

UNIVERSITE D'ALGER

19/79

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

rex

PROJET DE FIN D'ETUDES

PONT DALLE CONTINU
EN BETON ARME

SUJET PROPOSE PAR

SO NATRO D-E-R

ETUDIE PAR

ZENTAR RABAH

PROMOTEUR

ME KETFI M.

PROMOTION

1974 ... 1979

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

PONT DALLE CONTINU
EN BETON ARME

SUJET PROPOSE PAR

SONATRO D-E-R

ETUDIE PAR

ZENTAR RABAH

PROMOTEUR

MR KETFI M.

PROMOTION

1974 _ 1979

SOMMAIRE

CHAPITRE	CONTENUS des chapitres	Pages
I	Introduction	1
II	Méthode de calcul	9
III	Lignes d'influences	46
IV	- Calcul des efforts totaux sous les charges permanentes et les surcharges	87
	- Calcul des efforts dûs aux tassements d'appuis.	134
V	Flexion longitudinale - Répartition transversale des efforts	144
VI	Flexion transversale	174
VII	Torsion	210
VIII	Ferraillage de la dalle	228
IX	APPAREILS d'appuis Dimensionnement des appareils d'appuis de rive, en élastomère fretté	254
X	Etude du chevêtre incorporé dans la dalle Ferraillage	266

Remerciements

- Que tous les professeurs qui ont contribué à ma formation trouvent en ce modeste travail l'expression de toute ma reconnaissance.
- Mes remerciements s'adressent particulièrement à M^r KETFI dont les conseils techniques m'ont été d'un grand apport.
- Mes remerciements s'adressent aussi à tous les responsables de la SONATRO qui ont facilité mon intégration dans le milieu d'études et réalisations, en m'offrant un cadre agréable de travail doté d'un esprit de collaboration et de critique.
- Je tiens aussi à remercier
les dessinateurs du bureau d'étude
M^r HADDAD du bureau de documentation
M.M Mustapha et Mohamed de la salle de tirage.

Rabah ZENTAR.

A la mémoire de mon Père

- A - ma mère
- mes frères
- ma fiancée

A tous mes amis

Rabah Zentar

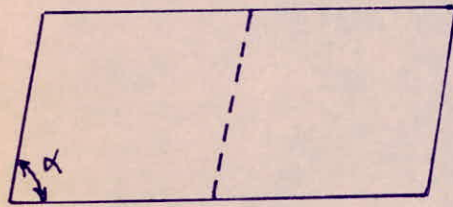
INTRODUCTION

Introduction:

Le présent projet a pour but l'étude d'un pont dalle continue en béton armé, légèrement biais.

Dans le sens transversal le tablier se compose de deux demi-tabliers indépendants de 19,00 m de largeur chacun. Sur chaque demi-tablier se trouve un trottoir de 4,00 m de largeur, et il reste donc une chaussée de 15,00 m de largeur.

Dans le sens longitudinal le $\frac{1}{2}$ tablier se compose de deux travées dépendantes de 15,88 m de portée biaisée chacune. Le biais étant très faible:

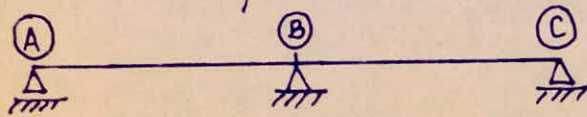


$$\alpha = 93^{\circ} 65'$$

Les règlements en vigueur permettent de calculer le pont comme un pont droit de portée égale à la portée biaisée et non à la portée droite. C'est pour cela que dans les calculs j'ai considéré partout $l = 15,88\text{ m}$ au lieu de $15,80\text{ m}$.

Les deux demi tabliers reposent à leurs deux extrémités sur des culées, et à leurs mi-portée sur des piles.

Le schéma statique du tablier est le suivant.



Le tablier sera articulé sur l'appui central B et simplement appuyé à ses deux extrémités, ce qui permettra: la libre dilatation de part et d'autre de B, et par conséquent

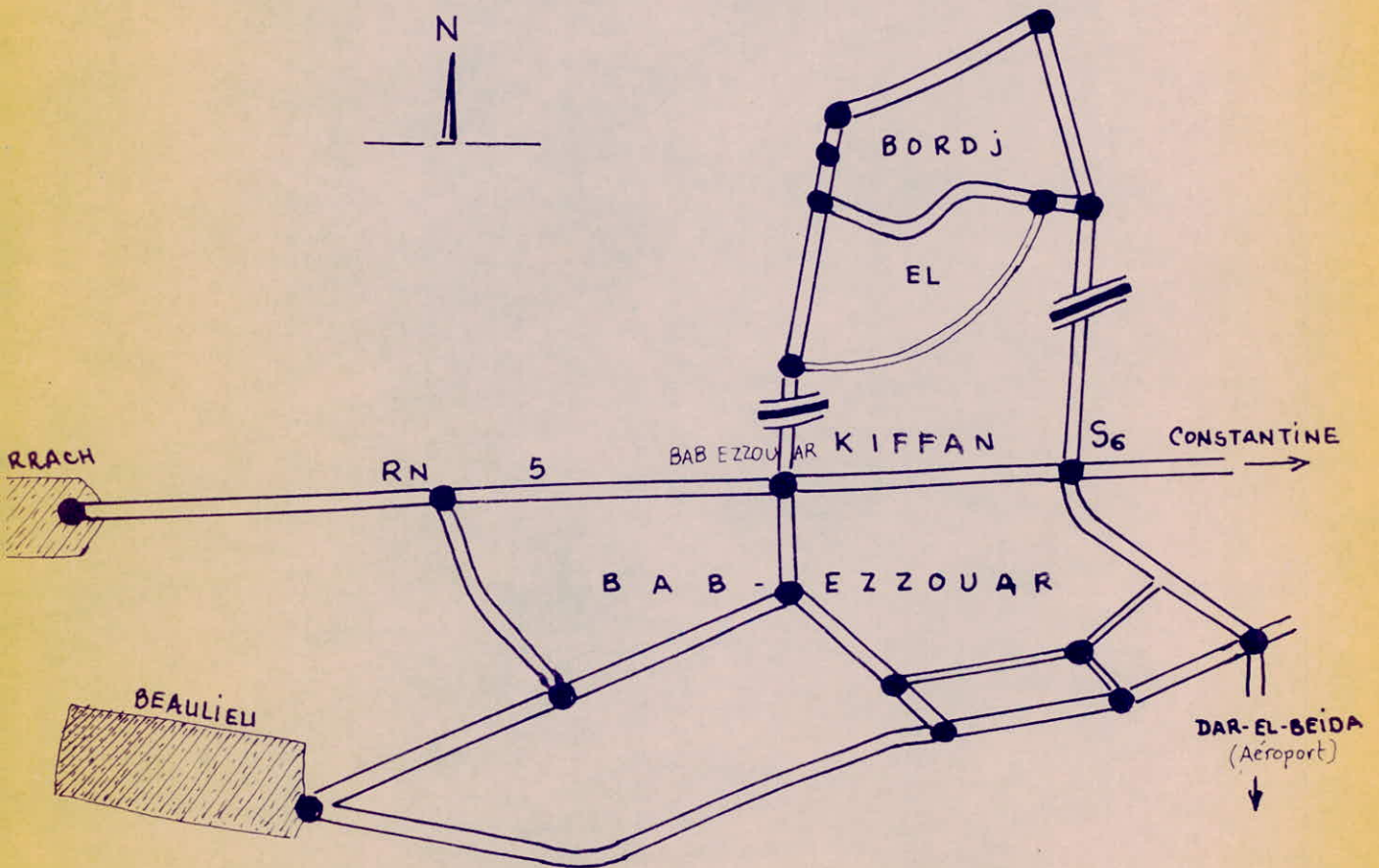
il ne sera pas tenu compte de l'effet de la température dans les calculs de résistance du tablier.

① Description de l'ouvrage

L'ouvrage assure le franchissement de la voie NORD-SUD du Carrefour S₆ par deux chaussées de 15m de large, et deux trottoirs de 4m.

Les voies franchies comportent deux chaussées de 8,50 m deux trottoirs de 4m et un terre plein central de 6m.

La hauteur de gabarit sous le pont est de 4,85 m minimum.



② STRUCTURE de l'OUVRAGE

L'ouvrage est constitué par une dalle en béton armé à deux travées. La dalle du tablier est appuyée aux extrémités sur des culées avec murs en aile et mur de front pour soutenir les terres de remblais. Ces culées sont donc des voiles en béton armé reposant sur des semelles et des pieux. Les semelles sont des semelles filantes.

Les piles intermédiaires sont également en béton armé.

