

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE D'UN PONT-DALLE
CONTINU, ELEGI,
EN BETON PRECONTRAINTE

Proposé par :

D.E.R.
SONATRO

Etudié par :

A HOUARI
A BOUAKLINE

Dirigé par :

BOUNEFFA



PROMOTION : JANVIER 84

REMERCIEMENTS

- Nous tenons à remercier tous les professeurs qui ont contribué à notre formation, et qu'ils trouvent dans ce modeste travail, l'expression de notre reconnaissance.
- Nos remerciements s'adressent à tous les responsables de la SONATRO qui nous ont facilité la tâche en nous offrant les moyens nécessaires aussi bien la documentation que le tirage.
- Nous remercions particulièrement M^r BOUNEFFA qui n'a cessé de nous orienter dans le travail et dont ses conseils nous ont été d'un grand apport.

A. Houari et A. Bouakline

TABLE DES MATIERES

	Pages
Introduction	1
Lignes d'Influence	7
Méthode de Guyon-Massonnet	27
Surcharges - Moments Longitudinaux	40
Précontrainte - Rappels théoriques	67
Câblage	80
Vérification de la précontrainte	109
Efforts tranchants - Réactions d'appuis	122
Efforts tranchants dans la dalle	131
Flexion transversale	142
Ferraillage	164
Ancrage	174
Appareils d'appuis	178
Entretoise d'about	192

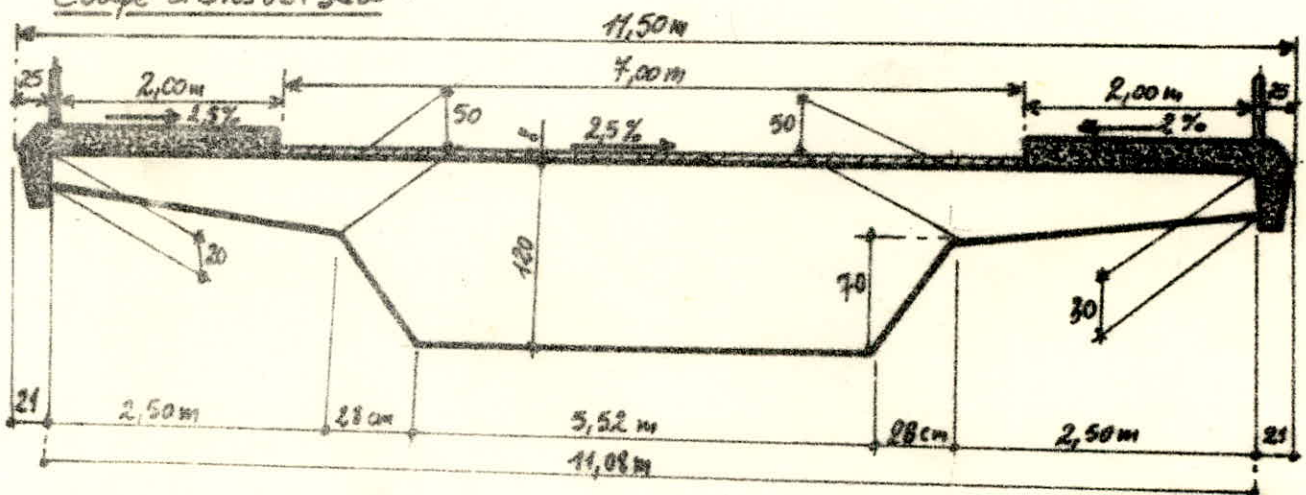


INTRODUCTION

I. INTRODUCTION :

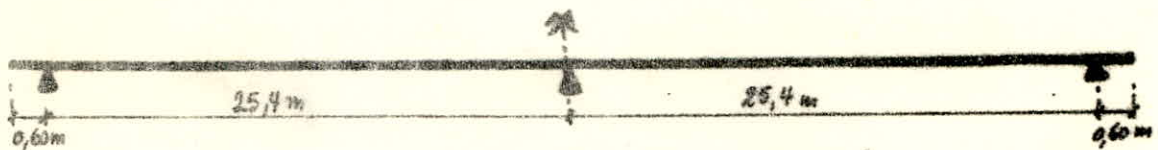
Notre ouvrage est un pont-dalle de type : PSDE = passage supérieur à dalle élégié en béton précontraint avec de larges encorbellements. La dalle est précontrainte longitudinalement, et simplement armée dans le sens transversal. Dans le sens longitudinal, nous avons un pont continu à 2 travées égales de 25,4 m chacune. En coupe transversale, le tablier, en plus des encorbellements, comporte des élégissements circulaires au niveau de la dalle centrale. Chaque encorbellement, large de (2,50 m + 0,28 m), supporte un trottoir de 2 m de largeur, bordant une chaussée de 7 m.

Coupe transversale :



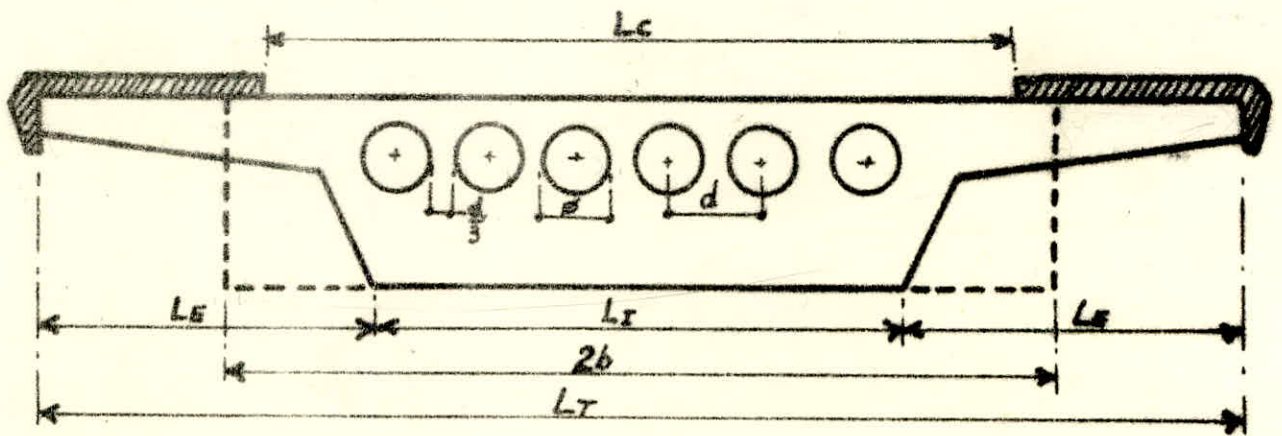
Portées - biais :

Biais géométrique = Biais mécanique = 100 grades.



Le but du calcul de notre projet est d'élégir la dalle, d'où le dimensionnement de la dalle à encorbellements et la réalisation de ces élégissements.

II. DIMENSIONNEMENT D'UNE DALLE A ENCORBELLEMENTS : (avec élégissements)



L_I : Largeur de la nervure intrados

L_T : Largeur totale utile de l'ouvrage

$2b$: Largeur de la dalle rectangulaire équivalente

L_E : Largeur des encorbellements.

L_c : Largeur de la chaussée.

Nous devons avoir :

$$* L_I \geq 0,50 L_T$$

$$* L_E < 0,20 \times \text{Portée}$$

$$* 2b \times 1,1 > L_c$$

III - VÉRIFICATION DES CONDITIONS DE DIMENSIONNEMENT :

$$L_c = 7,00 \text{ m} , L_I = 5,52 \text{ m} , L_E = 2,78 \text{ m} , 2b = 7,77 \text{ m}$$

$$* 5,52 \text{ m} \geq 0,50 \times 11,08 = 5,54 \text{ m}$$

$$* 2,78 \text{ m} < 0,20 \times 25,4 = 5,08 \text{ m}$$

$$* 7,77 \times 1,1 = 8,55 \text{ m} > 7,00 \text{ m}$$

IV - DIMENSIONNEMENT DES ÉLÉGISSEMENTS :

$$* \frac{A}{S+b} < 0,3$$

A = aire des élégissements.

S = aire de l'ossature résistante

$$\text{ou } \frac{A}{S} < 0,3$$

S = aire de l'ossature résistante (y compris celle des vides)

$$* d \geq 1,5 \phi$$

d = Entroaxe de 2 élégissements voisins

ϕ = Diamètre d'un élégissement.

- Vérification des conditions précédentes :

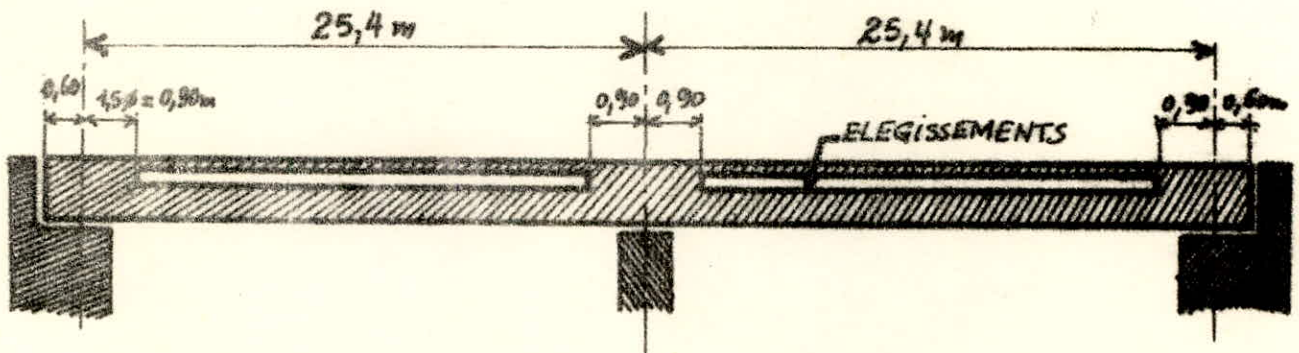
$$* d = 90 \text{ cm} = 1,5 \phi \quad (\text{avec } \phi = 60 \text{ cm})$$

$$s = \frac{6\pi\phi^2}{4} = 1,69646 \text{ m}^2$$

$$S = 7,77 \times 1,20 = 9,324 \text{ m}^2$$

$$* \frac{s}{S} = \frac{1,69646}{9,324} = 0,182 < 0,3$$

Portées - Biais après dimensionnement des élagissements :



CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

BETON ARME: (Béton dosé à 450 kg/m³, de ciment CPA, de classe 325)

1. Contrainte de Compression admissible :

$$\bar{\sigma}'_b = f'_b \cdot \sigma'_{28} = \alpha \beta \gamma \delta E \sigma'_{28}$$

$\alpha = 1$ classe 325

$\beta = 1$ Béton contrôlé

$\gamma = 1$ $h_m > 4 C_g$

δ : Coefficient dépendant de la distribution de la contrainte dans la section considérée.

$\delta = 0,30$ en compression simple

$\delta = 0,60$ en flexion simple

$\delta = 0,3 \left(1 + \frac{e_0}{3e_1} \right)$ en flexion composée

E : Coefficient qui dépend de la forme de la section et de la sollicitation :

$E = 1$ section rectangulaire

$E = 1$ en compression simple (\forall la forme de la section)

a/- Contrainte de Compression admissible en compression simple :

$$\bar{\sigma}'_{b_0} = 1 \times 1 \times 1 \times 0,3 \times 1 \times 300 = 90 \text{ bars}$$

b/- Contrainte de Compression admissible en flexion simple :

$$\bar{\sigma}'_b = 1 \times 1 \times 1 \times 0,6 \times 1 \times 300 = 180 \text{ bars}$$

2 - Contrainte de traction admissible :

$$\bar{\sigma}_b = \alpha \beta \gamma \theta \sigma'_{28}$$

$$\theta = 0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_{28}} \quad 1^{\text{er}} \text{ genre}$$

$$\theta = 1,5 \left[0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_{28}} \right] \quad 2^{\text{e}} \text{ genre}$$

$$\bar{\sigma}_b = 1 \times 1 \times 1 \times \left[0,018 + \frac{2,1}{300} \right] 300 = 7,5 \text{ bars}$$

ACIERS POUR BETON ARME :

- Aciers longitudinaux et transversaux :

armatures à haute adhérence

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Acier } F_e F_{40A} \\ \sigma_{en} = \sigma'_{en} \left\{ \begin{array}{l} 4200 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi \leq 20 \\ 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi > 20 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

- Cadres et étriers :

armatures à haute adhérence : $\sigma_{en} = \sigma'_{en} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

CARACTERISTIQUES DU BETON NECESSAIRES A LA JUSTIFICATION DE LA

PRECONTRAINTE :

1. Résistance Nominale :

à la compression : On prend $\sigma_n = \sigma_{28} = 3000 \text{ t/m}^2$

à la traction : ——— $\sigma'_n = \sigma'_{28} = 70 + 0,06 \sigma_{28} = 250 \text{ t/m}^2$

2. Contraintes admissibles :

- Contrainte de compression admissible en service : $\bar{\sigma} = 0,42 \sigma_n = 1260 \text{ t/m}^2$

- Contrainte de compression admissible en période de construction : $\bar{\sigma}_j = 0,55 \sigma_j$

pour un âge supérieur à 20j, on prend $\sigma_j = \sigma_{28} = 3000 \text{ t/m}^2$

A la première mise en précontrainte (décintrement), on pose : $\sigma_j = 2800 \text{ t/m}^2$, d'où

à la mise en précontrainte : $\bar{\sigma} = 0,55 \times 2800 = 1540 \text{ t/m}^2$

- Contrainte de traction admissible :

$\bar{\sigma}' = 0$ (On n'admet aucune traction dans le béton \rightarrow supposé non fissuré).

3. Déformation du béton sous charges de courtes durées :

- Module de déformation longitudinale :

A la mise en précontrainte : $E_i = 210000 \sqrt{\sigma_j} = 210000 \sqrt{280} = 3513972,1 \text{ t/m}^2$

En service : $E_i = 210000 \sqrt{\sigma_j} = 210000 \sqrt{300} = 3637306,7 \text{ t/m}^2$

- Coefficient de poisson : $\nu = 0,20$

4. Déformations différées du béton :

- Retrait : $\frac{\Delta \ell}{\ell} = 3 \cdot 10^{-4}$

- Flage :

- Le module de déformation différée est pris égal à $\frac{1}{3} E_i$

$$E_v = \frac{1}{3} E_i = 70000 \sqrt{300} = 1212435,6 \text{ t/m}^2$$

On admet que la déformation instantanée est la moitié de la déformation due au fluage seul.

- le module d'élasticité dû au fluage est donné par : $E_p = \frac{210000}{2} \sqrt{300} = 181853,3 \text{ t/m}^2$

5 - Caractéristiques des armatures de précontrainte :

Les câbles utilisés sont du type 7T15, 2III TBR DYWIDAG

- Module d'élasticité : $E_a = 2.10^7 \text{ t/m}^2$

- Contrainte de rupture garantie : $R_G = 185000 \text{ t/m}^2$

- Contrainte caractéristique de déformation garantie : $T_G = 0,8 R_G = 148000 \text{ t/m}^2$

- Section utile d'un câble : $\omega = 973 \text{ mm}^2$

- Diamètre intérieur de la gaine : $\phi_i = 60 \text{ mm}$

- Diamètre extérieur de la gaine : $\phi_e = 66 \text{ mm}$

- Coefficient de frottement : $f = 0,18$

- Perte de tension relative par mètre : $\varphi = 0,002$

- Perte par blocage d'ancrage : $g = 9 \text{ mm}$

- Rayon de courbure minimum : $R_{\min} = 5 \text{ m}$

- Relaxation à $1000 \text{ h} = 0,0300$

- Relaxation à $3000 \text{ h} = 0,0720$

- Câbles de type actif-actif (tendus par les 2 extrémités)

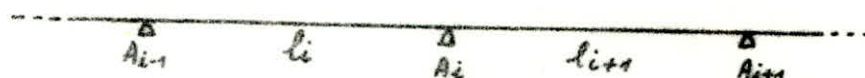
LIGNES D'INFLUENCE

I. DEFINITION:

Une ligne d'influence est le lieu géométrique des points donnant la valeur d'un effet pour une section donnée (constante) quand la charge se déplace.

II. POUTRES CONTINUES: (Rappels).

1. Moments sur appuis:



L'utilisation de l'équation des 3 moments permet de calculer les moments au droit des appuis A_{i-1} , A_i , et A_{i+1} , tels que:

$$b_i \cdot M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} \cdot M_{i+1} = w'_{i+1} - w''_i + R_{i+1} - R_i$$

avec: a_i, b_i, c_i : désignant les constantes mécaniques ou coefficients de souplesse de la $i^{\text{ème}}$ travée, données par:

$$a_i = \int_0^{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{EI_i} + \left[\frac{1}{l_i^3} \int_0^{l_i} \frac{dx}{G \cdot S_{x,i}} \right]$$

$$b_i = \int_0^{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \frac{x}{l_i} \frac{dx}{EI_i} - \left[\frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{dx}{G \cdot S_{x,i}} \right]$$

$$c_i = \int_0^{l_i} \left(\frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{EI_i} + \left[\frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{dx}{G \cdot S_{x,i}} \right]$$

L'expression $\left[\frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{dx}{G \cdot S_{x,i}} \right]$ représentant les déformations dues à l'effort tranchant peut être négligée (dans le cas où $\frac{l_i}{h} > 10$).

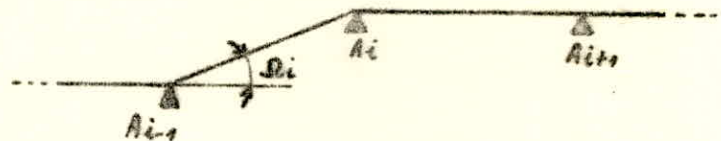
w'_i et w''_i désignent les rotations de gauche, respectivement de droite des sections extrêmes de la travée A_{i-1}, A_i . Elles sont définies par:

$$w'_i = - \int_0^{l_i} \mu_i \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \frac{dx}{EI_i} + \left[\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \tau_i \cdot \frac{dx}{G \cdot S_{x,i}} \right]$$

$$w_i'' = + \int_0^{l_i} M_i \left(\frac{x}{l_i} \right) \frac{dx}{EI_i} + \left[\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \xi_i \frac{dx}{G \cdot \xi_{i,i}} \right]$$

- α_i et α_{i+1} sont les angles de dénivellation correspondant respectivement aux appuis $A_{i-1}A_i$ et A_iA_{i+1} . La structure étant hyperstatique, la dénivellation d'appuis entraîne des efforts tranchants et des moments fléchissants dans la poutre. Ils sont donnés par :

$$\alpha_i = \frac{V_i - V_{i-1}}{l_i}$$



- V_i sont les dénivellations résultant de la superposition des moments sur appuis causés par les dénivellations élémentaires pour lesquelles : $\alpha_i \neq 0$.

2. Méthode des foyers :

- a - Foyers de gauche : Ce sont les points de moment nul, ils sont obtenus, en considérant la poutre soumise uniquement à un couple de charges verticales dans la section d'appui de rive A_n , qui provoque un moment fléchissant M_n . Leur position ne dépend que des caractéristiques de la poutre. En posant : $\varphi_i = - \frac{M_{i-1}}{M_i}$, les équations des 3 moments dont les seconds membres sont nuls du fait de la considération précédente (poutre droite), propres à chacun des appuis intermédiaires seront :

$$\text{avec } M_0 = 0 \Rightarrow \varphi_1 = - \frac{M_0}{M_1} = 0$$

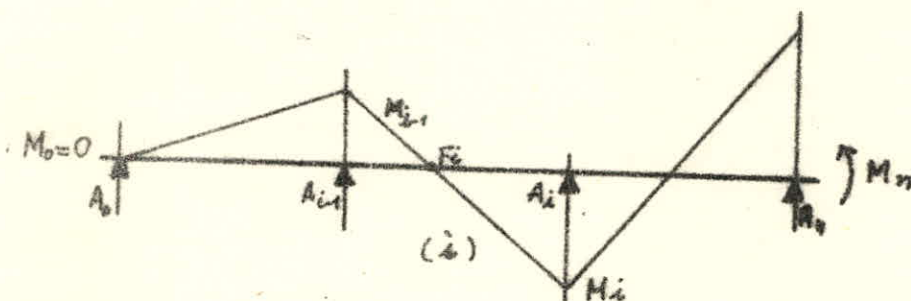
Appui 1	$C_1 + a_2 - \frac{b_2}{\varphi_2} = 0 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{b_2}{C_1 + a_2}$
Appui i	$-b_i \varphi_i + C_i + a_{i+1} - \frac{b_{i+1}}{\varphi_{i+1}} = 0 \Rightarrow \varphi_{i+1} = \frac{b_{i+1}}{C_i + a_{i+1} - b_i \varphi_i}$
Appui n	$-b_{n-1} \varphi_{n-1} + C_{n-1} + a_n - \frac{b_n}{\varphi_n} = 0 \Rightarrow \varphi_n = \frac{b_n}{C_{n-1} + a_n - b_{n-1} \varphi_{n-1}}$

d'où à partir de φ_2 , on détermine par récurrence toutes les valeurs de φ qui ne dépendent que des caractéristiques mécaniques des diverses travées de la poutre.

Les valeurs de φ sont telles que: $0 \leq \varphi \leq 1$

La poutre ne subissant aucune charge, la ligne représentative du moment est constituée dans chaque travée, par un segment de droite ($\mu_x = 0$), qui rencontre la ligne de référence au point F_i tel que:

$$\frac{\overline{A_{i-1} F_i}}{\overline{F_i A_i}} = - \frac{M_{i-1}}{M_i} = \varphi_i \quad \text{où } F_i = \text{foyer de gauche de la travée } i$$

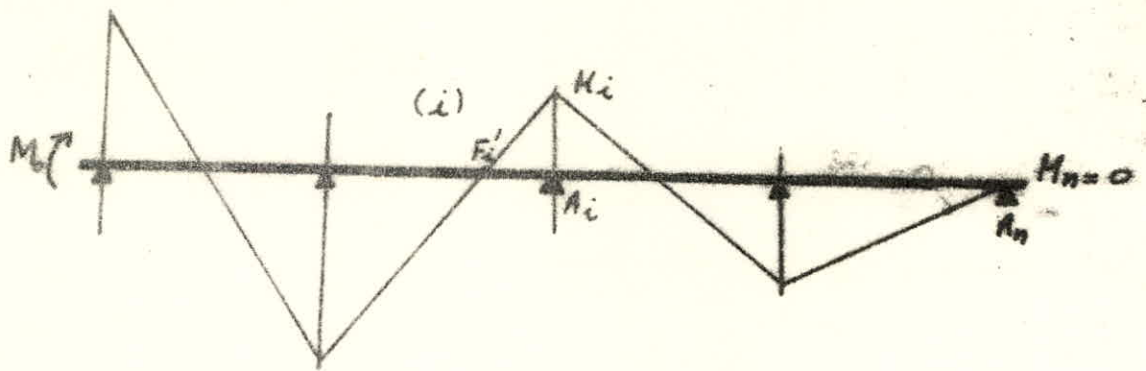


— b. Foyers de droite: Les foyers de droite notés: F'_i , sont les points de moment nul de la poutre continue. Ils sont obtenus en parcourant la poutre continue de droite à gauche et définis en appliquant un couple dans la section d'appui de gauche A_0 , dans chaque travée et ne dépendent que des caractéristiques de la poutre, tels que:

$$\varphi'_i = - \frac{M_i}{M_{i-1}} = \frac{\overline{F'_i A_i}}{\overline{A_{i-1} F'_i}}$$

$$\varphi'_{n-1} = \frac{b_{n-1}}{c_{n-1} + a_n - b_n \cdot \varphi'_n} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \varphi'_n = 0 \\ \varphi'_{n-1} = \frac{b_{n-1}}{c_{n-1} + a_n} \end{cases} \quad \text{d'où:}$$

$$\varphi'_i = \frac{b_i}{c_i + a_{i+1} - b_{i+1} \cdot \varphi'_{i+1}}$$



- C. Evaluation des moments sur appuis à partir de φ et φ' :

Les moments correspondant aux différentes sections d'appuis, en considérant que la poutre continue est sollicitée uniquement par les charges appliquées dans la travée i , sont donnés par :

$$\left| \begin{array}{l} M_{i-2} = -\varphi_{i-1} \cdot M_{i-1} \\ M_{i-1} = \frac{1}{b_i} \cdot \frac{(\frac{1}{\varphi_i} \cdot \omega_i' + \omega_i'')}{(\frac{1}{\varphi_i \cdot \varphi_i} - 1)} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} M_i = \frac{1}{b_i} \cdot \frac{(\omega_i' + \frac{1}{\varphi_i} \omega_i'')}{(\frac{1}{\varphi_i \cdot \varphi_i} - 1)} \\ M_{i+1} = -\varphi_{i+1} \cdot M_i \end{array} \right|$$

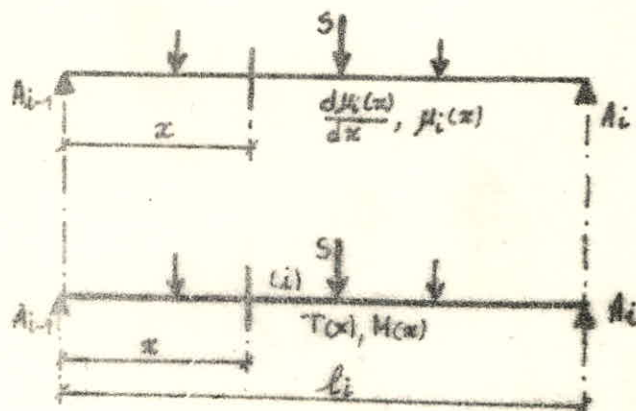
3- Evaluation des efforts en travée :

Le moment fléchissant dans une section d'abscisse x , dans la travée i est donné par : $M(x) = \mu_i(x) + M_{i-1} (1 - \frac{x}{l_i}) + M_i \cdot \frac{x}{l_i}$

L'effort tranchant correspondant à cette même travée est :

$$T(x) = \frac{d\mu_i(x)}{dx} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i}$$

avec $\frac{d\mu_i(x)}{dx}$ et $\mu_i(x)$ désignant l'effort tranchant et le moment fléchissant dans la section d'abscisse x de la poutre droite (A_{i-1}, A_i) simplement appuyée.



III. LIGNES D'INFLUENCE :

1. Ligne d'influence du moment sur appui :

- a. Travée i :

Le moment fléchissant $M_i(\alpha)$ produit dans la section sur appui A_i par une charge unitaire d'abscisse α agissant dans la travée i sera :

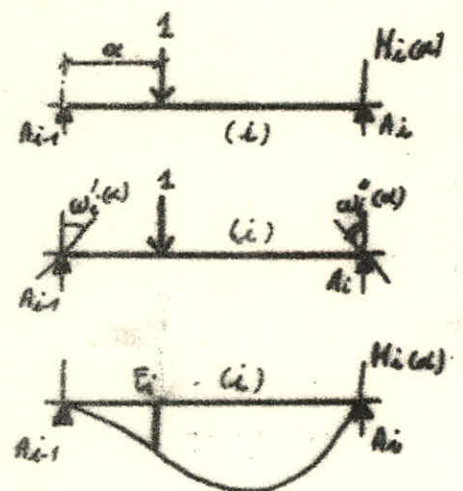
$$M_i(\alpha) = - \frac{1}{b_i \left(\frac{1}{e_i e_i'} - 1 \right)} \left[w_i'(\alpha) + \frac{1}{e_i} w_i''(\alpha) \right]$$

où $w_i'(\alpha)$ et $w_i''(\alpha)$ sont les rotations des sections sur appuis de la poutre droite (A_{i-1}, A_i) simplement appuyée et soumise à la charge unitaire d'abscisse α .

$$w_i'(\alpha) = - \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \left(1 - \frac{x}{l_i} \right) \frac{dx}{EI_i}$$

$$w_i''(\alpha) = + \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \cdot \frac{x}{l_i} \cdot \frac{dx}{EI_i}$$

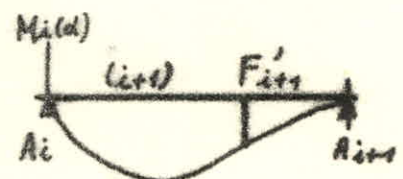
La ligne d'influence $M_i(\alpha)$ présente dans la travée i , un point d'inflexion au droit du foyer de gauche F_i et que sa concavité est tournée vers le haut à droite de ce point d'inflexion.



- b. Travée i+1 :

La charge unitaire appliquée à la travée $(i+1)$ provoque de même le moment $M_i(\alpha)$ donné par :

$$M_i(\alpha) = \frac{1}{b_{i+1} \left(\frac{1}{e_{i+1} e_{i+1}'} - 1 \right)} \left[\frac{1}{e_{i+1}'} w_{i+1}'(\alpha) + w_{i+1}''(\alpha) \right]$$



De même, la ligne d'influence $M_i(\alpha)$ pour la travée (i+1) présente un point d'inflexion au droit du foyer de droite F'_{i+1} et sa concavité est tournée vers le haut à gauche de ce point d'inflexion.

2. Ligne d'influence du moment fléchissant dans une section Σ d'abscisse x de la travée (i) :

— a - Travée i : charge unité appliquée à la travée i.

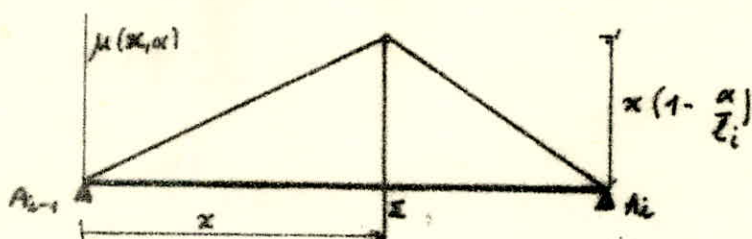
$$M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_{i-1}(\alpha) \cdot \left[1 - \frac{x}{\ell_i}\right] + M_i(\alpha) \cdot \left[\frac{x}{\ell_i}\right]$$

avec :

$\mu(x, \alpha)$ = Ligne d'influence du moment fléchissant dans la section d'abscisse x de la poutre $A_{i-1}A_i$ simplement appuyée, tel que :

$$\text{si : } x > \alpha \rightarrow \mu(x, \alpha) = \alpha \left(1 - \frac{x}{\ell_i}\right)$$

$$x < \alpha \rightarrow \mu(x, \alpha) = x \left(1 - \frac{\alpha}{\ell_i}\right)$$



— b - Charge unité non appliquée à la travée i :

La charge est appliquée hors de la travée i, On aura donc : $\mu = 0 \rightarrow$

La ligne d'influence devient :

$$M(x, \alpha) = M_{i-1}(\alpha) \cdot \left[1 - \frac{x}{\ell_i}\right] + M_i(\alpha) \cdot \left[\frac{x}{\ell_i}\right]$$

Pour cela 2 cas se présentent suivant que la charge unité est appliquée à gauche ou à droite de la travée i c'est à dire avant (A_{i-1}) ou après (A_i)

* à gauche de la travée i :

$$M_{i-1}(\alpha) = \frac{1}{\ell_i} \cdot M_i(\alpha) \Rightarrow M(x, \alpha) = M_i(\alpha) \left[\frac{x}{\ell_i} \left(1 + \frac{1}{\ell_i}\right) - \frac{1}{\ell_i} \right]$$

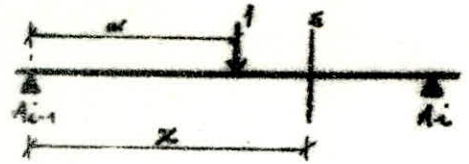
* à droite de la travée i :

$$M_{i-1}(\alpha) = \ell_i \cdot M_i(\alpha) \Rightarrow M(x, \alpha) = M_i(\alpha) \cdot \left[\frac{x}{\ell_i} (1 + \ell_i) - \ell_i \right]$$

3. Ligne d'influence de l'effort tranchant $T(x, \alpha)$ dans une section Σ d'abscisse x de la travée i :

— a. — La charge unité d'abscisse α est appliquée à la travée i :

$$T(x, \alpha) = \frac{dM(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_i(\alpha) - M_{i-1}(\alpha)}{l_i}$$



— b. — La charge unité est appliquée à d'autres travées :

Hors de la travée i , on a : $\frac{dM(x, \alpha)}{dx} = 0 \Rightarrow$ d'où :

$$T(x, \alpha) = \frac{1}{l_i} [M_i(\alpha) - M_{i-1}(\alpha)] = \frac{1}{l_i} \left(1 + \frac{1}{e_i}\right) M_i(\alpha)$$

avec : $M_{i-1}(\alpha) = -\frac{1}{e_i} M_i(\alpha)$.

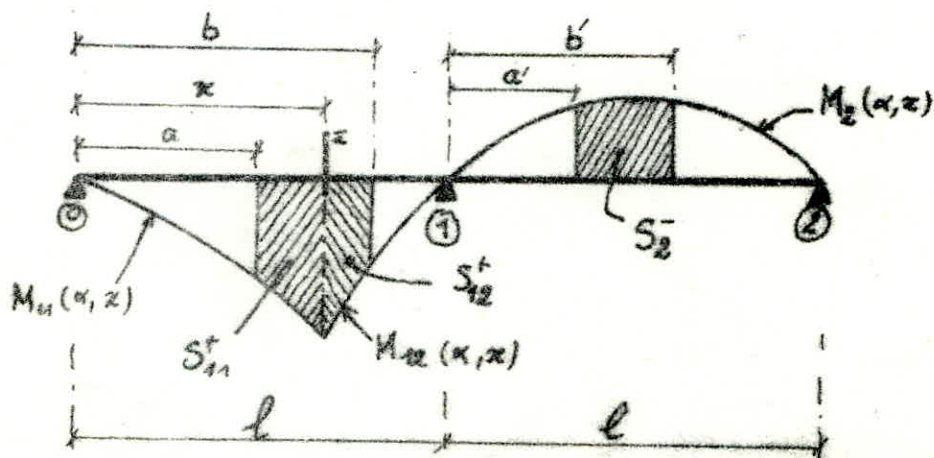
4. Ligne d'influence d'une réaction d'appui :

Au droit d'un appui situé entre 2 sections Σ_i et Σ_{i+1} , au niveau desquelles, respectivement $T_i(\alpha)$ et $T_{i+1}(\alpha)$ sont représentés par les lignes d'influence de l'effort tranchant, la réaction est donnée par :

$$R_i(\alpha) = T_{i+1}(\alpha) - T_i(\alpha)$$

5. Calcul des aires d'influence des moments fléchissants :

Nous envisageons le cas d'une poutre à 2 travées égales :



* Travée (0-1) :

$$S_1^+ = S_{11}^+ + S_{12}^+ \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} S_{11}^+ = \int_a^x M_{11}(\alpha, x) d\alpha \\ S_{12}^+ = \int_x^b M_{12}(\alpha, x) d\alpha \end{cases} \quad \text{d'où :}$$

$$S_1^+ = \int_a^x M_{11}(\alpha, x) d\alpha + \int_x^b M_{12}(\alpha, x) d\alpha$$

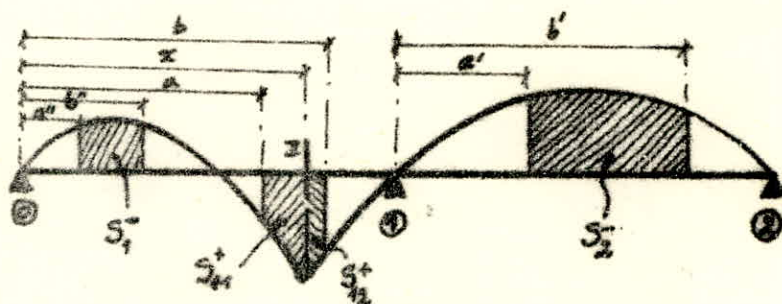
* Travée (1-2) : $S_2^- = \int_{a'}^{b'} M_2(\alpha, x) d\alpha$

On obtiendra l'aire correspondante à toute la travée dans le cas où : $\begin{cases} a=0 \\ b=l \end{cases}$ pour la travée (0-1) et $\begin{cases} a'=0 \\ b'=l \end{cases}$ pour la travée (1-2).

Cas particulier :

- Cas où la section d'abscisse x est à droite du foyer de droite de la première travée. L'aire d'influence négative du moment fléchissant dans la travée (0-1) est donnée par :

$$S_1^- = \int_{a''}^{b''} M_1(\alpha, x) d\alpha$$



III. APPLICATION : (à l'étude du Projet)

L'ouvrage à étudier est un pont composé d'une poutre droite continue à deux travées égales de longueur $l = 25,4 \text{ m}$ chacune, hyperstatique d'ordre un (reposant sur 3 appuis). Cette poutre continue étant rapportée à sa fibre moyenne. Les rotations dues aux dénivellations d'appuis sont négligeables devant celles dues à une surcharge élémentaire, ce qui nous permet de considérer la poutre horizontale.



1. Constantes mécaniques:

Comme les déformations dues à l'effort tranchant peuvent être négligées, car $\frac{l}{h} > 10$, les constantes a_i , b_i et c_i seront réduites à leurs simples expressions données

par :

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = a = \frac{l}{3EI} \\ b_1 = b_2 = b = \frac{l}{6EI} \\ c_1 = c_2 = c = \frac{l}{3EI} \end{cases}$$

2. Foyers:

* Foyers de gauche:

$$\begin{cases} \varphi_1 = - \frac{M_0}{H_1} = 0 \quad \text{car } M_0 = 0 \\ \varphi_2 = \frac{b}{c+a} = \frac{l/6EI}{2(l/3EI)} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

* Foyers de droite:

$$\begin{cases} \varphi'_1 = \frac{b}{c+a} = \frac{1}{4} \\ \varphi'_2 = - \frac{M_2}{H_1} = 0 \quad \text{car } M_2 = 0 \end{cases}$$

3. Rotations des sections d'extrémités de la travée libre:

Comme pour les constantes mécaniques, les déformations dues à l'effort tranchant sont négligées pour la détermination des rotations $\omega(\alpha)$ et $\omega''(\alpha)$ données par :

* Rotations de gauche: $\omega'(\alpha) = - \frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{6EI l}$

* Rotations de droite: $\omega''(\alpha) = \frac{\alpha(l+\alpha)(l-\alpha)}{6EI l}$

IV A- LIGNES D'INFLUENCE DES MOMENTS FLECHISSANTS:

1. Fonction d'influence du Moment fléchissant sur l'appui 1:

- a - Charge unité appliquée à la travée (0-1):

La charge unité appliquée à la travée (0-1) provoque une rotation des sections sur l'appui de cette travée simplement appuyée.

Le moment sera donc:



$$M_1(\alpha) = \frac{\varphi_1 \cdot \omega''_1(\alpha)}{b_1} = - \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha(l-\alpha)(l+\alpha)}{6EI \cdot l} \cdot \frac{6EI}{l} = - \frac{\alpha(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$$

- b. Charge unité appliquée à la travée (1-2) :

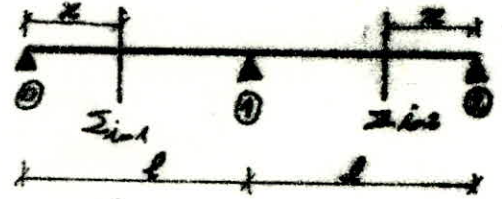
De même, on aura :

$$M_1(\alpha) = - \frac{l_2 \cdot \omega_2(\alpha)}{b_2} = - \alpha \cdot \frac{(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2}$$



2. Fonction d'influence du moment fléchissant pour une section Σ_i située à x_i de l'appui :

Comme les 2 travées sont égales et de même section, on observe une symétrie entre la ligne d'influence pour la section



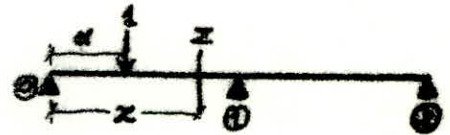
$\Sigma_{i=1}$ de la travée (0-1) et celle de la section $\Sigma_{i=2}$ de la travée (1-2) par rapport à l'appui intermédiaire.

- a. Charge unité appliquée à la travée (0-1) :

$$M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_0(\alpha) \left[1 - \frac{x}{l} \right] + M_1(\alpha) \left[\frac{x}{l} \right]$$

$$M_0 = 0$$

$$M_1(\alpha) = - \alpha \cdot \frac{(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$$



$$\mu(x, \alpha) = \left(1 - \frac{x}{l} \right) \alpha \rightarrow 0 \leq \alpha \leq x$$

$$\mu(x, \alpha) = \left(1 - \frac{\alpha}{l} \right) x \rightarrow x \leq \alpha \leq l$$

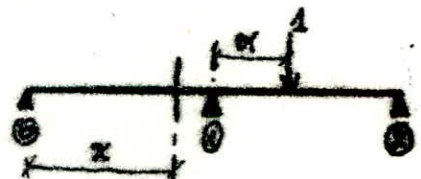
La fonction d'influence sera donnée par :

$$M(x, \alpha) = \alpha \cdot \frac{(4l^3 - 5l^2x + \alpha^2x)}{4l^3} \rightarrow 0 \leq \alpha \leq x$$

$$M(x, \alpha) = x \cdot \frac{(4l^3 - 5l^2\alpha + \alpha^3)}{4l^3} \rightarrow x \leq \alpha \leq l$$

- b. Charge unité appliquée à la travée (1-2) :

Dans ce cas la ligne d'influence du moment fléchissant dans la section d'abscisse x (pour la travée (0-1)) sera nul : $\mu(x, \alpha) = 0$



$$M_1(\alpha) = - \alpha \cdot \frac{(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2}$$

la fonction d'influence sera donc : $M(x, \alpha) = - \alpha \frac{(l-\alpha)(2l-\alpha)x}{4l^3}$

IV_B - LIGNES D'INFLUENCE DES EFFORTS TRANCHANTS:

1- Ligne d'influence de l'effort tranchant dans une section Σ de la travée (0-1)
située à x de l'appui (0):

- a - Charge unité appliquée à la travée (0-1):

$$T(x, \alpha) = \frac{dM}{dx}(x, \alpha) = \frac{d\mu}{dx}(x, \alpha) + \frac{M_1(\alpha) - M_0(\alpha)}{l}$$

$$\text{on: } M_0(\alpha) = 0$$

$$M_1(\alpha) = -\alpha \cdot \frac{(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}, \text{ d'où:}$$

$$\text{si } 0 \leq \alpha \leq x \rightarrow \mu(x, \alpha) = \frac{\alpha}{l}(l-x) \rightarrow T(x, \alpha) = \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}$$

$$\text{si } x \leq \alpha \leq l \rightarrow \mu(x, \alpha) = (1 - \frac{\alpha}{l})x \rightarrow T(x, \alpha) = 1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}$$

- b - Charge unité appliquée à la travée (1-2):

Dans ce cas: $\mu(x, \alpha) = 0$,

$$T(x, \alpha) = \frac{M_1(\alpha) - M_0(\alpha)}{l} \text{ avec } \begin{cases} M_0(\alpha) = 0 \\ M_1(\alpha) = -\alpha \cdot \frac{(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2} \end{cases}$$

$$\text{donc: } T(x, \alpha) = -\alpha \cdot \frac{(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^3} = \frac{3l\alpha^2 - 2\alpha l^2 - \alpha^3}{4l^3}$$

2- Ligne d'influence de l'effort tranchant dans une section Σ de la travée (1-2)
située à une distance x de l'appui (1):

- a - Charge unité appliquée à la travée (0-1):

$$\left. \begin{aligned} T(x, \alpha) &= \frac{dM}{d\alpha}(x, \alpha) + \frac{M_2(\alpha) - M_1(\alpha)}{l} \\ M_2(\alpha) &= 0 \\ \mu(x, \alpha) &= 0 \\ M_1(\alpha) &= -\alpha \cdot \frac{(l^2 - \alpha^2)}{4l^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T(x, \alpha) = -\frac{(\alpha^3 - \alpha l^2)}{4l^3}$$

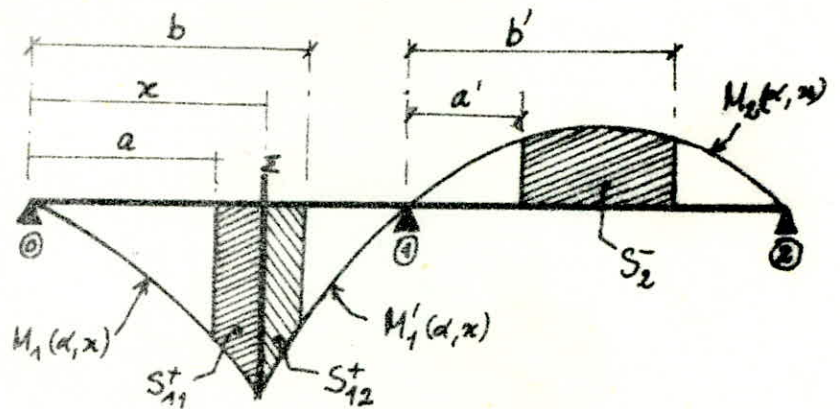
- b - Charge unité appliquée à la travée (1-2):

$$\text{si } 0 \leq \alpha \leq x \rightarrow T(x, \alpha) = \frac{\alpha^3 - 2\alpha l^2 - 3l\alpha^2}{4l^3}$$

$$\text{si } x \leq \alpha \leq l \rightarrow T(x, \alpha) = 1 + \frac{\alpha^3 - 2\alpha l^2 - 3l\alpha^2}{4l^3}$$

3. Aires des lignes d'influence :

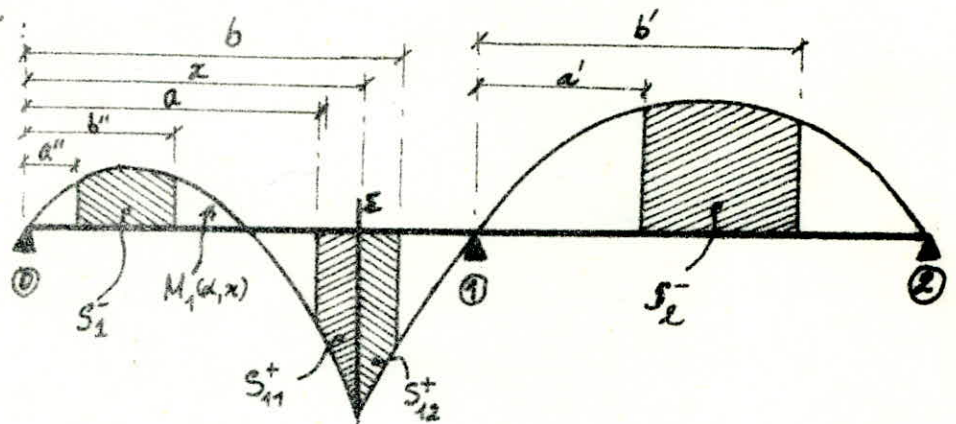
$$S_1^+ = S_{11}^+ + S_{12}^+$$



$$S_1^+ = -\frac{x^2 + a^2}{2} + \frac{5x}{8l}(a^2 - b^2) - \frac{x}{16l^3}(a^4 - b^4) + x \cdot b$$

$$S_2^- = -\frac{x}{4l^3}[(b^2 - a^2)l^2 - (b^3 - a^3)l + \frac{b^4 - a^4}{4}]$$

Cas particulier :



$$\left. \begin{array}{l} S_1^+ = S_{11}^+ + S_{12}^+ \\ S_2^- \end{array} \right\} \text{ même expressions que précédemment.}$$

$$S_1^- = \int_{a''}^{b''} M_z(a, x) dx = \left(\frac{1}{2} - \frac{5x}{8l} \right) (b''^2 - a''^2) + \frac{x}{16l^3} (b''^4 - a''^4)$$

$$\text{Foyers de gauche : } \begin{cases} \varphi_1 = 0 \\ \varphi_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Foyers de droite : } \begin{cases} \varphi_1' = \frac{1}{2} \\ \varphi_2' = 0 \end{cases}$$

Les aires correspondantes à la ligne d'influence des moments fléchissants sur appuis sont obtenues en remplaçant dans l'une ou l'autre des formules précédentes a par zéro et b par l. Les aires sont toutes négatives.

