

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT *Genie civil*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**S U J E T**

*Calcul automatique*  
*de palplanches*

Proposé par :  
**LEM**

Etudié par :  
**Belbouab.S**  
**Chaoui.F**

Dirigé par :  
**M.Baraka**

PROMOTION : **janvier 86**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

" D E D I C A C E S "

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail:

I-1

Ma mère symbole de dévouement.

Mon père à qui je dois tout.

Ma famille et tous ceux qui me sont chers.

- FADILA -

Je dédie ce modeste travail:

I-2

Ma mère symbole de dévouement.

Mon père à qui je dois tout.

Ma soeur aînée, son mari et ses enfants.

Mes frères, mes soeurs et tout ceux qui me  
sont chers.

- SAIDA -

- R E M E R C I E M E N T S -

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Nous tenons à remercier notre promoteur M<sup>r</sup> BARAKA d'avoir accepté de suivre notre travail et de nous avoir fait profiter de ses précieux conseils.

Nous remercions les responsables du laboratoire des études maritimes ( L.E.M ) de nous avoir proposé le présent sujet.

Pour leur aide amicale nous remercions nos amis:

ARBAOUI Ahcene, Halim, KACIMI Malika,

ROUANI Fatma et MEHDID Djamel.

Nos remerciements s'adressent à tout les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Et tous ceux qui ont participé de loin ou de près à la mise en forme de ce polycopie et en particulier M<sup>r</sup> et M<sup>me</sup> ABDELWAHEB.

---

- S O M M A I R E -

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

- INTRODUCTION

- CHAP I :

EXPOSE THEORIQUE DU CALCUL DES RIDEAUX DE PALPLANCHES

- CHAP II : PROGRAMMES DU CALCUL SUR ORDINATEUR

- 1) OBJET DU PROGRAMME ET HYPOTHESES

- 2) CALCULS PRELEMINAIRES

- 3) REORGANISATION DES COUCHES

- 4) DETERMINATION DES CONTRAINTES LATERALES

- 5) METHODE DE RESOLUTION DU PROBLEME

- 6) DETERMINATION DES EFFORTS INTERNES SOLLICITANTS

LE RIDEAU DE PALPLANCHES.

- CHAP III : FILTRATION D'EAU SOUS LE RIDEAU DE PALPLANCHES

- CONCLUSION

- EXEMPLES

- BIBLIOGRAPHIE.

---

## INTRODUCTION

Les écrans plans de soutènement sont des ouvrages de Génie-civil dont la fonction essentielle est de constituer le support latéral des massifs de Sol ; nous nous intéressons à l'analyse des ouvrages dont la stabilité est assurée par encastrement à leur base, et éventuellement par des appuis intermédiaires.

En génie maritime, les écrans plans de soutènement constituent principalement des quais. Ces quais sont souvent des écrans de palplanches.

Il doivent être prévus (en plus de fonction de soutènement) pour fournir aux navires un dispositif d'appui et pour résister éventuellement à des efforts d'amarrage.

Ils assurent également les installations portuaires et à ce titre, il peuvent subir des surcharges diverses :

- voies ferrées, pans, hangars, routes.

Le type de palplanche utilisé est celui dit à Inertie résistant à des efforts de flexion.

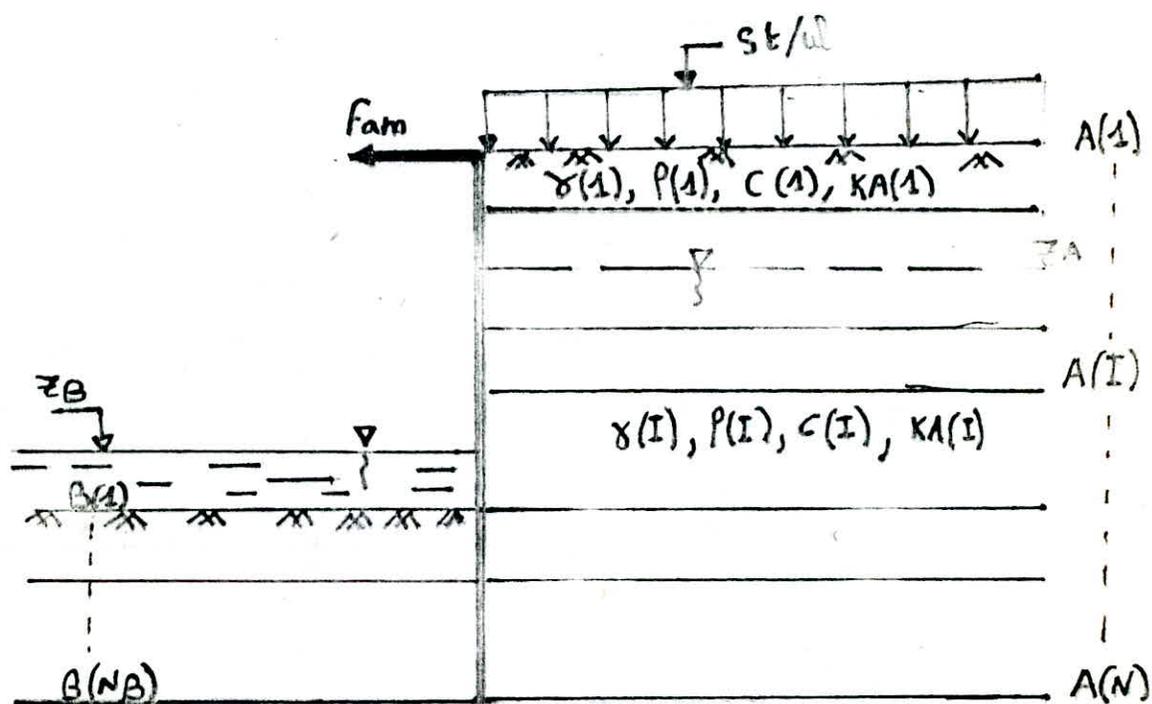
Les palplanches sont enfoncées dans le sol par battage et fichées ; elles s'appuient (voir figure) au pied sur le sol de gauche et elle peuvent être retenues en tête par des tirants métalliques qui reportent une partie des efforts de poussée du remblai à une certaine distance du rideau.

L'étude que nous présentons a pour objectif l'automatisation du calcul de palplanches par les méthodes classiques ; ces palplanches constituent des quais.

Le massif de sol à soutenir est stratifié, constitué de N couches de caractéristiques géotechniques différentes. Cette étude constitue essentiellement en la détermination :

./.

- des contraintes latérales sollicitant la palplanche
- de l'effort tranchant
- du moment flechissant
- de la longueur de flèche
- de l'effort d'ancrage.



# CHAPI : EXPOSE THEORIQUE DU CALCUL DE RIDEAUX DE PALPLANCHES

## I. PRESENTATION DES DIFFERENTES METHODES DE CALCUL :

Le calcul de la stabilité des écrans de soutènement consiste à déterminer les réaction du sol et des ancrages ainsi que les suppressions d'eau sur le mur.

Il est ensuite possible de vérifier la fiche de l'ouvrage, d'apprécier quelle est la sécurité qui existe pour l'ouvrage dans sa stabilité générale ainsi que pour chacune de ses parties.

L'interaction entre le sol et l'écran est d'une grande complexité ; elle est fonction des déplacements d'ensemble et différentiels du mur, et donc de sa plus au moins grande rigidité ; elle est aussi fonction des caractéristiques géotechniques intrinsèques et de la compacité des sols.

Pour qu'un calcul d'écran de soutènement puisse aboutir, il est nécessaire de faire certaines hypothèses, d'essayer d'appréhender les caractéristiques physiques des sols et d'apprécier le phénomène.

De la façon dont on aura abordé le problème de la poussée et de la butée, découleront les méthodes de calcul.

### I.1. DETERMINATION DE LA BUTEE ET DE LA PUSSEE LES ETATS D'EQUILIBRE LIMITE : LEUR CALCUL.

La simplification fondamentale qui a été faite, successivement par COULOMB, RANKINE et BOUSSINESQ est d'admettre que le sol est arrivé à l'état ultime d'équilibre qu'on obtient pour un écran relativement rigide par déplacement vers le massif ou par éloignement du massif.

Experimentalement, on montre que l'on tend soit: vers la poussée passive (butée) (valeur maximum) ou vers la poussée active.

Il faut que les déplacements suffisants existent pour constater ces phénomènes.

On admet que pour que la poussée active puisse s'exercer l'écran doit se déplacer de 1/1000 de la hauteur de l'écran. Les essais recents en vraie grandeur de TCHANG et ABSI ont montré que l'écran doit s'éloigner d'environ 2 à 3/100 de hauteur, c'est à dire beaucoup plus que ce qui était de règle. Pour que la butée maximale puisse être mobilisée, on a admis un déplacement vers le massif de 1/100 de la hauteur. Les essais sur modèles réduits de ROWE ont montré que ce déplacement peut atteindre 1/20 à 1/10 de hauteur. En général les déplacements sont toujours possibles dans notre cas.

#### 1-1 CALCUL DE COULOMB

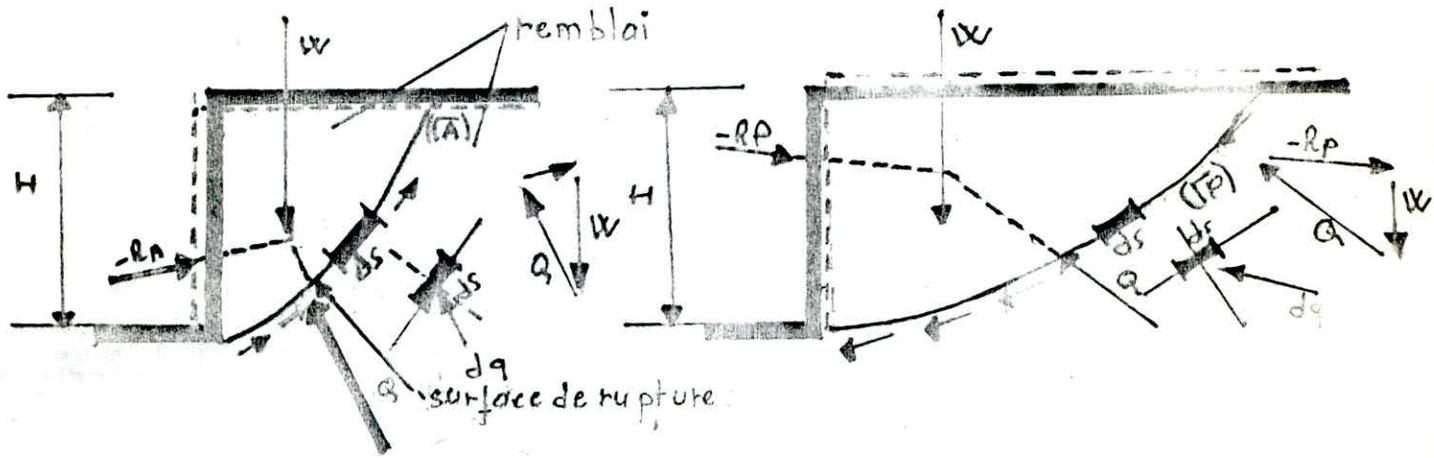
Les observations de COULOMB sur les phénomènes de rupture des sols ont fait apparaitre le rôle important de  $\varphi$  angle de frottement des terres et "c" terme de cohésion.

La loi de coulomb est définie par deux paramètres

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$$

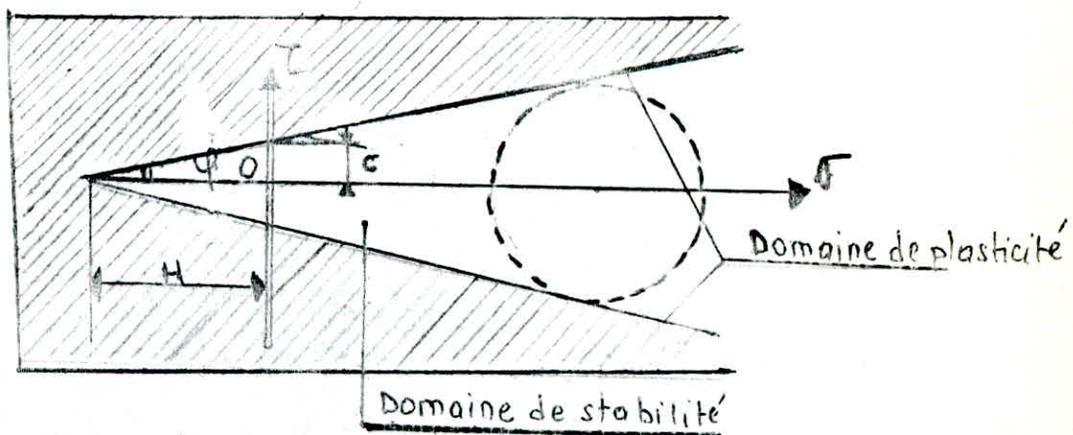
- $\tau$  : Contrainte de cisaillement
- $\sigma$  : Contrainte normale
- $\varphi$  : Angle de frottement
- $c$  : Cohesion

Cette loi exprime que si le cisaillement est inférieur à la valeur " $\tau$ ", l'équilibre élastique existe, et que le cisaillement de valeur supérieure à " $\tau$ " entrainerait rupture par écoulement plastique.



a) mise en pousseé active  
d'un massif de sol

b) mise en pousseé passive  
d'un massif de sol



Representation de MOHR

Les calculs qu'a fait COULOMB sont basés sur la constatation suivante :

à la rupture, une fissure rectiligne partage le massif (situé derrière le mur) en deux à partir du pied du mur. On a donné le nom coin de glissement à la traction du massif comprise entre le mur et la fissure, ce coin accompagne le mur dans son déplacement ; ce qui suppose que tout le massif est rigide.

#### 1-2: EQUILIBRE DE RANKINE

RANKINE remplace l'équilibre global du coin de glissement par l'étude de l'équilibre de la rupture de chaque volume élémentaire.

Il admet que le coin de glissement est en entier en état d'équilibre limite.

RANKINE en supposant que l'inclinaison de la poussée sur l'écran était nulle par rapport à la normale à cet écran a retrouvé le même résultat sur les lignes de glissement que Coulomb.

Aussi RANKINE et COULOMB aboutissent au même résultat quant à la valeur de la poussée sur l'écran dans le cas d'un massif homogène horizontal :

$$P = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \cdot h \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$\gamma$  : Densité du matériau (sol)

$h$  : Hauteur de rideau

$\varphi$  : angle de frottement des terres

La pression unitaire vaut :

$$P_a = \gamma h \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Le coefficient de Pousseeé vaut :

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\bar{\lambda}}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Pour la butée :

$$P_b = \gamma h \operatorname{tg}^2\left(\frac{\bar{\lambda}}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c \operatorname{tg}\left(\frac{\bar{\lambda}}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Le coefficient de butéeé vaut :

$$K_p = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\bar{\lambda}}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

### 4.3: EQUILIBRE DE BOUSSINESQ :

Les massifs sont souvent limité par les écrans dont la rugosité joue un rôle important :

Le long d'un mur de soutènement, l'obliquité  $\delta$  des contraintes sur l'écran est une donnée mécanique qui dépend du frottement des terres sur l'écran.

BOUSSINESQ généralise les formules de RANKINE ( en considérant toujours un massif pulvérulent) en tenant compte de l'inclinaison de la poussé sur le mur , l'inclinaison de la surface libre et de l'écran.

Les surfaces de rupture sont toujours supposée passant par le pied de l'écran.

Le coefficient de poussée sera alors fonction des paramètres ( $\beta, \delta, \lambda, \psi$ ).

Ka :

$\beta$  : inclinaison de talus

$\delta$  : coefficient de frottement mur-sol

$\lambda$  : inclinaison du mur

$\psi$  : angle de frottement des terres.

Le calcul des coefficient  $K_a$  présente une grande importance pour les applications pratiques.

Le calcul nécessite la résolution par les procédés du

Calcul numérique d'un système d'équations différentielles.

Les résultats sont donnés sous forme de tables :

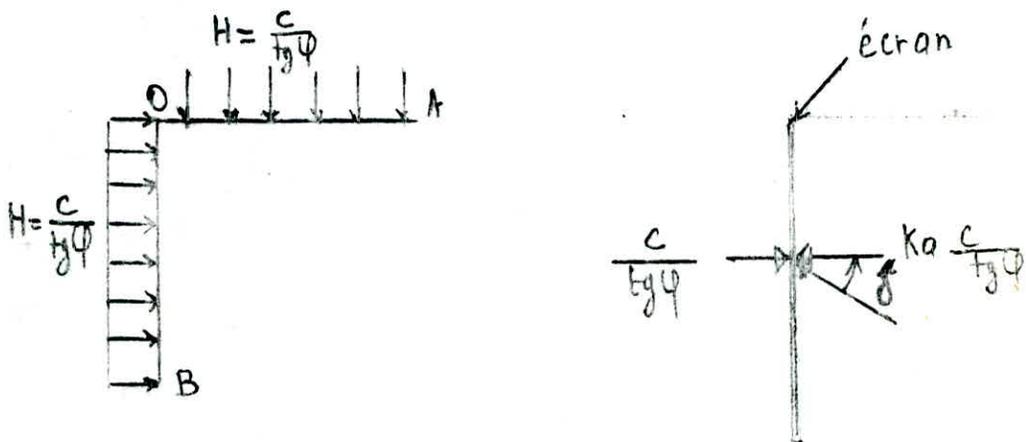
tables de poussée et butée établit par C A Q U O T et K E R I S E L .

Pour notre étude nous avons utilisé les tables de CAQUOT correspondant au cas où  $\beta = 0$  et  $\lambda = 0$  ;  $\delta = 2/3 \varphi$

Les valeurs des coefficients de poussée et butée sont obtenues à l'aide de polynomes d'interpolation  $K(\varphi)$  des tables.

La cohésion est prise en compte par l'application du théoreme des états correspondants qui permet de réduire l'étude d'un sol cohérent à celui d'un milieu pulvérulent soumis sur son contour à une pression hydrostatique ;  $H = \frac{c}{\text{tg}\varphi}$

On est ramené au problème d'un sol pulvérulent chargé uniformément .



L'écran sera soumis à deux actions :

- Une action directe correspondant à la pression  $\frac{c}{\text{tg}\varphi}$  sur OB
- Une action indirecte qui est l'action de la surcharge sur OA.

La poussée dû à cette surcharge est égale à :

$$K_a \frac{c}{\text{tg}\varphi}$$

poussée active

.../...

$$K_p \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

poussée passive

L'influence de la cohésion correspond à la somme géométrique de ces deux contraintes.

Contrainte résultante due à la cohésion est égale à :

$$\frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} (1 - K_a \cos \delta)$$

poussée active

$$\frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} (K_p \cos \delta - 1)$$

butée.

#### 4-4 MILIEU SUPPORTANT UNE SURCHARGE UNIFORME

Pour déterminer l'influence de la surcharge on fait l'hypothèse que le milieu est non pesant et on applique le principe de la superposition des états d'équilibre.

On trouve par la même méthode que pour les milieux pesants que :

- Les lignes de glissement sont des droites.
- Un cercle de Mohr unique suffit à représenter le tenseur des contraintes dans le massif, puisque ce tenseur est le même en tous points.

Par conséquent, le long d'une droite tracée dans le massif, on trouve que la contrainte agissant sur une facette portée par cette droite a une obliquité et une intensité constante :

$$H = K q \cdot q$$

$q$  : surcharge uniforme

$Kq$  : coefficient de poussée relatif aux surcharges

$$Kq = f(\lambda, \beta, \varphi, \delta, \alpha)$$

Les paramètres  $\lambda, \beta, \varphi, \delta$  sont ceux définis précédemment.

$\alpha$  : est l'inclinaison de la surcharge par rapport à la verticale.

L'HERMINIER et ABSI ont publié des tables donnant la valeur des coefficients  $Kq$  en fonction des différentes valeurs possibles de

$\lambda, \beta, \varphi, \delta$  et  $\alpha$  avec :

$Kq = K'a$  pour la poussée active.

$Kq = K'p$  pour la poussée passive.

Dans notre cas l'inclinaison du massif est nulle  $\beta = 0$ .

Dans ce cas particulier les praticiens ont remarqué que l'erreur est négligeable en adoptant un seul coefficient de poussée  $Ka$  et un seul coefficient de butée  $Kp$ .

.../...

Il s'agit des coefficients correspondant au milieu pesant  
on prend donc :

$$K_a = K'a$$

$$K_p = K'b$$

#### 1-5: INFLUENCE DE L'EAU :

L'influence de l'eau sur l'écran peut être plus importante que celle des terres dans certains cas.

On distingue deux effets dûs à la présence de nappe phréatique :

- effet statique
- effet dynamique.

Lorsqu'il y a présence dans un massif de sol d'une nappe au repos, la pression qui s'exerce sur un écran est la pression hydrostatique. Ici les réseaux équipotentiels sont triviales.

$$P_w = \gamma_w \cdot z \quad \gamma_w : \text{poids spécifique de l'eau}$$

Lorsque la nappe est le siège d'écoulement, les lignes équipotentiels ne sont plus horizontales. Il faut tracer le réseau d'équipotentiels et la pression en chaque point peut en être déduite.

Nous avons déterminé le réseau des équipotentiels par méthode des différences finies dans le chapitre III.

La connaissance du réseau des lignes de courant nous permet de vérifier la condition de RENARD qui est une condition de rupture.

Dans notre cas, pour la détermination des efforts dûs à l'eau, nous n'avons pas tenu compte de l'écoulement.

#### 4-6: CAS DES SOLS STRATIFIES

Toutes les théories destinées à la détermination des contraintes latérales citées précédemment, on considère un sol homogène et isotrope.

Il est cependant très rare de n'avoir affaire qu'à un sol d'une seule strate.

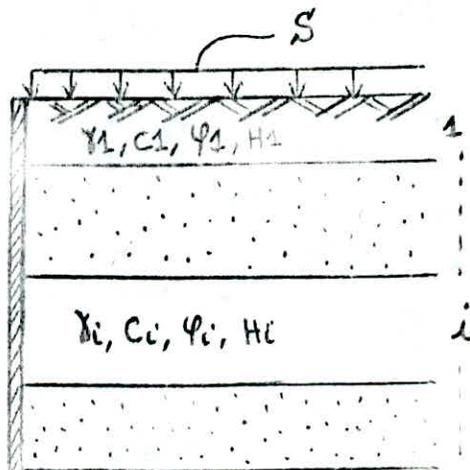
On considère dans ce cas, que les strates sont indépendantes les unes des autres, c'est à dire que la poussée donnée par une strate  $i$  est égale à la poussée de cette seule strate majorée par la poussée due à la surcharge que constituent les strates situées au dessus.

Le rapport des contraintes horizontales et verticales ne dépend alors que des seules caractéristiques de la strate considérée.

Le diagramme de poussée présente donc des discontinuités théoriques sur la contrainte horizontale.

En conclusion pour déterminer la poussée des terres pour une couche  $i$ , on peut superposer dans le cas général :

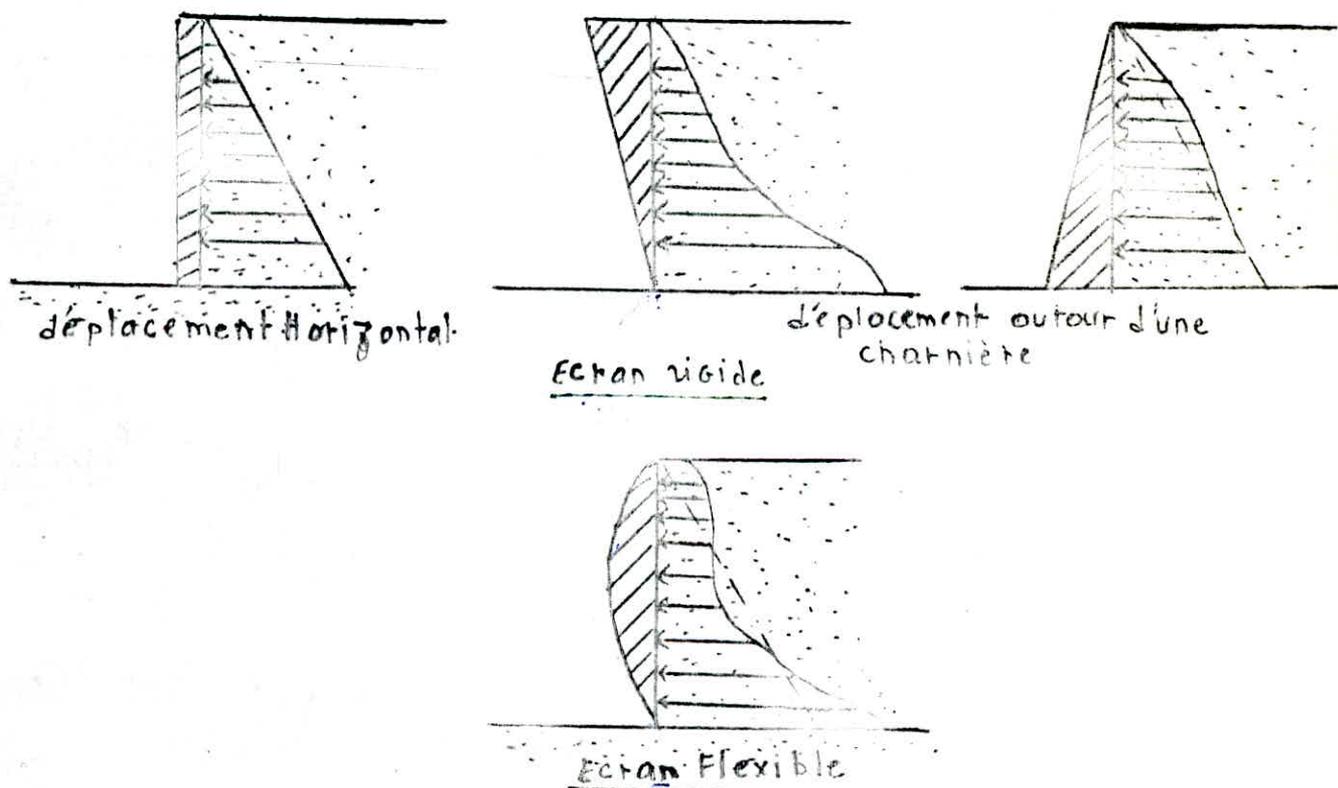
- a) La poussée due au poids de la couche  $i$
- b) L'action des couches supérieures et de la surcharge,
- c) L'action de la cohésion.



## 2°/ Les interaction Contraintes - Déformation

Le calcul des états d'équilibre limite n'est valable que pour un écran rigide se déplaçant parallèlement à lui-même. Pour une surface de terre - plain plane, la poussée est trapezoidale.

Si un mur rigide effectue un déplacement autour de crêtes supérieures ou inférieures, la résultante garde la même valeur mais, la position de cette résultante ainsi que la répartition des pression unitaire change. Lorsqu'il s'agit d'un écran relativement flexible, le phénomène s'accroît encore.



CONTRAINTES ET DEFORMATION

Il est à remarquer que les déplacements nécessaires pour mobiliser les limites inférieures et supérieures n'existent pas pour tous les points de l'écran .

En particulier , lorsqu'aucun déplacement n'a lieu , il existe une valeur de poussée au repos à laquelle correspond le coefficient  $K_0$

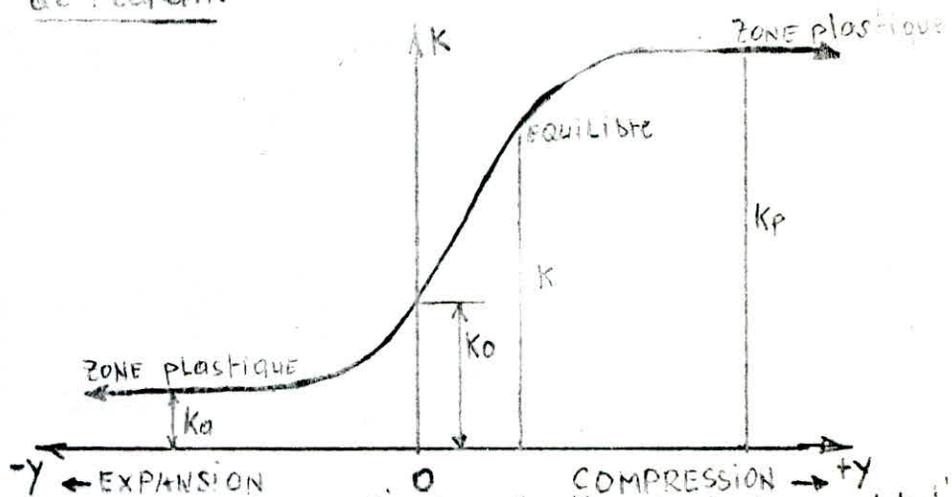
$$* K_0 = \frac{V}{1 - V} \quad V : \text{coefficient de poisson}$$

$$K_0 = 1 - \sin \varphi \quad (\text{Jaky}) \quad (\beta = 0)$$

Lorsque l'écran se déplace , il existe des valeurs de  $K$  comprises entre  $K_0$  et  $K_p$  et  $K_a$  et  $V_0$  .

