in \mathfrak{R}^q$ et $u(t)$ représente l'entrée de commande avec $u(t) \in \mathfrak{R}^m$. La sortie à commander est notée par le vecteur $y(t)$ avec $y \in \mathfrak{R}^m$.

De plus l'inspection des fonctions vectorielles $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ et $F(\cdot)$ relatives aux modèles

dynamiques des machines présentées montrent que ces fonctions sont continues. Par conséquent pour l'étude générale nous considérons que les fonctions vectorielles $f(.) \in \mathcal{R}^p$, $g(.) \in \mathcal{R}^{p \times m}$ et $F(.) \in \mathcal{R}^q$ supposées connues sont des fonctions continues dérivables. De plus, la fonction vectorielle $h(.) \in \mathcal{R}^m$ supposée connue est une fonction continue dérivable non radialement bornée.

Nous attachons au système (I.10), la dynamique du vecteur de sortie donnée par:

$$\dot{y} = H(\xi, \eta) = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) \quad (\text{I.11})$$

Ainsi, on obtient la dynamique suivante du système augmenté:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta).u(t) \\ \dot{\eta}(t) = F(\xi, \eta) \\ \dot{y}(t) = H(\xi, \eta) = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

Pour plus de clarté, nous écrivons les éléments des vecteurs $\dot{\xi}$, $\dot{\eta}$ et \dot{y} sous la forme scalaire:

$$\dot{\xi}_i = f_i(\xi, \eta) + g_i(\xi, \eta)u = f_i(\xi, \eta) - \sum_{j=1}^m g_{ij}(\xi, \eta)u_j, \quad i=(1..p) \quad (\text{I.13})$$

$$\dot{\eta}_i = F_i(\xi, \eta), \quad (i=1..q) \quad (\text{I.14})$$

$$\dot{y}_i = H_i(\xi, \eta) = \pi_i(\eta) + \psi_i(\xi, \eta), \quad (i=1..m) \quad (\text{I.15})$$

I.5 Conclusion

En se basant sur le modèle dynamique de la machine synchrone à aimants dans le repère (d,q) et le modèle dynamique de la machine asynchrone triphasée ou biphasé dans le repère (α, β), nous avons montré que ces modèles peuvent se ramener à une même classe de systèmes non linéaires en cascade affine en la commande. De plus cette classe est du type multi variable carré dont les sorties peuvent être considérées comme des fonctions continues radialement non bornées. Ainsi, une fois le modèle de la machine électrique est mis sous cette forme, le traitement du problème de commande devient indépendant du repère dans lequel le modèle est initialement décrit.

Chapitre III
Commande par la Méthode
de Lyapounov

Chapitre II

Commande par la Méthode de Lyapounov

II.1 Introduction

Pour tout système de commande, il est crucial d'avoir un système stable puisque un système instable est inutilisable. Aussi, la stabilité des systèmes non linéaires peut être étudiée en ayant recours à un outil puissant qui est le critère de stabilité au sens de Lyapounov comprenant deux méthodes. La première méthode est une technique qui utilise simplement l'idée de la linéarisation du système (approximation du 1^{ier} ordre) autour d'un point donné et ne peut garantir que la stabilité locale avec une région de stabilité réduite. La seconde méthode de Lyapounov est la procédure la plus importante pour l'analyse et la synthèse de la commande des systèmes non linéaires du fait qu'elle ne nécessite pas la linéarisation et réalise ainsi une stabilité globale. Cette méthode repose sur le concept de base suivant: si l'énergie totale d'un système est continuellement dissipative par conséquent le système pourrait éventuellement atteindre un point d'équilibre et demeurer en ce point. Aussi, la seconde méthode de Lyapounov comprend deux étapes, en premier lieu il faut trouver une fonction scalaire $V(x)$, appelée fonction de Lyapounov, puis il faut évaluer sa dérivée temporelle le long de la trajectoire du système. Si, avec l'évolution du temps, cette dérivée temporelle est décroissante le long de la trajectoire du système, par conséquent l'énergie est dissipative et le système se fixera par la suite au point d'équilibre.

Cependant pour les systèmes non linéaires, la difficulté essentielle réside dans le fait qu'à ce jour il n'existe pas d'approche systématique pour la construction d'une telle fonction de Lyapounov et on est réduit à procéder au cas par cas. A l'exception d'une part de la classe des systèmes non linéaires exactement linéarisables par transformation difféomorphique où cette fonction peut être obtenue en résolvant l'équation matricielle de Lyapounov. Et d'autre part, de la classe de systèmes non linéaires où la fonction de Lyapounov se laisse construire par une procédure récursive telle que la méthode du backstepping. Par conséquent, de nombreux travaux sont consacrés à la construction de cette fonction : les conditions nécessaires et suffisantes de l'existence de $V(x)$ sont données en [19], on peut utiliser la méthode numérique [20], la construction par morceaux [21][22], dans les cas critiques avec plusieurs valeurs propres [23]-[25] etc.

Puisque la plupart des systèmes ont intrinsèquement des incertitudes telles que les variations paramétriques, les perturbations externes et les dynamiques non modélisables, aussi

la commande non linéaire robuste est le plus souvent considérée. Quand ces incertitudes sont bornées, il est possible de les compenser par la synthèse d'une commande robuste en sélectionnant une fonction de Lyapounov appropriée dite robuste [26]. Les méthodes de synthèse de la commande robuste sont étudiées en détail dans [27]-[30] si ces incertitudes vérifient les "matching conditions" et dans [31] sans les "matching conditions".

Concernant la MAS en [32] est développée une commande dans le repère triphasé du stator (a b c) qui implémente la technique V/f en exploitant une fonction de Lyapounov non quadratique en présence de paramètres variants et bornés. Dans la cas où la résistance du rotor et la charge sont estimées par adaptation, la détermination d'une loi de commande, pour la poursuite de la trajectoire de la vitesse, est proposée en [33]. La preuve de la stabilité de cette loi de commande est déduite par la théorie de la stabilité de Lyapounov.

Comme travaux préliminaires, il est intéressant de commencer par l'analyse et la synthèse de la commande du système (I.11) en considérant tout d'abord la dynamique globale sans a priori sur sa structure en cascade. Une commande possible est d'exploiter directement la méthode de Lyapounov puisque le système (I.11) est non linéaire mais séparable en la commande.

II. 2 Synthèse de la Commande par la Méthode de Lyapounov

Soit un système non linéaire affine en la commande de la forme:

$$\dot{x} = f(x) + g(x).u \quad (\text{II.1})$$

où $x \in \mathcal{R}^n$ est le vecteur d'état et $u(t) \in \mathcal{R}$ est la commande et $f(x)$ et $g(x)$ des fonctions continues bien déterminées. Notre objectif est de construire une loi de commande par retour d'état $u=U(x)$ telle que $x=0$ soit un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable pour le système en boucle fermé.

La procédure de synthèse de la commande est basée sur l'existence d'une fonction de Lyapounov $V(x)$ pour le système (I.1) qui doit être continue définie positive et radialement non bornée et qui vérifie la condition:

$$L_{f(x)}V(x) + L_{g(x)}V(x)u < 0 \quad \forall x \neq 0 \quad (\text{II.2})$$

Le théorème d'Artstein stipule que l'existence de la fonction de Lyapounov $V(x)$ pour le système (I.1) est équivalente à l'existence d'une commande $u=U(x)$ globalement asymptotiquement stabilisante qui est continue en tout point à l'exception possible du point

$x=0$ [34]. De plus la loi de commande $U(x)$ peut être calculée explicitement en fonction de $f(x)$, $g(x)$ et $V(x)$ [35].

Dans le cadre de nos travaux, le système considéré est représenté par la dynamique (I.10) qui est affine en la commande. Pour ce système le vecteur de sortie est $y(t)$ et sa trajectoire désirée est $y_d(t)$, on introduit l'erreur de poursuite filtrée $S(t)$ définie par:

$$S(t) = (\dot{y} - \dot{y}_d(t)) + Q.(y - y_d(t)) \text{ avec } Q > 0 \quad (\text{II.3})$$

Du fait que $\dot{y}(t) = H(\xi, \eta)$, on peut encore écrire $S(t)$ sous la forme:

$$S(t) = (H(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t)) + Q.(y(t) - y_d(t)) \quad (\text{II.4})$$

En outre, on peut énoncer la proposition suivante:

Proposition II.1

Si le système (I.10) est en boucle fermé sous la loi de commande:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta)(B(\xi, \eta) - \ddot{y}_d + Q.(H(\xi, \eta) - \dot{y}_d) + K.S(t)); \quad Q, K > 0 \quad (\text{II.5a})$$

où

$$A(\xi, \eta) = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (\text{II.5b})$$

$$B(\xi, \eta) = \frac{\delta H(\xi, \eta)}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) \quad (\text{II.5c})$$

et si le déterminant de la matrice $A(\eta, \xi)$ garde le même signe le long de la trajectoire d'état du système; par conséquent l'erreur filtrée $S(t)$ converge exponentiellement vers zéro.

□

Preuve:

Soit la fonction de Lyapounov $V = 0.5S^T S(t)$ sa dérivée temporelle est donnée par :

$$\dot{V} = S^T(t) \dot{S}(t) \quad (\text{II.6})$$

Le terme $\dot{S}(t)$ est explicité à partir de la définition (II.4) de $S(t)$:

$$\dot{S}(t) = (\dot{H}(\xi, \eta) - \ddot{y}_d(t)) + Q(H(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t)) \quad (\text{II.7})$$

où encore:

$$\dot{S}(t) = \frac{\partial H(\xi, \eta)}{\partial \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\partial \psi(\xi, \eta)}{\partial \xi} f(\xi, \eta) + \frac{\partial \psi(\xi, \eta)}{\partial \xi} g(\xi, \eta) u(t) - \ddot{y}_d(t) + Q.(H(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t)) \quad (\text{II.8})$$

Si on introduit la loi de commande $u(t)$ donnée par (II.5) dans l'expression (II.8) de $\dot{S}(t)$, Celle-ci sera réduite à la forme:

$$\dot{S}(t) = -K.S(t) \quad (\text{II.9})$$

Ainsi, l'expression de la dynamique de la fonction de Lyapounov prend la forme:

$$\dot{V} = -K.S^T S(t) = -2K.V(t) \Rightarrow \dot{V}(t) < 0, \forall S(t) \neq 0 \quad (\text{II.10})$$

Par conséquent, l'erreur de poursuite filtrée $S(t)$ est bornée pour tout temps $t \geq 0$ de plus elle vérifie la globale exponentielle convergence vers zéro.

□ □ □

II.3 Application à la Machine Asynchrone

En exploitant la dynamique augmentée (I.9) de la MAS, il est possible de déterminer les termes de la loi de commande $u(t)$ donnée par (II.5). Ainsi, à partir de l'expression (I.8c) de la fonction vectorielle $\psi(\xi, \eta)$ et des définitions des fonctions $g(\xi, \eta)$ et $f(\xi, \eta)$ exprimées en (I.7), il vient:

$$A(\eta, \xi) = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 2a_3 \eta_1 & 2a_3 \eta_2 \\ -b_5 \eta_2 & b_5 \eta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a_3 d_1 \eta_1 & 2a_3 d_1 \eta_2 \\ -b_5 d_1 \eta_2 & b_5 d_1 \eta_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} f(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 2a_3 \eta_1 & 2a_3 \eta_2 \\ -b_5 \eta_2 & b_5 \eta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(\xi, \eta) \\ f_2(\xi, \eta) \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

La définition donnée en (I.7) de la fonction vectorielle $F(\xi, \eta)$ et celle de $H(\xi, \eta)$ donnée en (I.8) permettent de calculer le terme:

$$\frac{\partial H(\xi, \eta)}{\partial \eta} F(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} -4b_3 \eta_1 + 2a_3 \xi_1 & -4b_3 \eta_2 + 2a_3 \xi_2 & 0 \\ b_5 \xi_2 & -b_5 \xi_1 & -a_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Par conséquent le vecteur $B(\xi, \eta)$ est exprimé par:

$$B_1(\xi, \eta) = -2b_3 H_1(\xi, \eta) + 2a_3 (\xi_1 F_1 + \xi_2 F_2 + \eta_1 f_1 + \eta_2 f_2) \quad (\text{II.14a})$$

$$B_2(\xi, \eta) = -a_5 F_3 + b_5 (\eta_1 f_2 + \xi_2 F_1 - \eta_2 f_1 - \xi_1 F_2) \quad (\text{II.14b})$$

Le vecteur des erreurs filtrées $S = [S_1 \ S_2]^T$ est imposé tel que:

$$S(t) = \begin{pmatrix} H_1(\xi, \eta) - \dot{\phi}_{\text{ref}} \\ H_2(\xi, \eta) - \dot{\omega}_{\text{ref}} \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} \phi_r - \phi_{\text{ref}} \\ \omega_r - \omega_{\text{ref}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

où ϕ_{ref} et ω_{ref} dénotent respectivement la référence du flux et celle de la vitesse. Et finalement la commande $u(t)$ est calculée par:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta) \left\{ B(\xi, \eta) - \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_{\text{ref}} \\ \ddot{\omega}_{\text{ref}} \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} H_1(\xi, \eta) - \dot{\phi}_{\text{ref}} \\ H_2(\xi, \eta) - \dot{\omega}_{\text{ref}} \end{pmatrix} + K \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{II.16})$$

II.4 Résultats de la Simulation

Dans ce qui suit nous donnons les conditions générales dans lesquelles les différentes commandes que nous allons développer vont être testées:

1. Les commandes sont testées sur une machine asynchrone caractérisée par les données suivantes:
 $P=3.7\text{Kw}$, $220/380\text{V}$, $8.54/14.8\text{A}$
 $M=0.048\text{H}$, $L_s=0.17\text{H}$, $L_r=0.015\text{H}$, $\sigma=0.0964$
 $T_s=0.151\text{s}$, $T_r=0.136\text{s}$, $J=0.135\text{mN/rdS}^{-2}$, $K_f=0.0018\text{mN/rdS}^{-1}$
2. Lors du calcul de la loi de commande, les termes Γ_r et $\dot{\Gamma}_r$ ne sont pas pris en compte du fait que le couple de charge exercé sur l'axe du moteur, représentant la perturbation externe, est généralement inconnu.
3. Les variations paramétriques qui constituent les perturbations internes, se font autour des valeurs nominales telles que les résistances du stator et du rotor augmentent respectivement de 50% et de 100%, et les inductances du stator et du rotor diminuent respectivement de 25% et de 50%. Cependant, ces variations affectent seulement les coefficients du modèle de la machine, et ceux intervenant directement ou indirectement dans la détermination de la commande $u(t)$, restent inchangées.
4. Afin d'évaluer les performances de la commande de la MAS deux types de test sont exécutés. Le premier test est exécuté en absence de toute perturbation interne ou externe, ceci permet d'évaluer les performances intrinsèques de la loi de commande. Le deuxième test a pour but d'évaluer le niveau de robustesse de la commande à cet effet, les perturbations (représentées par le couple nominal et les variations paramétriques) sont appliquées durant 0.1s respectivement aux instants $t=1\text{s}$, 2s et $t=3\text{s}$.
5. Lorsque la valeur absolue de la référence de vitesse dépasse la vitesse de base $\omega_n=150\text{rd/s}$, il faut réduire en conséquence la référence du flux ϕ_{ref} afin de maintenir la tension de phase du stator au voisinage de la tension nominal V_n . Ainsi, en régime défluxé la référence du flux ϕ_{ref} est déterminée par:

$$\phi_{ref} = \frac{\omega_n}{|\omega_{ref}|} \phi_n \text{ avec } \phi_n = 0.33 \text{ Wb et } \omega_n = 150 \text{ rd/s}$$

6. Afin d'atténuer la pointe initiale du courant statorique, la tension du stator est réduite durant le premier intervalle de temps, ceci affecte généralement le régime de poursuite.
7. La tension maximale du stator est limitée pour toutes les commandes à $1.2V_n$ (avec $V_n=220\text{V}$)
8. La simulation est effectuée sur un intervalle de temps de 4s pour un pas de calcul de 0.1ms.

L'application de cette commande dans le cas du régime de poursuite du flux du rotor et de la vitesse du rotor de la MAS est assuré par les matrices des gains données par:

$$Q = \begin{pmatrix} 3000 & 0 \\ 0 & 1500 \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 3000 & 0 \\ 0 & 3000 \end{pmatrix}$$

	Erreur du flux	Erreur de la vitesse
	$ \phi_{ref} - \phi_r $	$ \omega_{ref} - \omega_r $
En absence des perturbations	$8.14 \times 10^{-5} \text{ Wb}$	0.0314 rd/s
En présence des perturbations	$2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$	0.275 rd/s

Tab. II Les erreurs maximales de poursuite du flux et de la vitesse

Les figures II.1 et II.2 donnent les résultats de la simulation du régime de poursuite du flux et de la vitesse dans le cas idéal et en présence des perturbations. Les relevés fournis au Tableau.II. montrent que le régime de poursuite sans perturbation est obtenu avec une erreur maximale reportée à sa valeur nominale de 0.024% pour le flux et 0.02% pour la vitesse. Ces erreurs augmentent, en présence de perturbations, à une valeur de 0.6% pour le flux et 0.18% pour la vitesse. Aussi, il apparaît nettement que le flux est beaucoup plus affecté que la vitesse par ces perturbations. Ces résultats sont obtenus alors que la tension du stator reste pratiquement inférieure à la valeur limite en dehors des instants d'apparition des perturbations.

II.5 Conclusion

Le choix d'une fonction de Lyapounov quadratique par rapport à l'erreur filtrée du premier ordre à permis de déduire facilement la commande en exploitant directement la seconde méthode de Lyapounov. Ainsi, on a montré que l'erreur de poursuite filtrée reste bornée de plus elle satisfait la globale exponentielle convergence dans la condition où la matrice de découplage $A(\xi, \eta)$ reste non singulière. Il est à noter que le calcul de la commande pour le cas la MAS est déduit directement puisque la forme générale proposée coïncide avec le modèle dynamique de la MAS. La simulation de la poursuite de trajectoires du flux et de la vitesse de la MAS a donné des résultats satisfaisants.

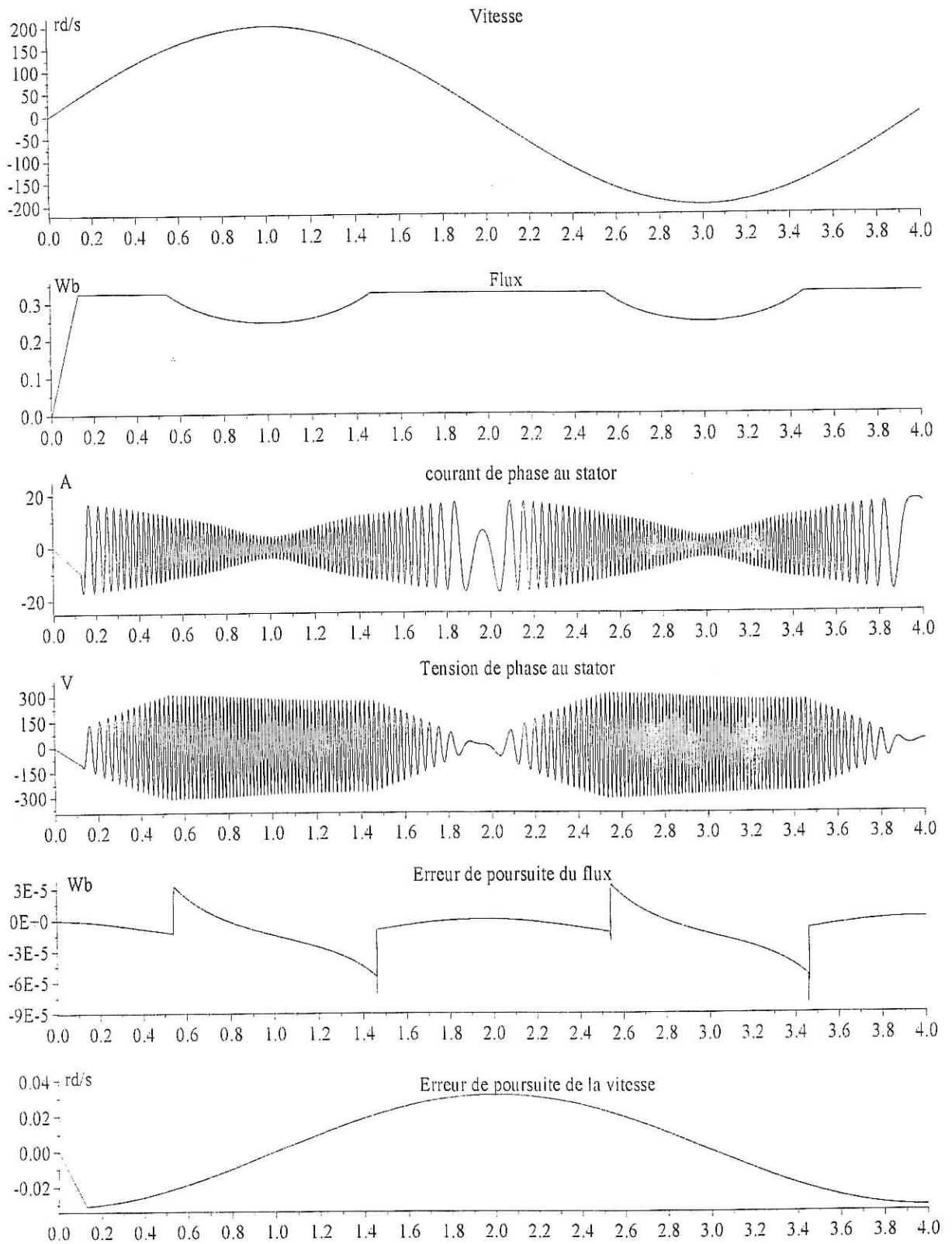


Fig.II.1 Régime de poursuite du flux et de la vitesse en absence des perturbations

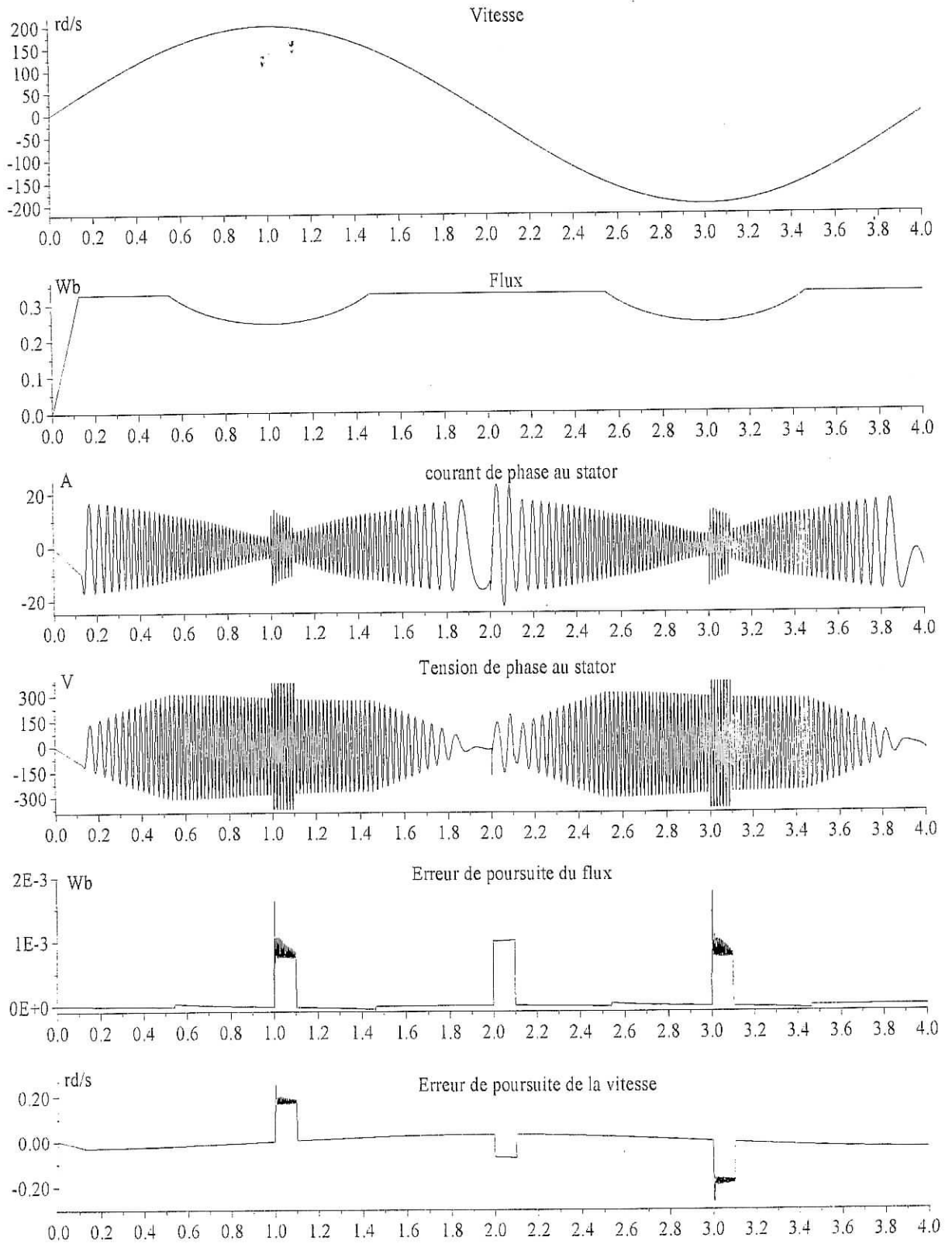


Fig. II.2 Régime de poursuite du flux et de la vitesse en présence des perturbations

Chapitre III
Commande en Cascade par
la Méthode de Lyapounov

Chapitre III

Commande en Cascade par la Méthode de Lyapounov

III.1 Introduction

Une partie significative des systèmes physiques sont représentés par des modèles dynamiques en cascade. Aussi, le problème concernant l'analyse et la commande de ces systèmes forme pratiquement à lui seul une importante branche de l'automatique. Les méthodes d'analyse et de synthèse se basant sur la stabilité au sens de Lyapounov sont largement exploitées.

La technique récursive est habituellement utilisée pour la synthèse de la commande stabilisante lorsque la classe de système non linéaire est constituée d'un nombre fini de sous-systèmes non linéaires connectés en série. Néanmoins pour une large classe de systèmes non linéaires en cascade le problème de la construction explicite de la fonction de Lyapounov n'est pas simple. Aussi, les travaux de recherche ont permis de déterminer une méthodologie systématique pour construire étape par étape la fonction de Lyapounov pour ce type de système. Cette technique est dite par backstepping par allusion aux différentes étapes nécessaire à l'obtention de la fonction de Lyapounov [4][36]. Cette méthode représente un outil important pour la conception des régulateurs stables pour une large classe de systèmes non linéaires en cascade. Il est important de noter que contrairement à la synthèse par retour d'état linéarisant et difféomorphisme, ce type de régulateur n'annule pas les non linéarités du système lesquelles peuvent être utiles pour atteindre les performances désirées.

