

D0002/03A

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

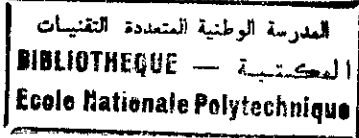
*Département de Génie Civil*

*Laboratoire de Génie Sismique et Dynamique des Structures*

**THESE DE DOCTORAT D'ETAT**

*Option : Structures*

Présentée par



**HADID MOHAMED**

*Ingénieur d'Etat en Génie Civil, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Juin 1992*

*Magister en Génie Civil, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Juillet 1995*

*Pour obtenir le titre de*  
**DOCTEUR D'ETAT**  
*en GENIE CIVIL*

*Sur le sujet*

**APPROCHE INTEGREE POUR LE TRAITEMENT DES PROBLEMES  
D'INTERACTIONS MULTIPLES ENTRE STRUCTURES VIA LE SOL**

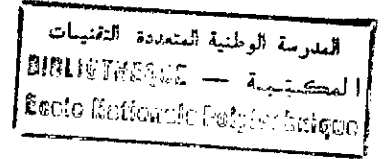
Soutenue publiquement le 15 mars 2003 à 10h à l'amphi C devant le Jury composé de :

Président	B. TILIOUINE	Professeur, ENP
Directeur de thèse	M. K. BERRAH	Professeur, ENP
Examineurs	S. RECHAK	Professeur, ENP
	D. BENOUAR	Professeur, USTHB
	H. AFRA	Maître de Recherche, CGS
Invités	M. BELAZOUGUI	Directeur du CGS
	M. HAMMOUTENE	Maître de Conférences, ENP

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique



## Remerciements



Mes sincères remerciements s'adressent tout naturellement à mon directeur de thèse, Monsieur le Professeur Mounir Khaled BERRAH, qui a dirigé ces travaux de thèse et m'a lancé sur ce sujet passionnant avec enthousiasme. Tout au long de cette thèse, il a su par son sens physique aigu et ses conseils éclairés, contribuer à l'aboutissement de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère gratitude.

Il m'est particulièrement agréable d'adresser mes vifs remerciements à Monsieur le Professeur B. TILIOUINE, pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur le Professeur S. RECHAK, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Ma profonde reconnaissance va aussi à Monsieur D. BENOUAR, Maître de conférences, d'avoir accepté de consacrer son temps précieux à examiner mon travail.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur H. AFRA, Maître de recherche, d'avoir accepté de siéger dans le jury comme examinateur. Je le remercie aussi pour son soutien moral et ses encouragements incessants tout au long de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je remercie aussi MM. M. BELAZOUGUI, Directeur du CGS, et M. HAMMOUTENE, Maître de Conférences, pour l'honneur qu'ils me font en s'associant au jury en tant qu'invités d'honneur.

Sans oublier de remercier mes collègues chercheurs Hamid Afra et Nasser Laouami qui, à des titres divers, ont facilité ma tâche ou aidé à la réalisation de cette thèse.

J'associe, enfin, à ces remerciements tous mes collègues chercheurs, en particulier, Bouhadad, Larbes, Mezouer, Nour et Slimani pour leur soutien et leur amitié.

*To my family*

## ملخص

إن موضوع هذا البحث في تحضير الدكتوراه يتمثل في دراسة تأثير التفاعل الحركي الاحتمالي على الأجوبة الهيكلية، بوجود (أو بعدم وجود) الهياكل المتقاربة بشكل ضيق. من أجل تقييم هذا التفاعل، تم إحداث نموذجاً متكاملًا لعلاج صعوبات التفاعل المتعدد الأشكال ما بين الهياكل عبر التربة و يكون هذا النموذج مرتكزا على منهج الهيكلية الفرعية و على أساس طريقة المعادلات التكاملية على الحدود في ميدان الترددات. هذه الطريقة تم استعمالها بصفة مشتركة مع دالات Green المبينة لوسط لا منتهي أو مع دالات Green المتقطعة ل Kausel-Peek-Seale. إن التكملات المتميزة المشتركة في حساب المعادلات التكاملية على الحدود تم تقييمها في شكل تحليلي. إن الحركة المترتبة للأساس تكون ناتجة عن التقاء الموجات المسطحة الاحتمالية الثابتة و المنسجمة من ثلاث أصناف (SH, P, SV)، و المنتشرة داخل تربة لزجة مرنة حسب عدد من زوايا الالتقاء. لقد بين هذا البحث دقة و فعالية المعادلات التكاملية على الحدود من خلال مقارنة النتائج المتحصل عليها مع المعطيات المتوفرة في المنشورات. إن النتائج العددية المقدمة تشير إلى أن تأثير التفاعل الحركي الاحتمالي على الأجوبة الهيكلية، بوجود (أو بعدم وجود) الهياكل المتقاربة بشكل ضيق مهم جدا و قد يتسنى أخذه بعين الاعتبار و لو بشكل تقريبي في تصميم الهياكل و المقاوم للزلازل.

## SUMMARY

The influence of stochastic kinematic interaction (SKI) on structural response, in presence (or not) of closely spaced structures, is investigated in this doctoral research. An Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis (IASMSIA) based on a substructuring method and on a frequency domain boundary element method (BEM) in conjunction with full space Green function or with Kausel-Peek-Seale's discrete Green function, is developed to evaluate this interaction, SKI. The singular integrals required in the computation of BEM are evaluated in closed form. It is assumed that the foundation input motion (FIM) is the result of the superposition of many plane, stationary, correlated stochastic SH-, P- and SV-waves travelling within a viscoelastic soil at different angles. Accuracy and efficiency of the BEM have been demonstrated through a successful comparison of specific results to data available in the literature. The presented numerical results indicate that the effect of SKI on structural response in presence (or not) of closely spaced structures is important and should be considered in earthquake resistant design, at least in an approximate way.

## RESUME

L'influence de l'interaction cinématique stochastique (Stochastic Kinematic Interaction, SKI) sur la réponse structurale, en présence (ou pas) des structures étroitement espacées, est étudiée dans cette recherche doctorale. Une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multiple entre structures via le sol (Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA) basée sur une méthode de sous-structuration et sur la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences, utilisée conjointement avec les fonctions de Green explicites de milieu infini ou avec les fonctions de Green discrètes de Kausel-Peek-Seale, est développée pour évaluer cette interaction, SKI. Les intégrales singulières exigées dans le calcul de la BEM sont évaluées sous une forme analytique. Le mouvement induit de fondation (FIM) est dû à l'incidence d'ondes planes stochastiques de trois types (SH, P et SV) stationnaires et corrélées, se propageant dans un sol viscoélastique suivant plusieurs angles d'incidence. La précision et l'efficacité de la BEM ont été démontrées à travers une comparaison des résultats spécifiques aux données disponibles dans la littérature. Les résultats numériques présentés indiquent que l'effet du SKI sur la réponse structurale en présence (ou pas) des structures étroitement espacées est important et devrait être considéré dans la conception parasismique des structures, au moins d'une manière approximative.

**Mots clés :** Interaction cinématique, structure étroitement espacées, Méthode des éléments de frontières, Méthode des couches minces, Spectre de réponse modifié, Ondes sismiques

<b>Chapitre 1</b>	<b>Introduction Générale</b>	9
1.1	Introduction	9
1.2	Problématique et principaux objectifs	10
1.3	Organisation du texte	19

## **Partie I**      **Méthode des Eléments de Frontière en Dynamique**

<b>Chapitre 2</b>	<b>Formulation de la Méthode des Eléments de Frontière</b>	23
2.1	Introduction	23
2.2	Formulation des équations d'équilibre en élastodynamique	24
2.2.1	Formulation forte	24
2.2.2	Formulation faible	28
2.2.3	Formulation faible discrète	29
2.2.4	Formulation intégrale aux frontières	30
2.2.5	Formulation intégrale aux frontières discrète (éléments de frontière)	32
2.3	Fonctions de Green discrètes pour un milieu stratifié	34
2.3.1	Matrice de rigidité algébrique via la méthode des couches minces ( <i>TLM</i> )	36
2.3.2	Modes de propagation	38
2.3.2.1	Cas dans-le-plan	39
2.3.2.2	Cas anti-plan	40
2.3.3	Extension de la <i>TLM</i> au calcul des fonctions de Green discrètes pour un milieu stratifié semi-infini	41
2.4	Conclusion	43

<b>Chapitre 3</b>	<b>Application de la Méthode des Eléments de Frontière à l'étude de la Réponse Dynamique des Fondations</b>	45
3.1	Introduction	46
3.2	Formulation du phénomène de l'interaction dynamique sol-fondation	48
3.3	Validation des algorithmes développés	51
3.3.1	Algorithme basé sur les fonctions de Green d'un milieu infini	51
3.3.2	Algorithme basé sur les fonctions de Green d'un milieu stratifié semi-infini	54
3.4	Applications	60
3.4.1	Cas de fondations reposant sur un profil de sol multicouche	60
3.4.2	Cas de fondations reposant sur un profil de sol non-homogène	63
3.5	Conclusion	66
<b>Partie II</b>	<b>Analyse Stochastique de l'Interaction Multiple entre Structures via le Sol : Approche Intégrée</b>	
<b>Chapitre 4</b>	<b>Formulation Stochastique de l'Interaction Sol-Fondation</b>	71
4.1	Introduction	71
4.2	Formulation stochastique du phénomène de l'interaction sol-fondation	74
4.3	Présentation des résultats et discussions	76
4.3.1	Fonction de transfert déterministe entre le mouvement induit de la fondation et son homologue en champ libre	76
4.3.1.1	Méthode d'Iguchi	77
4.3.1.2	Méthode des éléments de frontière	80
4.3.1.3	Comparaison entre les résultats obtenus par la présente étude et ceux obtenus par la méthode d'Iguchi	82
4.3.2	Fonction de transfert stochastique entre le mouvement induit de la fondation et son homologue en champ libre	88
4.3.2.1	Cas des ondes non corrélées	90
4.3.2.2	Cas des ondes partiellement corrélées	97
4.3.2.3	Cas des ondes totalement corrélées	104
4.4	Conclusion	112

<b>Chapitre 5</b>	<b>Développement du Modèle de Spectre de Réponse Modifié pour la</b>	
	<b>Prise en Compte de l'Interaction Sol-Structure</b>	<b>113</b>
5.1	Introduction	113
5.2	Formulation du spectre de réponse modifié	114
5.2.1	Représentation d'une structure	114
5.2.2	Moyenne du maximum de la réponse à une excitation Gaussienne	115
5.2.3	Fonction filtre	116
5.2.4	Spectre de réponse modifié	118
5.2.4.1	Hypothèses	118
5.2.4.2	Développement du modèle	119
5.3	Présentation des résultats et discussions	122
5.3.1	Fonction filtre	122
5.3.2	Spectre de réponse modifié	126
5.4	Conclusion	135
<b>Chapitre 6</b>	<b>Généralisation du Modèle de Spectre de Réponse Modifié pour la Prise</b>	
	<b>en Compte de l'Interaction Multiple entre Structures via le sol</b>	<b>137</b>
6.1	Introduction	138
6.2	Formulation du phénomène de l'interaction multiple entre fondations via le sol	143
6.3	Formulation du phénomène de l'interaction multiple entre structures via le sol	147
6.4	Présentation des résultats et discussions	149
6.4.1	Fonctions d'impédance croisée de fondations rigides adjacentes	149
6.4.1.1	Cas de demi-plan	149
6.4.1.2	Cas d'un profil de sol multicouche	153
6.4.2	Fonction de transfert stochastique entre le mouvement induit de l'ème fondation et son homologue en champ libre	156
6.4.3	Fonction filtre	159
6.4.4	Spectre de réponse modifié	161
6.5	Conclusion	175



<b>Chapitre 7</b>	<b>Conclusion Générale et Suggestions</b>	177
<b>Références Bibliographiques</b>		183
<b>Annexes</b>		199
A1. Matrices de rigidité d'une sous-couche		199
A1.1 Cas dans-le-plan		199
A1.2 Cas anti-plan		200
A2 Fonctions de Green du milieu infini		201
A2.1 Cas dans-le-plan		201
A2.2 Cas anti-plan		201
A2.3 Traitement des intégrales singulières		202
A3 Fonctions de Green discrètes du milieu stratifié semi-infini		205
A3.1 Fonctions de Green pour les déplacements		205
A3.1.1 Cas dans-le-plan		205
A3.1.2 Cas anti-plan		206
A3.2 Fonctions de Green pour les contraintes		207
A3.2.1 Cas dans-le-plan		207
A3.2.1.1 Contraintes sur les plans verticaux		207
A3.2.1.2 Contraintes sur les plans horizontaux		208
A3.2.2 Cas anti-plan		211
A3.2.2.1 Contraintes sur les plans verticaux		211
A3.2.2.2 Contraintes sur les plans horizontaux		211
A4. Représentation mathématique de la propagation d'ondes sismiques en champ libre		
A4.1 Cas d'un demi-plan		213
A4.1.1 Déplacements et contraintes pour le cas de l'onde <i>SH</i>		213
A4.1.2 Déplacements et contraintes pour le cas des ondes <i>P</i> et <i>SV</i>		214
A4.2 Cas d'un demi-plan stratifié		217
A4.2.1 Cas de la propagation inclinée de l'onde <i>SH</i>		218
A4.2.2 Cas de la propagation inclinée des ondes <i>P</i> et <i>SV</i>		222
A4.2.2.1 Propagation de l'onde incidente <i>P</i>		228
A4.2.2.2 Propagation de l'onde incidente <i>SV</i>		229

# 1

## Introduction Générale

### 1.1 Introduction

Les désordres et les conséquences fâcheuses engendrés par les sollicitations sismiques ont fait que la prise en compte du risque sismique dans la conception des ouvrages est devenue nécessaire et ont contribué à une meilleure connaissance phénoménologique de l'action sismique. En effet, les endommagements causés par les séismes indiquent que le niveau d'énergie transportée par l'input sismique et sa variabilité spatio-temporelle, les propriétés locales du sol, la géométrie de la fondation, la profondeur de l'enterrement, la stratification du sol, ainsi que la distance séparant deux structures adjacentes jouent un rôle déterminant dans le comportement vibratoire du système sol-multistrukture.

Ainsi, la satisfaction des normes d'exigences en matière de sécurité dans la conception parasismique des structures en général et des ouvrages reposant sur des fondations étendues ou multiples en particulier doit prendre en compte successivement:

- ✓ La variabilité spatio-temporelle de l'input sismique (*Stochastic Input Motion, SIM*)
- ✓ Les conditions géologiques locales du sol (*Local Geological Conditions of Soil, LGCS*)
- ✓ Le mouvement induit des fondations (*Foundation Input Motion, FIM*)
- ✓ L'interaction multiple entre structures via le sol (*Soil-MultiStructure Interaction, SMSI*)

Actuellement, et malgré les importants progrès réalisés durant ces dernières années, les approches existantes dans la littérature pour prendre en charge simultanément cet ensemble de facteurs, fortement compliqués au plan individuel déjà, sont encore loin des observations in situ par leur insuffisance en matière de modélisation numérique et leur hypothèses simplificatrices.

## **1.2 Problématique et Principaux Objectifs**

### **1.2.1 Caractérisation du mouvement sismique**

L'un des paramètres les plus délicats à définir dans une étude d'interaction sol-structure est certainement le mouvement en champ libre. Celui-ci dépend en effet de la position de la source, du mécanisme au foyer du séisme, de la stratification de sol traversé, de la configuration locale du site sur lequel la structure est fondée et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes, constitué d'une superposition complexe d'ondes de divers types.

En pratique, le champ sismique incident est caractérisé par une accélération maximale, un contenu fréquentiel et la durée du séisme, qui sont spécifiés en un point donné nommé point de contrôle. Or, dans les problèmes d'interaction sol-structure, sa connaissance s'impose au niveau de l'interface sol-fondation et rend nécessaire la modélisation de sa variabilité spatiale. La représentation la plus couramment utilisée est une combinaison d'ondes planes *SH*, *P* et *SV* à incidences verticales ou inclinées. Cette représentation relativement simple du champ sismique incident a fait l'objet de nombreuses recherches (Jennings et Bielak, 1973; Veletsos et Meek, 1974; Wong et Luco, 1978; Luco et Mita, 1987; Pais et Kausel, 1989). Toutefois, pour les structures étendues ou les structures reposant sur plusieurs fondations, cette représentation n'est plus appropriée, d'autant que les observations in situ des ondes sismiques font apparaître une variabilité spatiale importante du mouvement sismique même sur de courtes distances indépendamment de l'effet de passage d'onde (Abrahamson et Bolt 1985; Harichandran et Vanmarcke 1986; Loh 1985; EERI, 1999). En effet, il s'agit d'une variabilité spatiale causée par la perte de cohérence que subissent les ondes sismiques au cours de leur trajet du foyer au site considéré. Cet effet peut être attribué à la dispersion des ondes sismiques (réflexions et réfractions) causée par la complexité des trois phénomènes à savoir le mécanisme de rupture de la faille étendue (effets de la rupture de la propagation le long de la faille), la structure de l'écorce terrestre (non homogénéité,

anisotropie, présence d'aspérités, etc...), et les chemins de propagations d'ondes. Cependant, il est difficile d'établir un modèle géophysique du processus sismique pour la caractérisation du phénomène de la variabilité spatiale de l'input sismique. Pour des considérations pratiques, le mouvement sismique, exhibant une nature aléatoire, peut être modélisé analytiquement d'une manière probabiliste par un champ aléatoire spatio-temporel homogène, caractérisé par sa fonction de densité spatio-spectrale (Harichandran et Vanmarcke, 1986; Luco et Wong, 1986; Loh et Yeh, 1988; Somerville *et al.*, 1988; Hao *et al.*, 1989; Abrahamson *et al.*, 1991). En revanche, ces modèles restent limités aux sites expérimentaux. Les paramètres de chaque modèle, contrôlant l'allure de sa fonction de densité spatio-spectrale, peuvent être estimés en utilisant une procédure de minimisation d'erreur, au sens des moindres carrés entre les valeurs de la fonction de densité spatio-spectrale estimée à partir du site et celles du modèle. De ce fait, pour surmonter cette limitation, un modèle physique préliminaire décrivant la variabilité temporelle et spatiale du mouvement sismique de sol par l'effet de la propagation d'ondes stochastiques de cisaillement de types *SH* (Kausel et Pais, 1984 et 1987), et *P* et *SV* (Hadid, 1995; Berrah et Hadid, 1996) non corrélées dans un milieu homogène sous divers angles d'incidence et possédant la même densité spectrale de puissance a été développé. Récemment, Zendagui, Berrah et Kausel (1999) ont mis au point un modèle appelé *CSDA* (*Complete Stochastic Deamplification Approach*) pour estimer les propriétés statistiques du champ sismique en tous points du massif de sol. Ce modèle est venu compléter le modèle de Kausel et Pais (1984 et 1987) pour traiter d'une part le cas de la propagation d'ondes *SH* non corrélées à travers un sol stratifié et d'autre part le cas de la propagation d'ondes *P* non corrélées à travers un demi-espace. Dans la présente recherche, il s'agira de généraliser les travaux de Kausel et Pais (1984 et 1987), de Hadid (1995), de Berrah et Hadid (1996) et de Zendagui, Berrah et Kausel (1999) pour traiter le cas de la propagation d'ondes *SH*, *P* et *SV* corrélées à travers un demi-espace, arrivant suivant plusieurs angles d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées.

### 1.2.2 Estimation de l'interaction cinématique

Quand les ondes incidentes heurtent une fondation étendue ayant une rigidité importante par rapport au sol, la fondation ne peut se conformer à la variabilité spatiale du mouvement de sol. Le mouvement en champ libre est donc modifié localement au voisinage de la fondation par l'effet de la diffraction des ondes incidentes par la fondation. Ce

phénomène est généralement connu sous le vocable 'Interaction Cinématique, *IC*'. La détermination des solutions exactes (solutions analytiques) du problème de l'*IC* est très complexe; des solutions analytiques ne sont disponibles que pour quelques configurations géométriques spécifiques. Ainsi Kobori *et al.* (1973) ont analysé la vibration d'un disque circulaire reposant sur un demi espace élastique sollicité par une onde incidente oblique de type *SH* en réduisant le problème à la résolution numérique des équations intégrales de Fredholm. En utilisant une approche similaire, tout en séparant l'effet cinématique de l'effet inertiel, Luco (1976) a déterminé la réponse torsionnelle d'un disque et d'une fondation hémisphérique enterrée et excitée par une onde incidente *SH*. Apsel et Luco (1976) ont généralisé ces derniers résultats au cas d'une fondation ellipsoïdale enterrée. Wong et Trifunac (1974) ont analysé le cas d'une fondation filante avec un enterrement semi-elliptique, sollicité par une onde *SH*. Pour les autres formes géométriques, l'utilisation des méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis (*Finite Element Method, FEM*) et la méthode des éléments de frontière (*Boundary Element Method, BEM*) est nécessaire. Parceque ces problèmes d'interaction sont, en général, traités dans des milieux infinis, la *BEM* apparaît comme un outil de calcul précis et efficace qui s'adapte particulièrement bien à ce genre de problèmes. En effet, les conditions de radiation des ondes à l'infini sont incluses dans la formulation de manière inhérente et la discrétisation n'est nécessaire que sur l'interface sol-fondation en général. La *BEM* nécessite l'utilisation de solutions fondamentales appelées aussi fonctions de Green, lesquelles représentent le déplacement dynamique en champ libre quand une charge unitaire est appliquée en un point dans le domaine. Ces solutions fondamentales sont généralement difficiles à obtenir analytiquement, ce qui limite l'utilisation de la *BEM*. Lorsque le domaine dans lequel on les considère est infini, on obtient explicitement des fonctions de Green classiques du milieu infini. Pour les problèmes de dynamique des sols certains auteurs utilisent les fonctions de Green du demi-espace homogène avec des conditions aux limites de surface libre. L'utilisation de ces fonctions de Green dans une formulation intégrale permet de s'affranchir de la surface libre ce qui réduit d'autant le contour à discrétiser. Cependant, elles ne sont pas obtenues sous une forme explicite et malgré la réduction du maillage elles demandent en général un effort de calcul plus important que celles du milieu infini (calcul d'intégrale non bornée). En plus, la stratification du milieu à étudier ajoute une complexité additionnelle au problème, ce qui rend impossible le traitement en utilisant les fonctions de Green classiques d'un milieu infini ou d'un milieu semi-infini. D'où, la nécessité d'utiliser des fonctions de Green discrètes et

explicites, développées par Kausel et Peek (1982), bien adaptées à ce type de problème. Ces fonctions de Green sont basées sur une linéarisation du champ des déplacements dans le sens de la stratification, ce qui élimine la dépendance du problème envers cette variable, conduisant à un système polynomial dans le domaine des fréquences-nombre d'ondes, dont la solution est obtenue par décomposition spectrale, nécessitant la résolution d'un problème aux valeurs propres quadratiques. Ces solutions de Green discrètes, utilisées dans la *BEM*, conduisent à des expressions explicites évitant ainsi les intégrations numériques. Cette procédure est restreinte aux profils de sol reposant sur une base rigide. Afin d'étendre la procédure aux profils de sol surmontant des substratums élastiques, l'écriture de la matrice de rigidité du demi-espace sous une forme quadratique est nécessaire (Seale, 1985; Seale et Kausel, 1989). La matrice d'impédance d'un demi-espace peut être donc exprimée sous la forme d'une série de puissance du nombre d'onde (expansion en série de Taylor). Seale et Kausel (1989) ont montré que cette approximation correspond exactement aux conditions aux frontières paraxiales d'un milieu semi-infini proposées par Clayton et Engquist (1977). L'approximation algébrique développée absorbera complètement les ondes se propageant verticalement et à un degré moindre, les ondes ayant une certaine inclinaison par rapport à l'axe vertical. Cependant, une bonne précision peut être obtenue si une série de sous-couches est rajoutée sur le demi-espace (Seale, 1985; Maeda et Kausel, 1991).

L'estimation de *FIM* dus aux effets du caractère spatial de l'input sismique a fait l'objet de plusieurs investigations. On peut citer trois approches différentes: Les deux premières approches sont fondées principalement sur des modèles analytiques de nature stochastique décrivant la variabilité spatio-temporelle du mouvement du sol. Dans la première approche, le *FIM* est estimé d'une manière stochastique en utilisant la moyenne spatiale du processus stochastique (mouvement sismique de sol) caractérisé par sa fonction d'inter-densité spectrale de puissance, *IDSP*, (Hoshiya et Ishii, 1983; Harichandran, 1987; Veletsos et Prasad, 1989; Veletsos *et al.*, 1997). Dans cette approche, la moyenne pondérée ne prend pas en considération le problème de contact existant réellement entre la fondation et le sol. La deuxième approche considère le problème de contact sol-fondation comme étant un problème mixte aux valeurs limites. La réponse stochastique de la fondation est donc calculée par une formulation intégrale (Luco et Wong, 1986; Luco et Mita, 1986). De la même manière que précédemment, les deux approches citées dépendent du choix approprié de la fonction d'*IDSP* (le choix est basé sur des considérations mathématiques plutôt que sur des considérations

physiques). La dernière approche consiste à calculer le *FIM* par une procédure approchée (Igushi, 1982) dû à la propagation d'ondes stochastiques de cisaillement de type *SH* non corrélées dans un milieu homogène sous divers angles d'incidence et possédant la même densité spectrale de puissance. Un modèle préliminaire accomplissant cette tâche a été développé par Pais et Kausel (1985 et 1990). Ils ont utilisé cette approche pour calculer la réponse sismique de fondations cylindriques et rectangulaires enterrées sujettes à l'incidence des ondes stochastiques non corrélées de types *SH*. Dans le cadre du même type d'approche basée sur un modèle physique, la réponse de fondations filantes *superficielles* à l'incidence d'ondes stochastiques *non corrélées* de type *P* et *SV* dans un *milieu homogène* a été obtenue par Hadid (1995) et Berrah et Hadid (1996) en utilisant la *BEM* en conjonction avec les *fonctions de Green explicites d'un milieu infini*. Dans cette étude, l'effet des ondes sismiques *SH*, l'effet de la corrélation entre les ondes sismiques ainsi que l'effet de l'enterrement des fondations ont été négligés.

Ainsi, dans la présente recherche, nous avons généralisé le modèle développé par Hadid (1995) aux traitements des cas suivants :

- Traitement de cas d'ondes stochastiques de type *SH*
- Traitement de cas des ondes stochastiques corrélées et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées
- Traitement de cas de fondations enterrées

En outre, Le mouvement induit de la fondation dû à la propagation d'ondes stochastiques est calculé par une relation développée dans la présente recherche sous forme d'équations intégrales en éléments de frontière (*Foundation Input Motion Equivalent Relation*, *FIMER*). Cette relation est équivalente à celle de la relation d'Iguchi (1982) et de Luco (1986). L'effet de l'interaction cinématique sur les structures est estimé à travers la notion de spectre de réponse modifié (*Modified Response Spectrum*, *MRS*) développé dans cette étude.

### **1.2.3 Evaluation de l'interaction multiple entre structures via le sol**

Dans le cas où les structures sont étroitement espacées, il est nécessaire de non seulement considérer l'interaction entre chaque structure et le sol mais également l'interaction à travers le sol entre structures adjacentes. Ce phénomène appelé interaction multiple entre

deux ou plusieurs fondations ou structures est très complexe et exige, en général, l'usage des méthodes numériques avec des hypothèses simplificatrices. En outre, quand les structures sont étendues ou sont fondées sur plusieurs fondations, le mouvement en champ libre devient différent entre deux points distincts d'une même fondation ou sous chaque fondation, et par conséquent ces structures sont soumises à des forces additionnelles engendrées par l'interaction sol-multistrukture et par le mouvement différentiel sous les fondations.

Plusieurs méthodes analytiques et numériques ont été développées pour étudier ce phénomène; on peut citer les travaux de Warburton *et al.* (1971), Koberi et Minai (1973), Luco et Contesse (1973), Wong et Tifunac (1975), Koberi *et al.* (1977), Murakami et Luco (1977), Triantafyllidis (1987), Triantafyllidis et Prange (1987 et 1989), Pais (1988), Triantafyllidis et Neidhart (1989), Liou (1994) et Mulliken et Karabalis (1998) pour la mise au point des méthodes analytiques et semi-analytiques exactes et approximatives. La *FEM* en conjonction avec les frontières consistantes est aussi utilisée en *2D* et en *3D* (Liang, 1974; Lysmer *et al.*, 1975; Gonzalez, 1977; Roesset et Gonzalez, 1978; Solari *et al.*, 1980; Lin *et al.*, 1987). L'utilisation de la *BEM* a trouvé un intérêt particulier et ce, par ses avantages distincts par rapport à la *FEM* pour le traitement des problèmes linéaires de l'interaction sol-structure. Son utilisation pour les problèmes d'interaction multiple dynamique entre fondations en *2D* et *3D* est fait par Savidis et Richter (1977), Gaul (1980), Bielak et Coronato (1981), Sato *et al.* (1983), Yoshida *et al.* (1984), Wong et Luco (1986), Gaul *et al.* (1988), Rajapakse et Shah (1988), Chouw et Schmid (1991), Wang *et al.* (1991), Mesquita et Pontes (1992), Wang et Schmid (1992), Guan et Novak (1994), Karabalis et Huang (1994), Qian et Beskos (1995), Qian et Beskos (1996), Karabalis et Rizos (1996), Betti (1997), Karabalis et Mohammadi (1998), Tham *et al.* (1998). Dans tous les travaux concernant l'interaction multiple entre fondations ou structures cités ci-dessus, il est montré que l'interaction entre plusieurs fondations ou structures adjacentes peut être un facteur important qu'on ne devrait pas négliger dans une analyse dynamique. En général, on considère que l'interaction ne peut être négligée à partir d'une distance de séparation d'une demi-largeur de fondation (Aubry *et al.*, 1985). Toutes ces études, en utilisant des méthodes déterministes pour analyser l'interaction multiple entre fondations ou structures, négligent ainsi l'effet de la variabilité spatiale du mouvement sismique dans son volet incohérence sur la réponse sismique des structures étroitement espacées. Après une recherche bibliographique fournie, une seule étude s'intéressant à cet aspect a été recensée. Behnamfar et Sugimura (1999), en utilisant le modèle de Luco et Wong (1986), ont estimé la réponse dynamique d'un système de deux structures



adjacentes supportées par une couche de sol homogène sur un substratum rocheux. Cependant, cette étude dépend du choix approprié de la fonction d'*IDSP* (le choix est basé sur des considérations mathématiques plutôt que sur des considérations physiques) et néglige les effets de l'enterrement des fondations et de la stratification du sol. Ainsi, dans le cadre de la présente recherche, une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multistrukture via le sol (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*) est développée. L'analyse de l'interaction dynamique croisée entre fondations est mise au point en utilisant la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences en association avec les fonctions de Green discrètes (*Boundary Element Thin Layer Method, BETLM*). L'effet de l'interaction multiple entre structures est estimé à travers la notion de spectre de réponse modifié généralisé aux cas de multistrukture (*Generalized Modified Response Spectrum, GMRS*).

#### **1.2.4 Objectifs**

C'est dans le cadre de cette problématique décrite au cours de cette introduction que s'inscrit la présente recherche doctorale qui a pour objectif essentiel le développement, *pour la première fois*, d'une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multiple entre structures via le sol (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*). Cette approche est fondée sur une méthode de sous-structuration dynamique permettant de décomposer l'ensemble de l'interaction sol-multistrukture en un nombre de problèmes plus simples et sur la méthode des éléments de frontière pour les milieux viscoélastiques homogènes ou stratifiés horizontalement. Cette approche assure donc une meilleure compréhension et modélisation du phénomène: on peut modéliser le sol par une méthode des éléments de frontière alors que les structures peuvent être représentées par leurs modes sur base fixe.

Pour mettre au point l'approche *IASMSIA*, une méthodologie basée sur les deux étapes décrites ci-dessous est suivie:

- Il s'agit dans la première étape de développer un modèle numérique pour le calcul de la réponse dynamique de fondations isolées et adjacentes à divers types de sollicitations (harmonique et sismique). Les fondations sont considérées filantes et rigides reposant ou enterrées dans un milieu viscoélastique homogène, multicouche ou continûment non homogène (le module de cisaillement varie d'une façon continue

en profondeur). Le modèle développé permettra la détermination des fonctions d'impédance et d'impédances dynamiques croisées, et l'évaluation de la réponse sismique des fondations isolées et adjacentes sollicitées par la propagation d'ondes de type  $P$ ,  $SV$  et  $SH$ . La technique numérique sous-tendant ce modèle est la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences utilisée conjointement avec les fonctions de Green explicites de milieu infini (*Classical Boundary Element Method, CBEM*) ou les fonctions de Green discrètes (*Thin Layer Boundary Element Method, TLBEM*). La première formulation (*CBEM*) se prête bien au traitement des problèmes de l'interaction dynamique sol-fondation dans les milieux homogènes alors que la deuxième formulation (*TLBEM*) se prête au traitement des problèmes dynamiques de sol-fondation et de fondation-sol-fondation dans les milieux stratifiés. Les fonctions de Green discrètes peuvent être évaluées dans une forme analytique sans recours aux intégrations numériques comme pour le cas des fonctions de Green de demi-espace.

- Dans la deuxième étape, il s'agit de:
  - ✓ Mettre en œuvre un modèle physique décrivant d'une manière stochastique la variabilité spatio-temporelle du mouvement du sol en champ libre par le biais de la propagation d'ondes planes stochastiques de trois types ( $SH$ ,  $P$  et  $SV$ ) corrélées, arrivant suivant plusieurs angles d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées.
  - ✓ Développer une relation équivalente (dans un sens éléments de frontière) de mouvement induit de chaque fondation du système multi-fondation (*Multi-Foundations Input Motion Equivalent Relation, M-FIMER*).
  - ✓ Développer un modèle numérique permettant l'obtention de la réponse des structures simples ou des structures multi-étagées idéalisées en oscillateurs simple en tenant compte d'une part de l'interaction sol-structure et d'autre part de l'interaction multiple entre structures. Dans ce modèle, les effets de l'interaction inertielle ne sont pas pris en compte.
  - ✓ développer un modèle pratique dans le cadre d'un calcul parasismique de structures. Ce modèle consiste à modifier le spectre de réponse classique des structures idéalisées en oscillateur simple, en tenant en compte du caractère

spatial de l'input sismique et de l'interaction multistrukture. Ce spectre de réponse modifié (*Modified Response Spectrum, MRS*) est valable aussi bien pour les structures isolées à bases étendues que pour les structures étroitement espacées. Le modèle *MRS* s'exprime en fonction de spectre de réponse classique (*Classical Response Spectrum, CRS*) par le biais d'un facteur de correction évalué dans ce travail.

L'approche intégrée, *IASMSIA*, développée dans cette thèse est implémentée dans un code de calcul *M-SIA2D* (*Multi-Structure Interactions Analysis in 2D*). Le code *M-SIA2D* propose à l'ingénieur une approche intégrée de l'ensemble des problèmes traitant la dynamique des systèmes sol-multistrukture. D'une manière succincte, le code *M-SIA2D* permet de calculer:

- La réponse dynamique d'un profil de sol homogène, multicouche ou continûment non homogène à une charge dynamique superficielle ou enterrée.
- La réponse dynamique des fondations rigides isolées ou étroitement espacées superficielles ou enterrées dans un profil de sol homogène, multicouche ou continûment non homogène à divers types de sollicitations déterministes (harmoniques et sismiques).
- La réponse sismique des fondations rigides isolées ou étroitement espacées superficielles ou enterrées dans un profil de sol homogène, multicouche ou continûment non homogène à la variabilité spatiale du mouvement sismique dans un contexte probabiliste.
- La réponse sismique des structures idéalisées en oscillateur simple en tenant compte d'une part de l'interaction cinématique sol-structure et d'autre part de l'interaction cinématique multiple entre structures.
- Le calcul de spectre de réponse des structures idéalisées en oscillateur simple en tenant en compte de la variabilité spatiale du mouvement sismique et de l'interaction entre chaque fondation et le sol d'une part et entre les structures via le sol d'autre part.

### 1.3 Organisation du texte

La thèse se divise en deux parties. La première partie, comportant deux chapitres, expose les aspects techniques du développement de la *CBEM* et de la *TLBEM*, et leurs applications tandis que la deuxième partie, constituée de trois chapitres, décrit trois problèmes originaux mettant en application la *IASMSIA*.

Le premier chapitre de cette thèse (introduction) est consacré à un exposé de l'état de l'art en matière des systèmes sol-structure sous sollicitations sismiques, et de l'approche intégrée développée dans ce contexte pour traiter les problèmes d'interaction sol-multistrukture.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons de manière succincte et originale la formulation de la méthode des éléments de frontière en élastodynamique. La formulation forte de l'élastodynamique y est complétée par la formulation faible équivalente, discrétisée ensuite spatialement (au sens des éléments de frontière) par la méthode de Galerkin seront exposées. La *BEM* ainsi formulée dans ce chapitre utilise les fonctions de Green de milieu infini et les fonctions de Green discrètes de milieu stratifié semi-infini. La formulation explicite des fonctions de Green discrètes de milieu stratifié semi-infini a été développée aussi dans ce chapitre.

La *BEM* en conjonction avec des fonctions de Green d'un milieu infini ou des fonctions de Green discrètes explicites d'un milieu stratifié semi-infini est exploitée dans le troisième chapitre pour le calcul des fonctions d'impédance dynamique de fondations filantes, rigides reposant ou enterrées dans des milieux viscoélastiques homogènes ou stratifiés (non-homogénéité discrète ou continue) et soumis à des forces extérieurement appliquées. Des résultats d'ordres numérique et pratique sont obtenus à travers ce chapitre permettant de répondre à un certain nombre de questions posées par la communauté scientifique.

Dans le quatrième chapitre, l'influence de la variabilité spatiale du mouvement sismique sur la réponse sismique de fondations rigides superficielles et enterrées dans un milieu homogène a été étudiée. La variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre est décrite par le biais d'un modèle physique basé sur la propagation d'ondes planes stochastiques de trois types (*SH*, *P* et *SV*) corrélées, arrivant suivant plusieurs angles

## *Introduction Générale*

d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées. Le mouvement induit de la fondation dû à la propagation d'ondes stochastiques est calculé par une relation équivalente à celle de la relation d'Iguchi (1982) et de Luco (1986), développée dans cette étude sous forme d'équations intégrales en éléments de frontière.

Dans le chapitre cinq, Il s'agit de développer un modèle de Spectre de Réponse Modifié caractérisant un input sismique non uniforme et en tenant compte de l'interaction sol-fondation, valable pour les structures idéalisées en oscillateur simple à bases étendues. Le développement de ce spectre est fondé essentiellement sur la théorie des vibrations aléatoires. L'utilisation du modèle physique développé dans le chapitre quatre a permis de prendre en compte, les caractéristiques de la variation spatiale du mouvement sismique et l'effet de l'interaction sol-fondation. Le modèle de spectre de réponse modifié s'exprime en fonction de spectre de réponse classique par le biais d'un facteur de correction.

Le sixième chapitre est consacré à estimer le degré d'interaction multiple entre les structures adjacentes, par le biais d'un système constitué de plusieurs structures avoisinantes idéalisées chacune par un oscillateur simple à un degré de liberté connecté à une fondation rigide reposant ou enterrée dans un profil de sol homogène, multicouche ou continûment non homogène. Ce système sol-multistrukture est soumis à la variabilité spatiale du mouvement sismique. Pour cela, nous développons dans ce chapitre une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multistrukture sous l'effet de la variabilité spatio-temporelle du mouvement sismique (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*). Le spectre de réponse modifié généralisé aux cas de multistrukture est aussi développé (*Generalized Modified Response Spectrum, GMRS*).

Enfin, le chapitre sept est consacré à une conclusion générale et des perspectives pour des recherches futures.

# Partie I

---

## *Méthode des Eléments de Frontière en Dynamique*

---

Dans cette partie, Il s'agira de développer un modèle numérique pour le calcul de la réponse dynamique de fondations isolées à divers types de sollicitations harmoniques. Les fondations sont considérées filantes et rigides reposant ou enterrées dans un milieu viscoélastique homogène, multicouche ou continûment non homogène (le module de cisaillement varie d'une façon continue en profondeur). Le modèle développé permettra la détermination des rigidités dynamiques des fondations. La technique numérique sous-tendant ce modèle est la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences utilisée conjointement avec les fonctions de Green explicites de milieu infini (*Classical Boundary Element Method, CBEM*, Hadid et Berrah, 2001) ou les fonctions de Green discrètes (*Thin Layer Boundary Element Method, TLBEM*, Hadid et Berrah, 2002; Berrah et Hadid, 2003). La première formulation (*CBEM*) se prête bien au traitement des problèmes de l'interaction dynamique sol-fondation dans les milieux homogènes alors que la deuxième formulation (*TLBEM*) se prête au traitement des problèmes dynamiques de sol-fondation et de fondation-sol-fondation dans les milieux stratifiés.

# 2

---

## *Formulation de la Méthode des Eléments de Frontière*

---

Ce chapitre a pour objectif d'exposer de manière originale et succincte la formulation de la méthode des éléments de frontière en élastodynamique. La formulation forte de l'élastodynamique y est complétée par la formulation faible équivalente, discrétisée ensuite spatialement (au sens des éléments de frontière) par la méthode de Galerkin seront exposées dans ce chapitre. La méthode des éléments de frontière ainsi formulée dans ce chapitre utilise les fonctions de Green de milieu infini et les fonctions de Green discrètes de milieu stratifié semi-infini. Ce chapitre s'étend donc aux calculs de ces fonctions de Green.

---

### **2.1 Introduction**

La méthode des éléments de frontière repose sur la discrétisation d'équations intégrales aux frontières. L'étude de ces dernières a commencé il y a plus d'un siècle et constitue une branche importante de la physique mathématique classique. L'avènement de la méthode des éléments de frontière en tant qu'outil de résolution numérique est toutefois postérieur à celui des méthodes des éléments finis et des différences finies. Les premiers développements numériques utilisant la méthode des éléments de frontière effectués sur des problèmes réels ont été proposés durant les années soixante. Nous pouvons, à titre illustratif citer, les travaux de Jaswan et Ponter (1963) pour résoudre l'équation de Poisson, de Friedman et Shaw (1962) en acoustique et ceux de Cruse et Rizzo (1968) en élasticité.

---

## 2.2 Formulation des Equations d'Equilibre en Elastodynamique

### 2.1.1 Formulation forte

La résolution numérique ne constitue qu'une seule étape d'analyse des systèmes physiques complexes. D'une manière générale, l'analyse de tout système d'ingénierie nécessite :

1. L'idéalisation du système physique (mise sous une forme analysable)
2. Formulation des équations gouvernantes (formulation forte)
3. Résolution des équations gouvernantes
4. Interprétation et exploitation des résultats

A titre d'exemple, pour les problèmes relevant de l'élastodynamique, la deuxième étape consiste à définir des équations gouvernantes (formulation forte), se présentant comme des équations aux dérivées partielles lorsque le problème étudié est de nature continue, dont la solution doit satisfaire les conditions d'équilibre et de compatibilité. La difficulté majeure qui réside dans cette étape est de déterminer un système d'équations représentant fidèlement les conditions réelles de la structure avec toute sa complexité vis à vis de sa géométrie, de son chargement et de ses propriétés intrinsèques des matériaux constitutifs. La résolution exacte d'une formulation forte ne peut être obtenue que lorsque les données du problème sont suffisamment régulières. Il s'ensuit que seuls certains cas académiques, supposant par exemple des configurations géométriques très simples, peuvent être traités analytiquement. Toutefois, la formulation forte reste une étape nécessaire à toute élaboration de méthodes approchées et numériques, permettant de résoudre la plupart des problèmes complexes relevant de l'élastodynamique, grâce notamment à des techniques de discrétisation spatiale (méthodes de volume et de frontière).

Dans ce cadre, la formulation forte des équations d'équilibre en élastodynamique d'un corps déformable élastique, occupant le volume  $\Omega$  de frontière  $\Gamma$  peut être établie à partir des équations classiques de l'élastostatique, en comptabilisant dans le bilan des forces élémentaires, les contributions des forces d'inertie,  $\rho \ddot{u}$ , dans la configuration de référence du système. En utilisant le repère de référence,  $(o, x_1, x_2, x_3)$ , les équations d'équilibre peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante (figure 2.1)



$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) - \rho(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{x} = \{x_1 \ x_2 \ x_3\}^T$  est le vecteur position,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \{u_1 \ u_2 \ u_3\}^T$  et  $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \{\ddot{u}_1 \ \ddot{u}_2 \ \ddot{u}_3\}^T$  désignent respectivement les vecteurs déplacement et accélération à l'instant  $t$ ,  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \{\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{23} \ \sigma_{31} \ \sigma_{12}\}^T$  désigne le vecteur associé au tenseur symétrique des contraintes,  $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$  est le vecteur des forces volumiques réparties et  $\rho(\mathbf{x})$  représente la masse volumique du matériau constituant le solide,  $\mathbf{L}$  est l'opérateur différentiel exprimé comme suit

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

Les composantes du tenseur déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \{\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{23} \ \varepsilon_{31} \ \varepsilon_{12}\}^T$  sont définies par

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{L} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

la relation contrainte-déformation pour un matériau élastique est donnée par

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{D}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) \quad (2.4)$$

où la matrice  $\mathbf{D}(\mathbf{x})$  correspond au tenseur du quatrième ordre des coefficients élastiques, et constitue la matrice dite d'élasticité. Signalons que si le matériau est isotrope, il suit la loi généralisée de Hooke et que la matrice  $\mathbf{D}$  est alors définie de manière unique par les paramètres de Lamé, relatifs respectivement à la dilatation volumique et à sa déformation en cisaillement.

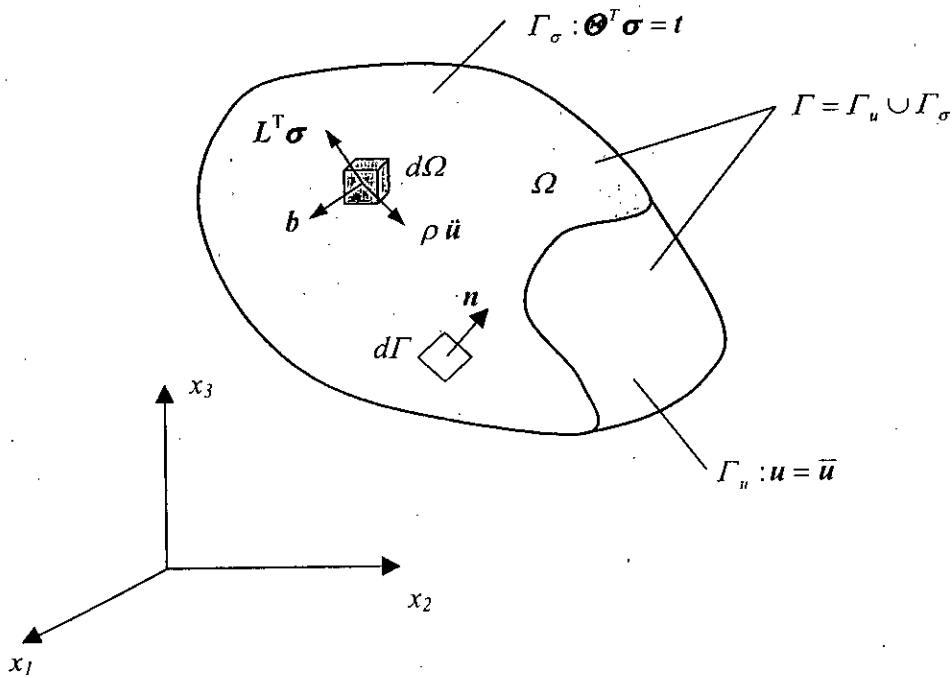


Figure 2.1 : Equilibre des forces dans un corps déformable

Les solutions doivent aussi satisfaire les conditions aux limites naturelles et essentielles sur les surfaces  $\Gamma_u$  et  $\Gamma_\sigma$  respectivement ( $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_\sigma$ ). Les conditions aux limites essentielles ou les conditions aux limites de type déplacements sont données dans ce cas par

$$u(x,t) = \bar{u}(x,t) \quad \forall x \in \Gamma_u \quad (2.5)$$

où  $\bar{u}(x,t) = \{\bar{u}_1 \quad \bar{u}_2 \quad \bar{u}_3\}^T$  est le vecteur des déplacements imposés sur la frontière  $\Gamma_u$ .

les conditions aux limites naturelles ou de type contraintes peuvent être écrites comme suit

$$\Theta^T \sigma(x,t) = t(x,t) \quad \forall x \in \Gamma_\sigma \quad (2.6)$$

où  $t(x,t) = \{t_1 \quad t_2 \quad t_3\}^T$  est le vecteur forces surfaciques appliquées sur la frontière  $\Gamma_\sigma$  et

$\Theta$  est la matrice des cosinus directeurs de la normale extérieure  $n$  à la frontière, exprimée comme suit

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & 0 & n_1 & n_2 \\ 0 & n_2 & 0 & n_3 & 0 & n_1 \\ 0 & 0 & n_3 & n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.7)$$

Enfin, cet état d'équilibre est complété par les conditions initiales suivantes

$$\begin{aligned} u(x,0) &= u_0(x) \\ \dot{u}(x,0) &= \dot{u}_0(x) \end{aligned} \quad \forall x \in \Omega \cup \Gamma \quad (2.8)$$

où  $u_0(x) = \{u_{01} \ u_{02} \ u_{03}\}^T$  et  $\dot{u}_0(x) = \{\dot{u}_{01} \ \dot{u}_{02} \ \dot{u}_{03}\}^T$  sont respectivement les vecteurs déplacement et vitesse initiales prescrites à  $t=0$ .

Substituant les équations (2.3) et (2.4) dans l'équation (2.1), on a

$$L^T D L u(x,t) + b(x,t) - \rho(x) \ddot{u}(x,t) = 0 \quad \forall x \in \Omega \quad (2.9)$$

D'autre part, l'opérateur différentiel,  $L$ , peut être écrit sous la forme

$$L = L_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + L_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + L_3 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad (2.10)$$

où les matrices  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  sont trivialement composées de zéros et uns, et sont obtenues à partir de l'opérateur différentiel par simple inspection. Nous pouvons donc réécrire le produit  $L^T D L$  sous la forme suivante

$$L^T D L = D_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_{22} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + D_{33} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + 2D_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} + 2D_{13} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} + 2D_{23} \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} \quad (2.11)$$

où  $D_{\alpha\beta}$  sont des matrices dépendant uniquement des propriétés du matériau et sont définies par

$$D_{\alpha\beta} = L_{\alpha}^T D L_{\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (2.12)$$

### 2.2.2 Formulation faible

Bien que la formulation forte d'un problème d'élastodynamique trouve son champ d'application pour des configurations jugées régulières, ses limites apparaissent rapidement dans des cas de figures irrégulières. De ce fait, la formulation faible ou intégrale, jugée plus puissante ou moins restrictive que la formulation forte (la seconde cherche des solutions dans la classe des fonctions à dérivées secondes continues en chaque point du domaine considéré, alors que la première se contente de l'ensemble des fonctions à dérivées premières de carré sommable sur le domaine), s'établit en pondérant l'équation différentielle aux dérivées partielles (2.9) associée à la forme forte par un champ virtuel de déplacements  $\delta u(x) = \{\delta u_1 \quad \delta u_2 \quad \delta u_3\}^T$  indépendant du temps  $t$ , en intégrant le produit scalaire ainsi obtenu sur le volume  $\Omega$  du corps et en considérant que cette intégrale pondérée s'annule pour toute fonction  $\delta u$  cinématiquement admissible

$$\int_{\Omega} \delta u^T \left[ L^T D L u + b - \rho \ddot{u} \right] d\Omega = 0 \quad \forall \delta u \quad (2.13)$$

avec

$$\delta u(x) = 0 \quad \forall x \in \Gamma_{\sigma} \quad (2.14)$$

En intégrant par parties (formule de Gauss), l'équation (2.13) devient

$$- \int_{\Omega} (L \delta u)^T D L u d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T N D L u d\Gamma + \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega - \int_{\Omega} \rho \delta u^T \ddot{u} d\Omega = 0 \quad \forall \delta u \quad (2.15)$$

où  $L \delta u$  est le champ virtuel de déformation associé à  $\delta u$ .

compte tenu de la compatibilité du champ virtuel de déplacement (2.14) et les conditions aux limites naturelles (2.6) sur la frontière,  $\Gamma_{\sigma}$ , l'expression (2.15) s'écrit

$$- \int_{\Omega} (L \delta u)^T D L u d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \delta u^T t d\Gamma + \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega - \int_{\Omega} \rho \delta u^T \ddot{u} d\Omega = 0 \quad \forall \delta u \quad (2.16)$$

Il est important de noter que cette dernière équation décrivant la forme faible de l'équation (2.1) est une traduction du principe des travaux ou déplacements virtuels.

### 2.2.3 Formulation faible discrète

La formulation faible de l'élastodynamique présente des avantages par rapport à la formulation forte, mais ses insuffisances apparaissent lorsque la géométrie et les conditions aux limites du milieu étudié sont relativement complexes. De ce fait, une solution du point de vue ingénierie n'est possible que par le biais des méthodes approchées basées essentiellement sur une discrétisation spatiale et éventuellement temporelle du problème considéré (Méthode des éléments finis).

En discrétisant un corps déformable de configuration géométrique complexe au sens des éléments finis et en considérant que les déplacements réels approchés,  ${}^e u(x, t)$ , (approximation due à la discrétisation spatiale) au sein du domaine  ${}^e \Omega$  d'un élément fini du maillage sont explicités sous la forme

$${}^e u(x, t) = {}^e N(x) {}^e \hat{u}(t) \quad (2.17)$$

où  ${}^e N(x)$  et  ${}^e \hat{u}(t)$  sont la matrice des fonctions de forme et le vecteur des déplacements réels discrets respectivement associés à l'élément considéré  $e$ . Le principal avantage d'une telle décomposition réside dans la réduction des équations aux dérivées partielles régissant le problème en un système d'équations différentielles ordinaires. En utilisant la méthode de Galerkin qui consiste à approcher les déplacements virtuels  ${}^e \delta u$  par les mêmes fonctions de formes utilisées pour les déplacements réels  ${}^e u$

$${}^e \delta u(x) = {}^e N(x) {}^e \delta \hat{u} \quad (2.18)$$

où  ${}^e \delta \hat{u}$  est le vecteur des déplacements virtuels discrets. Si de plus, on exprime la relation entre les vecteurs déplacements discrets élémentaire et le vecteur déplacement global par

$${}^e \hat{u} = {}^e \mathcal{R} \hat{u} \quad (2.19)$$

point donné appartenant au domaine  $\Omega$  ou à sa frontière, peut être exprimé en terme de déplacement et de tractions au frontière  $\Gamma$  comme suit

$$c u(x_0) + \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{t}^{*T} u d\Gamma = \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{u}^{*T} \mathbf{t} d\Gamma \quad (2.27)$$

où  $\mathbf{u}^*$  et  $\mathbf{t}^*$  représentent les fonctions de Green de type déplacement et traction respectivement.

### 2.2.5 Formulation intégrale aux frontières discrètes

Dans le cas où la configuration géométrique aux frontières est complexe, la formulation intégrale aux frontières discrètes (Méthode des éléments de frontière) s'impose en subdivisant la frontière de corps déformables de forme compliquée en un assemblage d'éléments de frontière à géométrie simple. Cette formulation peut être obtenue en substituant les équations (2.17) (2.18) et (2.19) dans (2.27), d'où

$$\left[ cI + \sum_{n=1}^N \left( \int_{\Gamma_n} \mathbf{t}^{*T} {}^e N d\Gamma \right) {}^e \mathfrak{R} \right] \hat{\mathbf{u}} = \left[ \sum_{n=1}^N \left( \int_{\Gamma_n} \mathbf{u}^{*T} {}^e N d\Gamma \right) {}^e \mathfrak{R} \right] \hat{\mathbf{t}} \quad (2.28)$$

Cette formulation, en plus du fait qu'elle permet de limiter la discrétisation au contour du domaine, offre une facilité dans le traitement des domaines infinis et semi-infinis puisque la condition de radiation est prise en compte d'une manière inhérente. Cependant, cette formulation requiert l'utilisation de certaines solutions fondamentales, appelées fonctions de Green, qui sont en général, très difficiles à obtenir, et ne sont connues que pour quelques cas de géométrie simple. Lorsque le domaine dans lequel on les considère est infini on obtient explicitement des fonctions de Green classiques du milieu infini (voir annexe A2). Lorsque le domaine est quelconque les fonctions de Green dépendent alors des conditions aux limites imposées à la surface du domaine, mais en général ces fonctions ne sont pas connues explicitement. Pour les problèmes de dynamique des sols certains auteurs utilisent les fonctions de Green du demi-espace homogène avec des conditions aux limites en surface libre. L'utilisation de ces fonctions de Green dans une formulation intégrale permet de s'affranchir de la surface libre ce qui réduit d'autant plus le contour à

discrétiser. Cependant, elles ne sont pas obtenues sous une forme explicite et malgré la réduction du maillage elles demandent en général un effort de calcul plus important que celles du milieu infini (calcul d'intégrale non bornée). En plus, la stratification du milieu à étudier rajoute une complexité additionnelle au problème, ce qui rend impossible le traitement en utilisant les fonctions de Green classiques d'un milieu infini ou d'un milieu semi-infini. D'où, la nécessité d'utiliser des fonctions de Green discrètes et explicites, développées par Kausel et Peek (1982), bien adaptées à ce type de problèmes (voir leur développement dans le sous-chapitre suivant). La mise en œuvre numérique de la méthode des éléments de frontière basée sur les fonctions de Green plane de type infini a fait l'objet de nombreux travaux de recherche dont Banerjee et Butterfield (1981), Brebbia et Dominguez (1989), Hadid (1995), Saha (1997) et Airouche (2000). De ce fait, dans ce chapitre, nous nous contentons d'exposer que l'aspect théorique et la mise en œuvre numérique des fonctions de Green discrètes et explicites bien adaptées à la modélisation des milieux stratifiés infinis ou semi-infini (par exemple, on peut citer, les profils de sol multicouche reposant sur un substratum rocheux ou sur un demi-espace).

### 2.3 Fonctions de Green Discrètes pour un milieu stratifié

La détermination de la réponse d'un profil de sol multicouche à un chargement dynamique, causé par une excitation sismique ou par une force située à une position donnée est régie par la théorie de la propagation d'ondes. Ce problème fut étudié par Thomson (1950) et Haskell (1953). Il a été résolu en utilisant la matrice de transfert dans le domaine des fréquences nombre-d'onde en supposant que les déplacements et les contraintes sont harmoniques dans l'espace et dans le temps. Cette méthode est basée sur le développement d'une matrice dite de transfert d'Haskell-Thomson permettant l'établissement d'un lien entre l'état de déformation et de contrainte en haut et en bas d'une couche donnée d'un sol multicouche (figure 2.2).

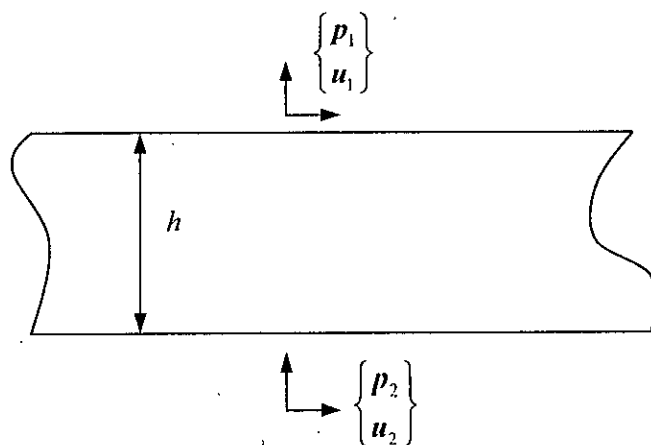


Figure 2.2: Couche discrète d'un sol multicouche

Les composantes de la matrice de transfert d'Haskell-Thomson sont des fonctions transcendantes de la fréquence d'excitation  $\omega$ , du nombre d'onde  $k$  et des propriétés mécaniques de sol. Une méthode alternative à la méthode de la matrice de transfert d'Haskell-Thomson est la méthode de la matrice de rigidité développée par Kausel et Roesset (1981). La matrice développée est une matrice symétrique, qui offre un avantage non négligeable dans la réduction du nombre d'opérations. Quoiqu'attrayant, le calcul des fonctions de Green par l'une des deux méthodes, passe nécessairement par une intégration numérique pas toujours évidente.



Des solutions discrètes et explicites des fonctions de Green correspondant aux cas de charges dynamiques dans un profil de sol multicouche reposant sur un substratum rocheux ou sur un demi-espace ont été développées par Kausel et Peek (1982) et Seale et Kausel (1989). La détermination de ces fonctions de Green est basée sur une approche consistant à linéariser les termes de rigidité entrant dans la formulation de la matrice de rigidité dynamique (Kausel et Roesset, 1981) en subdivisant le profil de sol en couches minces, cette méthode est appelée 'Méthode des Couches Minces' (*Thin Layer Method, TLM*). Le principal avantage de cette méthode est la substitution des expressions transcendantes par des expressions algébriques, transformant le problème de valeurs propres contenant des fonctions transcendantes dont la résolution nécessite des techniques numériques onéreuses, en un problème aux valeurs propres algébriques qui peut être résolu par des techniques standards. Un autre avantage, qui est à notre avis très important, est le fait que la *TLM* permette la détermination analytique des déplacements causés par des charges placées aux interfaces des couches (calcul des transformées de Fourier explicitement) diminuant ainsi l'effort numérique nécessaire. La *TLM* fut d'abord utilisée par Lysmer (1970) pour l'étude de la propagation des ondes de Rayleigh dans un milieu constitué de couches. Waas (1972) développa une extension très substantielle des travaux de Lysmer pour le cas de déformation plane. Kausel (1974) étendit cette formulation au cas axisymétrique et trouva que les problèmes aux valeurs propres associés à ce cas étaient la combinaison de deux problèmes aux valeurs propres l'un dans le plan et l'autre anti-plan. Cette méthode fut appliquée à l'étude de la réponse dynamique et sismique des fondations (Kausel, Roesset et Waas, 1975; Kausel et Roesset, 1975) et à l'étude des milieux multicouche de profondeur finie (Kausel et Roesset, 1977). L'avancée la plus fondamentale vint au début des années 80, lorsque Tajimi (1980), Waas (1980) et Kausel (1981) ont mis en œuvre indépendamment cette méthode pour obtenir la réponse d'un système multicouche de profondeur finie à des sources concentrées agissant à l'intérieur ou à la surface du milieu. Kausel et Peek (1982) ont présenté des fonctions de Green pour des sources de types variés. Un nombre important d'application et d'extension ont suivi, incluant les réponses de milieux semi-infinis, comme le cas de couches reposant sur un demi-espace élastique (Seale, 1985; Kausel et Seale, 1987; Seale et Kausel, 1989), et l'étude de l'anisotropie dans les domaines fréquentiels (Kausel, 1986) et temporel (Kausel, 1994).

### 2.3.1 Matrice de rigidité algébrique via la méthode des couches minces (TLM)

Comme cela a été expliqué précédemment, si l'épaisseur des couches est suffisamment petite, comparée à la longueur d'onde sismique, il est possible de linéariser les fonctions transcendantes qui gouvernent le déplacement dans la direction verticale. En utilisant la formulation faible discrète de l'élastodynamique (équation 2.20), l'équation de l'équilibre dynamique d'un profil de sol multicouche (figure 2.3), subdivisé en sous-couches minces au sens des éléments finis de façon à pouvoir supposer que le champ de déplacements suit une loi polynomiale dans la direction verticale, peut être obtenue dans le cas de déformations planes comme suit (Kausel, 1994)

$$\mathbf{P} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} - \mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial^2 x_1} - \bar{\mathbf{B}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_1} + \mathbf{G} \mathbf{U} \quad (2.29)$$

où  $\mathbf{P}$  représente les forces dues aux contraintes externes,  $\mathbf{t}$ , agissant sur les interfaces des sous-couches et aux forces volumiques

$$\mathbf{P} = \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left( \int_{\Gamma_\sigma} {}^e \mathbf{N}^T {}^e \mathbf{t} d\Gamma \right) {}^e \mathcal{R} + \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left( \int_{\Omega} {}^e \mathbf{N}^T {}^e \mathbf{b} d\Omega \right) {}^e \mathcal{R} \quad (2.30)$$

$\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\bar{\mathbf{B}}$  et  $\mathbf{G}$  sont des matrices exprimées sous la forme

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left( \int_{\Omega} {}^e \rho {}^e \mathbf{N}^T {}^e \mathbf{N} dx_2 \right) {}^e \mathcal{R} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{A} = \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left( \int_{\Omega} {}^e \mathbf{N}^T \mathbf{L}_1^T {}^e \mathbf{D} \mathbf{L}_1 {}^e \mathbf{N} dx_2 \right) {}^e \mathcal{R} \quad (2.32)$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left[ \int_{\Omega} \left( {}^e \mathbf{N}^T \mathbf{L}_1^T {}^e \mathbf{D} \mathbf{L}_2 {}^e \mathbf{N}' - {}^e \mathbf{N}'^T \mathbf{L}_2^T {}^e \mathbf{D} \mathbf{L}_1 {}^e \mathbf{N} \right) dx_2 \right] {}^e \mathcal{R} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{G} = \sum_{e=1}^N {}^e \mathcal{R}^T \left( \int_{\Omega} {}^e \mathbf{N}^T \mathbf{L}_2^T {}^e \mathbf{D} \mathbf{L}_2 {}^e \mathbf{N}' dx_2 \right) {}^e \mathcal{R} \quad (2.34)$$

' $N$ ' indique la dérivée de la matrice d'interpolation par rapport à  $x_2$ . On note que  $M$ ,  $A$  et  $G$  sont symétriques, alors que la matrice  $\bar{B}$  est antisymétrique. Les expressions des matrices élémentaires  $A_m$ ,  $\bar{B}_m$ ,  $G_m$  et  $M_m$  sont données en Annexe A1.

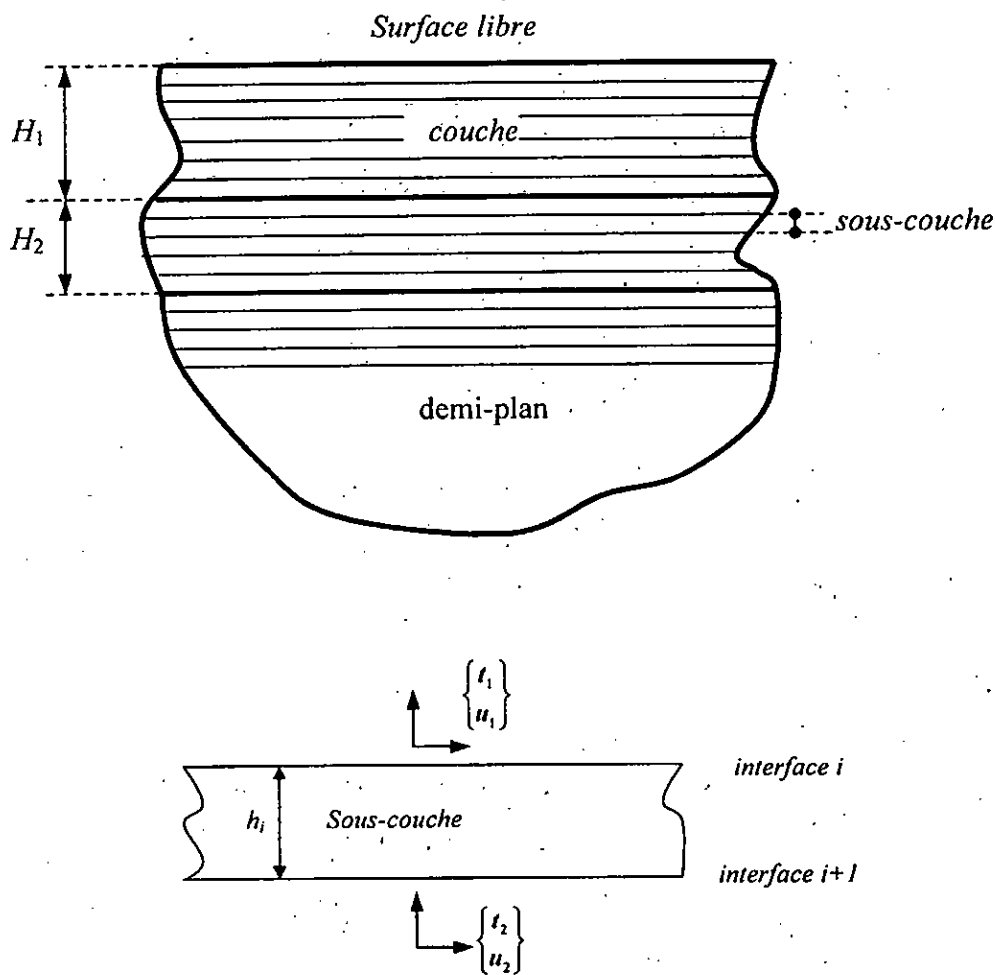


Figure 2.3 : Discrétisation d'un sol multicouche

Il est clair que la discrétisation introduite dans la formulation faible de l'équation d'élastodynamique dans le sens de la stratification élimine sa dépendance par rapport à la coordonnée  $x_2$  mais conduit à un système d'équations aux dérivées partielles dont la résolution reste délicate à cause de la présence des dérivées partielles. Pour éliminer cet inconvénient, la résolution doit se faire dans le domaine des fréquences-nombres d'onde. D'où, la réécriture de l'équation d'équilibre dynamique (2.29) dans le domaine des fréquences-nombres d'onde sous la forme

$$\tilde{A}^T Y K^2 + \tilde{C}^T Y = 0 \quad (2.43b)$$

En utilisant les propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres gauche et droit par rapport aux matrices  $\tilde{A}$  et  $\tilde{C}$ , les vecteurs propres sont normalisés comme suit

$$Y^T \tilde{A} Z = K_R \quad Y^T \tilde{C} Z = -K_R^3 \quad (2.44)$$

Les valeurs propres sont choisies de telle façon que les modes correspondant aux ondes se propagent de la source vers l'infini. Ce choix correspond aux nombres d'onde pour lesquels les déplacements à l'infini sont nuls. Un tel choix nous conduit à choisir  $2N$  valeurs propres  $k_j$  qui satisfont les conditions suivantes (Kausel et Peek, 1982):

- Pour les nombres d'onde complexes, nous prenons ceux dont la partie imaginaire est négative
- Pour les nombres d'onde réels, nous gardons ceux qui sont positifs.