Elles sont constituées par 6 piles prismatiques reposant sur une semelle continue fondée sur douze pieux.

2.1 TABLIER:

Le tablier d'une longueur totale de 31,6 m et d'une largeur de 38,00 m est constitué par une dalle de 0,70 m d'épaisseur raidie au droit des piles et des culées par une poutre de hauteur variable en fonction des dévers de l'ouvrage.

Ces poutres reposent sur les piles et les culées par l'intermédiaire d'appareils d'appuis en élastomère fretté.

L'appui sur la pile centrale est réalisé par une articulation "FREYSSINET". Les poutres sur culées sont munies de butées antiséisme.

Le tablier reçoit les équipements suivants:

- Corniche préfabriquée avec garde Corps
- Caniveaux avec dalles amovibles en B.A.
- bordures de trottoirs
- Chape étanche et revêtement sur la chaussée.
- Étanchéité dans les caniveaux
- Joints de chaussée et de trottoirs.
- avaloirs avec grillages et gargouilles d'évacuation des E.P.

2.2. CULÉES

Les culées d'une longueur de 38,20 m sont des voiles en B.A. elles comportent chacune un mur de front et deux murs en ailes, reposant sur une semelle filante qui elle même est portée par des pieux, (car sol faible: $\bar{\sigma}_s = 0,5 \text{ bars}$)

2.3. Pile intermédiaire

d'une longueur de 34m elle est fondée sur une série de 12 pieux (dont le diamètre est à déterminer). Ses six piles constituant cette pile intermédiaire seront réalisées en B.A avec coffrages fins plans et courbes pour parements vus.

2.4. Dalles de transition

Ces dalles au nombre de 4 sont moyées dans le remblai des voies d'accès. Chaque dalle en B.A de 19m de long (et 5,00m de large a une épaisseur de 0,30m

③ Matériaux utilisés

3.1. BÉTONS

3.1.1 Béton pour le tablier

ce sera du béton dosé à 400 Kg/m^3 de ciment CPA de classe 325

3.1.1.1 Caractéristiques mécaniques de ce béton

Ⓐ Contrainte de Compression admissible

La contrainte de Compression admissible $\bar{\sigma}'_b$ se déduit de sa résistance à la compression à 28 jours d'âge (résistance nominale) par la relation :

$$\bar{\sigma}'_b = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon \cdot \sigma'_{28}$$

$\alpha = 1$ pour un ciment de classe 325

$\beta = 1$ Contrôle strict

$\gamma = 1$ Car $h_m > 4 C_g$ $h_m = 70 \text{ cm}$ et $C_{g_{\max}} = 2,5 \text{ cm}$

$\delta = \begin{cases} 0,30 \rightarrow \text{pour la Compression simple} \\ 0,60 \rightarrow \text{pour la flexion simple} \end{cases}$

$$0,5 \leq \epsilon \leq 1$$

$\epsilon = 1$ en compression simple.

La résistance du béton à la compression à 28 jours est donnée :
pour un béton dosé à 400 kg/m³ de ciment CPA 325

$$\sigma'_{28} = 300 \text{ bars.}$$

Contrainte de compression admissible en compression simple :

$$\bar{\sigma}'_{b_0} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,30 \cdot 1 \cdot \sigma'_{28} = 0,30 \sigma'_{28}$$

$$\boxed{\bar{\sigma}'_{b_0} = 0,30 \cdot 300 = 90 \text{ bars}}$$

Contrainte de compression admissible en flexion simple :

pour une section rectangulaire $\epsilon = 1$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}'_b = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,60 \cdot \epsilon \cdot \sigma'_{28} = 0,60 \sigma'_{28} = 2 \bar{\sigma}'_{b_0}$$

$$\boxed{\bar{\sigma}'_b = 180 \text{ bars.}}$$

② Contrainte de traction de référence :

La contrainte de traction de référence $\bar{\sigma}_b$ est une fraction

$$e_b = \kappa \rho \delta \theta$$

de la résistance à la compression à 28 jours d'âge σ'_{28} :

$$\bar{\sigma}_b = e_b \cdot \sigma'_{28} = \kappa \rho \delta \theta \sigma'_{28}$$

$$\theta = 0,018 + 2,1 / \sigma'_{28}$$

$$\bar{\sigma}_b = 1 \cdot 1 \cdot 1 \left[0,018 + 2,1 / \sigma'_{28} \right] \sigma'_{28} = 0,018 \sigma'_{28} + 2,1$$

$$\bar{\sigma}_b = 0,018 \cdot 300 + 2,1 = 7,5 \text{ bars}$$

$$\boxed{\bar{\sigma}_b = 7,5 \text{ bars.}}$$

Remarques :

- ① Dans la réalisation de l'ouvrage complet seront utilisés les différents bétons suivants :

Dosages en CIMENT	Destinations	Résistances (en bars) Compression - nominale Traction - nominale
200 Kg/m ³	<ul style="list-style-type: none"> - Béton de propreté - Béton de remplissage 	Pas de résistance nominale exigée
300 Kg/m ³	Assises des tuyaux pour drains	
350 Kg/m ³	<ul style="list-style-type: none"> - Semelles de Fondation armées des piles et culées - Pieux - Piles - Culées - Corniche - Dalle de transition - Scellement des gardes Corps. 	270 22

② Modules de déformation du béton

- module de déformation longitudinale

Dans le cas de charges instantanées ou rapidement variables (durée d'application inférieure à 24 h) le module de déformation instantané E_i est, en bars, égal à :

$$E_i = 21000 \sqrt{\sigma'_j}$$

Sous l'action de charges de longue durée d'application on définit le module de déformation longitudinale E_v :

$$E_v = 7000 \sqrt{\sigma'_j}$$

σ'_j = résistance à la compression du béton à l'âge de j jours.

Ex: pour le béton dosé à 400 Kg/m³ de ciment CPA. 325, qui sert à

la Confection du tablier.

à 28 jours :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = 364\,000 \text{ bars} \\ E_v = 121\,000 \text{ bars} \end{array} \right\}$$

à 90 jours :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = 399\,000 \text{ bars.} \\ E_v = 133\,000 \text{ bars.} \end{array} \right\}$$

module de déformation transversale:

La valeur du module d'élasticité transversale G est de:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

ν est le Coefficient de Poisson $\nu = 0,15$ pour le B.A. $\Rightarrow G = 0,435E$

3.2 ACIERS

Ses armatures seront constituées par des fers à béton de type Courant répondant aux normes AFNOR. Ses surfaces des barres ne devront pas présenter d'aspérités susceptibles de blesser les ouvriers et seront exemptes de failles, criques, gercures, stries, soufflures et autres défauts préjudiciables à leur résistance, ils devront remplir les caractéristiques mécaniques suivantes:

3.2.1 Aciers doux:

Fe E 24 limite d'élasticité nominale $\rightarrow \sigma_{en} = 2400 \text{ Kg/cm}^2$
 Résistance à la rupture à la traction $\rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = 1600 \text{ kg/cm}^2$

Ses coefficients de fissuration η et de scellement droit Ψ_d sont tous deux égaux à 1.

3.2.2 ACIERS à haute adhérence

Fe E 40 pour $\phi \leq 20 \rightarrow \sigma_{en} = 4200 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = 2800 \text{ kg/cm}^2$
 pour $\phi > 20 \rightarrow \sigma_{en} = 4000 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = 2665 \text{ kg/cm}^2$

Coefficient de fissuration : $\eta = 1,6$

Coefficient de scellement droit : $\Psi_d = 1,5$

Remarque: toutes les contraintes admissibles énumérées précédemment sont valables pour les efforts sous combinaisons du 1^{er} genre.

3.2.3 Contraintes de traction imposées par la Condition de fissuration du béton :

La théorie de la fissuration permet le calcul de la répartition et de l'ouverture de fissures de flexion et de traction, supposée normale à la direction de l'armature

Cette théorie, dans son état actuel, ne concerne pas les fissures obliques d'effort tranchant, qui peuvent se développer sur la hauteur d'un élément fléchi. On définit le pourcentage de fissuration $\tilde{\omega}_f$

$$\tilde{\omega}_f / 100 = A / B_f$$

A = section d'acier

B_f = section du tirant de béton ayant le même centre de gravité que les armatures

Suivant la valeur de $\tilde{\omega}_f$, deux types de fissuration sont susceptibles de se produire.

- Fissuration systématique: Lors de la mise en traction des armatures l'effort transmis au béton est supérieur à son effort de rupture; les contraintes de traction admissibles sont données par la relation

$$\sigma_1 = k \frac{\eta}{\phi} \frac{\tilde{\omega}_f}{1 + 10 \tilde{\omega}_f}$$

- Fissuration accidentelle: due aux effets du retrait, de variation de température, ... les contraintes de traction admissibles sont:

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{k \eta}{\phi} \bar{\sigma}_b}$$

ϕ = diamètre nominal, exprimé en mm, de la plus grosse barre tendue.