La relation contrainte déformation peut être schématisé pour un massif de sol retenu par : la figure suivante :

Courbe des pressions en fonction des déplacements de l'écran.

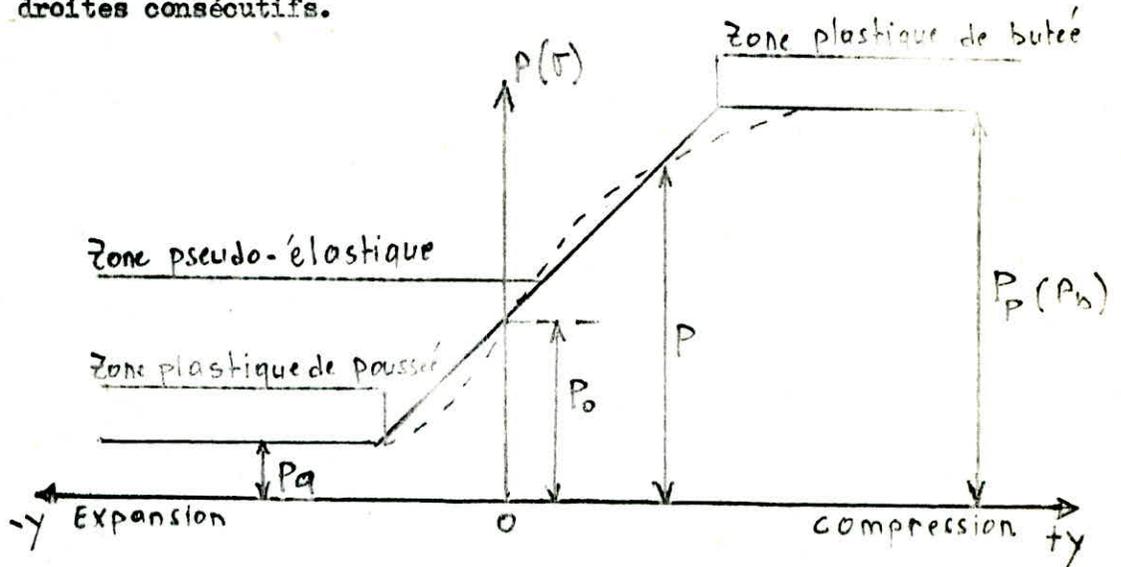


entre la valeur  $K_0$  et les valeurs limites , on distingue les plans élastique pseudo-plastique et plastique .

## 2-1: Module intervenant dans le calcul des poussees

### - Module de réaction du sol :

Nous devons simplifier les courbes de déformation en des segments de droites consécutifs.



Le module de réaction est défini comme la pente du segment incliné.  
Le module de réaction est utilisé donc pour le calcul des pressions qui se développent le long de la surface de contact de l'ouvrage et du sol sur lequel il prend appui.

.../...

Dans le cas le plus fréquent d'un écran vertical , c'est un module de compressibilité horizontal du sol .

$$K_H = \frac{P - P_0}{Y} \quad Pa < P \leq Pp$$

La méthode la plus commode d'obtenir la valeur du module de réaction est d'utiliser la méthode pressiométrique . M MENARD a rattaché ce module  $K_H$  au module de déformation  $E$  du terrain .

$$\frac{1}{K_H} = \frac{1}{E} \left\{ \frac{a h}{2} + 13(0,0009 h)^a \right\}$$

$a$  : coefficient rhéologique dépendant de la nature du sol

$h$  : hauteur équivalente égale aux  $\frac{2}{3}$  de la fiche du rideau

$E$  : Moyenne arithmétique des modules pressiométriques menés jusqu'aux  $\frac{2}{3}$  de la fiche

M. MENARD a publié des courbes où l'on peut lire directement la valeur de  $K_H$  .

.../..

La valeur du module qu'a défini Mr. MENARD est mesuré pour la compression  $Q_{ad}$  pour les phénomènes de butée ou de contre butée

Pour la poussée on peut mesurer le module de réaction lors d'essais triaxiaux de mesure de  $C$  et de  $\phi$

Selon ROWE dans le cas des sables, la réaction  $P$  consecutive au déplacement de l'écran est de forme

$$P = \frac{mz}{D} g \quad \text{un : module de rigidité du sol qui a les dimensions du module de Réaction}$$

La contrainte de butée en un point  $M$ , ayant subit un déplacement  $g$  a pour expression :

$$P_b = K_o \sigma_v + K_h g = K_o \sigma_v + \frac{Mz}{D} g$$

Les valeurs de  $m$  ont été proposé par ROWE à partir d'essais sur modèles réduits .

.../...

\*\*\*\*\*  
\* II COMPORTEMENT DES RIDEAUX DE PALPLANCHES \*  
\*\*\*\*\*

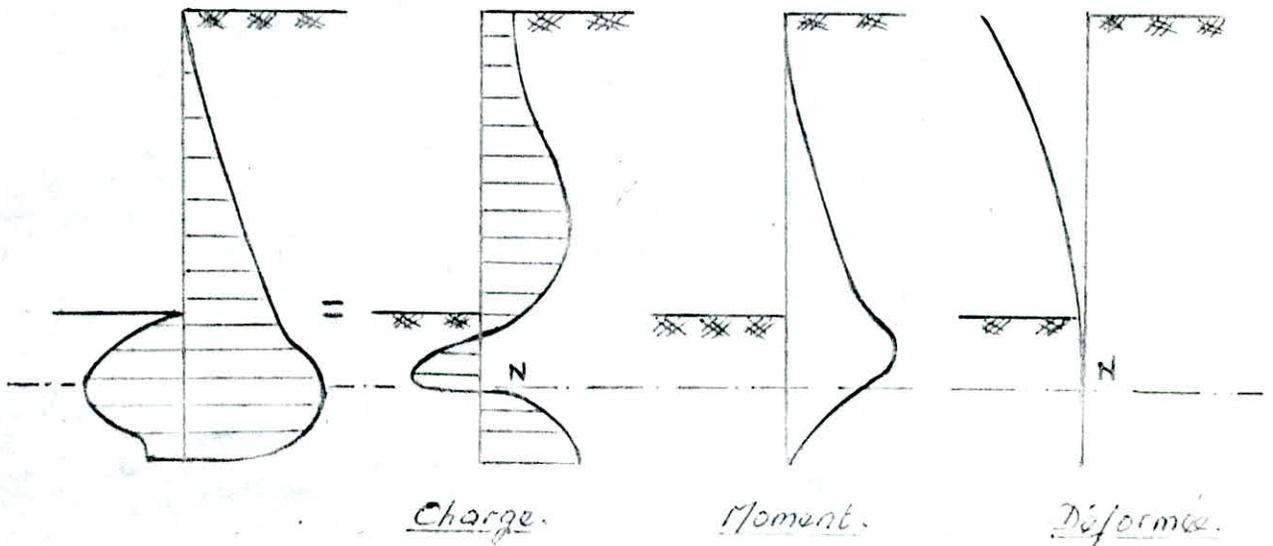
\* A- RIDEAU NON ANCRE : \*  
\*\*\*\*\*

\* Un rideau non ancré subit une rotation autour d'un point situé dans sa \*  
\* partie en fiche. Au dessus de ce point, des contraintes de butée s'exercent \*  
\* sur la face externe et des efforts de poussée sur la face interne. \*  
\*\*\*\*\*

\* Au dessous du centre de rotation, le mouvement du rideau provoque la \*  
\* mobilisation de contraintes de contre-butée sur la face interne, alors \*  
\* qu'une poussée se développe sur la face externe. \*  
\*\*\*\*\*

\* Comme il suffit d'un très petit déplacement pour mobiliser la poussée \*  
\* minimale, les contraintes de poussée sont généralement les contraintes à \*  
\* l'équilibre limite. \*  
\*\*\*\*\*

\* Au voisinage de la rotation, le taux de mobilisation de la butée limite \*  
\* de part et d'autre du rideau dépend des déplacements de l'écran, liés \*  
\* essentiellement à sa hauteur en fiche. \*  
\*\*\*\*\*



ECRAN ENCASTRE NON ANCRE

**-2- RIDEAU ANCRE :**

Le comportement d'un rideau ancré en tête est sensiblement plus complexe que celui d'un rideau non ancré. Il dépend :

- Du mode de sollicitations (dragage, ou par remblaiement).
- Du déplacement d'ancrage.
- De la hauteur en fiche.
- De la flexibilité du rideau

L'influence de ces paramètres a été étudiée à partir d'essais sur modèles réduits par TCHEBOTARIOFF (1942) et ROWE (1952), qui ont mis en évidence les mécanismes de fonctionnement des rideaux fichés dans les matériaux pulvérulents.

**-3- DISTRIBUTION DE LA PRESSION DES TERRES :**

**3.1 PARTIE HORS FICHE :**

La pression des terres sur la face interne dépend du déplacement d'ancrage et du mode de sollicitation du rideau.

**3.1.1 Cas d'un rideau souple sollicité par dragage dont le point d'ancrage est fixe :**

Dans ce cas la pression des terres ne varie pas linéairement avec la profondeur conformément aux théories classiques.

Au cours de dragage, elle augmente aux alentours du point d'ancrage et diminue vers le milieu de la hauteur libre.

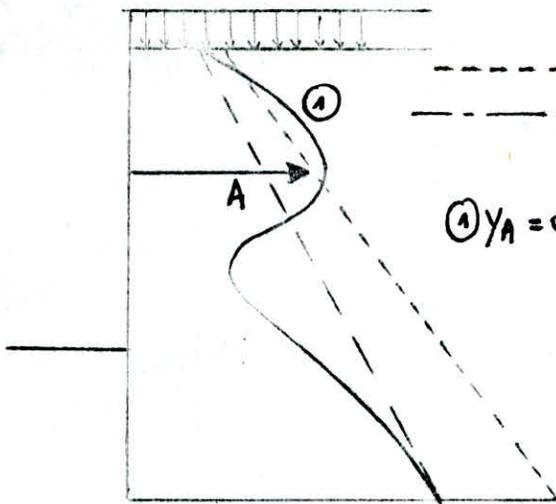
(voir schéma 1).

**3.1.2 Pour un rideau souple sollicité par remblaiement aucune redistribution des contraintes de poussée ne peut avoir lieu jusqu'à la fin du remblaiement.**

La pression des terres se distribue suivant un diagramme sensiblement triangulaire. (Voir schéma 2).

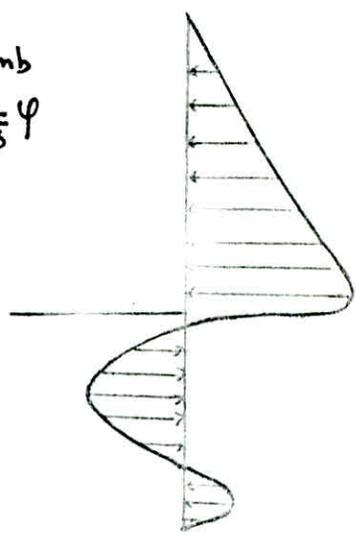
\*\*\*\*\*

figure ①



Rankine  
 Coulomb  
 $\delta\alpha = \frac{2}{3}\psi$   
 ①  $Y_A = 0$

figure ②



3.2. Partie en fiche :

La pression des terres sur chacune des faces dépend de la flexibilité du rideau et de sa hauteur en fiche.

a. CAS D'UN RIDEAU RIGIDE :

Dans ce cas la partie en fiche ne peut se déplacer que vers l'extérieur si l'ancrage ne subit que de faibles déplacements.  
 Dans ces conditions, seuls des efforts de butée s'exercent sur la face externe, et des efforts de poussée sur la face interne.  
 Les contraintes de butée varient selon la hauteur en fiche (voir figures a, b, c).

b. CAS D'UN RIDEAU FLEXIBLE :

La distribution des contraintes dans la partie en fiche correspond à l'un des schémas d, e, f .

SCHEMA d :

La fiche est largement supérieure à la fiche à l'équilibre limite.  
 Le déplacement d'ensemble de la partie en fiche est très faible, mais la déformation du rideau sous l'action de la poussée provoque une mobilisation de la butée limite sur la face externe, au voisinage du fond de fouille et le développement d'une contre butée sur la face interne. On dit que le rideau est encastré ancré.

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
\* SCHEMA e :

Pour une fiche plus courte mais supérieure à la fiche à l'équilibre limite, le déplacement d'ensemble de la partie inférieure du rideau s'accroît et est tel que la contre butée disparaît et que la hauteur de mobilisation de la butée limite s'étend à partir du fond de fouille.

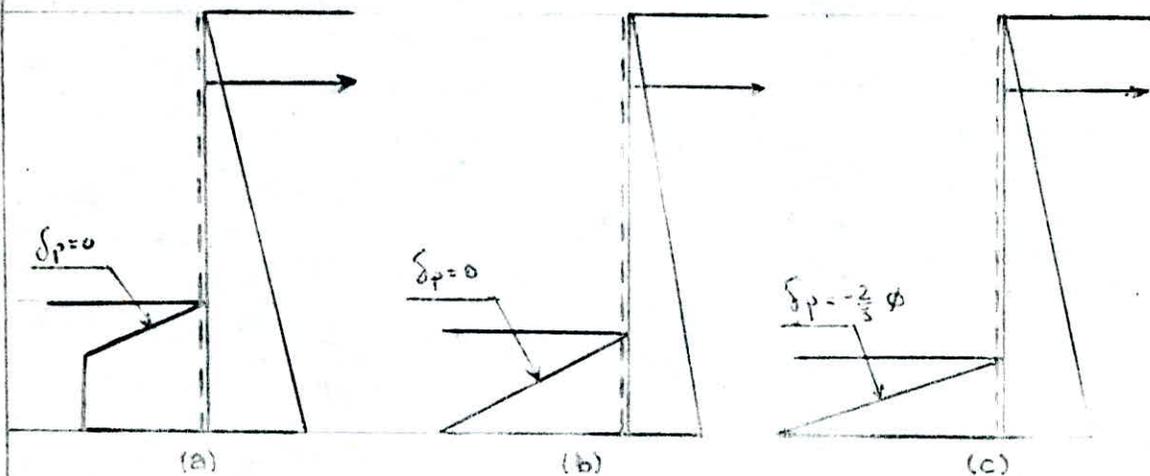
On dit que le rideau est simplement buté ancré.

\* SCHEMA f :

A l'équilibre limite, le diagramme des contraintes est rigoureusement identique à celui obtenu pour un rideau rigide.

# Diagrammes des Contraintes

## Rideau rigide



## Rideau souple

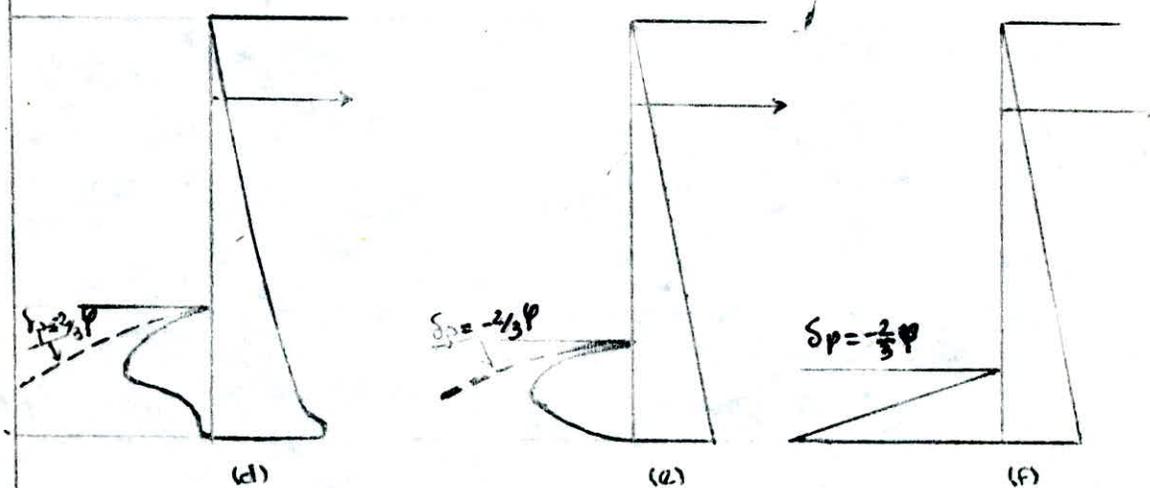
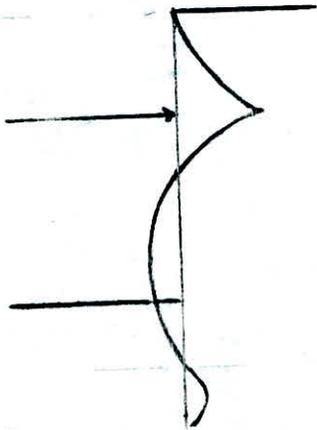
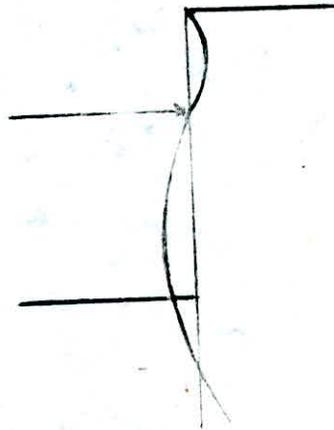


Diagramme de moment flechissant  
et déformée relatifs aux rideaux flexibles.

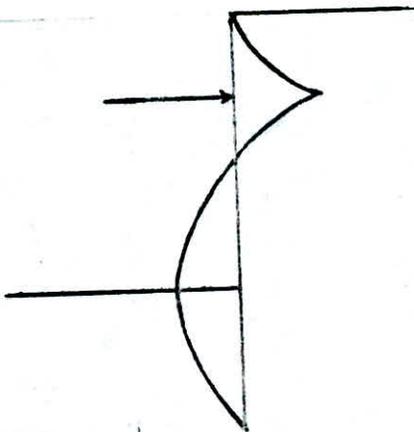


Moment

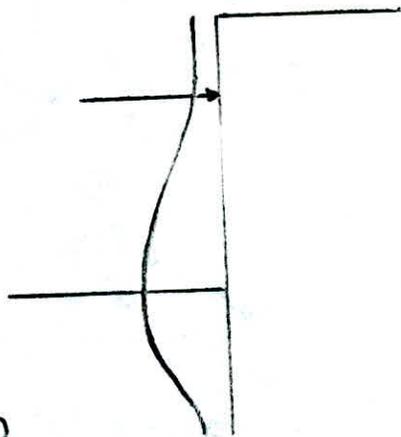


(d)

Déformée



Moment



(f)

Déformée



## 2- METHODES ELASTIQUES UTILISANT LE MODULE DE REACTION :

Ces méthodes considèrent le rideau comme une poutre s'appuyant à sa partie inférieure sur une fondation élastique constituée par le sol situé au dessous du niveau de dragage dont le comportement est régi par le module de réaction.

Le sol dans sa partie hors fiche est supposé en équilibre de poussée.

### 2-1 METHODE DE ROWE :

L'hypothèse de ROWE décrit le comportement élastique du sol, c'est à dire ces efforts réellement appliqués à la palplanche dans ses conditions normales de travail.

ROWE a étudié le comportement d'un rideau battu dans un sol pulvérulent homogène sur la base des hypothèses suivantes :

- La poussée limite "pa" du sol, s'exerce sur la face interne du rideau
- Le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  diffère peu du coefficient de limite  $K_a$ .

A une profondeur  $x$ , la palplanche s'est déplacée horizontalement de  $y$ . ROWE admet que la contrainte résiduelle à ce niveau est de la forme :

$$\sigma = \sigma_0 - K_e \frac{xy}{f}$$

$\sigma_0$  : contrainte résiduelle avant toute déformation, ROWE admet que  $\sigma_0$  est constant tout le long de la fiche.

$f$  : fiche       $K_e$ : coeff. caractérisant l'élasticité du sol

La mise en équation du problème est simple:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = \sigma$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = \sigma_0 - K \frac{xy}{f}$$

La solution de cette équation différentielle du quatrième ordre dépend de quatre (4) constantes arbitraires. On détermine ces constantes en écrivant d'abord qu'au niveau du fond de fouille, moment fléchissant et effort tranchant ont des valeurs imposées par la distribution qui fait soutènement.

On écrit ensuite qu'au pied de la palplanche, moment fléchissant et effort tranchant sont nuls.

## 2.2. METHODE DE MENARD :

Cette méthode est basée sur les hypothèses suivantes :

- Dans sa partie hors fiche, la poussée limite du sol agit sur la face interne du rideau.
- Dans la partie en fiche, seules des réactions de butée et, éventuellement, de contre-butée, agissent sur le rideau.
- Le module de réaction du sol travaillant en butée est constant, sa valeur étant calculée à partir de la formule de MENARD.
- Le module de réaction du sol travaillant en contre butée est constant et égal à trois (3) fois la valeur adoptée en butée.

Compte tenu de ces hypothèses, pour une fiche donnée et pour un déplacement d'ancrage, un calcul permet d'obtenir le moment fléchissant maximum, la réaction d'ancrage, les réactions et le déplacement en fonction.

MENARD , BOURDON et GAMBIN déterminent la fiche de façon à ce que le sol dans sa partie en fiche ait un comportement élastique . Ils admettent l'un des deux critères suivants de comportement élastique .

- Le déplacement au niveau d'encastrement est inférieur à 2 cm
- La réaction du sol à un niveau donné est inférieure à la pression de fluage mesuré au pressiomètre à ce niveau, considéré comme la limite élastique du sol .

Le calcul est fait par approximation successive , la fiche du niveau est progressivement allongée jusqu'à ce que le critère de comportement élastique du sol soit satisfait .

Nous avons utilisé uniquement les méthodes classiques sous demande de l'Entreprise ayant proposé le sujet , méthodes qui font l'objet des programmes ci-après :

## CHAP II : PROGRAMMES DE CALCUL SUR ORDINATEUR

### 1°/ - OBJET DU PROGRAMME ET HYPOTHESES

Le programme permet de calculer les **trois** cas de rideaux de palplanches :

- Rideau simplement buté et ancré.
- Rideau encastré en pied et ancré.
- Rideau encastré en pied et non ancré.

#### a - HYPOTHESES :

- Le rideau est supposé parfaitement vertical et d'inertie constante.
- Le talus (remblais) est horizontal.
- Le sol est stratifié en couches homogènes horizontales.
- Le sol est en tous points en **poussée** limite ou en **butée** limite.
- Les couches sous le bassin ont des limites qui coïncident avec les limites des couches remblais.
- Les calculs sont effectués dans l'hypothèse de l'encastrement complet.
- Les contraintes de **contre butée**, qui **s'exercent** au **dessous** du point de rotation N du rideau, peuvent être remplacées **par** leur résultante C supposée appliquée au point N.
- Le point N est situé à une distance du pied du rideau égale à 20 % de la hauteur de butée.

#### b - POSSIBILITES ET CONTRAINTES :

- Une surcharge uniforme S1 peut être appliquée sur le terre plein.
- On peut également ajouter un effort horizontal en tête du rideau (traction des bollards) **F1**.
- Dans le cas où le profil est déjà déterminé, on peut donner sa constante d'inertie, de façon à **obtenir** la flèche **maximale** si non on obtient la flèche maximale unitaire.

#### c - DONNEES DU PROBLEME : (voir Schéma p. 32)

On doit indiquer dans cet ordre :

.../...

c-1 COTE AMONT :

- Le nombre de couches amonts (remblais), N
- Les côtes de chaque couche qui représentent les limites supérieures des strates. Et sont déterminées en prenant comme origine des côtes, la ligne horizontale du remblai, A (I)
- Le poids volumique de chaque couche,  $\gamma(I)$
- La cohésion de chaque couche, C (I)
- L'angle de frottement de chaque couche,  $\varphi(I)$

c-2 COTE AVAL :

- Le nombre des couches sous le bassin, NB
- Les cotes supérieures de ces mêmes couches, B (J)  
(toujours déterminées par rapport à la ligne horizontale du talus).
- Le poids volumique de chaque couche,  $\gamma(J)$
- La cohésion de chaque couche, BC (J)
- L'angle de frottement de chaque couche,  $\varphi(J)$

c-3 DONNEES SUPPLEMENTAIRES :

- La côte d'eau du côté amont (remblai), Z A
- La côte d'eau dans le bassin, Z B
- Le poids volumique de l'eau,  $\gamma W$
- La surcharge uniformément répartie sur le terre-plein, S1
- La force d'amarrage en tête du rideau, F1
- La côte de l'ancrage (s'il est demandé), ZTIR

2°/ CALCULS PRELEMINAIRES :

2.1 CALCUL DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT ECRAN-SOL :  $\delta(I)$

Qui correspond à l'inclinaison de la contrainte sur l'écran.  
Les résultats expérimentaux actuellement disponibles montrent, que dans les équilibres limites en milieu pulvérulent, l'inclinaison moyenne des contraintes sur la normale à un écran rugueux est :

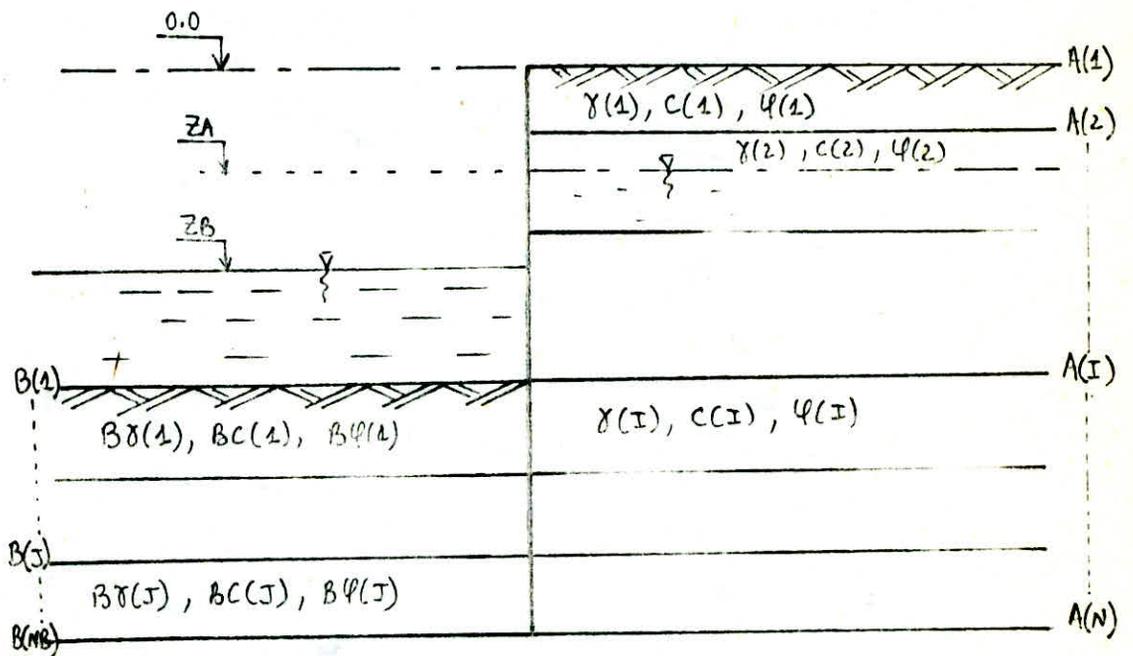
- dans le cas de la poussée et pour une couche d'indice (I) :

$$\delta(I) = \frac{2}{3} \varphi(I)$$

.../...

- dans le cas de la butée et pour une colonne d'indice (J).

$$B S(J) = -\frac{2}{3} B \varphi(J)$$



### 2.2 Recherche du Polynôme d'interpolation.

Soient  $[\varphi_i, k_i]$   $i=0, 22, 23$  couples de valeurs représentant les résultats de la relation entre le coefficient de Poussée  $K_A$  [coefficient de butée  $K_B$ ] et sa variable  $\varphi$  [angle de frottement]

$\beta = \lambda = 0$  et  $\delta = 2/3 \varphi$

$\varphi$	$K_A$	$K_B$
6	0,75	1,11
8	0,70	1,14
10	0,65	1,17
12	0,61	1,20
14	0,57	1,23
16	0,53	1,26
18	0,49	1,29
20	0,45	1,33
22	0,42	1,35
24	0,39	1,38
26	0,36	1,41
28	0,33	1,43
30	0,30	1,46
32	0,28	1,48
34	0,26	1,50
36	0,24	1,52
38	0,22	1,53
40	0,20	1,54
42	0,18	1,56
44	0,17	1,57
46	0,16	1,59
48	0,14	1,60
50	0,13	1,61

Le problème de l'interpolation consiste à déterminer le polynôme qui passe exactement par les points  $(x_i, y_i)$  du plan  $(x, y)$ . Le polynôme peut être considéré comme la fonction spécifique qui approxime le phénomène considéré.