* le cas particulier est obtenu pour les sections Z d'abscisses 0,85 l à 0,95 l avec un pas de 0,05 l. soit [0,85 l - 0,90 l - 0,95 l]

Lignes d'Influence des Moments Fléchissants

$x = 0,05 \ell$

α	0,00	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
Trav.																					
0-1	0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,66	0,77	0,88	0,99	1,10	1,21	1,32	1,43	1,54	1,65	1,76	1,87	1,98	2,09	2,20
1-2	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80	0,88	0,96	1,04	1,12	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52	1,60

$x = 0,1 \ell$

α	0,00	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
Trav.																					
0-1	0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,66	0,77	0,88	0,99	1,10	1,21	1,32	1,43	1,54	1,65	1,76	1,87	1,98	2,09	2,20
1-2	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80	0,88	0,96	1,04	1,12	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52	1,60

$x = 0,15 \ell$

α	0,00	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
Trav.																					
0-1	0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,66	0,77	0,88	0,99	1,10	1,21	1,32	1,43	1,54	1,65	1,76	1,87	1,98	2,09	2,20
1-2	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80	0,88	0,96	1,04	1,12	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52	1,60

$x = 0,2 \ell$

α	0,00	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
Trav.																					
0-1	0,00	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,66	0,77	0,88	0,99	1,10	1,21	1,32	1,43	1,54	1,65	1,76	1,87	1,98	2,09	2,20
1-2	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80	0,88	0,96	1,04	1,12	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52	1,60

$x = 0,25$

α	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Trav.																					
0-1	0,00	0,833	1,747	2,644	3,505	4,390	5,208	6,063	6,956	7,838	8,719	9,593	10,466	11,334	12,198	13,056	13,908	14,754	15,595	16,430	17,259
1-2	0,00	-0,470	-0,975	-1,475	-1,972	-2,459	-2,932	-3,393	-3,841	-4,276	-4,700	-5,113	-5,515	-5,907	-6,289	-6,662	-7,027	-7,384	-7,733	-8,075	-8,410

$x = 0,30$

α	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Trav.																					
0-1	0,00	0,894	1,894	2,894	3,894	4,894	5,894	6,894	7,894	8,894	9,894	10,894	11,894	12,894	13,894	14,894	15,894	16,894	17,894	18,894	19,894
1-2	0,00	-0,136	-0,268	-0,403	-0,540	-0,678	-0,817	-0,957	-1,098	-1,239	-1,381	-1,523	-1,665	-1,807	-1,950	-2,093	-2,236	-2,379	-2,522	-2,665	-2,808

$x = 0,35$

α	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Trav.																					
0-1	0,00	0,714	1,431	2,150	2,873	3,600	4,331	5,066	5,804	6,545	7,289	8,036	8,786	9,539	10,294	11,051	11,810	12,571	13,334	14,100	14,868
1-2	0,00	-0,305	-0,380	-0,454	-0,528	-0,602	-0,676	-0,750	-0,824	-0,898	-0,972	-1,046	-1,120	-1,194	-1,268	-1,342	-1,416	-1,490	-1,564	-1,638	-1,712

$x = 0,40$

α	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
Trav.																					
0-1	0,00	0,635	1,273	1,913	2,563	3,214	3,866	4,519	5,172	5,826	6,480	7,134	7,788	8,442	9,096	9,750	10,404	11,058	11,712	12,366	13,020
1-2	0,00	-0,235	-0,434	-0,591	-0,750	-0,909	-1,068	-1,227	-1,386	-1,545	-1,704	-1,863	-2,022	-2,181	-2,340	-2,499	-2,658	-2,817	-2,976	-3,135	-3,294

$x = 0.452$

α	0.002	0.052	0.102	0.152	0.202	0.252	0.302	0.352	0.42	0.452	0.52	0.552	0.62	0.652	0.72	0.752	0.82	0.852	0.92	0.952	ρ
Trav.																					
0-1	0.00	0.560	1.144	1.675	2.154	2.578	2.949	3.261	3.519	3.726	3.884	3.993	4.054	4.067	4.033	3.958	3.836	3.671	3.465	3.218	2.936
1-2	0.00	0.264	0.886	1.570	2.215	2.828	3.409	3.949	4.439	4.873	5.261	5.595	5.872	6.091	6.253	6.367	6.436	6.460	6.440	6.374	6.271

$x = 0.502$

α	0.002	0.052	0.102	0.152	0.202	0.252	0.32	0.352	0.42	0.452	0.52	0.552	0.62	0.652	0.72	0.752	0.82	0.852	0.92	0.952	ρ
Trav.																					
0-1	0.00	0.466	0.957	1.439	1.904	2.358	2.793	3.209	3.606	3.985	4.346	4.690	5.018	5.329	5.625	5.908	6.179	6.438	6.685	6.921	7.146
1-2	0.00	0.294	0.829	1.349	1.854	2.344	2.818	3.275	3.716	4.132	4.524	4.893	5.240	5.566	5.873	6.161	6.430	6.679	6.908	7.117	7.306

$x = 0.552$

α	0.002	0.052	0.102	0.152	0.202	0.252	0.32	0.352	0.42	0.452	0.52	0.552	0.62	0.652	0.72	0.752	0.82	0.852	0.92	0.952	ρ
Trav.																					
0-1	0.00	0.397	0.797	1.204	1.615	2.038	2.473	2.929	3.398	3.891	4.403	4.946	5.519	6.122	6.755	7.418	8.111	8.834	9.587	10.370	11.183
1-2	0.00	0.235	0.635	1.037	1.444	1.868	2.308	2.764	3.235	3.721	4.223	4.742	5.279	5.834	6.407	6.998	7.606	8.232	8.877	9.542	10.227

$x = 0.602$

α	0.002	0.052	0.102	0.152	0.202	0.252	0.32	0.352	0.42	0.452	0.52	0.552	0.62	0.652	0.72	0.752	0.82	0.852	0.92	0.952	ρ
Trav.																					
0-1	0.00	0.318	0.618	0.918	1.218	1.518	1.818	2.118	2.418	2.718	3.018	3.318	3.618	3.918	4.218	4.518	4.818	5.118	5.418	5.718	6.018
1-2	0.00	0.180	0.480	0.780	1.080	1.380	1.680	1.980	2.280	2.580	2.880	3.180	3.480	3.780	4.080	4.380	4.680	4.980	5.280	5.580	5.880

$x = 0.65L$

$\frac{M}{T_{max}}$	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500	0.550	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800	0.850	0.900	0.950	1.000
0-1	0.000	0.2386	0.4804	0.7213	0.9585	1.1857	1.4000	1.6018	1.7904	1.9650	2.1258	2.2732	2.4071	2.5278	2.6355	2.7308	2.8135	2.8838	2.9415	2.9868	3.0200
1-2	0.000	-0.3823	-0.7638	-1.1320	-1.4855	-1.8218	-2.1395	-2.4378	-2.7150	-2.9713	-3.2068	-3.4215	-3.6158	-3.7898	-3.9435	-4.0768	-4.1895	-4.2818	-4.3535	-4.4058	-4.4480

$x = 0.70L$

$\frac{M}{T_{max}}$	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500	0.550	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800	0.850	0.900	0.950	1.000
0-1	0.000	0.2593	0.5219	0.7843	1.0366	1.2785	1.5095	1.7198	1.9095	2.0788	2.2271	2.3545	2.4608	2.5465	2.6118	2.6571	2.6835	2.6918	2.6835	2.6588	2.6175
1-2	0.000	-0.4472	-0.8941	-1.3405	-1.7868	-2.2325	-2.6785	-3.1248	-3.5713	-4.0180	-4.4645	-4.9108	-5.3571	-5.8035	-6.2498	-6.6961	-7.1425	-7.5888	-8.0351	-8.4815	-8.9278

$x = 0.75L$

$\frac{M}{T_{max}}$	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500	0.550	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800	0.850	0.900	0.950	1.000
0-1	0.000	0.2800	0.5695	0.8542	1.1334	1.4071	1.6758	1.9395	2.1988	2.4541	2.7058	2.9541	3.1995	3.4418	3.6808	3.9165	4.1488	4.3771	4.5915	4.7928	4.9810
1-2	0.000	-0.4644	-0.9288	-1.3934	-1.8580	-2.3225	-2.7871	-3.2518	-3.7165	-4.1811	-4.6458	-5.1105	-5.5751	-6.0398	-6.5045	-6.9691	-7.4338	-7.8985	-8.3631	-8.8278	-9.2925

$x = 0.80L$

$\frac{M}{T_{max}}$	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300	0.350	0.400	0.450	0.500	0.550	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800	0.850	0.900	0.950	1.000
0-1	0.000	0.3006	0.6011	0.8971	1.1880	1.4734	1.7538	2.0295	2.3008	2.5681	2.8315	3.0918	3.3491	3.6035	3.8548	4.1031	4.3485	4.5918	4.8331	5.0725	5.3100
1-2	0.000	-0.4705	-0.9409	-1.4113	-1.8817	-2.3521	-2.8225	-3.2930	-3.7634	-4.2338	-4.7042	-5.1746	-5.6450	-6.1154	-6.5858	-7.0562	-7.5266	-7.9970	-8.4674	-8.9378	-9.4082

$x = 0.85$

α	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	ℓ
Trav.																					
0-1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1-2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$x = 0.90$

α	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	ℓ
Trav.																					
0-1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1-2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$x = 0.95$

α	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	ℓ
Trav.																					
0-1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1-2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$x = 1$

α	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	ℓ
Trav.																					
0-1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1-2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Lignes d'Influence des Efforts Tranchants et des Réactions d'Appuis

Effort tranchant et Réaction d'appui 0 :

Trav. \ α	0,00l	0,05l	0,10l	0,15l	0,2l	0,25l	0,3l	0,35l	0,4l	0,45l	0,5l	0,55l	0,6l	0,65l	0,7l	0,75l	0,8l	0,85l	0,9l	0,95l	1l
0-1	+1	0,9375	0,8752	-0,8133	0,7520	0,6914	0,6317	0,5732	0,5160	0,4603	0,4062	0,3541	0,3040	0,2562	0,2107	0,1680	0,1280	0,0910	0,0572	0,0268	0,00
1-2	0,00	-0,0232	-0,0428	-0,0590	-0,0720	-0,0820	-0,0893	-0,0938	-0,0960	-0,0959	-0,0938	-0,0897	-0,0840	-0,0768	-0,0683	-0,0586	-0,0480	-0,0367	-0,0247	-0,0125	0,00

Effort tranchant - Appui 1 :

Trav. \ α	0,00l	0,05l	0,10l	0,15l	0,20l	0,25l	0,30l	0,35l	0,40l	0,45l	0,50l	0,55l	0,60l	0,65l	0,70l	0,75l	0,80l	0,85l	0,90l	0,95l	1l
0-1	0,00	-0,0624	-0,1247	-0,1866	-0,2480	-0,3086	-0,3683	-0,4268	-0,4840	-0,5397	-0,5938	-0,6459	-0,6960	-0,7438	-0,7893	-0,8320	-0,8720	-0,9099	-0,9428	-0,9732	-1,00
1-2	0,00	-0,0232	-0,0428	-0,0590	-0,0720	-0,0820	-0,0893	-0,0938	-0,0960	-0,0959	-0,0938	-0,0897	-0,0840	-0,0768	-0,0683	-0,0586	-0,0480	-0,0367	-0,0247	-0,0125	0,00

Réaction d'Appui - Appui 1 :

Trav. \ α	0,00l	0,05l	0,10l	0,15l	0,20l	0,25l	0,30l	0,35l	0,40l	0,45l	0,50l	0,55l	0,60l	0,65l	0,70l	0,75l	0,80l	0,85l	0,90l	0,95l	1l
0-1	0,00	+0,0856	0,1675	0,2456	0,3200	0,3906	0,4576	0,5206	0,5800	0,6356	0,6876	0,7356	0,7800	0,8206	0,8576	0,8906	0,9200	0,9457	0,9675	0,9857	1,00
1-2	1,00	0,9857	0,9675	0,9457	0,9200	0,8906	0,8576	0,8206	0,7800	0,7356	0,6876	0,6356	0,5800	0,5206	0,4576	0,3906	0,3200	0,2456	0,1675	0,0856	0,00

Aires d'Influence totales des Moments Fléchissants
en travées et sur appuis :

Sections	Abscisses cumulées (m)	TRAVÉE 0-1		TRAVÉE 1-2 S_2	Aires totales
		$S_1^- (m^2)$	$S_1^+ (m^2)$		
0,0l	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05l	1,27	"	13,3064	-2,0161	11,2903
0,10l	2,54	"	24,9999	-4,0323	20,9676
0,15l	3,81	"	35,0806	-6,0484	29,0322
0,20l	5,08	"	43,5483	-8,0645	35,4838
0,25l	6,35	"	50,4031	-10,0806	40,3225
0,30l	7,62	"	55,6450	-12,0968	43,5482
0,35l	8,89	"	59,2741	-14,1129	45,1612
0,40l	10,16	"	61,2902	-16,1290	45,1612
0,45l	11,43	"	61,6934	-18,1451	43,5482
0,50l	12,70	"	60,4837	-20,1613	40,3225
0,55l	13,97	"	57,6612	-22,1774	35,4838
0,60l	15,24	"	53,2257	-24,1935	29,0322
0,65l	16,51	"	47,1773	-26,2096	20,9676
0,70l	17,78	"	39,5160	-28,2258	11,2903
0,75l	19,05	"	30,2419	-30,2419	0,00
0,80l	20,32	"	19,3548	-32,2580	-12,9032
0,85l	21,59	-2,9649	9,8187	-34,2741	-27,4203
0,90l	22,86	-11,2007	3,9426	-36,2903	-43,5484
0,95l	24,13	-23,8752	0,8913	-38,3064	-61,2903
1l	25,40	-40,3225	0,00	-40,3225	-80,6450

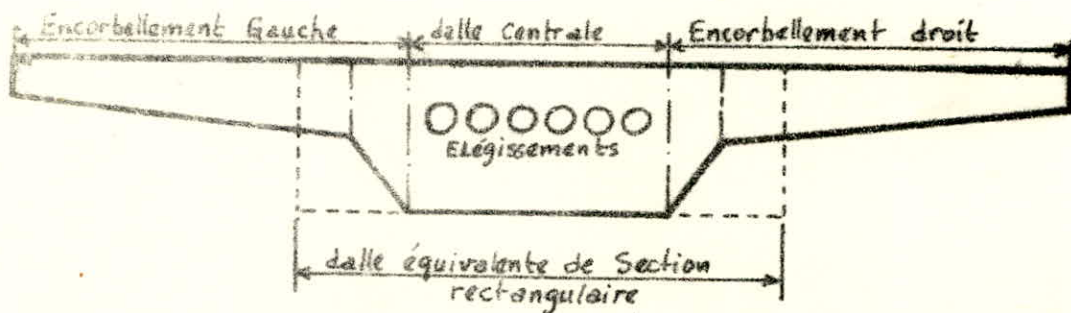
**METHODE DE
GUYON-MASSONNET**

METHODE DE GUYON-MASSONNET

I. PRINCIPES D'ETUDE DES DALLES A LARGES ENCORBELLEMENTS

1. HYPOTHESES DE CALCUL :

Pour des structures présentant de larges encorbellements en coupe transversales, on convient tout d'abord de distinguer deux parties : les encorbellements et la nervure appelée : dalle centrale.



les encorbellements ont pour origine la première discontinuité de l'Intrados en coupe transversale rencontrée à partir de l'axe de la dalle.

Il est alors admis que :

— Les encorbellements travaillent comme des consoles encastrées dans la dalle Centrale, ce qui conduit à négliger l'effet de dalle des encorbellements dans la répartition longitudinale des surcharges lors du calcul des moments fléchissants et des efforts tranchants produits dans les sections d'encastrement par les charges et surcharges placées sur les encorbellements.

— Prise en compte de la participation des encorbellements à la flexion longitudinale ayant pour effet de réduire la torsion dans la dalle.

Pour cela, on considère une "dalle équivalente" de section rectangulaire, de même épaisseur que la dalle Centrale et présentant la même inertie de flexion longitudinale que la structure étudiée, compte tenu de ses encorbellements. Soit $2b$, la largeur droite de la dalle rectangulaire équivalente, cette valeur $2b$ est intermédiaire entre la largeur du tablier (la dalle centrale plus les encorbellements) et la largeur droite de la dalle centrale.

Les excentrement e et y , pour l'application de cette méthode, sont mesurés à partir de l'axe de la dalle équivalente qui constitue "l'axe mécanique" de la structure, et perpendiculaire à cet axe.

2. Chargements appliqués sur la dalle centrale :

En appliquant la théorie de G.M. à la dalle équivalente, les chargements appliqués à la dalle centrale sont purement et simplement reportés sur cette dalle équivalente. Nous déterminons ainsi les L.I. des coefficients K_n de répartition transversale et celles des coefficients μ_n de flexion transversale, et ainsi donc, les efforts dans la structure correspondant à ces chargements.

3. Chargements appliqués aux encorbellements :

* Etude de la flexion longitudinale :

La L.T. du coefficient de répartition transversale se déduit de la L.I. de ce coefficient calculé pour la dalle équivalente en lui substituant, dans les sections situées sur les encorbellements, la tangente à cette courbe menée à partir de l'origine des encorbellements.

* Etude de la flexion transversale :

La méthode de calcul des moments transversaux sera présentée dans le chapitre "Calcul des moments transversaux" apportés dans la dalle centrale par les charges placées sur les encorbellements.

II. UTILISATION DE LA METHODE DE G.M.

I. Introduction :

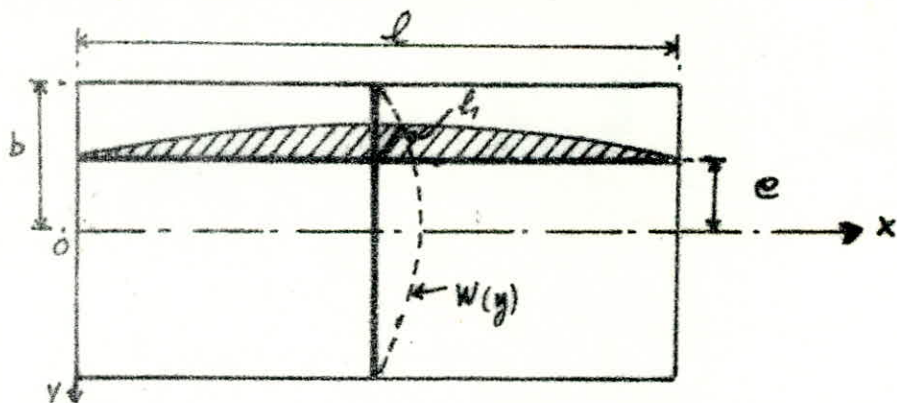
Cette théorie a tout d'abord traité le cas des plaques minces, homogènes

et isotropes pour ensuite être généralisée aux calculs des dalles anisotropes et orthotropes. Cette méthode consiste à remplacer la structure réelle d'une dalle et d'un réseau de poutres par une dalle orthotrope d'épaisseur constante et présentant les modules d'Young E_x et E_y différents suivant les directions x et y .

Les coefficients K , μ , ν , δ et E sont utilisés pour déterminer en un point voulu, des moments de flexion et de torsion et des efforts tranchants.

La théorie est faite à partir d'une charge linéaire sinusoïdale d'intensité $P_m \sin(m\pi x/l)$ qui est supposée s'exercer sur une ligne parallèle à l'axe longitudinal du pont, l étant la distance entre les appuis de la dalle. Les charges réelles sont alors décomposées en charges sinusoïdales.

2. Coefficients de répartition transversale :



Sous l'effet de la charge linéaire appliquée à la construction sur une parallèle à ox (axe longitudinal), d'excentricité e , suivant la loi sinusoïdale : $P(x) = P_1 \sin(\pi x/l)$, la construction prend une déformée en demi-onde de sinusoïde suivant l'équation :

$$W(x, y) = W(y) \cdot \sin(\pi x/l)$$

Si la charge au lieu d'être répartie sur une droite est répartie :

uniformément sur la largeur $2b$ (tout en restant sinusoïdale dans le sens longitudinal), la déformée de la construction sera une surface d'équation : $W_0(x) = W_0 \cdot \sin(\pi x/\ell)$.

Le coefficient de répartition transversale désigne le rapport du déplacement vertical $w(x,y)$ d'un point de la construction sous l'effet d'une charge linéaire $p(x)$ à celui $W_0(x)$ du même point mais sous l'effet de la charge uniformément répartie sur la largeur $2b$ du pont.

$$K(y) = \frac{w(x,y)}{W_0(x)} = \frac{W(y)}{W_0}$$

Le coefficient K dépend de :

- la valeur du paramètre d'entretoisement Θ .
- la valeur du paramètre de torsion α .
- l'excentricité relative e/b du point considéré.
- l'ordonnée relative y/b du point considéré.

La flèche moyenne de la section transversale de la construction est donnée par :

$$W_0 = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} W(y) \cdot dy$$

$$1 = \frac{1}{2b \cdot W_0} \int_{-b}^{+b} W(y) \cdot dy = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} \frac{W(y)}{W_0} dy = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} K(y) \cdot dy$$

Ce qui signifie que l'ordonnée moyenne de la L.I. de K doit être égale à l'unité.

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \sqrt{\alpha} \quad \begin{cases} K_0 \rightarrow \alpha = 0 \\ K_1 \rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

K_1 et K_0 sont donnés par les tableaux de Massonnet en fonction de la valeur de Θ .

3- Flexion longitudinale :

Soit $P(x) = P_1 \cdot \sin(\pi x/\ell)$, une charge répartie suivant la sinusoïde

dans le sens de la portée et répartie uniformément sur la largeur de la construction. Le moment fléchissant longitudinal par unité de largeur, dans la section x , produit par cette charge linéaire réelle, sinusoïdale dans le sens x et d'excentrement e est donné par:

$$M_0(x) = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \int_p w_0(x)$$

et le moment fléchissant longitudinal par unité de largeur dans la section, produit par une charge linéaire réelle, sinusoïdale dans le sens x et d'excentricité e est donné par:

$$M_x(x, y) = \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \int_p w(x, y)$$

d'où:

$$\frac{M_x(x, y)}{M_0(x)} = \frac{w(x, y)}{w_0(x)} = \frac{w(y)}{w_0} = K_y$$

ce qui conduit à:

$$M_x(x, y) = K_y \cdot M_0(x)$$

Dans le cas où l'on considère une construction chargée d'un système de n charges linéaires sinusoïdales dans le sens X , définies par: $P_1 \cdot \sin(\pi x/l)$, ..., $P_n \cdot \sin(\pi x/l)$.

Le moment $M_x(x, y)$ en un point quelconque de la construction est donné par:

$$M_x(x, y) = M_0(x) \cdot K_y$$

avec:

$$K_y = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot K_{i2}(y)}{\sum_{i=1}^n P_i}$$

— a/ — Charges concentrées:

La construction est chargée par plusieurs files parallèles de charges concentrées P_{ij} , avec:

i = indice désignant le numéro de file longitudinale: $1 \leq i \leq n$

j = indice désignant le numéro de file transversale: $1 \leq j \leq m$

Considérons une file longitudinale, par exemple la file N°1 contenant $P_{11}, P_{21}, \dots, P_{i1}, \dots, P_{m1}$; ce chargement peut être remplacé par un chargement sinusoïdal: $P_1(x) = P_1 \sin(\pi x/l)$.

De même pour la file N°n: $P(x) = P_n \sin(\pi x/l)$.

Dans le cas de surcharge B_c , les charges sont égales dans chaque file transversale, par conséquent, l'expression sinusoïdale pour chaque file longitudinale est la même: $P_1 \equiv P_2 \equiv P_i \equiv \dots \equiv P_n \equiv P$

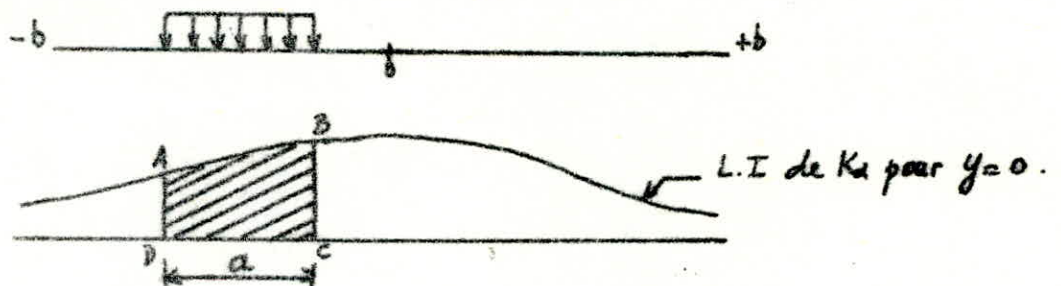
Le coefficient de répartition transversale prend la forme:

$$K(y) = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot K_i(y)}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum P \cdot K_i(y)}{\sum P} = \frac{\sum K_i(y)}{n}$$

$$K(y) = \frac{\sum K_i(y)}{n}$$

— b/. Charge uniformément répartie:

Exemple de détermination du coefficient de répartition



$$K_0 = \frac{\text{Aire ABCD}}{a}$$

4. Flexion transversale:

La moment transversal par unité de largeur est donné par l'expression:

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} M_{ym}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \mu_{\alpha m} \cdot P_m \cdot b \cdot \sin(m\pi x/l)$$

Le coefficient μ_{α} s'exprime en fonction de μ_0 et μ_1 par la relation:

$$\mu_{\alpha} = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{\alpha} \quad \begin{cases} \mu_0 \rightarrow \alpha = 0 \\ \mu_1 \rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

En pratique, on se contente des cinq premiers termes de la série de Fourier:

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^5 \mu_{dm} \cdot P_m \cdot b \cdot \sin(m\pi x/l)$$

avec:

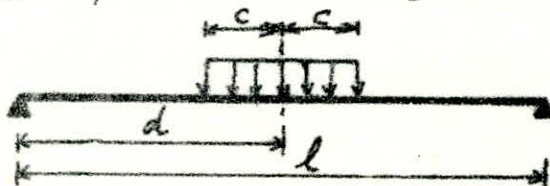
μ_{d1} = Coefficient correspondant au paramètre θ

μ_{d2} = Coefficient correspondant au paramètre 2θ

 μ_{d5} = Coefficient correspondant au paramètre 5θ

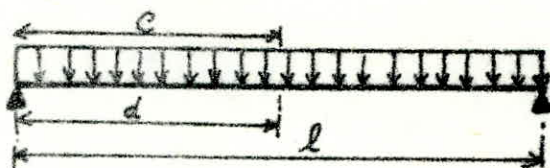
— a/- Calcul de P_m :

• Pour une charge répartie sur une longueur $2c$:



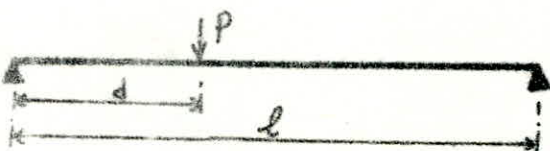
$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \cdot \sin \frac{m\pi \cdot c}{l} \cdot \sin \frac{m\pi d}{l}$$

• Pour une charge linéaire uniforme complète:



$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \cdot \sin^2 \frac{m\pi}{2}$$

• Pour une charge concentrée:



$$P_m = \frac{2P}{l} \cdot \sin \frac{m\pi d}{l}$$

— b/- Calcul du coefficient μ_{α} :

• charges concentrées:

Comme le coefficient K , le Coefficient μ est donné par les tables en fonction

- du paramètre θ
- du paramètre α
- de l'excentricité de la charge.

En disposant transversalement les convois, on trace les L.I des coefficients $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ et μ_5 en fonction de l'excentricité des charges. On fait la somme des coefficients μ , étendue au nombre de files. On retiendra les coefficients μ^+ et μ^- maximum pour l'ensemble des véhicules.

• Charge uniformément répartie :

En utilisant la même méthode en prenant pour valeur de μ , l'aire de la partie correspondante de la L.I de μ . La densité de cette charge uniformément répartie étant donnée par : $P(t/m^2)$.

• Charge uniformément répartie sur un rectangle $2C \times 2C'$ dans le sens $2C$:

Dans ce cas, la valeur de μ sera l'ordonnée moyenne de la L.I. correspondant à la largeur $2C'$.

5- Efforts tranchants et Réactions d'appui :

— a/ Effort tranchant :

Il a pour expression :

$$Q_x = \sum Q_{xm} = \sum P_m \cdot \frac{l}{b} \cdot E_{\alpha m} \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right)$$

avec :

$$E_{\alpha} = E_0 + (E_1 - E_0)\alpha \quad \text{si} \quad |y| + |e| \leq \frac{3b}{4}$$

$$E_{\alpha} = E_0 + (E_1 - E_0)\sqrt{\alpha} \quad \text{si} \quad |y| + |e| > \frac{3b}{4}$$

— b/ Réaction d'appui :

$$\bar{Q}_x = \sum \bar{Q}_{xm} = \sum P_m \cdot \frac{l}{b} \cdot \bar{E}_{\alpha m} \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right)$$

III- PRISE EN COMPTE DE LA CONTINUITE :

Pour des constructions continues, les flèches dans les traverses sont

plus faibles que celles des constructions simplement appuyées, il en résulte donc, une autre répartition transversale.

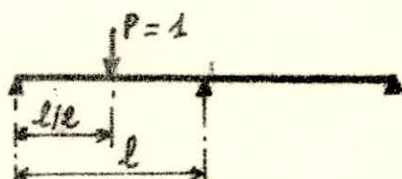
On démontre dans le cas de ponts à poutres continues qu'il faut prendre un paramètre d'entretoisement Θ tel que :

$$\frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{P_p}{P_E}} < \Theta^* < 1,25 \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{P_p}{P_E}}$$

Pour calculer Θ^* , dans le tablier-dalle, on découpe une bande de 1m de largeur qu'on assimilera à une poutre continue sur 3 appuis, de moments d'inertie I_p . Cette poutre continue sera remplacée par une poutre fictive à une travée, de portée l , reposant sur 2 appuis, de façon à avoir la même flèche au milieu de la travée.

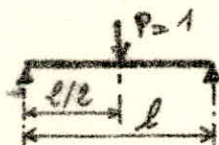
Soit I_p^* = la rigidité de la poutre fictive.

* Relation entre I_p et I_p^* :



$$W_s = \frac{1}{C} \cdot \frac{l^3}{EI_p}$$

W_s étant la déformée de la poutre continue au milieu de la travée provoquée par une charge unitaire appliquée à $l/2$.



$$W_p = \frac{1}{48} \cdot \frac{l^3}{EI_p^*}$$

W_p est la déformée d'une poutre simplement appuyée au milieu de la portée, sous une charge unitaire appliquée à $l/2$.

En posant $W_s = W_p$, on aura :

$$I_p^* = \frac{C}{48} \cdot I_p = \nu \cdot I_p \quad \text{d'où : } P_p^* = \nu \cdot P_p$$

On déduit que :

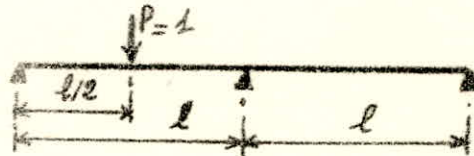
$$\Theta^* = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{P_p^*}{P_E}} = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{\nu \cdot P_p}{P_E}} = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{P_p}{P_E}} \sqrt[4]{\nu}$$

$$\theta^* = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{P_p}{P_g}} \sqrt{V} = \theta \sqrt{V} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{P_p}{P_g}}$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt{V}}$$

Détermination du Coefficient de Poisson V :

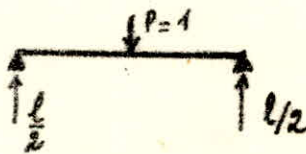
* Calcul de la flèche W_s pour la poutre continue:



$$M_1(x) = -\frac{\alpha(l^2 - x^2)}{4l^2} = -\frac{3l}{32}$$

$$R \cdot l - 1 \cdot \frac{l}{2} = -\frac{3l}{32} \quad \text{d'où} \quad R = \frac{13}{32}$$

$$M_f(x) = \begin{cases} \frac{13}{32}x & \text{si } 0 < x < l/2 \\ -\frac{19}{32}x + \frac{l}{2} & \text{si } x > l/2 \end{cases}$$



$$m_1(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 < x < l/2 \\ (\frac{l}{2} - \frac{x}{2}) & \text{si } x > \frac{l}{2} \end{cases}$$

$$W_s = \frac{1}{EI_p} \left[\int_0^{l/2} \frac{13}{32}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot dx + \int_{l/2}^l \left(-\frac{19}{32}x + \frac{l}{2}\right) \left(\frac{l}{2} - \frac{x}{2}\right) dx \right]$$

$$W_s = \frac{1}{66,78} \cdot \frac{l^3}{EI_p} \quad \text{d'où} : C = 66,78$$

donc le Coefficient de Poisson qui sera : $V = \frac{C}{48} = 1,39$

- Coefficient d'entretoisement pour l'étude du tablier :

Pour un pont-dalle le paramètre θ est donné par :

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{3,885}{25,4} = 0,153$$

avec $a = \frac{l}{2}$ et $b =$ demi-largeur de la dalle équivalente.

Prise en compte de l'écléssissement:

$$\theta^* = \theta \cdot \sqrt[4]{\nu} \cdot \sqrt[4]{\beta} = 0,166 \cdot \sqrt[4]{\beta}$$

$$\alpha = \frac{G\Gamma_x + G\Gamma_y}{2\sqrt{EI_x \cdot EI_y}} = \frac{\Gamma_x + \Gamma_y}{(1+\nu)4\sqrt{I_x \cdot I_y}}$$

$$\beta = \frac{I_x}{I_y}$$

avec:

- EI_x = rapport de la rigidité à la flexion longitudinale à la largeur droite $2b$ de la dalle.
- EI_y = rapport de la rigidité à la flexion transversale à la portée $2a$ de la travée considérée.
- $G\Gamma_x$ = rapport de la rigidité à la torsion autour de l'axe longitudinal à la largeur droite $2b$ de la dalle.
- $G\Gamma_y$ = rapport de la rigidité à la torsion autour de l'axe transversal à la portée $2a$ de la travée considérée.

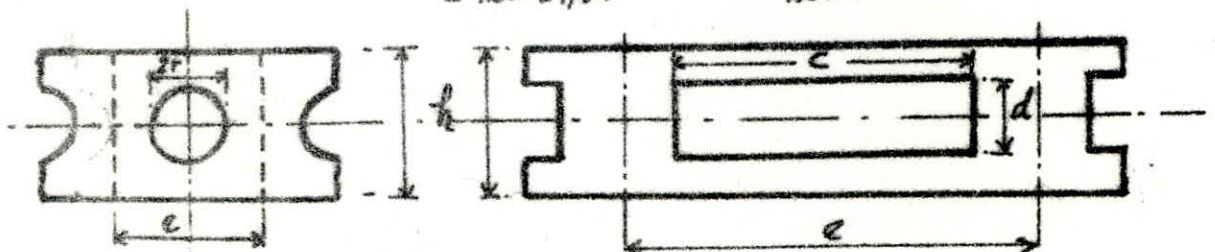
Compte tenu des formules de MM. COSTE et THENOZ :

$$I_x = \frac{e \cdot H^3 - c \cdot d^3}{12e} = \frac{\Gamma_y}{2} = \frac{90 \cdot (120)^3 - 54,41 \cdot (51,96)^3}{12 \cdot 90}$$

$$= 136932,56 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{e \cdot H^2 \cdot (H+d)}{8 \left[\frac{c}{H \cdot d} + \left(1 + 3 \frac{d}{H}\right)(e-c) \right]} =$$

$$= \frac{90 \cdot 120^2 \cdot (120 + 51,96)}{8 \left[\frac{54,41}{120 \cdot 51,96} + \left(1 + 3 \cdot \frac{51,96}{120}\right)(90 - 54,41) \right]} = 340431,06 \text{ cm}^4$$



avec: $c = \frac{\pi \cdot r}{\sqrt{3}} = 54,41 \text{ cm}$

$d = r \cdot \sqrt{3} = 51,96 \text{ cm}$

$e = 3 \cdot r = 90 \text{ cm}$

$H = 1,20 \text{ m} = 120 \text{ cm}$

$$\Gamma_x = \frac{(H \cdot c + c \cdot d)^2}{8 \cdot e \cdot \left[\frac{c}{H-d} + \frac{d-c}{H} \right]} = \frac{(120 \cdot 54,41 + 54,41 \cdot 51,96)^2}{8 \cdot 90 \cdot \left[\frac{54,41}{120-51,96} + \frac{90-54,41}{120} \right]} = 17363,6 \frac{\text{cm}^3}{\text{m}}$$

Il vient alors:

$$\alpha = \frac{\Gamma_x + \Gamma_y}{(1+\nu) \cdot 4 \cdot \sqrt{I_x \cdot I_y}} = \frac{17363,6 + 2 \cdot 136932,56}{(1+1,39) \cdot 4 \cdot \sqrt{136932,56 \cdot 340431,06}} = 0,14$$

$\beta = \frac{I_x}{I_y} = \frac{136932,59}{340431,06} = 0,4$ et l'on aura:

$$\theta^* = 0,166 \cdot \sqrt{\beta} = 0,132 \Rightarrow \alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt{\nu}} = \frac{0,14}{\sqrt{1,39}} = 0,118$$

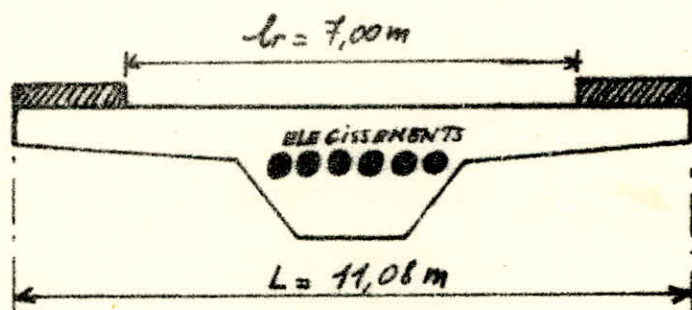
SURCHARGES
MOMENTS LONGITUDINAUX

SURCHARGES - MOMENTS LONGITUDINAUX

Les surcharges donnant les moments les plus défavorables (dont la longueur d'une travée est supérieure à 15 m) pour des ponts-dalles à larges encorbellements sont:

- Charges dues au poids propre.
- Surcharges uniformément réparties $A(l)$
- Surcharges B_c
- Surcharges militaires M_{c120}
- Surcharges de trottoirs.

1. Classe du Pont:



$L = 11,08 \text{ m}$: Longueur totale utile de l'ouvrage = $11,50 - 2(0,21)$

$L_r = 7,00 \text{ m}$: largeur roulable

$l_s = L_r = 7,00 \text{ m}$ (comprend des trottoirs)

$N = \frac{l_s}{3} = \frac{7,00}{3} = 2,33$, On retient $N = 2$ voies

$L_r = 7,00 \text{ m}$

$N = 2$

} conformément au C.P.C., nous avons un pont de 1^{re} classe, dont la largeur d'une voie roulable est de 3,50 m, vu que:

$$l_v = \frac{l_s}{N} = \frac{7}{2} = 3,50 \text{ m et que } \begin{cases} K=1 \\ l_0 = 3,50 \text{ m} \end{cases}$$

2. Calcul des Surcharges:

Nous ferons l'étude pour chaque cas de Surcharges et nous retiendrons les résultats donnant les cas les plus défavorables.

- a/ Charges permanentes:

Nous ferons le calcul du poids propre au mètre linéaire

— Ossature: $(7,75 \cdot 2,5 \cdot 1) + (0,425 \cdot 0,225 \cdot 2,5 \cdot 2) = 19,9 \text{ t/ml}$

— Revêtement + Chappe (Épaisseur 8 cm, Largeur 7m)

$$(7 \cdot 0,08 \cdot 1 \cdot 2200) = 1,232 \text{ t/ml}$$

— Bordures de trottoirs $\approx 0,2 \text{ t/ml}$

— Bitume de trottoirs: $2 \cdot 0,37 \cdot 0,275 \cdot 2,2 \cdot 1 = 0,4477 \text{ t/ml}$

— Dallottes en B.A: $2 \cdot 0,78 \cdot 0,08 \cdot 2,5 \cdot 1 = 0,312 \text{ t/ml}$

— Appuis des dalles: $(2 \cdot 0,20 \cdot 0,225 \cdot 2,5 \cdot 1) + (2 \cdot 0,225^2 \cdot 2,5 \cdot 1) = 0,478 \text{ t/ml}$

— Corniches: $2 \cdot 0,525 \cdot 0,225 \cdot 2,5 = 0,590 \text{ t/ml}$

— Garde - Corps: $\approx 0,1 \text{ t/ml}$

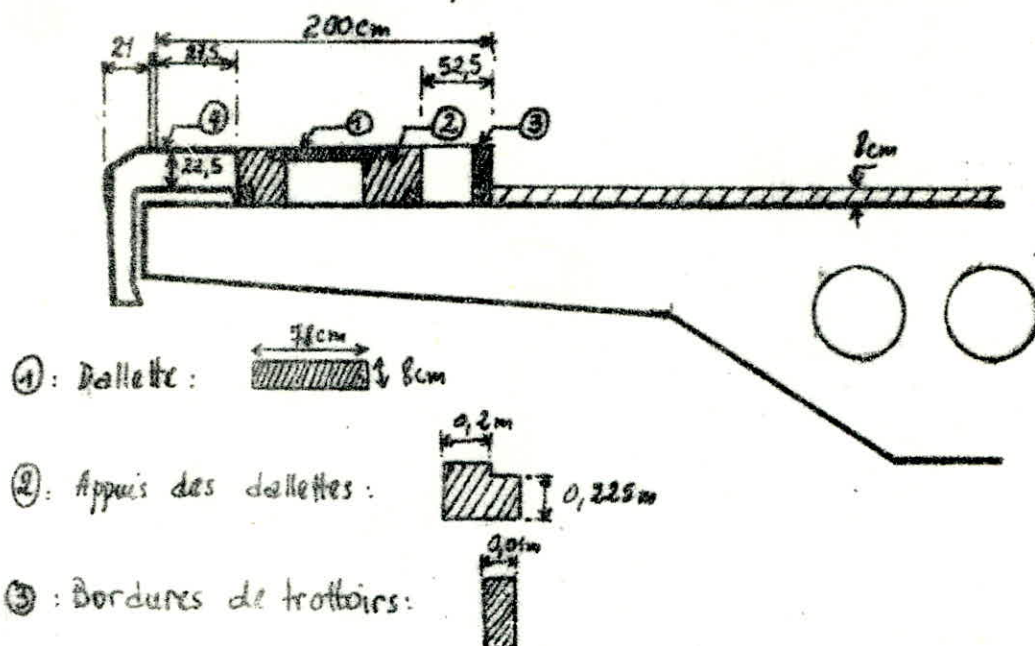
Poids propre du pont au mètre linéaire:

$$G = 23,262 \text{ t/ml}$$

G pour une travée (ossature + superstructure):

$$G = 23,262 \times 25,4 = 590,855 \text{ t}$$

Le moment fléchissant dû au poids propre est obtenu en multipliant l'aire totale d'influence ($S = S_1^+ + S_1^- + S_2^-$) par $G (\text{t/ml})$ dont les résultats sont reportés dans le tableau des cas de surcharges.



- b/. Surcharges $A(l)$:

Pour les ponts dont les portées unitaires sont inférieures ou égales à 200m, la chaussée supporte une charge unitaire $A(l)$ exprimée en Kg/m^2 . Elle est donnée en fonction de la longueur chargée l en mètres:

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{l+12}$$

Conformément à l'article 4 du C.P.C., $A(l)$ est multipliée par un coefficient a_1 donné par le tableau suivant:

Nombre de Voies Chargées		1	2	3	4	≥ 5
Classe du Pont	Première	1	1	0,9	0,75	0,7
	Deuxième	1	0,9			
	Troisième	0,9	0,8			

Dans notre cas, $a_1 = 1$ d'où: $A_1 = a_1 \cdot A(l) = A(l)$

la charge au mètre linéaire du pont est:

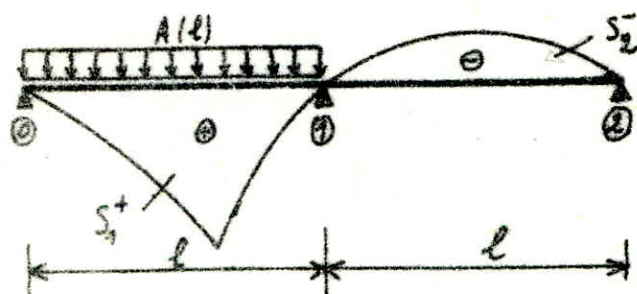
$$A_2 = a_2 \cdot A_1 \text{ où } a_2 = \frac{V_0}{V} \text{ avec : } \begin{cases} V_0 = 3,50\text{m} = \text{largeur d'une voie.} \\ V = 3,50\text{m (1}^{\text{re}} \text{ Classe)} \end{cases}$$

$$A_2 = a_2 \cdot A_1 = \frac{V_0}{V} \cdot A_1 = A_1 = A(l)$$

A_2 est une charge appliquée uniformément sur toute la largeur de chacune des voies considérées.

l : longueur chargée, donnée par les L.I. pour un effort maximal.

- On dispose donc la charge de façon à obtenir un moment positif maximum en chargeant une travée entière pour les sections de $0 \div 0,8l$ (Voir chapitre sur les L.I.)



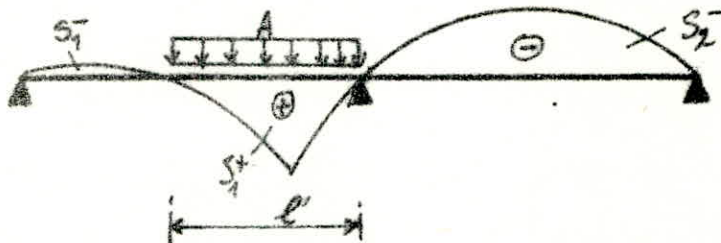
d'où:

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{25,4 + 12} = 1192,6 \text{ Kg/m}^2$$

$$\Rightarrow A = a_1 \cdot a_2 \cdot A(l) = 1,1926 \text{ t/ml}$$

le moment sera donc: $M^+ = A(l) \cdot S_1^+$

En effet le cas particulier donnant les L.I pour les sections situées à 0,85 l; 0,90 l et 0,95 l, charge la portion de travée correspondant à l'aire positive (Chapitre sur les L.I.)



Nous calculerons la charge $A(l)$ suivant ces portions de travées:

Sections	Portions de travées chargées	$A(l') \text{ (kg/m}^2\text{)}$	$A \text{ (t/ml)}$
0,85 l	$l' = 11,6 \text{ m}$	1755,4	1,7554
0,90 l	6,5 m	2176	2,176
0,95 l	2,8 m	2662,4	2,6624

d'où le moment: $M^+ = A \times S_1^+$

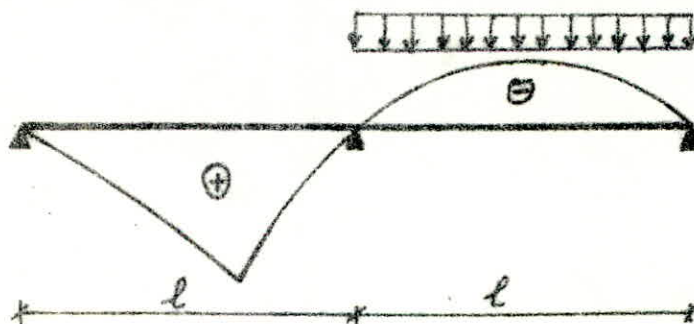
— Disposition de la charge afin d'obtenir le moment négatif:

En considérant les sections de 0 l à 0,8 l, le moment négatif sera donné en chargeant entièrement la 2^e travée.

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{2+12} = 1192,6 \text{ kg/m}^2 = 1,1926 \text{ t/ml}$$

— le moment sera :

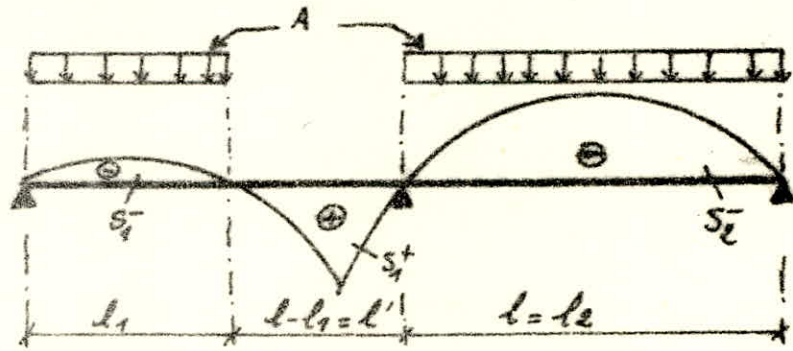
$$M^- = A \cdot S_2^-$$



En tenant compte du cas particulier précédent pour les sections 0,85 l, 0,90 l et 0,95 l, on aura un moment négatif en chargeant toute la travée 2,

et une portion de la travée 1

$$l'' = l_1 + l_2 = 2l - l'$$



l varie suivant les sections; d'où :

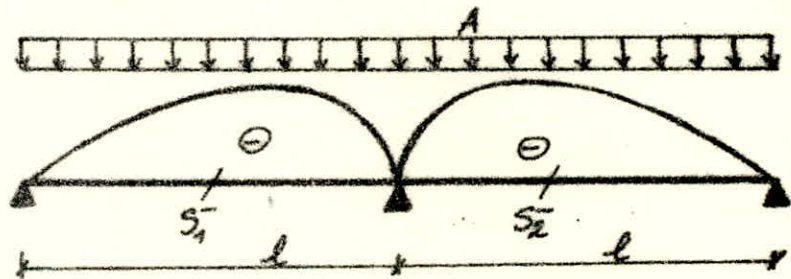
sections	l'' (m)	$A(l'') \text{ kg/m}^2$	$A \text{ (t/ml)}$
0,85 l	39,2	933,12	0,9331
0,90 l	44,3	869,43	0,8694
0,95 l	48	830	0,830

d'où le moment :

$$M^- = A \cdot (S_1^- + S_2^-)$$

Dans le cas de chargement des 2 travées, pour une section sur appui intermédiaire, A correspondra à :

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{2l+12} = 803,25 \text{ Kg/m}^2 \rightarrow A = 0,803 \text{ t/ml}$$



On aura un moment :

$$M^- = A \cdot (S_1^- + S_2^-)$$

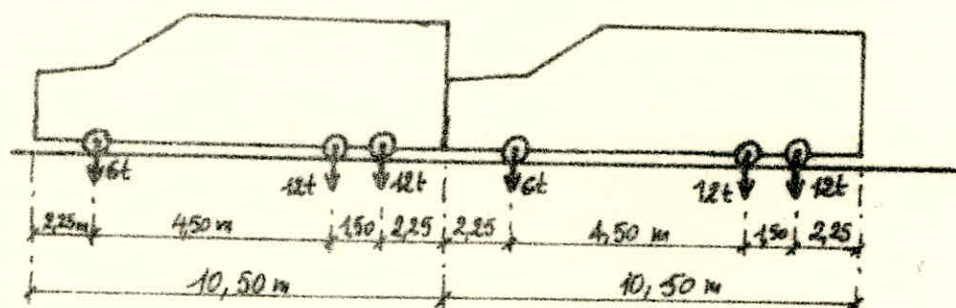
Les moments positifs ou négatifs, obtenus pour chaque section calculée, correspondant à 2 voies chargées, sont les moments extrêmes sous la charge $A(l)$ pour ces différentes sections.

— c/- Surcharges Bc :

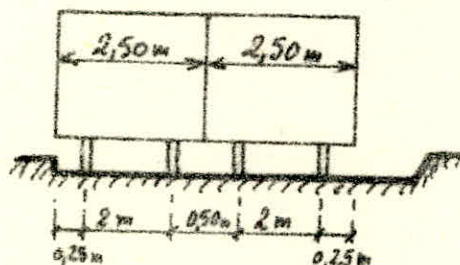
Conformément au C.P.C, On dispose sur le pont, deux convois de 2 Camions (le nombre de camions par file est limité à 2). les Camions seront disposés comme l'indique le schéma suivant. Le sens de Circulation

peut être dans un sens comme dans l'autre. Dans le sens transversal, chaque file est supposée circulant dans l'axe d'une bande longitudinale de 2,50 m de largeur.

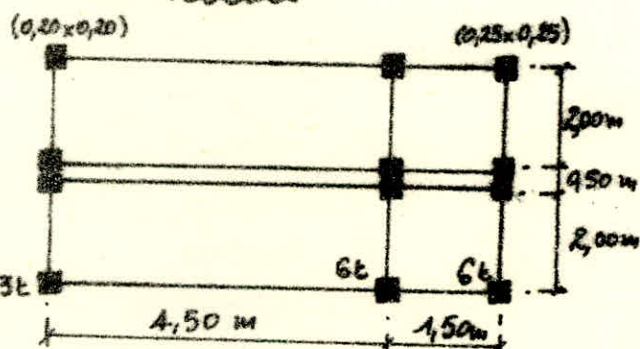
* Sens longitudinal: (Masses relatives à une file de camions).



* Sens transversal:



* En plan:

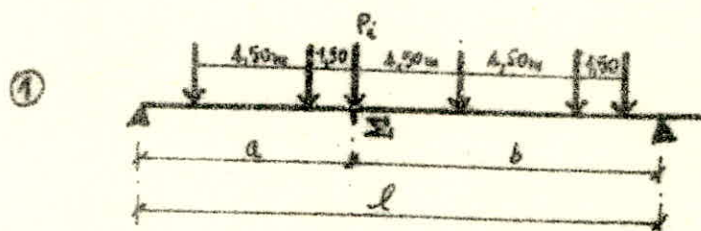


— Position des camions pour obtenir le moment maximum :

Le moment fléchissant dans une section Σ , sera maximum lorsqu'on place l'un des essieux au droit de cette section Σ d'une part, de manière à ce que, quand on passe de gauche à droite de Σ , l'inégalité suivante change de sens ou en faisant passer la résultante de toutes les forces des essieux par la section Σ d'autre part.

Nous retiendrons la position donnant le plus grand moment.

$$\frac{\sum_{i=1}^{l-1} P_i}{a} > \frac{\sum_{j=1}^n P_j}{b} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sum P_i = \text{Somme des forces à gauche de } \Sigma \\ \sum P_j = \text{Somme des forces à droite de } \Sigma \end{cases}$$



- Avant le passage de P_i sur la section Σ , on doit avoir :

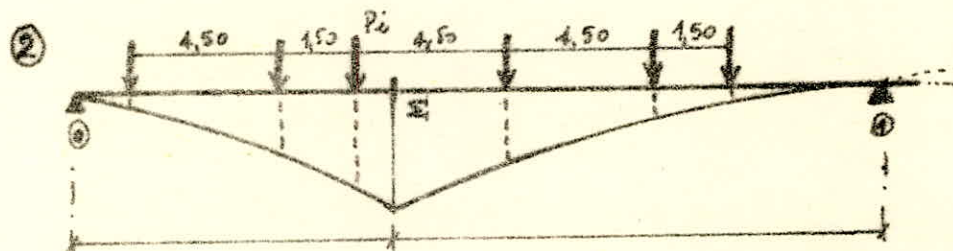
$$\frac{\sum_{\alpha=1}^{i-1} P_{\alpha}}{a} > \frac{\sum_{\alpha=i}^n P_{\alpha}}{b}$$

- Après le passage de P_i sur la section Σ , on aura :

$$\frac{\sum_{\alpha=1}^{i-1} P_{\alpha}}{a} < \frac{\sum_{\alpha=i}^n P_{\alpha}}{b}$$

d'où le moment maximum pour P_i placée dans la section Σ qui sera :

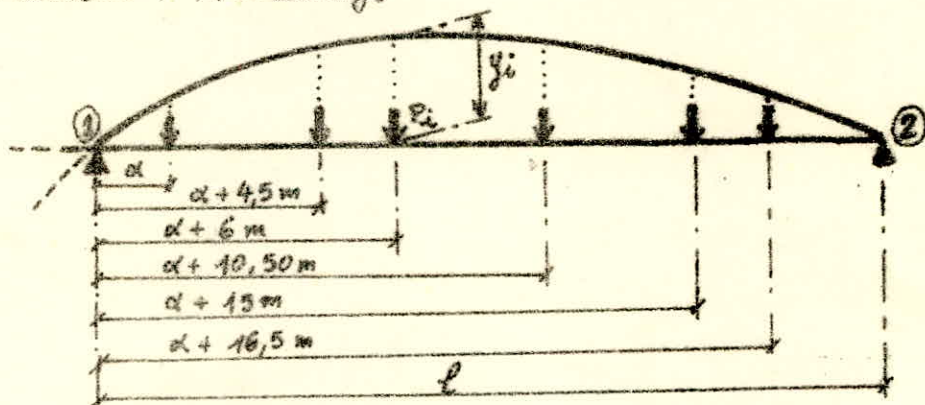
$$M_{\Sigma \max} = \sum_{i=1}^n P_i y_i \quad \text{avec } \begin{cases} y_i = \text{ordonnée de la L.I au droit de} \\ \text{la charge } P_i \end{cases}$$



- Position des camions pour obtenir le moment négatif :

Nous aurons l'effet le plus défavorable donnant le moment négatif quand on charge la 2^e travée où le convoi circule de droite à gauche.

d'où le moment : $M = \sum P_i y_i$



La fonction d'influence dans la travée 2 est donnée par :

$$M(x, \alpha) = - \frac{\alpha_i \cdot x (2l - \alpha_i) (l - \alpha_i)}{4l^3}$$

α_i étant les abscisses des charges P_i .

Les y_i ne sont autres que les α_i : abscisses correspondant à chaque charge P_i pour la fonction d'influence précédente.

α_i = abscisses des P_i

Valeurs des $y_i = f(\alpha_i)$

α	\longrightarrow	$-\frac{x(2l-\alpha)(l-\alpha)}{4l^3}$
$\alpha + 4,$	\longrightarrow	$-\frac{x(\alpha+4,5)[2l-(\alpha+4,5)][l-(\alpha+4,5)]}{4l^3}$
$\alpha + 6,00$	\longrightarrow	$-\frac{x(\alpha+6)[2l-(\alpha+6)][l-(\alpha+6)]}{4l^3}$
$\alpha + 10,50$	\longrightarrow	$-\frac{x(\alpha+10,5)[2l-(\alpha+10,5)][l-(\alpha+10,5)]}{4l^3}$
$\alpha + 15$	\longrightarrow	$-\frac{x(\alpha+15)[2l-(\alpha+15)][l-(\alpha+15)]}{4l^3}$
$\alpha + 16,5$	\longrightarrow	$-\frac{x(\alpha+16,5)[2l-(\alpha+16,5)][l-(\alpha+16,5)]}{4l^3}$

Le moment fléchissant est :

$$M_{\min} = \sum_{i=1}^6 - \frac{P_i \cdot x(2l-\alpha_i)(l-\alpha_i)\alpha_i}{4l^3}$$

$\alpha_i = f(\alpha) \Rightarrow M_{\min}(\alpha)$ atteint son point minimal pour :

$\frac{dM_{\min}(\alpha)}{d\alpha} = 0$ au niveau de l'abscisse α , de la 1^{ère} roue du Convoi.

$$\frac{dM_{\min}(\alpha)}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left[- \frac{P_i \cdot x \cdot x \cdot (2l-\alpha)(l-\alpha)}{4l^3} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$30\alpha^2 - 956,2\alpha + 2141,23 = 0 \Rightarrow \alpha_{1,2} = \begin{cases} 29,45 \text{ m} \\ 2,42 \text{ m} \end{cases}$$

Nous retiendrons l'abscisse $\alpha = 2,42 \text{ m}$ qui donne le minimum du moment fléchissant sur appui intermédiaire.

GD : Convoi circulant de gauche à droite.

DG : Convoi circulant de droite à gauche.

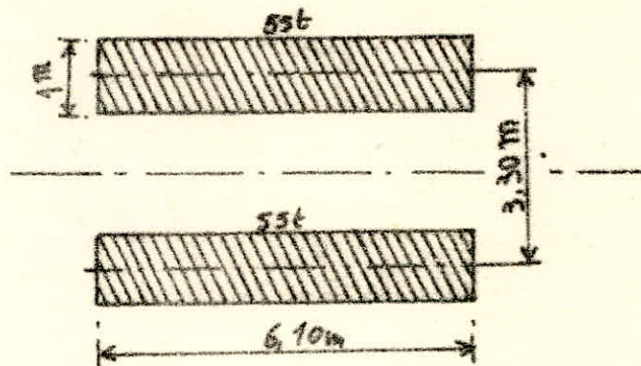
- Tableau de positionnement des surcharges B_c (voir page 42).

- d/- Surcharges militaires M_{c120} :

Un véhicule type du système M_{c120} comporte 2 chenilles dont les caractéristiques sont :

- Masse totale : 110 t
- Longueur de Chenilles : 6,10 m
- Largeur de Chenille : 1,00 m
- Entre-axes de chenille : 3,30 m
- Surface d'impact de Chenille : 100 x 6,10 m

- Vue en plan :



Règlement C.P.C :

- Transversalement, un seul camion est supposé circuler quelque soit la largeur de la chaussée.
- Longitudinalement, les véhicules sont tenus de circuler parallèlement à l'axe de la chaussée et de la bande de largeur chargeable.
- Dans le cas de convois de 2 chars, la distance minimale entre axes des impacts sur la chaussée de 2 véhicules successifs est de 36,60m.