η = Coefficient de fissuration $\left\{ \begin{array}{l} \eta = 1 \text{ pour les barres lisses} \\ \eta = 1,6 \text{ pour les barres à haute Adhérence} \end{array} \right.$

$k = [1,5 \cdot 10^6 \text{ fissuration peu nuisible}], [10^6 \text{ fissuration préjudiciable}]$

$[0,5 \cdot 10^6 \text{ fissuration très préjudiciables}]$

Dans tous les cas on doit vérifier que la contrainte de traction de l'acier satisfait l'inégalité suivante:

$$\sigma_a \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_a \\ \max(\sigma_1, \sigma_2) \end{array} \right\}$$

METHODE de CALCUL

METHODE de GUYON - MASSONNET

HYPOTHESES THÉORIQUES

Théorie de la plaque anisotrope

Dans l'étude de la plaque anisotrope, on introduit certaines hypothèses et limitations, qui ne portent pas seulement sur la plaque elle-même et le matériau dont elle est constituée mais aussi sur le comportement de la dalle sous charge.

Le plus souvent on se sert de la théorie de Poisson-Kirchhoff définie par les hypothèses suivantes:

- 1°) Le matériau dont la plaque est faite est parfaitement élastique et suit la loi de HOOKE et son comportement est toujours le même sous une charge quelconque.
- 2°) La plaque est en matériau homogène
- 3°) La plaque a une épaisseur constante, elle est mince c'est à dire son épaisseur est faible par rapport à ses autres dimensions.
- 4°) Les éléments de normale au plan moyen restent, même après déformation, rectilignes et perpendiculaires au feuillet moyen déformé
- 5°) La plaque est incompressible dans le sens perpendiculaire au feuillet moyen, on néglige donc les tensions normales perpendiculaires à ce feuillet.
- 6°) Les déformations (w) du plan médian de la dalle sont d'un ordre plus faible que l'épaisseur de la dalle: d et par conséquent la courbure dans un sens quelconque

est donnée par la dérivée seconde de la déformée (w), dans ce sens.

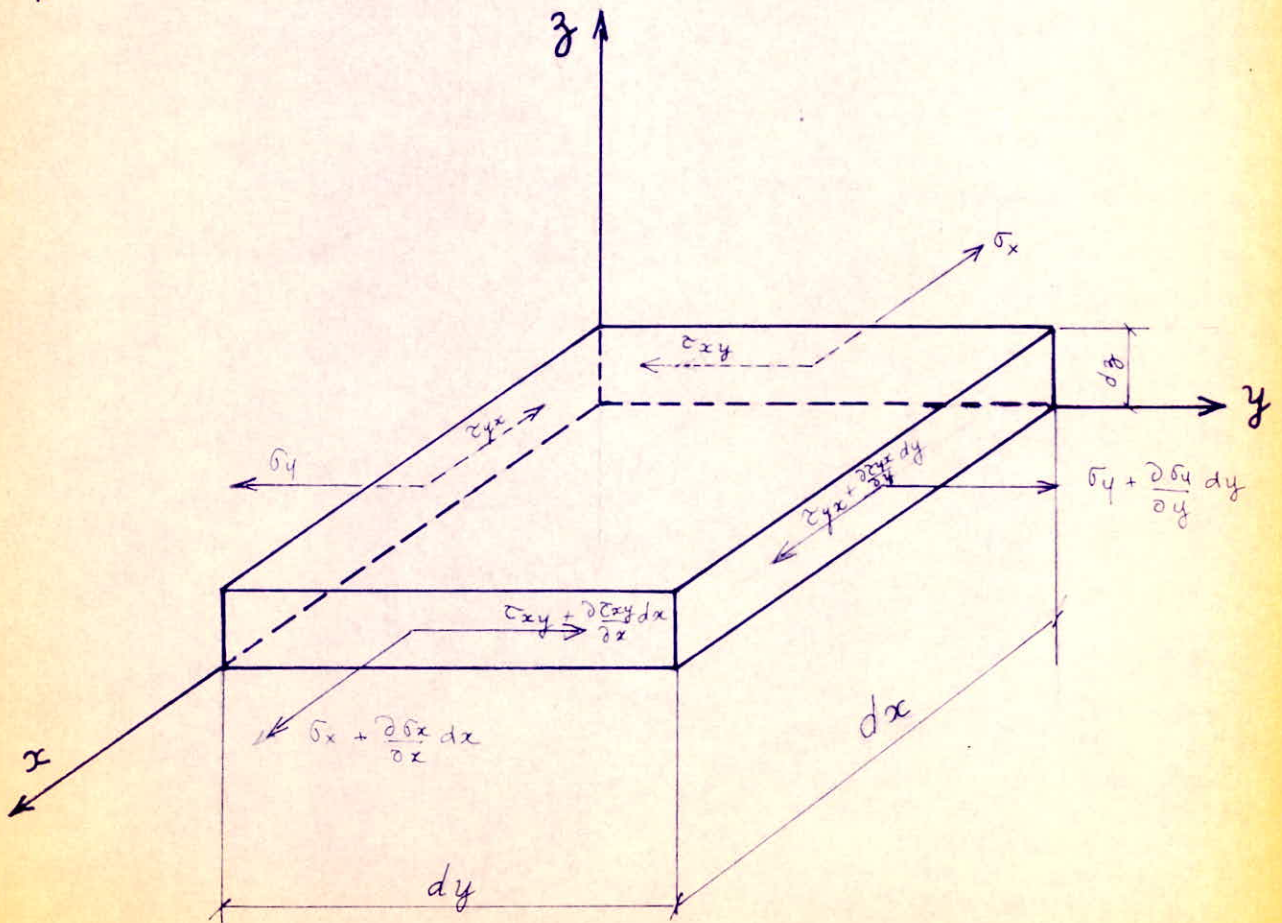
7°) Sa tension dans le plan moyen de la dalle est nulle.

Par cette supposition les déformations sont limitées beaucoup plus sensiblement que par la précédente.

8°) Ses composantes de forces de volumes sont négligées.

s'il y a lieu de considérer des forces de volume uniformes, on peut les inclure dans la charge

9°) Sa charge agit perpendiculairement à la surface de la plaque.



Les équations d'équilibre pour l'état de tension plane en négligeant les composantes de tension dans le sens transversal (hypothèse n° 5) donnent :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ pour } \sigma_z = 0 ; \tau_{xz} = 0 ; \tau_{yz} = 0 \quad (1)$$

la troisième équation de condition se déduit de la déformation de l'élément. Comme on néglige la déformation perpendiculaire au plan de la dalle (hypothèse 5) on a :

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \delta_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

la connexion entre les tensions et les déformations peut s'exprimer suivant la loi de HOOKE, à l'aide des modules d'élasticité $E_{ik} = E_{ki}$.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= E_{11} \epsilon_x + E_{12} \epsilon_y + E_{14} \delta_{xy} \\ \sigma_y &= E_{21} \epsilon_x + E_{22} \epsilon_y + E_{24} \delta_{xy} \\ \tau_{xy} &= E_{41} \epsilon_x + E_{42} \epsilon_y + E_{44} \delta_{xy} \end{aligned} \quad (3)$$

Si l'on ne considère pas le poids mort et la charge extérieure et que l'on exprime les tensions comme dérivées partielles secondes d'une certaine fonction $F(x, y)$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} ; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} ; \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

on peut arriver en combinant les équations (3) et (2) et en effectuant quelques transformations à l'équation fondamentale d'une plaque anisotrope non chargée sous forme d'une

équation bi-potentielle de la fonction de tension.

$$\frac{1}{E_{11}} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial y^4} - \frac{1}{2E_{14}} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x \partial y^3} + \frac{1}{(2E_{12} + E_{44})} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{1}{2E_{24}} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^3 \partial y} + \frac{1}{E_{22}} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^4} = 0 \quad (5)$$

pour une dalle anisotrope ou orthotrope, on trouvera d'une manière analogue l'équation

$$\frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial y^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\nu_x}{E_x} \right) \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^4} = 0 \quad (6)$$