Le problème de la stabilité globale des systèmes non linéaires en cascade est l'objet d'une recherche intensive durant cette dernière décade en utilisant la méthode directe de Lyapounov [37]-[45] et l'approche par la passivité [46]-[47]. De plus, le développement de la géométrie différentielle, permet, moyennant l'existence d'un difféomorphisme, de transformer un système non linéaire en deux sous-systèmes en cascade: le sous-système linéarisable et le sous-système non linéaire [1]. Par cette structure, une classe de systèmes non linéaires à minimum de phase (i.e dont la dynamique des zéros est stable) a été largement traité [1][48]-[50]. Néanmoins, pour ces systèmes non linéaires, la globale asymptotique stabilité avec une entrée nulle n'implique pas forcément la stabilité lorsque ils sont soumis à certaines entrées (la référence ou les bruits). Pour résoudre ce problème, Sontag proposa une nouvelle notion de la

stabilité "the input-to-state stability (ISS)" laquelle décrit la stabilité des systèmes non linéaires avec des entrées bornées (les références et les bruits) [51][53].

Concernant la machine asynchrone, la structure en cascade est employée pour obtenir une commande prédictive non linéaire [54]. Dans le repère (d,q) , la commande du flux et du couple du moteur à induction est développée par la méthode du backstepping [55][56]. Comme précisé par les auteurs, la loi de commande proposée n'est pas robuste face aux variations des paramètres et nécessite la stratégie adaptative pour les paramètres impliqués dans la loi de commande. Par ailleurs, cette méthode exige la connaissance de la position du champ tournant du moteur pour exprimer les variables électriques dans le repère tournant (d,q) . Dans la pratique, Il est bien connu qu'il est difficile d'obtenir la position du champ.

En revanche, la procédure proposée exploite directement le modèle non linéaire du moteur à induction exprimé dans un repère fixé au stator [57][58]. Par conséquent, la connaissance de la position du champ tournant du moteur est relaxée. De plus, la loi de commande développée peut être directement étendue à d'autres machines.

III.2 Position du Problème

Le problème posé consiste à développer une procédure systématique de synthèse de la commande $u(t)$ pour les systèmes dynamiques de la forme (I.10) avec une dynamique de la sortie de la forme (I.11). Cette commande doit imposer aux sorties $(y_i(t)$ avec $i=1\dots m$) de suivre asymptotiquement les références désirées $(y_{di}(t)$ avec $i=1\dots m$). Dans ce but, le problème de la synthèse de la commande est abordé en deux étapes:

Etape 1: En se basant sur la fonction de Lyapounov, nous déterminons la valeur ψ_{di} (pour $i=1\dots m$) que doit prendre les fonctions $\psi_i(\xi, \eta)$ dans le but d'assurer au moins la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite $e_i(t)=y_i(t)-y_{di}(t)$ (avec $i=1\dots m$) vers zéro. Ces fonctions $\psi_i(\xi, \eta)$ constituent une commande virtuelle pour les erreurs de poursuite $e_i(t)$. Dans ce contexte, la commande virtuelle exprime le fait qu'elle ne constitue pas la commande réelle du système. En utilisant les erreurs de sortie $e_i(t) = y_i(t) - y_{di}(t)$ ($i=1\dots m$), la dynamique de la sortie (I.11) peut être encore s'écrire sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{e}_i = \pi_i(\eta) + \psi_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di} \\ e_i = y_i - y_{di} \end{cases}, (i=1 \dots m) \quad (\text{III.1})$$

ii) Etape 2: En se basant sur la dynamique du système (III.2), nous cherchons à déterminer la commande réelle $u(t)$ qui contraint la fonction $\psi_i(\xi, \eta)$ à prendre la valeur $\psi_{di}(t)$ et à la fois assure au moins la convergence asymptotique des erreurs de poursuite ($e_i(t)$, $i=1 \dots m$).

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = F(\xi, \eta) \\ \dot{e}_i = \pi_i(\eta) + \psi_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di} \text{ et } i = (1, m) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Il est à remarquer que cette procédure est similaire à la méthode du backstepping développée dans [4][36]. Comme exemple, cette procédure est appliquée pour la poursuite du flux et de la vitesse de la machine asynchrone triphasée

III.3 Synthèse de la Loi de Commande

Pour les besoins des développements qui vont suivre, il est nécessaire d'introduire les fonctions continues et dérivables $\Lambda(e_i) \in C^1$ satisfaisant les conditions:

$$\Lambda(e_i) > 0 \quad \forall e_i \neq 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \neq 0, \quad \forall e_i \neq 0 \quad (\text{III.4})$$

De plus est considérée la fonction continue $S(e_i)$ satisfaisant la condition:

$$e_i S(e_i) > 0, \quad \forall e_i \neq 0 \quad (\text{III.5})$$

Avec ces considérations préliminaires on peut établir les résultats suivants:

Proposition III.1

Soit le système (I.10) en boucle fermée avec la loi de commande

$$u(t) = A^{-1}(\eta, \xi) \cdot (B(\eta, \xi) - \bar{\Lambda} - K \cdot \bar{S}(Z)) \quad (\text{III.6a})$$

Avec:

$$A = \begin{bmatrix} A_1^T \\ \dots \\ A_m^T \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix}; \quad \bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}(e_1) \\ \dots \\ \bar{\Lambda}(e_m) \end{bmatrix}; \quad Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ \dots \\ z_m \end{bmatrix}; \quad \bar{S}(Z) = \begin{bmatrix} S(z_1) \\ \dots \\ S(z_m) \end{bmatrix}$$

$$K = \text{diag}[k_1 \quad \dots \quad k_m] \text{ et } k_i > 0$$

dont les éléments sont donnés pour $i=(1\dots m)$ par:

$$A_i^T(\eta, \xi) = \frac{\partial \psi_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (\text{III.6b})$$

$$B_i(\xi, \eta) = \dot{\psi}_{di} - \frac{\partial \psi_i(\xi, \eta)}{\partial \eta} F(\xi, \eta) - \frac{\partial \psi_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} f(\xi, \eta) \quad (\text{III.6c})$$

$$z_i = \psi_i(\xi, \eta) - \psi_{di} \quad (\text{III.6d})$$

$$\bar{\Lambda}(e_i) = \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \quad (\text{III.6e})$$

$$\psi_{di} = -q_i \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} - \pi_i(\eta) + \dot{y}_{di} \text{ et } q_i > 0 \quad (\text{III.6f})$$

et en supposant que le déterminant $\det(A(\xi, \eta))$ garde le même signe le long de la solution, par conséquent les erreurs de poursuite e_i ($i=1, \dots, m$) convergent au moins asymptotiquement vers l'origine. □

Preuve: Etape1

Pour la dynamique (III.1), On définit la fonction de Lyapounov $V_i(e_i)$ candidate suivante:

$$V_i(e_i) = \Lambda(e_i) \text{ avec } i=(1, m) \quad (\text{III.7})$$

Sa dérivée temporelle est donnée par:

$$\dot{V}_i(e_i) = \dot{e}_i \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \quad (\text{III.8})$$

De plus, si la fonction $\psi_i(\xi, \eta)$ est contrainte de prendre exactement la valeur ψ_{di} exprimée par la relation (III.6f), par conséquent la dynamique de l'erreur de poursuite donnée par l'expression (III.1) se réduit à:

$$\dot{e}_i = -q_i \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \quad (\text{III.9})$$

ainsi, $\dot{V}_i(e_i)$ peut être réécrit sous la forme:

$$\dot{V}_i(e_i) = \dot{W}_i = -q_i \left(\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \right)^2 \quad (\text{III.10})$$

Du fait que par hypothèse la condition suivante est vérifiée:

$$\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \neq 0 \quad \forall e_i \neq 0 \quad (\text{III.11})$$

Donc l'inégalité suivante est vérifiée: $W_i < 0 \quad \forall e_i \neq 0$. Par conséquent, si la fonction $\psi_i(\xi, \eta)$ est forcée de prendre exactement la valeur ψ_{di} , les erreurs de poursuite sont bornées et convergent vers zéro.

Etape 2

En ajoutant et en retranchant la quantité ψ_{di} dans l'équation (III.1), on obtient:

$$\dot{e}_i = \pi_i(\eta) + \psi_i(\xi, \eta) - \psi_{di} + \psi_{di} - \dot{y}_{di}, \quad (i=1 \dots m) \quad (\text{III.12})$$

puis on introduit la variable erreur z_i définie par:

$$z_i = \psi_i(\xi, \eta) - \psi_{di}, \quad (i=1 \dots m) \quad (\text{III.13})$$

dans l'équation (III.12), celle-ci devient

$$\dot{e}_i = \pi_i(\eta) + \psi_{di} - \dot{y}_{di} + z_i, \quad (i=1 \dots m) \quad (\text{III.14})$$

En remplaçant dans la relation (III.14) ψ_{di} par son expression (III.3), ceci conduit à:

$$\dot{e}_i = -q_i \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} + z_i \quad (\text{III.15})$$

La dérivée temporelle de la variable erreur z_i est donnée par:

$$\dot{z}_i = -\dot{\psi}_{di} + \frac{\delta \psi_i}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi_i}{\delta \xi} f(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi_i}{\delta \xi} g(\xi, \eta) u(t) \quad (\text{III.16})$$

En tenant compte de l'expression (III.6b) de $A_i^T(\xi, \eta)$ et celle (III.6c) de $B_i(\xi, \eta)$, il s'en suit que la relation (III.16) se réduit à la forme simple:

$$\dot{z}_i = -B_i(\xi, \eta) + A_i^T(\xi, \eta) \cdot u(t) \quad (i=1 \dots m) \quad (\text{III.17a})$$

ou encore sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dots \\ \dot{z}_m \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B_1(\xi, \eta) \\ \dots \\ B_m(\xi, \eta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_1^T(\xi, \eta) \\ \dots \\ A_m^T(\xi, \eta) \end{pmatrix} u(t) \quad (\text{III.17b})$$

Soient les fonctions de Lyapounov augmentées relative aux dynamiques (III.15) et (III.17a):

$$V_{i,a} = V_i + \frac{1}{2} z_i^2, \quad (i=1\dots m) \quad (\text{III.18})$$

En tenant compte de la relation (III.15), la dérivée temporelle de la relation (III.18) est exprimée par:

$$\dot{V}_{a,i}(e_i, z_i) = -q_i \left(\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} \right)^2 + \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} z_i + z_i \dot{z}_i \quad (i=1\dots m) \quad (\text{III.19})$$

En exploitant la relation (III.10), la relation (III.19) devient:

$$\dot{V}_{a,i}(e_i, z_i) = W_i + \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} z_i + z_i \dot{z}_i \quad (i=1\dots m) \quad (\text{III.20a})$$

ou encore sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{a,1}(e_1, z_1) \\ \dots \\ \dot{V}_{a,m}(e_m, z_m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z_m \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{d\Lambda(e_1)}{de_1} \right) \\ \dots \\ \left(\frac{d\Lambda(e_m)}{de_m} \right) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dots \\ \dot{z}_m \end{pmatrix} \quad (\text{III.20b})$$

En introduisant l'expression (III.17b) dans la relation (III.20b), cette dernière devient:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{a,1}(e_1, z_1) \\ \dots \\ \dot{V}_{a,m}(e_m, z_m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z_m \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{d\Lambda(e_1)}{de_1} \right) \\ \dots \\ \left(\frac{d\Lambda(e_m)}{de_m} \right) \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} B_1(\xi, \eta) \\ \dots \\ B_m(\xi, \eta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_1(\xi, \eta) \\ \dots \\ A_m(\xi, \eta) \end{pmatrix} \cdot u \quad (\text{III.21})$$

En remplaçant la commande $u(t)$ par son expression (III.6a) dans la relation (III.21), celle-ci se réduit à:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{a,1}(e_1, z_1) \\ \dots \\ \dot{V}_{a,m}(e_m, z_m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_1 z_1 S(z_1) \\ \dots \\ k_m z_m S(z_m) \end{pmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Puisque l'inégalité $W_i < 0, \forall e_i \neq 0$ est vérifiée le long de la dynamique (III.1) par conséquent la dérivée temporelle des fonctions de Lyapounov vérifient :

$$\dot{V}_{ia} = W_i - k_i z_i S(z_i) < 0, \forall e_i, z_i \neq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (\text{III.23})$$

La relation (III.23) permet de conclure que les variables (e_i, z_i) sont bornées et qu'elles convergent au moins asymptotiquement vers zéro. Aussi, les fonctions $\psi_i(\xi, \eta)$ suivent les valeurs désirées $\psi_{di}(t)$ et les sorties $y_i(t)$ suivent leurs valeurs désirées $y_{di}(t)$.

Remarque 1 La fonction $\Lambda(e_i)$ continue définie positive satisfaisant la condition $\frac{d\Lambda(e_i)}{de} \neq 0, \forall e_i \neq 0$ peut être réalisée par la fonction $\Lambda(e_i) = e_i^n$ pour n entier paire.

Remarque 2 La fonction globale de Lyapounov et la fonction globale augmentée de Lyapounov pour le système sont:

$$V(e) = \sum_{i=1}^m V_i(e_i) \quad \text{et} \quad V_a(e, z) = \sum_{i=1}^m V_{ai}(e_i, z_i) = V(e) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m z_i^2$$

Remarque 3. La relation (III.17a) est équivalente à imposer à la variable erreur z_i la dynamique suivante:

$$\dot{z}_i = -\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} - k_i S(z_i)$$

III.4 Analyse de la Stabilité Interne du système bouclé

La convergence de $e_i(t)$ vers zéro n'implique pas directement que le vecteur d'état (ξ, η) reste borné aussi, dans cette section on montre que les états (ξ, η) et la commande $u(t)$ sont bornés tout le temps.

En se basant sur la définition (III.1) des erreurs de poursuite $e_i(t)$ ($i=1 \dots m$) il vient:

$$h_i(\eta) = e_i(t) + y_{di}(t) \quad \forall t \geq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (\text{III.24})$$

Par hypothèses, il est connu que les trajectoires désirées $y_{di}(t)$ ($i=1 \dots m$) sont bornées et que les erreurs de poursuites $e_i(t)$ restent bornées dû à la stabilité au sens de Lyapounov; par conséquent, le membre de droite de la relation (III.24) est borné en tout temps t. De plus, les fonctions $h_i(\cdot)$ ($i=1 \dots m$) sont continues radialement non bornées par conséquent les états $\eta(t)$ vérifient:

$$\eta_i(t) \in L_\infty \quad \forall t \geq 0 \quad \text{pour } i=(1, q) \quad (\text{III.25})$$

En se référant à la définition (III.13) des variables erreur $z_i(t)$ ($i=1 \dots m$) et aux expressions associées (III.6f) de $\psi_{id}(t)$ les relations suivantes sont déduites:

$$\psi_i(\xi(t), \eta(t)) = z_i(t) - q_i \frac{d\Lambda(e_i(t))}{de_i} - \pi_i(\eta) \quad \forall t \geq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (\text{III.26})$$

Puisque les fonctions $\Lambda(\cdot) \in C^1$ et les fonctions $\pi_i(\cdot)$, ($i=1 \dots m$) sont continues avec des arguments bornés respectivement $e_i(t)$ et $\eta(t)$ par conséquent les fonctions $d\Lambda(e_i)/de_i$ et

$\pi_i(\eta(t))$ sont bornées quelque soit le temps $t \geq 0$. De la stabilité au sens de Lyapounov, il a été établi précédemment que les variables erreur $z_i(t)$ ($i=1..m$) sont bornées tout le temps t . Toutes ces données font que les fonctions $\psi_i(\xi(t), \eta(t))$ ($i=1, m$) sont bornées quelque soit le temps $t \geq 0$. Puisque, par hypothèse ces fonctions sont continues, il s'en suit que les états $\xi_i(t)$ ne peuvent être que bornées i.e.:

$$\xi_i(t) \in L_\infty \quad \forall t \geq 0 \quad \text{et } i=(1, p) \quad (\text{III.27})$$

D'une part les fonctions $\psi_{di}(t)$ définies par l'expression (III.3) et leurs dérivées $\dot{\psi}_{id}(t)$ sont bornées du fait que les trajectoires désirées ($y_{di}, \dot{y}_{di}, \ddot{y}_{di}$), les états η et les fonctions $(\Lambda(e_i)/de_i \pi_i(\eta))$ sont bornées. D'autre part les fonctions $F(\xi(t), \eta(t))$, $f(\xi(t), \eta(t))$, et $g(\xi(t), \eta(t))$ sont continues par hypothèse avec le vecteur d'état $(\xi(t), \eta(t))$ borné par conséquent ces fonctions sont bornées. Toutes ces considérations en accord avec l'expression (III.7) de la commande avec l'hypothèse que la matrice $A(\xi(t), \eta(t))$ est non singulière font que la commande $u(t)$ est bornée i.e.

$$u(t) \in L_\infty \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{III.28})$$

III.5 Application à la Machine Asynchrone

5.1 Calcul de la Commande

En exploitant la dynamique du vecteur de sortie (I.11), les commandes virtuelles ψ_{d1} et ψ_{d2} sont alors données par:

$$\begin{cases} \psi_{d1} = -q_1(y_1 - \phi_{ref}) + 2b_3(\eta_1^2 + \eta_2^2) + \dot{\phi}_{ref} \\ \psi_{d2} = -q_2(y_2 - \omega_{ref}) + a_5\eta_3 + c_5\Gamma_r + \dot{\omega}_{ref} \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Leurs dérivées temporelles sont donc:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{d1} = -q_1(\dot{H}_1 - \dot{\phi}_{ref}) + 2b_3H_1 + \ddot{\phi}_{ref} \\ \dot{\psi}_{d2} = -q_2(\dot{H}_2 - \dot{\omega}_{ref}) + a_5F_3 + c_5\dot{\Gamma}_r + \ddot{\omega}_{ref} \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

Les variables erreurs z_1 et z_2 sont définies par:

$$z_1 = 2a_3(\eta_1\xi_1 + \eta_2\xi_2) - \psi_{d1} \quad (\text{III.31})$$

$$z_2 = b_5(\eta_1\xi_2 - \eta_2\xi_1) - \psi_{d2} \quad (\text{III.32})$$

Si la fonction $S(z_i)$ est choisie du type $S(z_i)=z_i$, la dynamique imposée à z_1 et z_2 est alors de la forme:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -(y_1 - \phi_{\text{ref}}) - k_1 z_1 \\ \dot{z}_2 &= -(y_2 - \omega_{\text{ref}}) - k_2 z_2 \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

Le choix le plus simple de la fonction $\Lambda(e_i)$ est comme suit :

$$\Lambda(e_i) = \frac{1}{2}(e_i)^2 \text{ et } \frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} = e_i \quad (\text{III.34})$$

ce qui conduit à des fonctions de Lyapounov quadratiques:

$$V_1 = \frac{1}{2}(y_1 - \phi_{\text{ref}})^2, \quad V_2 = \frac{1}{2}(y_2 - \omega_{\text{ref}})^2 \quad (\text{III.35})$$

où ϕ_{ref} et ω_{ref} sont respectivement le flux désiré et la vitesse désirée.

Le vecteur de commande $u(t)$ correspond à la relation:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = A^{-1}(\eta, \xi) \begin{bmatrix} B_1(\eta, \xi) - k_1(z_1) \\ B_2(\eta, \xi) - k_2(z_2) \end{bmatrix} \quad (\text{III.36a})$$

avec :

$$A(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} 2a_3 d_1 \eta_1 & 2a_3 d_1 \eta_2 \\ -b_5 d_1 \eta_2 & b_5 d_1 \eta_1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36b})$$

$$B_1(\eta, \xi) = 2b_3 H_1 - 2a_3 (\eta_1 f_{21} + \eta_2 f_{22} + \xi_1 F_1 + \xi_2 F_2) + \ddot{\phi}_{\text{ref}} - q_1 (H_1 - \dot{\phi}_{\text{ref}}) - (y_1 - \phi_{\text{ref}})$$

$$B_2(\eta, \xi) = a_5 F_3 + c_5 \dot{I}_r - b_5 (\xi_2 F_1 + \eta_1 f_{22} - \eta_2 f_{21} - \xi_1 F_2) + \ddot{\omega}_{\text{ref}} - q_2 (H_2 - \dot{\omega}_{\text{ref}}) - (y_2 - \omega_{\text{ref}})$$

(III.36c)

La détermination du vecteur de commande $u(t)$ n'est possible que si la matrice $A(\eta, \xi)$ est inversible. Son déterminant $d_1 a_3 b_5 (\eta_1^2 + \eta_2^2)$ est non nul que si le flux au rotor est différent de zéro. Cette dernière condition est vérifiée dès que la machine est alimentée.

5.2 Résultats des simulations

La loi de commande (III.36) nécessaire à la poursuite des trajectoires du flux et de la vitesse de la MAS est déterminée avec les gains $q_1=1000$ et $q_2=2000$ intervenant dans les valeurs désirées ψ_{d1} et ψ_{d2} des commandes virtuelles et les gains $k_1=68.10^2$ et $k_2=68.10^2$ ajustant l'effet de la fonction $S(z_i)$.

Des réponses en régime de poursuite de trajectoires sans perturbations (Fig. III.1), il apparaît que le flux et la vitesse suivent leur référence respective avec des erreurs faibles puisque les erreurs maximales de poursuite sont de 0.023% pour le flux et 0.02% pour la vitesse. Des réponses en régimes de poursuite avec application des perturbations (Fig.III.2), nous avons

	Erreur du flux $ \phi_{ref} - \phi_r $	Erreur de la vitesse $ \omega_{ref} - \omega_r $
En absence des perturbations	$7.6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$	0.0315rd/s
En présence des perturbations	$3.75 \times 10^{-3} \text{ Wb}$	0.177rd/s

Tab. III Les erreurs maximales de poursuite du flux et de la vitesse

relevés que les erreurs maximales de poursuite sont de 1.13% pour le flux et 0.12% pour la vitesse. L'erreur de poursuite de la vitesse est réellement faible ce qui montre une bonne robustesse de cette commande vis-à-vis des perturbations internes et externes. Cependant ces performances sont obtenues avec les contraintes électriques telles que le courant au stator atteint la valeur maximale $1.6I_n$ (I_n courant nominal) et une saturation de la tension du stator à $1.2V_n$ uniquement aux instants d'apparition des perturbations. Il est évident qu'en permettant des contraintes plus élevées, les erreurs de poursuites peuvent être plus faibles que celles données précédemment.

III.6 Conclusion

Ce chapitre présente une procédure unifiée de synthèse de la commande pour réaliser la poursuite des signaux de références du vecteur de sortie d'une classe de système non linéaire en cascade rencontrée dans le domaine des machines électriques. La procédure de synthèse est basée sur la théorie de Lyapounov et elle est similaire dans son essence à la méthode du backstepping. Ainsi dans une première étape, la grandeur $\psi(\xi, \eta)$, assimilée à une commande virtuelle, est isolée à partir de la dynamique du système. Ensuite, est déterminée la valeur désirée $\psi_d(t)$ que devrait prendre $\psi(\xi, \eta)$ afin que le vecteur de sortie $y(t)$ suive la trajectoire désirée $y_d(t)$. En seconde étape, en se basant sur la fonction de Lyapounov, la commande réelle $u(t)$ est développée dans la condition où la commande virtuelle $\psi(\xi, \eta)$ et le vecteur de sortie $y(t)$ sont contraints de suivre leur valeur désirée respective $\psi_d(t)$ et $y_d(t)$. Cette commande est appliquée au cas de la poursuite des références désirées du flux et de vitesse de la MAS. Les résultats des simulations de cette commande dans des conditions suffisamment réalistes ont permis de valider l'approche proposée. De plus les essais ont montré que la loi de commande exhibe une bonne robustesse par rapport aux perturbations.

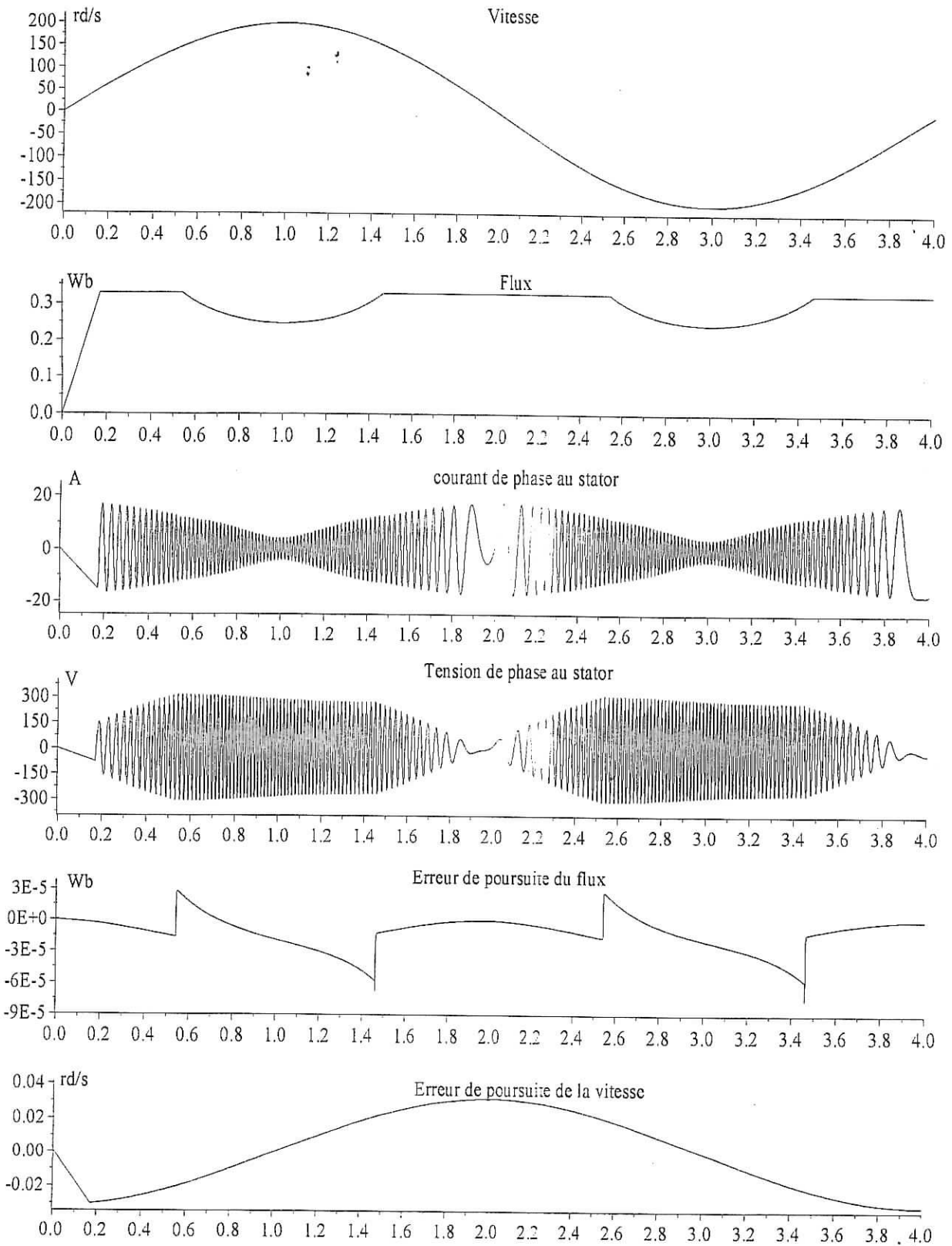


Fig.III.1: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en absence des perturbations

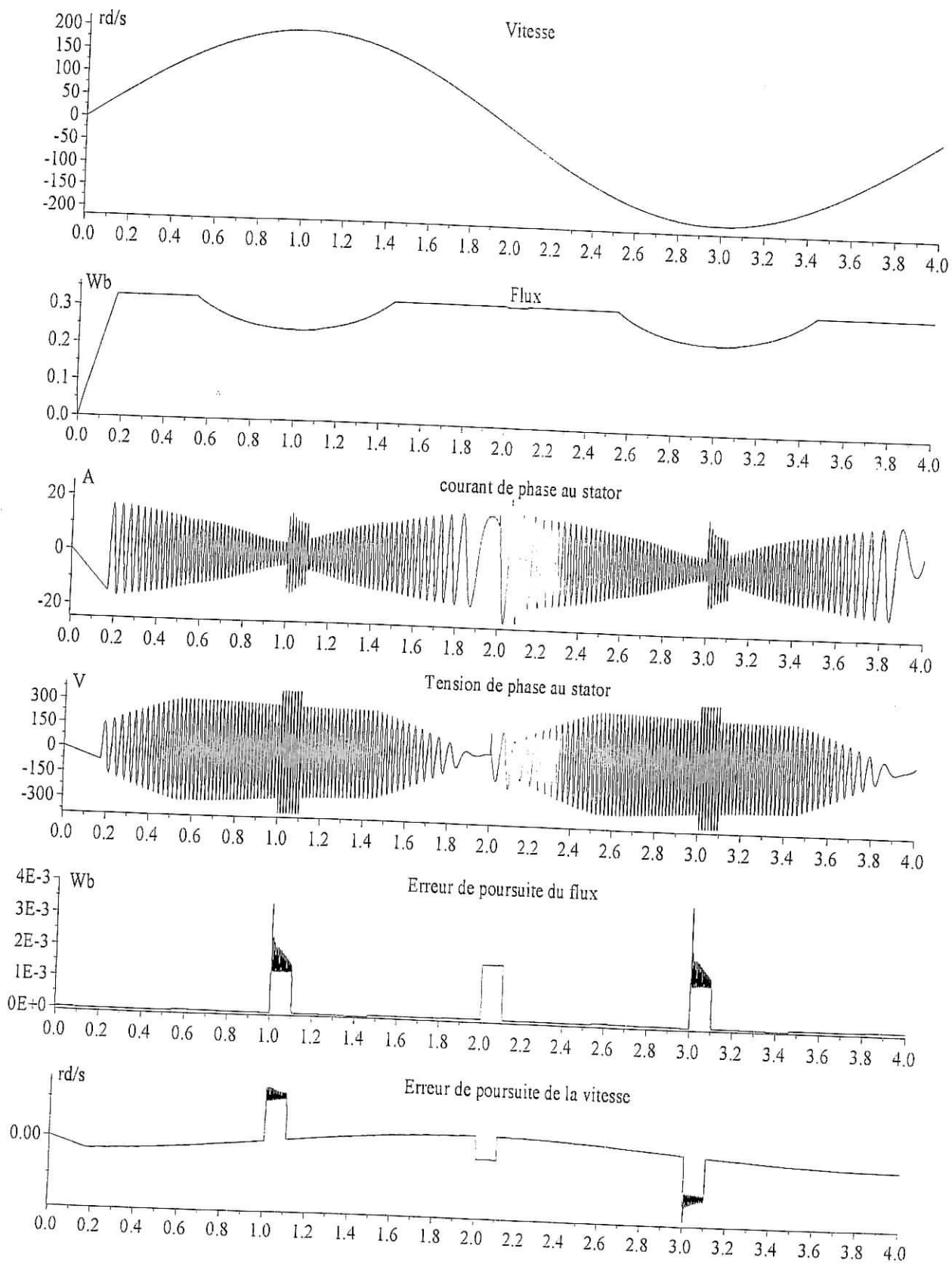


Fig.III.2: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en présence des perturbations

Chapitre IV

Commande par les Modes Glissants

Chapitre IV

Commande par les Modes Glissants

IV.1 Introduction

Les machines électriques, utilisées dans la plupart des entraînements réglés, sont modélisées par des systèmes dynamiques. Pour ces machines électriques, l'échauffement conduit à une augmentation des résistances par contre la saturation du circuit magnétique provoque une diminution des inductances. Aussi, leurs modèles dynamiques peuvent être vus comme des systèmes à coefficients incertains puisque leurs paramètres physiques ne sont pas connus avec précision. Comme conséquence, la synthèse de commandes robustes, telles que la commande en modes glissants, revêt un grand intérêt.