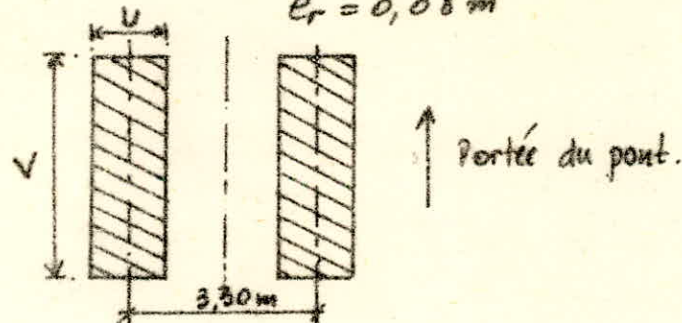
Diffusion dans le plan moyen de la dalle :

Nous avons une dalle avec revêtement en béton bitumineux \rightarrow peu rigide.

$$U = 1,00 \text{ m}$$

$$V = 6,10 \text{ m}$$

avec : $h_0 = 1,20 \text{ m}$
 $e_r = 0,08 \text{ m}$



$$U' = U + h_0 + 1,5 \cdot e_r = 1,00 + 1,20 + 1,5(0,08) = 2,32 \text{ m}$$

$$V' = V + h_0 + 1,5 \cdot e_r = 6,10 + 1,20 + 1,5(0,08) = 7,42 \text{ m}$$

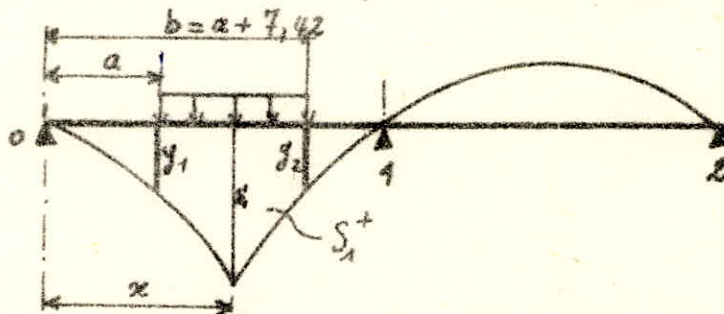
U' et V' sont les dimensions de la surface d'impact diffusée.

La charge répartie uniformément sur la longueur $V' = 7,42 \text{ m}$ est :

$$p = \frac{55}{7,42} = 7,412 \text{ t/ml pour une seule chenille.}$$

- Position du convoi en vue d'obtenir les moments positifs en travée :

- Nous ne pouvons disposer, sur une travée que d'un seul char.
- La position la plus défavorable est obtenue pour des ordonnées de la L.I. égales, des extrémités de la surface d'impact des chenilles.
- Les moments maximums sont obtenus en multipliant l'aire limitée par les extrémités des chenilles par la densité de charge.

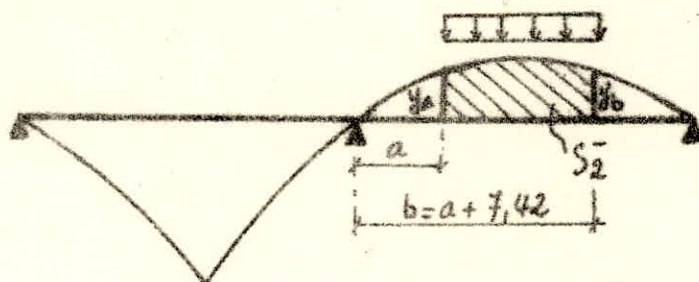


S_1^+ étant déjà définie au chapitre "Lignes d'influence", est:

$$S_1^+ = -\frac{x^2+a^2}{2} + \frac{5x}{8l}(a^2-b^2) - \frac{x}{16l^3}(a^4-b^4) + x.b$$

Les dispositions des charges donnant le moment positif sont reportées dans le tableau de moments en page(53).

- Disposition du convoi pour obtenir les moments négatifs en travée :
Le même raisonnement que pour les moments positifs nous donne la position des surfaces d'impact des chenilles en vue d'obtenir les moments négatifs en travée.

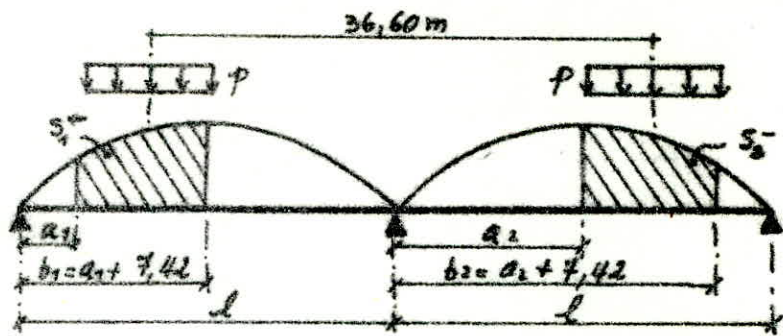


M_{min} si $y_a = y_b$

$$S_2^- = -\frac{x}{4l^3} \left[(b^2-a^2)l^2 - (b^3-a^3)l + \left(\frac{b^4-a^4}{4} \right) \right]$$

- Disposition en vue de déterminer le moment négatif sur appui 1 :

La disposition de 2 chars sur les 2 travées nous donne le moment le plus défavorable sur appui. Ils sont disposés de façon que les ordonnées des axes transversaux des chenilles des 2 véhicules soient égales.



L'aire d'influence est donnée par : $S^- = S_1^- + S_2^-$

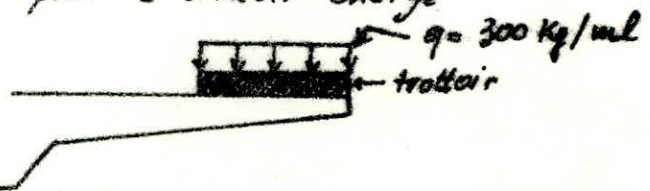
Par symétrie : $S_1^- = S_2^- = -\frac{1}{4l^3} \left[(b^2 - a^2)l^2 - (b^3 - a^3)l + \frac{b^4 - a^4}{4} \right]$

Ces positions sont données dans le tableau de la page (83).

e/- Surcharges sur les trottoirs :

Conformément à l'article 13 du C.P.C, nous appliquons sur les trottoirs, une charge uniforme de 150 Kg/m² de façon à produire l'effet maximal envisagé. La densité de charge est :

$$q = 2 \times 150 = 300 \text{ Kg/ml pour 1 trottoir chargé}$$



les moments longitudinaux les plus défavorables sont obtenus pour les 2 trottoirs. Dans le sens de la longueur, les zones chargées sont identiques à celles chargées dans le cas de la surcharge A.

Les aires d'influence utilisées pour la détermination des efforts dus à la surcharge A, sont appliquées dans le cas de charges de trottoir.

Les charges de trottoirs ne sont pas frappées par l'effet de majoration dynamique.

Positionnement des Surcharges Bc

Sections	Abscisses cumulées (m)	Positions donnant M ⁺		Positions donnant M ⁻	
		Abscisse du 1 ^{er} essieu (m)	Sens de circulation	Abscisse des 1 ^{er} essieu (m)	Sens de circulation
0,00l	0,00	/	/	/	/
0,05l	1,27	1,27	GD	27,82	DG
0,1l	2,54	2,54	GD	"	"
0,15l	3,81	3,81	GD	"	"
0,20l	5,08	3,58	GD	"	"
0,25l	6,35	4,85	DG	"	"
0,30l	7,62	1,62	DG	"	"
0,35l	8,89	2,89	DG	"	"
0,40l	10,16	4,16	DG	"	"
0,45l	11,43	5,43	DG	"	"
0,50l	12,7	2,20	DG	"	"
0,55l	13,97	3,47	DG	"	"
0,60l	15,24	4,74	DG	"	"
0,65l	16,51	6,01	DG	"	"
0,70l	17,78	5,78	DG	"	"
0,75l	19,05	7,05	DG	"	"
0,80l	20,32	8,32	DG	"	"
0,85l	21,59	15,59	DG	"	"
0,90l	22,86	16,86	DG	"	"
0,95l	24,13	18,13	DG	"	"
1l	25,4	/	/	"	"

Positionnement des surcharges militaires Mc120

Sections	Moments positifs M^+		Moments négatifs M^-	
	Abscisses des axes de chenilles (m)	Aires d'influence	Abscisses des axes de chenilles (m)	Aires d'influence
0,00l	—	—	—	—
0,05l	4,51	7,24	36,46	- 0,809
0,10l	5,41	13,54	36,21	- 1,60
0,15l	6,21	18,91	36,41	- 2,42
0,20l	7,11	23,35	36,11	- 3,12
0,25l	7,91	26,90	36,11	- 3,97
0,30l	8,81	29,54	36,21	- 4,79
0,35l	9,61	31,32	36,21	- 5,59
0,40l	10,56	32,25	36,41	- 6,46
0,45l	11,46	32,36	36,31	- 7,23
0,50l	12,46	31,68	36,21	- 8,00
0,55l	13,51	30,24	36,21	- 8,79
0,60l	14,54	29,34	36,21	- 9,59
0,65l	15,51	25,28	36,23	- 10,46
0,70l	16,61	21,86	36,31	- 11,25
0,75l	17,89	17,92	36,19	- 11,98
0,80l	19,11	13,53	36,31	- 12,85
0,85l	20,55	7,79	36,26	- 13,62
0,90l	22,01	3,79	36,31	- 14,46
0,95l	23,56	0,83	36,31	- 15,26
1l	—	—	36,36	- 16,11

3. Coefficient de majoration dynamique :

Les surcharges B_c et M_{c120} sont frappées par une majoration pour effet dynamique. Ce coefficient est donné par :

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2L} + \frac{0,6}{1 + \frac{4G}{3}}$$

- L : désigne la longueur exprimée en mètres de la travée où se trouve la charge mobile.
- G : désigne le poids en tonnes de cette travée
- S : Poids maximum des éléments de surcharges placés sur la travée.

$$G = 25,4 \times 23,262 = 590,855 \text{ t}$$

$$L = 25,4 \text{ m}$$

a/- Surcharges B_c :

En plus du coefficient de majoration dynamique δ , les surcharges B_c sont majorées par un coefficient b_c donné par le tableau tiré du C.P.C.

Nombre de files considérées		1	2	3	4	≥ 5
Classe du Pont	1 ^{re} classe	1,20	1,10	0,95	0,8	0,7
	2 ^e classe	1,00	1,00	-	-	-
	3 ^e classe	1,00	0,80	-	-	-

Comme b_c dépend de la classe du pont et du nombre de files considérées, ce qui donne pour notre cas : $b_c = 1,1$

Avec S qui est le poids correspondant aux essieux de 4 camions, admis sur la travée considérée : $S = S_{Bc} \cdot b_c = 120 \cdot 1,1 = 132 \text{ t}$

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2(25,4)} + \frac{0,6}{1 + 4 \cdot \frac{590,855}{132}} = 1,097$$

b/- Surcharges M_{c120} :

Le poids à considérer est celui d'un char ($S = 110 \text{ t}$), d'où :

$$\text{avec } G = 590,855 \text{ t} \rightarrow \delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2(25,4)} + \frac{0,6}{1 + 4 \cdot \frac{590,855}{110}} = 1,092$$

Tableau récapitulatif des Moments fléchissants

Sections	G		A		Bc		Mc 120		Trottoirs	
	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)
0,00l	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05l	262,67	"	122,23	-18,52	19,31	-13,46	117,20	-13,10	8,78	-1,33
0,10l	487,81	"	229,65	-37,04	35,44	-29,59	219,20	-25,91	16,50	-2,66
0,15l	675,43	"	322,25	-55,56	44,89	-43,80	306,13	-39,17	23,15	-3,98
0,20l	825,53	"	400,04	-74,08	45,79	-60,69	378,00	-50,50	28,69	-5,32
0,25l	938,10	"	463,00	-92,60	340,15	-75,94	435,48	-64,27	33,26	-6,66
0,30l	1013,16	"	511,16	-112,12	432,62	-86,30	478,27	-77,54	36,00	-7,67
0,35l	1050,68	"	544,49	-129,64	475,30	-103,53	507,03	-90,50	39,11	-9,32
0,40l	1050,68	"	563,02	-148,16	509,51	-121,01	522,08	-104,57	40,31	-10,65
0,45l	1013,16	"	566,72	-166,68	473,47	-135,43	523,87	-117,04	40,72	-11,98
0,50l	938,10	"	555,61	-185,20	348,40	-150,44	512,86	-129,51	39,92	-13,31
0,55l	825,53	"	529,68	-203,72	316,50	-165,66	489,55	-142,30	38,06	-14,64
0,60l	675,43	"	488,94	-222,24	301,20	-180,99	474,98	-155,25	35,12	-15,97
0,65l	487,81	"	433,38	-240,76	259,20	-196,95	409,25	-169,33	31,14	-17,29
0,70l	262,67	"	362,99	-259,28	215,70	-211,65	353,89	-182,12	26,08	-18,63
0,75l	0,00	0,00	277,81	-277,81	158,10	-226,62	290,10	-193,94	19,95	-19,95
0,80l	"	-300,19	177,79	-296,32	96,60	-241,04	219,03	-208,03	12,77	-21,29
0,85l	"	-637,94	132,69	-267,53	85,20	-255,85	126,11	-229,49	6,48	-24,58
0,90l	"	-1013,16	66,06	-319,24	43,80	-272,62	61,36	-234,09	2,60	-31,35
0,95l	"	-1425,32	18,21	-397,24	1,80	-286,27	13,44	-247,03	0,59	-41,04
1,00l	"	-1876,21	0,00	-498,64	0,00	-303,83	0,00	-260,80	0,00	-53,23

4. Coefficients de répartition K_α :

- a/. Ligne d'influence du coefficient de répartition transversale K_α :

$y \backslash z$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,9975	0,9989	1,0000	1,0012	1,0017	1,0012	1,0000	0,9989	0,9975
$\frac{b}{4}$	0,4985	0,6241	0,7500	0,8757	1,0012	1,1262	1,2503	1,3740	1,4975
$\frac{b}{2}$	0,0002	0,2501	0,5000	0,7500	1,0000	1,2503	1,5002	1,7496	1,9988
$\frac{3b}{4}$	-0,4975	-0,1239	0,2501	0,6241	0,9989	1,3740	1,7496	2,1254	2,5010
b	-0,9950	-0,4975	0,0002	0,4985	0,9975	1,4975	1,9988	2,5010	3,0034

- b/. Disposition des charges donnant le coefficient $K_{\alpha \max}$ dans chaque fibre:

Les positions transversales des charges sur le pont sont représentées sur les graphes.

- c/. Tableau récapitulatif des coefficients K_α .

Les valeurs de K_α sont données pour chaque charge et dans chaque fibre.

$y \backslash z$	0	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	b
A	1,0003	1,0012	1,0000	0,9989	0,9975
Bc	1,0009	1,1312	1,2552	1,0289	1,5250
Mozon	1,0005	1,1685	1,3452	1,5350	1,6950
Traction	0,9984	0,9985	1,0002	1,0025	1,0050

Surch. A

Surch. Trott.

Surch. Trott.

MC120 K

3,30m

2,50m

2,00m

2,00m

K_d

$y=0$ Ech. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abs: } 8/10^4 \\ \text{Ord: } 1/50 \end{array} \right.$

$-3b/4$ $-b/2$ $-b/4$ 0 $b/4$ $b/2$ $3b/4$ b

Surch. A

Surch. Troit.

Surch. Troit.

Meq. 1/2

0.50m

0.50m

2.00m

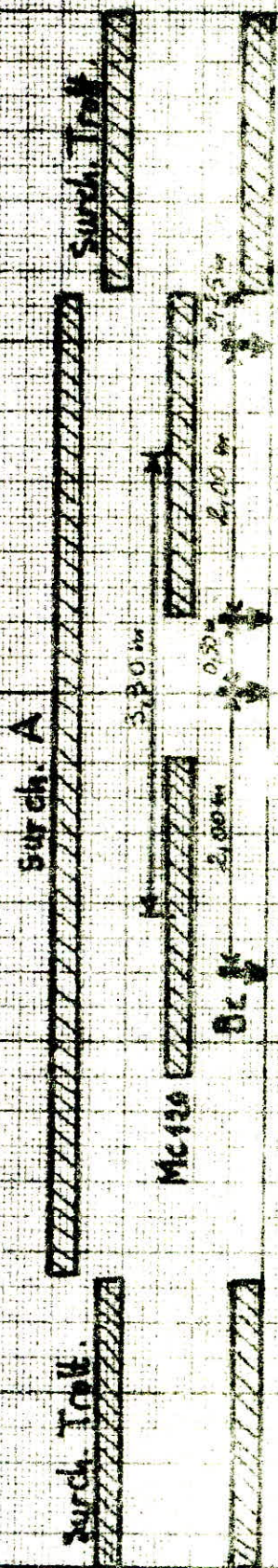
0.50m

A Kd

$$y = \frac{b}{4}$$

Echelle { abs. 10⁻¹
ord. 1/50

-b -b/4 -b/2 0 b/2 b



K_d

$$y = \frac{b}{x}$$

Each. (A) 2.10 m
Land: 1/50

Surch. A

Surch. Trakt.

Surch. Trakt.

Muro

BC

200

2.00 in

0.5 in

0.5 in

$\frac{1}{2} Ka$

$$y = 3b/4$$

Ech. $\begin{cases} \text{Absc. } 2.10'' \\ \text{Ord. } 1/50 \end{cases}$

Tableau récapitulatif des moments flechissants en

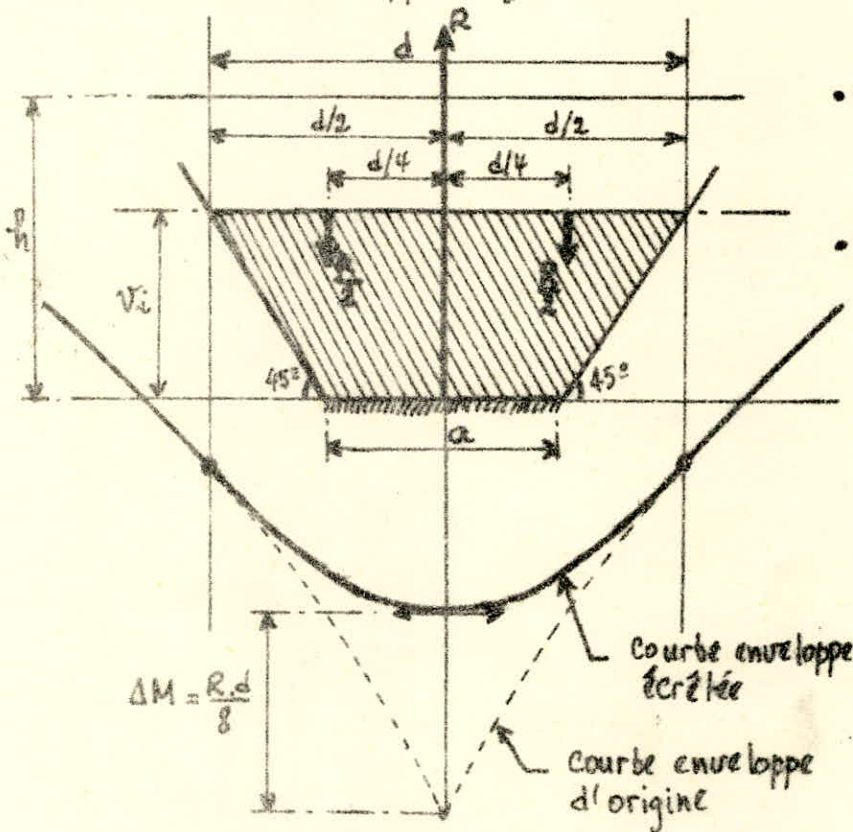
Sections	Abscisses cumulées (m)	G		A		Bc	
		M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)	M _{max.} (tm)	M _{min.} (tm)
0,00l	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05l	1,27	262,67	"	122,38	-18,54	29,45	-20,53
0,10l	2,54	487,81	"	229,93	-37,08	54,05	-45,12
0,15l	3,81	675,43	"	322,64	-55,63	68,46	-66,79
0,20l	5,08	825,53	"	400,52	-74,17	69,83	-92,55
0,25l	6,35	938,10	"	463,56	-92,71	518,73	-115,81
0,30l	7,62	1013,16	"	511,77	-112,25	659,75	-131,61
0,35l	8,89	1050,68	"	545,14	-129,80	724,89	-157,88
0,40l	10,16	1050,68	"	563,70	-148,34	777,00	-184,54
0,45l	11,43	1013,16	"	567,40	-166,88	722,04	-206,53
0,50l	12,70	938,10	"	556,28	-185,42	520,60	-229,42
0,55l	13,97	825,53	"	530,32	-203,96	482,70	-252,63
0,60l	15,24	675,43	"	489,53	-222,51	459,30	-276,01
0,65l	16,51	487,81	"	433,90	-241,05	395,26	-300,35
0,70l	17,78	262,67	"	363,43	-259,59	328,94	-322,77
0,75l	19,05	0,00	0,00	278,14	-278,14	241,10	-345,60
0,80l	20,32	"	-300,19	178,00	-296,68	147,32	-367,59
0,85l	21,59	"	-637,94	132,85	-267,85	129,93	-390,17
0,90l	22,86	"	-1013,16	66,14	-319,62	66,80	-417,75
0,95l	24,13	"	-1425,92	18,23	-397,72	2,75	-436,56
1,00l	25,4	"	-1876,21	0,00	-499,24	0,00	-463,34

tenant compte du Coefficient de répartition K_a

Mc120		Trottoirs		charges civiles		charges militaires	
M_{max}	M_{min}	M_{max}	M_{min}	M_2	M_1	M'_2	M'_1
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
198,65	-22,20	8,82	-1,34	393,87	242,80	470,14	239,13
371,54	-43,92	16,58	-2,67	734,32	448,06	875,93	441,22
518,89	-66,39	23,27	-4,00	1021,34	615,80	1217,59	605,04
640,71	-85,60	28,83	-5,35	1254,88	746,01	1499,67	734,58
738,14	-108,94	33,43	-6,69	1490,26	838,70	1709,67	822,47
810,57	-131,43	36,18	-7,71	1709,09	893,20	1859,91	874,02
859,42	-153,40	39,31	-9,37	1814,88	911,51	1949,41	887,91
884,93	-177,25	40,51	-10,70	1868,19	891,64	1976,12	862,73
887,96	-198,38	40,92	-12,04	1776,12	834,24	1942,04	802,74
869,30	-219,52	40,12	-13,38	1534,50	739,30	1847,52	705,20
829,79	-241,20	38,25	-14,71	1394,10	606,86	1693,57	569,62
805,09	-263,15	35,30	-16,05	1200,26	436,87	1515,82	396,23
693,68	-287,01	31,30	-17,38	953,01	229,38	1212,79	183,42
599,84	-308,69	26,21	-18,72	655,31	-78,82	888,72	-64,74
491,72	-328,73	20,05	-20,05	298,19	-365,65	511,77	-348,78
371,26	-352,61	12,83	-21,40	-281,29	-689,18	83,90	-674,20
213,76	-373,73	6,51	-24,70	-498,58	-1052,81	-417,67	-1036,37
104,07	-396,78	2,61	-31,51	-944,41	-1462,42	-906,54	-1441,45
22,78	-418,72	0,59	-41,25	-1422,91	-1903,79	-1402,55	-1903,73
0,00	-442,06	0,00	-53,50	-1876,21	-2428,94	-1876,21	-2371,77

ECRETEMENT DES MOMENTS SUR APPUIS :

Les courbes enveloppes des moments fléchissants sous surcharges civiles et militaires sont écrêtées de part et d'autre de l'appui intermédiaire et sur une distance d correspondant à l'étalement longitudinal de l'appareil d'appui à $\pi/4$ de la fibre moyenne de la dalle. A la courbe enveloppe calculée, on substitue un arc de parabole à tangente horizontale sur appui et passant par le point de la courbe enveloppe situé à une distance de l'appui égale à $d/2$.



- d = longueur de répartition sur la fibre moyenne
- a = largeur de l'appareil d'appui

$$d = a + 2V_i$$

R et ΔM pour toute la largeur de l'ouvrage.

La valeur de l'écrêtement du moment fléchissant est représentée par la différence des ordonnées de la courbe enveloppe et du point de tangente horizontale sur appui.

R étant la réaction d'appui produite par les charges dont la position a définit la courbe enveloppe considérée.

d : l'étalement longitudinal de l'appareil d'appui au niveau de la fibre moyenne de la dalle.

La courbe enveloppe des moments fléchissants est alors écrêtée de :

$$\Delta M = \frac{R \cdot d}{8}$$

Cet écrêtement des moments fléchissants au voisinage de l'appui intermédiaire permettra lors du dimensionnement de la précontrainte, de donner au câble moyen, un tracé plus régulier.

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,55 \text{ m} \\ v_2 = 0,693 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \text{L'étalement sera : } d = 0,55 + 2(0,693) = 1,036 \text{ m}$$

* Surcharges civiles :

$$R_1 = 965,856 \text{ t} \rightarrow \Delta M_1 = \frac{R_1 \cdot d}{8} = 233,737 \text{ tm}$$

$$R_2 = 766,784 \text{ t} \rightarrow \Delta M_2 = \frac{R_2 \cdot d}{8} = 185,562 \text{ tm}$$

* Surcharges militaires :

$$R'_1 = 835,5 \text{ t} \rightarrow \Delta M'_1 = \frac{R'_1 \cdot d}{8} = 202,191 \text{ tm}$$

$$R'_2 = 766,784 \text{ t} \rightarrow \Delta M'_2 = \frac{R'_2 \cdot d}{8} = 185,562 \text{ tm}$$

Les moments fléchissants obtenus après écrêtement sont :

* Surcharges civiles :

$$M_1 = -2428,94 + 233,737 = -2195,203 \text{ tm}$$

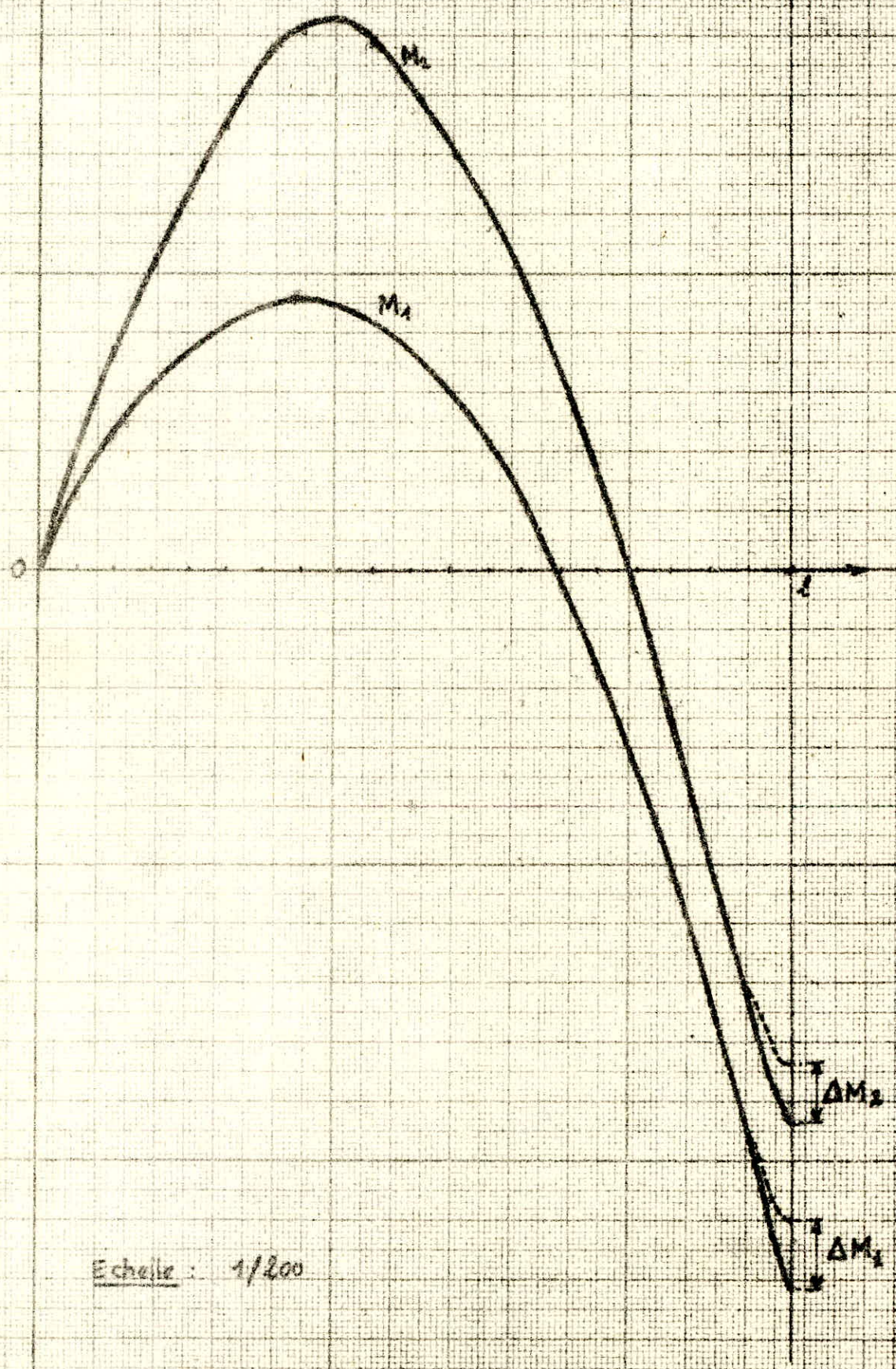
$$M_2 = -1876,21 + 185,562 = -1642,473 \text{ tm}$$

* Surcharges militaires :

$$M'_1 = -2371,77 + 202,191 = -2169,58 \text{ tm}$$

$$M'_2 = -1876,21 + 185,562 = -1642,473 \text{ tm}$$

Courbe enveloppe des Moments fléchissants
dûs aux charges civiles



Echelle : 1/200

PRECONTRAINTE

Rappels Théoriques

Définitions des paramètres essentiels utilisés :

I : Moment d'inertie de la section

m : Moment statique

S : Section transversale

h : hauteur de la section

d_m : Largeur moyenne (dalle équivalente)

V_s : Ordonnée de la fibre supérieure de la section rapportée à l'axe neutre.

V_i : Ordonnée de la fibre inférieure de la section rapportée à l'axe neutre.

$\eta = \left| \frac{I}{S \cdot V_s \cdot V_i} \right|$: rendement géométrique de la section.

$$\lambda = \frac{V_s}{V_i}$$

b : Demi-largeur de la dalle équivalente.

b_0 : Largeur inférieure de la nervure.

$K_1 ; K_2 ; K_3$: Coefficients de partition.

$\alpha_1 ; \alpha_2$: Coefficients de concordance.

e : Excentrement du câble.

e_s : Limite supérieure du fuseau limite.

e_i : Limite inférieure du fuseau limite.

F : Force de précontrainte.

M_p : Moment global de précontrainte.

M_H : Moment hyperstatique de précontrainte.

ω : Section utile d'un câble.

DIMENSIONNEMENT DE LA PRECONTRAINTE

Le dimensionnement de la précontrainte est une méthode dite du "câble Concordant" construit par points, dont le but est de déterminer l'épaisseur et la force de précontrainte dans une section quelconque, en fixant à priori la forme de l'intrados d'une structure donnée ainsi que les caractéristiques de la section. Deux cas se présentent :

- Dimensionnement en épaisseur minimale de la structure satisfaisants aux conditions mécanique et géométrique en tenant compte d'un intrados donné.
- Dimensionnement en géométrie imposée afin de déterminer la force de précontrainte minimale à adopter.

Le câble concordant : (Rappel des propriétés)

La détermination d'un "câble concordant", c'est à dire d'un câble donnant un moment hyperstatique nul de précontrainte, sur tout l'ouvrage, conduit au dimensionnement de la précontrainte en intensité et en tracé. Ce câble étant défini à l'intérieur du fuseau limite, qui à partir de son tracé, nous pourrions obtenir une infinité de câbles donnant le même effet de précontrainte.

Recherche de la force de Précontrainte :

Pour trouver le câble moyen, deux conditions doivent satisfaire :

- * Condition mécanique : Dans chaque section, le fuseau limite résultant existe et le câble recherché lui est intérieur.
- * La forme intrinsèque du câble moyen considéré par tracé, doit entrer à l'intérieur de la structure, compte tenu des couvertures minimales imposées et du groupage éventuel des câbles en paquets verticaux.

Ces 2 conditions conduisent à un couple (F, h) dépendant du critère de dimensionnement choisi. Ce qui conduit à la recherche d'une section déterminante du point de vue mécanique appelé : Section Critique.

1. Fuseaux limites - Condition (mécanique) d'existence :

Le dimensionnement de la précontrainte doit aboutir à la définition d'un câble moyen. Les valeurs des excentrement des limites du fuseau pour l'effort considéré, supposent nul, le moment hyperstatique développé par la force de précontrainte d'intensité F . En prenant les excentrement par rapport à la fibre moyenne, on définit dans une section quelconque, la limite supérieure du fuseau et la limite inférieure de "non compression excessive" et les limite supérieure et inférieure du fuseau limite de "non traction" pour cette même section.

$$\begin{aligned}\frac{F}{S} + M_1 \cdot \frac{V_s}{I} + M_p \cdot \frac{V_s}{I} &\geq \bar{\sigma}_1 \\ \frac{F}{S} + M_2 \cdot \frac{V_s}{I} + M_p \cdot \frac{V_s}{I} &\leq \bar{\sigma}_2 \\ \frac{F}{S} + M_2 \cdot \frac{V_i}{I} + M_p \cdot \frac{V_i}{I} &\geq \bar{\sigma}_1 \\ \frac{F}{S} + M_1 \cdot \frac{V_i}{I} + M_p \cdot \frac{V_i}{I} &\leq \bar{\sigma}_2\end{aligned}$$

M_1 et M_2 sont les moments fléchissants extrêmes auxquels est soumise la section. (Algébriquement $M_1 < M_2$).

M_p est le moment global de précontrainte.

V_s et V_i sont les ordonnées supérieure et inférieure des fibres extrêmes par rapport au centre de gravité de la section.

$\bar{\sigma}_1$ et $\bar{\sigma}_2$ sont les contraintes minimale et maximale admises du béton.

Pour les surcharges militaires :

$$M_1 \rightarrow M'_1 \rightarrow \bar{\sigma}_1 \rightarrow 1,1 \cdot 0,42 \cdot \bar{\sigma}_{21}$$

$$M_2 \rightarrow M'_2 \rightarrow \bar{\sigma}_2 \rightarrow 1,1 \bar{\sigma}_2$$

a) - La plus petite des 2 valeurs suivantes définit "la limite supérieure" du fuseau de "non - Compression excessive" :

$$\left\{ e_{sc} = \eta \cdot V_i \cdot \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_2}{F/S} \right) - \frac{M_2}{F} \quad (\text{surcharges civiles}) \right.$$

$$\left\{ \bar{e}_{sc} = \eta \cdot V_i \cdot \left(1 - 1,1 \frac{\bar{\sigma}_2}{F/S} \right) - \frac{M'_2}{F} \quad (\text{surcharges militaires}) \right.$$

b /- la plus grande des 2 valeurs suivantes définit "la limite inférieure" du fuseau de "non-compression excessive":

$$\begin{cases} e_{ic} = \eta \cdot V_s \cdot \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{F/s}\right) - \frac{M_1}{F} & (\text{surcharges civiles}) \\ \bar{e}_{ic} = \eta \cdot V_s \cdot \left(1 - 1,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b'}{F/s}\right) - \frac{M_1'}{F} & (\text{surcharges militaires}) \end{cases}$$

c /- Dans cette même section, la plus petite des 2 valeurs suivantes définit "la limite supérieure" du fuseau limite de "non-traction":

$$\begin{cases} e_{st} = \eta \cdot V_s \cdot \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{F/s}\right) - \frac{M_2}{F} & (\text{surcharges civiles}) \\ \bar{e}_{st} = \eta \cdot V_s \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b'}{F/s}\right) - \frac{M_2'}{F} & (\text{surcharges militaires}) \end{cases} \quad [\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_{b \min} \text{ des données}]$$

d /- La plus grande des 2 valeurs suivantes définit la "limite inférieure" du fuseau limite de "non-traction":

$$\begin{cases} e_{it} = \eta \cdot V_i \cdot \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{F/s}\right) - \frac{M_1}{F} & (\text{surcharges civiles}) \\ \bar{e}_{it} = \eta \cdot V_i \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b'}{F/s}\right) - \frac{M_1'}{F} & (\text{surcharges militaires}) \end{cases}$$

Pour qu'un fuseau limite résultant existe (condition mécanique) pour chaque section, il faut 3 conditions:

- Une condition nécessaire d'existence du fuseau de "non-compression".
- Une condition nécessaire d'existence du fuseau de "non-traction".
- Une condition liée aux deux précédentes par lesquelles les deux fuseaux ont une plage commune.

Avec $e_s > e_i$, on calcule la plus petite hauteur mécaniquement possible:

$$H_{\min} = \sqrt{\frac{(\Delta M) + \Delta \bar{M}}{\eta \cdot d \cdot m \cdot (A+B)}}$$

Fuseau de Compression:

limite inf. / limite sup.	Q_{sc}	\bar{Q}_{sc}
Q_{ic}	$\Delta \bar{M} = M_2 - M_1$	$\Delta M = M'_2 - M_1$
	$A = \bar{\sigma}_b$	$A = \frac{\lambda + 1,1}{1 + \lambda} \cdot \bar{\sigma}_b$
\bar{Q}_{ic}	$\Delta \bar{M} = M_2 - M'_1$	$\Delta M = M'_2 - M'_1$
	$A = \frac{1 + 1,1\lambda}{1 + \lambda} \cdot \bar{\sigma}_b$	$A = 1,1 \cdot \bar{\sigma}_b$

Fuseau de non-traction:

limite inf. / limite sup.	Q_{st}	\bar{Q}_{st}
Q_{it}	$(\Delta M) = M_2 - M_1$	$(\Delta M) = M'_2 - M'_1$
	$B = -\bar{\sigma}_1$	$B = \frac{1,1\lambda\bar{\sigma}'_b - \bar{\sigma}_1}{1 + \lambda}$
\bar{Q}_{it}	$(\Delta M) = M_2 - M'_1$	$(\Delta M) = M'_2 - M'_1$
	$B = -\frac{\lambda\bar{\sigma}_1 - 1,1\bar{\sigma}'_b}{1 + \lambda}$	$B = 1,1 \cdot \bar{\sigma}'_b$

2- Section critique:

Dans chaque section de hauteur h , la force de précontrainte F est comprise entre F_{min} et F_{max} .

Pour la plus petite hauteur mécaniquement possible $h_{min.c}$, $F_{min} = F_{max}$ et qu'en cette section, les fuseaux limites de "Compression" et de "non-traction" sont confondus et tangents au même point. $h_{min.c}$ est appelé hauteur minimale dans la section critique. La valeur de la force de précontrainte minimale mécanique dans la section critique est impérativement fixée suivant un dimensionnement en géométrie minimale ou en géométrie imposée.

— Géométrie minimale: La hauteur de la section critique est $h_{min.c}$, la force de précontrainte correspondante $F_{min.c}$ est donnée par:

$$F_{mimc} = \frac{(\Delta M)}{\eta \cdot H_{mimc}} + H_{mimc} \cdot dm \cdot B = - \frac{\Delta M}{\eta \cdot H_{mimc}} + H_{mimc} \cdot dm \cdot A$$

Avec la hauteur de la section critique dans le dimensionnement initial $H_{ini.c}$, la hauteur de l'ouvrage est corrigée dans chaque section de :

$$H_{ini.c} - H_{mim.c}$$

— Géométrie imposée : Avec $H_{ini.c} \geq H_{mim.c}$, pour lequel le problème soit mécaniquement possible, on a l'effort de précontrainte, compris dans le couple de valeurs (F_{min} ; F_{max} .)

$$F_{min} = \frac{(\Delta M)}{\eta \cdot H_{ini.c}} + H_{ini.c} \cdot dm \cdot B.$$

$$F_{max} = - \frac{\Delta M}{\eta \cdot H_{ini.c}} + H_{ini.c} \cdot dm \cdot A.$$

3- Condition géométrique :

La condition mécanique nous a permis de déterminer la force de précontrainte F à exercer dans la section critique et que l'on appliquera dans toutes les sections de l'ouvrage. Le nombre de câbles nécessaires est :

$$N = \frac{F}{\omega \cdot T_e}$$

N sera arrondi au chiffre supérieur.

Nous calculons alors la distance minimale d du centre de gravité des armatures de précontrainte au parement horizontal (intrados ou extrados) le plus proche et ce, en groupant éventuellement les câbles en paquets. Connaissant la force de précontrainte donnée par la Condition mécanique et les limites du fuseau résultant, nous pourrions calculer les côtes du câble aux points de passage particulier, à l'aide des coefficients K_1 ; K_2 et K_3 . Nous vérifierons alors que la flèche du câble peut s'inscrire dans la structure. Cette vérification s'effectue travee par travee.

La formule à appliquer est celle qui correspond aux travées de rive :

$$0,6 (e_c)_{A_0} + 0,4 (e_c)_{A_2} - \Delta Z - (e_c)_{0,4l} \leq h_u.$$

avec :

h_u = hauteur utile = $h_u - 1,4d$ pour une travée de rive.

ΔZ = variation de la fibre moyenne du tablier par rapport à l'extrados entre les appuis et le milieu de la travée.

$$\Delta Z = 0,4 V_s (A_1) + 0,6 V_s (A_0) - V_s (0,4l).$$

4- Recherche du tracé du câble moyen :

Le câble moyen est tracé par points à l'intérieur du fuseau limite résultant, son excentrement vertical dans chaque section, compté par rapport à la fibre moyenne est :

$$e_c = e_i + K (e_s - e_i)$$

La valeur K au point d'abscisse relative m_i dans la travée i sera :

$$K(i, \alpha_i, m_i) = P_i(m_i) + \alpha_i \cdot Q_i(m_i)$$

avec : α_i = paramètre de concordance constant par travée

$P_i(m_i)$ et $Q_i(m_i)$ = polynômes en m_i

$$m_i = \frac{x - x_i}{2\alpha_i} \text{ avec } x_i = \text{abscisse de la travée } i$$

pour $x_i \leq x \leq x_{i+1}$

Pour $0 \leq K \leq 1$ qui se traduit par $\alpha_i \leq \alpha_i \leq \alpha_i''$, il suffit que α_i satisfasse à cette condition pour que le câble obtenu soit contenu à l'intérieur du fuseau limite dans toute la travée. Les α_i sont déterminés par un système de $(n-1)$ équations linéaires et une condition supplémentaires, de manière à vérifier la condition de concordance sur chaque appui intermédiaire, l'ouvrage ayant n travées.

$(M_H)_i = 0$ pour $i = 2, \dots, n$.

$(M_H)_i$ étant le moment hyperstatique sur l'appui i .

Pour une travée de rive, nous prendrons pour K , un polynôme du 2^e degré en m :

$$K = K_3 + (K_1 - K_3)m - \alpha_1 m(1-m)$$

K est fonction de α , et prend les valeurs K_3 et K_1 sur appuis (fixées à l'avance).

* Travée de rive:

$$-(\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2 \leq \alpha_1 \leq (\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2$$

Dans le cas général, on détermine les α_i par la condition qui consiste à rendre minimale, l'expression:

$$\sum_{i=1}^n \frac{(\alpha_i - \bar{\alpha}_i)^2}{(\alpha_i'' - \alpha_i')^2} \quad \text{avec} \quad \bar{\alpha}_i = \frac{1}{2} (\alpha_i' + \alpha_i'')$$

A l'aide des multiplicateurs de Lagrange, on détermine les valeurs de α_i , tout en vérifiant les conditions précédentes et en particulier:

$$\alpha_i' \leq \alpha_i \leq \alpha_i''$$

Pour notre cas, l'expression à rendre minimale sera:

$$Q(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 - \bar{\alpha}_1)^2 + (\alpha_2 - \bar{\alpha}_2)^2}{[(\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 + (\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2]^2}$$

avec:

$$\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = \frac{1}{2} [(\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 - (\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2]$$

5 - Calcul du moment hyperstatique de Précontrainte M_H :

L'action de la précontrainte est équivalente à:

- Un effort normal F tangent à la ligne moyenne.
- Une charge continue verticale due à la courbure et égale à F/R (avec R = rayon de courbure du câble)
- Une charge verticale due à la courbure de la poutre et égale à F/R' (avec R' = rayon de courbure de la ligne moyenne)
- Des moments d'attaches aux abuts $F_1 e_1$ et $F_{n+1} e_{n+1}$

— En cas de brisure de la ligne moyenne (due aux élégissements), des efforts concentrés s'exercent au niveau des changements de direction de cette ligne moyenne et sont égaux à $F \cdot \sin \gamma$ (avec γ = déviation de la ligne moyenne).

L'effet de la précontrainte en un point x , est représenté par $F \cdot \vec{E}$, avec \vec{E} = vecteur unitaire tangent à la courbe $y(x)$ donc au câble moyen :

$$d(F \cdot \vec{E}) = \vec{E} \cdot dF + F \cdot d\vec{E} = \vec{E} \cdot dF + \vec{n} \cdot \frac{F}{R} \cdot ds$$

avec : $\frac{1}{R} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}}$

L'inclinaison du câble sur l'horizontale étant très petite, on néglige le terme du second degré (y'^2), ce qui nous conduit à considérer \vec{E} comme horizontale et \vec{n} comme verticale.

dF est la variation d'effort normal. La densité de charge verticale répartie (fictive) due à la courbure du câble est :

$$\bar{\omega}(x) = -F \cdot y'' = -\frac{F}{R}$$

La densité de charge due à la courbure du tablier est :

$$\tilde{\omega}(x) = F \cdot z'' = \frac{F}{R'}$$

$z(x)$ = ordonnée de la fibre moyenne du tablier.

Dans ces conditions, les efforts dus à la précontrainte se résument à :

— Un effort normal $F(x)$ appliqué au centre de gravité de la section considérée.

— Un moment fléchissant de précontrainte égal, d'une part, à la somme des effets de la courbure du câble et de celle de la ligne moyenne donnés

par : $\int_{A_1}^{A_{n+1}} M(x, \alpha) \cdot F(\alpha) \cdot [y''(\alpha) - z''(\alpha)] \cdot d\alpha$

et des effets dus aux moments d'attache aux extrémités du câble et ceux dus aux brisures de la ligne moyenne (élégissements) d'autre part.

* $M(x, \alpha)$ représente la ligne d'influence du moment fléchissant dans la section x , pour une charge unité se trouvant dans la section α .

* M_p représente le moment global de précontrainte.

L'excentrement du câble moyen, en ramenant le câble $y(x)$ et la ligne moyenne $z(x)$ à un même axe, est donné par :

$$e(x) = y(x) - z(x)$$

En moyennant des expressions valables pour l'ouvrage étudié, la double intégration par parties de l'expression précédente du moment global de précontrainte conduit à :

$$M_p = F(x) \cdot e(x) - \int_{A_1}^{A_{n+1}} F(\alpha) \cdot e(\alpha) \cdot \frac{\delta^2 M(x, \alpha)}{\delta \cdot x^2} \cdot d\alpha.$$

Or le moment global de précontrainte est la somme du moment "isostatique" ($F \cdot e$) et du moment hyperstatique M_H de précontrainte :

$$M_p = F \cdot e + M_H$$

$$\text{d'où : } M_H = - \int_{A_1}^{A_{n+1}} F(\alpha) \cdot e(\alpha) \cdot M''_{\alpha^2}(x, \alpha) \cdot d\alpha$$

avec $M''_{\alpha^2}(x, \alpha)$ qui est la dérivée seconde par rapport à α , de la ligne d'influence du moment fléchissant dans la section x .

Remarques :

- L'expression précédente de M_H englobe les effets dus aux moments d'attache aux abouts et ceux dus à la brisure de la ligne moyenne, (existence d'élégissements). Elle ne serait valable que si l'ouvrage comportait des arrêts de câbles intermédiaires.
- Vue la décomposition des effets de la précontrainte, le moment global de la précontrainte ne dépend que de la courbure du câble, donc de sa forme intrinsèque et non de sa position, si l'on ne déplace pas les abouts. Il est donc illusoire de vouloir, suivant des errements courants, modifier M_H pour augmenter le moment global.
- Pour toute solution de la forme $y_i(x)$ dans la travée L_i , on aura une expression de la forme :

$y_i(x) + B_i \cdot \frac{x}{l_i} + C_i$ qui est aussi solution.

Avec: B_i et C_i qui sont des constantes.

En d'autres termes, des transformations linéaires par traveées, portant sur le câble en laissant fixes les extrémités, ne changent pas les courbures du câble, donc son action n'est pas modifiée et l'effet global de la précontrainte reste le même:

* - $M(x, \alpha)$ est linéaire en x

$$M(x, \alpha) = \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \cdot M_i(\alpha) + \left(\frac{x}{l_i}\right) \cdot M_{i+1}(\alpha) + \mu(x, \alpha)$$

* - $M_i(\alpha)$ et $M_{i+1}(\alpha)$ représentent les L.I. du moment fléchissant sur les appuis A_i et A_{i+1} .

* - $\mu(x, \alpha)$: Terme isostatique, est linéaire en x et en α , donc:

$$\frac{\partial^2 M(x, \alpha)}{\partial \alpha^2} = \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \cdot M_i''(\alpha) + \left(\frac{x}{l_i}\right) \cdot M_{i+1}''(\alpha).$$

Le moment hyperstatique de précontrainte sur l'appui A_i sera:

$$M_{H(A_i)} = - \int_{A_i}^{A_{i+1}} F(\alpha) \cdot M_i''(\alpha) \cdot e(\alpha) \cdot d\alpha$$

6 - Conséquence pour le tracé du câble:

Les remarques précédentes montrent que l'on peut s'affranchir du calcul de M_H en choisissant un "câble concordant" c'est-à-dire un câble donnant un moment hyperstatique nul sur tout l'ouvrage. Le fuseau limite déjà tracé s'applique alors intégralement. Un tel câble est confondu avec sa ligne d'action, pouvant sortir de la dalle, à partir de son tracé, et l'on retiendra par le jeu des transformations linéaires celui qui sera le mieux centré dans la structure.

- Calcul de $M_i''(\alpha)$:

$M_i''(\alpha)$ peut se calculer d'après le cours de RDM (COURBON):



$$\begin{cases} M_i = \left(\frac{1}{\ell_i'} \times \frac{w_i'}{\Delta_i} \right) + \frac{w_i''}{\Delta_i} \\ M_{i+1} = -\frac{w_i'}{\Delta_i} - \left[\frac{1}{\ell_i} \times \frac{w_i''}{\Delta_i} \right] \end{cases}$$

avec: w_i' et w_i'' qui sont des rotations de la travée i , supposée isostatique, sous la charge unité à l'abscisse α et Δ_i est égal à:

$$\Delta_i = b_i \left(\frac{1}{\ell_i \ell_i'} - 1 \right)$$

or :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w_i'}{\partial \alpha^2} = \frac{1}{EI(\alpha)} \left(1 - \frac{\alpha}{\ell_i} \right) \\ \frac{\partial^2 w_i''}{\partial \alpha^2} = -\frac{1}{EI(\alpha)} \cdot \frac{\alpha}{\ell_i} \end{cases}$$

d'où:

$$\begin{cases} M_{b_i}''(\alpha) = \frac{1}{\Delta_i \cdot EI(\alpha)} \left[\frac{1 - \frac{\alpha}{\ell_i}}{\ell_i'} - \frac{\alpha}{\ell_i} \right] \\ M_{b_{i+1}}''(\alpha) = -\frac{1}{\Delta_i \cdot EI(\alpha)} \left[1 - \frac{\alpha}{\ell_i} - \frac{\alpha}{\ell_i \ell_i'} \right] \end{cases}$$

Les $M_{b_i}''(\alpha)$ sont donc fonctions linéairement à $\frac{1}{EI(\alpha)}$ près.

CABLAGÉ

CABLAGE

I. DETERMINATION DU CABLAGE :

Nous avons un pont-dalle à larges encorbellements dont nous déterminerons la précontrainte et rechercherons le tracé du câble.

1. Paramètres de calcul :

- a/ Caractéristiques géométriques :

$$\begin{aligned} * \text{ Appuis : } & \left\{ \begin{array}{l} I = 1,1188 \text{ m}^4 \\ S = 9,324 \text{ m}^3 \\ V_s = 50,70 \text{ cm} \\ V_i = -69,30 \text{ cm} \\ \eta = 0,3415 \\ \lambda = 0,7316 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{ Travée : } & \left\{ \begin{array}{l} I = 1,0807096 \text{ m}^4 \\ S = 7,627 \text{ m}^3 \\ V_s = 52,05 \text{ cm} \\ V_i = -67,95 \text{ cm} \\ \eta = 0,4006 \\ \lambda = 0,776 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$d_m = 7,77 \text{ m}$$

$$h = 1,20 \text{ m}$$

$$h_u = 1,20 - 2(0,116) = 0,968 \text{ m}$$

- b/ Caractéristiques des matériaux :

$$\begin{aligned} * \text{ Béton : } & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{28} = 3000 \text{ t/m}^2 \\ \bar{\sigma}_b = 1260 \text{ t/m}^2 \\ \bar{\sigma}'_b = \bar{\sigma}_1 = 0 \\ \sigma_j = 2800 \text{ t/m}^2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{ Acier : } & \left\{ \begin{array}{l} R_e = 185000 \text{ t/m}^2 \\ T_e = 148000 \text{ t/m}^2 \\ \omega = 973 \text{ mm}^2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

2. Tracé du câble approché :

- a/- Détermination du couple (F_{min} , F_{max}) :

La section critique est prise à 0,4 l, de hauteur $h = 1,20 \text{ m}$. Avant de déterminer ce couple de forces, nous devons d'abord vérifier que la hauteur imposée n'est pas inférieure à la hauteur minimale donnée par la condition mécanique. Pour cela, dans le cas de surcharges militaires qui sont prépondérantes dans la section 0,4 l, on a :

$$H_{min} = \sqrt{\frac{(\Delta M) + \Delta \bar{M}}{\eta \cdot d_m \cdot (A+B)}}$$

avec :

$$(\Delta M) = \Delta \bar{M} = M'_2 - M_1 = 1113,39 \text{ tm}$$

$$A = 1,1 \cdot \bar{\sigma}_b = 1,1 \cdot 1260 = 1386 \text{ t/m}^2$$

$$B = 0$$

d'où : $H_{\min} = 71,84 \text{ cm} < h = 120 \text{ cm}$ et l'on aura donc :

$$F_{\min} = \frac{\Delta M}{\eta \cdot h} + h \cdot \text{dm} \cdot B = 2316,1 \text{ t}$$

$$F_{\max} = -\frac{\Delta M}{\eta \cdot h} + h \cdot \text{dm} \cdot A = 10607 \text{ t}$$

- b/- Condition géométrique et force géométrique :

La condition géométrique s'écrit :

$$0,6 \cdot e_c(A_0) + 0,4 \cdot e_c(A_1) - \Delta Z - e_c(0,4\ell) \leq h_u$$

En fixant :

$$K_1 = 0,1$$

$$K_2 = 0,9$$

K_3 est fixé tel que l'excentrement à l'about soit nul.

on aura :

$$e_c(A_0) = 0$$

$$e_c(A_1) = \eta \cdot V_i - \frac{M_1}{F}$$

$$e_c(0,4\ell) = \eta \left(1 - 1,1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{F/S} \right) \frac{\lambda}{1+\lambda} - \frac{M_2}{F}$$

$$\Delta Z = 0,4 \cdot V_s(A_1) + 0,6 \cdot V_s(A_0) - V_s(0,4\ell) = V_s(A) - V_s(0,4\ell) = 50,7 - 52,05 = -1,35 \text{ cm}$$

$$M_1 = -2195 \text{ tm}$$

$$M_2 = 1976,2 \text{ tm}$$

la force géométrique sera :

$$\begin{aligned} F_{\text{géom.}} &= \frac{-M_2 + 0,4 M_1 - 1,1 \cdot S_t \cdot \bar{\sigma}_b \cdot \frac{\eta_t \cdot \lambda_t}{1+\lambda_t}}{0,4 \eta_t \cdot V_{ia} - \Delta Z - \frac{\eta_t \cdot \lambda_t}{1+\lambda_t} - h_u} \\ &= \frac{-1976,2 - 2195,2 \times 0,4 - 1,1 \cdot 7,627 \cdot 1260 \cdot \frac{0,4006 \cdot 0,776}{1+0,776}}{0,4 \cdot 0,3415 \cdot 0,693 + 0,0135 - \frac{0,4006 \cdot 0,776}{1+0,776} - 0,968} = 4546,1 \text{ t} \end{aligned}$$

la condition sur $F_{\text{géom.}}$ est donc vérifiée puisque :

$$F_{\min.} = 2316,1 \text{ t} < F_{\text{géom.}} = 4546,1 \text{ t} < F_{\max.} = 10607 \text{ t}$$

d'où le nombre de câbles qui sera égal à :

$$N = \frac{F}{\omega \cdot T_c} = \frac{4546,1}{9,73 \cdot 10^{-6} \cdot 148000} = 31,57 \rightarrow \text{soit } N = 32$$

- c) - Tracé du câble approché :

En considérant F_{gion} constante dans toute la travée, nous déterminerons le fuseau limite, donc le tracé du câble approché. Avec $\bar{\sigma}_b' = \bar{\sigma}_t = 0$, nous aurons :

— La plus petite de (e_{sc}, \bar{e}_{sc}) donne la limite supérieure du fuseau de "non-compression excessive" :

$$\left| \begin{array}{l} e_{sc} = \eta V_i \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{F/S}\right) - \frac{M_2}{F} \\ \bar{e}_{sc} = \eta V_i \left(1 - 1,1 \frac{\bar{\sigma}_b}{F/S}\right) - \frac{M'_2}{F} \end{array} \right.$$

— la plus grande de (e_{ic}, \bar{e}_{ic}) donne la limite inférieure du fuseau de "non compression excessive" :

$$\left| \begin{array}{l} e_{ic} = \eta V_s \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{F/S}\right) - \frac{M_1}{F} \\ \bar{e}_{ic} = \eta V_s \left(1 - 1,1 \frac{\bar{\sigma}_b}{F/S}\right) - \frac{M'_1}{F} \end{array} \right.$$

— La plus petite de (e_{st}, \bar{e}_{st}) donne la limite supérieure du fuseau de "non-traction" :

$$\left| \begin{array}{l} e_{st} = \eta V_s - \frac{M_2}{F} \\ \bar{e}_{st} = \eta V_s - \frac{M'_2}{F} \end{array} \right.$$

— la plus grande de (e_{it}, \bar{e}_{it}) donne la limite inférieure du fuseau de "non-traction" :

$$\left| \begin{array}{l} e_{it} = \eta V_i - \frac{M_1}{F} \\ \bar{e}_{it} = \eta V_i - \frac{M'_1}{F} \end{array} \right.$$

Le tableau suivant donne les valeurs de ces limites ; le fuseau résultant et l'excentrement du câble.