Et pour une dalle isotrope

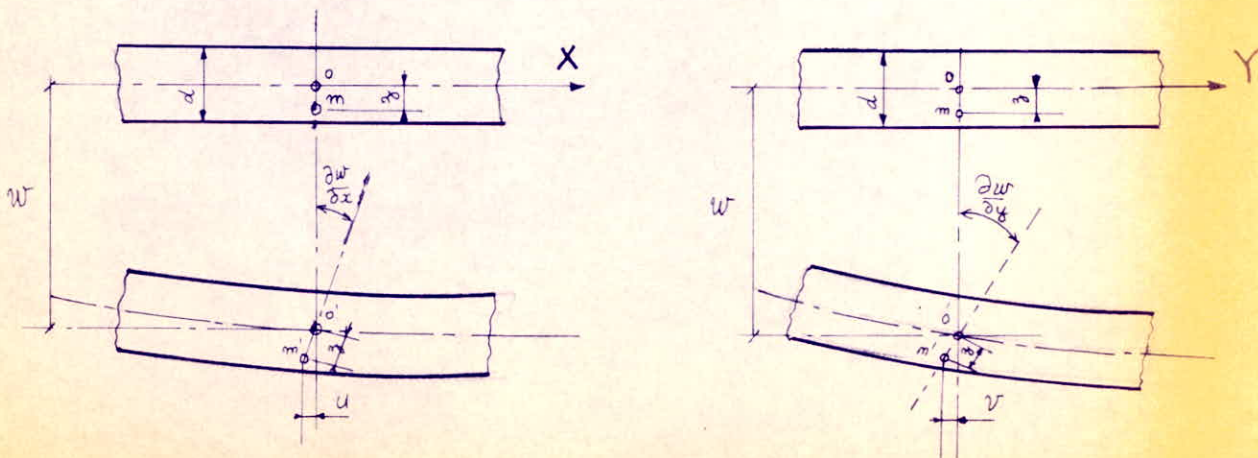
$$\frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F(x,y)}{\partial y^4} = 0 \quad (7)$$

ou bien $\nabla^2 \nabla^2 F(x,y) = 0$

Aux endroits où la plaque n'est soumise à aucune charge, la fonction de déformation satisfait à cette équation bi-potentielle

Equations aux dérivées partielles d'une plaque Anisotrope

la déformation de la dalle est donnée par les déplacements u, v, w dans les sens X, Y et Z . Dans un premier temps Exprimons u et v en fonction de w .



Selon l'hypothèse ($\alpha = 4$) et en tenant compte de ce que les inclinaisons de la normale au plan moyen après déformation sont relativement petites, on peut écrire

$$\operatorname{tg} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{u}{z} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{v}{z} ; \quad (8)$$

$$\text{d'où} \quad u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (9)$$

à l'aide des relations (2) on obtient :

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ; \quad \epsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ; \quad \tau_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (10)$$

En introduisant les relations (10) dans les relations (3) on trouve

$$\sigma_x = -E_{11} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_{12} z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2E_{14} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\sigma_y = -E_{21} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_{22} z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2E_{24} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (11)$$

$$\tau_{xy} = -E_{41} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_{42} z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2E_{44} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

par intégration de ces tensions, on obtient les moments de flexion et de torsion M_x , M_y , et M_{xy} .

$$M_x = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_x z dz = \left(-E_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2E_{14} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (12)$$

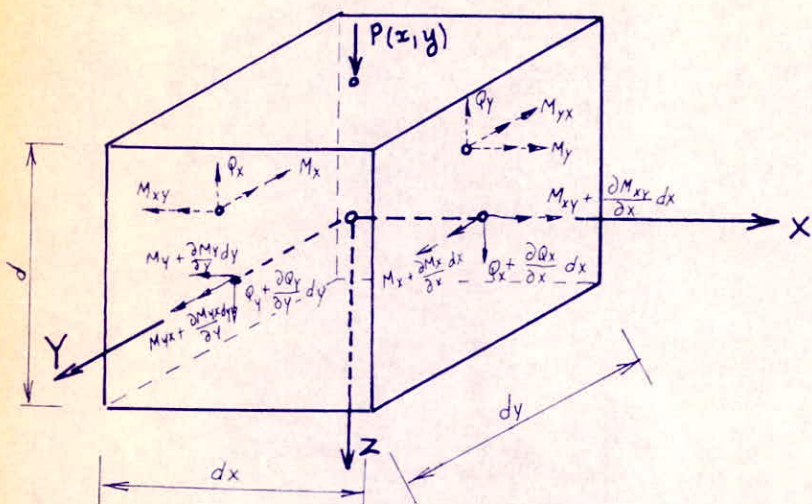
$$M_y = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_y z dz = \left(-E_{21} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - E_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2E_{24} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} M_{xy} &= - \int_{-d/2}^{+d/2} \tau_{xy} z dz = -M_{yx} = \int_{-d/2}^{+d/2} \tau_{yx} z dz = \\ &= \left(+E_{41} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E_{42} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2E_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

ou l'on appelle $e_{ik} = \frac{d^3}{12} E_{ik}$ les rigidités de la plaque anisotrope

les efforts tranchants s'obtiennent à partir des conditions

d'équilibre de moment par rapport aux axes X et Y passant par le centre de gravité de l'élément de la dalle.



de la condition par rapport à l'axe Y, il suit si l'on néglige les quantités différentielles d'ordre supérieur, que

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} \quad \text{en remplaçant } M_x \text{ et } M_{yx} \text{ par les expressions (12) et (14)}$$

on trouve :

$$Q_x = \left[-c_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (c_{12} + 2c_{44}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - 3c_{41} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - c_{42} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right] \quad (15)$$

de façon analogue, de la condition par rapport à l'axe X on déduit

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad \text{en remplaçant } M_y \text{ et } M_{xy} \text{ par les relations (13) et (14)}$$

$$Q_y = \left[-c_{41} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3c_{24} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - (c_{21} + 2c_{44}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - c_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right] \quad (16)$$

Ainsi toutes les inconnues statiques ont été exprimées en fonction de w

De la condition d'équilibre dans le sens vertical il suit :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p(x,y) = 0 \quad (17)$$

En remplaçant Q_x et Q_y par leurs expressions (15) et (16) on obtient l'équation aux dérivées partielles d'une plaque anisotrope.

$$\left[-e_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4e_{14} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} - 2(e_{12} + 2e_{44}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4e_{24} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} - e_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + p(x,y) = 0 \quad (18)$$

Equations aux dérivées partielles des dalles ORTHOTROPE et ISOTROPE

A présent, nous allons supposer que le matériau de la dalle possède de trois plans de symétrie par rapport à ses propriétés élastiques, on peut prouver dans ce cas que:

$$E_{11} = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} ; E_{22} = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} ; E_{12} = \frac{\nu_x E_y}{1 - \nu_x \nu_y} ; E_{21} = \frac{\nu_y E_x}{1 - \nu_x \nu_y}$$

$$E_{44} = G \quad \text{et} \quad E_{14} = E_{41} = E_{24} = E_{42} = 0$$

$\left. \begin{matrix} E_x \\ E_y \end{matrix} \right\}$ modules d'élasticité longitudinale dans les sens X, Y

G : module de cisaillement

$\left. \begin{matrix} \nu_x \\ \nu_y \end{matrix} \right\}$ coefficients de Poisson.

en portant les équations ci-dessus dans les relations (11) on

$$\text{obtient: } \sigma_x = -z \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - z \frac{\nu_x E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\sigma_y = -z \frac{\nu_y E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - z \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (19)$$

$$\tau_{xy} = -z 2G \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

D'après BETTI nous savons que: $E_y \eta_x = E_x \eta_y$ (20)

on trouve des Moments

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -e_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -e_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= 2 \delta_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} (21)$$

avec: $e_x = \frac{E_x d^3}{12(1-\eta_x \eta_y)}$; $e_y = \frac{E_y d^3}{12(1-\eta_x \eta_y)}$; $\delta_{xy} = \frac{G d^3}{12}$ (22)

à l'aide des expressions (21) on évalue les efforts tranchants

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= - \left[e_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 \delta_{xy} + \eta_y e_x) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \\ Q_y &= - \left[e_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 \delta_{xy} + \eta_x e_y) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \end{aligned} \right\} (23)$$

de la condition d'équilibre des forces dans le sens vertical, on déduit l'équation aux dérivées partielles d'une dalle orthotrope

$$\boxed{e_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + e_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - p(x,y) = 0} \quad (24)$$

avec: $H = \left[2\delta_{xy} + \frac{\eta_y e_x + \eta_x e_y}{2} \right] = \frac{d^3}{24(1-\eta_x \eta_y)} \left[E_x \eta_x + E_y \eta_y + 4G(1-\eta_x \eta_y) \right]$ (25)

pour une dalle isotrope on a:

$$\begin{aligned} E_x = E_y = E & \quad \eta_x = \eta_y = \eta & \quad G = \frac{E}{2(1+\eta)} \\ \sigma_x = -\frac{E}{1-\eta^2} z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) & & \tau_{xy} = -2Gz \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\frac{E}{1+\eta} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \sigma_y = -\frac{E}{1-\eta^2} z \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] & & \end{aligned} \quad (26)$$

Les moments et efforts tranchants sont:

$$M_x = -e \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$Q_x = -e \frac{\partial (\nabla^2 w)}{\partial x}$$

(27)

$$M_y = -e \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$Q_y = -e \frac{\partial (\nabla^2 w)}{\partial y}$$

$$M_{xy} = (1-\eta) e \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

et l'équation différentielle de la dalle isotrope s'écrit:

$$\boxed{\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{e}} \quad (28)$$

avec $e = \frac{E d^3}{12(1-\eta^2)}$

Les relations (18); (24) et (28) sont les équations fondamentales des dalles.