La stratégie de commande par les modes glissants est mise en œuvre en deux étapes: en premier lieu il faut choisir une surface appropriée: si la trajectoire d'état du système est maintenue sur cette surface, alors le système acquiert le comportement désiré [3][59-62]. En second lieu, il faut déterminer une loi de commande par commutation qui force la trajectoire d'état à rester sur cette surface (c'est-à-dire, la loi de commande est déterminée telle que la surface choisie est rendue attractive et invariante) et un état stable sera atteint asymptotiquement ou en un temps fini [3][59-62]. En modes glissants, le système acquiert quelques propriétés d'invariance, telles que le rejet de perturbation, la robustesse et la réduction de l'ordre du système [3][59]-[71].

Cependant dans la pratique, la commutation finie de la commande soulève le problème du broutement, qui est fortement indésirable. Généralement pour supprimer ce broutement, le signal discontinu de commande est approximé par un signal continu. Pour atteindre un meilleur compromis entre un faible broutement et une bonne précision de poursuite en présence des incertitudes paramétriques, diverses stratégies de compensation ont été proposées pour réduire ou annuler le broutement [72-74]. Une autre approche consiste à utiliser le mode glissant dynamique où c'est la dérivée de la commande qui est déterminée comme étant l'action discontinue [75-77].

La commande par les modes glissants des entraînements réglés par les machines électriques a fait l'objet de nombreuses recherches ces dernières décennies et plusieurs travaux ont été publiés [78]-[85] et [118][120]. L'auteur dans [78] a établi les principes fondamentaux de la commande par les modes glissants et ses applications aux machines électriques. Un exemple de la commande en temps réel par les modes glissants de la machine asynchrone est

reporté en [80]. Une étude sur le choix des surfaces pour les modes glissants en vue de la commande de la MAS est traitée en [85].

Le but de ce chapitre est donc d'établir une procédure systématique par les modes glissants pour la commande des systèmes dynamiques de la forme (I.11). Ainsi, cette procédure comporte les étapes suivantes:

- Sélectionner une variété qui assure à la sortie ($y_i(t)$ avec $i=1\dots m$) de suivre asymptotiquement la trajectoire désirée ($y_{ai}(t)$ avec $i=1\dots m$).
- Synthétiser une loi de commande $u(t)$ telle que le vecteur d'état est contraint de rester sur cette variété.
- Analyser la robustesse de la commande en présence des variations paramétriques.

Comme exemple, cette procédure est appliquée à la poursuite de trajectoires du flux et de la vitesse d'une machine asynchrone triphasée.

IV.2 Rappel sur la Commande par les Modes Glissants

Soit un système non linéaire décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases}$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le signal de commande, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est la sortie.

Rappelons les définitions suivantes :

Définition 1: soit $S(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ une application continue, aussi une variété Ψ est définie par $\Psi = \{x \in \mathbb{R}^n / S(x) = 0\}$. La dimension du vecteur d'état sur Ψ est réduit à $n-m$.

Définition 2: La variété $\Psi = \{x \in \mathbb{R}^n / S(x) = 0\}$ est dite invariante pour le système à commander $\dot{x} = f(x, u)$ si toutes les trajectoires démarrant en Ψ à $t=t_0$ restent sur cette variété pour tout $t \geq t_0$.

Définition 3: La variété Ψ est dite attractive sur le domaine ouvert Ω de \mathbb{R}^n si pour tout $t_0 \in \mathbb{R}^+$ tel que $x(t_0) \in \Omega$ donc $x(t) \in \Psi$ quand $t \rightarrow \infty$.

Les objectifs de la commande par les modes glissants consistent tout d'abord à définir une variété appropriée $\Psi(x, t) \in \mathbb{R}^m$ tels que les trajectoires d'état du système restreintes à cette variété satisfassent certains objectifs de synthèse préétablis. Ensuite, est déterminée une loi de commande par commutation $u(x, t)$, qui force la trajectoire d'état à rester sur cette variété. Aussi, la commande $u(x, t)$ est déterminée tel que la variété sélectionnée $\Psi(x, t)$ soit attractive et invariante.

IV.3 Synthèse de la loi de Commande

L'objectif de cette section, est de définir une variété appropriée sur laquelle la sortie à réguler $y(t)$ suive asymptotiquement la référence désirée $y_d(t)$. Ainsi, le problème de commande est subdivisé en deux étapes :

Etape 1 : Pour chaque sortie y_i , une variété $\Psi_i(\xi, \eta)$ est sélectionnée sur laquelle la convergence asymptotique à zéro de l'erreur de poursuite $e_i(t) = y_i(t) - y_{di}(t)$ (avec $i=1 \dots m$), est assurée avec :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi, \eta) + g(\xi, \eta)u(t) \\ \dot{\eta} = F(\xi, \eta) \\ \dot{e}_i = H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di} \\ e_i(t) = y_i(t) - y_{di}(t) \text{ avec } i = (1 \dots m) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Etape2 : En se basant sur la technique des modes glissants, le signal de commande ($u_i(t)$, $i=1 \dots m$) est déterminé dans le but de maintenir le vecteur d'état sur la variété Ψ .

Considérons la variété $\Psi = (\Psi_1(\xi, \eta) \dots \Psi_m(\xi, \eta))^T$ décrite par:

$$\Psi_i(\xi, \eta) = [(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^n / S_i = 0] \text{ pour } i=1 \dots m, \text{ avec } n=p+q \quad (\text{IV.2})$$

où les composantes S_i du vecteur surface $S = [S_1 \dots S_m]^T$ sont imposées telles que [3]:

$$S_i = (H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di}) + q_i (y_i - y_{di}) \text{ pour } i=1 \dots m \text{ et } q_i > 0 \quad (\text{IV.3})$$

Les résultats suivants peuvent être annoncés:

Proposition IV.1:

Lorsque le vecteur d'état du système (IV.1) évolue sur la variété Ψ , le vecteur de sortie $y(t)$ converge exponentiellement vers le vecteur $y_d(t)$ de la trajectoire désirée

□

Preuve :

Lorsque les états évoluent sur la variété Ψ , chaque surface $S_i(\eta, \xi)$ est rendue nulle par conséquent :

$$(H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di}) + q_i(y_i - y_{di}) = 0 \text{ et } i=1 \dots m; \quad (\text{IV.4})$$

comme $H_i(\xi, \eta) = \dot{y}_i$ l'expression (IV.4) devient:

$$\dot{e}_i(t) + q_i e_i(t) = 0 \text{ et } i=1 \dots m \quad (\text{IV.5})$$

De la relation (IV.5), l'erreur de poursuite $e_i(t)$ converge exponentiellement vers zéro et donc $y_i(t)$ tend vers $y_{di}(t)$.

□□□

De ce fait, Ψ est une variété bien appropriée pour le problème de commande, puisque les objectifs de commande sont atteints sur elle. Soit à considérer maintenant, la synthèse de la loi de commande $u(t)$ qui rend Ψ attractive et invariante. Les résultats suivants sont établis :

Proposition IV.2:

Considérons la variété $\Psi = [\Psi_1(\xi, \eta) \dots \Psi_m(\xi, \eta)]^T$ défini en (IV.2) et soit la loi de commande $u(t) = u_c(t) + u_t(t)$ avec:

$$\begin{cases} u_t(t) = -A^{-1}(\xi, \eta)(K) \cdot \text{sign}(S) \\ u_c(t) = -A^{-1}(\xi, \eta) \cdot B(\xi, \eta) \end{cases} \text{ où } \begin{cases} K = \text{diag}[k_1 \dots k_m] \\ k_i > 0 \text{ et } (i = 1 \dots m) \end{cases} \quad (\text{IV.6a})$$

avec

$$\begin{aligned} A(\xi, \eta) &= [A_1^T(\xi, \eta) \dots A_m^T(\xi, \eta)]^T, \\ B(\xi, \eta) &= [B_1(\xi, \eta) \dots B_m(\xi, \eta)]^T \end{aligned} \quad (\text{IV.6b})$$

et les éléments des vecteurs sont définis pour $i=(1 \dots m)$ par:

$$A_i^T(\xi, \eta) = \frac{\delta H_i}{\delta \xi} g(\xi, \eta); \quad (i=1 \dots m) \quad (\text{IV.6c})$$

$$B_i(\xi, \eta) = \frac{\delta H_i}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta H_i}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_{di} + q_i (H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di}); (i=1 \dots m) \quad (IV.6d)$$

si la matrice $A(\xi, \eta)$ est inversible par conséquent la variété Ψ est globalement attractive et invariante.

□

Preuve:

Soit la fonction de Lyapounov définie par $V=0.5S^T S$ où $S = [S_1 \dots S_m]^T$, sa dérivée temporelle est donc:

$$\dot{V} = S^T \dot{S} \quad (IV.7)$$

De plus, la dynamique \dot{S}_i est explicitée à partir de la relation (IV.3) ce qui conduit à:

$$\dot{S}_i(\xi, \eta) = \frac{\delta H_i}{\delta \eta} \dot{\xi} + \frac{\delta H_i}{\delta \xi} \dot{\eta} - \ddot{y}_{di} + q_i (H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di}) \quad (IV.8)$$

En remplaçant $\dot{\xi}$ et $\dot{\eta}$ par leur expression respective obtenue du système dynamique (I.11), la relation précédente devient:

$$\dot{S}_i(\xi, \eta) = \frac{\delta H_i}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta H_i}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_{di} + \lambda_i (H_i(\xi, \eta) - \dot{y}_{di}) + \frac{\delta H_i}{\delta \xi} g(\xi, \eta).u(t)$$

Etant données les définitions (IV.6c) et (IV.6d) respectivement des termes A_i^T et B_i , aussi l'expression précédente se réduit à la forme:

$$\dot{S}_i = B_i(\xi, \eta) + A_i^T(\xi, \eta).u(t) \text{ pour } i=1 \dots m$$

Ou encore sous la forme matricielle:

$$\dot{S} = B(\xi, \eta) + A(\xi, \eta).u(t) \quad (IV.9)$$

En imposant à la commande $u(t)$ la loi donnée par l'expression (IV.6) suivante:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta).(B + K.\text{sign}(S)) \quad (IV.10)$$

la dynamique de la surface \dot{S} exprimée par (IV.9) se réduit à:

$$\dot{S} = -K.\text{sign}(S) \quad (IV.11)$$

et à son tour la dynamique de la fonction de Lyapounov (IV.7) prend la forme:

$$\dot{V} = -S^T (K.\text{sign}(S)) = -\sum_{i=1}^m k_i |S_i| \quad (IV.12)$$

La dynamique \dot{V} est rendue négative ($\forall S_i \neq 0$ avec $i = 1..m$), si les coefficients k_i vérifient l'inégalité :

$$k_i > 0 \quad (IV.13)$$

Cette dernière condition implique que la surface S converge asymptotiquement vers zéro ($S=0$) donc, Ψ est globalement attractive. De plus, puisque $\dot{S} = 0$, Ψ est invariante où d'une façon équivalente :

$$B(\xi, \eta) + A(\xi, \eta).u_e = 0 \quad (\text{IV.14})$$

où encore

$$u_e = -A^{-1}(\xi, \eta).B(\xi, \eta) \quad (\text{IV.15})$$

□ □ □

IV.4 Synthèse Robuste

En général, le système réel est connu d'une façon imprécise à cause des variations paramétriques qui corrompent les fonctions $F(\xi, \eta)$, $f(\xi, \eta)$, $g(\xi, \eta)$ et $H(\xi, \eta)$ définies en (I.11 et I.12). Aussi, ces dernières prennent la forme $F(\xi, \eta) + \Delta F(\xi, \eta)$, $f(\xi, \eta) + \Delta f(\xi, \eta)$, $g(\xi, \eta) + \Delta g(\xi, \eta)$ et $H(\xi, \eta) + \Delta H$. En outre, ces erreurs de modélisation peuvent affecter la variété Ψ au point où celle-ci devienne non globalement attractive et invariante sous la loi de commande (IV.6).

Dans cette section, notre but est de déterminer, les nouvelles conditions sur les coefficients (k_i ; $i=1...m$) qui assurent à la loi de commande définie en (IV.6), de maintenir Ψ globalement attractive et invariante quand le système est affecté par les erreurs de modélisation $\Delta F(\xi, \eta)$, $\Delta f(\xi, \eta)$, $\Delta g(\xi, \eta)$ et $\Delta H(\xi, \eta)$.

Notons que, ces erreurs de modélisation modifient également les matrices $A(\xi, \eta)$ et $B(\xi, \eta)$ définies par (IV.6c) et (IV.6d) en $A(\xi, \eta) + \Delta A(\xi, \eta)$ et $B(\xi, \eta) + \Delta B(\xi, \eta)$.

A nouveau, soit la fonction de Lyapounov donnée par $V=0.5S^T S$, sa dérivée temporelle est alors:

$$\dot{V} = S^T \dot{S} \quad (\text{IV.16})$$

à cause des dérives paramétriques \dot{S} est cette fois-ci donné par:

$$\dot{S} = B(\xi, \eta) + A(\xi, \eta)u + \Delta B(\xi, \eta) + \Delta A(\xi, \eta)u(t) \quad (\text{IV.17})$$

Du fait que la loi de commande $u(t)$ reste inchangée:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta).(B + K.\text{sign}(S)) \quad (\text{IV.18})$$

par conséquent, la dynamique de la surface exprimée par (IV.17) prend la forme:

$$\dot{S} = B(\xi, \eta) - A(\xi, \eta)\left(A^{-1}(\xi, \eta)(B + K.\text{sign}(S))\right) + \Delta B(\xi, \eta) - \Delta A(\xi, \eta)\left(A^{-1}(\xi, \eta)(B + K.\text{sign}(S))\right) \quad (\text{IV.19})$$

$$\dot{S} = \Delta B(\xi, \eta) - \Delta A(\xi, \eta).A^{-1}(\xi, \eta).B(\xi, \eta) - K.\text{sign}(S) - \Delta A(\xi, \eta).A^{-1}(\xi, \eta).K.\text{sign}(S) \quad (\text{IV.20})$$

Les résultats suivants peuvent être établis :

Proposition IV.3:

Considérons la loi de commande $u(t)$ définie en (IV.6) et supposons que:

i) les erreurs de modélisation $\Delta B = (\Delta B_1 \dots \Delta B_m)^T$ sont bornées telles que $|\Delta B_i| \leq \zeta_i$,
avec $i=1 \dots m$

ii) le terme $\Delta A(\xi, \eta).A^{-1}(\xi, \eta)$ est une matrice diagonale telle que :

$$\Delta A^* = \Delta A(\xi, \eta).A^{-1}(\xi, \eta) = \text{diag}[\Delta A_1^* \dots \Delta A_m^*]$$

et les éléments ΔA_i^* vérifient la condition:

$$(0 < \Delta A_i^* < \delta_i, \text{ et } \delta_i > 0, \text{ } i=1..m).$$

iii) les coefficients ($k_i; i=1 \dots m$) sont tels que:

$$\bullet \quad k_i \geq \zeta_i + \delta_i . |B_i(\xi, \eta)|$$

Par conséquent, la variété Ψ est globalement attractive et invariante

□

Preuve

Soit la fonction de Lyapounov $V=0.5S^T S$ et sa dérivée temporelle $\dot{V} = S^T \dot{S}$. Du fait que la matrice ΔA_i^* est diagonale, l'expression (IV.20) de la dynamique de la surface peut se mettre encore sous la forme :

$$\dot{S} = \begin{pmatrix} \Delta B_1 - \Delta A_1^* . B_1 \\ \Delta B_2 - \Delta A_2^* . B_2 \\ \dots \\ \Delta B_m - \Delta A_m^* . B_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} (1 + \Delta A_1^*) . k_1 . \text{sign}(S_1) \\ (1 + \Delta A_2^*) . k_2 . \text{sign}(S_2) \\ \dots \\ (1 + \Delta A_m^*) . k_m . \text{sign}(S_m) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.21a})$$

La dynamique de la fonction de Lyapounov s'écrit alors comme :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^m S_i . ((\Delta B_i - \Delta A_i^*) - (1 + \Delta A_i^*) . k_i . \text{sign}(S_i)) \quad (\text{IV.21b})$$

Puisque, les éléments ΔA_i^* vérifient ($0 \leq \Delta A_i^* < \delta_i$ et $\delta_i > 0; i=1..m$), \dot{V} est rendue négative ($\forall S_i \neq 0$), si les coefficients k_i respectent l'inégalité :

$$k_i > \frac{|\Delta B_i - \Delta A_i^* \cdot B_i|}{1 + \Delta A_i^*} \quad (\text{IV.22})$$

Puisque les termes inconnus $\Delta B_i(\xi, \eta)$ sont supposés bornés et les dénominateurs $(1 + \Delta A_i^*)$ sont plus grand ou égaux à unité par conséquent il suffit de prendre k_i tel que :

$$k_i \geq \zeta_i + \delta_i \cdot |B_i(\xi, \eta)| \quad (\text{IV.23})$$

pour que la surface S soit attractive et invariante:

$$S=0 \Rightarrow \dot{S} = 0.$$

□ □ □

IV.5 Application à la Machine Asynchrone

5.1 Calcul de la commande

En considérant le modèle dynamique (I.7) pour lequel les sorties à commander sont le module du flux au rotor $\phi_r = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2$ et la pulsation de rotation du rotor ω_r , ceci conduit au système augmenté de la dynamique de la sortie (I.9). Comme indiqué en (IV.3) les surfaces de glissement pour le flux et la vitesse sont respectivement données par :

$$\begin{cases} S_1 = q_1 (\phi - \phi_{ref}) + (H_1 - \dot{\phi}_{ref}) \\ S_2 = q_2 (\omega_r - \omega_{ref}) + (H_2 - \dot{\omega}_{ref}) \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

ou ϕ_{ref} and ω_{ref} sont respectivement le flux de référence et la vitesse de référence.

Sur la base de la dynamique du système (I.9) et en utilisant les relations (IV.6), le vecteur de commande $u(t)$ correspond à :

$$u(t) = A^{-1}(\xi, \eta) \left\{ \begin{bmatrix} B_1(\xi, \eta) \\ B_2(\xi, \eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{IV.25a})$$

avec

$$A(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 2a_3 d_1 \eta_1 & 2a_3 d_1 \eta_2 \\ -b_5 d_1 \eta_2 & b_5 d_1 \eta_1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.25b})$$

$$B_1(\xi, \eta) = -2b_3 H_1 + 2a_3 (\eta_1 f_1 + \xi_2 F_1 - \eta_2 f_2 - \xi_1 F_2) - \ddot{\phi}_{ref} + q_1 (H_1 - \dot{\phi}_{ref})$$

$$B_2(\xi, \eta) = -a_5 H_2 + b_5 (\xi_2 F_1 + \eta_1 f_2 - \xi_1 F_2 - \eta_2 f_1) - \ddot{\omega}_{ref} + q_2 (H_2 - \dot{\omega}_{ref}) \quad (\text{IV.25c})$$

La détermination du vecteur de commande $u(t)$ n'est possible que si et seulement si la matrice $A(\xi, \eta)$ est inversible. Son déterminant donné par $2d_1 a_3 b_5 (\eta_1^2 + \eta_2^2)$ est non nul dans la condition où le module du flux est différent de zéro. Cette dernière condition est valide dès que la machine est alimentée.

5.2 Synthèse Robuste pour le Cas de la MAS

Les variations paramétriques affectent la matrice $A(\xi, \eta)$ par les erreurs de modélisation $\Delta A(\xi, \eta)$ dont les éléments, pour le cas de la MAS, sont donnés par:

$$\Delta A_{11}(\xi, \eta) = 2(a_3 \Delta d_1 + d_1 \Delta a_3 + \Delta a_3 \Delta d_1) \eta_1 \quad (\text{IV.26a})$$

$$\Delta A_{12}(\xi, \eta) = 2(a_3 \Delta d_1 + d_1 \Delta a_3 + \Delta a_3 \Delta d_1) \eta_2 \quad (\text{IV.26b})$$

$$\Delta A_{21}(\xi, \eta) = -(b_5 \Delta d_1 + \Delta b_5 d_1 + \Delta b_5 \Delta d_1) \eta_2 ; \quad (\text{IV.26c})$$

$$\Delta A_{22}(\xi, \eta) = (b_5 \Delta d_1 + \Delta b_5 d_1 + \Delta b_5 \Delta d_1) \eta_1 ; \quad (\text{IV.26d})$$

et les éléments de la matrice $\Delta A^*(\xi, \eta) = \Delta A(\xi, \eta) \cdot A^{-1}(\xi, \eta)$ sont alors:

$$\Delta A_{11}^*(\xi, \eta) = (b_5 d_1 \eta_1 \Delta A_{11} + b_5 d_1 \eta_2 \Delta A_{12}) / \det(A(\xi, \eta)) \quad (\text{IV.27a})$$

$$\Delta A_{12}^*(\xi, \eta) = 2(-a_3 d_1 \eta_2 \Delta A_{11} + a_3 d_1 \eta_1 \Delta A_{12}) / \det(A(\xi, \eta)) \quad (\text{IV.27b})$$

$$\Delta A_{21}^*(\xi, \eta) = (b_5 d_1 \eta_1 \Delta A_{21} + b_5 d_1 \eta_2 \Delta A_{22}) / \det(A(\xi, \eta)) \quad (\text{IV.27c})$$

$$\Delta A_{22}^*(\xi, \eta) = 2(-a_3 d_1 \eta_2 \Delta A_{21} + a_3 d_1 \eta_1 \Delta A_{22}) / \det(A(\xi, \eta)) \quad (\text{IV.27c})$$

En remplaçant les termes $\Delta A_{11}(\xi, \eta)$, $\Delta A_{12}(\xi, \eta)$, $\Delta A_{21}(\xi, \eta)$ et $\Delta A_{22}(\xi, \eta)$, par leur expression respective (IV.26a), (IV.26b), (IV.26c) et (IV.26d), les éléments de la matrice $\Delta A^*(\xi, \eta)$ deviennent:

$$\Delta A_{11}^*(\xi, \eta) = \frac{\Delta a_3}{a_3} + \frac{\Delta d_1}{d_1} + \frac{\Delta a_3}{a_3} \cdot \frac{\Delta d_1}{d_1} \quad (\text{IV.28d})$$

$$\Delta A_{12}^*(\xi, \eta) = 0 \quad (\text{IV.28b})$$

$$\Delta A_{21}^*(\xi, \eta) = 0 \quad (\text{IV.28c})$$

$$\Delta A_{22}^*(\xi, \eta) = \frac{\Delta b_5}{b_5} + \frac{\Delta d_1}{d_1} + \frac{\Delta b_5}{b_5} \cdot \frac{\Delta d_1}{d_1} \quad (\text{IV.28a})$$

Ces résultats montrent que la matrice $\Delta A^*(\xi, \eta)$ est une matrice diagonale ce qui vérifie une partie des conditions de la robustesse de la *proposition IV.3*. Dans ce qui suit, nous montrons que les termes $\Delta A_{11}^*(\xi, \eta)$ et $\Delta A_{22}^*(\xi, \eta)$ restent positifs sous certaines conditions suffisamment réalistes.