Le polynôme est de degré  $n$  lorsqu'on connaît  $(n+1)$  points. Pour déterminer le polynôme d'interpolation  $P(x)$ , il existe plusieurs méthodes dont les principales sont:

- polynôme de LAGRANGE
- polynôme de NEWTON.

Nous avons utilisé le polynôme de LAGRANGE, défini par

$$P(x) = \sum_{i=0}^h y_i L_i(x)$$

$$L_i(x) = \frac{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^h (x - x_j)}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^h (x_i - x_j)}$$

### Recherche du degré de Polynôme :

Un polynôme de degré élevé passe par tous les points. Cependant il ne donne pas une bonne approximation. Nous avons successivement essayé d'interpoler à l'aide d'un polynôme de degré 5, 4, 3, 2.

Nous avons retenu le polynôme de degré 3 qui donne exactement les valeurs de la table.

18/10/18

### Determination du Polynôme :

Pour avoir un polynôme de degré 3, il nous faut 4 points. Nous avons choisi les 4 points de telle sorte à obtenir un polynôme qui approxime au mieux la table.

### Polynôme d'interpolation des coefficients de Poussée :

Soient les 4 points :

$x_i$	KAC
$x_0 = 10$	0,65
$x_1 = 18$	0,49
$x_2 = 26$	0,36
$x_3 = 46$	0,16

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} = \frac{(x-18)(x-26)(x-46)}{(10-18)(10-26)(10-46)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x-10)(x-26)(x-46)}{(18-10)(18-26)(18-46)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x-10)(x-18)(x-46)}{(26-10)(26-18)(26-46)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x-10)(x-18)(x-26)}{(46-10)(46-18)(46-26)}$$

$$P(\varphi) = L_0(\varphi) \cdot KA_0 + L_1(\varphi) \cdot KA_1 + L_2(\varphi) \cdot KA_2 + L_3(\varphi) \cdot KA_3$$

$$P(\varphi) = L_0(\varphi) \cdot 955 + L_1(\varphi) \cdot 0,49 + L_2(\varphi) \cdot 0,30 + L_3(\varphi) \cdot 0,16$$

⇒

$$P(\varphi) = KA(\varphi) = (-0,03 \varphi^3 + 24,90 \varphi^2 - 2676,52 \varphi + 89278) \cdot 10^{-5}$$

$KA(\varphi) = (-0,03 \varphi^3 + 24,90 \varphi^2 - 2676,52 \varphi + 89278) \cdot 10^{-5}$
---------------------------------------------------------------------------------------------

Polynôme d'interpolation des coefficients butée

$\varphi_i$	$KB_i$
$\varphi_0 = 10$	1,17
$\varphi_1 = 18$	1,29
$\varphi_2 = 26$	1,41
$\varphi_3 = 46$	1,59

$$L_0(\varphi) = \frac{(\varphi - \varphi_1)(\varphi - \varphi_2)(\varphi - \varphi_3)}{(\varphi_0 - \varphi_1)(\varphi_0 - \varphi_2)(\varphi_0 - \varphi_3)} = \frac{(\varphi - 18)(\varphi - 26)(\varphi - 46)}{(10 - 18)(10 - 26)(10 - 46)}$$

$$L_1(\varphi) = \frac{(\varphi - \varphi_0)(\varphi - \varphi_2)(\varphi - \varphi_3)}{(\varphi_1 - \varphi_0)(\varphi_1 - \varphi_2)(\varphi_1 - \varphi_3)} = \frac{(\varphi - 10)(\varphi - 26)(\varphi - 46)}{(18 - 10)(18 - 26)(18 - 46)}$$

$$L_2(\varphi) = \frac{(\varphi - \varphi_0)(\varphi - \varphi_1)(\varphi - \varphi_3)}{(\varphi_2 - \varphi_0)(\varphi_2 - \varphi_1)(\varphi_2 - \varphi_3)} = \frac{(\varphi - 10)(\varphi - 18)(\varphi - 46)}{(26 - 10)(26 - 18)(26 - 46)}$$

$$L_3(\varphi) = \frac{(\varphi - \varphi_0)(\varphi_0 - \varphi_1)(\varphi - \varphi_2)}{(\varphi_3 - \varphi_0)(\varphi_3 - \varphi_1)(\varphi_3 - \varphi_2)} = \frac{(\varphi - 10)(7 - 18)(\varphi - 2/6)}{(46 - 10)(46 - 18)(46 - 26)}$$

$$KB(\varphi) = L_0(\varphi) \cdot KB_0 + L_1(\varphi) \cdot KB_1 + L_2(\varphi) \cdot KB_2 + L_3(\varphi) \cdot KB_3$$

$$= L_0(\varphi) \cdot 1,17 + L_1(\varphi) \cdot 1,29 + L_2(\varphi) \cdot 1,41 + L_3(\varphi) \cdot 1,59$$

finalement :

$$KB(\varphi) = (0,6\varphi^3 + 32,6\varphi^2 + 948,48\varphi + 104852,32) \cdot 10^{-5}$$

Remarque :

Le polynôme d'interpolation donnant les coefficients de poussée, reproduit avec exactitude les valeurs de la table

Pour les coefficients de butée, pour quelques points, l'erreur est de 1/100.

3°/ REORGANISATION DES COUCHES : (voir schéma p. 42)

3-1 REORGANISATION DES COUCHES PAR RAPPORT AU NIVEAU ZA :

La présence d'une nappe phréatique au repos dans le remblai nécessite de remplacer, dans les couches immergées, (c'est à dire pour la partie en dessous du niveau de l'eau) la densité du terrain par une densité apparente qui tient compte de la poussée d'archimède. Cette distinction entre poussées des terres à sec et poussées des terres immergées nécessite une réorganisation des couches ou plus exactement de leurs indices.

Les côtes A (I) étant indicées de I = 1 à I = N, on fait un test sur la valeur du niveau d'eau ZA :

- Si ZA est comprise entre les deux côtes A (I) et A (I+1) délimitants la couche I, alors ZA est prise comme côte supplémentaire et prendra l'indice I + 1 et par conséquent tous les indices qui viennent après augmentent de 1 et les couches correspondantes auront des densités apparentes.

# Organigramme : Réorganisation des couches par rapport à $z_A$ .

Données du problème :

$N, A(I), \gamma(I), c(I), \psi(I)$   
 $N_B, B(I), B\gamma(I), Bc(I), B\psi(I)$   
 $z_A, z_B, GAMW, S1, T1, zTIR$

Calcul des coefficients  $K_A$  et  $K_B$

$I = 1, N$

$A(I) < z_A < A(I+1)$

oui

F

$K = N+2, I+2, -1$

$A(K) = A(K-1)$   
 $\gamma(K-1) = \gamma(K-2) - \gamma W$   
 $\psi(K-1) = \psi(K-2)$   
 $c(K-1) = c(K-2)$   
 $K_A(K-1) = K_A(K-2)$

NON

$A(I) \neq z_A$

oui

NON

$A(I+1) \neq z_A$

oui

oui

$K \geq I+2$

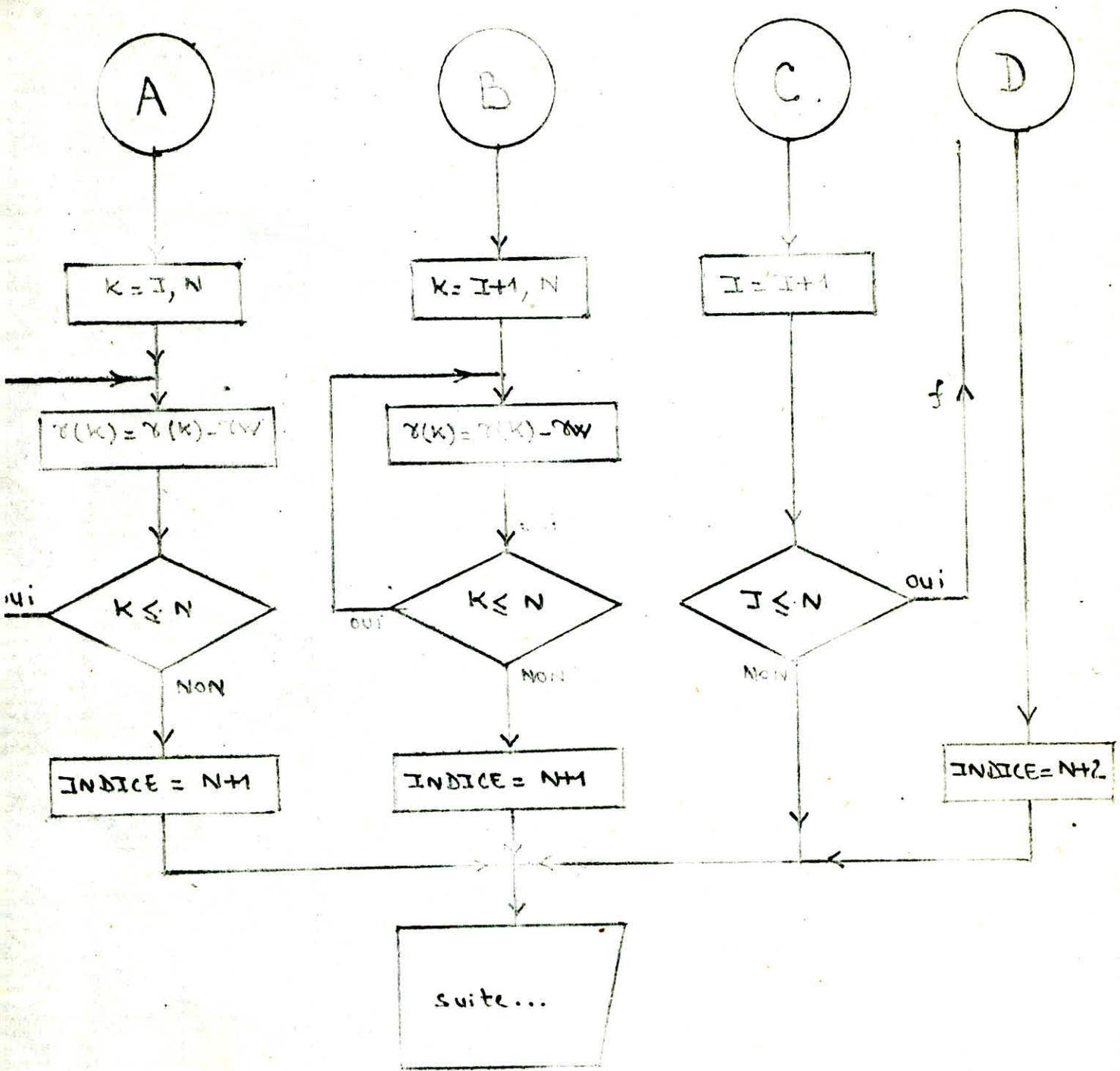
NON

A

B

C

D



- Si le test n'est pas vérifié, ZA est donc confondu avec l'une des côtes A (I) et la réorganisation n'est pas nécessaire dans ce cas là.

(Voir organigramme correspondant).

### 3-2 REORGANISATION DES COUCHES PAR RAPPORT AU NIVEAU ZB :

La présence d'eau de part et d'autre du rideau à des niveaux différents ZA et ZB respectivement (niveau d'eau dans le remblai et niveau d'eau dans le bassin) entraîne une répartition des poussées hydrostatique linéaire entre ZA et ZB et constante au delà de ZB.

Dans le cas où ZB est comprise entre deux côtes différentes, en faisant le cumul des contraintes (autres que celles dues à la présence d'eau) couche par couche, ou plus précisément côte par côte, on ne tiendra pas compte de la valeur de la poussée hydrostatique en ZB.

Il est donc nécessaire de réorganiser les indices des côtes. Comme ces derniers ont déjà été réorganisés par rapport à ZA, le nombre de côtes est égal à INDICE.

Les côtes A (I) étants indicés de  $I = 1$  à  $I = \text{INDICE}$ , on fait un test sur la valeur du niveau ZB :

- Si ZB est comprise entre les deux côtes A (I) et A (I+1) délimitants la couche (I), alors ZB est prise comme côte supplémentaire et prendra l'indice I+1 (c'est à dire que la couche I sera divisée en deux couches de même caractéristiques).

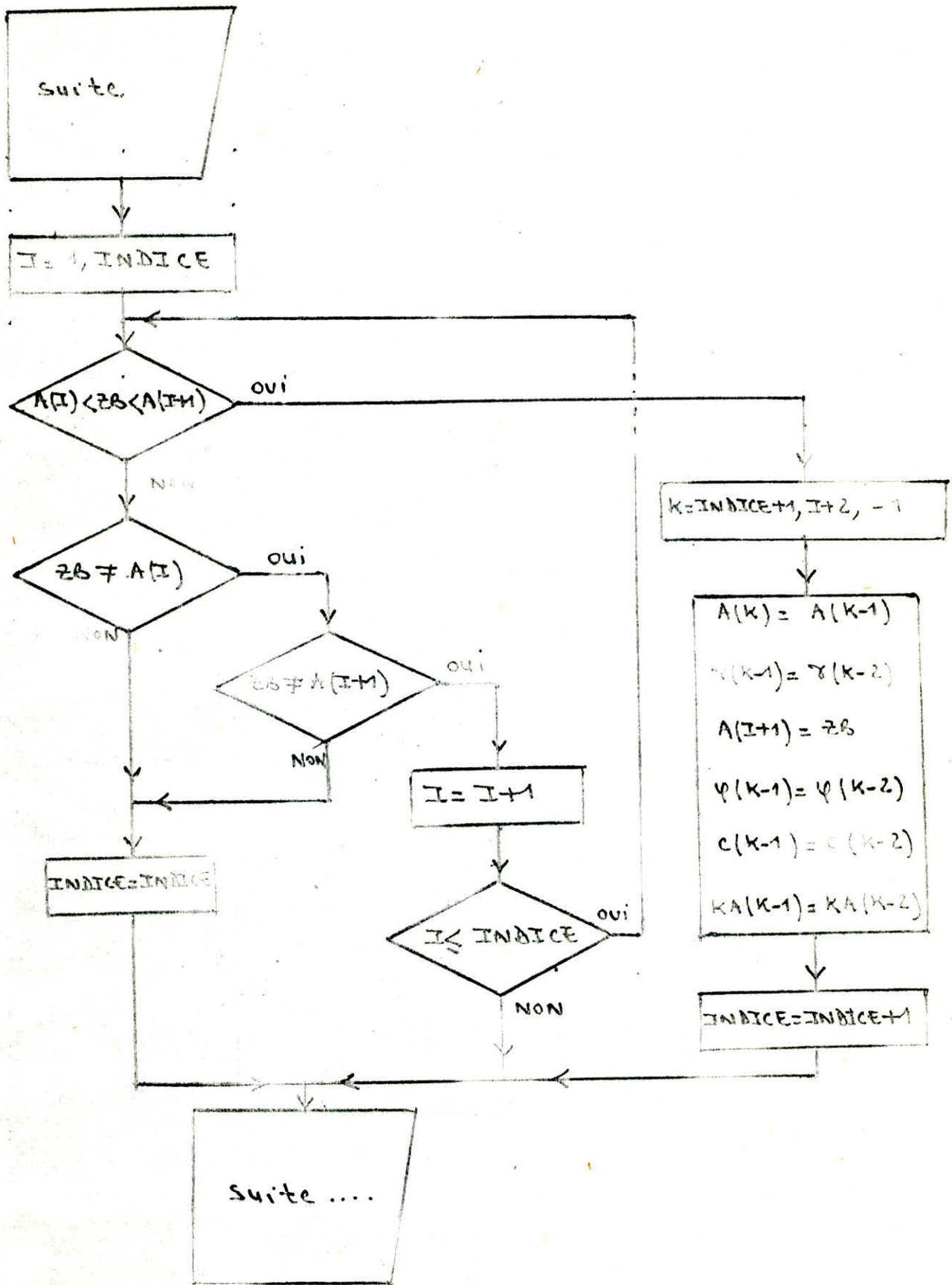
Tous les indices qui viennent après (I+1) seront augmentés de 1.

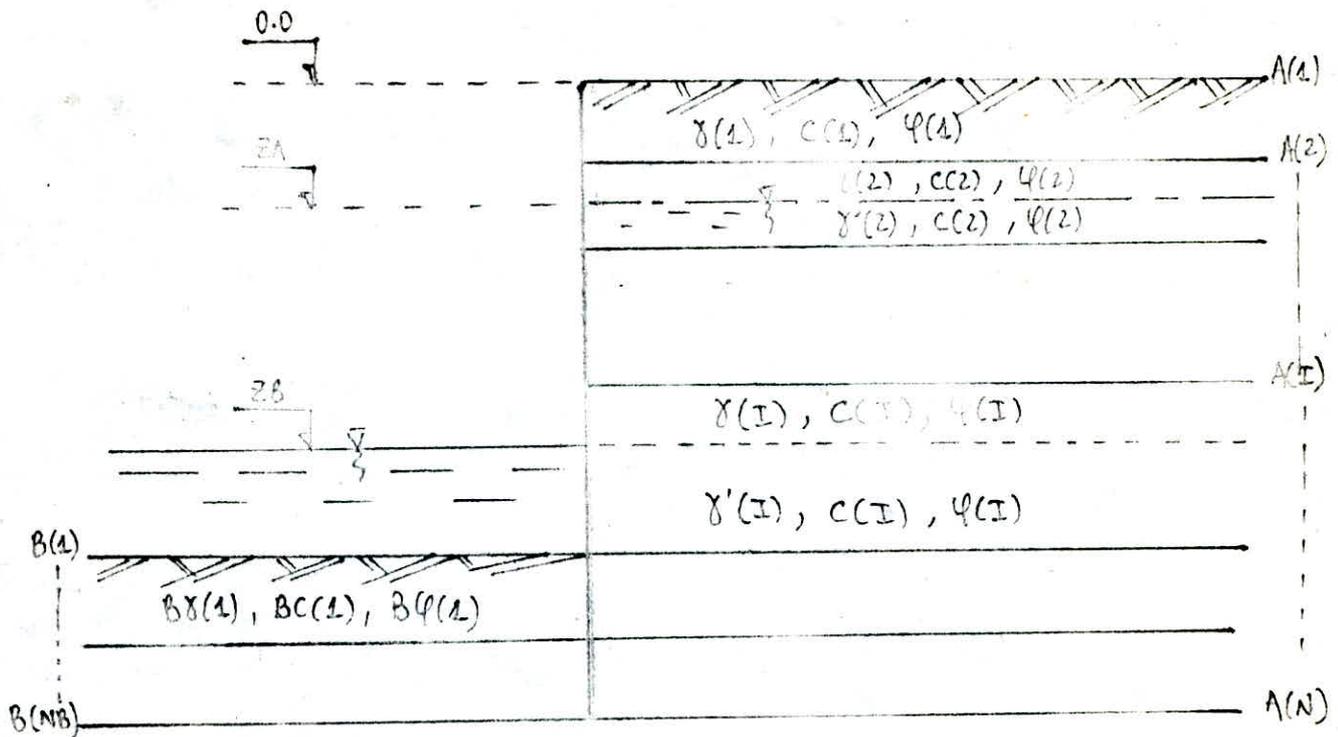
- Si par contre le test n'est pas vérifié, ZB est donc confondu avec l'une des côtes A(I), ou A (I+1) et la réorganisation n'est pas nécessaire.

(Voir organigramme correspondant).

.../...

# Organigramme : Reorganisation des couches par rapport à zB.





$\gamma(I)$  : densité

$C(I)$  : cohésion

$\gamma'(I)$  : densité apparente

$\varphi(I)$  : angle de frottement

schéma : Cas où les tests sur ZA et ZB sont vérifiés

#### 4°/ DETERMINATION DES EFFORTS SUR LE RIDEAU :

La détermination des différents efforts sur le rideau se fait à l'aide de sous programmes qui font le calcul au niveau de chaque côte.

- Côte remblai : de  $I = 1$  à  $I = \text{INDICE}$

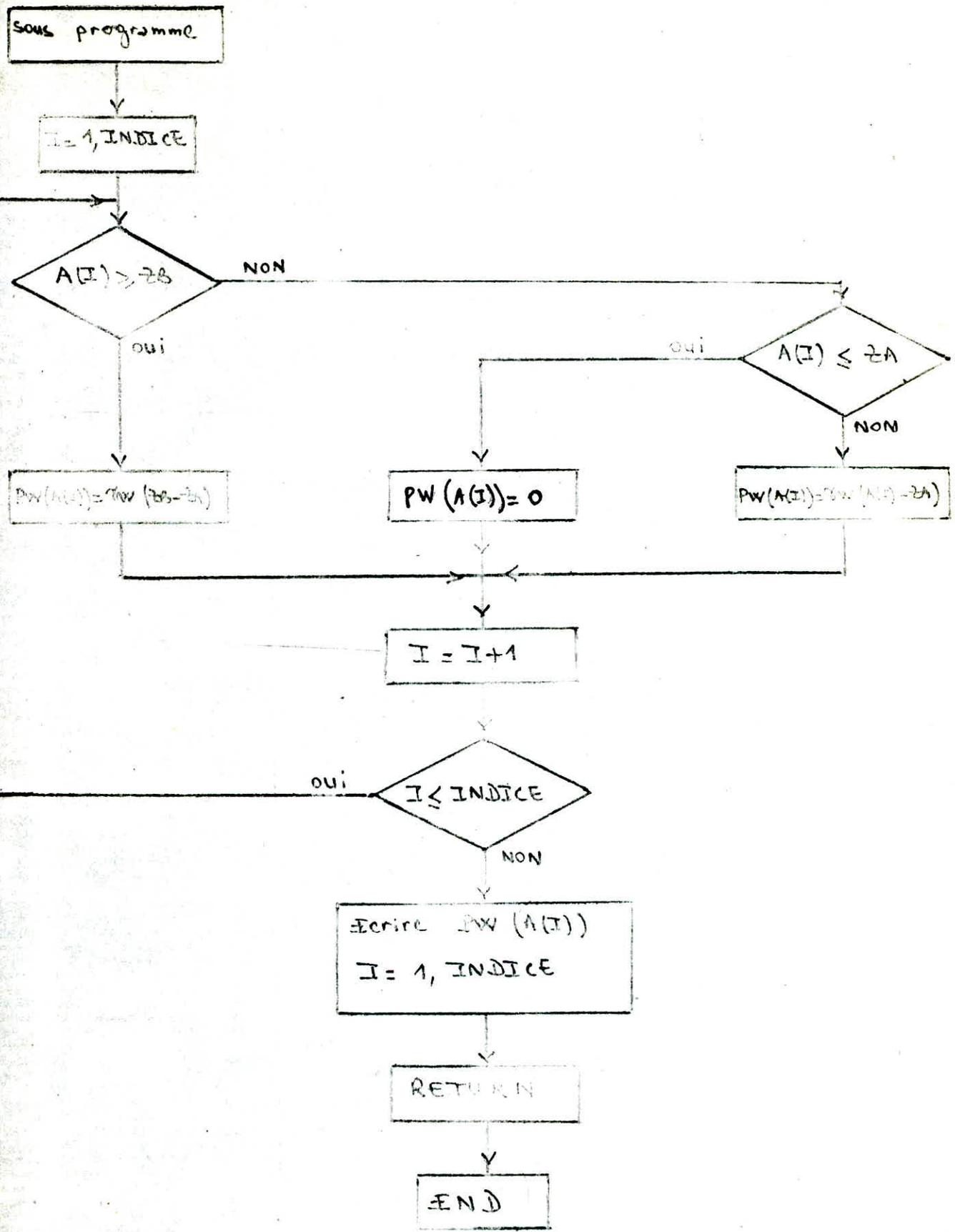
- Côte Bassin : de  $J = 1$  à  $J = \text{NB}$

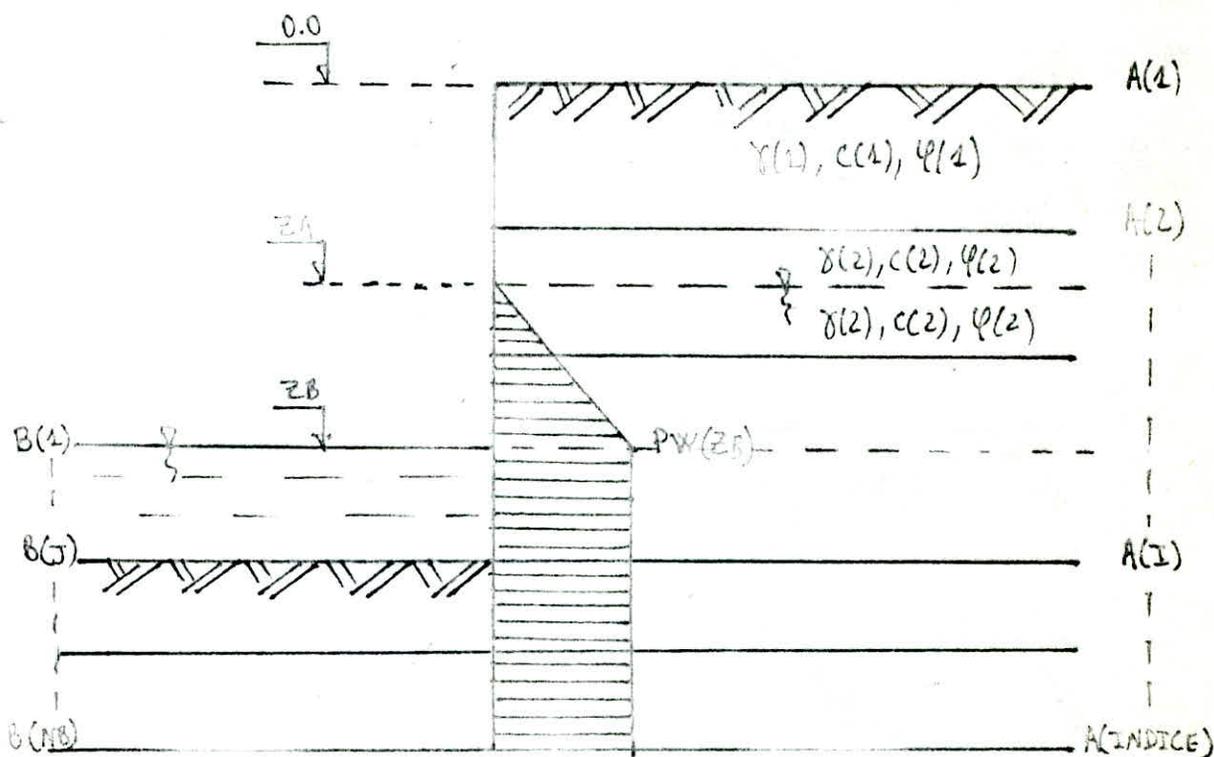
INDICE est le numéro de côtes après réorganisation des couches.

#### 4-1 : DETERMINATION DE LA POUSSEE HYDROSTATIQUE :

Le rideau étant soumis d'une part à l'effet de la nappe phréatique dans le remblai au niveau ZA et d'autre part à l'effet d'eau dans le bassin au niveau ZB ( $ZB > ZA$ ), la poussée hydrostatique varie linéairement entre ZA et ZB puis, au delà de ZB, reste constante jusqu'au niveau du substratum.

# Organigramme: calcul des pressions hydrostatiques.





## Diagramme des poussées

### Hydrostatiques

4-2 : CALCUL DES POUSSEES DES TERRES : (voir schéma - 1 - p. 47)

Les poussées des terres sont calculées au niveau de chaque cote.

A la cote (I) correspond les paramètres de la couche (I-1).

Pour calculer la pression des terres à la cote (I) on doit superposer les trois effets suivants :

a - La poussée due au poids de la couche (I-1)

$$KA(I-1) \cdot \gamma(I-1) \cdot (A(I) - A(I-1)) \cos(\delta(I-1))$$

b - L'action des couches supérieures qui sont supposées agir comme une surcharge :

$$PA2(I) = KA(I) \cos(\delta(I)) \left[ \sum_{J=2}^I \gamma(J-1) (A(J) - A(J-1)) \right]$$

..../....