Une fois trouvée l'équation fondamentale de la dalle c'est à dire la fonction de la déformée $w(x,y)$, pour une charge donnée $p(x,y)$, le problème est complètement déterminé. Les autres quantités résultent des dérivées de la fonction trouvée $w(x,y)$.

Application de la Théorie de la plaque ORTHOTROPE à des GRILLAGES

Le grillage consiste en deux familles de poutres pouvant, en général se couper sous un angle quelconque. Ces familles sont ordinairement perpendiculaires l'une à l'autre. De plus l'une ou l'autre et plus souvent toutes les deux sont solidaires d'une dalle constituant le platelage ou le tablier du pont. La dalle est relativement épaisse et il n'est pas possible de négliger son effet dans la transmission d'une charge extérieure, en flexion ainsi qu'en torsion.

On rencontre souvent des constructions formées de familles de poutres et d'une dalle d'épaisseur moyenne, dont le comportement est intermédiaire entre celui d'un grillage simple (sans dalle) et celui d'une dalle anisotrope.

Nous allons faire une brève comparaison entre les relations donnant les déformations de ces deux systèmes fondamentaux.

PLAQUE ORTHOTROPE

L'équation différentielle de la plaque orthotrope a déjà été établie: Expression: (24)

$$e_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + e_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y)$$

avec $H = 2\gamma + e_{xy}$

$$e_x = \frac{E_x d^3}{12(1-\nu_x \nu_y)}$$

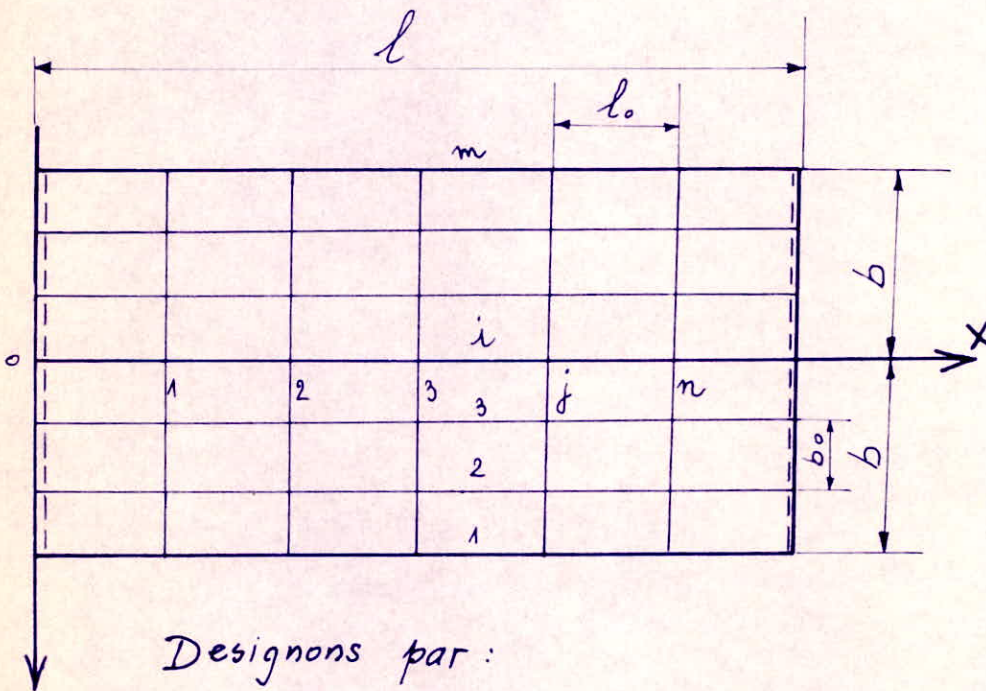
$$e_y = \frac{E_y d^3}{12(1-\nu_x \nu_y)}$$

$$e_{xy} = \frac{E_x \nu_y d^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} = \frac{E_y \nu_x d^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} \quad (29)$$

$$\gamma = \frac{G d^3}{12}$$

GRILLAGE - SIMPLE

observons un grillage simple constitué dans le sens Y de m poutres (longerons) espacées les unes des autres de b_0 et dans le sens X, de n poutres (Entretoises) espacées de l_0 ; les poutres sont dans les deux sens faites du même matériau, résistantes à la torsion et assemblées aux noeuds rigidement l'une à l'autre.



Designons par :

- Y $B_P = EI_P$ la rigidité flexionnelle des longerons
 $B_E = EI_E$ la rigidité flexionnelle des Entretoises.
 $C_P =$ rigidité torsionnelle des longerons
 $C_E =$ " " des Entretoises.

Si nous remplaçons cette construction par une construction équivalente où les rigidités sont réparties continument sur la longueur et la largeur, les rigidités flexionnelles seront par unité de longueur :

$$e_P = \frac{B_P}{b_0}$$

$$e_E = \frac{B_E}{l_0} \quad (20)$$

Ses rigidités torsionnelles par unité de longueur de la construction équivalente seront:

$$\boxed{\gamma_p = \frac{C_p}{b_0}} \quad \boxed{\gamma_E = \frac{C_E}{l_0}} \quad (30)$$

pour un déplacement vertical de la construction selon la surface $W = w(x, y)$ dont les courbures ont pour valeur: $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ il naît des moments flechissants par unité de longueur:

$$\boxed{M_x = -e_p \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}} \quad \boxed{M_y = -e_E \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}} \quad (31)$$

La torsion de la surface W est donnée par l'expression $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ et dans la construction naît donc des moments de torsion unitaires

$$\boxed{M_{xy} = +\gamma_p \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}} \quad \boxed{M_{yx} = -\gamma_E \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}} \quad (32)$$

L'effort tranchant vertical Q_y se calcule par la formule (16)

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad \text{en substituant les valeurs } M_y \text{ et } M_{xy}.$$

$$\boxed{Q_y = -e_E \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \gamma_p \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}} \quad (33)$$

de la condition d'équilibre de l'élément dans le sens vertical on obtient l'équation différentielle d'un grillage simple dont les rigidités sont réparties continument

$$\boxed{e_p \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\gamma_p + \gamma_E) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + e_E \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)} \quad (34)$$

cette équation différentielle a la même forme que celle de la plaque ortho-

Si la construction a le caractère d'une dalle isotrope, l'équation de sa surface de déplacement est l'équation connue de Lagrange

$$\boxed{\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{e}} \quad (35)$$

où e est la rigidité flexionnelle de la plaque, identique dans tous les sens:

$$e = \frac{E d^3}{12(1-\eta^2)} \quad \text{si } \eta = 0 \quad \text{on a } e = \frac{E d^3}{12} = EI$$

cette équation correspond au cas particulier d'égalité pour lequel

$$e_p = e_E = e$$

$$\gamma_p + \gamma_E = 2e$$

Paramètres sans dimension

Dans la pratique, le coefficient de rigidité torsionnelle $\gamma_p + \gamma_E$ est toujours compris entre les valeurs correspondant aux deux cas particuliers, celui de la dalle et celui du grillage simple. Si l'on pose:

$$\gamma_p + \gamma_E = 2\alpha \sqrt{e_p e_E}$$

l'équation de la surface de déformation w s'écrit d'après la formule (34):

$$e_p \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\alpha \sqrt{e_p e_E} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + e_E \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y) \quad (36)$$

et l'équation de l'effort tranchant:

$$Q_y = -e_E \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \alpha \sqrt{e_p e_E} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \quad (37)$$

Paramètre de Torsion: α

L'effet de la torsion est caractérisé par le paramètre de torsion α

$$\alpha = \frac{\delta_P + \delta_E}{2\sqrt{e_P e_E}} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Paramètre d'Entretroisement: θ

Le second paramètre sans dimension a été déduit par M^{rs} GUYON en calculant les grillages sans tenir compte de la torsion. C'est le paramètre d'entretroisement: θ .

$$\theta = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{e_P}{e_E}}$$

Le paramètre θ détermine la souplesse de l'entretroisement. Plus grand est θ , plus souple est l'entretroisement. Par ces deux paramètres θ et α , le comportement de la construction est complètement défini.