### 2.3.2.2 Cas anti-plan

$$(k_j^2 A_3 + C_3) \phi_{3j} = 0 \quad (2.45a)$$

ou

$$\phi_{3i}^T (A_3 k_i^2 + C_3) = 0 \quad (2.45b)$$

Pré-multiplions l'équation (2.45a) par  $\phi_{3i}^T$ , post-multiplions l'équation (2.45b) par  $\phi_{3j}$  et soustrayons les deux équations, les conditions d'orthogonalité dans le cas anti-plan sont obtenues comme suit

$$\phi_{3i}^T A_3 \phi_{3j} = 0 \quad i \neq j; \neq 0 \quad i = j \quad (2.46a)$$

$$\phi_{3i}^T C_3 \phi_{3j} = 0 \quad i \neq j; \neq 0 \quad i = j \quad (2.46b)$$

D'où, l'écriture suivante sous la forme matricielle du problème aux valeurs propres défini dans l'équation (2.45)

$$A_3 \Phi_3 K_L^2 + C_3 \Phi_3 = 0 \quad (2.47a)$$

et

$$A_3^T \Phi_3 K_L^2 + C_3^T \Phi_3 = 0 \quad (2.47b)$$

En utilisant les propriétés d'orthogonalité des vecteurs propres par rapport aux matrices  $A_3$  et  $C_3$ , les vecteurs propres sont normalisés comme suit

$$\Phi_3^T A_3 \Phi_3 = I \quad \Phi_3^T C_3 \Phi_3 = -K_L^2 \quad (2.48)$$

L'annexe A3 décrit en détail les étapes nécessaires pour le calcul des fonctions de Green discrètes de type déplacement et contrainte des milieux stratifiés.

### 2.3.3 Extension de la *TLM* au calcul des fonctions de Green discrètes pour un milieu stratifié semi-infini

Afin d'étendre la méthode des couches minces au calcul des fonctions de Green d'un profil de sol multicouche surmontant un demi-plan, l'écriture de la matrice de rigidité du demi-plan sous une forme quadratique est nécessaire (Seale et Kausel, 1989). La matrice d'impédance d'un plan semi-infini peut être donc exprimée sous la forme d'une série de puissance du nombre d'onde (expansion en série de Taylor). Une approximation de second ordre est obtenue en calculant les trois premiers termes de la série

$$K(k) = K(0) + kK'(0) + \frac{1}{2}k^2 K''(0) \quad (2.49)$$

Seale et Kausel (1989) ont montré que cette approximation correspond exactement aux conditions aux frontières paraxiales d'un milieu semi-infini proposées par Clayton et Engquist (1977). Les résultats obtenus pour le cas d'un demi-plan isotrope sont (Seale et Kausel, 1989)

$$k_{33} = i\omega\rho c_2 - \frac{1}{2}ik^2 \frac{G}{\omega} c_2$$

$$k_{11} = i\omega\rho c_2 + \frac{1}{2}ik^2 \frac{c_2}{\omega} (G - 2\sqrt{G}\sqrt{\lambda + 2G})$$
(2.50)

$$k_{12} = k\left(\sqrt{\frac{\lambda + 2G}{G}} - 2\right)$$

$$k_{22} = i\omega\rho c_1 + \frac{1}{2}ik^2 \frac{c_1}{\omega} (\lambda + 2G - 2\sqrt{G}\sqrt{\lambda + 2G})$$

$$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho} : \text{vitesse d'onde de dilatation}$$

où

$$c_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}} : \text{vitesse d'onde de cisaillement}$$

$\lambda$  : constante de Lamé,  $G$  : module de cisaillement et  $\rho$  : masse volumique.

L'équation (2.50) est alors utilisée pour former la matrice d'impédance d'un demi-plan. L'équation (2.50) est combinée avec les matrices de rigidité des sous-couches de profil de sol pour former la matrice de rigidité globale. Une fois la matrice de rigidité globale du profil de sol multicouche formée, la procédure pour l'obtention des fonctions de Green est la même que pour le cas d'un multicouche surmontant un substratum rocheux. L'approximation algébrique définie par l'équation (2.50) absorbera complètement les ondes se propageant verticalement et à des degrés moindres, les ondes ayant une certaine inclinaison par rapport à l'axe vertical. Cependant, une bonne précision peut être obtenue si une série de sous-couches est rajoutée sur le demi-espace (Seale, 1985; Maeda et Kausel, 1991).

## **2.4 Conclusion**

Nous avons présenté au long de ce chapitre la formulation de la méthode des éléments de frontière pour un problème d'élastodynamique. Par le biais de choix des fonctions de Green, nous avons développé deux algorithmes indépendants permettant pour le premier le traitement des problèmes en élastodynamique des milieux bornés et semi-infinis, tandis que le deuxième se caractérise par le traitement des problèmes en élastodynamique des milieux stratifiés horizontalement semi-infinis. Les fonctions de Green ainsi que le traitement de leurs intégrales singulières résultant sont exposées d'une manière explicite dans l'annexe A2.

---

## *Application de la Méthode des Eléments de Frontière à l'Etude de la Réponse Dynamique des Fondations*

---

L'étude de la réponse dynamique de fondations rigides revêt une importance capitale dans la conception des fondations supportant les machines vibrantes, ainsi que dans la conception parasismique des structures avec prise en compte de l'interaction sol-fondation. Les endommagements causés par les séismes indiquent que les propriétés locales du sol, le degré d'enterrement, la stratification du sol, etc., jouent un rôle déterminant dans le comportement dynamique du système sol-fondation. Dans ce chapitre, l'interaction dynamique de fondations filantes, rigides reposant ou enterrées dans des milieux viscoélastiques homogènes ou stratifiés (non-homogénéité discrète ou continue) et soumis à des forces extérieurement appliquées est étudiée par la *BEM* en conjonction avec des fonctions de Green d'un milieu infini (*CBEM*) ou des fonctions de Green discrètes explicites d'un milieu stratifié semi-infini (*TLBEM*). Des résultats d'ordres numérique et pratique sont obtenus permettant de répondre à quelques questions posées telles que le choix de l'élément constant (Hadid et Berrah, 2001), l'utilisation des fonctions de Green de milieu infini pour la modélisation des problèmes non convexes (Hadid et Berrah, 2001), et l'effet de la stratification et la non homogénéité de sol sur la réponse dynamique des fondations (Hadid et Berrah, 1997; Hadid et Berrah, 1999).



### 3.1 Introduction

Durant la première moitié du siècle dernier, les massifs de fondation supportant les machines vibrantes ont été conçus par des modèles simples tels que le modèle de Winkler. Une revue de ces modèles peut être trouvée dans Whitman et Richart (1967) et Richart *et al.* (1970). Dans ce domaine, la première étude sur la détermination de la rigidité dynamique (fonction d'impédance) d'une fondation supportée par un demi-espace linéaire, homogène et élastique est due à Reissner (1936). Il a étudié la réponse d'un disque sur la surface du sol sollicité par une charge harmonique verticale. Une répartition de contrainte uniforme sous le disque a été supposée. Sachant que la distribution des contraintes réelles est loin d'être uniforme, plusieurs chercheurs ont obtenu des solutions au problème en supposant certaines répartitions de contraintes pour des fondations circulaires ou rectangulaires (Arnold *et al.*, 1965 ; Bycroft, 1956). Le problème mixte aux valeurs limites d'une fondation vibrante où les déplacements sont imposés à l'interface sol-fondation et les contraintes sont nulles sur la surface libre a été étudié durant les années 60 et le début des années 70 (Lysmer et Richart, 1966; Paul, 1967; Veletsos et Wei, 1971; Luco et Westmann, 1971a et 1971b). Des conditions aux limites relâchées sont supposées dans ces études. Plusieurs travaux sont également réalisés en utilisant des modèles viscoélastiques (Veletsos et Verbic, 1973). Wong et Luco (1976) ont calculé les souplesses dynamiques d'une fondation superficielle rigide sans masse de forme géométrique arbitraire sur un demi-espace élastique en subdivisant l'interface sol-fondation en éléments rectangulaires. Les contraintes sont considérées uniformes dans chaque élément et la relation entre contraintes au sein d'un élément et les déplacements sur la surface de sol est obtenue par intégration de la solution de Lamb (1904). Cette méthode est, en effet, une méthode des éléments de frontière avec l'utilisation des fonctions de Green d'un demi-espace. En réalité, les fondations sont généralement semi-enterrées dans le sol. L'obtention des fonctions de rigidité dynamique de celles-ci nécessite le recours aux méthodes numériques plus puissantes telles que la *FEM* ou la *BEM*.

Le développement des frontières absorbantes pour le cas 2D par Waas (1972) et le cas axisymétrique par Kausel (1974) rend l'utilisation de la *FEM* possible pour l'analyse des fondations reposant ou enterrées dans des profils de sol stratifiés. Cependant, ce modèle repose sur des hypothèses peu réalistes telles que l'existence d'un substratum rigide au pied de profil du sol ou l'extension de la stratification horizontale vers l'infini. En

plus, l'analyse de l'interaction dynamique des fondations en 3D présente une difficulté majeure pour le modèle en éléments finis en raison de la taille importante du maillage nécessaire à la modélisation du problème.

La *BEM* constitue un outil de calcul précis et efficace qui s'adapte particulièrement bien à l'étude dynamique des fondations superficielles et enterrées dans un milieu semi-infini. En effet, Les conditions de radiation des ondes à l'infini sont incluses dans la formulation de manière inhérente et n'exigent donc pas l'introduction d'équations supplémentaires à cet effet. La formulation directe dans le domaine des fréquences de la *BEM* a été appliquée pour la première fois aux calculs des fonctions d'impédance des fondations rectangulaires reposant ou enterrées dans un demi-espace viscoélastique par Dominguez (1978a). Abascal et Dominguez (1984) ont utilisé la *BEM* pour étudier l'effet du sol sous-jacent et celui d'un substratum non rigide sur les fonctions d'impédance de fondations filantes. Une étude paramétrique relative à l'influence des propriétés mécaniques des sols telles que le coefficient de Poisson, et l'amortissement, et à l'influence de l'enterrement et du type de contact sol-fondation a été faite par Hadid (1995) pour le cas des fondations filantes rigides, superficielles ou enterrées dans un sol viscoélastique. Les résultats fournis sont obtenus via la *BEM* associée à une procédure analytique contournant les intégrations numériques de fonctions de Green singulières (Hadid et Berrah, 1995). Une autre étude paramétrique relative à l'influence de la discrétisation, du rapport d'impédance entre la couche supérieure de sol et le substratum élastique, de l'épaisseur de la couche supérieure, du degré d'enterrement et du type de contact sol-fondation a été aussi faite par Ahmad et Rupani (1999), et ce pour le cas de fondations carrées enterrées dans un sol stratifié. Apsel (1979) a utilisé une formulation indirecte de la *BEM* (*Indirect Boundary Element Method, IBEM*) en conjonction avec des fonctions de Green semi-analytiques pour l'évaluation des fonctions d'impédance des fondations circulaires enterrées dans un demi-espace stratifié. Les fonctions d'impédance des fondations circulaires superficielles ou enterrées dans des sols multicouche ont été calculées en utilisant la formulation directe de la *BEM* par Gomez-Lera *et al.* (1985), Alarcon *et al.* (1989) et Emperador et Dominguez (1989). Karabalis et Beskos (1984) et Spyrakos et Beskos (1986a et 1986b) ont mené une étude similaire en 3D et en 2D, respectivement, dans le domaine des temps. Egalement, dans le domaine des temps, Mohammadi et Karabalis (1990) ont étudié en utilisant une technique de discrétisation adaptative pour analyser l'interaction 3D sol-structure. La *IBEM* a été utilisée récemment par Zhao *et al.* (1997) pour le calcul des

fonctions d'impédance des fondations rigides en 2D enterrées dans un demi-plan stratifié. Des fonctions de Green dans le domaine des nombres d'onde discrets développées par Wolf et Darbre (1984a et 1984b) ont été utilisées dans cette étude. En ce qui concerne les sols non-homogènes (le module de cisaillement varie en fonction de la profondeur), Waas, Riggs et Werkle (1985) ont étudié la réponse dynamique des fondations circulaires superficielles par la *TLM*. Les fondations filantes superficielles ont été étudiées par Asik (1999) en utilisant une approche variationnelle basée sur une procédure itérative. Les fondations rectangulaires rigides reposant sur un demi-espace non-homogène ont été traitées par Vrettos (1999) par une approche semi-analytique. Le cas des fondations enterrées dans des sols non-homogènes n'a pas été étudié antérieurement dans la littérature. Ainsi, la réponse dynamique de fondations filantes, rigides, reposant ou enterrées dans des milieux viscoélastiques homogènes ou stratifiés (non-homogénéité discrète ou continue) et soumises à des forces extérieurement appliquées est étudiée par la *BEM* en conjonction avec des fonctions de Green d'un milieu infini (*CBEM*, Hadid et Berrah, 2001) ou des fonctions de Green discrètes explicites d'un milieu stratifié semi-infini (*TLBEM*, Hadid et Berrah, 2002; Berrah et Hadid, 2003) sera traitée dans le présent chapitre.

### 3.2 Formulation du Phénomène de l'Interaction Dynamique Sol-Fondation

Pour étudier l'interaction dynamique sol-fondation, l'équation des éléments de frontière (2.28) est utilisée pour la détermination de la matrice d'impédance dynamique,  $\mathbf{K}$  (ou la matrice de souplesse,  $\mathbf{C} = \mathbf{K}^{-1}$ ). Sous forme matricielle, l'équation (2.28) devient

$$\tilde{\mathbf{H}} \mathbf{u} = \mathbf{G} \mathbf{q} \quad (3.1)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{H}} = c \mathbf{I} + \sum_{e=1}^N \left( \int_{\Gamma_e} \mathbf{t}^{*T} {}^e \mathbf{N} d\Gamma \right) {}^e \mathcal{R} \quad (3.2)$$

et

$$\mathbf{G} = \sum_{e=1}^N \left( \int_{\Gamma_e} \mathbf{u}^{*T} {}^e \mathbf{N} d\Gamma \right) {}^e \mathcal{R} \quad (3.3)$$

Dans le cas où l'on utilise les fonctions de Green d'un milieu infini, les éléments de frontière de l'équation (3.1) peuvent être subdivisés en deux parties (figure 3.1), la

première partie identifiée par l'indice  $c$ , désigne les éléments de contact sol-fondation; la deuxième partie identifiée par l'indice  $r$ , désigne les éléments restants. L'utilisation des fonctions de Green discrètes d'un milieu stratifié semi-infini, nous amène à omettre les matrices associées à l'indice  $r$ .

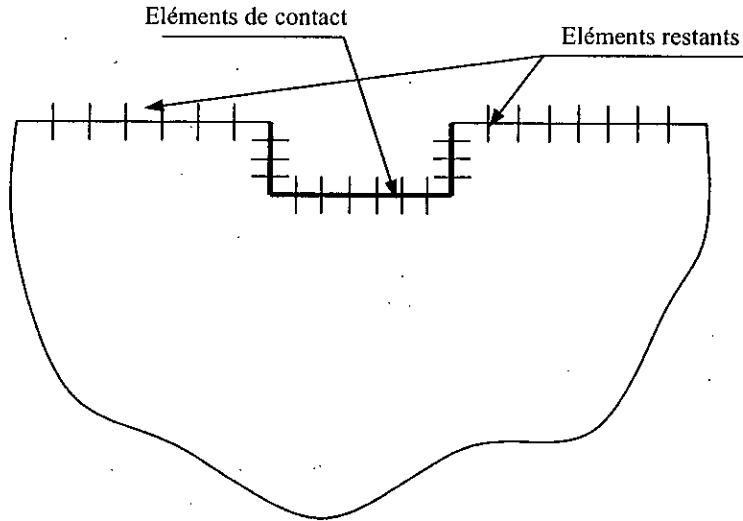


Figure 3.1 : Discrétisation par éléments de frontière

d'où l'écriture suivante de l'équation (3.1)

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}^{cc} & \tilde{H}^{cr} \\ \tilde{H}^{rc} & \tilde{H}^{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} & G^{cr} \\ G^{rc} & G^{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

En utilisant une procédure de condensation, l'équation (3.4) peut être écrite comme suit

$$\bar{G} q^c = \bar{H} u^c \quad (3.5)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \tilde{H}^{cc} - \tilde{H}^{cr} (\tilde{H}^{rr})^{-1} \tilde{H}^{rc} \\ \bar{G} &= G^{cc} - \tilde{H}^{cr} (\tilde{H}^{rr})^{-1} G^{rc} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Lorsque la fondation est très rigide en comparaison avec le sol, nous pouvons supposer que cette dernière se déplace 'rigidement', et ainsi les déplacements sur la frontière de la

*Formulation du Phénomène de l'Interaction Dynamique Sol-Fondation*

fondation peuvent être obtenus à partir des mouvements de corps rigide par l'intermédiaire d'une matrice de transformation  $T$ , qui dépend uniquement des coordonnées relatives des nœuds de frontière par rapport à un point de référence, d'où

$$u^e = T u^f \quad (3.7)$$

où  $u^f$  est le vecteur déplacements de corps rigide de la fondation. En supposant que le point de référence ait des coordonnées zéros, les sous matrices de  $T$  correspondant à chaque nœud  $j$  sont données par

$$T_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_2 \\ 0 & 1 & x_1 \end{bmatrix}_j \quad (3.8)$$

$$u^f = \{u_{x_1} \quad u_{x_2} \quad u_\theta\}^T \quad (3.9)$$

dans le cas dans-le-plan, et

$$T_j = [1]_j \quad (3.10)$$

$$u^f = \{u_{x_1}\}^T \quad (3.11)$$

dans le cas anti-plan

En introduisant la relation force-contraintes sur l'interface sol-fondation

$$F = T^T A q^e \quad (3.12)$$

où  $A$  est une matrice carrée définie comme suit

$$A = \sum_{e=1}^{N_s} {}^e \mathcal{N}^T \left( \int_{\Gamma_\sigma} {}^e N^T {}^e N d\Gamma \right) {}^e \mathcal{N} \quad (3.13)$$

Combinant les équations (3.5), (3.7) et (3.12), il en découle que le vecteur des forces appliquées dans les directions des déplacements, peut être défini sous une forme matricielle comme

$$F = K u^f \quad (3.14)$$

où

$$K = T' \mathfrak{Z} \quad (3.15)$$

est la matrice d'impédance, et  $\mathfrak{Z} = A \overline{G}^{-1} \overline{H} T$  est la matrice des contraintes surfaciques de contact.

### Validation des Algorithmes Développés

Pour mettre en exergue la qualité du travail et la précision des calculs, nous allons traiter quelques exemples de fondations sujettes à des chargements de translations et de balancement. Il s'agit de fondations filantes superficielles ou enterrées dans un demi-espace homogène ou dans une couche de sol homogène reposant sur un substratum élastique ou rocheux. Les résultats obtenus seront comparés avec d'autres travaux utilisant la *BEM* ou la *FEM*.

#### 3.3.1 Algorithme basé sur les fonctions de Green d'un milieu infini

Pour valider le présent algorithme basé sur les fonctions de Green correspondant au milieu infini, nous avons défini les fonctions d'impédance des fondations filantes rigides non pesantes enterrées dans un demi-plan comme suit (Zhao *et al.*, 1997)

$$\begin{Bmatrix} P_u \\ P_v \\ \frac{M}{B} \end{Bmatrix} = \pi G \left( \begin{bmatrix} k_{uu} & & k_{ur} \\ & k_{vv} & \\ k_{ru} & & k_{rr} \end{bmatrix} + i\alpha_0 \begin{bmatrix} c_{uu} & & c_{ur} \\ & c_{vv} & \\ c_{ru} & & c_{rr} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \theta_0 B \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

où  $P$  et  $M$  sont les amplitudes des forces de translation et de balancement appliquées au point de référence par unité de longueur et  $G$  est le module de cisaillement de sol. Les indices  $u$ ,  $v$  et  $r$  indiquent les directions horizontale, verticale et balancement, respectivement (figure 3.2).

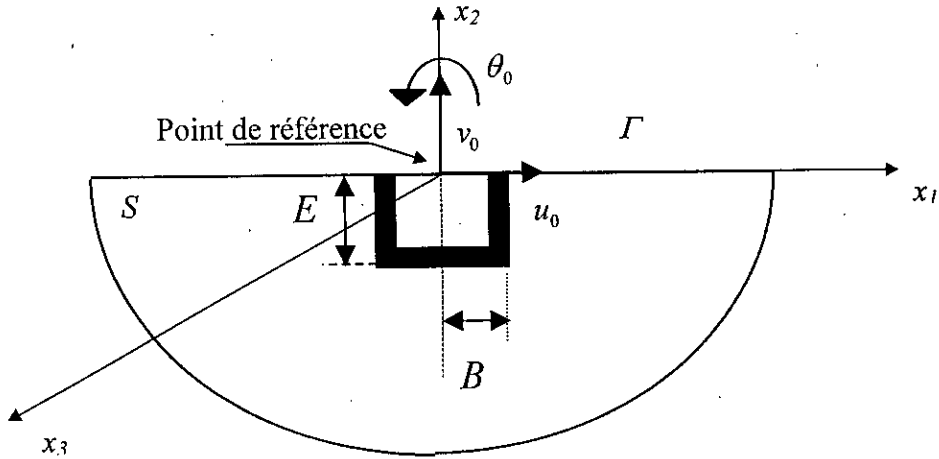


Figure 3.2: Configuration géométrique de la fondation

Les matrices dans l'équation (3.16) sont symétriques. La fréquence adimensionnelle est définie par

$$a_0 = \frac{\omega B}{c_2} \quad (3.17)$$

L'utilisation d'une fonction de Green correspondant au milieu infini, nécessite en général une forme de discrétisation portant sur la frontière du domaine borné en entier. Cependant, cette fonction de Green peut être utilisée dans le cas de l'interaction dynamique sol-fondation en discrétisant uniquement l'interface sol-fondation et une distance très limitée du champ libre autour de la fondation (Hadid, 1995). Ceci peut être expliqué par le comportement asymptotique de la solution fondamentale à l'infini convergeant vers des valeurs nulles (les valeurs extradiagonales des matrices  $H$  et  $G$  sont négligeables par rapport aux valeurs de la bande diagonale). On note que le maillage est choisi en correspondance avec la fréquence d'excitation considérée. Nous avons pris le soin de limiter à  $\lambda/8$  la taille des éléments de frontières,  $\lambda$  étant la longueur d'onde de cisaillement.

Les résultats obtenus correspondant aux fondations rigides enterrées dans un demi-plan homogène sont comparés dans le Tableau I avec ceux calculés par Alarcon *et al.* (1980) et Zhao *et al.* (1997). Alarcon *et al.* (1980) ont utilisé la *BEM* (éléments constants) conjointement avec les fonctions de Green classiques du milieu infini. Zhao *et al.* (1997) ont utilisé la *IBEM* (éléments linéaires) en conjonction avec les fonctions de Green

développées dans le domaine des nombres d'onde discrets par Wolf et Darbre (1984a et 1984b). Le degré d'enterrement  $E/B = 0.5$ , le coefficient de Poisson  $\nu = 0.33$  et coefficient d'amortissement  $\beta = 0.005$  sont utilisés dans la présente comparaison. En se basant sur le tableau I, on peut conclure que les résultats obtenus à partir du présent algorithme pour les éléments constants, linéaires et quadratiques (le même nombre de nœuds est utilisé pour les différents types d'éléments) sont en parfait accord avec ceux obtenus par Zhao *et al.* (1997) et Alarcon *et al.* (1980). En outre, la comparaison des résultats montre que les éléments constants donnent une précision satisfaisante pour les problèmes concernant l'interaction sol-fondation à savoir les problèmes statique et dynamique n'incluant pas la flexion (Brebbia et Dominguez, 1989).

Tableau I: Comparaison des coefficients de rigidité pour les fondations rigides enterrées dans un demi-plan élastique ( $E/B = 0.5$ ,  $\nu = 0.33$ ,  $\beta = 0.005$ )

Coefficients de rigidité horizontal										
$a_0$	Présente étude						Zhao <i>et al.</i> (1997)		Alarcon <i>et al.</i> (1980)	
	Eléments Constants		Eléments linéaire		Eléments quadratiques		$k_{uu}$	$c_{uu}$	$k_{uu}$	$c_{uu}$
	$k_{uu}$	$c_{uu}$	$k_{uu}$	$c_{uu}$	$k_{uu}$	$c_{uu}$				
0.5	0.62	1.46	0.60	1.38	0.59	1.38	0.61	1.46	0.64	1.40
1.0	0.64	1.26	0.61	1.21	0.61	1.21	0.68	1.28	0.70	1.24
1.5	0.73	1.23	0.70	1.18	0.71	1.18	0.70	1.22	0.73	1.19

Coefficients de rigidité vertical										
$a_0$	Présente étude						Zhao <i>et al.</i> (1997)		Alarcon <i>et al.</i> (1980)	
	Eléments Constants		Eléments linéaire		Eléments quadratiques		$k_{vv}$	$c_{vv}$	$k_{vv}$	$c_{vv}$
	$k_{vv}$	$c_{vv}$	$k_{vv}$	$c_{vv}$	$k_{vv}$	$c_{vv}$				
0.5	0.56	1.62	0.54	1.60	0.54	1.60	0.56	1.58	0.54	1.59
1.0	0.46	1.49	0.47	1.46	0.47	1.45	0.50	1.54	0.51	1.50
1.5	0.47	1.51	0.46	1.52	0.46	1.52	0.48	1.52	0.45	1.51

En général, les éléments linéaires et quadratiques donnent une meilleure représentation des variables de frontières et produisent une importante amélioration en terme de précision (spécialement pour les éléments quadratiques), mais ils sont plus difficiles à programmer. Cependant, pour ce problème particulier associé à la forme rectangulaire des fondations rigides enterrées dans un demi-plan élastique, les deux



éléments comparés à l'élément constant, donnent une légère amélioration en précision pour un grand effort supplémentaire en terme de programmation. Vu les raisons citées ci-dessus, une formulation basée sur l'élément constant est adoptée dans la suite de ce travail de recherche.

L'analyse des problèmes en élastodynamique dont le domaine est non convexe (figure 3.3) a reçu une considérable attention (Antes et Von Estorff, 1987; Triantafyllidis et Dasgupta, 1990; Von Estorff *et al.*, 1990; Von Estorff et Prabucki, 1990; Tadeu *et al.*, 1996 et enfin Hadid et Berrah, 2001). Lorsque le domaine considéré est non convexe (les domaines non convexes peuvent être rencontrés quand on considère les tunnels, les fondations enterrées, les excavations, etc.), il est important de s'assurer que toutes les ondes se propageant en dehors du domaine, ne sont pas présentes dans la solution. Antes et Von Estorff (1987) et Triantafyllidis et Dasgupta (1990) montrent que l'application conventionnelle de la *BEM* en élastodynamique dans les domaines non convexes ne satisfait pas la condition de causalité. Cependant, en subdivisant le domaine non convexe en domaines convexes et en assurant la compatibilité et l'équilibre sur chaque interface, les résultats obtenus peuvent être améliorés substantiellement. A partir de la comparaison entre les résultats obtenus dans cette étude (*BEM* conventionnelle est utilisée) et ceux obtenus par Zhao *et al.* (1997) (le domaine global est subdivisé en sous domaines convexes et couplés à travers des conditions d'interface appropriées), nous pouvons conclure que le présent algorithme permet de donner une précision satisfaisante. Les erreurs qui peuvent être introduites dans le cas des domaines non convexes peuvent être réduites par la précision des approximations numériques (Von Estorff *et al.*, 1990; Von Estorff et Prabucki, 1990; Tadeu *et al.*, 1996; Hadid et Berrah, 2001). En d'autres termes, une discrétisation raffinée devrait être utilisée. D'où, l'importance de se rendre compte que l'application conventionnelle de la *BEM* dans les domaines non convexes en élastodynamique est possible mais nécessite plus d'effort en terme de calcul (une discrétisation raffinée en éléments de frontière est nécessaire).

### **3.3.2 Algorithme basé sur les fonctions de Green d'un milieu stratifié semi-infini**

Dans ce qui suit, nous validons le présent algorithme basé sur les fonctions de Green correspondant à un milieu stratifié. De ce fait, les déplacements (souplesse) horizontal, vertical et de balancement ( $P'_x$ ,  $P'_z$ ,  $P'_{yy}$  respectivement) des fondations filantes superficielles reposant sur un demi-plan homogène sont évalués. Vu que la fonction de Green utilisée

dans cet exemple correspond à un milieu stratifié semi-infini, la discrétisation est limitée uniquement à l'interface sol-fondation. L'interface sol-fondation est donc discrétisée en 5 éléments constants de longueur égale et le demi-plan est modélisé par une couche superficielle d'une hauteur égale à  $2B$  subdivisée en 12 sous-couches (figure 3.4).

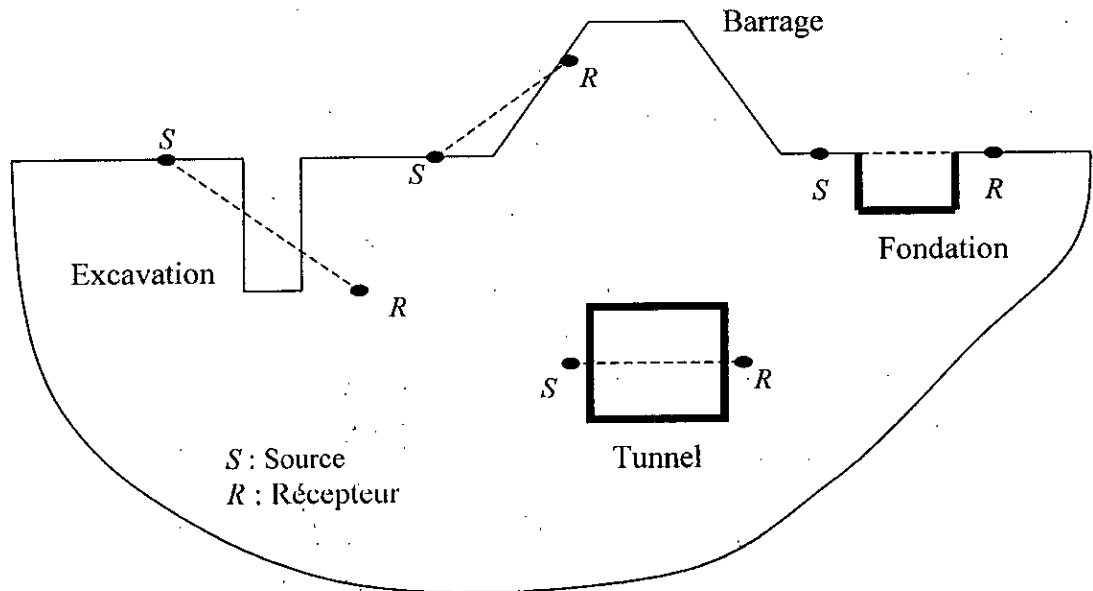


Figure 3.3 : Domaines non convexes

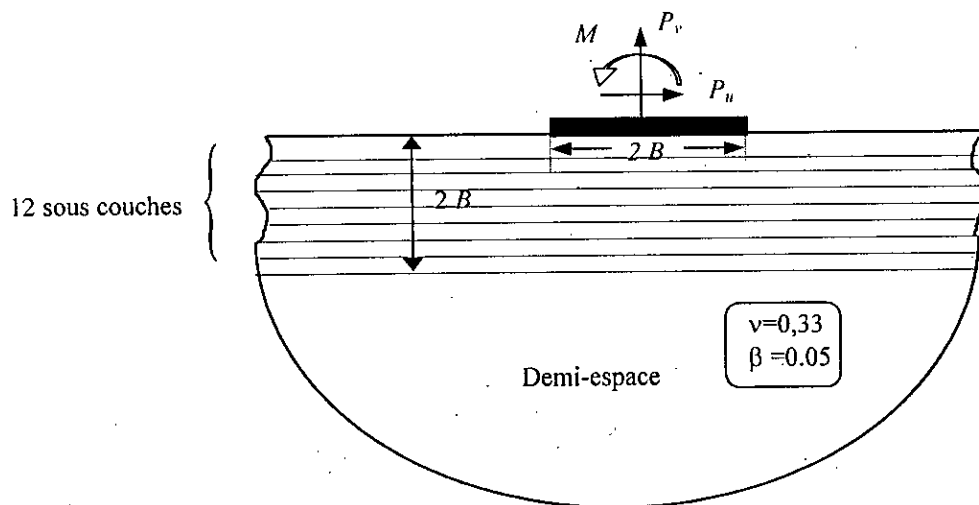


Figure 3.4: Fondation superficielle reposant sur un demi-espace homogène

La Figure 3.7 présente les parties réelle et imaginaire respectivement des fonctions de souplesse des fondations superficielles reposant sur un demi-plan viscoélastique. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par la *BEM* (éléments constants) conjointement avec les fonctions de Green classiques du domaine infini (Abascale et Dominguez, 1986). Une très bonne concordance est observée entre les deux résultats présentés dans la figure 3.7, d'où la validation et la précision de l'algorithme développé.

On s'intéresse également à l'étude des vibrations des fondations superficielles sur un profil de sol homogène reposant sur un substratum rocheux (figure 3.5). Cet exemple a pour but de mettre en évidence la diversité des problèmes que peut traiter le modèle développé. L'interface sol-fondation est discrétisée en 5 éléments constants de longueur égale et le profil de sol homogène d'une hauteur égale à  $2B$  est subdivisé en 10 sous-couches.

La Figure 3.8 présente les parties réelle et imaginaire respectivement des fonctions de souplesse des fondations superficielles sur un monocouche homogène viscoélastique reposant sur substratum rocheux. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par la *TLM* (Tassoulas et Kausel, 1983). Une très bonne concordance est observée entre les deux résultats présentés dans la figure 3.8.

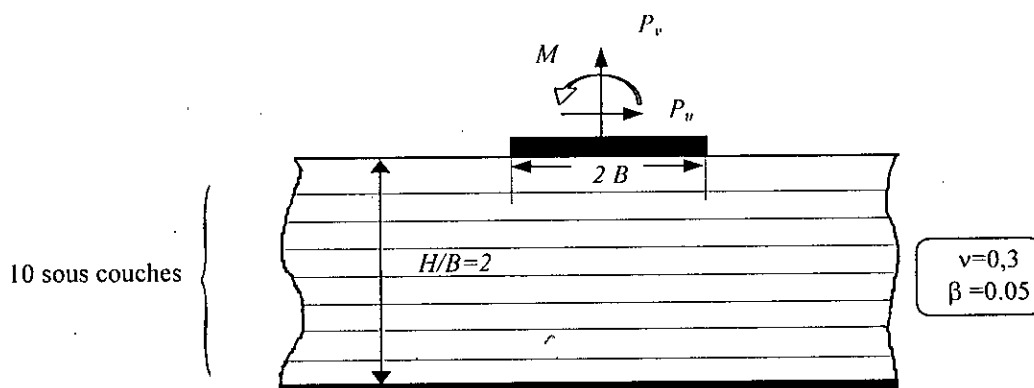


Figure 3.5: Fondation superficielle sur un monocouche homogène reposant sur substratum rocheux

Les fonctions de souplesse des fondations enterrées dans un profil de sol reposant sur un substratum rocheux sont finalement étudiées et comparées avec les résultats obtenus par Liang (1974) lesquels sont en parfait accord. Le profil de sol est homogène, isotrope,

élastique et repose sur un substratum rocheux (figure 3.6). L'épaisseur du profil est prise égale à la largeur entière de la fondation ( $H/B=2$ ) et le degré d'enterrement est pris égale à  $2/3$  de la demi-largeur de la fondation ( $E/B=2/3$ ). L'interface sol-fondation est discrétisée en 5 éléments constants et 6 éléments linéaires de longueur égale et le profil de sol est subdivisé en 9 sous-couches (figure 3.6). La Figure 3.9 présente les parties réelle et imaginaire respectivement de la fonction de souplesse horizontale des fondations enterrées dans un monocouche homogène viscoélastique reposant sur substratum rocheux.

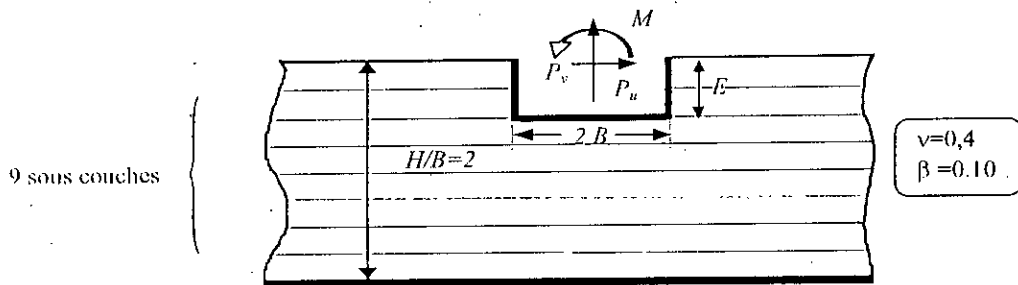


Figure 3.6: Fondation enterrée dans un substratum rocheux

Validation des Algorithmes Développés

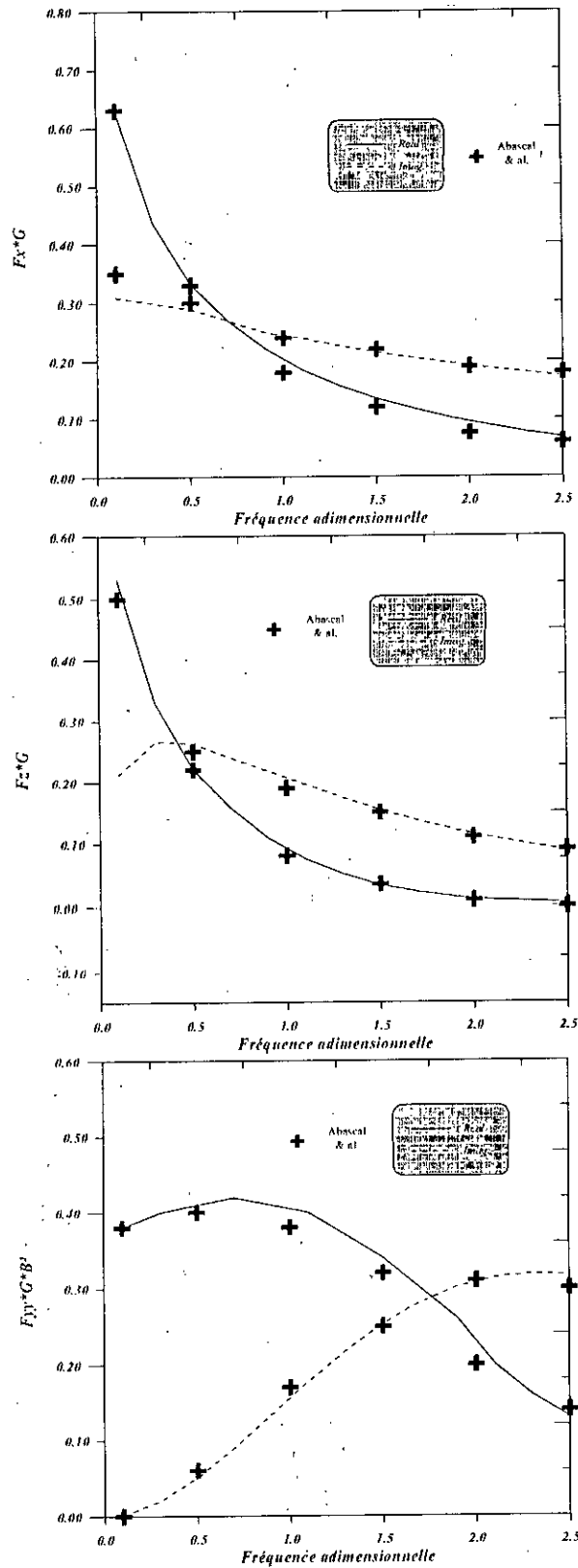


Figure 3.7: Déplacements horizontal, vertical et de balancement d'une fondation filante superficielle reposant sur un demi-espace homogène

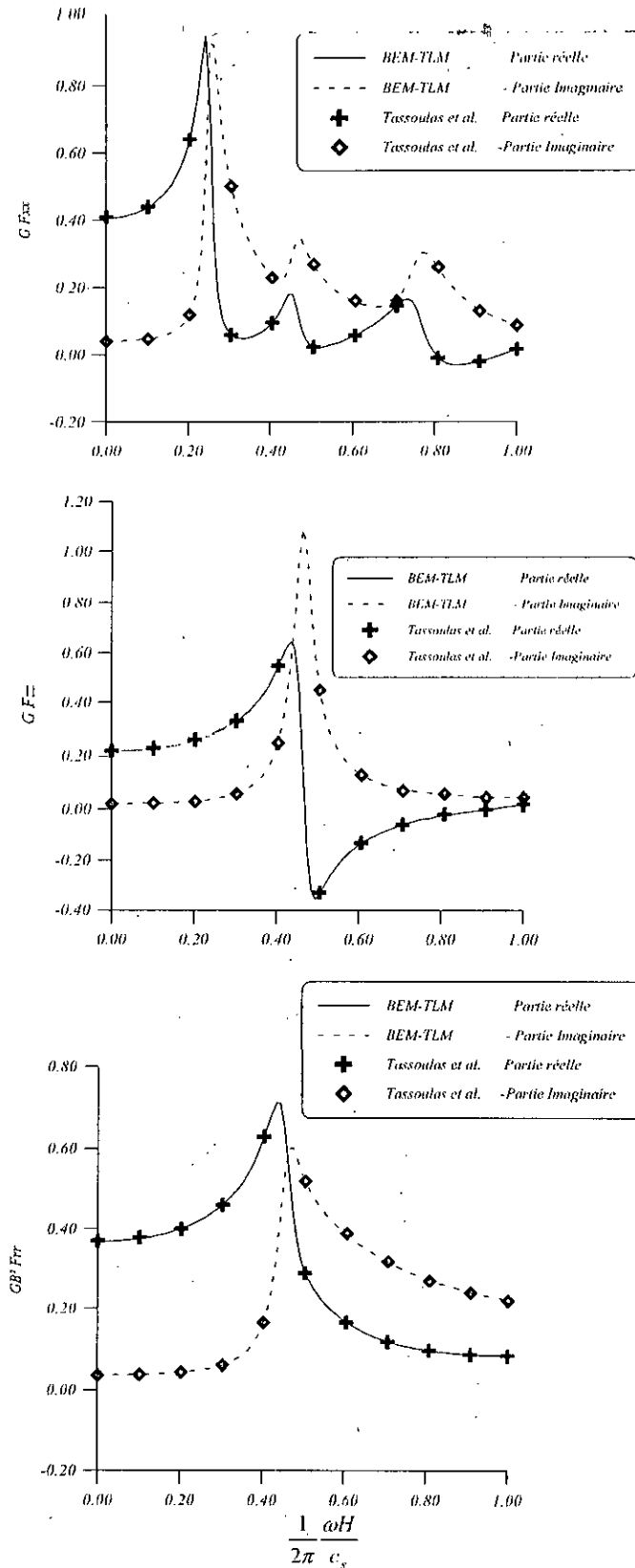


Figure 3.8: Déplacements horizontal, vertical et de balancement de fondation filante superficielle reposant sur un substratum rocheux

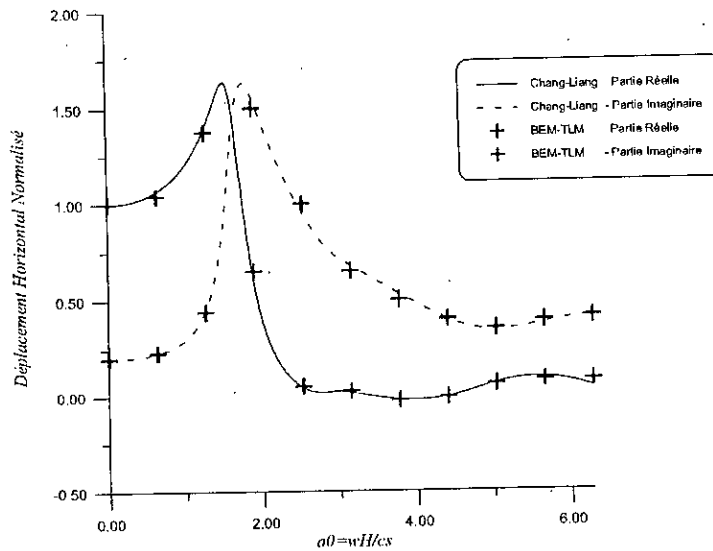


Figure 3.9: Déplacement horizontal d'une fondation filante enterrée dans un monocouche homogène reposant sur substratum rocheux

### 3.4 Applications

Cette partie a pour objectif la présentation, à travers des applications numériques, des différentes possibilités qu'offre le modèle développé en matière de simuler le comportement vibratoire des fondations isolées pour différents problèmes aux limites. Nous présenterons des exemples de fonctions d'impédance des fondations pour le cas de profils de sol multicouche ou non-homogène reposant sur un substratum élastique ou rocheux.

#### 3.4.1 Cas de fondations reposant sur un profil de sol multicouche

Le cas de fondations sur des profils de sol multicouche peut être aisément traité par le présent modèle. La stratification est prise en compte automatiquement dans la formulation sans aucun effort supplémentaire. Pour cette raison, un cas simple de fondations rigides superficielles sur un sol multicouche est étudié. Le profil de sol est composé d'une couche d'épaisseur  $H$  reposant sur un milieu semi-infini. Les deux milieux sont considérés chacun viscoélastique et homogène (Figure 3.10). L'épaisseur de la couche est prise égale à la largeur entière de la fondation ( $H/B=2$ ) et subdivisé en 5 sous-couches.

Le demi-plan est modélisé par une couche superficielle subdivisée en 19 sous-couches. L'interface sol-fondation est discrétisée en 5 éléments de longueur égale. La Figure 3.11 présente les parties réelle et imaginaire respectivement de la fonction de souplesse horizontale des fondations enterrées dans un profil de sol homogène viscoélastique.

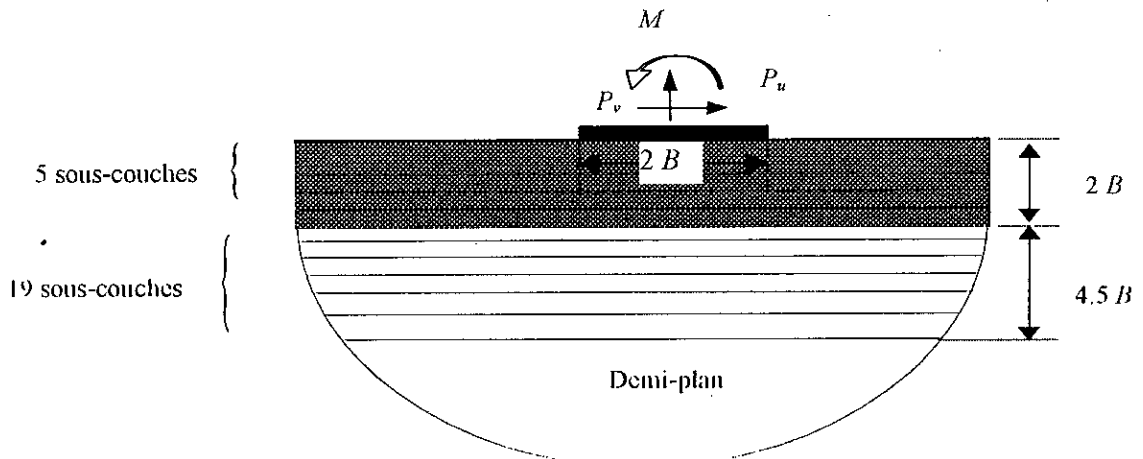


Figure 3.10: Fondation superficielle sur une couche homogène viscoélastique reposant sur un demi-plan



# Applications

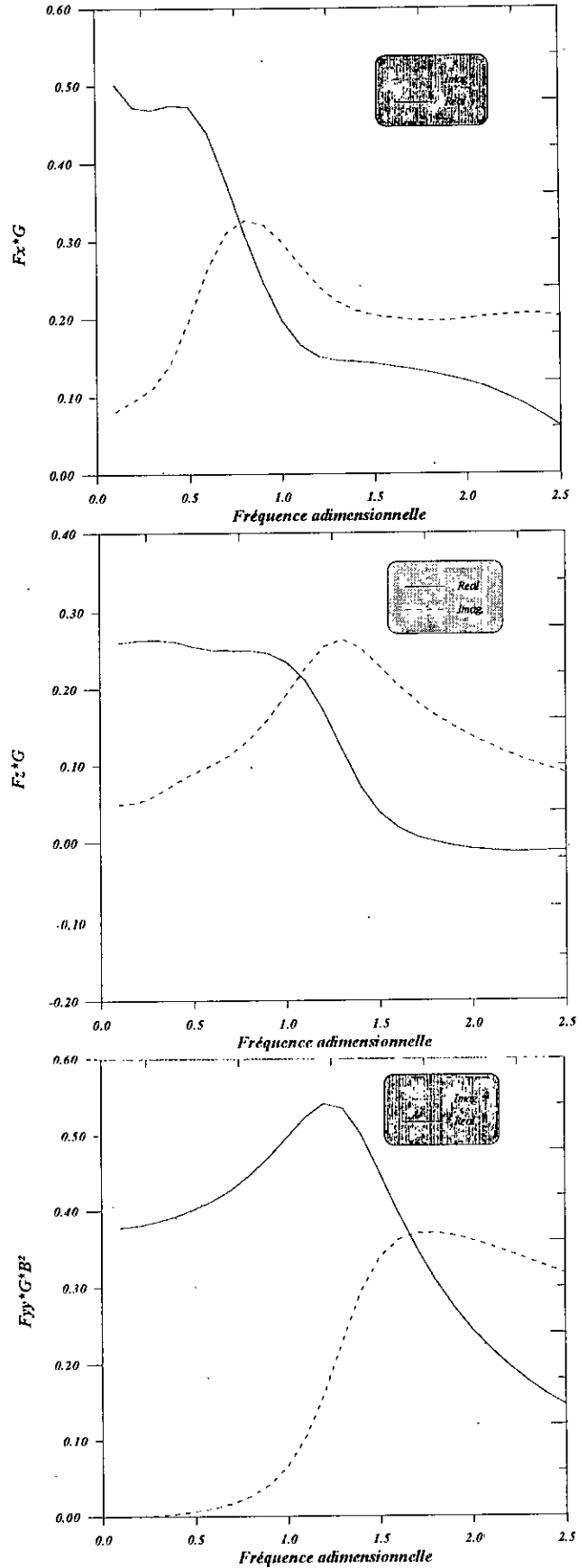


Figure 3.11: Fonctions de souplesse d'une fondation superficielle reposant sur une couche de sol viscoélastique posée sur un substratum flexible

### 3.4.2 Cas de fondations reposant sur un profil de sol non-homogène

Les caractéristiques mécaniques et, en particulier, le module de cisaillement du sol varient en fonction de la profondeur, à partir de la surface libre. Les expériences ont montré que cette variation est en puissance de la profondeur (Richart *et al.*, 1970). Par exemple (Gazetas, 1984), pour un site uniforme d'argile molle normalement consolidée, le module de cisaillement du sol varie linéairement en fonction de la profondeur  $z$ ; pour un site uniforme de sol cohérent, il varie en racine carrée de  $z$  et pour un site d'argile raide surconsolidée, il est constant. Dans le cas général, on suppose que la variation de module de cisaillement de la couche de sol est de la forme suivante (Pecker et Afra, 1995 ; Hadid et Afra, 2000)

$$G_s(z_s) = G_0 \left( \frac{z_s}{H} \right)^p, \quad 0 \leq p \leq 1 \quad (3.18)$$

où  $G_0$  est le module de cisaillement à l'interface couche de sol-substratum et  $H$  est l'épaisseur de la couche supérieur (figure 3.12). Le paramètre  $p$  peut être obtenu en minimisant, au sens des moindres carrés, l'écart entre les valeurs réelles des vitesses de cisaillement fournies par l'essai cross-hole, et les valeurs théoriques.

Dans ce sous-chapitre, nous avons utilisé l'algorithme développé basé sur les fonctions de Green d'un milieu stratifié (*TLBEM*) pour l'analyse des couches de sol non-homogène, et ce, en remplaçant la variation continue du module de cisaillement par une variation discrète (le module de cisaillement est supposé constant pour chaque sous couche). En premier lieu, les déplacements horizontal, vertical et de balancement des fondations filantes rigides reposant sur une couche de sol viscoélastique non-homogène sont analysés. L'interface sol-fondation est donc discrétisée en 8 éléments constants de longueur égale et le profil de sol est modélisé par une couche d'une hauteur égale à  $2B$  subdivisée en 20 sous-couches. La figure 3.13 présente la valeur absolue des fonctions de souplesse des fondations superficielles reposant sur une couche de sol viscoélastique non-homogène. En deuxième lieu, une fondation enterrée dans une couche de sol non-homogène reposant sur un substratum rocheux est étudiée. L'épaisseur de la couche est prise égale à la longueur totale de la fondation ( $H/B=2$ ) et le degré d'enterrement de la fondation est pris égal à  $2/3$

de sa demi-largeur ( $E/B=2/3$ ). La couche est subdivisée en 20 sous-couches égales et la fondation est discrétisée en 16 éléments constants de longueur égale.

La figure 3.14 présente les valeurs absolues des fonctions de souplesse horizontale et verticale des fondations enterrées dans une couche de sol non-homogène.

Les résultats obtenus montrent que la présence de substratum rocheux introduit dans les fonctions de souplesse des amplitudes résonantes au voisinage des fréquences propres du profil. Les fonctions de souplesse exhibent une augmentation dans les amplitudes quand le degré de non-homogénéité augmente. De plus, une réduction dans l'amortissement est trouvée comme étant le résultat de la non-homogénéité. Il est utile de noter que les fonctions de souplesse diminuent avec l'augmentation de degré d'enterrement pour les cas de sols homogènes et non-homogènes.

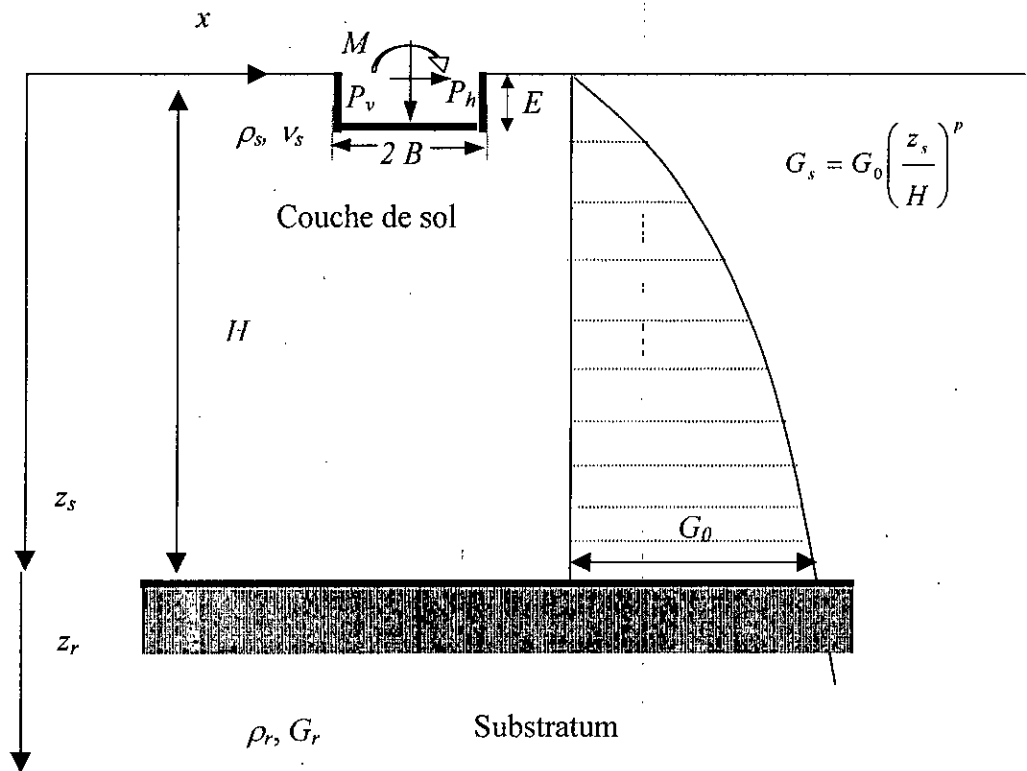


Figure 3.12: Profil de sol non-homogène et distribution du module de cisaillement en fonction de la profondeur

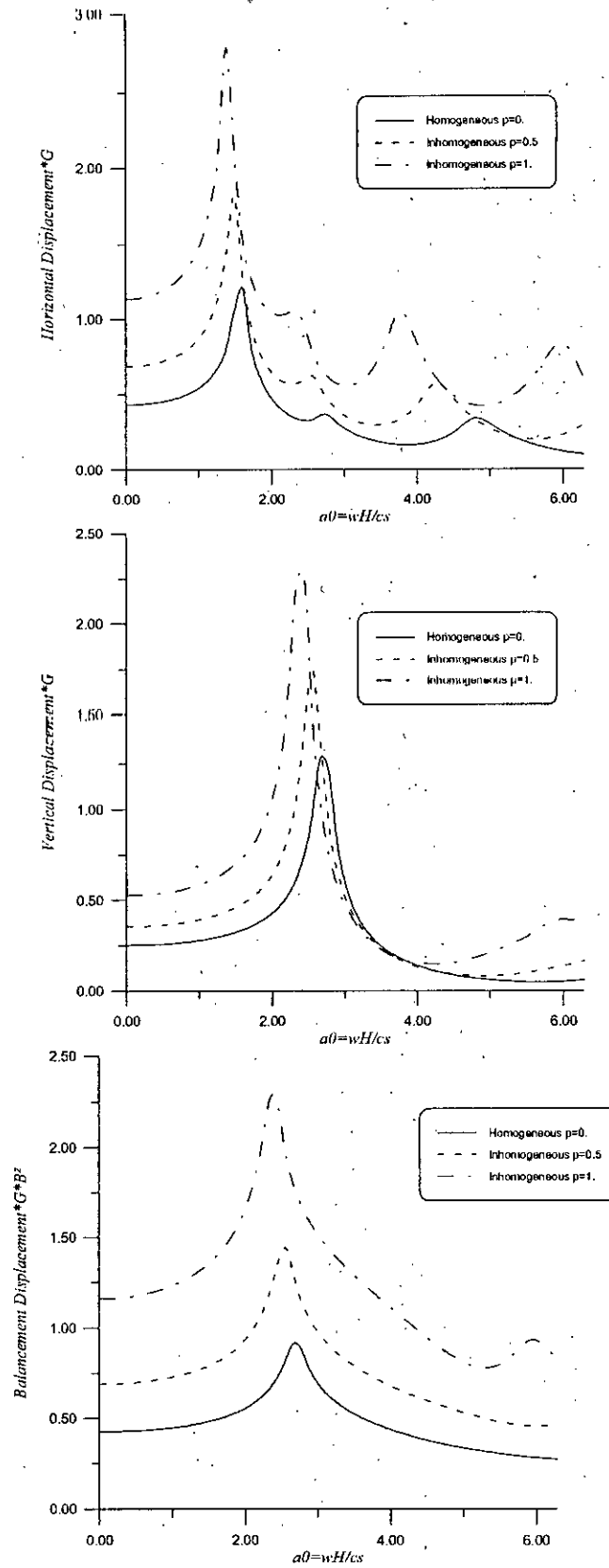


Figure 3.13: Valeur absolue des déplacements d'une fondation superficielle reposant sur un profil de sol non-homogène

## Conclusion

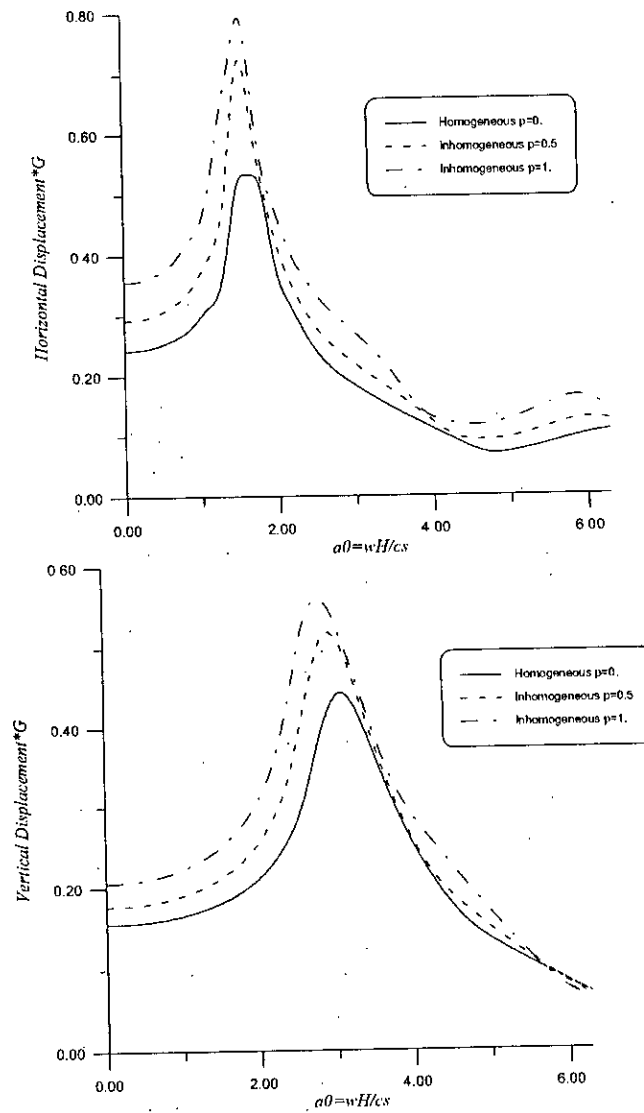


Figure 3.14: Valeur absolue des déplacements horizontal et vertical d'une fondation enterrée dans un profil de sol non-homogène viscoélastique

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés en premier lieu à la modélisation numérique des problèmes dynamiques mettant en jeu les phénomènes d'interaction sol-fondation. Pour cela nous avons fait usage de la *BEM* qui constitue un outil de calcul efficace et précis pour le type de problème étudié. Les fonctions de Green de milieu infini ou les fonctions de Green discrètes de milieu stratifié sont utilisées dans la présente formulation. Elle exige la discrétisation de l'interface sol-fondation seulement dans le cas

où l'on utiliserait les fonctions de milieu infini, une distance très limitée du champ libre autour de la fondation doit être discrétisée ce qui tient compte automatiquement des conditions de radiation. Les fonctions de Green discrètes peuvent être évaluées sous une forme analytique sans recours aux intégrations numériques comme le cas des fonctions de Green de demi-espace. La *BEM* associée aux fonctions de Green continues est mise en œuvre pour les cas des éléments constants, linéaires et quadratiques (*CBEM*). La *BEM* associée aux fonctions de Green discrètes (*TLBEM*) est un outil incontestable pour l'analyse des profils de sol à caractéristique mécanique (module de cisaillement) variant discrètement (sol multicouche) ou continuellement (non-homogène) avec la profondeur. Les résultats obtenus montrent que le choix de l'élément constant et les fonctions de Green de milieux infinis peuvent modéliser d'une manière précise les problèmes non convexes.

# Partie II

---

## *Analyse Stochastique de l'Interaction Multiple entre structures via le Sol : Approche Intégrée*

---

Dans cette partie, Il s'agira dans un premier temps de mettre en œuvre un modèle physique décrivant d'une manière stochastique la variabilité spatio-temporelle du mouvement du sol en champ libre par le biais de la propagation d'ondes planes stochastiques de trois types (*SH*, *P* et *SV*) corrélées, arrivant suivant plusieurs angles d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées. Dans un deuxième temps, il s'agira de développer un modèle numérique permettant l'obtention de la réponse des structures simples ou des structures multi-étagées idéalisées en oscillateur simple en tenant compte d'une part de l'interaction sol-structure et d'autre part de l'interaction multiple entre structures. Enfin, nous développons un modèle pratique dans le cadre d'un calcul parasismique de structures. Ce modèle consiste à modifier le spectre de réponse classique des structures idéalisées en oscillateur simple, en tenant compte du caractère spatial de l'input sismique et de l'interaction multistrukture. Ce spectre de réponse modifié (*Modified Response Spectrum, MRS*) est valable soit pour les structures isolées à bases étendues soit pour les structures étroitement espacées. Le modèle *MRS* s'exprime en fonction du spectre de réponse classique (*Classical Response Spectrum, CRS*) par le biais d'un facteur de correction évalué dans ce travail.

# 4

---

## *Formulation Stochastique de l'Interaction Sol-Fondation*

---

Dans ce chapitre, l'influence de la variabilité spatiale du mouvement sismique sur la réponse sismique de fondations rigides bidimensionnelles superficielles et enterrées dans un milieu homogène a été étudiée. La variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre est décrite par le biais d'un modèle physique basé sur la propagation d'ondes planes stochastiques de trois types ( $SH$ ,  $P$  et  $SV$ ) corrélées, arrivant suivant plusieurs angles d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées. Le mouvement induit de la fondation dû à la propagation d'ondes stochastiques est calculé par une relation développée dans cette étude sous forme d'équations intégrales en éléments de frontière (*Foundation Input Motion Equivalent Relation*, *FIMER*). Cette relation est équivalente à celle de la relation d'Iguchi (1982) et de Luco (1986).

---

### **4.1 Introduction**

Les études des phénomènes d'interaction sismique sol-structure pour le dimensionnement d'ouvrages en génie civil sont dans la plupart des cas fondées sur une représentation du mouvement sismique par des ondes planes à incidences verticales ou inclinées (Jennings et Bielak, 1973; Veletsos et Meek, 1974; Wong et Luco, 1978; Luco et Mita, 1987; Pais et Kausel, 1989). Pour de grands ouvrages reposant sur des fondations étendues, cette hypothèse n'est plus valide, d'autant que les observations in situ des ondes sismiques font apparaître une variabilité spatiale importante même sur de courtes distances



et indépendamment de l'effet du passage d'onde (Abrahamson et Bolt 1985; Harichandran et Vanmarcke 1986; Loh 1985; EERI, 1999). En effet, le train d'ondes issu des différents points d'une source (faille) étendue, altéré différemment en phase et en amplitude par la complexité caractérisant la structure souterraine du sol (non homogénéité, anisotropie, présence d'aspérités, etc...) durant sa propagation de la source à la surface du sol et par les réflexions et les diffractions dues à la présence de la fondation, a pour effet d'induire une variabilité spatiale du mouvement sismique. Afin d'étudier cette variabilité, plusieurs approches ont été développées. Nous citons ici trois approches importantes.

