

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
«O»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«O»

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL



PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE D'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

SUJET

Calcul des Voiles soumis aux Forces Latérales à l'Etat de Service et à l'Etat Ultime

Proposé par :

Mr BARAKA

Étudié par :

MOUATTAH K.

TATI A.

Dirigé par :

Mr BARAKA

PROMOTION JUIN 1987

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
«O»

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
«O»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«O»

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL



PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE D'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT

SUJET

**Calcul des Voiles soumis
aux Forces Latérales
à l'Etat de Service et à
l'Etat Ultime**

Proposé par :

Mr BARAKA

Etudié par :

MOUATTAH K.

T A T I A.

Dirigé par :

Mr B A R A K A

PROMOTION JUIN 1987

E.N.P. - 10, Avenue Hacén Badi - EL-HARRACH - ALGER

Remerciements

• Nous tenons à exprimer le sentiment de notre vive gratitude à notre promoteur M. BARAKA pour tout ce qu'il a fait pour nous permettre de venir au bout de notre sujet.

• Nous remercions, également, M. Telmat pour son appui si précieux.

• Nos vifs remerciements vont aussi à l'ensemble des enseignants de l'ENPA qui ont contribué à notre formation.

TATI Abdelouahab

MOUATTAH Kaddour

Dédicace

A ma mère

A mon père : pour leur soutien moral et matériel
et pour leurs sacrifices.

A tous les membres de ma famille, ainsi qu'à
tous ceux qui croient en Allah Dieu unique.

قدور موع

Je dédie ce modeste travail à,

- Mon père et
ma mère à qui je dois tout
- Mes frères et sœurs
- Toute ma grande famille et plus
particulièrement à mon frère Habib
et sa petite famille
- Tous mes frères croyants.

A. TATI

Sommaire

<u>Chapitre</u>	<u>Page</u>
- Introduction	1
1. Méthodes classiques de calcul (Méthode d'Albigés et Goulet)	4
2. Calcul à l'état de service :	14
• Théorie d'élasticité	14
• Méthode des éléments finis	26
• Programmation	36
• Méthodes de ferrailage	51
3. Calcul à l'état ultime :	53
• Théorie de plasticité	53
• Fonctionnement du programme "SWALL"	60
4. Exemples de calcul	70
5. Conclusion	77

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction

Présentation du travail:

Notre travail consiste à calculer la portance des constructions en voiles soumises à des forces latérales sismiques et ceci à l'aide d'un programme élaboré appelé "SWALL".

En effectuant un calcul préalable du voile à l'état de Service à l'aide du programme "BBMEF" qui utilise la méthode des éléments finis, on effectuera un calcul à l'état ultime à l'aide du programme "SWALL".

Le calcul des bâtiments à voiles vis à vis des efforts horizontaux est un des problèmes les plus difficiles. Cette difficulté est due au fait que la recherche de la solution exacte de ce problème nécessite le calcul préalable de toutes les forces de liaisons qui existent entre les voiles et les planchers.

En raison du nombre de liaisons le calcul devient rapidement très long.

Par exemple, l'étude d'un bâtiment dissymétrique de 10 niveaux et comportant 3 refends conduirait à la mise en équation et à la résolution d'un système de 30 relations linéaires.

En plus, il n'existe de thème de RDM; toutes les méthodes qui existent sont approchées et se basent sur des hypothèses simplificatrices qui ne donnent qu'un ordre de grandeur grossier des

efforts et des Contraintes

Par exemple, il est évident qu'en assimilant les refends et les planchers à des poutres à plans moyens resp. verticaux et horizontaux, on ne peut prétendre obtenir qu'un ordre de grandeur des Contraintes. La méthode d'Albigés et Goulet donne des résultats approchés qui peuvent être acceptables dans certaines hypothèses, mais cette méthode diverge en présence d'ouvertures ou pour des bâtiments à faibles hauteurs.

Chapitre : 1

Methodes classiques

de calcul

Méthode d'Albigés et Goulet

Cette méthode n'a pas pour but de permettre une évaluation exacte des contraintes dues à l'action des forces latérales, mais simplement de résumer et de préciser les opérations qui peuvent être effectuées pour s'assurer que le bâtiment à refends présente une sécurité suffisante sous l'action des forces horizontales.

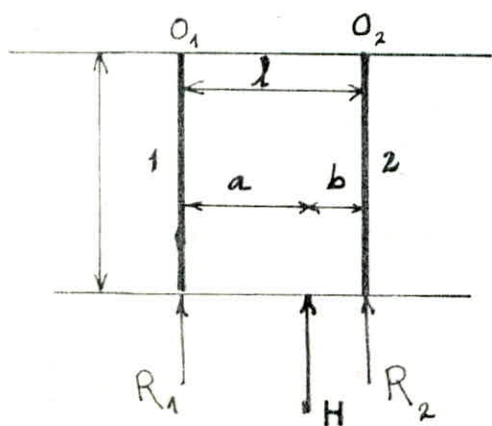
I. Distribution des efforts horizontaux entre les différents refends

A) Système isostatique

On remarque que dans un système purément isostatique, la distribution de la résultante de l'action de la force horizontale est indépendante des inerties des refends constituant le système isostatique.

On envisage les 2 cas suivants à titre d'exemple :

1) Cas de 2 refends parallèles :

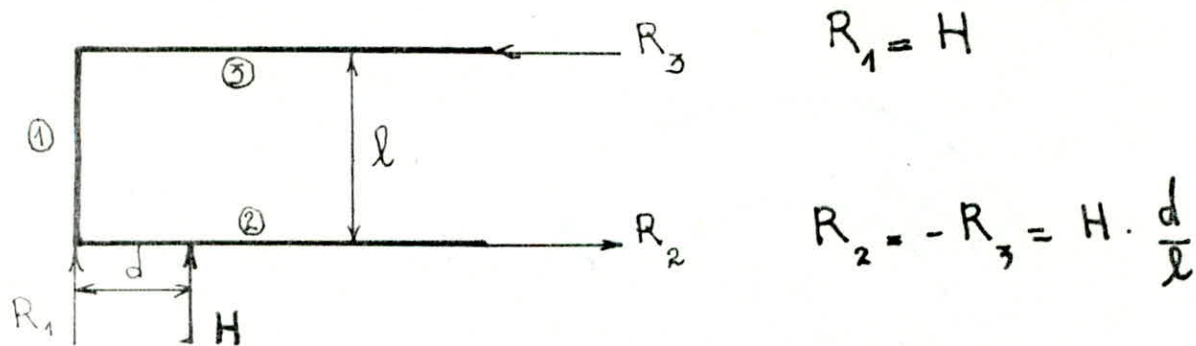


$$\left. \begin{array}{l} \Sigma M/O_2 = 0 \\ \Sigma M/O_1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} R_1 = H \cdot \frac{b}{l} \\ R_2 = H \cdot \frac{a}{l} \end{array}$$

tels que H : résultante générale horizontale

R_1 et R_2 : les efforts dans les refends

2) Cas de 3 refends disposés en U :



tels que H : résultante générale des forces horizontales

R_1, R_2, R_3 : les efforts dans les refends 1, 2 et 3

B) Systèmes hyperstatiques :

Pour simplifier l'étude de ces systèmes, on pose les hypothèses suivantes :

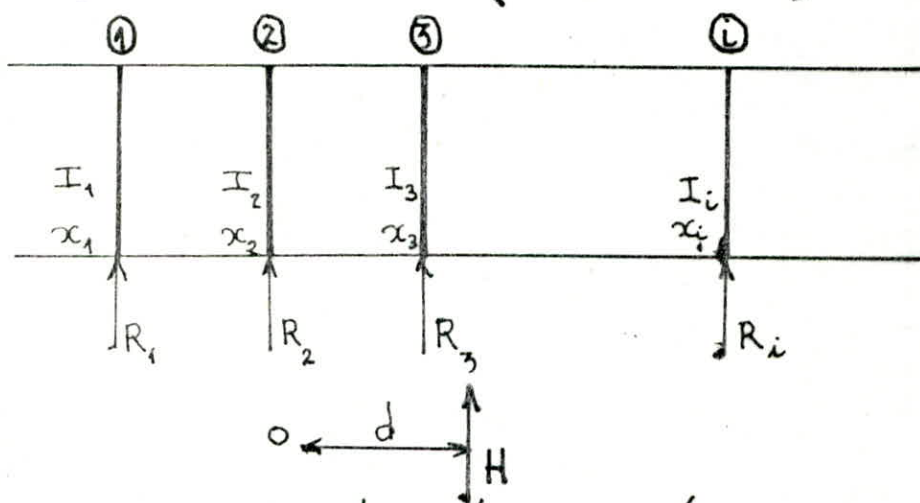
- 1) Les planchers sont indéformables horizontalement
- 2) les refends sont parfaitement encastres à leurs bases
- 3) L'inertie des refends est constante sur toute la hauteur ou bien, la variation d'inertie suit la même loi pour

tous les refends.

Remarque. La 1^{ère} hypothèse n'est valable que si le bâtiment comporte un certain nombre d'étages. si les refends sont pleins, on peut considérer que cette hypothèse est justifiée lorsque le nombre d'étages est au moins égal à 4.

Exemple :

Refends parallèles (cas général)



O: origine des abscisses choisie au c.d.g des inerties des refends

I_i : Inertie du refend de rang i .

x_i : Abscisse de ce refend ; R_i : Effort dans ce refend

d : Abscisse de la résultante H de l'action des forces horizontales

L'effort dans chaque refend est à la fois proportionnel à son inertie et au déplacement qu'il subit.

Par suite de la 1^{ère} hypothèse, il est évident que le problème posé est équivalent à un problème de flexion composée dans laquelle la section résistante serait constituée par l'ensemble des refends, chaque refend étant affecté d'un coefficient égal à son inertie propre.

Dans cette équivalence, l'indéformabilité des planchers et la proportionnalité des efforts et des déplacements subis par les refends correspondent resp. à l'hypothèse de Navier-Bernoulli et la loi de Hooke dans la théorie des poutres.

La formule classique de la flexion composée :

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M}{I} v \quad \text{s'écrit avec :}$$

$$F = H ; \quad M = H \cdot d ; \quad v = x_i$$

$$S = \sum I_i ; \quad I = \sum I_i x_i^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_i}{I_i} = \frac{H}{\sum I_i} + \frac{H \cdot d}{\sum I_i x_i^2} x_i$$

$$\text{Soit } R_i = H I_i \left(\frac{1}{\sum I_i} + \frac{d x_i}{\sum I_i x_i^2} \right)$$

Remarques: - Dans la déformation du bâtiment sous

l'action des forces latérales, les planchers tournent autour d'un axe fixe dont l'abscisse correspond à la position d'un refend fictif qui ne subit aucun effort.

En annulant l'expression de R_i on obtient:

$$x = - \frac{\sum I_i x_i^2}{d \sum I_i}$$

- La déformation du bâtiment peut être décomposée en une translation et une rotation autour du centre O. Si la résultante H coïncide avec la position du c.d.g des inerties des refends, la rotation est nulle et l'effort R_i est uniquement proportionnel à l'inertie du refend considéré:

$$R_i = \frac{H I_i}{\sum I_i}$$

II Stabilité des refends :

1- Refends pleins :

Les éléments de réduction sont constitués par N, T et M des forces directement appliquées (charges verticales et actions horizontales)

les contraintes sont données par les formules classiques

Ω : Section horizontale du refend

e : épaisseur

$\frac{I}{v}$ et $\frac{I}{v'}$: les modules de résistance de cette section

m : le moment statique par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la partie de la section située d'un côté de cet axe.

Contraintes normales sur les fibres extrêmes:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I} v \quad \text{et} \quad \sigma' = \frac{N}{\Omega} - \frac{M}{I} v'$$

Contrainte tangentielle max :

$$\tau = \frac{T \cdot m}{e I}$$

B. Refends avec ouvertures:

On considère 3 cas pour lesquels on donnera les méthodes de calcul. On distingue ces cas suivant le coefficient α qui détermine le degré de monolithisme d'un refend donné

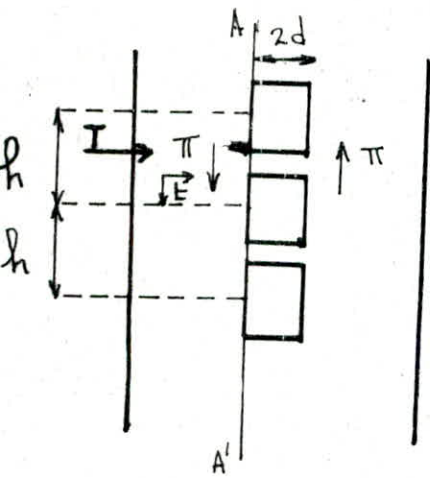
$\alpha \leq 1$ refend avec grandes ouvertures

$\alpha \gg 10$ " " faibles " "

$1 < \alpha < 10$ " avec ouvertures de moyennes dimensions.

1^{er} Cas : ouvertures de faibles dimensions

$$\alpha \geq 10$$



Soit le référend suivant :

G : c. d. g de la section

I : moment d'inertie / G

m : moment statique / G de la partie de la section située d'un côté de l'ouverture



L'effort π dans un linteau donné est égal à la somme des contraintes de cisaillement agissant dans le plan AA' sur la hauteur de l'étage correspondant, soit :

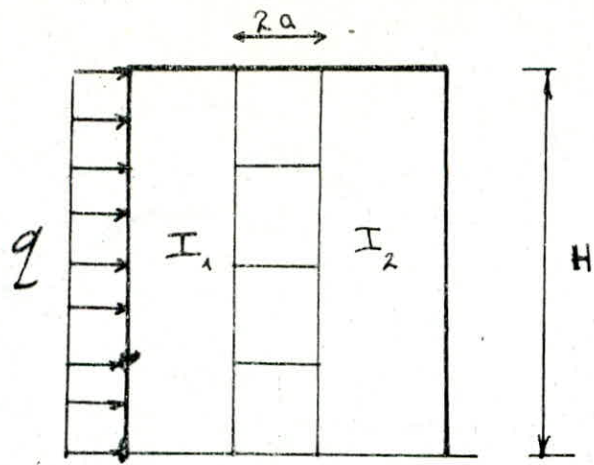
$$\pi = t. e. h = \frac{T_m}{I} h$$

T étant l'effort tranchant horizontal moyen au niveau du linteau.

$M = \pm \pi \cdot d$ moment de flexion du linteau au droit des sections d'encastrement.

2^{ème} cas : ouvertures de grandes dimensions :

$$\alpha \leq 1$$



Lorsque la rigidité des linteaux est très faible dans le cas des planchers-dalles (par exemple) on néglige les moments d'encastrement

des linteaux et on considère que les 2 parties sont simplement entrecroisées, donc assujetties aux mêmes déformations horizontales.

Dans ces conditions l'effort total sera $Q = q \cdot H$ est distribué entre les 2 éléments du refend proportionnellement à leurs inerties I_1 et I_2

$$Q_1 = Q \frac{I_1}{I_1 + I_2} ; \quad Q_2 = Q \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$

Les moments d'encastrement au niveau du sol pour chaque partie du mur sont :

$$M_1 = Q_1 \frac{H}{2} ; \quad M_2 = Q_2 \frac{H}{2}$$

3^{ème} cas : Ouvertures de moyennes dimensions :

$$1 < \alpha < 10$$

La méthode de calcul dans ce cas est basée sur 2 hypothèses

principales qui sont :

* Les efforts localisés transmis par les linteaux peuvent être considérés comme répartis le long de la fibre moyenne de chaque élément de refend et ceci n'est valable que si les éléments de refend ont une longueur suffisante vis à vis de la hauteur d'étage.