Pour le moteur d'induction, Il est établi que d'une part la variation des inductances est due à la saturation du circuit magnétique et d'autre part celle des résistances est due à l'élévation de la température dans le machine. Ces variations des inductances et des résistances constituent les variations paramétriques du système. Nous considérons que les valeurs des inductances L_s , L_r et M sont des valeurs constantes qui correspondent à l'état magnétique linéaire de la machine. Quand le circuit magnétique du moteur est saturé, il est connu que les inductances diminuent par rapport à leur valeur de l'état magnétique linéaire [15]; par conséquent les vraies valeurs inconnues des inductances peuvent être modélisées par:

$$L_{s0}(t) = L_s + \Delta L_s(t) = L_s - \varepsilon_1(t)L_s, \quad 0 \leq \varepsilon_1(t) < 1 \quad (\text{IV.29a})$$

$$L_{r0}(t) = L_r + \Delta L_r(t) = L_r - \varepsilon_2(t)L_r, \quad 0 \leq \varepsilon_2(t) < 1 \quad (\text{IV.29b})$$

$$M_0(t) = M + \Delta M(t) = M - \varepsilon_3(t)M, \quad 0 \leq \varepsilon_3(t) < 1 \quad (\text{IV.29c})$$

Puisque les valeurs $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ et $\varepsilon_3(t)$ sont des valeurs relatives, qui introduisent l'effet de la saturation et de plus les considérations physiques font que le circuit magnétique du rotor est plus saturé que celui du stator par conséquent la condition suivante est toujours vérifiée:

$$\varepsilon_1(t) \leq \varepsilon_2(t) \quad (\text{IV.30})$$

Nous considérons également que la valeur de la résistance R_r est relative à celle mesurée lorsque la machine est à froid L'effet de l'élévation de la température conduit à l'augmentation de la résistance du rotor, par conséquent la vraie valeur inconnue de la résistance du rotor $R_{r0}(t)$ peut être représentée par:

$$R_{r0}(t) = R_r + \Delta R_r(t) = R_r + \varepsilon_4(t)R_r \text{ avec } \varepsilon_4(t) \geq 0 \text{ et } \varepsilon_4(t) \in L_\infty \quad (\text{IV.31})$$

Rappelons que les valeurs des coefficients a_3 , b_5 et d_1 utilisées dans la détermination de la loi de commande sont données par:

$$a_3 = \frac{MR_r}{L_r}; \quad b_5 = \frac{p^2 M}{JL_r}; \quad d_1 = \frac{1}{\sigma L_s} \quad (\text{IV.32})$$

et leurs vraies valeurs intervenant dans le modèle de la MAS sont exprimées par:

$$a_{30} = \frac{M_0 R_{r0}}{L_{r0}} ; b_{50} = \frac{p^2 M_0}{J L_{r0}} ; d_{10} = \frac{1}{\sigma L_{s0}} \quad (\text{IV.33})$$

Les coefficients a_{30} , b_{50} et d_{10} peuvent être réécrits sous la forme:

$$a_{30} = a_3 + \Delta a_3 = \frac{(1-\varepsilon_3)(1+\varepsilon_4)}{1-\varepsilon_2} a_3 ; b_{50} = b_5 + \Delta b_5 = \frac{1-\varepsilon_3}{1-\varepsilon_2} b_5 ;$$

$$d_{10} = d_1 + \Delta d_1 = \frac{d_1}{1-\varepsilon_1} \quad (\text{IV.34})$$

Leurs variations relatives sont donc:

$$\frac{\Delta a_3}{a_3} = \frac{(1-\varepsilon_3)(1+\varepsilon_4) - (1-\varepsilon_2)}{1-\varepsilon_2} ; \frac{\Delta b_5}{b_5} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{1-\varepsilon_2} ; \frac{\Delta d_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} \quad (\text{IV.35})$$

En utilisant la relation (IV.35), les éléments $\Delta A_{11}^*(x)$ et $\Delta A_{22}^*(x)$ données respectivement par (IV.28a) et (IV.28d) deviennent:

$$\Delta A_{11}^*(x) = \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} + \frac{(1-\varepsilon_3)(1+\varepsilon_4) - (1-\varepsilon_2)}{1-\varepsilon_2} + \frac{(1-\varepsilon_3)(1+\varepsilon_4) - (1-\varepsilon_2)}{1-\varepsilon_2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} + \frac{(1-\varepsilon_3)(1+\varepsilon_4) - (1-\varepsilon_2)}{(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1)} \quad (\text{IV.36})$$

$$\Delta A_{22}^*(x) = \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{1-\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{1-\varepsilon_2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1)} \quad (\text{IV.37})$$

A partir de l'hypothèse que le coefficient de dispersion σ reste sensiblement constant quand la machine est saturée aussi la définition du coefficient de dispersion conduit à écrire:

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} = 1 - \frac{M_0^2}{L_{s0} L_{r0}} \quad (\text{IV.38})$$

donc

$$M_0^2 = \frac{L_{s0} L_{r0}}{L_s L_r} M^2 \quad (\text{IV.39})$$

En remplaçant L_{s0} , L_{r0} et M_0 par leur expression respective (IV.29a), (IV.29b) et (IV.29c) dans la relation (IV.39) on obtient::

$$1 - \varepsilon_3 = \sqrt{(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} \quad (\text{IV.40})$$

Les considérations sur l'effet de la saturation imposent au model des variations paramétriques les inégalités suivantes :

$$0 < (1 - \varepsilon_1) \leq 1 ; 0 < (1 - \varepsilon_2) \leq 1 \quad (\text{IV.41})$$

En tenant compte des inégalités (IV.41) et de la relation (V.40) en combinaison avec le fait que le circuit magnétique du rotor est au moins aussi saturé que celui du stator ($\varepsilon_1 \leq \varepsilon_2$), par conséquent les valeurs ε_1 , ε_2 et ε_3 vérifient:

$$0 < (1 - \varepsilon_2) \leq (1 - \varepsilon_3) \leq (1 - \varepsilon_1) \leq 1 \text{ ou encore } 0 \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_3 \leq \varepsilon_2 < 1 \quad (\text{IV.42})$$

Sur la base des expressions (IV.36) et (IV.37), les conditions (IV.42) impliquent que les éléments $\Delta A_{11}^*(x)$ et $\Delta A_{22}^*(x)$ sont toujours positifs indépendamment de la variation de la résistance ($\varepsilon_4 \geq 0$). Par conséquent sur la base de la **proposition IV.3** la loi de commande $u(t)$ est capable de maintenir la variété $\Psi(x)$ attractive et invariante si les gains (k_1 et k_2) intervenant dans la loi de commande vérifient la condition (IV.23).

5.3 Résultats de la Simulation

Le calcul de la loi de commande (IV.25) fait appel à la détermination des surfaces de glissement S_1 et S_2 données par (IV.24) lesquelles ont nécessité les gains $q_1=750$ et $q_2=10^3$. Tant dis que le terme du mode glissant conséquent à la présence de la fonction $\text{sign}(S_i)$ intervient par l'intermédiaire de la matrice K des gains de réglage avec:

$$K = \text{diag} [6.10^2 \quad 25.10^4].$$

Le recours à la fonction discontinue $\text{sign}(S_i)$ dans la loi de commande $u(t)$ provoque des broutements au niveau des grandeurs d'état. Afin de réduire ces broutements la fonction $\text{sign}(S_i)$ est approximée par une fonction continue de la forme:

$$\begin{cases} \text{sign}(S_i) = S_i / \mu_i & \text{si } |S_i| \leq \mu_i \\ \text{sign}(S_i) = 1 & \text{si } S_i > \mu_i \\ \text{sign}(S_i) = -1 & \text{si } S_i < -\mu_i \end{cases} \quad (\text{IV.43})$$

Les seuils qui ont donnés satisfaction sont fixés aux valeurs: $\mu_1=0.3$ et $\mu_2=1.2$

	Erreur du flux	Erreur de la vitesse
	$ \phi_{ref} - \phi_r $	$ \omega_{ref} - \omega_r $
En absence des perturbations	$1.95 \times 10^{-4} \text{ Wb}$	0.037rd/s
En présence des perturbations	$1.84 \times 10^{-3} \text{ Wb}$	0.22rd/s

Tab. IV Les erreurs maximales de poursuite du flux et de la vitesse

Les figures (IV.1 et IV.2) donnent les réponses de la machine en régime de poursuite respectivement en absence et en présence des perturbations. Il apparaît, qu'en dehors de l'intervalle de temps $t < 0.1s$ où il y a une réduction de la commande $u(t)$, le flux et la vitesse suivent leur référence avec une bonne précision. En effet, les erreurs maximales de poursuite dans les conditions idéales sont de 0.06% pour le flux et 0.025% pour la vitesse. Lorsque les perturbations sont appliquées les pointes maximales de ces erreurs prennent les valeurs 0.55% pour le flux et 0.15% pour la vitesse. Cependant, ces erreurs ne demeurent pas constantes durant l'application des perturbations, elles diminuent quelque peu. Il est à noter que la tension de phase se sature à la valeur limite pour une référence de vitesse supérieure à la valeur de $(2/3)\omega_n$.

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre est développée une procédure de synthèse par les modes glissants de la commande d'une classe de système non linéaire en cascade laquelle représente un modèle des machines électriques. En se basant sur l'existence de la variété sur laquelle le régime de poursuite est réalisé, la loi de commande est déterminée dans le but de rendre la variété attractive et invariante. En présence des perturbations, l'analyse du régime glissant a permis de dégager les conditions suffisantes pour assurer la robustesse de cette commande. En outre, il est montré que la commande par les modes glissant du flux et de la vitesse de la MAS est insensible à la variation des résistances de la machine. De plus les surfaces de glissement demeurent attractive et invariantes dans la condition où le circuit magnétique du rotor est au moins aussi saturé que celui du stator. Dans le cas contraire la commande devient instable. Les résultats de la simulation concernant la poursuite du flux et de la vitesse pour la machine Asynchrone triphasée sont donnés pour montrer l'applicabilité de cette approche. La loi de commande synthétisée révèle une forte robustesse par rapport aux perturbations internes et externes.

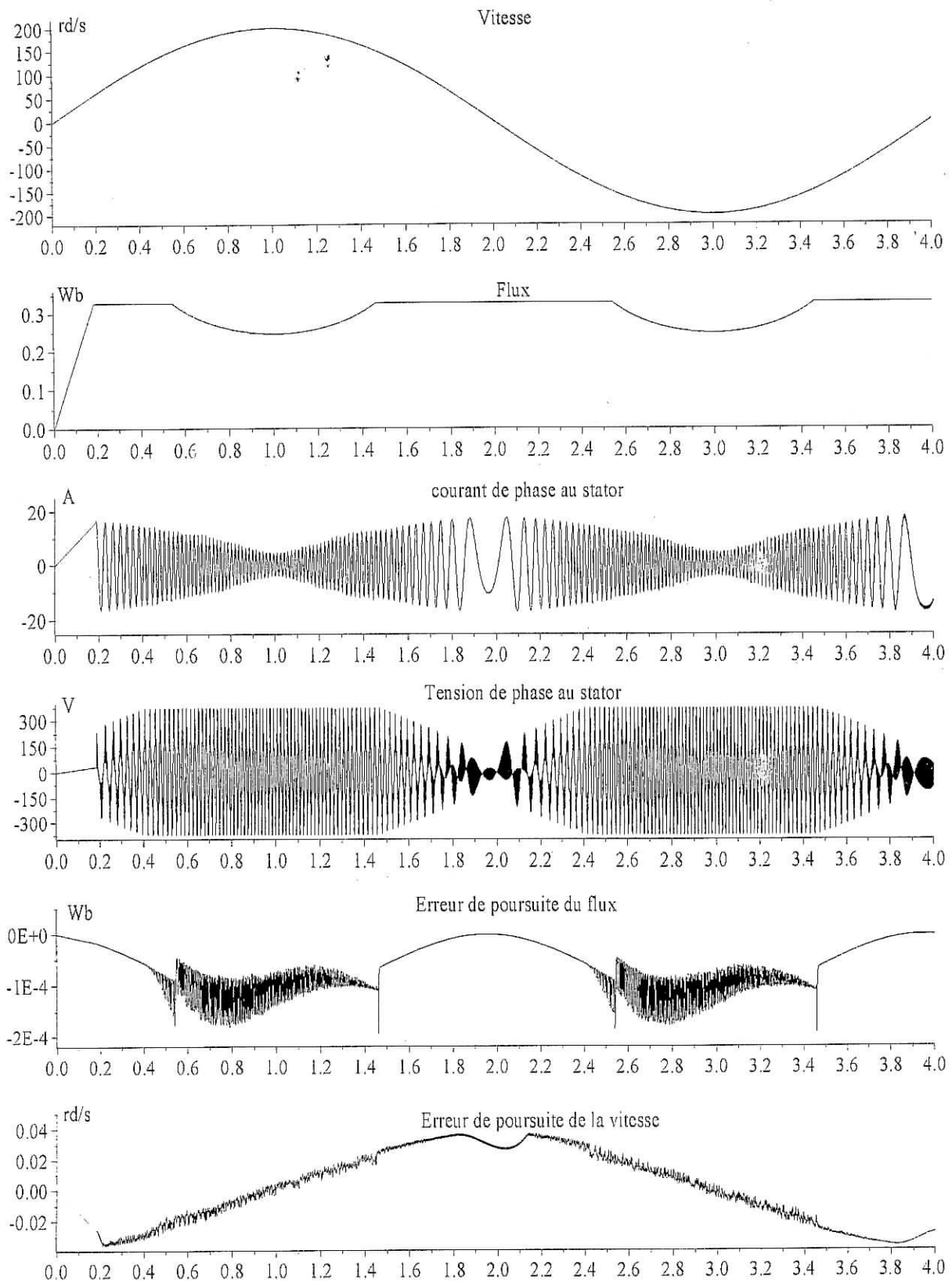


Fig. IV.1: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en absence des perturbations

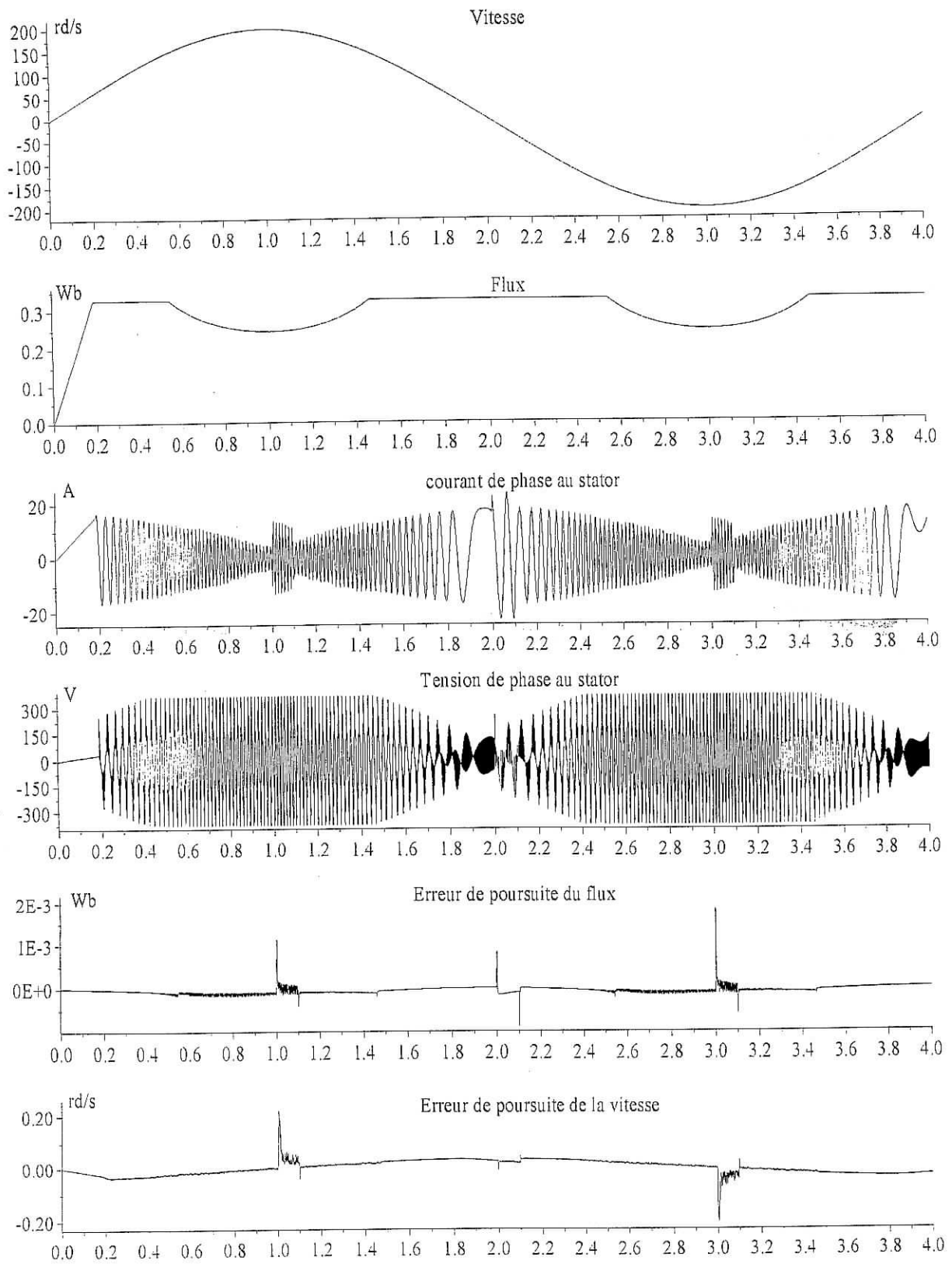


Fig. IV.2: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en présence des perturbations

Chapitre V
Commande en Cascade
par les Modes Glissants

Chapitre V

Commande en Cascade par les Modes Glissants

V.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, la commande en modes glissants a été synthétisée en tenant compte de la dynamique globale du système. La méthode de conception n'exploite pas toutes les possibilités offertes par la structure elle-même du système dynamique. En effet, cette dernière peut exhiber généralement certaines caractéristiques, lesquelles pourraient contribuer à concevoir une loi de commande plus appropriée. Par conséquent, ce chapitre est consacré à la commande en cascade par les modes glissants des systèmes dynamiques de la forme (I.11). L'objectif est d'exploiter la structure en cascade de la dynamique du système pour déterminer la loi de commande.

La conception de régulateurs basée sur la combinaison entre les modes glissants et le backstepping peut profiter des avantages de ces deux techniques de commande [86-90]. Cette approche combinée est étendue, sans l'exigence de fortes hypothèses [91][92], à une large classe de systèmes non linéaires qui ne sont pas nécessairement dans la forme normale "the parametric pure feedback or parametric strict feedback forms" [93][94].

Une procédure semblable au backstepping, appelée la commande en mode glissant à surfaces multiples "multiple sliding surface MSS" combinée avec les filtres intégraux a été développée pour simplifier la conception des régulateurs [95]. Cette approche est basée sur l'approximation des dérivées de la trajectoire désirée par des différences finies. Pour les premières versions de la commande par MSS, les dérivées de la trajectoire désirée ont été déterminées par la première différence finie [96]. Par la suite, cette différentiation numérique a été remplacée par un filtre passe bas du 1^{er} ordre ou par un filtre en mode glissant [89].

Concernant l'exploitation de la méthode en cascade par les modes glissants pour la commande de la MAS, il faut signaler les travaux présentés dans [97][98]. Les auteurs appliquent la méthode du backstepping au problème de la commande par les modes glissants du moteur à induction où la bornitude du vecteur d'état du moteur à induction n'est pas prouvée et aucune analyse de la stabilité interne n'est fournie.

Le but de ce chapitre est, donc, de développer la commande non linéaire en cascade par les modes glissants pour assurer le régime de poursuite du vecteur de sortie des systèmes dynamiques de la forme (I.10). La loi de commande est déterminée en deux étapes en exploitant la méthode du backstepping [36]. En premier lieu, et en se basant sur la fonction de Lyapounov, la loi virtuelle en modes glissants est déterminée en vue d'obtenir la poursuite de la référence désirée du vecteur de sortie. Ensuite, est déduite la commande réelle en mode glissant qui impose cette commande virtuelle et assure par là la convergence des erreurs de poursuite.

V.2 Retour sur le Problème

Le problème concerne la synthèse de la commande $u(t)$, qui impose au vecteur de sortie $y(t)$ de suivre la trajectoire du vecteur désiré $y_d(t)$, pour les systèmes dynamiques de la forme donnée par les équations (I.10) et (I.11). Dans ce but, nous définissons tout d'abord le vecteur des erreurs de poursuite de trajectoire $Er(t) = [e_1(t) \dots e_m(t)]^T$ lié aux sorties du système $y(t) = [y_1(t) \dots y_m(t)]^T$ par:

$$Er(t) = y(t) - y_d(t) \quad (V.1)$$

leur dynamique est:

$$\dot{Er}(t) = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t) \quad (V.2)$$

où $y_d(t) = [y_{d1}(t) \dots y_{dm}(t)]^T$ désigne le vecteur des références désirées. Du fait que la référence désirée de la sortie peut être définie par un signal externe au système de commande aussi, $y_d(t)$ et ses dérivés temporelles peuvent être considérées comme bornées et disponibles.

Donc, il faut développer une commande non linéaire en cascade par les modes glissants $u(t)$ en utilisant la technique du backstepping [1]. En effet, la loi de commande est déduite en deux étapes:

- i) **Étape1:** En se basant sur le régime des modes glissants, nous recherchons les valeurs désirées $\psi_d(t)$ que devrait prendre le vecteur des fonctions $\psi(\xi, \eta)$ afin d'assurer la convergence asymptotique à zéro du vecteur des erreurs de poursuite $Er(t)$. Par conséquent, le vecteur des fonctions $\psi(\xi, \eta)$ apparaît comme un signal de commande virtuel pour la dynamique de la sortie (V.2).

ii) **Etape 2:** Sur la base de la dynamique du système (I.10) et (I.11) et le régime des modes glissants nous déduisons le vrai signal de commande $u(t)$ qui force en même temps les fonctions $\psi(\xi, \eta)$ à suivre les valeurs désirées $\psi_d(t)$ et le vecteur des erreurs de poursuite $Er(t)$ à converger vers zéro.

V.3 Synthèse de la Loi de Commande

Le résultat suivant peut être établi:

Proposition V.1

Quand le système (I.10) est en boucle fermée sous la loi de commande réelle suivante:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta)(B(\xi, \eta) + S(t) + K\text{Sign}(Z(t))) \text{ avec } K > 0 \quad (\text{V.3a})$$

où

$$A(\eta, \xi) = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) ; \quad (\text{V.3b})$$

$$B(\xi, \eta) = \frac{\delta \psi}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \dot{\psi}_d \quad (\text{V.3c})$$

$$Z(t) = \psi(\xi, \eta) - \psi_d(t) \quad (\text{V.3d})$$

$$\psi_d(t) = -Q\text{sign}(S) - \pi(\eta) + \dot{y}_d(t) \text{ avec } Q > 0 \quad (\text{V.3e})$$

$$S(t) = y(t) - y_d(t) \quad (\text{V.3f})$$

Par conséquent, le vecteur des erreurs de poursuite $Er(t)$ est borné pour tout le temps $t \geq 0$, de plus il converge asymptotiquement vers zéro.

□

Preuve

Etape 1

En se basant sur la dynamique (V.2), il est possible de déterminer les valeurs désirées $\psi_d(t)$ qui une fois sont imposées au vecteur des fonctions $\psi(\xi, \eta)$ celui-ci assure alors la convergence asymptotique du vecteur des erreurs de poursuite $Er(t)$. Aussi, le terme

$\psi(\xi, \eta)$ apparaît comme une commande virtuelle pour la grandeur $Er(t)$. Donc, il ne forme pas la vraie commande pour le système à commander (I.10). Dans ce but, à la dynamique (V. 2) nous adjoignons la surface de glissement suivante:

$$S(t) = Er(t) \quad (V.4)$$

A la dynamique (V.2) est associée la fonction de Lyapounov V_1 définie par:

$$V_1(S(t)) = \frac{1}{2} S^T S \quad (V.5)$$

Sa dérivée temporelle est exprimée par:

$$\dot{V}_1(S(t)) = S^T \dot{S} \quad (V.6)$$

En utilisant la relation (V.2), la dérivé par rapport au temps de $S(t)$ est alors donnée par:

$$\dot{S} = \pi(\eta) + \psi(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t) \quad (V.7)$$

Si la loi de commande virtuelle $\psi(\xi, \eta)$ est forcée de prendre la valeur désirée $\psi_d(t)$ formulée par la relation (V.3.e), la dynamique (V.7) se réduit alors à la forme:

$$\dot{S} = -Q \text{sign}(S) \quad (V.8)$$

En introduisant la dynamique (V.8) dans la dérivée temporelle de la fonction de Lyapounov (V.6), celle-ci prend l'expression finale:

$$\dot{V}_1(S(t)) = -S^T Q \text{sign}(S) \quad (V.9)$$

Puisque la matrice $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est définie positive, par conséquent l'expression (V.9) vérifie l'inégalité: $\dot{V}_1(S(t)) < 0, \forall S(t) \neq 0$. Ceci implique à son tour que le vecteur $Er(t)$ des erreurs de poursuite est bornées et tend asymptotiquement vers zéro. Aussi, le vecteur des sorties $y(t)$ est borné de plus il suit le vecteur des trajectoire désirées $y_d(t)$.

• Etape 2

Maintenant, Il faut établir la loi de commande réelle $u(t)$, qui force simultanément la fonction vectorielle $\psi(\xi, \eta)$ et le vecteur de sortie $y(t)$ à suivre leur référence désirée respectivement $\psi_d(t)$ et $y_d(t)$. Dans ce but, le vecteur des surfaces de glissement suivant est choisi:

$$Z(t) = \psi(\xi, \eta) - \psi_d(t) \quad (V.10)$$

On introduit la variable erreur $Z(t)$ dans la dynamique de l'erreur (V.2) celle-ci devient:

$$\dot{Er}(t) = \pi(\eta) + Z(t) + \psi_d(\xi, \eta) - \dot{y}_d(t) \quad (V.11)$$

Si on remplace le terme $\psi_d(t)$ par son expression (V.3e) dans la relation précédente (V.11), celle-ci se réduit à:

$$\dot{E}r = -Q.\text{sign}(S) + \dot{Z}(t) \quad (\text{V.12})$$

Soit la fonction de Lyapounov liée à la dynamique (V.12) définie par:

$$V_2(S, Z) = \frac{1}{2}S^T S + \frac{1}{2}Z^T Z \quad (\text{V.13})$$

Sa dérivée temporelle est donnée par:

$$\dot{V}_2(S, Z) = S^T \dot{S} + Z^T \dot{Z} \quad (\text{V.14})$$

Après substitution de $\dot{S}(t) = \dot{E}r$ par son expression (V.12) dans la relation (V.14), il vient:

$$\dot{V}_2(S, Z) = -S^T Q.\text{sign}(S) + S^T Z + Z^T \dot{Z} \quad (\text{V.15})$$

En exploitation la relation (V.10) et en tenant compte des équations dynamiques (I.11 et I.12) l'expression de $\dot{Z}(t)$ peut être explicitée par:

$$\dot{Z} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} f(\xi, \eta) + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta)u(t) - \dot{\psi}_d(t) \quad (\text{V.16})$$

De plus, vu les relations (V.3b) et (V.3e), l'équation (V.16) prend la forme compacte:

$$\dot{Z}(t) = B(\xi, \eta) + A(\xi, \eta)u(t) \quad (\text{V.17})$$

A ce stade, on introduit la loi de commande (V.3a) dans la relation (17), celle-ci se ramène à:

$$\dot{Z} = -S - K\text{sign}(Z) \quad (\text{V.18})$$

En substituant la dynamique (V.18) dans l'expression (V.15) de la dérivée temporelle de la fonction de Lyapounov, celle-ci prend la forme finale:

$$\dot{V}_2(S, Z) = -S^T Q\text{sign}(S) - Z^T K\text{sign}(Z) \quad (\text{V.19})$$

Du fait que les matrices $Q \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ et $K \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ sont choisies définies positives, par conséquent l'expression (V.19) vérifie l'inégalité: $\dot{V}_2(S, Z) < 0, \forall S, Z \neq 0$. Ceci signifie que les vecteurs des surfaces de glissement $S(t)$ et $Z(t)$ sont bornés de plus ils convergent asymptotiquement vers zéro. Aussi, le vecteur de sortie $y(t)$ suit la valeur désirée $y_d(t)$ et la fonction vectorielle $\psi(\xi, \eta)$ suit le vecteur des valeurs désirées $\psi_d(t)$.