La première approche estimant les effets de la variabilité spatiale du mouvement sismique sur la réponse de fondations étendues est fondée sur un modèle analytique de nature stochastique décrivant la variabilité spatio-temporelle du mouvement du sol et permettant d'estimer le mouvement stochastique induit au niveau de la fondation. Dans cette approche stochastique, le mouvement induit de la fondation est calculé en utilisant la moyenne spatiale du processus stochastique (mouvement sismique) caractérisé par sa fonction d'Inter-Densité Spectrale de Puissance, *IDSP*, (Hoshiya et Ishii, 1983; Harichandran, 1987; Veletsos et Prasad, 1989; Veletsos *et al.*, 1997). Dans cette approche, la moyenne pondérée ne prend pas en considération le problème de contact existant réellement entre la fondation et le sol.

Dans la deuxième approche, en se basant sur une représentation analytique de l'*IDSP*, on considère le problème de contact sol-fondation comme étant un problème mixte aux valeurs limites. La réponse stochastique de la fondation est donc calculée par une formulation intégrale (Luco et Wong, 1986; Luco et Mita, 1986). Les deux approches citées dépendent de choix appropriés de la fonction d'*IDSP* (le choix est basé sur des considérations mathématiques plutôt que sur des considérations physiques).

La troisième approche consiste à formuler un modèle physique décrivant la variabilité spatiale du mouvement sismique par l'effet de la propagation d'onde stochastique de type *SH* dans un milieu homogène sous divers angles d'incidence. Un modèle préliminaire accomplissant cette tâche a été développé par Kausel et Pais (1984 et 1987) et Pais et Kausel (1985 et 1990). Ils ont modélisé la variabilité spatiale du mouvement sismique en employant un modèle physique simple de propagation d'ondes

stochastiques de type  $SH$  non corrélées arrivant suivant plusieurs angles d'incidence et possédant la même densité spectrale de puissance. Le mouvement stochastique induit de la fondation peut être évalué exactement (dans un sens numérique) par une procédure numérique telles que la  $MEF$  ou la  $BEM$ , ou par une procédure approchée telle que la méthode d'Igushi (1982). Pais et Kausel (1985 et 1990) ont utilisé la méthode d'Igushi (1982) pour le calcul de la réponse sismique de fondations cylindriques et rectangulaires enterrées sujettes à l'incidence des ondes stochastiques de types  $SH$ . La réponse de fondations filantes superficielles à l'incidence d'ondes stochastiques non corrélées de type  $P$  et  $SV$  dans un milieu homogène a été obtenue par Hadid (1995) en utilisant la  $BEM$ .

Dans ce chapitre, nous développons un modèle physique décrivant la variabilité spatiale du mouvement sismique du sol par l'effet de la propagation d'ondes stochastiques de type  $SH$ ,  $P$  et  $SV$  dans un milieu homogène sous divers angles d'incidence. Il est supposé que le mouvement de la fondation induit est le résultat de la superposition d'ondes planes stationnaires corrélées arrivant suivant plusieurs angles, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation en fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées. Pour une mise en œuvre numérique efficace, la réponse sismique de fondations superficielles et enterrées dans un milieu homogène et sollicitées par l'incidence des ondes stochastiques est accomplie par la méthode des éléments de frontière. Les résultats obtenus pour des cas complexes réalistes permettent de mettre en évidence certains phénomènes dont l'appréhension apparaît indispensable dans le cadre d'une étude parasismique. Ils donnent notamment quelques indications utiles sur la sensibilité de la réponse des fondations à la variabilité spatiale du mouvement sismique. Il est utile de rappeler que dans le présent travail de recherche, nous avons généralisé le modèle développé par Hadid (1995) aux traitements des cas suivants :

- Traitement de cas d'ondes stochastiques de type  $SH$
- Traitement de cas des ondes stochastiques corrélées et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées
- Traitement de cas de fondations enterrées

#### 4.2 Formulation Stochastique du Phénomène de l'Interaction Sol-Fondation

Le mouvement en champ libre,  $u^g$ , est supposé être le résultat de la propagation d'ondes planes stochastiques corrélées de type *SH*, *P* et *SV* se propageant suivant plusieurs angles d'incidence. Si on attribue aux différents types d'onde sismique, des densités spectrales de puissance (*DSP*) définissant la même variation en fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément réparties, alors l'*IDSP* du mouvement sismique de la surface libre résultant de la propagation de deux ondes quelconques se propageant suivant deux directions distinctes  $\theta_i$  et  $\theta_j$  (par rapport à la verticale) peut être exprimée comme suit (Kausel et Pais, 1987)

$$S_l^g = u_l^g(\theta_i)u_l^g(\theta_j)f(|\theta_i - \theta_j|)S_w \quad l=1,2 \quad (4.1)$$

où  $u_l^g(\theta_i)$  et  $u_l^g(\theta_j)$  sont des amplitudes aléatoires uniformément réparties au point de référence,  $S_w$  définit la *DSP* de trains d'onde incidents et  $f(|\theta_i - \theta_j|)$  est la fonction d'inter-corrélation entre deux ondes stochastiques se propageant suivant les angles  $\theta_i$  et  $\theta_j$  pouvant être définie de trois manières (Kausel et Pais, 1987)

a) **Premier cas:** Ondes non corrélées

$$f(|\theta_i - \theta_j|) = \delta_{ij} \quad (4.2)$$

avec

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \delta_{ij} \text{ est le symbole de Kroenecker} \quad (4.3)$$

b) **Deuxième cas:** Ondes partiellement corrélées

$$f(|\theta_i - \theta_j|) = e^{-2|\theta_i - \theta_j|} \quad (4.4)$$

avec  $\theta_i$  est en radians

c) Troisième cas: ondes parfaitement corrélées

$$f(|\theta_i - \theta_j|) = 1 \quad (4.5)$$

D'où, la *DSP* des composantes du mouvement en champ libre de la surface de sol,  $S_i^s$  ( $S_3^s = S_1^s$ ), et l'*IDSP* entre les composantes du mouvement induit de la fondation,  $u_i^f$  et  $u_k^f$ , pour le cas de plusieurs types d'ondes *SH*, *P* ou *SV* arrivant suivant différents angles d'incidence  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ , sont respectivement exprimées comme

$$S_i^s = S_w \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m u_i^s(\theta_i) u_i^s(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|) \quad (4.6)$$

et

$$S^{u_i^f u_k^f} = S_w \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m T_{\theta_i}^{u_i^f} (T_{\theta_j}^{u_k^f})^* u_i^s(\theta_i) u_j^s(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|) \quad (4.7)$$

où  $T^{u_l^f}$  ( $l = 1, 2, 3$ ) sont les fonctions de transfert, reliant les composantes du mouvement en champ libre avec les composantes du mouvement de fondations filantes rigides, exprimées comme suit

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_1^f \\ \bar{u}_2^f \\ \bar{u}_3^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^f \\ u_2^f \\ B u_3^f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{u_1^f} & & \\ & T^{u_2^f} & \\ & & T^{u_3^f} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^s \\ u_2^s \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

$u_1^f, u_2^f, u_3^f$  sont respectivement les composantes horizontale, verticale et de balancement du déplacement de centre de la fondation, et  $u_1^s, u_2^s$  sont respectivement les composantes horizontale et verticale du déplacement en champ libre à la surface du sol au point de référence (figure 4.3).  $(.)^*$  est le complexe conjugué de  $(.)$ . D'où, la fonction de transfert stochastique entre le mouvement induit de la fondation et son homologue le mouvement en champ libre de la surface de sol est obtenue comme

$$S^{\bar{u}_i'} = \left| \mathfrak{S}^{\bar{u}_i'} \right|^2 S_i^g \quad (4.9)$$

avec

$$\mathfrak{S}^{\bar{u}_i'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m T_{\theta_i}^{u_i'} (T_{\theta_j}^{u_j'})^* u_i^g(\theta_i) u_j^g(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m u_i^g(\theta_i) u_j^g(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)}} \quad (4.10)$$

et l'inter-coefficient spectral entre les composantes horizontale et de balancement du mouvement effectif de la fondation,  $\ell^{\bar{u}_i' \bar{u}_s'}$ , peut être défini comme

$$S^{\bar{u}_i' \bar{u}_s'} = \ell^{\bar{u}_i' \bar{u}_s'} S_i^g \quad (4.11)$$

avec

$$\ell^{\bar{u}_i' \bar{u}_s'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m T_{\theta_i}^{u_i'} (T_{\theta_j}^{u_j'})^* u_i^g(\theta_i) u_j^g(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m u_i^g(\theta_i) u_j^g(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)}} \quad (4.12)$$

### 4.3 Présentation des Résultats et Discussions

#### 4.3.1 Fonction de Transfert déterministe entre le mouvement induit de la fondation et son homologue en champ libre

Quand les ondes sismiques arrivent au niveau de la fondation et du fait de sa rigidité importante par rapport au sol, les équations d'équilibre et de compatibilité ne peuvent être satisfaites qu'en additionnant au mouvement en champ libre, un mouvement dû à la diffraction d'ondes ainsi que le mouvement généré par sa vibration. En utilisant le théorème de superposition, l'interaction dynamique totale entre le sol et la fondation peut être décomposée en interaction cinématique (passage d'onde) et interaction inertielle (Kausel *et al*, 1978). L'interaction cinématique suppose que la fondation est sans masse et, par conséquent les contraintes entre le sol et la fondation ne peuvent avoir une résultante nulle. La détermination des solutions exactes (solutions analytiques) du problème de l'interaction cinématique est très complexe; des solutions analytiques ne sont disponibles

que pour quelques configurations géométriques spécifiques. Ainsi Kohori *et al.* (1973) ont analysé la vibration d'un disque circulaire reposant sur un demi espace élastique sollicité par une onde incidente oblique de type *SH* en réduisant le problème à la résolution numérique des équations intégrales de Fredholm. En utilisant une approche similaire, tout en séparant l'effet cinématique de l'effet inertiel, Luco (1976) a déterminé la réponse torsionnelle d'un disque et d'une fondation enterrée hémisphérique excitée par une onde incidente de type *SH*. Apsel et Luco (1976) ont généralisé ces derniers résultats au cas d'une fondation enterrée ellipsoïdale. Wong et Trifunac (1974) ont analysé le cas d'une fondation filante avec un enterrement semi-elliptique, sollicité par une onde *SH*. Pour les autres formes géométriques, l'utilisation des méthodes numériques est nécessaire. De ce fait, la prise en compte de l'interaction cinématique d'une manière explicite dans la conception parasismique (incorporation de l'effet de passage d'onde explicitement dans les codes parasismiques) reste une difficulté majeure à surmonter dans le futur proche (des solutions simplifiées sont quasiment inexistantes). Il est utile de noter que la non prise en compte de l'interaction cinématique dans le calcul parasismique des ouvrages néglige les effets importants induits par cette dernière à savoir la torsion, le balancement, etc. Pour estimer l'interaction cinématique, nous avons développé dans ce travail une relation, *FIMER*, équivalente (au sens des éléments de frontière) à celle d'Iguchi (1982) et de Luco (1986).

#### 4.3.1.1 Méthode d'Iguchi

Plusieurs investigations ont contribué au développement des méthodes approchées pour l'évaluation de la réponse sismique des fondations d'une manière simple. Ray *et al.* (1978) ont proposé de prendre une moyenne pondérée du mouvement sismique en champ libre généré le long de la surface de contact sol-fondation. Pour le cas des fondations enterrées, une bonne estimation du mouvement induit des fondations a été obtenue par Iguchi (1982) en additionnant un terme qui prend en compte l'effet des contraintes générées par le mouvement en champ libre à l'interface sol-fondation. Pais et Kausel (1985 et 1990) ont utilisé la méthode d'Iguchi (1982) pour évaluer le mouvement induit des fondations enterrées de forme circulaire et rectangulaire.

Dans la méthode d'Iguchi (1982), on suppose que la fonction d'impédance de la fondation rigide est, à priori, connue. Le mouvement induit de la fondation rigide est totalement décrit par son vecteur de déplacements de corps rigide de la fondation,  $u^f$ . D'où, la possibilité d'obtenir le mouvement à n'importe quel point sur l'interface sol-fondation en pré-multipliant le vecteur  $u^f$  par la matrice de transformation,  $T$  (équations 3.8 et 3.10), comme suit

$$u^c = T u^f \quad (4.13)$$

Généralement, le problème de l'interaction cinématique est résolu dans le domaine des fréquences en deux étapes:

- En premier, les contraintes entre le sol et la fondation, nécessaires pour maintenir la fondation fixe, sont calculées.
- La réponse de la fondation est alors évaluée, en multipliant sa matrice de souplesse par les forces résultantes (figure 4.1)

Une autre approche évaluant l'interaction cinématique consiste à calculer les contraintes entre le sol et la fondation dues à l'incidence d'ondes sismiques et à additionner par la suite, un mouvement nécessaire pour annuler les forces résultantes (figure 4.2).

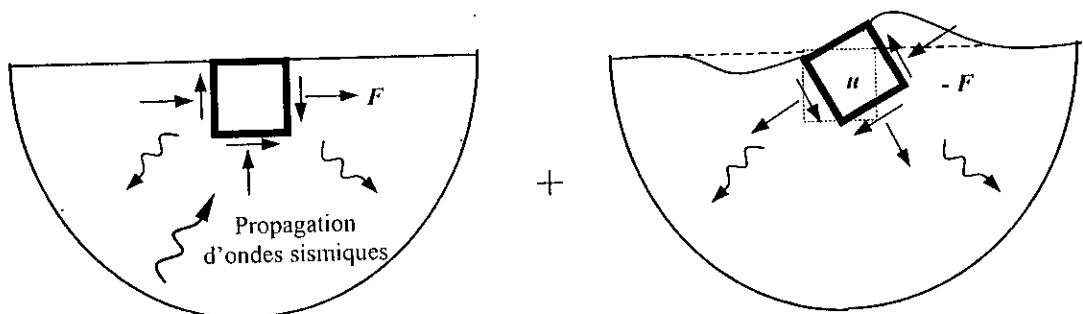


Figure 4.1: Procédure exacte d'évaluation de l'interaction cinématique

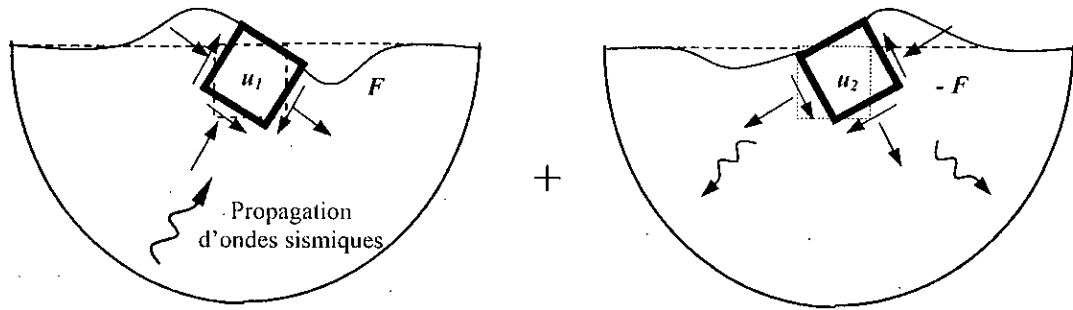


Figure 4.2: Procédure approchée d'évaluation de l'interaction

En utilisant la dernière approche, il est supposé que, dans l'étape une, les forces résultantes dans la fondation, induites par l'incidence d'ondes sismiques, sont calculées seulement à partir des contraintes dues au mouvement sismique en champ libre. Intégrons ces contraintes le long de la surface de contact sol-fondation

$$F = \int_S T^T t_n^f ds \quad (4.14)$$

où  $T$  est donnée par les équations (3.8) et (3.10),  $t_n^f$  représente le vecteur contraintes dues à l'incidence d'ondes sismiques en champ libre à l'interface sol-fondation, et  $S$  est la surface de contact. Pour minimiser l'erreur entre le mouvement de la fondation (vibration en corps rigide) et le mouvement en champ libre, Iguchi (1982) a utilisé une approximation au sens des moindres carrés, d'où

$$u_1 = H^{-1} \int_S T^T u^f ds \quad (4.15)$$

où  $u^f$  représente le vecteur des déplacements en champ libre le long de la surface de contact sol-fondation, et

$$H = \int_S T^T T ds \quad (4.16)$$

Le mouvement induit total approché de la fondation,  $u$ , est obtenu donc en additionnant à  $u_1$  le déplacement,  $u_2$ , lequel annule les forces dans la fondation (figure 4.2).



$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \quad (4.17)$$

$$\mathbf{u}_2 = -\mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} \quad (4.18)$$

où  $\mathbf{K}$  est la matrice d'impédance de la fondation. Substituant (4.15) et (4.18) dans (4.17), le mouvement total de la fondation est donc

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-1} \int_{\mathcal{S}} \mathbf{T}^T \mathbf{u}^f ds - \mathbf{K}^{-1} \int_{\mathcal{S}} \mathbf{T}^T \mathbf{t}_n^f ds \quad (4.19)$$

Il convient de noter que pour calculer le mouvement total de la fondation avec la méthode d'Iguchi (1982), il est nécessaire de connaître la géométrie de la fondation, sa matrice d'impédance et le mouvement sismique en champ libre.

#### 4.3.1.2 Méthode des éléments de frontière

La *BEM* a été appliquée aux problèmes de diffraction d'ondes sismiques par Dominguez (1978b). Il a étudié dans le domaine des fréquences, la réponse des fondations 3D, enterrées dans un sol viscoélastique et excitées par l'incidence des ondes planes de types *SH*, *SV* et *P*. Spyrakos (1984) et Karabalis (1984) ont étudié la réponse des fondations 2D et 3D, respectivement, à l'incidence des ondes dans un sol élastique homogène en utilisant une formulation dans le domaine des temps de la *BEM*. L'effet du sol sous-jacent et celui d'un substratum non rigide sur l'amplification du site et sur la réponse de fondations filantes sous sollicitations sismiques de type *P* et *SV*, enterrées dans un demi-espace viscoélastique ont été analysés dans le domaine des fréquences par Dominguez et Abascal (1989).

Pour étudier l'interaction dynamique sol-fondation par la *BEM*, la solution peut être divisée en deux étapes. D'abord, en utilisant le mouvement en champ libre (sans fondation) dû à l'incidence des ondes sismiques, les déplacements et les contraintes correspondants ( $\mathbf{u}^*$  et  $\mathbf{q}^*$ ) sur les frontières 'imaginaire' de la fondation sont calculés (Annexe A4). Dans une deuxième étape, les équations de frontières sont résolues pour les déplacements et les contraintes incrémentaux ( $\mathbf{u}-\mathbf{u}^*$ ) et ( $\mathbf{q}-\mathbf{q}^*$ ) lesquels correspondent aux ondes diffractées

induites par les changements sur les conditions de frontière à l'interface sol-fondation. Les champs d'ondes  $u$  et  $q$  sont des champs totaux. L'équation des éléments de frontière (3.1) est utilisée alors pour les problèmes de diffraction d'ondes comme suit

$$\tilde{H}(u - u^*) = G(q - q^*) \quad (4.20)$$

En gardant la même notation utilisée dans le chapitre 3, l'équation (4.20) peut se présenter comme suit

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}^{cc} & \tilde{H}^{cr} \\ \tilde{H}^{rc} & \tilde{H}^{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c - u^{c*} \\ u^r - u^{r*} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} & G^{cr} \\ G^{rc} & G^{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q^c - q^{c*} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

En utilisant une procédure de condensation, l'équation (4.21) peut être écrite comme suit

$$\bar{G} q^c = \bar{H} u^c + \bar{Q} \quad (4.22)$$

$$\bar{H} = \tilde{H}^{cc} - \tilde{H}^{cr} (\tilde{H}^{rr})^{-1} \tilde{H}^{rc}$$

où

$$\bar{G} = G^{cc} - \tilde{H}^{cr} (\tilde{H}^{rr})^{-1} G^{rc} \quad (4.23)$$

$$\bar{Q} = \bar{G} q^{c*} - \bar{H} u^{c*}$$

Combinant les équations (4.22), (3.7) et (3.12), il en découle que le vecteur déplacement de la fondation en l'absence des sollicitations harmoniques est défini comme (figure 4.3)

$$u^f = C \mathfrak{S}^t u^{c*} - C F^* \quad (4.24)$$

où

$$K = C^{-1} = T^t \mathfrak{S} \quad (4.25)$$

est la matrice d'impédance,  $C$  est la matrice de souplesse,  $\mathfrak{S} = A \bar{G}^{-1} \bar{H} T$  est la matrice des contraintes surfaciques de contact et  $F^* = T^t A q^{c*}$  est le vecteur force développé par  $q^*$  à l'interface sol-fondation.

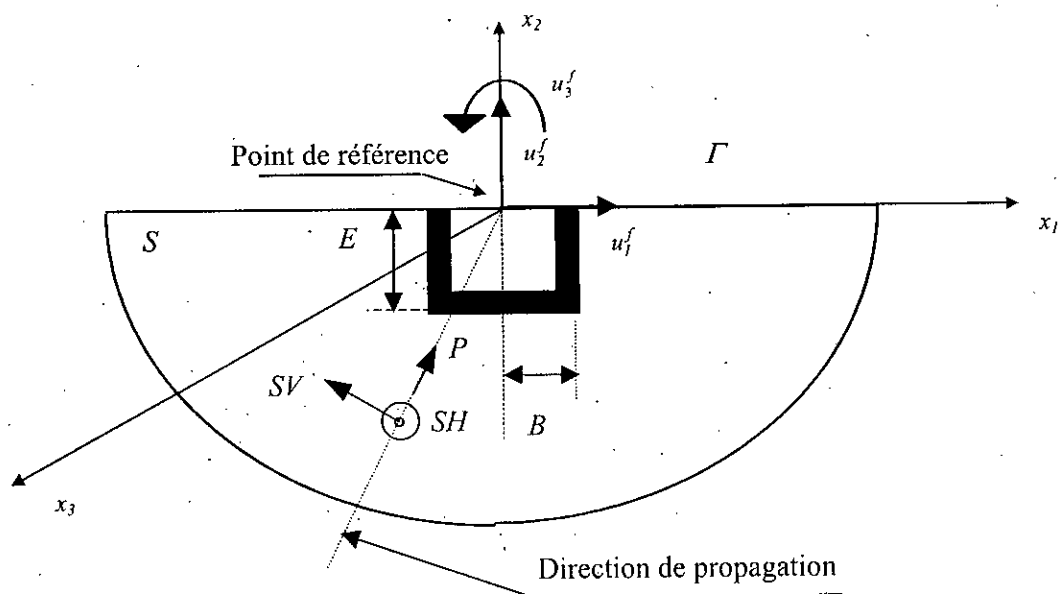


Figure 4.3: Propagation des ondes sismiques

#### 4.3.1.3 Comparaison entre les résultats obtenus par la présente étude et ceux obtenus par la méthode d'Iguchi

Il est très important de noter qu'au cours de cette étude, nous avons développé une relation, décrite par l'équation (4.24), entre le problème de radiation et le problème de diffraction pour les fondations enterrées (dans un sens numérique). Cette relation est équivalente à celle initialement obtenue par Bycroft (1980) pour le cas des fondations superficielles, et généralisée pour le cas des fondations enterrées (au sens des équations intégrales) par Luco (1986). Le mouvement induit approché de la fondation (relation d'Iguchi, 1982, equation 4.19) est donc obtenu à partir de la relation de Luco (1986) en supposant que la distribution des contraintes à la surface de contact sol-fondation exhibe une variation linéaire avec la position (Luco, 1986). Les résultats de Luco (1986) montrent que la relation approchée d'Iguchi (1982) donne un résultat exact pour le cas de la réponse torsionnelle d'une fondation hémisphérique sujette à une incidence non verticale de l'onde *SH*, et ce, parce que la distribution des contraintes de contact choisie coïncide avec la distribution exacte. Cependant, dans le cas général des fondations enterrées, les résultats obtenus à partir de la relation d'Iguchi (1982) ne donnent pas de solution exacte au problème complexe de l'interaction cinématique. Pour avoir une idée de la précision des

résultats obtenus par la relation d'Iguchi (1982) comparativement à ceux obtenus par la présente étude, les valeurs absolues des fonctions de transfert pour le cas des fondations filantes rigides superficielles et enterrées sollicitées par l'incidence des ondes de types  $P$  et  $SV$  sont montrées dans les figures 4.4 à 4.11. Il est intéressant de voir que les résultats d'Iguchi (1982) pourraient être acceptables pour des problèmes pratiques, mais ils présentent néanmoins des imprécisions particulièrement pour le mouvement de balancement (forme similaire et perturbation en amplitude). En outre, Les résultats montrent que la concordance n'est pas bonne pour le mouvement horizontal aux fréquences élevées, dans le cas par exemple d'une incidence de  $30^\circ$ .

Par ailleurs, la présente étude montre que l'utilisation de la relation (4.24) développée ne demande qu'un effort supplémentaire relativement négligeable par rapport à la relation d'Iguchi (1982). En effet, les deux relations ne demandent qu'un léger effort additionnel après celui nécessaire pour le calcul de la matrice de souplesse qui est à son tour basé principalement sur l'estimation de la matrice des contraintes surfaciques,  $\bar{\mathcal{S}}$ . Ainsi, comme l'estimation du mouvement induit de la fondation donnée par l'équation (4.24) produit une amélioration importante dans la précision avec un effort additionnel négligeable, la présente formulation est adoptée pour le calcul des fonctions de transfert de l'interaction cinématique.

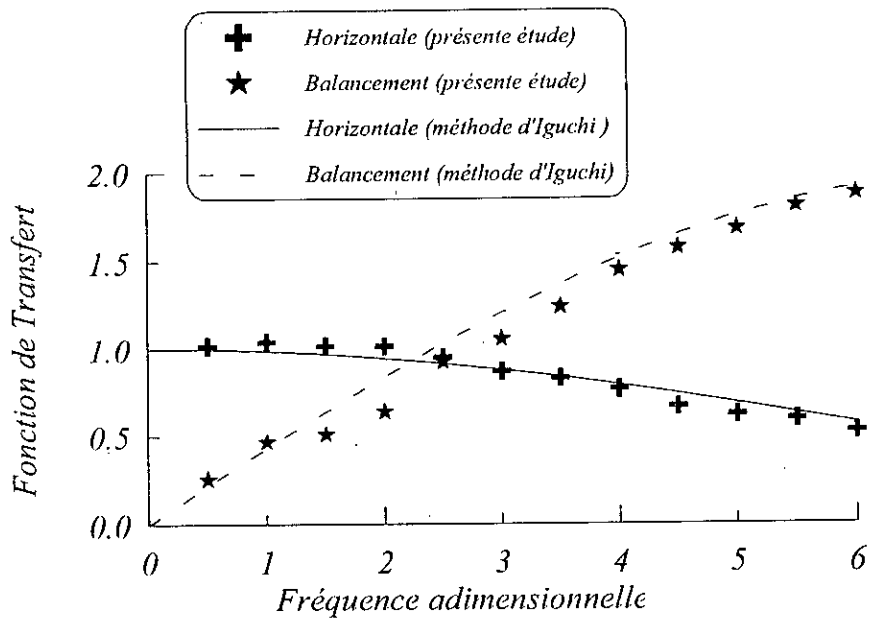


Figure 4.4: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations superficielles sollicitées par l'incidence de l'onde  $P$  suivant un angle de  $30^\circ$

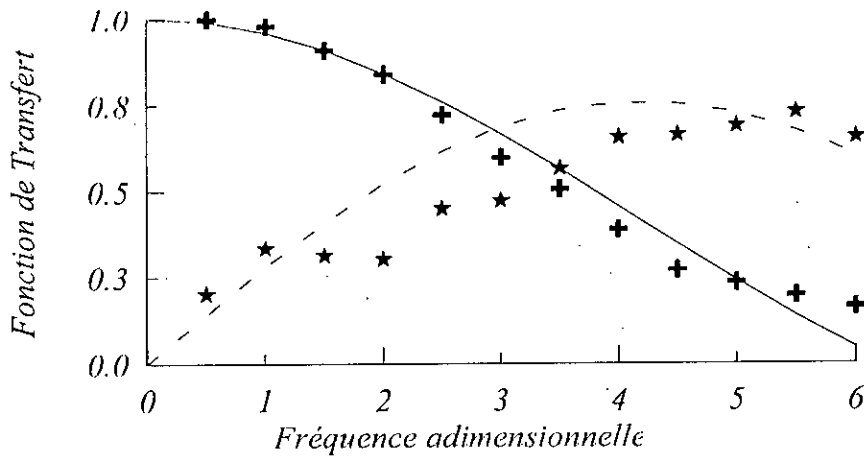


Figure 4.5: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations superficielles sollicitées par l'incidence de l'onde  $P$  suivant un angle de  $60^\circ$

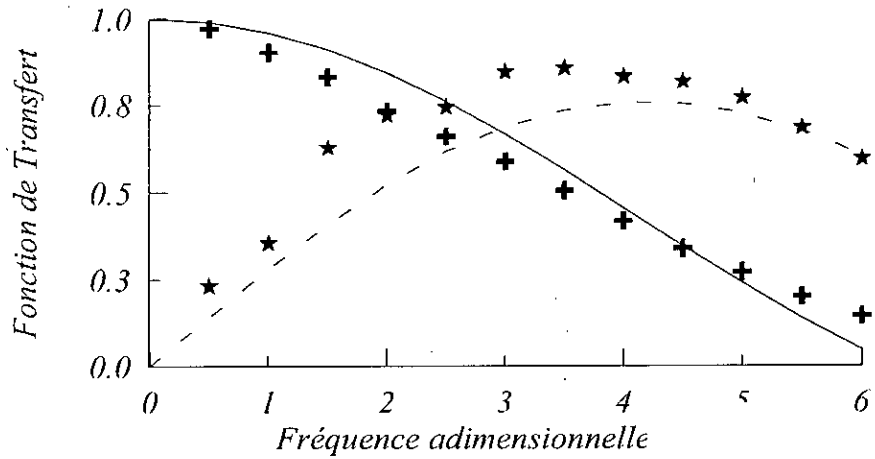


Figure 4.6: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations superficielles sollicitées par l'incidence de l'onde  $SV$  suivant un angle de  $30^\circ$

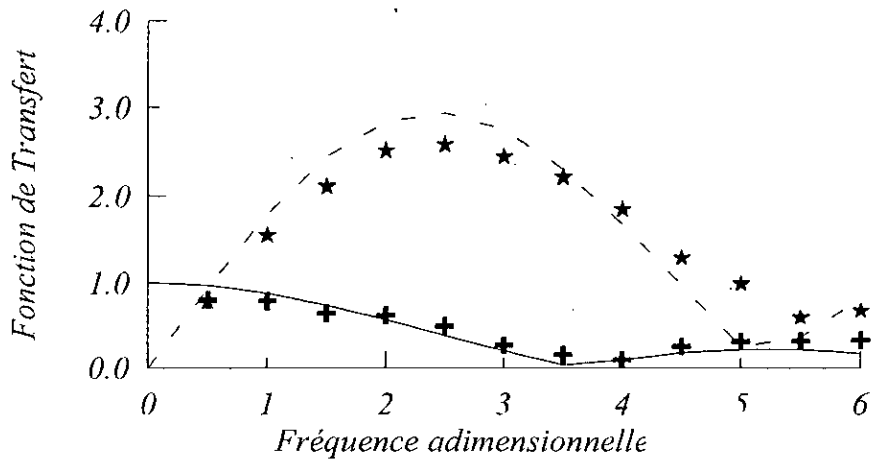


Figure 4.7: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations superficielles sollicitées par l'incidence de l'onde  $SV$  suivant un angle de  $60^\circ$

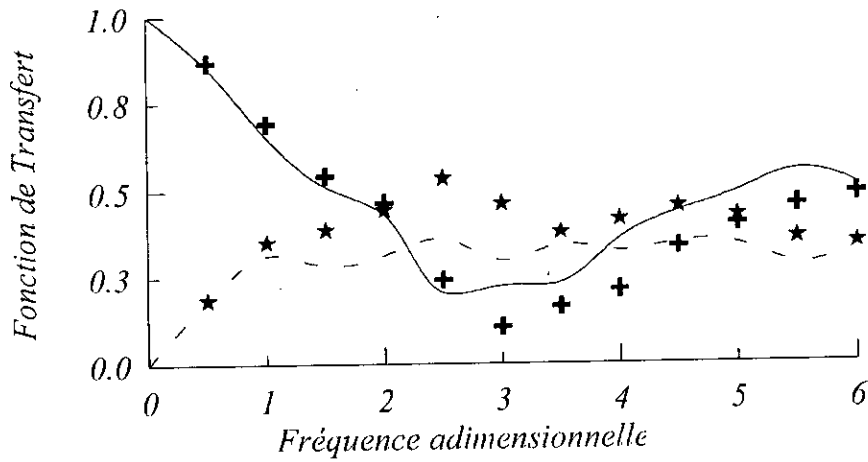


Figure 4.8: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations enterrées sollicitées par l'incidence de l'onde  $P$  suivant un angle de  $30^\circ$

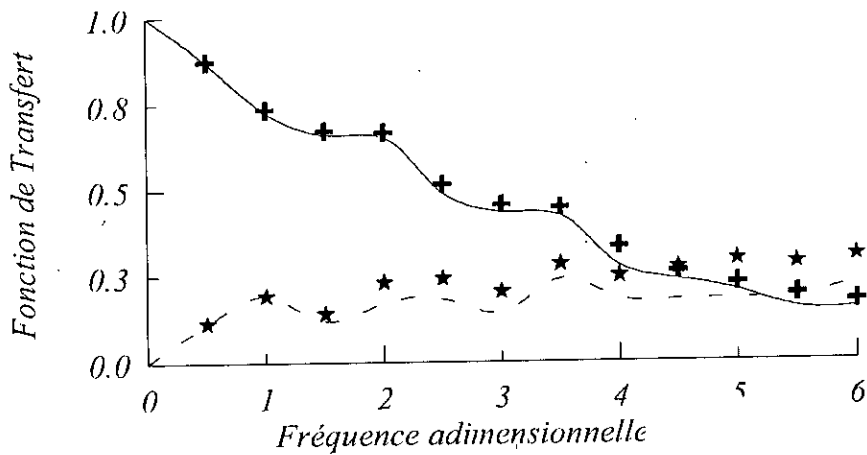


Figure 4.9: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations enterrées sollicitées par l'incidence de l'onde  $P$  suivant un angle de  $60^\circ$

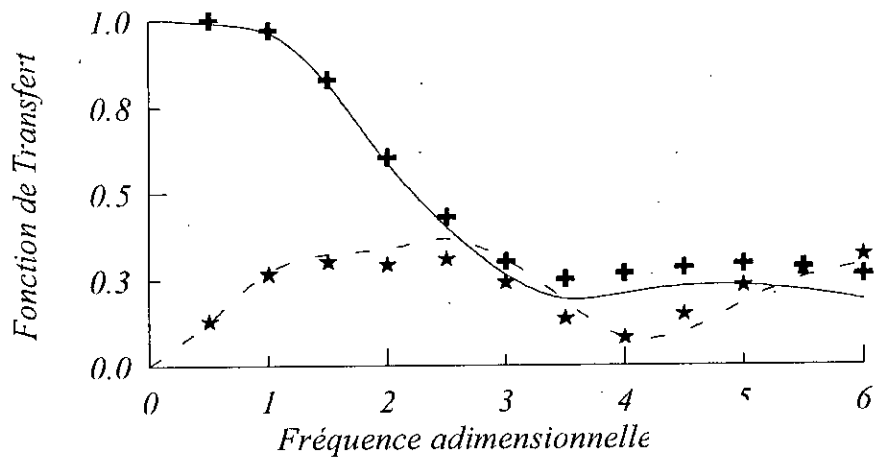


Fig. 4.10: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations enterrées sollicitées par l'incidence de l'onde SV suivant un angle de 30°

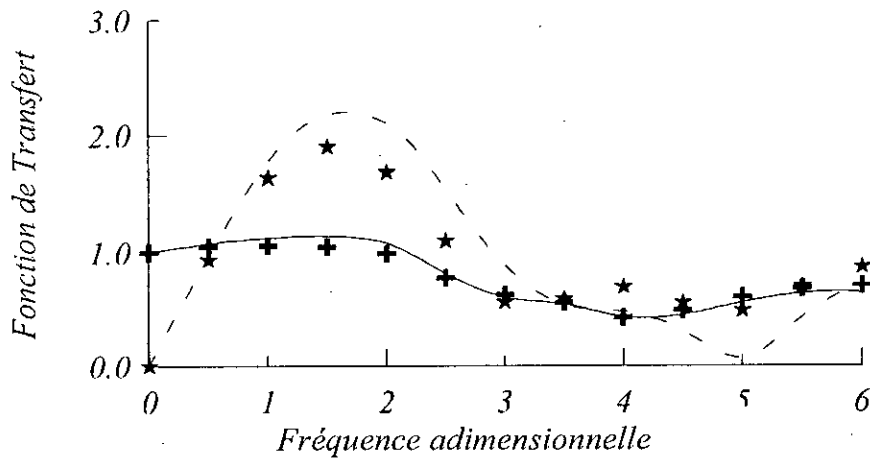


Fig. 4.11: Comparaison entre les fonctions de Transfert calculées par la méthode d'Iguchi et la présente méthode dans le cas des fondations enterrées sollicitées par l'incidence de l'onde SV suivant un angle de 60°



#### 4.3.2 Fonction de Transfert stochastique entre le mouvement induit de la fondation et son homologue en champ libre

La formulation décrite dans les sections précédentes est appliquée dans le cas d'une fondation filante rigide superficielle ou enterrée dans un demi-plan en considérant trois cas de degré d'enterrement  $E/B = 0, 0.5$  et  $1$ . On suppose que les ondes arrivent continûment entre deux directions extrêmes. Dans cette étude, nous avons choisi 4 secteurs définissant l'arrivée des ondes (figure 4.12).

Trois types d'onde sismique ( $SH$ ,  $P$  et  $SV$ ) sont considérés dans cette étude. Les figures (4.13) à (4.33) présentent les résultats de la valeur absolue de la fonction de transfert, relative à chaque composante du  $FIM$  pour les quatre secteurs et en fonction de la fréquence adimensionnelle,  $a_0$ , variant de 0 à 6, couvrant ainsi une large bande de fréquence généralement rencontrée dans la réalité. Le coefficient de poisson est choisi égal à 0.33 et le facteur d'amortissement égal à 0.

Les résultats montrent que l'effet de l'interaction cinématique stochastique (Stochastic Kinematic Interaction,  $SKI$ ) sur la réponse des fondations est qualitativement le même que l'effet de passage d'onde. Pour les trois types d'excitation ( $SH$ ,  $P$  et  $SV$ ), nous pouvons conclure que les déplacements de translation se réduisent significativement aux fréquences moyennes et élevées. La réduction est plus importante pour l'input superficiel que pour l'input vertical et augmente avec le degré de l'enterrement. Aussi, pour les ondes  $P$  et  $SV$ , nous observons aux fréquences moyennes un développement important du balancement, lequel se réduit aux fréquences supérieures. Cette réduction est plus accentuée pour l'input superficiel. Le déplacement horizontal pour l'onde  $SH$  aux faibles fréquences ne dépend pas de la direction des ondes, et ce au moins pour le cas de  $E/B = 1$ .

Aussi, à partir de ces résultats, nous pouvons conclure que pour les ondes  $SH$  et  $P$ , le degré de corrélation entre les ondes n'affecte pas la réponse des fondations. Cependant, le degré de corrélation des ondes  $SV$  affecte la réponse des fondations. Les mouvements horizontal et de balancement sont plus importants pour le cas d'ondes  $SV$  non corrélées que pour les cas d'ondes  $SV$  partiellement corrélées et totalement corrélées. Le déplacement vertical ne dépend pas du degré de corrélation. Une différence non significative apparaît entre les courbes des ondes partiellement et totalement corrélées.

Les figures 4.34 et 4.35 montrent que le balancement induit par les termes croisés entre les mouvements horizontal et de balancement pour le cas des ondes  $P$  peut être négligé particulièrement pour les inputs sismiques superficiel et intermédiaire. Il est important de noter que les coefficients spectraux entre les  $FIMs$  horizontal et de balancement ne peuvent être, en général, négligés même en hautes fréquences.

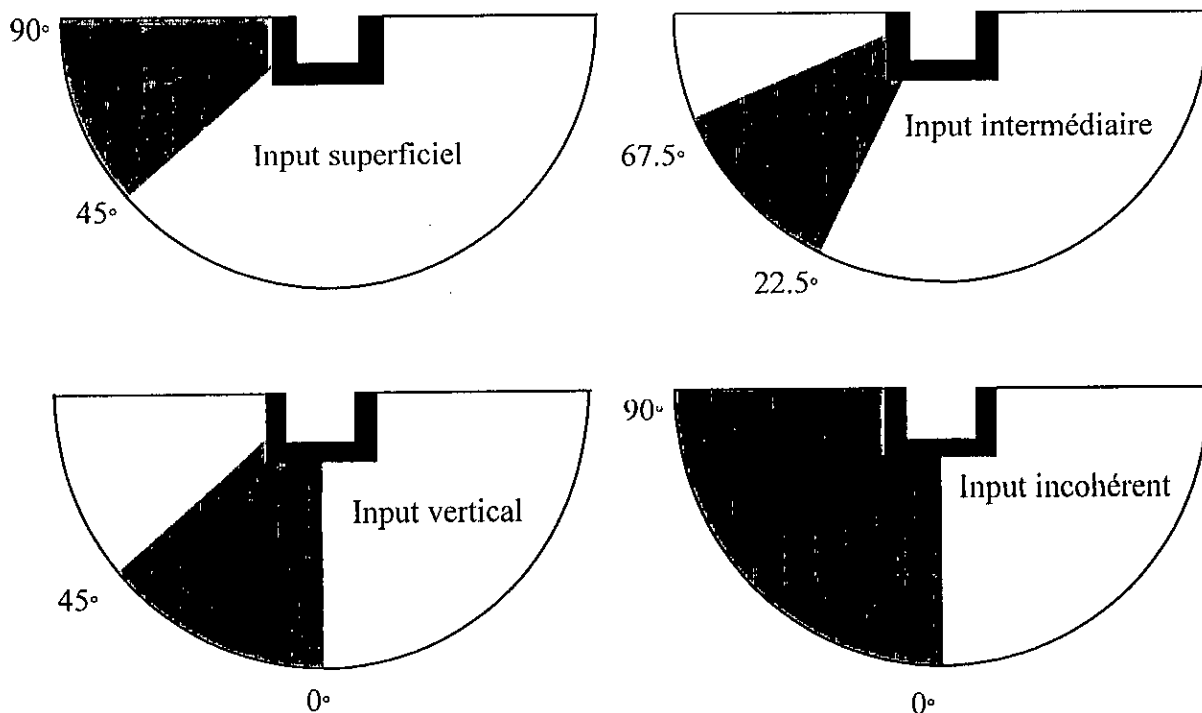


Figure 4.12: Secteurs définissant les arrivées d'ondes entre deux directions extrêmes

4.3.2.1 Cas des ondes non corrélées

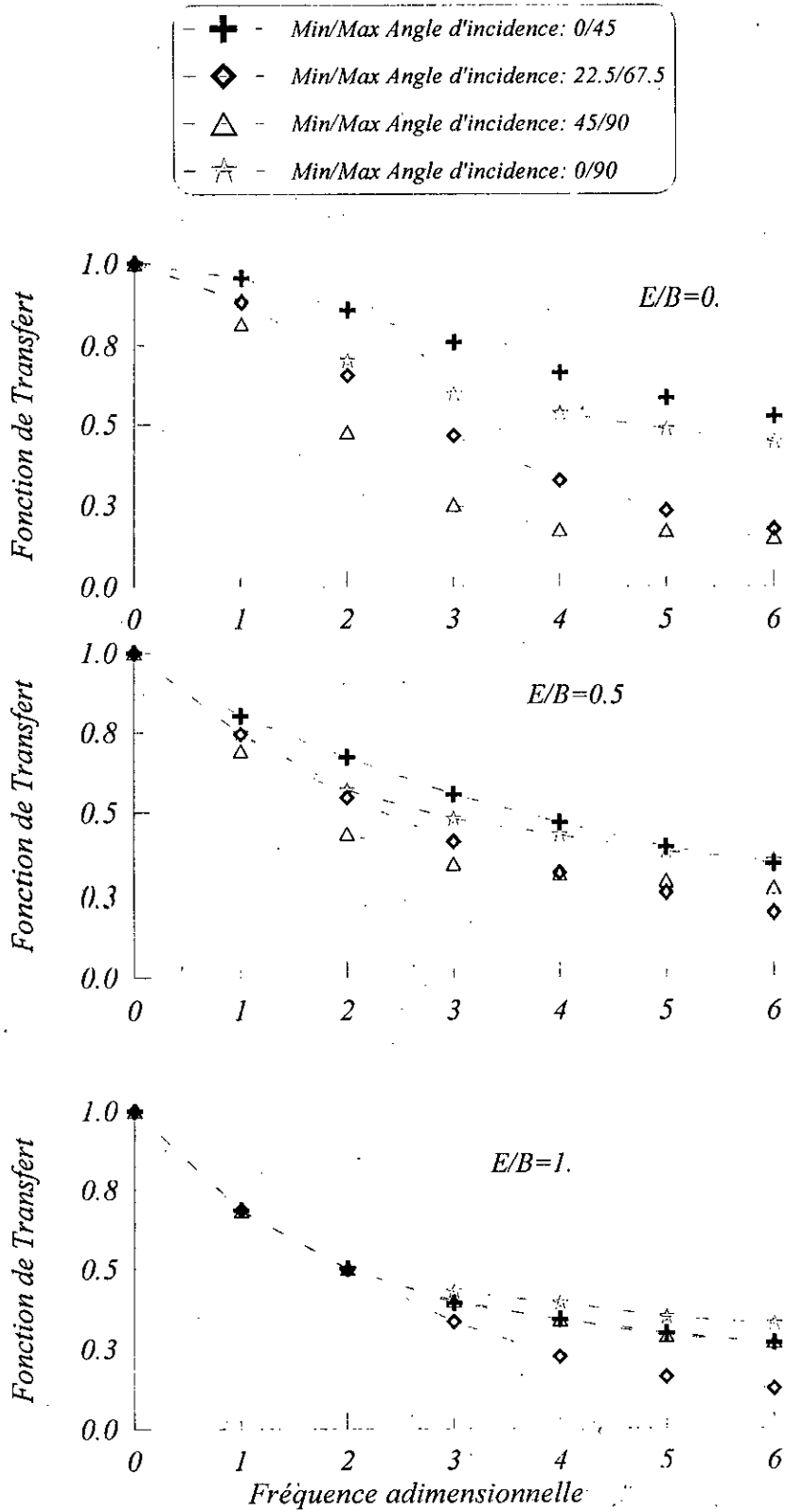


Figure 4.13: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SH* non corrélées

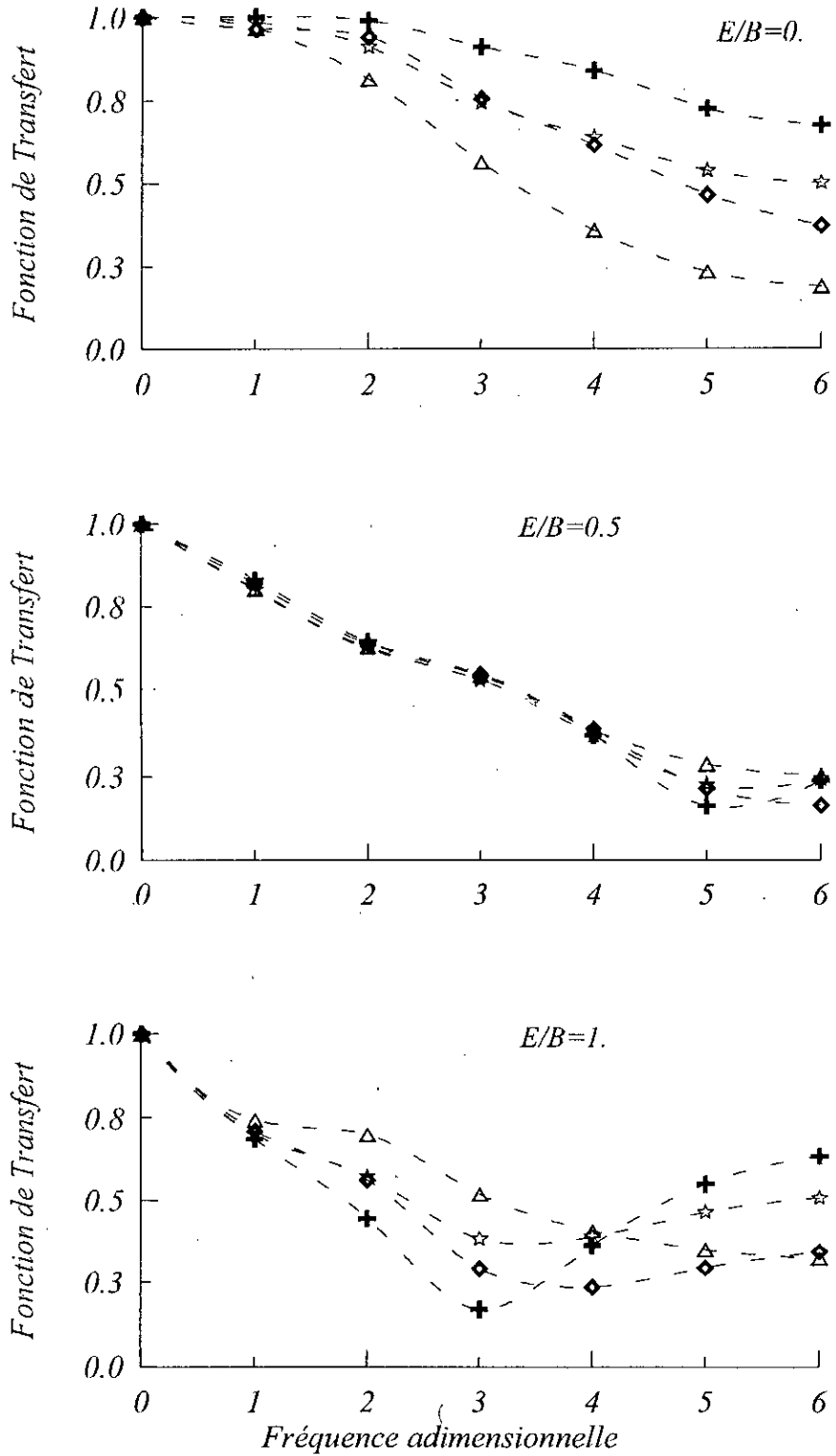


Figure 4.14: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* non corrélées

Présentation des Résultats et Discussions

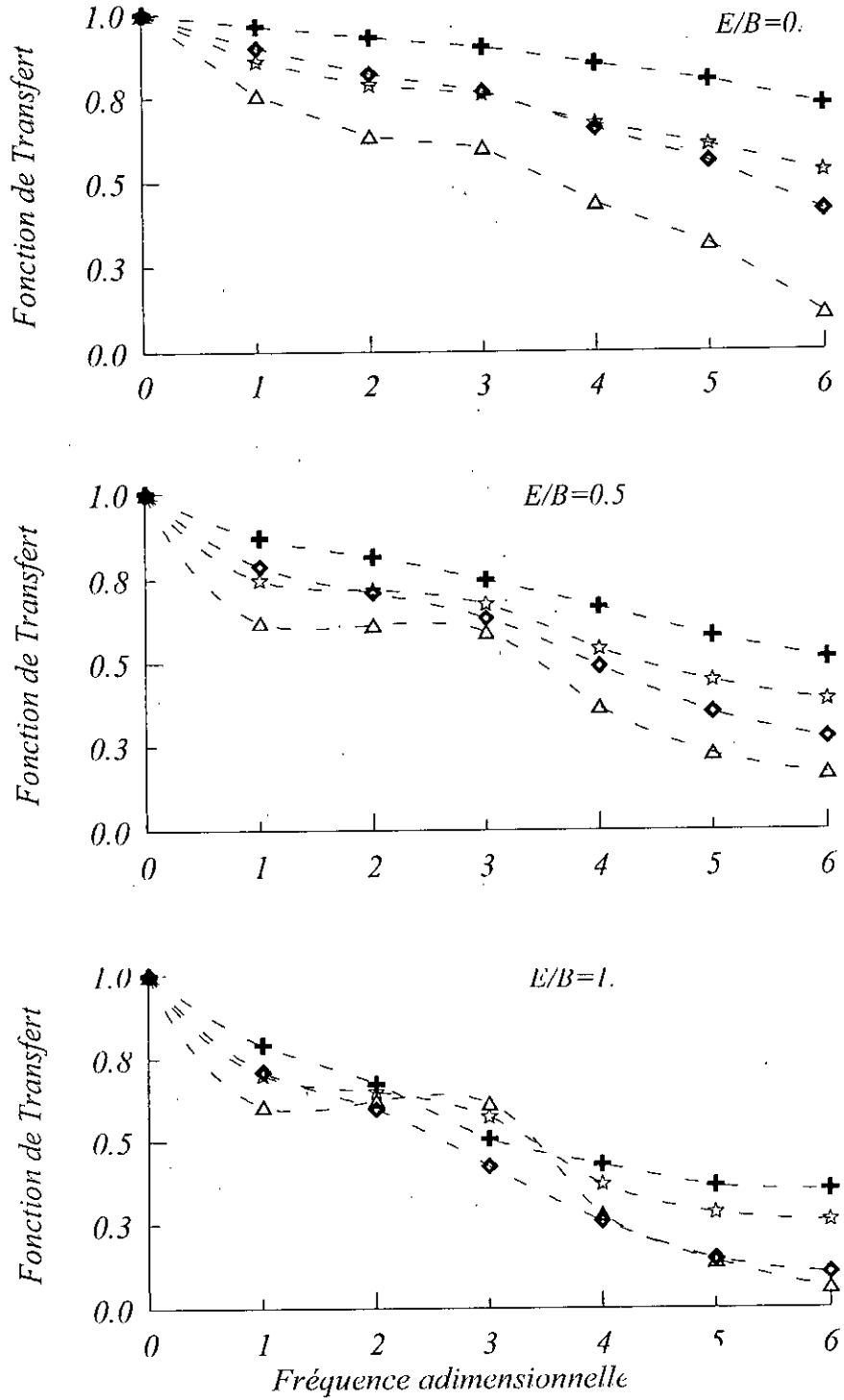


Figure 4.15: Fonction de transfert de la composante verticale du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type  $P$  non corrélées

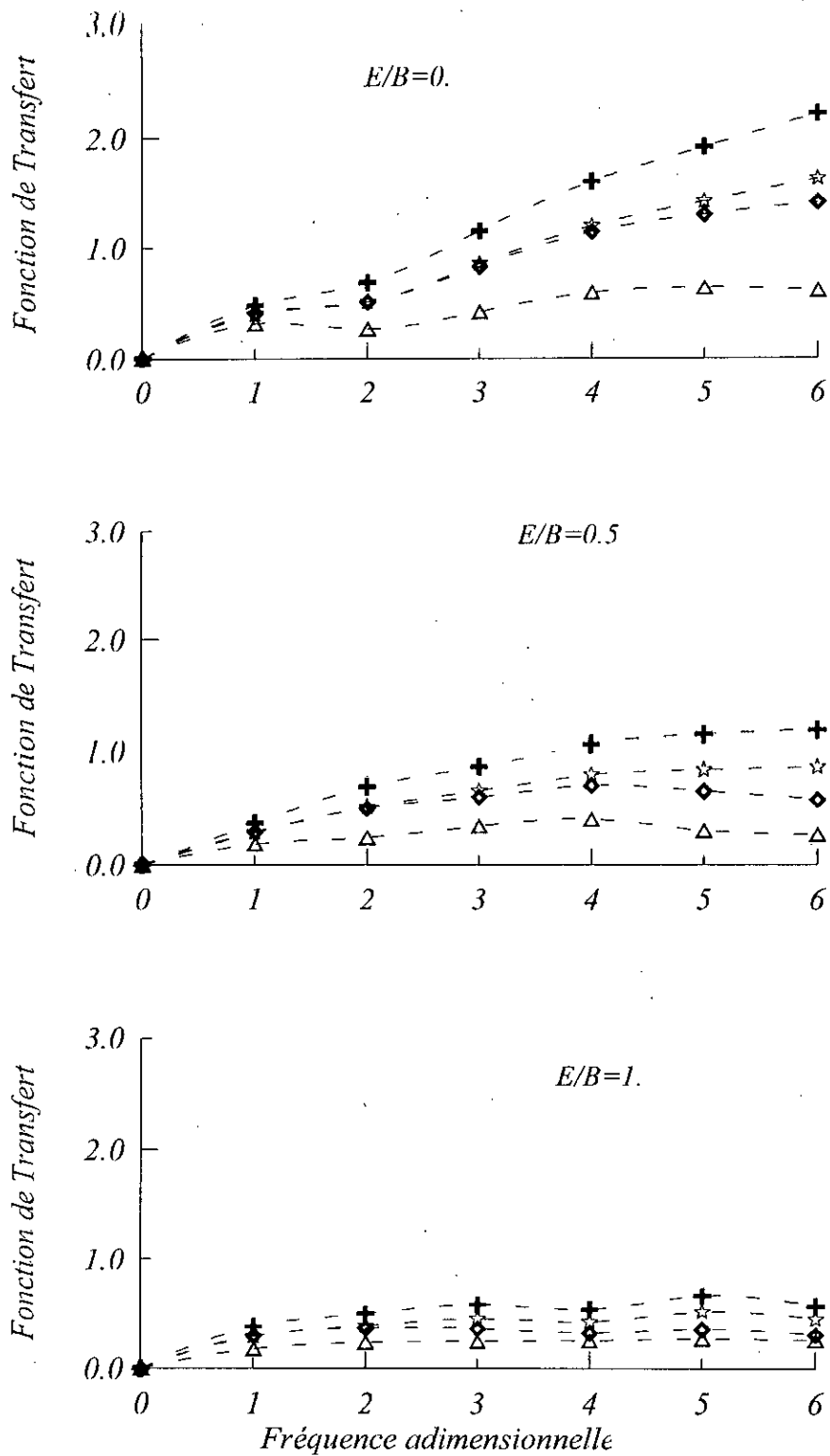


Figure 4.16: Fonction de transfert de la composante de balancement du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* non corrélées

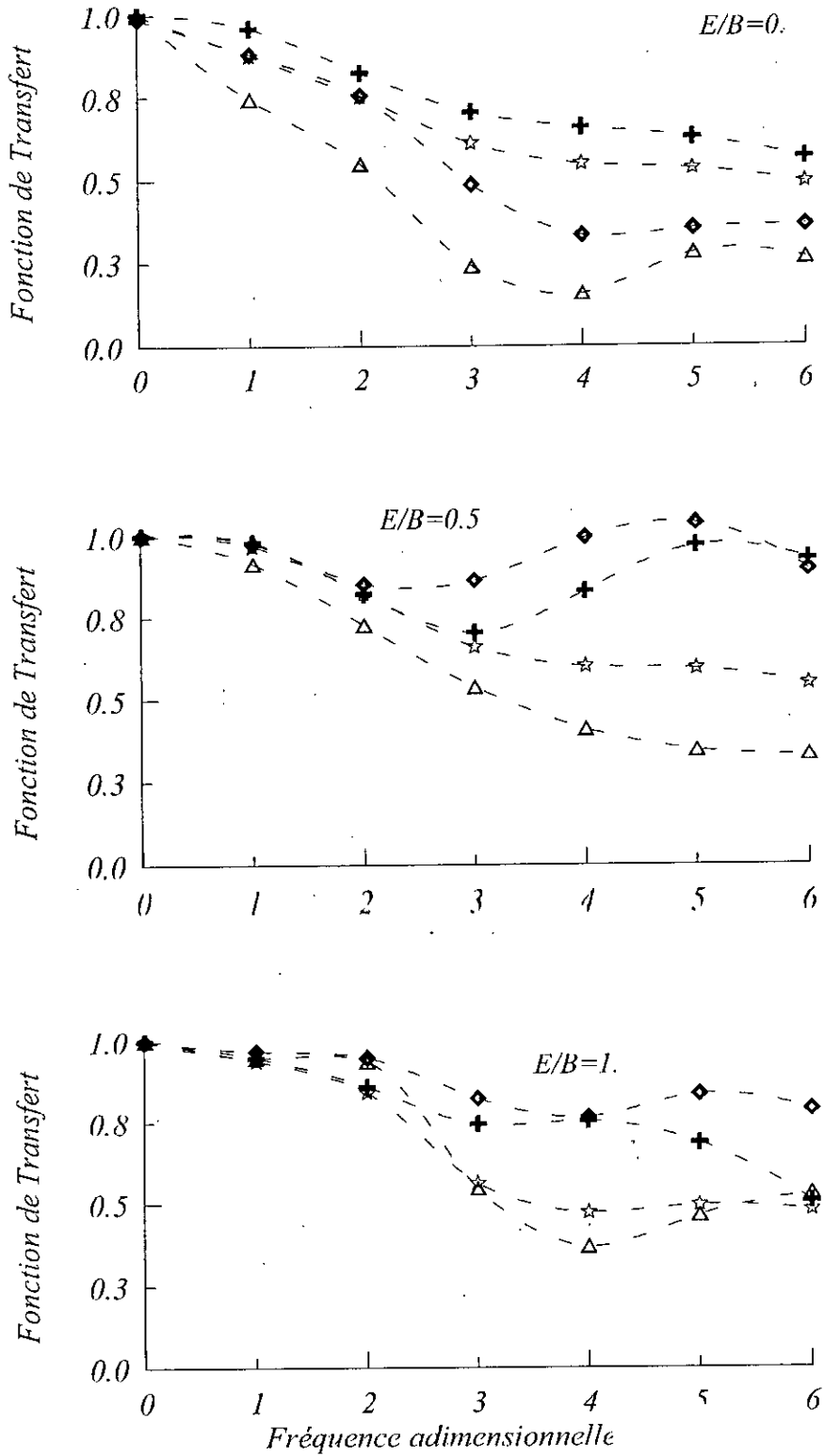


Figure 4.17: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* non corrélées

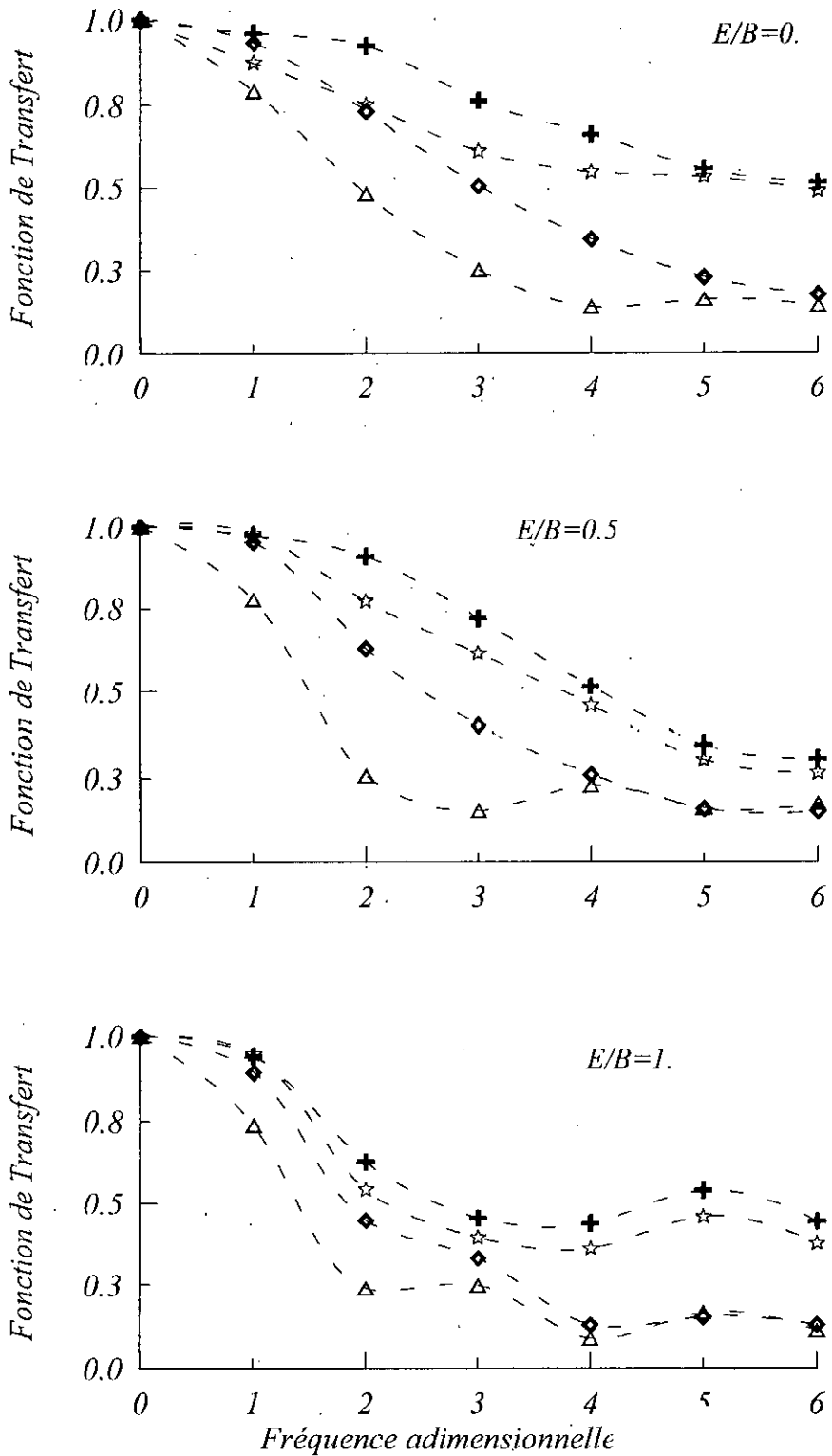


Figure 4.18: Fonction de transfert de la composante verticale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* non corrélées