* Si on néglige les déformations dues à l'effort normal dans les linteaux, les éléments de refend subissent le même déplacement horizontal au niveau de chaque étage. Ces deux hypothèses conduisent à admettre qu'un refend présentant des ouvertures peut être assimilé du point de vue résistance aux efforts horizontaux, à la structure constituée par 2 éléments de refend liés par les linteaux uniformément distribués sur la hauteur du bâtiment, l'inertie i_0 de chacun d'eux étant définie par $i_0 = \frac{i}{h}$

i : inertie réelle du linteaux

h : hauteur de l'étage

Dans ce cas on introduit beaucoup d'hypothèses

simplificatrices qui amènent à des résultats moins
exacts par rapport aux autres cas.

Chapitre : 2

Calcul à l'état

de service

I) la théorie d'élasticité permet d'étudier le comportement des solides réels sous l'action des forces qui leur sont appliquées.

Pour l'établissement des lois mathématiques on doit supposer que les solides sont idéals *s.à.d.*: homogènes, isotropes à l'état neutre: leurs propriétés physiques et mécaniques sont les mêmes en chaque point, dans toutes les directions et ils ne sont le siège d'aucune tension interne en l'absence des forces extérieures.

Les solides se déforment sous l'action des forces extérieures. Les déformations sont d'abord faibles et présentent le caractère de réversibilité, puis le franchissement d'un seuil plus ou moins net les déformations deviennent importantes et irréversibles. Puis, après, se

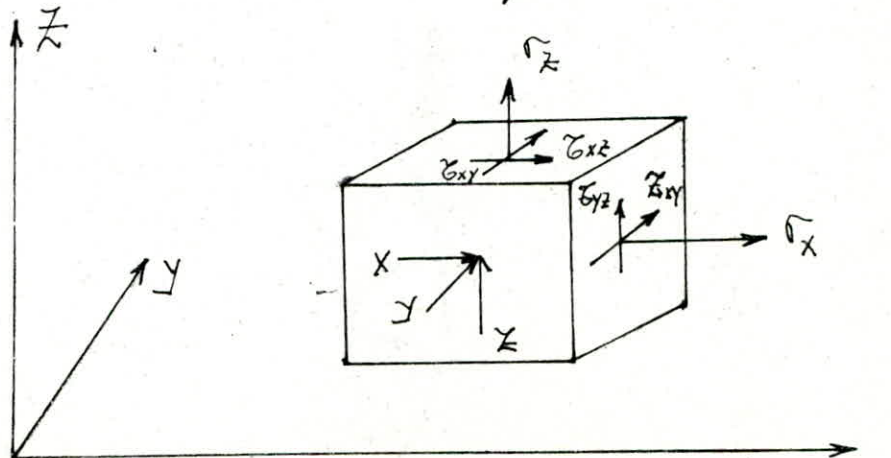
produit la rupture.

La loi de Hooke généralisée admet dans le domaine élastique (déformations réversibles) que les déformations et tensions internes sont liées par des relations linéaires aux forces extérieures. Avec ces hypothèses, la théorie d'élasticité conduit à des équations différentielles, quelquefois impossibles, nécessite une analyse mathématique difficile.

La théorie d'élasticité peut se résumer en 03 ensembles d'équations:

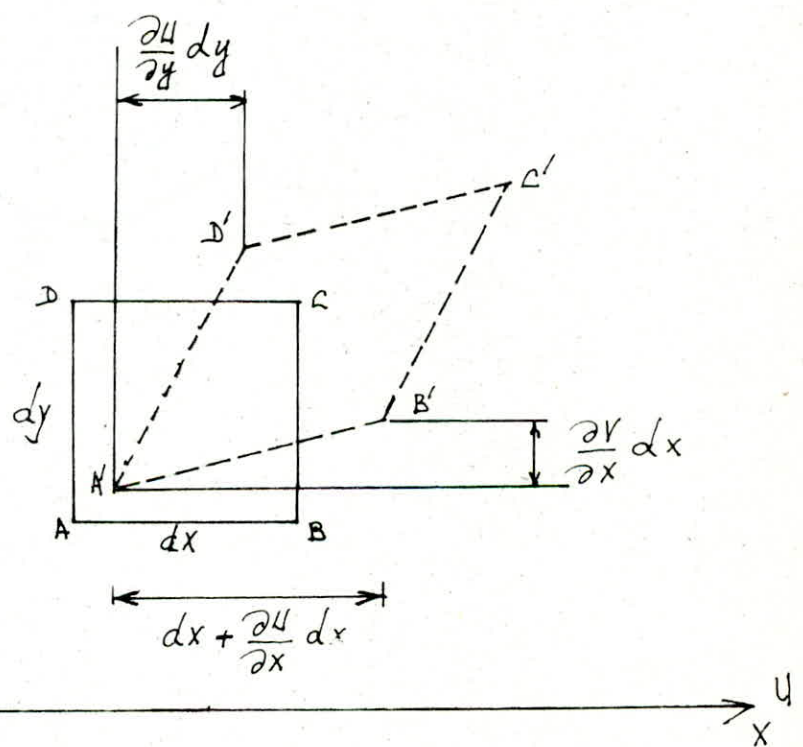
- 1- Equations différentielles d'équilibre
- 2- " " " " déformations-déplacements.
- 3- Lois intrinsèques des matériaux.

1) Equations différentielles de l'équilibre:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \end{array} \right.$$

2) Equations déformations-déplacements:



$$\varepsilon_x = \frac{A'B' - AB}{AB}$$

$$AB = dx ; \quad A'B' = AB \cdot \varepsilon_x + AB$$

$$A'B' = AB(\varepsilon_x + 1) = dx(\varepsilon_x + 1)$$

$$(A'B')^2 = \left(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx\right)^2$$

$$\left[dx(\varepsilon_x + 1)\right]^2 = dx^2(\varepsilon_x^2 + 2\varepsilon_x + 1) \approx dx^2(2\varepsilon_x + 1)$$

$$(A'B')^2 = (dx)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} (dx)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx\right)^2$$

$$dx^2(2\varepsilon_x + 1) = dx^2 \left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right]$$

$$2\varepsilon_x + 1 = 1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\text{d'où : } \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

De même pour ε_y et γ_{xy} : par élévation au carré et élimination des termes d'ordre supérieur (hypothèse de déplacements faibles) :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

γ_{xy} : déformation tangentielle définie comme étant la déformation d'un angle qui était droit avant déformation.

- En tridimensionnel on a:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} ; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} ; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

3) Equations intrinsèques des matériaux:

Les équations caractérisent les propriétés mécaniques du matériau.

Supposons un cube soumis aux contraintes normales σ_x , σ_y , σ_z .

La contrainte σ_x donne dans le sens des x une dilatation égale à $\frac{\sigma_x}{E}$; mais de plus les contraintes σ_y et σ_z provoquent dans la direction des x des dilatations négatives resp. égales à: $-\nu \frac{\sigma_y}{E}$ et $-\nu \frac{\sigma_z}{E}$

Par analogie, on trouve les dilatations ε_y et ε_z .

Enfin on aura les relations:

$$I \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \end{cases}$$

La déformation angulaire γ dans n'importe quel plan de coordonnées n'est occasionnée que par la contrainte tangentielle τ .

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \text{avec } G: \text{ module de Coulomb.}$$

Dans un cube élémentaire on aura:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \end{aligned} \right\} \text{ II}$$

Les relations (I) et (II) constituent la loi de Hooke généralisée.

On considère un parallélépipède élémentaire de dimension dx, dy, dz .

Les contraintes σ_x, σ_y et σ_z provoquent les déformations $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ et une variation de volume dV .

$$dV = dx(1 + \epsilon_x) + dy(1 + \epsilon_y) + dz(1 + \epsilon_z)$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur,

$$\text{on aura: } dV = dx dy dz (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$$

$$\frac{dV}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

En faisant la somme membre à membre des équations (I) on aura :

$$\frac{dV}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

On peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix}$$

Avec : $\lambda = \frac{\mu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$; $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$

ν : Coefficient de Poisson

E : Module de Young.

En plan : Contrainte plane :

$$\sigma_z = 0 ; \tau_{yz} = 0 ; \tau_{xz} = 0$$

Dans ce cas, les relations de la loi de Hooke généralisée se simplifient et s'écrivent :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \sigma_z = 0 \\ \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \end{cases}$$

On peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

En déformation plane on écrit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

En axisymétrie :

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_r \\ e_z \\ e_\theta \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix}$$

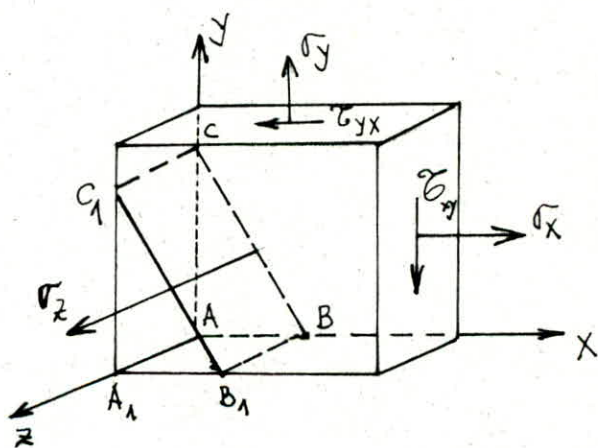
Directions principales et Contraintes principales :

Soit le parallépipède élémentaire soumis aux contraintes $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_z$

Coupons le parallépipède par un plan parallèle à AZ et étudions

l'équilibre du prisme

triangulaire de base ABC .



Quelle que soit l'orientation du plan sécant de trace BC , les forces appliquées aux faces ABC et $A_1B_1C_1$ dues uniquement aux contraintes normales σ_z n'ont aucune influence sur l'équilibre du prisme

Puisqu'elles sont égales et opposées.

Soit α l'angle de la normale

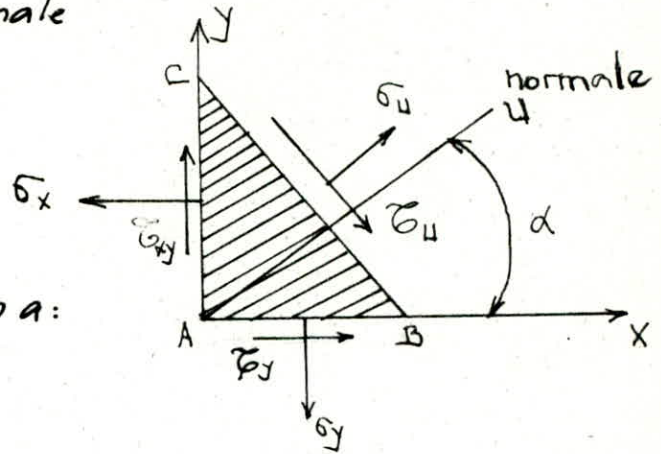
Au au plan BC avec ox .

En désignant par ΔS

l'aire de la facette BC on a:

$$\text{Aire facette AB} = \Delta S \sin \alpha$$

$$\text{Aire facette AC} = \Delta S \cos \alpha$$



Appelons σ_u et τ_u la Contrainte normale et la Contrainte tangentielle sur la facette BC.

En projetant sur les axes Ax , Ay , les conditions d'équilibre du prisme ABC s'écrivent:

$$-\sigma_x \cdot \Delta S \cos \alpha + \tau_{xy} \cdot \Delta S \sin \alpha + \sigma_u \cdot \Delta S \cos \alpha + \tau_u \cdot \Delta S \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$-\sigma_y \cdot \Delta S \sin \alpha + \tau_{xy} \cdot \Delta S \cos \alpha + \sigma_u \cdot \Delta S \sin \alpha - \tau_u \cdot \Delta S \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Après toutes simplifications on aura:

$$\sigma_u = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (3)$$

$$\tau_u = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (4)$$

On remarque que si $\tan 2\alpha = \frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)}$, la

Contrainte $\tau_u = 0$.

Dans - ce cas la facette BC est principale puisque sur une facette principale la contrainte tangentielle est nulle. Alors Au est une direction principale.

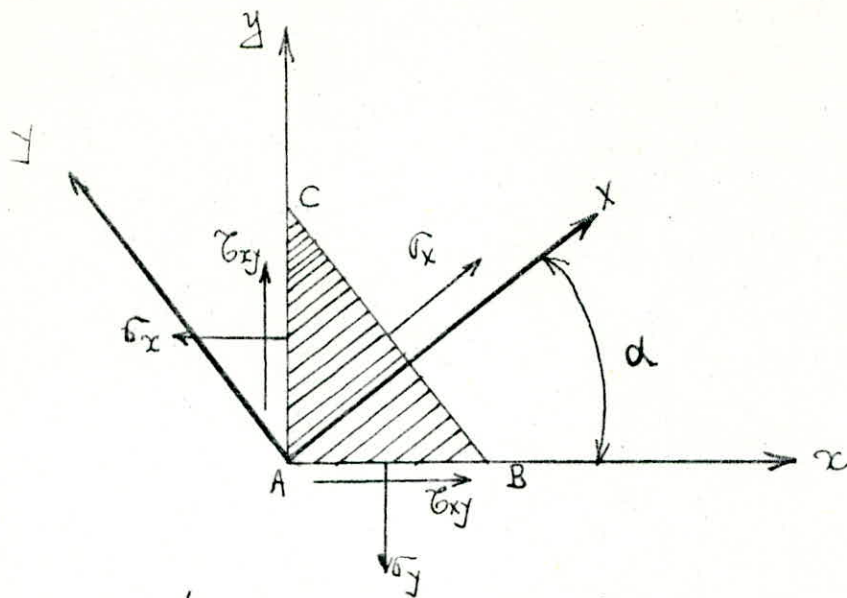
Si on appelle Ax la direction qui fait avec l'axe Ax l'angle α tel que $\text{tg } 2\alpha = \frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)}$, Ax est une direction principale.

Pour avoir la valeur de la contrainte principale σ_x , il suffit de calculer la valeur de ' σ_x ' donnée par la formule (3) en donnant à α la valeur fournie par $\text{tg } 2\alpha = \frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)}$

La valeur de σ_y sera obtenue de la même façon en faisant $(\alpha + \frac{\pi}{2})$ on trouve après tous calcul fait :

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (6)$$



Notions de lignes isostatiques:

Les lignes isostatiques sont les lignes tangentes en tout point P du solide aux directions principales relatives au point P.

Les directions principales font avec l'axe Ox un angle φ défini par:
$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}$$

On remarque que $\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx}$.

On constate que les lignes isostatiques vérifient l'équation différentielle:

$$\tau_{xy} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + (\sigma_x - \sigma_y) \frac{dy}{dx} - \tau_{xy} = 0$$

La méthode des éléments finis (MEF)

C'est une méthode approchée de calcul numérique permettant de déterminer l'état d'équilibre d'un milieu continu élastique à 2 ou 3 dimensions.

Elle consiste à déterminer de manière approximative les déplacements d'un certain nombre de points A_ν ($\nu = 1, \dots, N$) du milieu appelés "nœuds". Ces déplacements sont définis par des matrices colonnes Δ_ν dont les éléments sont les inconnues à calculer.

Pour cela, nous subdivisons la structure en un nombre fini de sous-domaines de formes relativement simples appelés "éléments finis" E_μ ($\mu = 1, \dots, M$) et nous supposons que les éléments E_μ ne sont mécaniquement assemblés entre eux qu'aux nœuds. Il existe plusieurs sortes de formulations d'éléments finis en mécanique des structures:

- Formulation déplacements
- " " Contraintes ou équilibre

- Formulation mixte.

Pour le programme utilisé dans notre thèse on a opté pour la méthode ou formulation déplacement pour la souplesse et la simplicité qu'elle présente.