Remarque 1. La détermination du vecteur de commande $u(t)$ n'est possible que si la matrice $A(\eta, \xi)$ garde le même signe le long de la trajectoire d'état du système.

Remarque 2. Il est à noter que la surface de glissement $Z(t)$ est non linéaire.

Remarque 3. Afin d'éliminer les discontinuités, dans la loi de commande (V.3a) et dans la fonction vectorielle $\psi_d(t)$, dues à la présence de la fonction discontinue $\text{sign}(\cdot)$, celle-ci est remplacée par une fonction continue jouant le même rôle:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq \mu \\ -1 & \text{si } x \leq -\mu \\ x/\mu & \text{si } |x| < \mu \end{cases} \text{ ou } \text{sign}(x) = \frac{x}{|x| + \mu} \text{ avec } \mu > 0$$

Remarque 4. Le terme $\dot{\psi}_d(t)$ dans la loi de commande (V.3e) n'est pas directement obtenu de la dérivée numérique mais plutôt il est exprimé en dérivant explicitement la relation (V.3e) qui donne:

$$\dot{\psi}_d(t) = \ddot{y}_d(t) - Q \frac{d\text{sign}(S)}{dt} (\dot{y}(t) - \dot{y}_d(t)) - \frac{d\pi(\eta(t))}{dt}$$

La dérivée de la fonction $\text{sign}(x)$ est effectuée à partir des fonctions similaires données en remarque 2 donc:

$$\frac{d\text{sign}(x)}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{if } |x| \geq \mu \\ 1/\mu & \text{if } |x| < \mu \end{cases} \text{ ou } \frac{d\text{sign}(x)}{dt} = \frac{|x| + x + \mu}{(|x| + \mu)^2} \text{ avec } \mu > 0$$

V.4 Analyse de la Stabilité Interne du système bouclé

Dans la section précédente, nous avons prouvé que les variables $E_r(t)$ et $Z(t)$ restent bornées quelque soit le temps $t \geq 0$. Cependant, la bornitude des variables $E_r(t)$ et $Z(t)$ ne conduit pas directement à la bornitude du vecteur d'état $x = (\xi, \eta)^T$. Ainsi, dans cette section, nous montrons que les états $(\xi(t), \eta(t))$ et la commande $u(t)$ sont bornés quelque soit le temps $t \geq 0$.

Proposition V.2

Supposons que le signal de référence $y_d(t)$ et ses dérivées $\dot{y}_d(t)$ et $\ddot{y}_d(t)$ sont uniformément bornés. Si par ailleurs, les erreurs de poursuite $E_r(t)$ du système (I.10) restent bornées et

convergent vers zéro, alors on a:

- (i) Les états $(\xi(t), \eta(t))$ sont bornés
- (ii) La loi de commande (V.3) est bornée.

Preuve

• Bornitude des états $\eta(t)$

Selon la définition (V.1) des erreurs de poursuite $Er(t)$ et en exploitant la relation (I.10) il s'en suit que:

$$h(\eta) = Er(t) + y_d(t) \quad \forall t \geq 0 \quad (V.20)$$

Nous savons que le vecteur $y_d(t)$ des trajectoires désirées est borné par hypothèse et que le vecteur des erreurs de poursuite $Er(t)$ reste borné quelque soit le temps $t \geq 0$ suite à la stabilité au sens de Lyapounov. Par conséquent, la fonction vectorielle $h(\cdot)$ est bornée pour tout temps $t \geq 0$. De plus, la fonction $h(\eta(t))$ est supposée continue, donc les états $\eta(t)$ ne peuvent être que bornés pour tout le temps $t \geq 0$.

• Bornitude des Etats $\xi(t)$

De la définition (V.10) de la surface de glissement $Z(t)$ et de l'expression associée (V.3e) la relation suivante est déduite:

$$\psi(\xi, \eta) = Z(t) - Q \text{sign}(S(t)) - \pi(\eta) \quad \forall t \geq 0 \quad (V.21)$$

La fonction $\pi(\eta)$ est bornée du au fait qu'elle est continue ayant un argument borné $\eta(t)$. Précédemment, nous avons établi, de la stabilité au sens de Lyapounov, que les variables $S(t)$ et $Z(t)$ sont bornées pour tout $t \geq 0$. Par conséquent, les fonctions $\psi(\cdot)$ sont bornées quelque soit le temps $t \geq 0$. Par ailleurs, ces fonctions sont continues par hypothèses. De ces considérations, il est déduit que les états $\xi(t)$ sont bornés i.e

$$\xi(t) \in L_\infty \quad \forall t \geq 0$$

• Bornitude du Signal de Commande $u(t)$

Puisque la fonction discontinue $\text{sign}(\cdot)$ est remplacée par une fonction continue (voir la remarque 3) donc la fonction vectorielle $\psi_d(t)$ donnée par l'expression (V.3.e) est une fonction continue bornée et ainsi, sa dérivée $\dot{\psi}_d(t)$ est bornée. Les trajectoires désirées $(y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$, les états η et

la fonction $\pi(\eta)$ sont bornés. Par hypothèse, les fonctions $F(\xi(t), \eta(t))$, $f(\xi(t), \eta(t))$, et $g(\xi(t), \eta(t))$ sont continues ayant un vecteur d'état $(\xi(t), \eta(t))$ borné; donc toutes ces fonctions sont bornées. Toutes ces considérations font que, la loi de commande $u(t)$ donnée par (V.3a) où la matrice $A(\xi(t), \eta(t))$ est supposée non singulière, est bornée c.à.d vérifie: $u(t) \in L_\infty \quad \forall t \geq 0$.

V.5 Application à la Machine Asynchrone

5.1 Calcul de la Commande

En considérant le modèle dynamique (I.7) pour lequel les sorties à commander sont le module du flux au rotor $\phi_r = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2$ et la pulsation de rotation du rotor ω_r , ceci conduit au système augmenté de la dynamique de la sortie (I.9). Sur la base de ce système et en appliquant la méthode de synthèse de la commande proposée dans ce chapitre, il vient que la loi de commande $u(t)$ est donnée par [99]:

$$u(t) = -A^{-1}(\xi, \eta)(B(\xi, \eta) + S + K \cdot \text{Sign}(Z(t))) \quad (\text{V.22})$$

avec

$$A(\eta, \xi) = \begin{pmatrix} 2a_3 d_1 \eta_1 & 2a_3 d_1 \eta_2 \\ -b_5 d_1 \eta_2 & b_5 d_1 \eta_1 \end{pmatrix} \quad (\text{V.23})$$

$$B(\eta, \xi) = \begin{pmatrix} 2a_3(\eta_1 f_1 + \eta_2 f_2 + \xi_1 F_1 + \xi_2 F_2) \\ b_5(\xi_2 F_1 + \eta_1 f_2 - \eta_2 f_1 - \xi_1 F_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dot{\psi}_{1d} \\ \dot{\psi}_{2d} \end{pmatrix} \quad (\text{V.24})$$

$$Z(t) = \psi(\xi, \eta) - \psi_d(t) \quad (\text{V.25})$$

$$\psi_d(t) = -Q \text{sign}(S) - \pi(\eta) + \dot{y}_d(t) \quad \text{et} \quad \dot{y}_d(t) = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{ref} & \dot{\omega}_{ref} \end{bmatrix} \quad (\text{V.26})$$

$$S(t) = \begin{bmatrix} (\phi_r - \phi_{ref}) & (\omega_r - \omega_{ref}) \end{bmatrix}^T \quad (\text{V.27})$$

Il apparaît que le déterminant $\det(A) = 2a_3 b_5 d_1^2 (\eta_1^2 + \eta_2^2)$ de la matrice $A(\xi, \eta)$ est non nul dans la condition où le flux au rotor est non nul. Cette condition est vérifiée dès que la machine est alimentée.

5.2 Résultats de la simulation

La fonction $\text{sign}(S)$ est remplacée par une fonction continue telle que:

$$\begin{cases} \text{sign}(S_i) = S_i / \mu_{1i} & \text{si } |S_i| \leq \mu_{1i} \\ \text{sign}(S_i) = 1 & \text{si } S_i > \mu_{1i} \\ \text{sign}(S_i) = -1; & \text{si } S_i < -\mu_{1i} \end{cases}$$

où les valeurs des seuils sont: $\mu_{11} = 2$ et $\mu_{12} = 2$. De la même manière les termes $\text{sign}(Z_1)$ et $\text{sign}(Z_2)$ sont calculés le même type de fonction avec $\mu_{21} = 2$ et $\mu_{22} = 0.1$.

La poursuite de trajectoire du flux et de la vitesse est obtenue avec les valeurs suivantes des gains de réglage:

$$Q = \begin{pmatrix} 1250 & 0 \\ 0 & 1750 \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 20 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 30 \times 10^4 \end{pmatrix};$$

	Erreur du flux $ \phi_{ref} - \phi_r $	Erreur de la vitesse $ \omega_{ref} - \omega_r $
En absence des perturbations	$1.95 \times 10^{-4} \text{ Wb}$	0.037 rd/s
En présence des perturbations	$1.84 \times 10^{-3} \text{ Wb}$	0.22 rd/s

Tab. V: Les erreurs maximales de poursuite du flux et de la vitesse

Les figures (V.1 et V.2) donnent les réponses du moteur en régime de poursuite du flux et de la vitesse. Ces réponses sont obtenues dans le cas où l'entrée de commande est réduite au début du régime transitoire (dans l'intervalle du temps $t \leq 0.1 \text{ s}$) afin d'atténuer la pointe initiale du courant statorique. Cependant, cette réduction affecte le régime de poursuite pendant cet intervalle de temps.

Il apparaît clairement que le flux et la vitesse suivent leurs références avec une bonne précision puisque en régime perturbé les erreurs de poursuite rapportées à leur valeur nominale demeurent faibles (0.76% pour le flux et 0,18% pour la vitesse) et en régime non perturbé ces erreurs se réduisent à 0,07% pour le flux et à 0.025% pour la vitesse (voir Tab.V). Donc, la

poursuite du flux et de la vitesse révèle une bonne robustesse face à ces fortes perturbations dans le cas où le vecteur d'état est complètement connu. En dépit de ces fortes perturbations, ces bonnes performances sont obtenues avec des valeurs des gains de réglage, qui laissent la valeur de la tension statorique dans une gamme admissible pour le moteur considéré ($V_{\max}=1.2V_n$). Cependant cette tension atteint déjà sa valeur de limitation pour une référence de vitesse supérieure à $(2/3)\omega_n$.

V.6 Conclusion

Dans ce chapitre est développée une commande non linéaire en modes glissants pour une classe de système non linéaire en cascade. La conception de cette commande exploite la technique du backstepping. Ainsi, dans une première étape, est déterminée la commande virtuelle en modes glissants qui assure au vecteur de sortie de suivre asymptotiquement la trajectoire désirée. Ensuite, dans la deuxième étape, est déduite la commande réelle en modes glissants qui impose cette loi de commande virtuelle et qui assure conjointement la convergence de l'erreur de poursuite de la sortie. Les résultats de simulation concernant la poursuite de trajectoire du flux et de la vitesse de la MAS ont donnés de bons résultats, ce qui renforce la faisabilité de l'approche proposée. De plus, la loi de commande révèle une bonne robustesse face aux perturbations occasionnées par l'application en même temps du couple de charge nominal et de fortes variations paramétriques.

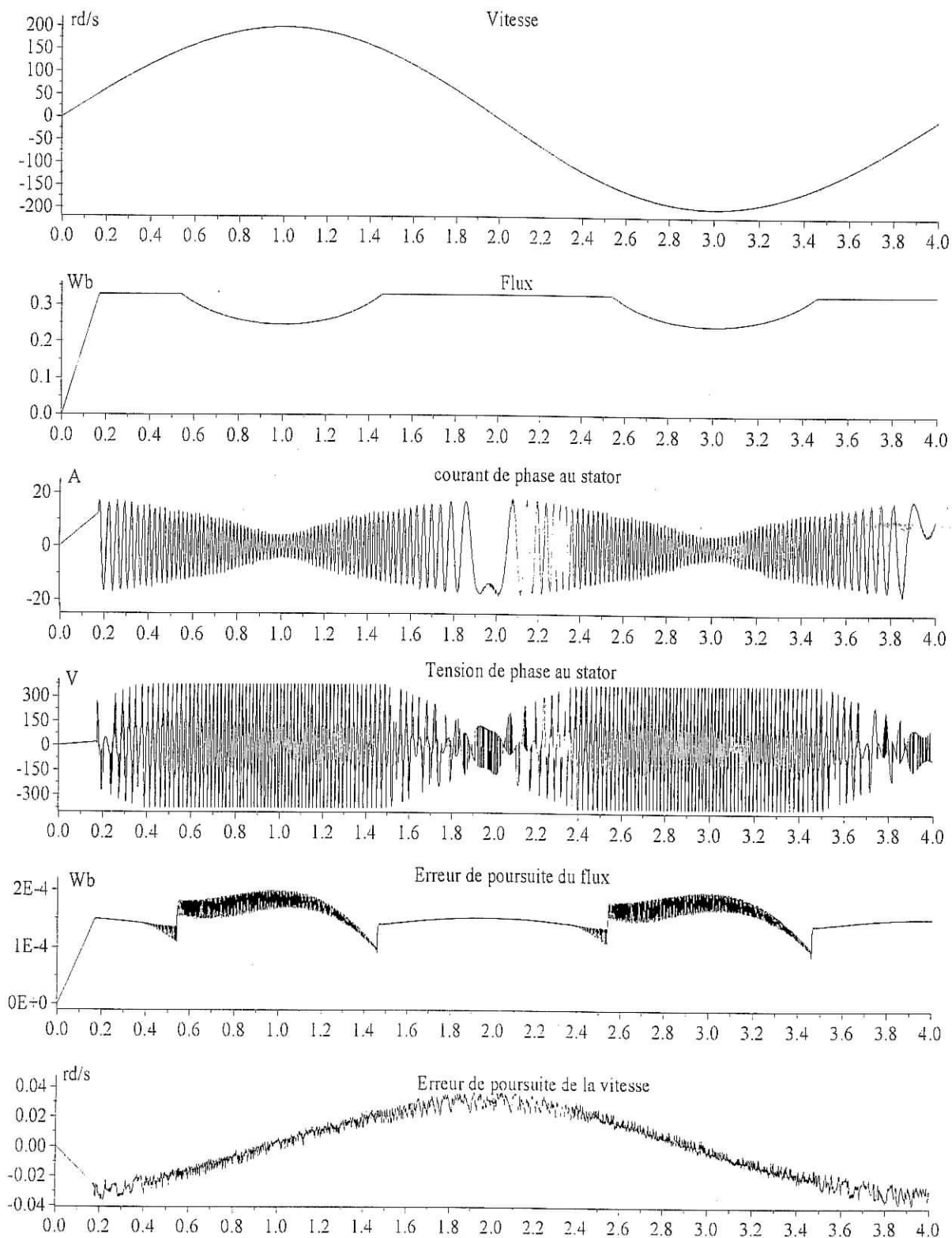


Fig.V.1: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en absence de perturbations

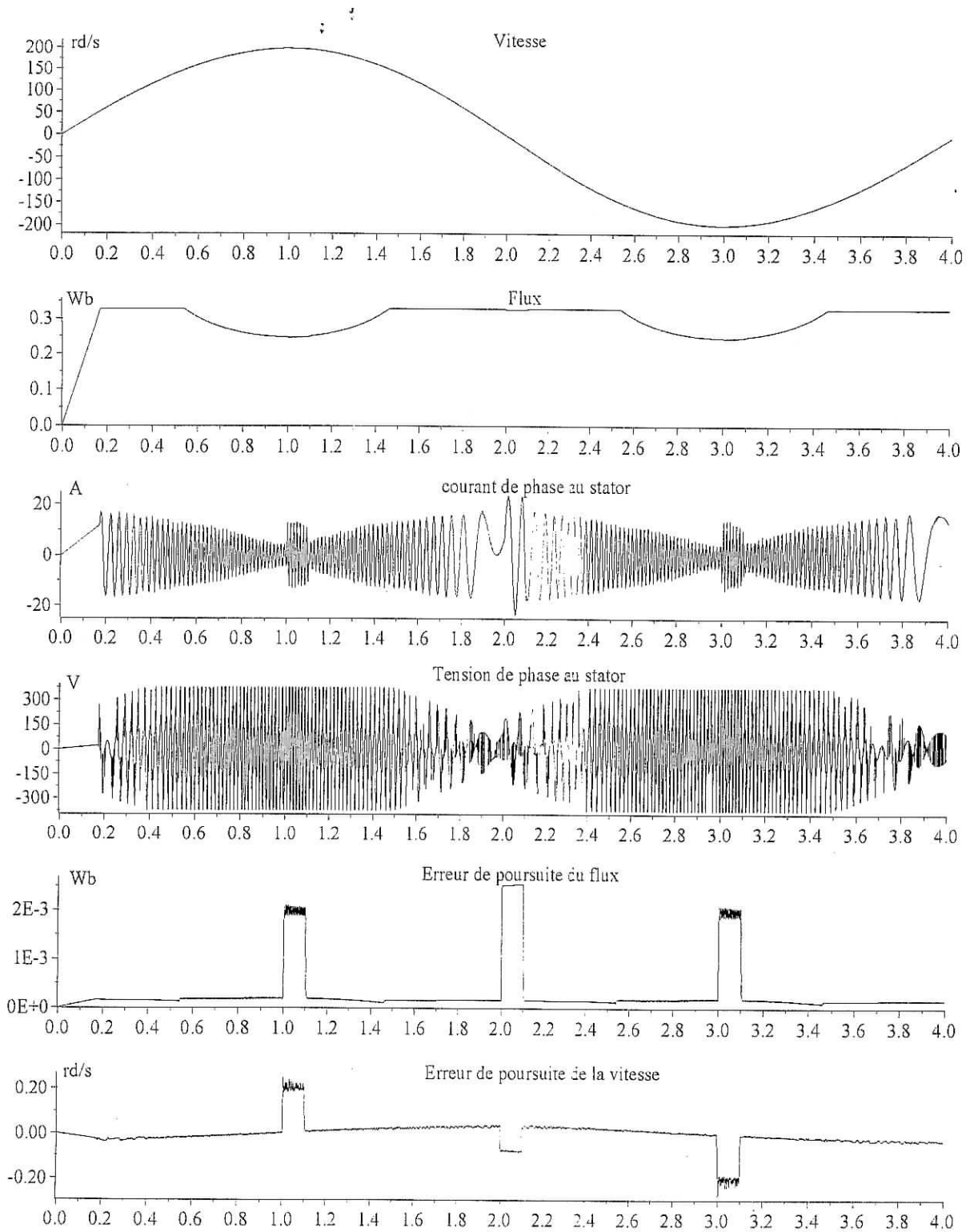


Fig.V.2: Régime de poursuite du flux et de la vitesse en présence des perturbations

Chapitre VI
Observateur Non Linéaire
en Modes Glissants

Chapitre VI

Observateur Non Linéaire en Modes Glissants

VI.1 Introduction

Jusqu'à présent, nous avons supposé que les états du système sont à priori disponibles sans rendre compte de la manière de cette disponibilité. Pour la plupart des systèmes asservis, la rétroaction de tous les états du système est généralement évitée dans la pratique en raison des contraintes physiques ou/et du coût élevé de sa conception. Par conséquent la réduction du nombre de capteurs demeure une question très importante dans le domaine de la commande des systèmes. En outre, dans un système de commande donné, certaines grandeurs ne sont pas du tout accessibles à la mesure ou difficilement mesurables (à cause du manque de fiabilité du capteur ou tout simplement par absence de capteur pour cette grandeur). Aussi, pour toutes ces raisons évoquées, il est judicieux de faire appel à un observateur pour reconstruire les états non mesurables du système en exploitant ses états et ses paramètres connus.

La grande diversité des systèmes non linéaires pose un problème réel quant au développement d'une méthode systématique pour la construction d'un observateur d'état. Pour les systèmes non linéaires, les premiers travaux de Thau et al. [100] et par la suite étendus par Kou et al [101] constituent une bonne base pour la conception des observateurs d'état qui doivent satisfaire une condition suffisante sur la convergence asymptotique de l'erreur du système. Cependant on déplore le manque de méthode directe pour choisir le gain de l'observateur afin de satisfaire la condition suffisante. Dans le cas des systèmes incertains vérifiant les "matching conditions" l'observateur est déduit en exploitant d'une part la méthode de Lyapounov et celle du min-max [102][103] et d'autre par la technique des modes glissants [104]. L'observateur d'Utkin [59], synthétisé en mode glissant pour le cas des systèmes linéaires, est étendu au cas des systèmes non linéaires en [105].

Dans le cadre de nos travaux l'application de la théorie des observateurs est dévolue à la restitution du flux de la machine asynchrone puisque la mesure de cette grandeur est difficile. En effet la mesure du flux peut se faire par sonde à effet hall au niveau de l'entrefer [2] ou par insertion de bobines spéciales dans l'enroulement du stator [106][107]. Ceci exige une préparation spéciale de la machine asynchrone par conséquent cette méthode est généralement évitée par les constructeurs parce qu'elle augmente le coût de la machine et diminue sa fiabilité.

La méthode la plus simple pour restituer le flux consiste à utiliser un estimateur (un modèle) en boucle ouverte. En général, pour estimer le flux de la MAS, on exploite couramment le modèle de la tension au stator ou le modèle du courant statorique [108]. Le modèle en tension admet comme signaux d'entrée la tension et le courant du stator, de ce fait il est sensible à la résistance statorique aux faibles vitesses. Le modèle en courant nécessite comme signaux d'entrée le courant statorique et la vitesse et sa précision est indépendante de la vitesse de travail, cependant il est sensible à la constante de temps du rotor. A partir de ces deux simples modèles, de nombreuses structures beaucoup plus complexes ont vu le jour dans le but d'améliorer l'évaluation du flux. Pour améliorer leurs performances, on fait appel à la théorie des observateurs où on adjoint à l'estimateur une rétroaction qui est généralement représentée soit par l'erreur estimée du courant statorique ou par celle de la tension statorique. Les premiers observateurs ont été synthétisés dans l'espace d'état linéaire où la vitesse est traitée comme paramètre constant [109]-[111]. Certains de ces observateurs implémentent le filtre de Kalman étendu quand seules les grandeurs de sorties sont utilisées [112]-[114]. L'observateur de Luenberger est mis à contribution conjointement avec l'analyse de la stabilité par la méthode de Lyapounov pour assurer l'adaptation de certains paramètres et ainsi compenser leurs dérives [115]-[117]. Une attention particulière est dévolue à la technique des modes glissants pour mettre à profit leur robustesse face aux incertitudes paramétriques, aussi cette technique est largement exploitée pour la conception d'observateurs non linéaires [80][83][118]-[120].

Pour notre part, il est question, dans ce chapitre, de synthétiser un observateur non linéaire en modes glissants pour le vecteur d'état (ξ, η) , en considérant que le vecteur des états ξ est mesurable. La procédure de synthèse de l'observateur en modes glissants est réalisée en deux étapes. Premièrement, est définie une variété attractive $\Psi_c(y, t) \in \mathbb{R}^p$ telle que les trajectoires des erreurs d'estimation des sorties restreintes à $\Psi_c(y, t)$, aient les dynamiques désirées. En second lieu, est déterminé le gain d'observation, pour stabiliser la dynamique équivalente sur $\Psi_c(y, t)$.

VI.2 Observateur des Etats (ξ, η)

Dans cette section, le but est de synthétiser un observateur des états (ξ, η) pour la classe des systèmes non linéaires de la forme (I.10) basé sur la variété Ψ_c . Les états ξ et la

commande $u(t)$ sont supposés mesurables. Dans ce qui suit, $(\hat{\xi}, \hat{\eta})$ dénotent les états observés et $(\tilde{\xi}, \tilde{\eta})$ les erreurs d'observation définies par :

$$\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi} \text{ et } \tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta} \quad (\text{VI.1})$$

L'observateur proposé est constitué par deux sous-systèmes, le premier concerne l'observation de l'état ξ et le second l'observation de l'état η . Le premier est donné par :

$$\dot{\hat{\xi}} = f(\hat{\xi}, \hat{\eta}) + g(\hat{\xi}, \hat{\eta})u + L_1 \text{sign}(S_c) \quad (\text{VI.2})$$

avec $S_c = [S_{c_1} \dots S_{c_p}]^T$ et $L_1 \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ est une matrice diagonale.

La surface S_c est simplement l'erreur d'observation :

$$S_c = \tilde{\xi} \quad (\text{VI.3})$$

La dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{\xi}$ est donc :

$$\dot{\tilde{\xi}} = \tilde{f} + \tilde{g}u - L_1 \text{sign}(S_c) \quad (\text{VI.4})$$

avec

$$\tilde{f}(\xi, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) = f(\xi, \eta) - f(\hat{\xi}, \hat{\eta}) \text{ et } \tilde{g}(\xi, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) = g(\xi, \eta) - g(\hat{\xi}, \hat{\eta}) \quad (\text{VI.5})$$

Les résultats suivants sont établis:

Proposition VI.1

Pour le premier sous-système (VI.2), si les conditions suivantes sont remplies :

i) La commande $u(t)$, les fonctions \tilde{f} et \tilde{g} sont bornées telles que :

$$\begin{aligned} |u_j| &\leq U_{\max} \quad \forall j = 1..m ; \\ |\tilde{f}_i| &< \rho_1, \quad |\tilde{g}_{ij}| < \rho_2 \text{ pour } i=1..p \text{ et } j=1..m \end{aligned}$$

ii) Les éléments de la matrice diagonale des gains L_1 sont pris tels que :

$$L_{1i} \geq \rho_1 + m \cdot \rho_2 \cdot U_{\max} \text{ pour } i=1..p$$

Par conséquent, la variété $\Psi_c = \{\xi \in \mathfrak{R}^p / S_c = 0\}$ est rendue attractive et invariante, de plus les erreurs d'observation $\tilde{\xi}$ convergent asymptotiquement vers zéro.

□

Preuve

En prenant une fonction de Lyapounov de la forme $V_{cl} = 0.5(S_c)^T S_c$, sa dérivée temporelle \dot{V}_{cl} est alors :

$$\dot{V}_{cl} = (S_c)^T \dot{S}_c \quad (\text{VI.6})$$

Du fait que $\dot{S}_c = \tilde{\xi}$, l'expression de \dot{V}_{cl} devient :

$$\dot{V}_{cl} = (S_c)^T (\tilde{f} + \tilde{g}.u - L_1.\text{sign}(S_c)) = \sum_{i=1}^p S_{c,i} (\tilde{f}_i + \tilde{g}_i.u - L_{1i}.\text{sign}(S_{c,i})) \quad (\text{VI.7})$$

Dans le but de rendre \dot{V}_{cl} négative ($\forall S_c \neq 0$), il est suffisant que les coefficients L_{1i} vérifient:

$$L_{1i} > |\tilde{f}_i| + \left| \sum_{j=1}^m \tilde{g}_{ij}.u_j \right| \text{ or on a: } |\tilde{f}_i| + \left| \sum_{j=1}^m \tilde{g}_{ij}.u_j \right| \leq |\tilde{f}_i| + \sum_{j=1}^m |\tilde{g}_{ij}| \|u_j\| \leq \rho_1 + m.\rho_2.U_{\max}$$

$$L_{1i} > \rho_1 + m.\rho_2.U_{\max}, \quad (i=1..p) \quad (\text{VI.8})$$

Par conséquent S_c converge asymptotiquement vers zéro et il en est de même pour l'erreur d'observation $\tilde{\xi}$.