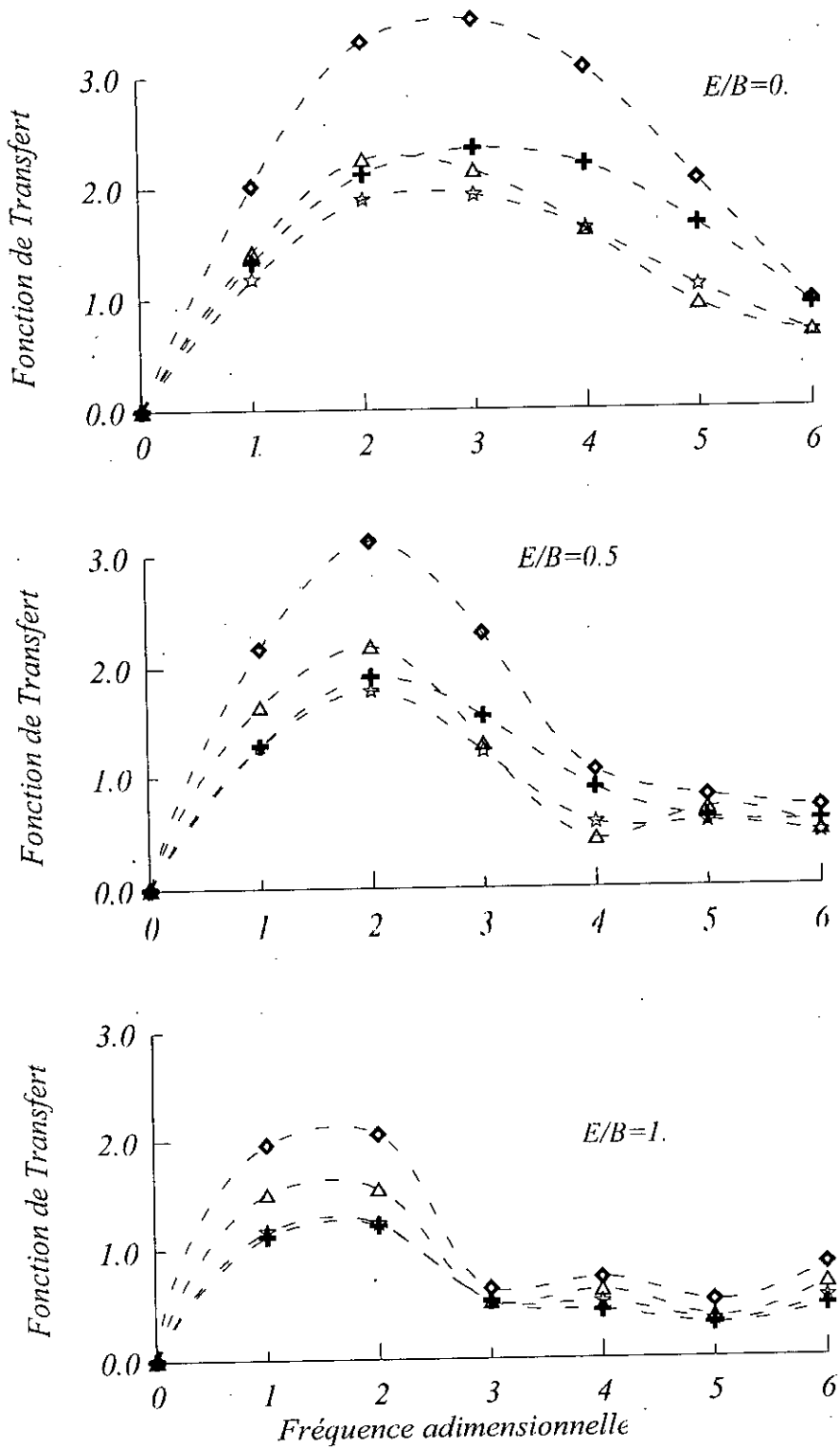


Figure 4.19: Fonction de transfert de la composante de balancement du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* non corrélées

## 4.3.2.2 Cas des ondes partiellement corrélées

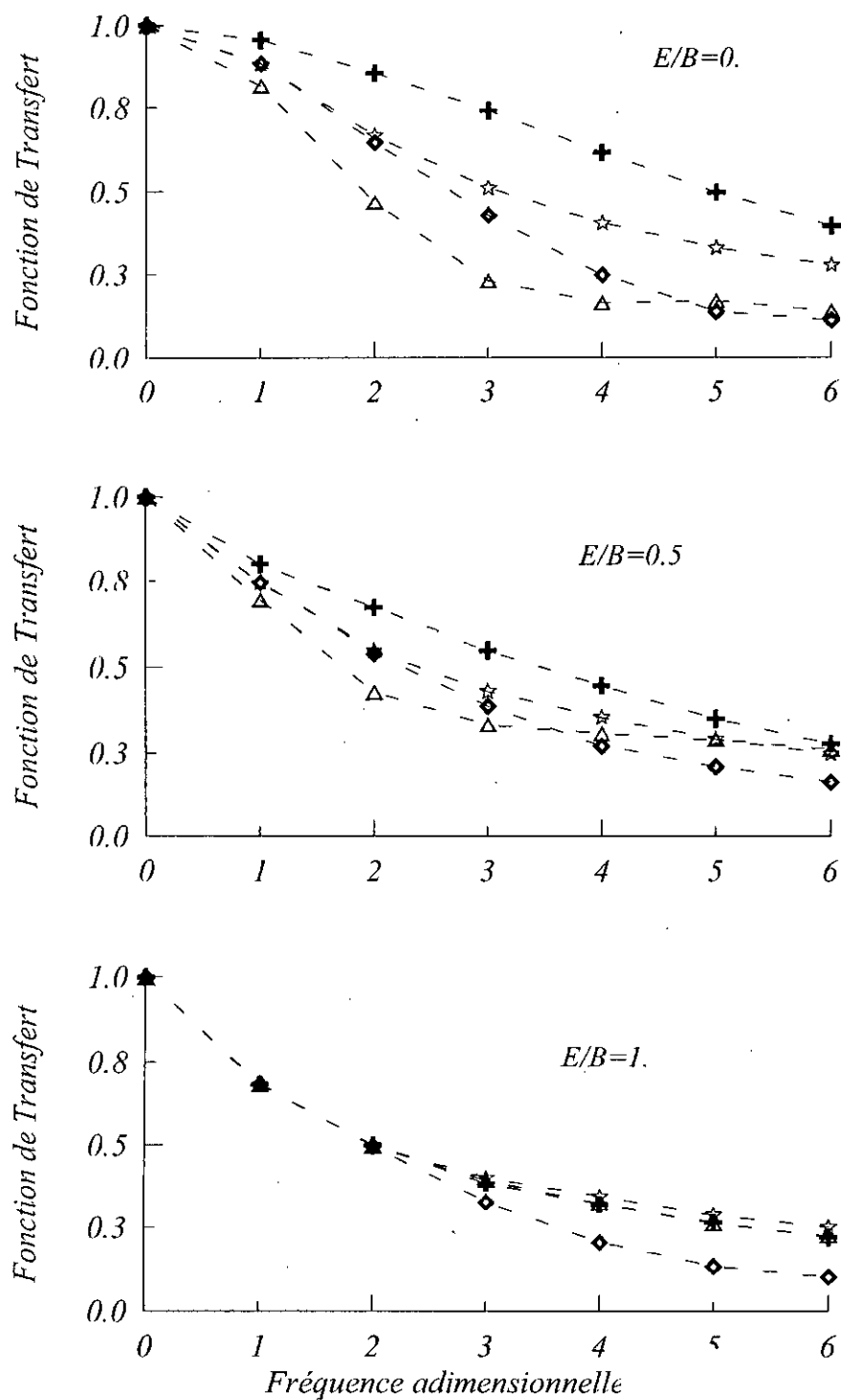


Figure 4.20: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SH* partiellement corrélées

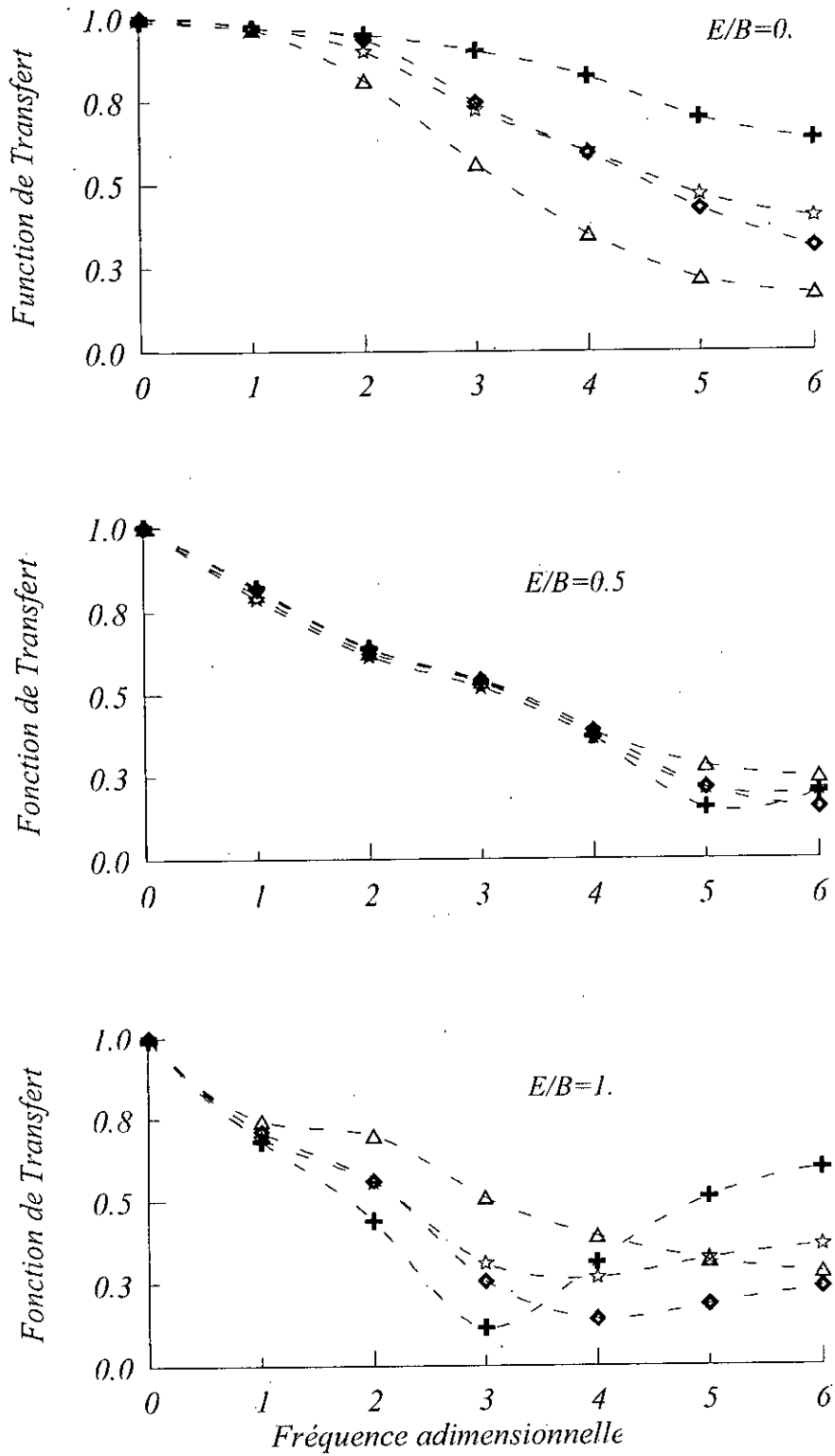


Figure 4.21: Fonction de transfert de la composante horizontale du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type P partiellement corrélées

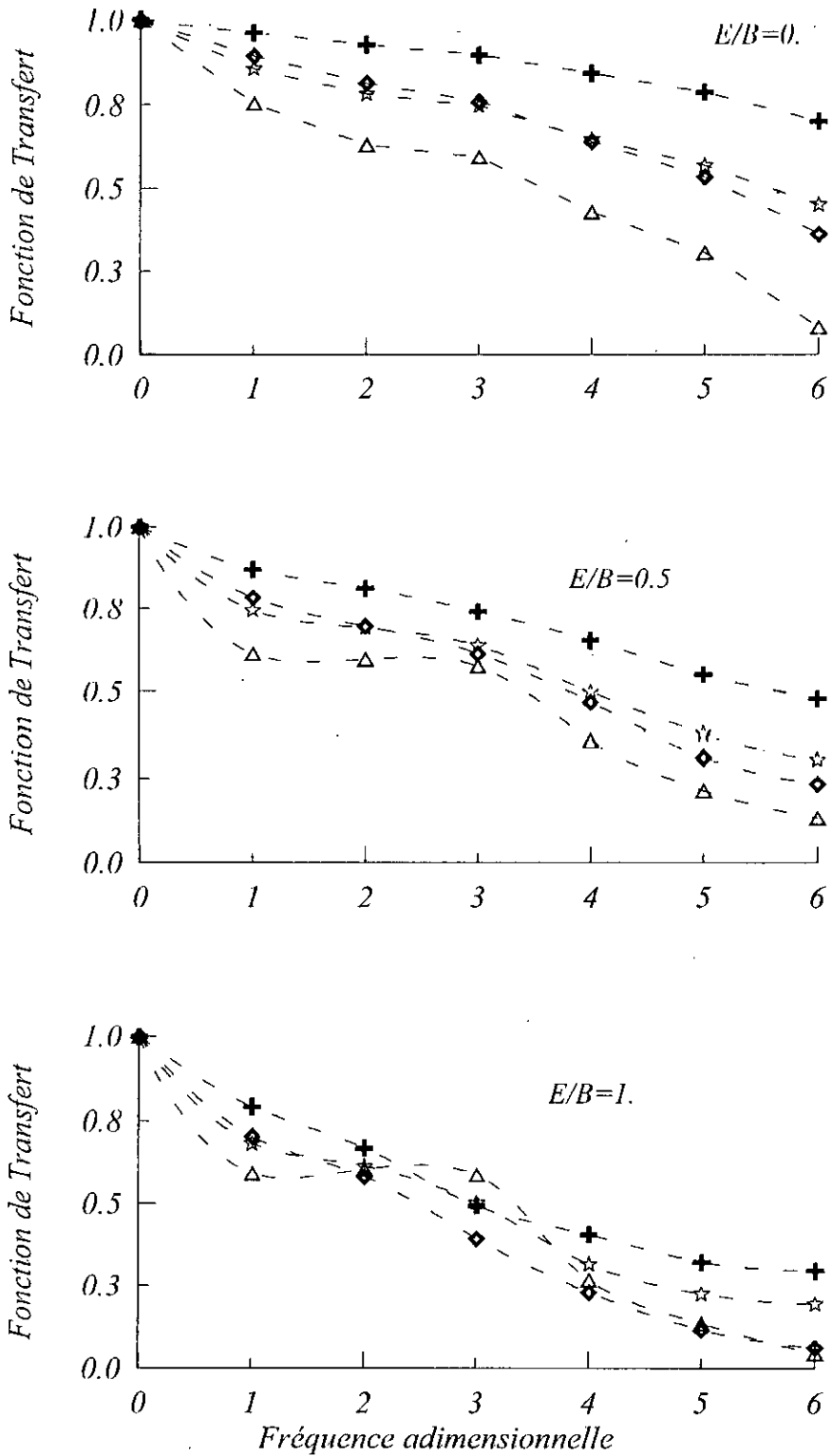


Figure 4.22: Fonction de transfert de la composante verticale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* partiellement corrélées

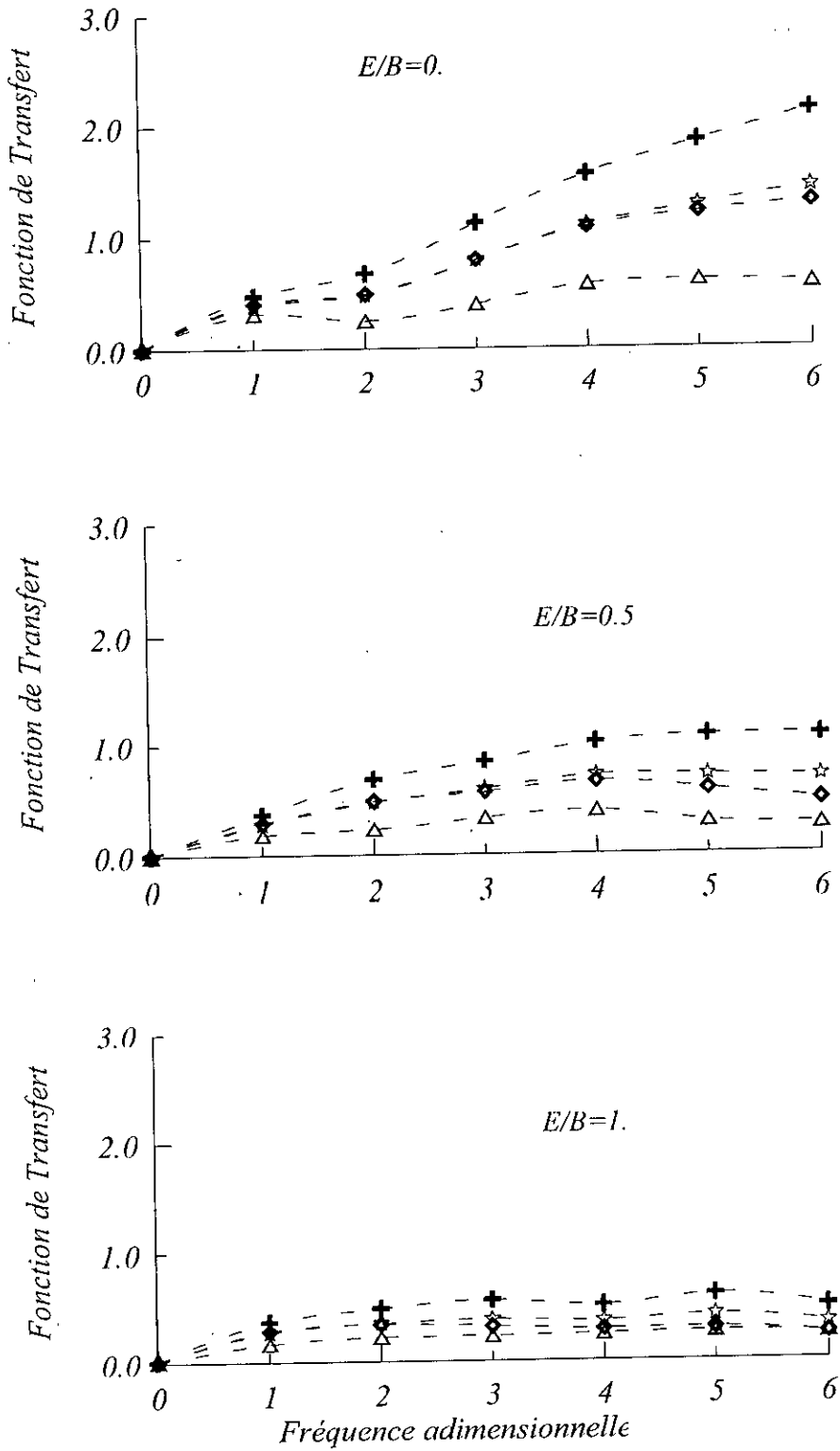


Figure 4.23: Fonction de transfert de la composante de balancement du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* partiellement corrélées

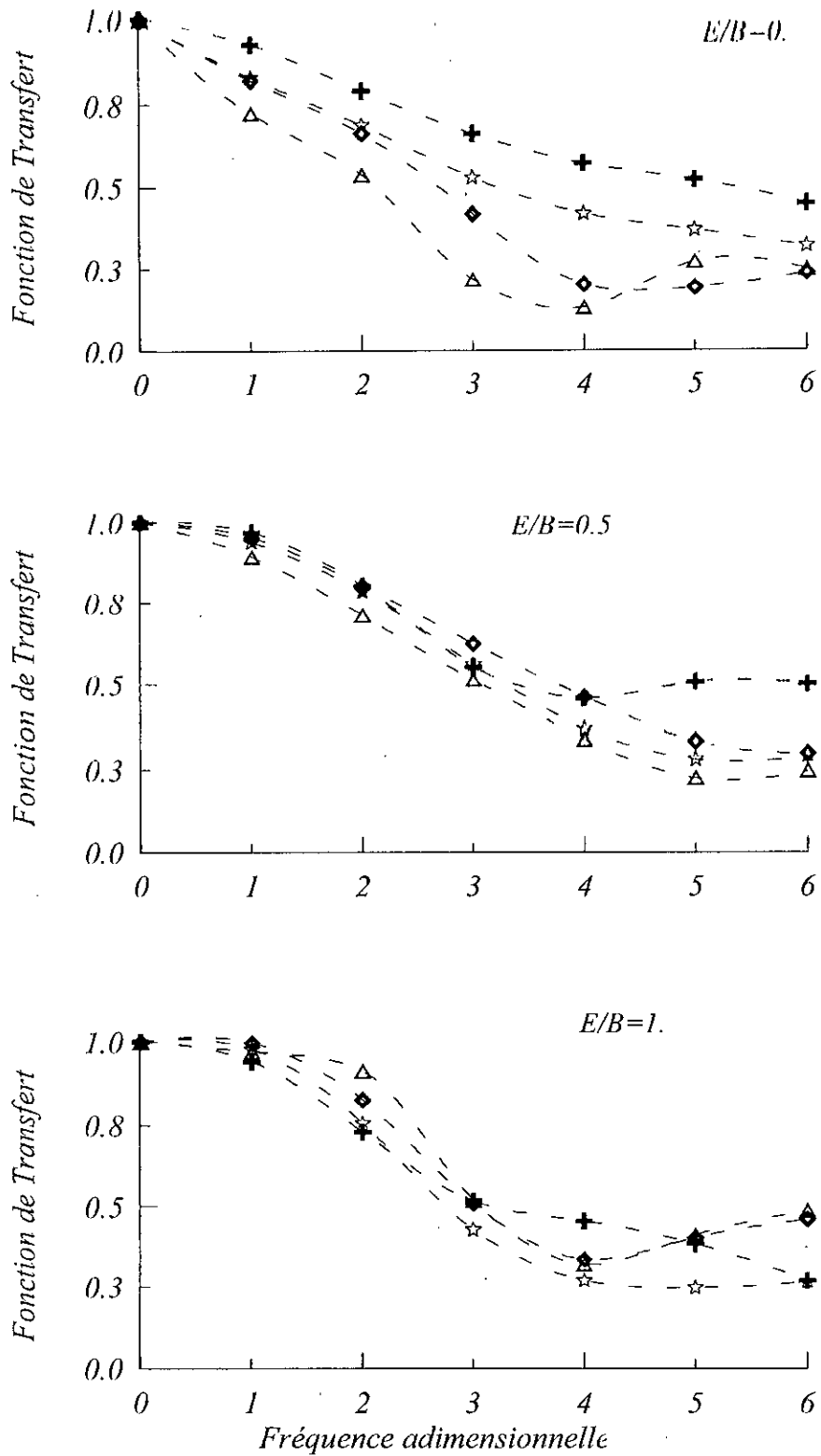


Figure 4.24: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* partiellement corrélées

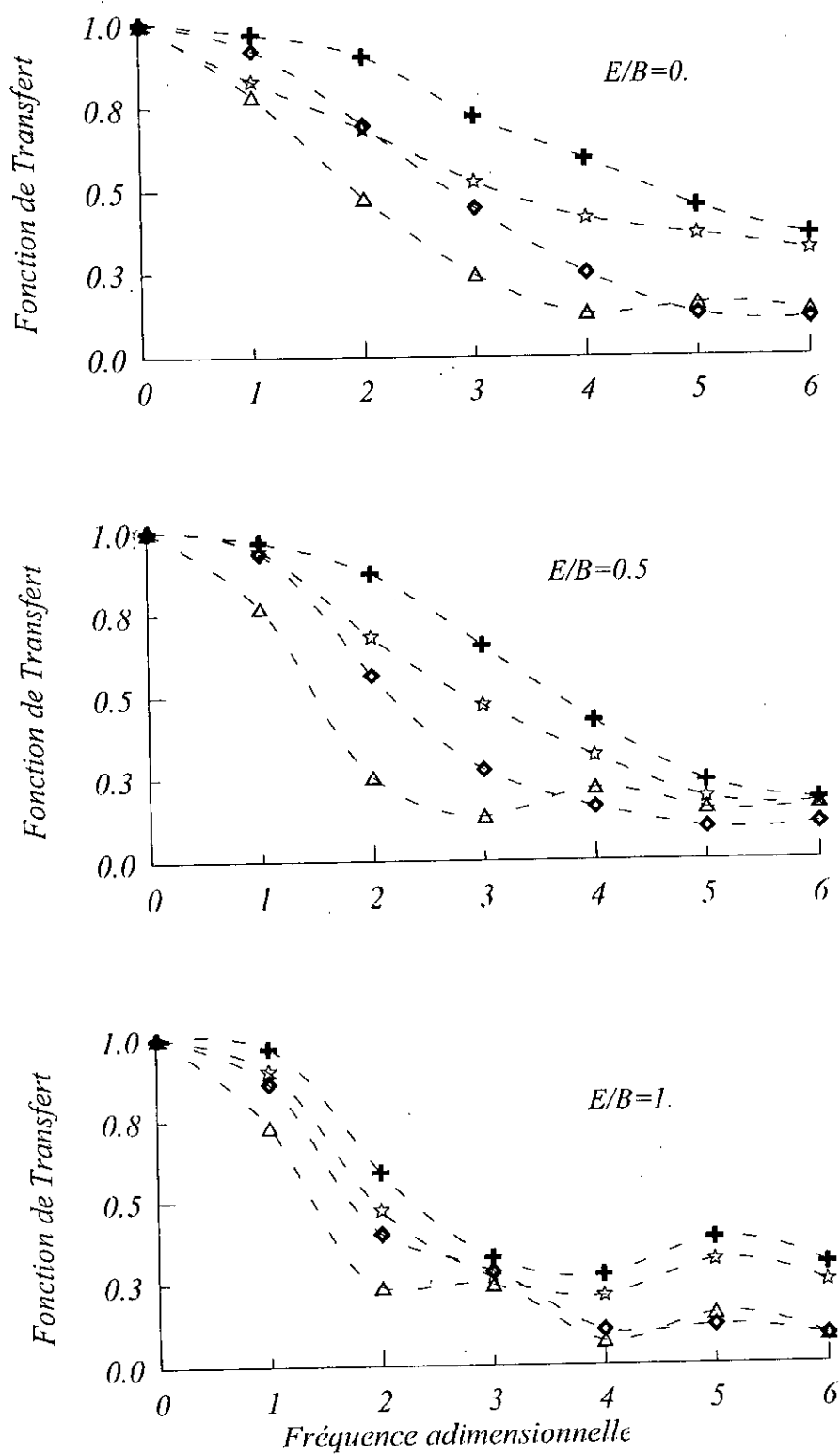


Figure 4.25: Fonction de transfert de la composante verticale du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type SV partiellement corrélées

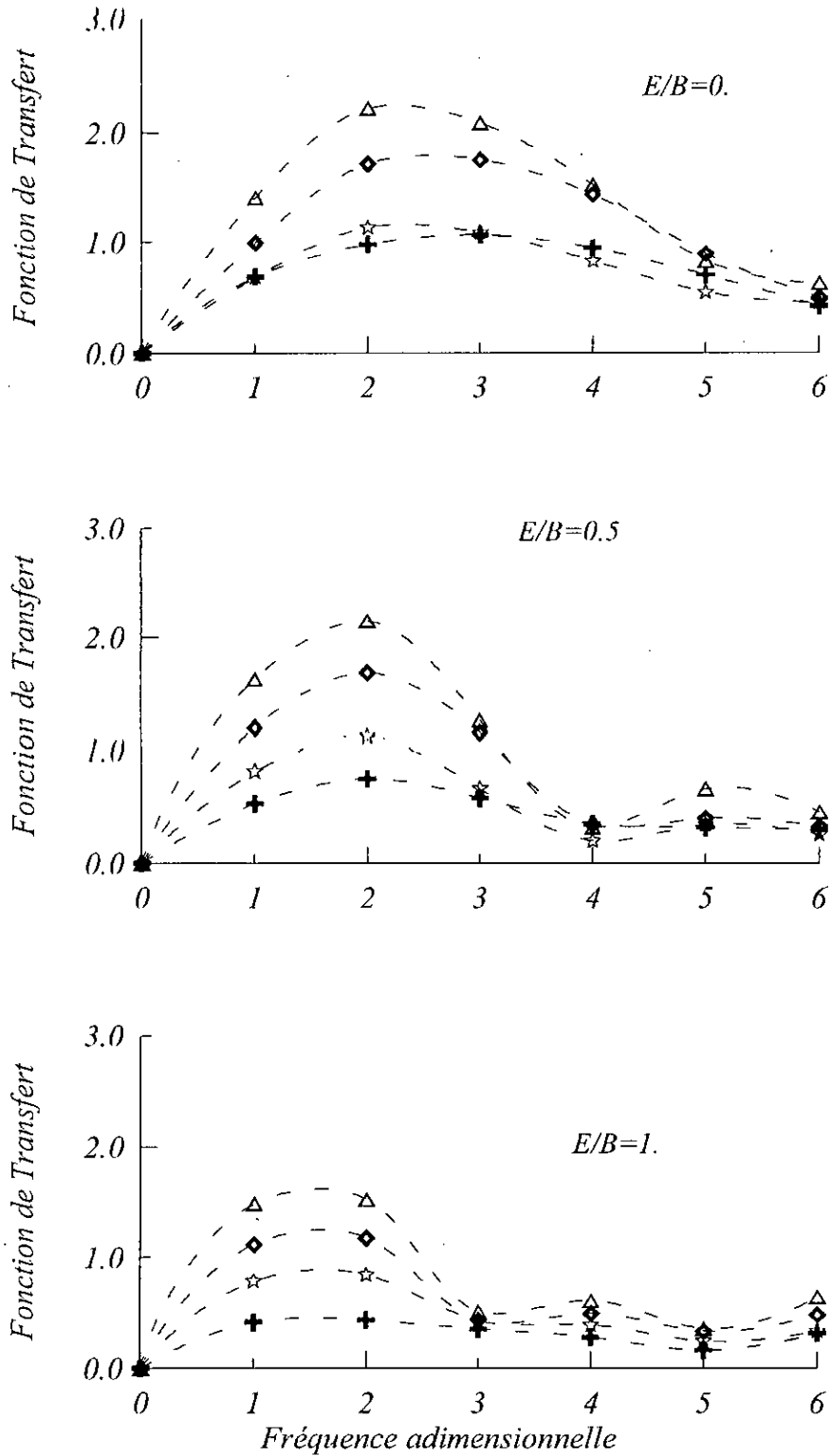


Figure 4.26: Fonction de transfert de la composante de balancement du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* partiellement corrélées



4.3.2.3 Cas des ondes totalement corrélées

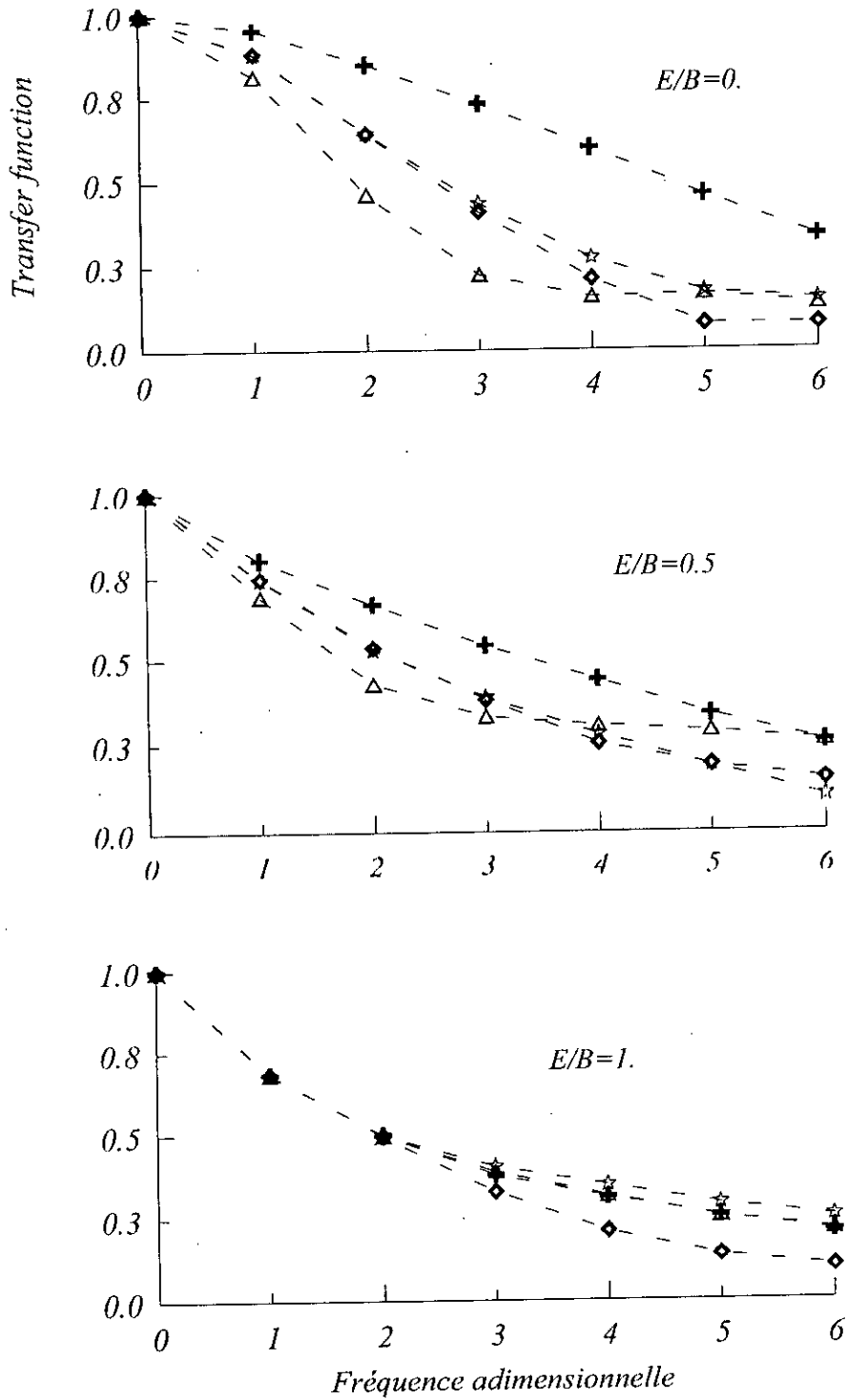


Figure 4.27: Fonction de transfert de la composante horizontale du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type SH parfaitement corrélées

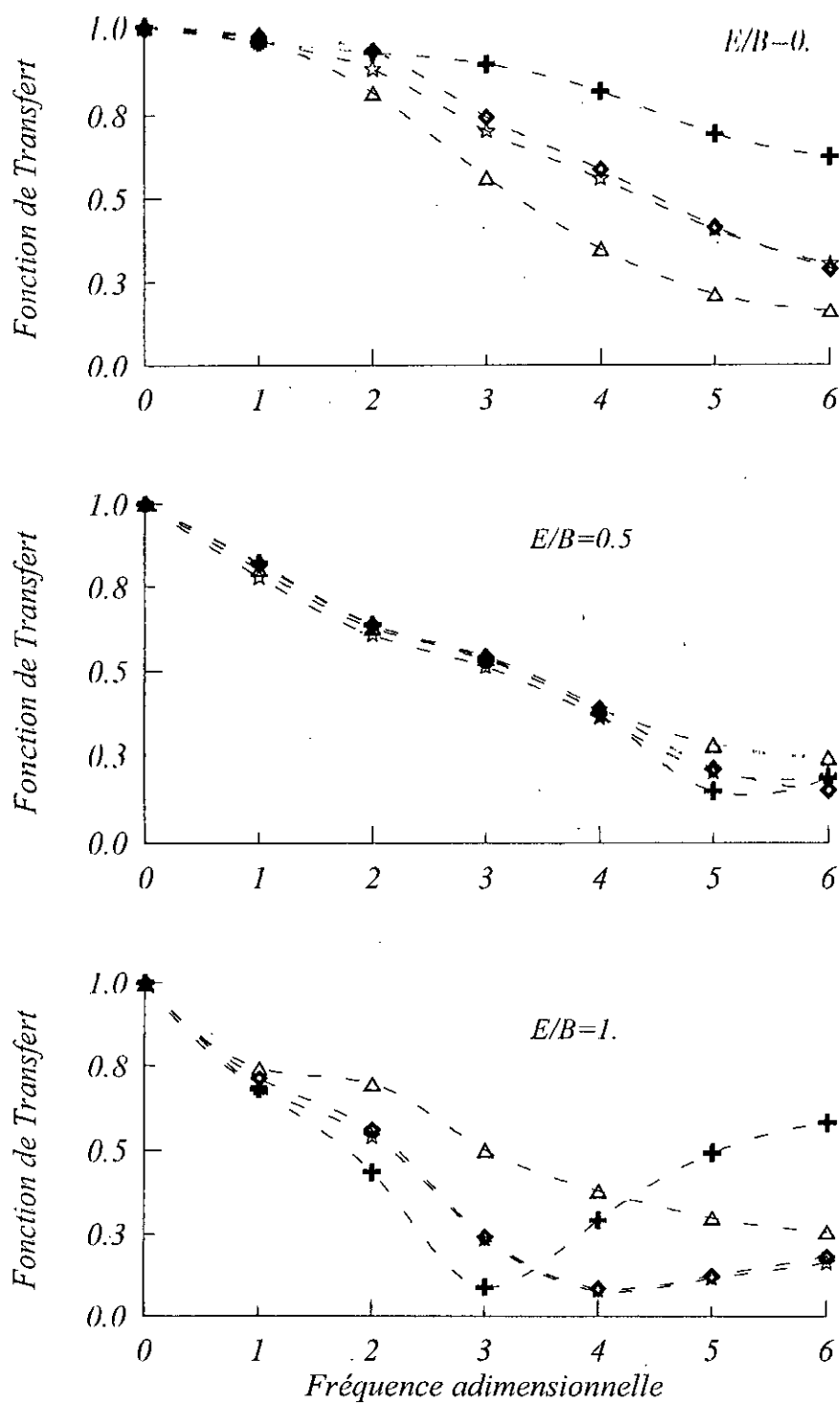


Figure 4.28: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* parfaitement corrélées

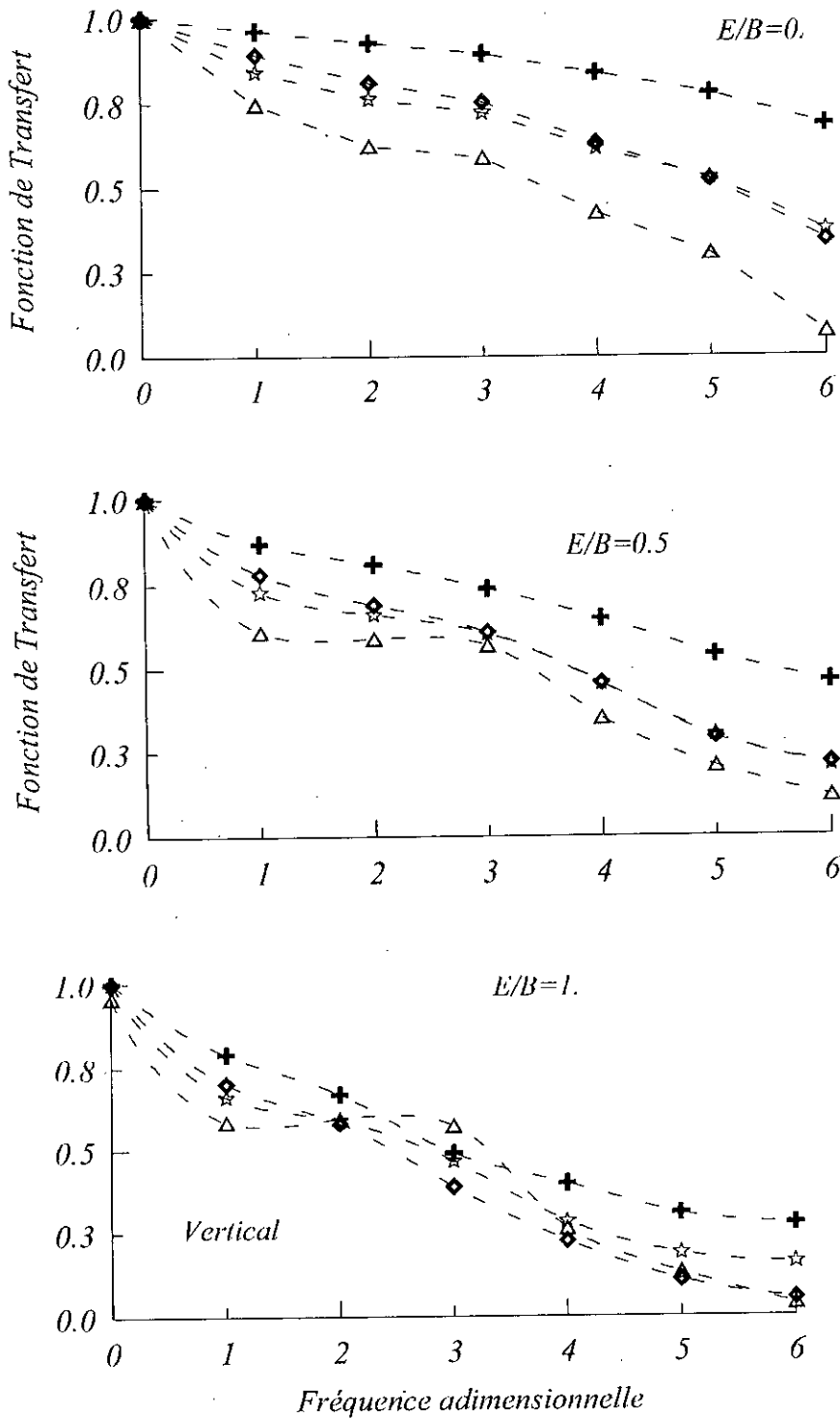


Figure 4.29: Fonction de transfert de la composante verticale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *P* parfaitement corrélées

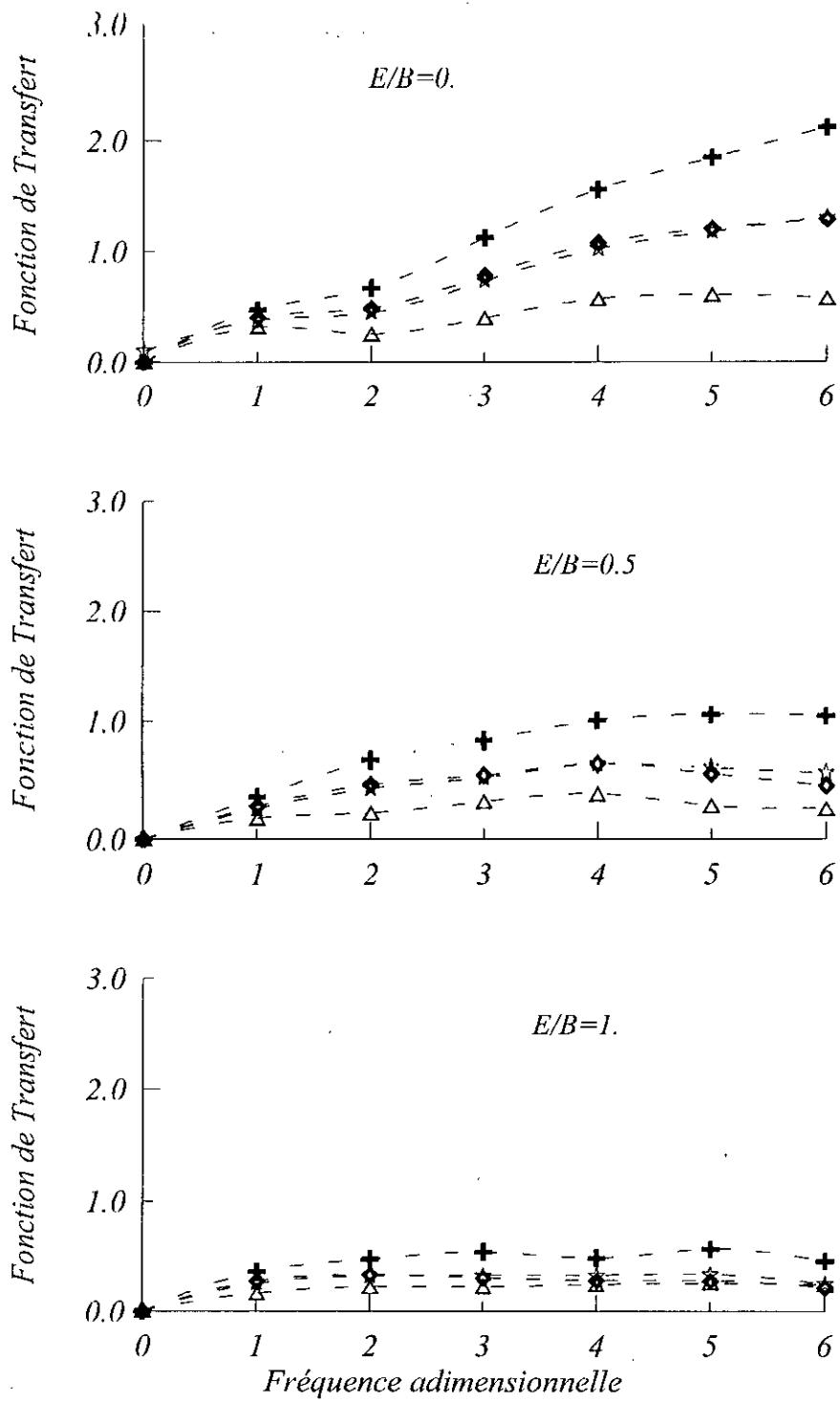


Figure 4.30: Fonction de transfert de la composante de balancement du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type  $P$  parfaitement corrélées

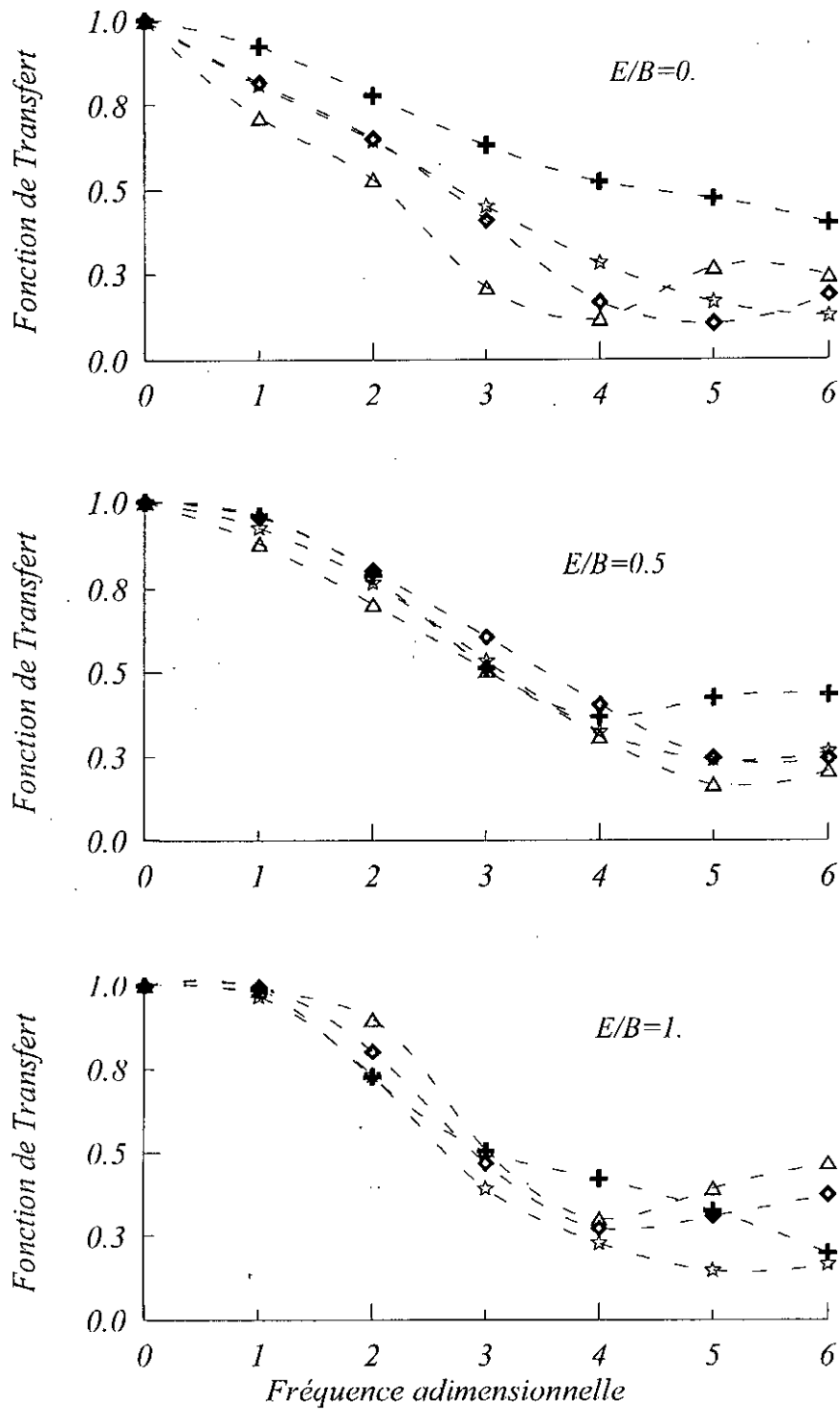


Figure 4.31: Fonction de transfert de la composante horizontale du *FIM* due à l'incidence des ondes stochastiques de type *SV* parfaitement corrélées

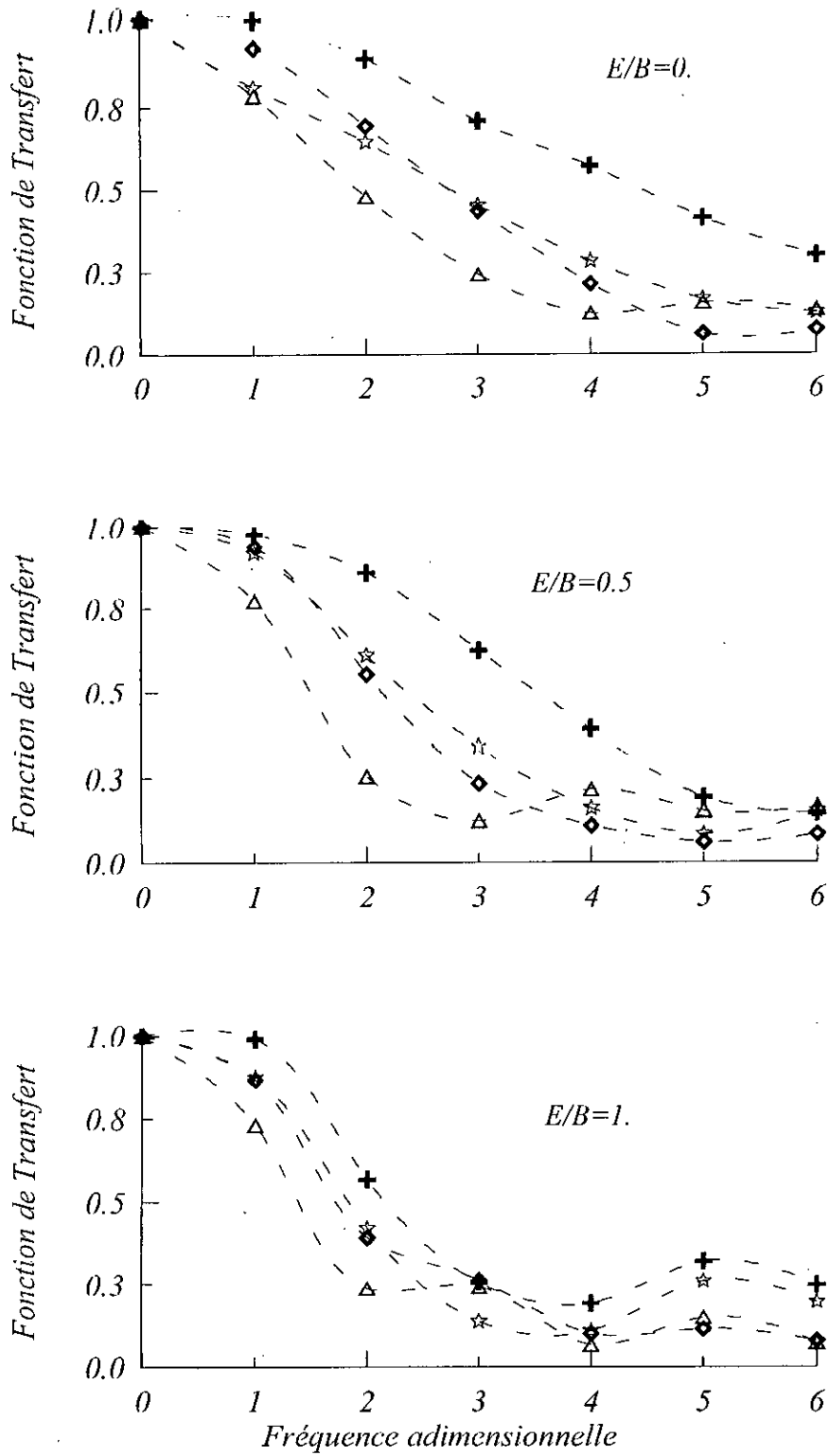


Figure 4.32: Fonction de transfert de la composante verticale du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type SV parfaitement corrélées

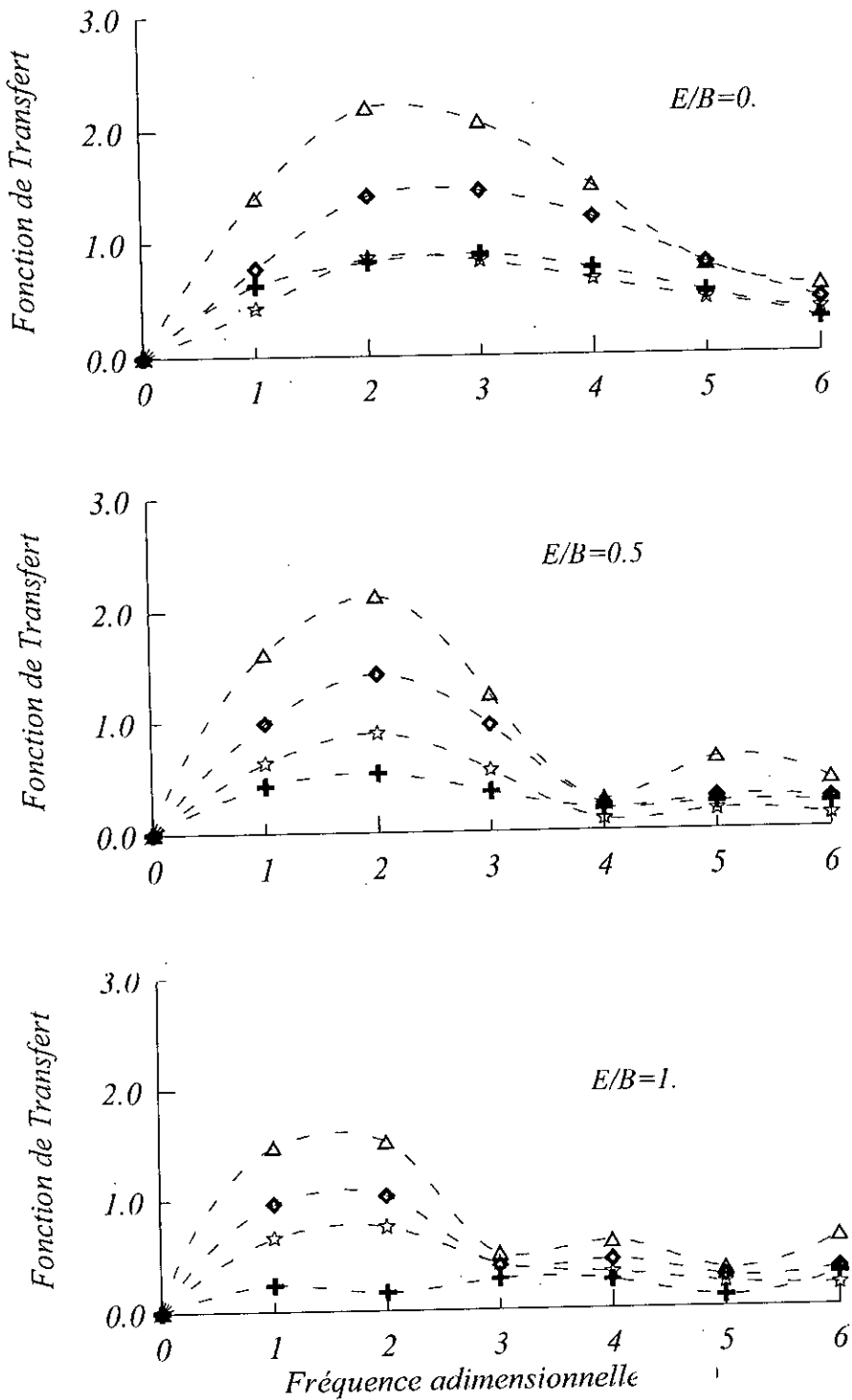


Figure 4.33: Fonction de transfert de la composante de balancement du FIM due à l'incidence des ondes stochastiques de type SV parfaitement corrélées

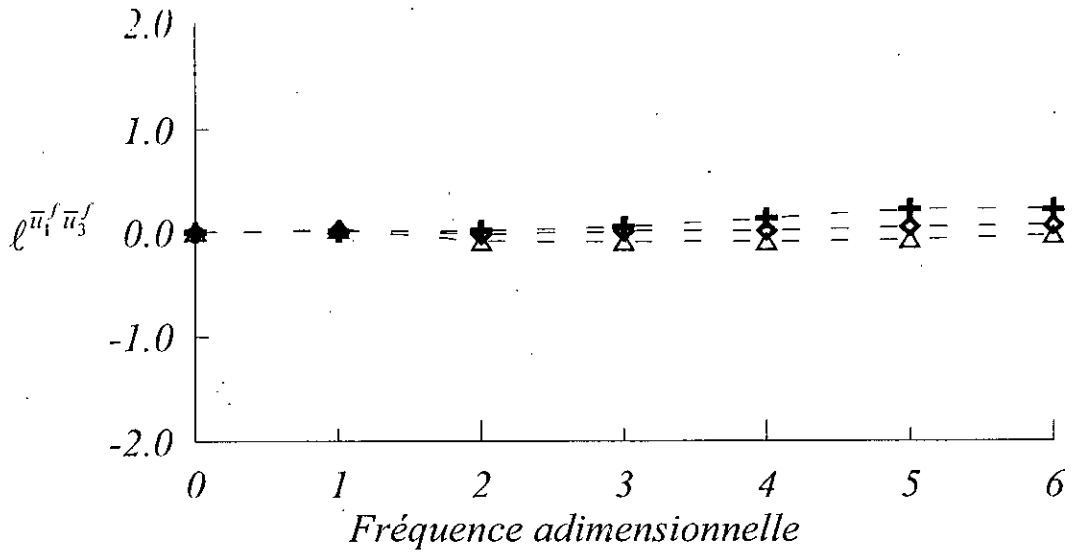


Figure 4.34: Inter-coefficient spectral entre le mouvement horizontal et de balancement pour le cas de fondations enterrées ( $E/B=1$ ) dû à l'incidence des ondes stochastiques de type P

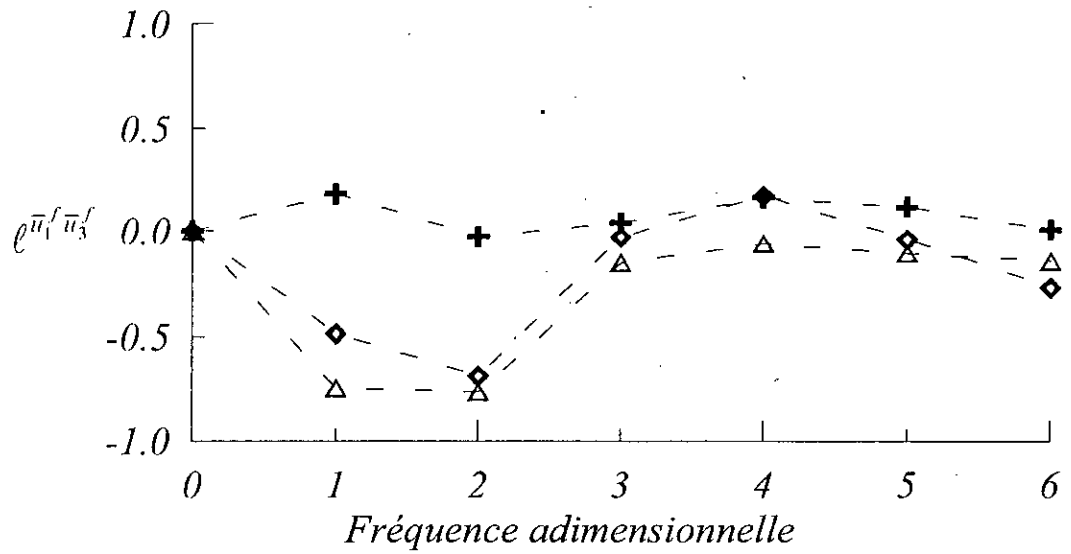


Figure 4.35: Inter-coefficient spectral entre le mouvement horizontale et de balancement pour le cas de fondations enterrées ( $E/B=1$ ) dû à l'incidence des ondes stochastiques de type SV



#### 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué l'effet de la variabilité spatiale du mouvement sismique du sol sur la réponse de fondations rigides bidimensionnelles superficielles et enterrées. On a supposé dans cette étude que la variabilité spatiale du mouvement du sol était due à la superposition d'ondes planes stationnaires de différents types (*SH*, *P* et *SV*) corrélées arrivant suivant plusieurs angles, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation en fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées. Une relation nommée *FIMER* est aussi développée dans ce chapitre permettant de calculer le *FIM* dû à la propagation d'ondes stochastiques. Cette relation est équivalente à celles développées par Bycroft (1980) pour les fondations superficielles, et Iguchi (1982) et Luco (1986) pour les fondations enterrées. Bien que les résultats d'Iguchi (1982) puissent être acceptables pour des problèmes pratiques, les résultats obtenus montrent la supériorité et la précision de la relation *FIMER* par rapport à la relation d'Iguchi (1982). La relation développée, *FIMER*, donne des résultats précis avec un effort supplémentaire relativement négligeable par rapport à la relation d'Iguchi (1982).

En outre, les résultats de cette investigation montrent que l'effet de la variabilité spatiale du mouvement du sol sur la réponse de fondations est qualitativement similaire à l'effet de passage d'onde. Les deux effets réduisent significativement les composantes du mouvement de translation aux fréquences moyennes et élevées. La réduction est plus importante pour l'input superficiel que pour l'input vertical et augmente avec le degré de l'enterrement. Pour les ondes *P* et *SV*, nous observons aux fréquences moyennes un développement important du balancement, lequel se réduit aux fréquences supérieures. Cette réduction est plus accentuée pour l'input superficiel. Le degré de corrélation peut être négligé pour les ondes *SH* et *P* et il est significatif pour les ondes *SV*.

---

## *Développement du Modèle de Spectre de Réponse Modifié pour la Prise en Compte de l'Interaction Sol-Structure*

---

Dans ce chapitre, il s'agit de développer un modèle de spectre de réponse modifié, (*Modified Response Spectrum, MRS*), caractérisant un input sismique non uniforme et en tenant en compte de l'interaction sol-fondation, valable pour les structures idéalisées en oscillateur simple à bases étendues. Le développement de ce spectre est fondé essentiellement sur la théorie des vibrations aléatoires. L'utilisation du modèle physique développé dans le chapitre quatre a permis de prendre en compte, les caractéristiques de la variation spatiale du mouvement sismique et l'effet de l'interaction sol-fondation. Le modèle de *MRS* s'exprime en fonction de spectre de réponse classique (*Classical Response Spectrum, CRS*) par le biais d'un facteur de correction développé dans ce chapitre.

---

### **5.1 Introduction**

Dans le cadre de la conception parasismique des constructions, il est très courant de supposer que tous les points de la surface du sol voisins de la fondation sont animés de mouvements pratiquement identiques et synchrones. En d'autres termes, le mouvement de la fondation est synchronisé avec le mouvement en champ libre qui est supposé uniforme. Cette hypothèse relative au mouvement de sol est indubitablement avantageuse, parce qu'elle facilite l'analyse dynamique, qui peut être exécutée par le moyen de la méthode du spectre de réponse, largement utilisé en pratique. Ainsi, cette hypothèse signifierait que les ondes sismiques se propagent verticalement et de manière spatialement uniforme (ondes cohérentes), ou que les dimensions de la base de la structure sont relativement petites comparées aux longueurs d'ondes sismiques. Par conséquent, la supposition de l'uniformité

du mouvement du sol n'est pas appropriée dans le cas d'ouvrages reposant sur des fondations étendues, et ainsi, l'utilisation de la méthode du spectre de réponse s'en trouve invalidée pour de tels cas. Par conséquent, une étude rigoureuse de telles structures devrait tenir compte du caractère spatial de l'input sismique, au moins de manière approximative. Dans ce contexte, un modèle de spectre de réponse modifié accompagné d'une règle de combinaison modale constituant ainsi une approche modalo-spectrale modifiée adaptée aux situations d'input sismique à variabilité spatiale a été développé par Berrah et Kausel (1990, 1992, 1993a, 1993b et 1994). Ce modèle concerne le problème de structures à supports multiples soumises à des sollicitations sismiques à variabilité spatiale. Cependant, les structures à base étendues soumises à la variabilité spatio-temporelle de l'excitation sismique ne sont pas prises en charge par ce modèle. Pour cela, il est judicieux de développer une procédure qui consiste à modifier le spectre de réponse des structures idéalisées en oscillateur simple, en tenant compte de l'interaction sol-fondation. Cette procédure de modification consiste en l'ajustement de chaque valeur spectrale du spectre de réponse, par le biais d'un facteur de correction dépendant essentiellement des propriétés physiques et géométriques du système sol-fondation-structure et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes sismiques. Le modèle développé dans cette étude représente un outil susceptible d'être utilisé dans la pratique de l'ingénieur.

---

## 5.2 Formulation de Spectre de Réponse Modifié

### 5.2.1 Représentation d'une structure

Un moyen simple de représenter une structure consiste à la modéliser par sa masse concentrée, centre d'application des forces d'inertie (Stewart *et al.*, 1998); Une structure complexe serait modélisée par plusieurs masses correspondant chacune à un mode de vibration. Néanmoins, en première approximation, on ne considérera qu'une seule masse  $m_1$  où s'appliqueront les forces d'inertie. Elle correspond au mode fondamental de la structure, qui dans notre cas sera le plus énergétique des modes de vibrations (figure 5.1).  $m_1$  est connectée au sol par l'intermédiaire d'une barre flexible sans masse, inextensible dans la direction verticale. Elle est caractérisée par une constante de rappel élastique  $k_1$  et par une constante d'amortissement visqueux  $c_1$ . L'ensemble masse  $m_1$ -barre repose sur le sol par l'intermédiaire d'une fondation sans masse qui peut être enfouie à une profondeur  $L$ .

### 5.2.2 Moyenne du maximum de la réponse à une excitation Gaussienne

L'intérêt porté aux caractéristiques de réponses des systèmes structuraux soumis à des excitations sismiques stationnaires est très grand. Parmi ces caractéristiques quelques-unes, telles que la fonction de répartition, la moyenne et la variance de la réponse maximale sur un intervalle de temps spécifié, sont fondamentales pour la détermination de la fiabilité des structures existantes ou pour la conception de nouvelles.

Trouver ces caractéristiques à partir de la densité spectrale de puissance est un problème très délicat. Ce problème n'a pas reçu, à ce jour, de solutions rigoureuses, même dans le cas simple de la réponse d'un oscillateur linéaire à un bruit blanc Gaussien. Cependant, sous certaines conditions, des résultats acceptables peuvent être trouvés. En supposant que la structure est linéaire et soumise à une excitation Gaussienne de moyenne nulle, sa réponse sera aussi un processus Gaussien et de moyenne nulle. Dans ces conditions, Der Kiureghian (1980) a exprimé la moyenne du maximum de la valeur absolue de la réponse  $R(t)$  sur une durée  $T$ , par

$$R_{\max} = |R(t)|_{\max} = p\sigma \quad (5.1)$$

où le taux moyen de passage du processus de la réponse par la valeur zéro,  $\nu$ , et le facteur de forme de la fonction de DSP,  $\delta$ , peuvent être obtenus par

$$\nu = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (5.2)$$

et

$$\delta = \sqrt{1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}} \quad (5.3)$$

$p$  étant le facteur de pic qui s'exprime en fonction des trois premiers moments spectraux sur une durée  $T$  (généralement prise égale à la durée de la phase forte de l'excitation) par la formule suivante (Der Kiureghian, 1980)

$$p = \sqrt{2 \ln(\nu_e T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(\nu_e T)}} \quad (5.4)$$

$\sigma = \sqrt{\lambda_0}$  est l'écart type de processus et

$$\lambda_m \approx \int_0^{\omega_c} \omega^m S(\omega) d\omega \quad (5.5)$$

sont les moments spectraux d'ordre  $m$  du processus stationnaire de moyenne nulle,  $R(t)$ , avec une fonction de *DSP*,  $S(\omega)$ , et  $\omega_c$  est la fréquence de coupure.

$$\nu_e T = \begin{cases} \max(2.1, 2\delta T) & 0 \leq \delta < 0.1 \\ (1,63\delta^{0.45}, 0,38)T & 0.1 \leq \delta < 0.69 \\ \nu T & 0,69 \leq \delta \leq 1. \end{cases} \quad (5.6)$$

$\nu_e$  est le taux équivalent moyen de passage du processus de la réponse par zéro.