Le modèle déplacement:

Il présente 3 aspects fondamentaux de la MEF:

- * La discrétisation de la structure en élmts.
- * Le choix d'une approximation pour chaque élément.
- * Le choix de coordonnées généralisées (déplacements nodaux) pour chaque élément.

Ces considérations sont illustrées par les problèmes d'élasticité plane.

① Discrétisation de la structure:

Subdivision du système à étudier en éléments finis de forme géométrique simple de manière à approximer le mieux possible sa géométrie.

② Approximation du champ de déplacements:

A l'intérieur de chaque élément:

$$[u(M)]^e = [\varphi(M)][a]^e \quad M(x, y, z) \in V^e$$

avec $[\varphi(M)]^e$ matrice des fonctions base de l'approximation
 $[a]^e$ vecteur des coordonnées généralisées de l'élément

③ Choix de variables:

Ce sont les déplacements aux nœuds généralisés: q^e

$$[u(M)]^e = [N(M)]^e [q]^e$$

$[N(M)]^e$: matrice d'interpolation dont les éléments sont fonction des coordonnées de l'espace.

Elasticité plane:

Pour traiter les problèmes de contraintes ou de déformation planes, on divise la structure en éléments assemblés entre eux aux nœuds par des articulations.

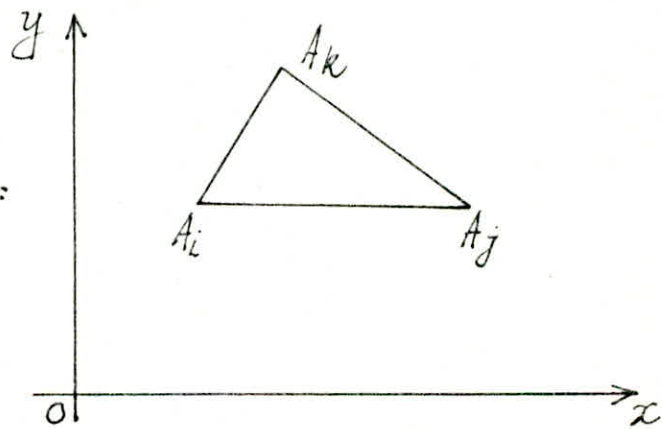
Les déplacements des nœuds et les forces qui leurs sont appliquées sont donc définis par 2 composantes, éléments des matrices colonnes Δ_u et F_u .

Les éléments les plus utilisés sont les triangles

Car il est aisé de diviser une structure en des triangles et il est aussi facile de diminuer l'aire des triangles là où les contraintes varient rapidement.

L'élément triangle:

Un élément E_μ comporte 03 nœuds A_i, A_j, A_k que nous énumérons en parcourant le périmètre dans le sens trigonométrique. Nous désignons par $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ et (x_k, y_k) les coordonnées des nœuds A_i, A_j et A_k dans un repère fixe Oxy .



1) Fonction d'interpolation:

La plus simple est de supposer que les composantes (u, v) du déplacement d'un point M de l'élément sont des fonctions linéaires des coordonnées (x, y) de M .

$$\begin{cases} u(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y \\ v(x, y) = a_4 + a_5 x + a_6 y \end{cases}$$

Pour déterminer les 6 inconnues a_i ($i=1, \dots, 6$)

il suffit de remplacer dans le système d'équation précédent

les coordonnées (x_i, y_i) , (x_j, y_j) et (x_k, y_k) correspondant aux déplacements u_i, v_i ; u_j, v_j et u_k, v_k

$$a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i = u_i \quad a_4 + a_5 x_i + a_6 y_i = v_i$$

$$a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j = u_j \quad a_4 + a_5 x_j + a_6 y_j = v_j$$

$$a_1 + a_2 x_k + a_3 y_k = u_k \quad a_4 + a_5 x_k + a_6 y_k = v_k$$

En résolvant ce système, on obtient les formules d'interpolation :

$$\left\{ \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{1}{2A} (L_i u_i + L_j u_j + L_k u_k) \\ v(x, y) &= \frac{1}{2A} (L_i v_i + L_j v_j + L_k v_k) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} L_i &= x_j y_k - x_k y_j + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y \\ L_j &= x_k y_i - x_i y_k + (y_k - y_i)x + (x_i - x_k)y \\ L_k &= x_i y_j - x_j y_i + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y \end{aligned} \right.$$

où :

$$\begin{cases} L_i = x_j y_k - x_k y_j + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y \\ L_j = x_k y_i - x_i y_k + (y_k - y_i)x + (x_i - x_k)y \\ L_k = x_i y_j - x_j y_i + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y \end{cases}$$

et A est l'aire du triangle $A_i A_j A_k$ donné par le déterminant

$$2A = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = x_j y_k - x_k y_j + x_k y_i - x_i y_k + x_i y_j - x_j y_i$$

En déformation:

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0 \quad ; \quad \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$$

La déformation au point $M(x, y)$ est définie par:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

D'où en utilisant les équations (*):

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix}$$

On notera que la déformation $\{\varepsilon\}$ ne dépend pas de la position du point M ; elle est donc uniforme sur tout l'élément.

Contrainte:

La contrainte au point M est définie par la matrice colonne $\{\sigma\}$ dont les éléments sont σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} du tenseur contrainte.

En déformation plane:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

En contrainte plane :

$$\tilde{\sigma}_{zz} = \tilde{\sigma}_{zx} = \tilde{\sigma}_{zy} = 0 ; \tilde{\epsilon}_{zx} = \tilde{\epsilon}_{zy} = 0 \quad (\tilde{\epsilon}_{zz} \neq 0)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\{\sigma\} = D \{\epsilon\}$$

4) La matrice de rigidité :

On se propose maintenant de déterminer quelles forces, définies par la matrice-colonne F^M , il faut appliquer aux nœuds A_i , A_j et A_k pour assurer l'équilibre de l'élément sous l'effet :

1) Des déplacements des nœuds supposés connus

et définis par la matrice colonne Δ^M .

2) D'une densité volumique de force $f(M)$ appliqué à l'élément

3) De la déformation imposée $\varepsilon_0(M)$.

* Principe de Travaux virtuels:

On suppose qu'un corps indéformable est en équilibre.

Le principe exprime que pour tout déplacement compatible avec les liaisons, la somme des travaux de toutes les forces agissant sur le système est nulle.

Pour un système élastique, le travail total comprend celui des forces extérieures et celui des forces intérieures au cours de la déformation élastique. Ce dernier est donc égal à la variation de potentiel interne changé de signe.

$$\delta W + \delta V = 0$$

$$\text{Avec } \delta W = \int_{\text{vol}} \sigma \delta \varepsilon \, d(\text{vol}) \quad \text{et} \quad \delta V = [\delta u] \{F\}$$

$$[u(M)]^e = [N(M)]^e [q]^e$$

$$[\varepsilon(M)]^e = [B(M)]^e [u]^e$$

$$[\delta U(M)]^e = [A(M)]^e [\delta q]^e$$

$$[\delta \varepsilon(M)]^e = [B(M)]^e [\delta u]^e$$

Avec les équations intrinsèques du matériau

$$\{\sigma\} = \mathbb{D} \{\varepsilon\}$$

Le travail des efforts internes s'écrit:

$$\delta W = \int_{\text{vol}} \sigma \delta \varepsilon d(\text{vol}) = \int_{\text{vol}} \varepsilon [D] \delta \varepsilon d(\text{vol})$$

$$\text{donc } \delta W = [\delta u]^e [K]^e [u]^e$$

$$\text{Avec } [K]^e = \left[\int_{\text{vol}} [B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \right]$$

La variation de l'énergie potentielle des forces extérieures

$$\delta V = [\delta u]^e [F]^e$$

Exprimons le principe des travaux virtuels:

$$\delta W + \delta V = 0$$

$$[\delta u]^e [F]^e - [\delta u]^e [K]^e [u]^e = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{[F]^e = [K]^e [u]^e}$$

Après avoir trouvé la matrice de rigidité $[K]$ pour un élément on cherchera celle globale.

$$[F] = [K]_{\text{globale}} [U]$$

En résumé, les étapes à suivre dans la MEF sont:

* Formulation élémentaire:

- Calcul de la matrice de rigidité élémentaire.

* Formulation globale:

- Assemblage des matrices de rigidité de manière à satisfaire les équations d'équilibre des nœuds.

La règle d'assemblage des matrices de rigidité élémentaires consiste pour un nœud donné à additionner les sous-matrices de rigidité nodales des éléments ayant ce nœud en commun.

- La matrice K et le système linéaire ainsi définis possèdent les déplacements de corps rigides; K est par conséquent singulier. Pour résoudre et trouver les déplacements due aux déformations, il faut

bloquer les déplacements rigides ; on est donc obligé d'appliquer un nombre minimal de conditions aux limites de type déplacement.

- Prise en compte des conditions de déplacements imposés.
- Résolution par rapport aux inconnues de déplacements.
- Calcul des contraintes dans les éléments.

III) Présentation du programme

Le programme que nous développerons est le programme B.B.M.E.F établi dans DHATT et Touzot auquel nous effectuerons certains changements.

Ce programme traite des problèmes à 2 dimensions avec 2 degrés de liberté par nœud et utilise des éléments triangulaire à 3 nœuds.

Le programme présente un programme principal et 6 sous-routines :

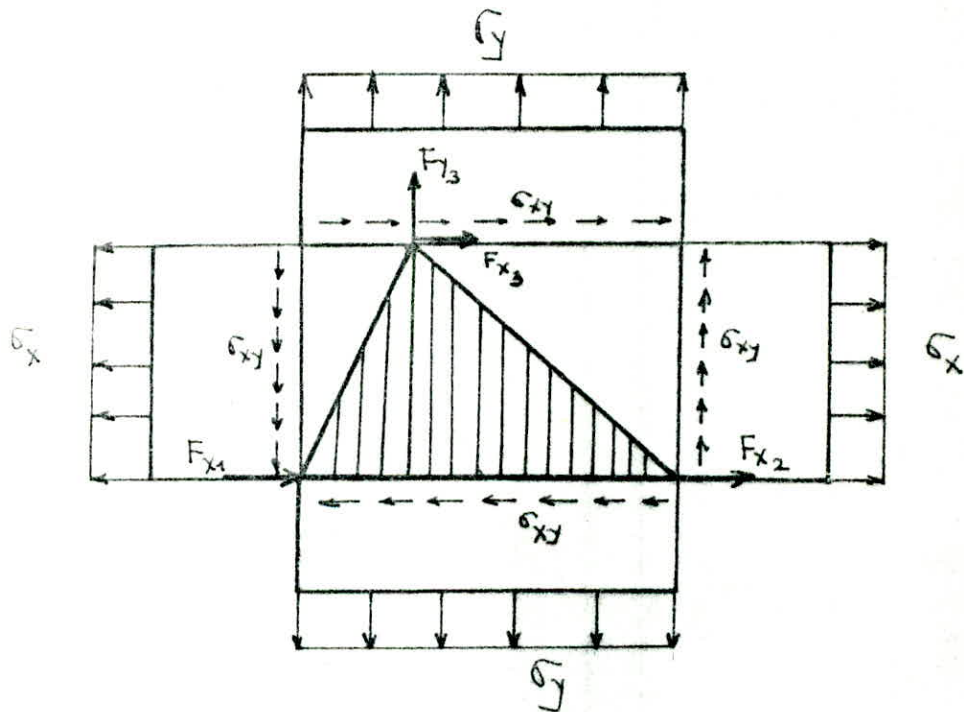
Elast ; Grille ; Locef ; Elem02 ; Assemb ; Resol et Contr.

Leurs fonctions sont présentées sur le tableau ci-dessous :

Nom	Fonction
Elast	<ul style="list-style-type: none"> - Lecture des sollicitations concentrées et uniformes - Lecture des conditions aux limites - Impression des résultats
Grille	- Lecture des coordonnées et des connectivités.
Locef	- Construction de table de localisation des éléments
Elem 02	- Formation de la matrice de rigidité élémentaire
Assemb	- Assemblage des éléments
Resol	- Résolution du système par la méthode de Gauss
Contr	Calcul des contraintes pour chaque élément.

Construction de la matrice de rigidité élémentaire (VKE) et programmation

Après avoir décomposé notre structure en éléments triangulaires avec 3 nœuds par élément on approximera les déplacements par des fonctions d'interpolation.



On a 2 degrés de liberté par nœud donc le comportement de l'élément est décrit par 6 degrés de liberté.
Pour les autres étapes de calcul il faut se référer au chap. 2. II

Programmation:

Dans notre programme on étudie 3 cas différents (Contraintes plane, déformation planes et axisymétrie) La matrice de raideur (D) qu'on a exposé dans la théorie d'élasticité et qui est notée dans le programme (DEV) change d'un cas à un autre tandis que la matrice (B) notée (VBE) est la même pour les 02 premiers cas mais a une ligne de plus dans l'axisymétrie.

Notre but est de chercher la matrice de rigidité notée (VKE) qu'on obtiendra en effectuant le produit

$$A.t. (B)^T \cdot (D) \cdot (B)$$

A: Aire de l'élément

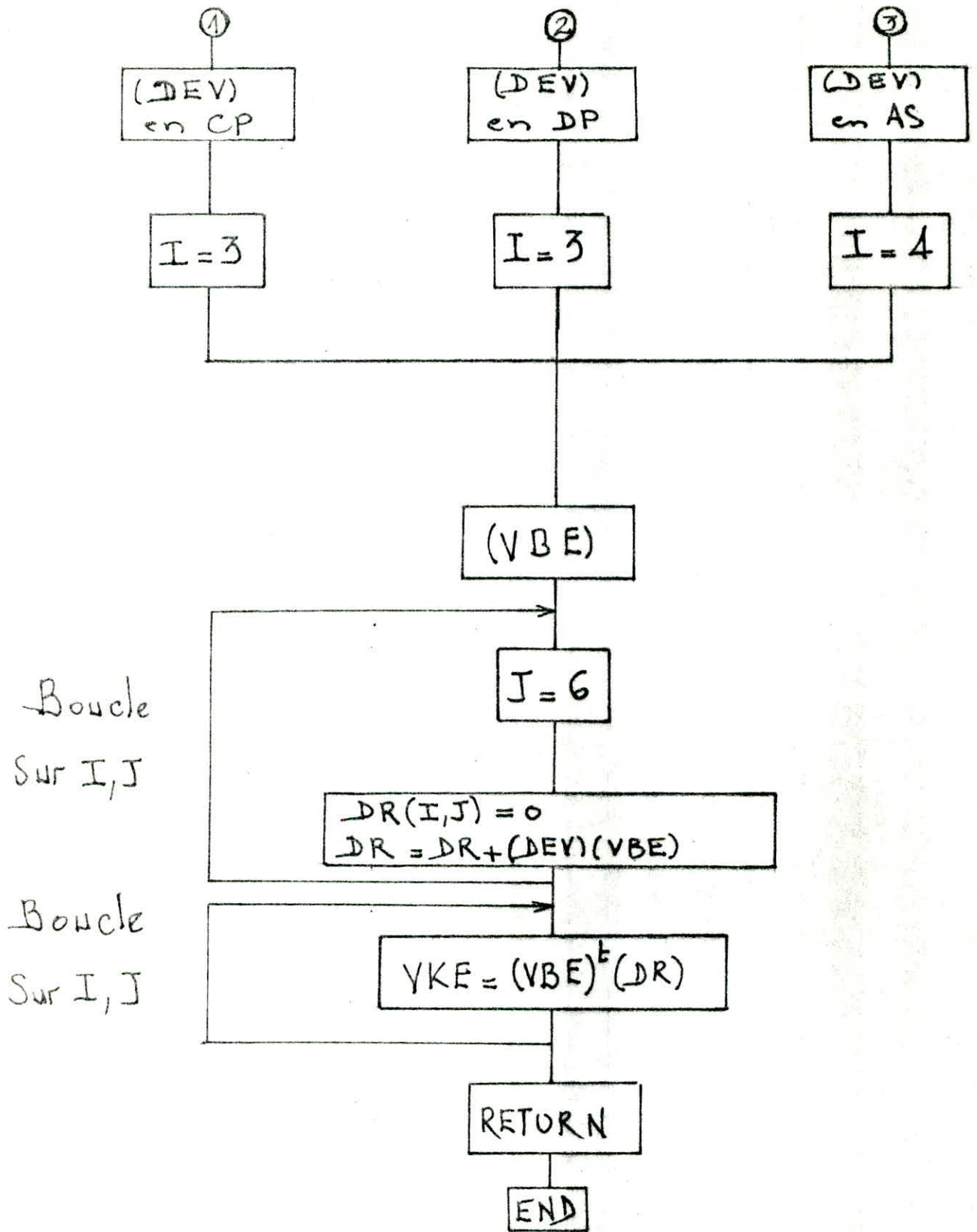
t: Epaisseur

Pour cela on crée une subroutine (Elem02) dans laquelle on procède de la manière suivante. On introduit les matrices d'élasticité qui sont d'ordre (3,3) pour contrainte plane et déformation

plane et d'ordre $(4,4)$ pour l'axisymétrie et on introduit la matrice (VBE) d'ordre $(4,6)$ et suivant le cas on boucle avec une indice $I = 3$ ou 4 .
On fait d'abord le produit $(D) \cdot (B)$ qu'on affecte à la matrice (DR) puis on obtient (VKE) en faisant le produit $(B)^t \cdot (DR)$.