Fuseau limite et excentrement du câble approché:

sections	Abscisses cumulées (m)	$Q_{st}(m)$	$Q_{it}(m)$	$Q_{sc}(m)$	$Q_{ic}(m)$	Fuseau limite résult		Excentrem. du câble $Q_c(m)$
						$Q_i(m)$	$Q_s(m)$	
400l	0,00	+0,1731	-0,2367	+0,3749	-0,2530	-0,2367	+0,1731	0
0,05l	1,27	+0,1051	-0,3248	+0,2166	-0,2857	-0,2857	+0,1051	-0,0693
0,10l	2,54	+0,0158	-0,3692	+0,1417	-0,3308	-0,3308	+0,0158	-0,1472
0,15l	3,81	-0,0593	-0,4053	+0,0786	-0,3677	-0,3677	-0,0593	-0,2117
0,20l	5,08	-0,1214	-0,4338	+0,0272	-0,3964	-0,3964	-0,1214	-0,2638
0,25l	6,35	-0,1676	-0,4531	-0,0246	-0,4168	-0,4168	-0,1676	-0,3026
0,30l	7,72	-0,2006	-0,4645	-0,0727	-0,4287	-0,4287	-0,2006	-0,3296
0,35l	8,89	-0,2203	-0,4675	-0,0960	-0,4328	-0,4328	-0,2203	-0,3456
0,40l	10,16	-0,2262	-0,4620	-0,1077	-0,4158	-0,4284	-0,2262	-0,3502
0,45l	11,43	-0,2187	-0,4488	-0,0875	-0,3949	-0,4158	-0,2187	-0,3443
0,50l	12,70	-0,1979	-0,4273	-0,0456	-0,3949	-0,3949	-0,1979	-0,3282
0,55l	13,97	-0,1640	-0,3975	-0,0118	-0,3658	-0,3658	-0,1640	-0,3022
0,60l	15,24	-0,1249	-0,3594	+0,0273	-0,3284	-0,3284	-0,1249	-0,2692
0,65l	16,51	-0,0583	-0,3126	+0,0936	-0,2827	-0,2827	-0,0583	-0,2227
0,70l	17,78	+0,0130	-0,2542	+0,1591	-0,2149	-0,2149	+0,0130	-0,1595
0,75l	19,05	+0,0959	-0,1918	+0,2376	-0,1518	-0,1518	+0,0959	-0,0975
0,80l	20,32	+0,1901	-0,1206	+0,3423	-0,0807	-0,0807	+0,1901	-0,0278
0,85l	21,59	+0,3004	-0,0406	+0,4129	-0,0007	-0,0007	+0,3004	+0,0510
0,90l	22,86	+0,4079	+0,0495	+0,5109	+0,0894	+0,0894	+0,4079	+0,1365
0,95l	24,13	+0,5170	+0,1466	+0,6162	+0,1865	+0,1865	+0,5170	+0,2274
1l	25,40	+0,5858	+0,2976	+0,4161	+0,2813	+0,2976	+0,4161	+0,3095

Entre le fuseau de "non compression excessive" et le fuseau de "non-traction" existe une plage commune qui est le fuseau limite résultant.

Les excentrémentes du câble sont donnés par :

$$e_c = e_i + K_3 (1-m)(e_s - e_i)$$

avec :

$m = \frac{x}{l}$ est le point d'abscisse relative pour la valeur de K .

$$K(e_i, m_i) = P_i(m_i) + \alpha_i \cdot e_i(m_i)$$

Pour une travée de rive :

$$K = K_3 + (K_1 - K_3)m - \alpha_1 m(1-m)$$

d'où le câble approché qui sera obtenu en considérant $\alpha = 0$:

$$K = K_3 + (K_1 - K_3)m$$

et les excentrémentes du câble sont donnés dans chaque section par :

$$e_c = e_i + K(e_s - e_i)$$

avec $\begin{cases} K_1 = 0,1 \\ K_2 = 0,9 \end{cases}$

K_3 est donc fixé de telle manière que $e_c = 0$ au niveau de l'about, d'où :

$$K_3 = \frac{-e_i}{e_s - e_i} = \frac{-(-0,2367)}{0,1731 - (-0,2367)} = 0,5776.$$

Les valeurs de e_s et de e_i sont les limites respectivement supérieure et inférieure du fuseau résultant, prises à l'about d'après le tableau précédent. Pour le tracé du câble approché (voir figure)

3_ Tracé du câble concordant :

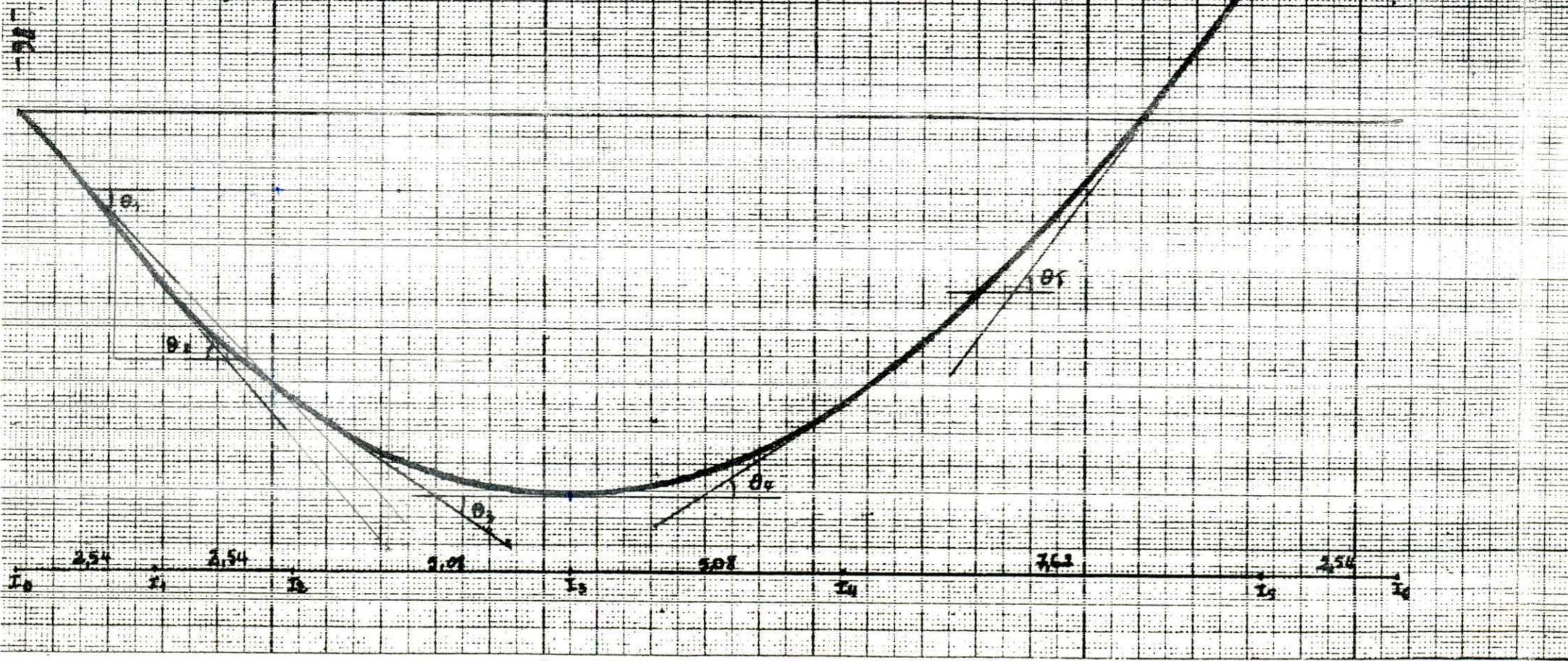
a/- Evaluation des pertes sur le tracé approché :

Nous calculerons sur le tracé, entre deux points d'inflexion successifs, les pertes que nous considérerons linéaires et les déviations angulaires correspondant à ces deux points successifs ainsi que leur différence d'abscisses sont donnés par le tableau des pertes. Notre tracé présente 8 points d'inflexion. En un point x , les pertes sont données par.

Tracé du câble approché

Echelle : abscisse : 1/20

ordonnée : 1/100



$$\Delta T(x) = -T \cdot (f \cdot \frac{\theta}{L} + \varphi) x$$

T est la tension dans le premier point d'inflexion.

θ : la variation angulaire entre ces deux points d'inflexion.

x : Abscisse du point de calcul comptée à partir du premier point d'inflexion.

Au deuxième point d'inflexion, la perte est de :

$$\Delta T(L) = -T (f \cdot \theta + \varphi \cdot L)$$

avec : f = coefficient de frottements = 0,18 (pour les 2 cas de formules)

φ = variation angulaire parasite = 0,002

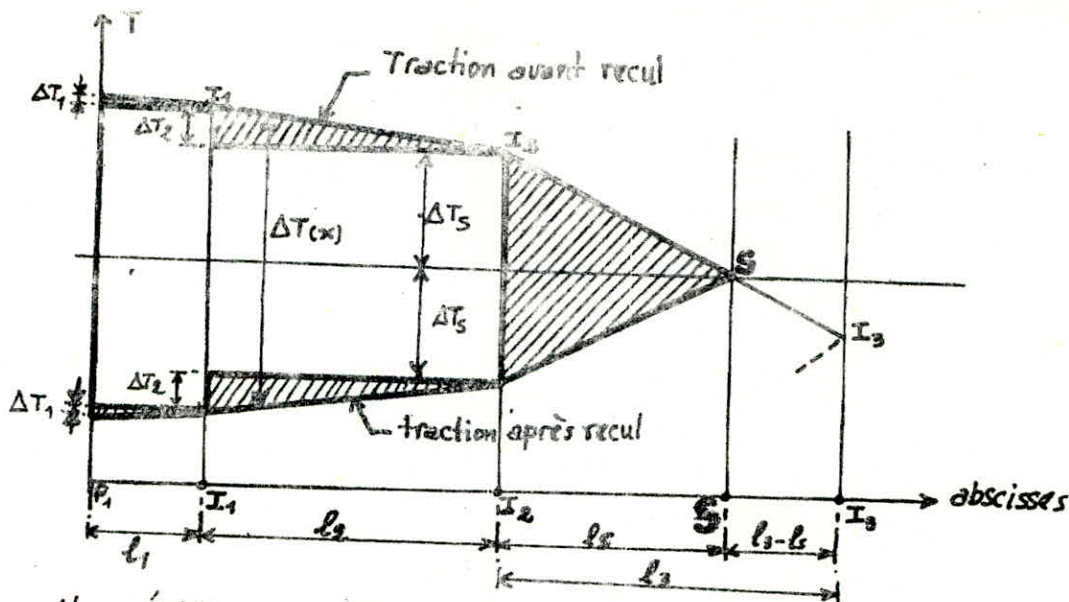
- b/- Pertes par recul d'ancrage :

Ces pertes sont déterminées sous tension initial $T_0 = T_G$. Pour les systèmes d'ancrage à coincement conique, il ya une rentrée de l'ancrage après clavage de l'armature tendue, donc une perte de tension statique. Cette rentrée d'ancrage provoque une perte de tension $\Delta T(x)$ qui décroît en s'éloignant de l'ancrage, puisque, sous ce mouvement de rétraction de l'armature non injectée, les frottements du câble dans sa gaine sont mobilisés en sens inverse des frottements lors de la mise en traction. Les 2 diagrammes de pertes statiques sont donc des polygones antiparallèles par rapport à l'axe des abscisses, sur une longueur P_1S .

Pour calculer les pertes de tension, on évalue de 2 manières différentes, l'énergie de frottements dissipée au cours de la rétraction. Si Δc = rentrée d'ancrage, nous aurons d'après la loi de Hooke :

$$\int_{P_1}^S \Delta T(x) \cdot dx = E \cdot \frac{\Delta c}{1000} \quad \begin{cases} x \text{ en (m)} \\ \Delta c \text{ en (mm)} \end{cases}$$

Pour satisfaire à l'égalité ci-dessus, avec une précision suffisante, nous allons rechercher l'abscisse de S , donc sa position par rapport aux points d'inflexion du tracé.



Nous établirons un graphique du type ci-dessus où les aires, de part et d'autre de l'axe mené par S, doivent être égales. Si nous posons :

$$\int_{P_1}^{I_n} \Delta T(x) \cdot dx = S_n$$

$$S_n = \Delta T_1 \cdot l_1 + \Delta T_2 \cdot l_2 + \dots + \Delta T_n \cdot l_n \\ + 2l_1 [\Delta T_2 + \dots + \Delta T_n] + 2l_2 [\Delta T_3 + \dots + \Delta T_n] \\ + 2l_{n-1} [\Delta T_n]$$

$$S_n = S_{n-1} + \Delta T_n \cdot (2l_1 + 2l_2 + \dots + 2l_{n-1} + l_n)$$

Nous cherchons la valeur de S_n , la plus voisine par défaut de $E \cdot \frac{\Delta c}{1000}$ et nous déterminerons la position de S en posant :

$$K = \frac{\Delta T_{n+1}}{l_{n+1}} = \frac{\Delta T_5}{l_5} \quad \text{d'où :}$$

$$E \cdot \frac{\Delta c}{1000} = S_n + \Delta T (2l_1 + 2l_2 + 2l_3 + \dots + 2l_3 + \frac{\Delta T_5}{K})$$

avec :

K = pente de segment de droite sur lequel se trouve S, et nous obtenons ΔT_5 , donc par l_5 , $-l_5$, par résolution (du second degré) d'une équation.

Remarque : Après la rentrée d'ancrage, la tension du câble est maximale au point S et non pas à l'origine du câble.

Pour notre ouvrage, $n=4$: $l_1 = 2,54m$; $l_2 = 2,54m$; $l_3 = l_4 = 508m$; $l_5 = 7,62m$
La tension à l'ancrage est : $T_0 = T_6 = 148 \text{ Kg/mm}^2$

$$K = \frac{\Delta T_{li}}{l_{n+1}} = \frac{\Delta T_s}{l_s} = \frac{3,8219}{7,62 \cdot 10^3} = 5,0156 \cdot 10^{-4}$$

En résolvant l'équation suivante : ($n=4$)

$$E \cdot \frac{\Delta c}{1000} = S_4 + \Delta T_s (2l_1 + \dots + 2l_4 + \frac{\Delta T_s}{K}) \rightarrow$$

$$\frac{\Delta T_s^2}{K} + (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) 2\Delta T_s + (S_4 - \frac{E \cdot \Delta c}{1000}) = 0$$

$$\Delta T_s^2 + 2K(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)\Delta T_s + K(S_4 - E \cdot \frac{\Delta c}{1000}) = 0$$

$$S_4 = \Delta T_1 \cdot l_1 + \Delta T_2 \cdot l_2 + \Delta T_3 \cdot l_3 + \Delta T_4 \cdot l_4$$

$$+ 2l_1[\Delta T_2 + \Delta T_3 + \Delta T_4] + 2l_2[\Delta T_3 + \Delta T_4] + 2l_3[\Delta T_4]$$

$$S_4 = 116,21338 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^2$$

$$\Delta c = 9 \text{ mm}$$

$$K = 5,0156 \cdot 10^{-4}$$

$$E = 2 \cdot 10^7 \text{ kg/mm}^2$$

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 15,24 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$\Delta T_s^2 + 15,288 \Delta T_s - 31,9928 = 0 \rightarrow \Delta T_s = 1,86513 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{d'où : } l_s = \frac{\Delta T_s}{K} = \frac{1,86513}{5,0156 \cdot 10^{-4}} = 3,7187 \text{ m}$$

L'effet de recul d'ancrage se fait ressentir sur une distance égale à :

$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_s = 18,96 \text{ m}$ dans la travée de gauche et à partir de $31,84 \text{ m}$ dans la travée de droite.

Tableau récapitulatif des pertes de Tension en Courbe et par déviation parasite :

$$\Delta T(l_i) = -T(f \cdot \theta + c \cdot l_i)$$

Pertes Sections	Déviation α (grades)	l_i (m)	Frottements $\Delta T \cdot f(\pi)$ (kg/mm ²)	Recul d'ancrage $\Delta T(\pi)$ (kg/mm ²)	$T_s(\pi)$ (kg/mm ²)
I ₀				21,715	126,285
I ₁	$\theta_1 = 3,1805$	2,54	2,0827	17,5496	128,3677
I ₂	$\theta_2 = 3,7937$	2,54	2,3064	12,9368	130,6741
I ₃	$\theta_3 = 2,1213$	5,08	2,3204	8,296	133,0215
I ₄	$\theta_4 = 2,1213$	5,08	2,2829	3,7302	135,2774
I ₅	$\theta_5 = 4,3340$	7,62	3,8219	0	135,1857
I ₆	$\theta_6 = 3,4406$	2,54	3,3169	0	131,8688

La réévaluation de la précontrainte est donc nécessaire pour tenir compte des pertes calculées sur le tracé approché, pour la suite des calculs. Ainsi, nous déterminerons le nouveau fuseau limite, donc le moment hyperstatique de précontrainte. Pour déterminer le tracé du câble concordant, nous calculerons le coefficient de concordance α_i , avec K_1, K_2 et K_3 déjà calculés ($K_1=0,1$; $K_2=0,9$; $K_3=0,5776$)

* travée 1:

$$K = K_3 + (K_1 - K_3) m - \alpha_1 m (1-m) \Rightarrow$$

$$K = 0,5776 (1-m) - \alpha_1 m (1-m) + 0,1 m; \quad (m = x/l).$$

d'où l'excentricité du câble :

$$e_c = e_i + [0,5776(1-m) + 0,1m - \alpha_1 m(1-m)] (e_s - e_i)$$

$$e_c = e_i + [0,5776(1-m) + 0,1m] (e_s - e_i) - \alpha_1 m(1-m)(e_s - e_i)$$

$$e_c = e_i + [0,5776(1-m)(e_s - e_i) + 0,1m(e_s - e_i) - \alpha_1 m(1-m)(e_s - e_i)]$$

* travée 2 :

K est obtenu en remplaçant dans son expression pour la 1^{ère} travée, K_1 par K_3 et K_3 par K_1 , ce qui conduit à :

$$K = 0,1(1-m) - \alpha_2 m(1-m) + 0,5776 m$$

et l'excentricité du câble sera donc :

$$e_c = e_i + [0,1(1-m) - \alpha_2 m(1-m) + 0,5776 m] (e_s - e_i)$$

$$e_c = e_i + 0,1(1-m)(e_s - e_i) - \alpha_2 m(1-m)(e_s - e_i) + 0,5776 m(e_s - e_i)$$

Ces différentes excentricités seront représentées dans le tableau récapitulatif.

Détermination du câble concordant:

Travée 1 :

Sections	F(t)	$Q_i(m)$	$Q_s(m)$	K	Q_c	F. Q_c	M_1''	F. Q_c . M_1''
0,00 l	4300,636	-0,2367	+0,1731	0,5776	0	0	0	0
0,05 l	4371,562	-0,2857	+0,1051	0,5537 - 0,0475 α_1	-0,0693 - 0,0786 α_1	-302,950 - 81,341 α_1	0,0029	-0,8486 - 0,2358 α_1
0,10 l	4371,562	-0,3308	+0,0158	0,5298 - 0,0900 α_1	-0,1472 - 0,0312 α_1	-643,494 - 136,393 α_1	0,0059	-3,7966 - 0,8047 α_1
0,15 l	4379,18	-0,3677	-0,0593	0,5060 - 0,1275 α_1	-0,2116 - 0,0393 α_1	-926,634 - 172,102 α_1	0,0089	-8,2470 - 1,5317 α_1
0,20 l	4450,107	-0,3964	-0,1214	0,4821 - 0,1600 α_1	-0,2638 - 0,0440 α_1	-1173,938 - 195,805 α_1	0,0118	-13,8525 - 2,3105 α_1
0,25 l	4489,617	-0,4168	-0,1676	0,4582 - 0,1875 α_1	-0,3026 - 0,0467 α_1	-1358,558 - 209,655 α_1	0,0147	-19,9708 - 3,0821 α_1
0,30 l	4529,128	-0,4287	-0,2006	0,4343 - 0,2100 α_1	-0,3296 - 0,0479 α_1	-1492,801 - 216,945 α_1	0,0177	-26,4226 - 3,8400 α_1
0,35 l	4568,638	-0,4328	-0,2206	0,4104 - 0,2275 α_1	-0,3375 - 0,0483 α_1	-1541,945 - 220,665 α_1	0,0206	-31,7634 - 4,5457 α_1
0,40 l	4530,047	-0,4284	-0,2262	0,3866 - 0,2400 α_1	-0,3502 - 0,0485 α_1	-1586,423 - 219,707 α_1	0,0236	-37,4396 - 5,1851 α_1
0,45 l	4568,00	-0,4158	-0,2187	0,3627 - 0,2475 α_1	-0,3443 - 0,0488 α_1	-1572,762 - 222,918 α_1	0,0265	-44,6782 - 5,9073 α_1
0,50 l	4606,872	-0,3949	-0,1979	0,3388 - 0,2500 α_1	-0,3282 - 0,0493 α_1	-1541,975 - 227,119 α_1	0,0295	-44,6033 - 6,7000 α_1
0,55 l	4645,744	-0,3658	-0,1640	0,3149 - 0,2475 α_1	-0,3023 - 0,0450 α_1	-1404,408 - 209,058 α_1	0,0324	-45,5028 - 6,7735 α_1
0,60 l	4606,872	-0,3284	-0,1249	0,2910 - 0,2400 α_1	-0,2692 - 0,0488 α_1	-1240,170 - 224,815 α_1	0,0354	-4390,20 - 7,9585 α_1
0,65 l	4650,255	-0,2827	-0,0583	0,2672 - 0,2275 α_1	-0,2227 - 0,0511 α_1	-1035,612 - 237,628 α_1	0,0383	-39,6639 - 9,1012 α_1
0,70 l	4693,639	-0,2149	+0,0130	0,2433 - 0,2100 α_1	-0,1595 - 0,0478 α_1	-748,635 - 224,356 α_1	0,0411	-30,7690 - 9,2210 α_1
0,75 l	4733,904	-0,1518	+0,0959	0,2194 - 0,1875 α_1	-0,0975 - 0,0464 α_1	-461,886 - 219,653 α_1	0,0442	-20,4008 - 9,7087 α_1
0,80 l	4733,904	-0,0807	+0,1901	0,1955 - 0,1600 α_1	-0,0278 - 0,0433 α_1	-131,603 - 204,978 α_1	0,0472	-6,2117 - 9,6750 α_1
0,85 l	4733,904	-0,0007	+0,3004	0,1716 - 0,1275 α_1	+0,0510 - 0,0384 α_1	+244,429 - 181,782 α_1	0,0501	+12,0956 - 9,1073 α_1
0,90 l	4603,75	+0,0894	+0,4079	0,1478 - 0,0900 α_1	+0,1365 - 0,0287 α_1	+628,412 - 132,128 α_1	0,0531	+33,3687 - 7,0160 α_1
0,95 l	4603,75	+0,1865	+0,5170	0,1239 - 0,0475 α_1	+0,2274 - 0,0457 α_1	+1046,833 - 72,279 α_1	0,0561	+58,7307 - 4,0549 α_1
1 l	4490,792	+0,2976	+0,4161	0,1000	+0,3094	+1389,451	0,0590	+81,9776

Determination du Cable Concor dant:

Travée 2:

Sections	F (t)	Q_i (m)	Q_s (m)	K	Q_c	F. Q_c	$U_6\%$	F. Q_c $U_6\%$
0,00l	4490,792	+0,2976	+0,4161	0,1000	+0,3094	+1389,457	0,0590	+81,5776
0,05l	4603,75	+0,1865	+0,5170	0,1239 - 0,0475 α_2	+0,2274 - 0,0157 α_2	+1046,893 - 72,279 α_2	0,0561	+58,7307 - 4,0549 α_2
0,10l	4603,75	+0,0894	+0,4079	0,1478 - 0,0900 α_2	+0,1365 - 0,0287 α_2	+628,412 - 132,123 α_2	0,0531	+33,3687 - 7,0160 α_2
0,15l	4733,904	-0,0007	+0,3004	0,1716 - 0,1275 α_2	+0,0510 - 0,0384 α_2	+241,429 - 181,782 α_2	0,0501	+12,0956 - 9,1073 α_2
0,20l	4733,904	-0,0807	+0,1901	0,1955 - 0,1600 α_2	-0,0278 - 0,0433 α_2	-131,603 - 204,978 α_2	0,0472	-6,2117 - 9,6750 α_2
0,25l	4733,904	-0,1518	+0,0959	0,2194 - 0,1875 α_2	-0,0975 - 0,0464 α_2	-461,556 - 219,653 α_2	0,0442	-20,4008 - 9,7087 α_2
0,30l	4693,639	-0,2149	+0,0130	0,2433 - 0,2100 α_2	-0,1595 - 0,0478 α_2	-748,635 - 224,356 α_2	0,0411	-30,7690 - 9,2210 α_2
0,35l	4650,255	-0,2827	-0,0583	0,2672 - 0,2275 α_2	-0,2227 - 0,0511 α_2	-1035,612 - 237,628 α_2	0,0383	-39,6639 - 9,7012 α_2
0,40l	4606,872	-0,3284	-0,1249	0,2910 - 0,2400 α_2	-0,2682 - 0,0488 α_2	-1240,170 - 224,815 α_2	0,0354	-4390,20 - 7,9585 α_2
0,45l	4645,744	-0,3658	-0,1640	0,3149 - 0,2475 α_2	-0,3023 - 0,0450 α_2	-1404,408 - 209,058 α_2	0,0324	-45,5028 - 6,7735 α_2
0,50l	4606,872	-0,3949	-0,1979	0,3388 - 0,2500 α_2	-0,3282 - 0,0493 α_2	-1511,975 - 227,119 α_2	0,0295	-44,6033 - 6,7000 α_2
0,55l	4568,00	-0,4158	-0,2187	0,3627 - 0,2475 α_2	-0,3443 - 0,0488 α_2	-1572,762 - 222,918 α_2	0,0265	-44,6782 - 5,9073 α_2
0,60l	4530,047	-0,4284	-0,2262	0,3866 - 0,2400 α_2	-0,3502 - 0,0485 α_2	-1586,423 - 219,707 α_2	0,0236	-37,4396 - 5,1851 α_2
0,65l	4568,638	-0,4328	-0,2006	0,4104 - 0,2275 α_2	-0,3375 - 0,0483 α_2	-1541,915 - 220,665 α_2	0,0206	-31,7634 - 4,5457 α_2
0,70l	4529,128	-0,4287	-0,2006	0,4343 - 0,2100 α_2	-0,3296 - 0,0479 α_2	-1492,801 - 216,945 α_2	0,0177	-26,4226 - 3,8400 α_2
0,75l	4489,617	-0,4168	-0,1676	0,4582 - 0,1875 α_2	-0,3026 - 0,0467 α_2	-1358,558 - 209,655 α_2	0,0147	-19,9708 - 3,0821 α_2
0,80l	4450,107	-0,3964	-0,1214	0,4821 - 0,1600 α_2	-0,2638 - 0,0440 α_2	-1173,938 - 195,805 α_2	0,0118	-13,8525 - 2,3105 α_2
0,85l	4379,18	-0,3677	-0,0593	0,5060 - 0,1275 α_2	-0,2116 - 0,0393 α_2	-926,634 - 172,102 α_2	0,0089	-8,2470 - 1,5317 α_2
0,90l	4371,562	-0,3308	+0,0158	0,5298 - 0,0900 α_2	-0,1472 - 0,0312 α_2	-643,494 - 136,393 α_2	0,0059	-3,7966 - 0,8047 α_2
0,95l	4371,562	-0,2857	+0,1051	0,5537 - 0,0475 α_2	-0,0693 - 0,0186 α_2	-302,950 - 81,311 α_2	0,0029	-0,8786 - 0,2358 α_2
1l	4300,636	-0,2367	+0,1731	0,5776	0	0	0	0

4- Calcul du moment hyperstatique de précontrainte :

Il est donné par : $M_H = - \int_{A_0}^{A_2} F(\alpha) \cdot e(\alpha) \cdot M_1''(\alpha) \cdot d\alpha$

Nous rappelons que : $M_1''(\alpha)$ est la dérivée seconde de la fonction d'influence du moment fléchissant sur l'appui 1, elle est définie telle que :

- Dans la travée 1 : $M_1''(\alpha) = \frac{3\alpha}{2l^2}$

- Dans la travée 2 : $M_1''(\alpha) = \frac{3}{2l} - \frac{3\alpha}{2l^2}$

Le tableau précédent récapitule les valeurs dans chaque section.

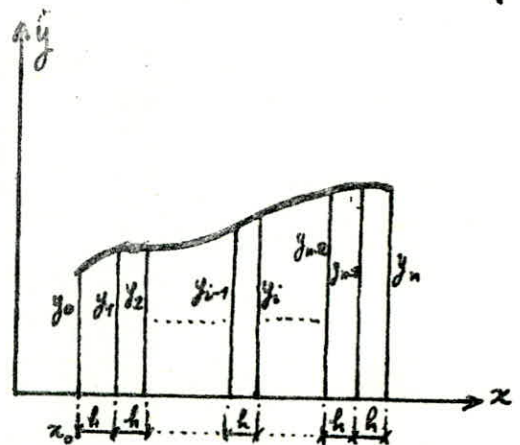
En utilisant la méthode de Simpson, nous calculons l'intégrale donnant le moment hyperstatique, suivant :

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = \frac{h}{3} (y_0 + y_n + 4\sigma_1 + 2\sigma_2) + R_2$$

$$* \sigma_1 = y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}$$

$$* \sigma_2 = y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}$$

$$* R_2 \approx - \frac{P \cdot h^5}{90} f^{(4)}(\xi) = 0$$



Dans notre ouvrage, $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 40$ avec $(y_0 = 0 = y_{40})$

Le pas est de $h = 1,27 \text{ m}$.

$$* \sigma_1 = y_1 + y_3 + \dots + y_{39}$$

$$* \sigma_2 = y_2 + y_4 + \dots + y_{38}$$

$$M_H = - \frac{h}{3} \cdot (4\sigma_1 + 2\sigma_2)$$

$$= - \frac{1,27}{3} \left\{ 4 \left[2(-137,2792) - 54,0482(\alpha_1 + \alpha_2) \right] + 2 \left[2(-91,651) - 52,7107(\alpha_1 + \alpha_2) \right] \right\}$$

$$= 620,1146 + 136,1500(\alpha_1 + \alpha_2)$$

Pour obtenir le câble concordant, on annule le moment M_H tel que :

$$f(\alpha_1, \alpha_2) = 620,1146 + 136,1500(\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \quad [\text{ayant posé } M_H = f(\alpha_1, \alpha_2)]$$

ainsi pour calculer α_1 et α_2 , nous rendrons minimale l'expression suivante :

$$Q(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 - \bar{\alpha}_1)^2 + (\alpha_2 - \bar{\alpha}_2)^2}{[(\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 + (\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2]^2}$$

A l'aide de la méthode de Lagrange, les α_i trouvés doivent satisfaire à la condition suivante: $\alpha' \leq \alpha_1$ ou $\alpha_2 \leq \alpha''$

avec: $\alpha' = -[\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3}]^2 = -[\sqrt{1-0,1} + \sqrt{1-0,5776}]^2 = -2,5555$

$\alpha'' = (\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 = (\sqrt{0,1} + \sqrt{0,5776})^2 = 1,1583$

et: $\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = \frac{1}{2}[(\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 - (\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2] = -0,6986$

d'où:
$$\mathcal{Q}(\alpha_1; \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 + 0,6986)^2 + (\alpha_2 + 0,6986)^2}{[(\sqrt{0,1} + \sqrt{0,5776})^2 + (\sqrt{1-0,1} + \sqrt{1-0,5776})^2]^2}$$

Rendre minimum $\mathcal{Q}(\alpha_1; \alpha_2)$, c'est rendre minimum l'expression suivante dans laquelle nous introduisons une inconnue supplémentaire λ telle que:

$$\Phi(\alpha_1, \alpha_2) = \mathcal{Q}(\alpha_1, \alpha_2) + \lambda \cdot f(\alpha_1, \alpha_2)$$

Nous tirons de cette expression, deux équations que nous allons résoudre par rapport à λ , en annulant les deux dérivées partielles par rapport à α_1 et α_2 telles que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1}(\alpha_1, \alpha_2) = 0 \Rightarrow \frac{2(\alpha_1 + 0,6986)}{13,7923} + 136,15\lambda = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_2}(\alpha_1, \alpha_2) = 0 \Rightarrow \frac{2(\alpha_2 + 0,6986)}{13,7923} + 136,15\lambda = 0 \end{array} \right.$$

les solutions sont: $\alpha_1 = \alpha_2 = -0,6986 - 938,9108 \lambda$, ce qui conduit à:

$$f(\alpha_1; \alpha_2) = 620,4146 + 136,15 \cdot 2 \left(-0,6986 - \frac{136,15 \cdot 13,7923 \lambda}{2} \right) = 0$$

on aboutit à la solution: $\lambda = 16,814 \cdot 10^{-4}$

donc: $\alpha_1 = \alpha_2 = -0,6986 - 1,5787 = -2,2773$

ce qui vérifie que:

$$\alpha' = -2,5555 < \alpha_1 = \alpha_2 = -2,2773 < \alpha'' = 1,1583$$

Nous avons ainsi défini le câble concordant. Respectant donc la condition mécanique, il est donc entièrement contenu dans le fuseau limite.

5- Recherche du câble définitif:

Pour obtenir moyen définitif d'excentrement \mathcal{Q}_d , nous effectuons des transformations linéaires par travées sur $y(x)$ sans toutefois changer les ordonnées aux abouts afin de centrer le câble moyen dans la structure. Ces transformations introduisent des moments hyperstatiques de précontrainte, mais ne changent

rien à l'effet global de la précontrainte. Le câble sera abaissé de telle façon que la couverture sur appui intermédiaire et en travée reste la même, sans dépasser la valeur de la couverture minimale du câble moyen concordant ($d = 11,6 \text{ cm}$). Cette translation qui permettra la mise en place, est linéaire et de la forme: $y = A \cdot \frac{x}{l}$
Si nous appelons:

- * e_{c1} et e_{c2} : les excentrement du câble concordant sur appui et en travée.
- * e_{d1} et e_{d2} : les excentrement du câble définitif.
- * $V_s(a)$, $V_i(a)$, $V_s(l)$ et $V_i(l)$: les ordonnées des fibres supérieure et inférieure respectivement sur appui et en travée.

Nous aurons:
$$\begin{cases} e_{d1} = e_{c1} - A \\ e_{d2} = e_{c2} + 0,4A \quad (\bar{\alpha} = 0,40l) \end{cases}$$

Les couvertures inférieure et supérieure étant prises égales à:

$$V_s(a) - e_{c1} + A = V_i(l) - e_{c2} - 0,40A \quad \text{d'où:}$$

$$A = \frac{V_i(l) - V_s(a) + e_{c1} - e_{c2}}{1,40} = \frac{0,6795 - 0,5070 + 0,3094 - 0,2398}{1,40} = 0,1729$$

La transformation deviendra: $y = 0,1729 \cdot \frac{x}{l}$

Pour obtenir un tracé régulier se rapprochant le plus du tracé définitif, nous utiliserons la méthode d'interpolation de Lagrange pour procéder à un lissage. En effet, nous aboutissons à un tracé du câble définitif lequel présente des points anguleux qu'il faudra à priori éviter, et qui n'est autre qu'une succession d'arcs paraboliques d'équation de la forme:

$y = Ax^2 + Bx + C$, dont nous calculerons les coefficients A, B et C.

Arcs	$0 \leq x \leq 2,54 \text{ m}$	$2,54 \text{ m} \leq x \leq 11,43 \text{ m}$	$11,43 \text{ m} \leq x \leq 21,76 \text{ m}$	$21,76 \text{ m} \leq x \leq 25,4 \text{ m}$
A	-0,007037	0,0026297	0,00218098	-0,0018074
B	-0,0190157	-0,06118	-0,0417407	0,122739
C	0	0,0411364	-0,1240786	-1,8149818

Cable Concordant

Sections	Abscisses cumulées (m)	Travée 1	Travée 2
		e_c (m)	e_c (m)
0,00l	0	0	+ 0,3094
0,05l	1,27	- 0,0269	+ 0,2632
0,10l	2,54	- 0,0764	+ 0,2019
0,15l	3,81	- 0,1221	+ 0,1384
0,20l	5,08	- 0,1636	+ 0,0708
0,25l	6,35	- 0,1963	+ 0,0082
0,30l	7,62	- 0,2205	- 0,0506
0,35l	8,89	- 0,2275	- 0,1063
0,40l	10,16	- 0,2398	- 0,1581
0,45l	11,43	- 0,2332	- 0,1998
0,50l	12,70	- 0,2159	- 0,2159
0,55l	13,97	- 0,1998	- 0,2332
0,60l	15,24	- 0,1581	- 0,2398
0,65l	16,51	- 0,1063	- 0,2275
0,70l	17,78	- 0,0506	- 0,2205
0,75l	19,05	+ 0,0082	- 0,1963
0,80l	20,32	+ 0,0708	- 0,1636
0,85l	21,59	+ 0,1384	- 0,1221
0,90l	22,86	+ 0,2019	- 0,0764
0,95l	24,13	+ 0,2632	- 0,0269
1l	25,40	+ 0,3094	0

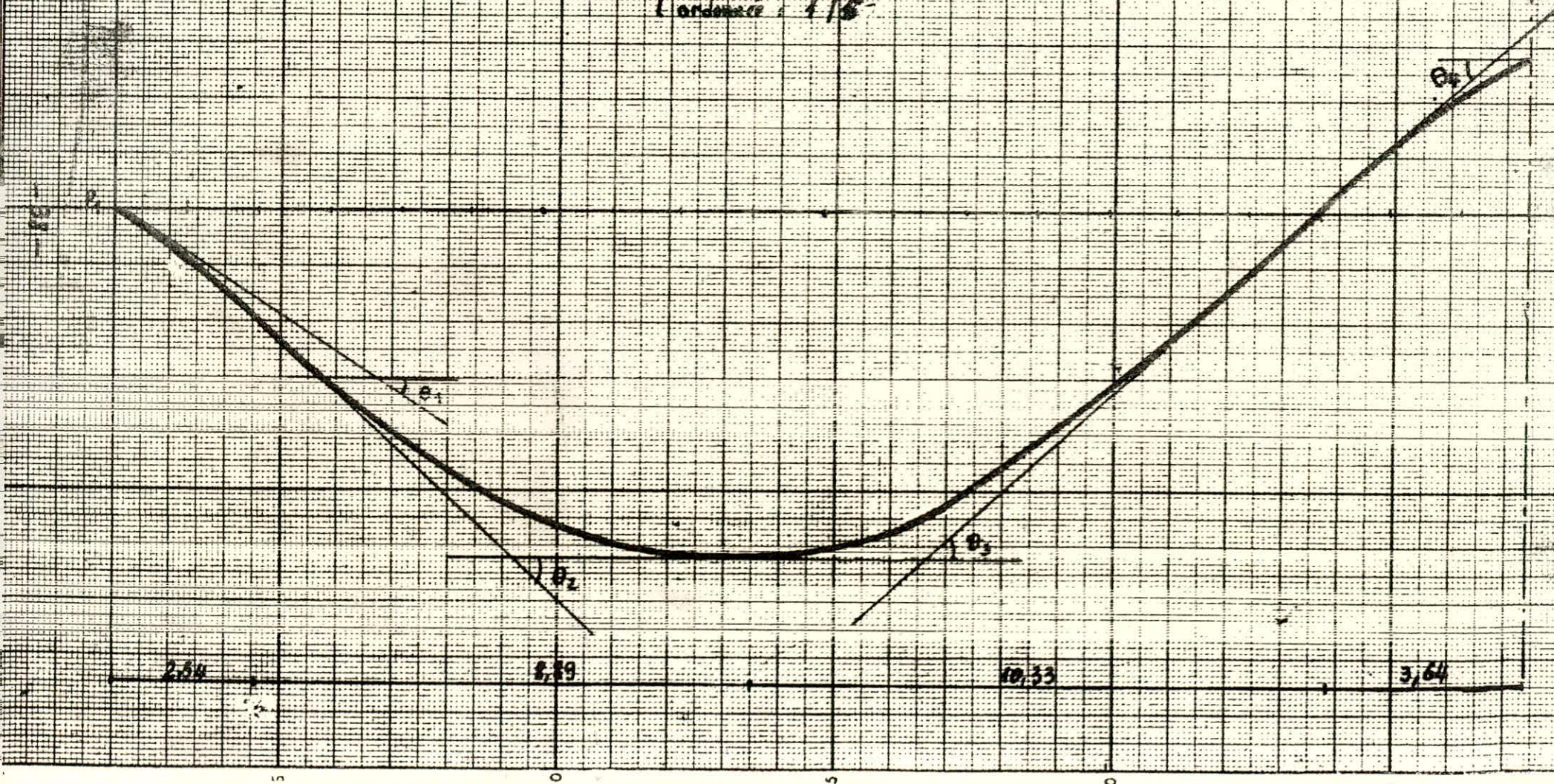
Câble définitif

Câble obtenu après lissage

Sections	Abscisses cumulées l (m)	$\frac{x}{l}$	e_c (m)	$-y$ (m)	e_d (m)	e_d (m) Après lissage
0,00l	0,00	0,00	0	0	0	0
0,05l	1,27	0,05	-0,0269	-0,0086	-0,0355	-0,0355
0,10l	2,54	0,10	-0,0764	-0,0173	-0,0937	-0,0937
0,15l	3,81	0,15	-0,1221	-0,0259	-0,1480	-0,1490
0,20l	5,08	0,20	-0,1636	-0,0346	-0,1982	-0,2018
0,25l	6,35	0,25	-0,1963	-0,0432	-0,2395	-0,2413
0,30l	7,62	0,30	-0,2205	-0,0518	-0,2724	-0,2724
0,35l	8,89	0,35	-0,2275	-0,0605	-0,2880	-0,2949
0,40l	10,16	0,40	-0,2398	-0,0692	-0,3090	-0,3090
0,45l	11,43	0,45	-0,2332	-0,0778	-0,3110	-0,3146
0,50l	12,70	0,50	-0,2159	-0,0865	-0,3024	-0,3024
0,55l	13,97	0,55	-0,1998	-0,0951	-0,2949	-0,2816
0,60l	15,24	0,60	-0,1581	-0,1037	-0,2618	-0,2537
0,65l	16,51	0,65	-0,1063	-0,1124	-0,2187	-0,2187
0,70l	17,78	0,70	-0,0506	-0,1210	-0,1716	-0,1767
0,75l	19,05	0,75	+0,0082	-0,1297	-0,1215	-0,1277
0,80l	20,32	0,80	+0,0708	-0,1383	-0,0675	-0,0717
0,85l	21,59	0,85	+0,1384	-0,1470	-0,0086	-0,0086
0,90l	22,86	0,90	+0,2019	-0,1556	+0,0463	+0,0463
0,95l	24,13	0,95	+0,2632	-0,1643	+0,0989	+0,0943
1l	25,40	1	+0,3094	-0,1729	+0,1365	+0,1365

Tracé du câble définitif

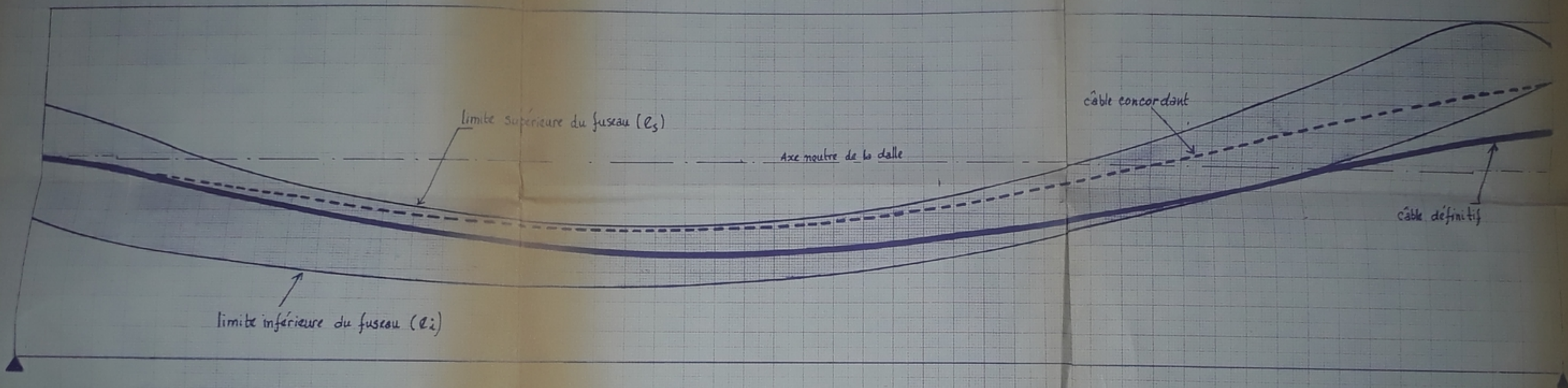
Echelle : { abscisse : 1/100
 { ordonnée : 1/5



PB 031 84

Avant p 100

Epures de câblage



Echelle { Abscisse : 1/50
Ordonnée : 1/10

II - EVALUATION DE LA FORCE DE PRECONTRAINTE REELLE

La détermination des pertes sur le câble définitif régularisé (obtenu après lissage), nous permettra d'évaluer la force de précontrainte réelle. En effet, ces pertes de tension sont de 2 sortes :

* Pertes statiques :

- Les pertes le long du tracé (Pertes en courbes, Pertes par frottements parasites)
- Les pertes dues à un recul éventuel d'ancrage.
- Les pertes dues au raccourcissement élastique.

* Pertes au cours du temps ou par déformations différées dues :

- à la relaxation des aciers.
- au retrait du béton.
- au fluage du béton.

Pour les pertes au cours du temps, conformément au nouveau règlement de béton précontraint, on considère les pertes dues à chacune de ces actions qu'on additionnera sans tenir compte de leurs interdépendances :

Calcul des pertes :

a/ Pertes statiques :

Ces pertes seront calculées par la méthode déjà exposée au chapitre précédent. Nous avons 5 points de flexion (le tableau page 105, récapitule les pertes le long du tracé en courbes, les pertes dues au recul d'ancrage)

b/ Pertes dues au raccourcissement élastique :

Comme l'ouvrage ne comporte qu'une seule famille de câbles mis en tension, en totalité à j jours, et afin de pouvoir décinturer le plus tôt possible, cette mise en tension se fera en 22 jours. Les pertes de tension par raccourcissement seront données par :

$$\Delta T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_b}{E_s} \cdot E_a$$

avec :

$$\sigma_b = \frac{M_{oss} \cdot e_d}{I} + N \cdot \omega \left[\frac{1}{3} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right] \left[T_s - \frac{1}{2} \cdot \sigma_b \cdot \frac{E_a}{E_i} \right]$$

σ_b : contrainte du béton au niveau du câble sous l'effet de la mise en précontrainte. Elle est donnée par l'expression précédente :

M_{oss} = moment dû à l'ossature seule.

e_c et e_d : Excentrement des câbles concordant et définitif.

T_s : Tension des armatures dans la section considérée toutes pertes déduites (statiques), y compris le recul d'ancrage.

N : Nombre de câbles mis en tension.

ω : Section d'acier utile d'un câble.

S : Section nette de l'ouvrage

E_a : Module d'élasticité de l'acier

E_i : Module instantané du béton

En posant : $A = N \cdot \omega \left[\frac{1}{3} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right]$

Après résolution de l'équation, on aura :

$$\sigma_b = \frac{M_{oss} \cdot e_d}{I \left(1 + \frac{A E_a}{2 E_i} \right)} + \frac{A \cdot T_s}{1 + \frac{E_a \cdot A}{2 E_i}}$$

T_s est obtenu par interpolation linéaire, à partir du tableau des pertes statiques.

2- Pertes au cours du temps ou par déformations différées :

a/- Relaxation des aciers : (art. 10 de l'IP.)

Au temps infini, la valeur de la relaxation est au moins égale à la plus grande des 2 valeurs suivantes :

$$\Delta T = \begin{cases} \frac{11}{100} \left(\frac{\sigma_i}{R_g} - 0,55 \right) \text{ rel } 120 \\ \frac{8}{100} \left(\frac{\sigma_i}{R_g} - 0,55 \right) \text{ rel } 1000 \end{cases}$$

R_e : Contrainte de rupture garantie (185000 t/m^2)

σ'_i : Tension initiale au point considéré après déduction des pertes dues aux frottements et au raccourcissement élastique.

Ces formules ne sont applicables que si : $\sigma'_i \geq 0,55 R_e$.

rel.120 et rel.1000 sont des expressions en pourcentage, de la tension initiale d'essai ($0,8 R_e$) des relations des armatures à 120 heures et à 1000 heures.

La perte par relaxation de l'acier à l'infini, a pour valeur :

$$\Delta T_2 = \frac{8}{100} \left(\frac{\sigma'_i}{R_e} - 0,55 \right) \text{rel. } 1000$$

Pour les armatures toronnées, la valeur donnée par la relation précédente est majorée de 20%, d'où :

$$\Delta T_2 = 1,2 \cdot \frac{8}{100} \cdot \sigma'_i \left(\frac{\sigma'_i}{R_e} - 0,55 \right) \times 3$$

b/- Retrait du béton :

Pour des sites terrestres dans le Nord de l'Algérie, on pourra admettre que le raccourcissement final ρ'_0 peut être évalué à : $\rho'_0 = 3 \cdot 10^{-4}$

Ce qui correspond à une détension lente et élastique des aciers :

$$\Delta T_3 = \rho'_0 \cdot E_a = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^7 = 6 \cdot 10^3 \text{ t/m}^2 = 6 \text{ kg/mm}^2$$

c/- Fluage du béton :

Le raccourcissement relatif au fluage ϵ_f , sera calculé comme une déformation élastique différée en fonction de la contrainte σ_b du béton, au niveau de l'armature intéressée, et de la résistance de celui-ci.

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_b}{E_f}$$

Ce qui correspond à une détension des aciers qui, compte tenu du module $E_a = 20.000 \text{ kg/mm}^2$, valable pour les fils comme pour les torons, est égale à :

$$\Delta T_4 = \frac{\sigma_b}{E_f} \cdot E_a$$

σ_b : Contrainte au niveau du centre de gravité des câbles dans la section considérée, sous l'action de la charge permanente et des forces de précontrainte après retrait, fluage et relaxation. σ_b est obtenue par résolution de l'équation:

$$\sigma_b = \frac{M_{vide} \cdot e_d}{I} + N \cdot w \left(\frac{1}{s} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right) \left(T_3 - \frac{\sigma_b \cdot E_a}{E_f} \right)$$

M_{vide} : Moment dû à la charge permanente.

N : nombre total de câbles.

T_3 : Tension toutes pertes déduites (pertes statiques) y compris celles dues au raccourcissement élastique, à la relaxation et au retrait.