C - L'action de la cohésion qui est diminuée de la pression totale :

$$\frac{c(I-1)}{\operatorname{tg}(\varphi(I-1))} \cdot \left[ 1 - K_A(I-1) \cdot \cos(\delta(I-1)) \right]$$

d'où l'expression de la poussée totale à la côte (I):

$$PA1(I) = PA2(I-1) + K_A(I-1) \cdot \gamma(I-1) [A(I) - A(I-1)] \cos(\delta(I-1)) - \frac{c(I-1)}{\operatorname{tg}(\varphi(I-1))} \cdot \left[ 1 - K_A(I-1) \cdot \cos(\delta(I-1)) \right]$$

#### 4-3 CALCUL DES EFFORTS DE BUTEE : (voir schéma - 1 - p.47)

- Pour faciliter le cumul des moments, efforts tranchants, rotations et flèches que l'on déterminera plus loin, on recherche le numéro de côte "XB" (ou indice) tel que la côte du fond du bassin B(1) coïncide avec la côte amont A (XB). Les indices des côtes B(J) seront changés en fonction de "XB".

Une fois ce travail fait les indices de côtes J varieront de :

$$J = XB \quad \text{à} \quad J = \text{INDICE}$$

- Les butées sont calculées, de même que pour la poussée, au niveau de chaque côte par superposition des trois effets :

a - La butée due au poids de la couche (J-1).

$$K_B(J-1) \cdot B \gamma(J-1) \cdot (B(J) - B(J-1)) \cdot \cos(\beta \delta(J-1))$$

b - L'action des couches supérieures qui sont supposées agir comme une surcharge :

$$PB2(J) = K_B(J-1) \cos(\beta \delta(J-1)) \left[ \sum_{k=2}^J B \gamma(k-1) (B(k) - B(k-1)) \right]$$

c - L'action de la cohésion qui s'ajoute à la pression totale :

.../...

$$\frac{BC(J-1)}{\operatorname{tg}(B\psi(J-1))} \left[ KB(J-1) \cdot \cos(B\delta(J-1)) - 1 \right]$$

d'où l'expression de la butée totale à la côte (J) :

$$PB1(J) = PB2(J-1) + KB(J-1) \cdot B\delta(J-1) \cdot (B(J) - B(J-1)) \times \frac{1}{\cos(B\delta(J-1))} + \frac{BC(J-1)}{\operatorname{tg}(B\psi(J-1))} \left[ KB(J-1) \cdot \cos B\delta(J-1) - 1 \right]$$

REMARQUE :

Pour assurer au rideau une sécurité suffisante vis à vis du renversement on affecte aux contraintes de butée un coefficient réducteur qui est égal à 2.

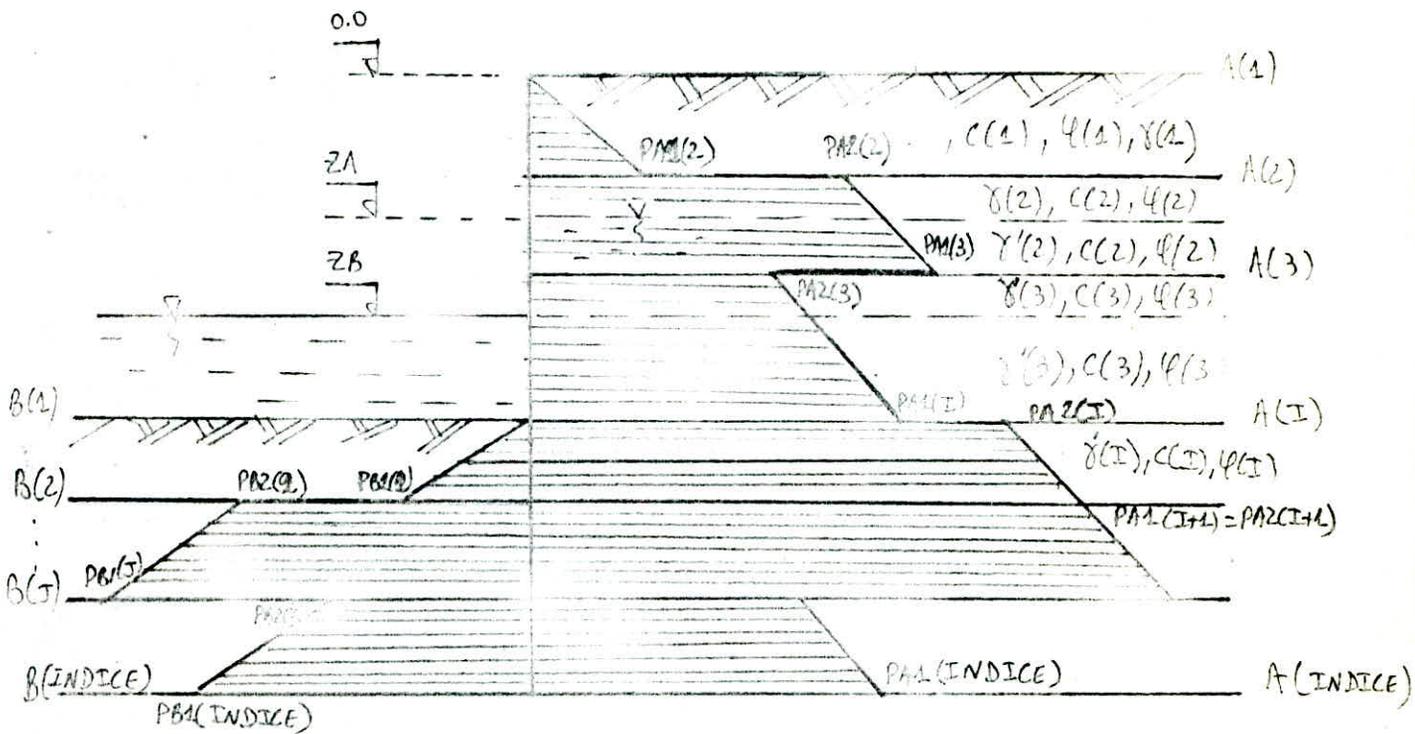
4-4 CALCUL DE LA POUSSEE DUE AUX SURCHARGES : (voir schéma-2- p.47)

Sachant que la surcharge uniformément répartie agit sur l'écran comme une augmentation de hauteur du terrain ; la répartition sera uniforme pour chaque couche (I) mais diffère en valeur d'une couche à l'autre à cause des paramètres différents.

- Pour une côte (I), l'expression de poussée due aux surcharges est donnée par :

$$PS1(I) = KA(I) \cdot S1 \cdot \cos(\delta(I)).$$

.../...



Diagrammes des poussees et des butees

(schéma - 1 -)

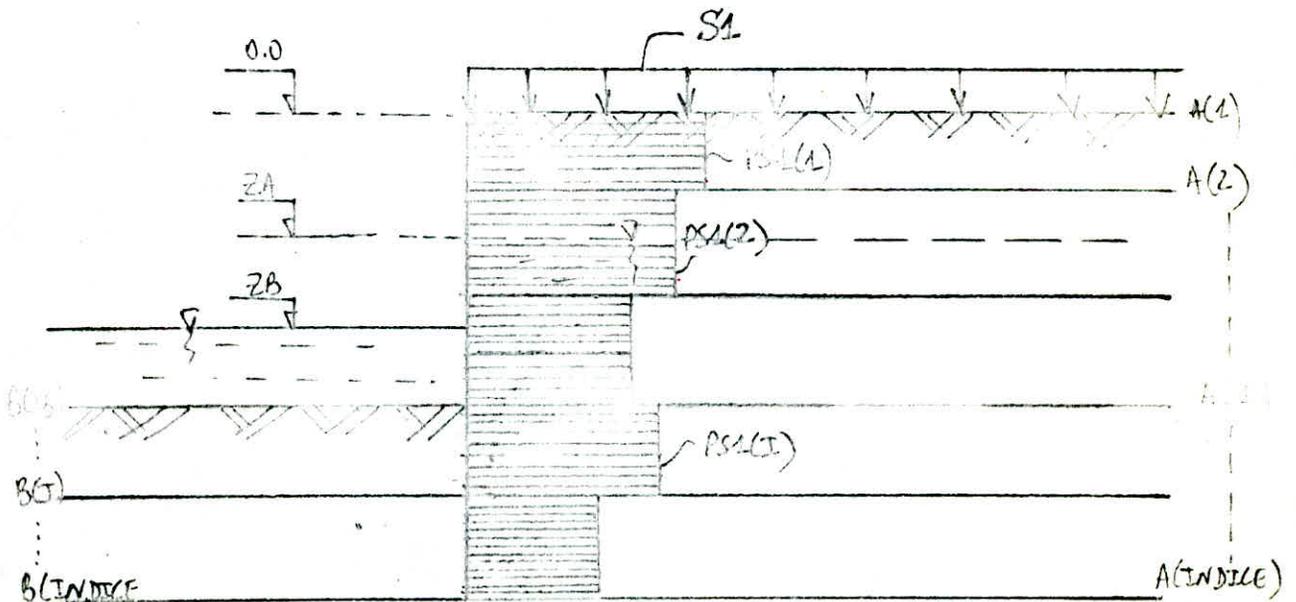
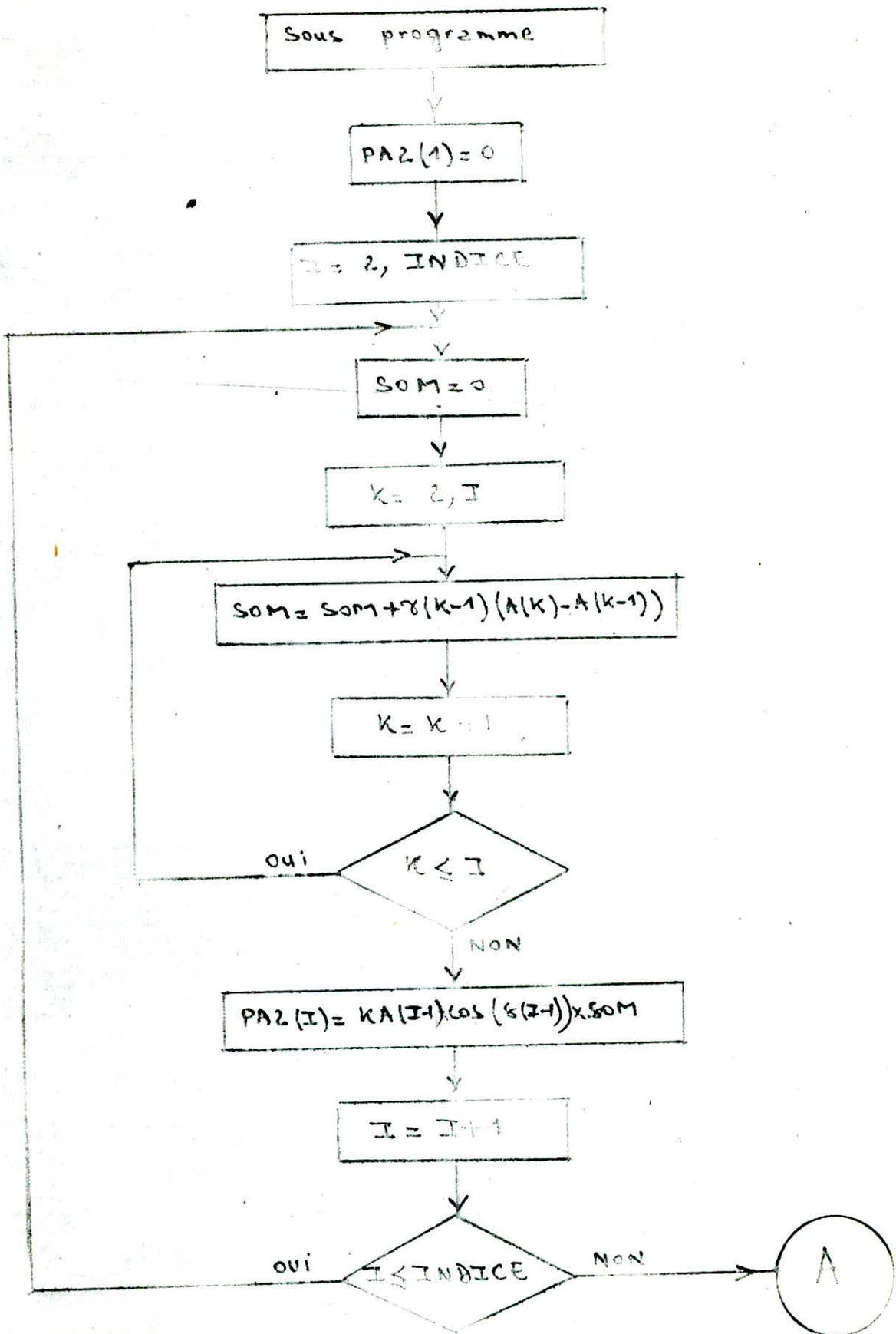
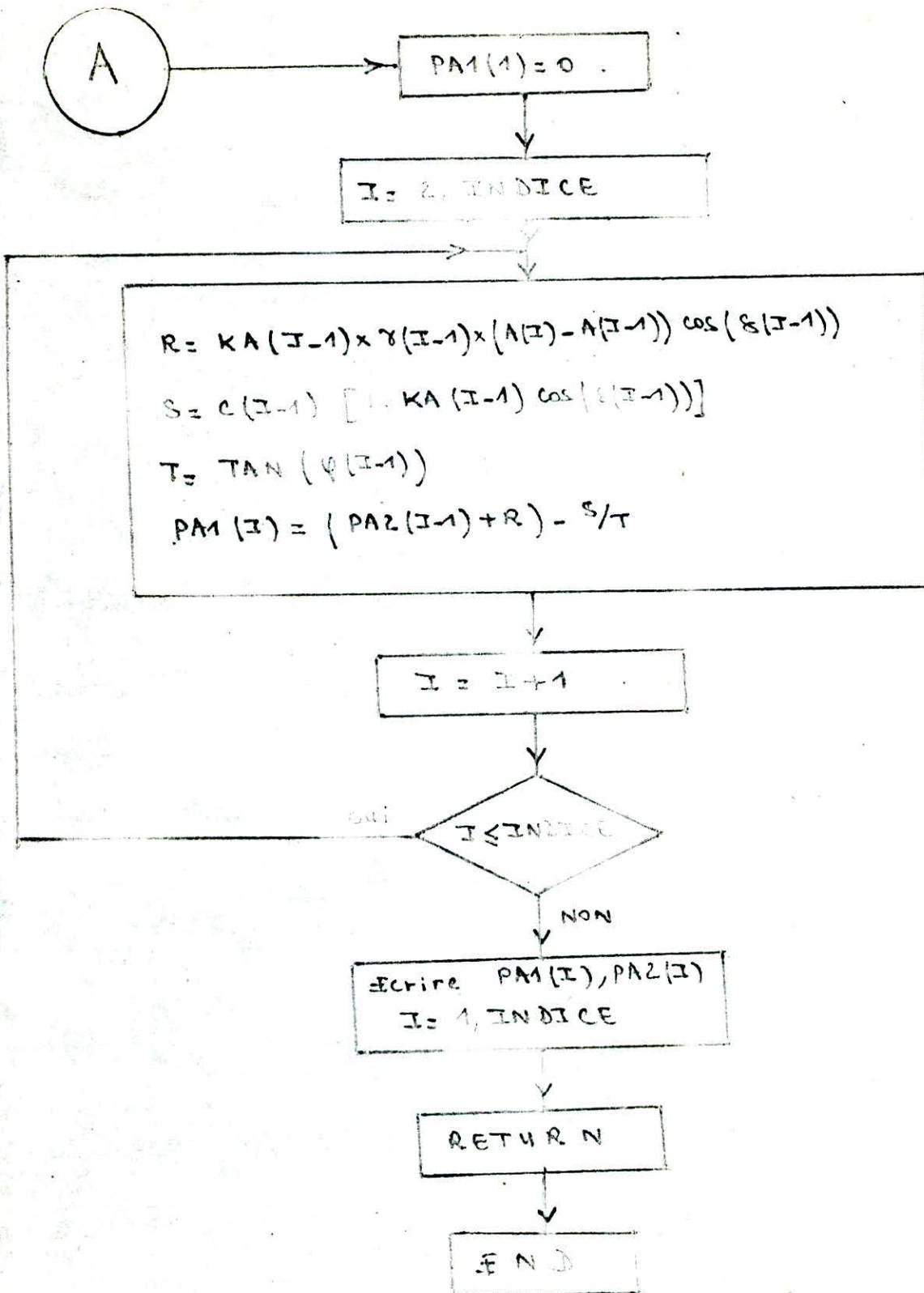


Diagramme des poussees dues à la surcharge

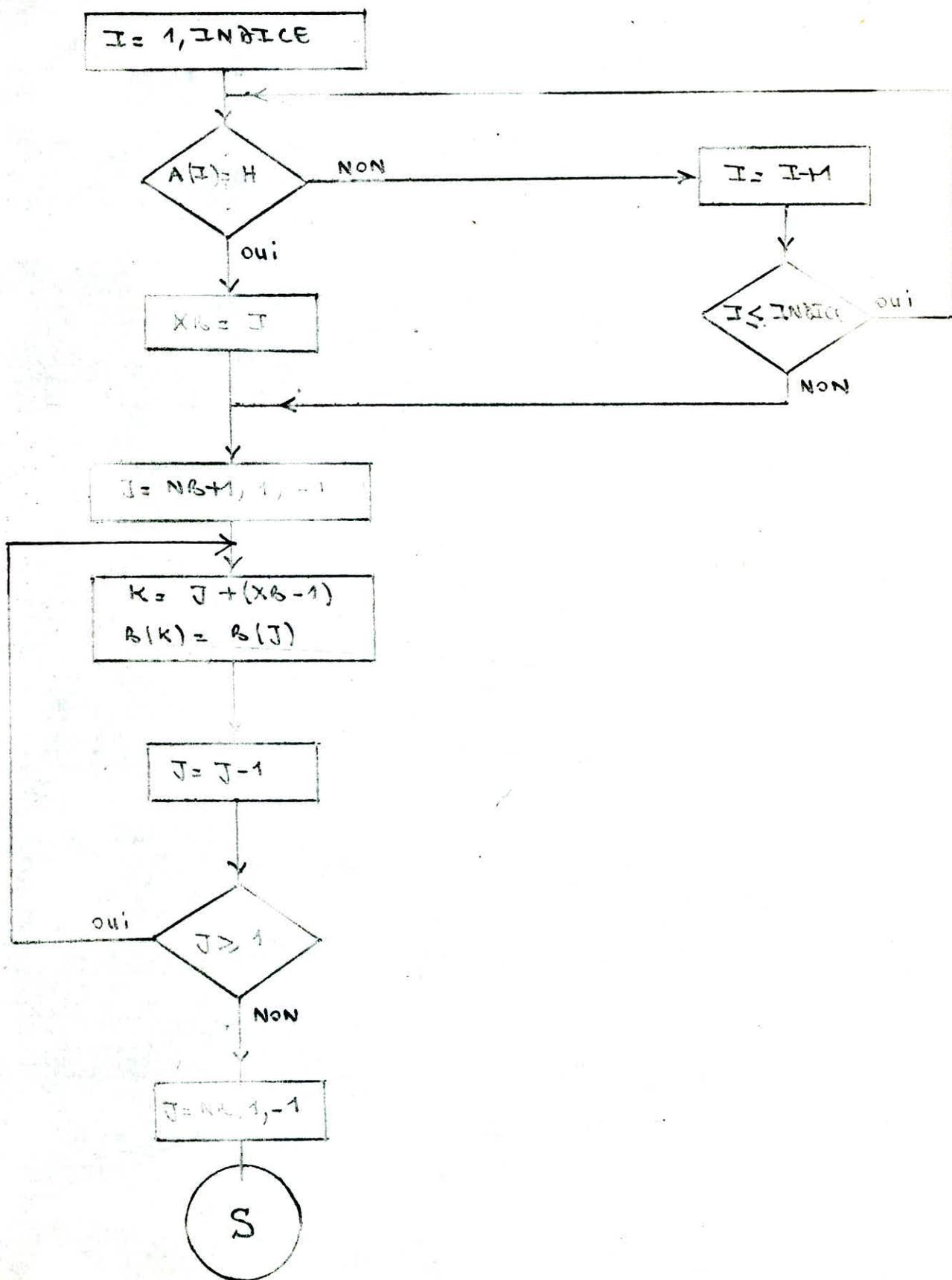
(schéma - 2 -)

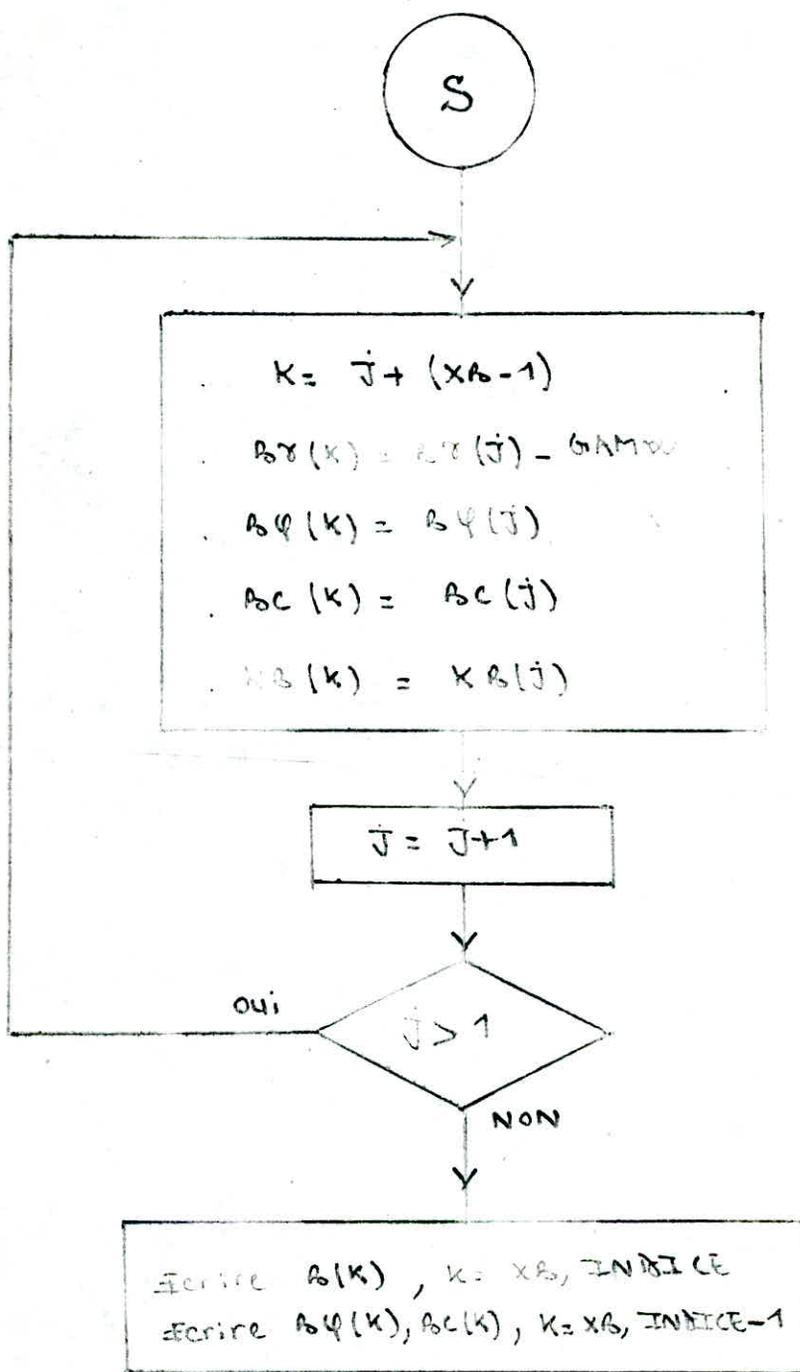
Organigramme: Calcul des poussées des termes.



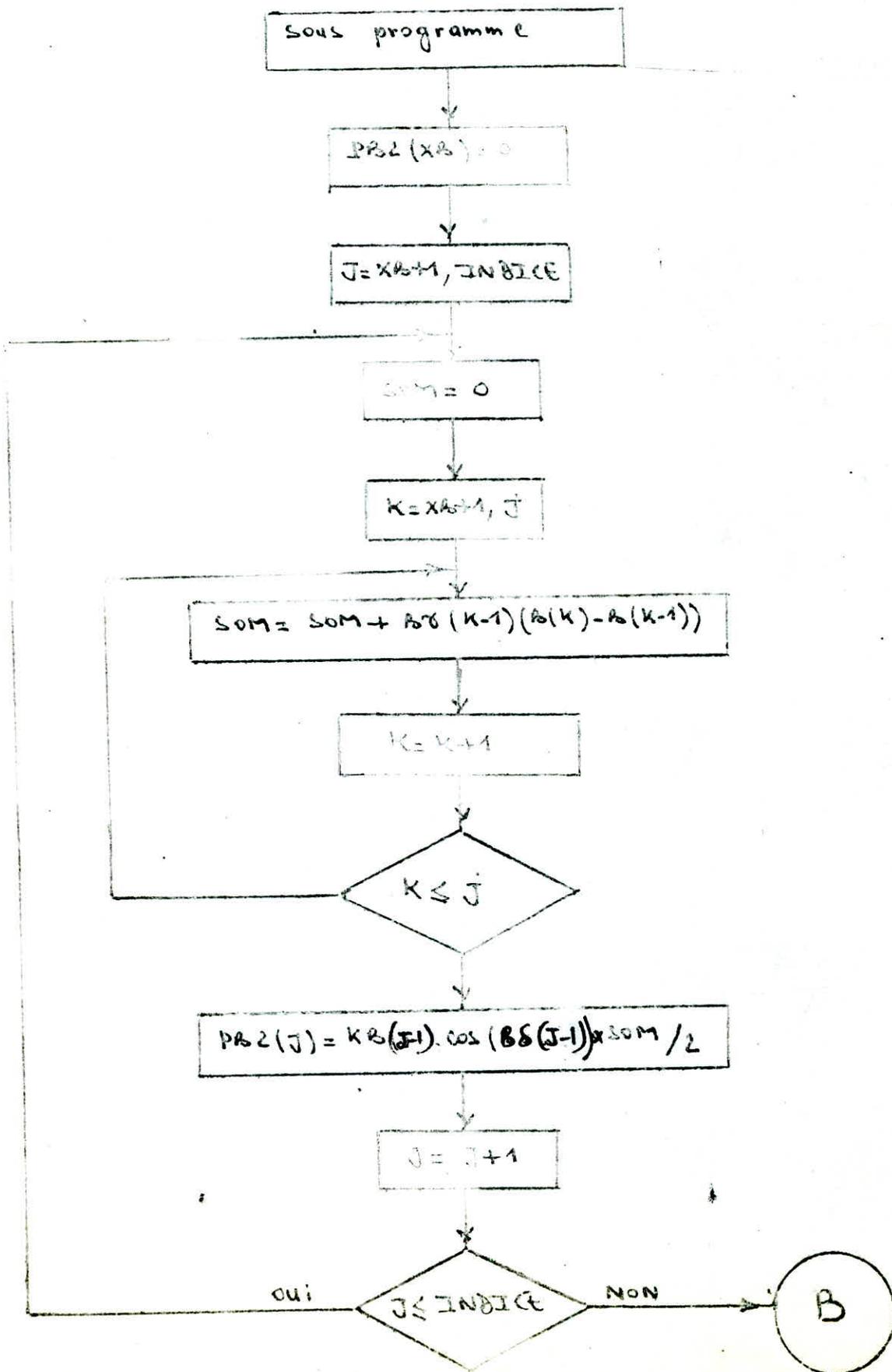


# Organigramme : Recherche de $x_B$ et réorganisation des indices.





# Organigramme : Calcul de la butée.



B.