Organigramme

1. Contraintes planes CP
2. Déformations planes DP
3. Axisymétrie AS



Assemblage des matrices élémentaires:

Après avoir déterminé toutes les matrices élémentaires dans le repère global, il faut les assembler au moyen des conditions d'équilibre en chaque nœud. Nous obtenons ainsi la matrice de rigidité globale à "l'état libre".

Règle d'assemblage:

Après la construction de la table de localisation LOCE dans une subroutine LOCEF qui donne la position de chaque terme (U_n) dans D_n , on introduit une subroutine ASSEMB qui assemble les éléments à partir de la table de localisation.

La table de localisation est identique à la table des connectivités définie dans la subroutine

GRILLE. La dimension de cette table est égale au nombre de degrés de liberté de l'élément

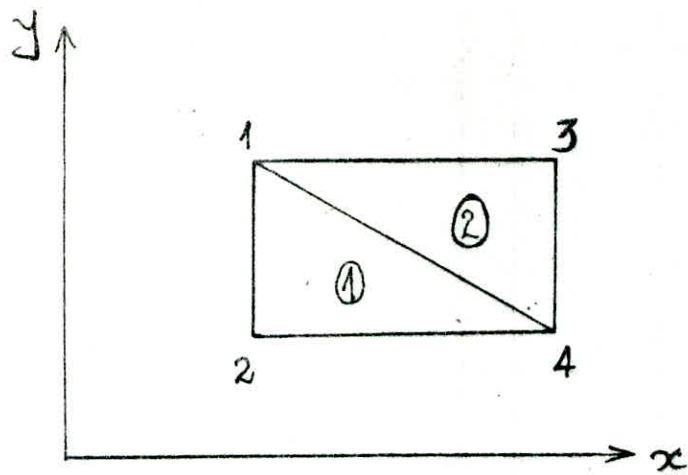


Table de connection :

Elément	Nœuds
1	1 2 4
2	1 4 3

$$\langle D_n \rangle = \langle u_1 v_1 \quad u_2 v_2 \quad u_3 v_3 \quad u_4 v_4 \rangle$$

élément 1 :

$$\langle D_n \rangle = \langle u_1 v_1 \quad u_2 v_2 \quad u_4 v_4 \rangle$$

$$Loce = \langle 12 \quad 34 \quad 78 \rangle$$

élément 2 :

$$\langle D_n \rangle = \langle u_1 v_1 \quad u_4 v_4 \quad u_3 v_3 \rangle$$

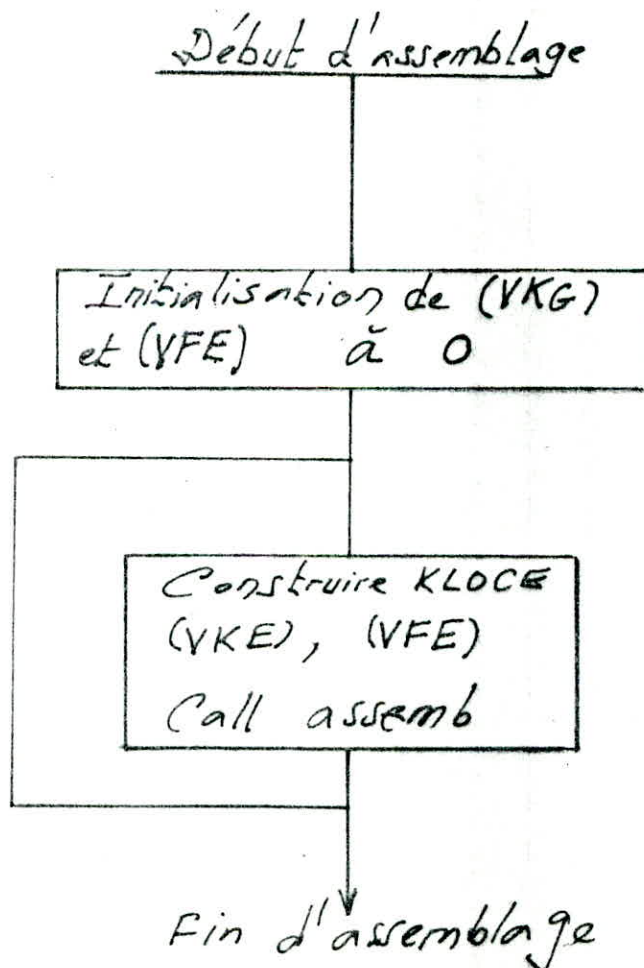
$$Loce = \langle 12 \quad 78 \quad 56 \rangle$$

L'algorithme général qui effectue les 2 étapes d'assemblage est le suivant :

1. Initialisation des termes (K) et (F) à zéro.
2. Pour chaque élément, ajouter chaque terme K_{IJ} de sa matrice élémentaire au terme de la matrice de rigidité globale ; ajouter chaque terme f_i du vecteur élémentaire des sollicitations au terme F_I du vecteur global.

$$F_I = F_I + f_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$I = \text{KLOC}(i)$$



Introduction des conditions aux limites

Pour une structure à n noeuds et étant donné qu'on a 2 degrés de liberté par noeud, on obtient un système de $2n$ équations avec un nombre d'inconnues inférieur à $2n$ en raison des conditions d'appuis. On doit déterminer une matrice de rigidité à l'état lié qui tient compte des conditions d'appuis.

Pour l'introduction des conditions d'appuis, il y a 3 méthodes qui sont:

1. Réarrangement de la matrice VKG.
2. Par l'intermédiaire du terme diagonal dominant
3. Méthode du terme diagonal unitaire qu'on a opté en raison de la précision qu'elle donne et la facilité de programmation.

Principe:

Pour un noeud i bloqué:

On remplace son terme diagonal par 1 et on annule

la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $i^{\text{ème}}$ colonne.

Donc, cette méthode consiste à modifier pour chaque relation le vecteur force (F) puis la matrice de rigidité (K).

$$F_J = F_J - K_{Ji} \bar{V}_i \quad J = 1, 2, \dots, n \quad ; \quad J \neq i$$

$$F_i = V_i \quad \text{nœud bloqué } V_i = \bar{V}_i$$

$$K_{ii} = 1$$

L'introduction des conditions aux limites est dans le programme principal.

Résolution:

Après l'obtention de la matrice de rigidité globale à l'état lié, on obtient le système:

$$\{F\} = [K] \{\Delta\}$$

Pour la résolution on utilise la méthode de Gauss qui nécessite un nombre réduit d'opérations.

Pour un système $N \times N$ on a :

$$\frac{N^3}{3} \text{ additions et } \frac{N^3}{3} \text{ multiplications}$$

cette méthode est introduitè dans une subroutine (Resol). Elle transforme la matrice (K) en une matrice triangulaire superieure.

La table VFG contient le vecteur (F) en entrée et le vecteur (D₀) à la sortie.

Calcul des contraintes dans les éléments:

Dans le cas général nous avons:

$$\sigma = [D] \{ \epsilon \} = [D][B] \{ \Delta \}$$

on calcule pour chaque élément le produit (D)(B)

Après avoir trouvé les déplacements aux nœuds

on trouve directement $\sigma = [D][B] \{ \Delta \}$

on fait, de nouveau, appel à la subroutine (Elem02)

pour nous donner les matrices [B] et [D].

Nous introduisons la subroutine notée (Contr) par

laquelle on évalue les contraintes au sein de chaque

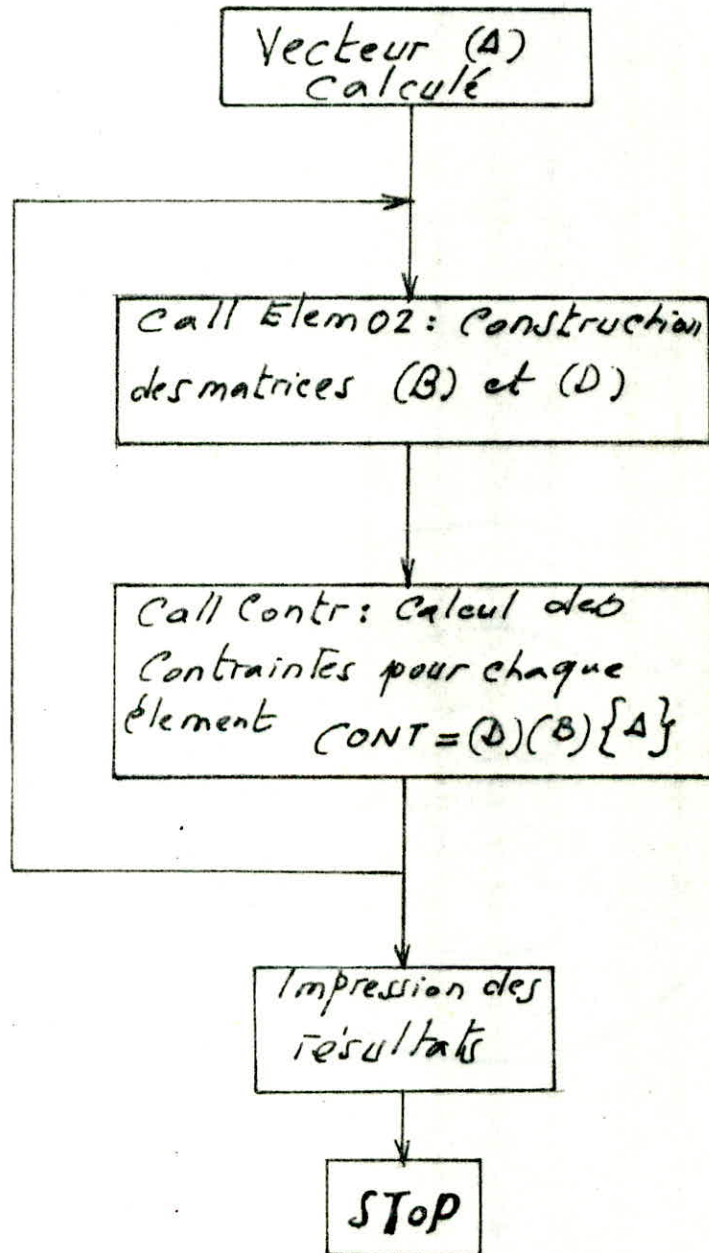
élément en passant par les étapes suivantes:

- on fait le produit (DEV)(VBE) qu'on affecte à la matrice notée (DR).

- on effectue le produit du vecteur déplacements (A) avec (DR) pour obtenir les contraintes notées CONT.

Organigramme de Calcul
des Contraintes

Boucle
sur NELS



Ferraillage

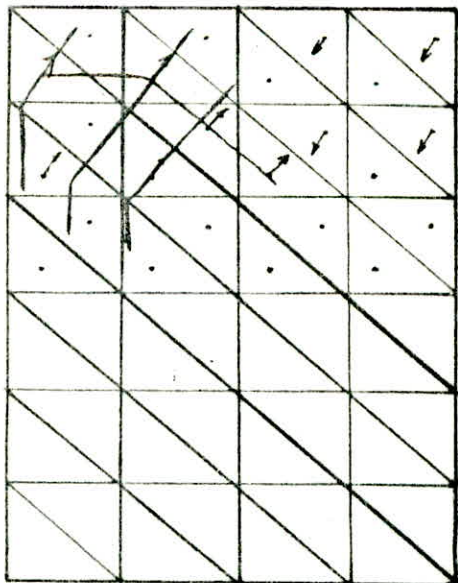
Le ferraillage du voile est réalisé à partir des valeurs de contraintes obtenues.

Pour ce faire, on dispose de 02 méthodes:

1. Méthode théorique
2. " réglementaire

1. Méthode théorique:

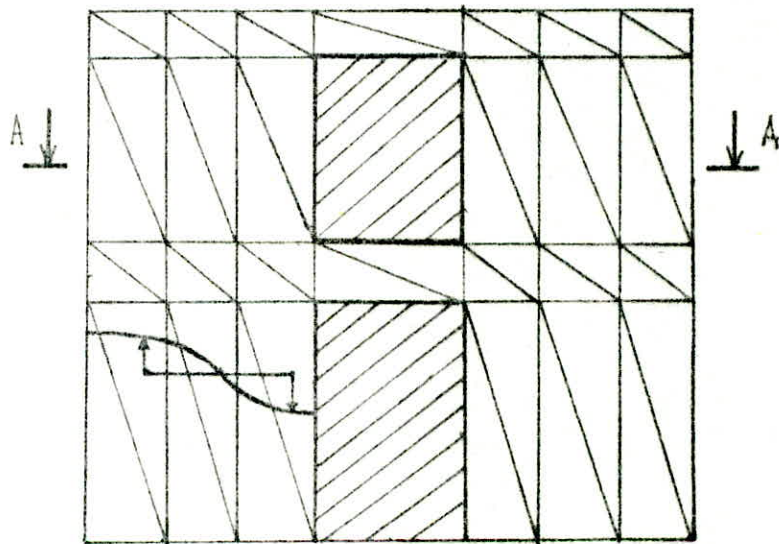
Consiste à calculer les contraintes principales et leurs directions et mettre des armatures dans les endroits où les contraintes sont de traction en suivant les directions principales.



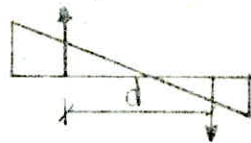
2) Méthode réglementaire (RPA):

Consiste à déterminer le moment de flexion à partir des contraintes et à l'aide duquel on ferraille.

On prendra une section et on trace le diagramme des contraintes à partir des contraintes calculées au sein des éléments et on intègre.



Coupe A-A



$$F = b \int \sigma(x) dx$$

$$M = F \cdot d$$

d : distance entre les points d'applications de F_1 et de F_2
(bras du levier)

Chapitre : 3

Calcul à l'état

ultime

I) la théorie classique de la RDM qu'est la théorie d'élasticité repose sur l'hypothèse du corps naturel idéalisé élastique.