E_f : Module de déformations sous fluage du béton :

$$E_f = 10.500 \sqrt{\sigma_{28}}$$

Dans notre ouvrage, nous avons $\sigma_{28} = 300$ bars et $E_a = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2$

$$\Delta T_4 = 11. \sigma_b.$$

3 - Tensions dans les armatures au cours des différentes phases:

(PSI. DE 67 pièce (1-6))

Nous avons 3 phases :

a) - Phase de mise en tension (initiale) : $T_i = T_s$

b) - Phase de mise en service (temps = 90j) :

Les tensions au moment de la mise en service de l'ouvrage, soit à 90j, sont les valeurs T_{90} que l'on obtiendra en déduisant les tensions résultantes T_m , du tableau des pertes par raccourcissement élastique, les pertes par relaxation, retrait et fluage à 90 jours. Ces pertes par déformations différées à 90 jours sont données par les formules suivantes:

- Pour la relaxation :

$$\text{rel } 90j = 4,4 \left(\frac{\sigma'_i}{R_g} - 0,55 \right) \cdot \text{rel } 1000$$

$$\sigma'_i = T_s - \Delta T_1 = T_m$$

Cette valeur de relaxation correspond à :

$$\Delta T_{90j} = 0,55. \Delta T_{\infty} = 0,55. \Delta T_2$$

— Pour le retrait :

$$\Delta T_{\text{retrait}}(90j) = 0,45. \Delta T_{3(\infty)}$$

— Pour le fluage :

$$\Delta T_{\text{fluage}}(90j) = 0,45. \Delta T_{4(\infty)}$$

c/ Phase finale (temps infini) :

$$T_{\infty} = T_4 \quad T_4 = T_3 - \Delta T_4 \quad T_3 = T_2 - \Delta T_3$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T_2 \quad T_1 = T_0 - \Delta T_1$$

$$T_0 = T_3 - \Delta T_1 - \Delta T_2 - \Delta T_3 - \Delta T_4$$

$\Delta T_1 \rightarrow$ raccourcissement élastique

$\Delta T_2 \rightarrow$ relaxation

$\Delta T_3 \rightarrow$ retrait

$\Delta T_4 \rightarrow$ fluage

Récapitulation des résultats :

- les pertes de tension pour chaque phase.
- Les tensions, dans chaque section et pour chaque phase.
- Les forces de précontrainte dans chaque section et pour chaque phase.

Remarque :

Le nombre de câbles est porté à 42 après vérification des contraintes qui sont avérées injustifiées avec 32 câbles.
Nous considérerons donc pour la suite des calculs, 42 câbles.

Pertes Statiques

Section	Déviation α (grades)	l_i (m)	ΔT_f (kg/mm ²)	Recul d'Ancre (kg/mm ²)	T_s (x) (kg/mm ²)
I_0				18,6696	129,3304
I_1	2,1213	2,54	1,6395	15,3906	130,9700
I_2	3,2712	8,89	3,9560	7,4786	134,9259
I_3	2,9158	10,33	4,1161	0	138,2884
I_4	2,8068	3,64	2,1042	0	136,1842

L'effet du recul d'ancrage se fait ressentir à partir de 20,81m dans la travée de gauche et à partir de 29,99m dans la travée de droite.

Pertes dues au raccourcissement élastique :

Tableau de valeurs de T_b :

Section	I_x^{net} (m ⁴)	e_c (m)	e_d (m)	Moss (tm)	T_s (kg/mm ²)	σ_b (t/m ²)
0,00l	1,11888	0	0	0	129,33	469,20
0,10l	1,0804106	-0,0764	-0,0937	417,31	130,97	573,09
0,20l	1,0793228	-0,1636	-0,2018	706,22	132,80	592,59
0,30l	1,0781827	-0,2205	-0,2734	866,73	135,49	634,36
0,40l	1,0774581	-0,2398	-0,3090	898,83	137,75	670,55
0,50l	1,0775954	-0,2159	-0,3024	802,52	135,94	652,81
0,60l	1,0785177	-0,1581	-0,2537	577,81	137,96	646,98
0,70l	1,0796463	-0,0506	-0,1767	224,71	139,98	622,08
0,80l	1,0805343	+0,0708	-0,0717	-256,80	142,01	623,57
0,90l	1,0806366	+0,2019	+0,0463	-866,73	138,29	633,33
1,0l	1,1142315	+0,3094	+0,1365	-1605,05	136,18	471,71

Pertes de tensions au cours du temps ou par déformations différées:

Pertes de tension à la mise en tension (initiale) et force de Précontrainte						Relaxation T_{∞}		Retrait T_{∞}		Fluage T_{∞}				
Section	T_s (kg/mm ²)	σ_b (t/mm ²)	ΔT_1 (kg/mm ²)	T_1 (kg/mm ²)	F (t)	T_m (kg/mm ²)	ΔT_2 (kg/mm ²)	T_2 (kg/mm ²)	ΔT_3 (kg/mm ²)	T_3 (kg/mm ²)	σ_L (t/mm ²)	ΔT_4 (kg/mm ²)	T_4 (kg/mm ²)	E (t)
0,00l	129,33	469,20	1,335	128,00	5230,85	128,00	5,231	122,77	6,00	116,77	410,02	4,510	112,56	4599,88
0,10l	130,97	573,09	1,631	129,34	5285,60	129,34	5,555	123,79	6,00	117,79	459,47	5,054	112,74	4607,23
0,20l	132,80	592,59	1,686	131,11	5357,94	131,11	5,993	125,12	6,00	119,12	475,11	5,226	113,89	4654,22
0,30l	135,49	634,36	1,805	133,68	5462,96	133,68	6,645	127,04	6,00	121,04	482,53	5,308	115,73	4729,42
0,40l	137,75	670,55	1,908	135,84	5551,24	135,84	7,209	128,63	6,00	122,63	498,45	5,483	117,15	4787,45
0,50l	135,94	652,81	1,858	134,08	5479,31	134,08	6,748	127,33	6,00	121,33	495,56	5,451	115,88	4735,55
0,60l	137,96	646,98	1,841	136,12	5562,67	136,12	7,283	128,84	6,00	122,84	515,06	5,666	117,17	4788,26
0,70l	139,98	622,08	1,770	138,21	5648,10	138,21	7,845	130,37	6,00	124,37	522,50	5,748	118,62	4847,52
0,80l	142,01	623,57	1,774	140,24	5731,05	140,24	8,403	131,84	6,00	125,84	538,57	5,924	119,92	4900,64
0,90l	138,29	633,33	1,802	136,50	5578,20	136,50	7,384	129,12	6,00	123,12	517,84	5,696	117,42	4798,48
1l	136,18	471,71	1,342	134,84	5519,40	134,84	6,820	128,02	6,00	126,02	374,37	4,118	121,90	4981,56

Tableau des Pertes de tension à 90 jours et Forces de précontrainte

Sections	T_m (kg/mm ²)	Relaxation		Retrait		Fluage		F (t)
		ΔT_5 (kg/mm ²)	T_5 (kg/mm ²)	ΔT_6 (kg/mm ²)	T_6 (kg/mm ²)	ΔT_7 (kg/mm ²)	T_7 (kg/mm ²)	
0,00l	128,00	2,877	125,12	2,70	122,42	2,030	121,39	4919,86
0,10l	129,34	3,055	126,29	2,70	123,59	2,274	121,316	4957,70
0,20l	131,11	3,296	127,81	2,70	125,11	2,352	122,76	5016,71
0,30l	133,68	3,655	130,03	2,70	127,33	2,389	124,94	5105,80
0,40l	135,84	3,965	131,88	2,70	129,18	2,467	126,71	5178,13
0,50l	134,08	3,711	130,37	2,70	127,67	2,433	125,22	5117,24
0,60l	136,12	4,006	132,11	2,70	129,41	2,550	126,86	5184,26
0,70l	138,21	4,315	133,90	2,70	131,20	2,587	128,61	5255,80
0,80l	140,24	4,622	135,62	2,70	132,92	2,666	130,25	5322,80
0,90l	136,50	4,061	132,44	2,70	129,74	2,563	127,18	5197,33
1,00l	134,84	3,751	131,09	2,70	128,39	1,853	126,537	5171,10

Calcul des moments hyperstatiques de précontrainte (pour 42 câbles)

Sections	F_i (t)	F_{90} (t)	F_{∞} (t)	M_{Hi} (tm)	M_{H90} (tm)	$M_{H\infty}$ (tm)	L (m)	M_{160}^H	$F_i \cdot L \cdot \mathcal{M}_1''$	$F_{90} \cdot L \cdot \mathcal{M}_1''$	$F_{\infty} \cdot L \cdot \mathcal{M}_1''$
0,00l	5230,85	4919,86	4599,88	0	0	0	0	0	0	0	0
0,10l	5285,60	4957,70	4607,23	4,95	4,64	4,31	-0,0937	0,0059	-2,92	-2,74	-2,55
0,20l	5357,94	5016,71	4654,22	41,40	38,80	36,10	-0,2018	0,0118	-12,76	-11,95	-11,10
0,30l	5462,96	5105,80	4729,42	107,80	100,90	93,60	-0,2734	0,0177	-26,44	-24,71	-22,90
0,40l	5551,24	5178,13	4787,45	310,61	290,32	250,15	-0,3090	0,0236	-40,48	-37,76	-34,90
0,50l	5479,31	5117,24	4735,55	461,93	431,56	399,65	-0,3024	0,0295	-48,88	-45,65	-42,24
0,60l	5562,67	5184,26	4788,26	794,83	742,30	687,00	-0,2537	0,0354	-49,96	-45,56	-43,00
0,70l	5648,10	5255,80	4847,52	948,90	885,78	819,43	-0,1767	0,0411	-41,02	-38,17	-35,20
0,80l	5731,05	5322,80	4900,64	1190,10	1110,20	1026,35	-0,0717	0,0472	-19,40	-18,01	-16,58
0,90l	5578,20	5197,33	4799,48	1199,72	1119,05	1034,45	+0,0463	0,0531	+13,71	+12,78	+11,80
1,00l	5510,40	5171,10	4981,56	1054,91	983,62	906,96	+0,1365	0,0590	+44,38	+41,65	+40,12

VERIFICATION DE LA PRECONTRAINTE

VERIFICATION DE LA PRECONTRAINTE

Contraintes admissibles du béton :

a/- A la mise en tension :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_b = 0,55 \sigma_j = 0,55 \cdot 2800 = 1540 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_b = 0 \end{cases}$$

b/- en service :

* à 90 jours :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_b = 0,42 \cdot \sigma_{28} = 0,42 \cdot 3000 = 1260 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_b = 0 \end{cases}$$

* phase infini :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_b = 1260 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_b = 0 \end{cases}$$

c/- A la rupture :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_b = 2400 \text{ t/m}^2 \\ \bar{\sigma}'_b = -200 \text{ t/m}^2 \end{cases}$$

Caractéristiques géométriques des sections nettes

Sections	S (m ²)	I (m ⁴)	Vs (m)	Vi (m)
0,00 l	9,324	1,11888	0,5051	-0,6949
0,10 l	7,627	1,0804106	0,5177	-0,6823
0,20 l	7,627	1,0793228	0,5172	-0,6828
0,30 l	7,627	1,0781827	0,5169	-0,6831
0,40 l	7,627	1,0774581	0,5167	-0,6833
0,50 l	7,627	1,0775954	0,5168	-0,6832
0,60 l	7,627	1,0785177	0,5170	-0,6830
0,70 l	7,627	1,0790463	0,5173	-0,6827
0,80 l	7,627	1,0805343	0,5178	-0,6822
0,90 l	7,627	1,0806366	0,5183	-0,6817
1,00 l	9,324	1,1142315	0,5056	-0,6944

I. VERIFICATION SOUS LES CONTRAINTES NORMALES

Le règlement impose de vérifier l'ouvrage :

- Aux différents stades de la construction (pour les 3 époques précédentes).
- Sous divers cas de surcharges les plus défavorables.

d'où les vérifications correspondant aux phases suivantes :

- * Phase 1 : Immédiatement après la mise en tension des armatures, outre les effets développés par cette mise en tension de ces câbles, on prendra en compte le moment fléchissant à vide sans superstructure M_{G1} .
- * Phase 2 : Après mise en place des superstructures et à 90 jours, le moment de charges permanentes est M_{G2} .
C'est l'état à vide au moment de la mise en charge.
- * Phase 3 : Application des surcharges civiles à 90 jours (M_1 et M_2)
- * Phase 4 : Etat des contraintes au temps t infini, à vide, sous l'effet des charges permanentes M_{G2} .
- * Phase 5 : Application des surcharges civiles et militaires au temps infini.

Le calcul des contraintes normales se fera pour les ordonnées des fibres supérieure et inférieure de la section considérée :

a) - Fibre supérieure :

$$\sigma_s = \frac{M}{I} \cdot V_s + \frac{F(t)}{S} + \frac{F(t) \cdot e}{I} \cdot V_s + \frac{M_H}{I} \cdot V_s$$

b) - Fibre inférieure :

$$\sigma_i = \frac{M}{I} \cdot V_i + \frac{F(t)}{S} + \frac{F(t) \cdot e}{I} \cdot V_i + \frac{M_H}{I} \cdot V_i$$

M étant le moment fléchissant appliqué durant la phase correspondante (M_{G1} , M_{G2} , $M_{G2} + M_Q$)

$F(t)$: Effort de précontrainte, M_H : moment hyperstatique de précontrainte.

e : excentrement du câble par rapport à la fibre moyenne.

Vérification sous les contraintes normales

Sections	Ossature M_{60} Phase initiale		Ossature + superstructure M_{60} Mise en service (90 jours)			
	σ_s (t/m ²)	σ_i (t/m ²)	σ_s (t/m ²)	σ_i (t/m ²)	σ_s (t/m ²)	σ_i (t/m ²)
0,00l	561,00	561,00	527,66	527,66	493,34	493,34
0,10l	650,94	748,46	656,74	641,16	426,84	574,10
0,20l	534,16	924,73	591,82	744,80	578,63	651,95
0,30l	484,30	1057,60	525,50	859,66	522,63	749,00
0,40l	475,12	1062,05	548,14	851,87	536,25	748,63
0,50l	520,45	980,11	576,60	795,66	567,30	691,80
0,60l	701,50	766,12	720,15	626,32	690,55	544,91
0,70l	816,01	640,94	786,34	560,78	736,21	834,96
0,80l	994,33	431,34	896,30	436,51	815,80	414,27
0,90l	1009,10	366,13	842,16	470,05	740,85	482,22
1,00l	645,41	516,25	434,90	719,00	369,33	760,80

contraintes normales

Section	Surcharges civiles (M_1 et M_2)								Surcharges militaires (M'_1 et M'_2)			
	Mise en service (90%)				Phase infinie				Phase infinie			
	M_2		M_2		M_2		M_1		M'_2		M'_1	
	σ_s (t/cm ²)	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i
0,00l	527,66	527,66	527,66	527,66	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34
0,10l	774,86	485,50	637,70	666,26	745,00	418,40	607,80	599,20	812,80	329,00	604,52	603,48
0,20l	784,62	490,27	540,78	812,20	771,40	397,50	527,60	719,40	888,70	242,60	522,10	726,57
0,30l	859,14	418,75	468,00	935,67	811,40	367,30	420,20	884,20	883,70	240,80	455,91	837,05
0,40l	937,30	337,23	469,00	956,54	925,40	234,00	457,10	853,30	977,20	165,50	443,25	871,61
0,50l	862,62	417,54	481,25	921,70	853,30	313,60	471,90	817,80	1003,40	115,20	455,57	839,44
0,60l	971,74	293,95	605,80	777,40	942,20	212,64	576,30	696,10	1093,50	12,80	556,71	721,75
0,70l	974,50	312,50	622,72	776,72	924,30	254,50	572,60	718,70	1036,20	106,90	579,33	709,80
0,80l	905,33	424,56	709,90	682,10	824,70	402,50	629,20	660,00	999,70	171,90	636,57	650,40
0,90l	875,13	426,68	626,68	753,46	773,80	438,90	525,30	765,70	792,00	415,00	535,43	752,40
1,00l	434,90	719,00	184,10	1063,46	473,90	760,80	223,00	1105,30	369,30	10980	144,46	409,64

- Vérification à la rupture au moment fléchissant :

L'instruction provisoire du 12 août 1965 relative à l'emploi du B.P. impose de vérifier que l'ouvrage ne périt pas par rupture lorsque l'on multiplie par 1,8 les valeurs des surcharges civiles réglementaires. Conformément à l'article 14 de cette instruction, nous tiendrons en compte les valeurs des coefficients de majoration dynamique considérés dans le calcul des efforts développés par les surcharges normales.

Pour cela, nous considérons le type de sollicitations suivants :

$$[M_{G2} + 1,8 M_Q]_{t_{\infty}} \text{ avec : } \begin{cases} M_{G2} \rightarrow \text{ossature + superstructure} \\ M_Q \rightarrow \text{surcharges civiles (sans } M_{G2}) \end{cases}$$

$$\sigma_s = \frac{M_{G2} + 1,8 M_Q}{I} \cdot V_s + \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e \cdot V_s}{I} + \frac{M_H \cdot V_s}{I}$$

$$\sigma_i = \frac{M_{G2} + 1,8 M_Q}{I} \cdot V_i + \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e \cdot V_i}{I} + \frac{M_H \cdot V_i}{I}$$

Nous vérifions que ce nouvel état de contrainte, conformément aux prescriptions, est bien inférieur aux bornes du "domaine de sécurité" dont les limites sont :

— limite supérieure (compression) : $0,8 \cdot \sigma_{28} \text{ (t/m}^2\text{)}$

— limite inférieure (Traction) : $0,8 \sigma'_{28} \text{ (t/m}^2\text{)}$

$$\text{avec : } \sigma'_{28} \text{ (t/m}^2\text{)} = 70 + \frac{6}{100} \cdot \sigma_{28} \text{ , } \sigma_{28} \text{ (t/m}^2\text{)}$$

Si dans certaines sections le nouvel état de contraintes sort du domaine de sécurité du béton, nous procédons alors à la vérification à la rupture en calculant le moment de rupture du béton et des armatures de précontrainte.

Vérification à la rupture au moment fléchissant

sections	$M_{G2} + 1,8 M_{Q2}$ (tm)	$M_{G2} + 1,8 M_{Q1}$ (tm)	$M'' = M_{G2} + 1,8 M_{Q2}$		$M'' = M_{G2} + 1,8 M_{Q1}$	
			σ_{rs} (t/m ²)	σ_{ri} (t/m ²)	σ_{rs} (t/m ²)	σ_{ri} (t/m ²)
0,00l	0,00	0,00	493,34	493,34	493,34	493,34
0,10l	931,53	404,18	839,50	+ 293,86	586,81	631,20
0,20l	1598,36	651,74	936,00	+ 180,21	482,38	786,21
0,30l	2265,83	764,22	1078,31	+ 14,57	358,41	918,77
0,40l	2522,20	701,64	1239,03	- 180,76	365,97	992,10
0,50l	2011,62	696,64	1082,12	+ 11,10	451,82	866,50
0,60l	1620,12	152,13	1143,46	- 53,25	439,77	902,07
0,70l	969,02	- 349,60	1074,61	+ 56,13	442,81	881,02
0,80l	43,30	- 1000,37	980,25	+ 197,57	479,85	846,87
0,90l	- 889,41	- 1821,83	800,18	+ 404,20	352,97	979,13
1,00l	- 1876,21	- 2871,14	473,90	+ 760,80	22,43	685,22

III - PRISE EN COMPTE DES TASSEMENTS D'APPUIS DANS LA VÉRIFICATION DE LA PRÉCONTRAINTE

NORMALE

Les tassements d'appuis résultent des tassements différentiels éventuels. Nous avons 3 appuis, dont 4 cas de tassements s'imposent :

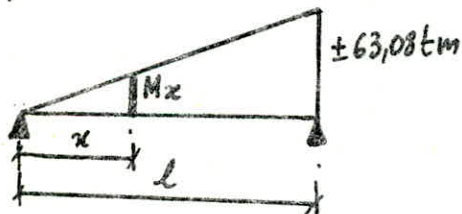
- Tassement de l'appui de gauche de 1cm
- Tassement de l'appui intermédiaire de 1cm
- Tassement de l'appui de droite de 1cm
- Tassement simultané des 2 appuis de rives.

Les effets de contraintes les plus importants sont donnés par les 2^{es} et 4^{es} cas de tassements d'appuis que nous considérerons pour la vérification de la précontrainte normale. Les moments à l'appui intermédiaire (A_1) créés par ces tassements sont :

63,08 tm quand l'appui intermédiaire (A_1) se tasse

-63,08 tm quand les 2 appuis de rives (A_0 et A_2) se tassent

La variation de moments dus aux tassements des appuis est linéaire, d'où l'obtention de moments pour une section quelconque par interpolation linéaire tel que :



$$M_x = \pm 63,08 \cdot \frac{x}{l}$$

Pour chaque section, nous aurons donc des contraintes correspondant aux moments créés par ces tassements, que nous combinerons avec les contraintes normales pour une éventuelle vérification tenant compte des tassements d'appuis.

— a). Dénivellation de l'appui A_0 de 1cm :



D'après le chapitre sur les lignes d'influence :

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0 \\ \varphi'_1 = 1/4 \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi_2 = 1/4 \\ \varphi'_2 = 0 \end{cases}$$

$$b_1 = b_2 = \frac{l}{6E_V I} \quad \text{et} \quad \Omega_1 = \frac{V_1 - V_0}{l}$$

$$M_1 = -\frac{\Omega_1}{b_1} \left[\frac{\frac{1}{\Omega_1} + 1}{\frac{1}{\Omega_1 e_1} - 1} \right] = -\frac{\Omega_1}{b_1} \cdot \psi_1 = -\frac{6}{4} \cdot \frac{V_1 - V_0}{l^2} \cdot E_V \cdot I$$

avec : $V_1 - V_0 = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$

$$E_V = \frac{E_i}{3} = 1212435,6 \text{ t/m}^2 \text{ (module d'élasticité déformé)}$$

$$I = 1,11888 \text{ m}^4$$

$$\Rightarrow M_1 = -31,54 \text{ tm}$$

- b/- Dénivellation de l'appui A_2 de 1 cm :

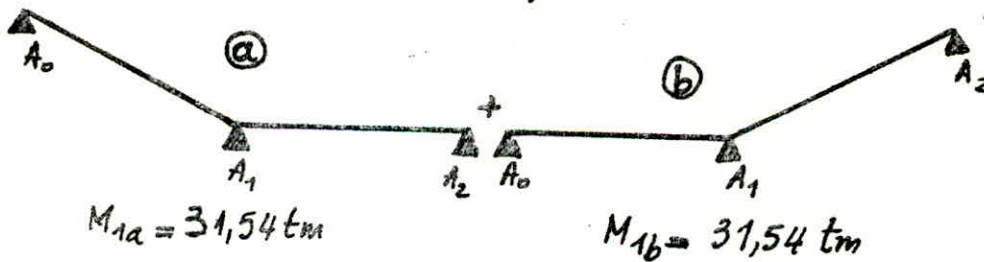


En raisonnant de la même façon que pour l'appui A_0 , nous aurons : $M_1 = -31,54 \text{ tm}$

- c/- Dénivellation de l'appui intermédiaire A_1 de 1 cm :



Par superposition, ce cas est équivalent à :



d'où : $M_1 = M_{1a} + M_{1b} = 63,08 \text{ tm}$

- d/- Dénivellation simultanée des appuis A_0 et A_2 :



c'est un cas inverse au précédent, nous aurons donc le moment en A_1 de signe opposé, d'où :

$$M_1 = -63,08 \text{ tm}$$

Réactions d'appuis :

* Cas 1 :

$$\begin{aligned} R_0 \cdot l &= -31,54 \text{ tm} \Rightarrow R_0 = -\frac{31,54}{25,4} = -1,24 \text{ t} \\ R_2 \cdot l &= -31,54 \text{ tm} \Rightarrow R_2 = R_0 = -1,24 \text{ t} \\ R_1 &= -(R_0 + R_2) = +2,48 \text{ t} \end{aligned}$$

* Cas 2 : c'est un cas symétrique au cas 1.

* Cas 3 :

$$\begin{aligned} R_0 \cdot l &= 63,08 \text{ tm} \Rightarrow R_0 = \frac{63,08}{25,4} = 2,48 \text{ t} \\ R_2 \cdot l &= 63,08 \text{ tm} \Rightarrow R_2 = R_0 = 2,48 \text{ t} \\ R_1 &= -(R_0 + R_2) = -4,96 \text{ t} \end{aligned}$$

* Cas 4 : C'est un cas inverse au cas 3

Tableau récapitulatif :

	Appui A ₀	Appui A ₁	Appui A ₂
M ₁ (tm)	-31,54	+63,08	-31,54
R ₀ (t)	-1,24	+2,48	-1,24
R ₁ (t)	+2,48	-4,96	+2,48
R ₂ (t)	-1,24	+2,48	-1,24

vérifications aux tassements (page 120)

IV. VÉRIFICATION SOUS L'EFFET DU SEÏSME :

Pour l'étude du tablier uniquement, la combinaison des actions de calcul à considérer ne tient compte que de la composante sismique verticale S_v , du fait que cette action est accidentelle. En effet, cet effort vertical peut être ascendant ou descendant (le plus prépondérant). Suivant les recommandations sur les ponts, cet effort est donné par :

$$S_v = \pm E_v (G + 0,2 Q)$$

avec :

$E_v = 0,12$: Coefficient de sismicité verticale.

G : charges permanentes = ossature + superstructure

Q : surcharges civiles (Q représente $A(l)$).

La sollicitation tenant compte de S_v est celle du 2^e genre telle que:

$$S = G + Q + S_v = G + Q \pm E_v (G + 0,2 Q)$$

Ainsi nous aurons deux cas à considérer :

— les moments positifs (M_2): $S = G + Q_2 + E_v (G + 0,2 Q_2)$

— les moments minimum (M_1): $S = G + Q_1 - E_v (G + 0,2 Q_1)$

avec :

— $Q_2 \Rightarrow$ moment maximum dans la section considérée ($M_{Q_2} = M_{\max}[A(l)]$)

— $Q_1 \Rightarrow$ moment minimum dans la section considérée ($M_{Q_1} = M_{\min}[A(l)]$)

Les contraintes dues à ces deux sollicitations ne doivent pas dépasser respectivement, les contraintes admissibles suivantes:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_b = 0,42 \cdot \bar{\sigma}_{28} = 1260 \text{ t/m}^2 \\ \sigma'_b = 0 \end{cases}$$

Vérifications (voir page 121)

Sécurité vis-à-vis des tassements d'appuis (ouvrage à vide et sous surcharges civiles)

sections	Ouvrage toutes pertes déduites sans tassements						Tassements				ouvrages toutes pertes déduites avec tassements aléatoires							
	A vide		M max		M min		TA ⁺		TA ⁻		A vide + TA ⁺		A vide + TA ⁻		M max + TA ⁺		M min + TA ⁻	
	σ_s (t/m ²)	σ_i (t/m ²)	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i	σ_s	σ_i
0,0l	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	0	0	0	0	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34	493,34
0,1l	426,84	574,10	745,00	418,40	607,80	599,20	+3,02	-3,98	-1,51	1,99	429,86	570,12	425,33	576,09	748,02	414,42	606,29	601,19
0,2l	578,63	651,95	771,40	397,50	527,60	719,40	6,05	-7,98	-3,52	3,99	584,68	643,97	575,11	655,94	777,45	389,52	524,08	723,39
0,3l	522,63	749,00	811,40	357,30	420,20	884,20	9,07	-11,99	-4,53	5,99	531,70	737,01	518,10	754,99	820,47	355,31	415,67	890,19
0,4l	536,25	748,63	925,40	234,00	457,10	853,30	12,10	-16	-6,04	8,00	548,35	732,63	530,21	756,63	937,50	218,00	451,06	861,30
0,5l	567,30	691,80	853,30	313,60	474,90	817,80	15,13	-20	-7,55	9,99	582,43	671,80	559,75	701,79	868,43	293,60	464,35	827,79
0,6l	690,55	544,91	942,20	212,64	576,30	696,10	18,14	-23,97	-9,06	11,98	708,69	520,94	681,49	556,89	960,34	188,67	567,24	708,08
0,7l	736,21	834,96	924,30	254,50	572,60	718,70	21,16	-27,92	-10,57	13,96	757,37	807,04	725,64	848,92	945,46	226,58	562,03	792,66
0,8l	815,80	414,27	824,70	402,50	629,20	660,00	24,18	-31,86	-12,08	15,93	839,98	322,41	803,72	430,20	848,88	370,64	617,12	675,93
0,9l	740,85	482,22	773,80	438,90	525,30	765,70	27,23	-35,81	-13,61	17,91	768,08	446,41	727,24	500,13	801,03	403,09	511,69	783,61
1l	369,33	760,80	473,90	760,80	223,00	1105,30	28,62	-39,31	-14,31	19,65	397,95	721,49	355,02	780,45	502,52	721,49	208,69	1124,95

Etats de Contraintes sous l'effet des charges sismiques

Sections	G N ₀ (t/m ²)	M _{Q2} = M _{max} [A(e)]				M _{Q1} = M _{min} [A(e)]			
		M _{Q2} (t/m ²)	M ₂ (t/m ²)	σ _s (t/m ²)	σ _i (t/m ²)	M _{Q1} (t/m ²)	M ₁ (t/m ²)	σ _s (t/m ²)	σ _i (t/m ²)
0,0l	0,00	0,00	0,00	493,34	493,34	0,00	0,00	493,34	493,34
0,1l	487,81	229,93	781,80	773,89	380,25	-37,08	393,08	587,63	625,73
0,2l	825,53	400,52	1334,73	817,05	337,18	-74,17	654,08	530,89	767,77
0,3l	1013,16	511,77	1658,79	840,32	329,05	-112,25	782,02	442,78	637,54
0,4l	1050,68	563,70	1754	879,38	294,86	-148,34	779,82	412,21	912,67
0,5l	938,10	556,28	1620,30	902,85	248,15	-185,42	644,56	434,90	866,77
0,6l	675,43	489,53	1257,76	977,73	165,52	-222,51	377,21	555,62	723,16
0,7l	262,67	363,43	+666,34	937,05	237,70	-259,59	-22,21	607,14	673,09
0,8l	-300,19	178,00	-153,94	892,22	313,58	-296,68	-553,73	700,64	566,00
0,9l	-1013,16	66,14	-1067,01	720,09	509,53	-319,62	-1203,53	654,61	595,65
1l	-1876,21	0,00	-2107,36	300,85	854,86	-499,24	-2138,32	284,08	877,90

012 16

EFFORTS TRANCHANTS

ET REACTIONS D'APPUIS

EFFORTS TRANCHANTS AU VOISINAGE DES APPUIS

Comme la dalle est symétrique, le calcul des efforts tranchants ne sera fait que pour une section Σ_0 très voisine de l'appui 0 et pour une section Σ_{16} très voisine de l'appui 1 et située à gauche de celui-ci.



Pour la travée 1, la ligne d'influence de l'effort tranchant dans une section Σ de cette travée est donnée par: $T(x, \alpha) = \frac{dM(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_1(\alpha) - M_0(\alpha)}{l}$ ($M_0(\alpha) = 0$).

• Suivant la section d'abscisse x_0 et la charge d'abscisse α (chapitre "L. I.") avec $\alpha > x_0$, l'équation de la ligne d'influence de $T_0(\alpha)$ est:

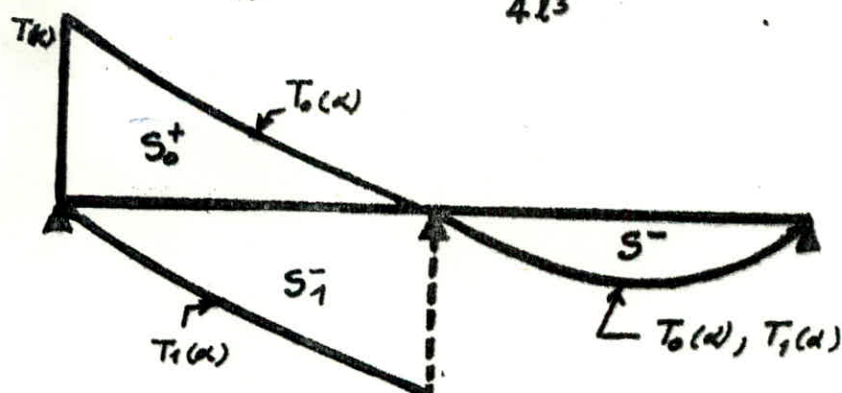
— Pour la travée 1: $T_0(\alpha) = 1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}$

— Pour la travée 2: $T_0(\alpha) = \frac{3\alpha^2 l - 2\alpha l^2 - \alpha^3}{4l^3}$

• Pour la section Σ_{16} d'abscisse x_{16} telle que: $0 < \alpha < x_{16}$, on aura:

— Pour la travée 1: $T_{16}(\alpha) = \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}$

— Pour la travée 2: $T_{16}(\alpha) = \frac{3\alpha^2 l - 2\alpha l^2 - \alpha^3}{4l^3}$



Les aires d'influence sont données par:

$$S_0^+ = \int_0^l \left(1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3} \right) d\alpha = \left[\alpha + \frac{\alpha^4}{16l^3} - \frac{5\alpha^2}{8l} \right]_0^l = \frac{7}{16} \cdot l = 11,113 \text{ m}^2$$

$$S_1^- = 1 - S_0^+ = -\frac{9}{16} l = -14,113 \text{ m}^2$$

$$S^- = -\frac{1}{16} l = -1,588 \text{ m}^2$$

I - EFFORTS TRANCHANTS SOUS LES CAS DE CHARGES ET SURCHARGES POUR LA LARGEUR TOTALE:

1. Charges permanentes: $G = 23,262 \text{ t/ml}$

$$T_0 = G \cdot (S_0^+ + S^-) = 23,262 (11,113 - 1,588) = 221,57 \text{ t}$$

$$T_1 = G \cdot (S_1^- + S^-) = -23,262 (14,113 + 1,588) = -365,24 \text{ t}$$

2. Surcharges A:

T_0^+ est maximum en chargeant la travée 1.

$$T_0^+ = A \cdot S_0^+ \cdot \gamma \cdot 1,1 = 1,193 \cdot 11,113 \cdot \gamma \cdot 1,1 = 102,09 \text{ t}$$

T_0^- est maximum en chargeant la travée 2.

$$T_0^- = A \cdot S^- \cdot \gamma \cdot 1,1 = -1,193 \cdot 1,588 \cdot \gamma \cdot 1,1 = -14,58 \text{ t}$$

$$T_1^- = A \cdot S_1^- \cdot \gamma \cdot 1,1 = -1,193 \cdot 14,113 \cdot \gamma \cdot 1,1 = -129,64 \text{ t}$$

3. Surcharges Bc:

1,1 est le coefficient en compte des surcharges routières normales.

$$\delta = 1,097 \text{ et } b_c = 1,1$$

* T_0^+ est maximum lorsque la roue de 6t du dernier essieu du 2^s camion se trouve à l'appui A_0 .

$$T_0^+ = \sum P_i y_i = 1,1 \cdot b_c \cdot \delta \cdot 4 [(6 \cdot 1) + (6 \cdot 0,93) + (3 \cdot 0,71) + (6 \cdot 0,5) + (6 \cdot 0,44) + (3 \cdot 0,257)]$$

$$= 106,83 \text{ t}$$

* T_0^- est maximum lorsque la 1^{ère} roue du 1^{er} camion se trouve à 2,42m à droite de l'appui A_1 .

$$T_0^- = -4 \cdot 1,1^2 \cdot 1,097 [(3 \cdot 0,045) + (6 \cdot 0,085) + (6 \cdot 0,093) + (3 \cdot 0,093) + (6 \cdot 0,0725) + (6 \cdot 0,0625)] = -12,17 \text{ t}$$

* T_1^- est maximum lorsque le camion roule de droite à gauche et ayant la dernière roue de 6t au niveau de l'appui A_1 .

$$T_1^- = -4 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,097 [(6 \cdot 1) + (6 \cdot 0,97) + (3 \cdot 0,845) + (6 \cdot 0,683) + (6 \cdot 0,625) + (3 \cdot 0,425)] = -137,12 \text{ t}$$

4- Surcharge militaire Mc120: $S = 1,092$

* T_0^+ est maximum quand la chenille arrive juste à l'appui A_0 .

$$b = V' = 7,42 \text{ m} \rightarrow S_{Mc120}^+ = \int_0^b \left[1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3} \right] d\alpha = b + \frac{1}{4l^3} \left(\frac{b^4}{4} - \frac{5b^2 l^2}{2} \right) = 6,077$$

$$T_0^+ = 8 \cdot \left(2 \cdot \frac{55}{7,42} \right) \cdot 6,077 = 98,37 \text{ t}$$

* T_0^- est maximum quand le char se trouve dans la travée 2 et quand $a = 7,3 \text{ m}$ avec "a" = distance entre l'appui A_1 et le côté transversal de l'impact étalé.

$$b = a + V' = 7,42 + 7,3 = 14,72 \text{ m}$$

$$S_{Mc120}^- = \int_a^b \frac{3\alpha^2 l - 2\alpha l^2 - \alpha^3}{4l^3} d\alpha = \frac{1}{4l^3} \left[l(b^3 - a^3) - l^2(b^2 - a^2) - \frac{1}{4}(b^4 - a^4) \right]$$

$$S_{Mc120}^- = -0,691$$

$$T_0^- = -1,092 \cdot \left(2 \cdot \frac{55}{7,42} \right) \cdot 0,691 = -11,19 \text{ t avec } \frac{55}{7,42} = 7,412 \text{ t/ml}$$

* T_1^- sera maximum lorsque la chenille se trouve sur la travée 1 et le côté transversal de la chenille est sur l'appui A_1 .

$$S_{1Mc120}^- = \int_a^l \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3} d\alpha = \frac{1}{4l^3} \left[-\frac{9l^4}{4} - \frac{a^4}{4} + \frac{5a^2 l^2}{2} \right] = -6,731 \text{ et } a = 17,98 \text{ m}$$

$$T_1^- = -1,092 \cdot \left(2 \cdot \frac{55}{7,42} \right) \cdot 6,731 = -108,97 \text{ t}$$

5- Surcharges de trottoirs (150 kg/m^2):

La charge de trottoir étant de 150 kg/m^2 , d'où pour les 2 trottoirs chargés: $q = 2(150 + 150) = 600 \text{ kg/ml} = 0,6 \text{ t/ml}$

* $T_0^+ = 1,1 \cdot 0,6 \cdot S^+ = 1,1 \cdot 0,6 \cdot 11,113 = 7,33 \text{ t}$ (en chargeant la travée 1)

$$T_0^- = 1,1 \cdot 0,6 \cdot S^- = 1,1 \cdot 0,6 \cdot (-1,588) = -1,05 \text{ t}$$

* T_1^- sera maximum en chargeant les 2 travées.

$$T_1^- = 1,1 \cdot 0,6 \cdot (S_1^- + S^-) = 1,1 \cdot 0,6 \cdot (-1,588 - 14,113) = -10,36 \text{ t}$$

Tableau des efforts tranchants sur appuis:

Appuis	C.P	A		BC		Mc120		Trottoirs	
	T	T ⁺	T ⁻	T ⁺	T ⁻	T ⁺	T ⁻	T ⁺	T ⁻
Appui A_0	221,57	102,09	-14,58	106,83	-12,17	98,37	-11,19	7,33	-1,05
Appui A_1	-365,24	0	-129,64	0	-137,12	0	-108,97	0	-10,36

II. EFFORTS TRANCHANTS HYPERSTATIQUES DÙS AU TRACÉ DU CÂBLE :

L'effort tranchant hyperstatique est obtenu en divisant le moment hyperstatique de l'appui considéré par la longueur "L" de la travée tel que : $T_i = \frac{M_{Hi}}{L}$

	Appui A ₀ et Appui A ₁	Appui A ₁ et Appui A ₂
à 90 jours	38,73 t	-38,73 t
à l'infini	35,71 t	-35,71 t

Combinaison des efforts tranchants :

Nous combinerons les efforts des différents cas de charges et surcharges en tenant compte des efforts tranchants hyperstatiques.

- Sous charges civiles :

$$T_0^+ = T_{0cp} + T_{0bc} + T_{0Troll.} + T_{0hyp.} = 221,57 + 106,83 + 7,33 + 38,73 = 374,5 \text{ t}$$

$$T_0^- = 0, \quad T_1^+ = 0$$

$$T_1^- = T_{1cp} + T_{1A} + T_{1Troll.} + T_{1hyp.} = -365,24 - 129,64 - 10,36 - 38,73 = -544 \text{ t}$$

- Sous charges militaires :

$$T_0^+ = T_{0cp} + T_{0Mc} + T_{0Troll.} + T_{0hyp.} = 221,57 + 98,37 + 7,33 + 35,71 = 363 \text{ t}$$

$$T_0^- = T_1^+ = 0$$

$$T_1^- = T_{1cp} + T_{1Mc} + T_{1Troll.} + T_{1hyp.} = -365,24 - 108,97 - 10,36 - 35,71 = -520 \text{ t}$$

Tableau des efforts tranchants sur appuis compte tenu de l'hyperstaticité :

	surcharges civiles	surcharges militaires
Appui A ₀	374,5 t	363 t
Appui A ₁	-544 t	-520 t

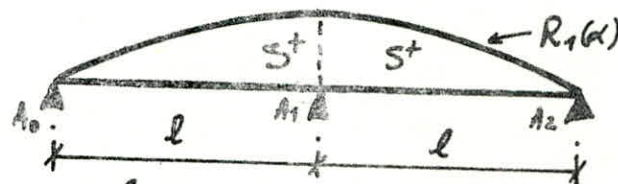
III. REACTIONS D'APPUIS :

Pour déterminer les réactions d'appuis, on tiendra compte des charges placées aux abouts. Pour les appuis A₀ et A₂, les équations des L.I. des réactions d'appuis sont identiques à celles des efforts tranchants au voisinage des appuis.

* Appui A₁ :

La L.I. de la réaction de l'appui A_1 est obtenu par différence entre la L.I. de l'effort tranchant pour Σ_D et celle de l'effort tranchant pour Σ_G (avec Σ_D et Σ_G sont des sections très voisines).

$$R_1(\alpha) = T_{1D} - T_{1G} = -\left(\frac{\alpha^3 - \alpha l^2}{4l^3}\right) - \left(\frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}\right) = \frac{6\alpha l^2 - 2\alpha^3}{4l^3}$$

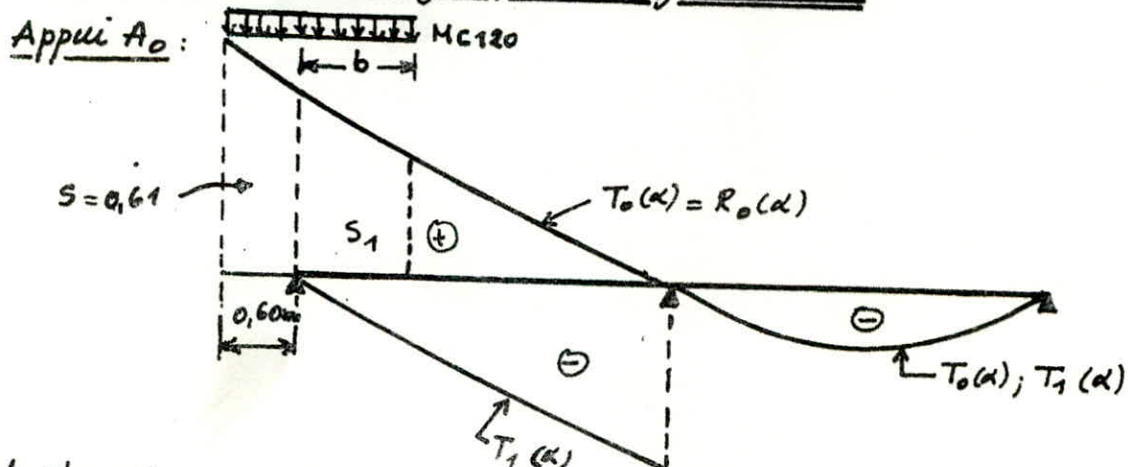


$$S^+ = \int_0^l \frac{3\alpha}{2l} d\alpha - \int_0^l \frac{\alpha^3}{2l^3} d\alpha = \left[\frac{3}{4l} \alpha^2 - \frac{1}{8l^3} \alpha^4 \right]_0^l = \frac{5l}{8} = 15,875$$

Aires des lignes d'influence des réactions d'appuis :

	Abouts	Travée 1	Travée 2	Totale
Appui A_0	0,61	11,113	-1,588	10,135
Appui A_1		15,875	15,875	31,75
Appui A_2	0,61	-1,588	11,113	10,135

III-A - Détermination des réactions d'appuis sous la charge permanente et les différents cas de surcharges pour la longueur totale :



1. charges permanentes :

$$R_0 = 221,57 + (0,61 \cdot G) = 221,57 + (0,61 \cdot 23,262) = 235,76t$$

2. surcharges A :

$$R_0^+ = 102,09 + (0,61 \cdot A \cdot 7) \cdot 1,1 = 107,7t$$

3- Surcharges Bc :

$$R_o^+ = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 4 [(6 \cdot 1,03) + (6 \cdot 0,96) + (3 \cdot 0,74) + (6 \cdot 0,53) + (6 \cdot 0,465) + (3 \cdot 0,275)]$$

$$= 101,42 \text{ t}$$

4- Surcharges de trottoirs : $R_o^+ = 7,33 + (0,6 \cdot 0,61) \cdot 1,1 = 7,73 \text{ t}$

5- Surcharges Mc120 :

$$S_1 = \int_0^b \left(1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3}\right) d\alpha = b + \frac{1}{4l^3} \left[\frac{b^4}{4} - \frac{5b^2 l^2}{2} \right]$$

$$S = 0,61$$

$$b = 7,42 - 0,60 = 6,82 \text{ m}$$

$$S_1 = 5,68 \rightarrow S + S_1 = 0,61 + 5,68 = 6,29$$

$$R_o^+ = (2 \times 7,412) 6,29 = 93,3 \text{ t}$$

Appui A₁ :

1- charges permanentes :

$$R_1 = 6 \cdot 31,75 = 23,262 \cdot 31,75 = 738,57 \text{ t}$$

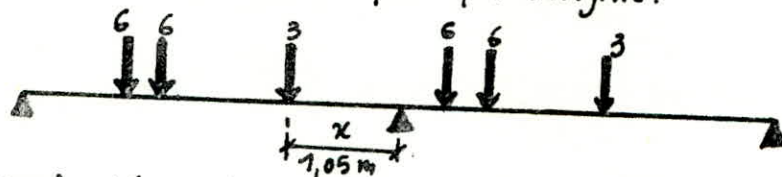
2- Surcharges A : $A = 0,803 \text{ t/m}^2$ en chargeant les 2 travers.

$$R_1^+ = 0,803 \cdot 7 \cdot 31,75 \cdot 1,1 = 196,3 \text{ t}$$

$$R_1^- = 0$$

3- Surcharges Bc :

La réaction maximale pour l'appui A₁ est obtenue lorsque la résultante des réactions correspondant aux essieux passe par l'origine.



$$3x + 6(x + 4,5) + 6(x + 6) = 6(4,5 - x) + 6(4,5 - x + 1,5) + 3(4,5 - x + 6)$$

$$30x = 3(10,5) = 31,5 \rightarrow x = 1,05 \text{ m}$$

$$R_1^+ = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 4 [(6 \cdot 0,895) + (6 \cdot 0,934) + (3 \cdot 0,997) + (6 \cdot 0,974) + (6 \cdot 0,947) + (3 \cdot 0,818)]$$

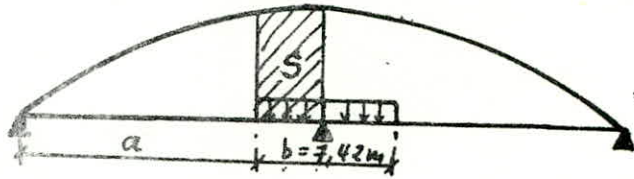
$$= 135,25 \text{ t}$$

$$R_1^- = 0$$

4- Surcharges Mc120:

La réaction maximale est obtenue lorsque l'impact de la chenille est symétrique par rapport à l'appui A₁.

$$a = 25,4 - 3,71 = 21,69 \text{ m}$$



$$S = \int_a^l \frac{6\alpha l^2 - 2\alpha^3}{4l^3} = \frac{3}{4l} (l^2 - a^2) - \frac{1}{8l^3} (l^3 - a^3) = \frac{5l}{8} - \frac{3a^2}{4l} + \frac{a^3}{8l^2}$$

$$2S = \frac{5l}{4} - \frac{3a^2}{2l} + \frac{a^3}{4l^2} = 7,344$$

$$R_1^+ = (2 \times 7,344) \cdot 7,344 = 108,87 \text{ t}$$

5- Surcharges de trottoirs:

$$R_1^+ = 1,1 \cdot 2 (0,15 + 0,15) \cdot 31,75 = 20,95 \text{ t}$$

$$R_1^- = 0$$

Tableau récapitulatif des réactions d'appuis:

	G (t)	A (t)		Bc (t)		Mc120 (t)		Trottoirs (t)	
		R ⁺	R ⁻	R ⁺	R ⁻	R ⁺	R ⁻	R ⁺	R ⁻
Appui A ₀	233,76	107,7 t	-14,58	101,42	-11,09	93,3	-10,25	7,73	-1,05
Appui A ₁	738,57	169,3	0	135,25	0	108,87	0	20,95	0

Remarques:

- Pour la détermination des réactions d'appuis, les surcharges Bc et Mc120 ne sont pas affectées du coefficient de majoration dynamique.
- Pour la détermination des réactions minimales, les effets de surcharges civiles sont majorés de 40% (Sécurité vis-à-vis du soulèvement d'appuis).

Réactions hyperstatiques dues au tracé du câble:

Appuis	Appui A ₀	Appui A ₁
à 90 jours	38,73 t	-77,46 t
à l'infini	35,71 t	-71,42 t

Combinaison des efforts:

1- Sous charges civiles :

$$R_{0 \max} = (235,76 \cdot 1,05) + 107,7 + 7,73 + 38,73 = 398,56 \text{ t}$$

$$R_{0 \min} = 232,76 + 1,4 (-14,58 - 1,05) + 38,73 = 249,61 \text{ t}$$

1,05 : coefficient de majoration de la charge permanente, tient compte des surépaisseurs de chaussée et les canalisations empruntant l'ouvrage.

2- Sous charges militaires :

$$R_{0 \max} = (235,76 \cdot 1,05) + 93,3 + 7,73 + 35,71 = 384,29 \text{ t}$$

$$R_{0 \min} = 235,76 - 10,25 - 1,05 + 35,71 = 260,17 \text{ t}$$

3- Réaction R_1 sous charges civiles :

$$R_{1 \max} = (738,57 \cdot 1,05) + 169,3 + 20,95 - 77,46 = 888,29 \text{ t}$$

4- Réaction R_1 sous charges militaires :

$$R_{1 \max} = (738,57 \cdot 1,05) + 108,87 + 20,95 - 71,42 = 833,9 \text{ t}$$

Tableau récapitulatif des réactions d'appuis :

	charges Permanente	surcharges civiles		surcharges militaires	
		$R_{\max}(t)$	R_{\min}	R_{\max}	R_{\min}
Appui A0	$R = 235,76 \text{ t}$	398,6	249,6	384,3	260,2
Appui A1	$R = 667,8 \text{ t}$	888,3		834	

**EFFORTS TRANCHANTS
DANS LA DALLE**

ETUDE A L'EFFORT TRANCHANT

I - COURBE ENVELOPPE DES EFFORTS TRANCHANTS :

Nous calculerons sur les appuis de rives et de part et d'autre de l'appui intermédiaire, les efforts tranchants extrêmes définis par T_{max} et T_{min} . Ces efforts tranchants extrêmes seront déterminés dans chaque section par interpolation linéaire. L'ensemble des calculs qui aboutit à la définition de la courbe enveloppe des efforts tranchants, a pour objet de modifier la courbe définie précédemment pour tenir compte de l'influence des efforts suivants :

- a/- L'effort tranchant hyperstatique de précontrainte.
- b/- L'effet de relevage des câbles.
- c/- Variation de la fibre moyenne.

Nous effectuons les calculs au temps infini uniquement.

1- Efforts tranchants hyperstatiques de précontrainte :

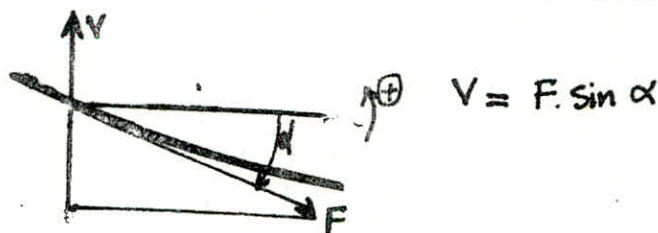
En définissant les réactions d'appuis hyperstatiques en fonction des moments hyperstatiques de précontrainte développés sur chaque appui, les efforts tranchants hyperstatiques se déduisent des réactions d'appuis hyperstatiques de précontrainte et sont constants par travée.

Les réactions d'appuis hyperstatiques de précontrainte sont données par :

$$R_0 = R_1 = T_H = \frac{M_{H0}}{l} = \frac{906,96}{25,4} = 35,71 \text{ t}$$

2- Effet de relevage des câbles :

Avec F comme effort de précontrainte dans la section considérée, l'inclinaison des câbles par rapport à l'extrados introduit un effort vertical V , cette inclinaison sur l'horizontale, est comptée positivement dans le sens trigonométrique.

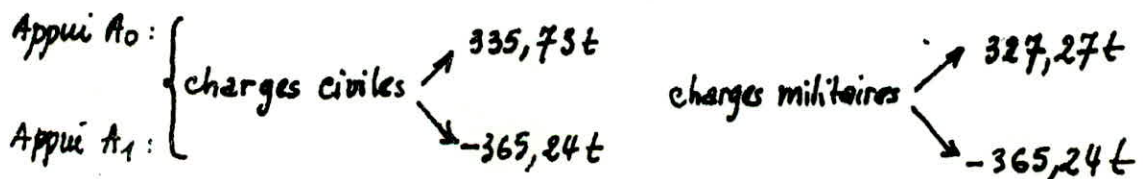


α (en radians) a été calculé lors de la détermination des pertes de tension statiques où nous avons supposé linéaires, les variations entre points d'inflexion.

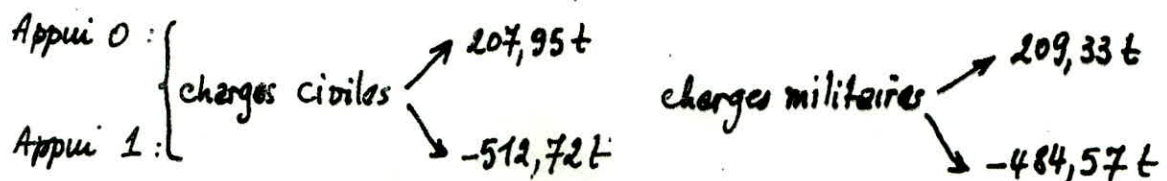
Tableau donnant V pour les différentes sections

Sections	Abscisses Cumulées (m)	α (rds)	F (t)	V (t)
0,00l	0	-0,0333213	4599,88	-153,2
0,90m	0,90	-0,0397214	4601	-182,7
0,10l	2,54	-0,0513839	4607,23	-236,6
0,20l	5,08	-0,0367027	4654,22	-170,8
0,30l	7,62	-0,0220216	4729,42	-104,1
0,40l	10,16	+0,00734055	4787,45	-35,1
0,5l	12,70	+0,00563094	4735,55	+26,7
0,60l	15,24	+0,0168928	4788,26	+80,90
0,70l	17,78	+0,0281547	4847,52	+136,5
0,80l	20,32	+0,0394166	4900,64	+193,1
0,90l	22,86	+0,0452838	4798,48	+217,2
24,5m	24,50	+0,0445124	4863	+216,4
1l	25,40	+0,0458013	4981,56	+228,1

* Efforts tranchants maximum sur appuis : (Tmax.)