PB1(XB) = 0

J = XB + 1, INBICE

$C = KB(J-1) \times B \gamma(J-1) (B(J) - B(J-1)) \cos(B \delta(J-1))$   
 $D = BC(J-1) [KB(J-1) \cos(B \delta(J-1)) - 1]$   
 $E = \text{TAN}(B \psi(J-1))$   
 $PB1(J) = [(PB2(J-1) + C) + D/E] / 2$

J = J + 1

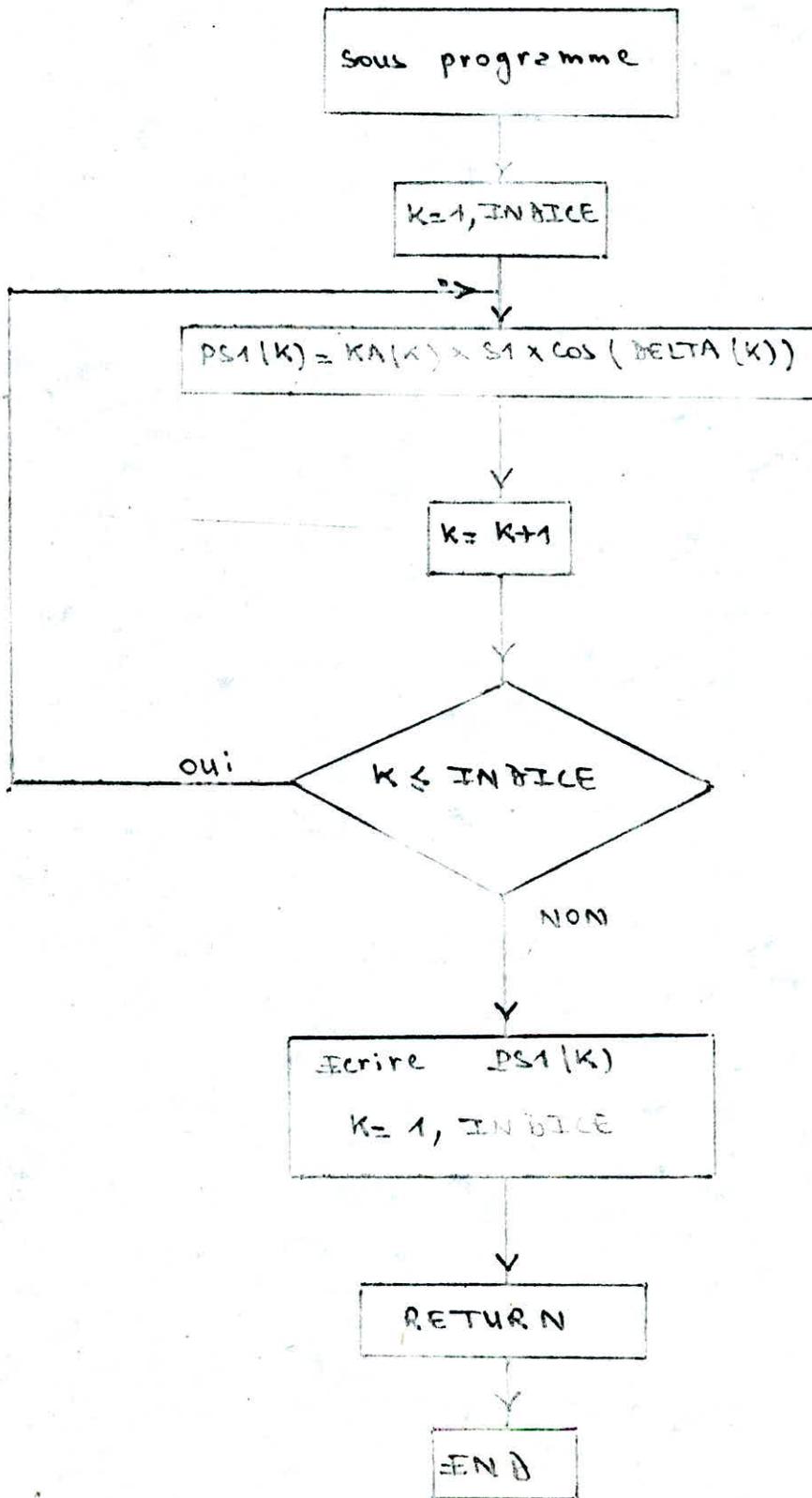
oui  
NON  
J ≤ INBICE

Ecrire PB1(J), PB2(J)  
J = XB, INBICE

RETURN

END

# Organigramme : Calcul des poussées dues aux surcharges



5°/ METHODE DE RESOLUTION :

5 - 1 : Décomposition des couches principales en couches élémentaires :

- Chaque couche principale (I) est décomposée en sous couches d'épaisseurs égales à DE . Le nombre de décompositions pour le calcul détermine la précision et par conséquent la durée du calcul . Il devra être le plus grand pour une grande précision et l'épaisseur DE doit être donc la plus petite . pour déterminer la valeur de l'épaisseur DE , on cherche la plus petite des épaisseurs des couches principales qu'on divise par 100 soit :

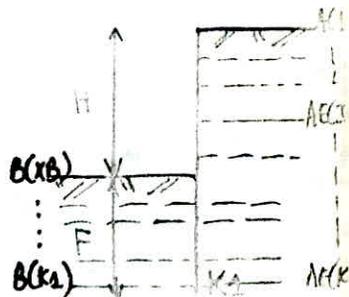
$$DE = \frac{DMIN}{100}$$

DMIN : la plus petite des épaisseurs de couches

- Soit  $H = B(YB)$  : côte du fond du bassin  
et F : valeur de fiche donnée.

Le nombre de sous couches sera donné par K :

$$K = \frac{H + F}{DE}$$



- \* Si K est réel le nombre de côtes ( ou indice ) K1 sera donné par :

$$K1 = \lceil K \rceil + 2$$

- \* Si K est entier le nombre d'indices K1 sera donné par :

$$K1 = K + 1$$

- Les côtes AE(I) des couches élémentaires seront calculées à partir de l'expression :

$$AE(I) = AE(I - 1) + DE$$

à commencer par :

$$AE(1) = A(1)$$

.../....

Ainsi on aura la cote de chaque couche élémentaire et l'indice qui lui correspond.

5 - 2 - 1 - 1ère Etape : Calcul des pressions au niveau des sous couches

Après réorganisation des couches , le programme établit d'abord le diagramme des pressions aux limites des couches principales puis par interpolation , pour chaque couche élémentaire (voir organigrammes p. 69 )

5 - 2 - 2 2ème Etape : Détermination des éléments de réduction :

L'épaisseur de la palplanche étant nettement plus inférieure que la longueur, nous pouvons considérer la palplanche comme une poutre élastique reposant sur appuis fixes .

Ainsi, nous déterminons le moment flechissant et l'effort tranchant en appliquant les méthodes classiques de la résistance des matériaux . Ayant considéré la poutre comme rigide supportant un chargement latéral, la déformation sera alors caractérisée par deux composantes : le déplacement  $U(x)$  et la rotation  $\varphi(x)$  .

Le calcul de ces 2 composantes sera fait à l'aide de l'équation différentielle de la ligne élastique .

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = - \frac{M(x)}{E I}$$

et

$$\varphi(x) = \frac{dv(x)}{dx}$$

.../...

Nous ferons le calcul du moment flechissant , effort tranchant , déplacement et rotation pour chaque diagramme de poussée . Etant dans le domaine de déformation élastique , nous pouvons faire le cumul des sollicitations et déformations.

5 - 2 - 3 - 3ème Etape : Calcul du rideau :

On fait les calculs pour les deux cas de rideau de palplanches

a - rideau encasté non ancré

b - rideau encasté ancré

Le cas du rideau simplement buté et ancré découlera du deuxième cas étudié .

a - Cas du rideau encasté non ancré :

- Dans ce cas, le rideau de palplanche est calculé comme une poutre droite reposant sur 2 appuis, au point d'action de la contre-butée C et à un point suffisamment proche du point N de manière à empêcher un déplacement latéral au pied et réaliser ainsi un encastrement partiel

(voir schéma-a- p.61)

- Si  $A(K2)$  représente la position de l'appui en M , elle se détermine

par :

$$A(K2) = A(K1) - n DE \quad (n \in N)$$

.../...

- On suppose que le pied N du rideau est situé au niveau d'une sous couche ( cela suppose une valeur de fiche F fixée ) et on effectue des essais successifs en descendant de sous couche en sous couche.
- Pourquoi l'équilibre soit possible , il faut qu'en N la somme des forces et la somme des moments soient nuls : 2 conditions qui déterminent la contre butée C et la réaction A.

Les réactions d'appuis étant connues , le programme détermine, pour chaque système de charge -( poussée, butée, pression hydrostatique et pression due aux surcharges ) et pour chaque niveau élémentaire :

- L'effort tranchant  $T_E$
- Le moment de flexion  $M_E$
- La pente de la déformée rapportée à la constante  $V_E$
- La flèche unitaire  $Y_E$

Les efforts seront cumulés à chaque niveau pour donner les valeurs finales des sollicitations (  $M_E$ ,  $T_E$ ,  $V_E$  et  $Y_E$  )

On aboutit à une condition sur la contre butée C :

- \*  $C < 0$  : Il n'y a pas d'équilibre possible , il faut descendre d'une sous couche ( donc on augmente la fiche F )
- \*  $C = 0$  : L'équilibre est possible sans contre butée : on est dans le cas de la butée simple .

.../...

\*  $C > 0$  : Si on augmente la fiche à partir de la valeur correspondant à la butée simple, le rideau devient partiellement encastree . Pour une valeur de la fiche (position de N ) on aboutit à une déformée dont la tangente au point N est vertical : c'est l'encastrement . complet.

Si  $V$  est l'angle que fait la tangente à la déformée en pied du rideau avec la droite joignant le pied du rideau au sommet de celui-ci on a :

\*  $V = 0$  dans le cas de l'encastrement complet

\*  $V = V_{max}$  dans le cas de la butée simple

Le degré d'encastrement est définit par :

$$\mu = 100 \left( 1 - \frac{V}{V_{max}} \right)$$

Avec :

$V$  : La rotation en pied du rideau  $V$  ( K' )

$V_{max}$  : la rotation correspondant à une butée simple

On a :  $\mu = 100$  pour l'encastrement complet

$\mu = 0$  pour la butée simple

...../.....

Dans le cas où  $C = 0$ , les efforts  $M'_E$ ,  $T'_E$ ,  $V'_E$  et  $Y'_E$  seront calculés et l'on détermine la rotation maximum correspondant à la butée simple et qui est donnée par la rotation en pied  $V(K1)$

On aura donc :

$$V(K1) = V_{max} \Delta \quad \text{avec } C = 0$$

On passe ensuite au cas où  $C > 0$ , et dans ce cas la rotation en pied  $V(K1)$  sera calculée à chaque itération jusqu'à ce que :

$$MU = 100 \times \left[ 1 - \frac{V(K1)}{V_{max} \Delta} \right] \geq 100$$

On arrête les itérations sur la fiche F. Cette dernière étant déterminée on calcule .

- La hauteur totale du rideau :

$$h = H + F + hc$$

H : côte du fond du bassin

F : fiche calculée

hc : Hauteur sur laquelle s'applique la contre fiche .

suivant les méthodes classiques, la hauteur hc est prise égale à 20% de la fiche d'où :

$$h = H + F + 0,2 F$$

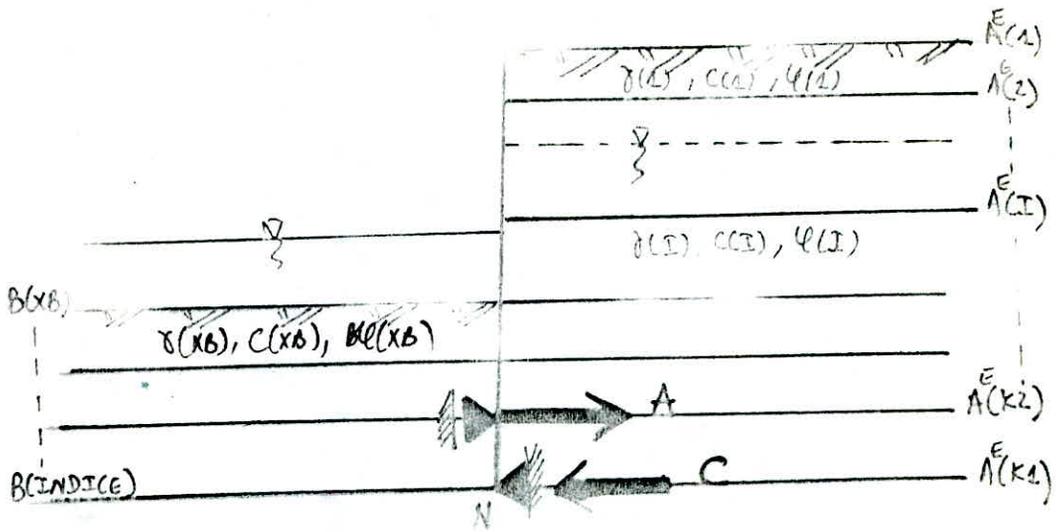


schéma a: Rideau encastré non ancré

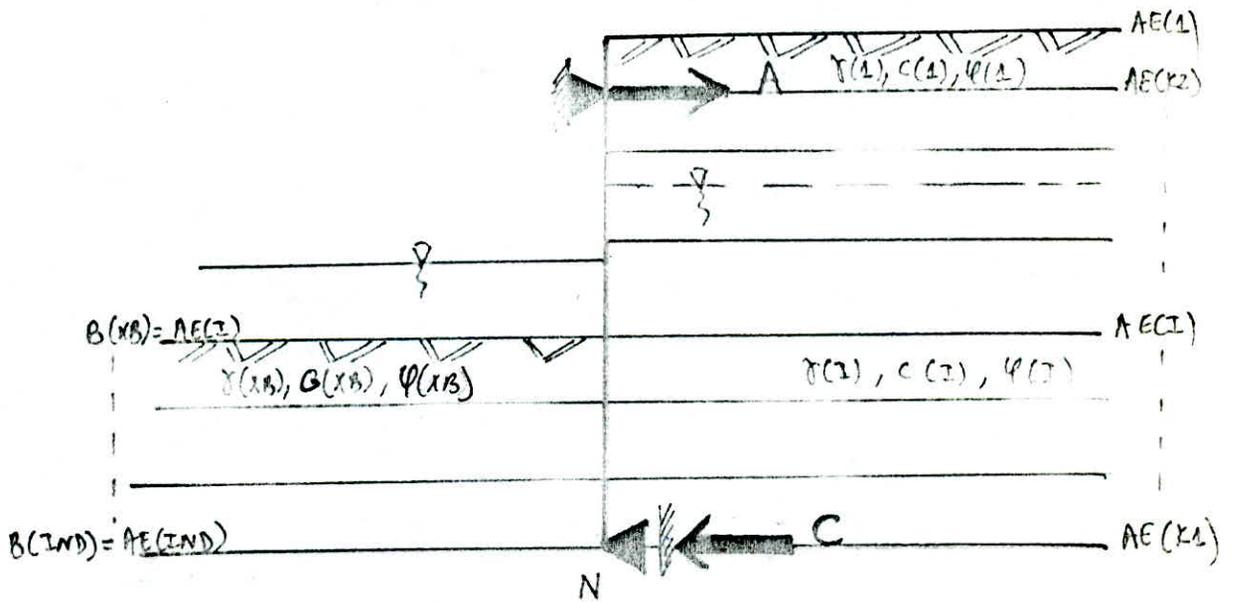


schéma b: Rideau encastré ancré

RESULTATS DU CALCUL :

- Pour chaque niveau élémentaire on aura :

- \* L'effort tranchant  $T'_E$
- \* le moment flechissant  $M'_E$
- \* la flèche  $Y'_E$

- De plus :

- \* La valeur du moment maximal et sa position le long du rideau (valeur qui servira pour le dimensionnement ) .
- \* la valeur de la flèche en tête du rideau  $Y'_E(1)$
- \* valeur de contre butée C
- \* valeur de fiche totale F + hc
- \* valeur de la hauteur totale h

b - Cas du rideau encastré ancré

- Dans ce cas, le rideau est calculé comme une poutre droite reposant sur deux appuis ; au point d'action de la contre butée C, et au point d'action de l'ancrage A . ( voir schéma - b - p. 61 )

La position A (  $K^2$  ) de l'ancrage est une donnée du problème

$$\boxed{AE(K^2) = AE(1) + Q_{DE}} \quad ( Q_{DE} \in N ) \text{ connu}$$

De même que pour le rideau encastré non ancré, on suppose le pied de palplanche N au niveau d'une cruche élémentaire ( la fiche F est donc fixée ) et on effectue les essais successifs pour arriver au cas où  $C = 0$  en premier lieu puis au cas  $C > 0$  en deuxième lieu, et faire le test sur le degré d'encastrement "MU" pour ce dernier

.../...

On détermine donc d'abord les réactions d'appuis représentées par la contre butée C et l'ancrage A, puis les efforts  $M_E$ ,  $T_E$ ,  $V_E$  et  $Y_E$  au niveau de chaque couche élémentaire (après avoir fait le cumul des sollicitations dues aux différentes poussées). On procède ensuite au test sur C :

- \*  $C < 0$  : cas à ne pas retenir car il n'y a pas d'équilibre.
- \*  $C = 0$  : on est dans le cas d'un rideau simplement buté et ancré : on arrête les itérations; la fiche  $F$  étant déterminée pour ce cas, les efforts  $M_E$ ,  $T_E$ ,  $V_E$  et  $Y_E$  sont connus, on calcule la hauteur totale du rideau.

$$h = H + F + 0,2 F$$

Résultats du rideau simplement buté et ancré :

\* pour chaque niveau élémentaire on aura :

- l'effort tranchant  $T_E$

- le moment fléchissant  $M_E$

- la flèche  $Y_E$

Et de plus :

Le moment maximum et sa position le long du rideau

- la flèche maximale et sa position
- la valeur de la contre butée C
- la valeur de l'ancrage A
- la valeur de la fiche totale  $F + h_c$
- La hauteur totale du rideau  $h$

- La rotation au niveau du pied  $V(K1) = V_{max}$  dont on aura besoin pour le calcul du degré d'encastrement

On reprend les iterrations sur la fiche jusqu'à avoir :

- \*  $C > 0$  : Dans ce cas les efforts étants calculés à chaque iterration , après détermination des réactions d'appuis on procède au test sur le degré d'encastrement jusqu'a vérification de celui-ci c'est à dire :

$$M_U = 100 \left[ 1 - \frac{V(K1)}{V_{max}} \right] \geq 100$$

Avec :  $V_{max}$  : calculé dans le cas où  $C = 0$

$V(K1)$  " " " "  $C > 0$

On arrête les iterrations sur la fiche F et l'on fait le calcul de la fiche totale et hauteur totale et la recherche du moment et flèche maximums.

#### Resultats du rideau encasté ancré :

\* pour chaque niveau élémentaire on aura :

- l'effort tranchant  $T_E$
- le moment de flexion  $M_E$
- la flèche  $\gamma_E$

.../...

PP :

- le moment maximum et sa position
- la flèche maximale et sa position
- la réaction d'ancrage A
- l'intensité de la contre butée C
- la fiche totale  $F + hc$
- La hauteur totale du rideau h

# ORGANIGRAMME GENERAL

Introduire les données du problème  
nombre de couches et leurs caractéristiques  
géotechniques côté amont et côté Aval.

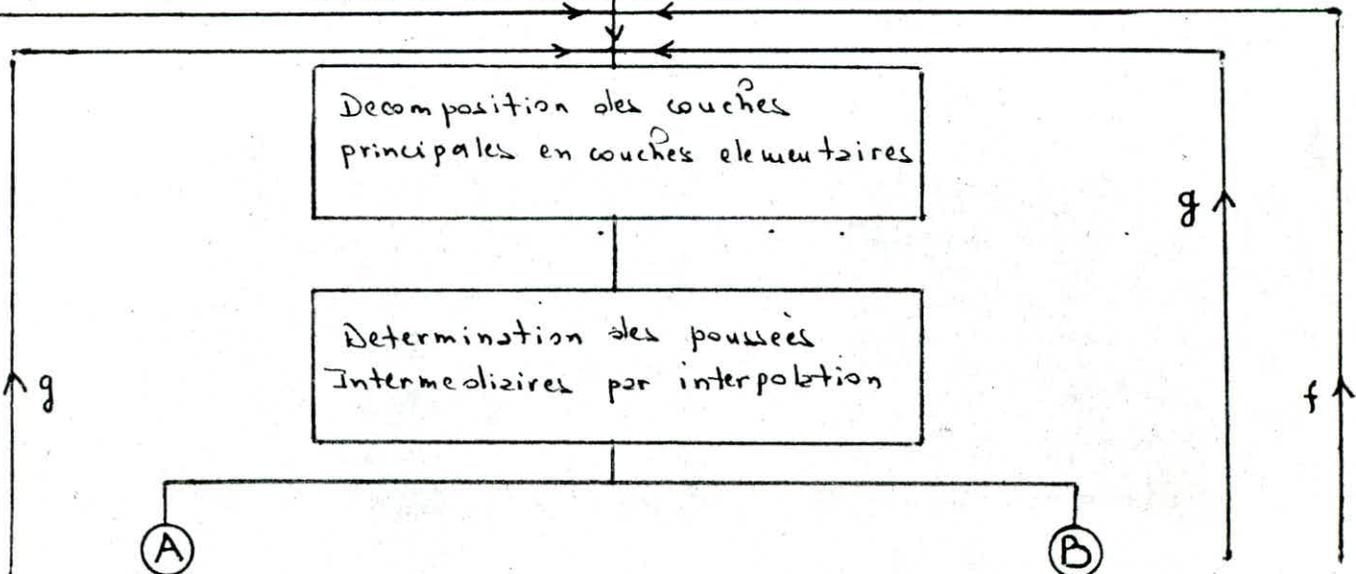
Reorganisation des couches / zA

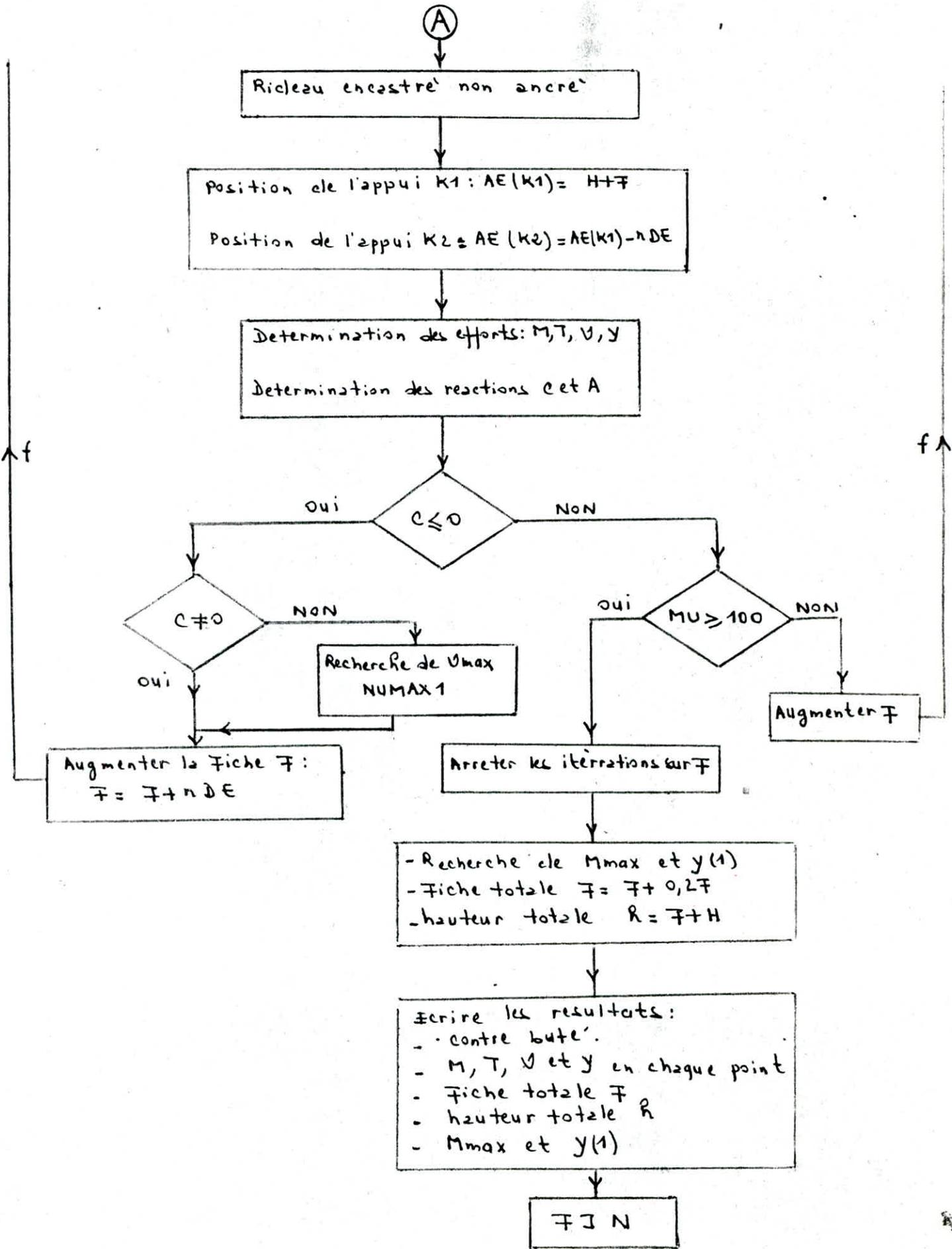
Reorganisation des couches / zB

Détermination des poussées :

- Actives PA1, PA2
- Passives PB1, PB2
- Hydrostatique PW
- due aux surcharges PS1

Donner une valeur  $\alpha$   $\neq$  7





(B)

Ricléau encastre ancré

Position de l'appui K1 :  $AE(K1) = H + F$   
Position de l'appui K2 :  $AE(K2) = 2TIR$

Determination des efforts  $M, T, V, y$   
Determination des reactions:  $C$  et  $A$

$C \leq 0$

oui

NON

$C \neq 0$

NON

oui

Augmenter la fiche  $F$   
 $F = F + n \cdot E$

Ricléau simplement  
buté et ancré

Garder la valeur de  $F$

- Fiche totale :  $F = F + 0,2F$   
- Hauteur totale :  $R = F + H$   
- Recherche de  $M_{max}$  et  $y_{max}$

Ecrire les résultats  
-  $M, T, V$  et  $y$  en chaque point  
- Ancrage:  $A$   
- Fiche totale:  $F$   
- Hauteur totale:  $R$   
-  $y_{max}$  et  $M_{max}$

oui

NON

Augmenter  $F$ :  
 $F = F + n \cdot b \cdot E$

Arreter les iterations  
sur  $F$

- Recherche de  $M_{max}$  et  $y_{max}$   
- Fiche totale  $F = F + 0,2F$   
- hauteur totale:  $R = F + H$

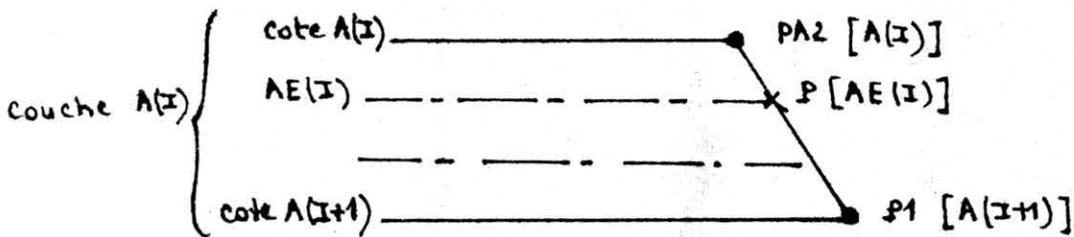
Ecrire les résultats:  
-  $M, T, V$  et  $y$  en chaque point  
- contre butée:  $C$   
- Fiche totale:  $F$   
- Hauteur totale:  $R$   
- Ancrage:  $A$   
-  $M_{max}$  et  $y_{max}$

FIN

Subroutine qui calcule les valeurs intermediaires

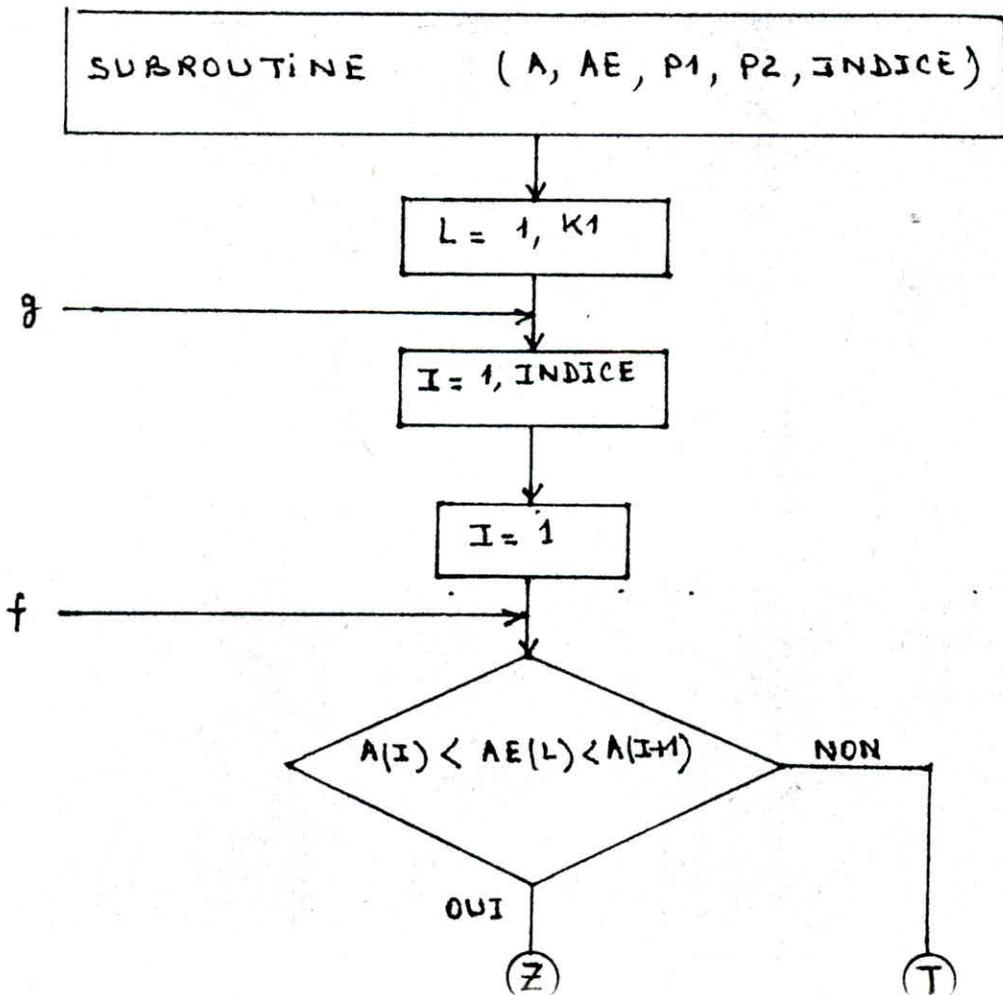
PA1 [AE(I)] et PA2 [AE(I)] .