En fait, la déformation réelle du corps naturel est différente de la déformation élastique, car quand une poutre est fléchie au-delà de la limite élastique (s. à. d. plastiquement) elle conserve une certaine courbure ou déformation permanente qui ne s'annule pas même après suppression des charges extérieures. Du fait que les fibres voisines de l'axe neutre sont restées élastiques, elles tendent après décharge à reprendre la longueur initiale, ce qui est empêché par les fibres qui ont subi une déformation permanente et de la sorte des contraintes résiduelles prennent naissance. On dit que le corps est en état d'autocontrainte.

Notion de rotules plastiques:

Dans le cas d'un matériau tel que l'acier dont la limite élastique est bien marquée (Fig. 1), la flexion d'une poutre rectangulaire au-delà de la limite élastique ne signifie pas la rupture immédiate de la poutre.

La déformation permanente se produit d'abord dans les fibres extrêmes de la section lorsque le moment de flexion atteint sa valeur max. tandis que le

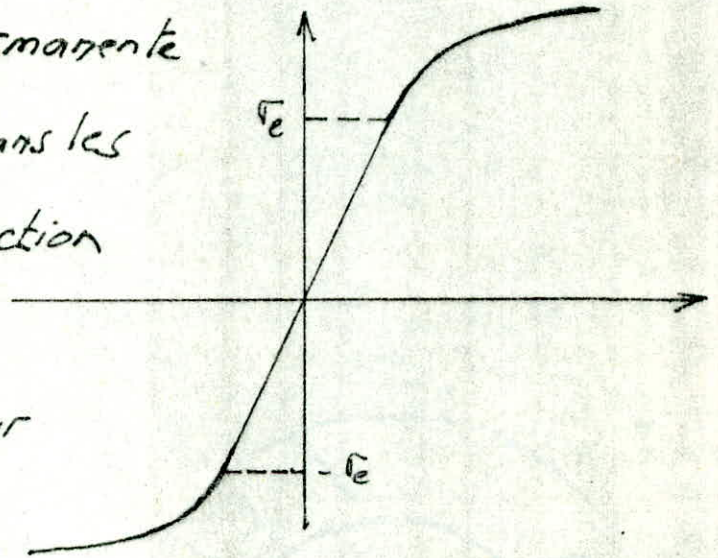


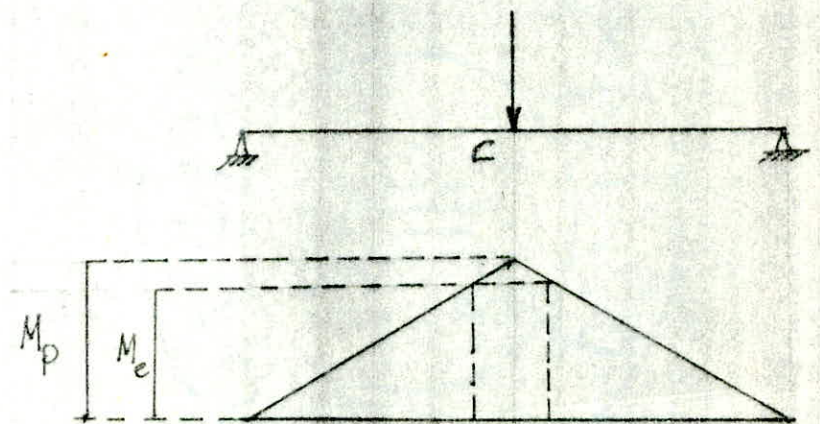
Fig. 1

restant de la poutre

continue à se comporter élastiquement car l'aplatissement du diagramme ne se fait pas brusquement contrairement à ce qui se passe pour une poutre en I où l'écoulement plastique à la limite élastique aura sur le diagramme charge-déformation une influence plus prononcée puisque

La majeure partie du matériau se trouve concentrée aux ailes de la poutre de la poutre et que par conséquent la limite élastique est atteinte sensiblement au même instant pour la plupart des fibres dans la section du moment de flexion max. ce qui se traduit sur le diagramme charge - déformation par un aplatissement brusque (ou quasiment).

Pour illustrer la rotule de rotule plastique qui est la plus fondamentale du calcul plastique, on étudiera le cas d'une poutre en double T appuyée sur 2 appuis simples et chargée comme c'est montré sur la fig. 2.



Quand la valeur de M au point C atteint la valeur max. de M_p la poutre s'effondre.

La zone plastifiée où le moment atteint la valeur M_p est très localisée.

" Une rotule plastique est une rotule à frottement qui resterait rigide tant que $M < M_p$ et qui permettrait la rotation relative des 2 tronçons de la poutre dès que le moment atteint sa valeur plastique M_p "

Considérons cette fois-ci l'exemple d'une poutre biencastree chargée uniformément et supposons que l'on fasse croître la charge progressivement le diagramme des moments est représenté sur la fig. 3

Dans la conception élastique classique on obtient la charge max. en égalisant:

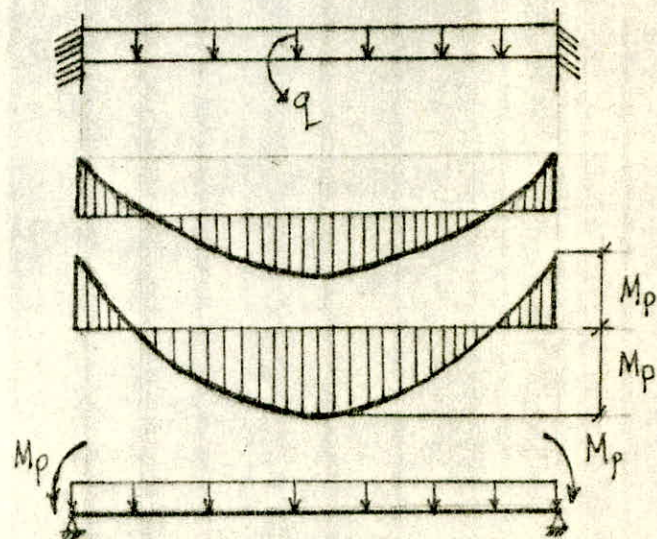


fig. 3. a. b. c. d

$$|M_A| = |M_B| = \frac{qL^2}{12} = M_e \Rightarrow \boxed{P = qL = \frac{12 M_e}{L}}$$

Mais si l'on adopte la notion de rotule plastique les rotules en A et B ne commencent à tourner que pour $M_p = f M_e$ (f : facteur de forme), donc la charge élastique :

$$\boxed{P' = f P = \frac{12 M_p}{L}}$$

Cette condition de chargement s. à. d. où les moments en A et B ont atteint la valeur max. de M_p n'est pas critique pour notre poutre puisque le moment au milieu reste $< M_p$.

La poutre peut résister à l'action des charges. si l'on accroît encore la charge, du fait que la limite élastique du matériau est atteinte, la valeur des moments d'encastrement ne change pas et la déformation se poursuit comme dans le cas d'une poutre reposant sur 2 appuis simples (fig. 3.d). Cet état d'équilibre élasto-plastique de la poutre isostatique

(après la levée de l'hyperstaticité) persiste jusqu'à l'instant où le moment en travée atteint M_p , ce qui se traduit par la création d'une rotule plastique; la poutre s'est transformée en un mécanisme qui s'effondre sous charge constante. La fig. 3 illustre le diagramme du moment de flexion correspondant à cet état de charge.

On calculera la charge critique (limite) en remarquant que :

$$\frac{q_c l^2}{8} = 2M_p \Rightarrow \boxed{P_{cr} = q_c l = \frac{16 M_p}{l}}$$

Généralisation:

Pour une assature de h degrés de liberté des rotules plastiques se forment là où un moment max. s'établit jusqu'à ce que le nombre de rotules atteigne h ; à ce moment-là le système est statiquement déterminé.

La formation de la $(h+1)^{\text{ième}}$ rotule transforme le système en un mécanisme dont la ruine se

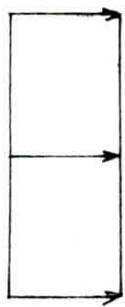
produit sous charge constante.

La charge limite dans ce cas est la charge qui causera la $(h+1)^{\text{ième}}$ rotule.

Remarque: Une rotule plastique est différente d'une articulation puisqu'elle est susceptible d'équilibrer un moment de flexion.

II) Le programme "SWALL" nous permet de calculer la force limite et de déterminer le type de mécanisme de rupture de n'importe quel voile, qu'il soit un voile plein ou à files d'ouvertures; qu'il possède des longrines ou non.

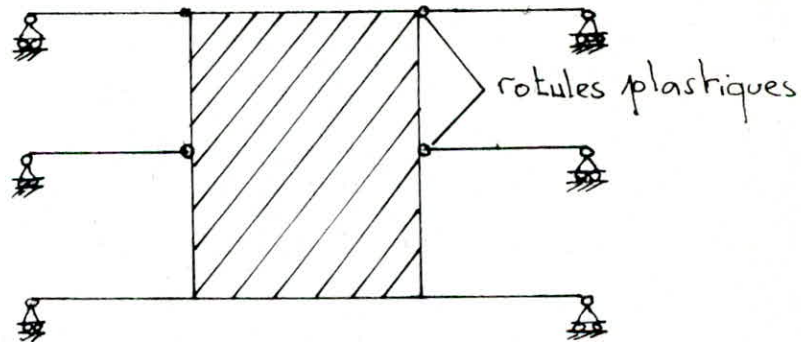
Les voiles peuvent être modélisés, d'une façon générale, par le schéma suivant:



Forces latérales
uniformes



Forces latérales
triangulaires

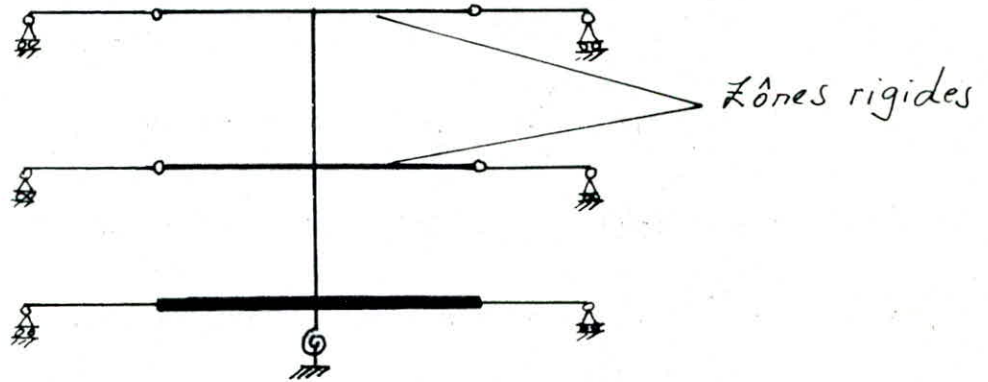


Les hypothèses de calcul adoptées dans le programme sont les suivantes :

- 1) Les rotules plastiques se forment aux extrémités des poutres de liaisons (linteaux) qui sont des

éléments non rigides dans le voile, à l'exception des longrines.

2) Le voile est modélisé par un portique équivalent comme le montre la figure suivante:



3) La rupture n'est atteinte en aucun élément.

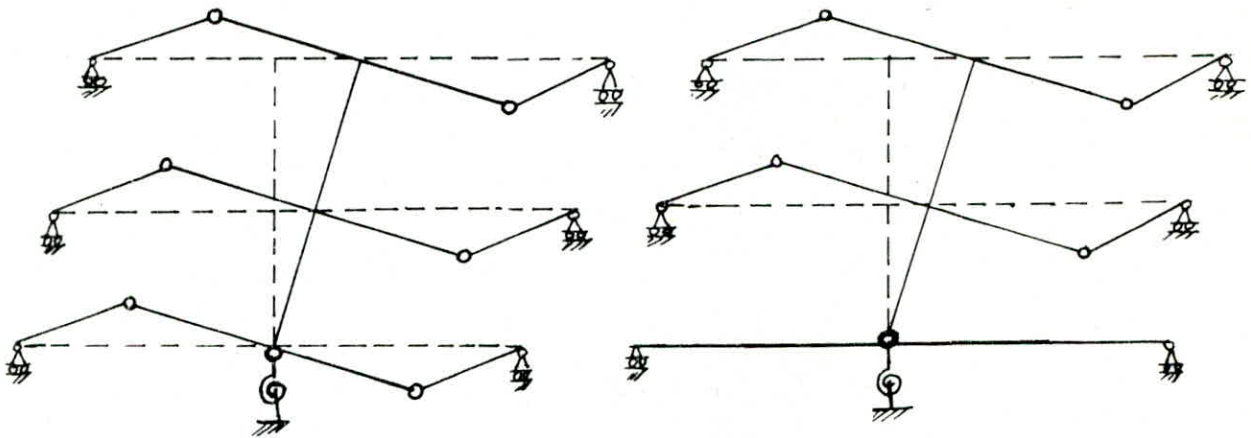
4) La distribution des forces latérales peut être uniforme ou triangulaire.

En se basant sur ces hypothèses, la force latérale limite est calculée quand la rotule plastique provoquant le mécanisme de rupture est formée.

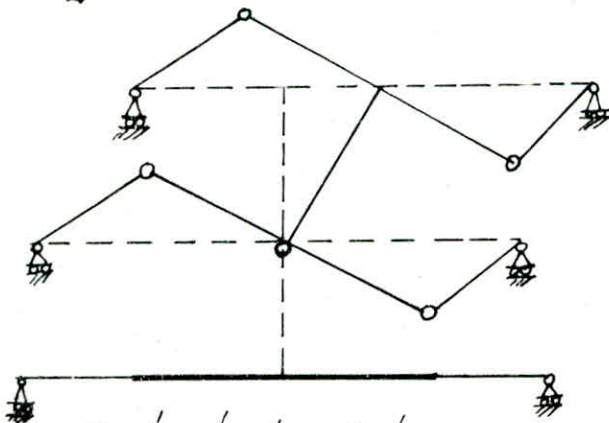
Tous les mécanismes de rupture probables sont considérés et à partir desquels les forces latérales correspondantes sont calculées.

Parmi les mécanismes proposés pour le calcul, celui qui correspond à la force latérale minimale est choisi comme étant la solution.