### 5.2.3 Fonction Filtre

Comme indiqué précédemment, le spectre de réponse peut être déterminé à partir de la fonction de *DSP* de la réponse structurelle en utilisant la méthode développée par Der Kiureghian (1980). La première étape de cette méthode est donc le calcul de cette fonction de *DSP*. Dans ce qui suit, en se basant sur la fonction de *DSP* du mouvement induit de la fondation déterminée dans le chapitre quatre (équation 4.8), nous allons formuler la réponse d'une structure à un degré de liberté (figure 5.1) sujette à un mouvement non uniforme à sa base. L'influence de l'interaction sol-fondation est prise en compte à travers une fonction appelée *Fonction Filtre (FF)*.

Soit  $S_u(\omega)$  la fonction de *DSP* du déplacement relatif horizontal de la structure,  $u$ , induit par le mouvement horizontal de la fondation; et soit  $S_v(\omega)$  la fonction *DSP* correspondant au déplacement,  $v = h u_f'$ , induit par le mouvement du balancement de la fondation.

En raison du caractère stochastique des mouvements induits de la fondation, il est possible de définir la réponse totale de la structure pour le cas du mouvement non uniforme avec prise en compte de l'interaction sol-fondation,  $w = u + v$ , dans un sens stochastique par sa fonction de *DSP* comme suit

$$S_w^{SKI}(\omega) = S_u^{SKI}(\omega) + S_v^{SKI}(\omega) + 2Re.(S_{uv}^{SKI}(\omega)) \quad (5.7)$$

où  $SKI$  est un exposant dénotant l'interaction stochastique sol-fondation (Stochastic Kinematic Interaction,  $SKI$ ) et  $Re.$  indique la partie réelle de la quantité considérée.

En utilisant la relation entrée-sortie en terme de  $DSP$  (réponse aléatoire stationnaire à une excitation aléatoire), l'équation (5.7) peut être définie comme

$$S_w^{SKI}(\omega) = |H_u(\omega)|^2 [S^{u_1^f}(\omega) + h^2 S^{u_3^f}(\omega) + 2h Re.(S^{u_1^f u_3^f}(\omega))] \quad (5.8)$$

$H_u(\omega)$  est la fonction de transfert pour le mouvement de translation horizontale, définie par

$$H_u(\omega) = \frac{1}{[\omega_1^2 - \omega^2 + 2i/\omega\omega_1]} \quad (5.9)$$

$\omega_1$  est la fréquence fondamentale de l'oscillateur et  $\beta$  est le facteur d'amortissement.

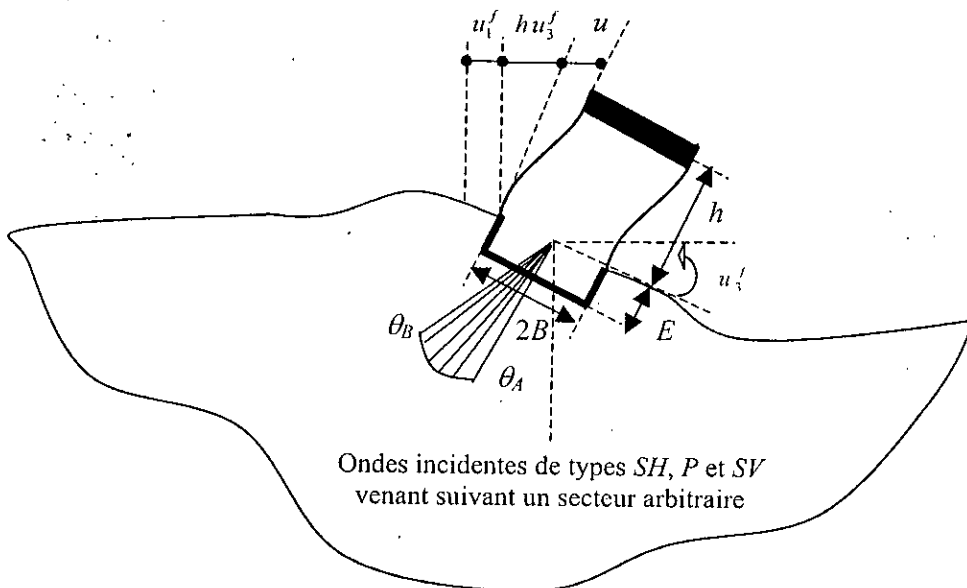


Figure 5.1: Idéalisation d'une structure en un degré de liberté

substituons les équations (4.8) et (4.10) dans (5.8), on a

$$S_w^{SKI}(\omega) = |H_u(\omega)|^2 \left[ \left| \mathfrak{I}^{u_i}(\omega) \right|^2 + \left( \frac{h}{B} \right)^2 \left| \mathfrak{I}^{u_i'}(\omega) \right|^2 + 2 \frac{h}{B} \text{Re} \left( \mathfrak{I}^{u_i u_i'}(\omega) \right) \right] S_i^{\#}(\omega) \quad (5.10)$$

et en substituant les équations (4.9) et (4.11) dans (5.10), la fonction DSP de la réponse totale de la structure peut être donnée par

$$S_w^{SKJ}(\omega) = |H_u(\omega)|^2 |\mathfrak{R}(\omega)|^2 S_i^{\#}(\omega) \quad (5.11)$$

où

$$|\mathfrak{R}|^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left[ T_{\theta_i}^{u_i'} \left( T_{\theta_i}^{u_i'} \right)^* + \left( \frac{h}{B} \right)^2 T_{\theta_i}^{u_i} \left( T_{\theta_i}^{u_i} \right)^* + 2 \left( \frac{h}{B} \right) \text{Re} \left( T_{\theta_i}^{u_i'} \left( T_{\theta_i}^{u_i} \right)^* \right) \right] u_i^s(\theta_i) u_i^s(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m u_i^s(\theta_i) u_i^s(\theta_j) f(|\theta_i - \theta_j|)} \quad (5.12)$$

est la fonction filtre au carré. La fonction filtre mesure l'influence de l'interaction sol-fondation sur la réponse stochastique des structures. Dans le cas où le mouvement est uniforme,  $FF$  devient égale à l'unité (effet de l'interaction cinématique est nulle) et par conséquent, l'équation (5.11) devient

$$S_w(\omega) = |H_u(\omega)|^2 S_i^{\#}(\omega) \quad (5.13)$$

## 5.2.4 Spectre de réponse modifié

### 5.2.4.1 Hypothèses

Le développement du modèle de spectre de réponse modifié se fait, dans cette étude, en exprimant la valeur moyenne de la réponse maximale pour le cas d'input sismique non uniforme en terme de son homologue pour le cas d'input sismique uniforme. Le développement de ce modèle est basé sur le contexte hypothétique suivant:

- La variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre est décrite d'une manière stochastique par le biais d'un modèle physique basé sur la propagation d'ondes planes stochastiques de trois types ( $SH$ ,  $P$  et  $SV$ ) corrélées, arrivant suivant plusieurs angles

d'incidence, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation avec la fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées.

- La structure est modélisée par un oscillateur simple.
- L'influence de l'interaction cinématique est prise en compte dans le modèle à travers la fonction filtre.
- Les effets de l'interaction inertielle ne sont pas pris en compte.
- Le spectre de réponse classique relatif à un site donné est supposé connu.

#### 5.2.4.2 Développement du modèle

En combinant les équations (5.11) et (5.13), il est possible d'exprimer la relation entre les fonctions de *DSPs*, pour les cas d'inputs sismiques non uniformes et parfaitement uniformes, comme suit

$$S_w^{SKI}(\omega) = |\mathfrak{R}(\omega)|^2 S_w(\omega) \quad (5.15)$$

Cependant, la valeur moyenne de la réponse totale maximale étant la quantité la plus importante et la plus utilisée en pratique, elle peut être déterminée, dans le cas d'un mouvement uniforme, par le biais du *CRS*,  $SR_w(\omega_1, \beta)$

$$\text{Moy}(\max(R_w(t))) = SR_w(\omega_1, \beta) = p \sqrt{\lambda_0} \quad (5.16)$$

où  $p$  étant le facteur de pic et  $\lambda_0$  est le moment spectral d'ordre 0 du processus stationnaire de moyenne nulle,  $R_w(t)$ . On peut définir, d'une manière analogue, la réponse totale maximale pour le cas de mouvement non uniforme avec prise en compte de l'interaction cinématique, sous la forme suivante

$$\text{Moy}(\max(R_w^{SKI}(t))) = SR_w^{SKI}(\omega_1, \beta) = p^{SKI} \sqrt{\lambda_0^{SKI}} \quad (5.17)$$

où  $SR_w^{SKI}(\omega_1, \beta)$  est le *MRS* (cas d'un mouvement non uniforme avec prise en compte de l'interaction cinématique).



Ainsi, en utilisant les équations (5.16) et (5.17), la valeur moyenne de la réponse totale maximale de  $R_w(t)$ , pour un mouvement non uniforme avec prise en compte de l'interaction cinématique peut être exprimée en fonction de la valeur homologue pour un mouvement uniforme comme suit

$$SR_w^{SKI}(\omega_1, \beta) = \frac{P^{SKI}}{P} \left( \frac{\lambda_0^{SKI}}{\lambda_0} \right)^{1/2} SR_w(\omega_1, \beta) \quad (5.18)$$

Par ailleurs et pour les cas pratiques, le rapport  $\frac{P^{SKI}}{P}$  est proche de l'unité (le facteur de pic n'est pas très sensible à la forme de la fonction de *DSP*; Der Kiureghian, 1980). Ainsi sa simplification à l'équation (5.18) conduit à la formule suivante

$$SR_w^{SKI}(\omega_1, \beta) = \rho^{1/2} SR_w(\omega_1, \beta) \quad (5.19)$$

avec

$$\rho = \frac{\lambda_0^{SKI}}{\lambda_0} = \frac{\int_0^{\omega_c} |H_u(\omega)|^2 |\mathfrak{R}(\omega)|^2 S_1^{\#}(\omega) d\omega}{\int_0^{\omega_c} |H_u(\omega)|^2 S_1^{\#}(\omega) d\omega} \quad (5.20)$$

est le facteur de correction liant les deux spectres de réponses, modifié et classique. L'équation (5.20) montre que le facteur de correction dépend essentiellement des propriétés physiques et géométriques du système sol-fondation-structure et des caractéristiques du phénomène de propagation d'ondes sismiques.

La détermination du facteur de correction nécessite la connaissance de la fonction *DSP* de l'input sismique. Pratiquement, cette dernière est obtenue à partir du spectre de réponse du site donné. Plusieurs chercheurs ont établi une relation consistante, entre le spectre de réponse et la fonction *DSP* de l'excitation sismique. La première proposition de solution due à Rosenblueth et Bustamante (1962), qui ont établi une relation entre l'énergie maximale d'un oscillateur simple et la constante du spectre de puissance caractérisant l'excitation sismique. En utilisant cette relation, Housner et Jennings (1964) ont pu obtenir la fonction *DSP* du processus d'accélération sismique à partir du spectre moyen de la vitesse non amortie. Par la suite, plusieurs investigations ont été faites par d'autres

chercheurs tels que: Kaul (1978), Sundararajan (1980), Urruh et Kuan (1981), Christian (1989), et Der Kiureghian et Neuenhofer (1991). Ils ont proposé des modèles stochastiques, basés sur des processus stationnaires Gaussiens à moyenne nulle, qui consistent en une procédure itérative. A titre d'exemple, le modèle de Der Kiureghian et Neuenhofer (1991) peut être utilisé dans ce contexte. Ce modèle consiste à utiliser une méthode itérative pour évaluer la fonction *DSP* de l'input sismique consistante avec le spectre de réponse associé au site donné et qui est valide pour les processus à bande large ainsi qu'à bande étroite. La formulation itérative proposée par Der Kiureghian et Neuenhofer (1991) est

$$S_1^g(\omega)_{j+1} = \frac{S_1^g(\omega)_j}{\lambda_0(\omega)_j} \left[ \frac{R_w(\omega, \beta)}{P(\omega)_j} \right]^2 \quad (5.21)$$

où  $G_{iii}(\omega)_j$  est la  $j^{ème}$  itération de la fonction *DSP* concernant les fréquences positives.

$\lambda_0(\omega)_j$  et  $P(\omega)_j$  sont, respectivement, la moyenne carrée (variance) et le facteur de pic de la réponse, d'un oscillateur de fréquence  $\omega$  et de taux d'amortissement  $\beta$ , à l'input sismique caractérisé par la fonction *DSP*  $S_1^g(\omega)_j$ .

En raison de la dépendance non sensible des moments spectraux vis-à-vis de la fonction *DSP*, la 1<sup>ère</sup> approximation de la fonction *DSP* proposée, est obtenue en posant  $S_1^g(\omega)_0$  égale à une constante (bruit blanc).

$$S_1^g(\omega)_1 = \frac{2\beta\omega^3}{\pi} \left[ \frac{R_w(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (5.22)$$

La considération de la non-validation de la stationnarité pour les faibles fréquences nécessite l'introduction d'un facteur de correction et l'approximation prend la forme

$$S_1^g(\omega)_1 = \omega^2 \left( \frac{2\beta\omega}{\pi} + \frac{4}{\pi T_m} \right) \left[ \frac{R_w(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (5.23)$$

De plus, au niveau de  $\omega = 0$ , la fonction *DSP* du déplacement du sol est infini, il a été donc nécessaire de corriger l'approximation de manière à ne pas affecter les hautes fréquences. Le facteur de correction proposé est

$$f_c = \frac{\omega^p}{\omega^p + \omega_f^p} \quad p \geq 2 \quad (5.24)$$

où  $\omega_f$  est un paramètre de faible valeur de façon que  $f_c$  atteint rapidement l'unité. Finalement, la 1<sup>ère</sup> approximation de la fonction *DSP* suggérée a pour expression

$$S_1^g(\omega)_1 = \frac{\omega^{p+2}}{\omega^p + \omega_f^p} \left( \frac{2\beta\omega}{\pi} + \frac{4}{\pi T_m} \right) \left[ \frac{R_w(\omega, \beta)}{P(\omega)_0} \right]^2 \quad (5.25)$$

---

## 5.3 Présentation des Résultats et Discussions

### 5.3.1 Fonction filtre

La réponse d'une structure à un degré de liberté (figure 5.1) sujette à un mouvement non uniforme à sa base est évaluée à travers la *FF* (équation 5.12). Il est supposé que la demi largeur de la fondation est de 15 m, la vitesse de propagation des ondes de cisaillement est 200 m/s, le coefficient de Poisson est de 0.33 et la masse volumique est de 2000 kg/m<sup>3</sup>. Il est aussi supposé que les ondes non corrélées *SH*, *P* et *SV* arrivent continûment entre deux directions extrêmes suivant les inputs sismiques superficiel, intermédiaire et vertical (figure 4.12). Les figures (5.2) à (5.4) présentent les *FF* en fonction de la fréquence circulaire  $\omega$  et pour le degré d'enterrement  $E/B=1$  et le rapport  $h/B = 0, 1$  et 2. Nous pouvons conclure que dans le cas des ondes *SH*, les *FF* sont réduites dans tout l'intervalle des fréquences. En effet, le balancement induit par les ondes *SH* pour les fondations filantes est égal à zéro. Cette réduction est prononcée dans l'intervalle des hautes fréquences et elle est plus grande pour l'input sismique intermédiaire que pour les inputs sismiques superficiel et vertical (figure 5.2). De plus, dans le cas des ondes *P* et *SV* (figure 5.3 et 5.4), l'influence du balancement sur la réponse des structures est importante. Pour les ondes de type *P*, les *FF* augmentent pour l'input sismique vertical dans tout l'intervalle des fréquences et diminuent pour les inputs sismiques intermédiaire et

superficiel, et ce pour le cas  $h/B=2$ . La réduction est plus accentuée pour les cas  $h/B=0$  et 1 que pour le cas  $h/B=2$ . Pour les ondes  $SV$ , les  $FF$  lorsque  $h/B=1$  et 2 augmentent pour les inputs sismiques intermédiaire et vertical. Pour l'input sismique superficiel les  $FF$  diminuent dans le cas  $h/B=1$  et augmentent pour le cas  $h/B=2$ .

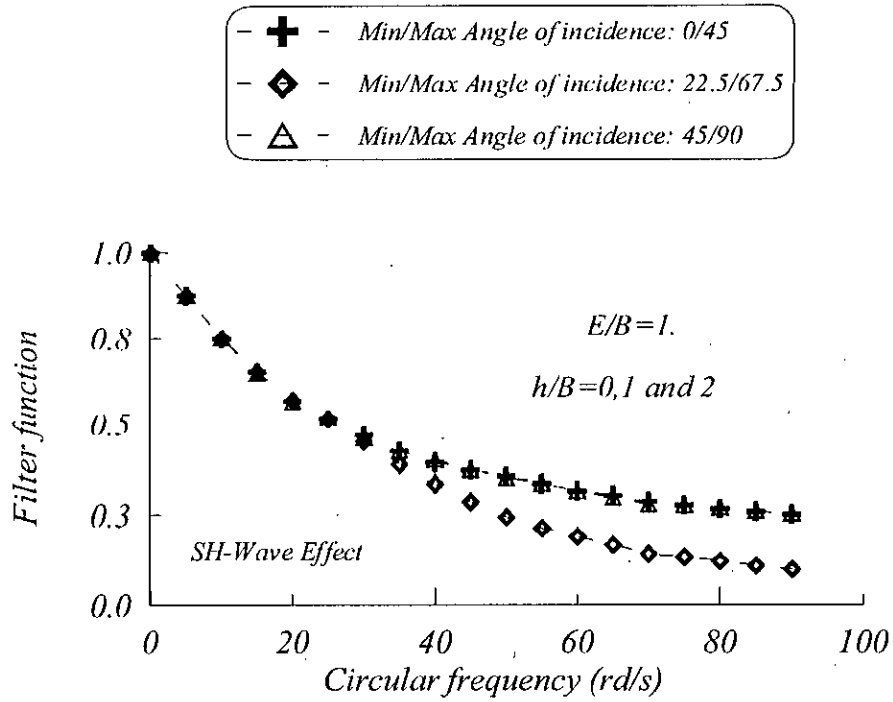


Figure 5.2 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas de la propagation des ondes de type  $SH$  ( $E/B=1$ )

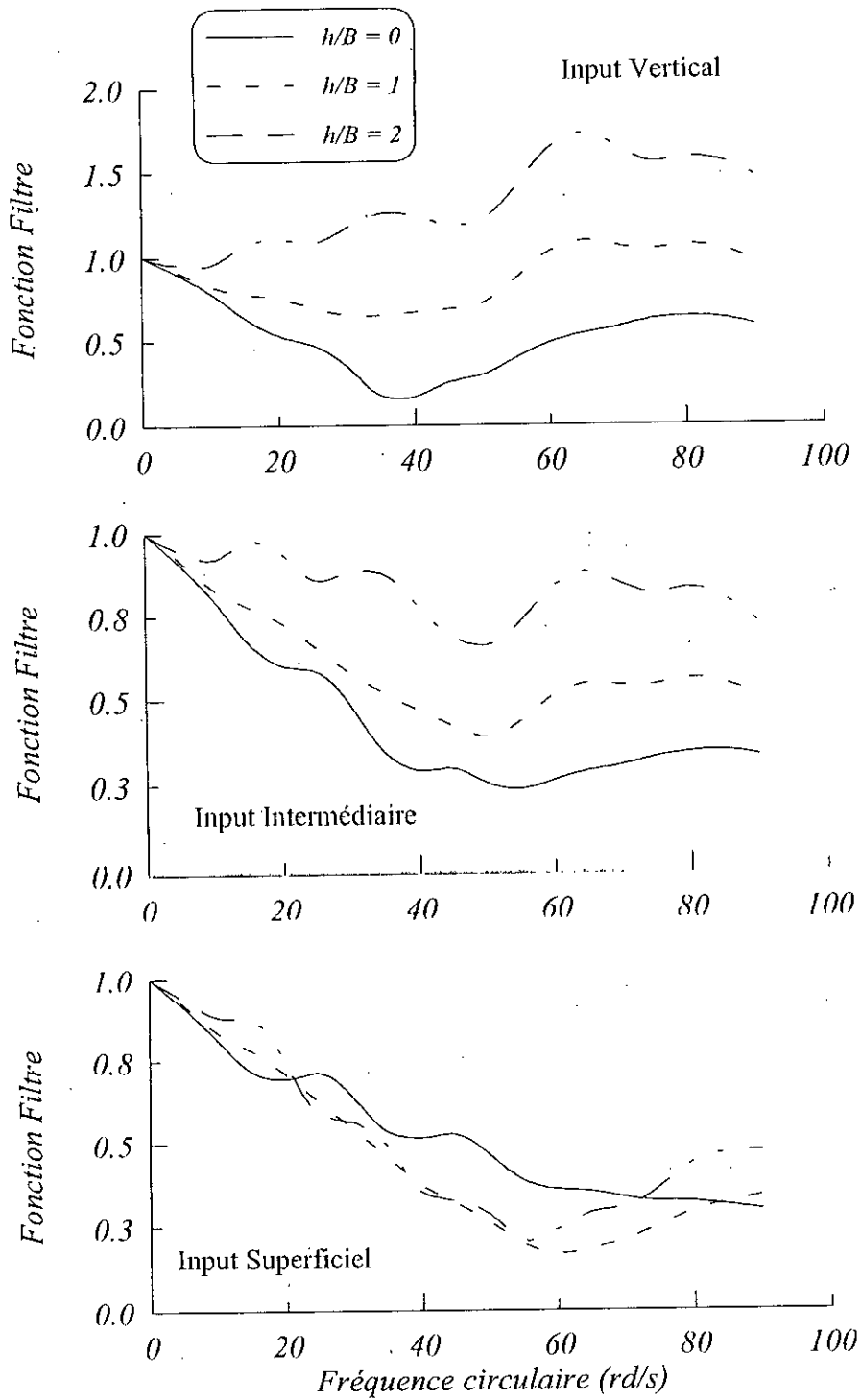


Figure 5.3 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas de la propagation des ondes de type  $P$  ( $E/B=1$ )

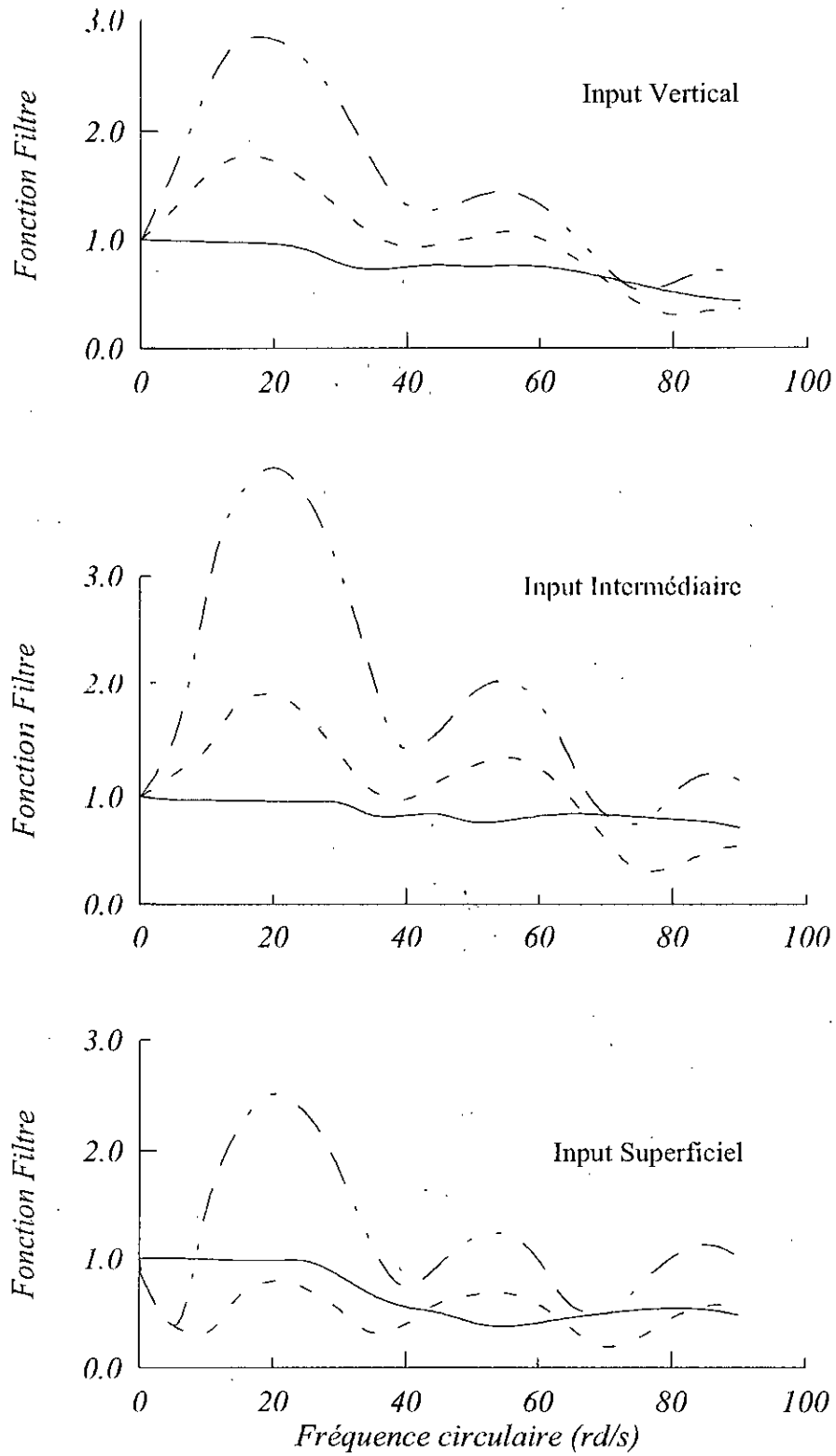


Figure 5.4 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas de la propagation des ondes de type  $SV$  ( $E/B=1$ )

### 5.3.2 Spectre de réponse modifié

Pour définir la variation de  $S_1^{\ddot{u}}(\omega)$  avec la fréquence, la fonction *DSP* de mouvement du sol au point de référence (en accélération) proposée par Pais et Kausel (1990) est utilisée dans cette étude

$$S_1^{\ddot{u}}(f) = \begin{cases} \frac{f^4}{0.5 + f^4} \left(1 - \frac{f^2}{64}\right) S_0 & f \leq 8\text{Hz} \\ 0 & f > 8\text{Hz} \end{cases} \quad (5.26)$$

où  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  est la fréquence de l'excitation et  $S_0$  est la densité spectrale d'un bruit blanc modélisant l'input sismique.

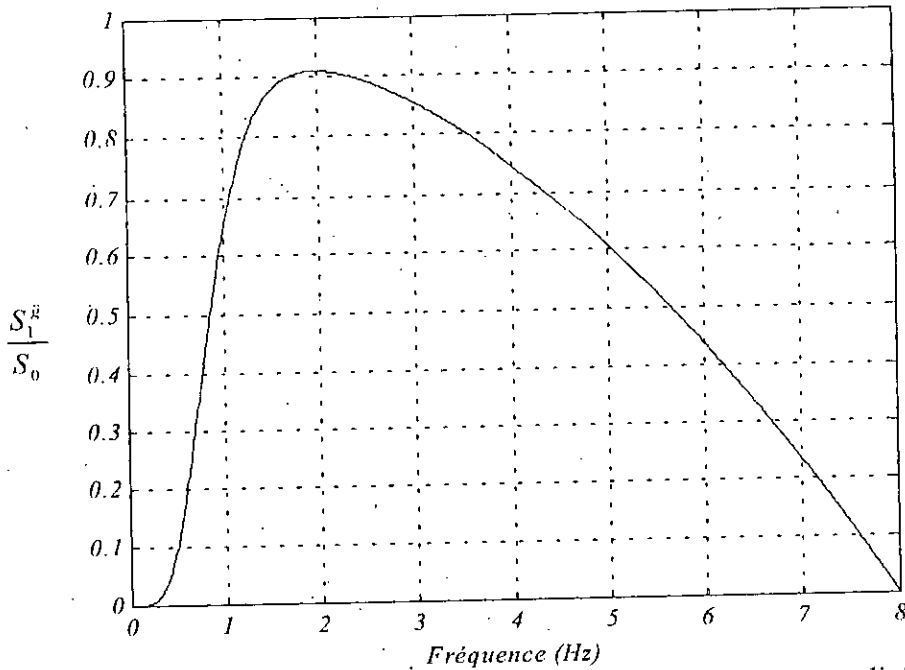


Figure 5.5: Fonction de densité spectrale de puissance normalisée

Il est supposé que l'amortissement critique de l'oscillateur est 0,05, la durée du processus est égale à 30 s et la *DSP* de bruit blanc  $S_0 = 1250 \text{ cm}^2/\text{s}^3 \text{ rad}$ .

Les spectres de réponse modifiés pour les structures idéalisées en oscillateur simple sont présentées dans les figures (5.6) à (5.12) pour plusieurs types d'ondes non corrélées (*SH*, *P* et *SV*), différentes valeurs de  $h/B=0, 1$  et  $2$ , et pour un degré d'enterrement  $E/B=1$ .  $S_d$ ,  $S_v$  et  $S_a$  représentent le spectre de réponse en déplacement et les pseudo-spectres en vitesse et en accélération respectivement. A partir de ces résultats, nous pouvons conclure que l'interaction cinématique réduit la réponse maximale des structures construites sur des fondations filantes rigides sollicitées par les ondes *SH* et *P*, et amplifie la réponse maximale pour les ondes *SV* dans les cas où  $h/B = 1$  et  $2$ , sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 0.5 Hz et pour un input sismique superficiel de type *SV* dans le cas  $h/B=1$ . Ces résultats mettent en évidence la nécessité de prendre en considération l'effet de l'interaction cinématique.



Présentations des Résultats et Discussions

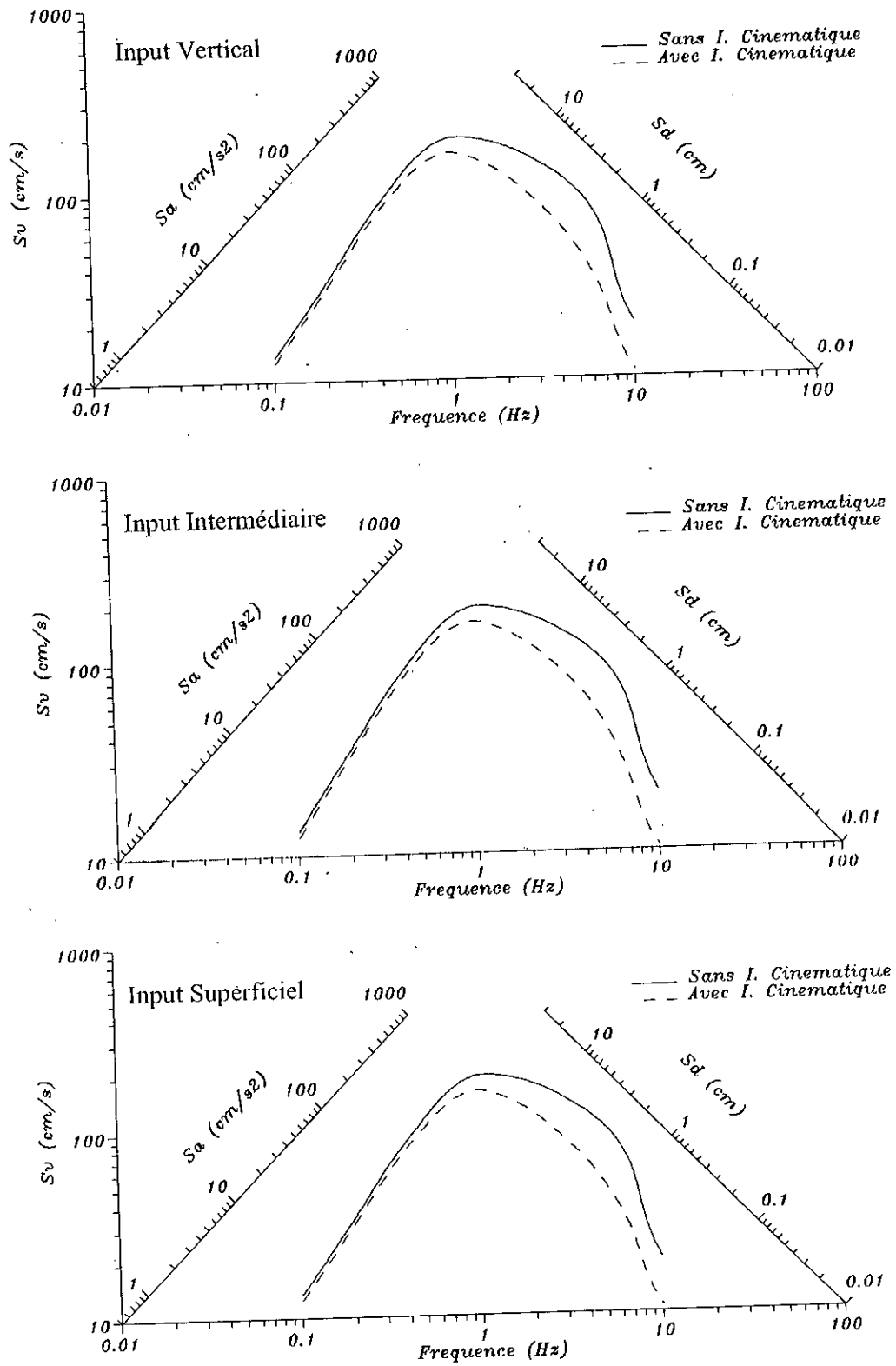


Figure 5.6: Spectre de réponse Modifié pour les ondes SH

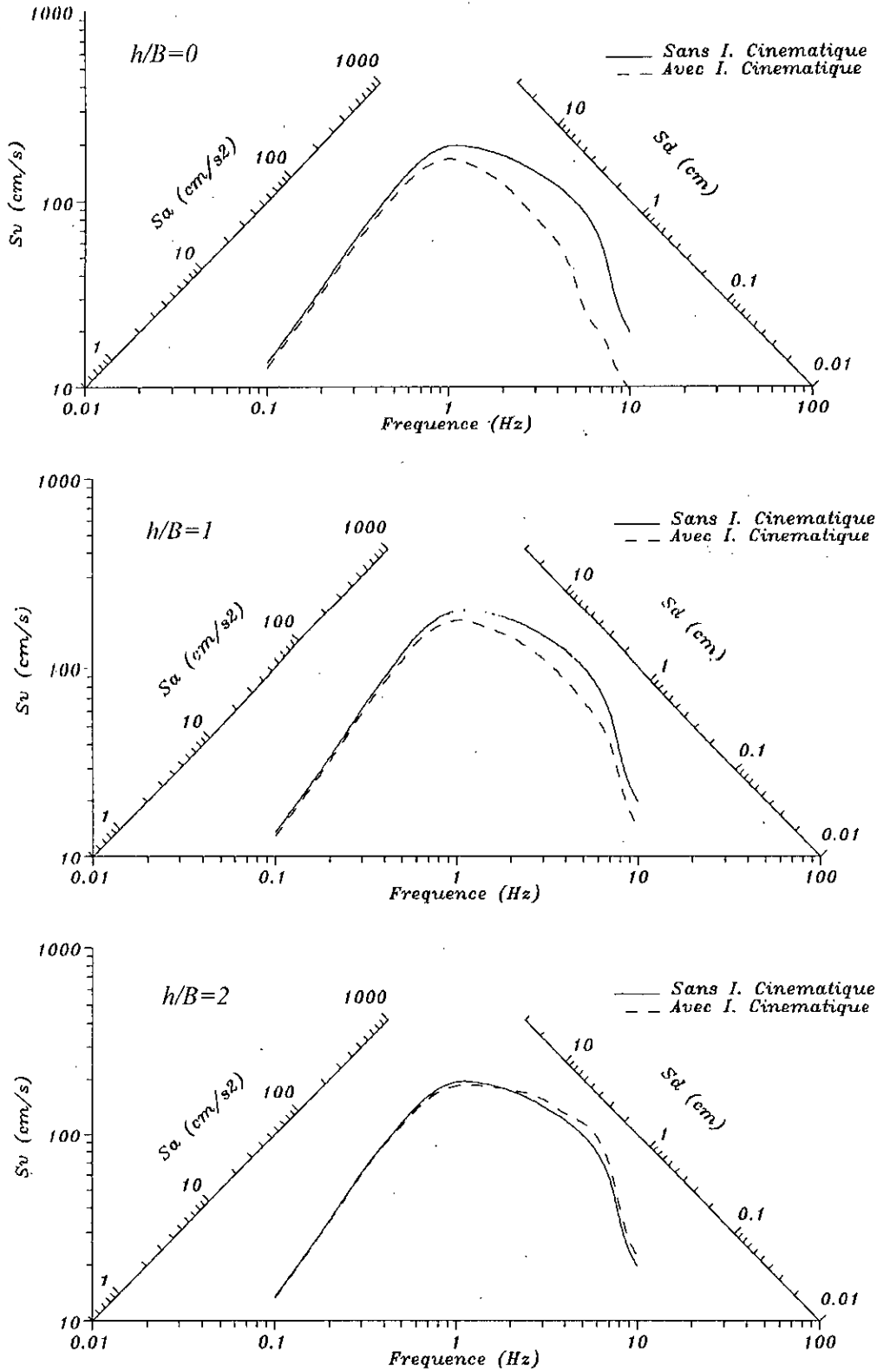


Figure 5.7: Spectre de réponse Modifié pour un input vertical des ondes  $P$

Présentations des Résultats et Discussions

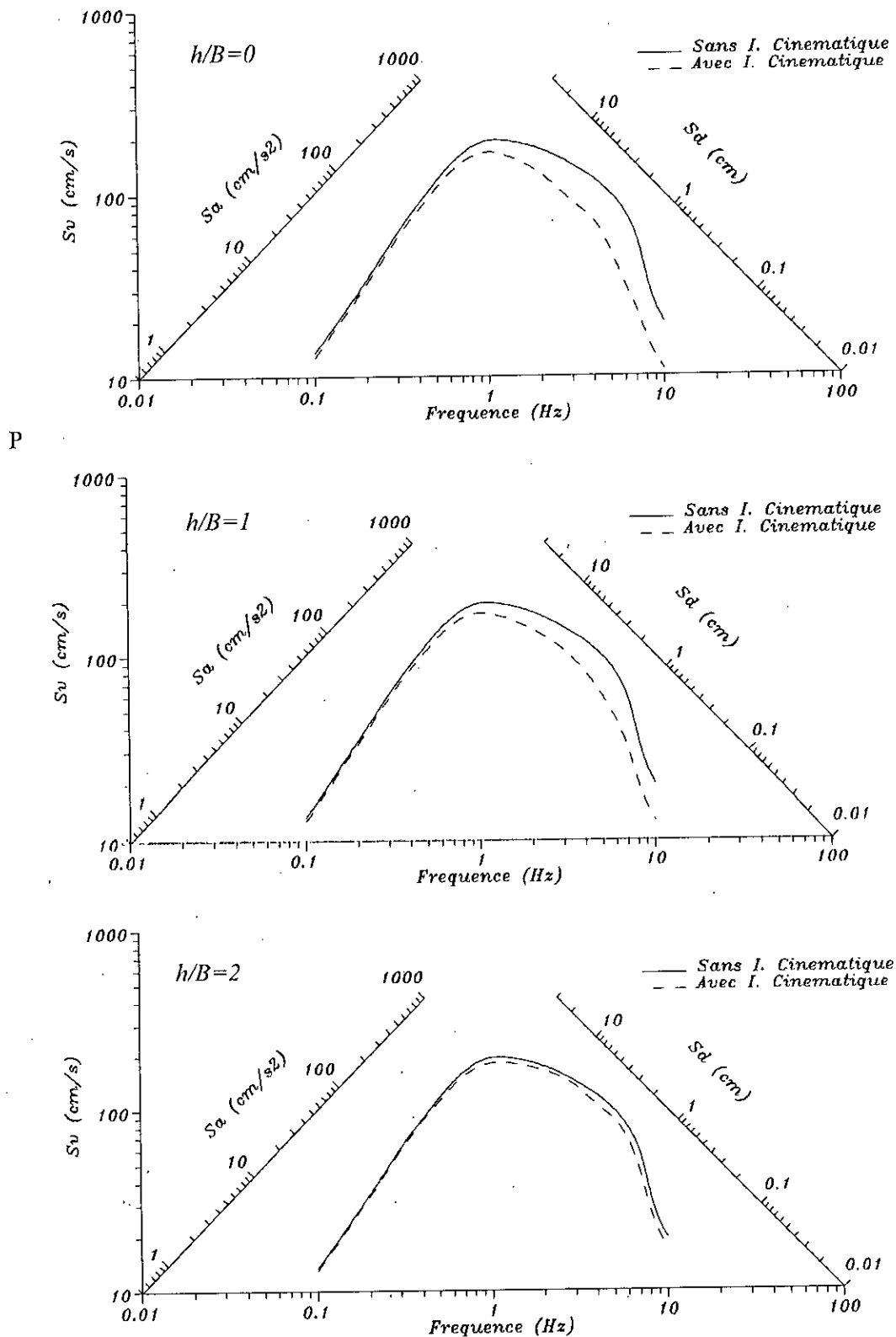


Figure 5.8: Spectre de réponse Modifié pour un input intermédiaire des ondes P

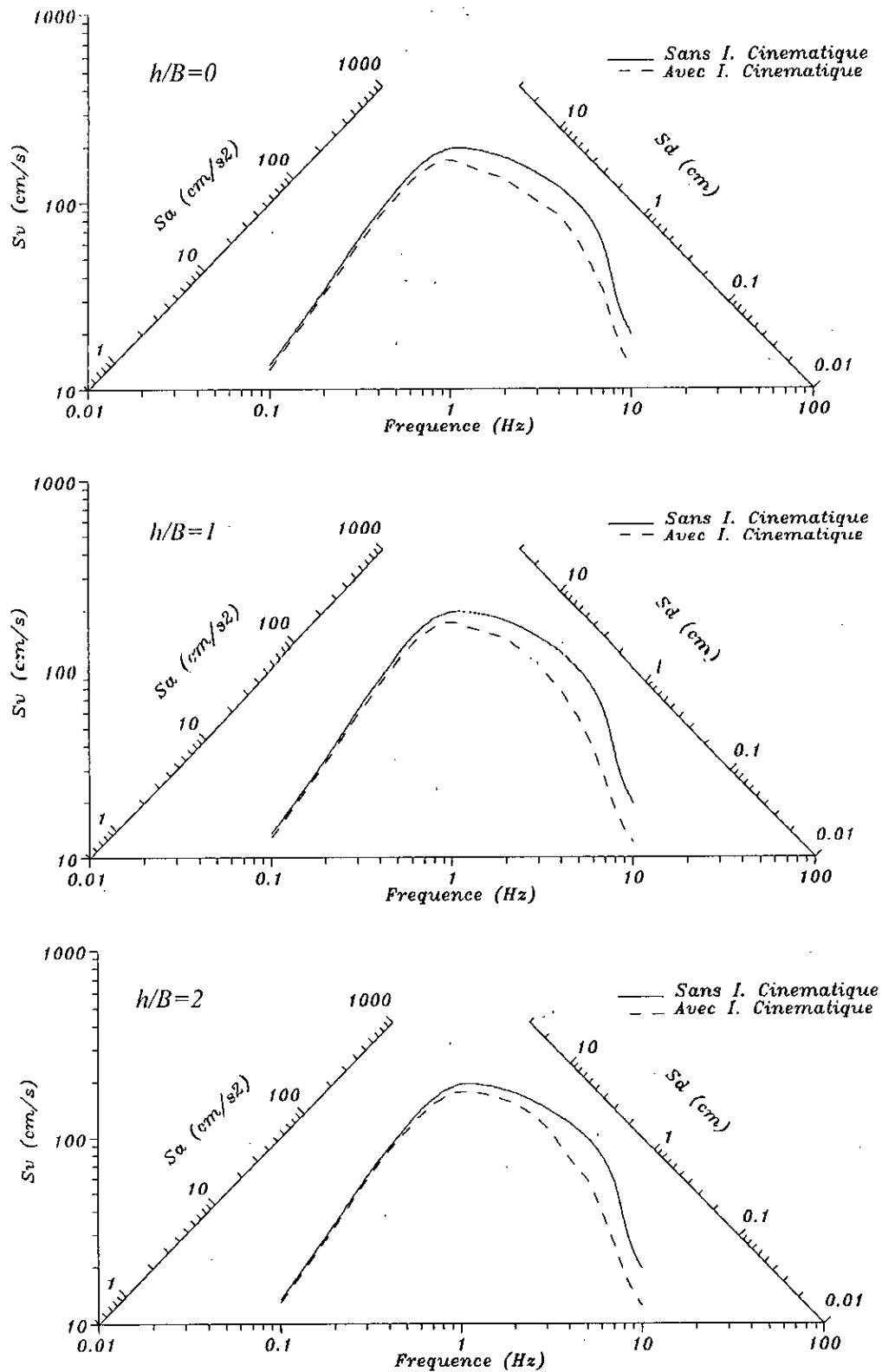


Figure 5.9: Spectre de réponse Modifié pour un input superficiel des ondes P

Présentations des Résultats et Discussions

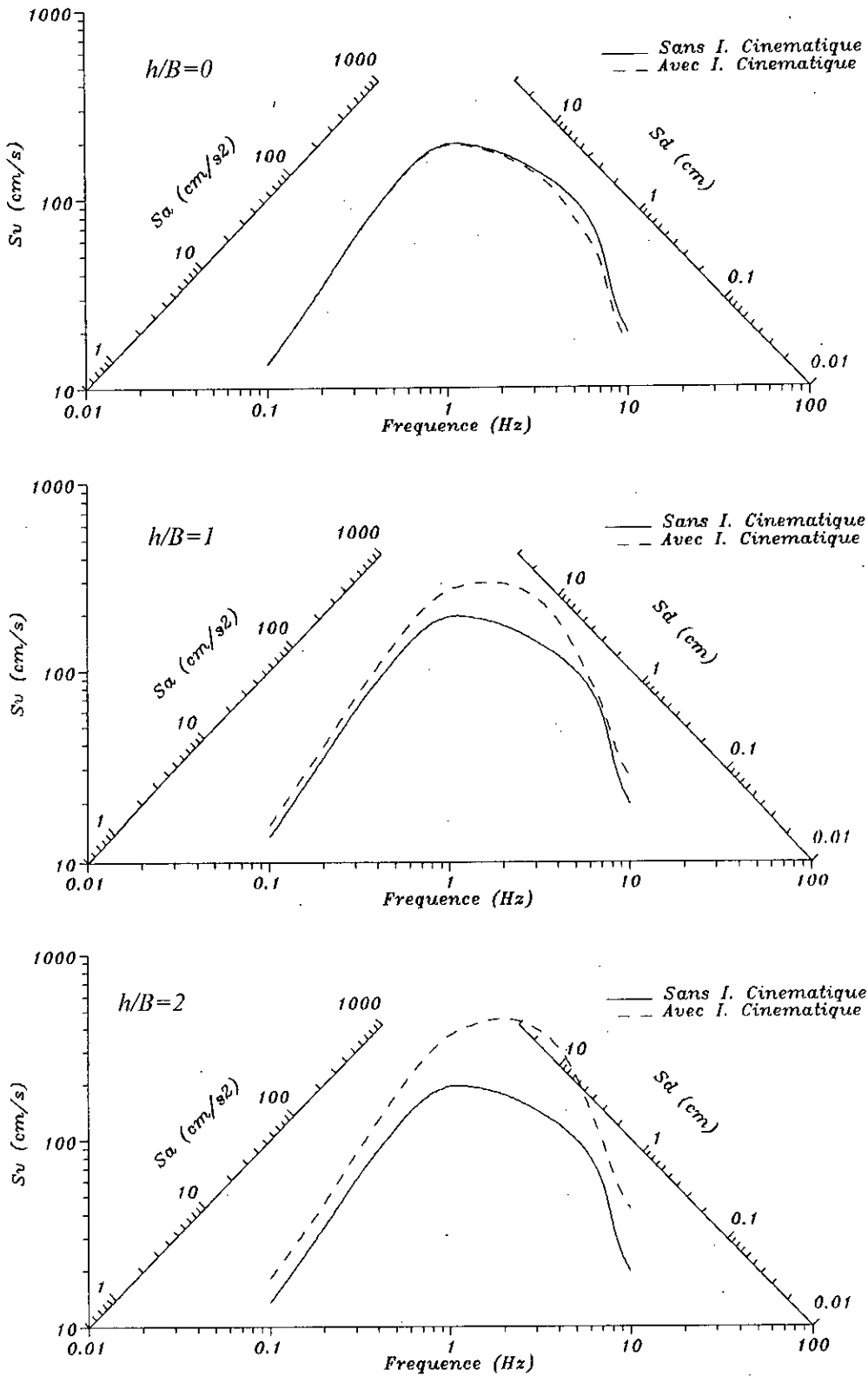


Figure 5.10: Spectre de réponse Modifié pour un input vertical des ondes SV

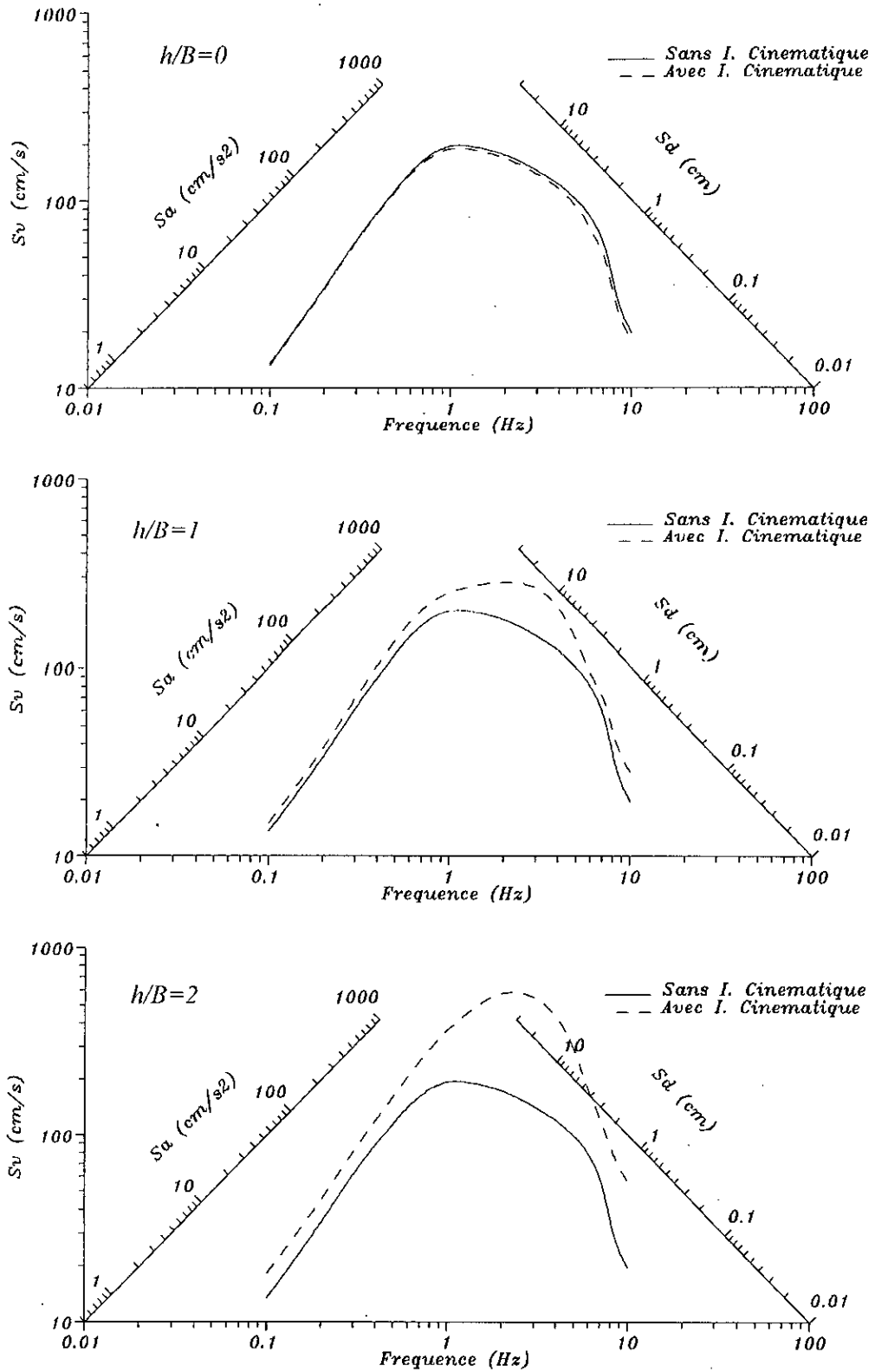


Figure 5.11: Spectre de réponse Modifié pour un input intermédiaire des ondes SV

Présentations des Résultats et Discussions

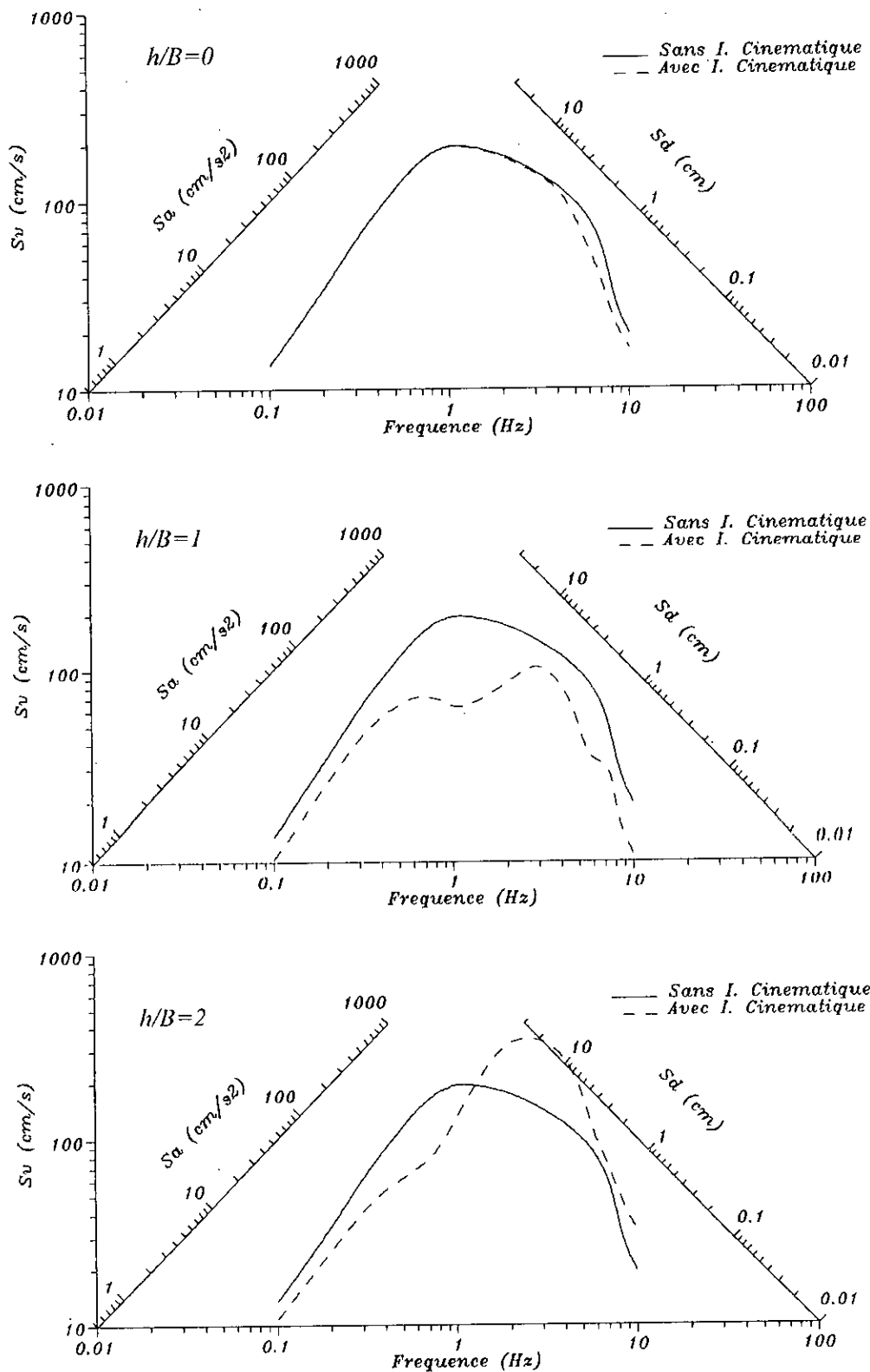


Figure 5.12: Spectre de réponse Modifié pour un input superficiel des ondes SV

#### 5.4 Conclusion

Un modèle de spectre de réponse modifié (*Modified Response Spectrum, MRS*) traitant des structures idéalisées en oscillateur simple avec prise en compte de l'interaction sol-structure, sollicitées par un mouvement sismique non uniforme, est développé dans ce chapitre. Dans ce contexte, le modèle de *MRS* s'exprime en fonction de spectre de réponse classique (*Classical Response Spectrum, CRS*) par le biais d'un facteur de correction évaluée dans ce chapitre. L'effet de l'interaction sol-fondation est pris en compte à travers le modèle physique développé dans le chapitre quatre. Les résultats obtenus mettent en exergue la nécessité de prendre en considération l'effet de l'interaction cinématique.



# 6

---

## *Généralisation du Modèle de Spectre de Réponse Modifié pour la Prise en Compte de l'Interaction Multiple entre Structures via le Sol*

Une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multistucture via le sol sous l'effet de la variabilité spatio-temporelle du mouvement sismique (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*) est développée dans ce chapitre. Cette approche est mise en place par le biais du modèle physique, décrivant la variabilité spatiale du mouvement sismique, développé dans le chapitre quatre, et par la notion de spectre de réponse modifié généralisé (*Generalized Modified Response Spectrum, GMRS*). Le modèle de *GMRS* s'exprime en fonction de spectre de réponse classique (*Classical Response Spectrum, CRS*) par le biais d'un facteur de correction caractérisant l'effet de l'input sismique non uniforme et l'effet de l'interaction multiple entre structures. Le mouvement induit de chaque fondation dû à la propagation d'ondes stochastiques est calculé par une relation équivalente généralisée aux cas de multifondation (*Multi-Fondation Input Motion Equivalent Relation, M-FIMER*), et basé sur la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences en conjonction avec les fonctions de Green discrètes (*Boundary Element Thin Layer Method, BETLM*).

## 6.1 Introduction

Lorsque les structures sont proches les unes des autres, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction entre structures à travers le sol. Ce phénomène appelé interaction multiple entre deux ou plusieurs fondations ou structures est très complexe et exige, en général, l'usage d'outils numériques. Cette interaction entre structures peut être observée dans les bâtiments adjacents d'une grande ville, dans les structures adjacentes d'une centrale nucléaire, ou dans un système de fondations de machines avoisinantes. De plus, une analyse exhaustive de ce phénomène en tenant compte de la géométrie de la fondation et de sa position relative, de la variabilité spatiale des caractéristiques physiques et géométriques de sol, de la variabilité spatio-temporelle du mouvement sismique et des caractéristiques dynamiques des structures est très coûteuse et par conséquent, la plupart des analyses de ce problème complexe ont été limitées à quelques configurations particulières, montrant les effets de l'interaction multiple entre plusieurs fondations ou structures sous charges dynamiques ou sismiques.

Il semble que, Warburton *et al.* (1971) ont été les premiers à étudier, sous une forme analytique, le problème d'interaction multiple dynamique entre deux fondations circulaires reposant sur un demi-espace et sollicitées par une charge harmonique verticale. Kobori et Minai (1973) et Kobori *et al.* (1977) ont aussi utilisé une méthode analytique pour étudier l'interaction croisée entre deux fondations carrées reposant sur un demi-espace. Liou (1994) a développé une procédure systématique semi-analytique pour déterminer les fonctions d'impédance croisée de deux fondations circulaires reposant sur un demi-espace. Liang (1974), Lysmer *et al.* (1975), Wong et Trifunac (1975), ont employé la *FEM* en conjonction avec les frontières consistantes pour étudier l'interaction croisée en *2D* entre deux fondations ou structures simples sollicitées par des forces harmoniques. Bien que ces dernières études aient été limitées à l'interaction croisée en *2D*, les résultats montrent que l'interaction multiple entre les structures peut causer des changements considérables dans le comportement vibratoire du système structure-sol-structure.

L'étude de l'interaction multiple entre fondations en *3D* nécessite un nombre important de degrés de liberté pour modéliser adéquatement les fondations et le sol; d'où, la limitation de la plupart des études aux fondations superficielles, lesquelles simplifient considérablement les calculs. Dans ce contexte, on peut citer les travaux de Gonzalez

(1977), Roesset et Gonzalez (1978). Ces recherches, utilisant la *FEM* en association avec les frontières consistantes, ont étudié la réponse d'une fondation superficielle passive sous sollicitation dynamique d'une fondation superficielle adjacente, et la réponse d'un ensemble de fondations superficielles sous sollicitations sismiques. Dans la plupart de ces analyses, les fondations sont considérées carrées et le sol est pris comme un stratum homogène ou un demi-espace. Plusieurs configurations du système multifondation ont été étudiées, et ce en variant la position relative et le rapport des masses des fondations, et l'épaisseur de stratum. Une des conséquences importantes de l'interaction multiple entre fondations est que les composantes du mouvement induit de chaque fondation sont couplées (dans le cas d'une fondation isolée, le mouvement induit vertical est découplé des mouvements horizontal, de balancement et de torsion). Plus tard, Lin *et al.* (1987) ont étudié les effets de l'interaction entre deux fondations carrées enterrées adjacentes. Dans leur étude, les auteurs ont varié les masses des fondations, leur position relative et leur degré d'enterrement.

Il est bien connu que la *BEM* présente des avantages par rapport à la *FEM* pour le traitement des problèmes linéaires de l'interaction sol-structure. Elle exige la discrétisation de l'interface sol-fondation seulement et elle tient compte automatiquement des conditions de radiation. Ceci explique son utilisation intensive pour les problèmes de l'interaction multiple entre fondations. Savidis et Richter (1977) sont les premiers à avoir étudié les effets de l'interaction multiple entre deux fondations rigides carrées, massives et superficielles en utilisant la *BEM* avec des éléments constants et les fonctions de Green de demi-espace. Leur étude est limitée aux forces verticales et aux conditions aux limites relâchées. Gaul (1980) et Gaul *et al.* (1988) ont aussi employé la *BEM* conjointement avec les fonctions de Green de demi-espace et les éléments constants pour étudier l'interaction multiple entre deux fondations rigides superficielles carrées sans masses ou massives. Wong et Luco (1986) ont étudié l'interaction multiple entre deux fondations superficielles rigides carrées et entre quatre fondations rigides de formes quelconques et reposant sur un demi-espace stratifié sollicitées par des forces harmoniques. Ils ont employé la *BEM* (Wong et Luco, 1976) avec des éléments constants et les fonctions de Green de demi-espace stratifié développées par Luco et Apsel (1983). Qian et Beskos (1995) ont utilisé la *BEM* en association avec les fonctions de Green surfaciques de demi-espace et les éléments isoparamétriques quadratiques pour étudier les fondations rigides superficielles en 3D sous sollicitations harmoniques. Karabalis et Mohammadi (1998) ont étudié l'interaction

multiple entre plusieurs fondations superficielles rigides reposant sur un sol viscoélastique stratifié par la *BEM* en conjonction avec les fonctions de Green de milieu infini et la méthode de la rigidité successive (*Successive Stiffness Method, SSM*). La formulation de la *BEM* dans le domaine des temps est aussi employée pour le traitement de l'interaction fondation-sol-fondation par Karabalis et Huang (1994) et Karabalis et Rizos (1996) en *3D* et par Guan et Novak (1994) en *2D*. Dû à la complexité du problème, tous les travaux cités précédemment, concernant le traitement de l'interaction multiple *3D* par la *BEM*, négligent l'effet de l'enterrement des fondations dans le sol et limitent leur analyses aux problèmes liés aux fondations superficielles.

Dans la plupart des applications pratiques, les fondations sont partiellement ou totalement enterrées dans le sol. Lorsque l'on considère l'effet de l'enterrement dans le cas d'un système multifondation, plusieurs difficultés analytiques et numériques peuvent apparaître dans le traitement du problème. Rajapakse et Shah (1988), Wang *et al.* (1991) et Mesquita et Pontes (1992) ont étudié l'interaction multiple entre deux fondations filantes rigides superficielles ou enterrées par la *BEM* avec les éléments constants et les fonctions de Green de demi-plan. Chouw et Schmid (1991) et Wang et Schmid (1992) ont utilisé la *BEM* pour étudier l'interaction multiple entre deux fondations rigides carrées enterrées et entre deux structures identiques fondées sur des fondations rigides carrées enterrées, respectivement. Ils ont utilisé dans leur formulation les éléments constants conjointement avec les fonctions de Green de milieu infini. Plus récemment, Betti (1997) a développé une méthodologie pour analyser l'interaction multiple entre fondations enterrées de forme arbitraire en utilisant une formulation, basée sur la *BEM* et la méthode des sous-structure (*Substructure Deletion Method, SDM*), initialement développée par Dasgupta (1980) et appliquée avec succès, par Mesquita *et al.* (1995) en *2D* et par Betti et Abdel-Ghaffar (1994) en *3D*, pour le cas des fondations isolées et ce pour un degré d'enterrement ne dépassant pas 0.5.

En ce qui concerne les études portant sur la réponse des fondations à l'incidence des ondes sismiques, Luco et Contesse (1973), Wong et Tirfunac (1975) et Murakami et Luco (1977) ont étudié analytiquement la réponse de deux ou plusieurs murs infiniment long sur des fondations filantes enterrées semi-cylindriques à l'incidence des ondes *SH*. Liang (1974), Lysmer *et al.* (1975), Aydinoglu et Cakiroglu (1977) ont employé la *FEM* sous les conditions de déformations planes pour étudier l'interaction multiple entre deux ou

plusieurs fondations ou structures soumises à la propagation verticale des ondes *SV*. Dans le but de modéliser convenablement le demi-plan, Liang (1974) a utilisé les frontières consistantes, Lysmer *et al.* (1975) ont utilisé les frontières visqueuses et Aydinoglu et Cakiroglu (1977) ont employé une procédure de discrétisation, développée par Chopra et Perumalswami (1969), tenant compte d'une manière implicite de la radiation des ondes. Roesset et Gonzalez (1978), Solari *et al.* (1980) et Lin *et al.* (1987) ont utilisé la *FEM* en association avec les frontières consistantes pour étudier le problème de l'interaction croisée en 3D sous l'incidence verticale des ondes *SV*. Werner *et al.* (1979) ont combiné la *FEM* et la *BEM* pour étudier, dans un contexte 3D, un pont simple supporté par deux fondations rigides et soumis à l'incidence des ondes *SH*. En utilisant la méthode de Luco et Wong (1978), Bielak et Coronato (1981), Sato *et al.* (1983) et Yoshida *et al.* (1984) ont étudié l'interaction multiple en 3D des fondations rigides carrées superficielles sans ou avec masses sollicitées par l'incidence des ondes *SH*, *P*, *SV* et Rayleigh. Plus récemment, Qian et Beskos (1996) ont utilisé la *BEM* en conjonction avec les fonctions de Green surfaciques de demi-espace et les éléments isoparamétriques quadratiques pour étudier en détail l'interaction multiple entre deux fondations rigides carrées superficielles, sans ou avec masses, sollicitées par l'incidence des ondes *SH*, *P*, *SV* et Rayleigh. Tham *et al.* (1998) ont utilisé une procédure combinant la *BEM* et *FEM*, développée par Qian *et al.* (1996) pour étudier la réponse d'un groupe de fondations flexibles superficielles sollicitées par l'incidence des ondes *SH* et Rayleigh.

D'autre part, plusieurs modèles approximatifs ont été proposés pour présenter des solutions plus simples à ce problème. Wong et Tifunac (1975) ont utilisé une solution en séries finies, laquelle est limitée au cas anti-plan et pour les fondations filantes enterrées possédant une section semi-cylindrique. Triantafyllidis (1987), Triantafyllidis et Prange (1987 et 1989) et Triantafyllidis et Neidhart (1989), pour réduire le nombre d'inconnues, ont proposé une distribution des contraintes à l'interface sol-fondation sous forme de polynôme de Chebychev pour étudier l'interaction entre deux fondations superficielles rigides circulaires ou rectangulaires soumises à des forces harmoniques ou sismiques. Pais (1988) a proposé une procédure approximative pour estimer, dans un sens qualitatif, l'interaction multiple entre deux fondations rectangulaires ou cylindriques enterrées dans un demi-espace homogène et soumises à l'incidence des ondes sismiques. Cette procédure est basée sur la méthode d'Iguchi (1982). Mulliken et Karabalis (1998) ont développé un modèle discret approximatif pour prédire l'interaction dynamique à travers le sol entre

## Introduction

plusieurs fondations rigides superficielles adjacentes supportées par un demi-espace homogène. Le modèle utilise les fonctions d'impédance indépendantes de la fréquence et par conséquent, son utilisation est directe dans le domaine des temps.