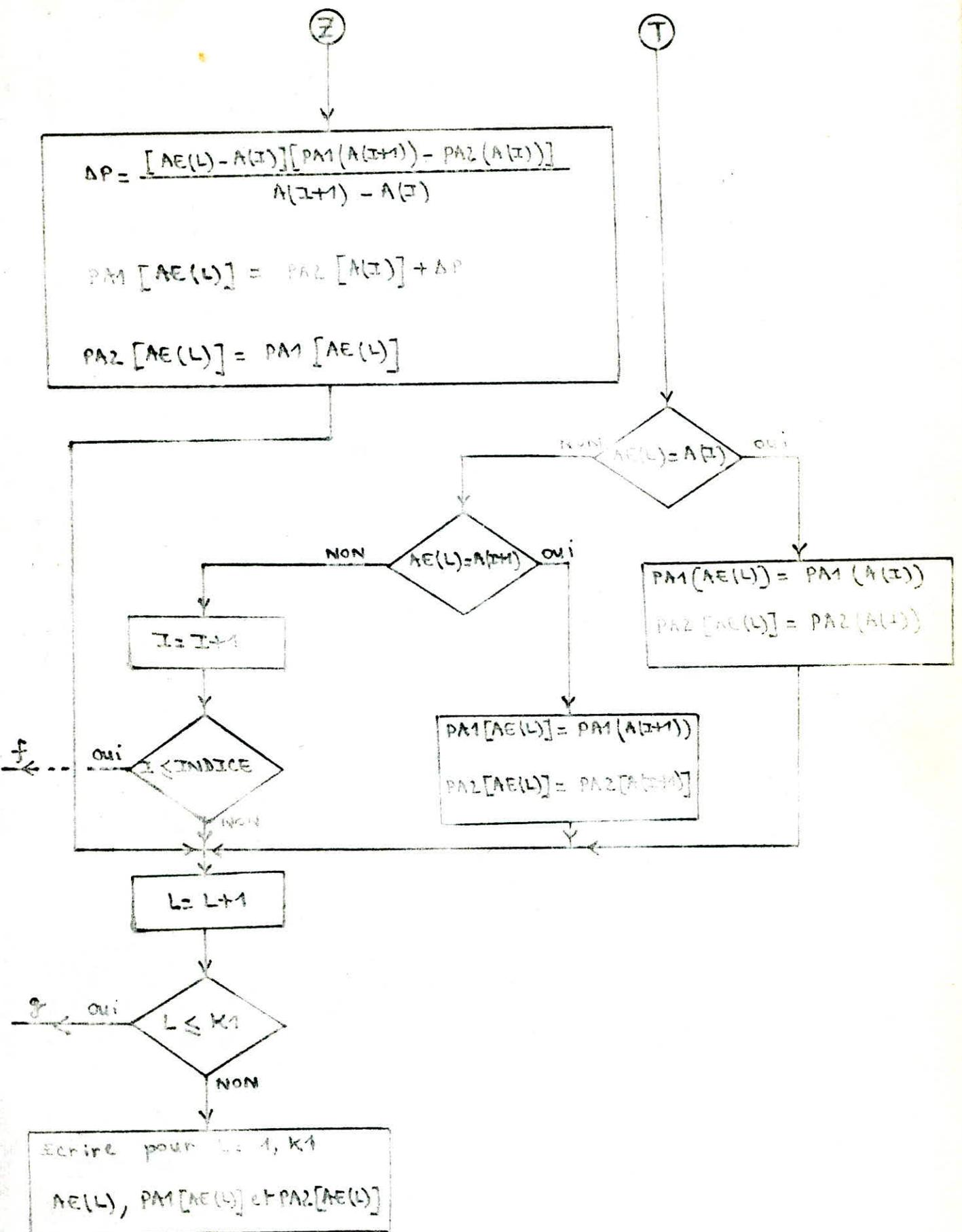
Les valeurs des pressions etant connues au niveau de chaque couche principale A(I), les valeurs correspondantes aux couches elementaires se deduisent par interpolation lineaire puisque le diagramme des pressions est lineaire pour chaque couche principale.



Les couches principales A(I), I = 1, INDICE

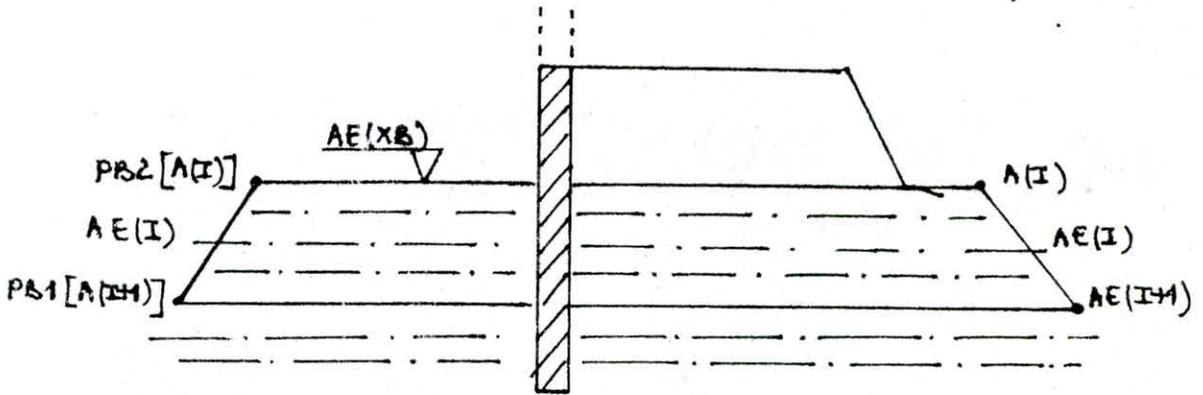
Les couches elementaires AE(I), I = 1, K1





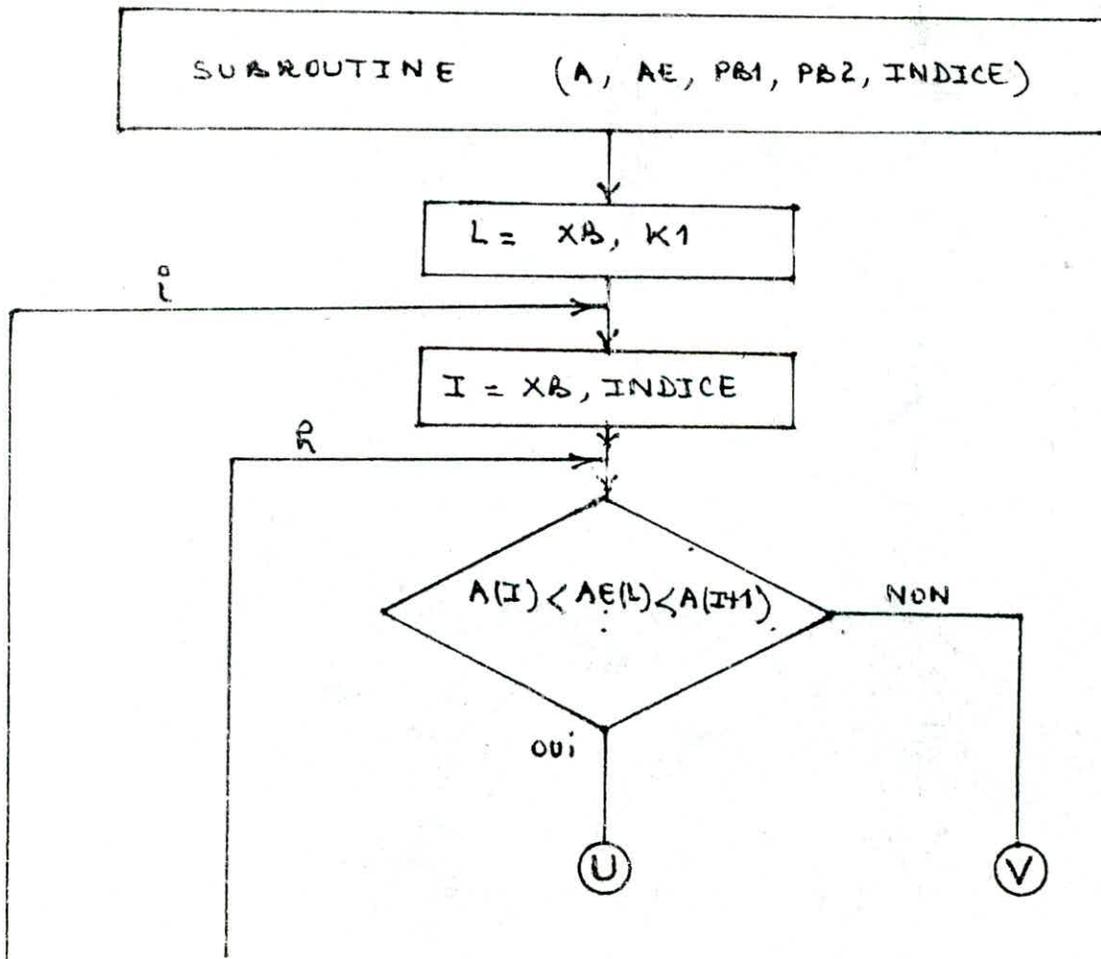
Subroutine qui calcule les valeurs  
intermediaires  $PB1[AE(I)]$  et  $PB2[AE(I)]$ .

De la même manière que pour la poussée, le procédé de calcul est le même.



Les couches principales  $A(I)$  ;  $I = XB$ , INDICE

Les couches elementaires  $AE(I)$  ;  $I = XB$  ;  $K1$

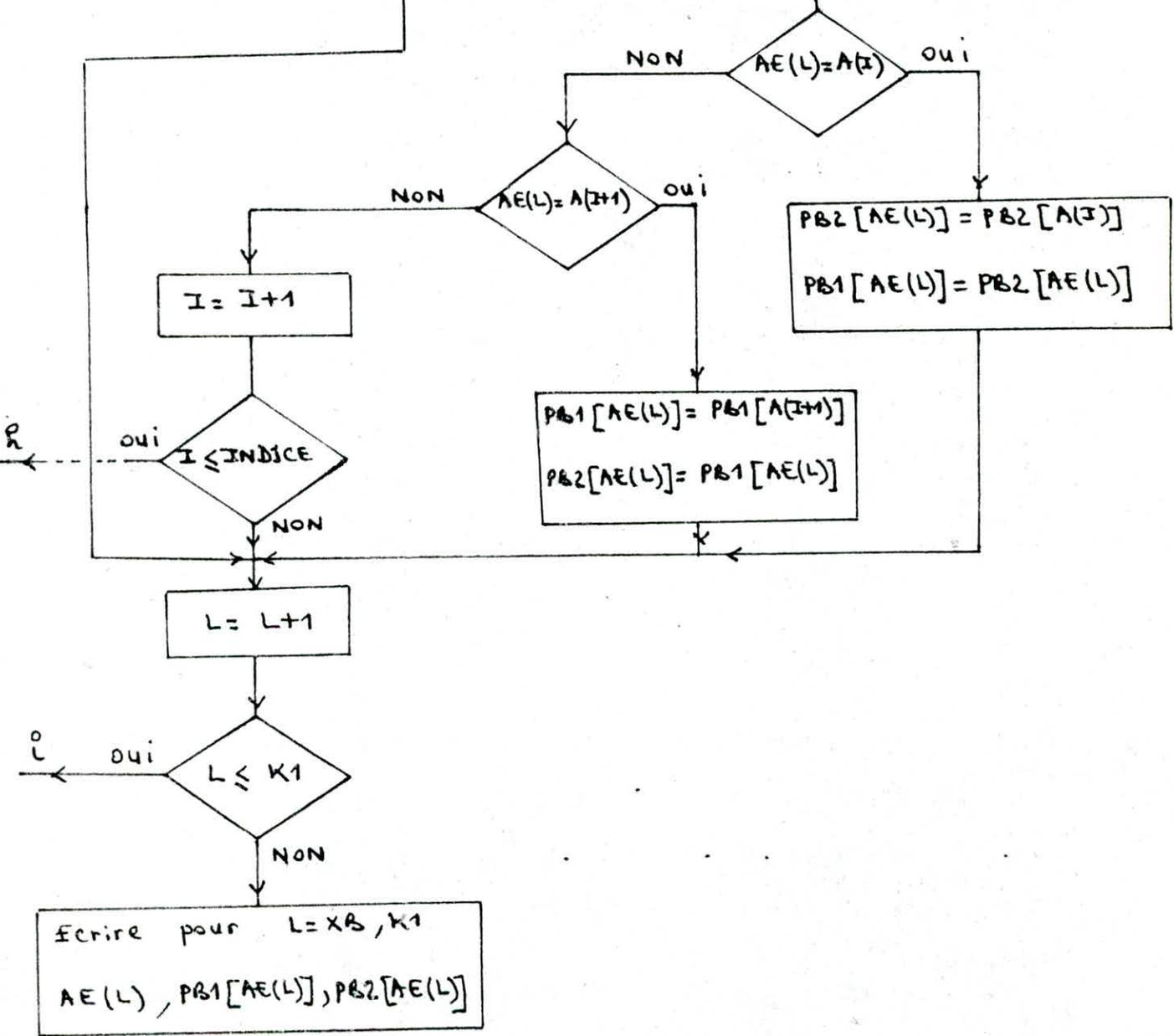


U

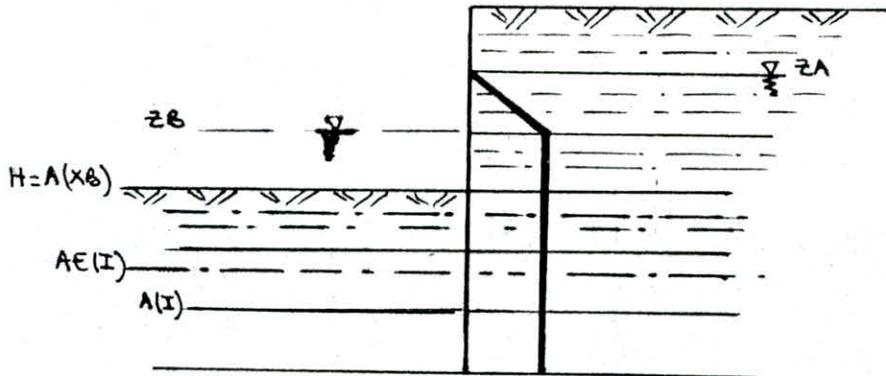
V

$$\Delta PB = \frac{[AE(L) - A(I)][PB1(A(I+1)) - PB2(A(I))]}{A(I+1) - A(I)}$$

$$PB1[AE(L)] = PB2[A(I)] + \Delta PB$$

$$PB2[AE(L)] = PB1[AE(L)]$$


Subroutine qui les valeurs  
intermediaires PW [AE(I)].



SUBROUTINE VIPW (PW, ZA, ZB, K1, AE, GAMW)

L = 1, K1

L = 1

OUI NON  
AE(L) ≤ ZA

PW [AE(L)] = 0

OUI NON  
ZA < AE(L) < ZB

$$PW [AE(L)] = \frac{GAMW [ZB - ZA] [AE(L) - ZA]}{ZB - ZA}$$

PW [AE(L)] = GAMW [ZB - ZA]

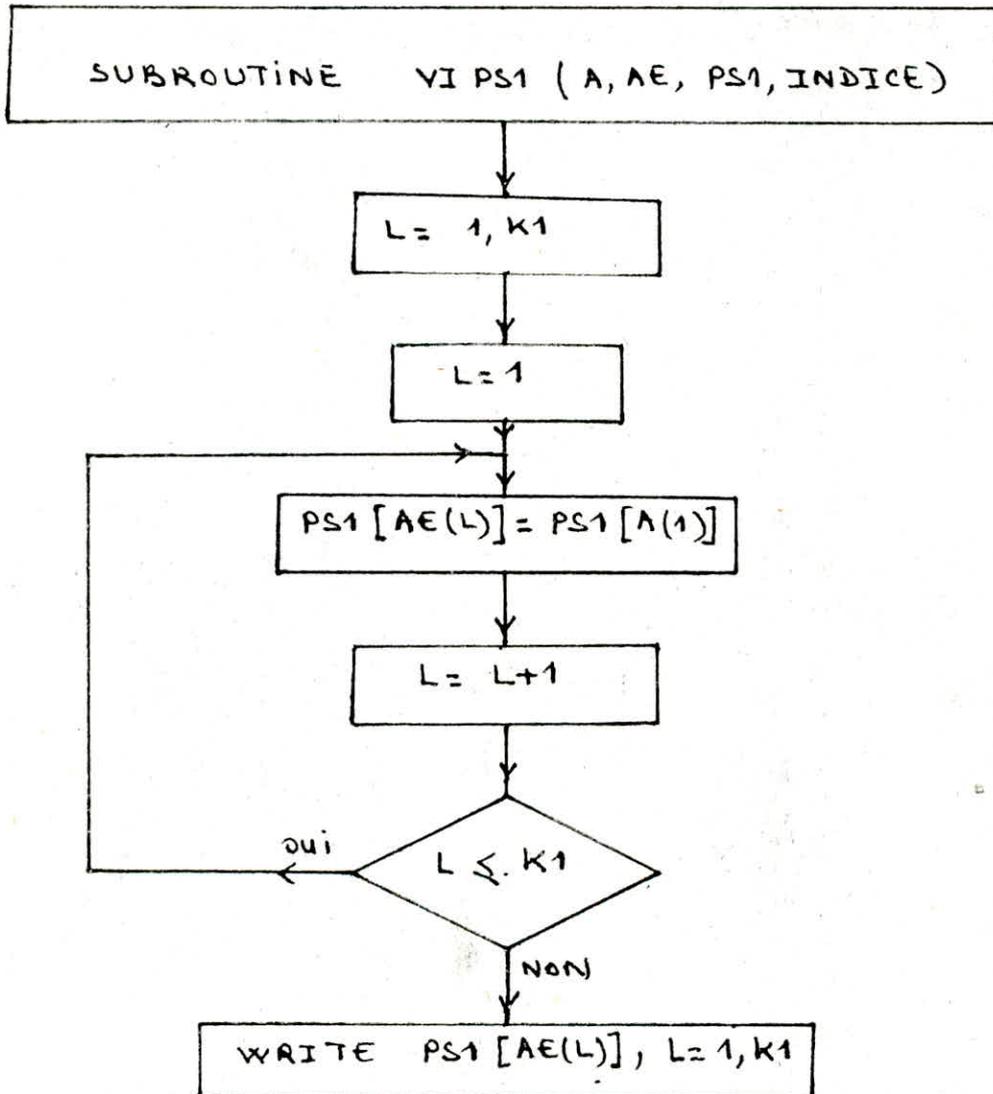
L = L + 1

OUI NON  
L ≤ K1

Ecrire pour L = 1, K1.  
AE(L), PW [AE(L)]

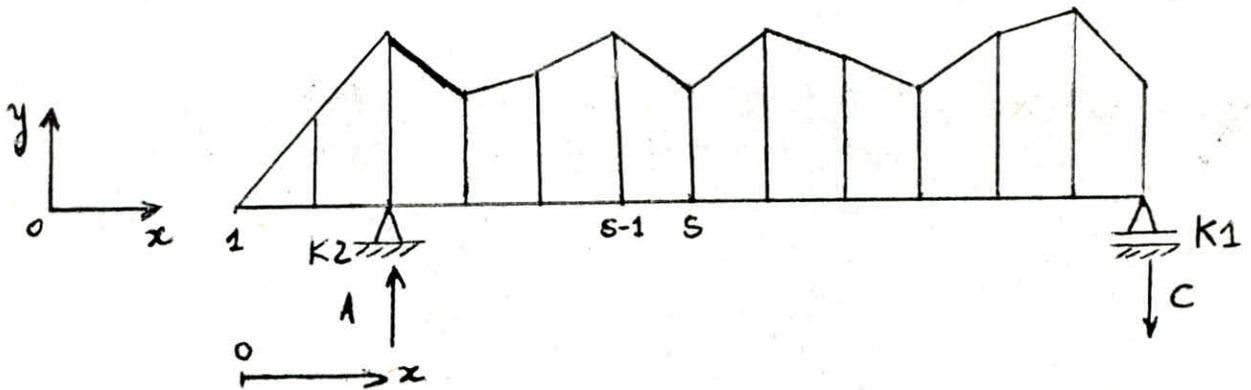
Subroutine qui calcule les valeurs  
intermediaires PS1 [AE(I)]

La pousseé sur l'écran due à la surcharge S1 (uniformement répartie sur la surface libre du talus), est uniformément répartie le long de celui-ci. Les pressions élémentaires seront égales à  $PS1 [A(I)]$ .



## 6° Détermination des efforts internes sollicitants Le rideau de palplanches:

### Poutre élastique sur deux appuis:



on fait l'étude des efforts internes dans le cas où le chargement est trapezoidale sur une couche élémentaire de épaisseur  $AE(S) - AE(S-1)$ ;  $AE(S)$  et  $AE(S-1)$  étant respectivement les limites inférieure et supérieure de la sous couche. Les cas où le chargement est uniforme ou triangulaire découlent de ce cas étudié.

### Calcul des réactions d'appuis:

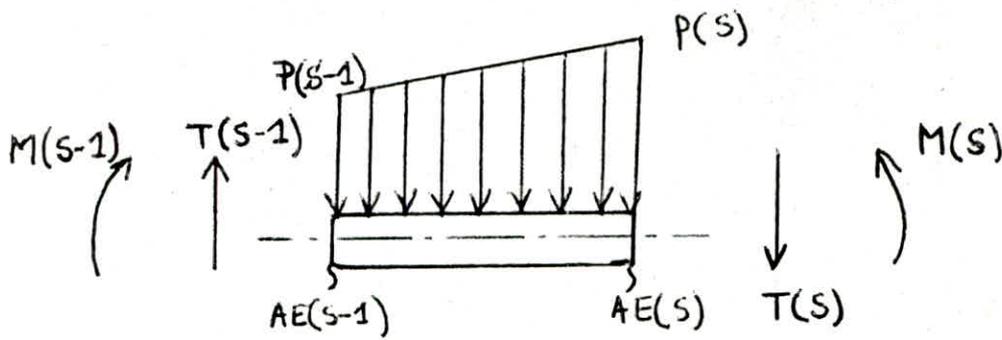
Le système étudié étant isostatique, les réactions d'appuis se déterminent à partir des équations d'équilibre

a)  $\sum \text{moments} / K1 = 0$  détermine la réaction A

b)  $\sum \text{Forces suivant } (\vec{Oy}) = 0$  détermine la réaction C

### Calcul de l'effort tranchant et moment fléchissant

On considère un tronçon de la poutre étudiée représenté par une couche élémentaire avec son chargement correspondant.



a- Effort tranchant:

L'effort tranchant est fonction de la position de la section "s" pour laquelle on veut calculer cet effort. En général il est donné par l'expression suivante:

$$T(s) = T(s-1) - \frac{P(s) + P(s-1)}{2} (AE(s) - AE(s-1)) \quad (1)$$

b- Moment fléchissant:

Le moment fléchissant est calculé en décomposant le trapèze en un triangle et un rectangle, d'où l'expression du moment pour une section quelconque "s":

$$M(s) = M(s-1) + T(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - \frac{(2P(s-1) + P(s))(AE(s) - AE(s-1))^2}{6} \quad (2)$$

Calcul de la rotation et de la flèche:

L'expression donnant la rotation ( $\nu$ ):

$$EI \nu(s) = EI \nu(s-1) - \left[ M(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) + T(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - \frac{(P(s) + 3P(s-1))(AE(s) - AE(s-1))^3}{24} \right] \quad (3)$$

l'expression donnant la flèche(y):

$$EI y(s) = EI y(s-1) + EI v(s-1) (AE(s) - AE(s-1)) - \left[ \frac{M(s-1) (AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + \frac{T(s-1) (AE(s) - AE(s-1))^3}{6} - (P(s) + 4P(s-1)) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{120} \right]$$

(4)

d'où :

$$\begin{cases} EI v(s) = EI v(s-1) + B(s) \\ EI y(s) = EI v(s-1) \times G(s) + D(s) \end{cases}$$

Avec:

$$B(s) = -M(s-1) (AE(s) - AE(s-1)) - T(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + (P(s) + 3P(s-1)) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{24}$$

$$D(s) = -M(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + (P(s) + 4P(s-1)) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{120}$$

$$G(s) = AE(s) - AE(s-1)$$

Pour une section "s" comprise entre k2 et k1:

- s :  $y(s) = y(s-1) + D(s) + v(s-1) \times G(s)$
- s-1 :  $y(s-1) = y(s-2) + D(s-1) + v(s-2) \times G(s-1)$
- s-2 :  $y(s-2) = y(s-3) + D(s-2) + v(s-3) \times G(s-2)$
- ⋮
- k2+1 :  $y(k2+1) = y(k2) + D(k2+1) + v(k2) \times G(k2+1)$

---


$$y(s) = y(k2) + \sum_{j=k2+1}^s D(j) + \sum_{j=k2+1}^s v(j-1) \times G(j)$$

nous disposons de deux conditions aux limites pour la flèche, cette dernière étant nulle aux deux appuis  $K_1$  et  $K_2$ :

$$y(K_1) = 0$$

$$y(K_2) = 0$$

L'expression précédente devient:

$$y(s) = \sum_{j=K_2+1}^s D(j) + \sum_{j=K_2+1}^s v(j-1) \times G(j) \quad (5)$$

pour une section "s" comprise entre  $K_1$  et  $K_2$ :

$$s: \quad v(s) = v(s-1) + B(s)$$

$$s-1: \quad v(s-1) = v(s-2) + B(s-1)$$

$$s-2: \quad v(s-2) = v(s-3) + B(s-2)$$

⋮

$$K_2+1: \quad v(K_2+1) = v(K_2) + B(K_2+1)$$

---


$$\sum_{j=K_2+1}^{s-1} : \quad v(s-1) = \sum_{L=K_2+1}^{s-1} B(L) + v(K_2)$$

on peut écrire:

$$v(j-1) = v(K_2) + \sum_{L=K_2+1}^{j-1} B(L) \quad (6)$$

En remplaçant l'expression (6) dans l'expression (5):

$$y(s) = \sum_{j=K_2+1}^s D(j) + \sum_{j=K_2+1}^s \left( v(K_2) + \sum_{L=K_2+1}^{j-1} B(L) \right) \times G(j)$$

$$y(s) = \sum_{j=K_2+1}^s D(j) + v(K_2) \sum_{j=K_2+1}^s G(j) + \sum_{j=K_2+1}^s \left( \sum_{L=K_2+1}^{j-1} B(L) \right) \times G(j)$$

pour  $S = K_1$ :

$$y(K_1) = 0 = \sum_{J=K_2+1}^{K_1} D(J) + v(K_2) \sum_{J=K_2+1}^{K_1} G(J) + \sum_{J=K_2+1}^{K_1} \left( \sum_{L=K_2+1}^{J-1} B(L) \right) \times G(J)$$

on en déduit la rotation à l'appui  $K_2$ :

$$v(K_2) = \frac{\sum_{J=K_2+1}^{K_1} D(J) + \sum_{J=K_2+1}^{K_1} \left( \sum_{L=K_2+1}^{J-1} B(L) \right) \times G(J)}{\sum_{J=K_2+1}^{K_1} G(J)} \quad (7)$$