En général, quand le nombre de niveaux est N le nombre de mécanismes de rupture possibles est $2N$. Par exemple, pour 2 niveaux on considère les mécanismes suivants:

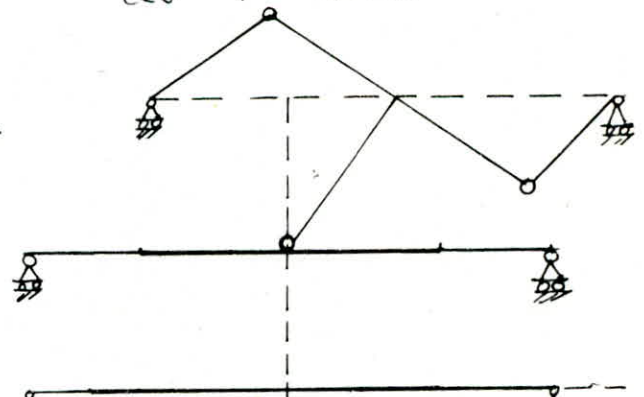


Rotule au niveau de la fondation



En haut du poteau du 1^{er} niveau

Rotule à la base du poteau du 1^{er} niveau



à la base du poteau du 2^{ème} niveau

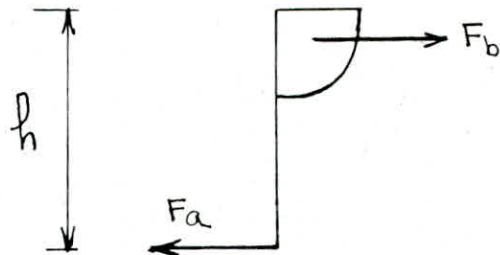
Les moments ultimes des différents éléments

1) Poutres:

$$M_u = F_a \cdot z$$

$$F_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_s} \cdot A_L \times 0,9 h \quad \text{d'après BAEL 80}$$

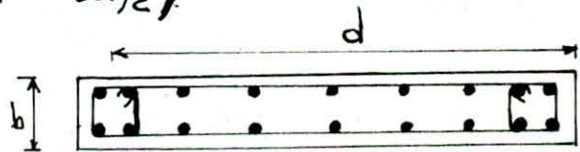
avec $\gamma_s = 1$



2) Poteaux et murs avec poteaux noyés:

$$M_u = 0,8 \cdot A_L \cdot \sigma_e \cdot d + 0,5 d N \left(1 - \frac{N}{bd f_c}\right) \quad \text{formule approchée}$$

On suppose que le poteau est dimensionné de façon que:

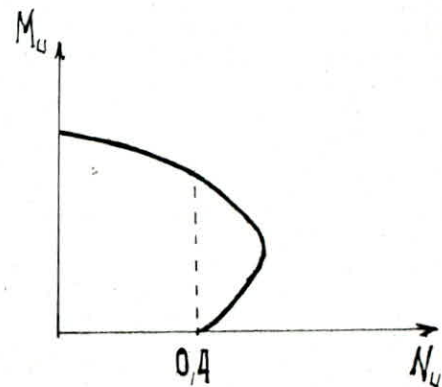


$$N < 0,4 b d f_c$$

ceci est dû au fait que la

Courbe d'interaction (N_u, M_u) n'est

plus bijective au-delà de la valeur 0,4



A_t : Section des aciers tendus

σ_e : Limite élastique

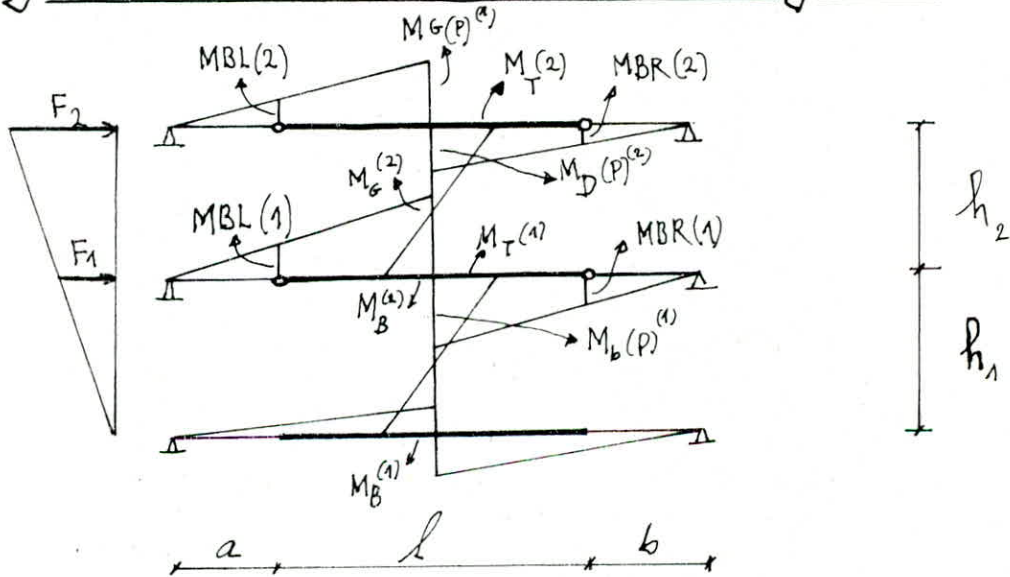
d : hauteur du poteau (voile)

b : largeur du poteau (voile)

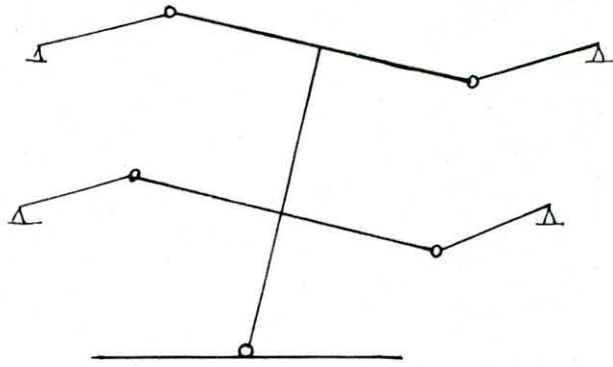
N : Effort normal (positif en cas de compression)

Détermination des moments et des forces à partir d'un mécanisme de rupture choisi :

Diagramme des moments dans le cas général :



Pour illustrer la méthode de travail, on choisit le système suivant à titre d'exemple :



Le mécanisme est provoqué par la rotule qui est formée à la base du poteau du 1^{er} niveau donc $M_B^{(1)} = M_p$ (poutre) (rotule dans la poutre)

On sait que l'effort tranchant :

$$Q(2) = \frac{M_T^{(2)} + M_B^{(2)}}{h_2}$$

$$Q(1) = \frac{M_T^{(1)} + M_B^{(1)}}{h_1} = \frac{M_T^{(1)} + M_p^{(1)}}{h_1}$$

et on sait, en outre, que :

$$Q(2) = F_2$$

$$Q(1) = F_1 + F_2$$

$$\frac{F_2}{h_2 + h_1} = \frac{F_1}{h_1} \Rightarrow F_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2} F_2$$

$$\text{d'où } Q(1) = F_2 \left(\frac{h_1}{h_1 + h_2} + 1 \right)$$

On aura :

$$\frac{M_T^{(2)} + M_B^{(2)}}{h_2} = F_2$$

$$\frac{M_T^{(1)} + M_P^{(1)}}{h_1} = F_2 \left(\frac{h_1}{h_1 + h_2} + 1 \right) = \left(\frac{2h_1 + h_2}{h_1 + h_2} \right) F_2$$

$$\Rightarrow \frac{M_T^{(2)} + M_B^{(2)}}{h_2} = \frac{h_1 + h_2}{h_1(2h_1 + h_2)} (M_T^{(1)} + M_P^{(1)})$$

$$h_1(2h_1 + h_2) [M_T^{(2)} + M_B^{(2)}] = h_2(h_1 + h_2) [M_T^{(1)} + M_P^{(1)}]$$

$$\begin{aligned} h_1(2h_1 + h_2) M_B^{(2)} - h_2(h_1 + h_2) M_T^{(1)} &= \\ = -h_1(2h_1 + h_2) M_T^{(2)} + h_2(h_1 + h_2) M_P^{(1)} &\quad (1) \end{aligned}$$

Avec : $M_T^{(2)}$ Conn4 = Somme des moments de

la poutre gauche et de la poutre droite

$$M_T^{(2)} = M_G^{(2)} + M_D^{(2)}$$

$$\text{et } M_G^{(i)} = MBL^{(i)} \frac{a + l/2}{b}$$

$$M_D^{(i)} = MBR^{(i)} \frac{a}{b + l/2}$$

MBL et MBR donnés par hypothèses.

$M_P^{(1)}$ donné en optant pour un mécanisme.

Pour vérifier la condition d'équilibre du nœud, il faut que :

$$M_B^{(2)} + M_T^{(1)} + [M_G^{(1)} + M_D^{(1)}] = 0$$

$$M_B^{(2)} + M_T^{(1)} = - \left[M_G^{(1)}(P) + M_D^{(1)}(P) \right] \quad (2)$$

En résolvant le système d'équation ① et ②

on trouve :

$$\left\{ M_B^{(2)} = \frac{-\frac{h_1}{h_2} \left[\frac{2h_1 + h_2}{h_1 + h_2} \right] M_T^{(2)} + M_P^{(1)} - \left[M_G^{(1)}(P) + M_D^{(1)}(P) \right]}{\frac{h_1}{h_2} \left[\frac{2h_1 + h_2}{h_1 + h_2} \right] + 1}$$

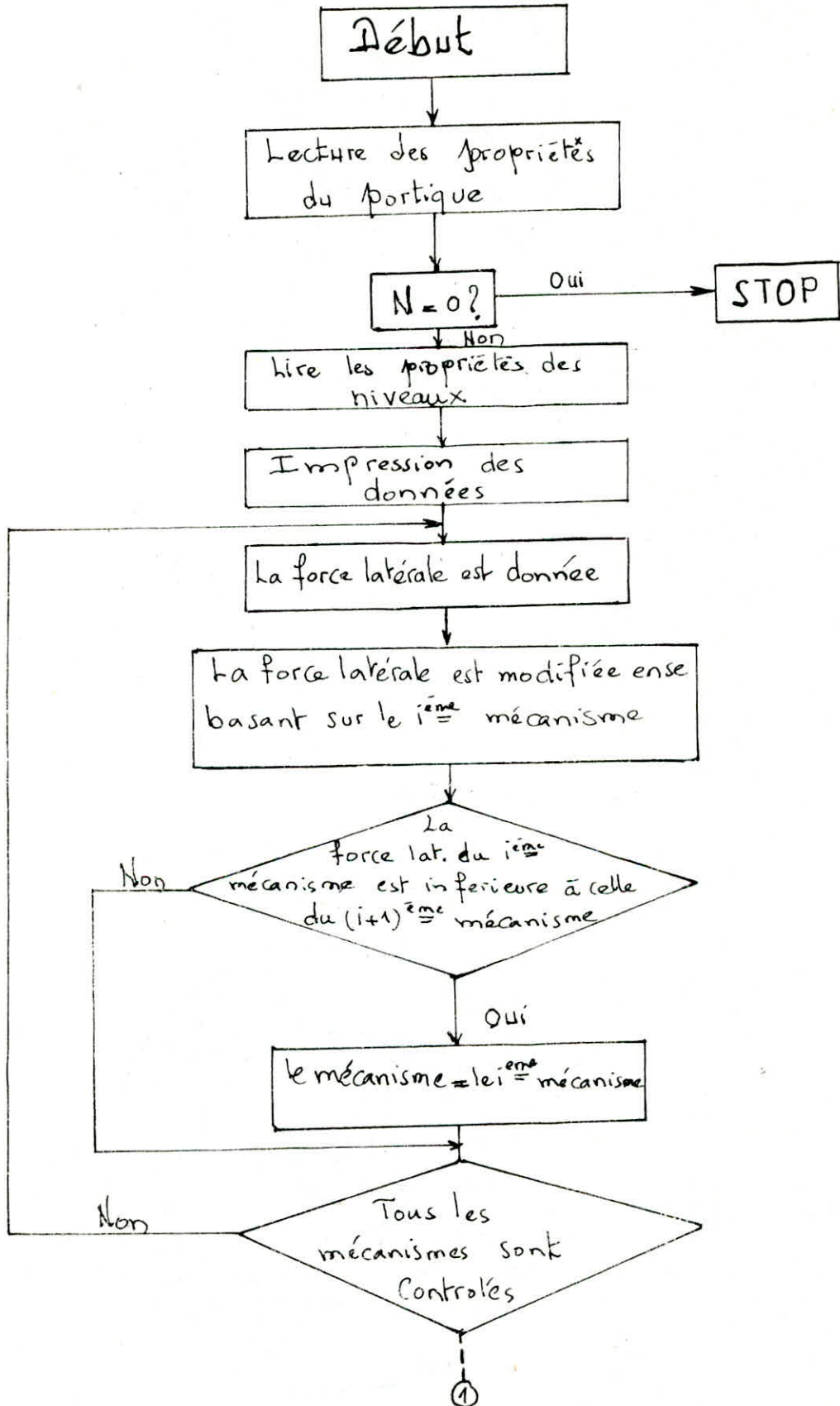
$$\left\{ M_T^{(1)} = - \left[M_G^{(1)}(P) + M_D^{(1)}(P) \right] - M_B^{(2)}$$

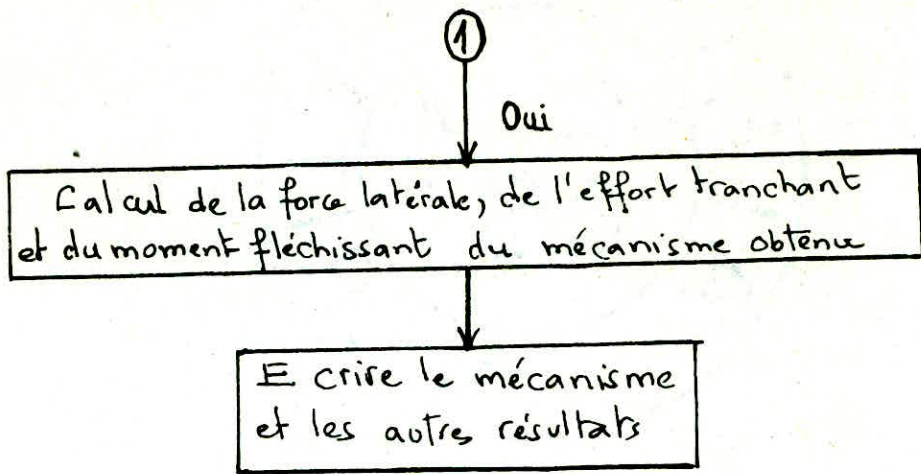
En définitive :

$$\left\{ F_2 = \frac{M_T^{(2)} + M_B^{(2)}}{h_2}$$

$$\left\{ F_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2} F_2$$

Organigramme du programme "SWALL"





Chapitre : 4

Exemples

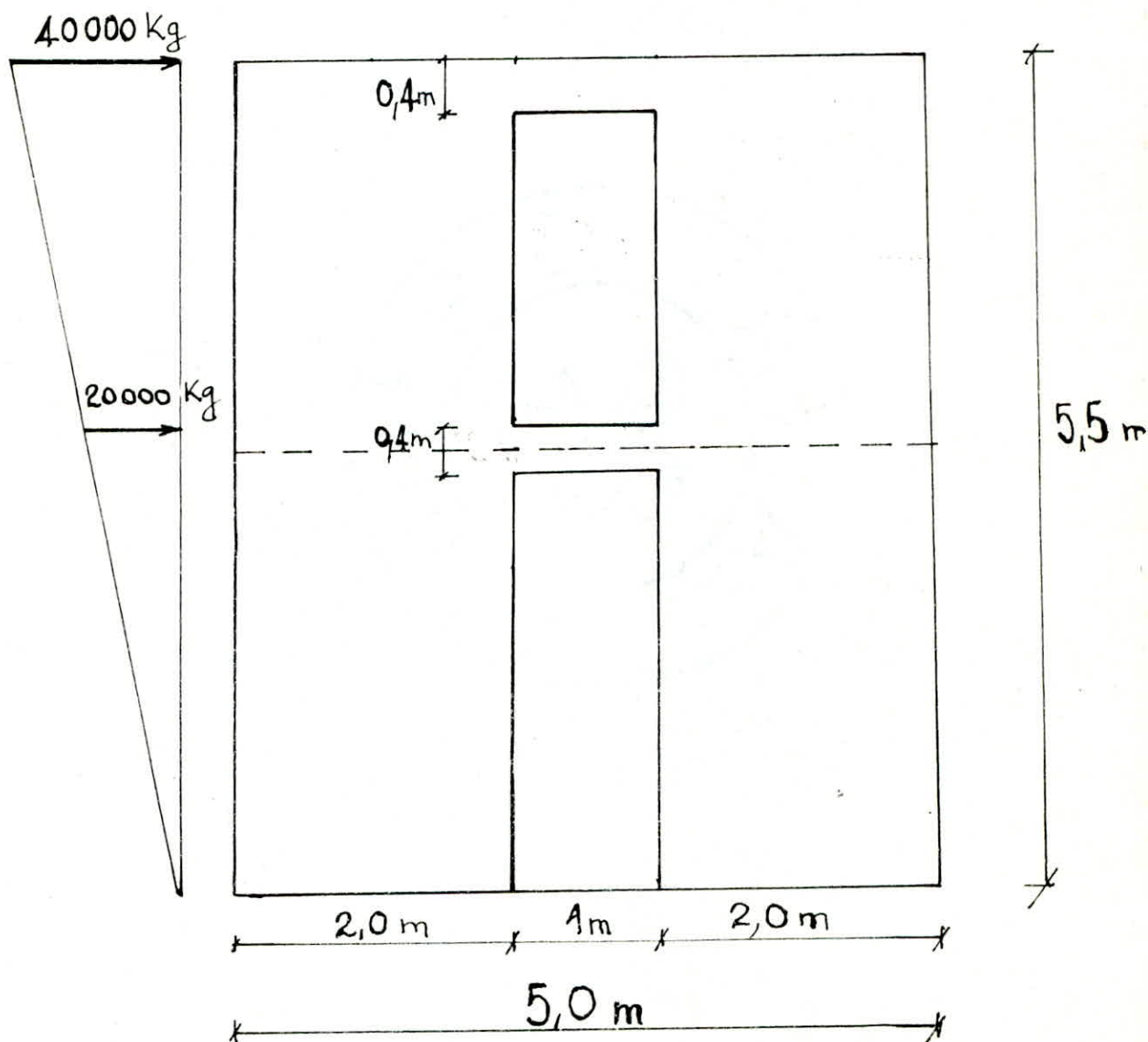
de calcul

Le voile que nous allons étudier a les caractéristiques suivantes :