Remarque:

La résolution de l'équation différentielle n: (34) se fait aisément à condition de développer la charge $p(x, y)$ en série de FOURRIER.

on prendra un développement antisymétrique de période $[2l]$ tel que $p(x, y) = -p(-x, y)$. après avoir tiré l'équation de la déformée w les inconnues statiques s'en déduisent par de simples opérations de dérivation.

Méthode de GUYON Massonnet proprement dite

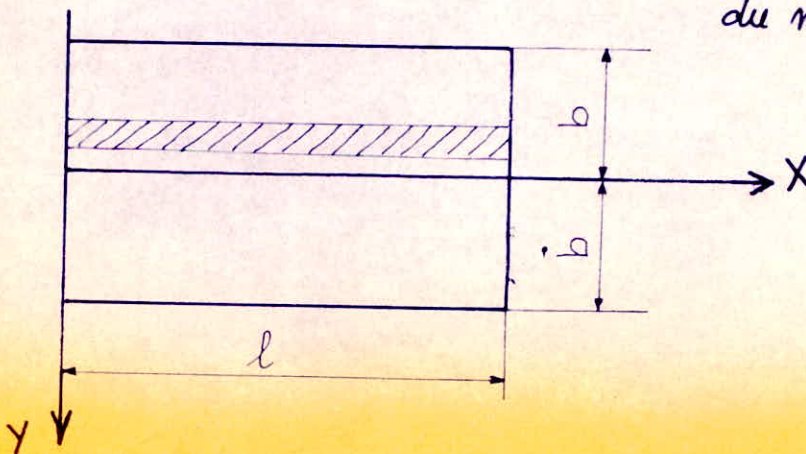
METHODE DES COEFFICIENTS de RÉPARTITION

Une méthode approximative appropriée de Résolution est celle des coefficients de répartition, connue sous le nom de méthode de GUYON MASSONNET, basé sur deux hypothèses principales.

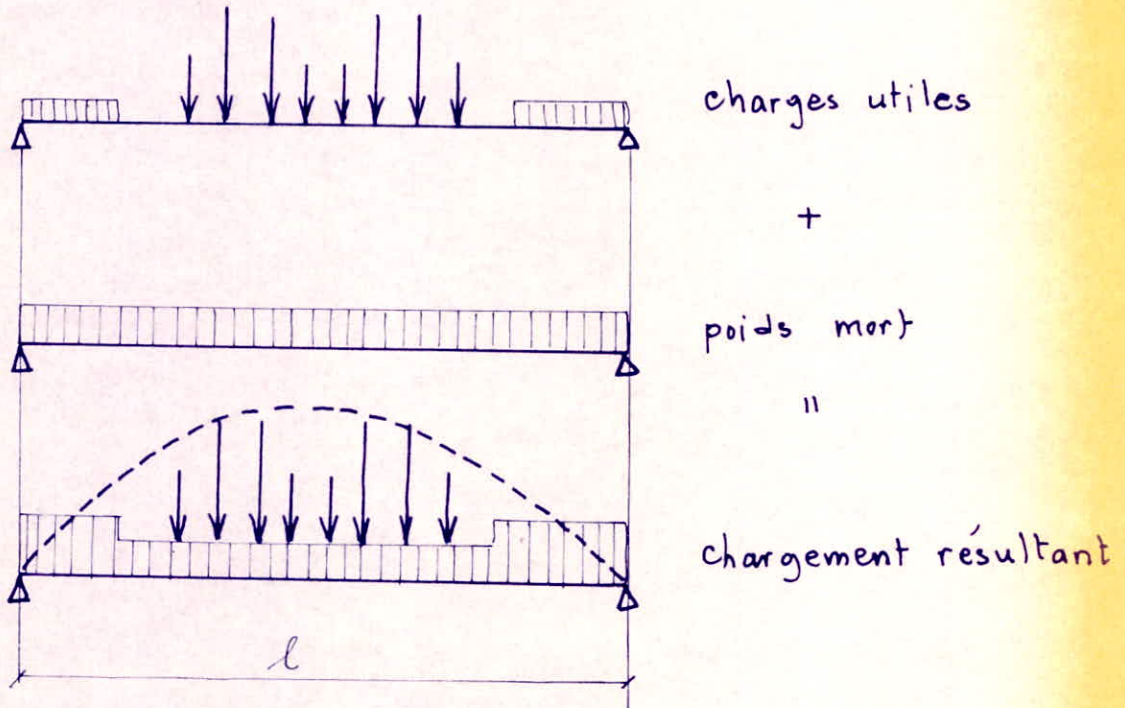
- La construction réelle est remplacé par une dalle orthotrope présentant les mêmes rigidités moyennes de flexion et de torsion et qui au sens technique, est exactement soluble par le Calcul différentielle.
- Sa répartition transversale réelle du chargement est remplacée par celle qui naît sous une charge répartie le long de l'axe X de la construction suivant la sinusoidale $p(x) = p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ où p_1 est une valeur constante du chargement.

Massonnet justifie cette hypothèse par le fait qu'on obtient, dans une poutre, les moments flechissants maxima en chargeant la construction entière sur toute sa longueur dans une bande d'une certaine largeur, et en situant la charge maximum aux environs

du milieu de la portée



En ajoutant à ces charges utiles le poids mort uniformément réparti, nous constatons que la charge totale est répartie presque sinusoidalement

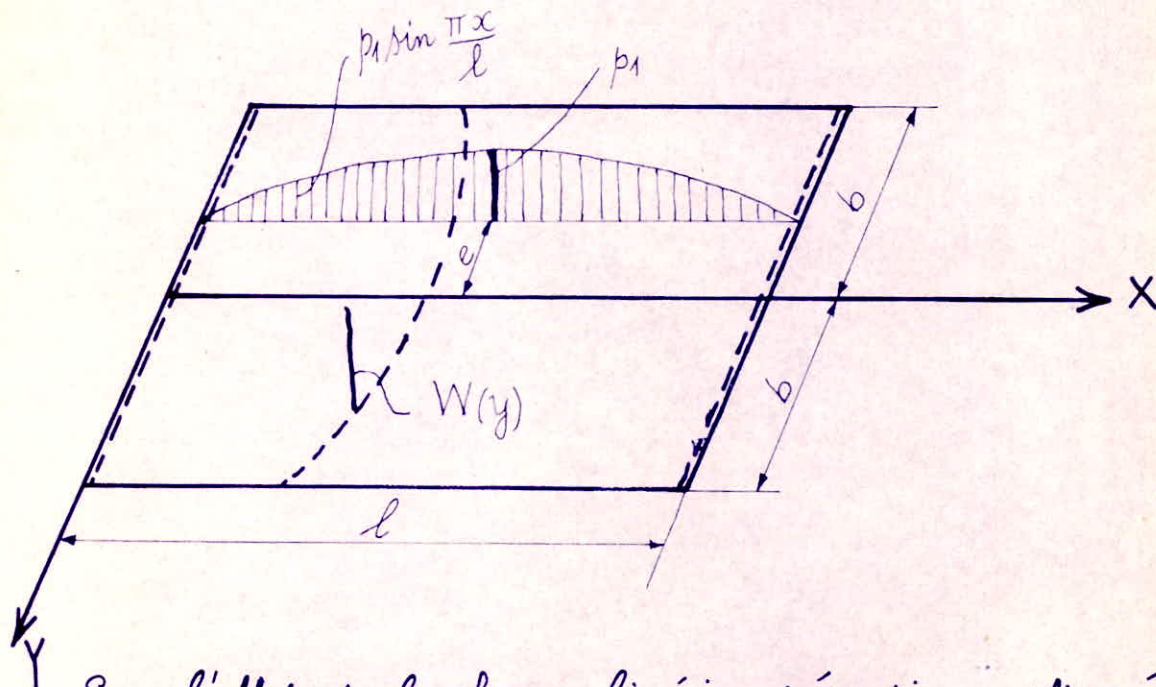


On peut en général (si la charge ne correspond pas à cette supposition) développer la charge en SÉRIE de FOURRIER dans le sens longitudinal ce qui entraîne quelques complications dans les calculs.

Les hypothèses citées n'influencent que le calcul de la répartition transversale de la charge.

La répartition transversale une fois déterminée, les autres calculs obéissent aux règles ordinaires de la stabilité des constructions c.à.d de Résistance des matériaux.