D'après (6), et pour une section "s" entre  $K_1$  et  $K_2$ , la rotation est donnée par l'expression:

$$v(S) = \sum_{L=K_2+1}^S B(L) + v(K_2) \quad \underline{K_2 \leq S \leq K_1} \quad (8)$$

sachant que:  $v(S) = v(S-1) + B(S)$   
 on peut écrire:  $v(S-1) = v(S) - B(S)$   
 ou:  $v(S) = v(S+1) - B(S+1)$

pour une section comprise entre 1 et  $K_2$ , la rotation est donnée par l'expression:

$$v(S) = v(S+1) - B(S+1) \quad \underline{1 \leq S < K_2} \quad (9)$$

Le calcul de la flèche se fait à l'aide des expressions suivantes:

$$y(k_2) = 0$$

$$y(k_1) = 0$$

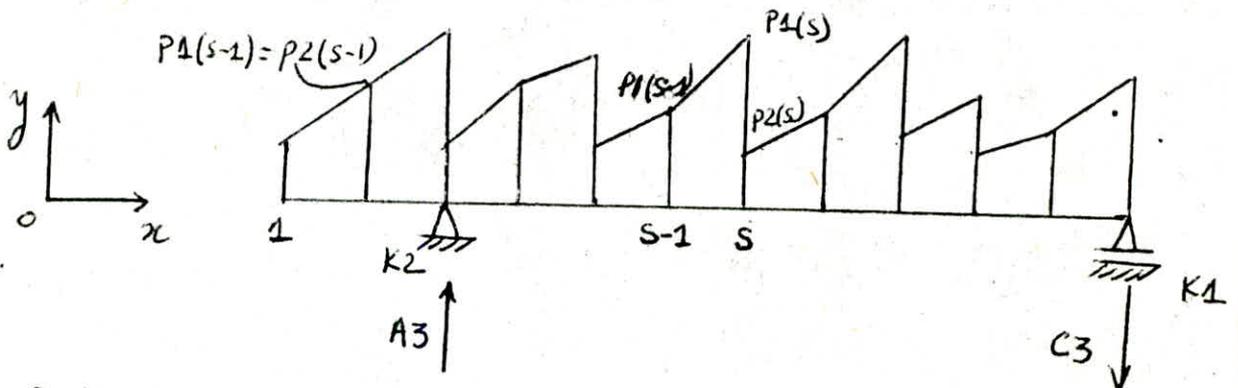
et pour une section "s" comprise entre 1 et k<sub>2</sub>:

$$y(s) = \sum_{j=k_2+1}^s D(j) + \sum_{j=k_2+1}^s v(j-1) \times G(j) \quad k_2 \leq s < k_1 \quad (10)$$

et pour une section "s" comprise entre 1 et k<sub>2</sub>:

$$y(s) = y(s+1) - G(s+1) \times v(s) - D(s+1) \quad 1 \leq s < k_2 \quad (11)$$

6-1: Calcul des efforts internes pour la poussée:



Determination des réactions d'appuis:

①  $\sum M^e / K1 = 0 \Rightarrow$

$$A3(AE(k1) - AE(k2)) - \sum_{s=2}^{s=k1} \left[ P2(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) \left( AE(k1) - AE(s) + \frac{AE(s) - AE(s-1)}{2} \right) + \frac{|P1(s) - P2(s-1)|}{2} (AE(s) - AE(s-1)) \left( AE(k1) - AE(s) + \frac{AE(s) - AE(s-1)}{3} \right) \right]$$

$\Rightarrow$

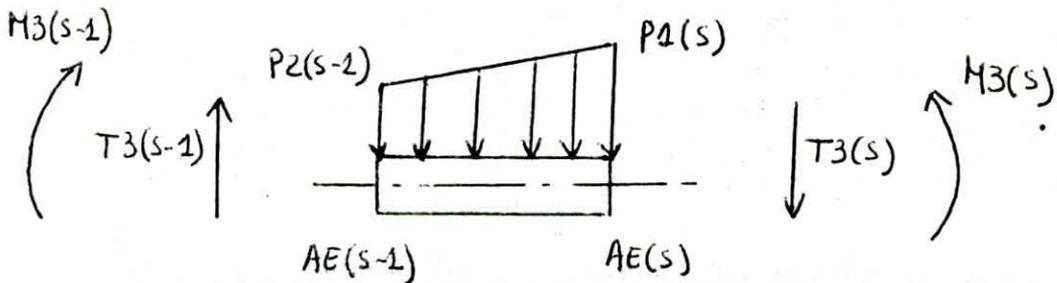
$$A3 = \frac{1}{AE(k1) - AE(k2)} \left[ \sum_{s=2}^{k1} \left[ P2(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) \left( AE(k1) - AE(s) + \frac{AE(s) - AE(s-1)}{2} \right) + \frac{|P1(s) - P2(s-1)|}{2} (AE(s) - AE(s-1)) \left( AE(k1) - AE(s) + \frac{AE(s) - AE(s-1)}{3} \right) \right] \right]$$

②  $\sum Fy = 0 \Rightarrow A3 - C3 = \sum_{s=2}^{k1} \frac{P1(s) + P2(s-1)}{2} (AE(s) - AE(s-1))$

$\Rightarrow$

$$C3 = A3 - \sum_{s=2}^{k1} \frac{P1(s) + P2(s-1)}{2} (AE(s) - AE(s-1))$$

determination de l'effort tranchant:



- $T3(1) = 0$

- pour  $s = 2, k2 - 1$ :

$$T3(s) = T3(s-1) - \frac{p1(s) + p2(s-1)}{2} (AE(s) - AE(s-1))$$

- $T3(k2) = T3(k2-1) - \frac{p1(k2) + p2(k2-1)}{2} (AE(k2) - AE(k2-1)) + A3$

- pour  $s = k2 + 2, k1$ :

$$T3(s) = T3(s-1) - \frac{p1(s) + p2(s-1)}{2} (AE(s) - AE(s-1))$$

determination du moment fléchissant:

- $M3(1) = 0$

- pour  $s = 2, k1$ :

$$M3(s) = M3(s-1) + T3(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - \left( 2 p2(s-1) + p1(s) \right) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{6}$$

on verifie que  $M3(k1) = 0$

determination de la rotation:

$$EI \nu3(s) = EI \nu3(s-1) - \left[ M3(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) + T3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - \frac{(p1(s) + 3 p2(s-1))(AE(s) - AE(s-1))^3}{24} \right]$$

soit :

$$B_3(s) = -M_3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T_3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + (P_1(s) + 3P_2(s-1)) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{24}$$

$$EI Y_3(s) = EI Y_3(s-1) + EINu_3(s-1) (AE(s) - AE(s-1)) - \left[ M_3(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + T_3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} - (4P_2(s-1) + P_1(s)) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{120} \right]$$

soit :

$$D_3(s) = -M_3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T_3(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + \left[ (4P_2(s-1) + P_1(s)) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{120} \right]$$

et :

$$G_3(s) = AE(s) - AE(s-1)$$

on calcule en premier la rotation en K2 :

$$Nu_3(k_2) = \frac{\sum_{j=k_2+1}^{k_1} D_3(j) + \sum_{j=k_2+1}^{k_1} \left( \sum_{l=k_2+1}^{j-1} B_3(l) \right) \times G_3(j)}{\sum_{j=k_2+1}^{k_1} G_3(j)}$$

• pour  $S = k_2 + 1, k_1$  :

$$NU_3(S) = \sum_{L=k_2+1}^S B_3(L) + NU_3(k_2)$$

$$\underline{k_2 + 1 \leq S \leq k_1}$$

• pour  $S = k_2 - 1, 1, -1$  :

$$NU_3(S) = NU_3(S+1) - B_3(S+1)$$

$$\underline{1 \leq S \leq k_2 - 1}$$

Calcul de la flèche :

•  $y_3(k_2) = y_3(k_1) = 0$

• pour  $S = k_2 + 1, k_1 - 1$  :

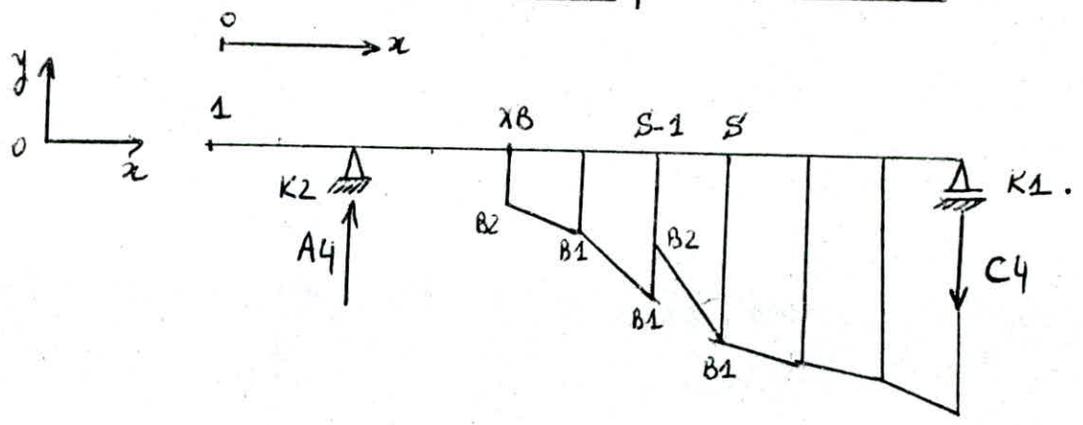
$$Y_3(S) = \sum_{J=k_2+1}^S D_3(J) + \sum_{J=k_2+1}^S NU_3(J-1) \times G_3(S)$$

• pour  $S = k_2 - 1, 1, -1$  :

$$Y_3(S) = Y_3(S+1) - G_3(S+1) \times NU_3(S) - D_3(S+1)$$

$$\underline{1 \leq S \leq k_2 - 1}$$

6-2: Calcul des efforts internes pour la butée:



Determination des réactions d'appuis:

(a)  $\sum M^t / K1 = 0 \Rightarrow$

$$A4(AE(K1) - AE(K2)) + \sum_{S=XB+1}^{K1} \left[ PB2(S-1)(AE(S) - AE(S-1))(AE(K1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2}) + ABS(PB1(S) - PB2(S-1)) \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2} \right] (AE(K1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{3}) = 0$$

$\Rightarrow$

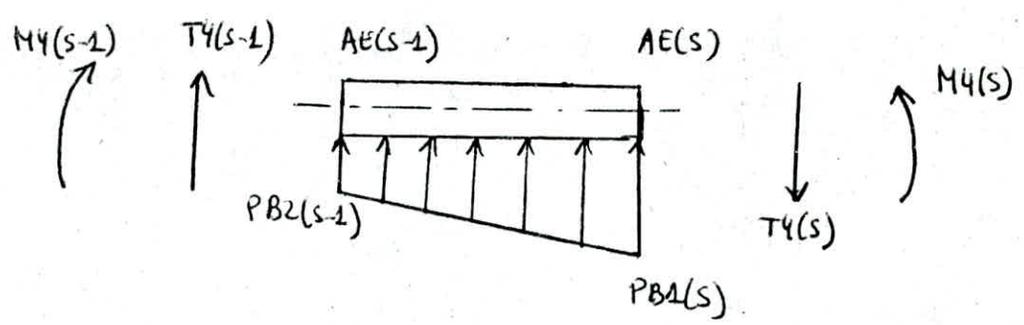
$$A4 = \frac{1}{AE(K1) - AE(K2)} \left[ \sum_{S=XB+1}^{K1} \left[ PB2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) \times (AE(K1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2}) + |PB1(S) - PB2(S-1)| \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2} \right] (AE(K1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{3}) \right]$$

(b)  $\sum Fy = 0 \Rightarrow A4 - C4 + \sum_{S=XB+1}^{K1} \frac{PB2(S) + PB2(S-1)}{2} (AE(S) - AE(S-1)) = 0$

⇒

$$C4 = A4 + \sum_{S=XB+1}^{K1} \frac{PB1(S) + PB2(S-1)}{2} (AE(S) - AE(S-1))$$

Determination de l'effort tranchant:



- $T4(1) = 0$
- pour  $S = 1, K2 - 1$ :  
 $T4(S) = 0$
- $T4(K2) = A4$
- pour  $S = K2 + 1, XB$ :  
 $T4(S) = A4$
- pour  $S = XB + 1, K1$ :

$$T4(S) = T4(S-1) + \frac{PB1(S) + PB2(S-1)}{2} (AE(S) - AE(S-1))$$

Determination du moment fléchissant:

- pour  $S = 1, K2$   
 $M4(S) = 0$
- pour  $S' = K2, XB$   
 $M4(S) = A4 (AE(S) - AE(K2))$

• pour  $S = XB+1, K1$

$$M4(S) = M4(S-1) + T4(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) + \frac{(2PB2(S-1) + PB1(S)) \times (AE(S) - AE(S-1))^2}{6}$$

Determination de la rotation:

• pour une section "s" comprise entre  $K2+1$  et  $XB$  l'expression de la rotation est donnée par:

$$EINU4(S) = EINU4(S-1) - \left[ M4(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) + T4(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} \right]$$

d'où

$$B4(S) = - M4(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - T4(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2}$$

$$\underline{K2+1 \leq S \leq XB}$$

• pour "s" entre  $XB+1$  et  $K1$ :

$$EINU4(S) = EINU4(S-1) - \left[ M4(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) + T4(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} + \frac{(PB1(S) + 3PB2(S-1))(AE(S) - AE(S-1))^3}{24} \right]$$

d'où

$$B4(S) = - M4(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - T4(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} - \frac{(PB1(S) + 3PB2(S-1))(AE(S) - AE(S-1))^3}{24}$$

$$\underline{XB+1 \leq S \leq K1}$$

de même pour l'expression donnant la flèche :

• pour "s" comprise entre  $X_{B+1}$  et  $K_1$

$$EIY_4(s) = EIY_4(s-1) + EINUV_4(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - \left[ M_4(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + T_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + (4PB_2(s-1) + PB_1(s)) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{120} \right]$$

d'où :

$$D_4'(s) = -M_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} - \frac{(4PB_2(s-1) + PB_1(s))(AE(s) - AE(s-1))^4}{120}$$

$$\underline{X_{B+1} \leq s \leq K_1}$$

• pour  $K_{2+1} \leq s \leq X_B$

$$EIY_4(s) = EIY_4(s-1) + EINUV_4(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - \left[ M_4(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + T_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} \right]$$

d'où :

$$D_4(s) = -M_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T_4(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6}$$

$$\underline{K_{2+1} \leq s \leq X_B}$$

et

$$G_4(s) = AE(s) - AE(s-1)$$

on determine la rotation en  $K_2$  :

$$NU_4(K_2) = \frac{\left( \sum_{J=K_2+1}^{XB} D_4(J) + \sum_{J=XB+1}^{K_1} D_4(J) \right) + \sum_{J=K_2+1}^{XB} \left( \sum_{L=K_2+1}^{J-1} B_4(L) \right) \times G_4(J) + Q}{\sum_{J=K_2+1}^{K_1} G_4(J)}$$

Avec  $Q = \sum_{J=XB+1}^{K_1} \left( \sum_{L=K_2+1}^{J-1} B_4(L) \right) \times G_4(J)$

• pour  $S = K_2+1, XB$

$$NU_4(S) = \sum_{L=K_2+1}^S B_4(L) + NU_4(K_2)$$

$$K_2+1 \leq S \leq XB$$

• pour  $S = XB+1, K_1$

$$NU_4(S) = \sum_{L=XB+1}^S B_4'(L) + NU_4(K_2)$$

$$XB+1 \leq S \leq K_1$$

• pour  $S = K_2-1, 1, -1$

$$NU_4(S) = NU_4(S+1) - B_4(S+1)$$

$$K_2-1 \leq S \leq 1$$

Calcul de la rotation:

- $y_4(K_2) = y_4(K_2) = 0$
- pour  $S = K_2+1, XB$ :

$$y_4(S) = \sum_{J=K_2+1}^S D_4(J) + \sum_{J=K_2+1}^S NU_4(J-1) \times G_4(J)$$

• pour  $S = k_1 + 1, k_1 - 1$ :

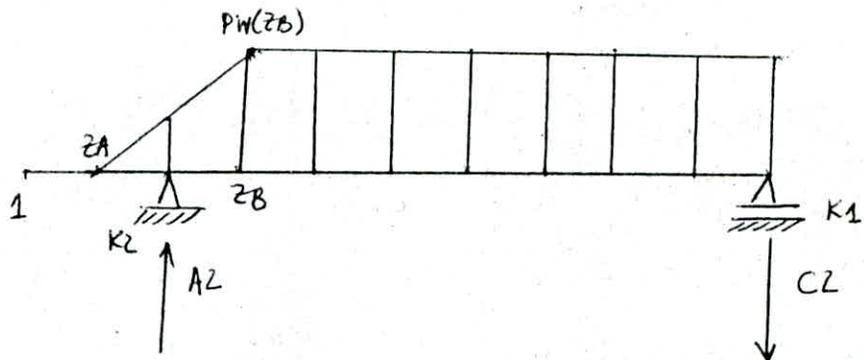
$$Y_4(s) = \sum_{J=k_1+1}^s D'_4(J) + \sum_{J=k_1+1}^s NU_4(J-1) \cdot G_4(J)$$

• pour  $S = k_2 - 1, 1, -1$

$$Y_4(s) = Y_4(s+1) - G_4(s+1) \cdot NU_4(s)$$

### 6-3. Calcul des efforts internes pour la poussée hydrostatique :

1<sup>er</sup> Cas:  $Z_{TIR} > Z_A$



soit  $L_B$  le numéro de cote coté remblais tel que  $AE(L_B)$  coïncide avec  $Z_B$ ; de même,  $L_A$  pour  $Z_A$ .

#### Détermination des réactions d'appuis :

$$(a) \sum M^t / K1 = 0 \Rightarrow$$

$$A2 (AE(K1) - AE(K2)) - PW(L_B) \left( \frac{AE(L_B) - AE(L_A)}{2} \right) (AE(K2) - AE(L_B)) + \left( \frac{AE(L_B) - AE(L_A)}{3} \right) - PW(L_B) \left( \frac{AE(K2) - AE(L_B)}{2} \right)^2 = 0$$

$\Rightarrow$

$$A2 = \frac{1}{AE(K1) - AE(K2)} \left[ PW(L_B) \left( \frac{AE(L_B) - AE(L_A)}{2} \right) (AE(K2) - AE(L_B)) + \left( \frac{AE(L_B) - AE(L_A)}{3} \right) + PW(L_B) \left( \frac{AE(K2) - AE(L_B)}{2} \right)^2 \right]$$

$$(b) \sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$A2 - C2 = PW(L_B) \left( \frac{AE(L_B) - AE(L_A)}{2} \right) + PW(L_B) (AE(K2) - AE(L_B))$$

⇒

$$C_2 = A_2 - PW(LB) \frac{(AE(LB) - AE(LA))}{2} - PW(LB)(AE(K_2) - AE(LB))$$

Calcul de l'effort tranchant:

• pour  $S = 1, LA$ :

$$T_2(S) = 0$$

• pour  $S = LA+1, K_2-1$

$$T_2(S) = T_2(S-1) - \frac{PW(S) + PW(S-1)}{2} (AE(S) - AE(S-1))$$

$$T_2(K_2) = T_2(K_2-1) - \frac{PW(K_2) + PW(K_2-1)}{2} (AE(K_2) - AE(K_2-1)) + A_2$$

• pour  $S = K_2+1, K_2$

$$T_2(S) = T_2(S-1) - \frac{PW(S) + PW(S-1)}{2} (AE(S) - AE(S-1))$$

Calcul du moment fléchissant:

• pour  $S = 1, LA$ :

$$M_2(S) = 0$$

• pour  $S = LA+1, K_1$ :

$$M_2(S) = M_2(S-1) + T_2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - \frac{(2PW(S-1) + PW(S))}{6} \times (AE(S) - AE(S-1))^2$$

on vérifie que  $M(K_2) = 0$

Calcul de la rotation

$$EI \nu_2'(S) = EI \nu_2'(S-1) - \left[ M_2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) + T_2(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} - \frac{PW(S) + 3PW(S-1)}{24} (AE(S) - AE(S-1))^3 \right]$$

• pour  $S = K_2 - 1, LA, -1$

$$B_2(S) = -M_2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - T_2(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} + \frac{3PW(S-1) + PW(S)}{24} (AE(S) - AE(S-1))^3$$

$$NU_2(S) = NU_2(S+1) - B_2(S+1)$$

• pour  $S = LA - 1, 1, -1$

$$B_2(S) = -M_2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - T_2(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2}$$

$$NU_2(S) = NU_2(S+1) - B_2(S+1)$$

$$1 \leq K \leq LA - 1$$

Calcul de la flèche:

•  $y_2(K_2) = y_2(K_1) = 0$

• pour  $S' = K_2 + 1, K_1 - 1$ :

$$y_2(S) = \sum_{j=K_2+1}^S D_2(j) + \sum_{j=K_2+1}^S NU_2(j-1) \times \theta(j)$$

• pour  $S = K_2 - 1, LA, -1$

$$G_2(S) = AE(S) - AE(S-1)$$

$$D_2(S) = -M_2(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} - T_2(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^3}{6}$$

$$+ \frac{4PW(S-1) + PW(S)}{120} (AE(S) - AE(S-1))^4$$

$$y_2(S) = y_2(S+1) - G_2(S+1) \times NU_2(S) - D_2(S+1)$$

$$LA \leq S \leq K_2 - 1$$

• pour  $S = LA - 1, 1, -1$

soit:

$$B_2(s) = -M_2(s-1) (AE(s) - AE(s-1)) - T_2(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + \frac{PW(s) + 3PW(s-1)}{24} (AE(s) - AE(s-1))^3$$

$$E_{IY_2}(s) = E_{IY_2}(s-1) + E_{I\text{NU}_2}(s-1) (AE(s) - AE(s-1)) - \left[ M_2(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + T_2(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} - \frac{4PW(s-1) + PW(s)}{120} (AE(s) - AE(s-1))^4 \right]$$

$$D_2(s) = -M_2(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T_2(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + \frac{4PW(s-1) + PW(s)}{120} (AE(s) - AE(s-1))^4$$

$$G_2(s) = AE(s) - AE(s-1)$$

on calcule la rotation en  $K_2$ :

$$NU_2(K_2) = \frac{\sum_{j=K_2+1}^{K_1} D_2(j) + \sum_{j=K_2+1}^{K_1} \left( \sum_{L=K_2+1}^{j-1} B_2(L) \right) \times G_2(j)}{\sum_{j=K_2+1}^{K_1} G_2(j)}$$

• pour  $S = K_2+1, K_1$

$$NU_2(s) = \sum_{L=K_2+1}^s B_2(L) + NU_2(K_2)$$

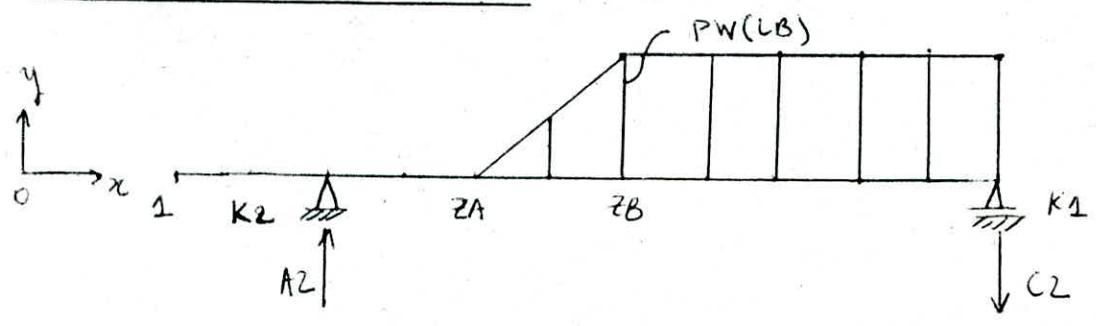
$$K_2+1 \leq S \leq K_1$$

$$GZ(S) = AE(S) - AE(S-1)$$

$$DZ(S) = -Mz(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{2} - Tz(S-1) \frac{(AE(S) - AE(S-1))^3}{6}$$

$$yZ(S) = yZ(S+1) - GZ(S+1) * NVZ(S) - DZ(S+1)$$

2<sup>eme</sup> cas : ZTIR ≤ ZA :



Determination des réactions d'appuis :

(a)  $\sum M^t / K1 = 0 \Rightarrow$

$$AZ = \frac{1}{AE(K1) - AE(K2)} \left[ PW(LB) \frac{(AE(LB) - AE(LA))}{2} (AE(K1) - AE(LB)) + \frac{AE(LB) - AE(LA)}{3} \right] + PW(LB) \frac{(AE(K1) - AE(LB))^2}{2}$$

(b)  $\sum Fy = 0 \Rightarrow$

$$CZ = AZ - PW(LB) \frac{(AE(LB) - AE(LA))}{2} - PW(LB) (AE(K1) - AE(LB))$$

Calcul de l'effort tranchant :

• pour S = 1, K2 - 1 ..

$$TZ(S) = 0$$

- pour  $S = k_2, LA$ :

$$T_2(S) = AZ$$

- pour  $S = LA+1, k_1$ :

$$T_2(S) = T_2(S-1) - (PW(S) + PW(S-1)) \frac{(AE(S) - AE(S-1))}{2}$$

Calcul du moment fléchissant:

- pour  $S = 1, k_2$ :

$$M_2(S) = 0$$

- pour  $S = k_2+1, k_1$ :

$$M_2(S) = M_2(S-1) + T_2(S-1)(AE(S) - AE(S-1)) - (2PW(S-1) + PW(S)) \times \frac{(AE(S) - AE(S-1))^2}{6}$$

on vérifie que  $M_2(k_1) = 0$

Calcul de la rotation:

La rotation à l'appui  $k_2$  est donnée par:

$$NU_2(k_2) = \frac{H + L}{Q}$$

Avec :

$$H = \sum_{j=k_2+1}^{LA} D_2(j) + \sum_{j=LA+1}^{k_2} D'_2(j)$$

$$D_2(j) = -M_2(j-1) \frac{(AE(j) - AE(j-1))^2}{2} - T_2(j-1) \frac{(AE(j) - AE(j-1))^3}{6}$$

$$D'_2(j) = -M_2(j-2) \frac{(AE(j) - AE(j-1))^2}{2} - T_2(j-1) \frac{(AE(j) - AE(j-1))^3}{6} + (4PW(j-2) + PW(j)) \frac{(AE(j) - AE(j-1))^4}{120}$$

$$v_L = \sum_{j=k_2+2}^{L_A} \left( \sum_{l=k_2+1}^{j-1} B_2(l) \right) \times G_2(j) + \sum_{j=k_A+2}^{K_1} \left( \sum_{l=L_A+1}^{j-1} B'_2(l) \right) \times G_2(j)$$

Avec :

$$B_2(L) = -M_2(L-1)(AE(L) - AE(L-1)) - T_2(L-1) \frac{(AE(L) - AE(L-1))^2}{2}$$

$$B'_2(L) = -M_2(L-1)(AE(L) - AE(L-1)) - T_2(L-1) \frac{(AE(L) - AE(L-1))^2}{2} + \frac{(3PW(L-1) + PW(L))(AE(L) - AE(L-1))^3}{24}$$

$$v = \sum_{j=k_2+1}^{K_1} G_2(j)$$

• pour  $S = k_2+1, L_A$  :

$$NU_2(S) = \sum_{L=k_2+1}^S B_2(L) + NU_2(k_2)$$

• pour  $S = L_A+1, K_1$  :

$$NU_2(S) = \sum_{L=L_A+1}^S B'_2(L) + NU_2(k_2)$$

• pour  $S = k_2-1, 1, -1$  :

$$NU_2(S) = NU_2(S+1) - B_2(S+1)$$

Calcul de la flèche :

•  $y_2(k_2) = y_2(k_2) = 0$

• pour  $S = k_2+1, L_A$

$$y_2(s) = \sum_{j=k_2+1}^s D_2(j) + \sum_{j=k_2+1}^s NU_2(j-1) \times G_2(j)$$

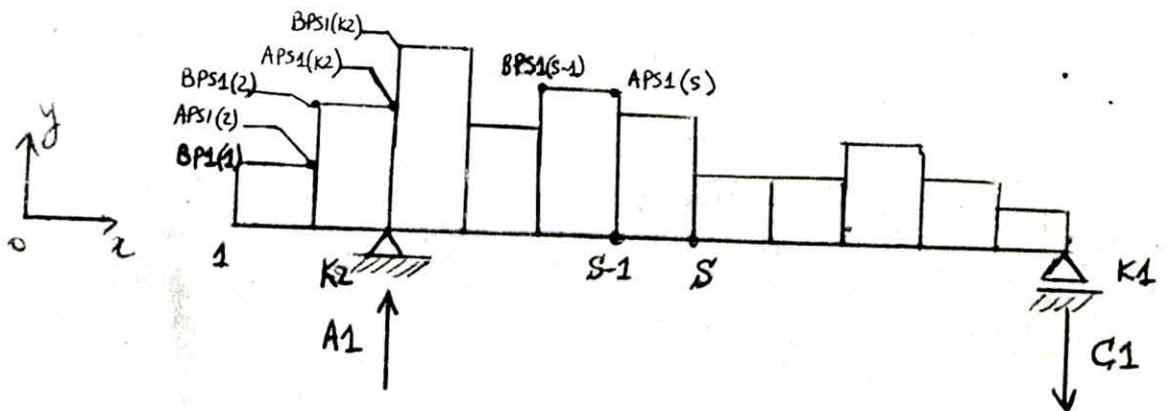
• pour  $s = LA+1, K_1-1$  :

$$y_2(s) = \sum_{j=LA+1}^s D'_2(j) + \sum_{j=LA+1}^s NU_2(j-1) \times G_2(j)$$

• pour  $s = K_2-2, 1, -1$  :

$$y_2(s) = y_2(s+1) - G_2(s+1) \times NU_2(s) - D_2(s+1)$$

## 6-4 Calcul des efforts internes pour les surcharges $S_1$ :



1°/ Determination des reactions d'appuis:  
 Les deux équations d'équilibre nous donnent:

$$\textcircled{a} \sum M^F / K_1 = 0 \Rightarrow$$

$$A_1(AE(K_1) - AE(K_2)) - \sum_{S=2}^{K_1} BPS_1(S-1)(AE(S) - AE(S-1))(AE(K_1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2}) = 0$$