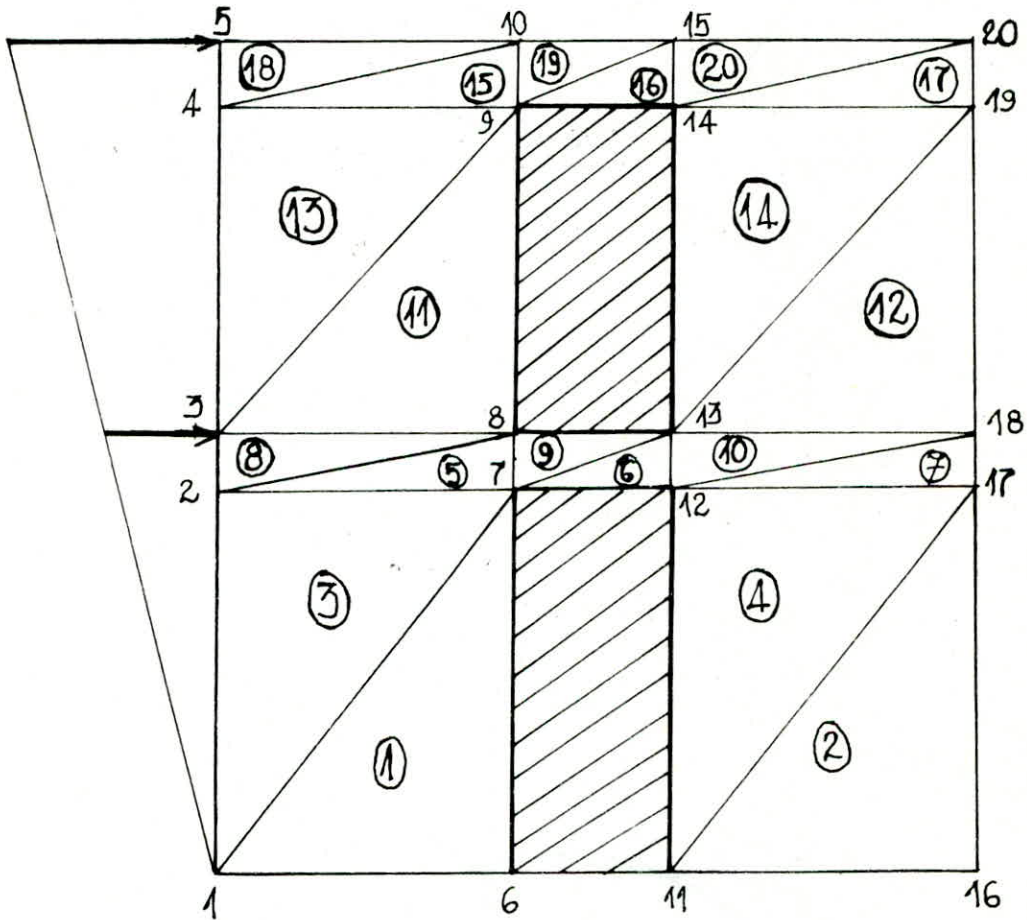
Largeur = 5,0 m

hauteur = 5,5

$N = 2$ niveaux avec une file d'ouvertures.



ce voile est soumis à 2 forces concentrées au niveau des planchers. Ces forces sont distribuées triangulairement: $F_1 = 40000 \text{ Kg}$; $F_2 = 20000 \text{ Kg}$
 Pour le calcul des contraintes et des déplacements on adopte le maillage suivant:



Nombre d'élément = 20

Nombre de nœuds = 20

0

NOEUD	X	Y	U	V
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	.25500E+01	.86815E-04	.44802E-04
3	.00000E+00	.29500E+01	.10443E-03	.50498E-04
4	.00000E+00	.51000E+01	.20617E-03	.66373E-04
5	.00000E+00	.55000E+01	.23827E-03	.68980E-04
6	.20000E+01	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
7	.20000E+01	.25500E+01	.78348E-04	-.10585E-04
8	.20000E+01	.29500E+01	.90738E-04	-.11109E-04
9	.20000E+01	.51000E+01	.18617E-03	-.23687E-05
10	.20000E+01	.55000E+01	.19408E-03	-.35717E-05
11	.30000E+01	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
12	.30000E+01	.25500E+01	.71160E-04	.56241E-05
13	.30000E+01	.29500E+01	.79031E-04	.57665E-05
14	.30000E+01	.51000E+01	.16158E-03	.44902E-05
15	.30000E+01	.55000E+01	.16969E-03	.41722E-05
16	.50000E+01	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
17	.50000E+01	.25500E+01	.64533E-04	-.36955E-04
18	.50000E+01	.29500E+01	.78708E-04	-.40638E-04
19	.50000E+01	.51000E+01	.15435E-03	-.50326E-04
20	.50000E+01	.55000E+01	.16571E-03	-.49881E-04

metres

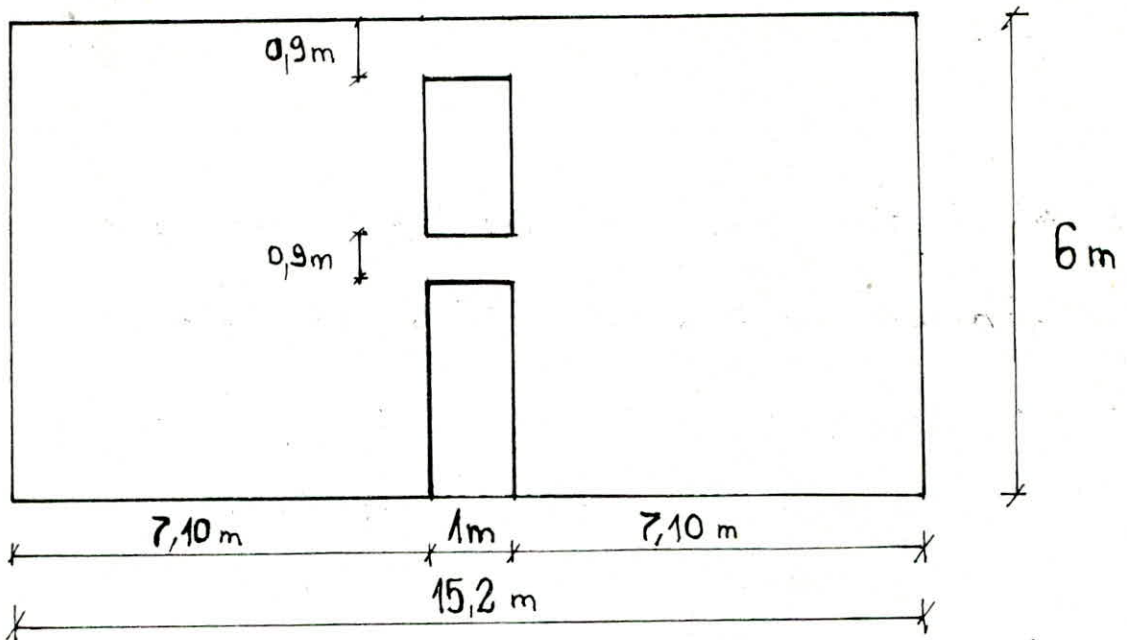
SI CONTR DONNER VALEUR DIFFERENT DE ZERO

1

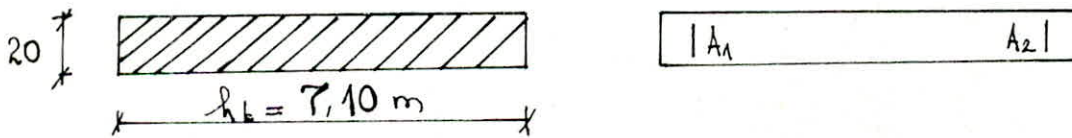
ELEMENT	SIGMA X	SIGMA Y	GAMA XY
1	-.12739E+04	-.13757E+05	-.44444E+03
2	-.44477E+04	-.17134E+04	-.92697E+04
3	-.32690E+04	-.18197E+05	.12038E+05
4	-.61032E+04	-.75751E+04	-.23236E+04
5	-.90637E+04	-.19852E+05	.10071E+04
6	-.14598E+05	-.50565E+05	-.91748E+04
7	-.96058E+04	-.70509E+04	.11712E+04
8	-.96348E+04	-.41240E+05	.63504E+04
9	-.24355E+05	-.49280E+05	-.34070E+04
10	-.22109E+03	-.43185E+04	-.22378E+04
11	-.13757E+05	-.44444E+03	.11812E+05
12	-.17134E+04	-.92697E+04	.10417E+05
13	-.18197E+05	.12038E+05	.82194E+04
14	-.75751E+04	-.23236E+04	.95518E+04
15	-.19852E+05	.10071E+04	-.15743E+05
16	-.50565E+05	-.91748E+04	.29696E+05
17	-.70509E+04	.11712E+04	.86369E+03
18	-.41240E+05	.63504E+04	.31752E+05

Kg/m²

Soit le voile suivant ayant 2 niveaux et une file d'ouvertures:

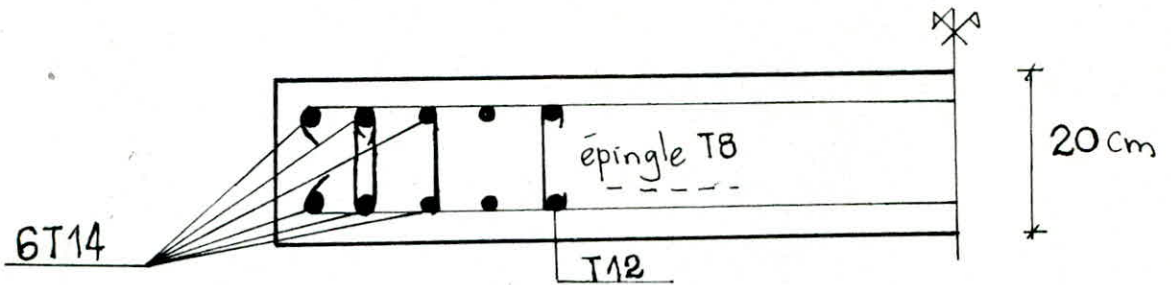


Le voile est ferrillé conformément aux RPA et à la ccBA
Ferraillage du trumeau: $M = 264,18 \text{ t.m}$; $N = 180 \text{ t}$

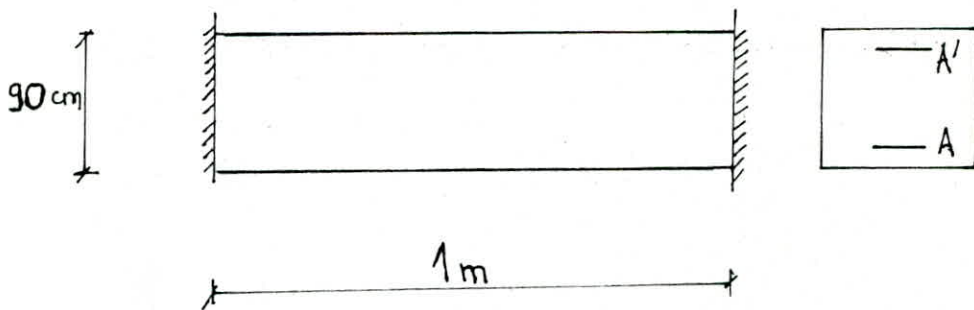


Tout calcul fait : $A_1 = A_2 = 36,36 \text{ cm}^2$ soit 6 T14 pour le poteau noyé et 24 T12 pour la zone courante.

$A_1 = A_2$ parce que le séisme peut agir dans un sens comme dans l'autre.



Ferraillage du linéau:



Le linéau est sollicité par :

Un moment $M = 5,78 \text{ k.m}$

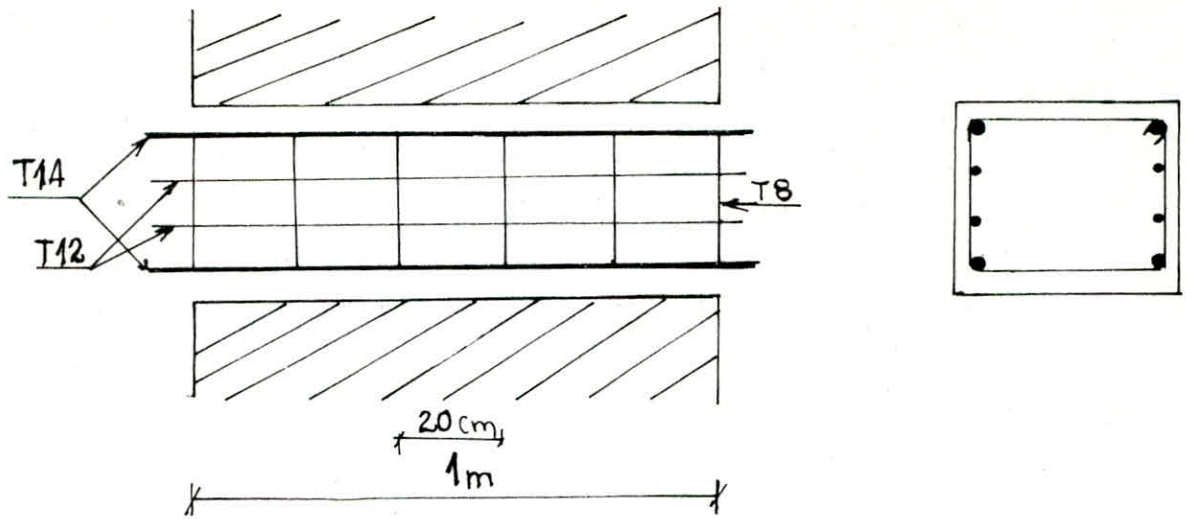
et un effort tranchant $T = 19,90 \text{ t}$

Après le calcul on obtient : $A' = 0$

$A = 3,08 \text{ cm}^2$ soit 2T14

Pour les armatures transversales on mettra

1 cadre T8 tous les 20 cm.