Dans tous les travaux cités plus haut, il est montré que l'interaction entre plusieurs fondations adjacentes peut être un facteur important qu'on ne devrait pas négliger dans une analyse dynamique (d'une manière générale, on considère que l'interaction ne peut être négligée à partir d'une distance de séparation d'une demi-largeur de fondation, Aubry *et al.*, 1985). Toutes ces études, en utilisant des méthodes déterministes pour analyser l'interaction multiple entre fondations ou structures, négligent ainsi l'effet de la variabilité spatiale du mouvement sismique dans son volet incohérence sur la réponse sismique des structures étroitement espacées. Après une recherche bibliographique relativement exhaustive, une seule étude accomplissant cette tâche a été recensée. Behnamfar et Sugimura (1999) en utilisant le modèle de Luco et Wong (1986), ont estimé la réponse dynamique d'un système de deux structures adjacentes supportées par une couche de sol homogène sur un substratum rocheux. Cependant, cette étude dépend du choix de la fonction d'*IDSP* (le choix est basé sur des considérations mathématiques plutôt que sur des considérations physiques) et néglige les effets de l'enterrement des fondations et de la stratification du sol.

Ainsi, pour estimer l'interaction croisée dynamique entre structures en prenant en charge les insuffisances du modèle de Behnamfar et Sugimura (1999), une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multistrukture via le sol (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*) est développée dans ce chapitre. L'analyse de l'interaction croisée dynamique entre fondations est mise au point par la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences en association avec les fonctions de Green discrètes (*Boundary Element Thin Layer Method, BETLM*). L'effet de l'interaction multiple entre structures est estimé à travers la notion de spectre de réponse modifié généralisé aux cas de multistrukture (*Generalized Modified Response Spectrum, GMRS*).

## 6.2 Formulation du Phénomène de l'Interaction Multiple entre Fondations via le Sol

Pour étudier l'interaction dynamique entre fondations rigides adjacentes, la relation *FIMER* (4.24) obtenue pour le cas de fondations isolées peut être étendue au cas de plusieurs fondations en interaction à travers le sol. En utilisant la *BETLM*, l'équation (4.18) peut être écrite pour le cas de  $N$  fondations comme suit (figure 6.1)

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_{11} & \tilde{H}_{12} & \dots & \tilde{H}_{1N} \\ \tilde{H}_{21} & \tilde{H}_{22} & \dots & \tilde{H}_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{H}_{N1} & \tilde{H}_{N2} & \dots & \tilde{H}_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 - u_1^* \\ u_2 - u_2^* \\ \dots \\ u_N - u_N^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1N} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{N1} & G_{N2} & \dots & G_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 - q_1^* \\ q_2 - q_2^* \\ \dots \\ q_N - q_N^* \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

où  $(u_i - u_i^*)$  et  $(q_i - q_i^*)$  représentent respectivement les déplacements et les contraintes incrémentaux correspondant aux ondes diffractées induites par les changements sur les conditions de l' $i$ ème interface sol-fondation,  $\Gamma_i$ . Les champs d'ondes  $u_i$  et  $q_i$  sont des champs totaux. Les sous-matrices  $\tilde{H}_{ij}$  et  $G_{ij}$  sont obtenues respectivement à partir des équations (3.2) et (3.3).

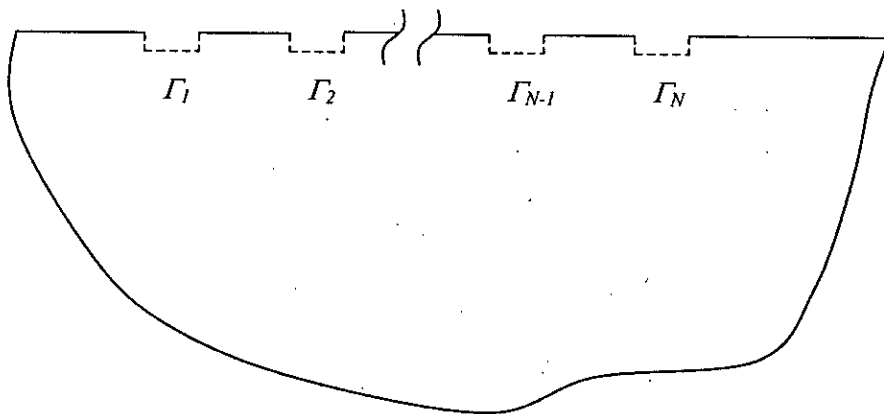


Figure 6.1 : Interaction multifondation à travers le Sol

*Formulation du Phénomène de l'Interaction Multiple entre Fondations via le Sol*

Lorsque chaque fondation est supposée très rigide en comparaison avec le sol, les déplacements sur l'interface sol-fondation de chaque fondation,  $i$ , peuvent être obtenus à partir des mouvements de corps rigides correspondants par l'intermédiaire de la matrice de transformation,  $T$ , d'où

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & & & \\ & T_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^f \\ u_2^f \\ \vdots \\ u_N^f \end{Bmatrix} \quad (6.2)$$

$u_i^f$  est le vecteur déplacements de corps rigides de la  $i$ ème fondation.

En introduisant la relation force-contrainte sur les interfaces sol-fondation

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & & & \\ & T'_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T'_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

où  $F_i$  est le vecteur forces appliquées sur la  $i$ ème fondation et  $A_{ii}$  est une matrice carrée définie par l'équation (3.13) pour chaque fondation. Combinant les équations (6.1), (6.2) et (6.3), il en découle que le vecteur déplacements induits du système multifondation en l'absence de sollicitations harmoniques est défini sous la forme condensée comme

$$u^f = C \mathfrak{S}' u^* - C F^* \quad (6.4)$$



où

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & K_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{N1} & K_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & K_{NN} \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.5)$$

est la matrice de souplesse croisée,

$$K = \begin{bmatrix} T'_{11} & & & & & \\ & T'_{22} & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & T'_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathfrak{S}_{11} & \mathfrak{S}_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathfrak{S}_{1N} \\ \mathfrak{S}_{21} & \mathfrak{S}_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathfrak{S}_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathfrak{S}_{N1} & \mathfrak{S}_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathfrak{S}_{NN} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

est la matrice d'impédance croisée,

$$\mathfrak{S} = \begin{bmatrix} A_{11} & & & & & \\ & A_{22} & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{1N} \\ G_{21} & G_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{N1} & G_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{NN} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_{11} & \tilde{H}_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{H}_{1N} \\ \tilde{H}_{21} & \tilde{H}_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{H}_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \tilde{H}_{N1} & \tilde{H}_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{H}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} & & & & & \\ & T_{22} & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & T_{NN} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

est la matrice de contrainte surfacique de contact croisée sol-fondations et

$$\begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ \vdots \\ F_N^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^l & & & \\ & T_{22}^l & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_{NN}^l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{22} \\ \vdots \\ A_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} \quad (6.8)$$

est le vecteur forces développé par  $q^*$  à chaque interface sol-fondation.

La relation (6.4) est une relation équivalente à celle développée par d'Iguchi (1982) et Luco (1986), mais généralisée au cas de multifondation, d'où son appellation *M-FIMER* (*Multi-Fondation Input Motion Equivalent Relation*).

Lorsque les fondations sont superficielles, le vecteur déplacements induits du système multifondation peut être obtenu à partir de l'équation (6.4) comme suit

$$u^f = C \mathfrak{Z}^l u^* \quad (6.9)$$

avec

$$K = C^{-1} = T^l \mathfrak{Z} \quad (6.10)$$

et

$$\mathfrak{Z} = A G^{-1} T = \bar{G}^{-1} T \quad (6.11)$$

Le sous-vecteur *FIMER* de la  $i$ ème fondation du système multifondation est donné donc par

$$u_i^f = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N C_{ij} \mathfrak{Z}_{jk}^l u_k^* - \sum_{k=1}^N C_{ik} F_k^* \quad (6.12)$$

Après que le *FIMER* de la  $i$ ème fondation soit obtenu à partir de l'équation (6.12), les fonctions de transfert,  $T_i^{u^f}$  ( $l=1, 2, 3$  et  $i=1, \dots, N$ ), reliant les composantes du mouvement en champ libre de chaque point de référence,  $i$ , avec les composantes du mouvement correspondant de chaque fondation peuvent être obtenues par

$$\bar{u}_i^f = \begin{Bmatrix} \bar{u}_{i1}^f \\ \bar{u}_{i2}^f \\ \bar{u}_{i3}^f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{i1}^f \\ u_{i2}^f \\ B_i u_{i3}^f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_i^{u_1^f} & \\ & T_i^{u_2^f} \\ & & T_i^{u_3^f} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{i1}^g \\ u_{i2}^g \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

où  $u_{i1}^f, u_{i2}^f$  et  $u_{i3}^f$  sont respectivement les composantes horizontale, verticale et de balancement du déplacement de centre de la  $i$ ème fondation, et  $u_{i1}^g$  et  $u_{i2}^g$  sont respectivement les composantes horizontale et verticale du déplacement de champ libre de la surface de sol de point de référence  $i$ .

### 6.3 Formulation du Phénomène de l'Interaction Multiple entre Structures via le sol

Si nous supposons qu'en champ libre,  $u^g$ , est le résultat de la superposition d'ondes planes stochastiques non corrélées de type  $P$  et  $SV$  se propageant dans un profil de sol multicouche viscoélastique suivant plusieurs angles d'incidence. En attribuant aux différentes types d'ondes sismique, des  $DSP$  définissant la même variation en fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément réparties, alors la  $DSP$  des composantes du mouvement sismique en champ libre de la surface de sol,  $S_i^g$  ( $S_1^g = S_1^g$ ) et l' $IDSP$  entre les composantes du mouvement induit de la  $i$ ème fondation,  $u_{ii}^f$  et  $u_{ik}^f$ , pour le cas d'ondes  $P$  et  $SV$  arrivées suivant différents angles d'incidence  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ , sont respectivement exprimées comme

$$S_{ii}^g = S_w \sum_{j=1}^m u_{ii}^g(\theta_j)^2 \quad (6.14)$$

$$S_i^{\bar{u}_i^f \bar{u}_i^f} = S_w \sum_{j=1}^m u_{ii}^g(\theta_j)^2 T_i^{\bar{u}_i^f}(\theta_j) (T_i^{\bar{u}_i^f}(\theta_j))^* \quad (6.15)$$

où  $u_{ii}^g$  est le déplacement stochastique en champ libre à la surface du sol au point de référence,  $i$  (figure 6.2),  $S_w$  définit la  $DSP$  de trains d'ondes incidents.  $(.)^*$  est le complexe conjugué  $(.)$ . Ainsi, la  $DSP$  de la réponse totale,  $RT_i$ , de chaque structure (idéalisée en oscillateur simple) (figure 6.2), en tenant compte de l'interaction multiple entre structures via le sol, peut être évaluée à travers les fonctions filtre comme suit

$$S_{RT_i}^{SKI} = |H_{iw}|^2 |\mathfrak{R}_i|^2 S_{ii}^g \quad (6.16)$$

où

$$|\mathfrak{R}_i|^2 = \frac{\sum_{j=1}^m \left[ |T_i^{u_j^f}(\theta_j)|^2 + \left(\frac{h}{B}\right)^2 |T_i^{u_j^f}(\theta_j)|^2 + 2\left(\frac{h}{B}\right) \text{Re}\left(T_i^{u_j^f}(\theta_j)(T_i^{u_j^f}(\theta_j))^*\right) \right] u_{ii}^g(\theta_j)^2}{\sum_{j=1}^m u_{ii}^g(\theta_j)^2} \quad (6.17)$$

est la fonction filtre au carré de la  $i$ ème structure. La fonction filtre mesure l'influence de l'interaction multiple entre structure sur la réponse stochastique des structures.  $S_{ii}^g$  est la DSP en terme d'accélération de la composante horizontale du mouvement sismique au point de référence,  $i$ ,  $\text{Re}$ . indique la partie réelle de la quantité considérée et  $H_{iw}(\omega) = -(\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\beta_i\omega_i\omega)^{-1}$  définit la fonction de transfert pour le mouvement de translation du  $i$ ème oscillateur simple.  $\omega_i$  est la fréquence fondamentale de l'oscillateur et  $\beta_i$  est le facteur d'amortissement.  $j^2 = -1$ .

En gardant les mêmes hypothèses que dans le cas de spectre de réponse modifié pour les structures isolées, le spectre de réponse modifié généralisé (Generalized Modified Response Spectrum, GMRS) pour traiter le cas de plusieurs structures adjacentes est donné par la relation suivante

$$R_{iw}^{SKI}(\omega_i, \beta_i) = \rho_i^{1/2} R_{iw}(\omega_i, \beta_i) \quad (6.18)$$

avec

$$\rho_i = \frac{\lambda_{i0}^{SKI}}{\lambda_{i0}} = \frac{\int_0^{\omega_c} |H_{iw}(\omega)|^2 |\mathfrak{R}_i(\omega)|^2 S_{ii}^g(\omega) d\omega}{\int_0^{\omega_c} |H_{iw}(\omega)|^2 S_{ii}^g(\omega) d\omega} \quad (6.19)$$

est le facteur de correction liant les deux spectres de réponses, modifié et classique. Le modèle de GMRS s'exprime en fonction du spectre de réponse classique (Classical Response Spectrum, CRS) par le biais d'un facteur de correction (équation 6.19) caractérisant l'effet de l'input sismique non uniforme et l'effet de l'interaction multiple entre structures.

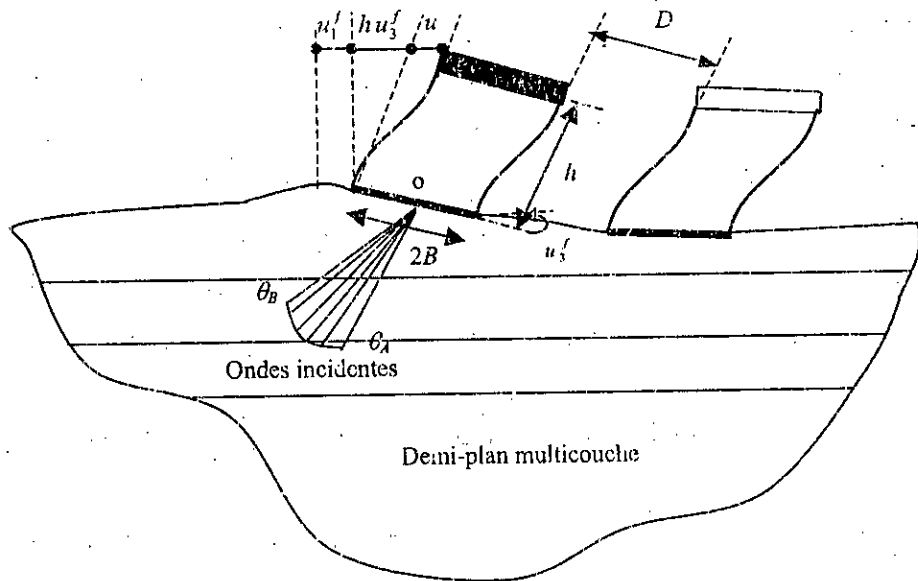


Figure 6.2: Système considéré

## 6.4 Présentations des Résultats et Discussions

Cette partie a pour objectif la description, à travers des applications numériques, des capacités du modèle développé à simuler le comportement vibratoire des fondations étroitement espacées pour différents problèmes. Nous présenterons en premier lieu quelques exemples de fonctions d'impédance croisée des fondations adjacentes pour les cas de profils de sol homogène et multicouche reposant sur un demi-plan élastique (Hadid et Berrah, 2002; Berrah et Hadid, 2003). En deuxième lieu, nous estimons le degré de l'interaction multiple entre structure sous l'effet de la variabilité spatiale de mouvement sismique par le biais des spectres de réponse modifiés développés dans cette étude.

### 6.4.1 Fonctions d'impédance croisée des fondations rigides adjacentes

#### 6.4.1.1 Cas de demi-plan

Dans cette section nous présenterons les résultats obtenus à partir d'une étude paramétrique faisant intervenir l'effet de la distance entre deux fondations adjacentes reposant sur un demi-plan. Les propriétés mécaniques du demi-plan sont définies dans la figure (6.2). Le système analysé est constitué de deux fondations rigides identiques de

demi largeur  $B$  (figure 6.3). La distance de séparation entre les deux fondations est prise égale aux valeurs suivantes:  $D=0.25B$ ,  $0.5B$ ,  $B$  et infinie.

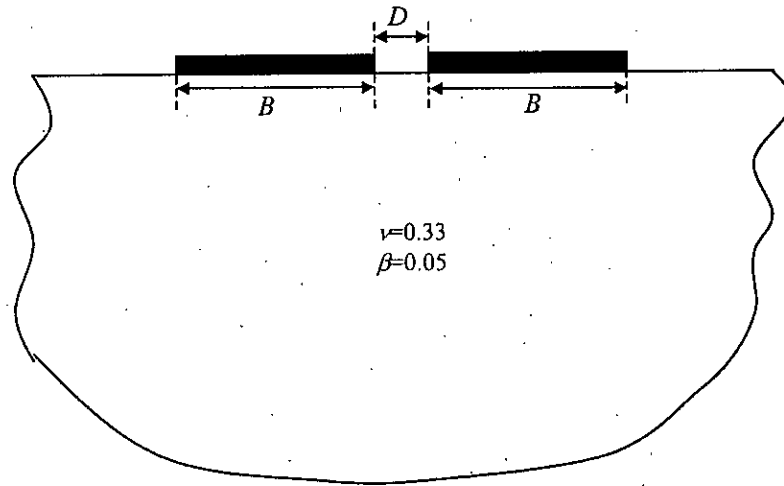


Figure 6.2 : Système fondation-sol-fondation

L'examen des figures (6.3) et (6.4) montre que l'interaction multiple entre deux fondations adjacentes reposant sur un sol homogène (demi-plan) dépend fortement de la distance de séparation  $D$ . En effet, on note que pour tous les modes, les fonctions d'impédance d'une fondation en présence d'une autre sont affectées considérablement. Cette altération augmente avec la diminution de la distance de séparation entre les deux fondations.

Présentations des Résultats et Discussions

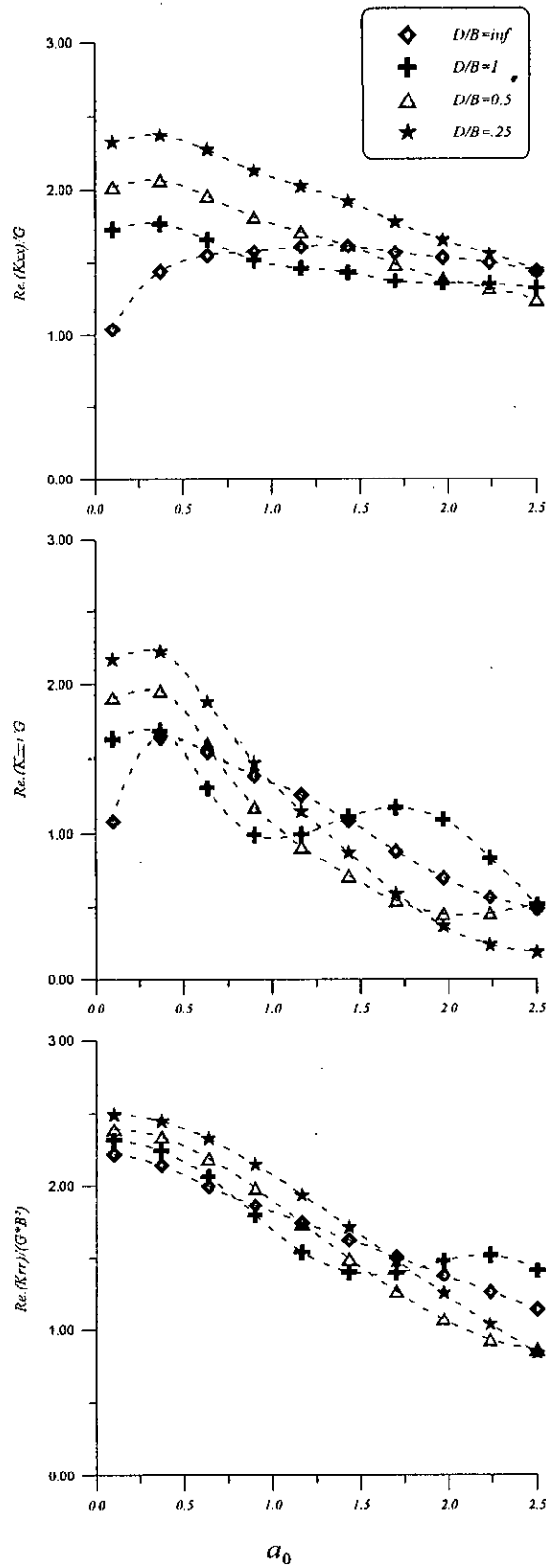


Figure 6.3 Fonctions d'impédance horizontale, Verticale et de balancement d'une fondation filante reposant sur un demi-plan (partie réelle)

## Présentations des Résultats et Discussions

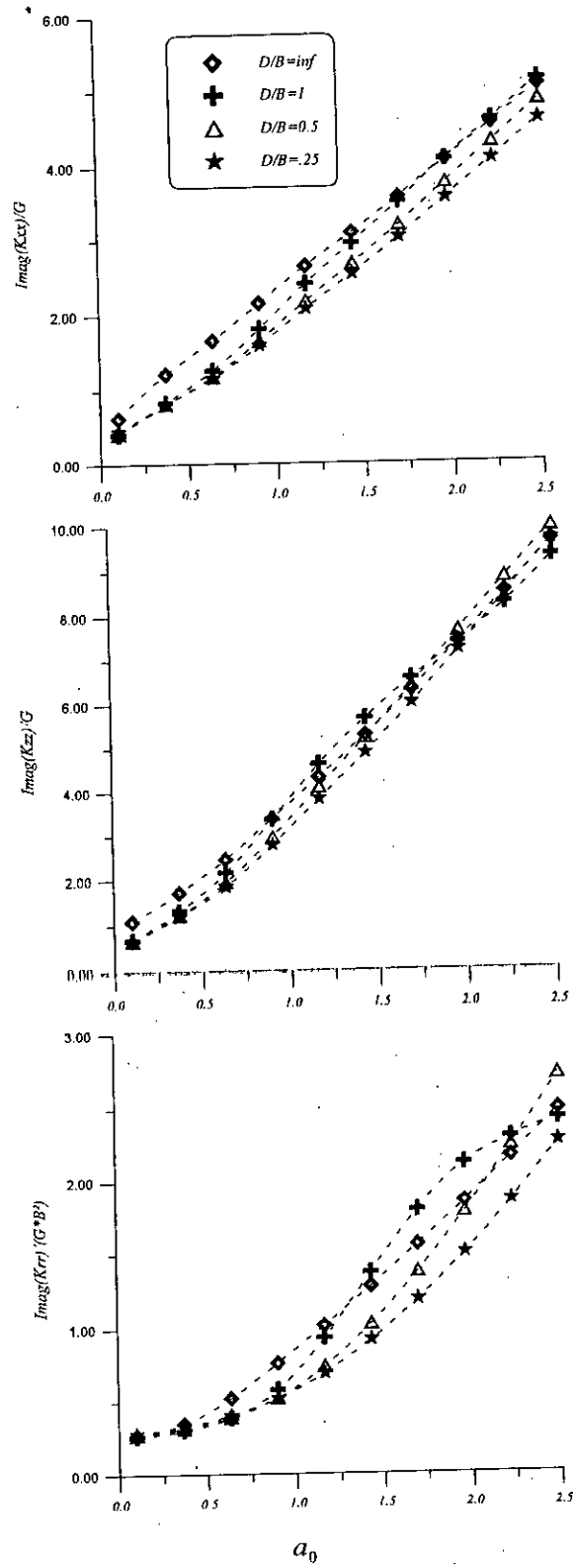


Figure 6.4 Fonctions d'impédance horizontale, Verticale et de balancement d'une fondation filante reposant sur un demi-plan (partie imaginaire)



### 6.4.1.2 Cas du profil de sol multicouche

Dans cette section, les résultats d'une étude paramétrique faisant intervenir l'effet de la distance entre deux fondations adjacentes reposant sur un profil de sol multicouche sont présentés. Les propriétés mécaniques et géométriques du sol multicouche sont définies dans le tableau (6.1). Le système analysé ici est présenté dans la figure (6.5). Il est constitué de deux fondations rigides identiques de demi largeur  $B$ . La distance de séparation entre les deux fondations est prise égale aux valeurs suivantes:  $D=0.25B, 0.5B, B$  et infinie.

Tableau (6.1)

Numéro	Nature	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_2$ (m/s)	$\nu$	$\beta$	$H$ (m)
1	Sable	1800	160	0.33	0.01	$0.8B$
2	Marne	2000	220	0.45	0.02	$0.6B$
3	Sable	1900	250	0.33	0.01	$1.5B$
4	Sable	1900	300	0.33	0.01	$\infty$

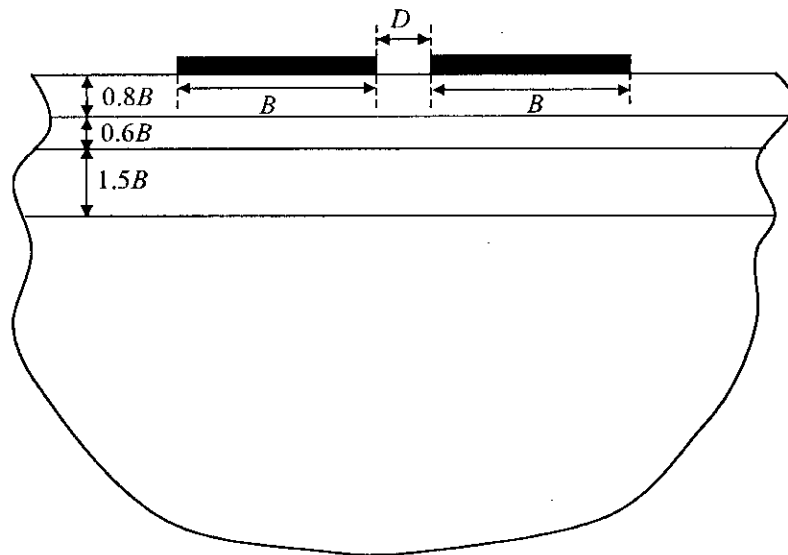


Figure 6.5 : Système fondation-sol-fondation : cas d'un profil de sol multiouche

## Présentations des Résultats et Discussions

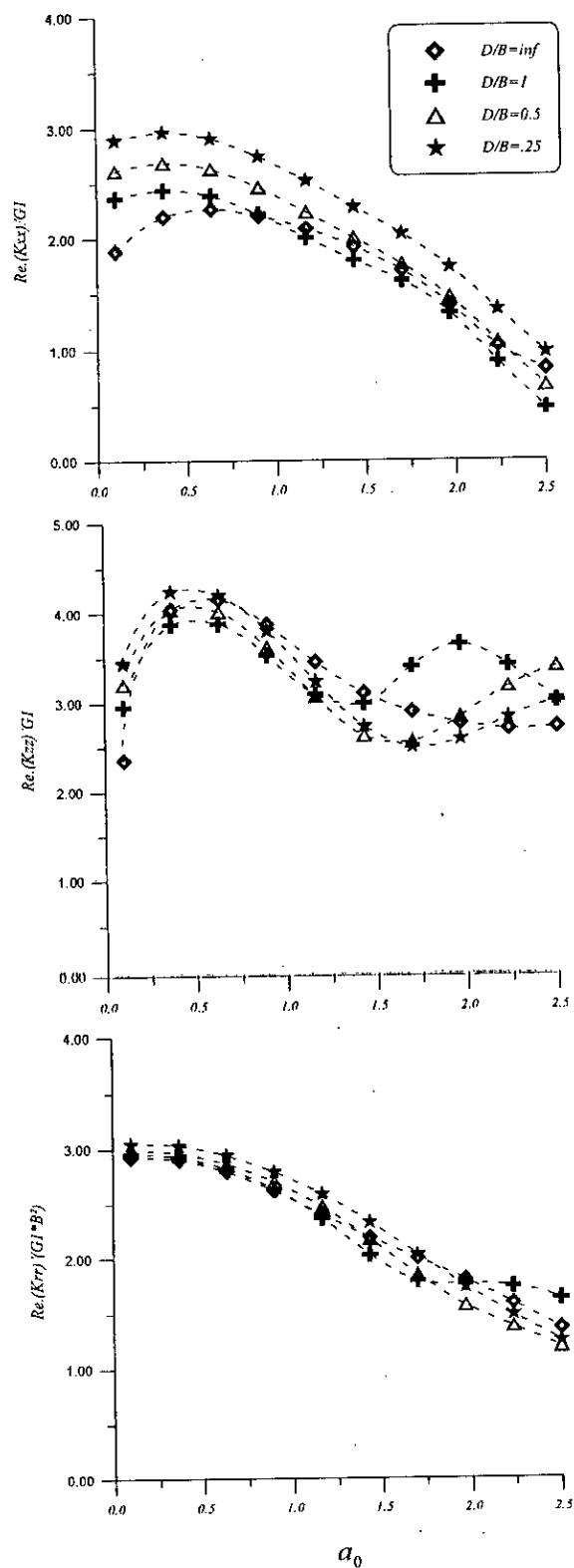


Figure 6.6 Fonctions d'impédance horizontale, Verticale et de balancement d'une fondation filante reposant sur un profil de sol multicouche (partie réelle)

Présentations des Résultats et Discussions

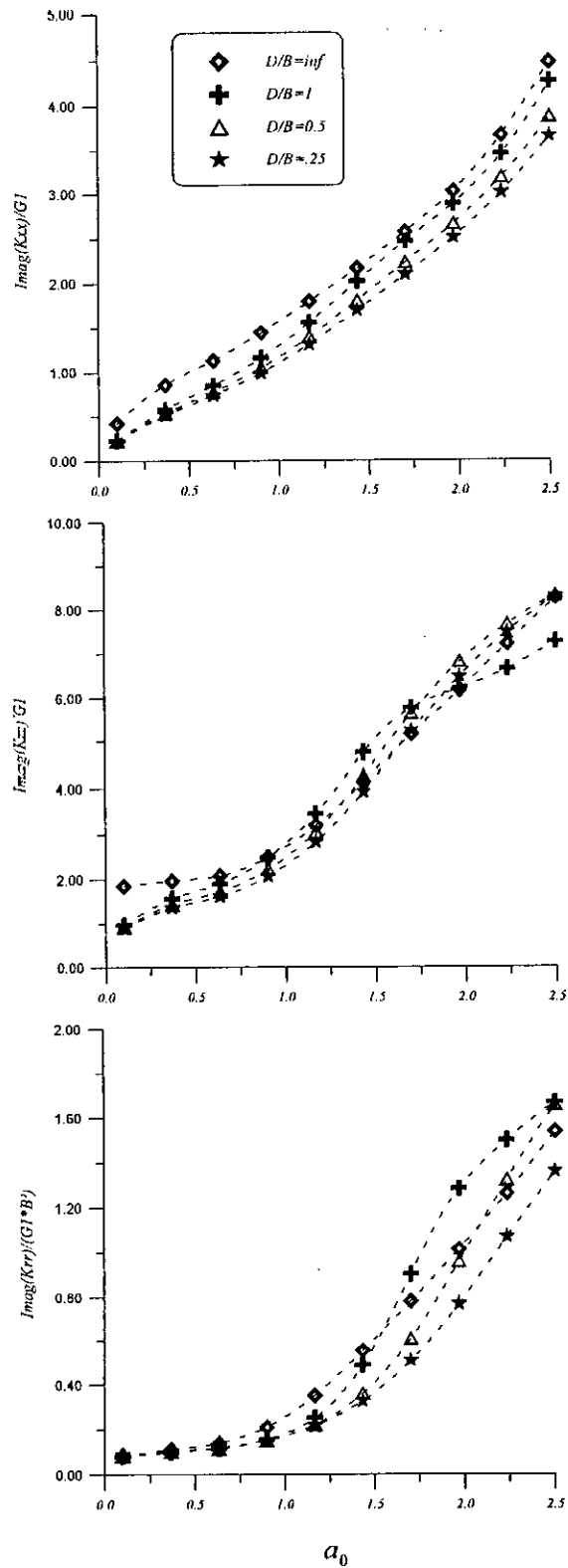


Figure 6.7 Fonctions d'impédance horizontale, Verticale et de balancement d'une fondation filante reposant sur un profil de sol multicouche (partie imaginaire)

L'examen des figures (6.6) et (6.7) montre l'effet de la présence d'une fondation adjacente sur les fonctions d'impédance d'une fondation rigide reposant sur un sol multicouche. Les conclusions spécifiques au cas de sol homogène peuvent être reconduites pour le cas traité dans cette section.

### **6.4.2 Fonction de Transfert stochastique entre le mouvement induit de la ième fondation et de son homologue en champ libre**

La formulation du phénomène de l'interaction multiple entre structures via le sol décrite dans la section 6.3 est appliquée dans le cas d'un système constitué de deux fondations rigides identiques adjacentes de demi largeur  $B$  (figure 6.5), reposant sur un profil de sol multicouche dont les propriétés mécaniques et géométriques sont définies dans le tableau (6.1). On suppose que les ondes arrivent continûment entre deux directions extrêmes. Dans cette étude, nous avons choisi un input incohérent d'ondes stochastiques de type  $P$  et  $SV$  non corrélées. La distance de séparation entre les deux fondations est prise égale aux cinq valeurs suivantes:  $D=0.$ ,  $0.25B$ ,  $0.5B$ ,  $B$  et infinie.

Les deux figures (6.8) et (6.9) présentent les résultats de la valeur absolue de la fonction de transfert, relative à chaque composante du  $FIM$  de la première fondation en fonction de la fréquence adimensionnelle,  $a_0$ , variant de 0 à 6, couvrant ainsi une large bande de fréquence généralement rencontrée en pratique la réalité. Les résultats montrent que l'effet de l'interaction multiple entre fondations sur leurs réponses stochastiques ne peut être négligé que pour les modes de translation sauf pour le mode vertical dû aux ondes  $SV$ . Les modes de balancement pour les ondes  $P$  et  $SV$  présentent de fortes altérations suivant la distance de séparation  $D$  et la fréquence adimensionnelle  $a_0$  et ce pour  $a_0 \geq 2$ .

Présentations des Résultats et Discussions

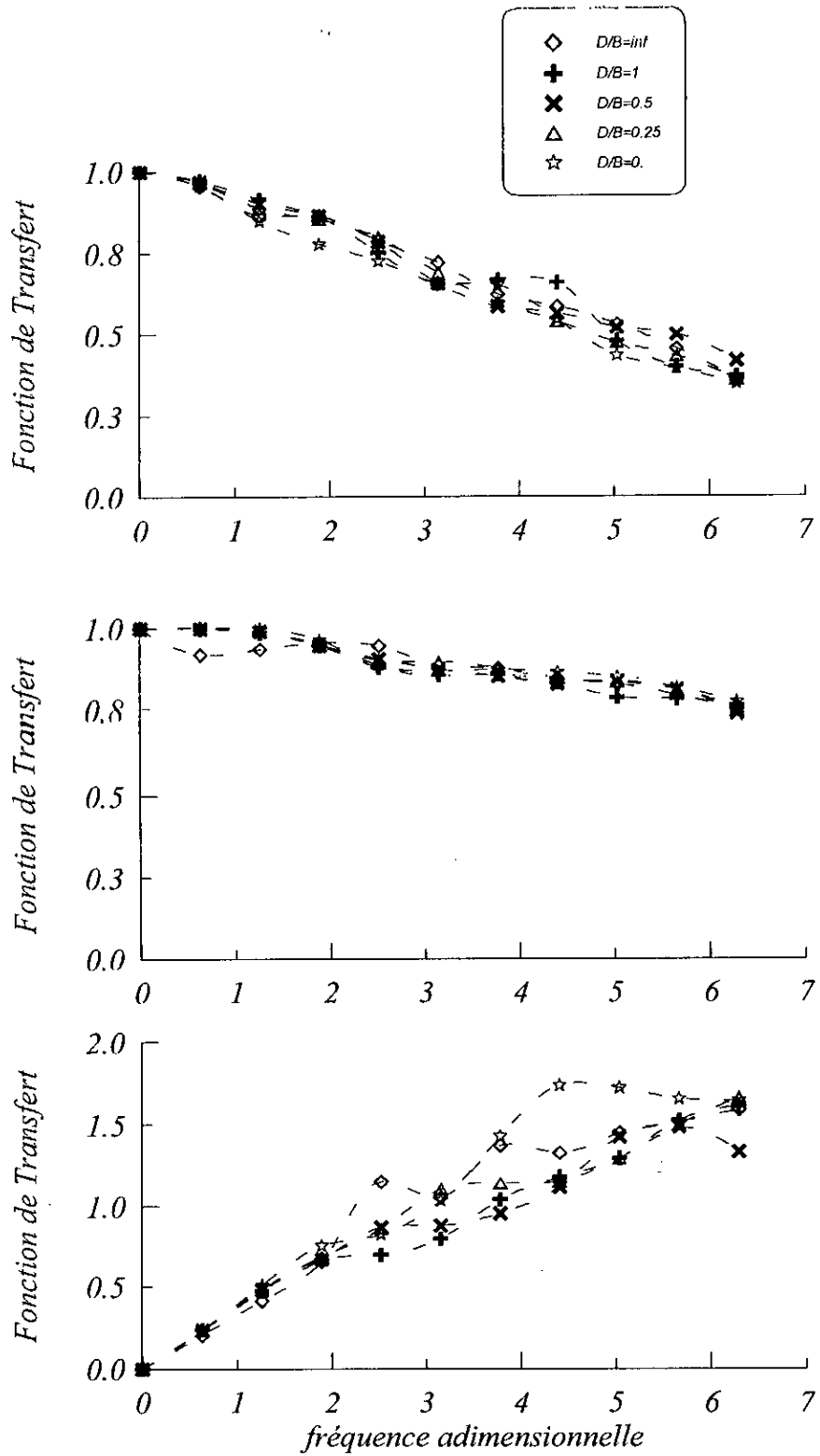


Figure 6.8: Fonctions de transfert des composantes horizontale, verticale et de balancement du *FIM* dues à un input incohérent d'ondes stochastiques de type *P* non corrélées

Présentations des Résultats et Discussions

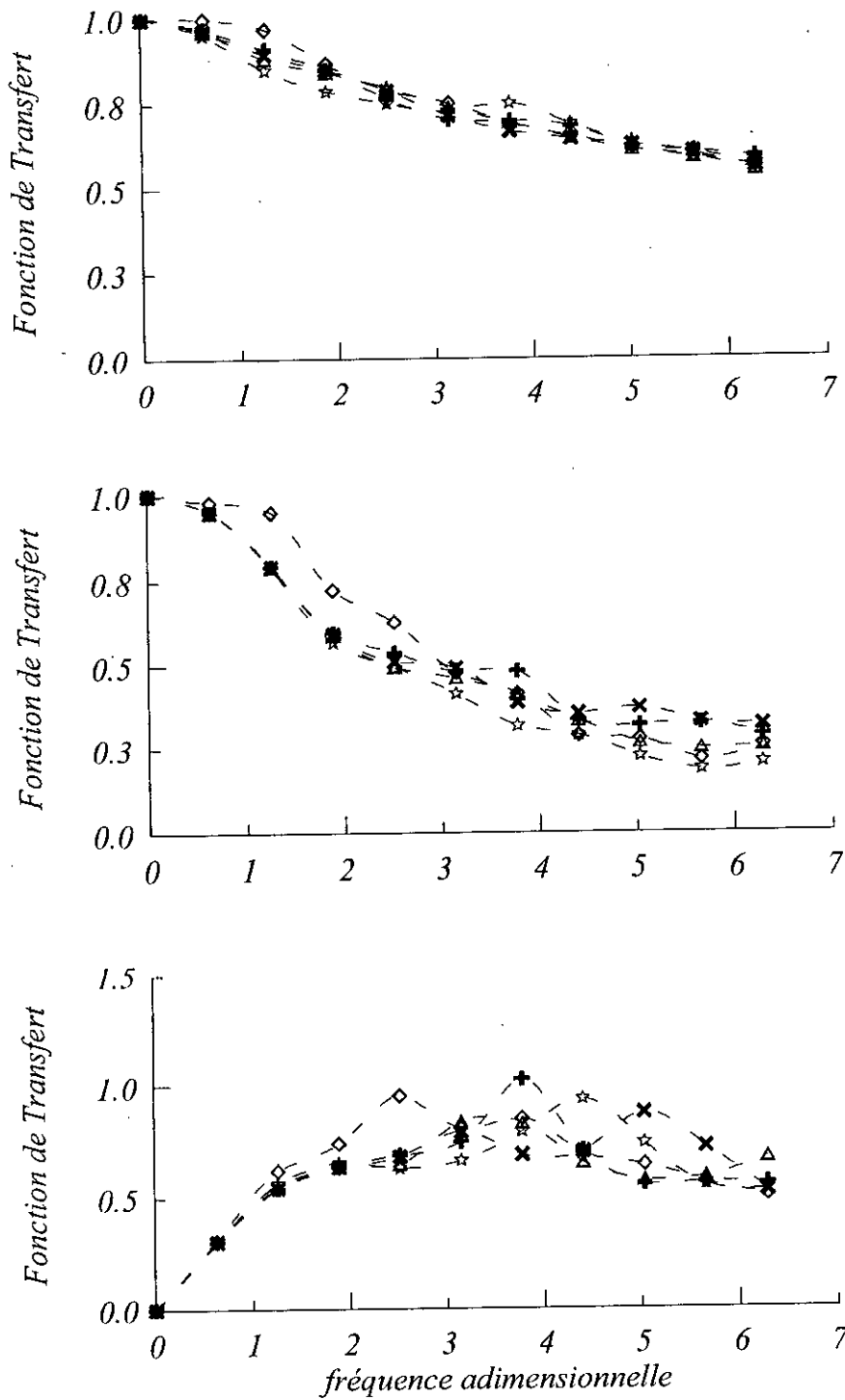


Figure 6.9: Fonctions de transfert des composantes horizontale, verticale et de balancement du FIM dues à un input incohérent d'ondes stochastiques de type *SV* non corrélées

### 6.4.3 Fonction filtre

La réponse d'une structure à un degré de liberté (figure 6.2) sujette à l'effet d'un input sismique non uniforme et à l'effet de la présence d'une structure adjacente idéalisée sous forme d'un oscillateur simple (interaction multiple entre structures) est évaluée à travers la  $FF$  (équation 6.17). Il est supposé que les fondations sont identiques de demi-largeur égale à 15 m. Les propriétés mécaniques et géométriques du sol de fondation sont définies dans le tableau (6.1). Il est supposé aussi que les ondes non corrélées de type  $P$  et  $SV$  arrivent continûment entre deux directions extrêmes suivant un input sismique incohérent. Les figures (6.10) à (6.13) présentent les  $FF$  en fonction de la fréquence adimensionnelle  $a_0$ , variant de 0 à 6 et pour le degré d'enterrement  $E/B=0$  et le rapport  $h/B=1$  et 2. Nous pouvons déduire que dans le cas des ondes  $P$  et  $SV$ , l'influence du balancement sur la réponse des structures est importante. Pour les deux types ondes, les  $FF$  sont altérées significativement en fonction de la distance de séparation et en fonction de la fréquence adimensionnelle  $a_0$ . Cette altération est négligeable pour  $a_0 \leq 1.5$  et  $a_0 \leq 2$  et ce pour les ondes  $P$  et  $SV$  respectivement.

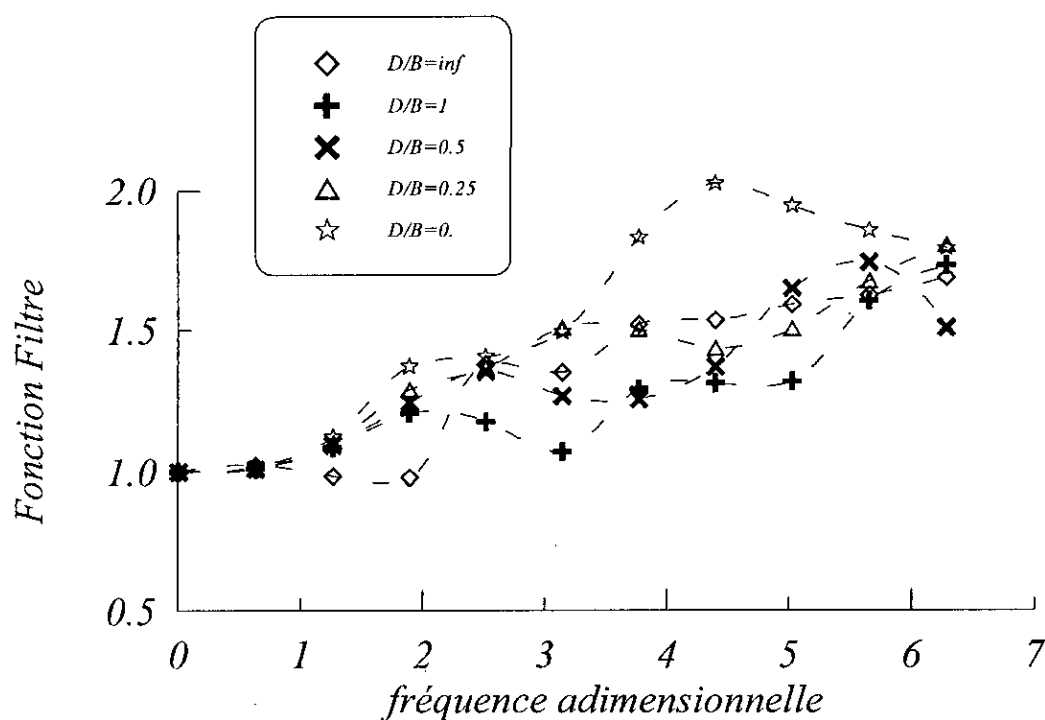


Figure 6.10 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas d'un input incohérent des ondes de type  $P$  ( $h/B=1$ )

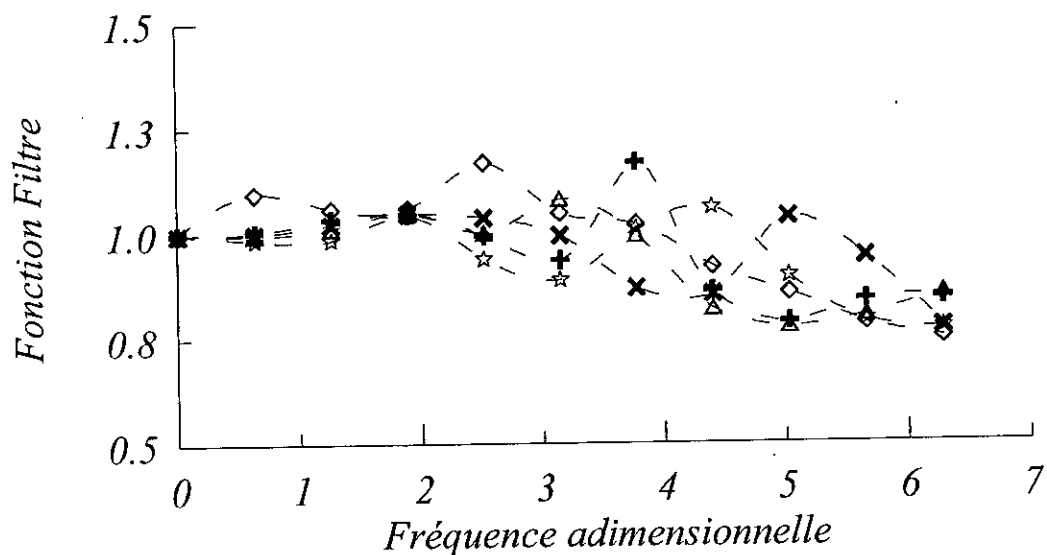


Figure 6.11 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas d'un input incohérent des ondes de type  $SV$  ( $h/B=1$ )

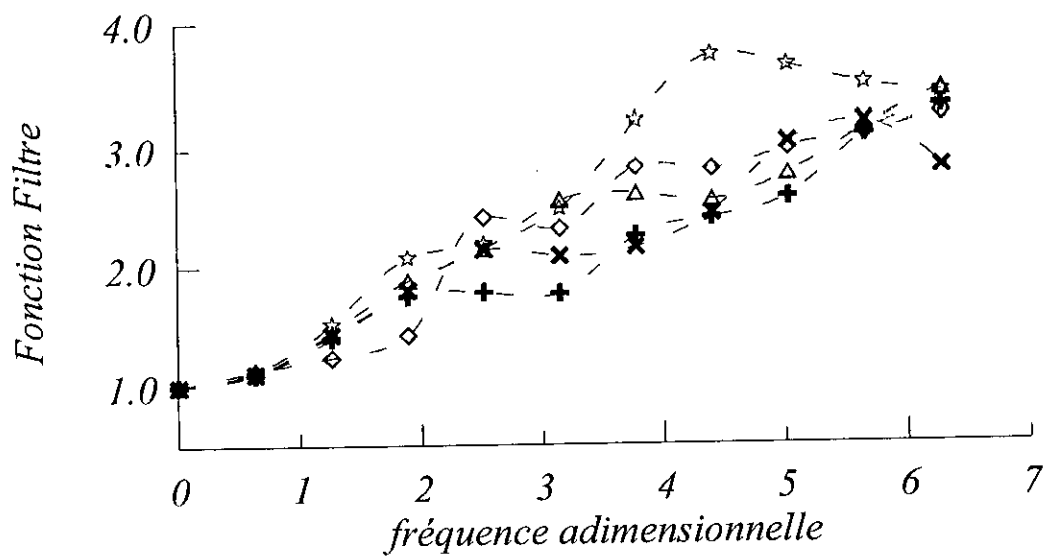


Figure 6.12 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas d'un input incohérent des ondes de type  $P$  ( $h/B=2$ )



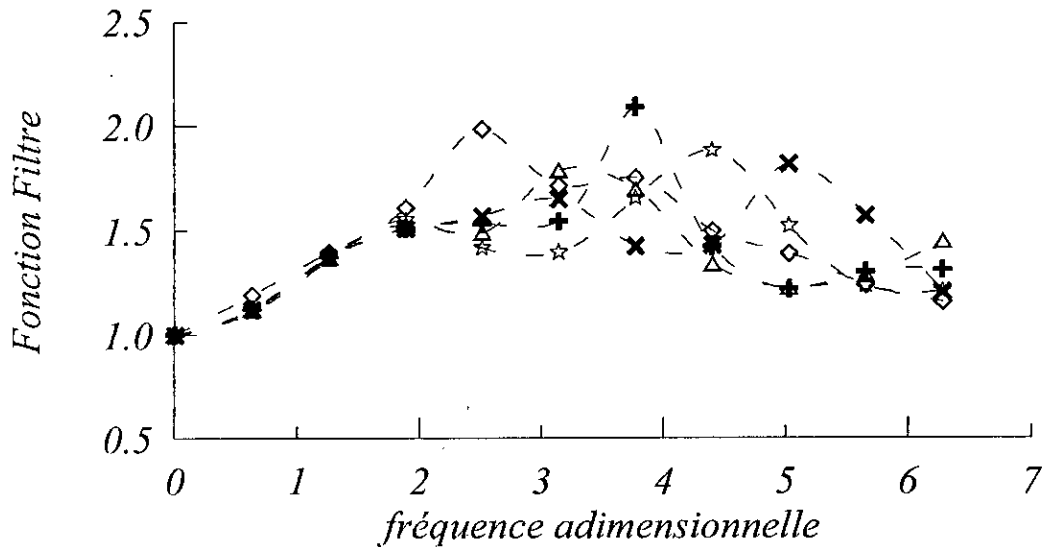


Figure 6.13 : Fonction filtre de l'interaction cinématique dans le cas d'un input incohérent des ondes de type  $SV$  ( $h/B=2$ )

#### 6.4.4 Spectre de réponse modifié

Pour définir la variation de  $S_i^{\ddot{}}(\omega)$  avec la fréquence, la fonction  $DSP$  du mouvement du sol au point de référence  $i$  (en accélération) proposée par Pais et Kausel (1990) est utilisée dans cette étude (équation 5.26 ; figure 5.5). Il est supposé que l'amortissement critique de l'oscillateur est 0.05, la durée du processus est égale à 30 s et la  $DSP$  de bruit blanc.  $S_0 = 1250 \text{ cm}^2/\text{s}^3 \text{ rad}$ .

Les spectres de réponse modifiés généralisés pour les structures adjacentes idéalisées en oscillateurs simples sous l'effet de l'input sismique non uniforme et l'effet de l'interaction multiple entre structures sont présentées dans les figures de (6.14) à (6.37) pour un input sismique incohérent de deux types d'ondes non corrélées ( $P$  et  $SV$ ), différentes valeurs de  $h/B=0, 1$  et  $2$ , pour un degré d'enterrement  $E/B=0$  et pour différentes distances de séparation  $D=0., 0.5B, B$  et infinie.  $S_d, S_v$  et  $S_a$  représentent le spectre de réponse en déplacement et les pseudo-spectres en vitesse et en accélération respectivement. A partir de ces résultats, nous pouvons déduire que les spectres de réponse modifiés des fondations en tenant compte du caractère non uniforme de l'input sismique et de l'effet de l'interaction multiple entre fondations sont moins importants que dans le cas d'un input sismique uniforme (figures 6.14 à 6.21). Les réponses maximales des structures ( $h/B=1$ )

## Présentations des Résultats et Discussions

sont plus importantes dans le cas d'un input sismique incohérent, pour différentes valeurs de  $D$ , que d'un input sismique uniforme sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 1 Hz ou lorsque l'input sismique incohérent considéré est de type  $SV$  (figures 6.22 à 6.29). Dans ce cas, la différence entre le spectre classique et le spectre modifié est négligeable (ce résultat est propre à l'application considérée et ne peut en aucun cas être généralisé pour d'autres systèmes sol-multistrukture). Aussi l'effet de l'interaction multiple entre structures sous l'effet de l'input sismique incohérent des ondes  $P$  et  $SV$  amplifie la réponse maximale des structures (pour le cas où  $h/B = 2$ , sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 0.5 Hz (figures 6.30 à 6.37). Ces résultats mettent en évidence la nécessité de prendre en considération l'effet de l'interaction cinématique. En comparant les spectres modifiés de déplacement pour différentes valeurs de  $D$  (figures 6.38 à 6.43), on peut déduire que l'interaction multiple sous l'effet de l'input sismique incohérent de type  $SV$  réduit les déplacements maximaux, et ce pour les différents rapports de  $h/B$ . En ce qui concerne les ondes  $P$ , les spectres de réponse en terme de déplacement sont légèrement importants pour les rapports  $h/B = 1$  et 2 et ce pour les fréquences fondamentales supérieures à 1 Hz. En outre, l'effet de l'interaction multiple sur les spectres modifiés en terme d'accélération est négligeable pour les fréquences fondamentales inférieures à 1 Hz et ce pour les deux types d'ondes  $P$  et  $SV$  de l'input sismique incohérent (figures 6.44 à 6.49). Contrairement aux spectres de déplacement, les ondes  $P$  affectent plus considérablement les spectres d'accélération que les ondes  $SV$ . On remarque que les spectres en accélération sont tantôt conservatifs et tantôt non conservatifs et ce en fonction de la distance de séparation  $D$  entre les structures.

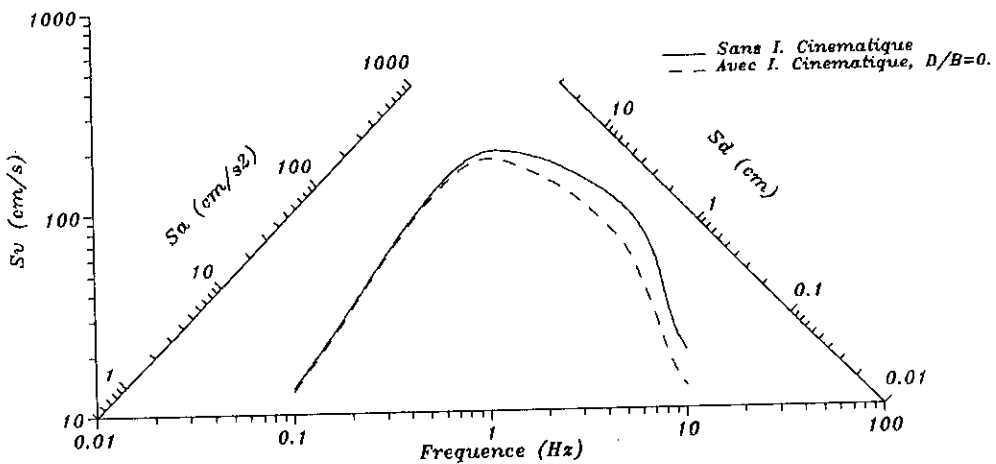


Figure 6.14: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 0 ; D/B = 0.$ )

Présentations des Résultats et Discussions

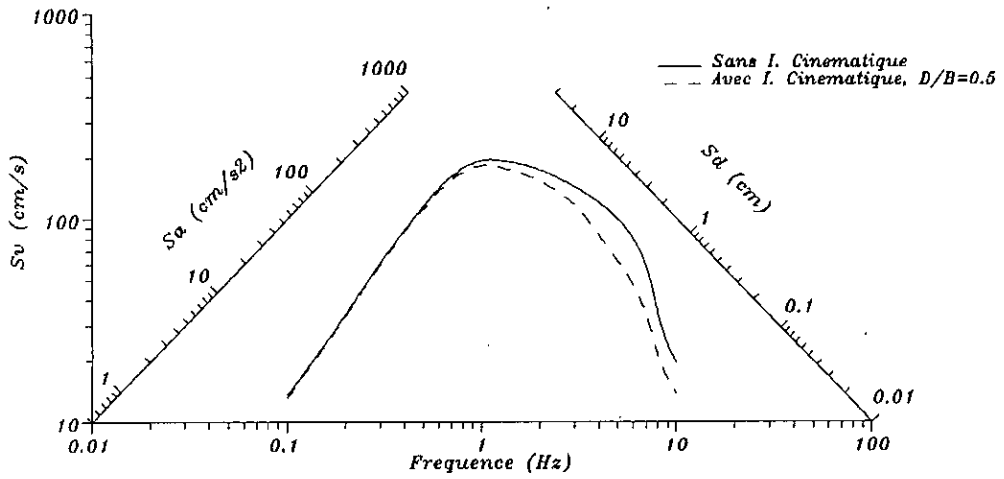


Figure 6.15: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes P ( $h/B = 0$  ;  $D/B = 0.5$ )

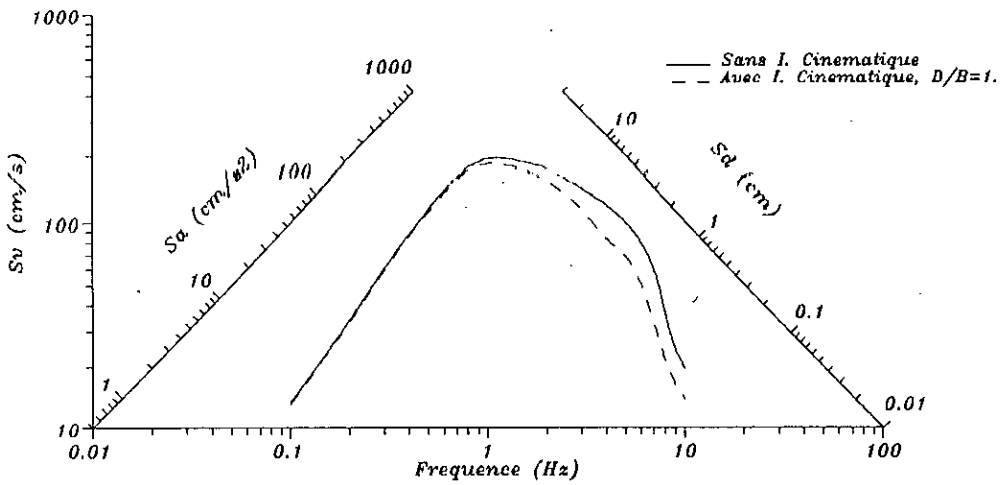


Figure 6.16: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes P ( $h/B = 0$  ;  $D/B = 1$ .)

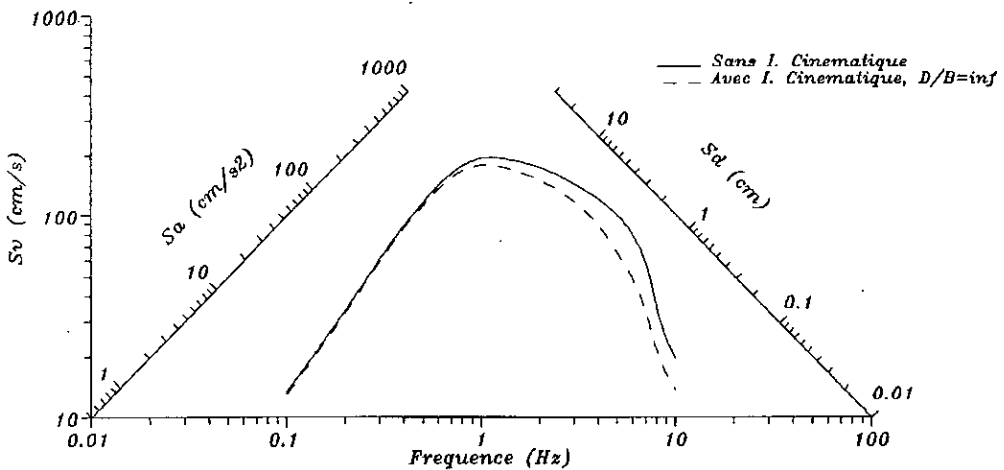


Figure 6.17: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes P ( $h/B=0$  ;  $D/B = \text{infinie}$ )

## Présentations des Résultats et Discussions

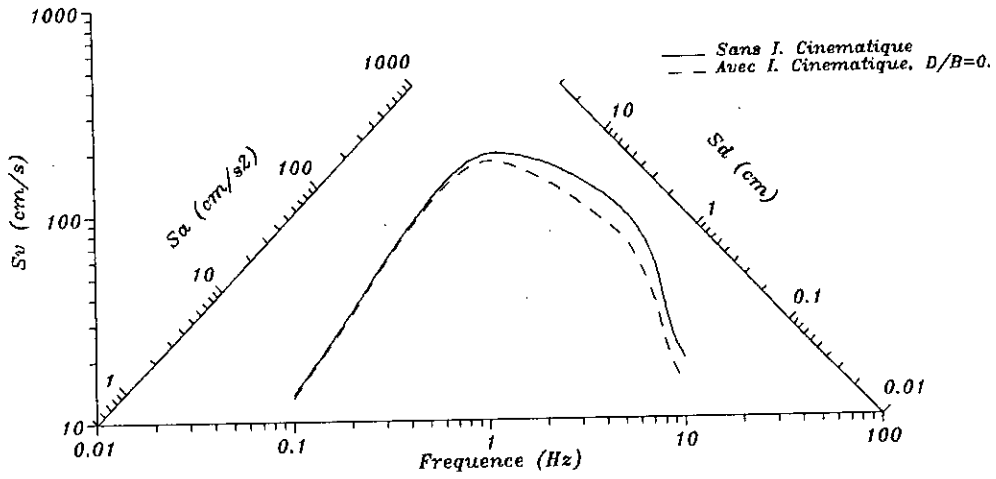


Figure 6.18: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 0$  ;  $D/B = 0$ .)

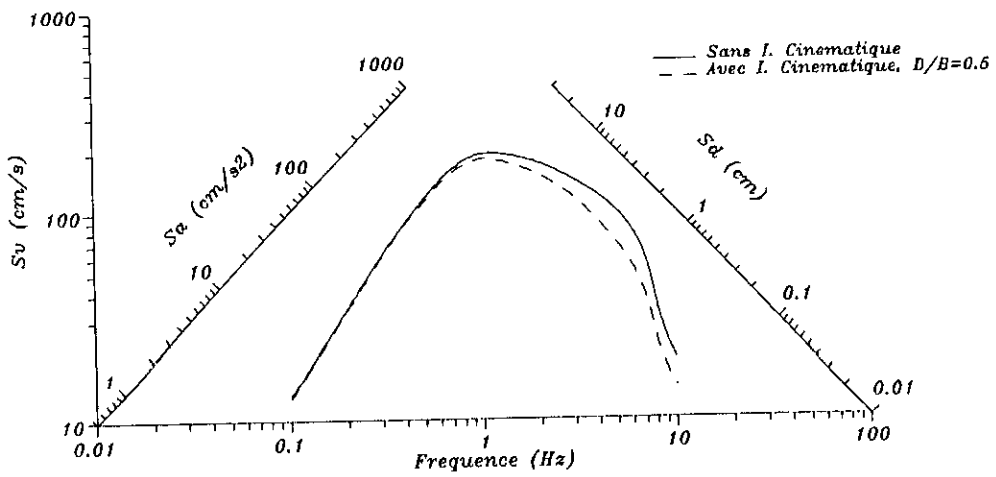


Figure 6.19: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 0$  ;  $D/B = 0.5$ )

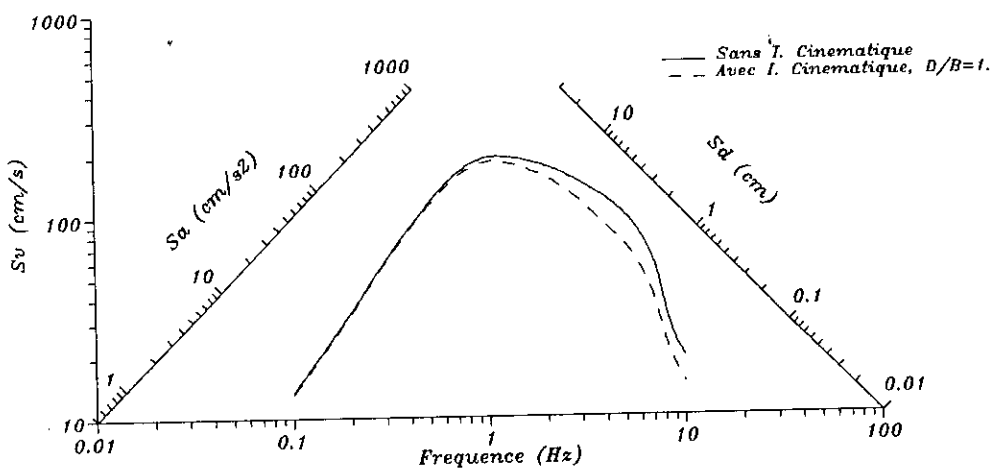


Figure 6.20: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 0$  ;  $D/B = 1$ .)