LE COEFFICIENT de RÉPARTITION TRANSVERSALE et ses propriétés



Sous l'effet de la charge linéaire répartie appliquée à la construction de la figure (ci-dessus) sur une parallèle à l'axe X d'excentricité: e suivant la loi sinusoidale :

$$p(x) = p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$$

La construction prend une déformée en demi onde de sinusoidale selon l'équation

$$W(x,y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$

Si la charge $p(x)$, au lieu d'être répartie sur une droite, est répartie uniformément sur la largeur $2b$ de la construction (tout en restant sinusoidale dans le sens longitudinale) la déformée de la construction sera une surface cylindrique d'équation

$$W_0(x) = W_0 \sin \frac{\pi x}{l}$$

Ce coefficient de répartition transversale désignera le rapport du déplacement vertical $W(x,y)$ d'un point de

la construction sous l'effet d'une charge linéaire $p(x)$ à celui $w_0(x)$ du même point, mais sous l'effet de la charge $p_0(x)$ uniformément répartie sur la largeur $2b$ du pont.

$$K(y) = \frac{w(x, y)}{w_0(x)} = \frac{w(y)}{w_0}$$

Le coefficient K dépend

- de la valeur du paramètre d'entretroisement: θ
- de la valeur du paramètre de Torsion: d
- de l'excentricité relative $\frac{e}{b}$ de la charge linéaire
- de l'ordonnée relative y/b du point considéré.

La flèche moyenne de la section transversale de la construction est donnée par l'égalité

$$w_0 = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} w(y) dy$$

divisons cette égalité
par w_0

$$1 = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} \frac{w(y)}{w_0} dy$$

ou remarque l'expression de
 $K(y)$

$$\frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} K(y) dy = 1$$

Ceci signifie que l'ordonnée moyenne de la ligne d'influence $K_m = \frac{w(y)}{w_0}$ doit être égale à l'unité.

ou en d'autres termes que l'ordonnée moyenne de la ligne d'influence w doit être égale à l'ordonnée w_0 d'une charge uniformément répartie sur toute la largeur.

En vertu du Théorème de BETTI, le déplacement vertical en y dû à la ligne de forces unitaires

en e est égal à celui en e provoqué par la ligne de forces unitaires en y .

La même propriété de réciprocité doit s'appliquer aussi au coefficient K , ceux-ci étant au fond des déplacements verticaux divisés par une certaine constante, on peut donc écrire

$$K(e, y) = K(y, e)$$

Le coefficient K dépend entre autres de α :

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \sqrt{\alpha}$$

K_0 correspond à $\alpha = 0$

K_1 " " $\alpha = 1$

Ils sont donnés par les tableaux, de MASSONNET, établis pour des valeurs de θ allant de 0,05 à 5.

FLEXION LONGITUDINALE

* si la charge est répartie suivant la sinusoïde

$$p(x) = p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$$

dans le sens de la portée et répartie uniformément sur la largeur de la construction

La surface de flexion de la construction est une surface sinusoidale cylindrique d'équation:

$$w_0(x) = W_0 \sin \frac{\pi x}{l}$$

sa courbure est:

$$\frac{d^2 w_0(x)}{dx^2} = -W_0 \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

le moment flechissant longitudinal par unité de largeur produit par cette charge dans la section x est:

$$M_0(x) = -e_p \frac{d^2 w_0(x)}{dx^2} = W_0 \frac{\pi^2}{l^2} e_p \sin \frac{\pi x}{l} = \frac{\pi^2}{l^2} e_p W_0(x) \quad (1)$$

e_p = rigidité de flexion dans le sens longitudinal par unité de largeur.

* Pour une charge linéaire réelle, sinusoidale dans le sens X et d'excentricité: e , le moment flechissant longitudinal unitaire est:

$$M_x(x, y) = -e_p \frac{d^2 w(x, y)}{dx^2} \quad \text{avec } w(x, y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$

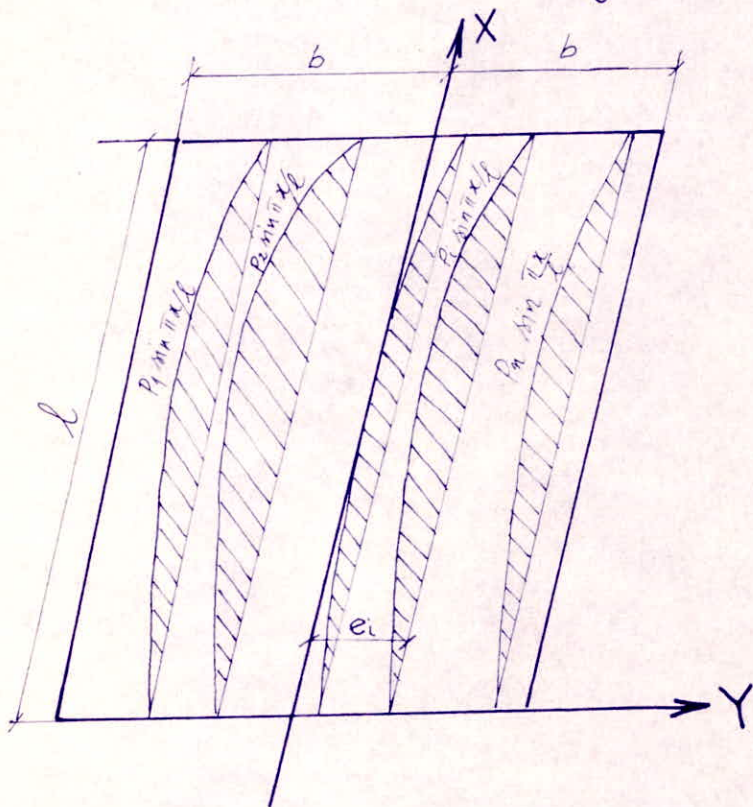
$$M_x(x, y) = \frac{\pi^2}{l^2} e_p W(y) \sin \frac{\pi x}{l} = \frac{\pi^2}{l^2} e_p W(x, y) \quad (2)$$

Les moments flechissants longitudinaux sont dans les deux cas proportionnels à des flèches.

En faisant le rapport entre (2) et (1) on trouve

$$\frac{M_x(x, y)}{M_0(x)} = \frac{w(x, y)}{w_0(x)} = \frac{W(y)}{W_0} = K(y)$$

* Considérons à présent, une construction chargée d'un système de n charges linéaires sinusoïdales dans le sens X et définies par les expressions: $P_1 \sin \frac{\pi x}{l}$, $P_2 \sin \frac{\pi x}{l}$, ..., $P_n \sin \frac{\pi x}{l}$



Un développement similaire au précédent, en tenant compte bien sûr du principe de superposition des effets on est conduit à la relation :

$$M_x(x,y) = M_0(x) K(y) \quad \text{avec} \quad K(y) = \frac{\sum P_i K_i(y)}{\sum P_i}$$

Conclusion:

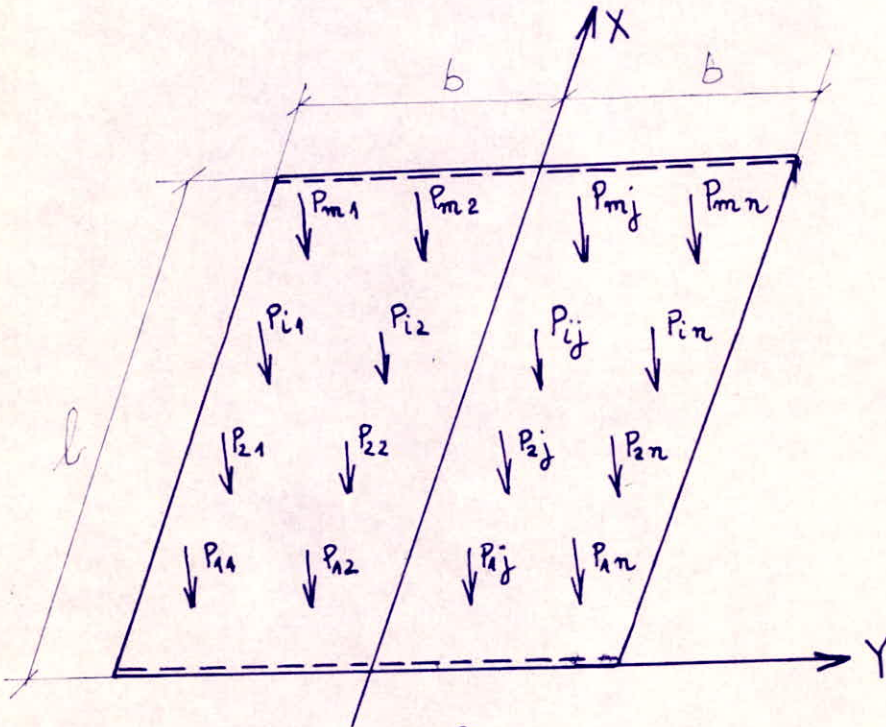
Pour obtenir en un point quelconque de la construction le moment fléchissant longitudinal réel, il suffit de calculer en ce point le moment moyen $M_0(x)$ et de le multiplier ensuite par le coefficient

$$K(y) = \frac{\sum P_i K_i(y)}{\sum P_i}$$

CHARGES CONCENTRÉES

Supposons que la construction du pont soit chargée de plusieurs files parallèles de charges concentrées