* Efforts tranchants minimum sur appuis : (Tmin)



3- Variation de la fibre moyenne :

Les discontinuités de pentes de la fibre moyenne introduisent des forces concentrées, appliquées en ces points. Les sections situées au début et à la fin de l'élégissement sont donc soumises à un effort tranchant : $T = -F \cdot \sin \alpha$

avec :

F = Effort de précontrainte dans la section considérée.

α = angle de déviation de la fibre moyenne par rapport à l'extrados dans la section considérée. (Sens positif comme défini précédemment).

Nous avons donc 2 sections où nous devons calculer cet effort tranchant, c'est à dire aux arrêts d'élégissements pour une travée.

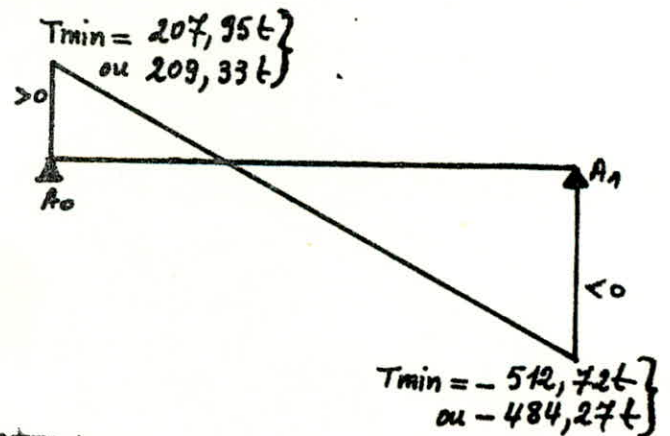
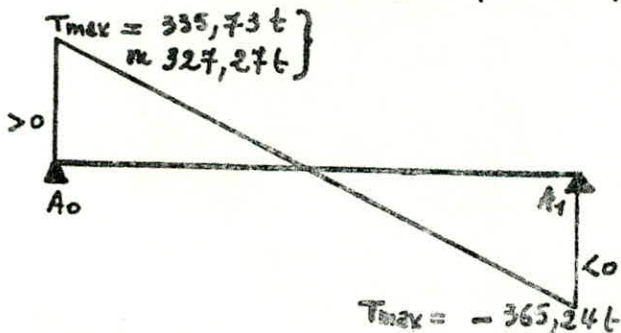
* 1^{ère} Section : à 0,90 m de l'appui A_0

* 2^e section : à 24,5 m de l'appui A_0 .

$$x = 0,9 \text{ m} : \begin{cases} \alpha = +4,4568839 \text{ (compte tenu du sens)} \\ T' = -F \cdot \sin \alpha = -357,5 \text{ t} \\ V = -182,7 \text{ t} \end{cases}$$

$$x = 24,5 \text{ m} : \begin{cases} \alpha = -4,4568839 \\ T' = +377,9 \text{ t} \\ V = +216,4 \text{ t} \end{cases}$$

Pour les sections en travée, la détermination des efforts tranchants dus aux charges civiles et militaires, se fait par interpolation linéaire.



II - CONTRAINTES DE CISAILLEMENT DU BÉTON :

REPARTITION DES ETRIERS :

Nous considérerons uniquement les calculs au temps infini.

1- Contraintes de cisaillement du béton :

La vérification au cisaillement du béton se fera au niveau de son centre de gravité.
la contrainte de cisaillement est donnée par :

Courbe enveloppe des efforts tranchants.

		Efforts tranchants dus aux différents cas de charges						Courbes enveloppes			
		Surcharges civiles		Surcharges militaires		Précontrainte		Surch. civiles		Surch. militaires	
Sections	Absc. Cum. (m)	$T_{max} (t)$	$T_{min} (t)$	$T_{max} (t)$	$T_{min} (t)$	$T_H (t)$	$V+T'$	$T_{max} (t)$	$T_{min} (t)$	$T_{max} (t)$	$T_{min} (t)$
0,00l	0,00	335,71	208	327,30	209,30	35,71	-153,20	+218,20	+90,50	+209,80	+91,80
0,90m	0,90	311,00	182,40	302,70	184,80	35,71	-514,10	-167,40	-296	-175,70	-293,60
0,10l	2,54	265,60	135,90	258	140	35,71	-236,60	+64,70	-65	+57,10	-60,90
0,20l	5,08	195,50	63,80	188,80	70,60	35,71	-170,80	+60,40	-71,30	+53,70	-64,50
0,30l	7,62	125,40	-8,30	119,50	1,3	35,71	-104,10	+57	-76,70	+51,10	-67,10
0,40l	10,16	55,30	-80,30	50,30	-68,10	35,71	-35,10	+55,90	-79,70	+50,90	-67,50
0,50l	12,70	-14,80	-152,40	-19	-137,50	35,71	+26,70	+47,60	-90	+43,40	-75,10
0,60l	15,24	-84,90	-224,50	-88,20	-206,80	35,71	+80,90	+31,70	-107,90	+28,40	-90,20
0,70l	17,78	-155	-296,50	-157,50	-276,20	35,71	+136,50	+17,20	-124,30	+14,70	-104
0,80l	20,32	-225	-368,60	-226,70	-345,60	35,71	+193,10	+3,80	-139,80	+2,11	-116,80
0,90l	22,86	-295,10	-440,70	-296	-414,90	35,71	+217,20	-42,20	-187,80	-43,10	-162
24,5m	24,50	-340,40	-487,20	-340,70	-459,70	35,71	+594,30	+289,60	+142,80	+289,30	+170,30
1,00l	25,40	-365,24	-512,70	-365,20	-484,30	35,71	+228,10	-101,40	-248,90	-101,40	-220,50

la courbe enveloppe est obtenue par: $T_{(surch.)} + T_H + (V + T')$

T' étant l'effort tranchant dû à la discontinuité de la pente de la fibre moyenne (début et fin d'égègement)

$$\tau_b = \frac{T \cdot m}{I \cdot b}$$

m : c'est le moment statique par rapport à l'axe horizontal passant par le centre de gravité de la partie de la section située au dessus, élégissements et trous de gaines déduits.

I : est l'inertie nette de la section

b : la largeur de la dalle prise au niveau de son centre de gravité, élégissements déduits ainsi que les trous de gaines s'ils sont voisins de la fibre moyenne.

2. Contrainte de cisaillement admissible $\bar{\tau}_b$:

Dans chaque section, l'inégalité suivante doit être vérifiée : $\tau_b < \bar{\tau}_b$

avec $\bar{\tau}_b$ = contrainte de cisaillement admissible (condition de CHALOS et BETEILLE).

$$\bar{\tau}_b = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b}} (\bar{\sigma}_b - \sigma_g) (\bar{\sigma}_b' + \sigma_g)$$

avec :

σ_g = contrainte de compression du béton au niveau du centre de gravité de la section, et l'on a : $\sigma_g = \frac{F}{S}$

$$\bar{\sigma}_b = 0,42 \cdot \sigma_{28} = 0,42 \cdot 3000 = 1260 \text{ t/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_b' = 0,42 \cdot \sigma_{28}' = 0,42 (70 + 0,06 \cdot \sigma_{28}) = 105 \text{ t/m}^2$$

3. Contrainte de traction admissible des étriers :

Conformément à la circulaire n°44 du 12 Août 1965, la contrainte admissible des étriers sera prise égale à : $\bar{\sigma}_a' = \rho_a' \cdot \sigma_{en}'$ avec $\sigma_{en}' = 42000 \text{ t/m}^2$

Nous supposons qu'aucune des sections ne comporte de reprises de bétonnage, et lorsque l'effort tranchant maximal en valeur absolue, sera produit par des charges civiles, nous poserons :

$$\rho_a' = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_b}{\bar{\tau}_b} \right)^2$$

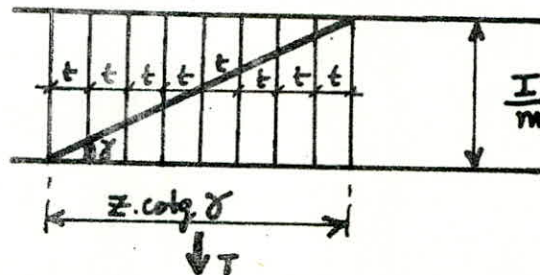
Nous admettons que des fissures éventuelles se produiront parallèlement à la direction de la contrainte principale extrême de compression au niveau du centre de gravité. Ces fissures délimitent des "bielles de béton". Soit γ , l'angle que font les bielles avec la fibre moyenne. τ_b est la contrainte de cisaillement qui s'exerce au niveau du centre de gravité :

Récapitulation pour la vérification des contraintes

séctions	b (m)	m (m ³)	I (m ⁴)	Z = I/m (m)	T (t)	Z _b (t/m ²)	σ_g (t/m ²)	$\bar{\sigma}_b$ (t/m ²)	tg 28	$\bar{\sigma}_d$ (t/m ²)	$\omega \cdot 10^4$ (m ²)	t (m)	tg 8
0.1	5,5816	1,4747	1,11888	0,7587	218,20	51,53	493,35	195,50	0,208898	41027	7,24	1,20	0,1033337
0,9m	2,0908	1,4732	1,080684	0,7336	296	193	603,25	196,90	0,639867	28549	41,35	0,38	0,2925515
0,1p	2,0908	1,4732	1,0804106	0,7334	65	42,40	604,07	196,90	0,140381	41351	1,50	1,25	0,0698481
0,2p	2,5836	1,4732	1,0793228	0,7326	71,30	37,70	610,22	196,80	0,123562	41486	1,44	1,23	0,061547
0,3p	2,5836	1,4732	1,0781827	0,7319	76,70	40,60	620,09	196,60	0,130949	41403	1,65	1,26	0,0651962
0,4p	2,5836	1,4732	1,0774581	0,7314	79,70	42,20	627,70	196,50	0,134459	41354	1,76	1,25	0,0669284
0,5p	2,5836	1,4732	1,0775954	0,7315	90	47,60	620,90	196,60	0,153326	41179	2,28	1,22	0,0762177
0,6p	2,5836	1,4732	1,0785177	0,7321	107,90	57,10	627,80	196,50	0,181905	40818	3,56	1,17	0,0902123
0,7p	2,0908	1,4732	1,0796463	0,7329	124,30	81,10	635,57	196,30	0,255204	39610	5,38	1,03	0,1255894
0,8p	2,0908	1,4732	1,0805343	0,7335	139,80	91,20	642,54	196,10	0,283873	38972	6,81	0,99	0,1391868
0,9p	2,0908	1,4713	1,0806366	0,7345	187,80	122,30	629,14	196,50	0,388785	36577	13,11	0,79	0,1875544
2,45m	2,0908	1,4687	1,0802151	0,7355	289,60	188,30	637,60	196,30	0,590652	29118	36,95	0,41	0,2732718
1p	5,5816	1,4691	1,1142315	0,7584	248,90	58,80	534,27	196,60	0,220113	40748	8,76	1,16	0,1087548

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2 \cdot \bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_g} \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma}_g = \frac{F}{S} \quad (\text{MCP 70})$$

si une fissure se produit, sa hauteur peut être prise égale à Z qui est le bras de levier ayant servi au calcul de $\bar{\sigma}_b$: $Z = \frac{I}{m}$



La fissure se projette horizontalement suivant $Z \cdot \cotg \gamma$, d'où la section ω d'étriers au mètre linéaire de tablier pour toute la largeur du pont.

$$\omega = \frac{T}{Z \cdot \cotg \gamma \cdot \bar{\sigma}_a'}$$

Les cours successifs d'étriers sont séparés par une distance t , au plus égale à la plus petite des valeurs suivantes :

$$\begin{cases} t = h_t \cdot (1,25 - 0,95 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b}) \\ t = b_{\min} (5 - 2 \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b}) \end{cases}$$

avec: h_t = hauteur totale de la section considérée.

b_{\min} = l'épaisseur brute du béton entre deux buses d'élégissements voisines.

$b_0 = 30 \text{ cm}$.

4- Vérification à la rupture vis-à-vis de l'effort tranchant :

la Contrainte de cisaillement à la rupture est donnée par une majoration de 80 % de la contrainte de cisaillement sous les surcharges. Son expression est donnée par :

$$\bar{\sigma}_{br} = 1,8 \bar{\sigma}_b = 1,8 \cdot \frac{T \cdot m}{I \cdot b}$$

Nous calculons la borne supérieure $\bar{\sigma}_{br}$ du domaine de résistance du béton qui est donnée par la même condition de CHALOS et BETELLE, déduite de la précédente en remplaçant $\bar{\sigma}_b$ par $\bar{\sigma}_{28}$ et $\bar{\sigma}_b'$ par $\bar{\sigma}_{28}'$.

$\bar{\sigma}_g$: contrainte de compression (précontrainte) au niveau du CG (inchangée).

Nous admettons que les bielles sont parallèles à la direction de la contrainte principale extrême de compression au niveau du Centre de gravité.

L'inclinaison des bielles sera alors donnée par l'expression suivante, vue que le cisaillement du béton sous surcharges majorées est à l'intérieur du domaine de résistance du béton ($\tau_{br} < \bar{\tau}_{br}$) : $\text{tg } 2\delta = \frac{2 \cdot \tau_{br}}{\bar{\sigma}_g}$

Il est alors inutile de vérifier les bielles à la compression.

Nous vérifions ainsi, la contrainte σ'_a des étriers qui est donnée par :

$$\sigma'_a = \frac{Tr \cdot \text{tg } \delta}{Z \cdot w} = \frac{1,8 \cdot T \cdot \text{tg } \delta}{Z \cdot w}$$

Récapitulation :

Sections	Abc. culm. (m)	τ_{br} (t/m ²)	$\bar{\tau}_{br}$ (t/m ²)	$\text{tg } \delta$	σ'_a (t/m ²)
0l	0	92,75	3940,50	0,1817876	129981,89
0,9m	0,90m	347,40	412,82	0,4560880	80108,39
0,1l	2,54	76,32	412,94	0,1243881	132291,68
0,2l	5,08	67,86	413,89	0,1098635	133655,26
0,3l	7,62	73,08	415,40	0,1162608	132919,40
0,4l	10,16	75,96	416,55	0,1192911	132944,77
0,5l	12,70	85,68	415,53	0,1354611	131577,14
0,6l	15,24	102,78	416,56	0,1595471	118894,69
0,7l	17,78	145,98	471,72	0,218698	124097,05
0,8l	20,32	164,16	418,74	0,2406858	121250,33
0,9l	22,86	220,14	416,76	0,315153	110635,64
24,5m	24,50	338,94	418,02	0,4322605	82912,401
1l	25,40	105,83	401,43	0,1908839	128725,41

On remarque que la contrainte σ'_a des étriers dépasse la limite d'élasticité majorée de 20% tel que : $\sigma'_a > 1,20 \cdot \sigma_{en}$

On opère alors une correction des sections d'étriers précédemment calculés, en définissant une nouvelle section pour que la sécurité à la rupture vis-à-vis des efforts tranchants, soit assurée, telle que :

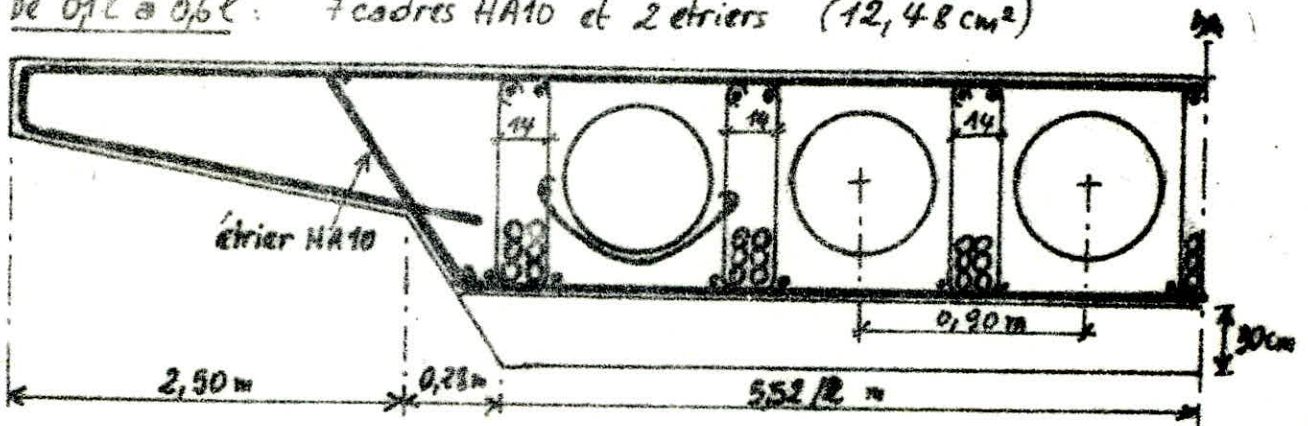
$$\omega = \frac{T_r \cdot \tan \gamma}{Z \cdot 1,20 \cdot \sigma_{en}} = \frac{1,8 \cdot T \cdot \tan \gamma}{Z \cdot 1,20 \cdot \sigma_{en}}$$

On remarque que ce calcul diffère quelque peu de la pratique courante, où le calcul de σ_a s'opère sur les sections réelles d'étriers et non sur les sections théoriques.

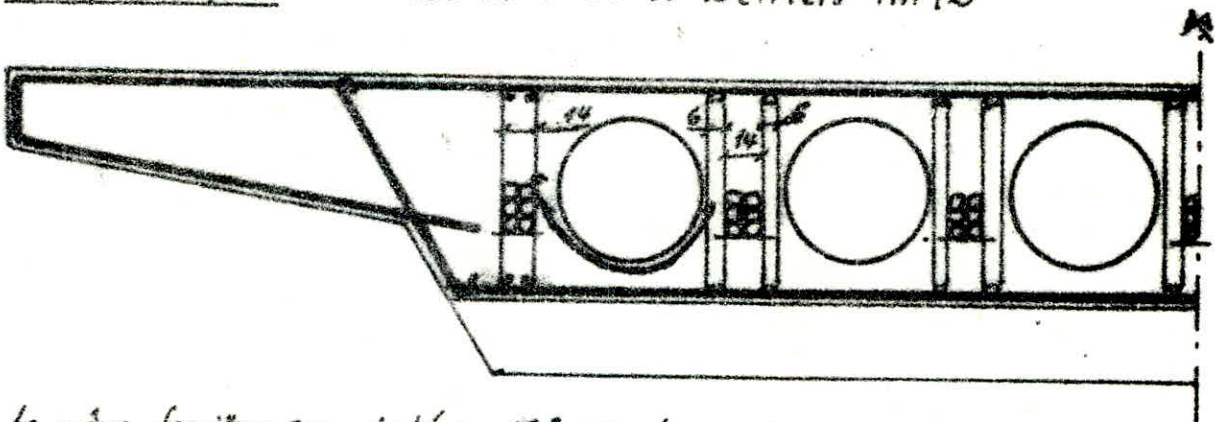
Sections	0,1	0,9m	0,11	0,20	0,30	0,41	0,51	0,61	0,71	0,81	0,91	0,95	1,1
Absc. cumulées (m)	0	0,90	2,54	5,08	7,62	10,16	12,70	15,24	17,78	20,32	22,86	24,50	25,90
$\omega \cdot 10^6$ (m ²)	18,67	65,72	79,94	78,2	41,55	4,64	5,95	8,40	13,25	16,28	23,78	29,78	32,57

D'où le choix des étriers et leur dispositions constructives :

De 0,1 à 0,61 : 7 cadres HA10 et 2 étriers (12,48 cm²)

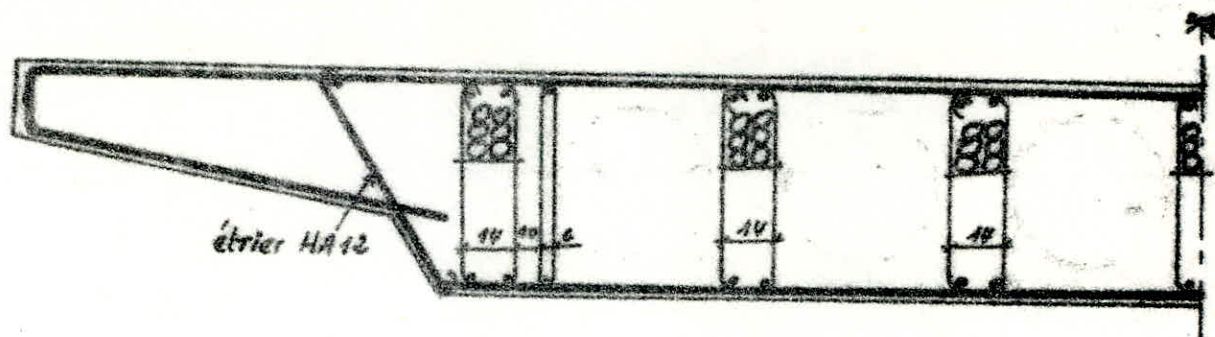


De 0,71 à 0,91 : 12 cadres HA12 et 2 étriers HA12

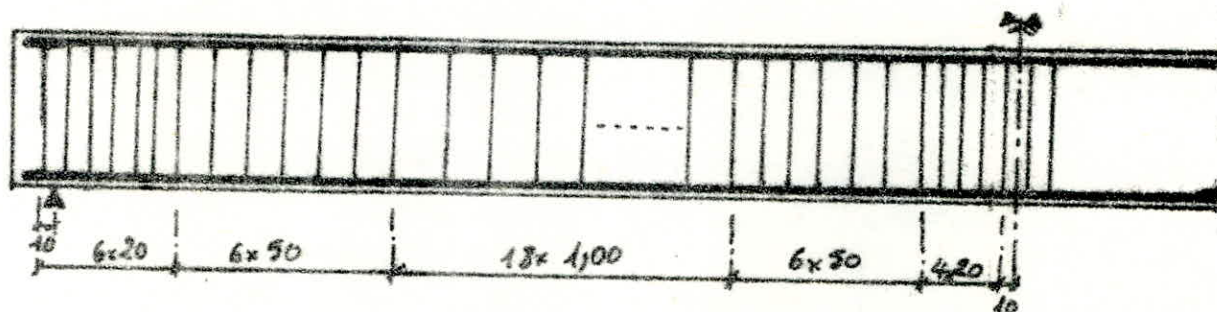


Le même ferrailage sera adopté au voisinages des appuis.

Sections en début et fin d'élégissements : 34 cadres HA12 + 2 étriers (1 cadre tous les 10m)



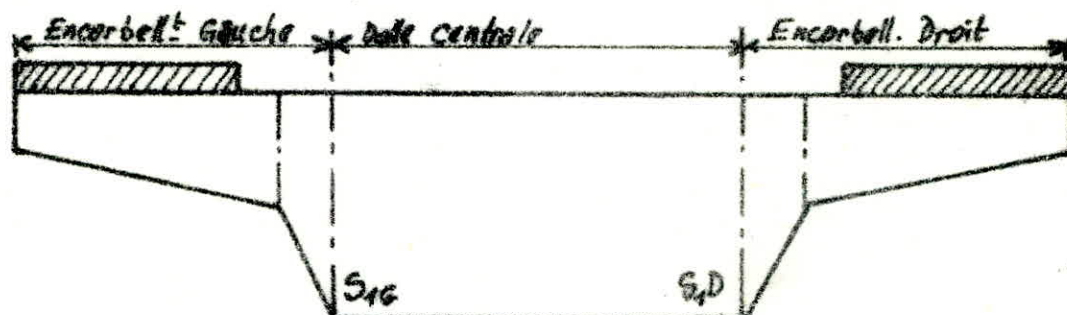
Dans le sens longitudinal, l'espacement varie entre 0,20 et 1,00m suivant que les étriers sont au voisinage des appuis ou en travée.



FLEXION TRANSVERSALE

CALCUL DES MOMENTS FLECHISSANTS ET DES EFFORTS TRANCHANTS AUX SECTIONS D'ENCASTREMENTS

Pour évaluer ces efforts, nous ne tenons pas compte de "l'effet de dalle" dû à la participation des encorbellements à la flexion longitudinale de l'ouvrage. Par contre l'étalement des surcharges est pris en compte, tant longitudinalement que verticalement. La première hypothèse va d'ailleurs dans le sens de la Sécurité.

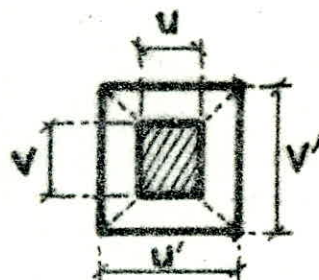
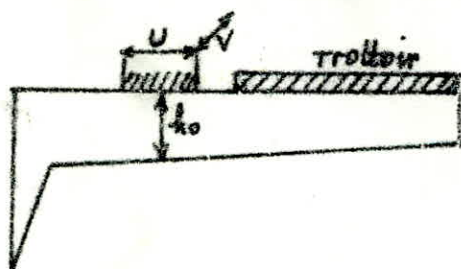


I- ETALEMENT DES SURCHARGES :

Soit U et V , les côtés du rectangle d'impact d'une surcharge réglementaire, dite ponctuelle, c'est à dire B_c ou B_r . Nous supposons que V est parallèle aux bords libres de la dalle.

1. Etalement Vertical :

Le rectangle d'impact est d'abord étalé sur la fibre moyenne de l'encorbellement selon la position transversale de la charge.



Le rectangle d'impact de la surcharge étalée de côtés U' et V' se déduit par les relations :

$$U' = U + h_0 + 1,5 e_r$$

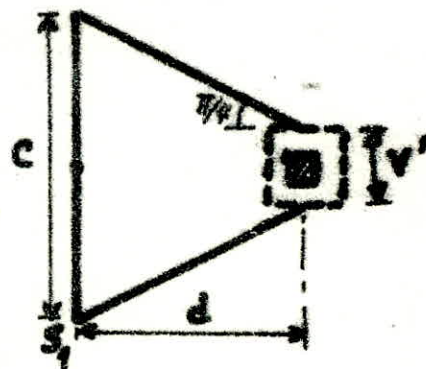
$$V' = V + h_0 + 1,5 e_r$$

h_0 étant la hauteur de la structure au milieu du côté de l'impact perpendiculaire aux bords libres de la dalle.

e_r = Epaisseur du revêtement.

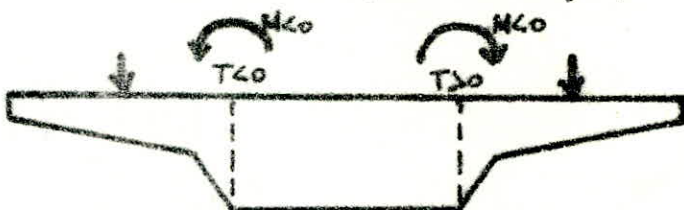
2. Étalement longitudinal :

A partir du milieu des côtés perpendiculaires aux bords libres du rectangle d'étalement vertical, on mène des droites inclinées à $\frac{\pi}{4}$. Les limites de l'étalement longitudinal sont les intersections de ces droites avec le plan vertical "d'encastrement" S_1 en sorte que l'étalement longitudinal a pour expression : $2C = V' + 2d$



II. CALCUL DES EFFORTS DANS LA SECTION D'ENCASTREMENT PAR LES CHARGES ET SURCHARGES PLACÉES SUR LES ENCORBELLEMENTS :

Nous calculons pour chaque type de surcharge et sans pondération l'effort tranchant et le moment fléchissant par mètre longitudinal de tablier sur les sections d'amorces des encorbellements. Nous nous intéressons aux sections S_{1E} et S_{1D} à partir desquelles seront calculés les moments fléchissants créés dans le nervure centrale par les surcharges placées sur les encorbellements.



1. Poids propre et superstructures :

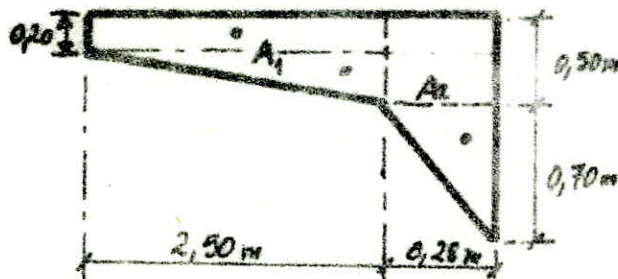
- a/- Superstructures :

Le poids des superstructures placé sur les encorbellements est fourni en données, ainsi que le "bras de levier" de ces charges par rapport aux sections d'encastrement.

Eléments de superstructures	Poids (t/mcl)	Distance d'application / S_1 (m)
bordure de Trottoir	0,100	0,83
bitume	0,225	1,08
Appui 1 de la dalle	0,1125	1,43
dalle en B.A.	0,155	2,02
Appui 2 de la dalle	0,1265	2,49
Corniche	0,295	2,83
Garde-Corps	0,050	2,83
TOTAL	1,065	1,966

- b/- Poids propre :

Nous calculons l'aire de la dalle entre la section d'encastrement considéré et le bord libre le plus proche, d'après le contour défini dans les données



$$A = A_1 + A_2 = 0,875 + 0,238 = 1,113 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 1,113 \times 1 \times 2,5 = 2,7825 \text{ t/ml}$$

— Position du Centre de gravité par rapport à S_1 :

$$x_{G_1} = 0,28 + \frac{\left(\frac{2,50}{2} \times \frac{2,50 \times 0,20}{2}\right) + \left(\frac{2,50}{2} \times 0,20 \times 2,50\right)}{0,875} = 1,351 \text{ m}$$

$$x_{G_2} = \frac{(0,14 \times 0,50 \times 0,28) + \left(\frac{0,28}{2} \times \frac{0,28 \times 0,70}{2} \times 0,70\right)}{0,238} = 0,121 \text{ m}$$

$$x_{G_1} = 1,088 \text{ m}$$

— Détermination du poids de l'ensemble (encorb. + superst.) et son point d'application / S_1 :

$$x_G = \frac{(1,065 \times 1,966) + (1,088 \times 2,7825)}{1,065 + 2,7825} = 1,331 \text{ m}$$

$$G = 1,065 + 2,7825 = 3,8475 \text{ t/ml}$$

$$M_G = -3,8475 \times 1,331 = -5,121 \text{ tm/ml}$$

$$T_G = -3,8475 \text{ t}$$

2- Surcharges de trottoir :

- a/- Surcharge uniforme de 450 kg/m² :

La surcharge uniforme de trottoir prise en compte est la valeur réglementaire de 0,450 t/m². Cette surcharge est appliquée sur tout le trottoir lequel charge une partie de l'encorbellement.

$$M_S = -0,450 \times a \times 1 \times \left(\frac{a}{2} + d\right) = 0,450 \times 2 \times 1 \times \left(\frac{2}{2} + 0,78\right) = -1,602 \text{ tm/ml}$$

$$T_S = -0,450 \times a = -0,450 \times 2 \times 1 = -0,90 \text{ t/ml}$$

avec : a = largeur du trottoir = 2 m

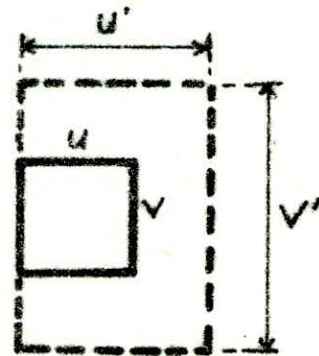
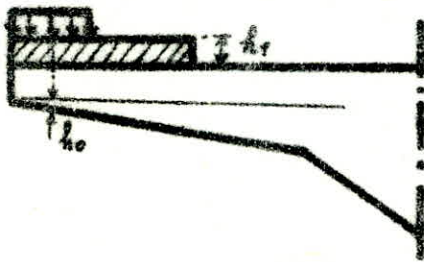
d = distance entre la bordure du trottoir et la section d'encastrement.

les effets peuvent être cumulés avec ceux de la surcharge B_c ou $Mc120$.

— b/ — Roue isolée de 6t :

L'effet maximum de cette roue est obtenu en la butant contre le garde-corps.

* Etalement Vertical :



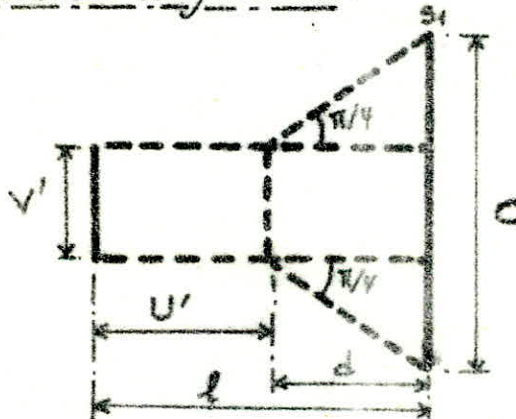
$$h_0 = 0,2 + \frac{0,30 \times 0,25}{2,50 \times 2} = 0,215 \text{ m}$$

$$h_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$U' = U + h_1 + \frac{h_0}{2} = 25 + \left(25 + \frac{21,5}{2}\right) = 60,75 \text{ cm}$$

$$V' = V + \left(h_1 + \frac{h_0}{2}\right) = 25 + 2\left(25 + \frac{21,5}{2}\right) = 96,5 \text{ cm}$$

* Etalement longitudinal :



$$d = l - U' = 2,78 - 0,6075 = 2,1725 \text{ m}$$

$$C = V' + 2d = 5,31 \text{ m}$$

$$M_{s(R_6)} = -\frac{6}{C} \left(d + \frac{U'}{2}\right) = -\frac{6}{5,31} \left(2,1725 + \frac{0,6075}{2}\right) = -2,798 \text{ tm/ml}$$

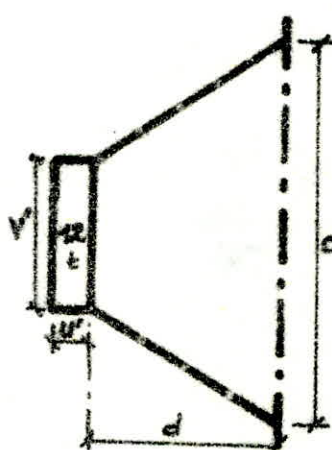
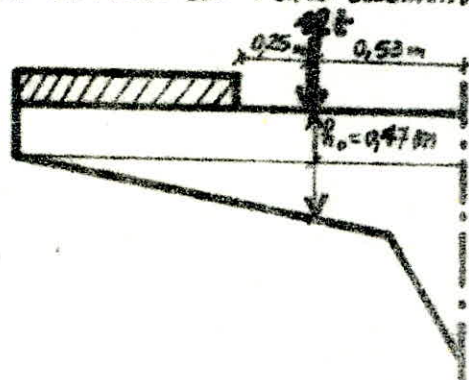
$$T_s(R_6) = -\frac{6}{C} = -\frac{6}{5,31} = -1,13 \text{ t/ml}$$

Les effets de cette roue de 6t ne serviront que pour la justification du ferrailage aux sections d'encastrement. Cette roue isolée n'est introduite que dans une sollicitation pondérée du 2^e genre ($G + 1,5 R_6$). Ses efforts ne seront donc pas cumulés avec ceux des autres surcharges de chaussée ou de trottoir.

3. Surcharges de chaussée :

- a /- Surcharge Bc :

On ne s'intéressera qu'aux essieux arrières des camions du type Bc. La surcharge est donc constituée de 2 files de 2 roues, où chacune de ces files contenant 2 roues, est assimilée à une bande de 1,75m de longueur (sens longitudinal) et de 0,25m de largeur (sens transversal). Ce sont ces dimensions qui sont prises en compte dans le calcul de l'étalement longitudinal. Comme la distance entre le bord du trottoir et la section d'encastrement est de 78cm, nous ne pourrions donc disposer qu'une file de roues sur l'encorbèlement.



$$C = V' + 2d$$

$$d = 0,53 - \frac{U'}{2} = 0,53 - \frac{0,84}{2}$$

donc

$$C = 2,34 + 2(0,11) = 2,56 \text{ m}$$

$$U' = U + h_0 + 1,5e_r = 0,84 \text{ m}$$

$$V' = V + h_0 + 1,5e_r = 1,75 + 0,47 + 0,12 = 2,34 \text{ m}$$

Au niveau de l'encastrement, les effets dus aux surcharges Bc, sont frappés par le coefficient b_c relatif à une file de camions dont la valeur est de 1,2.

$$M_{s(Bc)} = -\delta_{Bc} \times 1,2 \times \frac{12}{C} \left(\frac{U'}{2} + d \right) = -1,097 \times 1,2 \times \frac{12}{2,56} \left(\frac{0,84}{2} + 0,11 \right) = -3,27 \text{ tm/ml}$$

$$T_{s(Bc)} = -\delta_{Bc} \times 1,2 \times \frac{12}{C} = -1,097 \times 1,2 \times \frac{12}{2,56} = -6,17 \text{ t/ml}$$

- b /- Surcharge A :

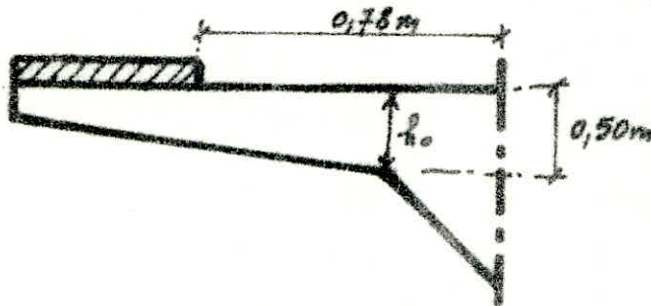
Cette surcharge s'applique entre le bord du trottoir et la section d'encastrement. Sa densité est fonction de la travée considérée (travée chargée) $\rightarrow A(l)$.

$$M_{s(A)} = - (1,193 \times 0,78 \times 1) \times \frac{0,78}{2} = -0,363 \text{ tm/ml}$$

$$T_{s(A)} = -1,193 \times 0,78 = -0,93 \text{ t/ml}$$

- c/- Surcharge militaire Mc120 :

La position la plus défavorable est obtenue quand elle est excentrée au maximum, c'est à dire quand la chenille touche le bord libre du trottoir. La largeur de la chenille étant de 1m, on ne considère que la surface d'impact située à gauche de la section d'encastrement à savoir une surface de 0,78m x 6,10m



$$h_0 = 0,20 + \frac{2,47 \cdot 0,3}{2,5} = 0,496 \text{ m}$$

$$U' = U + \frac{h_0 + 1,5e_r}{2} = 0,78 + 0,5(0,496 + 1,5 \cdot 0,08) = 1,088 \text{ m}$$

$$V' = V + h_0 + 1,5e_r = 6,10 + 0,496 + 1,5 \cdot 0,08 = 6,716 \text{ m}$$

la masse revenant à la surface considérée est : $\frac{55}{1} \times 0,78 = 42,90 \text{ t}$

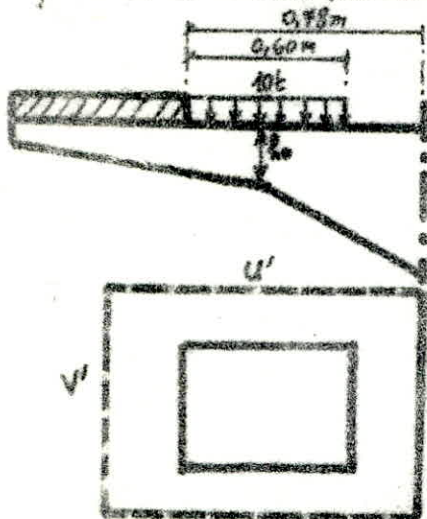
$$C = V' = 6,716 \text{ m}$$

$$M_{s(\text{char})} = -\delta \cdot \frac{42,9}{c} \cdot \frac{U'}{2} = -1,093 \cdot \frac{42,9}{6,716} \cdot \frac{1,088}{2} = -3,798 \text{ t/m/ml}$$

$$T_{s(\text{char})} = -\delta \cdot \frac{42,9}{c} = -1,093 \cdot \frac{42,9}{6,716} = -6,975 \text{ t/ml}$$

- d/- Surcharge Br :

L'effet maximum est obtenu lorsque la roue bute le bord du trottoir. La surface d'impact de cette roue est de 0,60 x 0,30, avec 0,60m comme côté transversal.



$$h_0 = 0,20 + \frac{2,30 \cdot 0,3}{2,5} = 0,476 \text{ m}$$

$$U' = \frac{0,6 + 0,476 + 1,5 \cdot 0,08}{2} + 0,48 = 1,078 \text{ m}$$

$$V' = 0,30 + 0,476 + 1,5 \cdot 0,08 = 0,896 \text{ m}$$

$$C = V' = 0,896 \text{ m}$$

$$M_{s(Gr)} = -\frac{10}{c} \times \frac{u'}{2} = -\frac{10}{0,896} \times \frac{1,078}{2} = -6,016 \text{ tm/ml}$$

$$T_s(Gr) = -\frac{10}{c} = -\frac{10}{0,896} = -11,16 \text{ t/ml}$$

Lignes d'influence du coefficient de répartition transversale μ :

- Fibre 1 : $y = 0$ (axe mécanique de la dalle)

	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
Harmonique 1	-0,2395	-0,1202	-0,0030	0,1195	0,2429	0,1195	-0,0030	-0,1202	-0,2395
Harmonique 3	-0,1863	-0,0970	-0,0058	0,0948	0,2034	0,0948	-0,0058	-0,0970	-0,1863
Harmonique 5	-0,1105	-0,0640	-0,0116	0,0576	0,1597	0,0576	-0,0116	-0,0640	-0,1105

- Fibre 2 : $y = \frac{b}{4} = 0,97125 \text{ m}$ de l'axe mécanique

	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
Harmonique 1	-0,1845	-0,1063	-0,0276	0,0524	0,1343	0,2189	0,0565	-0,1036	-0,2625
Harmonique 3	-0,1352	-0,0815	-0,0257	0,0354	0,1060	0,1913	0,0451	-0,0868	-0,2170
Harmonique 5	-0,0702	-0,0485	-0,0238	0,0105	0,0644	0,1511	0,0303	-0,0634	-0,1392

- Fibre 3 : $y = \frac{b}{2} = 1,9425 \text{ m}$ de l'axe mécanique :

	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
Harmonique 1	-0,1167	-0,0740	-0,0309	0,0125	0,0580	0,1048	0,1539	-0,0446	-0,2417
Harmonique 3	-0,0786	-0,0527	-0,0256	0,0042	0,0396	0,0832	0,1393	-0,0399	-0,2102
Harmonique 5	-0,0357	-0,0283	-0,0197	-0,0067	0,0158	0,0550	0,1211	-0,0395	-0,1590

d'où graphes suivants, correspondant à chaque fibre.

III. MOMENTS APPORTÉS DANS LA DALLE CENTRALE PAR LES SURCHARGES PLACÉES SUR LES ENCORBELLEMENTS :

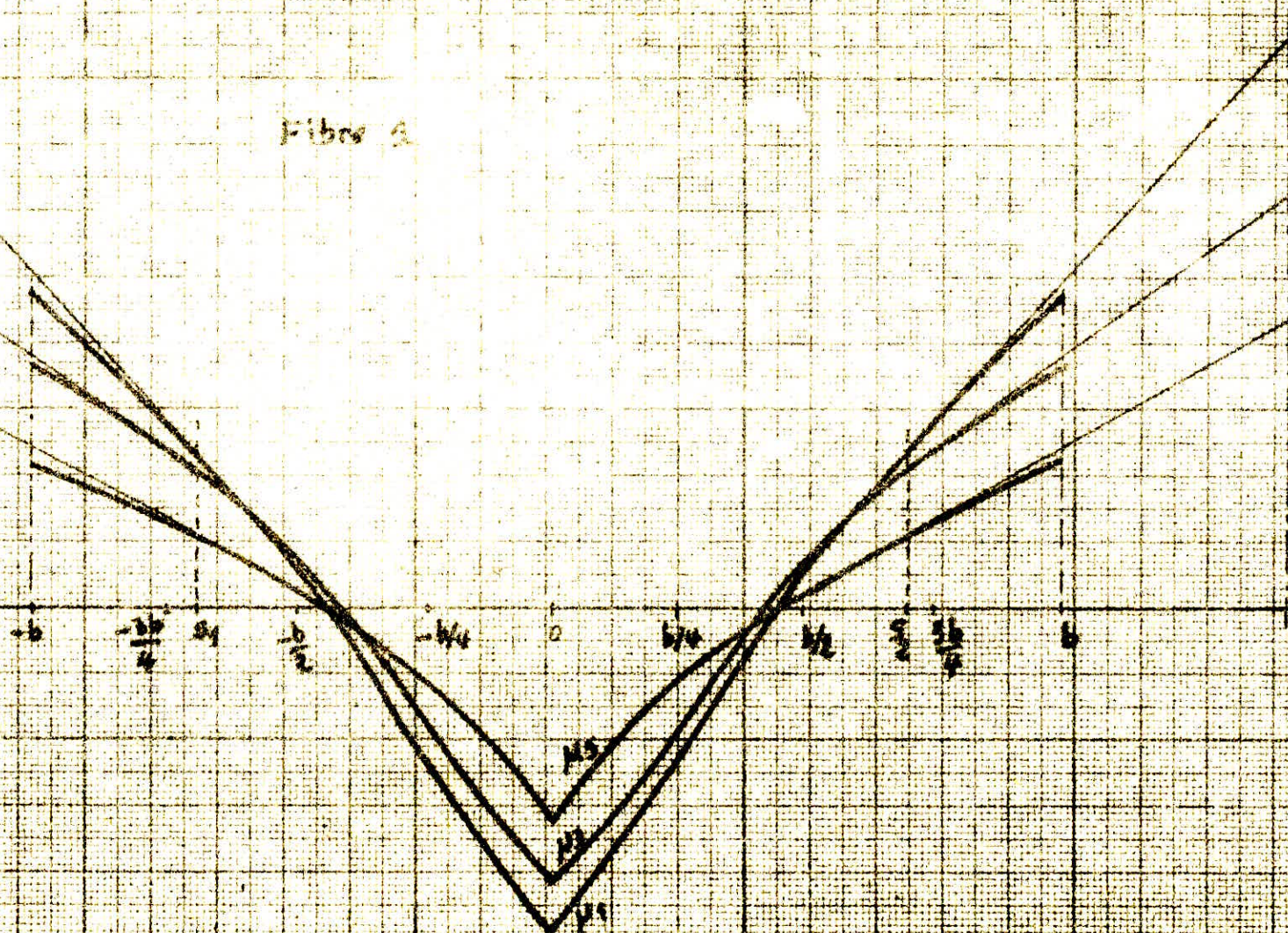
Le moment transversal dans une fibre quelconque de la dalle a pour expression, au mètre longitudinal de tablier :

$$M_s(x, y) = \frac{2a \cdot b}{\pi} \left[M_{Gr} \cdot \sum_n \frac{1}{n} \left(\frac{d\mu_n}{dy} \right)_{b_0} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi c}{2a}}{2a} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi d}{2a}}{2a} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi x}{2a}}{2a} + \right. \\ \left. + T_{Gr} \cdot \sum_n \frac{1}{n} (\mu_n)_{b_0} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi c}{2a}}{2a} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi d}{2a}}{2a} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi x}{2a}}{2a} \right]$$

Pour les charges placées sur l'encorbellement de gauche.

Lignes d'influence du coefficient de répartition transversale

Fibre 2



Fibre 2

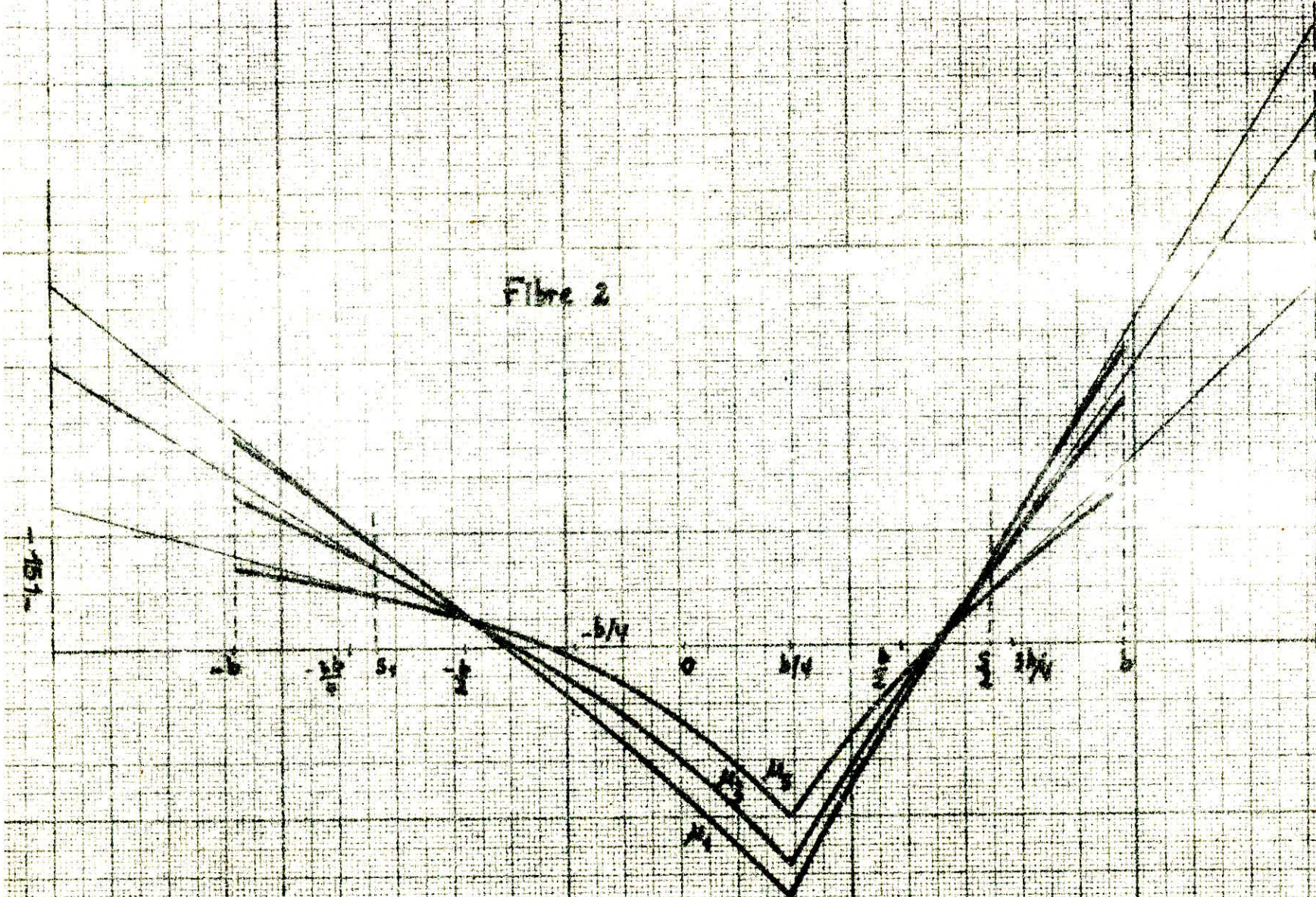
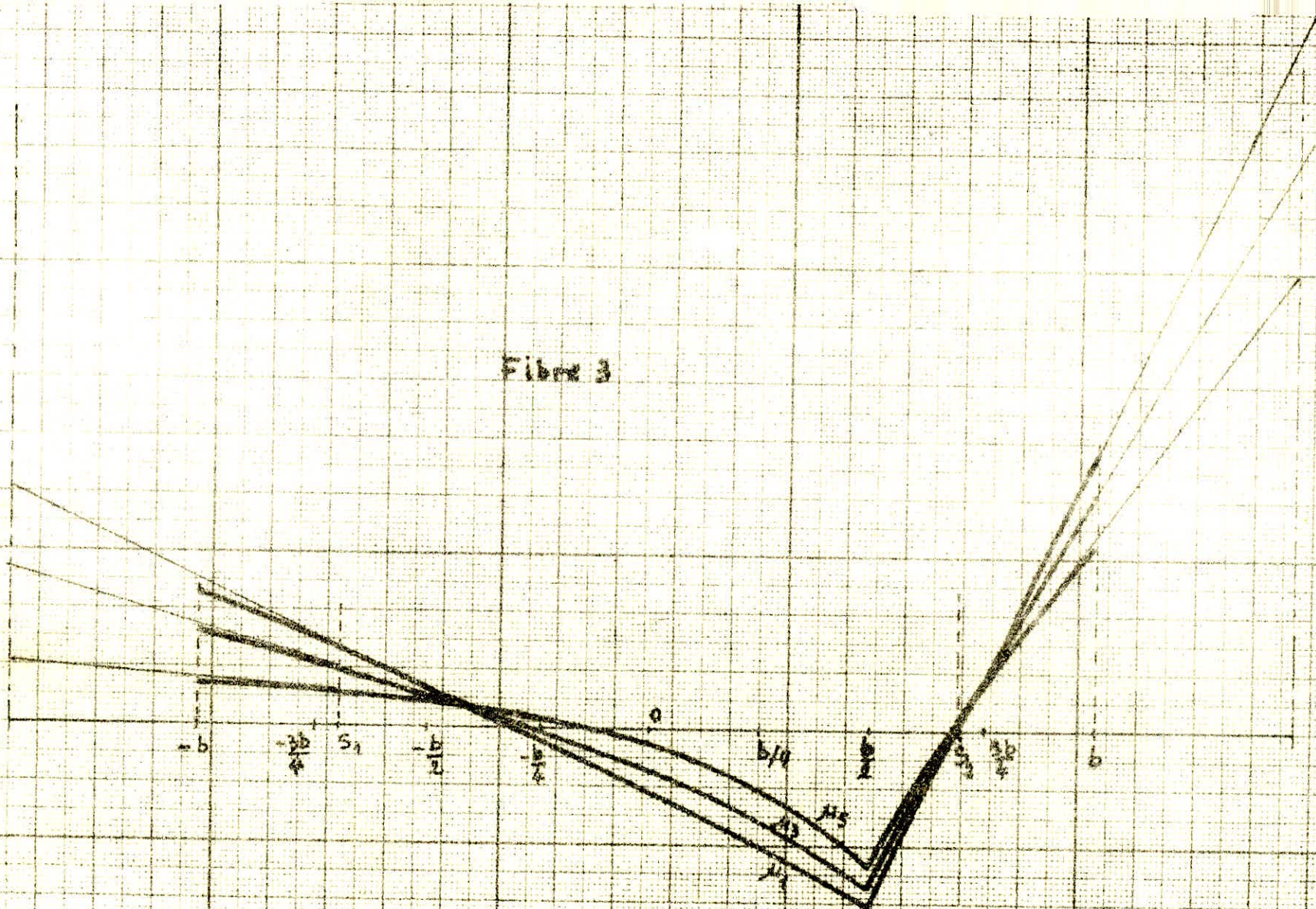


Figure 3

152



Et pour des charges disposées sur l'encorbellement de droite :

$$M_E(x, y) = \frac{2 \times 2b}{\pi} \left[M_{D_1} \sum \frac{1}{n} \frac{1}{n} \left(\frac{d\mu_n}{dy} \right)_{b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{2a} + \right. \\ \left. + T_{D_1} \sum \frac{1}{n} \frac{1}{n} (\mu_n)_{b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi x}{2a} \right]$$

avec :

M_1 = Moment fléchissant dans la section d'encastrement S_1 .