□ □ □

A cette étape de la démonstration, considérons l'observateur de l'état η donné par :

$$\dot{\hat{\eta}} = F(\hat{\xi}, \hat{\eta}) + L_2.\text{sign}(S_c) \quad (\text{VI.9})$$

où $L_2 \in \mathcal{R}^{q \times p}$ est la matrice des gains.

La dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{\eta}$ est donc :

$$\dot{\tilde{\eta}} = \tilde{F}(\hat{\xi}, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) - L_2.\text{sign}(S_c) \quad (\text{VI.10})$$

avec

$$\tilde{F}(\hat{\xi}, \hat{\xi}, \eta, \hat{\eta}) = F(\eta, \hat{\xi}) - F(\hat{\eta}, \hat{\xi})$$

Quand le sous-système (VI.2) est en mode glissant ($\tilde{\xi} = \tilde{\xi} = 0$ où $\hat{\xi} = \xi$), le terme $\text{sign}(S_c)$ est équivalent à:

$$\text{sign}(S_c) \equiv (L_1)^{-1}.\tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{VI.11})$$

avec

$$\tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) = \tilde{f}(\xi, \eta, \hat{\eta}) + \tilde{g}(\xi, \eta, \hat{\eta}).u \quad (\text{VI.12})$$

Par conséquent, le second sous-système devient

$$\dot{\hat{\eta}} = \tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}) - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot \tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{VI.13})$$

L'expression (VI.13) peut être réécrite sous la forme:

$$\dot{\hat{\eta}} = A_o^* \cdot \tilde{\eta} + \tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}) - A_o^* \tilde{\eta} - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) + \tilde{g}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)] \quad (\text{VI.14})$$

où $A_o^* \in \mathfrak{R}^{q \times q}$. Dans une forme compacte on a:

$$\dot{\hat{\eta}} = A_o^* \tilde{\eta} + F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) \quad (\text{VI.15})$$

avec

$$F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) = \tilde{F}(\eta, \hat{\eta}, \xi) - A_o^* \tilde{\eta} - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) + \tilde{g}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)] \quad (\text{VI.16})$$

Les résultats suivants peuvent être énoncés.

Proposition VI.2

Si les conditions suivantes sont remplies :

i) La matrice A_o^* a un spectre négatif, c.a.d pour toute matrice symétrique définie positive Q , il existe une matrice symétrique définie positive P solution de l'équation de Lyapounov :

$$(A_o^*)^T P + P A_o^* = -Q \quad (\text{VI.17a})$$

ii) Les valeurs propres des matrices P et Q vérifient l'inégalité :

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 2\delta \quad (\text{VI.17b})$$

avec $\lambda_{\min}(Q)$ et $\lambda_{\max}(p)$ dénote respectivement la plus petite et la plus grande valeur propre.

iii) Les fonctions $F(\xi, \eta)$, $f(\xi, \eta)$ et $g(\xi, \eta)$ sont globalement Lipchitziennes en η pour toute valeur fixée de (ξ, u) :

$$\begin{aligned} \|\tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta})\| &= \|F(\xi, \eta) - F(\xi, \hat{\eta})\| < \delta_1 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \xi \in \mathfrak{R}^p \\ \|\tilde{f}(\xi, \eta, \hat{\eta})\| &= \|f(\xi, \eta) - f(\xi, \hat{\eta})\| < \delta_2 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \xi \in \mathfrak{R}^p \\ \|\tilde{g}(\xi, \eta, \hat{\eta}) \cdot u\| &= \|g(\xi, \eta) - g(\xi, \hat{\eta})\| \cdot \|u\| < \delta_3 \cdot \|\tilde{\eta}\|, \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q, \xi \in \mathfrak{R}^p \quad \forall u \in \mathfrak{R}^m \end{aligned} \quad (\text{VI.17c})$$

iv) La matrice des gains L_2 est choisie telle que sa norme vérifie la condition :

$$0 < \|L_2\| < \frac{\delta - \delta_1 - \sigma_{\max}(A_o^*)}{\|(L_1)^{-1}\|(\delta_2 + \delta_3)} \quad (\text{VI.17d})$$

où $\sigma_{\max}(A_o^*)$ dénote la plus grande valeur singulière de la matrice A_o^*

Par conséquent, l'erreur d'observation $\tilde{\eta}$ converge exponentiellement vers zéro. □

Preuve

La norme de la fonction $F^*(\eta, \hat{\eta}, \xi, u)$ vérifie la relation:

$$\|F^*\| < \|\tilde{F}\| + \|A_o^* \cdot \tilde{\eta}\| + \|L_2(L_1)^{-1} \cdot [\tilde{f} + \tilde{g} \cdot u]\| \quad (\text{VI.18})$$

Sous les conditions (VI.17c), l'inégalité suivante est toujours vérifiée:

$$\|F^*\| \leq \delta_1 \|\tilde{\eta}\| + \sigma_{\max}(A_o^*) \|\tilde{\eta}\| + \|L_2\| \|(L_1)^{-1}\| \cdot [\delta_2 \|\tilde{\eta}\| + \delta_3 \|\tilde{\eta}\|] \quad (\text{VI.19})$$

ou encore:

$$\|F^*\| \leq (\delta_1 + \sigma_{\max}(A_o^*) + \|L_2\| \|(L_1)^{-1}\| \cdot [\delta_2 + \delta_3]) \|\tilde{\eta}\| \quad (\text{VI.20})$$

Si la norme de la matrice L_2 vérifie la condition (VI.17d) par conséquent la fonction $F^*(\eta, \hat{\eta}, \xi, u)$ vérifie la condition:

$$\|F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)\| < \delta \|\tilde{\eta}\| \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q, \forall \xi \in \mathfrak{R}^p, \forall u \in \mathfrak{R}^m \quad (\text{VI.21})$$

Comme dans [100]-[101], considérons la fonction de Lyapounov donnée par $V_{c2} = (\tilde{\eta})^T \cdot P \cdot \tilde{\eta}$; sa dérivée temporelle le long de la dynamique (VI.15) est donc :

$$\dot{V}_{c2} = (\dot{\tilde{\eta}})^T \cdot P \cdot \tilde{\eta} + (\tilde{\eta})^T \cdot P \cdot \dot{\tilde{\eta}} \quad (\text{VI.22})$$

$$\dot{V}_{c2} = -(\tilde{\eta})^T \cdot Q \cdot \tilde{\eta} + 2 \cdot (\tilde{\eta})^T \cdot P \cdot F^*(\eta, \hat{\eta}, \xi, u) \quad (\text{VI.23})$$

Du fait que la fonction $F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)$ vérifie (VI.21) et en utilisant la propriété de la norme d'une matrice, par conséquent à partir de (VI.23) est déduite l'inégalité suivante:

$$\dot{V}_{c2} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\tilde{\eta}\|^2 + 2 \cdot \delta \cdot \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{VI.24})$$

$$\dot{V}_{c2} \leq -\left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} - 2\delta\right) \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{VI.25})$$

comme :

$$V_{c2} = (\tilde{\eta})^T \cdot P \cdot \tilde{\eta} \leq \lambda_{\max}(P) \|\tilde{\eta}\|^2 \quad (\text{VI.26})$$

donc

$$\dot{V}_{c2} \leq -\left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} - 2\delta\right) V_{c2} \quad (\text{VI.27})$$

Avec la condition $\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} > 2\delta$, \dot{V}_{e2} est rendu négative $\forall \tilde{\eta} \neq 0$ et par conséquent, l'erreur d'observation $\tilde{\eta}$ converge exponentiellement vers zéro.

□□□

Remarque 1

Notant que dans le cas simple où la fonction $\tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta})$ et $\tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)$ sont linéaires par rapport à l'erreur d'observation:

$$\tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}) = A_o \tilde{\eta} \text{ et } \tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) = B_o \tilde{\eta} \quad (\text{VI.28})$$

où les matrices A_o et B_o varient lentement.

donc, la dynamique de l'erreur d'observation prend la forme:

$$\dot{\tilde{\eta}} = (A_o - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot B_o) \tilde{\eta}$$

Il est suffisant de prendre la matrice des gains L_2 comme:

$$L_2 = (\Lambda + A_o) \cdot (B_o)^{-1} L_1 \quad (\text{VI.29})$$

avec

$$\Lambda = \text{diag}[\gamma_1 \dots \gamma_q], \gamma_i > 0 \text{ et } i=1 \dots q$$

ainsi, l'erreur d'observation est forcée de prendre la dynamique exponentiellement stable:

$$\dot{\tilde{\eta}} = -\Lambda \tilde{\eta}$$

Remarque 2

Dans le cas où les fonctions $\tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta})$ et $\tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u)$ sont de la forme :

$$\tilde{F}(\xi, \eta, \hat{\eta}) = A_o \tilde{\eta} + F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}) ; \tilde{G}(\xi, \eta, \hat{\eta}, u) = B_o \tilde{\eta} \quad (\text{VI.30})$$

Aussi, l'erreur d'observation est donnée par:

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_o^* \tilde{\eta} + F^*(\xi, \eta, \hat{\eta}) \quad (\text{VI.31})$$

avec $A_o^* = A_o - L_2 \cdot (L_1)^{-1} \cdot B_o$

et, si la fonction $F^*(\xi, \eta)$ respecte la condition:

$$\|F^*(\xi, \eta, \hat{\eta})\| < \delta \cdot \|\tilde{\eta}\| \quad \forall \eta, \hat{\eta} \in \mathfrak{R}^q \text{ et } \xi \in \mathfrak{R}^p \quad (\text{VI.32})$$

Pour que l'erreur d'observation converge exponentiellement vers zéro, il est suffisant de choisir la matrice des gains L_2 telle que la matrice A_o^* vérifie les conditions (VI.17a) et (VI.17b) de la *proposition VI.2*.

VI.3 Application à la MAS

3.1 Observateur du Flux

Dans cette section, le but est de synthétiser un observateur en mode glissant du courant et du flux en se basant sur la variété S_c . Les composantes du courant statorique (ξ_1, ξ_2), la vitesse de rotation du rotor ω_r et les composantes du vecteur d'entrée (u_1, u_2) sont supposés mesurables. De plus, La dynamique de la vitesse de rotation ω_r est supposée plus lente que celle du flux et du courant. Dans ce qui suit, $(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2)$ dénotent les courant observés, $(\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2)$ les flux observés, $(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2)$ les erreurs d'observation du courant et $(\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2)$ les erreurs d'observations du flux. De plus, nous considérons que le flux réel est borné comme suit:

$$|\eta_1| < \rho_1 ; |\eta_2| < \rho_2.$$

Aussi, des équations (1.7) de la MAS, on propose l'observateur du courant au stator (ξ) de la forme:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\xi}}_1 \\ \dot{\hat{\xi}}_2 \end{pmatrix} = -a_1 \begin{pmatrix} \hat{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_2 \end{pmatrix} + A_o \begin{pmatrix} \hat{\eta}_1 \\ \hat{\eta}_2 \end{pmatrix} - L_1 \begin{pmatrix} \text{sign}(S_{c1}) \\ \text{sign}(S_{c2}) \end{pmatrix} + d_1 \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (\text{VI.33})$$

avec :

$$A_o = \begin{pmatrix} b_1 & c_1 \omega_r \\ -c_1 \omega_r & b_1 \end{pmatrix} ; L_1 = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{VI.34})$$

La dynamique des l'erreurs d'observation $(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2)$ est alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{\xi}}_1 \\ \dot{\tilde{\xi}}_2 \end{pmatrix} = -a_1 \begin{pmatrix} \tilde{\xi}_1 \\ \tilde{\xi}_2 \end{pmatrix} + A_o \begin{pmatrix} \tilde{\eta}_1 \\ \tilde{\eta}_2 \end{pmatrix} - L_1 \begin{pmatrix} \text{sign}(S_{c1}) \\ \text{sign}(S_{c2}) \end{pmatrix} \quad (\text{VI.35})$$

Les coefficients L_{11} et L_{12} doivent être pris tels que:

$$L_{11} \geq a_1 |\tilde{\xi}| + b_1 (\rho_1 + |\hat{\eta}_1|) + c_1 \omega_r (\rho_2 + |\hat{\eta}_2|) \quad (\text{VI.36a})$$

$$L_{12} \geq a_1 |\tilde{\xi}| + b_1 (\rho_2 + |\hat{\eta}_2|) + c_1 \omega_r (\rho_1 + |\hat{\eta}_1|) \quad (\text{VI.36b})$$

De même des équations (I.7) de la MAS, on propose l'observateur du flux (η_1, η_2) de la forme:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\eta}}_1 \\ \dot{\hat{\eta}}_2 \end{pmatrix} = a_3 \begin{pmatrix} \hat{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_2 \end{pmatrix} + B_o \begin{pmatrix} \hat{\eta}_1 \\ \hat{\eta}_2 \end{pmatrix} - L_2 \begin{pmatrix} \text{sign}(S_{c1}) \\ \text{sign}(S_{c2}) \end{pmatrix} \quad (\text{VI.37})$$

avec

$$B_o = \begin{pmatrix} -b_3 & -\omega_r \\ \omega_r & -b_3 \end{pmatrix}$$

et la dynamique des erreurs $(\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2)$ prend la forme:

La figure (VI.1) donne les réponses de la machine en régime de poursuite avec observation du flux en absence de toute perturbation. Leur analyse révèle que l'erreur d'observation du flux de 0.47% est beaucoup plus faible que l'erreur de poursuite du flux de 1.45% par contre celle de la vitesse de 0.024% demeure très faible.

Par contre, en régime perturbé (Fig. VI.2) l'erreur de poursuite du flux augmente à la valeur de 34.5% du fait que le flux observé est fourni avec une erreur du même niveau de 35%. On note également que ces erreurs sont en opposition. En dépit de cela, l'erreur de poursuite de la vitesse est faiblement affectée par ce manque de précision de l'observateur du flux, aussi celle-ci demeure faible (1%). De plus, il faut signaler que ces essais de robustesse se sont restreints à une diminution des inductances de 5% au stator et 10% au rotor et une augmentation des résistances au rotor de 100%. En effet, les différents tests effectués ont montré que l'observateur du flux reste robuste face à la variation des résistances au rotor mais qu'il est très affecté par la variation des inductances. En outre, les erreurs de poursuite de la vitesse demeurent satisfaisantes même pour les fortes variations des paramètres et malgré inadéquation de l'observateur du flux.

VI.4 Conclusion

Nous avons développé un observateur des états (ξ, η) par la technique des modes glissants non linéaires pour les systèmes dynamiques de la forme (I.11) en considérant que les états ξ sont mesurables. La dynamique de cet observateur est constituée de deux sous-systèmes, le premier concerne les états ξ et le second est dédié aux états η où la surface de glissement pour l'observation n'est autre que l'erreur d'observation $\tilde{\xi}$. L'analyse a permis de déterminer les gains d'observation des deux sous-systèmes. Cependant, les gains du 2^{ième} sous-système ne sont valables qu'une fois le 1^{ier} sous-système est en modes glissants.

Cette procédure est appliquée à la synthèse d'un observateur du flux rotorique de la MAS en considérant que les courants au stator sont mesurables et que la vitesse de rotation évolue lentement par rapport aux grandeurs électriques. Les résultats de la simulation de la commande en modes glissants avec observation du flux ont montré que la poursuite de la vitesse est satisfaisante même en présence de fortes perturbations. Cependant, l'observateur du flux s'est révélé très sensible aux variations des inductances de la machine mais peu sensible à celles des résistances.

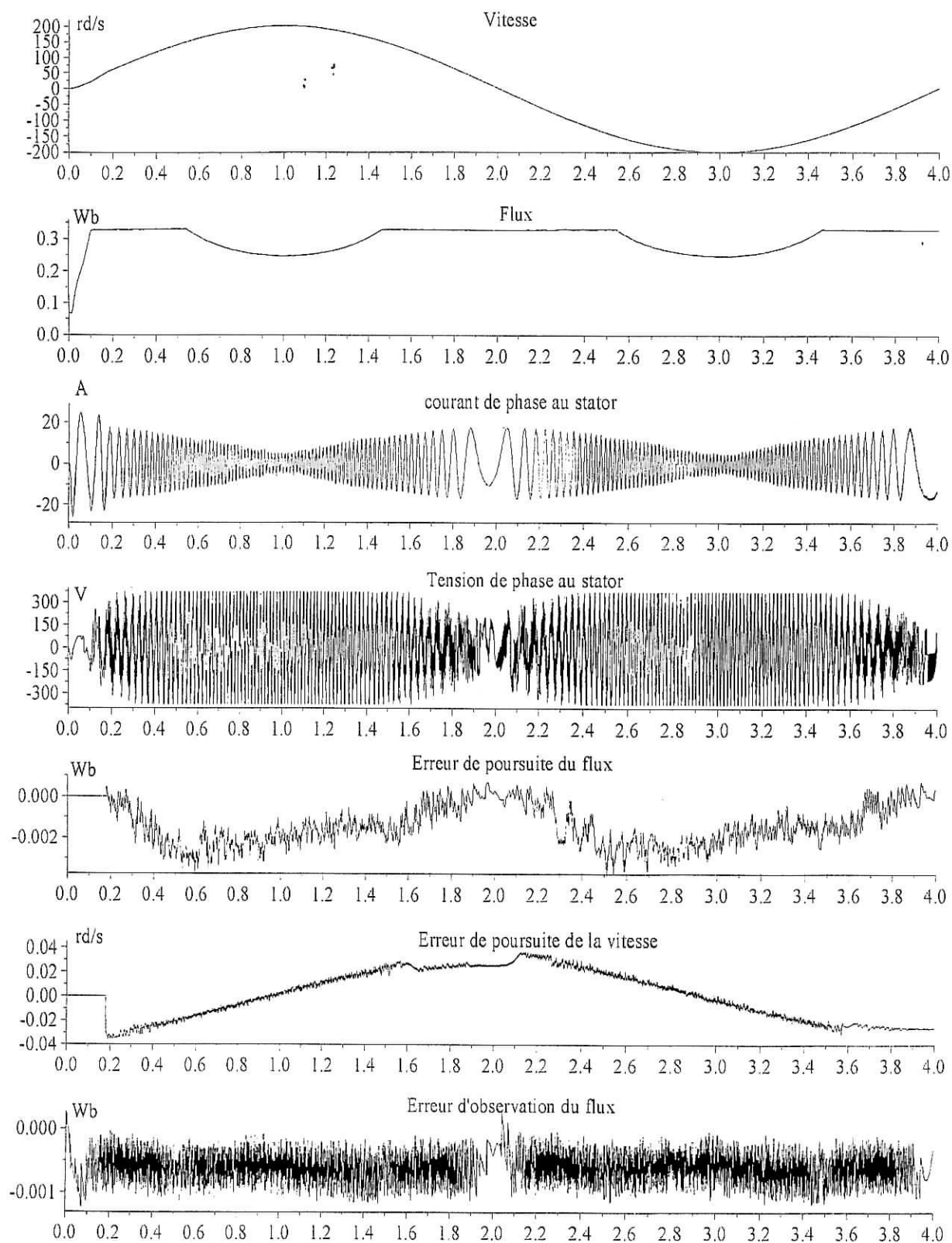


Fig. VI.1: Régime de poursuite du flux et de la vitesse avec observateur du flux en absence des perturbations

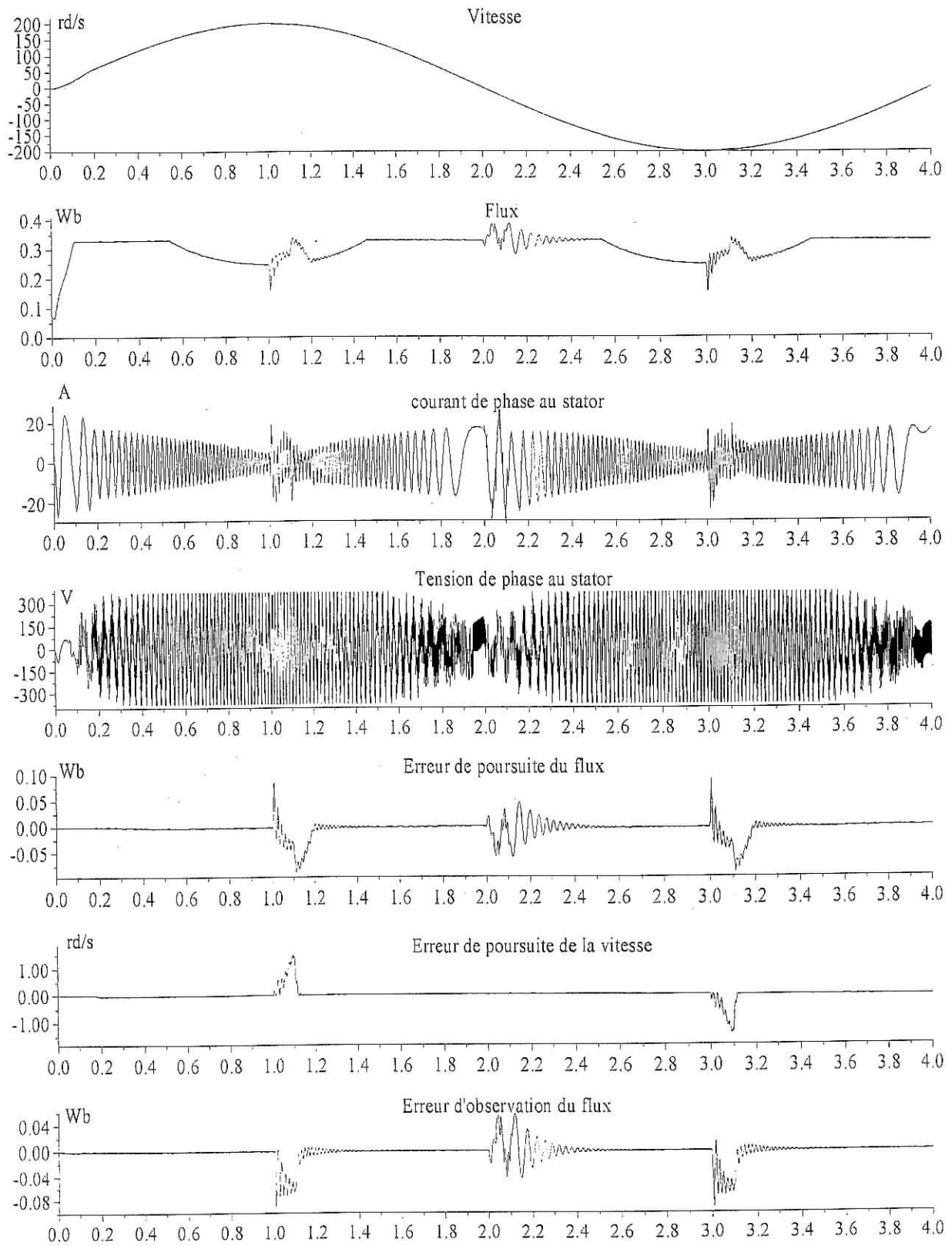


Fig. VI.2: Régime de poursuite du flux et de la vitesse avec observateur du flux en présence des perturbations

Chapitre VIII

Comparaison et Conclusion Générale

Chapitre VII

Comparaison et Conclusion Générale

VII.1 Comparaison des quatre stratégies de commande

On note par E_r le vecteur des erreurs de poursuite et \dot{E}_r sa dérivée :

$$E_r = (\dot{y} - y_d(t)) \text{ et } \dot{E}_r = (\dot{y} - \dot{y}_d(t)) \quad (\text{VII.1})$$

- **Cas de la commande par la méthode de Lyapounov**

On remplace l'erreur de poursuite filtrée par $S(t) = E_r + Q \cdot \dot{E}_r$ dans l'expression de la commande (II.4) celle-ci devient:

$$u(t) = -A^{-1}(B_{co} + B_{ad}) \quad (\text{VII.2})$$

$$A = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (\text{VII.3})$$

$$B_{co} = \frac{\delta H(\xi, \eta)}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_d \quad (\text{VII.4})$$

$$B_{ad} = (Q + K) \cdot \dot{E}_r + K \cdot Q \cdot E_r \quad (\text{VII.5})$$

- **Cas de la commande en cascade par la méthode de Lyapounov**

Si on impose à la fonctions $\Lambda(\cdot)$ la forme suivante: $\Lambda(e_i) = e_i/2$ donc le terme $\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i}$ serait

$\frac{d\Lambda(e_i)}{de_i} = e_i$ et par conséquent les termes $\bar{\Lambda}$, ψ_d et $\dot{\psi}_d$ s'écrivent sous la forme:

$$\bar{\Lambda} = E_r \quad (\text{VII.6})$$

$$\psi_d = -Q \cdot E_r - \pi(\eta) + \dot{y}_d \quad (\text{VII.7})$$

$$\dot{\psi}_d = -Q \cdot \dot{E}_r - \frac{\delta \pi}{\delta \eta} F + \ddot{y}_d \quad (\text{VII.8})$$

Avec ces précisions la loi de commande (III.3) prend la forme générale:

$$u(t) = -A^{-1}(B_{co} + B_{ad}) \quad (VII.9)$$

$$A = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (VII.10)$$

$$B_{co} = \frac{\delta H(\xi, \eta)}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \Psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_d \quad (VII.11)$$

$$B_{ad} = Q \dot{E}_r + E_r + K \bar{S}(\psi - \psi_d) \quad (VII.12)$$

- **Cas de la commande par les modes glissants**

En remarquant que $S = E_r$, il vient que la loi de commande (IV.6) peut s'écrire sous la forme générale:

$$u(t) = -A^{-1}(B_{co} + B_{ad}) \quad (VII.13)$$

$$A = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (VII.14)$$

$$B_{co} = \frac{\delta H(\xi, \eta)}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \Psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_d \quad (VII.15)$$

$$B_{ad} = K \dot{E}_r + K \text{Sign}(E_r) \quad (VII.16)$$

- **Cas de la commande en cascade par les modes glissants**

Il apparaît que la surface $S(t)$ et les termes ψ_d et $\dot{\psi}_d$ s'écrivent encore sous la forme:

$$S(t) = E_r \quad (VII.18)$$

$$\psi_d = -Q \text{Sign}(E_r) - \pi(\eta) + \dot{y}_d \quad (VII.19)$$

$$\dot{\psi}_d = -Q \frac{d \text{Sign}(E_r)}{dt} - \frac{\delta \pi}{\delta \eta} F + \ddot{y}_d \quad (VII.20)$$

Avec ces éclaircissements, il vient que la loi de commande (V.3) se met sous la forme commune:

$$u(t) = -A^{-1}(B_{co} + B_{ad}) \quad (VII.21)$$

$$A = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} g(\xi, \eta) \quad (\text{VII.22})$$

$$B_{\infty} = \frac{\delta H(\xi, \eta)}{\delta \eta} F(\xi, \eta) + \frac{\delta \psi}{\delta \xi} f(\xi, \eta) - \ddot{y}_d \quad (\text{VII.23})$$

$$B_{ad} = Q \frac{d\text{Sign}(E_r)}{dt} + E_r + K\text{Sign}(\psi - \psi_d) \quad (\text{VII.24})$$

Ainsi, ces quatre lois de commande admettent deux termes communs (A et B_{∞}) et un terme additif B_{ad} . Les termes communs dépendent de la dynamique du système et de la référence $\ddot{y}_d(t)$. Par contre le terme additif B_{ad} ne dépend que du vecteur des erreurs E_r , de plus sa structure est liée à la procédure de commande utilisée. Il apparaît clairement que les lois de commande synthétisées par la procédure en cascade contiennent plus de termes mathématiques que les deux autres restantes. En effet, ces commandes nécessitent en plus le calcul des termes $\psi(\xi, \eta)$ et $\psi_d(t)$. Par conséquent les commandes directes par la méthode de Lyapounov et par les modes glissants requièrent moins de temps de calcul pour leur exécution.