Présentations des Résultats et Discussions

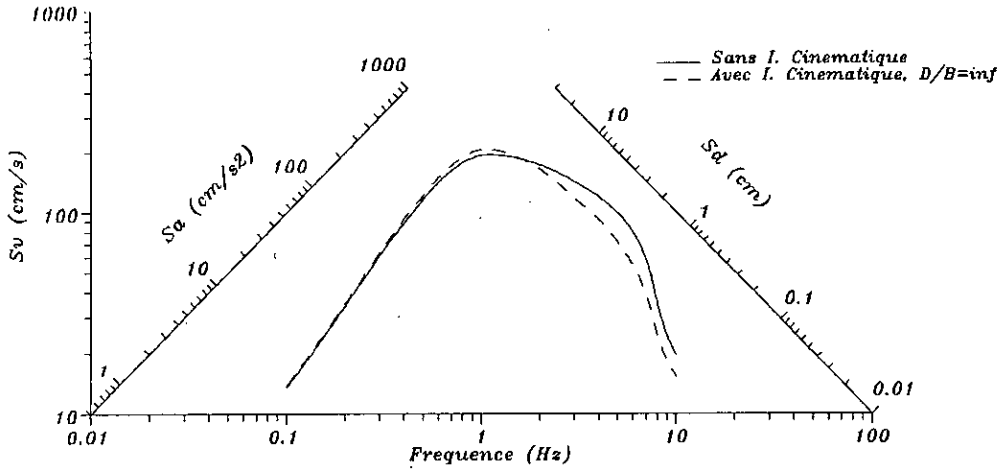


Figure 6.21: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 0$  ;  $D/B = \text{infinie}$ )

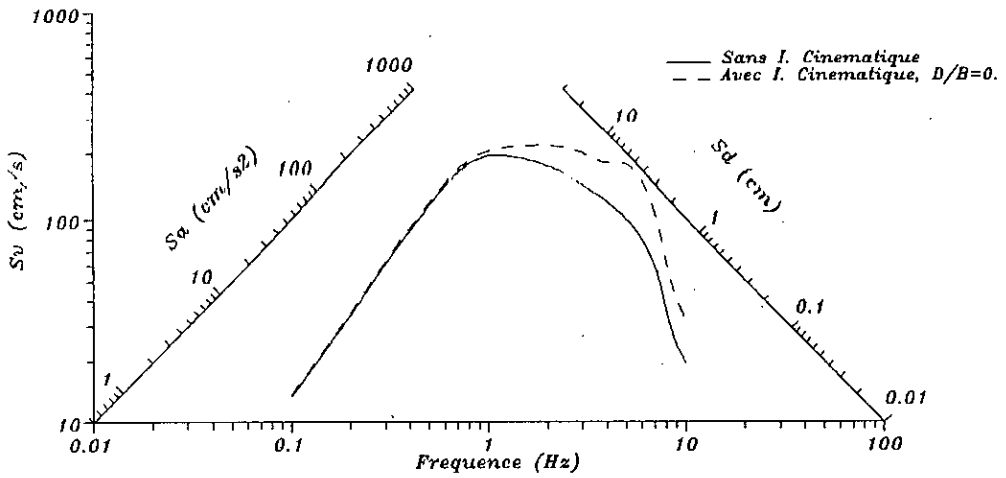


Figure 6.22: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 0.$ )

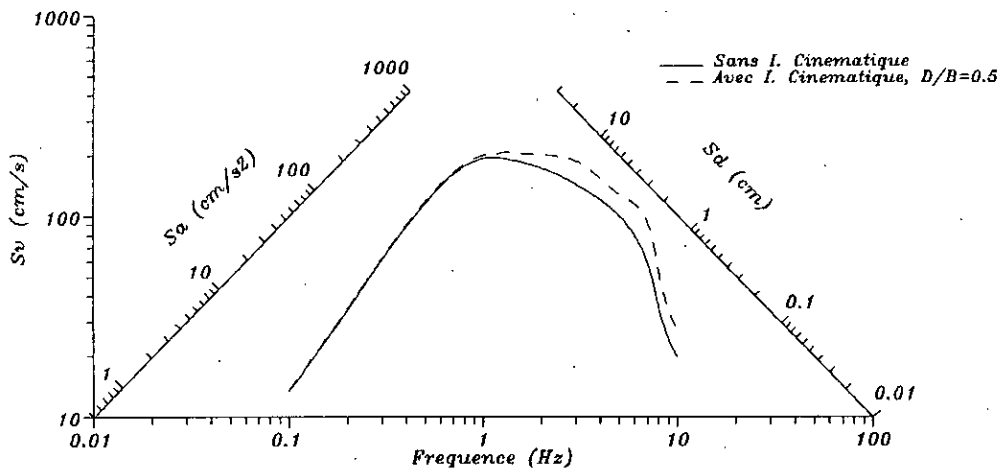


Figure 6.23: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 0.5$ )

## Présentations des Résultats et Discussions

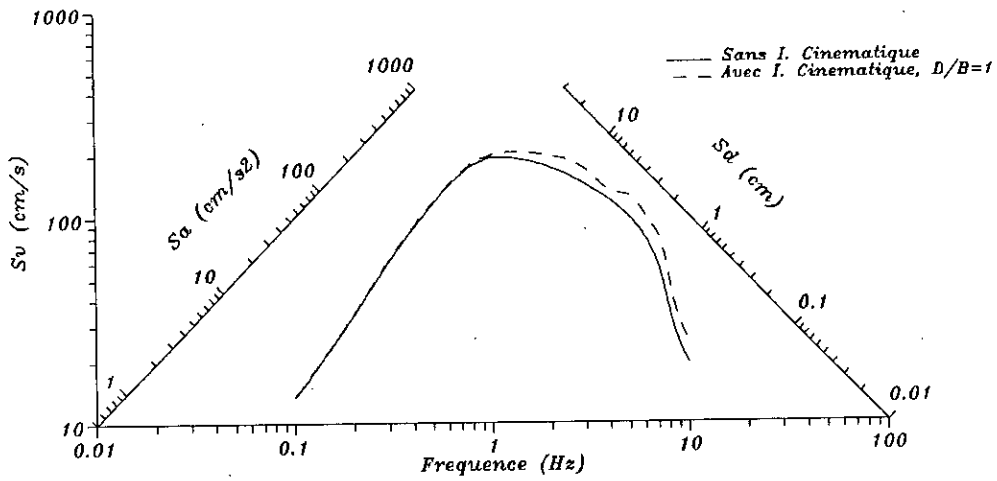


Figure 6.24: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes P  
( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 1.$ )

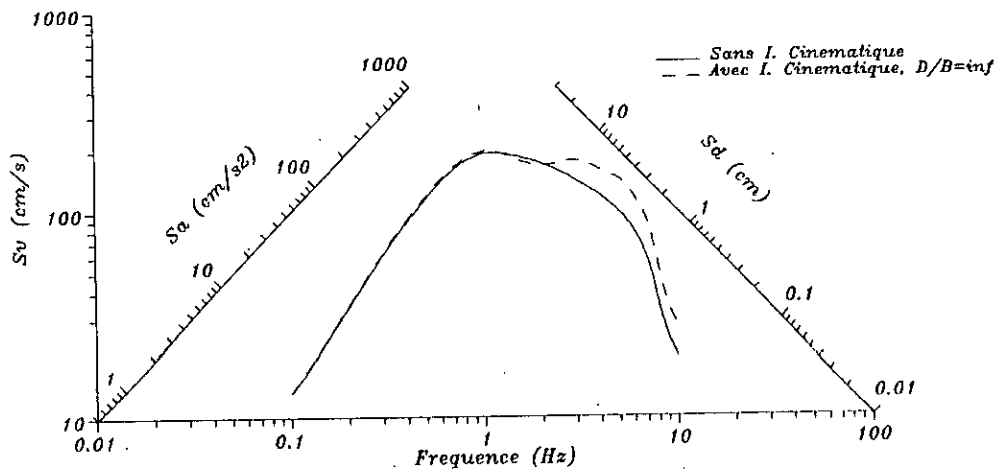


Figure 6.25: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes P  
( $h/B = 1.$  ;  $D/B = \text{infinie}$ )

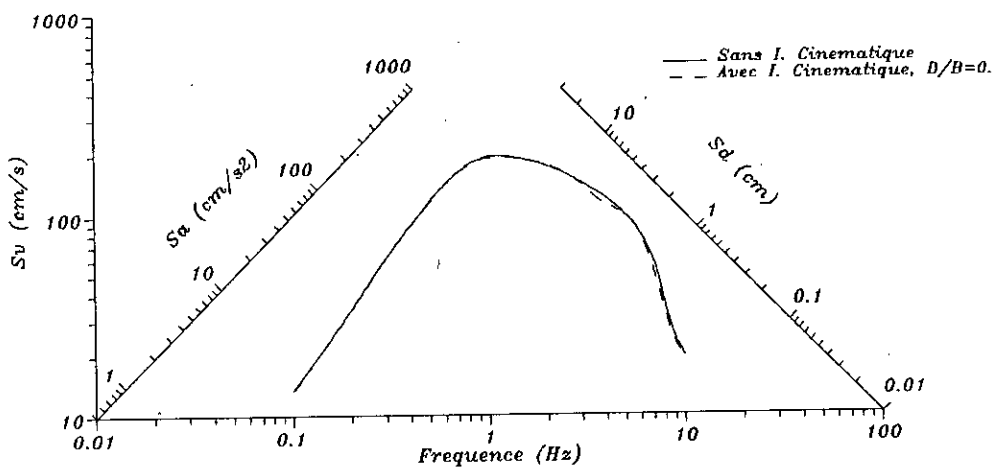


Figure 6.26: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV  
( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 0.$ )

Présentations des Résultats et Discussions

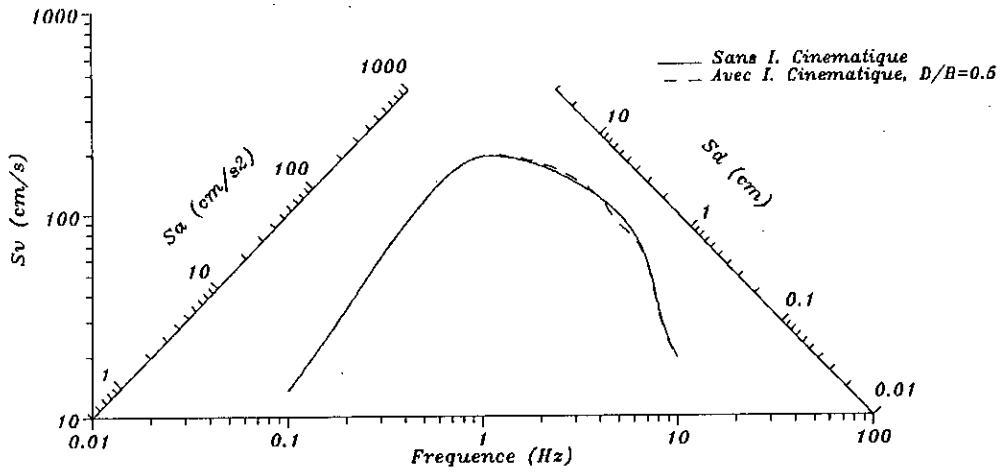


Figure 6.27: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 0.5$ )

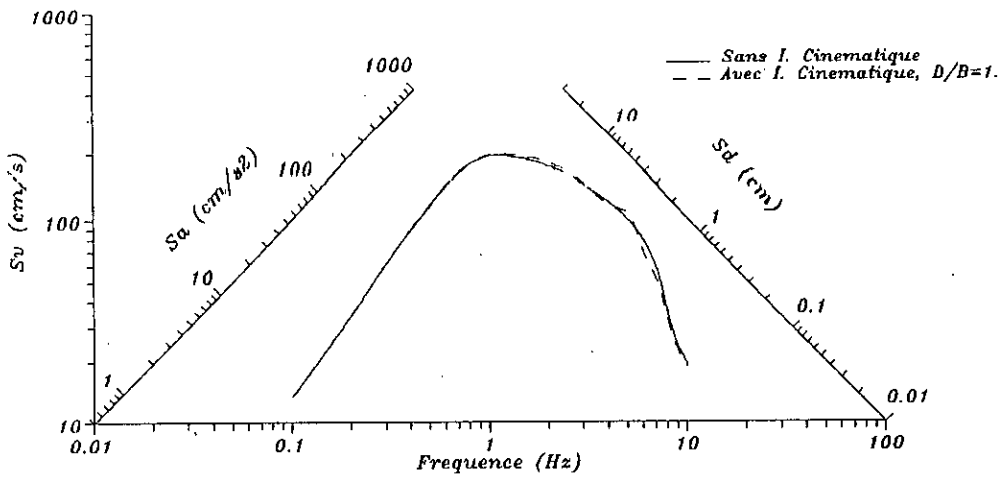


Figure 6.28: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 1.$  ;  $D/B = 1.$ )

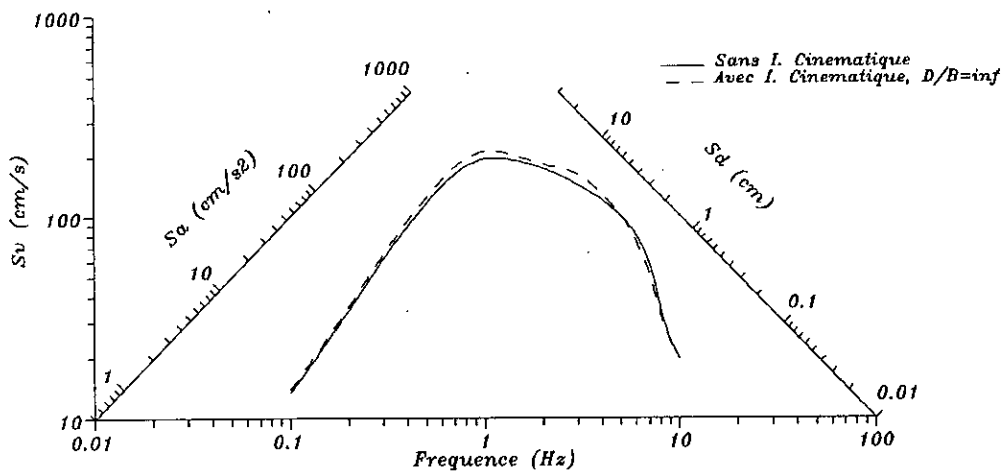


Figure 6.29: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 1.$  ;  $D/B = \text{infinie}$ )

## Présentations des Résultats et Discussions

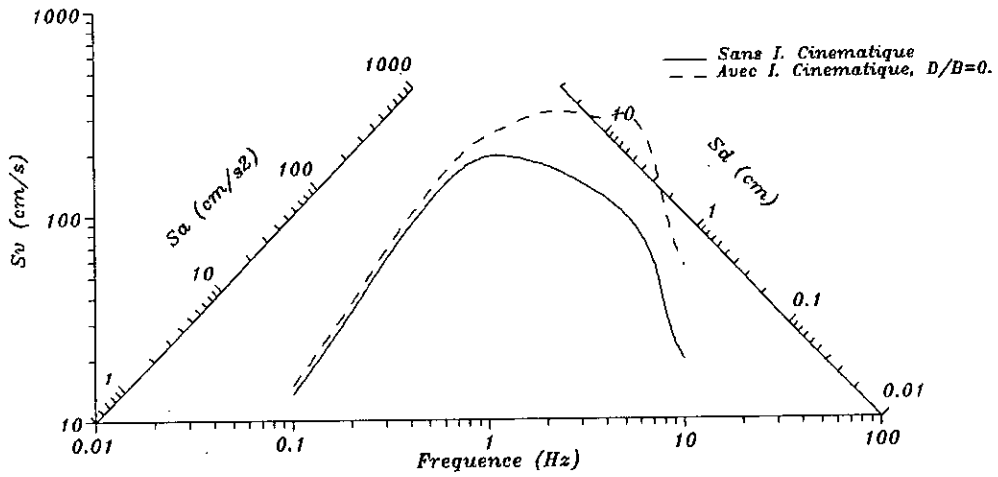


Figure 3.30: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = 0.$ )

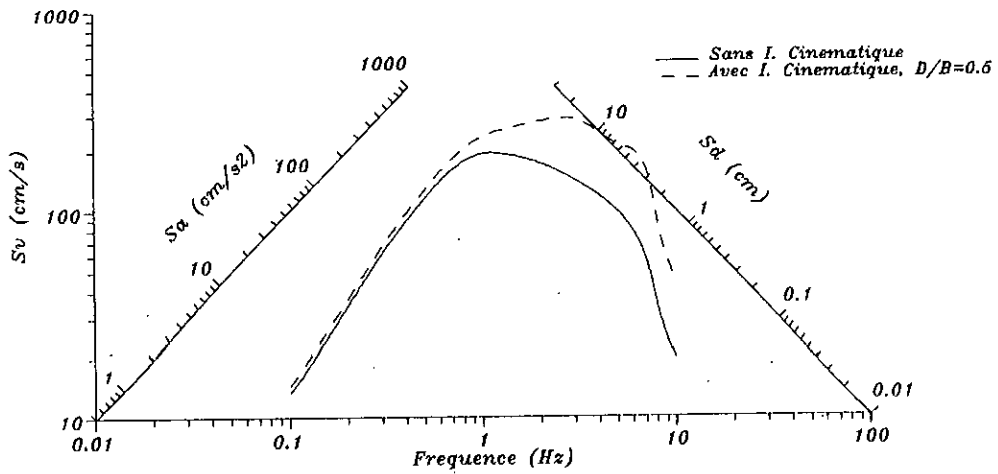


Figure 6.31: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = 0.5$ )

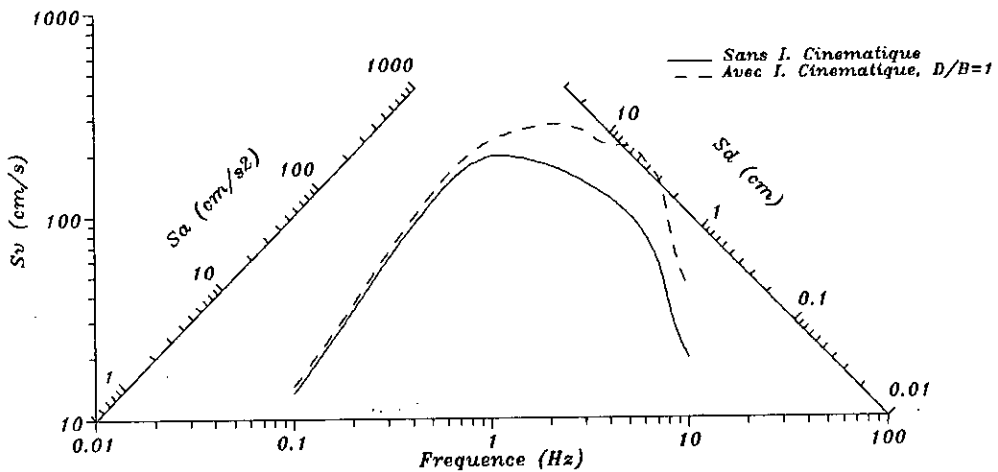


Figure 6.32: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = 1.$ )



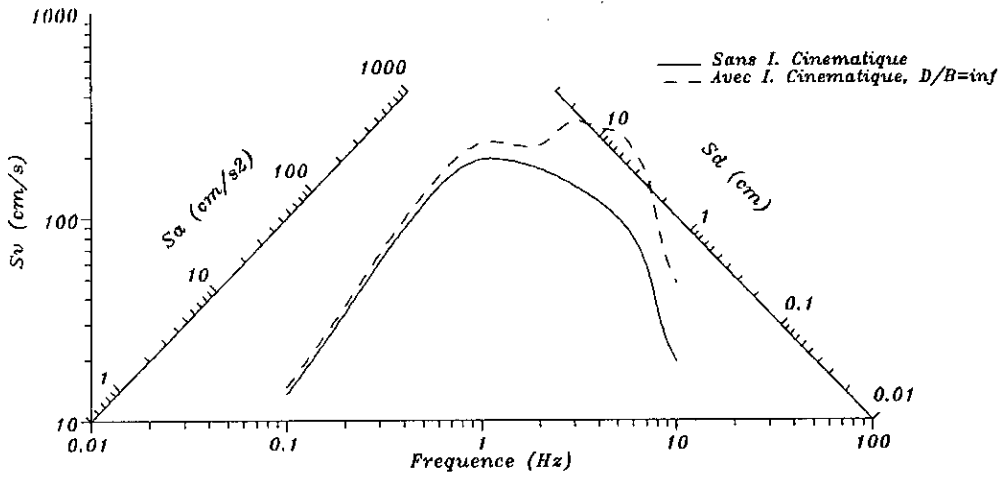


Figure 6.33: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = \text{infinic}$ )

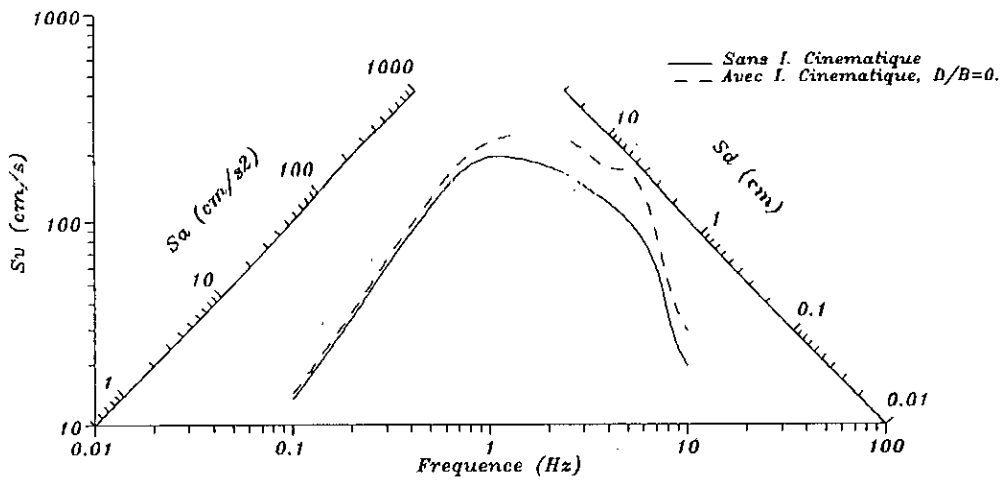


Figure 6.34: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = 0.$ )

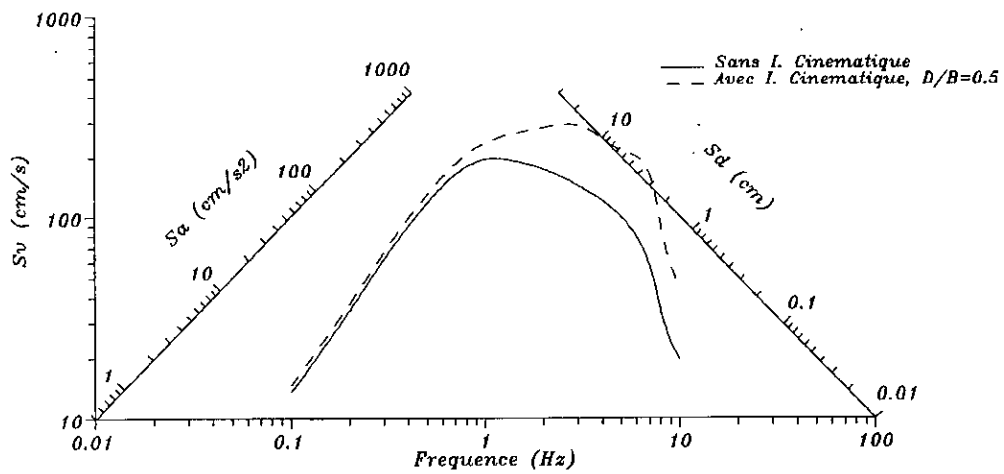


Figure 6.35: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 2.$  ;  $D/B = 0.5$ )

Présentations des Résultats et Discussions

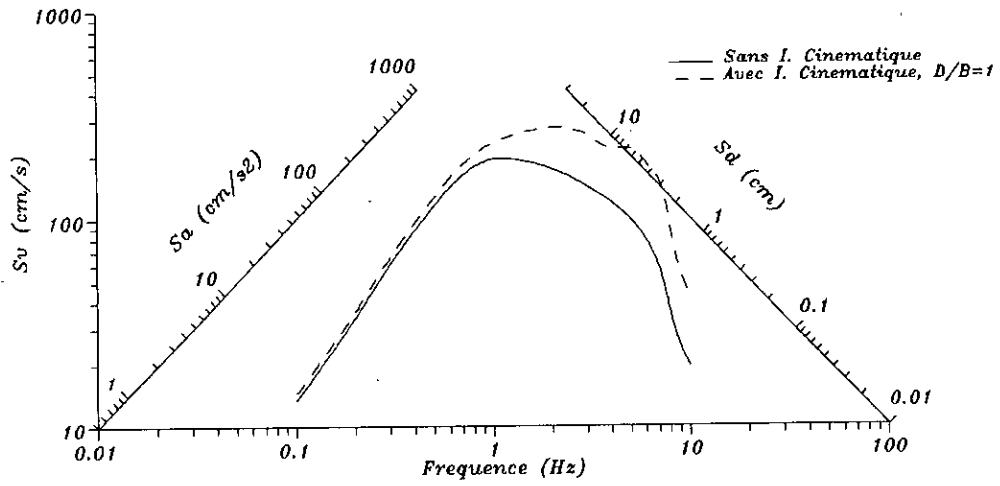


Figure 6.36: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 2. ; D/B = 1.$ )

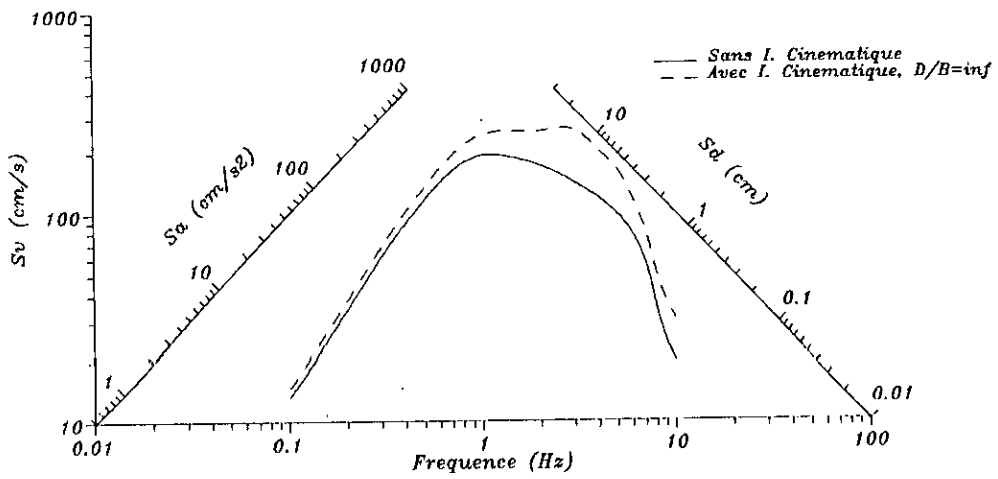


Figure 6.37: Spectre de réponse Modifié pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 2. ; D/B = \text{infinie}$ )

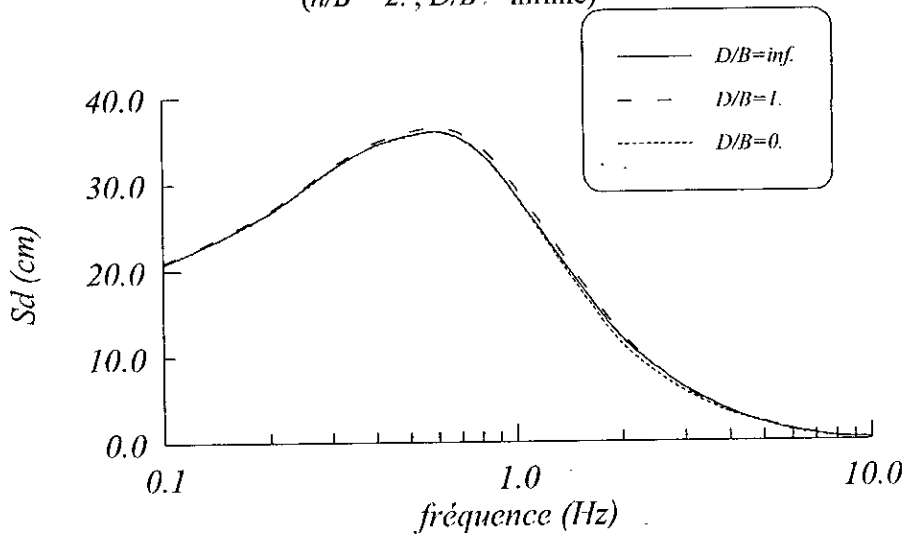


Figure 6.38: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 0.$ )

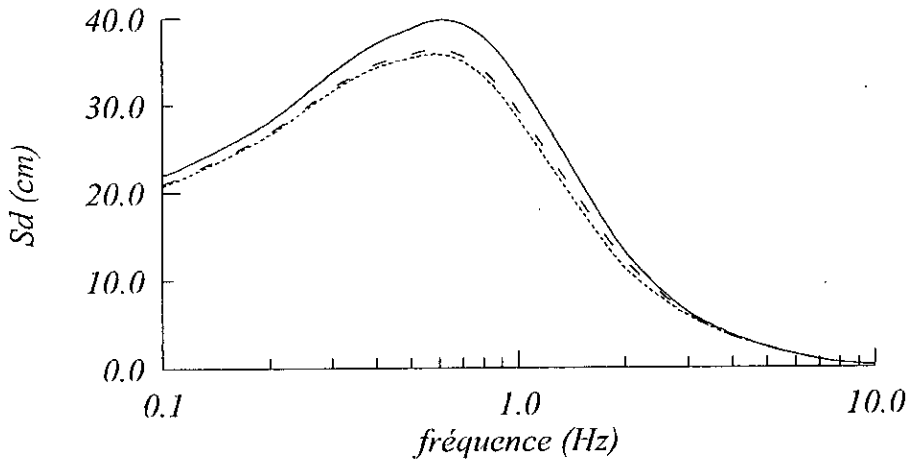


Figure 6.39: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $SV$ , ( $h/B = 0.$ )

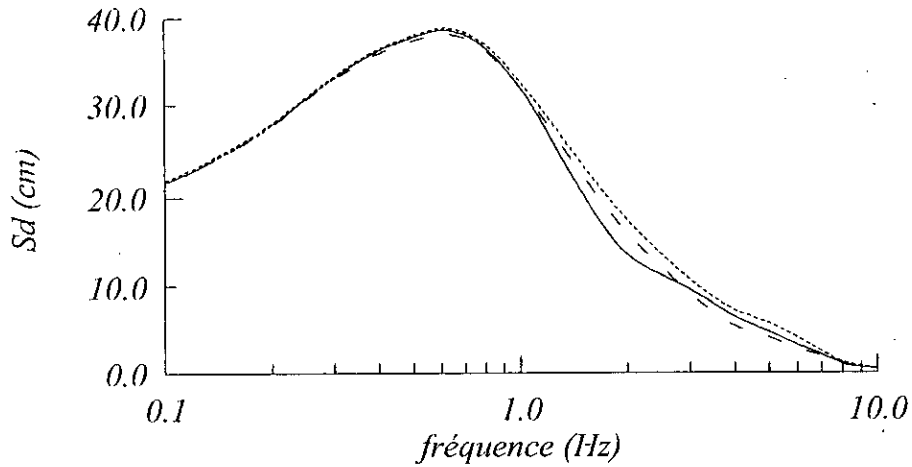


Figure 6.40: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 1.$ )

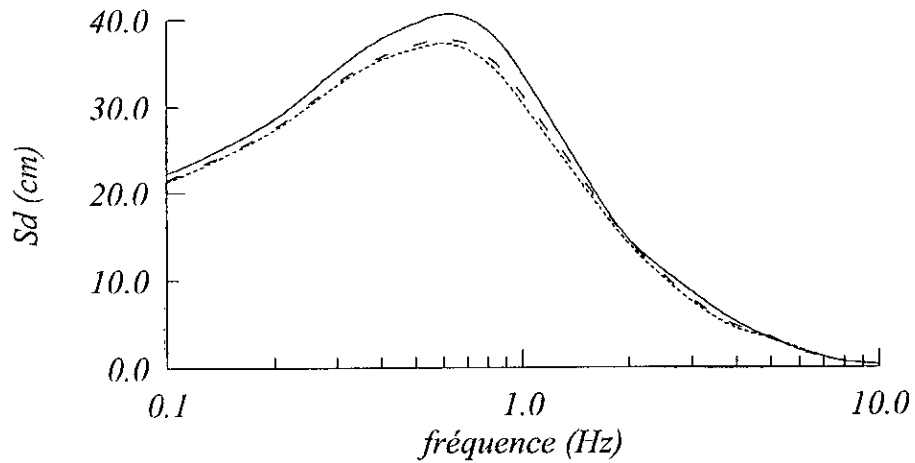


Figure 6.41: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 1.$ )

## Présentations des Résultats et Discussions

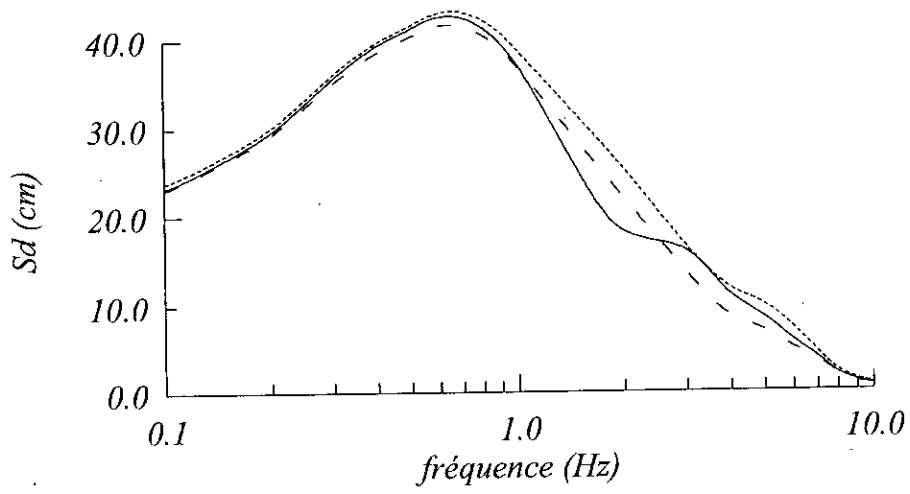


Figure 6.42: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 2$ .)

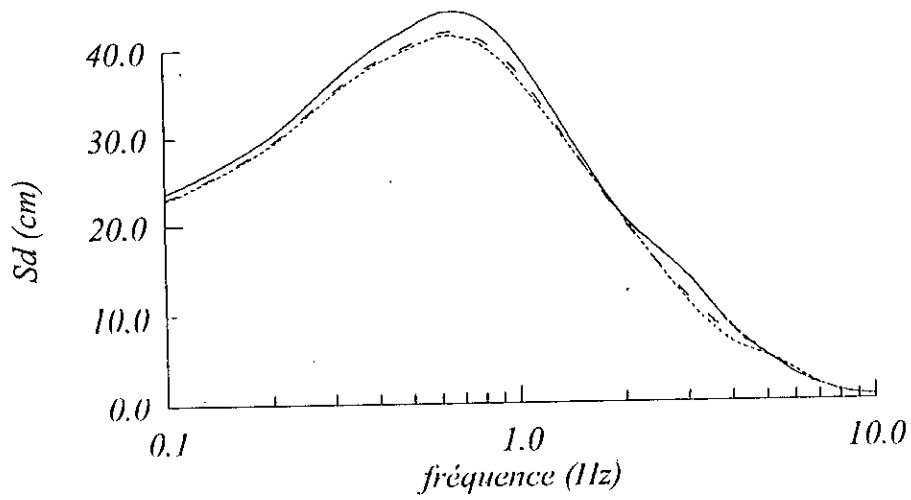


Figure 6.43: Spectre de déplacement pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 2$ .)

Présentations des Résultats et Discussions

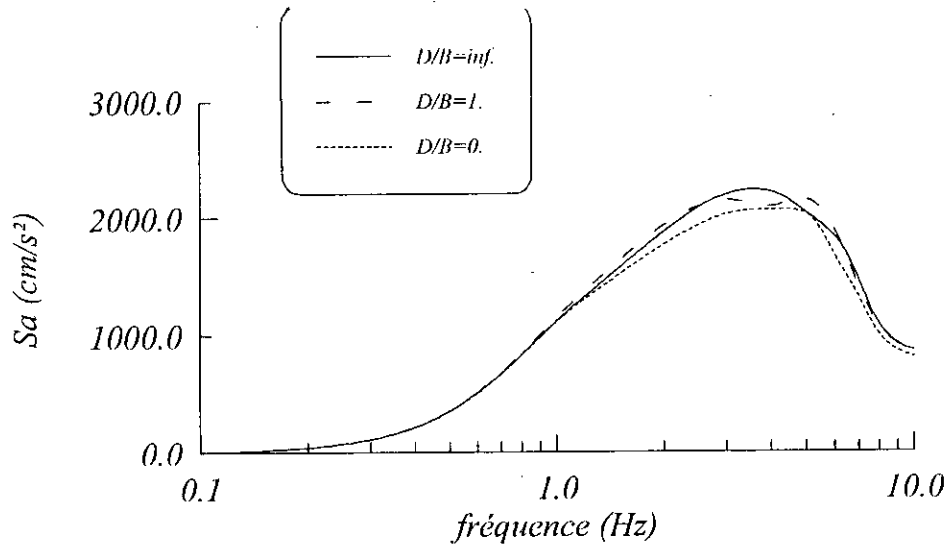


Figure 6.44: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 0$ .)

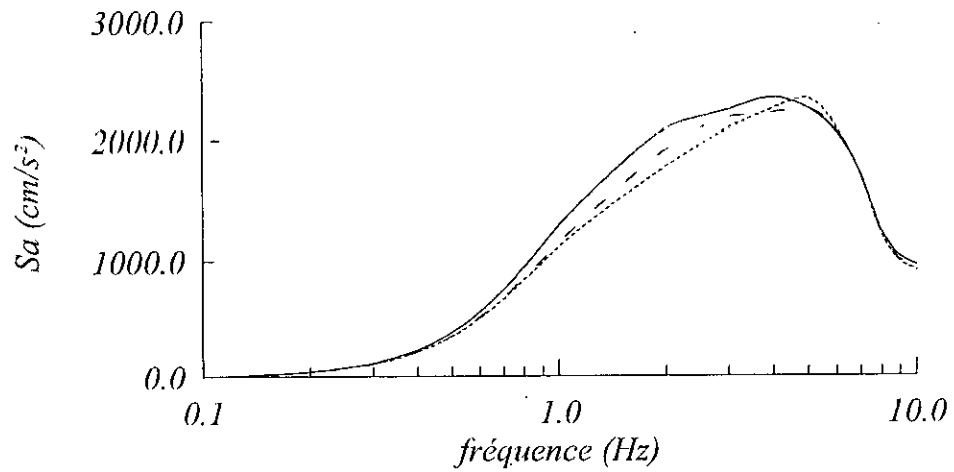


Figure 6.45: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes  $SV$  ( $h/B = 0$ .)

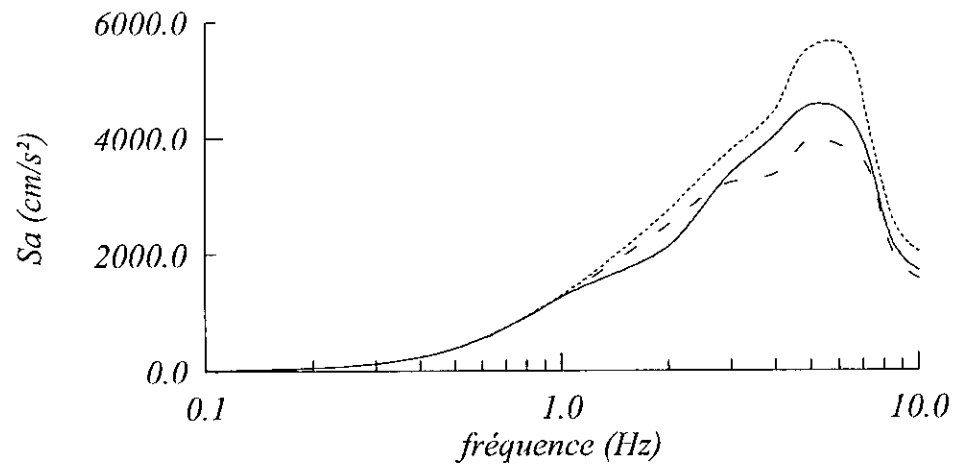


Figure 6.46: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes  $P$  ( $h/B = 1$ .)

Présentations des Résultats et Discussions

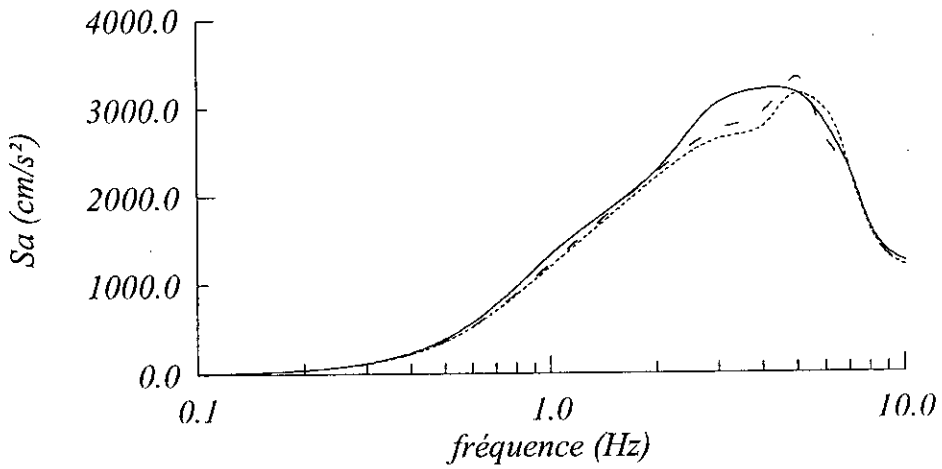


Figure 6.47: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 1.$ )

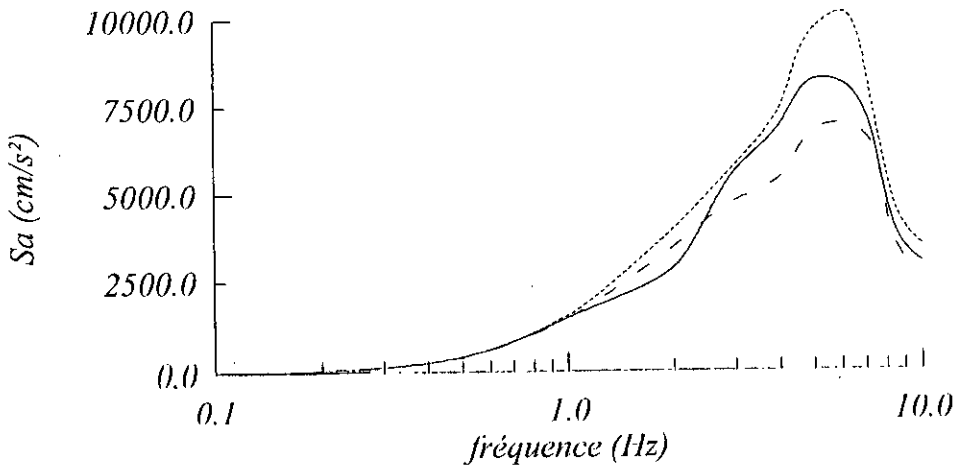


Figure 6.48: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes P ( $h/B = 2.$ )

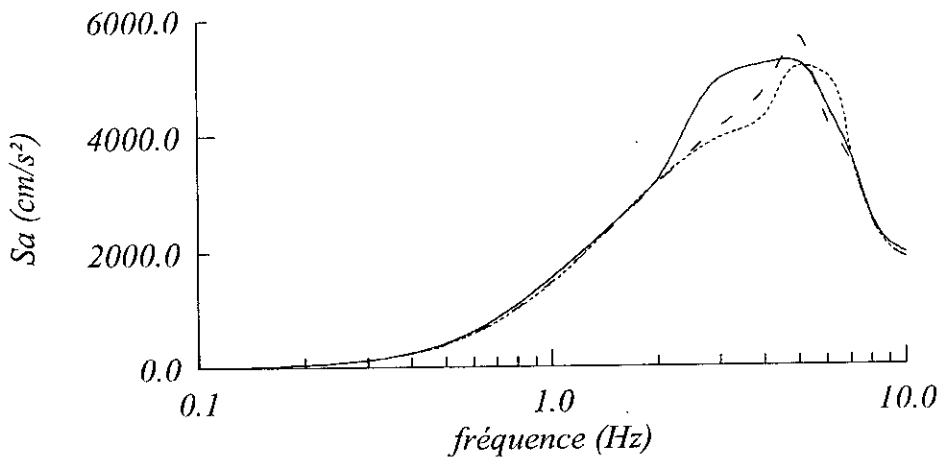


Figure 6.49: Spectre d'accélération pour un input incohérent des ondes SV ( $h/B = 2.$ )

### 6.5 Conclusion

Dans le cas des structures étroitement espacées, il est nécessaire de considérer non seulement l'interaction entre chaque structure et le sol mais aussi l'interaction à travers le sol entre structures adjacentes. Dans ce cadre, une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multiple entre structures via le sol sous l'effet de la variabilité spatio-temporelle du mouvement sismique (*Integrated Approach for Soil-MultiStructure Interaction Analysis, IASMSIA*) a été développée dans ce chapitre. Cette approche est mise en place par le biais d'un modèle physique, décrivant la variabilité spatiale du mouvement sismique, et par la notion de spectre de réponse modifié généralisé (*Generalized Modified Response Spectrum, GMRS*) caractérisant l'effet de l'input sismique non uniforme et l'effet de l'interaction multiple entre structures. L'utilisation de la méthode des équations intégrales de frontière dans le domaine des fréquences conjointement avec les fonctions de Green discrètes développées initialement par Kausel et Peek (1982) pour le cas des charges dynamiques dans les couches minces d'un profil de sol, et étendues par Seale et Kausel (1989) pour le cas des profils de sol multicouche reposant sur un demi-espace paraît être bien adaptée au traitement des problèmes de l'interaction dynamique entre fondations via un sol multicouche. Elle exige la discrétisation de l'interface sol-fondations seulement et elle tient compte automatiquement la stratification du sol et les conditions de radiation. Les résultats obtenus dans ce chapitre montrent la nécessité de prendre en compte le caractère spatio-temporel de l'input sismique ainsi que l'effet de l'interaction multiple entre structures.

### 7.1 Conclusions

La variabilité spatio-temporelle du mouvement sismique, la stratification du sol, la géométrie de la fondation, la profondeur de l'enterrement et les diverses interactions entre structures à travers le sol sont des aspects très importants qui devraient être pris en considération, au moins de manière approximative, dans le cadre d'un calcul parasismique de structures à bases étendues ou fondations multiples. Par conséquent, une approche intégrée pour le traitement des problèmes d'interaction multiple entre structures (*Integrated Approach for Soil-MultiStructures Interaction Analysis, IASMSIA*) a été développée dans cette thèse. Cette approche est fondée sur une méthode de sous-structuration dynamique permettant de décomposer l'interaction sol-multistrukture en un nombre de problèmes plus simples assurant une meilleure compréhension et modélisation du phénomène, et sur la méthode des éléments de frontière pour les milieux viscoélastiques homogènes ou stratifiés horizontalement. Dans ce contexte, un modèle de spectre de réponse modifié généralisé (*Generalized Modified Response Spectrum, MRS*) pour les structures à bases étendues idéalisées en oscillateurs simples, tenant compte non seulement de l'effet la variabilité spatio-temporelle de l'input sismique mais également de l'effet de l'interaction de diverses structures adjacentes, est développé.

Une analyse dynamique d'une ou plusieurs structures idéalisées en oscillateurs simples fondées sur des fondations filantes rigides superficielles ou enterrées dans un milieu semi-infini homogène ou stratifié, soumises à input sismique non uniforme, est effectuée. La variabilité spatiale du mouvement du sol est supposée due à la superposition d'ondes planes stationnaires de différents types (*SH, P* et *SV*) corrélées arrivant suivant



### *Conclusion Générale et Suggestions*

plusieurs angles, possédant des densités spectrales de puissance définissant la même variation en fréquence, et ayant des amplitudes aléatoires uniformément distribuées.

Une formulation en éléments de frontière (*Boundary Element Method, BEM*) a été développée pour étudier les problèmes mettant en jeu les phénomènes d'interaction sol-fondation et l'interaction multiple entre fondations à travers le sol. Cette procédure est formulée dans le domaine des fréquences, et en utilisant les fonctions de Green du milieu infini ou les fonctions de Green discrètes du milieu stratifié. Elle exige la discrétisation de l'interface sol-fondation seulement (dans le cas où l'on utiliserait les fonctions de Green du milieu infini, une distance très limitée du champ libre autour de la fondation doit être discrétisée) et elle tient compte automatiquement les conditions de radiation. Les fonctions de Green discrètes peuvent être évaluées analytiquement sans recours aux intégrations numériques nécessaires au cas des fonctions de Green de demi-espace. La *BEM* associée aux fonctions de Green continues est mise en œuvre pour les cas des éléments constants, linéaires et quadratiques. La *BEM* associée aux fonctions de Green discrètes est un outil incontournable pour l'analyse des profils de sol à caractéristique mécanique (module de cisaillement) variant discrètement (sol multicouche) ou continûment (non-homogène) avec la profondeur.

Les résultats de cette recherche ont révélé les points suivants :

- L'élément constant est bien adapté aux problèmes associés à la forme rectangulaire des fondations rigides enterrées dans un demi-plan élastique. L'élément constant donne une précision satisfaisante pour un effort de calcul moindre par rapport aux éléments linéaire et quadratique.
- L'utilisation des fonctions de Green de milieux infinis dans une formulation des éléments de frontière peut traiter de manière précise les problèmes non convexes.
- Le choix des fonctions de Green discrètes est incontestable pour une meilleure prise en charge des profils de sol stratifié.
- Le substratum rocheux introduit dans les fonctions de souplesse des amplitudes résonantes au voisinage des fréquences propres du profil.

- La non homogénéité amplifie les amplitudes des fonctions de souplesse.
- La non homogénéité réduit l'amortissement radiatif de sol.
- Le degré d'enterrement réduit les amplitudes des fonctions de souplesse et ce pour les cas de sols homogènes et non-homogènes.
- L'effet de la variabilité spatiale du mouvement du sol sur la réponse de fondations est qualitativement similaire à l'effet de passage d'onde. Les deux effets réduisent significativement les composantes du mouvement de translation aux fréquences moyennes et élevées.
- La réduction des mouvements de translation est plus importante pour l'input sismique superficiel que pour l'input sismique vertical et augmente avec le degré d'enterrement.
- Pour les ondes  $P$  et  $SV$ , nous observons aux fréquences moyennes un développement important du balancement, qui se réduit aux fréquences supérieures. Cette réduction est plus accentuée pour l'input sismique superficiel.
- Le degré de corrélation peut être négligé pour les ondes  $SH$  et  $P$  et il est significatif pour les ondes  $SV$ .
- La relation *FIMER* (*Foundation Input Motion Equivalent Relation*) développée dans cette thèse permet de calculer le *FIM* (*Foundation Input Motion*) dû à la propagation d'ondes stochastiques. Cette relation est équivalente à celles développées par Bycroft (1980) pour les fondations superficielles, et Iguchi (1982) et Luco (1986) pour les fondations enterrées.
- La relation *FIMER* est supérieure en efficacité et en précision à la relation d'Iguchi (1982).
- La relation *FIMER*, donne des résultats précis avec un effort supplémentaire relativement négligeable par rapport à la relation d'Iguchi (1982).
- La réponse des structures simples sujettes à des mouvements non uniformes peut être estimée à travers les fonctions *FF* (*Filter Function*).

### Conclusion Générale et Suggestions

- Les  $FF$  sont réduites dans tout l'intervalle des fréquences pour les ondes  $SH$ .
- Cette réduction est prononcée dans l'intervalle des hautes fréquences et elle est plus grande pour l'input sismique intermédiaire que pour les inputs sismiques superficiel et vertical.
- Pour le cas des ondes  $P$  et  $SV$ , l'influence du balancement sur la réponse des structures est importante.
- Pour les ondes  $P$ , les  $FF$  augmentent pour l'input sismique vertical dans tout l'intervalle des fréquences et diminuent pour les inputs sismiques intermédiaire et superficiel.
- Pour les ondes  $SV$ , les  $FF$  augmentent pour les inputs sismiques intermédiaire et vertical. Pour l'input sismique superficiel les  $FF$  diminuent dans le cas des structures de petite hauteur et augmentent pour le cas des structures de grande hauteur.
- L'interaction sol-fondation réduit la réponse maximale des structures construites sur des fondations filantes rigides sollicitées par les ondes  $SH$  et  $P$ , et amplifie la réponse maximale pour les ondes  $SV$ , sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 0.5 Hz et pour des inputs sismiques superficiels de type  $SV$  dans le cas où  $h/B=1$ .
- L'interaction multiple entre deux fondations adjacentes reposant sur un sol homogène ou sur un sol multicouche est fortement marquée par la distance de séparation  $D$ . En effet, on note que pour tous les modes, les fonctions d'impédance d'une fondation en présence d'une autre sont affectées considérablement. Cette altération augmente avec la diminution de la distance de séparation entre les deux fondations.
- L'effet de l'interaction multiple entre fondations sur leurs réponses stochastiques ne peut être négligée que pour les modes de translation sauf pour le mode vertical dû aux ondes  $SV$ . Les modes de balancement pour les ondes  $P$  et  $SV$  sont fortement altérés par la distance de séparation  $D$  et la fréquence adimensionnelle  $a_0$  et ce pour  $a_0 > 2$ .

- Pour les deux types ondes  $P$  et  $SV$ , les  $FF$  sont altérés significativement par la distance de séparation et en fonction de la fréquence adimensionnelle  $a_0$ . Cette altération est négligeable pour  $a_0 < 1.5$  et  $a_0 < 2$  et ce pour les ondes  $P$  et  $SV$  respectivement.
- Les spectres de réponse modifiés des fondations en tenant compte du caractère non uniforme de l'input sismique et de l'effet de l'interaction multiple entre fondations sont moins importants que dans le cas d'un input sismique uniforme. Les réponses maximales des structures ( $h/B=1$ ) sont plus importantes dans le cas d'un input sismique incohérent, pour différentes valeurs de  $D$ , que pour un input sismique uniforme sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 1 Hz ou lorsque l'input sismique incohérent considéré est de type  $SV$ .
- L'effet de l'interaction multiple entre structures sous l'effet de l'input sismique incohérent des ondes  $P$  et  $SV$  amplifie la réponse maximale des structures pour le cas où  $h/B = 2$ , sauf lorsque la fréquence fondamentale de la structure est inférieure à 0.5 Hz.
- L'interaction multiple sous l'effet de l'input sismique incohérent de type  $SV$  réduit les déplacements maximaux, et ce pour les différents rapports de  $h/B$ . En ce qui concerne les ondes  $P$ , les spectres de réponse en terme de déplacement sont légèrement importants pour les rapports  $h/B = 1$  et 2 et ce pour les fréquences fondamentales supérieures à 1 Hz.
- L'effet de l'interaction multiple sur les spectres modifiés en terme d'accélération est négligeable pour les fréquences fondamentales inférieures à 1 Hz et ce pour les deux types d'ondes  $P$  et  $SV$  de l'input sismique incohérent.
- Contrairement aux spectres de déplacement, les ondes  $P$  affectent plus considérablement les spectres d'accélération que les ondes  $SV$ . On remarque que les spectres en accélération sont tantôt conservatifs et tantôt non conservatifs et ce en fonction de la distance de séparation  $D$  entre les structures.

### *Conclusion Générale et Suggestions*

Ces résultats mettent en évidence la nécessité de prendre en considération l'effet de la variabilité spatiale de l'input sismique ainsi que l'effet de l'interaction sol-structure et l'interaction croisée entre structures via le sol dans une conception parasismique des structures reposant sur des fondations étendues.

#### **7.2 Recommandations et Suggestions pour les Recherches Futures**

Les recherches futures qui peuvent être menées dans ce domaine sont données par les points suivants :

- Proposition de modèles de spectres de réponse (*MSR*, *GMSR*) simplifiés.
- Application de l'approche en *3D*.
- Prise en compte de l'effet de l'interaction inertielle.
- Développement d'autres approches plus robustes définissant la réalité in situ.

---

## Références Bibliographiques

---

- Abascale, R. and Dominguez, J., (1984). Dynamic Behaviour of Strip Footings on Non-Homogeneous Viscoelastic Soils, *Proc. of Interaction Symposium on Dynamic Soil-Structure Interaction*, Minneapolis, pp.25-35.
- Abascale, R. and Dominguez, J., (1986). Vibrations of Footings on Zoned Viscoelastic Soils, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 5, pp. 433-447.
- Abrahamson, N. A. and Bolt, B. A., (1985). The Spatial Variation of the Phasing of Seismic Strong Ground Motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 75, pp. 1247-1264.
- Abrahamson, N. A., Schneider, J. F. and Stepp, J. C., (1991). Empirical Spatial Coherency Functions for Application to Soil-Structure Interaction Analysis, *Earthquake Spectra*, Vol. 7, pp. 1-28.
- Abromowitz, M. and Stegun, I. A., (1970). *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc. New York, NY.
- Ahmed, S., Rupani, A. K., (1999). Horizontal Impedance of Square Foundation in Layered Soil, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 18, No. 1, pp. 59-69.
- Airouche, H., (2000). Etude des Effets d'Interactions Dynamiques dus au Trafics Urbains dans les Systèmes Sol-Tunnel par la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières, *Thèse de Magister*, Ecole Nationale Polytechnique.
- Alarcon, E., Cano, J. J. and Dominguez, J., (1989). Boundary Element Approach to the Dynamic Stiffness Functions of Circular Foundations, *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.13, pp. 645-664.
- Alarcon, E., Dominguez, J. and del Cano, F., (1980). Dynamic Stiffness of Foundations, in C. A. Brebbia (ed.), *New Developments in boundary element method*, Computational Mechanics Publications, pp. 264-280.

## References

- Antes, H. and Von Estorff, O., (1987). On Causality in Dynamic Response Analysis by Time-Dependent Boundary Element Method, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 865-870.
- Apsel, R. J., (1979). Dynamic Green's Function for Layered Media and Applications to Boundary Value Problems, Ph.D. Thesis, *University of California*, San Diego.
- Apsel, R. J. and Luco, J. E., (1976). Torsional Response of Rigid Embedded Foundation, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 102, No. EM6, pp. 957-970.
- Apsel, R. J. and Luco, J. E., (1987). Impedance Functions for Foundations Embedded in Layered Media: An Integral Equation Approach, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 213-231.
- Arnold, R. N., Bycroft, G. N. and Warburton, G. B., (1965). Forced Vibration of a Body on an Infinite Elastic Solid, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 22, pp. 391-400.
- Asik, M. Z., (1999). Dynamic Response Analysis of the Machine Foundations on a Nonhomogeneous Soil Layer, *Computers and Geotechnics*, Vol. 24, No. 2, pp. 141-153.
- Aubry, D., Chapel, F. et Crepel, J. M., (1985). Interaction Sol-Structure Linéaire sur un Sol Hétérogène, dans V. Davidovici (ed.), *Génie Parasismique*, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, pp. 485-506.
- Aydinoglu, M. N. and Cakiroglu, A., (1977). Dynamic Interaction Between Soil and a Group of Buildings, *Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India, Vol. 2, pp. 1596-1601.
- Badaoui, M. (1998). Investigation Analytique et Numérique du Phénomène d'Interaction Dynamique dans les Systèmes Sol Multicouches-Structures Multiples, *Thèse de Magistère*, Ecole Nationale Polytechnique, Algérie.
- Banerjee, P. K. and Butterfield, R., (1981). *Boundary Element Methods in Engineering Science*, McGraw-Hill, London.
- Behnamfar, F. and Sugimura, Y., (1999). Dynamic Response of Adjacent Structures under Spatially Variable Seismic Waves, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 14, No. 1-2, pp. 33-44.
- Berrah, M. K. and Hadid, M., (1996). Earthquake Response of Rigid Strip Foundations to Spatially Varying Ground Motion, *Third European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn 96*, Italy, Vol. 2, pp. 1045-1050.
- Berrah, M. K., et Hadid, M., (1998). Influence of Stochastic Kinematic Interaction on Response Spectra, *Eleventh European Conference on Earthquake Engineering*, France.

- Berrah, M. K., and Hadid, M., (2003). Foundation-Soil-foundation Interaction Through a Layered Soil Profile, *European Earthquake Engineering*. (In press)
- Berrah, M.K. and Kausel, E., 1990. Modified Response Spectrum Model for the Design of Structures Subjected to Spatially Varying Seismic Excitations, Report R90-2, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Berrah, M. K. and Kausel, E., (1992). Response Spectrum Analysis of Structures Subjected to Spatially Varying Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp. 461-470.
- Berrah, M. K. and Kausel, E., (1993a). A Modal Combination Rule for Spatially Varying Seismic Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 791-800.
- Berrah, M. K. and Kausel, E., (1993b). Spectrum Analysis of a Beam Under Non Uniform Seismic Motion, *Second European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn 93*, Norway, Vol. 1, pp. 27-31.
- Berrah, M. K. and Kausel, E., (1994). On Combining Modes Under Non Uniform Ground Motion, *Earthquake Resistant Construction and Design*, Germany, pp. 661-668.
- Beskos, D. E., (1987). Boundary Element Methods in Dynamic Analysis, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 40, pp. 1-23.
- Beskos, D. E., (1997). Boundary Element Methods in Dynamic Analysis: part II (1986-1996), *Applied Mechanics Review*, Vol. 50, pp. 149-197.
- Betti, R., (1997). Effects of the Dynamic Cross-Interaction in the Seismic Analysis of Multiple Embedded Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 1005-1019.
- Betti, R. and Abdel-Ghaffar, A. G., (1994). Analysis of Embedded Foundations by Substructure Deletion Method, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 120, pp. 1283-1303.
- Bielak, J. and Coronato, J. A., (1981). Reponse of Multiple-Mass System to Non-Vertically Incident Seismic Waves, *International Conference of Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Saint Louis, MO, Vol. 2, pp. 801-804.
- Brebbia, C. A. and Dominguez, J., (1989). *Boundary Elements: An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications and McGraw-Hill, Southampton and New York.
- Bycroft, G. N., (1956). Forced Vibration of a Rigid Circular Plate on a Semi-Infinite Elastic Space or on an Elastic Stratum, *Philosophical Trans.*, Roy. Soc. London, Series A., Vol. 248, No. 948, pp. 327-368.



## Références

- Bycroft, G. N., (1980). Soil-Foundation Interaction and Differential Ground Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, pp. 397-404.
- Chopra, A. K., (1995). *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc.
- Chopra, A. K. and Guetierrez, A. J., (1973). Earthquake Analysis of Multistory Buildings Including Foundation Interaction, *Earthquake Engineering Research Center*, Report 73-13, University of California, Berkeley.
- Chopra, A. K. and Perumalswami, P. R., (1969). Dam-Foundation Interaction During Earthquakes, *Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Vol. 3, pp. A6.37-A6.52.
- Chouw, N. and Schmid, G., (1991). Influence of the Geometrical Effects on the Structure-Soil-Structure Interaction, in W. B. Krätzig et al. (eds), *Structural Dynamics*, Vol. 2, A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 795-802.
- Christian, J. T., (1989). Generating Seismic Design Power Spectral Density Functions, *Earthquake Spectra*, Vol. 5, pp. 351-368.
- Clayton, R. and Engquist, B. (1977). Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 67, pp. 1529-1540.
- Clough, R. W. and Penzien, J., (1993). *Dynamics of Structures*, Second Edition, Mc Graw-Hill, Inc.
- Cruse, T.A. and Rizzo, F.J., (1968). A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elasto-Dynamic Problem, Part I, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 22, pp.244-259.
- Cruse, T.A. , (1968). A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elasto-Dynamic Problem, Part II, *Journal of Mathematical Analysis and Application*, Vol. 22, pp.341-355.
- Dasgupta, G., (1980). Foundation Impedance Matrices by Substructure Deletion, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 106, pp. 517-524.
- Der Kiureghian, A., (1980). Structural Response to Stationary Excitation, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 106, pp. 1195-1213.
- Der Kiureghian, A. and Neuenhofer, A., (1991). A Response Spectrum Method for Multiple-Support Response Spectrum Method, Report UCB /EERC-91/08, *Earthquake Engineering Research Center*, University of California at Berkeley, Berkeley, CA.

- Dominguez, J., (1978a). Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations, Report No.R78-20, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Dominguez, J., (1978b). Response of Embedded Foundations to Travelling Waves, Report No.R78-24, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Dominguez, J. and Abascal, R., (1989). Seismic Response of Strip Footings on Zoned Viscoelastic Soils, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.115, pp. 913-934.
- EERI, (1999). Research Needs Emerging from Recent Earthquakes, *Recommendations from a Workshop Organized by the Earthquake Engineering Research Institute for the National Science Foundation*, San Francisco.
- Emperador, J. M. and Dominguez, J., (1989). Dynamic Response of Axisymmetric Embedded Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 1105-1117.
- Friedman, M. B. and Shaw, R. P., (1962). Diffraction of Pulses by Cylindrical Obstacles of Arbitrary Cross Section, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.29, pp. 40-46.
- Gaul, L., (1980). Dynamics of Frame Foundations Interacting with Soil, *Journal of Mechanics Design*, ASME, Vol. 102, pp. 303-310.
- Gaul, L., Klein, P. and Plenge, M., (1988). Dynamic Boundary Element Method Analysis of Foundation Slabs on Layered Soil, in C. A. Brebbia (ed.), *Boundary Elements X*, Vol. 4, Computational Mechanics Publications, Southampton, pp. 29-44.
- Gazetas, G., (1984) Seismic Response of End-Bearing Single Piles, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 82-93.
- Gomez-Lera, M. S., Dominguez, J. et Alarcon, E., (1985). On the Use of 3-D Fundamental Solutions for Axisymmetric Steady-State Dynamic Problems, *Proceeding of the Seventh International Conference on BEM in Engineering*, Ed. C.A. Brebbia, Springer-Verlag, pp. 6.127-6.136.
- Gonzalez, J. J., (1977). Dynamic Interaction Between Adjacent Structures, Report No. R77-30, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Guan, F. and Novak, M., (1994). Transient Response of a Group of Rigid Strip Surface Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 671-685.
- Guétierrez, A. J., (1976). A Substructure Method for Earthquake Analysis of Structure-Soil Interaction, *Earthquake Engineering Research Center*, Report 76-9, University of California, Berkeley.

## Références

- Hadid, M., (1995). Analyse de l'Interaction Cinématique Déterministe et Stochastique pour les Fondations Rigides Bidimensionnelles par une Approche Intégrale aux Frontières. *Thèse de Magister*, Ecole Nationale Polytechnique, Algérie.
- Hadid, M. and Afra, H., (2000). Sensitivity Analysis of Site Effects on Response Spectra of Pipelines, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 20, No. 1-4, pp. 249-260, 2000.
- Hadid, M. and Berrah, M. K., (1995). Boundary Element Method Applied to Elastodynamic Problems: Application to Soil-Foundation Interaction, *Algerian Journal of Technology*, Ecole Nationale Polytechnique, Série A, Vol. 11, No. 1, pp.1-12.
- Hadid, M. et Berrah, M. K., (1996). Influence de la Variabilité Spatiale du Mouvement du Sol sur la Réponse Sismique de Fondations Rigides Bidimensionnelles, *IV<sup>ème</sup> Colloque Français du Génie Parasismique*, AFPS, France, Vol. 1, pp. 65-72.
- Hadid, M. and Berrah, M. K., (1997) Vibrations of Footings on Viscoelastic Layered Soils by a Thin Layer-Boundary Element Method, *Premier Congrès Arabe de Mécanique*, Syrie, Vol. 3, pp. 29-34.
- Hadid, M. et Berrah, M. K., (1999). Vibrations of Foundations Embedded in Nonhomogeneous Soils, *V<sup>ème</sup> Colloque Français du Génie Parasismique*, AFPS, France, Vol. 1, pp. 236-243.
- Hadid, M. and Berrah, M. K., (2001). Structural Response for Stochastic Kinematic Interaction, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.30, No. 1, pp. 97-114.
- Hadid, M. and Berrah, M. K., (2002). Dynamic Coupling of Multiple Foundations Through Soil, Twelfth European Conference on Earthquake Engineering, London.
- Hao, H., Oliveira, C. S. and Penzien, J., (1989). Multiple Station Ground Motion Processing and Simulation Based on SMART-1 Array Data, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 111, pp. 293-310.
- Harichandran, R. S. and Vanmarcke, E. H., (1986). Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 112, pp. 154-174.
- Harichandran, R. S., (1987). Stochastic Analysis of Rigid Foundation Filtering, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 889-899.
- Haskell, N. A., 1953. The Dispersion of Surface Waves on Multilayered Media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 43, pp.17-34.
- Hoshiya, M. and Ishii, K., (1983). Evaluation of Kinematic Interaction of Soil Foundation Systems by a Stochastic Model, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 12, pp. 128-134.