T_1 = Effort tranchant dans la section d'encastrement S_1 .

b = Demi-largeur de la dalle équivalente

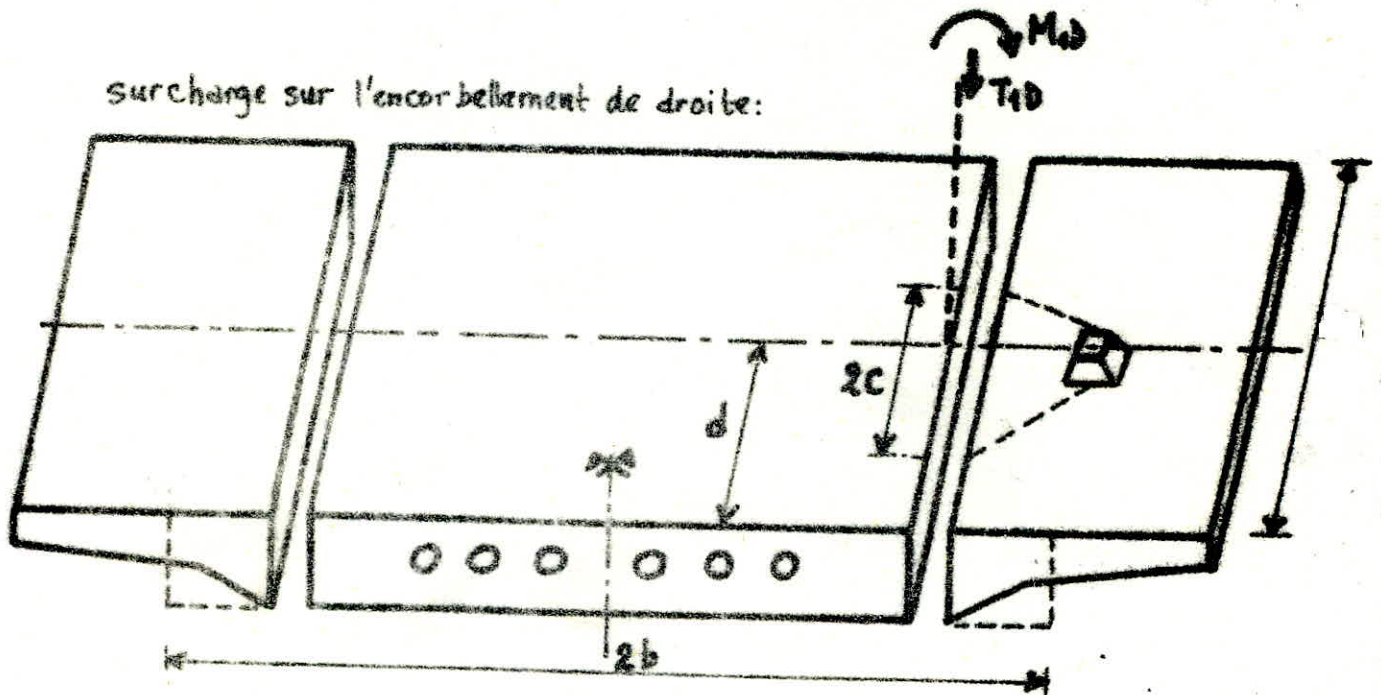
μ_n = Ordonnée de la ligne d'influence du coefficient de flexion transversale pour la fibre considérée.

x = Abscisse de la section étudiée.

c = Demi-étalement longitudinal de la surcharge considérée.

$\frac{d\mu_n}{dy}$ = Pente de la tangente à μ_n (aux points b_0 ou $-b_0$)

surcharge sur l'encorbellement de droite :



Nous calculerons les moments apportés dans la dalle sous les cas de charges et surcharges sur les encorbellements de gauche et de droite, et sous les surcharges entièrement disposées sur cette dalle centrale et placées selon l'effet recherché.

1. Moments apportés dans la dalle sous la charge permanente disposée sur les encorbellements de gauche et de droite : $a = c = d = x = 11,69 \text{ m}$

* Encorbellement de gauche : $T_{1G} = -3,8475 \text{ t/ml}$ et $M_{1G} = -5,121 \text{ tm/ml}$

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	+ 1	-0,1125	0,1125	-0,090	0,083	-0,0925	0,06
3	-0,3333	+ 1	-0,105	0,072	-0,0675	0,0667	-0,0725	0,03
5	0,200	+1	-0,055	0,054	-0,0425	0,030	-0,025	0,007
Moments			- 0,831		- 0,245		+ 0,0937	

* Encorbellement de droite : $T_{1D} = 3,8475 \text{ t/ml}$ et $M_{1D} = -5,121 \text{ tm/ml}$

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	1	-0,1125	-0,1125	-0,0725	-0,170	0	-0,225
3	-0,3333	1	-0,105	-0,072	-0,060	-0,150	0	-0,175
5	0,200	1	-0,055	-0,054	-0,045	-0,094	-0,0075	-0,140
Moments			+ 0,831		+ 2,346		+ 4,903	

2. Moments apportés dans la dalle sous les surcharges de trottoirs :

$$a = x = d = c = 11,69.$$

* Encorbellement de gauche : $T_{ST} = -0,9 \text{ t/ml}$; $M_{ST} = -1,602 \text{ tm/ml}$

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	1	-0,1125	0,1125	-0,090	0,083	-0,0925	0,06
3	-0,3333	1	-0,105	0,072	-0,0675	0,0667	-0,0725	0,03
5	0,200	1	-0,055	0,054	-0,0425	0,030	-0,025	0,007
Moments			- 0,3929		- 0,1907		- 0,0808	

* Encorbellement de droite : $T_{ST} = +0,9 \text{ t/ml}$ et $M_{ST} = -1,602 \text{ tm/ml}$.

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	1	-0,1125	-0,1125	-0,0725	-0,170	0	-0,225
3	-0,3333	1	-0,105	-0,072	-0,060	-0,150	0	-0,175
5	0,200	1	-0,055	-0,054	-0,045	-0,094	-0,0075	-0,140
Moments			+ 0,3929		+ 0,8261		+ 1,536	

3. Surcharge A : $a = c = d = x = 11,69$

* Encorbellement de gauche : $T_{SA} = -0,93 \text{ t/ml}$ et $M_{SA} = -0,363 \text{ tm/ml}$

			FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	1	-0,1125	0,1125	-0,09	0,083	-0,0925	0,06
3	-0,3333	1	-0,105	0,072	-0,0675	0,0667	-0,0725	0,03
5	0,200	1	-0,055	0,054	-0,0425	0,030	-0,025	0,007
Moments			0,2268		0,2297		0,2449	

* Encorbellement de droite : $T_{SA} = 0,93 \text{ t/ml}$ et $M_{SA} = -0,363 \text{ tm/ml}$

			FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	1	-0,1125	-0,1125	-0,0725	-0,170	0	-0,225
3	-0,3333	1	-0,105	-0,072	-0,06	-0,150	0	-0,175
5	0,200	1	-0,055	-0,054	-0,045	-0,094	-0,0075	-0,140
Moments			-0,2268		-0,0334		+0,3426	

4. Surcharge Bc : $a = x = d = 11,69$, $c = 1,28$

* Encorbellement de gauche : $T_{Sc} = -6,17 \text{ t/ml}$, $M_{Sc} = -3,27 \text{ tm/ml}$

			FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	0,171	-0,1125	0,1125	-0,090	0,083	-0,0925	0,06
3	-0,3333	-0,4934	-0,105	0,072	-0,0675	0,0667	-0,0725	0,03
5	0,200	0,758	-0,055	0,054	-0,0425	0,030	-0,0025	0,007
Moments			0,7269		0,3250		0,5953	

* Encorbellement de droite : $T_{Sc} = +6,17 \text{ t/ml}$, $M_{Sc} = -3,27 \text{ tm/ml}$

			FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	0,171	-0,1125	-0,1125	-0,0725	-0,170	0	-0,225
3	-0,3333	-0,4934	-0,105	-0,072	-0,06	-0,150	0	-0,175
5	0,200	0,758	-0,055	-0,054	-0,045	-0,094	-0,0075	-0,140
Moments			-0,7269		+0,2120		+1,3964	

5- Surcharge Mc120 : $a=x=d=11,69$ $c=3,358$

* Encorbellement de gauche : $T_{schar} = -6,975 \text{ t/ml}$ et $M_{schar} = -3,798 \text{ tm/ml}$

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	0,1431	-0,1125	0,1125	-0,090	0,083	-0,0925	0,060
3	-0,3333	-0,4177	-0,105	0,072	-0,0675	0,0667	-0,0725	0,030
5	0,200	0,660	-0,055	0,054	-0,0425	0,030	-0,0250	0,007
Moments			0,6856		0,4857		0,6614	

* Encorbellement de droite : $T_{schar} = 6,975 \text{ t/ml}$ et $M_{schar} = -3,798 \text{ tm/ml}$

n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a}$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	FIBRE 1		FIBRE 2		FIBRE 3	
			M_n	Pente	M_n	Pente	M_n	Pente
1	1	0,1431	-0,1125	-0,1125	-0,0725	-0,17	0	-0,225
3	-0,3333	-0,4177	-0,105	-0,072	-0,06	-0,15	0	-0,175
5	0,200	0,660	-0,055	-0,054	-0,045	-0,094	-0,0075	-0,14
Moments			-0,6856		0,2314		2,7644	

Remarque :

— Les effets dus aux charges placées sur l'encorbellement de droite ne sont cumulés à ceux dus aux mêmes charges placées sur l'encorbellement de gauche, que s'ils sont de même signe (Négatif).

— Les effets dus au Mc120 sur l'encorbellement de gauche et sur celui de droite ne sont pas cumulés, puisqu'il est exclu de disposer transversalement 2 chars militaires.

Tableau récapitulatif des moments apportés dans la dalle centrale par les surcharges disposées sur les encorbellements : [Moments en tm/ml]

FIBRES	G	A	Bc	Mc120	Trottoirs
1	0 (m)	-0,2268	-0,7269	-0,6856	-0,3929
2	2,101 (m)	-0,0334	0,5037 (m)	0,4857	-0,1907
3	4,997 (m)	0,5875 (m)	1,992 (m)	2,7644	-0,0808

les valeurs qui portent l'indice (m) indiquent qu'elles sont obtenues pour les charges disposées sur les 2 encorbellements. Les autres correspondent à un seul encorbellement.

IV - MOMENTS DÙS AUX SURCHARGES EMPIETANT SUR LA DALLE CENTRALE

Le moment transversal par unité de largeur, est donné par l'expression suivante :

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^5 M_{\alpha_m} \cdot P_m \cdot b \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell}$$

Pour $x = 0,5\ell$:

avec : $M_y(x, y) = b (M_{\alpha_1} P_1 - M_{\alpha_3} P_3 + M_{\alpha_5} P_5)$

$$\ell = \frac{25,4}{\sqrt[4]{V}} = \frac{25,4}{\sqrt[4]{1,39}} = 23,38 \text{ m.}$$

1- Calcul de P_1 ; P_3 ; P_5 :

- a/- Surcharge A : $P_m = \frac{4P}{m\pi} \cdot \sin^2 \frac{m\pi}{2}$ avec P (t/ml).

* Pour 2 voies chargées : $P = 1,193 \times 5,52 = 6,585 \text{ t/ml}$

$P_1 = 2,38 \text{ t/ml}$ $P_3 = 2,795 \text{ t/ml}$ $P_5 = 1,677 \text{ t/ml}$

* Pour une voie chargée :

$P_1 = 4,19 \text{ t/ml}$ $P_3 = 1,3975 \text{ t/ml}$ $P_5 = 0,838 \text{ t/ml}$

- b/- Surcharge Bc :

En considérant les 2 sens de circulation et en retenant celui dont P_m est maximal, la disposition longitudinale des charges est telle que la résultante de toutes ces charges passe par $x = \ell/2$.



Pour le système Bc, P_m est donnée par :

$$P_m = \frac{2}{\ell} \left[p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_1}{\ell}\right) + 2p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_2}{\ell}\right) + 2p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_3}{\ell}\right) + \right. \\ \left. + p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_4}{\ell}\right) + 2p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_5}{\ell}\right) + 2p \cdot \sin\left(\frac{m\pi \alpha_6}{\ell}\right) \right], \text{ ce qui donne:}$$

* Pour une file de roues ($p=3\text{t}$) : $P_1 = 1,8$; $P_3 = 0,56$; $P_5 = -0,4$

* Pour 2 files de roues ($p=6\text{t}$) : $P_1 = 3,6$; $P_3 = 1,12$; $P_5 = -0,8$

c/- Mc120 :

Les effets de cette surcharge Messao sont très importants quand celle-ci est placée sur les exorbellements. De ce fait, il est inutile de calculer les moments négatifs

due à cette surcharge placée sur la dalle centrale.

2- Dispositions transversales des surcharges empiétant sur la dalle centrale:

On tiendra compte de la disposition adoptée en vue d'obtenir les moments minimums sous l'effet des charges de chaussées disposées sur les encorbellements

3- Calcul de μ_{dm} :

le coefficient μ_{dm} est donné par: $\mu_{dm} = \frac{S_m}{2C}$

avec: $\begin{cases} S = \text{aire de la ligne d'influence de la zone chargée.} \\ 2C = \text{largeur de la bande chargée.} \end{cases}$

Remarque: Dans le cas d'une bande large, μ peut être donné par les relations suivantes:

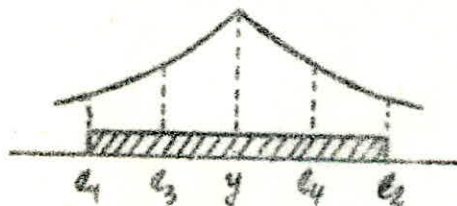
- a/- si la fibre considérée n'est pas située sur la bande chargée: $y \notin (e_1, e_2)$



e_3 étant la fibre située à mi-distance de (e_1, e_2)

$$\mu(n\theta'; \alpha; \frac{\pi y}{b}; \frac{\pi e}{b}) = \frac{1}{6} \mu(e_1) + \frac{1}{6} \mu(e_2) + \frac{2}{3} \mu(e_3)$$

- b/- si la fibre considérée appartient à la bande chargée: $y \in (e_1, e_2)$



e_3 et e_4 désignent les fibres situées à mi-distance des fibres (e_1, y) et (y, e_2)

$$\mu(n\theta'; \alpha; \frac{\pi y}{b}; \frac{\pi e}{b}) = \frac{1}{6} \mu(y) + \frac{1}{12} \mu(e_1) + \frac{1}{12} \mu(e_2) + \frac{1}{3} \mu(e_3) + \frac{1}{3} \mu(e_4)$$

4- Détermination des moments dus aux surcharges empiétant sur la dalle centrale:

Les moments dus aux surcharges empiétant sur la dalle centrale sont déterminés, pour chaque fibre considérée, en fonction de la ligne d'influence des coefficients de répartition transversale μ et des éléments des surcharges p .

FIBRES	Surcharge A					Surcharge Bc				
1	M_{d1}	0,055	P_1	4,19	$\Sigma = 0,81$	M_{d1}	0,0700	P_1	1,80	$M = 0,356$
	M_{d3}	0,035	P_3	1,3975		M_{d3}	0,0450	P_3	0,56	
	M_{d5}	0,0321	P_5	0,838		M_{d5}	0,030	P_5	-0,40	
2	M_{d1}	0,0679	P_1	8,38	$\Sigma = 1,85$	M_{d1}	0,1837	P_1	3,60	$M = 1,52$
	M_{d3}	0,055	P_3	2,795		M_{d3}	0,155	P_3	1,12	
	M_{d5}	0,037	P_5	1,677		M_{d5}	0,120	P_5	-0,80	
3	M_{d1}	0,0573	P_1	8,38	$\Sigma = 1,57$	M_{d1}	0,1112	P_1	3,60	$M = 0,976$
	M_{d3}	0,0469	P_3	2,795		M_{d3}	0,0875	P_3	1,12	
	M_{d5}	0,0333	P_5	1,677		M_{d5}	0,0637	P_5	-0,80	

V. MOMENTS TRANSVERSAUX MAXIMAUX :

1. Disposition des surcharges pour la détermination du moment positif:

Le principe retenu est de centrer l'une des bandes de la surcharge considérée sur la fibre (B_c, M_{c120}).

Fibre 1:

- * A: (2 voies chargées)
- * Bc: (1 convoi est disposé symétriquement par rapport à l'axe de la chaussée).
- * M_{c120} : (Un char est centré par rapport à l'axe de la chaussée)

Fibre 2:

- * A: (une voie chargée)
- * Bc: Un convoi (une file de roues est centrée sur la fibre).
- * M_{c120} : Un char (une chenille est centrée sur la fibre)

Fibre 3:

- * A: (une voie chargée)
- * Bc: Un convoi (une file de roues est centrée sur la fibre).
- * M_{c120} : Un char (une chenille est centrée sur la fibre).

Tableau des valeurs de M_{ext} :

FIBRES	μ	CP	A	Bc	Mc120
1	μ_{d1}	0,0567	0,0567	0,115	0,0058
	μ_{d3}	0,0350	0,0350	0,085	-0,0087
	μ_{d5}	0,0324	0,0324	0,0575	0,0033
2	μ_{d1}	0,0720	0,104	0,1285	0,0571
	μ_{d3}	0,060	0,105	0,1075	0,0386
	μ_{d5}	0,0470	0,0768	0,0763	0,033
3	μ_{d1}	0,0573	0,0852	0,1025	0,0598
	μ_{d3}	0,0469	0,0692	0,08625	0,0483
	μ_{d5}	0,0333	0,0485	0,0662	0,0352

2- Calcul de P_m :

- a/- Charge permanente : $P_m = \frac{4P}{m\pi} \cdot \sin^2 \frac{m\pi}{2}$ $P(t/ml)$

$$P = 2,5 \times 5,52 \times 1,2 = 16,56 \text{ t/ml.}$$

$$P_1 = 21,08 ; P_3 = 7,03 ; P_5 = 4,22 .$$

- b/- Surcharge A :

$$* 2 \text{ voies chargées : } P_1 = 8,38 ; P_3 = 2,795 ; P_5 = 1,677$$

$$* 1 \text{ voie chargée : } P_1 = 4,19 ; P_3 = 1,3975 ; P_5 = 0,838$$

- c/- Surcharge Bc :

$$\text{un seul convoi transversalement : } P_1 = 3,6 ; P_3 = 1,12 ; P_5 = -0,8$$

- d/- Surcharge Mc120 :

$$U = 1 \text{ m}$$

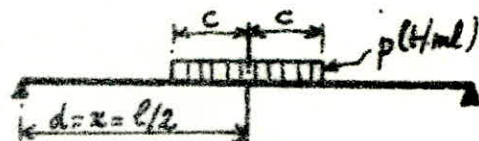
$$U' = 2,32 \text{ m}$$

$$V = 6,10 \text{ m}$$

$$V' = 7,42 \text{ m}$$

} Diffusion dans le plan moyen.

$$p = 2 \times \frac{55}{7,42} = 14,825 \text{ t/ml}$$



$$V' = 2c \text{ (sens longitudinal)}$$

$$P_m = \frac{4P}{\pi m} \cdot \sin \frac{m\pi c}{l} \cdot \sin \frac{\pi m d}{l}$$

$$P_1 = 8,36 ; P_3 = -6,17 ; P_5 = 2,83$$

Tableau des Moments transversaux maximaux

FIBRES	G	A	Bc	Mc120
1	4,22	1,68	1,06	0,02
2	5,03	1,37	1,09	2,22
3	3,96	1,17	0,85	3,49

Moments transversaux maximaux et minimaux par mètre de largeur sous la charge permanente et les différents cas de surcharges dans les fibres étudiées pour la section 0,5 l et pour $V=0$:

FIBRES	Moments	CP	A	Bc	Mc120	Trottoirs
1	Mmax.	4,22	1,68	1,16	0,022	0
	Mmin.	0	0	-0,41	0	-0,393
2	Mmax.	5,03	1,85	2,22	2,42	0
	Mmin.	0	0	0	0	-0,191
3	Mmax.	6,57	2,16	3,26	3,81	0
	Mmin.	0	0	0	0	-0,081

Bc et Mc120 sont majorés pour effets dynamiques.

VII - PRISE EN COMPTE DU COEFFICIENT DE POISSON :

Des études faites par M. ROWE, il résulte que la valeur non nulle dans la pratique, du coefficient de Poisson ν , n'influe que très faiblement sur les moments longitudinaux. Il n'en est pas de même en ce qui concerne les moments transversaux. Ainsi pour tenir compte de l'influence de ν , on majore l'expression de $M_y(x,y)$ par le terme suivant ; (Expression donnée par un coefficient de Poisson nul) :

$K \cdot \nu \cdot M_x(x,0)$ avec $M_x(x,0)$ = Moment au point $(x,0)$ longitudinal par mètre de largeur.

Avec :

$$\left. \begin{array}{l} K=1 \text{ si } \frac{b}{a} \geq 1 \\ K=\frac{b}{a} \text{ si } \frac{b}{a} < 1 \end{array} \right\}$$

Soient les indices (i) et (j) tels que l'indice (i) indique la travée chargée et (j), la travée étudiée pour le calcul des moments transversaux, on prendra les valeurs suivantes :

$$M_y(i, x, y) = K_j \cdot V \cdot M_x(j, x, 0) \quad \text{si } j \neq i$$

$$M_y(i, x, y) = K_i \cdot V \cdot M_x(i, x, 0) + \sum b \cdot \mu_{xm} \cdot P_m \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

D'après l'étude des moments longitudinaux, les moments positifs maximaux pour la section $0,5l$ de la travée (1) sont obtenus quand la travée (1) est chargée et les moments longitudinaux minimaux sont obtenus pour la travée (2) chargée, d'où :

$$M_{y\max} = \frac{b}{a} \cdot V \cdot M_{x\max}(0,5l; 0) + \sum b \cdot \mu_{xm} \cdot P_m \cdot \sin \frac{m\pi}{2}$$

or ($M_{y\max}$) c'est à dire le 2^e terme de $M_{y\max}$, est le moment transversal calculé par la méthode de GM pour un coefficient de Poisson nul ($V=0$)

d'où :

$$\begin{cases} M_{y\max} = \frac{b}{a} \cdot V \cdot M_{x\max}(0,5l; 0) + M_{y\max}(\text{pour } V=0) \\ M_{y\min} = \frac{b}{a} \cdot V \cdot M_{x\min}(0,5l; 0) + M_{y\min}(\text{pour } V=0) \end{cases}$$

Remarque :

$M_{yG}(x, y)$: Moment dû à l'effet du poids propre ; comme les 2 travées sont chargées simultanément, on majore M_{yG} pour $V=0$, par les 2 termes suivants :

$$K_1 \cdot V \cdot M_{xG}(1, x, 0) \quad \text{et} \quad K_2 \cdot V \cdot M_{xG}(2, x, 0) \quad \text{avec :}$$

$$K = K_1 = K_2 = \frac{b}{a} \quad (2 \text{ travées identiques})$$

$$M_{yG}(x, y) \text{ sera donc majoré par : } K \cdot V \cdot M_{xG}(x, 0).$$

1. Détermination de l'expression $K \cdot V \cdot M_x(x, 0)$:

$$K = \frac{b}{a} = \frac{7,77}{23,38} = 0,33234$$

$V = 0,2 \rightarrow$ dalle précontrainte longitudinalement.

$K \cdot V \cdot M_{x\max}(0,5l; 0)$ sont à ajouter aux moments max. transversaux (pour $V=0$)

$K \cdot V \cdot M_{x\min}(0,5l; 0)$ pour les moments min. transversaux calculés pour $V=0$.

	G	A	Bc	Hc120
$K \cdot V \cdot M_{x\max}(0,5l; 0)$	8,03	4,96	4,45	7,44
$K \cdot V \cdot M_{x\min}(0,5l; 0)$	0	-1,59	-1,96	-1,88

FERRAILLAGE

2- Moments transversaux dus à la précontrainte:

Dans la section 0,5l, la somme du moment isostatique de précontrainte et du moment hyperstatique de précontrainte donne le moment longitudinal de précontrainte tel que: $M_{xp} = M_H + F.e$

avec: F = force de précontrainte dans la section 0,5l.

e = Excentrement du câble dans cette même section.

à 90j: $M_H = 983,62 \times 0,5 = 491,81 \text{ tm}$ (pour toute la largeur).

$F.e = 5177,24 \times (-0,3024) = -1565,6 \text{ tm}$ (pour toute la largeur)

$M_{xp} = M_H + F.e = -1073,80 \text{ tm}$

Le moment transversal par mètre de largeur sous l'effet de la précontrainte longitudinale est:

$$M_{yp}(0,5l; y) = K.V. M_{xp} = \frac{7,77}{23,38} \times 0,2 \times \left(-\frac{1073,80}{7,77} \right) = -9,2 \text{ tm/mètre largeur}$$

Résultats définitifs des moments minimaux et maximaux:

Fibres	Moments	CP	A	Bc	Mc120	Trott.	Mp	Myp pondéré
1	M _{max}	12,25	6,44	5,61	7,46	0	-9,2	12
	M _{min}	0	-1,59	-2,37	0	-0,393	-9,2	-12,52
2	M _{max}	13,06	6,61	6,67	9,86	0	-9,2	15,69
	M _{min}	0	-1,59	-1,96	0	-0,191	-9,2	-11,78
3	M _{max}	14,60	6,92	7,71	11,25	0	-9,2	18,90
	M _{min}	0	-1,59	-1,96	0	-0,081	-9,2	-11,24

Pondération du 1^{er} genre: $M_{yp \text{ pondéré}} = M_G + 1,2 M_Q$.

FERRAILLAGE A LA FLEXION TRANSVERSALE

I. FERRAILLAGE EN TRAVEE :

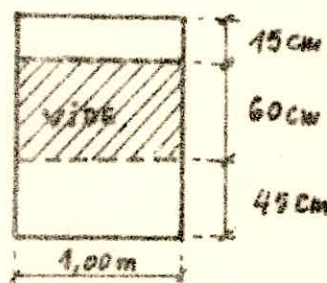
Le calcul des armatures de flexion transversale se fera pour les fibres les plus sollicitées.

D'après l'étude des moments transversaux pour la section $0,5l$, les moments M_{max} ,

M_{min} obtenus sont : $M_{y_{max}} = 18,9 \text{ tm}$ par mètre de largeur

$M_{y_{min}} = -12,52 \text{ tm}$ par mètre de largeur

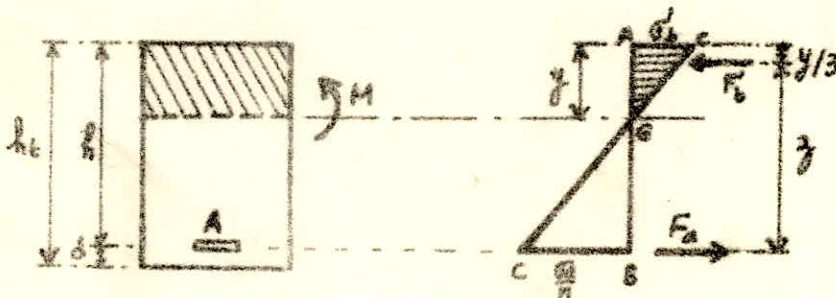
Nous avons une section rectangulaire de $1\text{m} \times 1,20\text{m}$ avec une partie élégiée.



La section minimale des armatures sera déterminée par la méthode de M^r P. CHARRON.

1/- Rappel théorique du calcul de la section rectangulaire sans armatures

Comprimées, en flexion simple :



-a/- Position de l'axe neutre :

$$\frac{\sigma'_b}{\sigma_a/n} = \frac{y}{h-y} \Rightarrow y = \frac{\sigma'_b \cdot h}{\sigma'_b + \frac{\sigma_a}{n}} = \frac{15h}{15 + \frac{15}{n} \times \frac{\sigma_a}{\sigma'_b}}$$

En posant $K = \frac{15}{n} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma'_b}$ et si $n = 15$, on aura :

$$y = \left[\frac{15}{15+K} \right] h = \alpha h$$

-b/- Bras de levier : $z = \epsilon h$ avec $\epsilon = 1 - \frac{\alpha}{3}$

-c/- Calcul de la section des armatures (A) :

$$\Sigma \text{ des moments / au point de passage de } F_c = 0 \Rightarrow M - A \cdot \sigma_a \cdot z = 0$$

ce qui conduit à : $A = \frac{M}{\sigma_a \cdot z} = \frac{M}{\sigma_a \cdot \epsilon \cdot h}$

-d/- Relation entre M et les contraintes σ'_b et σ_a :

$\Sigma \text{moments / armatures tendues} = 0 \Leftrightarrow M - F'_b \cdot z = 0$

$F'_b = \frac{1}{2} \cdot \sigma'_b \cdot y \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \sigma'_b \cdot \alpha \cdot h \cdot b$ d'où :

$M = \frac{1}{2} \cdot \sigma'_b \cdot \alpha \cdot h \cdot b \cdot z = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \epsilon \cdot \sigma'_b \cdot h^2 \cdot b$

En posant $\mu' = \frac{\alpha \cdot \epsilon}{2} \Rightarrow M = \mu' \cdot \sigma'_b \cdot h^2 \cdot b$

Or $\sigma'_b = \frac{15}{n} \cdot \frac{\sigma_a}{K} \Rightarrow M = \mu' \cdot \frac{15}{n} \cdot \frac{\sigma_a}{K} \cdot b \cdot h^2$

En posant aussi $\mu = \frac{15 \mu'}{K}$, nous aurons : $M = \frac{\mu}{n} \cdot \sigma_a \cdot b \cdot h^2$

Récapitulation :

$$\left| \begin{array}{l} M = \frac{\mu}{n} \cdot \sigma_a \cdot b \cdot h^2 \text{ avec } \mu' = \frac{\alpha \cdot \epsilon}{2} \text{ et } \mu = \frac{15 \mu'}{K} \\ \mu' = \frac{M}{\sigma'_b \cdot b \cdot h^2} \text{ et } \mu = \frac{n M}{\sigma_a \cdot b \cdot h^2} \end{array} \right.$$

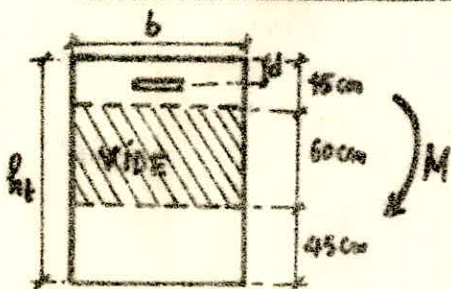
-e/- Utilisation du tableau pour la détermination de A :

On calcule μ et on lit sur le tableau les valeurs de ϵ et K .

La section A sera donnée par : $A = \frac{M}{\sigma_a \cdot \epsilon \cdot h}$

La contrainte $\sigma'_b = \frac{\sigma_a}{K}$ (pour $n = 15$).

2 - Calcul de la section d'armatures supérieures :



$h_t = 120 \text{ cm}$

$h = 114 \text{ cm}$

$d = 6 \text{ cm}$

$b = 100 \text{ cm}$

$M = 12,52 \text{ tm}$

On pose : $\sigma_a = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = \frac{2}{3} \times 4200 = 2800 \text{ kg/cm}^2$

$\mu = \frac{n M}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15 \cdot 12,52 \cdot 10^5}{100 \cdot 114^2 \cdot 2800} = 0,0092 \Rightarrow \begin{cases} \epsilon = 0,9671 \\ K = 137 \end{cases}$

$A = \frac{M}{\epsilon \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{12,52 \cdot 10^5}{0,9671 \cdot 114 \cdot 2800} = 4,1 \text{ cm}^2 \text{ soit } 2 \text{ HA } 20 \Rightarrow A = 6,28 \text{ cm}^2$

- fissuration :

$$\bar{\omega}_f = \frac{f}{\sigma_f} = \frac{6,28}{6 \times 2 \times 100} = 0,00523$$

Nous devons vérifier la condition: $\sigma_a \leq \min[\bar{\sigma}_a, \max(\sigma_1; \sigma_2)]$

$$\sigma_1 = \frac{K \eta \cdot \bar{\omega}_f}{\phi(1 + 10 \bar{\omega}_f)} \quad \begin{cases} K = 10^6 : \text{fissuration préjudiciable} \\ \eta = 1,6 : \text{coefficient de fissuration (pour barres HA)} \end{cases}$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{\eta \cdot K \cdot \bar{\sigma}_b}{\phi}} = 2,4 \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^6 \cdot 7,6}{20}} = 1871 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \frac{1,6 \cdot 10^6 \cdot 0,00523}{20(1 + 0,0523)} = 398 \text{ kg/cm}^2$$

Pour $\sigma_a = \bar{\sigma}_a$, la condition n'est pas vérifiée.

On pose donc $\sigma_a = \sigma_2 = 1871 \text{ kg/cm}^2$ (pour une section exacte).

$$\mu = \frac{\eta M}{\sigma_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15 \cdot 12,52 \cdot 10^5}{1871 \cdot 100 \cdot 114^2} = 0,0077 \rightarrow \begin{cases} \epsilon = 0,9603 \\ K = 111 \end{cases}$$

$$A_0 = \frac{M}{\sigma_a \cdot \epsilon \cdot h} = \frac{12,52 \cdot 10^5}{1871 \cdot 0,9603 \cdot 114} = 6,11 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité: (Art. 52 - CCBA 68)

$$A_1 = 1,2 A_0 = 1,2 \cdot 6,11 = 7,33 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 0,69 \cdot b \cdot h \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_{en}} = 0,69 \cdot 100 \cdot 114 \cdot \frac{7,6}{4200} = 14,23 \text{ cm}^2$$

On doit avoir $A \geq A_0$ et $A \geq \min(A_1; A_2)$.

On prend $A = 9,42 \text{ cm}^2$, soit 3 HA 20 par mètre

- Vérification:

- a/- Position de l'axe neutre:

$$\frac{1}{2} b y^2 + \eta A y - \eta A h = 0 \Rightarrow 50 y^2 + (15 \cdot 9,42) y - 15 \cdot 9,42 \cdot 114 = 0$$

$$50 y^2 + 141,3 y - 16108,2 = 0 \Rightarrow \text{d'où } y = 16,59 \text{ cm}$$

- b/- Moment d'inertie:

$$I = \frac{b y^3}{3} + 15 A (\eta - y)^2 = \frac{100 \cdot (16,59)^3}{3} + 15 \cdot 9,42 (114 - 16,59)$$

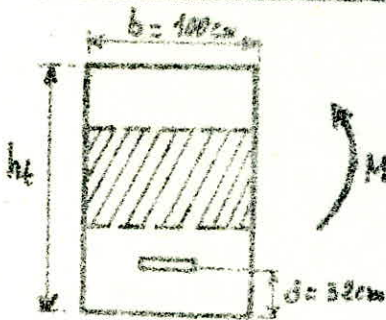
$$I = 1492955,6 \text{ cm}^4$$

- c/- Vérification des contraintes:

$$\ast \text{ béton: } \sigma'_b = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{12,52 \cdot 10^5}{1492955,6} \cdot 16,59 = 13,91 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 183 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = \frac{\pi M (R - y)}{I} = \frac{15 \cdot 12,52 \cdot 10^5}{1492955,6} (114 - 16,59) = 1225,3 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

3. Calcul de la section d'armatures inférieures:



$$M = 18,9 \text{ t-m}$$

$$\text{on pose: } \sigma_a = \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{15 \cdot 18,9 \cdot 10^5}{2800 \cdot 100 \cdot 88^2} = 0,0131 \Rightarrow \begin{cases} E = 0,9490 \\ K = 83 \end{cases}$$

$$A = \frac{18,9 \cdot 10^5}{2800 \cdot 0,9490 \cdot 83} = 9,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{soit } 3 \text{ HA } 20 \Rightarrow A = 9,42 \text{ cm}^2$$

— fissuration:

$$\tilde{w}_f = \frac{A}{\sigma_f} = \frac{9,42}{45 \cdot 100} = 0,0021$$

$$\sigma_1 = \frac{1,6 \cdot 10^6 \cdot 0,0021}{20(1 + 0,021)} = 164,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ et } \sigma_2 = 1871 \text{ kg/cm}^2.$$

En posant $\sigma_a = \sigma_2 = 1871 \text{ kg/cm}^2$, on aura:

$$\mu = \frac{\pi M}{\sigma_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15 \cdot 18,9 \cdot 10^5}{1871 \cdot 88^2 \cdot 100} = 0,0196 \Rightarrow \begin{cases} E = 0,9385 \\ K = 66,25 \end{cases}$$

$$A_0 = \frac{18,9 \cdot 10^5}{1871 \cdot 0,9385 \cdot 88} = 12,83 \text{ cm}^2$$

— Condition de non fragilité:

$$A_1 = 1,2 A_0 = 14,68 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 0,69 \cdot b \cdot h \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{ex}} = 0,69 \cdot 100 \cdot 88 \cdot \frac{7,6}{4200} = 10,99 \text{ cm}^2$$

On doit avoir: $A \geq A_0$ et $A \geq \min(A_1; A_2)$

On prend $A = 5 \text{ T } 20 \Rightarrow A = 15,7 \text{ cm}^2$ par mètre de largeur.

Vérification:

— a) — Axe neutre:

$$\frac{1}{2} b y^2 + \pi A_y - \pi A h = 0 \Rightarrow 50 y^2 + 15 \cdot 15,7 \cdot y - 15 \cdot 15,7 \cdot 88 = 0$$

$$50 y^2 + 235,5 y - 20724 = 0 \text{ d'où: } y = 18,14 \text{ cm.}$$

— b) — Moment d'inertie:

$$I = \frac{b y^3}{3} + 15 A (h - y)^2 - \frac{b (y - 15)^3}{3} = 1347278,2 \text{ cm}^4$$

- c/- Vérifications des contraintes :

$$* \text{ béton : } \sigma'_b = \frac{M}{I} y = \frac{18,9 \cdot 10^5}{1347278,2} \cdot 18,14 = 25,45 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 183 \text{ kg/cm}^2$$

$$* \text{ Acier : } \sigma_a = \frac{n M (h - y)}{I} = \frac{15 \cdot 18,9 \cdot 10^5 (88 - 18,14)}{1347278,2} = 1470 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

II. FERRAILLAGE SUR APPUI INTERMEDIAIRE :

1 - Calcul du moment transversal sur appui :

$M_y = \frac{K_1}{n} M_x$: est le moment transversal sur appui , avec :

n : représentant le nombre d'appuis ponctuels par ligne d'appui intermédiaire, ($n=2$ pour notre cas).

K_1 = Coefficient qui est de la forme: $K_1 = \frac{1}{3} [8K + 2K^2 - 4K^3]$

avec $K = \frac{2b}{2a}$ pour appui de rive.

$K = \frac{4b}{2a_{i-1} + 2a_i}$ pour appui intermédiaire.

Pour le cas de 2 travées égales : $K = \frac{2b}{2a} = \frac{7,77}{25,4} = 0,3059$

Les moments longitudinaux sur appui intermédiaire sont :

$$M_{x6} = -1876,21 \text{ tm}$$

$$M_{x\min}(A) = -499,24 \text{ tm}$$

$$M_{x\min}(T) = -53,50 \text{ tm}$$

} M_{xs}

$$M_{xp} = (5171,10 \cdot 0,1365) + 983,62 = 1689,5 \text{ tm}$$

$$M_x = \frac{1}{2b} [M_{x6} + 1,2 M_{xs} + M_{xp}] = \frac{1}{7,77} [-1876,21 + 1,2(-499,24 - 53,50) + 1689,5]$$

$$M_x = -109,4 \text{ tm/m} \quad \text{d'où :}$$

$$K_1 = \frac{1}{3} [8(0,3059) + 2(0,3059)^2 - 4(0,3059)^3] = 0,8087$$

$$M_{y\min} = \frac{K_1 M_x}{n} = \frac{0,8087}{2} (-109,4) = -44,24 \text{ tm/m de largeur.}$$

2 - Calcul de la section d'armatures supérieures sur appui intermédiaire :

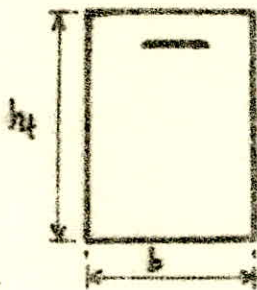
$$h_t = 120 \text{ cm}$$

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$M = 44,24 \text{ tm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$h = 114 \text{ cm}$$



$$\sigma_a = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = \frac{2}{3} \cdot 4200 = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

- Détermination de A :

$$\mu = \frac{n M}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15.44,24 \cdot 10^5}{2800 \cdot 100 (114)^2} = 0,01824 \Rightarrow \begin{cases} K = 69,1 \\ \epsilon = 0,94056 \end{cases}$$

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a \cdot \epsilon \cdot h} = \frac{44,24 \cdot 10^5}{2800 \cdot 0,94056 \cdot 114} = 14,74 \text{ cm}^2 \text{ soit } 5T20 \Rightarrow A = 15,70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- fissuration :

$$\tilde{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = \frac{15,7}{2.6 \cdot 100} = 0,0131$$

on vérifie que : $\sigma_2 \leq \text{Min} [\bar{\sigma}_a ; \max(\sigma_1 ; \sigma_2)]$, $K = 10^6$ (fiss. préj.)

$$\sigma_1 = \frac{K \mu \tilde{\omega}_f}{\phi (1 + 10 \tilde{\omega}_f)} = \frac{10^6 \cdot 1,6 \cdot 0,0131}{20 (1 + 0,131)} = 926,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{\mu \cdot K \cdot \bar{\sigma}_b}{\phi}} = 2,4 \sqrt{\frac{10^6 \cdot 1,6 \cdot 7,6}{20}} = 1871 \text{ kg/cm}^2$$

Pour $\sigma'_a = \bar{\sigma}_a$, la condition n'est pas vérifiée

On pose $\sigma'_a = \max(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 = 1871 \text{ kg/cm}^2$

$$\mu = \frac{n M}{\sigma'_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15.44,24 \cdot 10^5}{1871 \cdot 100 (114)^2} = 0,0273 \Rightarrow \begin{cases} \epsilon = 0,92835 \\ K = 54,75 \end{cases}$$

$$A_0 = \frac{M}{\sigma'_a \cdot \epsilon \cdot h} = \frac{44,24 \cdot 10^5}{1871 \cdot 114 \cdot 0,92835} = 22,34 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité :

$$A_1 = 1,2 A_0 = 1,2 \cdot 22,34 = 26,808 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 0,69 b h \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_{en}} = 0,69 \cdot 100 \cdot 114 \cdot \frac{7,6}{4200} = 14,23 \text{ cm}^2$$

on doit avoir : $A \geq A_0$ et $A \geq \min(A_1 ; A_2)$

On prend $A = 8T20$ par mètre, soit $25,13 \text{ cm}^2$

Vérification :

- a/- Axe neutre:

$$\frac{1}{2} b y^2 + n A y - n A h = 0 \Rightarrow 50 y^2 + 15 \cdot 25,13 y - 15 \cdot 25,13 \cdot 114 = 0 \Rightarrow$$

$$y = 25,79 \text{ cm}$$

- b/- Moment d'inertie:

$$I = \frac{b \cdot y^3}{3} + 15 A (h - y)^2 = \frac{100 \cdot (25,79)^3}{3} + 15 \cdot 25,13 (114 - 25,79)^2 = 3504834,5 \text{ cm}^4$$

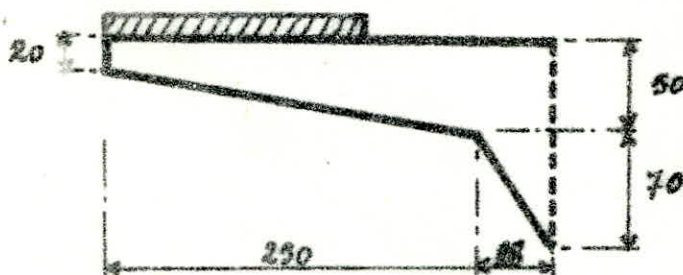
- c/- Vérification des contraintes:

$$\ast \text{ béton: } \sigma'_b = \frac{M}{I} y = \frac{44,24 \cdot 10^5}{3504834,5} \cdot 25,79 = 32,55 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 183 \text{ kg/cm}^2$$

$$\ast \text{ Acier: } \sigma_a = \frac{n M}{I} (h - y) = \frac{15 \cdot 44,24 \cdot 10^5}{3504834,5} (114 - 25,79) = 1670,2 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_m = \frac{M}{\frac{1}{3} \cdot b \cdot y} = \frac{44,24 \cdot 10^5}{\frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 25,79} = 16,27 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_{b0} = 91,5 \text{ kg/cm}^2$$

III - FERRAILLAGE DE LA SECTION D'ENCASTREMENT:

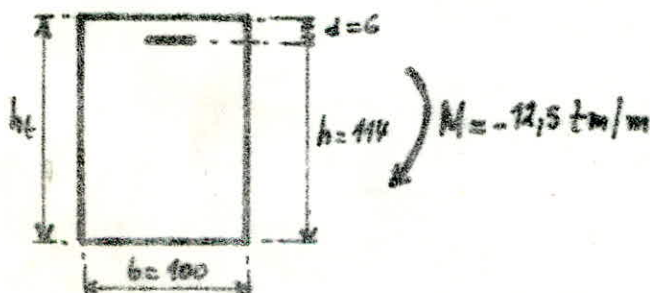


Les effets les plus défavorables sont obtenus sous la surcharge $B_r = 10 \text{ t}$.

$$M_{\max} = M_g + 1,2 M_{Br} = -5,121 - 1,2 \cdot 6,866 = -12,5 \text{ tm/mètre}$$

$$T_{\max} = T_g + 1,2 T_{Br} = -3,8475 - 1,2 \cdot 11,16 = -17,24 \text{ t/mètre}$$

- Armatures de flexion:



$$\begin{cases} \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2 \\ \bar{\sigma}_b = 183 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{n M}{\bar{\sigma}_a \cdot b h^2} = \frac{15 \cdot 12,5 \cdot 10^5}{2800 \cdot 100 \cdot (114)^2} = 0,0052 \rightarrow \begin{cases} K = 137 \\ \epsilon = 0,9679 \end{cases}$$

$$A = \frac{M}{\sigma_a \cdot E h} = \frac{12,5 \cdot 10^5}{2800 \cdot 0,9671 \cdot 114} = 4,05 \text{ cm}^2 \rightarrow 2T20 \Rightarrow A = 6,28 \text{ cm}^2$$

- Fissuration :

$$\omega_f = \frac{A}{B_f} = \frac{6,28}{1200} = 0,0052$$

$$\sigma_1 = \frac{10^6 \cdot 46 \cdot 0,0052}{20(1 + 0,0052)} = 395,4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{10^6 \cdot 16 \cdot 7,6}{20}} = 1871 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = 2800 \text{ kg/cm}^2 > \sigma_2 \rightarrow \text{fissuration non vérifiée.}$$

$$\text{On prend : } \sigma_a = 1871 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{15 \cdot 12,5 \cdot 10^5}{1871 \cdot 100 \cdot (114)^2} = 0,0078 \rightarrow \begin{cases} k = 110,5 \\ \epsilon = 0,96015 \end{cases}$$

$$A_0 = \frac{12,5 \cdot 10^5}{1871 \cdot 114 \cdot 0,96015} = 6,10 \text{ cm}^2, \text{ soit } 3T20 \Rightarrow A = 9,42 \text{ cm}^2$$

III. FERRAILLAGE LONGITUDINAL :

Dans le sens longitudinal, en plus des armatures de montage (Aciers HA12 espacés soit de 14 cm, soit de 7 cm). On dispose un ferrailage de "peau" au niveau des élévissements. Ces aciers seront de HA12, espacés de 90 cm dans la partie supérieure et de 120 cm dans la partie inférieure de la dalle. Sur l'appui intermédiaire, ces aciers seront renforcés par des HA14 qui reprennent les excès de contraintes dans le béton, dues aux tassements d'appuis. On doit prévoir des aciers pour la reprise des efforts supplémentaires dus à l'écrêtement des moments longitudinaux sur l'appui intermédiaire. L'écrêtement des moments minimaux est égal à :

$$\Delta M = 233,74 \text{ tm}$$

Il s'étend sur une zone de $\frac{4,936}{2} = 2,468 \text{ m}$ de part et d'autre de l'appui. La contrainte de traction sur la fibre supérieure due à cet écrêtement est :

$$\frac{\Delta M \cdot V_s}{I} = - \frac{233,74 \cdot 0,5056}{1,1142315} = -10,6 \text{ kg/cm}^2$$

Cette contrainte s'ajoute à la compression résiduelle sous le même cas de charge qui vaut : 22,3 kg/cm²

- La contrainte dans la fibre supérieure est: (Traction)

$$\sigma_b' = 22,3 - 10,6 = 11,7 \text{ Kg/cm}^2$$

- La contrainte dans la fibre inférieure est:

$$\sigma_b = 110,53 + \frac{\Delta M \cdot V_s}{I} = 110,53 + 10,6 = 121,13 \text{ Kg/cm}^2$$

IV - FERRAILLAGE COMPLEMENTAIRE - FERRAILLAGE SUPPLEMENTAIRE :

1. Ferrailage complémentaire :

- Ferrailage sur piles - culées : (chevêtre incorporé)

Comme les moments qui s'exercent entre les plaques d'appuis ne peuvent être calculés, on prévoit pour cela, sur chaque pile ou culée, une poutre transversale interne, que l'on appelle fréquemment "Chevêtre incorporé". Ce chevêtre devra avoir une largeur, au moins, égale au tiers de la plus grande distance séparant deux plaques d'appuis d'une même ligne d'appui.

On prévoira un lit d'aciers supérieur et un lit d'aciers inférieur constitués par des aciers de plus gros diamètre déjà utilisé pour le ferrailage transversal (HA20). On disposera également dans ce chevêtre, des étriers en nombre plus important que celui trouvé par les calculs effectués pour l'effort tranchant réduit. Ils reprennent, comme le chevêtre, les efforts dus à la diffusion de la précontrainte.

2. Ferrailage supplémentaire :

Dans le ferrailage supplémentaire, les aciers utilisés ne sont pas calculés, ils sont donnés par des règles (aciers d'ancrage) ou pris forfaitairement.

- Aciers de support des câbles : Ces aciers ne sont pas considérés comme étriers, ils sont en acier HA.

- Aciers pour le ferrailage des bétons de caissette aux abouts.

- Le frettage à l'ancrage pour assurer un bon report sur le béton, des efforts de précontrainte, et le frettage des bossages sur appuis.

ANCRAGE

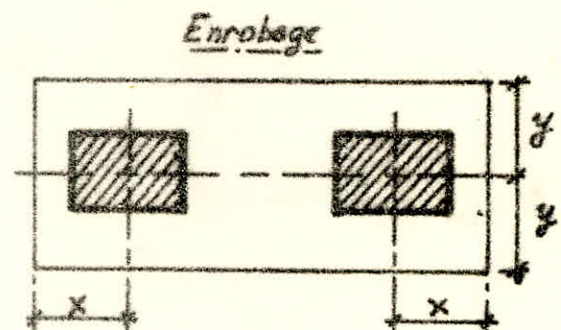
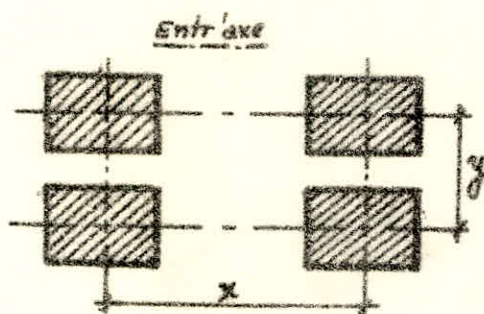
ANCRAGE DYWIDAG

Le câble de précontrainte DYWIDAG-Torans est constitué par un faisceau de torons, en acier, à haute résistance pour construction en béton précontraint.

Les torons utilisés sont du type T15, 2 III-A. Ils ont un diamètre de 15,2 mm, plus précisément, les câbles sont de type 7T15A: cette dénomination correspond à l'ancrage de type A, mobile en cloche, pour lequel la perte d'allongement par blocage de l'ancrage est fixée à $\Delta C = 9 \text{ mm}$. Les câbles seront du type "Actif-Actif", tirés par les 2 extrémités.

1. Encombrement des ancrages :

Pour un béton de $\sigma_{28} = 300 \text{ kg/cm}^2$, l'entraxe minimal est fixé à 30 cm et l'enrobage minimal est de 16,5 cm.



Règles :

- * Les entr'axes peuvent être diminués jusqu'à 15% dans une direction, sous réserve de les augmenter, dans ce cas, dans l'autre direction de la même proportion.
- * Les ancrages sont disposés à angle droit par rapport à l'axe des câbles.

2. Disposition des ancrages :

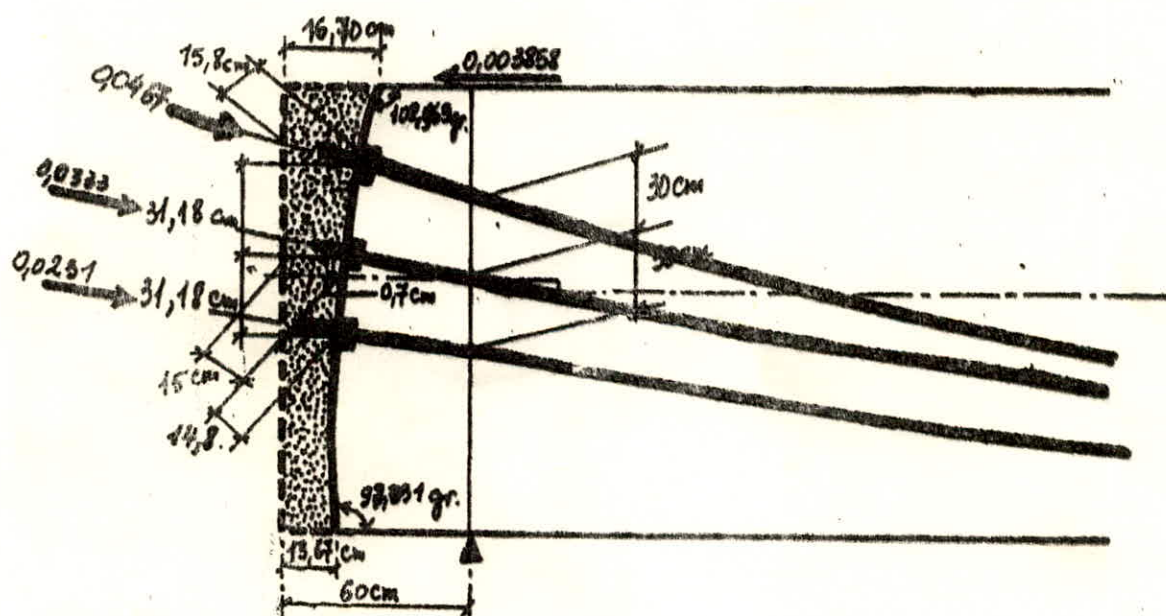
Pour satisfaire aux lois précédentes, pour le procédé d'ancrage DYWIDAG lors de la construction d'un ouvrage en béton précontraint, nous sommes amenés, en plus de ces lois déjà énumérées, à opérer quelques transformations sur le câblage.