	Erreur de poursuite du flux		Erreur de poursuite de la vitesse	
	Sans perturbations	Avec perturbations	Sans perturbations	Avec perturbations
Ly	0.024%	0.6%	0.02%	0.18%
Ly_Cd	0.023%	1.13%	0.02%	0.12%
Mg	0.06%	0.55%	0.025%	0.15%
Mg_Cd	0.068%	0.76%	0.025%	0.18%

Tab. VII Valeurs maximales des erreurs de poursuite pour la synthèse de la commande par:

1. Lyapounov (Ly), 2. Lyapounov en cascade (Ly-Cd), 3. Modes glissants (Mg); 4. les modes glissants en cascade (Mg-Cd)

Les erreurs maximales de poursuite du flux et de la vitesse sont rassemblées au tableau VII. Une analyse de ces résultats montre qu'en absence de toute perturbation les commandes par

la méthode de Lyapounov (Ly et Ly_Cd) présentent de hautes performances pour la poursuite du flux et de la vitesse. En régime perturbé, si la performance recherchée concerne surtout la grandeur vitesse, il apparaît que la commande la plus performante est celle par Lyapounov en cascade (Ly_Cd) puisqu'elle impose l'erreur de poursuite la plus faible de (0.12%).

VII.2 Conclusion Générale

Pour la plupart des théories de la commande, la synthèse de la loi commande d'un système donné exige nécessairement la connaissance au moins de la structure de son modèle. Les machines électriques classiques sont généralement représentées par différents modèles dépendant du choix du vecteur d'état et de l'application envisagée. La majeure partie des travaux existants sur la commande des machines électriques sont effectués pour chaque machine séparément et en fonction du modèle de représentation. Partant de ce constat, il est montré que le modèle dynamique de la machine synchrone à aimants dans le repère (d, q), de la machine à courant continu à excitation indépendante, celui de la machine asynchrone triphasée ou biphasé dans le repère (α, β), appartiennent à une même classe de système dynamique non linéaire en cascade. A ce niveau, il faut noter que d'autres machines peuvent se mettre sous cette même classe du fait que celle-ci transcrit le sens de la transformation de l'énergie de l'entrée vers la sortie.

Cette classe non linéaire est caractérisée par le fait qu'elle est multi variable carrée et affine en la commande dont les sorties sont des fonctions continues radialement non bornées. Vue la forme du système non linéaire obtenu, le problème posé par la commande ne peut être traité que dans le cadre de la théorie non linéaire. La richesse et la diversification de la théorie de la commande non linéaire ne permettent pas de résoudre ce problème en exploitant toutes les techniques existantes. Par conséquent, l'on est restreint à la théorie de la stabilité au sens de Lyapounov et la théorie des modes glissants appliquées pour le système non linéaire dans sa structure simple ou en cascade à l'aide de la technique du backstepping. Ce choix est dicté par le fait que ces deux procédures sont des outils puissants de l'automatique largement appliquées à divers problèmes de commande. Ces procédures manifestent des propriétés de robustesse face aux incertitudes de modélisation comme elles préservent le caractère non linéaire du système puisqu'elles ne procèdent pas par compensation des non linéarités.

Par conséquent, sur la base de la forme dynamique proposée, il est développé la loi de commande par les procédures suivantes:

- la stabilité au sens de Lypounov,
- les modes glissants,
- Lyapounov avec backstepping,
- les modes glissants et backstepping.

Le fait d'exploiter le même modèle pour le problème de poursuite de la trajectoire du vecteur de sortie, permet de dégager des lois de commande qui montrent des similitudes représentées par l'expression de la matrice de découplage $A(\xi, \eta)$ et le terme $B_{co}(\xi, \eta)$ ainsi que des différences représentées par les termes $\psi(\xi\eta)$ et $\psi_d(t)$ lesquels apparaissent uniquement pour les deux commandes avec backstepping.

Les fonctions de Lyapounov utilisées sont des fonctions quadratiques de l'erreur filtrée (ou de la surface de glissement) pour les deux premières commandes auxquelles il faut adjoindre un terme quadratique de l'erreur ($\psi(\xi\eta) - \psi_d(t)$) pour les commandes avec backstepping. Les démonstrations de la stabilité pour les quatre commandes, s'appuyant sur la seconde méthode de Lyapounov, permettent de vérifier que les états du système, les commandes et les sorties sont bornés. En conséquence, le vecteur des erreurs de poursuite satisfait la globale asymptotique convergence, sauf que la procédure par la stabilité au sens Lypounov sans a priori sur la structure en cascade a donné une convergence exponentielle. Il est également déterminé les conditions pour lesquelles la commande par les modes glissants reste robuste face aux incertitudes entachant le modèle du système non linéaire.

Il est également développé un observateur d'état par la technique des modes glissants pour cette classe de système non linéaire en cascade en considérant que les états influencés explicitement par la commande sont mesurables et les états restants sont non mesurables. Dans le cas où les fonctions caractérisant la dynamique du système sont Lipchitziennes, il est déterminé la condition sur les matrices des gains d'observation pour assurer la convergence exponentielle de l'erreur d'observation. Dans le cadre de nos travaux, l'application de la théorie des observateurs est dévolue à la restitution du flux de la machine asynchrone puisque la mesure de cette grandeur est difficile.

L'application de ces quatre lois de commandes au problème de poursuite des trajectoires du flux et de la vitesse de la machine asynchrone est directe puisque la classe générale étudiée est

identique au modèle dynamique de la MAS. Ainsi, la détermination de ces commandes est rendue aisée. Il apparaît que la commande n'est globalement définie qu'à condition que la machine soit magnétisée initialement. Les simulations de ces commandes effectuées pratiquement dans les mêmes conditions (algorithme d'intégration des équations, pas de calcul, limitation des commandes à la même valeur) ont donné des résultats satisfaisants puisque les erreurs de poursuite restent faibles même en présence des perturbations représentées par des variations sévères de paramètres et l'application de la charge nominale à condition que le vecteur d'état soit connu. Dans le cas où le flux est observé, l'erreur d'observation est sensible aux variations des inductances de la machine. Concernant la commande par les modes glissants appliquée à la machine asynchrone, il est montré que celle-ci est insensible aux résistances statoriques et rotoriques, si le circuit magnétique de l'induit est au moins aussi saturé que celui du stator. Dans le cas contraire, la commande devient singulière. L'étude comparative restreinte à l'erreur de poursuite de la vitesse en présence des perturbations révèle que c'est la commande par la méthode de Lyapounov avec backstepping qui a donné de meilleurs résultats.

Il est possible d'exploiter ces mêmes commandes en adaptatif afin d'améliorer la précision de poursuite et surtout pour limiter la tension d'entrée à une valeur maximale inférieure à la valeur de $1.2V_n$ si cette dernière paraît excessive. Pour cette classe de systèmes non linéaires, il est souhaitable d'étendre les travaux vers d'autres types de commandes, par exemple les commandes optimales et la procédure H_∞ robuste.

Annexe A

Modélisation de la Machine Asynchrone

1. Hypothèses Simplificatrices

La modélisation de la machine asynchrone est effectuée en admettant les suppositions suivantes:

- l'additivité du flux;
- la constance des inductances propres;
- les inductances mutuelles entre enroulements statoriques et rotoriques varient selon une loi sinusoïdale en fonction de l'angle électrique entre leurs axes magnétiques.

Celles-ci ne sont possibles qu'en conséquence et moyennant les hypothèses, communément admises, ci-dessous :

- l'entrefer est constant;
- l'influence de l'effet de peau et de l'échauffement sur les caractéristiques est négligée;
- le circuit magnétique du stator et du rotor est non-saturé.

2. Equations Electriques de la Machine Asynchrone

En tenant compte de ces hypothèses, la machine asynchrone triphasée à rotor en court-circuit est alors représentée, en utilisant la notation vectorielle, par les équations des phases statoriques et rotoriques suivantes:

$$\begin{cases} [R_s] [i_s] + \frac{d[\phi_s]}{dt} = [v_s] \\ [R_r] [i_r] + \frac{d[\phi_r]}{dt} = 0 \end{cases} \quad (A-1)$$

Où le vecteur tension statorique $[v_s]$, les vecteurs courant statorique $[i_s]$ et rotorique $[i_r]$, et les vecteurs flux statoriques $[\phi_s]$ et rotorique $[\phi_r]$ ont pour composantes les grandeurs physiques des trois phases (notées par a, b, c). Par conséquent, ces vecteurs représentent donc:

$$\begin{aligned}
[v_s] &= [v_a \quad v_b \quad v_c]^T ; \\
[i_s] &= [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs}]^T ; \quad [i_r] = [i_{ar} \quad i_{br} \quad i_{cr}]^T \\
[\phi_s] &= [\phi_{as} \quad \phi_{bs} \quad \phi_{cs}]^T ; \quad [\phi_r] = [\phi_{ar} \quad \phi_{br} \quad \phi_{cr}]^T
\end{aligned} \tag{A-2}$$

Le vecteur flux statorique $[\phi_s]$ et rotorique $[\phi_r]$ sont liés au vecteur courant statorique $[i_s]$ et au vecteur courant rotorique $[i_r]$ par :

$$\begin{cases} [\phi_s] = [l_s] i_s + [M_{sr}] i_r \\ [\phi_r] = [M_{sr}]^T i_s + [l_r] i_r \end{cases} \tag{A-3}$$

Les matrices résistances ($[R_s]$ et $[R_r]$) et les matrices inductances ($[l_s]$, $[l_r]$, $[M_{sr}]$) sont données par

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} ; \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \tag{A-4}$$

$$[l_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} ; \quad [l_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \tag{A-5}$$

$$[M_{sr}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{A-6}$$

Où

R_s, R_r : Résistance d'une phase statorique, résistance d'une phase rotorique.

l_s, l_r : Inductance propre d'une phase statorique, et celle d'une phase rotorique.

M_s, M_r : Inductance mutuelle entre phase statorique et celle entre phase rotorique.

M_{sr} : Amplitude de l'inductance mutuelle entre phase statorique et rotorique.

θ : Angle entre les axes magnétiques du stator et du rotor.

Il est clair que l'écriture des équations (A-1) en fonction des courants conduit à un système d'équations à coefficients dépendants du temps, d'où la complexité de leur résolution. Ce problème est résolu en ayant recours à la transformation de Park laquelle permet d'obtenir un modèle biphasé équivalent à coefficients constants.

I.3 Modèle biphasé de la MAS

La transformation de Park fait projeter les enroulements d'axes a, b, et c sur un repère à deux axes fictifs d et q en quadrature. Ce nouveau repère (d, q) peut tourner à une vitesse arbitraire ω_a comme il peut être fixe. La transformation assurant la conservation de la puissance instantanée est donnée par la matrice de Park ci-dessous :

$$P(\theta_x) = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_x) & \cos(\theta_x - 2\pi/3) & \cos(\theta_x + 2\pi/3) \\ -\sin(\theta_x) & -\sin(\theta_x - 2\pi/3) & -\sin(\theta_x + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (A-7)$$

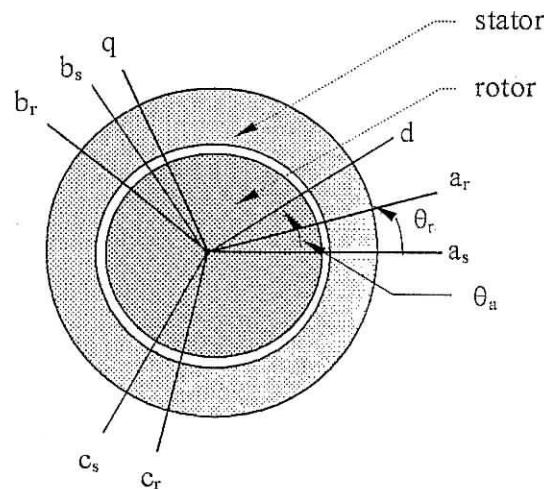


Fig. A-1 Vue en coupe de la machine Asynchrone.

Les composantes $[x_d \quad x_q \quad x_o]^T$ relatives au nouveau repère (d, q) sont liées aux grandeurs triphasées $[x_a \quad x_b \quad x_c]^T$ (la variable x peut être la tension, le courant ou le flux) par :

$$\begin{bmatrix} x_d & x_q & x_o \end{bmatrix}^T = P(\theta_x) \begin{bmatrix} x_a & x_b & x_c \end{bmatrix}^T \quad (\text{A-8})$$

L'angle électrique θ_x est l'angle θ_s entre l'axe (d) et l'axe (a_s) de la phase du stator lorsqu'il s'agit de projeter les grandeurs du stator. Par contre, pour projeter les grandeurs du rotor l'angle θ_x est alors représenté par l'angle θ_r entre l'axe (d) et l'axe (a_r) de la phase du rotor (fig.A-1).

La transformation de Park $P(\theta_s)$ et $P(\theta_r)$ est appliquée respectivement aux grandeurs du stator et du rotor, intervenant dans les équations A-1 et A-2. Celle-ci conduit au système d'équations à coefficients constants suivant:

$$\begin{cases} R_s i_{ds} + d\phi_{ds}/dt - \omega_a \phi_{qs} = v_d \\ R_s i_{qs} + d\phi_{qs}/dt + \omega_a \phi_{ds} = v_q \\ R_r i_{dr} + d\phi_{dr}/dt - (\omega_a - \omega_r) \phi_{qr} = 0 \\ R_r i_{qr} + d\phi_{qr}/dt + (\omega_a - \omega_r) \phi_{dr} = 0 \end{cases} \quad (\text{A-9})$$

Les composantes (d, q) du flux statoriques et celles du flux rotoriques sont liées aux composantes (d, q) des courants par :

$$\begin{cases} \Phi_{ds} = L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \Phi_{qs} = L_s i_{qs} + M i_{qr} \end{cases}, \quad \begin{cases} \Phi_{dr} = L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \Phi_{qr} = L_r i_{qr} + M i_{qs} \end{cases} \quad (\text{A-10})$$

L'inductance cyclique L_s du stator, celle du rotor L_r et l'inductance cyclique mutuelle M entre stator et rotor sont alors données par :

$$\begin{cases} L_s = l_s - M_s \\ L_r = l_r - M_r \\ M = 3M_{sr} / 2 \end{cases} \quad (\text{A-11})$$

Les grandeurs ω_a et $(\omega_a - \omega_r)$ représentent la vitesse angulaire du repère (d, q) respectivement par rapport à l'axe du stator et l'axe du rotor. Celles-ci sont définies par :

$$\omega_a = d\theta_a/dt \quad \text{et} \quad \omega_a - \omega_r = (d\theta_a/dt) - (d\theta_r/dt) \quad (\text{A-12})$$

Où ω_r est la pulsation de rotation du rotor, elle est liée à la vitesse de rotation mécanique du rotor Ω_m par le nombre de paire de pôles (P_0) :

$$\omega_r = P_0 \Omega_m \quad (\text{A-13})$$

Pour compléter la dynamique de la MAS, il faut ajouter l'équation mécanique de l'ensemble en rotation de moment d'inertie J_{in} donnée par :

$$J_{in} \frac{d\Omega_m}{dt} = C_{em} - k_f \Omega_m - \Gamma_r \quad (\text{A-14})$$

Où Γ_r et k_f représente respectivement le couple de charge et le coefficient de frottement tandis que C_{em} désigne le couple électromagnétique développé par la machine il est de la forme :

$$C_{em} = \frac{pM}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qr} i_{ds}) \quad (\text{A-15})$$

Etant donné que les applications développées par la suite concernent également le modèle de la MAS dans un repère (d, q) lié au repère fixe du stator (habituellement noté par (α, β)), par conséquent celui-ci est obtenu des équations (A-15) en posant tout simplement ($\omega_a=0$).

$$\begin{cases} R_s i_{\alpha s} + d\phi_{\alpha s}/dt = v_\alpha \\ R_s i_{\beta s} + d\phi_{\beta s}/dt = v_\beta \\ R_r i_{\alpha r} + d\phi_{\alpha r}/dt + \omega_m \phi_{\beta r} = 0 \\ R_s i_{\beta r} + d\phi_{\beta r}/dt - \omega_m \phi_{\alpha r} = 0 \\ J_{in} (d\Omega_m/dt) = (\phi_{\alpha r} i_{\beta s} - \phi_{\beta r} i_{\alpha s}) p_0 l M / L_r - k_f \Omega_m - \Gamma_r \end{cases} \quad (\text{A-16})$$

Les composantes (α, β) du flux au stator et celle du flux au rotor sont liés aux composantes (α, β) des courants par :

$$\begin{cases} \phi_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + M i_{\alpha r} \\ \phi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + M i_{\beta r} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi_{\alpha r} = L_r i_{\alpha r} - M i_{\alpha s} \\ \phi_{\beta r} = L_r i_{\beta r} - M i_{\beta s} \end{cases} \quad (\text{A-17})$$

Annexe B

Modélisation de la Machine Synchrone

1. Modèle de la Machine Synchrone

La machine de base est généralement à pôles saillants ayant une paire de pôles au rotor et un enroulement triphasé (enroulement a, b, c) au stator. Les courants induits, soit dans la cage d'amortisseur disposée à la périphérie du rotor ou soit dans la masse du fer du rotor, sont modélisés par un enroulement (D) dans l'axe du champ de l'inducteur (axe d) et un deuxième enroulement (Q) dans l'axe en quadrature (axe q) (voir fig.1)

Le modèle mathématique est communément établi dans le cadre des hypothèses simplificatrices suivantes :

- La distribution des forces magnétomotrices est sinusoïdale ;
- Le circuit magnétique est non saturé et la distribution des lignes d'induction dans l'entrefer est radiale ;
- L'effet d'hystérésis et les pertes dans le fer sont négligeables ;
- Les résistances sont indépendantes de la température.

En tenant compte de ces hypothèses, les tensions dans les enroulements de la machine synchrone triphasée à pôles saillants vérifient, en utilisant la notation vectorielle, les équations des phases statoriques et rotoriques suivantes:

$$\begin{cases} [\mathbf{R}_s \mathbf{i}_s] + \frac{d[\phi_s]}{dt} = [\mathbf{v}_s] \\ [\mathbf{R}_r \mathbf{i}_r] + \frac{d[\phi_r]}{dt} = [\mathbf{v}_r] \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

Où le vecteur tension statorique $[\mathbf{u}_s]$, le vecteur courant statorique $[\mathbf{i}_s]$ et le vecteur flux statoriques $[\phi_s]$ ont pour composantes les grandeurs physiques des trois phases statoriques (notées a,b,c) par conséquent ces vecteurs sont donc :

$$[\mathbf{v}_s] = [v_a \quad v_b \quad v_c]^T ;$$

$$[\mathbf{i}_s] = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc}]^T ; \quad (\text{B-2})$$

$$[\boldsymbol{\phi}_s] = [\phi_{sa} \quad \phi_{sb} \quad \phi_{sc}]^T ;$$

Le vecteur tension rotorique $[\mathbf{v}_r]$, le vecteurs courant rotorique $[\mathbf{i}_r]$, et le vecteurs flux rotorique $[\boldsymbol{\Phi}_r]$ ont pour composantes les grandeurs physiques de l'enroulement de l'inducteur (f) et des deux enroulements d'amortisseur (D, Q). Par conséquent, ces vecteurs représentent donc :

$$[\mathbf{v}_r] = [v_f \quad 0 \quad 0]^T ;$$

$$[\mathbf{i}_r] = [i_f \quad i_D \quad i_Q]^T ; \quad (\text{B-3})$$

$$[\boldsymbol{\phi}_r] = [\phi_{fr} \quad \phi_{Dr} \quad \phi_{Qr}]^T ;$$

Le vecteur flux statorique $[\boldsymbol{\phi}_s]$ et rotorique $[\boldsymbol{\phi}_r]$ sont liés au vecteur courant statorique $[\mathbf{i}_s]$ et au vecteur courant rotorique $[\mathbf{i}_r]$ par :

$$\begin{cases} [\boldsymbol{\phi}_s] = [\mathbf{L}_s \mathbf{i}_s] + [\mathbf{M}_{sr} \mathbf{i}_r] \\ [\boldsymbol{\phi}_r] = [\mathbf{M}_{sr}]^T [\mathbf{i}_s] + [\mathbf{L}_r \mathbf{i}_r] \end{cases} \quad (\text{B-4})$$

Les matrices résistances ($[\mathbf{R}_s]$ et $[\mathbf{R}_r]$) et les matrices inductances ($[\mathbf{L}_s]$, $[\mathbf{L}_r]$, $[\mathbf{M}_{sr}]$) sont données par :

$$[\mathbf{R}_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} ; [\mathbf{R}_r] = \begin{bmatrix} R_F & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \quad [\mathbf{L}_r] = \begin{bmatrix} L_F & M_{FD} & 0 \\ M_{FD} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \quad (\text{B-5a})$$

$$[\mathbf{L}_s] = \begin{bmatrix} L_{s0} + L_{sv} \cos 2\theta & M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta + 2\pi/3) & M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta - 2\pi/3) \\ M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta + 2\pi/3) & L_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta - 2\pi/3) & M_{s0} + L_{sv} \cos 2\theta \\ M_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta - 2\pi/3) & M_{s0} + L_{sv} \cos 2\theta & L_{s0} + L_{sv} \cos 2(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{B-5b})$$

$$[\mathbf{M}_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{FS} \cos(\theta) & M_{DS} \cos \theta & -M_{QS} \sin(\theta) \\ M_{FS} \cos(\theta - 2\pi/3) & M_{DS} \cos(\theta - 2\pi/3) & -M_{QS} \sin(\theta - 2\pi/3) \\ M_{FS} \cos(\theta + 2\pi/3) & M_{DS} \cos(\theta + 2\pi/3) & -M_{QS} \sin(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{B-5c})$$

Avec:

- R_s et R_r : Résistance d'une phase statorique et celle d'une phase rotorique ;
- L_{S0} et M_{S0} : Inductance propre d'une phase statorique et celle mutuelle entre phase statorique pour une machine à pôles lisses;
- L_{SV} : Amplitude de la variations des inductances statoriques du à l'effet de la saillance des pôles
- L_F , L_D et L_Q : Inductance propre de l'enroulement de l'inducteur (F), de l'enroulement amortisseur d'axe (D) et celle de l'amortisseur d'axe (Q) ;
- M_{FD} : Inductance mutuelle entre l'enroulement d'inducteur (F) et l'enroulement amortisseur d'axe (D) ;
- M_{FS} : Amplitude de l'inductance mutuelle entre l'enroulement d'inducteur (F) et l'enroulement d'une phase statorique ;
- M_{DS} : Amplitude de l'inductance mutuelle entre l'enroulement amortisseur (D) et l'enroulement d'une phase statorique ;
- M_{QS} : Amplitude de l'inductance mutuelle entre l'enroulement amortisseur (Q) et l'enroulement d'une phase statorique ;
- θ : Angle entre les axes magnétiques du stator et du rotor.

Il est clair que l'écriture des équations (B.1) en fonction des courants conduit à un système d'équations à coefficients dépendants du temps, d'où la complexité de leur résolution. Ce problème est résolu en ayant recours à la transformation de Park laquelle permet d'obtenir un modèle biphasé équivalent à coefficients constants.

2. Modèle de Park de la Machine Synchrone

Pour le cas de la machine synchrone le nouveau référentiel (d, q) est fixé au rotor, donc ce repère tourne à la pulsation angulaire ω_r . Les 3 enroulements statoriques (a, b, c) sont transformés en deux enroulement orthogonaux (d, q) tandis que les enroulements rotoriques restent tels qu'ils sont puisque ils sont déjà orthogonaux (fig.2). Au rotor, l'enroulement d'excitation (f) est représenté par un seul enroulement d'axe (d), les effets de l'enroulement de l'amortisseur sont modélisées par l'enroulement (D) d'axe (d) et l'enroulement (Q) d'axe (q) (voir fig.2).

La transformation des équations électriques (B-1), traduisant l'équilibre des tensions dans les différents enroulements, conduit à celles similaires dans le repère (d, q) de la machine synchrone :

$$\begin{cases} R_s i_d + (d\phi_{ds}/dt) - \omega_r \phi_{qs} = v_d \\ R_s i_q + (d\phi_{qs}/dt) + \omega_r \phi_{ds} = v_q \\ R_f i_f + d\phi_{fr}/dt = v_f \\ R_D i_D + d\phi_{Dr}/dt = 0 \\ R_Q i_Q + (d\phi_{Qr}/dt) = 0 \end{cases} \quad (B-7)$$

Le couple électromagnétique développé par la machine est donné par :

$$C_{em} = P_o.(\phi_{ds}i_q - \phi_{qs}i_d) \quad (B-8)$$

où encore en fonction uniquement des composantes des courants par:

$$C_{em} = 3P_o.(L_d - L_q)i_d i_q + \frac{\sqrt{3}}{2} P_o.(M_{Ds}i_D i_q - M_{Qs}i_Q i_d) + \frac{\sqrt{3}}{2} P_o.M_{Fs}i_f i_q \quad (B-9)$$

3. Machine Synchrone à Aimants Permanents

En considérant une machine synchrone à aimants permanents sans amortisseurs soit $L_D=L_Q=0$ de plus nous considérons que l'inducteur produit une FMM à répartition spatiale sinusoïdale d'amplitude constante. Dans ce cas les équations de Park (B-7) deviennent :

$$\begin{cases} R_s i_{ds} + d\phi_{ds}/dt - \omega_r \phi_{qs} = v_d \\ R_s i_{qs} + d\phi_{qs}/dt + \omega_r \phi_{ds} = v_q \end{cases} \quad (B-10)$$

Etant donné que les amortisseurs (D, Q) sont inexistantes par conséquent ne demeurent que le flux produit par les aimants de l'inducteur et celui du stator. La composante suivant l'axe (d) du flux

de l'inducteur notée ϕ_F peut être considérée comme due à un courant d'excitation fictif i_f soit :

$\phi_F = M_F i_f$. De ce fait les composantes (ϕ_{ds}, ϕ_{qs}) du flux statorique sont réduites à

$$\begin{aligned}\phi_{ds} &= L_d i_d + (\sqrt{3}/2) M_{FS} i_f \\ \phi_{qs} &= L_q i_q\end{aligned}\tag{B-11}$$

Le couple électromagnétique développé par la machine prend la forme simple suivante:

$$C_{em} = 3P_o.(L_d - L_q) i_d i_q + \frac{\sqrt{3}}{2} P_o. M_{FS} i_f i_q\tag{B-12}$$

Annexe C

Stabilité des Systèmes Non Linéaires

Systèmes autonomes: le système non linéaire

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

est dit autonome si la fonction f ne dépend pas explicitement du temps t , i.e., si le système peut être écrit

$$\dot{x} = f(x)$$

Sinon, le système est non autonome.