Calcul des moments ultimes des éléments:

Pour les poteaux: Calcul de la hauteur utile

$$h' \times 36,36 = 9,24 \times 333,9 + 27,12 \times 159,2$$

$$\Rightarrow h' = 203,6 \text{ cm} \Rightarrow h = 203,6 + \frac{710}{2} = 558,6 \text{ cm}$$

$$M_u = 0,8 A_L \sigma_c \cdot h + 0,5 d N \left(1 - \frac{N}{bd f_c}\right)$$

$$M_u = 682,44 \text{ t.m} \quad M_u \text{ (trumeaux)}$$

Pour les linteaux:

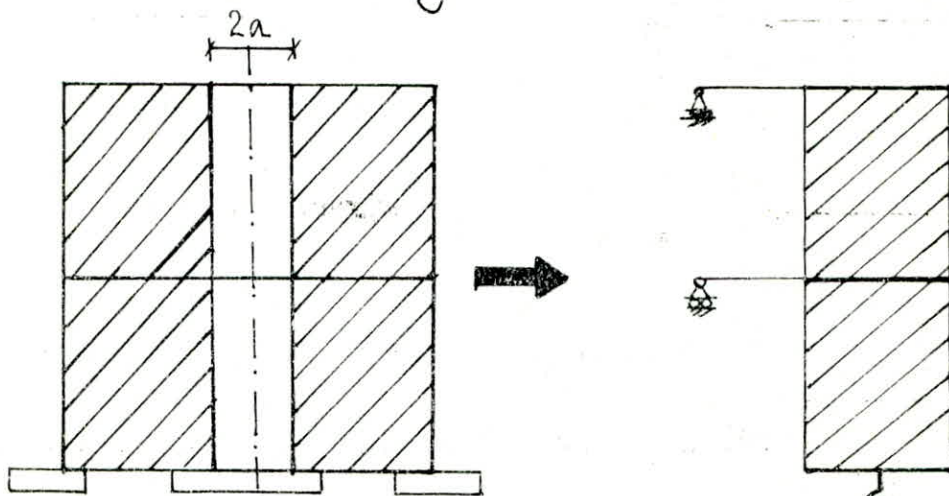
$$M_u = 0,9 \cdot A_L \cdot \sigma_c \cdot h$$

$$M_u = 9,78 \text{ t.m}$$

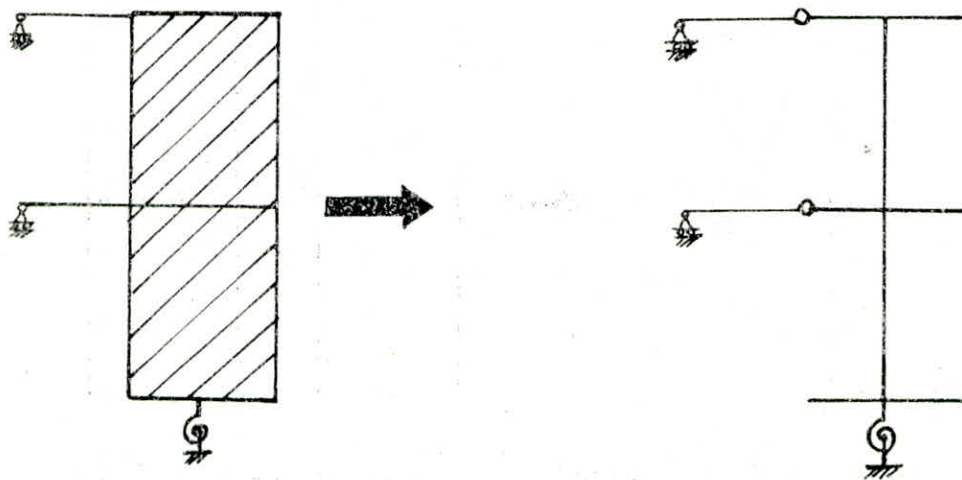
Notre voile est posé sur une semelle filante et n'admet pas de longrines.

On suppose, en outre, que le voile est parfaitement

encastré à sa base supposée, elle-même, très rigides avec un moment ultime $M_u = 1000t.m$ par exemple. Les valeurs des moments ultimes des éléments du voile sont adoptées en supposant que les aciers plastifient en 1^{er} lieu. Les besoins de calcul exigent la modélisation suivante:



Les points d'inflexion des linteaux où les moments, sous l'effet des efforts horizontaux, seront nuls sont remplacés par des appuis simples.



Dans notre cas, le voile ne possède pas de longrines mais seulement des poutres de liaison qui sont les linteaux.

De ce fait les données de calcul sont comme suit:

- N : nombre de niveau = 2
- On suppose une distribution triangulaire des forces donc $ICASE = 0$
- Il ya des poutres de liaison donc $IBEAM = 1$
- Pas de longrines $IFB = 0$

NOMBRE DE NIVEAU...= 2
 CAS DE CHARGE.....= 0
 L'INTEAU.....= 1
 LONGRINE.....= 0

	0.50	7.10	0.00
2	MBL= 9.78	MT= 682.44	MBR= 0.00
h= 3.00		MB= 682.44	
	0.50	7.10	0.00
1	MBL= 9.78	MT= 682.44	MBR= 0.00
h= 3.00		MB= 682.44	
	0.00	7.10	0.00
BASE	MBL= 0.00	MF= 1000.00	MBR= 0.00

MECANISME DE RUPTURE...
 PE.....=POTEAU.... 1-NIVEAU BAS

F	Q	M(HAUT)	M(BAS)	M(POUTRE)	SM(POUTRE)
112.1	112.1	-79.2	-257.1	79.2	79.2
56.1	168.2	177.9	-682.4	79.2	158.4
		682.4		0.0	158.4

Chapitre 5

Conclusion

En conclusion, l'étude qui a été faite dans cette thèse permet de déterminer la portance des éléments de contreventement d'une structure vis à vis des forces latérales (Sismiques en particulier).

Ces éléments sont des voiles dans notre sujet.

Cette connaissance est très utile, car, connaissant cette capacité de portance pour les différentes structures, on peut les classer suivant leur ductilité et leur rigidité et savoir, de ce fait, lesquelles qui sont susceptibles de résister et celles qui ne le sont pas et, donc, prendre les mesures nécessaires d'évacuation de ou vers ces constructions.

Cette utilité peut être amplifiée lorsqu'il s'agit de constructions vitales ou à fort peuplement telles les écoles.

EFFORT TRANCHANT ET MOMENT A L'ETAT ULTIME

...BY T. OKADA...JUILLET 1974.

```

REAL M,MB,MBL,MBR,MTOP,MBASE,MFBL,MFBR,MYT,MYB
DIMENSION SH(30),WL(30),BLL(30),BLR(30),MBL(30),MBR(30),
- SSH(30),F(30),Q(30),N(30),MB(30),QBL(30),QBR(30),MTOP(30),SMB(30)
DIMENSION MYT(30),MYB(30)
CHARACTER MESS(7) *10
DATA MESS/'POTEAU...','FONDATION...','HAUT','BAS',
- 'BASEMENT','NIVEAU','TYPE.....='/'
ICASE=1...DISTRIBUTION UNIFORME DE LA FORCE LATERALE
ICASE=0...DISTRIBUTION TRIANGULAIRE DE LA FORCE LATERALE
IBEAM=1...AVEC LINTEAUX
IBEAM=0...SANS LINTEAUX
IFB=1.....AVEC LONGRINES
IFB=0.....SANS LONGRINES
SH.....HAUTEUR D'ETAGE
WL.....LONGUEUR DU MUR
BLL.....LONGUEUR DU LINTEAU GAUCHE(JUSQU'AU POINT D'INFLEXION)
BLR.....LONGUEUR DU LINTEAU DROIT(JUSQU'AU POINT D'INFLEXION)
MBL.....MOMENT PLASTIQUE DU LINTEAU GAUCHE
MBR.....MOMENT PLASTIQUE DU LINTEAU DROIT
MYT.....MOMENT PLASTIQUE DU MUR AU NIVEAU HAUT D'ETAGE
MYB.....MOMENT PLASTIQUE DU MUR AU NIVEAU BAS D'ETAGE

```

READ DATA

```

READ(5,100) ID,N,ICASE,IBEAM,IFB,MBASE,WFL,MFBL,MFBR,FBLR,FBLR
IF (N.EQ.0) STOP
READ(5,101) ((SH(I),WL(I),BLL(I),BLR(I),MBL(I),MBR(I)),
- MYT(I),MYB(I)),I=1,N)

```

PRINT OF DATA

```

WRITE(6,1000) ID,N,ICASE,IBEAM,IFB
DO 1 I=1,N
J=N-I+1
WRITE(6,1001) BLL(J),WL(J),BLR(J),J,MBL(J),
- MYT(J),MBR(J),SH(J),MYB(J)
CONTINUE
WRITE(6,1002) FBLR,WFL,FBLR,MFBL,MBASE,MFBR
CLEARANCE
DO 10 I=1,N
F(I)=0.0
Q(I)=0.0
M(I)=0.0
SSH(I)=0.0
MB(I)=0.0
SMB(I)=0.0
CONTINUE
FORCE LATERALE INITIALE EN HAUT DU BATIMENT
F(N)=100.0

```

DISTRIBUTION TRIANGULAIRE DE LA FORCE LATÉRALE

```

A=0.0
DO 11 I=1,N
A=A+SH(I)
SSH(I)=A
CONTINUE
DO 12 I=1,N
F(I)=F(N)*SSH(I)/SSH(N)
CONTINUE
GO TO 71

```

DISTRIBUTION UNIFORME DE LA FORCE LATÉRALE

EFFORT TRANCHANT ET MOMENT SANS LINTEAU

```

DO 13 I=1,N
F(I)=F(N)
CONTINUE
A=0.0
B=0.0
DO 14 I=1,N
J=N-I+1
A=A+F(J)
Q(J)=A
B=B+Q(J)*SH(J)
M(J)=B
CONTINUE
MOMENT FLECHISSANT PAR POUTRE
IF(IGDAM.EQ.0) GO TO 72
A=0.0
DO 15 I=1,N
J=N-I+1
IF(BLL(J)) 51,51,50
QBL(J)=MBL(J)/BLL(J)
MBL(J)=MBL(J)+0.5*QBL(J)*WL(J)
GO TO 52
QBL(J)=0.0
MBL(J)=0.0
IF(BLR(J)) 54,54,53
QBR(J)=MBR(J)/BLR(J)
MBR(J)=MBR(J)+0.5*QBR(J)*WL(J)
GO TO 55
QBR(J)=0.0
MBR(J)=0.0
MB(J)=MBL(J)+MBR(J)
A=A+MB(J)
SMB(J)=A
CONTINUE
LONGRINES
SMFS=0.0
IF(IFB.EQ.0) GO TO 73
IF(FBLL) 61,61,60
QFBL=FBLL/FBLL
MFBL=FBLL+0.5*WFL*QFBL
GO TO 62

```

```

QFBL=0.0
MFBL=0.0
IF(FBLL) 64,64, 63
QFBR=MFBR/FBLR
MFBR=MFBR+0.5*WFL*QFBR
GO TO 65
QFBR=0.0
MFBR=0.0
SMFB=MFBL+MFBR
EQUILIBRE DE L'ELEMENT A RIGIDITE MINIMUM
ALPHA=(MYB(1)+SMB(1))/M(1)
NFM=1
DO 30 I=2,I
Z=(MYC(I)+SMB(I))/M(I)
IF(Z-ALPHA) 301,30,30
ALPHA=Z
NFM=I
CONTINUE
NPOS=4
NN=N-1
DO 31 I=1,NN
Z=(MYT(I)+SMB(I))/M(I+1)
IF(Z-ALPHA) 302,31,31
ALPHA=Z
NFM=I
NPOS=5
CONTINUE
NTYPE=1
Z=(MSASE+SMB(1)+SMFB)/M(1)
IF(Z-ALPHA) 303,32,32
ALPHA=Z
NFM=-1
NPOS=5
NTYPE=2
CONTINUE
MODIFICATION DE LA FORCE LATERALE,EFFORT TRANCHANT ET MOMENT
      SANS LINTEAU
DO 16 I=1,N
F(I)=ALPHA*F(I)
Q(I)=ALPHA*Q(I)
M(I)=ALPHA*M(I)
CONTINUE
CALCUL DU MOMENT DU MUR
      MOMENT DU MUR AVEC LINTEAU
IF(IBCAM.EQ.0) GO TO 74
MTOP(N)=-MB(N)
M(N)=-M(N)+SMB(N)
IF(N.EQ.1) GO TO 500
DO 17 I=2,N
J=N-I+1
MTOP(J)=-M(J+1)-MB(J)
M(J)=-M(J)+SMB(J)
CONTINUE

```

MOMENT DU MUR SANS LINTÉAU

MTOP(N)=0.0

M(N)=-M(N)

IF(N.EQ.1) GO TO 500

NN=N-1

DO 18 I=1,NN

M(I)=-M(I)

MTOP(I)=-M(I+1)

CONTINUE

CALCUL DU MOMENT RENVERSANT PAR LE MOMENT D'ETAGE ET LES MOMENTS DES POUTRES

MBASE=-M(1)-6MFB

SSMFB=SMB(1)+SMFB

PRINT RESULT

WRITE(6,2000) MESS(7),MESS(NTYPE),NFM,MESS(8),MESS(NPOS)

WRITE(6,1003)

DO 19 I=1,N

J=N-I+1

WRITE(6,1004) J,F(J),Q(J),MTOP(J),M(J),MB(J),SMB(J)

CONTINUE

WRITE(6,1005) MBASE,SMFB,SSMFB

GO TO 800

FORMAT(A5,14,3I2,6F10.2)

FORMAT(6F10.2)

FORMAT(1H1,

- 15X,'*10 DU PORTIQUE.....=*',A5,/,

- 16X,'*NOMBRE DE NIVEAU...=*',I2,/,

- 16X,'*CAS DE CHARGE.....=*',I2,/,

- 16X,'*LINTÉAU.....=*',I2,/,

- 16X,'*LONGRINE.....=*',I2,/,/,/,/,/)

FORMAT(1H,

- 17X,F7.2,10X,F7.2,10X,F7.2,5X,/,

- 10X,I2,4X,'-----',/,/)

- 13X,'MBL=' ,F10.2, ' ! MT=' ,F10.2, ' ! MBR=' ,F10.2,/,/)

- 31X,' ' ,18X,' ' ,/,/)

- 5X,'H=' ,F7.2,17X,' ' ,18X,' ' ,/,/)

- 31X,' ' MB=' ,F10.2, ' ' ,/,/)

FORMAT(1H,

- 17X,F7.2,10X,F7.2,10X,F7.2,5X,/,

- 9X,'BASE-----',/,/)

- 13X,'MBL=' ,F10.2, ' ! MF=' ,F10.2, ' ! MBR=' ,F10.2,/,/,/)

FORMAT(1H0,'...MECANISME DE RUPTURE...',/,/)

- 1X,'... ' ,2A10,I2,'-' ,A5,1X,A10,/,/,/)

- FORMAT(1H,3X,'N' ,8X,'F' ,10X,'Q' ,5X,'M(HAUT)' ,3X,'M(BAS)' ,4X,

- 'M(POUTRE)' ,2X,'SM(POUTRE)' ,/,/)

FORMAT(1H ,I4,1X,5F10.1,F12.1)

FORMAT(1H , 'BASE' ,21X,F10.1,10X,F10.1,F12.1)

END

Bibliographie

1. Strength and ductility Evaluation of existing Low-Rise Reinforced Concrete Buildings - Screening method . by Tsuneo Okada et Boris Bresler ; California univ, Berkeley Février 1976
2. Analyse des structures par les éléments finis, J.F. Imbert
CEPADUES Editions 1979
3. Présentation de la MEF G. DHATT et G. Touzot
4. Calcul des structures J. Courbon Ed. Dunod 1972
5. RDM Timoshenko Tome II Ed. Dunod 1968
6. RDM A. Giet et L. Géminard Ed. Dunod 1968
7. RDM Albigés Ed. Eyrolles
8. RDM Cours de plasticité
9. RDM : Aide-mémoire J. Goulet Ed. Dunod 1976