$\Rightarrow$

$$A_1 = \frac{1}{AE(K_1) - AE(K_2)} \left[ \sum_{S=2}^{K_1} BPS_1(S-1)(AE(S) - AE(S-1))(AE(K_1) - AE(S) + \frac{AE(S) - AE(S-1)}{2}) \right]$$

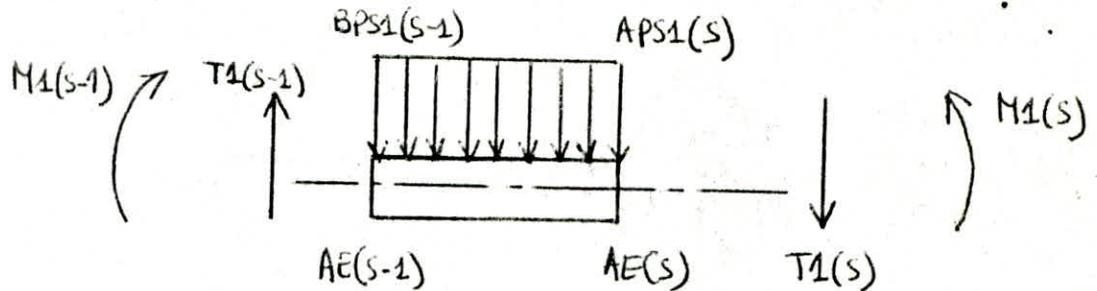
$$\textcircled{b} \sum F_y = 0 \Rightarrow A_1 - C_1 = \sum_{S=2}^{K_1} BPS_1(S-1)(AE(S) - AE(S-1))$$

$\Rightarrow$

$$C_1 = A_1 - \sum_{S=2}^{K_1} BPS_1(S-1)(AE(S) - AE(S-1))$$

## 2°/ Calcul de l'effort tranchant:

En prenant un tronçon de poutre représenté par une couche élémentaire:



- $T1(1) = 0$
- pour  $S = 2, K2 - 1$ :

$$T1(s) = T1(s-1) - BPS1(s-1)(AE(s) - AE(s-1))$$

$$T1(K2) = T1(K2-1) - BPS1(K2-1)(AE(K2) - AE(K2-1)) + A1$$

- pour  $S = K2 + 1, K1$ :

$$T1(s) = T1(s-1) - BPS1(s-1)(AE(s) - AE(s-1))$$

## 3°/ Calcul du moment fléchissant:

- $M1(1) = 0$
- pour  $S = 2, K1$ :

$$M1(s) = M1(s-1) + T1(AE(s) - AE(s-1)) - BPS1(s-1) \times \left( \frac{AE(s) - AE(s-1)}{2} \right)^2$$

on vérifie que  $M1(K1) = 0$

## 4°/ Calcul de la rotation:

$$EINVA1(s) = EINVA1(s-1) - \left[ M1(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) + T1(s-1) \times \left( \frac{AE(s) - AE(s-1)}{2} \right)^2 - BPS1(s-1) \left( \frac{AE(s) - AE(s-1)}{6} \right)^3 \right]$$

soit:

$$B1(s) = -M1(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - T1(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + \frac{BPS1(s-1)(AE(s) - AE(s-1))^3}{6}$$

$$EIY1(s) = EIY1(s-1) + EINU1(s-1)(AE(s) - AE(s-1)) - \left[ M1(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} + T1(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} - BPS1(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{24} \right]$$

soit:

$$D1(s) = -M1(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^2}{2} - T1(s-1) \frac{(AE(s) - AE(s-1))^3}{6} + BPS1(s-1) \times \frac{(AE(s) - AE(s-1))^4}{24}$$

et:

$$G1(s) = AE(s) - AE(s-1)$$

on commence par calculer la rotation en  $K2$ :

$$NU1(K2) = \frac{\sum_{J=K2+1}^{K1} D1(J) + \sum_{J=K2+2}^{J=K1} \left( \sum_{L=K2+1}^{J-1} B1(L) \right) \times G1(J)}{\sum_{J=K2+1}^{K1} G1(J)}$$

• pour  $S = K2+1, K1$ :

$$NU1(S) = \sum_{L=K2+1}^S B1(L) + NU1(K2)$$

$$\underline{K2+1 \leq S \leq K1}$$

- pour  $S = k_2 - 1, 1, -1$ :

$$\boxed{NU_1(S) = NU_1(S+1) - B_1(S+1)} \quad \underline{1 \leq S \leq k_2 - 1}$$

5° Calcul de la flèche:

- $y_1(k_1) = y_1(k_2) = 0$

- pour  $S = k_2 + 1, k_1 - 1$ :

$$\boxed{y_1(S) = \sum_{J=k_2+1}^S D_1(J) + \sum_{J=k_2+1}^S NU_1(J-1) \cdot G_1(J)}$$

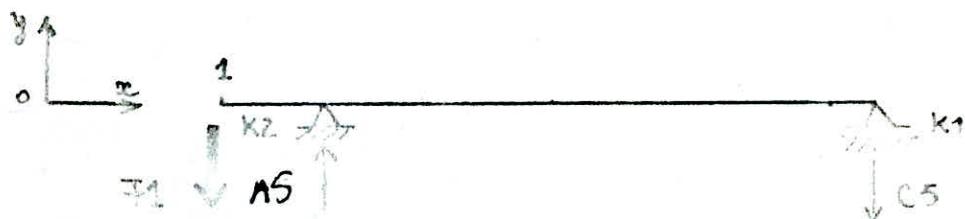
$$\underline{k_2 + 1 \leq S \leq k_1 - 1}$$

- pour  $S = k_2 - 1, 1, -1$

$$\boxed{y_1(S) = y_1(S+1) - G_1(S+1) \cdot NU_1(S) - D_1(S+1)}$$

$$\underline{1 \leq S \leq k_2 - 1}$$

## 6.5 Chargement dues à la force d'amarrage



### 1° Détermination des réactions d'appuis :

$$\textcircled{a} \quad \sum M^e / k_1 = 0 \Rightarrow AS (AE(k_1) - AE(k_2)) - F_1 (AE(k_1)) = 0$$

$$AS = \frac{F_1 \quad AE(k_1)}{AE(k_1) - AE(k_2)}$$

$$\textcircled{b} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow AS - CS = F_1 \Rightarrow CS = AS - F_1$$

### 2° Détermination de l'effort tranchant :

- pour  $s = 1, k_2 - 1$  :

$$TS(s) = -F_1$$

- pour  $s = k_2, k_1$  :

$$TS(s) = -F_1 + AS$$

### 3° Détermination du moment flechissant :

- $MS(1) = 0$

- pour  $s = 2, k_1$  :

$$MS(s) = MS(s-1) + TS(s-1) (AE(s) - AE(s-1))$$

4/ Calcul de la rotation:

$$\text{ET NUS}(s) = \text{EI NUS}(s-1) - \left[ \text{MS}(s-1)(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1)) + \text{TS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^2}{2} \right]$$

soit :

$$\text{BS}(s) = -\text{MS}(s-1)(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1)) - \text{TS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^2}{2}$$

$$\text{ET YS}(s) = \text{EYS}(s-1) + \text{EI NUS}(s-1)(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1)) \left[ \text{MS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^2}{2} + \text{TS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^3}{6} \right]$$

$$\text{DS}(s) = -\text{TS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^2}{2} - \text{TS}(s-1) \frac{(\text{AE}(s) - \text{AE}(s-1))^3}{6}$$

$$\text{GS}(s) = \text{AE}(s) - \text{AE}(s-1)$$

$$\text{NUS}(k_2) = \frac{\sum_{j=k_2+1}^{k_1} \text{DS}(j) + \sum_{j=k_2+1}^{k_1} \left( \sum_{l=k_2+1}^{j-1} \text{BS}(l) \right) \text{GS}(j)}{\sum_{j=k_2+1}^{k_1} \text{GS}(j)}$$

• pour  $s = k_2 - 1, 1, -1$

$$\text{NUS}(s) = \text{NUS}(s+1) - \text{BS}(s+1) \quad k_2 - 1 \leq s \leq 1$$

- pour  $s = k_2 + 1, \dots, k_1$  :

$$NU5(s) = \sum_{L=k_2+1}^s B5(L) + NU5(k_2) \quad k_2+1 \leq s \leq k_1$$

so/ Calcul de la flèche

$$y5(k_2) = y5(k_1) = 0$$

- pour  $s = k_2 + 1, \dots, k_1 - 1$

$$y5(s) = \sum_{j=k_2+1}^s D5(j) + \sum_{j=k_2+1}^s NU5(j-1) \times G5(j)$$

- pour  $s = k_2 - 1, \dots, -1$  :

$$y5(s) = y5(s+1) - G5(s+1) NU5(s)$$

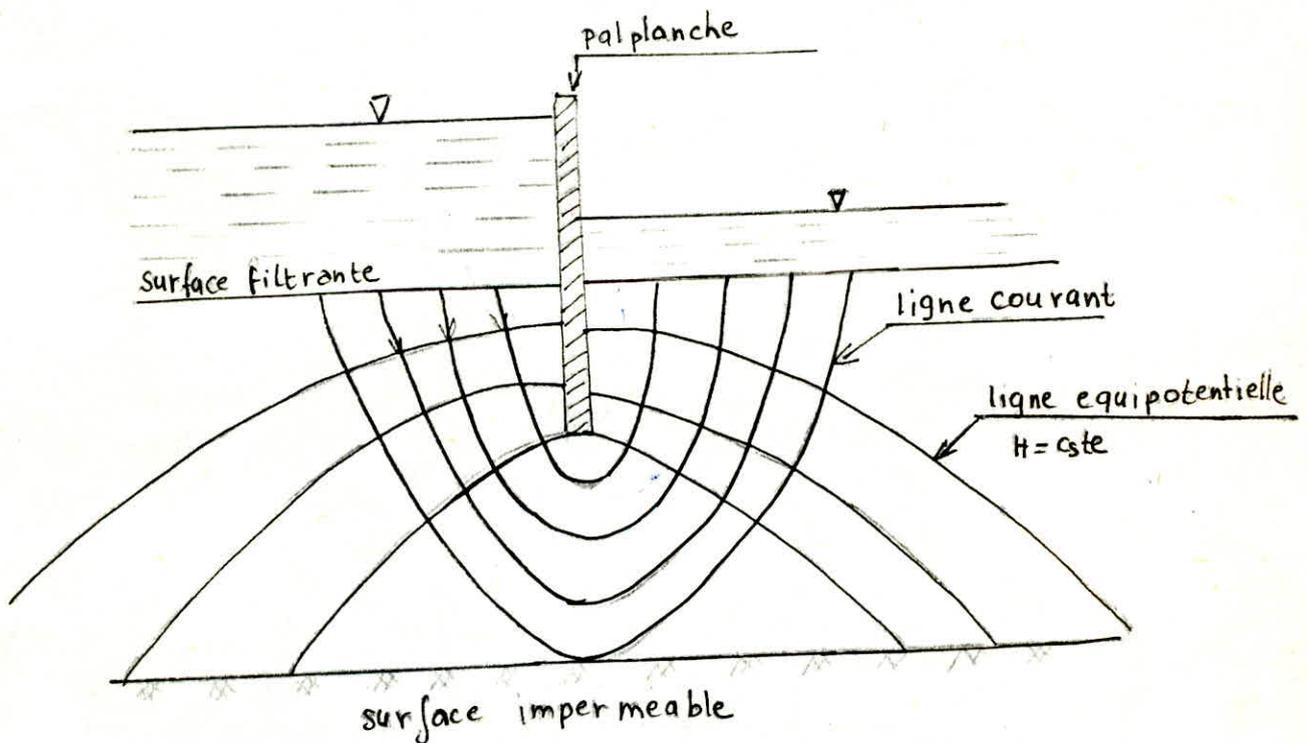
CHAPITRE III : FILTRATION D'EAU AUTOUR DU PIED D'UNE PALPLANCHE.

INTRODUCTION /

Sous l'effet de la différence de charge  $\Delta H$  entre le niveau amont et le niveau aval, l'eau filtre à travers le massif.

La connaissance du réseau maillé formé par les lignes équipotentiellles et les lignes de courant est essentielle à l'étude des caractéristiques locales de l'écoulement; débits, sous pressions et vitesses.

La vitesse doit être connue lorsque l'entraînement des particules solides est à craindre comme cela se produit dans le phénomène de Renard.



MISE EN EQUATION DE L'ÉCOULEMENT :

Le calcul d'un écoulement de filtration comportera en premier lieu la recherche du champ de la charge hydraulique H.

DEFINITION DE LA CHARGE HYDRAULIQUE :

La charge hydraulique d'une particule en mouvement sous l'action de la pesanteur est définie comme :

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma_w} + Z$$

V : Vitesse

P : Pression

Z : L'altitude de la particule

g : L'accélération de la particule.

La vitesse d'écoulement à travers le sol étant très faible on peut la négliger dans l'expression de la charge hydraulique :

$$H = \frac{P}{\gamma_w} + Z$$

H : Hauteur piézométrique correspond à l'énergie potentiel de l'unité de poids au point considéré.

L'eau n'étant pas un liquide parfait, la charge varie le long d'un filet liquide = on dit qu'il y a perte de charge .

Pour un écoulement permanent H ne dépend que des variables spatiales (x, y, z).

Le champ de la charge sera caractérisé par une fonction de ces variables : H (x, y, z).

Les dérivées partielles de cette fonction sont les composantes d'un vecteur, appelé gradient de la charge :

$$\frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}, \frac{\partial H}{\partial z}$$
$$\text{grad } H = \vec{J}$$

### LOI DE DARCY

La loi d'écoulement à travers un massif a été établie par DARCY pour un écoulement unidimensionnel à travers un massif homogène.

Cette loi est la loi de perte de charge des écoulements dans les milieux poreux saturés.

$$v = -K i \quad i = \frac{\partial H}{\partial x}$$

$K$  : Perméabilité du massif

La forme linéaire de cette loi en fonction de la vitesse ne doit pas étonner ; l'écoulement étant laminaire.

La généralisation de la loi de DARCY à un écoulement plan est formulée par :

$$u = -K_u \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$v = -K_v \frac{\partial H}{\partial y}$$

Si le milieu est isotrope alors la perméabilité est la même dans toutes les directions ;

$$K_H = K_v = K$$

$$u = -K \frac{\partial H}{\partial x} \quad v = -K \frac{\partial H}{\partial y}$$

A ces équations nous devons ajouter une relation qui tient compte de la conservation de la masse globale du liquide filtrant : l'équation de continuité.

L'eau étant incompressible la somme des débits entrant sera égal à la somme des débits sortants.

$$\sum_e dq = \sum_s dq$$

$$\sum_e dq = u dy dz + v dx dz + w dx dy$$

$$\sum_s dq = \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) dy dz + \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy\right) dx dz + \left(w + \frac{\partial w}{\partial z} dz\right) dx dy$$

$$\sum_e dq = \sum_s dq \Leftrightarrow u \, dy \, dz + v \, dx \, dz + w \, dx \, dy = \left( u + \frac{\partial u}{\partial x} \, dx \right) dy \, dz + \left( v + \frac{\partial v}{\partial y} \, dy \right) dx \, dz + \left( w + \frac{\partial w}{\partial z} \, dz \right) dx \, dy .$$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$	<u>equation de continuité</u>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------

$$= k \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = 0 \quad \bar{u} \text{ est harmonique.}$$

$$\Delta H = 0 \quad \text{equation de Laplace.}$$

Le problème est ramené pour le potentiel à la recherche de solution de l'équation de Laplace dans un domaine D .

Pour cette résolution nous avons opté pour une méthode numérique: La méthode des différences finies .

Principe :

Soit  $H(x,y)$  la fonction potentiel

Soit  $H_0$  la valeur de cette fonction à l'origine

Nous pouvons développer H en série de Taylor de part et d'autre du point O (  $x=0, y=0$  ). Soit sur la ligne  $y=0$  .

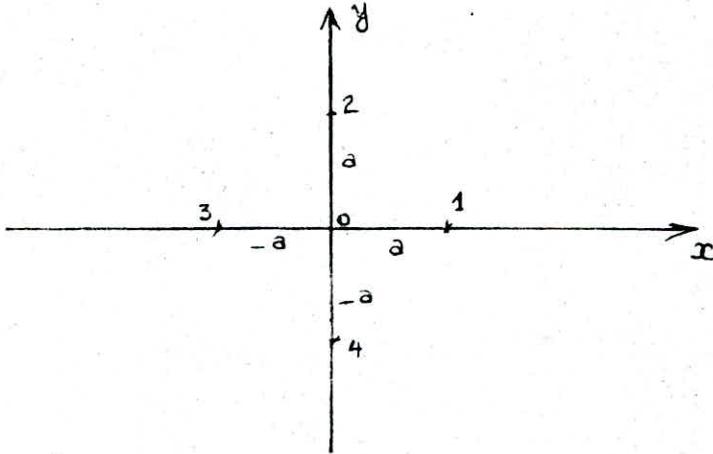
$$H(x) = H_0 + \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_0 \frac{x}{1!} + \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right)_0 \frac{x^2}{2!} + \left( \frac{\partial^3 H}{\partial x^3} \right)_0 \frac{x^3}{3!} + \left( \frac{\partial^4 H}{\partial x^4} \right)_0 \frac{x^4}{4!} + \dots + \dots$$

Soit sur la ligne  $x=0$  :

$$H(y) = H_0 + \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)_0 \frac{y}{1!} + \left( \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right)_0 \frac{y^2}{2!} + \left( \frac{\partial^3 H}{\partial y^3} \right)_0 \frac{y^3}{3!} + \left( \frac{\partial^4 H}{\partial y^4} \right)_0 \frac{y^4}{4!} + \dots + \dots$$

-Considérons quatre points numérotés 1, 2, 3, 4 disposés autour de l'origine. Les coordonnées de ces points sont :

$$1(a,0) ; 2(0,a) ; 3(-a,0) ; 4(0,-a) .$$



Les valeurs de  $\Pi$  en ces quatre points seront :

$$\Pi_1^1 = \Pi_0 + \left( \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right)_0 \frac{a}{1!} + \left( \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} \right)_0 \frac{a^2}{2!} + \left( \frac{\partial^3 \Pi}{\partial x^3} \right)_0 \frac{a^3}{3!} + \dots + \dots$$

$$\Pi_4^2 = \Pi_0 + \left( \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right)_0 \frac{a}{1!} + \left( \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right)_0 \frac{a^2}{2!} + \left( \frac{\partial^3 \Pi}{\partial y^3} \right)_0 \frac{a^3}{3!} + \dots + \dots$$

Calculons la somme :

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = \sum_1^4 \Pi_1 :$$

$$\sum_1^4 \Pi_1 = 4 \Pi_0 + 2 \frac{a^2}{2!} \left( \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right)_0 + 2 \frac{a^4}{4!} \left( \frac{\partial^4 \Pi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \Pi}{\partial y^4} \right)_0 + \dots + \dots$$

On voit qu'en posant :

$$\left( \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right)_0 = \Delta \Pi_0 \neq \frac{1}{a} \left( \sum_1^4 \Pi_1 - 4 \Pi_0 \right) .$$

On ne commet qu'une erreur faible si  $a$  est petit . En effet

le premier terme négligé est de l'ordre de  $2 \frac{a^4}{4!} = \frac{a^4}{12}$  .

L'équation  $\sum_1^4 \Pi_1 - 4 \Pi_0 = 0$

est l'équation de Laplace exprimée en différence finie

$$\boxed{\sum_1^4 \Pi_1 - 4 \Pi_0 = 0}$$

Pour résoudre cette équation dans un domaine D, on considère dans ce domaine un certain nombre de points situés au sommet d'un réseau régulier dont la maille élémentaire correspond à la figure précédente. (Page 109)

CONDITIONS AUX LIMITES :

L'écoulement en charge ne sera limité que par deux sortes de surface.

1/ DES SURFACES FILTRANTES :

Par ces surfaces, l'écoulement souterrain est en contact avec une masse d'eau libre. Dans cette masse, les pertes de charges sont négligeables de sorte que la charge hydraulique est constante.

La condition à la limite  $\gamma$  est donc :

$H = \text{constante}$  condition de Dirichlet

2/ DES SURFACES IMPERMEABLES :

Ce sont les assises de terrain imperméable, soit des parois étanches (fiche de palplanche).

L'imperméabilité se traduit par le fait qu'aucun débit ne traverse la limite.

pour un milieu isotrope on peut écrire :

$$v \cdot \vec{n} = v_n = -k \frac{\partial H}{\partial n} = 0$$

La condition sur une surface imperméable sera donc :

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0$$

Condition de NEWMAN

$\vec{n}$  étant la normale à la surface.

Composition du maillage:

On discrétise le domaine par un maillage comportant  $M \times N$  points.  
Nous avons opté pour un maillage carré..

Le choix de la dimension de la maille élémentaire se fera suivant la précision que l'on veut avoir: ( plus  $a$  est petit plus la précision est grande ).

Nous pouvons ainsi déterminer les nombres  $M, N$

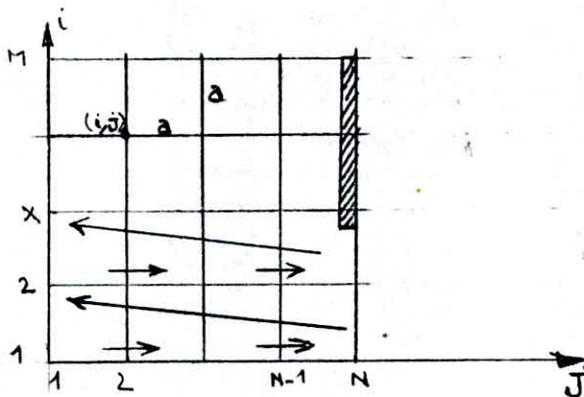
Soit  $M$  un nombre entier que l'on se fixe, ceci entraîne :

$$\frac{h}{a} = M-1 \quad = \quad a = \frac{h}{M-1}$$

plus  $M$  est grand, plus  $a$  est petit

$$\text{alors : } N = \frac{3h}{a} + 1 \quad = \quad N = \frac{3h}{\frac{h}{M-1}} + 1$$

$$N = 3(M-1) + 1$$



soit  $(X, N)$  le premier noeud qui coincide avec la palplanche

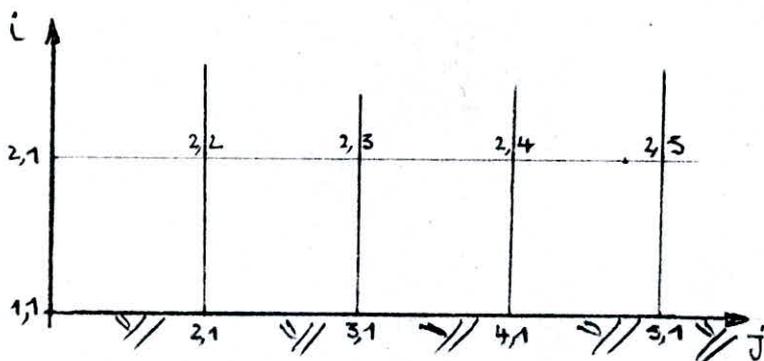
En choisissant un sens de balayage (sens indiqué sur la figure p. 111) nous écrivons l'équation de Laplace exprimée en différences finies pour tous les points intérieurs au domaine.

Pour un point  $(i, j)$

$$-4 H_{i,j} + H_{i,j-1} + H_{i-1,j} + H_{i+1,j} + H_{i,j+1} = 0$$

Pour les points situés sur les limites imperméables l'équation devient :

Soient les points de la couche imperméable :



On peut faire pour le Laplacien pour le point  $(2,3)$

$$H_{2,3} = H_{3,1} + a \frac{\partial H}{\partial i} + \frac{a^2}{2!} \frac{\partial^2 H}{\partial i^2}$$

$$\frac{\partial H}{\partial i} = 0$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial i^2} = \frac{2}{a^2} (H_{2,3} - H_{3,1})$$

De sorte que l'équation devient :

$$H = \frac{1}{a^2} (H_{22} + H_{24} - 2 H_{31}) + \frac{2}{a^2} (H_{23} - H_{31})$$

Donc en un point tel que 3.1

$$H_{22} + H_{24} + 2 H_{23} - 4 H_{31} = 0$$

Etant donné que la palplanche est une limite imperméable, en tout point situés sur la rive l'équation devient :

$$-4 H_{X,N} + 2 H_{X,N-1} + H_{X+1,N} + H_{X-1,N} = 0$$

Nous obtenons ainsi un système composé de  $(M-1)N - (X-1)$  equations linéaires de la forme

$$A \cdot H = B$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 = 0 \\ \vdots \\ = 0 \\ B(N-1) = -H_2 \\ \vdots \\ = 0 \\ B(N-1) + N = -H_2 \\ \vdots \\ = 0 \\ B(x-1)(N-1) = 0 \\ \vdots \\ = 0 \\ B(M-1)N - (x-1) - N = -H_1 \\ \vdots \\ = -H_1 \\ B(M-1)N - (x-1) - 1 = -H_1 \\ B(M-1)N - (x-1) = -H_1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ H(M-1)N - (x-1) \end{bmatrix}$$

N Blocs.

(x-1) Blocs	$\begin{matrix} -4 & 2 & & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 2 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	0	0	
	0	1-4	0	2	0
N - (x-1) Blocs.	$\begin{matrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	$\begin{matrix} -4 & 2 & & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 \\ & & 1 & -4 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	0	
	0	0	1-4	0	1
	0	$\begin{matrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	$\begin{matrix} -4 & 2 & & 0 \\ -1 & -4 & 1 & 0 \\ & & 1 & -4 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	0
	0	0	1	1	0
	0	0	0	$\begin{matrix} -4 & 2 & & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 \\ & & 1 & -4 & 1 \end{matrix}$	0
				$\begin{matrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 & -4 & 1 \\ & & 2 & -4 \end{matrix}$

## CONCLUSION:

Des méthodes simplifiées ont souvent été préférées à la méthode de la ligne élastique et ceci en raison des calculs longs et fastidieux qu'elle nécessite.

Mais comme cette méthode se prête au mieux à notre problème; sa mise en oeuvre nécessite le recours aux calculateurs digitaux. Ainsi nous avons pu tester cette méthode et nous avons abouti à la conclusion suivante:

-La méthode de la ligne élastique donne des résultats satisfaisants du point de vue sécurité, et est économiquement acceptable pour une longueur moyenne de fiche.

Neanmoins, pour une critique plus objective nous aurions souhaité faire une étude comparative avec la méthode élastoplastique. Quant à la détermination des équipotentielles et des lignes de courant autour du pied de palplanche, nous avons opté pour une résolution numérique que nous avons réalisée sur ordinateur. Nous avons pu de cette manière, aboutir à un gain de temps considérable et à une grande précision dans les calculs.

BIBLIOGRAPHIE

- COSTET SANGLERAT: " TRAITÉ DE MÉCANIQUE DES SOLS ". Tome. (2).
- G. PHILIPPONNAT: " FONDATIONS ET OUVRAGES EN TERRE ".
- M. ET A. REIMBERT: " MURS DE SOUTÈNEMENT ".
- J. VERDEYEN. ET J. NUYENS: " PRATIQUE DE MÉCANIQUE DES SOLS ".  
Tome. (2).
- CAQUOT ET KERISEL: " TABLES DE POUSSÉE ET BUTÉE ".
- SCNEEBELI: " HYDRAULIQUE SOUTERRAINE ". \*
- LEONARDS: " LES FONDATIONS ".

-----°°-----