- a/- Déviation verticale :

Cette première transformation étant la déviation verticale, elle permet de

désencombrer l'about et permet aussi une bonne répartition des ancrages. C'est une transformation liée qui ne change pas l'effet du câblage. Elle se porte sur la longueur 0,45l; d'où les excentrement suivants, des câbles sur la longueur 0,45l :

Sections	Câbles inf. (cm)	Câbles centr. (cm)	Câbles sup. (cm)
0l	- 30	0	+ 30
0,05l	- 30,21	- 3,55	+ 23,12
0,10l	- 32,70	- 9,37	+ 13,96
0,15l	- 34,90	- 14,90	+ 5,10
0,20l	- 36,85	- 20,18	- 3,50
0,25l	- 37,46	- 24,13	- 10,79
0,30l	- 37,24	- 27,24	- 17,24
0,35l	- 36,16	- 29,49	- 22,82
0,40l	- 34,23	- 30,90	- 27,57
0,45l	- 31,46	- 31,46	- 31,46

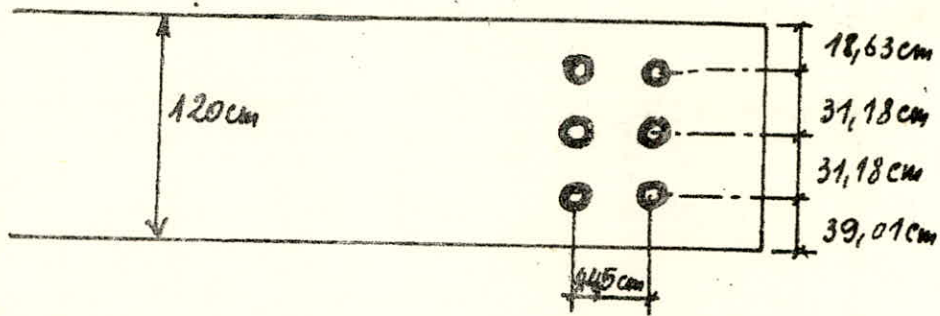


2. Déviations en plan :

c'est une transformation qui consiste, pour les ancrages à boucle dont les appareils doivent être disposés suivant un angle droit par rapport à l'axe médian de la dalle, à opérer une déviation sur chaque câble sur une certaine longueur (0,90 m ; de l'appui)

c'est à dire dans les sections pleines. Les câbles déviés constitueront 3 nappes.

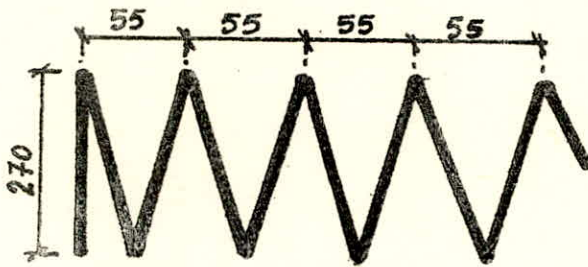
Déviations au plan (à l'about):



c / - Frettage:

Afin de permettre la reprise des forces de fissuration et de traction qui en découlent de la mise en tension, nous disposons un fretage hélicoïdal spécial en acier HA qui sera monté avec l'ancrage.

D'après les recommandations, les frettes utilisées ont un diamètre extérieur $\Delta_f = 270 \text{ mm}$ et une longueur $L_f = 220 \text{ mm}$. Pour les câbles 7T15, nous utilisons de l'acier HA, diamètre 12. Il sera façonné en hélice de telle sorte que le nombre de sections d'acier, en coupe longitudinale soit égal à 5.



En plus de ces frettes hélicoïdales, un ferrailage à l'about sera prévu pour assurer une bonne diffusion de la précontrainte. Il sera représenté sur la planche de ferrailage du tablier.

APPAREILS D'APPUIS

Lignes d'influence du coefficient de répartition de la réaction d'appui \bar{E}_α :

y	$-b$	$-3b/4$	$-b/2$	$-b/4$	0	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	b
0	0,1550	0,1573	0,1591	0,1610	0,1628	0,1610	0,1591	0,1573	0,1550
$b/4$	0,0712	0,0942	0,1056	0,1134	0,1114	0,1889	0,2131	0,2477	0,2301
$b/2$	-0,0065	0,0352	0,0744	0,1061	0,1610	0,2136	0,2463	0,2788	0,3116
$3b/4$	-0,0830	-0,0226	0,0462	0,0984	0,1590	0,2202	0,2815	0,3432	0,3945
b	-0,1583	-0,0793	-0,0023	0,0791	0,1585	0,2382	0,3182	0,3985	0,4789

Valeurs des coefficients de répartition de la réaction d'appui $\bar{E}_\alpha(y)$:

charges y	0	$b/4$	$b/2$	$3b/4$	b
A	0,1595	0,1640	0,1755	0,1875	0,1605
B_c	0,1606	0,1928	0,2025	0,2213	0,2678
M_{c120}	0,1597	0,1855	0,1890	0,2038	0,2160
Trott.	0,1537	0,1810	0,1590	0,1663	0,1575

DIMENSIONNEMENT DES APPAREILS D'APPUI EN ELASTOMERE :

I - PRINCIPE :

Le but du dimensionnement des appareils d'appuis est surtout de limiter les contraintes de cisaillement qui se développent dans l'élastomère, au niveau des plans de frottements, et celles qui sont dues aux efforts appliqués ou aux déformations imposés aux appareils.

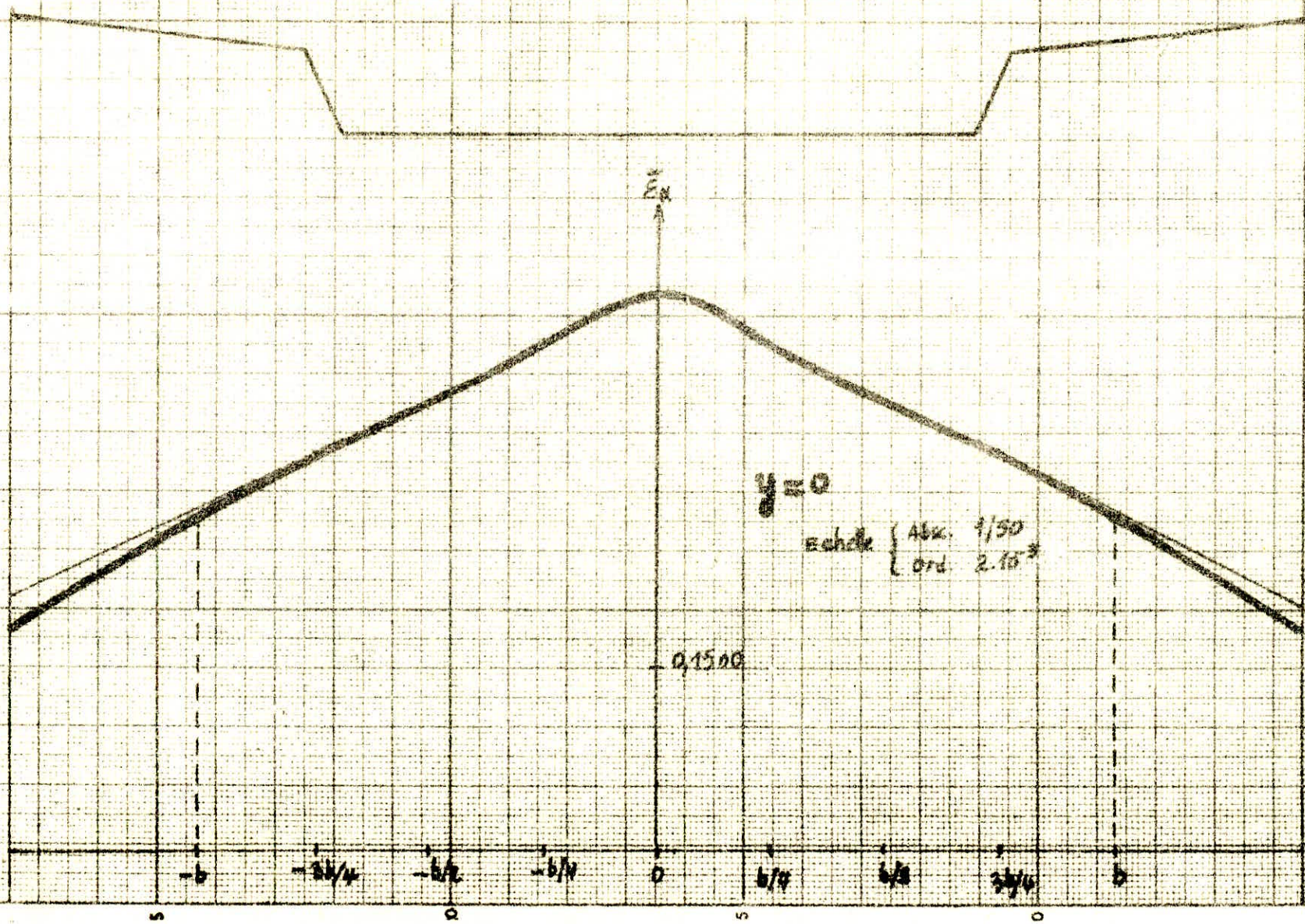
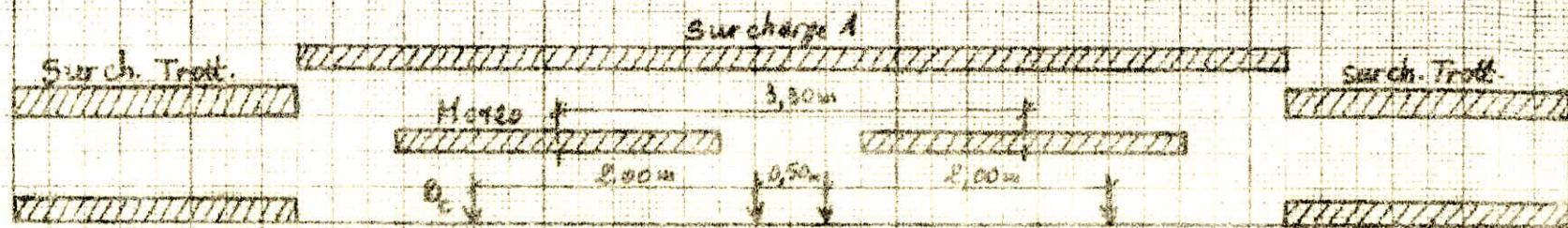
1 - Compression :

Des contraintes de cisaillement $\bar{\epsilon}_N$, sous un effort normal, apparaissent au niveau du plan de frottement. Tandis que sur le bord de chaque feuillet (ou milieu des grands côtés des feuillets), se développent des contraintes maximales. La valeur maximale de ces contraintes $\bar{\epsilon}_N$ est égale à :

$$\bar{\epsilon}_N = \frac{1,5 \cdot \bar{\sigma}_m}{\beta} \quad \text{avec : } \begin{cases} \bar{\sigma}_m = \frac{N}{a \cdot b} \\ \beta = \frac{a \cdot b}{2t(a+b)} \end{cases}$$

$\bar{\sigma}_m$ étant la contrainte moyenne de compression

β : coefficient de forme.



Surch. Troth.

Surch. A

H₀ = 20

3.50m

2.00m

0.50

2.00m

0.25m

181

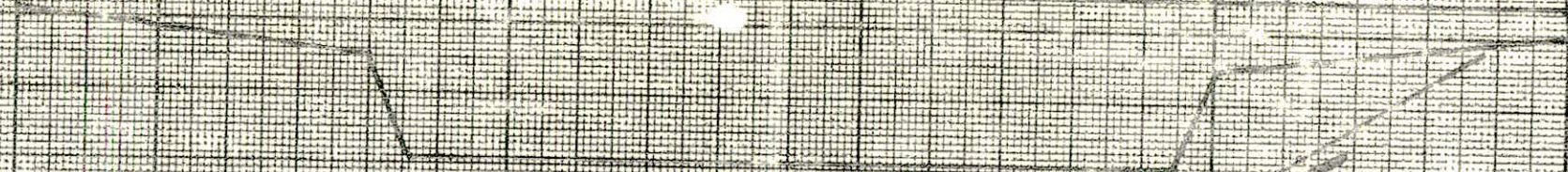
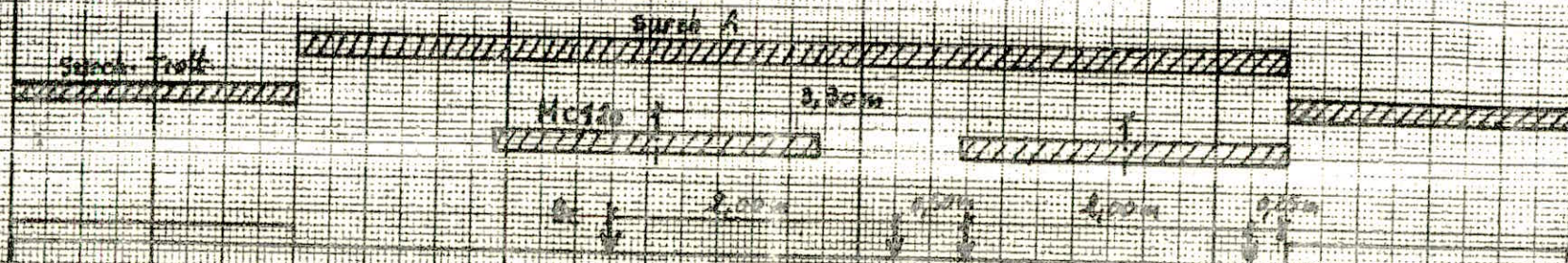
\bar{z}_k

$$y = b/z$$

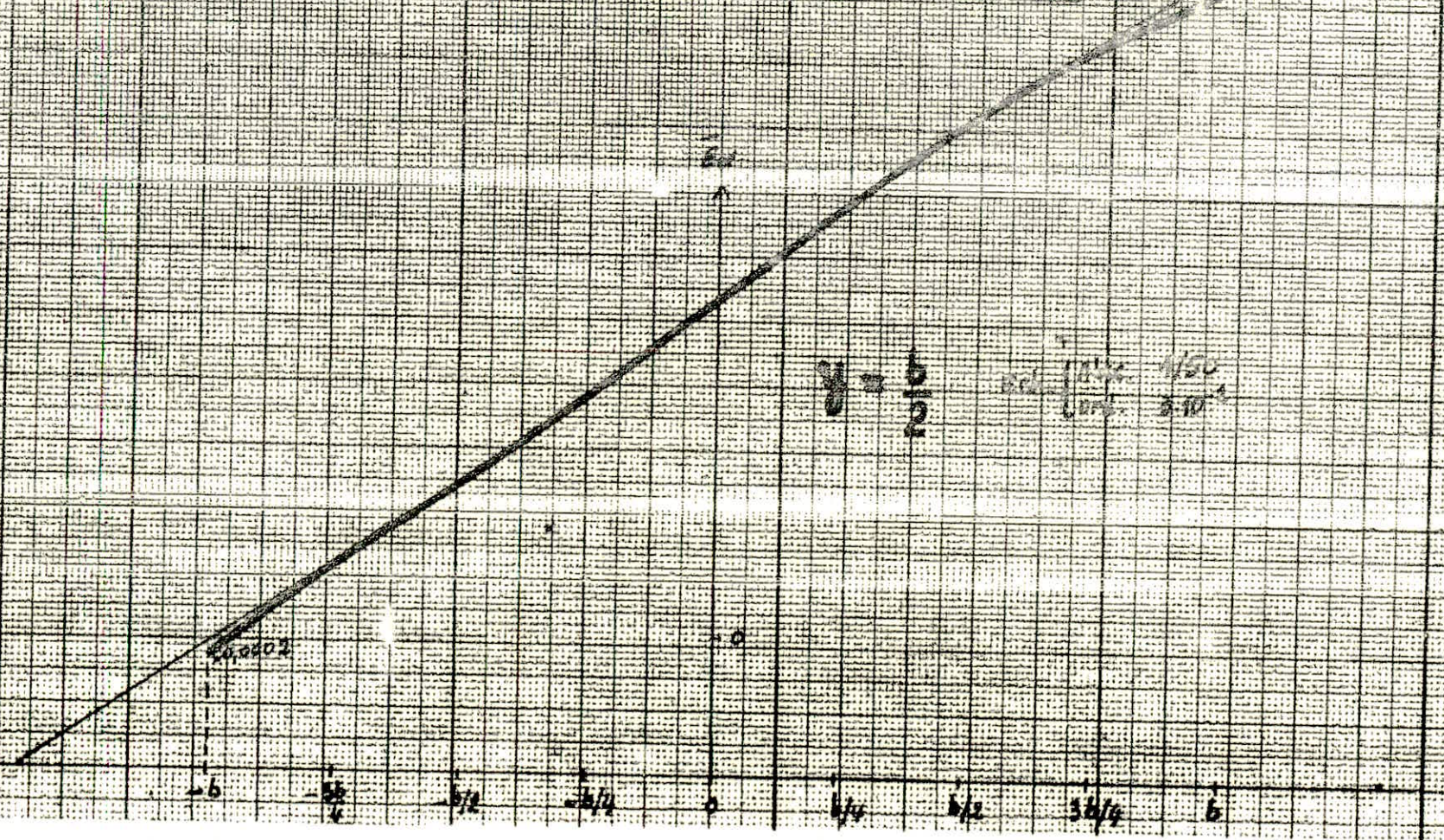
Ech. { Absc. 1/50
Ord. $2.50 \cdot 10^{-2}$

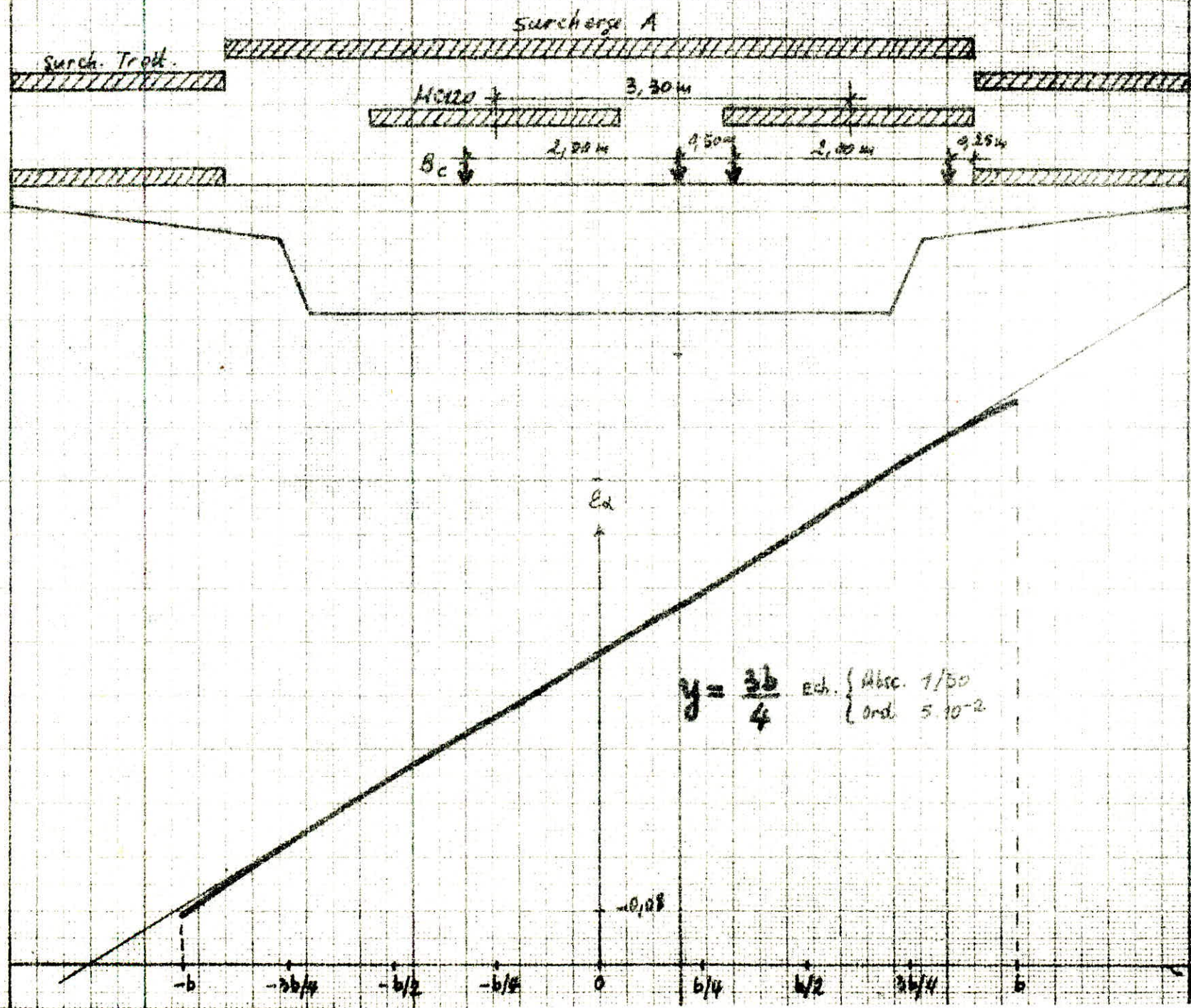
0.0500

$-b$ $-\frac{5b}{4}$ $-\frac{3b}{2}$ $-\frac{b}{2}$ 0 $\frac{b}{2}$ $\frac{3b}{4}$ b

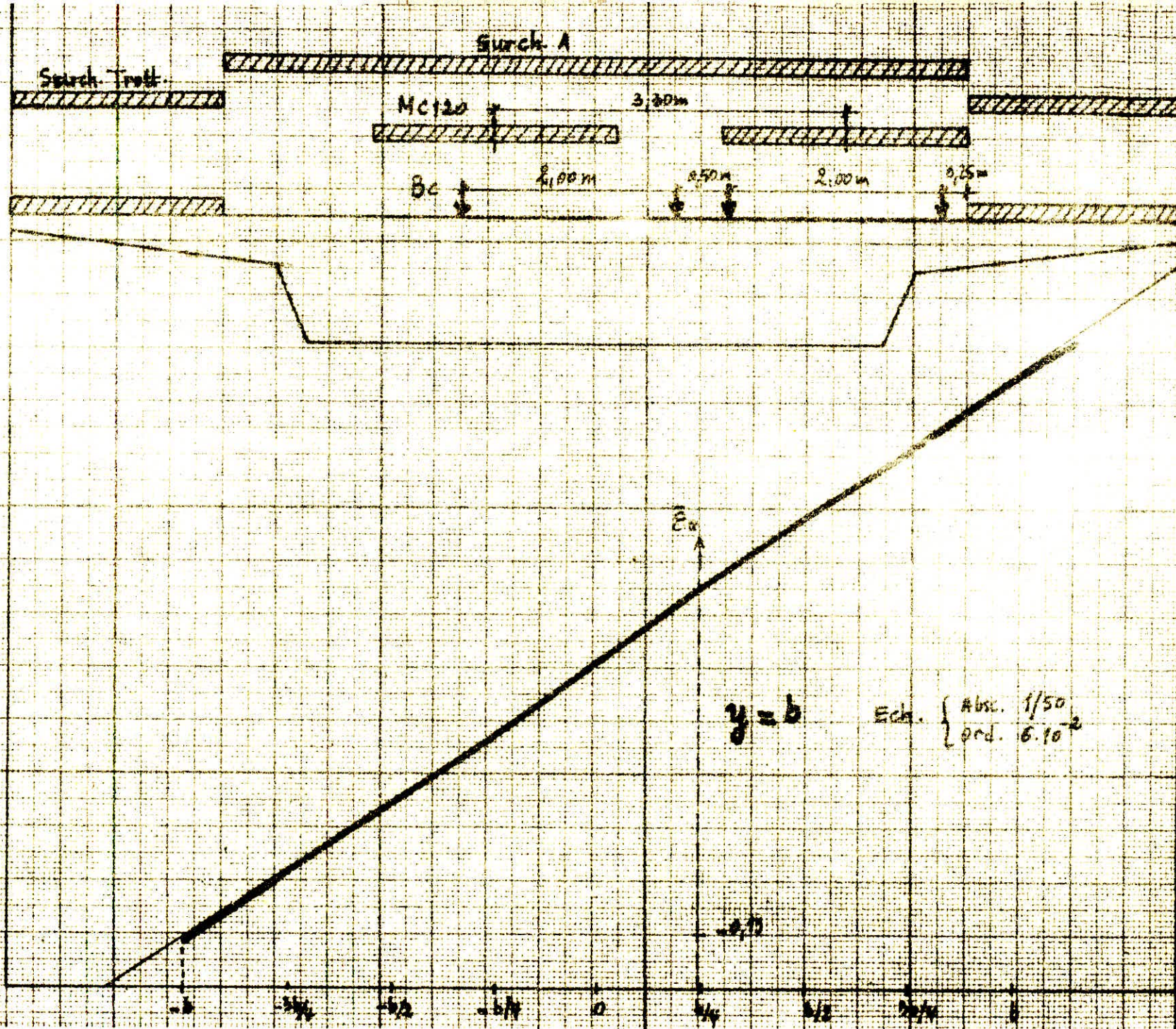


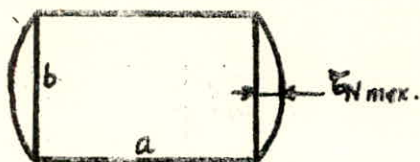
182



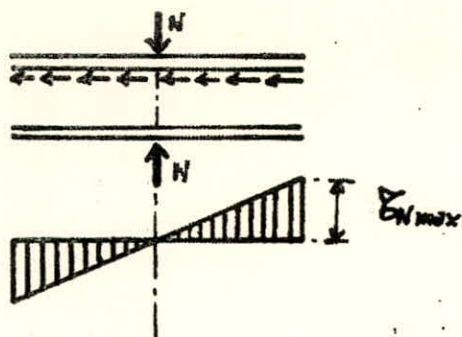


-184-





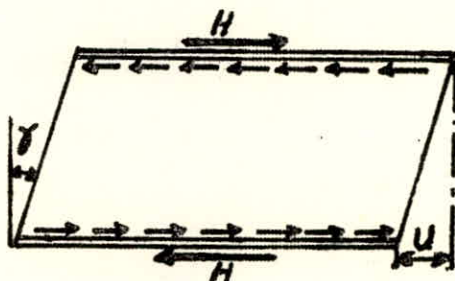
$b > a$: Distribution des contraintes σ_N le long du côté b .



2 - Distorsion :

La distribution des contraintes au niveau du plan de frottement dans le cas d'une distorsion, est uniforme.

Deux cas se présentent :

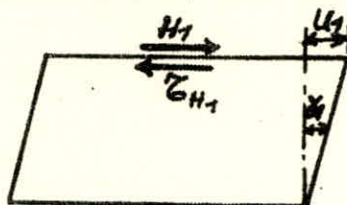


- a/- Déformation lente U_1 (Dilatation, Retrait, Fluage) de l'appareil :

$$\tan \gamma_1 = \frac{U_1}{T}$$

$$\tau_{H_1} = G \cdot \tan \gamma_1 = G \cdot \frac{U_1}{T}$$

$$H_1 = a \cdot b \cdot \tau_{H_1}$$



T : Epaisseur nominale totale d'élastomère

G : Module déformé de cisaillement transversal (10 bars)

- b/- L'appareil est soumis à un effort dynamique H_2 (Freinage) :

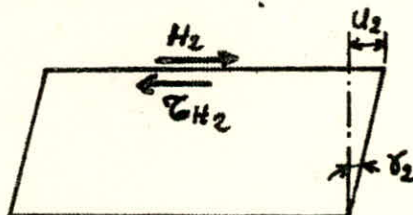
$$\tan \gamma_2 = \frac{U_2}{T} = \frac{\tau_{H_2}}{2G} = \frac{H_2}{2G \cdot a \cdot b}$$

En admettant que le module de cisaillement

dans le cas d'un effort dynamique soit

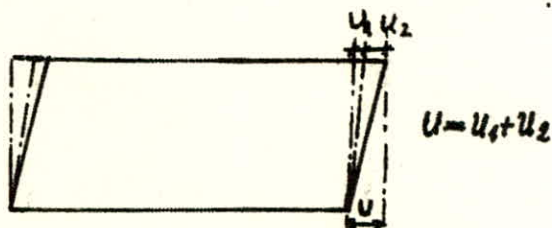
égal au double de G ($2G$ dans la

formule de $\tan \gamma_2 \rightarrow$ cas d'un effort statique), la déformation sera la moitié de celle qui créerait un effort statique de même valeur.



- c/- Simultanéité des 2 cas précédents :

On introduit une contrainte correctionnelle de calcul qui, sous l'effet statique seul, correspondrait à la même déformation totale.



$$\tau_H = G \cdot \tan \gamma = \tau_{H1} + \frac{\tau_{H2}}{2} = G \cdot \frac{U_1}{T} + \frac{H_2}{2ab}$$

3- Rotation :

$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 \alpha_t \quad \text{et} \quad \alpha_t = \frac{\alpha_T}{n}$$

α_t = angle de rotation d'un feuillet élémentaire exprimé en radians.

τ_α étant la contrainte maximale qui

apparaît généralement sur les bords parallèles à l'axe de rotation.

Le schéma ci-dessus montre la répartition des contraintes de cisaillement lorsqu'une frette solidaire d'un feuillet, accomplit une rotation par rapport à l'autre frette solidaire du même feuillet.

Remarque : Il est tenu compte des défauts de pose, pour le dimensionnement de l'appareil et la détermination des contraintes.

La valeur de la rotation à introduire dans le calcul est :

$$\alpha_T = \alpha_0 + \alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \text{rotation calculée.}$$

PRESCRIPTIONS :

- a / - Limitation de la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5G$$

$$\tau_{H1} \leq 0,5G$$

$$\tau_H \leq 0,7G$$

- b / - Limitation de la contrainte moyenne :

$$(\sigma_m)_{\max} = \frac{N_{\max}}{ab} \leq 150 \text{ bars}$$

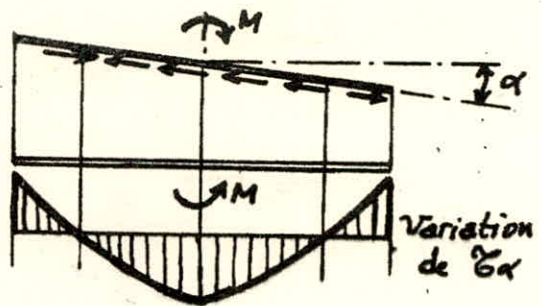
- c / - Condition de non cheminement et de non glissement :

$$(\sigma_m)_{\min} = \frac{N_{\min}}{ab} \geq 20 \text{ bars}$$

$H < f \cdot N$ avec f = coefficient de frottement de l'appareil sur le support.

$$\begin{cases} f = 0,12 + \frac{2}{\sigma_m} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f = 0,12 + \frac{6}{\sigma_m} & (2) \end{cases}$$



(1) → Lorsque les faces de l'appareil, en contact avec la structure sont des frettes métalliques.

(2) → Lorsque les faces de l'appareil, en contact avec la structure sont des feuillets d'élastomère.

- d / - Condition de non flambement: $T \leq \frac{a}{5}$

- e / - Condition de non soulèvement: $d_t \leq \frac{3}{\beta} \cdot \frac{t^2}{a^2} \cdot \frac{\sigma_m}{G}$

- f / - Dimensionnement des frettes: $e \geq \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\sigma_m}{G_e}$ et $e \geq 2 \text{ mm}$.

II - DIMENSIONNEMENT:

Les appareils d'appuis, en élastomère fretté de type 1 GUMBA non striés, seront posés sur des bossages en béton armé réglés strictement horizontaux, dont leurs caractéristiques principales sont:

— Dureté shore selon la norme NFT 46003 du 31-01-62. $Sh_1 = 60$

— Module différé de cisaillement transversal $G = 10 \text{ bars}$

1 - Réactions maximales revenant à chaque appareil d'appui:

Sur chaque ligne d'appui, on disposera deux appareils d'appuis de type 1 GUMBA, symétriques par rapport à l'axe longitudinal du tablier.

La réaction maximale revenant à l'appui, compte tenu des coefficients de répartition de la réaction d'appui déterminés par la méthode de GUYON-MASSONNET, est donnée par: $R_{\max} = R'_{\max} \cdot \bar{E}_\alpha \cdot \frac{2b}{2}$ avec:

R'_{\max} : Réaction maximale sur appui, déterminée pour toute la largeur.

\bar{E}_α : Valeur maximale trouvée pour la fibre $y = \frac{3b}{4}$ et pour le cas de surcharge A .

$$* R_{0\max} = 398,6 \times 0,1875 \times \frac{7,77}{2} = 290,4 \text{ t} \quad (\text{pour chaque appareil d'appui}) A_0$$

$$* R_{1\max} = 888,3 \times 0,1875 \times \frac{7,77}{2} = 647,1 \text{ t} \quad (\text{pour chaque appareil d'appui}) A_1$$

A_0 et A_1 étant les appuis respectivement de rive et intermédiaire.

2 - Réactions minimales revenant à chaque appareil d'appui:

$$* R_{0\min} = \frac{249,6}{2} = 124,8 \text{ t} \quad (\text{pour l'appareil d'appui de rive}).$$

$$* R_{1\min} = \frac{667,2}{2} = 333,6 \text{ t} \quad (\text{pour l'appareil d'appui intermédiaire}).$$

3- Calcul des efforts de freinage:

- a/- Surcharge A:

La force de freinage sous la surcharge A, en considérant la travée isostatique est:

$$F_A = \frac{A \cdot \Omega}{20 + 0,0035 \Omega} = \frac{1,193 (25,4 \times 7)}{20 + 0,0035 (25,4 \times 7)} = 10,28 t$$

- b/- Surcharge Bc:

L'effort de freinage sous la surcharge Bc en considérant qu'un seul camion est supposé freiner sur tout le pont, est égal à : $F_{Bc} = 30 t$.

L'effort horizontal revenant à un appui est : $H = \frac{30}{4} = 7,5 t$.

L'effet le plus défavorable est donc celui donné par Bc.

4- Dimensionnement des appareils d'appuis:

En adoptant les mêmes appareils sur l'appui de rive et sur l'appui intermédiaire, On déterminera les caractéristiques de ces appareils d'après la résistance à la compression sous l'effet vertical maximal revenant à un appareil d'appui intermédiaire. Ainsi, en choisissant le type d'appareil pour cet appui intermédiaire, on vérifiera s'il convient aussi pour l'appui de rive.

- a/- Dimensionnement des appareils d'appui intermédiaire:

Les 2 conditions suivantes nous permettront de déterminer les dimensions de a et b:

$$(\sigma_m)_{\max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 150 \text{ bars} = 153 \text{ kg/cm}^2 \quad (1)$$

$$(\sigma_m)_{\min} = \frac{N_{\min}}{a \times b} \geq 20 \text{ bars} = 20,4 \text{ kg/cm}^2 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow a \times b \geq \frac{647,10 \times 10^3}{153} = 4229,4 \text{ cm}^2$$

$$(2) \rightarrow a \times b \leq \frac{333,6 \times 10^3}{20,4} = 16353 \text{ cm}^2$$

D'après le tableau, on choisit l'appareil dont les caractéristiques sont les suivantes:

$$a = 700 \quad n = 4 \text{ (nombre de couches)} \quad T = 75 \text{ mm (Epaisseur d'élastomère)}$$

$$b = 800 \quad d = 90 \text{ mm (Epaisseur totale)} \quad \alpha = 0,016 \text{ rd}$$

- * - Vérification à la compression :

$$\sigma_N = \frac{1,5 \sigma_m}{\beta} \quad \text{avec :}$$

$$\beta = \frac{ab}{2t(a+b)} = \frac{70 \times 80}{2 \cdot \frac{7,5}{4} (70+80)} = 9,956$$

$$\sigma_m = \frac{6471 \cdot 10^3}{70 \times 80} = 115,56 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_N = \frac{1,5 \cdot \sigma_m}{\beta} = \frac{1,5 \cdot 115,56}{9,956} = 17,41 \text{ kg/cm}^2 < 36 = 3 \times 10,2 = 30,6 \text{ kg/cm}^2$$

- b/- Vérification des critères de dimensionnement pour les appareils d'appui de rive :

* Vérification des Contraintes :

- b1/- Compression :

$$\sigma_m = \frac{29014 \cdot 10^3}{70 \times 80} = 51,86 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_N = \frac{1,5 \cdot \sigma_m}{\beta} = \frac{1,5 \cdot 51,86}{9,956} = 7,81 \text{ kg/cm}^2$$

- b2/- Distorsion :

Déformation lente (dilatation, retrait, fluage) :

$$\sigma_{H_1} = G \cdot \frac{U_1}{T} \quad \text{avec : } U_1 = \Delta t + \Delta r + \Delta f.$$

$$\Delta t = \pm 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{l}{2} = \pm 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{25,4}{2} = \pm 0,254 \text{ cm.}$$

$$\Delta r = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{l}{2} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{25,4}{2} = 0,38 \text{ cm}$$

$$\Delta f = \frac{l}{2} \cdot \frac{\sigma'_m}{E_v} \quad \text{où :}$$

$E_v = 1212436 \text{ t/m}^2$: Module de déformation différée du béton.

σ'_m = Valeur moyenne de la contrainte de compression de la fibre inférieure

$$\text{entre } \sigma'_H \text{ et } \sigma'_A \rightarrow \sigma'_m = \frac{\sigma'_H + \sigma'_A}{2}$$

σ'_H = Contrainte de compression au milieu de la travée (à vide) = $691,8 \text{ t/m}^2$

σ'_A = Contrainte de compression à l'appui de rive (à vide) = $493,34 \text{ t/m}^2$

$$\Delta f = \frac{l}{2} \cdot \frac{\sigma'_H + \sigma'_A}{2(E_v)} = \frac{25,4}{2} \cdot \frac{691,8 + 493,34}{2(1212436)} = 0,0062 \text{ m} = 0,62 \text{ cm}$$

$$U_1 = \Delta t + \Delta r + \Delta f = 0,254 + 0,38 + 0,62 = 1,254 \text{ cm}$$

$$\tau_{H_1} = G \cdot \frac{U_1}{T} = 10,2 \cdot \frac{1,254}{7,5} = 1,71 \text{ kg/cm}^2 < 0,5 G = 5,1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tan \gamma_1 = \frac{U_1}{T} = \frac{1,254}{7,5} = 0,167$$

- b3/- Effort dynamique (freinage):

$$\tan \gamma_2 = \frac{U_2}{T} = \frac{H_2}{2 \cdot G \cdot a \cdot b} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10,2 \cdot 70 \cdot 80} = 0,066$$

$$\tau_{H_2} = 2 G \cdot \tan \gamma_2 = 2 \cdot 10,2 \cdot 0,066 = 1,346 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_H = \tau_{H_1} + \tau_{H_2} = 1,71 + 1,346 = 3,056 \text{ kg/cm}^2 < 0,7 G = 7,14 \text{ kg/cm}^2$$

τ_H correspond à la simultanéité des 2 cas (déformation lente + effort dynamique)

- b4/- Rotation:

La rotation se calculera sous l'effet du poids propre et de la surcharge A en considérant la travée isostatique.

$$\alpha_1 = \frac{g l^3}{24 E_v I} = \frac{23,262 \times (25,4)^3}{24 \times 1212436 \times 1,11888} = 0,0117 \text{ rd}$$

$$\alpha_2 = \frac{p l^3}{24 E_s I} = \frac{1,193 (25,4)^3}{24 \times 3513972 \cdot 1,11888} = 0,0002 \text{ rd}$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,0117 + 0,0002 = 0,0119 \text{ rd}$$

$$\alpha_T = \alpha + \alpha_0 = 0,0119 + 0,003 = 0,0149 \text{ rd} < 0,016 \text{ rd} = \bar{\alpha}$$

$\alpha_0 = 0,003 \text{ rd}$: est la rotation, compte tenu du défaut de pose:

$$\alpha_t = \frac{\alpha_T}{n} = \frac{0,0149}{4} = 0,0037 \text{ rd (pour un feuillet)}$$

$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 \cdot \alpha_t = \frac{10,2}{2} \left(\frac{700}{7,5} \right)^2 \times 0,0037 = 26,3 \text{ kg/cm}^2$$

- c/- Vérification:

- c1/- Limitation de la contrainte de cisaillement:

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5 G$$

$$\tau = 7,81 + 3,056 + 26,3 = 37,17 \text{ kg/cm}^2 < 5 G = 5 \times 10,2 = 51 \text{ kg/cm}^2$$

- c2/- Limitation de la contrainte moyenne.

$$(\sigma_m)_{\max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} = \frac{290,4 \cdot 10^3}{70 \times 80} = 51,86 \text{ Kg/cm}^2 < 150 \text{ bars} = 153 \text{ Kg/cm}^2$$

- C3/- Condition de non cheminement et de non glissement :

$$(\sigma_m)_{\min} = \frac{N_{\min}}{a \times b} = \frac{124,8 \cdot 10^3}{70 \times 80} = 22,29 \text{ Kg/cm}^2 > 2G = 20,4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$H < f \cdot N :$$

$$H = H_1 + H_2 = (\sigma_{H_1} + \sigma_{H_2}) a \times b = (1,71 + 1,57)(70 \times 80) = 18368 \text{ Kg}$$

$$f = 0,12 + \frac{G}{\sigma_m} = 0,12 + \frac{6}{51,86} = 0,236$$

$$H = 18368 \text{ Kg} < 0,236 \times 290,4 \cdot 10^3 = 68534,4 \text{ Kg}$$

- C4/- Condition de non flambement :

$$T \leq \frac{a}{5} \Rightarrow 75 \text{ mm} < \frac{700 \text{ mm}}{5} = 140 \text{ mm}$$

- C5/- Dimensionnement des frettes :

$$\text{Acier E24} , \sigma_e = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

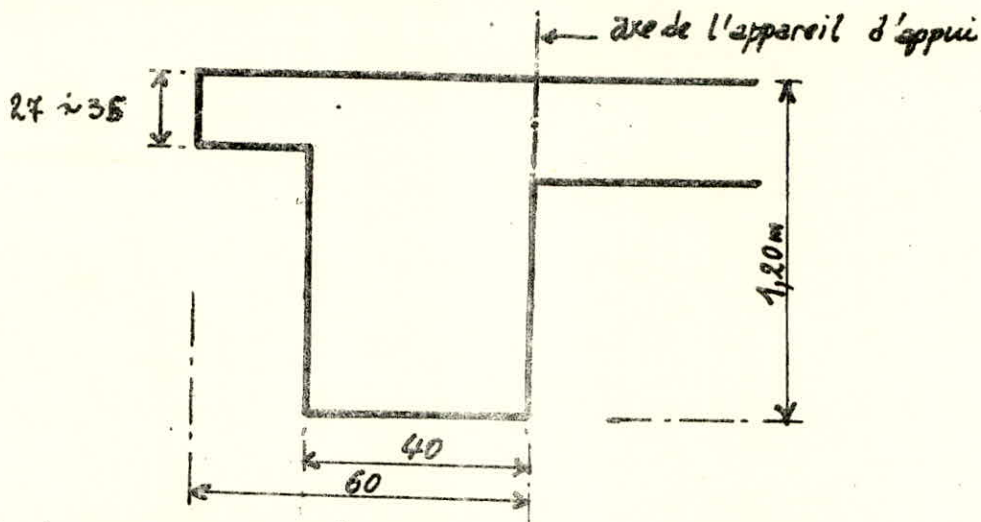
$$a_s \geq \frac{a}{\beta} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e}$$

$$a_s = \frac{90 - 75}{4} = 3,75 \text{ mm} > \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_e} = \frac{70}{9956} \times \frac{51,86}{2400} = 0,152 \text{ cm} = 1,52 \text{ mm}$$

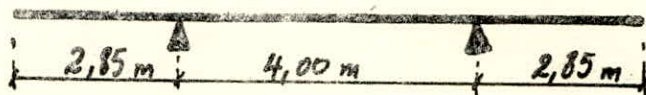
Comme toutes les conditions sont vérifiées, les appareils d'appuis adoptés conviennent donc pour les appuis de rive et pour l'appui intermédiaire. Ce qui fait qu'on a, au total, 6 appareils d'appuis de type 1 GUMBA de dimensions 700 x 800.

ENTRETOISE D'ABOUT

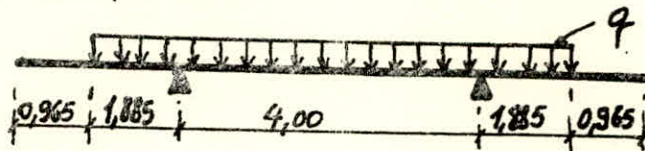
ENTRETOISE D'ABOUT



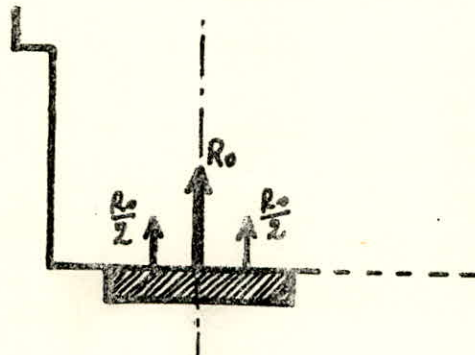
L'entretoise sera calculée comme une poutre reposant sur 2 appuis distants de 4,00 m



L'entretoise est sollicitée par la réaction d'appui (due au poids propre) que nous considérerons uniformément répartie sur elle, et sur une distance égale à la largeur de la dalle équivalente.



L'entretoise ne reprendra qu'une moitié de la réaction d'appui, du fait qu'elle est délimitée par l'axe des appareils d'appui.



$$R_0 = 235,76 \text{ t}$$

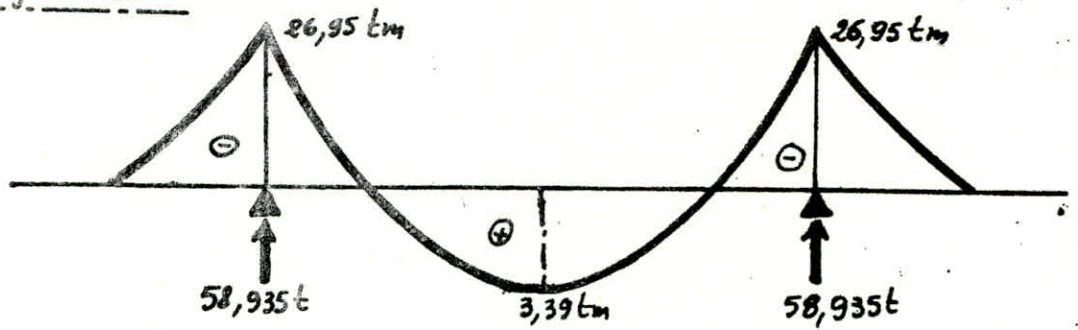
la charge uniforme reprise par cette poutre est égale à :

$$q = \frac{R_0}{2 \times 7,77} = \frac{235,76}{2 \times 7,77} = 15,17 \text{ t/ml}$$

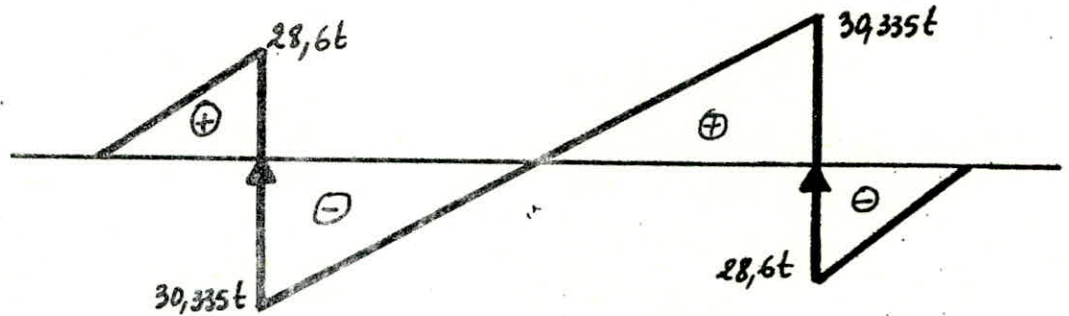
On disposera le train arrière d'un camion, de façon à obtenir un effort défavorable.

1. Efforts dus aux charges permanentes :

Moments fléchissants:

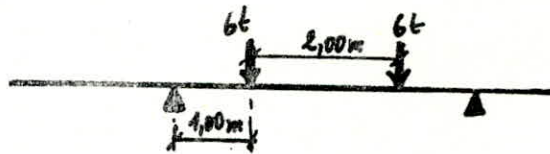


Efforts tranchants:

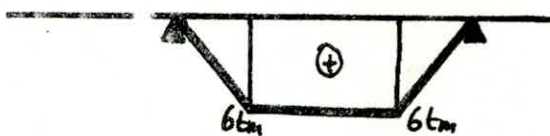


2 - Efforts dus à Bc:

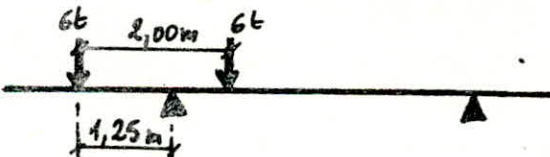
* Efforts max. en travée



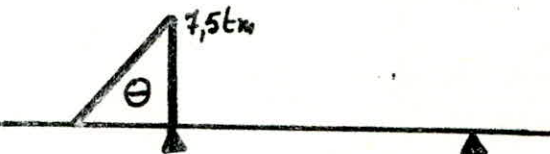
Moment fléchissant



* Efforts max. sur appui



Moment fléchissant



On a disposé les 2 roues arrières sur l'entretoise en vue d'obtenir les efforts maximums sur appui et en travée.

Pour les efforts tranchants, nous ne considérerons que ceux de la partie en console. L'effort dû à Bc étant de 6t, il est donné par la position la plus excentrée à gauche (à droite pour la partie en console de droite).

Récapitulation des efforts maximaux:

M (tm)	Appui	Travée
M _G	-26,95	3,39
M _{BC}	-11,794	9,435
M _{total}	-38,744	12,825

T (t)	Appui	Travée
T _G	28,6	/
T _{BC}	9,435	/
T _{total}	38,035	/

On a tenu compte, pour le calcul de M et T, des coefficients $\begin{cases} \delta = 1,092 \\ b_c = 1,2 \\ 1,2 \end{cases}$

3- Ferrailage des sections:

Les sections les plus dangereuses sont la section sur appui et la section en travée.
Nous utilisons la méthode de M^r P-CHARON pour le ferrailage où l'on suppose les sections, comme rectangulaires.

- a / - Section sur appui:

$$\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = \frac{2}{3} \cdot 4000 = 2667 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_b = 180 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{\eta M}{\bar{\sigma}_a \cdot b h^2} = \frac{15 \cdot 38,74 \cdot 10^5}{2667 \cdot 40 \cdot (110)^2} = 0,045 \Rightarrow \begin{cases} K = 40,8 \\ E = 0,9104 \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\bar{\sigma}_a}{K} = \frac{2667}{40,8} = 65,37 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b = 180 \text{ Kg/cm}^2$$

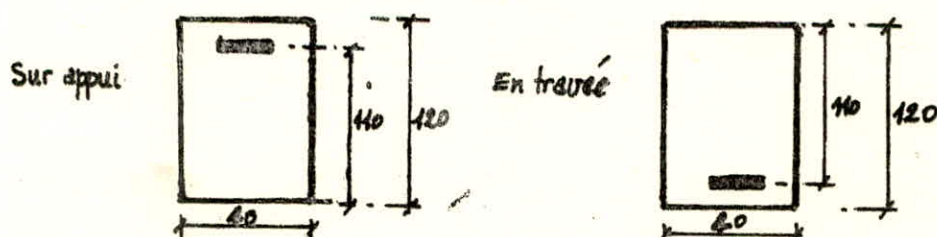
$$A = \frac{M}{E \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{38,74 \cdot 10^5}{0,9104 \cdot 110 \cdot 2667} = 14,5 \text{ cm}^2 \text{ soit } 3 \text{ HA } 25.$$

- b / - Section en travée:

$$\mu = \frac{\eta M}{\bar{\sigma}_a \cdot b h^2} = \frac{15 \cdot 12,825 \cdot 10^5}{2667 \cdot 40 \cdot (110)^2} = 0,0149 \Rightarrow \begin{cases} K = 77,25 \\ E = 0,94585 \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\bar{\sigma}_a}{K} = \frac{2667}{77,25} = 34,52 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b$$

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a \cdot E \cdot h} = \frac{12,825 \cdot 10^5}{0,94585 \cdot 110 \cdot 2667} = 4,62 \text{ cm}^2 \text{ soit } 2 \text{ HA } 20$$



- c/- Armatures transversales :

* Contrainte de cisaillement du béton :

$$\tau_b = \frac{T}{b \cdot z} \quad \text{avec} \quad z = \frac{7}{8} h$$

$$\tau_b = \frac{38,035 \times 8 \times 10^3}{40 \times 7 \times 110} = 9,88 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\bar{\tau}_b = 3,5 \cdot \bar{\sigma}_b' = 3,5 \times 7,5 = 26,25 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau_b = 9,88 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\tau}_b = 26,25 \text{ Kg/cm}^2$$

Nous choisissons des HA 12 pour armatures transversales.

$$A_t = 2 \times 1,13 = 2,26 \text{ cm}^2$$

La contrainte admissible de ces aciers est :

$$\sigma_{at} = \rho_{at} \cdot \sigma_{en} \quad \text{et} \quad \rho_{at} = 1 - \frac{\tau_b}{9 \bar{\sigma}_b'}$$

$$\bar{\sigma}_{at} = \left(1 - \frac{\tau_b}{9 \bar{\sigma}_b'} \right) \sigma_{en} = \left(1 - \frac{9,88}{9 \times 7,5} \right) 4200 = 3582,24 \text{ Kg/cm}^2$$

L'écartement t sera :

$$t = \frac{A_t \cdot z \cdot \bar{\sigma}_{at}}{T} = \frac{2,26 \cdot 7 \cdot 110 \cdot 3582,24}{8 \times 38035} = 20,49 \text{ cm}$$

L'écartement admissible étant égal à :

$$\bar{t} = \max \begin{cases} \bar{t}_1 = h \left(1 - 0,3 \cdot \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b'} \right) = 110 \left(1 - 0,3 \cdot \frac{9,88}{7,5} \right) = 66,53 \text{ cm} \\ \bar{t}_2 = 0,2 \cdot h = 0,2 \cdot 110 = 22 \text{ cm} \end{cases}$$

Nous fixons $t = 20 \text{ cm}$, sur toute la largeur de la partie en console.

Les armatures de construction et les étriers de précontrainte jouent le rôle d'armatures transversales dans la partie centrale de l'entretoise d'about.

BIBLIOGRAPHIE

- CPC : Article II, fascicule 61

- Documents SETRA : || PSIDE 67
PSIDP 69
MCP 70

- Application à la résistance des matériaux (ALBIGES)

- Pratique du Béton précontraint (G. DREUX)

- Le projet de béton précontraint (R. LACROIX — A. FUENTES)

- Béton précontraint (Y. GUYON)

- Calcul des grillages de poutres et de dalles orthotropes :

Méthode de Guyon-Massonnet par (BARÈS)

- Procédé de béton précontraint "DYWIDAG-TORONS"

- CCBA 68

- Calcul et Vérifications des ouvrages en béton armé (P. CHARON)

- Calcul pratique des structures (W. A. JALIL).

- An ideal bearing : Appareils d'appuis "GUMBA" . (GUMBA. GMBH. POB.)