Point d'équilibre: Un état x_e est un point d'équilibre pour le système si $x(t)=x_e$ et donc reste égale à x_e pour tout t . Mathématiquement, cela signifie que x_e satisfait

$$0 = f(x)$$

Dans cet exposé nous sommes principalement intéressé par la stabilité des points d'équilibre

Stabilité et instabilité: le point d'équilibre $x_e=0$ est dit stable si, pour tout $\delta>0$ et tout t_0 il existe $\epsilon>0$ tel que $\|x(t_0)\| < \epsilon$ implique $\|x(t)\| < \delta$.

Stabilité asymptotique: un point d'équilibre $x=0$ est asymptotiquement stable si

- (i) si $x=0$ est un point d'équilibre stable
- (ii) $\forall t \geq 0, \exists \epsilon(t_0)$ tel que si $\|x(t_0)\| < \epsilon$ implique $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$

Stabilité asymptotique globale: un point d'équilibre $x=0$ est globalement asymptotiquement stable si

- (i) $x=0$ est un point d'équilibre stable
- (ii) $\forall x_0 \in \mathcal{R}^n$ on a $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$

Stabilité exponentielle: un point d'équilibre $x=0$ est exponentiellement stable si existent deux nombre strictement positifs α et β tels que

$$\|x(t_0)\| < \alpha \|x(t_0)\| e^{\beta t} \quad \forall t > t_0$$

dans une boule \mathbf{B}_r au voisinage de l'origine.

Première méthode de Lyapunov

- (i) Le point d'équilibre d'un système non linéaire est asymptotiquement stable si le système linéarisé est stable.
- (ii) Le point d'équilibre d'un système non linéaire est instable si le système linéarisé est strictement instable
- (iii) Si le système linéarisé est marginalement stable, on ne peut rien conclure à partir de l'approximation linéaire (le point d'équilibre du système non linéaire peut être stable, instable, ou asymptotiquement stable)

Deuxième méthode de Lyapunov

On considère le système: $\dot{x} = f(x)$ et s'il existe une fonction scalaire $V(x)$ qui est:

- (i) nulle à l'origine $V(0)=0$
- (ii) définie positive i.e. $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$
- (i) radialement non bornée $V(x) \rightarrow \infty$ si $x \rightarrow \infty$
- (ii) de plus sa dérivée temporelle est définie négative $\dot{V}(x) < 0$

Par conséquent l'équilibre à l'origine est globalement asymptotiquement stable et $V(x)$ est dite fonction de Lyapunov de ce système.

Théorème de l'invariance de LaSalle*Corollaire (Slotine et Lie)*

Soit le système $\dot{x} = f(x)$ avec $f(0)=0$ et supposons qu'au voisinage Ω de l'origine on a :

- (i) $V(x)$ est localement définie positive
- (ii) $\dot{V}(x)$ est négative semi définie $\dot{V}(x) \leq 0$
- (iii) L'ensemble $R = \{x \in \Omega \mid \dot{V}(x) = 0\}$ ne contient aucune solution pour $\dot{x} = f(x)$ à part l'origine.

Par conséquent l'origine est asymptotiquement stable et la plus grande région connectée est de la forme $\Omega_L = \{x \in \Omega \mid V(x) < L\}$ et $\Omega_L \subset \Omega$

Bibliographie

Références du Chapitre I

- [1] *A. Isidori*, **Nonlinear control systems**, Berlin: Springer-Verlag, 2nd Ed. 1989.
- [2] *F. Blaschke*, **the principle of the field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating machines**, Siemens Review, Vol. 39, pp.217-220, 1972.
- [3] *J.J.E. Slotine and L. Weiping*, **Applied Non-linear Control**, Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- [4] *P.V. Kokotovic, M. Krstic, I.Kanellakopoulos*; **Backstepping to passivity: recursive design of adaptive systems**, Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control, 1992, Vol.4, pp. 3276 -3280.
- [5] *D. G. Taylor*, **Pulse width modulated control of electromechanical systems**, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.37, No.4, pp.524-528, 1992.
- [6] *R. Marino, S. Peresada and P. Vagili*; **nonlinear control of the induction motors: a simulation study**, Proc. 1991 European Control Conf., Grenoble, France, 1991.
- [7] *M. Bobson, J. Chiasson, R. Novotnak*, **High-performance induction motor control via input-output linearization**, IEEE Control Systems, pp.25-33, 1994.
- [8] *W. Leonhard*; **30 years space vector, 20 years field orientation, 10 years digital signal processing with controlled AC drives**, EPE European Power Electronic Journal, N°2, pp. 89-102, 1991.
- [9] *G. Heinemann, W. Leonhard*; **Self-tuning field oriented control of an induction motor drive**, Proc. 1990 int. Power Electronics Conference, vol.1, Tokyo, Japan, 1990, pp. 465-472.
- [10] *R. Ortega, C. Canudas, S. I. Seleme*; **Nonlinear control of induction motors: Torque tracking with unknown load disturbance**, IEEE Tran. On Auto. Control, Vol. 48, N°1, pp. 1675-1680, 1993.
- [11] *P. J. Nicklasson, R. Ortega, and G. Espinoza-perez*; **Passivity based control of a class of Blondel-Park transformable electric machines**, IEEE Tran. On Auto. Control, Vol. 42, N°1, pp. 648-658. May 1997.
- [12] *C. Cecati, and N. Rotondale*; **Torque and speed regulation of induction motors using passivity theory approach**, IEEE Tran. On Indust. Electron., Vol. 46, N°1, pp. 23-36. Feb. 1999.
- [13] *G. Feng, L. Huang, D. Zhu*; **A robust nonlinear controller for induction motor**, 14th World Congress of IFAC 1999.
- [14] *Y.-T. Kao, T.-H. Liu, and C.-H. Liu*; **Design of H_2 and H_∞ controllers for induction motor drives**, in Proc.29th Conf. Decision and Control, Honolulu, HI, Dec. 1990, Paper FP-8-1, pp. 3345-3346. vol. 47, pp. 610-622, June 2000.
- [15] *C. C. deWit and J. Ramirez*; **Optimal torque control for current-fed induction motors**, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 44, pp. 1084-1089, May 1999.
- [16] *S. I. Seleme, M. Petersson, and C. C. deWit*; **The torque tracking of induction motors via magnetic energy optimization**, in Proc. 33rd Conf. Decision and Control, Lake Buena Vista, FL, Dec. 1994, Paper TA-13, pp. 1838-1843.
- [17] *H. Chékireb, M. Tadjine*; **Commande floue adaptative basée sur l'identification directe : application au moteur asynchrone**, ICEL'00, USTO, Oran 2000.
- [18] *H. Chékireb, M. Tadjine, D Bouchaffra*; **Direct adaptive fuzzy control of nonlinear system class with applications**, Control and intelligent systems, Vol.31, No.2, 2003.

Référence du Chapitre II

- [19] *Ljubomir T. Grugic*, **The necessary and sufficient conditions for the exact construction of a Lyapunov function and the asymptotic stability domain**; Proc. Of 30th Conf. On Decision and control, Brighton, England Dec 1991, pp.2885-2888.
- [20] *Yuzo Ota, Hiroshi Imanishi, Leei Gong, Hiromasa Haneda*, **Computer generated Lyapunov functions for a class of nonlinear systems**, *IEEE Trans on Circuits and systems –I: Fundamental theory and Applications*, vol.40, No5, may 1993, pp.343-354.
- [21] *Johansson, M.; Rantzer, A.*; **On the computation of piecewise quadratic Lyapunov functions** Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, 10-12 Dec 1997, pp.3515 -3520 vol.4
- [22] *Ohta, Y.; Yamamoto, K.*; **Stability analysis of nonlinear systems via piecewise linear Lyapunov functions**; The 2000 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2000., Geneva., pp. 208 - 211 vol.2
- [23] *J.-h., Fu ; E. H. Abed*; **Families of Lyapunov functions for nonlinear system in critical cases**, *IEEE Trans. On Automatic control*, vol.38, No1, janv. 1993.
- [24] *Schwartz, C.A.; Aiguo Yan*; **Systematic construction of Lyapunov functions for nonlinear systems in critical cases**; Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, 13-15 Dec 1995 pp.: 3779 –3784, vol.4
- [25] *Fu, J.-H.*; **Lyapunov functions and stability criteria for nonlinear systems with multiple critical eigenvalues**; Conference on Decision and Control, 1992, Proceedings of the 31st IEEE, 1992, pp. 3019 –3024, vol.4
- [26] *R. A. Freeman, P. V. Kokotovic*, **Tools and procedures for robust control of nonlinear systems**, Proc. of the 33th Conf. on Decision and Control., Lake Buena Vista, FL, Dec.1994, 3458-3463
- [27] *Wei-Min Lu; Doyle, J.C.*; **Robustness analysis and synthesis for uncertain nonlinear systems** Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, 14-16 Dec 1994, pp. 787 -792 vol.1
- [28] *Freeman, R.A.; Kokotovic, P.V.*; **Robust control Lyapunov functions: the measurement feedback case**, Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, 14-16 Dec 1994, pp. 3533 -3538 vol.4.
- [29] *McConley, M.W.; Appleby, B.D.; Dahleh, M.A.; Feron, E.*; **A control Lyapunov function approach to robust stabilization of nonlinear systems**; Proceedings of the 1997 American Control Conference, Volume: 1 , 4-6 Jun 1997, pp. 329 -333 vol.1
- [30] *Xiaoping Liu; Kemin Zhou; Guoxiang Gu*; **Robust stabilization of MIMO uncertain nonlinear systems without strict feedback conditions**; Proceedings of the 1998 American Control Conference, Volume: 2 , 21-26 Jun 1998, pp. 766 -770 vol.2
- [31] *Zhang Xiaoyu, Jin Hongzhang, Li Guobin, Ji Ming*, **Robust control for a class of uncertain nonlinear systems without matching conditions**, Proceedings of the 2002 International Conference on Control Applications, 2002, Vol.2, pp.1298 -1302.
- [32] *Sergey E. Lyshevski*; **Robust control of servo-system with induction motors**, Proc. of 1997 IEEE International Conf. on Control Application, Hartford, CT, 5-7 Oct. 1997.
- [33] *Hou-Tsan Lee, Li-Chen Fu*; **Nonlinear adaptive control with unknown rotor resistance and load adaptation**, Proc. of the American Control Conf, Arlington, VA, 25-27 June, 2001, pp.155-159.
- [34] *Z. Artstein*; **stabilization with relaxed controls**. *Nonlinear Anal.*, vol.7, No11, pp. 1163-1173, 1983.
- [35] *E. D. Sontag*; **A universal construction of Artstein's theorem on nonlinear stabilization**. *System Control Letters*, vol.13, No2, pp.117-123, 1989.

Référence du Chapitre III

- [36] *M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic*, **Nonlinear and adaptive control**, John Wiley Interscience Publication, New York 1995.
- [37] *Seibert P., R. Suarez*, **Global stabilization of nonlinear cascade systems**, *Systems Control Letter*, V.14, pp.347-352, 1990.
- [38] *Praly, L.; Andrea-Novel, B.; Coron, J.-M.*; **Lyapounov design of stabilizing controllers for cascaded systems**, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.36, No.10, pp.1177-1181 Oct 1991
- [39] *Zhihna Qu, Darren R. Dawson*; **Lyapounov direct design of robust tracking control for class of cascaded nonlinear uncertain system without matching conditions**, *Poc. Of 30th Conf. on Decision and Control*, Brighton, England, Dec 1991.
- [40] *M. Jankovic, R. Sepulchre and P. V. Kokotovic*, **Global stabilization of an enlarged class of cascaded non linear systems**, *Proc. of 34th Conf. On Decision & Control* pp993-998, LA, Dec 95.
- [41] *Ferfera A., Hammami M.A.*; **Growth conditions for global stabilization of cascade nonlinear systems**, *Proc. IFAC Conf. syst. Structures and Constr.*, Nante, 5-7 july 1995, pp. 522-525.
- [42] *E. Panteley*, **Global uniform asymptotic stability of cascade time-varying non linear systems: case study**; *Proc. of 35th Conf. On Decision & Control*, pp. 590-591, kobe, Japan, Dec 96.
- [43] *M. Jankovic, R. Sapulchre, P.V. Kokotovic*; **Constructive Lyapunov stabilization of nonlinear cascade systems**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.41, No12, pp. 1723-1735, Dec 1996.
- [44] *F. Mazenc, R. Sepulchre, M. Jankovic*; **Lyapunov functions for stable cascades and applications to global stabilization**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.44, No9, pp. 1795-2000, Sept. 1999.
- [45] *Wei Lin, R. Pongvuthithum*; **Global stabilization of cascade systems by C^0 partial-state feedback**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.47, No8, pp. 1356-1362, August 2002.
- [46] *R. Lozano, B. Brogliato, I.D. Landau*, **Passivity and global stabilization of cascaded nonlinear systems**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.37, pp. 1386-1389, sept.1992.
- [47] *R. Ortega*, **Passivity properties for stabilization of cascaded nonlinear systems**, *Automatica*, V.29, pp. 423-424, 1991.
- [48] *C.I. Birns, A. Isidori, J.C. Willems*; **Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.36, pp. 1228-1240, 1991.
- [49] *C.I. Birns, A. Isidori*; **Asymptotic stabilization of minimum phase nonlinear systems**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.36, pp. 1122-1137, 1991.
- [50] *W. Lin*; **Global robust stabilization of minimum phase nonlinear systems with uncertainty**, *Poc. Of 34th Conf. on Decision and Control*, New Orleans, LA, Dec 1995, pp.521-526.
- [51] *E. D. Sontag*; **Further facts about input to state stabilization**, *IEEE Trans. on Automatic Control*, V.35, pp. 473-476, 1991.
- [52] *E. D. Sontag, Y wang*; **On characterizations of the input -to-state stability property**, *System Control Letter*, V.25, pp. 351-359, 1995.
- [53] *M. Marta Seron, D. J. Hill*; **Input-output and input-to-state stabilization of cascaded non linear systems**, *Proc. of 34th Conf. On Decision & Control*, pp.4259-4264, LA, Dec 95.
- [54] *R. Hadjar, R. Toumi, P. Boucher, D. Dumur*; **Cascaded nonlinear predictive control of induction motor**, *Proc. 9th IEEE Conf. on control applications*, Anchorage, Alaska, 2000, pp. 698-703.
- [55] *H. Rasmussen, P. Vadstrup, Borsting*; **Non linear field oriented control of induction motors using the**

- backstepping design**, *Proc. 5th European Control Conference*, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [56] *H. Rasmussen, P. Vadstrup, Borsting*; **Backstepping strategy for induction motor control**, *Proc. of NORPIE2000*, Aalborg, Denmark, 2000.
- [57] *H. Chekireb, M. Tadjine*, **Commande non linéaire par la méthode de Lyapunov de la Machine Asynchrone**, ICEL'00, USTO, Oran 2000.
- [58] *H. Chekireb, M. Tadjine*, **Lyapunov procedure for a class of cascaded nonlinear systems: Application to induction machine**, *Control and Intelligent Journal*, Acta Press/IASTED (Papier accepté pour publication).

Référence du Chapitre IV

- [59] *V. I. Utkin*, **Sliding modes in control and optimization**, Springer Verlag, Berlin, 1992.
- [60] *R. A. Decarlo, S. H. Zak, G. P. Matthews*, **variable structure control of nonlinear multivariable system : a tutorial**, *Proc. of the IEEE*, Vol. 76, N°3, 1988.
- [61] *J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung*; **Variable structure control: a survey**, *IEEE trans. Syst. Man Cybern.* Vol.40, pp.2-22, 1993.
- [62] *A. S. I. Zinober, Ed.*; **Variable structure and Lyapounov control**, London: Springer-Verlag, 1994.
- [63] *S.C. Chung and C.-L. Lin*; **A general class of sliding surface for sliding mode control**, *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol.43, N°1, pp. 115-119, 1998.
- [64] *X.-Y. Lu, S. K. Surgeon*; **Asymptotic stabilization of multiple input nonlinear systems via sliding modes**, *Dynamics and control*, Vol.8, pp. 231-254, 1998.
- [65] *S. V. Emelyanov, S. Korovin, A. L. Nersian and N*; **Output feedback stabilisation of uncertain plants: a variable structure system approach**, *Int. J. Contr.*, Vol. 55, N°1, pp61-68, 1992.
- [66] *S. Hui and S. H. Zak*; **Robust control synthesis for uncertain/nonlinear dynamical systems**, *Automatica*, Vol.28, N°2, 1992.
- [67] *M. M. J. Van de Wal, A. G. de Jager, F. E. Valdpaus*; **Design and application of dynamic sliding mode controller for uncertain nonlinear MIMO systems**, *Control'94*, 21-24 March 1994, Conference publication No389, pp. 866-871, IEE 1994.
- [68] *N. Olgac, V. R. Iragavarapu*; **An improved sliding mode control**, *Proc. of 31th Conf. on Decision and Control*, Tucson, Arizona, Dec. 1992, pp. 2398-2399.
- [69] *G. Bartolini, A. Ferrara*; **A multi-input sliding mode control of uncertain nonlinear systems**, *Proc. of 34th Conf. on Decision and Control*, New Orleans, LA, Dec. 1995, pp. 2121-2124.
- [70] *X. Y. Lu, S. K. Spurgeons*; **Robust sliding mode control and uncertain nonlinear systems**, *Systems and Control letters*, Vol.32, No.2, pp. 75-90, 1997.
- [71] *X. Y. Lu, S. K. Spurgeons*; **Robustness of static sliding mode control for nonlinear systems**, *Int. Journal of Control*, Vol.72, No.5, pp. 1343-1353, 1999.
- [72] *P. Kachroo, M. Tomizuka*; **Chattering reduction and error convergence in the sliding mode control of nonlinear systems**, *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol.41, No7, pp. 1063-1068, July 1993.
- [73] *D. Q. Zhang, S. K. Panda*; **Chattering free and fast-response sliding mode controller**, *IEE Proc. of Contril theory Application*, Vol.146, No2, pp. 171-178, Mars 1998.
- [74] *Eloi Z. Taha, S. Gemunu Happawana, Y. Hurmuzlu*; **Quantitative feedback theory for chattering reduction and improved tracking in sliding mode control**, *Proc. Of the American Control Conf.*, Arlington, VA, June 25-27, 2001, pp. 5004-5009.

- [75] *H. Sira-Ramirez*; **On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems**, Int. Journal of Control, No. 57, pp. 1039-1061, 1993.
- [76] *X. Y. Lu, S. K. Spurgeon*; **Output feedback stabilization of SISO nonlinear systems via dynamic sliding modes**, Int. Journal of Control, No70, pp.735-758, 1998.
- [77] *G. Bartolini, A. Ferrara, E. Ushain V. I. Utkin*; **On multi-input chattering free by second-order sliding mode control**, Proc. of IEEE Trans. On Automatic Control, Vol.45,, No9, pp. 171-177, Sept. 2000.
- [78] *V. I. Utkin*; **Sliding mode control design principles and applications to electric drives**, *IEEE Trans. On Indust. Electron.*, Vol 40, N°1, pp. 23-36, 1993.
- [79] *A.-M. Arcker-Hissel, F. Ben Ammar, M. Pietrzak-David, B. deforme*; **Speed sensorless variable structure control of high power induction motor drives**, Power Electronics and variable speed drives, 21-23 sept. 1998, Conf. Publ. No.456, pp. 335-340, Ed. IEE98.
- [80] *A. Benchaib, A. Rachid, E. Audrezet, and M. Tadjine*; **Real time sliding mode observer and control of an induction motor**, IEEE Tran. On Indust. Electron., Vol. 46, N°1, pp. 128-138. Feb. 1999.
- [81] *T. Floquet, J. P. Barbot, W. Perruquet*; **Second sliding mode control for induction motor**, CDC'2000, Conference on decision and control , Sydney (Australia) , 2000
- [82] *F. Cupertino, A. Lattanzi, L. Salvatore*; **Sliding mode control of an induction motor**, Power Electronics and variable speed drives, 18-19 sept.2000, Conf. Publication No.475 Ed. IEE2000.
- [83] *M. Rodič, K. Jezernik*; **Speed sensorless sliding mode torque control of induction motor**, IEEE Trans. On Indust. Electronic, pp1-16, February, 2002.
- [84] *M. Khat, H. Chekireb*; **Commande Non linéaire par mode de glissement d'une machine asynchrone**, conférence Maghrébine en Génie Electrique CMGE'99, Constantine, 4-6 Dec.99, pp.264-268.
- [85] *H. Chekireb, M. Tadjine*, **On a general class of manifolds for sliding mode control of induction motor**, ICEE'00, Boumerdes, 2000.

Référence du Chapitre V

- [86] *A. S. I. Zinober, P. Liu*; **Robust control of nonlinear uncertain systems via sliding mode with backstepping design**, UKACC Intern. Conf. on Control'96 2-5sept. 1996, Cof. Publication n°427, IEEE 96, pp. 281-286.
- [87] *P. Su, C.-Y. Liang*; **Complementary sliding mode control of class of nonlinear cascade systems**, SICE 2001, july 25-27, Nagoya, pp. 412-417.
- [88] *G. Bartolini, A. Ferrara, L. Giacomini, E Usai*; **A combined bacstepping/ second order sliding mode approach to control a class of nonlinear systems**, 1996 IEEE Workshop on Variable Structure systems, pp. 205-210.
- [89] *Stotsky, J. K. Hedrick, P.P. Yip*; **The use of sliding modes to simplify the backstepping control method**, Proc. of the American Control Conf., Albuquerque, New Mexico, June 1997, pp. 1703-1708.
- [90] *J. P. Su*; **Robust Control of a class of nonlinear cascade systems: a novel sliding mode approach**, IEE Proc. Control Theory Application, Vol. 149, N°2, march 2002.
- [91] *M. Rios-Bolivar, A.S.I. Zinober*; **Dynamical adaptative sliding mode output tracking of a class of nonlinear systems**, Int. J. Robust and Nonlinear Control, vol.7, pp. 387-405, 1997.
- [92] *M. Rios-bolivar, A.S.I. Zinober*; **Sliding mode control for uncertain linearizable nonlinear systems: A backstepping approach**, Proc. of the IEEE Workshop on robust control via variable structure and

- Lyapounov techniques, Benevento, Italy, pp. 78-85, 1994.
- [93] *M. Kristic, I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic*; **Adaptive nonlinear control without overparametrization**, Systems and Control Letters, Vol. 19, pp. 177-185, 1992.
- [94] *I. Kanellakopoulos, V. P. Kokotovic, S. Morse*; **Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems**, IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 36, pp. 1241-1253, 1991.
- [95] *D. Swaroop, J.C. Gardes, P. P. Yip, J. K. Heddrick*; **Dynamic surface control of nonlinear systems**, Proc. of American Conf. of Control, Albuquerque, New Mexico, 1997, pp. 3038-3034.
- [96] *J. Green, J. K. Heddrick*, **Nonlinear speed control of automotive engines**, Proc. of 1900 American Conf. of Control, San-Diego, Ca, 1997, pp. 2891-2898.
- [97] *F. Boudjema, A. Benchaib, A. Rachid*; **Systematic design of nonlinear switching manifolds via backstepping method for induction motor control**, Journal of Electromotion vol. , 1998.
- [98] *H.-J. Shieh, K.-K. Shyu*; **Nonlinear sliding mode torque control with adaptive backstepping approach for induction motor drive**, IEEE Trans. On Industrial Electronics, Vol.46, No.2, pp. 380-389, April 1999.
- [99] *H. Chekireb, M. Tadjine*, **Cascaded sliding mode control of induction machine**, Jesa (soumis pour publication).

Référence du Chapitre VI

- [100] *F. E. Thau*, **Observing the state of nonlinear dynamic systems**, *Int. J. of Control*, N°17, pp. 471-479, 1973.
- [101] *S. R. Kou, D. L. Elliot and T. J. Tarn*, **Exponential observer for nonlinear dynamic systems**, *Information and Control*, N°29, pp.204-216, 1975.
- [102] *B. L. Walcott, S. H. Zak*; **State observation of nonlinear uncertain dynamical systems**, IEEE Trans. On Automatic control No32, pp.166-170, 1987.
- [103] *S. H. Zak, B. L. Walcott*; **State observation of nonlinear control systems via the method of Lyapounov, in deterministic control of uncertain systems**, Peter Peregrinus, London, pp.333-350, 1990.
- [104] *A. J. Koshkouei, A. S. I. Zinober*; **Sliding mode observer for a class of nonlinear systems**. Proc. of the American Control Conference, Anchorage, AK 8-10 May, 2002, pp. 2106-2111.
- [105] *C. Edwards, S. K. Spurgeon*; **On the development of discontinuous observers**, *Int. Journal of Control*, No59, pp.1211-1229, 1994.
- [106] *A. B. Plunkett, J. D. D'Arte, T. A. Lipo*; **Synchronous control of a static A. C. Induction motor drives**, IEEE Industrial Application Society Annual Meeting, Los Angeles, pp. 600-615, 1977.
- [107] *R. Gabriel, W. Leonhard; C. Nordby*; **Microprocessor Control of the converter-fed induction motor**, *Process Automation I*, pp.35, 1980.
- [108] *A. Khambadkone, J. Holtz*; **Vector controlled induction motor drive with a self-commissioning scheme**, IEEE, 1990.
- [109] *A. Bellini, G. Figalli, G. Ulivi*; **A microprocessor-based state observer for the feedback control of induction motor drives**; Proc. of 1st European Conf. Power Electronics and Application, Brussels. oct. 1985.
- [110] *G C. Verghese, S. R. Sanders*; **Observers for flux estimation in induction machines**, IEEE Trans. On Industrial Electronics, vol. 35, No1, pp.85-94, Feb.1988.

- [111] *H. Kobayashi, M. Koizumi, H. Hasimoto, s. Kondo, F. Harashima*; **A new controller for induction motors using flux observer**; Power Electronics Specialist Conference, PESC'88 record April 1988, pp.1063-1068.
- [112] *G. Henneberger, B. J. Bransbach, T. Klepsch*; **Field oriented control of synchronous and asynchronous drives without mechanical sensors using a Kalman filter**, EPE 1991, pp. 3/664-671.
- [113] *Y. R. Kim, S. K. Sul, M. Park*; **Speed sensorless vector control of induction motor by using extended Kalman filter**; IEEE Trans. On Power Electronic, Vo.30, pp.1225-1233, Sept./Oct. 1994.
- [114] *Y. R. Kim, S. u. Kim, L. W. Yang*; **Implementation of a speed sensorless vector control of induction machine by reduced-order Kalman filter**; Proc. of IEEE APEC conf., Dallas, TX, March 1995, pp.197-203.
- [115] *H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano*; **DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor**, IEEE Trans. Ind. Applicat., vol.29, pp. 344-348, Mar./Apr. 1993.
- [116] *G. Yang, C. Tung-Hai*; **Adaptive-speed identification scheme for vector controlled speed sensorless inverter-induction motor drive**, IEEE trans on Industrial Applications, vol.29, NO4, July/August 1993.
- [117] *H. Kubota*, **Speed-sensorless field oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation**, IEEE Trans. On Industry Application., vol.30, No5, Oct.. 1994.
- [118] *S. Doki, S. Sangwongwanich, T. Yonemotor, S. Okuma*; **Implementation of speed-sensorless field oriented vector control using adaptive sliding observers**, IECON 1992, pp. 453-458.
- [119] *Z. Yan, C. Jin, V. I. Utkin*; **Sensorless sliding mode control of induction motors**, IEEE Trans. On Power Electronic, Vo.47, pp.1286-1297,Dec 2000. 1994.
- [120] *F. Parasiliti, R. Petrella, M. Tursini*, **Adaptive sliding mode observer for speed sensorless control of induction motors**, Proc. of IEEE-IAS Annual Meeting Conf. 1999, pp. 2277-2883.