- Housner, G. W. and Jennings, P. C., (1964). Generation of Artificial Earthquakes, *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 90, EM1, pp. 113-150.
- Huang, M., (1983). Investigation of Local Geology Effects on Strong Earthquake Ground Motions, Ph.D. Thesis, *California Institute of Technology*, Pasadena, California.
- Iguchi, M., (1982). An Approximate Analysis of Input Motions for Rigid Embedded Foundations, *Trans. architect. inst. Japan*, No. 315, pp. 61-75.
- Jaswan, M. A. and Ponter, A. R., (1963). Integral Equation Solution of the Torsion Problem, *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 273, pp. 237-246.
- Jennings, P. C. and Bielak, J., (1973). Dynamics of Buildings-Soil-Interaction, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 63, pp.9-49.
- Karabalis, D. L., (1984). Dynamic Response of Three-Dimensional Foundations, Ph.D. Thesis, *University of Minnesota*, Minneapolis, MN.
- Karabalis, D. L. et Beskos, D. E., (1984). Dynamic Response of 3-D Rigid Surface Foundations by Time Domain Boundary Element Method, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 73-94.
- Karabalis D. L. and Huang, C.-F. D., (1994). 3-D Foundation-Soil-Foundation Interaction, *In Boundary Element Technology IX (BETECH 94)*, ed. C. A. Brebbia and A. J. Kassab. Computational Mechanics Publications, Southampton, pp. 197-209.
- Karabalis D. L. and Mohammadi, M., (1998). 3-D Dynamic Foundation-Soil-Foundation Interaction on Layered Soil, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, pp.139-152.
- Karabalis D. L. and Rizos, D. C., (1996). Dynamic 3-D Trough the Soil Interaction of Adjacent Surface or Buried Structures, *Eleventh ASCE Engineering Mechanics Speciality Conference*, Ft. Lauderdale, Florida, pp. 19-22.
- Kaul, M.K., (1978). Stochastic Characterisation of Earthquakes through their Response Spectrum, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 6, pp. 497-509.
- Kausel, E. (1974). Forced Vibration of Circular Foundations on Layered Media, Report No. 74/11, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge Massachusetts.
- Kausel, E. (1981). An Explicit Solution for the Green's Functions for Dynamic Loads in Layered Media, Report No. 81/13, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge Massachusetts.
- Kausel, E. (1986). Wave Propagation in Anisotropic Layered Media, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 1567-1578.

## References

- Kausel, E. (1994). Thin-Layer Method: Formulation in The Time Domain, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 37, pp. 927-941.
- Kausel, E. and Pais, A., (1984). Deconvolution of Stochastic SH-Wave Motions in Soil Deposits, Report No. 84/09, Department of civil engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge Massachusetts.
- Kausel E. and Pais, A., (1987). Stochastic Deconvolution of Earthquake Motions, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 113, pp. 266-277.
- Kausel, E. and Peek, R., (1982). Dynamic Loads in the Interior of Layered Stratum : An Explicit Solution, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 72, No. 5, pp. 1459-1481.
- Kausel, E. and Roesset, J.M., (1975). Dynamic Stiffness of Circular Foundations, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 101, No. EM6, pp. 771-785.
- Kausel, E. and Roesset, J. M., (1977). Semianalytic Hyperelement for Layered Strata, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 103, No. EM4, pp. 569-588.
- Kausel, E. and Roesset, J. M., (1981). Stiffness Matrices for Layered Soils, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, No. 6, pp. 1743-1761.
- Kausel, E., Roesset, J. M. and Waas, G., (1975). Dynamic Analysis of Footings on Layered Media, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 101, No. EM5, pp. 679-693.
- Kausel, E. and Seale, S. H., (1987). Static Loads in Layered Halfspaces, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 109, pp. 403-408.
- Kausel, E. and Tassoulas, J. L, (1981). Transmitting Boundaries : a Closed Form Comparasion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, pp.143-159.
- Kausel, E., Whitman, A., Murray, J. and Elsabee, F., (1978). The Spring Method for Embedded Foundations, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48., pp. 377-392.
- Kermanidis, T., (1975). A Numerical Solution for Axially Symmetrical Elasticity Problems, *Journal of Solids and Structures*, Vol. 11, pp. 493-500.
- Kobori, T., Minai, R., (1973). Dynamical Interaction of multiple Structural Systems on a Soil Medium, *Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy, 10 p.
- Kobori, T., Minai, R. and Kusakabe, K., (1977). Dynamical Cross-Interaction Between Two Foundations, *Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India, Vol. 2, pp. 1484-1489.

- Kobori, T., Minai, R. and Shinozaki, Y., (1973). Vibration of a Rigid Circular Disk on an Elastic Half-Space Subjected to plane Waves, *Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 21, pp. 109-119.
- Lamb, E. H., (1904). On the Propagation of Tremors Over the Surface of an Elastic Solid, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, London, Series A, Vol. 203.
- Liang, C. V., (1974). Dynamic Response of Structures in Layered Soils, Report No. R74-10, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Lin, H. T., Roesset, J. M. and Tassoulas, J. C., (1987). Dynamic Interaction Between Adjacent Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 323-343.
- Liou, G-S, (1994). Dynamic Stiffness Matrices for Two Circular Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 193-210.
- Loh, C-H., (1985). Analysis of the Spatial Variation of Seismic Waves and Ground Movements From Smart-1 Array Data, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 561-581.
- Loh, C. H. and Yeh, Y., (1988). Spatial Variation and Stochastic Modelling of Seismic Differential Ground Movement, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 583-596.
- Luco, J. E., (1976). Torsional Response of Structures for SH Waves: The Case of Hemispherical Foundations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 66, pp. 109-123.
- Luco, J. E., (1980). Linear Soil-Structure Interaction, Report UCRL-15272, *Lawrence Livermore National Laboratory*, Livermore, California.
- Luco, J. E., (1986). On Relation Between Radiation and Scattering Problems for Foundations Embedded in an Elastic Half-Space, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 5, pp. 97-101.
- Luco, J. E. and Apsel, R. J., (1983). On the Green's Functions for a Layered Half-Space, Part I, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73, pp. 909-929.
- Luco, J. E. and Contesse, L., (1973). Dynamic Structure-Soil-Structure Interaction, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 63, pp. 1289-1303.
- Luco, J. E. and Mita, A., (1987). Response of a Circular Foundation on a Uniform Half-Space to Elastic Waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 105-118.
- Luco, J. E. and Mita, (1987). A. Response of a Circular Foundation to Spatially Random Ground Motion, *Journal of the Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 113, pp. 1-15.

## Références

- Luco, J.E. and Westmann, R.A., (1971a). Dynamic Response of Circular Footings, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.97, No. EM5, pp. 1381-1395.
- Luco, J.E. and Westmann, R.A., (1971b). Dynamic Response of Rigid Footing Bonded to an Elastic Halfspace ", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol.39, pp.527-534.
- Luco, J. E. and Wong, H. L., (1978). Dynamic Response of Rectangular Foundation to Obliquely Seismic Waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 6, pp. 3-16.
- Luco, J. E. and Wong, H. L., (1986). Response of Hemispherical Foundation Embedded in Half-Space, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 12, pp. 1363-1374.
- Luco, J. E. and Wong, H. L., (1986). Response of Rigid Foundation to a Spatially Random Ground Motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14, pp. 891-908.
- Lysmer, J., (1970). Lumped Mass Method for Rayleigh Waves, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 60, pp. 89-104.
- Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L., (1969). Finite Element Model for Infinite Media, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.95, No.EM4, pp. 859-877.
- Lysmer, J. and Richart, F. E., (1966). Dynamic Response of Footings to Vertical Loading, *Journal of Soil Mechanics Foundation Division*, ASCE, Vol.92, No. SM1, pp. 65-91.
- Lysmer, J. Seed, H. B., Udaka, T. Huang, R. N. and Tsai, C. F., (1975). Efficient Finite Element Analysis of seismic Soil Structure Interaction, Report EERC 75-34, *Earthquake Engineering Research Center*, University of California, Berkeley, CA.
- Lysmer, J. and Waas, G., (1972). Shear Waves in Plane Infinite Structures, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 98, EM1, pp. 85-105.
- Maeda, T. and Kausel, E.,(1991). On the Accuracy of Some Approximate Antiplane Half-Space Stiffnesses, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 81, No. 4, pp. 1340-1359.
- Mesquita, E. and Pontes, B. R., (1992). Complete Compliance Matrices for the Dynamic Foundation-Soil-Foundation Interaction: a Critical Review of BEM Potentialities, in C. A. Brebbia et al. (eds), *Boundary Elements XIV*, Vol. 2, Computational Mechanics Publications, Southampton, pp. 193-205.
- Mesquita, E. and Romanini, N. E. and Pontes, B. R., (1995). A Boundary Element Implementation of the Substructure Deletion Method, in C. A. Brebbia et al. (eds), *Boundary Elements*, Vol. 17, Computational Mechanics Publications, Southampton, pp. 375-386.

- Mita, A. and Luco, J. E., (1989). Dynamic Response of Square Foundation Embedded in an Elastic Halfspace, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 54-67.
- Mohammadi, M. et Karabalis, D. L., (1990) 3-D Soil-Structure Interaction Analysis by BEM: Comparison Studies and Computational Aspects, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 9, pp. 96-108.
- Murakami, H. and Luco, J. E., (1977). Seismic Response of a Periodic Array of Structures, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 103, pp. 965-977.
- Mulliken, J. S. and Karabalis, D. L., (1998). Discrete Model for Dynamic Through-the-Soil Coupling of 3-D Foundations and Structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 687-710.
- Nowak, P. S., (1988). Effect of Uniform Seismic Input on Arch Dams, Ph.D. Thesis, *California Institute of Technology*, Pasadena, California.
- Pais, A., (1988). Dynamic Coupling of Multiple Structures Through Soil, Ph.D. Thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Pais, A. and Kausel, E., (1985). Stochastic Response of Rigid Foundations, Report No. 85/06, Department of Civil Engineering, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts.
- Pais, A. and Kausel, E., (1989). On Rigid Foundations Subjected to Seismic Waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 18, pp. 475-489.
- Pais, A. and Kausel, E., (1990). Stochastic Response of Rigid Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 19, pp. 611-622.
- Pecker, A. and Afra, H., (1995). Charts for Natural Frequencies and Transfer Functions of Inhomogeneous Soil Deposits, *Fifth International Conference on Seismic Zonation*, Nice (France), pp. 17-19.
- Paul, H. S., (1967)., Vibration of a Rigid Circular Disk on a an Infinite Elastic Plate, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 42, pp. 412-416.
- Qian, J. and Beskos, D. E., (1995). Dynamic Interaction Between 3-D Rigid Surface Foundations and Comparaison with the ATC-3 Provisions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 419-437.
- Qian, J. and Beskos, D. E., (1996). Harmonic Wave Response of 3-D Rigid Surface Foundations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 15, pp. 95-110.
- Qian, J. Tham, L. G. and Cheung, Y. K., (1996). Dynamic Cross-Interaction Between Flexible Surface Footings by Combined BEM and FEM, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, pp. 509-526.



## Références

- Rajapakse, R. K. N. D. and Shah, A. H., (1988). Impedances of Embedded Rigid Strip foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 255-273.
- Ray, D. and Jhaveri, D. P., (1978). Effective Seismic Input Through Rigid Foundation Filtering, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 45, pp. 185-195.
- Reissner, E., (1936). Stationäre Axialsymmetrische, Durch Eine Eine Schüttelnde Masse Erregte Schwingung Eines Homonenen Elastischen Halbraunes, *Ingenieur Archiv*. Vol. 7, pp. 381-396.
- Richart, F. E., Hall, J. R. and Woods, D., (1970). *Vibration of soils and foundations*, Prentice Hill, New Jersey.
- Roesset, J. M. and Gonzalez, J. J., (1978). Dynamic Interaction Between Adjacent Structures, in B. Prange (ed.) *Dynamic Response and Wave Propagation in Soils*, A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 127-166.
- Rosenblueth, E. and Bustamante, J. E., (1962). Distribution of Structural Response to Earthquakes, *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 88, EM3, pp. 75-106.
- Saha, O., (1997). Investigation Numérique de la Réponse Sismique Déterministe et Stochastique des Fondations Tridimensionnelles, *Thèse de Magister*, Ecole Nationale Polytechnique, Algérie.
- Sandararajan, C., (1980). An Iterative Method for the Generation of Seismic Power Spectral Density Functions, *Proceedings, Second ASCE conference on Civil Engineering and Nuclear Power*, Knoxville, Tenn., pp. 12.3.1-12.3.29.
- Sato, T., Kawase, H. and Yoshida, K., (1983). Dynamic Response Analysis of Rigid Foundations Subjected to Seismic Waves by Boundary Element Method, *Boundary Elements*, Ed. C. A. Brebbia et al. Springer-Verlag, Berlin, pp. 765-774.
- Savidis, S. A., Faust, B. and Sarfeld, W., (1996). Three-Dimensional Interaction Between Structures on Layered Soil under Seismic Excitation, *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, Mexico, Paper No. 866 (CD-ROM).
- Savidis, S. A. and Richter, T., (1977). Dynamic Interaction of Rigid Foundations, *Ninth Conference Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, Japan, Vol. 2, pp. 369-374.
- Savidis, S. A. and Vrettos, C., (1995). Dynamic Soil-Structure Interaction for Foundations on Non-Homogeneous Soils, *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 599-609.
- Seale, S. B., (1985). Dynamic Loads in Layered Halfspaces, Ph.D. thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, MA.

- Scale, S. H. and Kausel, E., (1989). Point Loads in Cross-Anisotropic Layered Halfspaces, *Journal of the Engineering Mechanics*, Vol. 115 N° 3, pp. 509-524.
- Sieffert, J. G. and Cevart, F., (1993). *Manuel des Fonctions d'Impédance, Fondations Superficielles*, Ouest Editions Presses Académiques.
- Solari, G., Stura, D. and Vardanega, C., (1980). On the Accuracy of Numerical Models in 3D Soil-Structure Interaction, *Seventh World Conference on Earthquake Engineering*, Turkey, Vol. 5, pp. 237-344.
- Somerville, P. G., McLaren, J. P. and Sen, M. K., (1988). The Influence of Site Conditions on the Spatial Incoherence of Ground Motions, *International Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion*, Dunwalke, New Jersey.
- Spyrakos, C.C, (1984). Dynamic Response of Two-Dimensional Foundations, Ph.D. thesis, *University of Minnesota*, Minneapolis, MN.
- Spyrakos, C.C and Beskos, D.E., (1986a). Dynamic Response of Rigid Strip Foundation by Time domain Boundary Element Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , Vol.23, pp. 1547-1565.
- Spyrakos, C.C and Beskos, D.E., (1986b). Dynamic Response of Flexible Strip Foundation by Boundary and Finite Element, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 5, pp.84-96.
- Stewart, J.P., Seed, R.B and Fenves, G.L., (1998). Empirical Evaluation of Inertial Soil-Structure Interaction effects, Report PEER 98/07, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, California.
- Sung, T.Y., (1953). Vibration in Semi Infinite Solids Due to Periodic Surface Loading, *Sc. D. thesis*, Harvard University, Cambridge Massachusetts.
- Tadeu, A. J. B., Kausel, E. and Verettos, C., (1996). Scattering of Waves by Subterranean Structures via the Boundary Element Method, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 15, pp. 387-397.
- Tajimi, H., (1980). A Contribution to Theoretical Prediction of Dynamic Stiffness of Surface Foundations, *Seventh World Conference on Earthquake Engineering*, Turkey, Vol. 5, pp. 105-112.
- Tassoulas, J. and Kausel, E., (1983). Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Strata, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 1005-1032.
- Tham, L. G., Qian, J. and Cheng, Y. K., (1998). Dynamic Response of Flexible Foundations to Incident Seismic Waves, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, pp. 127-137.
- Thomson, W. T., (1950). Transmission of Elastic Waves Through a Stratified Soil Medium, *Journal of Applied Physics*, Vol. 21, pp. 89-93.

*Références*

- Thomson, W. T. and Kobori, (1972). Dynamical Compliance of Rectangular Foundation on an Elastic Halfspace, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 39.
- Triantafyllidis, T., (1987)., Some Aspects of the Dynamic Subsoil-Coupling Between Circular and Rectangular Foundations, in A. S. Cakmak (ed.), *Ground Motion and Engineering Seismology*, Elsevier, London, Vol. 44, pp.259-275.
- Triantafyllidis, T. and Dasgupta, B., (1990). The Causality of the Boundary Element Method in Elastodynamics, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 9, pp. 78-84.
- Triantafyllidis, T. and Neidhart, T., (1989). Diffraction Effects Between Foundations Due to Incident Rayleigh Waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 815-835.
- Triantafyllidis, T. and Prange, B., (1987). Dynamic Subsoil-Coupling between rigid Rectangular Foundations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 6, pp. 164-179.
- Triantafyllidis, T. and Prange, B., (1989). Dynamic Subsoil-Coupling between rigid Circular Foundations on the Halfspace, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 8, pp. 9-21.
- Unruh, J. F. and Kana, D. D., (1981). An Iterative Procedure for the Generation of Consistant Power/Response Spectrum, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 66, pp. 427-435.
- Veletsos, A. S. and Nair, V. V. D. A., (1974). Torsional Vibration of Viscoelastic Foundations, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 100, No. GT3, pp.225-246.
- Veletsos, A. S. and Meek, J. W., (1974). Dynamic Behavior of Building-Foundation Systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 3, pp.121-138.
- Veletsos, A. S. and Prasad, A. M., (1989). Seismic Interaction of Structures and Soils: Stochastic Approach, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, pp. 935-956.
- Veletsos, A. S., Prasad, A. M. and Wu, W. H., (1997). Transfer Functions for Rigid Rectangular Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 5-17.
- Veletsos, A. S. and Tang, Y., (1987). Vertical Vibration of Ring Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, pp. 1-21.
- Veletsos, A. S. and Verbic, B., (1973). Vibration of Viscoelastic Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 2, pp. 87-102.
- Veletsos, A. S and Verbic, B., (1974). Basic Response Functions for Elastic Foundations, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 100, No. EM2, pp. 189-202.

- Veletsos, A. S. and Wei, Y., (1971). Lateral and Rocking Vibration of Footings, *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 97, No. SM9, pp. 1227-1248.
- Von Estorff, O., Pais, A. L. and Kausel, E., (1990). Some Observations on Time Domain and Frequency Domain Boundary Elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, pp. 785-800.
- Von Estorff, O. and Prábucki, M. J., (1990). Dynamic Response in the Time Domain by Coupled Boundary and Finite Elements, *Computational Mechanics*, Vol. 6, pp. 35-46.
- Vrettos, C., (1999). Vertical and Rocking Impedances for Rigid-Rectangular Foundations on Soils with Bounded Non-Homogeneity, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp.1525-1540.
- Waas, G., (1972). Analysis Method for Footing Vibrations Through Layered Media, Ph.D. Thesis, *University of California*, Berkeley.
- Waas, G., (1980). Dynamisch Belastete Fundamente auf Geschichtetem Baugrund, *VDI Berichte*, 381, pp. 185-189. (in German)
- Waas, H. R. Riggs and Werkle, H., (1985). Displacement Solution for Dynamic Loads in Transversally-Isotropic Stratified Media, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 173-193.
- Wang, Y., Rajapakse, R. K. N. D. and Shah, A. H., (1991). Dynamic Interaction Between Flexible Strip Foundations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, pp. 441-454.
- Wang, S. and Schmid, G., (1992). Dynamic Structure-soil-Structure Interaction by FEM and BEM, *Computational Mechanics*, Vol. 9, pp. 347-357.
- Warburton, G. B., Richardson, J. D. and Webster, J. J., (1971). Forced Vibrations of Two Masses on an Elastic Half-Space, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 38, pp. 148-156.
- Werner, S., Lee, L. C., Wong, H. L. and Trifunac, M. D., (1979). Structural Response to Travelling Seismic Waves, *Journal of the Structural Division*, Vol. 105, No. ST12, pp. 2547-2563.
- Whitman, R. V. and Richard, F. E., (1967). Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations, *Journal of Soil Mechanics Foundations Engineering Division*, ASCE, Vol. 93, SM6, pp. 169-193.
- Wolf, J. P., (1985). *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice Hall, Engelwood Cliffs, N.J., USA.

$$\bar{\mathbf{B}}_m = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \lambda_m - G_m & -(\lambda_m - G_m) & (\lambda_m + G_m) & (\lambda_m + G_m) \\ \lambda_m + G_m & \lambda_m + G_m & (\lambda_m + G_m) & (\lambda_m + G_m) \\ -(\lambda_m + G_m) & -(\lambda_m + G_m) & (\lambda_m - G_m) & (\lambda_m - G_m) \\ (\lambda_m + G_m) & (\lambda_m + G_m) & (\lambda_m - G_m) & (\lambda_m - G_m) \end{bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

où  $\lambda$  : constante de Lamé,  $G$  : module de cisaillement,  $\rho$  : masse volumique et  $h$  : épaisseur de la sous couche  $m$ .

### A1.2 Cas anti-plan

$$\mathbf{A}_m = \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2G & G \\ G & 2G \end{bmatrix} \quad (\text{A1.6})$$

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{0} \quad (\text{A1.7})$$

$$\mathbf{G}_m = \frac{I}{h} \begin{bmatrix} G & -G \\ -G & G \end{bmatrix} \quad (\text{A1.8})$$

$$\mathbf{M}_m = \frac{\rho_m h_m}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.9})$$

$$\bar{\mathbf{B}}_m = \mathbf{0} \quad (\text{A1.10})$$

La prise en compte des propriétés viscoélastiques du milieu se fait par le biais des formules suivantes

$$G^* = G(1 + 2i\beta) \quad (\text{A1.11})$$

$$\lambda^* = \lambda(1 + 2i\beta) \quad (\text{A1.12})$$

où  $\beta$  définit le coefficient d'amortissement critique.

## A2 Fonctions de Green du Milieu Infini

On donne ci-dessous les expressions des fonctions de Green stationnaires du type déplacement et contrainte dans le cas bidimensionnel.

### A2.1 Cas dans-le-plan (Beskos, 1987 et 1997)

$$u_{ij}^*(x_k, x_l) = \frac{1}{2\pi\rho c_2^2} \left\{ \left[ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 K_2 \left( \frac{sr}{c_1} \right) - K_2 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right] r_{,i} r_{,j} \right. \\ \left. - \left[ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{c_1}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) - \frac{c_2}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) - K_0 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right] \delta_{ij} \right\} \quad (\text{A2.1})$$

$$t_{ij}^*(x_k, x_l) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{s}{c_1} \left[ \left( 2 \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 - 1 \right) r_{,i} n_j - 2 \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 r_{,i} r_{,j} r_{,n} \right] K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) \right. \\ \left. + \frac{s}{c_2} [2r_{,i} r_{,j} r_{,n} - \delta_{ij} r_{,n} - r_{,j} n_i] K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right. \\ \left. - \frac{2}{r} [r_{,j} n_i + r_{,i} n_j + \delta_{ij} r_{,n} - 4r_{,i} r_{,j} r_{,n}] \left[ K_2 \left( \frac{sr}{c_2} \right) - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 K_2 \left( \frac{sr}{c_1} \right) \right] \right\} \quad (\text{A2.2})$$

### A2.2 Cas anti-plan (Beskos, 1987 and 1997)

$$u_{33}^*(x_k, x_l) = \frac{i}{4\rho c_2^2} H_0^{(2)} \left( \frac{\omega r}{c_2} \right) \quad (\text{A2.3})$$

$$t_{33}^*(x_k, x_l, n_i) = -\frac{s}{4c_2} H_1^{(2)} \left( \frac{\omega r}{c_2} \right) r_{,k} n_k \quad (\text{A2.4})$$

où  $\omega$  est la fréquence circulaire de l'excitation;  $c_1$  et  $c_2$  sont respectivement les vitesses des ondes de dilatation et de cisaillement;  $\rho$  est la masse volumique du milieu;  $s = i\omega$  est un paramètre complexe;  $n_k$  indiquent les composantes du vecteur normale unitaire à une surface,  $n_i$ ;  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker;  $r = |\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_l|$  est la distance entre la source et

le récepteur, enfin  $K_m$  et  $H_m^{(2)}$  sont respectivement les fonctions de Bessel modifiées et de Hankel de seconde espèce d'ordre  $m$ .

### A2.3 Traitement des Intégrales singulières (Hadid et Berrah, 2001)

Dans le cas où l'on suppose des champs de déplacement et de contrainte constants au sein de chaque élément,  $l$ , les fonctions à intégrer sont les suivantes

$$H_{ij}^{kl} = \int_{\Gamma} t_{ij}^*(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l, \mathbf{n}_l) d\Gamma \quad (A2.5a)$$

$$G_{ij}^{kl} = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) d\Gamma \quad (A2.5b)$$

Quand l'élément à intégrer dans l'équation (A2.5) ne coïncide pas avec l'élément chargé, les fonctions à intégrer sont non singulières et l'intégration peut être faite par la méthode de quadrature de Gauss standard avec quatre points. Cependant, en ce qui concerne l'élément chargé, les fonctions à intégrer sont singulières.

Intégrant pour le cas de charge anti-plan l'élément singulier,  $l$ , de longueur  $2L$  dans le repère local  $(\xi, \eta)$  (figure A2.1). Vu que  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_l = 0$ , les termes singuliers,  $H_{33}''$ , s'annulent. Ainsi, les quantités  $G_{33}''$  peuvent être exprimées comme suit

$$G_{33}'' = \frac{iL}{2\rho c_2^2} \left[ Q_1 \left( \frac{\omega L}{c_2} \right) - i Q_2 \left( \frac{\omega L}{c_2} \right) \right] \quad (A2.6)$$

où 
$$Q_1(\cdot) = J_0(\cdot) + \frac{\pi}{2} [S_0(\cdot) J_1(\cdot) - S_1(\cdot) J_0(\cdot)] \quad (A2.7)$$

et 
$$Q_2(\cdot) = Y_0(\cdot) + \frac{\pi}{2} [S_0(\cdot) Y_1(\cdot) - S_1(\cdot) Y_0(\cdot)] \quad (A2.9)$$

$J_0(\cdot)$  and  $Y_0(\cdot)$  sont des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce, respectivement, d'ordre zero et  $S_0(\cdot)$  et  $S_1(\cdot)$  sont des fonctions de Struve (Abromowitz et Stegun, 1970).

Une procédure similaire peut être suivie pour l'évaluation des termes singuliers pour le cas dans le plan. En remarquant que tous les termes  $H_{ij}''=0$  et  $G_{12}''=G_{21}''=0$ . Par conséquent, seuls les termes  $G_{11}''$  et  $G_{22}''$  sont à évaluer.

En utilisant les relations de récurrence des fonctions de Bessel suivantes (Abromowitz et Stegun, 1970)

$$K_n(z) - K_{n-2}(z) + \frac{2n}{z} K_{n-1}(z) \quad (\text{A2.10})$$

et

$$K_n'(z) = -K_{n-1}(z) - \frac{n}{z} K_n(z) \quad (\text{A2.11})$$

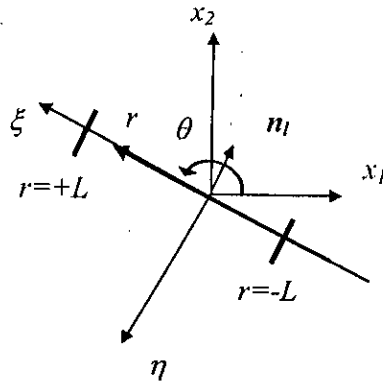


Figure A2.1: axes locales

on peut démontrer que

$$G_{11}'' = \frac{1}{\pi \rho c_2^2} \left\{ \left[ -\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \frac{c_1}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_1}\right) + \frac{c_2}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_2}\right) \right] + \int_0^L K_0\left(\frac{sr}{c_2}\right) dr \right\} \quad (\text{A2.12a})$$

et

$$G_{22}'' = \frac{1}{\pi \rho c_2^2} \left\{ \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \frac{c_1}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_1}\right) - \frac{c_2}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_2}\right) + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \int_0^L K_0\left(\frac{sr}{c_1}\right) dr \right\} \quad (\text{A2.12b})$$



par intégration de  $K_0$  ( ) comme suit

$$\begin{aligned} \int_0^L K_0\left(\frac{sr}{c}\right) dr &= -\frac{1}{2} \pi i \int_0^L H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{c}\right) dr = -\frac{1}{2} \pi i \int_0^L \left[ J_0\left(\frac{\omega r}{c}\right) - i Y_0\left(\frac{\omega r}{c}\right) \right] dr \\ &= -\frac{1}{2} \pi i L \left[ Q_1\left(\frac{\omega L}{c}\right) - i Q_2\left(\frac{\omega L}{c}\right) \right] \end{aligned} \quad (A2.13)$$

on a

$$G_{11}'' = \frac{1}{\pi \rho c_2^2} \left[ -\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \frac{c_1}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_1}\right) + \frac{c_2}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_2}\right) \right] - \frac{iL}{2 \rho c_2^2} \left[ Q_1\left(\frac{\omega L}{c_2}\right) - i Q_2\left(\frac{\omega L}{c_2}\right) \right] \quad (A2.14)$$

$$G_{22}'' = \frac{1}{\pi \rho c_1^2} \left[ \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \frac{c_1}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_1}\right) - \frac{c_2}{s} K_1\left(\frac{sL}{c_2}\right) \right] - \frac{iL}{2 \rho c_1^2} \left[ Q_1\left(\frac{\omega L}{c_1}\right) - i Q_2\left(\frac{\omega L}{c_1}\right) \right] \quad (A2.15)$$

L'expression de la sous-matrice  $G''$  dans le repère globale se calcule donc aisément par le biais de la matrice de rotation,  $\Theta$ , comme suit

$$(G'')^{global} = \Theta^T (G'')^{local} \Theta \quad (A2.16)$$

où

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (A2.17)$$

Dans le cas où l'on considère des champs de déplacement et de contrainte linéaire ou quadratique, le traitement des intégrales singulières causées par les fonctions de Green,  $u_{ij}^*$ , et  $t_{ij}^*$ , peut être accompli en utilisant une procédure numérique employée en l'élastostatique (Brebbia et Dominguez, 1989).

### A3 Fonctions de Green discrètes du milieu stratifié semi-infini

#### A3.1 Fonctions de Green pour les déplacements (Kausel et Peek, 1982)

##### A3.1.1 Cas dans le plan

L'équation d'équilibre dans le domaine des fréquences-nombres d'onde s'écrit

$$(\tilde{A}k^2 + \tilde{C})\bar{U} = \bar{P} \quad (\text{A3.1})$$

où

$$\bar{U} = \begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ ik\bar{U}_2 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{P} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1 \\ ik\bar{P}_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A3.2})$$

En multipliant à gauche l'équation (A3.1) par  $Y^T$  et en introduisant,  $ZZ^{-1} = I$ , nous obtenons

$$Y^T(\tilde{A}k^2 + \tilde{C})ZZ^{-1}\bar{U} = Y^T\bar{P} \quad (\text{A3.3})$$

en considérant les relations de normalisation (2.45),  $\bar{U}$  peut être évalué comme suit

$$\bar{U} = Z(Kk^2 - K^3)^{-1}Y^T\bar{P} \quad (\text{A3.4})$$

d'où la matrice de flexibilité suivante

$$\begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ ik\bar{U}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 D_R \Phi_1^T & k\Phi_1 K_R^{-1} D_R \Phi_2^T \\ \frac{1}{k}\Phi_2 K_R D_R \Phi_1^T & \Phi_2 D_R \Phi_2^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_1 \\ ik\bar{P}_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A3.5})$$

où

$$D_R = (k^2 I - K_R^2)^{-1} \quad (\text{A3.6})$$

La réponse recherchée est dans le domaine des espaces (domaine réel), celui des nombres d'onde n'est qu'un passage pour simplifier la formulation. Pour obtenir les déplacements correspondant à une charge concentrée dans le domaine fréquence-nombre d'onde, les résultats précédents devront être transformés vers le domaine spatial,  $x_1$ , par le

Dans le but de calculer les forces nodales consistantes, nous multiplions les tractions par  $N^T$  et évaluons les intégrales sur l'épaisseur des sous couches. Nous arrivons aux résultats suivants

$$\begin{Bmatrix} T_m \\ T_{m+1} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} A_m \frac{\partial}{\partial x_1} + D_m \\ A_m \frac{\partial}{\partial x_1} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ U_{m+1} \end{Bmatrix} \quad (A3.17)$$

où  $T_m = \begin{bmatrix} T_{xm} \\ T_{xm+1} \end{bmatrix}$  représente le vecteur des tractions nodales et  $D_m$  est égale à

$$D_m = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \lambda & -\lambda \\ G & -G \\ \lambda & -\lambda \\ G & -G \end{bmatrix} \quad (A3.18)$$

Pour évaluer  $\frac{\partial}{\partial x_j} \begin{Bmatrix} U_m \\ U_{m+1} \end{Bmatrix}$  on substitue simplement dans l'équation (A3.11)

$$E_{|n_1|} = \text{diag} \{ e^{-ik|n_1|} \} \text{ par } E_{|n_1|} = \text{diag} \{ ik e^{-ik|n_1|} \text{sgn}(x_1) \}$$

où la fonction signe est définie comme :  $\text{sign}(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \geq 0 \\ -1 & \text{si } x_1 < 0 \end{cases}$

### A3.2.1.2 Contraintes sur les plans horizontaux

Dans cette section, nous utilisons l'équation (2.37) dans le domaine des nombres d'onde (considérons seulement le sommet de deux colonnes de l.h.s), nous avons

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{1m} \\ i\bar{T}_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\tau}_m \\ i\bar{\sigma}_m \end{Bmatrix} \text{sgn}(n_2) - K_m \begin{Bmatrix} \bar{U}_{1m} \\ i\bar{U}_{2m} \\ \bar{U}_{1m+1} \\ i\bar{U}_{2m+1} \end{Bmatrix} \text{sgn}(n_2) \quad (A3.19)$$

où  $K_m = k^2 A_m + kB_m + G_m - \omega^2 M_m$  est la matrice de rigidité dynamique de la sous couche  $m$ . Vu, que nous n'avons considéré que le sommet de la sous couche,  $\text{sgn}(n_2)=1$ .

### a) Charge horizontale

En considérant une charge horizontale à l'interface  $n$ ,  $\bar{P}_{1n} = I$ , le vecteur déplacement ainsi que le vecteur traction à l'interface  $m$  sont donnés respectivement comme suit

$$\begin{Bmatrix} \bar{U}_{1m} \\ i\bar{U}_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m,j} \end{Bmatrix} \phi_{1n,j} \quad (\text{A3.20})$$

et

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{1m} \\ i\bar{T}_{2m} \end{Bmatrix} = K_m \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m+1,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m+1,j} \end{Bmatrix} \phi_{1n,j} \quad (\text{A3.21})$$

En tenant compte du fait que  $\Phi_2 K \Phi_1^T = 0$  et substituant  $A_m k^2$  par  $A_m (k^2 - k_j^2) + A_m k_j^2$  et  $B_m k$  par  $B_m k_j \frac{k}{k_j}$ , nous obtenons après transformation de Fourier inverse de l'équation

(A3.21) la relation suivante

$$\begin{Bmatrix} T_{1m} \\ iT_{2m} \text{sgn}(x_1) \end{Bmatrix} = \delta(x_1) A_m \sum_{j=1}^{2N} \begin{Bmatrix} \phi_{1m,j} \\ 0 \\ \phi_{1m+1,j} \\ 0 \end{Bmatrix} \phi_{1n,j} + \sum_{j=1}^{2N} K_m(k_j) \frac{1}{2ik_j} e^{-ik_j|x_1|} \begin{Bmatrix} \phi_{1m,j} \\ \phi_{2m,j} \\ \phi_{1m+1,j} \\ \phi_{2m+1,j} \end{Bmatrix} \phi_{1n,j} \quad (\text{A3.22})$$

**b) Charge verticale**

De la même manière si l'on considère une charge verticale à l'interface  $n$ ,  $\bar{P}_{2n} = I$ , le vecteur déplacement ainsi que le vecteur traction à l'interface  $m$  sont donnés respectivement comme suit

$$\begin{Bmatrix} \bar{U}_{1m} \\ i\bar{U}_{2m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m,j} \end{Bmatrix} i\phi_{2n,j} \quad (\text{A3.23})$$

et

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{1m} \\ i\bar{T}_{2m} \end{Bmatrix} = K_m \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{k_j}{k} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{1m+1,j} \\ \sum_{j=1}^{2N} \frac{1}{k^2 - k_j^2} \phi_{2m+1,j} \end{Bmatrix} i\phi_{2n,j} \quad (\text{A3.24})$$

En tenant compte du fait que  $\Phi_1 K \Phi_2^T = \theta$  et substituant  $A_m k^2$  par  $A_m(k^2 - k_j^2) + A_m k_j^2$  et  $B_m k$  par  $B_m k_j \frac{k}{k_j}$ , nous obtenons après transformation de Fourier inverse de l'équation

(66) la relation suivante

$$\begin{Bmatrix} -iT_{1m} \text{sgn}(x_1) \\ T_{2m} \end{Bmatrix} = \delta(x_1) A_m \sum_{j=1}^{2N} \begin{Bmatrix} 0 \\ \phi_{2m,j} \\ 0 \\ \phi_{2m+1,j} \end{Bmatrix} \phi_{2n,j} + \sum_{j=1}^{2N} K_m(k_j) \frac{1}{2ik_j} e^{-ik_j|x_1|} \begin{Bmatrix} \phi_{1m,j} \\ \phi_{2m,j} \\ \phi_{1m+1,j} \\ \phi_{2m+1,j} \end{Bmatrix} \phi_{2n,j} \quad (\text{A3.25})$$

### A3.2.2 Anti-plan

#### A3.2.2.1 Contraintes sur les plans verticaux

En utilisant l'approche précédente appliquée au cas dans le plan, nous obtenons

$$T_{3m} = A_m \frac{\partial}{\partial x_l} \left\{ \begin{matrix} U_{3m} \\ U_{3m+l} \end{matrix} \right\} \text{sgn}(n_l) \quad (\text{A3.26})$$

Pour évaluer  $\frac{\partial}{\partial x_l} \left\{ \begin{matrix} U_{3m} \\ U_{3m+l} \end{matrix} \right\}$  on substitue simplement dans l'équation (A3.12),

$$E_{|x_l|} = \text{diag} \left\{ e^{-ik_j|x_l|} \right\} \quad \text{par} \quad E_{|x_l|} = \text{diag} \left\{ -ik_j e^{-ik_j|x_l|} \text{sgn}(x_l) \right\} .$$

#### A3.2.2.2 Contraintes sur les plans horizontaux

Suivant la procédure utilisée dans le cas dans le plan, on obtient pour le cas où  $\text{sgn}(n_2)=1$

$$T_{3m} = \delta(x_l) A_m \sum_{j=1}^{2N} \left\{ \begin{matrix} \phi_{3m,j} \\ \phi_{3m+l,j} \end{matrix} \right\} \phi_{3n,j} + \sum_{j=1}^{2N} K_m(k_j) \frac{1}{2ik_j} e^{-ik_j|x_l|} \left\{ \begin{matrix} \phi_{3m,j} \\ \phi_{3m+l,j} \end{matrix} \right\} \phi_{3n,j} \quad (\text{A3.27})$$

Il est à noter que dans le cas de la formulation discrète de la méthode des éléments de frontière, et à cause du fait que les déplacements varient linéairement avec la coordonnée  $x_2$ , les singularités au voisinage de la charge concentrée sont des fonctions de Dirac qui sont plus simples à intégrer, contrairement au cas d'une formulation continue de la méthode des éléments de frontière où la singularité est de type logarithmique qui nécessite une intégration analytique laborieuse pour le cas d'un élément constant et une quadrature d'intégration spéciale pour le cas des autres éléments (linéaire ou quadratique).

## A4. Représentation Mathématique de la Propagation d'Ondes Sismiques en Champ Libre

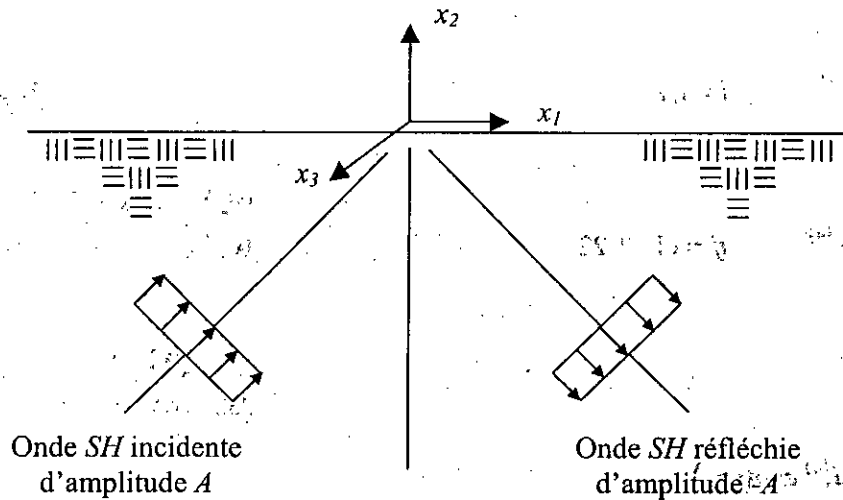
### A4.1 Cas d'un demi-plan (Nowak, 1988)

On note que  $\theta$  définit l'angle d'incidence entre le vecteur direction de propagation et l'axe vertical  $x_2$ . Les champs de déplacement et de contrainte totaux créés par la réflexion d'une onde plane incidente  $P$ ,  $SV$  et  $SH$  sur la surface libre du semi-espace  $x_2=0$  sont donnés dans le demi-espace,  $x_2 \leq 0$ , par

$$u_3 = 2A \cos(K_3 x_2 \cos \theta) \exp(iK_1 x_1 \sin \theta) \quad (\text{A4.1})$$

$$\sigma_{31} = 2AiGK_3 \sin \theta \cos(K_3 x_2 \cos \theta) \exp(iK_1 x_1 \sin \theta) \quad (\text{A4.2})$$

$$\sigma_{32} = -2AGK_3 \cos \theta \sin(K_3 x_2 \cos \theta) \exp(iK_1 x_1 \sin \theta) \quad (\text{A4.3})$$



A4.1: Réflexion de l'onde SH

Annexe A4

$$\kappa = \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (\text{A4.16})$$

$$\mathbf{q}^{(0)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(0)} \\ q_2^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{q}^{(1)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(1)} \\ q_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ -\cos \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{q}^{(2)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(2)} \\ q_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.17})$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(0)} \\ d_2^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{d}^{(1)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(1)} \\ d_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ -\cos \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{d}^{(2)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(2)} \\ d_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.18})$$

Cas de l'onde SV

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\kappa \sin 4\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (\text{A4.19})$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (\text{A4.20})$$

$$\theta_2 = \theta_0 \quad (\text{A4.21})$$

$$\sin \theta_1 = \kappa \sin \theta_0 \quad (\text{A4.22})$$

$$\theta_0 \leq \theta_{cr} = \sin^{-1}(\kappa^{-1}) \quad (\text{A4.23})$$

où  $\theta_{cr}$  est l'angle critique pour lequel l'angle  $\theta_1$  n'est réel que si et seulement si  $\theta_0$  est plus petit que l'angle critique.

$$\mathbf{q}^{(0)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(0)} \\ q_2^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{q}^{(1)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(1)} \\ q_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{q}^{(2)} = \begin{Bmatrix} q_1^{(2)} \\ q_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_0 \\ -\cos \theta_0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.24})$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(0)} \\ d_2^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{d}^{(1)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(1)} \\ d_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{d}^{(2)} = \begin{Bmatrix} d_1^{(2)} \\ d_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.25})$$



On note que pour  $\theta_0 > \theta_{cr}$ , l'onde réfléchie devient inhomogène définie par

$$\cos \theta_1 = i\kappa\psi \quad (\text{A4.26})$$

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{-\kappa^{-1} \sin 4\theta_0}{2\psi i \sin \theta_0 \sin 2\theta_0 + \cos^2 2\theta_0} \quad (\text{A4.27})$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2\psi i \sin \theta_0 \sin 2\theta_0 - \cos^2 2\theta_0}{2\psi i \sin \theta_0 \sin 2\theta_0 + \cos^2 2\theta_0} \quad (\text{A4.28})$$

$$\psi = (\sin^2 \theta_0 - \kappa^{-2})^{1/2} \quad (\text{A4.29})$$

#### A4.2 Cas d'un demi-plan stratifié (Huang, 1983)

La formulation présentée par Huang (1983) a fait l'objet d'une réécriture dans le cadre de la présente thèse.

##### A4.2.1 Cas de la propagation inclinée de l'onde *SH*

Considérons la propagation de l'onde incidente *SH* sous un angle  $\theta^{(j)}$  dans un milieu stratifié. Chaque couche ( $j$ ) du milieu est caractérisée par sa masse volumique  $\rho^{(j)}$ , sa vitesse de propagation élastique  $c_s^{(j)}$  son module de cisaillement  $G^{(j)}$ , son épaisseur  $h^{(j)}$ , et son coefficient d'amortissement critique  $\beta^{(j)}$ . L'état de déplacement et de contrainte en un point quelconque de la couche ( $j$ ) est ainsi exprimé respectivement par

$$u_3^{(j)} = \left[ A^{in(j)} e^{ik_{xx_2}^{(j)} x_2} + A^{ref(j)} e^{-ik_{xx_2}^{(j)} x_2} \right] e^{-ik_{xx_1}^{(j)} x_1} e^{i\omega t}$$

$$\sigma_{23}^{(j)} = ik_{xx_2}^{(j)} G^{(j)} \left( A^{in(j)} e^{ik_{xx_2}^{(j)} x_2} - A^{ref(j)} e^{-ik_{xx_2}^{(j)} x_2} \right) e^{-ik_{xx_1}^{(j)} x_1} e^{i\omega t} \quad (\text{A4.30})$$

avec

$$k_{xx_1}^{(j)} = k_s^{(j)} \sin \theta^{(j)}; \quad k_{xx_2}^{(j)} = k_s^{(j)} \cos \theta^{(j)}$$

et  $k_s^{(j)} = \frac{\omega}{k_s^{(j)}}$  est un nombre d'onde.

Les déplacements et les contraintes au niveau de la couche ( $j$ ) peuvent être donc exprimés sous la forme matricielle suivante

$$\begin{Bmatrix} u_3 \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}^{(j)} = \begin{bmatrix} C_s & iS_s \\ -k_{sx_2}GS_s & ik_{sx_2}GC_s \end{bmatrix}^{(j)} \begin{Bmatrix} A^{in} + A^{ref} \\ A^{in} - A^{ref} \end{Bmatrix}^{(j)} \quad (\text{A4.31})$$

où

$$C_s = \cos(k_{sx_2}x_2^{(j)}), \quad S_s = \sin(k_{sx_2}x_2^{(j)}) \quad (\text{A4.32})$$

Cette matrice peut être notée par

$$X^{(j)}(x_2^{(j)}) = J^{(j)}(x_2^{(j)})Y^{(j)} \quad (\text{A4.33})$$

où

$X^{(j)}(x_2^{(j)})$  : le vecteur contrainte-déplacement

$Y^{(j)}$  : le vecteur amplitudes

$J^{(j)}(x_2^{(j)})$  : la matrice de propagation qui est évaluée à partir des propriétés de chaque couche ( $j$ )

Les conditions aux limites aux interfaces entre la couche ( $j$ ) et la couche ( $j-1$ ), donnent

$$X^{(j-1)}(h^{(j-1)}) = X^{(j)}(0) = J^{(j)}(0)Y^{(j)} \quad (\text{A4.34})$$

$J^{(j)}(0)$  est obtenue en remplaçant  $x_2^{(j)} = 0$  dans les équations de  $C_s$  et  $S_s$ , le vecteur contrainte-déplacement s'écrit ainsi comme

$$\begin{Bmatrix} u_3(h^{(j-1)}) \\ \sigma_{23}(h^{(j-1)}) \end{Bmatrix}^{(j-1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & ik_{sx_2}G \end{bmatrix}^{(j)} \begin{Bmatrix} A^{in} + A^{ref} \\ A^{in} - A^{ref} \end{Bmatrix}^{(j)} \quad (\text{A4.35})$$

et

$$Y^{(j)} = [J^{(j)}(0)]^{-1} X^{(j-1)}(h^{(j-1)}) \quad (\text{A4.36})$$

où

$$[J^{(j)}(0)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{i}{k_{xx_2} G} \end{bmatrix}^{(j)} \quad (\text{A4.37})$$

En substituant l'équation (A4.36) dans (A4.33), on obtient la matrice de transfert,  $T^{(j)}$ , entre l'état de déplacement et de contrainte du sommet de la couche  $(j-1)$  et l'état de déplacement et de contrainte du sommet de la couche  $(j)$

$$X^{(j)}(h^{(j)}) = T^{(j)} X^{(j-1)}(h^{(j-1)}) \quad (\text{A4.38})$$

avec

$$T^{(j)} = J^{(j)}(h^{(j)}) [J^{(j)}(0)]^{-1} \quad (\text{A4.39})$$

Les différents termes de la matrice de transfert,  $T^{(j)}$ , sont donnés comme suit (l'indice  $j$  est omis pour ne pas encombrer l'écriture)

$$T = \begin{bmatrix} C_s & \frac{S_s}{k_{xx_2} G} \\ -k_{xx_2} G S_s & C_s \end{bmatrix} \quad (\text{A4.40})$$

Par récurrence, en appliquant l'équation (A4.38), le vecteur déplacement-contrainte de la couche  $j$  est lié à celui de la surface libre à travers la formule suivante

$$X^{(j)}(h^{(j)}) = T X^{(1)}(0) \quad (\text{A4.41})$$

où  $T = T^{(j)} T^{(j-1)} \dots T^{(1)}$  et  $X^{(1)}(0)$  est le vecteur déplacement-contrainte à la surface libre, donné par

$$X^{(1)}(0) = \begin{Bmatrix} u_3^{(0)} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.42})$$

$u_3^{(0)}$  est le déplacement horizontal à la surface libre. A partir des équations (A4.34) et (A4.41) pour  $j=n$ , le vecteur déplacement-contrainte au sommet du demi-espace est donné par

$$X^{(n+1)}(0) = X^{(n)}(h^{(n)}) = T^{(n)} T^{(n-1)} \dots T^{(1)} X^{(1)}(0) = \bar{T} X^{(1)}(0) \quad (\text{A4.43})$$

A partir de l'équation (A4.43), nous pouvons écrire

$$u_3^{(n)} = \bar{T}_{11} u_3^{(0)} \quad (\text{A4.44})$$

$u_3^{(n)}$  est le déplacement horizontal de l'interface entre l'espace semi-infini et la couche  $n$ .

Le vecteur potentiel  $Y^{(n+1)}$  dans le demi-espace est lié au vecteur déplacement-contrainte  $X^{(n)}(h^{(n)})$  au sommet du demi-espace par l'équation (A4.36), d'où

$$Y^{(n+1)} = [J^{(n+1)}(0)]^{-1} X^{(n)}(h^{(n)}) \quad (\text{A4.45})$$

où

$$Y_{n+1} = \begin{Bmatrix} A_i^{in} + A_i^{ref} \\ A_i^{tr} - A_i^{ref} \end{Bmatrix}^{(n+1)} = \begin{Bmatrix} A_i^{(n+1)} + A_2^{(n+1)} \\ A_i^{(n+1)} - A_2^{(n+1)} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.46})$$

$A_i^{(n+1)}$  et  $A_2^{(n+1)}$  sont les amplitudes des ondes incidente et réfléchie au niveau de l'espace semi-infini. En substituant l'équation (A4.43) dans l'équation (A4.45), on obtient

$$Y^{(n+1)} = \bar{B} X^{(1)}(0) \quad (\text{A4.47})$$

Où la matrice  $\bar{B}$  est donnée par

$$\bar{B} = [J^{(n+1)}(0)]^{-1} \bar{T} \quad (\text{A4.48})$$

En utilisant les équations (A4.46) et (A4.47), on définit

$$\begin{cases} A_1^{(n+1)} - A_2^{(n+1)} = \bar{B}_{11} u_3^{(0)} \\ A_1^{(n+1)} - A_2^{(n+1)} = \bar{B}_{21} u_3^{(0)} \end{cases} \quad (\text{A4.49})$$

Pour ce cas d'incidence de l'onde *SH*, l'amplitude  $A_2^{(n+1)}$  est nulle et le déplacement  $u_3^{(0)}$  à la surface libre peut être déterminé en fonction de l'amplitude  $A_1^{(n+1)}$  du potentiel de l'onde incidente *SH*

$$u_3^{(0)} = \frac{2}{(\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})} A_1^{(n+1)} \quad (\text{A4.50})$$

Le vecteur déplacement-contrainte au sommet de chaque couche peut être obtenu par le biais de l'équation (A4.41).

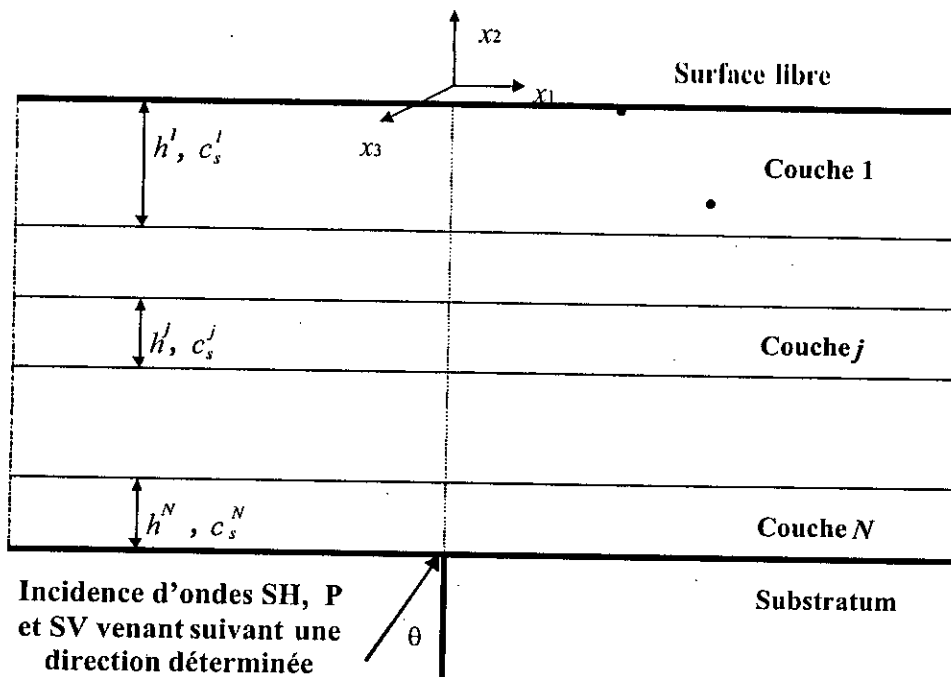


Figure A4.3 Sol Stratifié horizontalement reposant sur un substratum

#### A4.2.2 Cas de la propagation inclinée des ondes $P$ ou $SV$

Dans le cas d'une propagation d'ondes incidentes inclinées  $SV$  ( $P$ ) deux potentiels satisfèront l'équation du mouvement. Le déplacement et la contrainte peuvent être exprimés en fonction de deux potentiels  $\phi$  et  $\Psi$ .

En considérant la propagation d'une onde incidente  $SV$  ( $P$ ) avec une inclinaison arbitraire,  $\theta^{(N+1)}$ , à partir d'un plan semi-infini, les potentiels de cette onde dans une couche ( $j$ ) peuvent être ainsi donnés par

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \left[ A^{in(j)} e^{ik_{sx_2}^{(j)}} + A^{ref(j)} e^{-ik_{sx_2}^{(j)}} \right] e^{-ik_{sx_1}^{(j)}} e^{i\omega t} \quad (\text{A4.51a})$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \left[ B^{in(j)} e^{ik_{sx_2}^{(j)}} + B^{ref(j)} e^{-ik_{sx_2}^{(j)}} \right] e^{-ik_{sx_1}^{(j)}} e^{i\omega t} \quad (\text{A4.51b})$$

$\phi_1$  et  $\psi_1$  représentent les ondes réfractées alors que  $\phi_2$ ,  $\psi_2$  représentent les ondes réfléchies, et

$$k_{px_1}^{(j)} = k_p^{(j)} \sin \varphi^{(j)}; \quad k_{px_2}^{(j)} = k_p^{(j)} \cos \varphi^{(j)} \quad (\text{A4.52})$$

$$k_{sx_1}^{(j)} = k_s^{(j)} \sin \theta^{(j)}; \quad k_{sx_2}^{(j)} = k_s^{(j)} \cos \theta^{(j)}$$

$k_p$  et  $k_s$  sont des nombres d'ondes associés aux ondes  $P$  et  $SV$ , respectivement, donnés par

$$k_p^{(j)} = \frac{\omega}{c_p^{(j)}}, \quad k_s^{(j)} = \frac{\omega}{c_s^{(j)}} \quad (\text{A4.53})$$

La loi de Snell donne

$$k = k_p^{(j)} \sin \varphi^{(j)} = k_s^{(j)} \sin \theta^{(j)} \quad (\text{A4.54})$$

ainsi, les nombres d'ondes horizontaux associées aux ondes  $P$  et  $SV$  sont égaux pour toutes les couches. Un nombre d'onde  $k$  est donc introduit pour représenter ce facteur commun. En omettant le facteur  $e^{i(-kx_1 + \omega t)}$  et à partir des équations (A4.51a) et (A4.51b), nous obtenons

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_1} = -ik\phi ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = i\omega\phi \quad (\text{A4.55a})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_1} = -ik\psi ; \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\omega\psi \quad (\text{A4.55b})$$

$$\Delta \phi + k_p^2 \phi = 0 \quad (\text{A4.56})$$

$$\Delta \psi + k_s^2 \psi = 0$$

En utilisant les équations (A4.51), (A4.55) et (A4.56), les composantes des déplacements et des contraintes seront données par

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -ik & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & -ik \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.57})$$

et

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda k^2 + (2G + \lambda) \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} & -2ikG \frac{\partial}{\partial x_2} \\ -2ikG \frac{\partial}{\partial x_2} & G \left( k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.58})$$

les déplacements et les contraintes au niveau de la couche ( $j$ ) peuvent donc être exprimés sous la forme suivante

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix}
2 \frac{k^2}{k_s^2} C_p - \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_s^2} C_s & ik \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_{px_2} k_s^2} S_p + 2 \frac{k_{sx_2}}{k_s^2} S_s & \frac{ik}{\rho \omega^2} (C_p - C_s) & \frac{i}{\rho \omega^2} \left( \frac{k^2}{k_{px_2}} S_p + k_{sx_2} S_s \right) \\
-ik \left( 2 \frac{k_{px_2}}{k_s^2} S_p + \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_{sx_2} k_s^2} S_s \right) & -\frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_s^2} C_p + 2 \frac{k^2}{k_s^2} C_s & \frac{i}{\rho \omega^2} \left( \frac{k^2}{k_{sx_2}} S_s + k_{px_2} S_p \right) & T_{13} \\
2i\rho c_s^2 k \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_s^2} (C_p - C_s) & -\frac{\rho c_s^2}{k_s^2} \left( \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_{px_2}} S_p + 4k^2 k_{sx_2} S_s \right) & T_{22} & T_{12} \\
-\frac{\rho c_s^2}{k_s^2} \left( \frac{k^2 - k_{sx_2}^2}{k_{sx_2}} S_s + 4k^2 k_{px_2} S_p \right) & T_{31} & T_{21} & T_{11}
\end{bmatrix} \quad (\text{A4.68})$$



Par récurrence, et en appliquant l'équation (A4.66), le vecteur déplacement-contrainte de la couche  $j$  est lié à celui de la surface libre à travers la formule suivante

$$X^{(j)}(h^{(j)}) = T X^{(j)}(0) \quad (\text{A4.69})$$

où  $T = T^{(j)} T^{(j-1)} \dots T^{(1)}$  et  $X^{(j)}(0)$  est le vecteur déplacement-contrainte à la surface libre, donné par

$$X^{(j)}(0) = \begin{Bmatrix} u_1^{(0)} \\ u_2^{(0)} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.70})$$

$u_1^{(0)}$  et  $u_2^{(0)}$  sont les déplacements horizontal et vertical à la surface libre. A partir des équations (A4.62) et (A4.69) pour  $j=n$ , le vecteur déplacement-contrainte au sommet du demi-espace est donné par

$$X^{(n+1)}(0) = X^{(n)}(h^{(n)}) = T^{(n)} T^{(n-1)} \dots T^{(1)} X^{(1)}(0) = \bar{T} X^{(1)}(0) \quad (\text{A4.71})$$

A partir de l'équation (A4.71), nous pouvons écrire

$$\begin{cases} u_1^{(n)} = \bar{T}_{11} u_1^{(0)} + \bar{T}_{12} u_2^{(0)} \\ u_2^{(n)} = \bar{T}_{21} u_1^{(0)} + \bar{T}_{22} u_2^{(0)} \end{cases} \quad (\text{A4.72})$$

$u_1^{(n)}$  et  $u_2^{(n)}$  sont les déplacements horizontal et vertical de l'interface entre l'espace semi-infini et la couche  $n$ .

Le vecteur potentiel  $Y^{(n+1)}$  dans le demi-espace est lié au vecteur déplacement-contrainte  $X^{(n)}(h^{(n)})$  au sommet du demi-espace par l'équation (A4.64), d'où

$$Y^{(n+1)} = [J^{(n+1)}(0)]^{-1} X^{(n)}(h^{(n)}) \quad (\text{A4.73})$$

où

$$Y^{(n+1)} = \begin{Bmatrix} A^{in} + A^{ref} \\ A^{in} - A^{ref} \\ B^{in} - B^{ref} \\ B^{in} + B^{ref} \end{Bmatrix}^{(n+1)} = \begin{Bmatrix} A_1^{(n+1)} + A_2^{(n+1)} \\ A_1^{(n+1)} - A_2^{(n+1)} \\ B_1^{(n+1)} - B_2^{(n+1)} \\ B_1^{(n+1)} + B_2^{(n+1)} \end{Bmatrix} \quad (A4.74)$$

$A_1^{(n+1)}$ ,  $A_2^{(n+1)}$ ,  $B_1^{(n+1)}$  et  $B_2^{(n+1)}$  sont les amplitudes des potentiels au niveau de l'espace semi-infini. En substituant l'équation (A4.71) dans l'équation (A4.73) on obtient

$$Y^{(n+1)} = \bar{B} X^{(l)}(0) \quad (A4.75)$$

Où la matrice  $\bar{B}$  est donnée par

$$\bar{B} = [J^{(n+1)}(0)]^T \bar{T} \quad (A4.76)$$

En utilisant les équations (A4.74) et (A4.75), on définit

$$\begin{cases} A_1^{(n+1)} + A_2^{(n+1)} = \bar{B}_{11}u_1^{(0)} + \bar{B}_{12}u_2^{(0)} \\ A_1^{(n+1)} - A_2^{(n+1)} = \bar{B}_{21}u_1^{(0)} + \bar{B}_{22}u_2^{(0)} \\ B_1^{(n+1)} - B_2^{(n+1)} = \bar{B}_{31}u_1^{(0)} + \bar{B}_{32}u_2^{(0)} \\ B_1^{(n+1)} + B_2^{(n+1)} = \bar{B}_{41}u_1^{(0)} + \bar{B}_{42}u_2^{(0)} \end{cases} \quad (A4.77)$$

#### A4.2.2.1 Propagation de l'onde incidente P

Pour ce cas d'incidence de l'onde P, le potentiel  $B_1^{(n+1)}$  est nul, d'où les quatre inconnues  $A_2^{(n+1)}$  (P réfléchi dans l'espace semi infini),  $B_2^{(n+1)}$  (SV réfléchi dans l'espace semi infini) et les deux composantes du déplacement  $u_1^{(0)}$  et  $u_2^{(0)}$  à la surface libre peuvent être déterminées en fonction de l'amplitude  $A_1^{(n+1)}$  de potentiel de l'onde incidente P (figure A4.4). En résolvant le système d'équation (A4.77) et en utilisant l'indice  $p$  pour désigner ce cas particulier, les déplacements  $u_1^{(0)}$  et  $u_2^{(0)}$  sont donnés par

$$u_{1p}^{(0)} = \frac{2(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42})}{D_p} A_{1p}^{(n+1)} \quad (\text{A4.78})$$

et

$$u_{2p}^{(0)} = -\frac{2(\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41})}{D_p} A_{1p}^{(n+1)} \quad (\text{A4.79})$$

où

$$D_p = (\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42}) - (\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41})(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22}) \quad (\text{A4.80})$$

Le vecteur déplacement-contrainte au sommet de chaque couche peut être obtenu par le biais de l'équation (A4.69).

#### A4.2.2.2 Propagation de l'onde incidente $SV$

Pour le cas de l'onde incidente  $SV$ , on aura  $A_1^{(n+1)} = 0$ . Utilisons l'indice  $s$  pour désigner ce cas et en suivant la même formulation que celle utilisée pour l'onde incidente  $P$ , les composantes de déplacement à la surface libre peuvent être exprimées par

$$u_{1s}^{(0)} = -\frac{2(\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22})}{D_s} B_{1s}^{(n+1)} \quad (\text{A4.81})$$

et

$$u_{2s}^{(0)} = \frac{2(\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})}{D_s} B_{1s}^{(n+1)} \quad (\text{A4.82})$$

où

$$D_p = (\bar{B}_{11} + \bar{B}_{21})(\bar{B}_{32} + \bar{B}_{42}) - (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{22})(\bar{B}_{31} + \bar{B}_{41}) \quad (\text{A4.83})$$

Le vecteur déplacement-contrainte au sommet de chaque couche peut être donc obtenu en utilisant l'équation (A4.69).

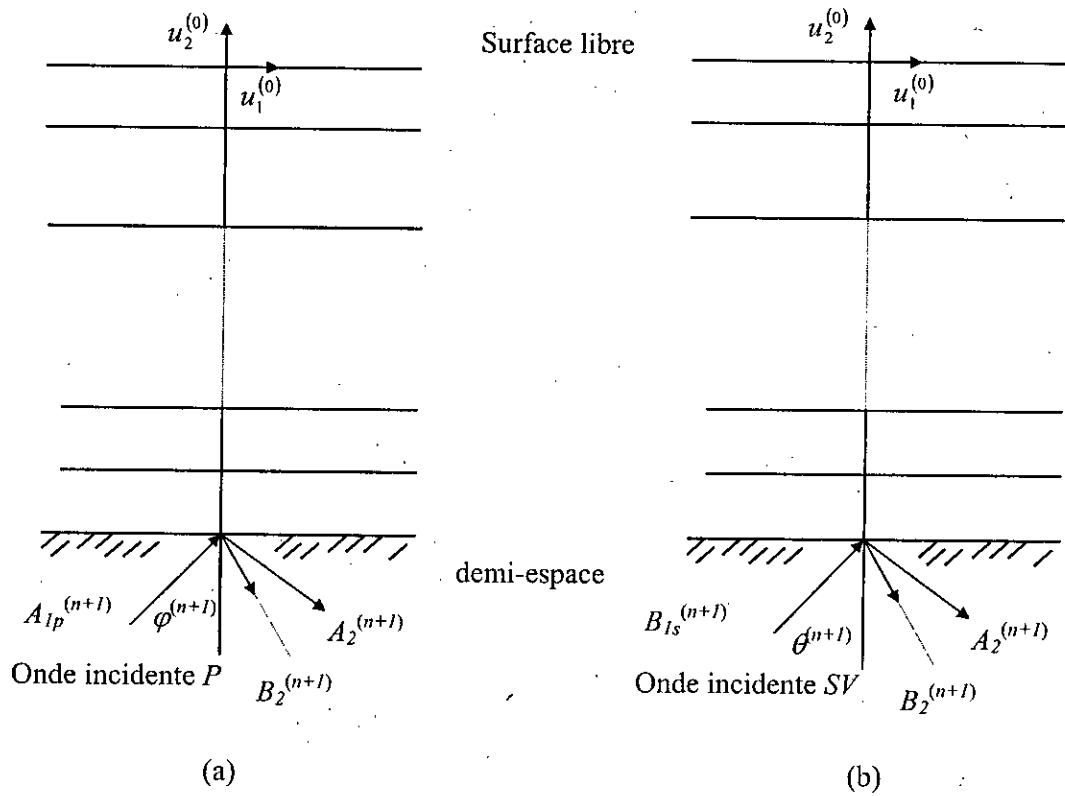


Figure A4.4: Propagation d'ondes entre le substratum et la surface libre pour : (a) Onde incidente  $P$ , (b) Onde incidente  $SV$