$(P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1n}); (P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2n}) \dots (P_{m1}, P_{m2}, \dots, P_{mn})$



P_{ij}
 $i = n^{\circ}$ de la file
longitudinale
 $j = n^{\circ}$ de la file
transversale.

$$1 \leq i \leq n$$

$$1 \leq j \leq m$$

Considérons une file longitudinale par exemple la file $n^{\circ} 1$ contenant $P_{11}; P_{21}; \dots, P_{m1}$ ce chargement peut être remplacé par un chargement sinusoïdal

$$p(x) = p_1 \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{après développement en série de Fourier}$$

pour la file $n^{\circ} 2$.

$$p(x) = p_2 \sin \frac{\pi x}{l}$$

et enfin pour la file $n^{\circ} n$

$$p(x) = p_n \sin \frac{\pi x}{l}$$

En général dans chaque file transversale nous rencontrons des charges égales (cas du système B_c) ...

par conséquent l'expression sinusoïdale pour chaque file longitudinale est la même : $p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_n = p$

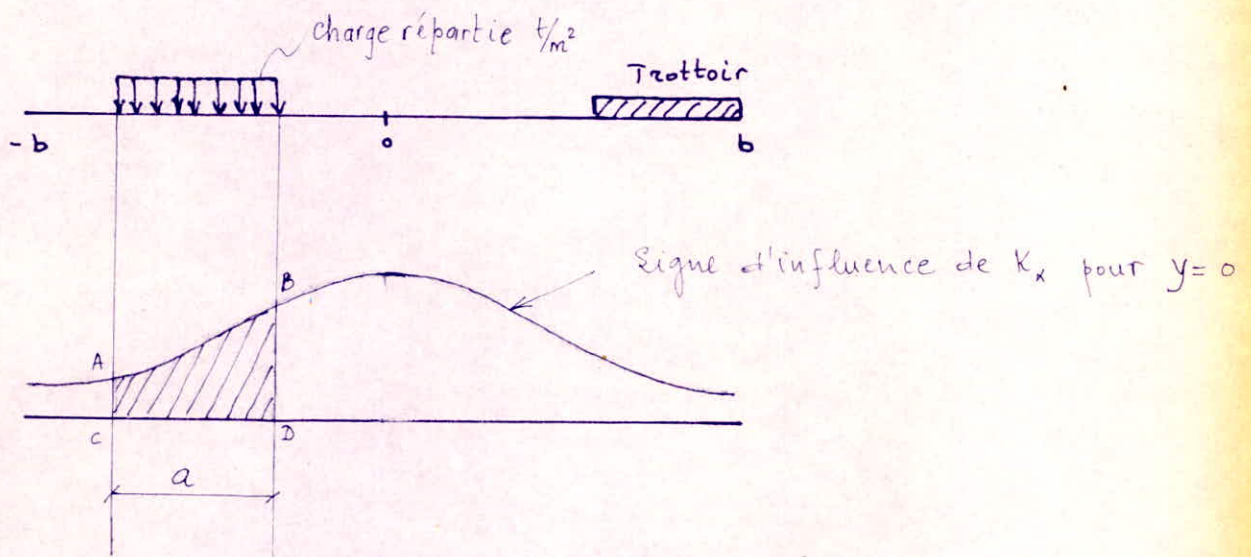
Il s'ensuit que le coefficient de répartition transversale $K(y)$ prend la forme simplifiée suivante :

$$K(y) = \frac{\sum_{i=1}^n P_i K_i(y)}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n P K_i(y)}{\sum_{i=1}^n P} = \frac{P \sum_{i=1}^n K_i(y)}{nP}$$

$$K(y) = \frac{\sum_{i=1}^n K_i(y)}{n}$$

CHARGE uniformément répartie

exemple : Soit une charge uniformément répartie sur la surface $l \times a$ on détermine le coefficient de répartition transversale $K(0)$.



$$K(0) = \frac{\text{Aire de ABCD}}{CD} = \frac{\text{Aire de ABCD}}{a}$$

REMARQUE

pour déterminer les valeurs maximales des moments fléchissants longitudinaux, il faut fixer la position la plus efficace de la charge dans transversal suivant les lignes d'influence de K et dans le sens longitudinal, selon les règles ordinaires de la stabilité des constructions.

En vue de trouver dans le sens longitudinal la position qui donne les effets les plus défavorables dans une section x donnée. Je consacre un chapitre au tracé des lignes d'influence longitudinales.

FLEXION - Transversale

Le moment fléchissant transversal par unité de largeur est donné par l'expression :

$$M_y(x, y) = -E \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

avec $w = W_m(y) \sin \frac{m\pi x}{l}$

En effectuant la double dérivation de w par rapport à y , on trouve :

$$M_{y_m}(x, y) = -E \frac{\partial^2 W_m(y)}{\partial y^2} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$$M_{y_m}(x, y) = \mu_{\alpha m} P_m \cdot b \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

Le coefficient μ_{α} s'exprime en fonction de μ_0 et μ_1 par la relation :

$$\mu_{\alpha} = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{\alpha}$$

μ_0 = Coefficient correspondant à $\alpha = 0$

μ_1 = Coefficient correspondant à $\alpha = 1$

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \mu_{\alpha m} P_m b \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \text{Série de Fourier}$$

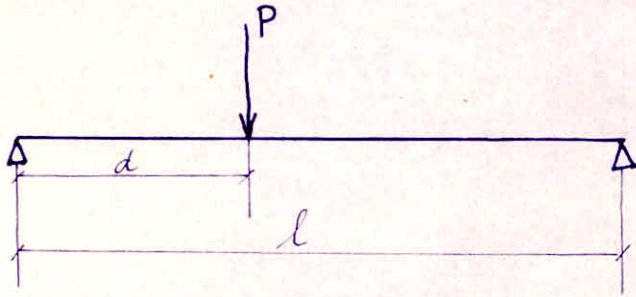
en pratique on se contente des 5 premiers termes de la série : $m = 1, 2, 3, 4, 5$

Le moment maximal a lieu pour $x = \frac{l}{2}$ soit à mi portée :

$$M_y\left(\frac{l}{2}, y\right) = \sum_{m=1}^5 b \sin \frac{m\pi}{2} \mu_{\alpha m} P_m$$

$$M_y\left(\frac{l}{2}, y\right) = b \left[P_1 \mu_{\alpha 1} - P_3 \mu_{\alpha 3} + P_5 \mu_{\alpha 5} \right]$$

Pour une charge Concentrée



$P_m = \frac{2P}{l} \sin m \frac{\pi d}{l}$
$P_1 = \frac{2P}{l} \sin \frac{\pi d}{l}$
$P_3 = \frac{2P}{l} \sin \frac{3\pi d}{l}$
$P_5 = \frac{2P}{l} \sin \frac{5\pi d}{l}$

Calcul de M_{x1} ; M_{x3} ; M_{x5}

Charges Concentrées

Les coefficients μ comme les coefficients K sont donnés par les tables en fonction :

- du paramètre d'entrecroisement θ
- du paramètre de torsion α
- de l'excentricité y de la charge

on trace donc les lignes d'influence des coefficients μ_{x1} , μ_{x3} , μ_{x5} en fonction de l'excentricité et on dispose les convois transversalement.

on fait la somme des coefficients μ étendue au nombre de files. On trouve des coefficients μ^+ positifs et des coefficients μ^- négatifs. On retient les cas donnant les coefficients μ^+ et μ^- maximum pour l'ensemble des véhicules.

charge uniformément répartie de densité p (t/m^2 ou kg/m^2)
on emploie la même méthode que précédemment en prenant pour valeur de μ l'aire de la partie correspondante de la ligne d'influence de p .

charge uniformément répartie sur un rectangle $2c \times 2c'$ p (t/m^2 ou kg/m^2)
dans le sens $2c$.

on prend pour valeur de μ l'ordonnée moyenne de la ligne d'influence correspondant à la largeur $2c'$.

Remarque:

Influence du coefficient de Poisson

L'influence du coefficient de Poisson a été étudiée en détail par ROWE.

ROWE a constaté que le déplacement vertical et les moments flechissants dans le sens longitudinal ne dépendait que très peu du coefficient de Poisson et qu'il ne fallait pas le prendre en considération dans la pratique. Par contre les moments flechissants dans le sens transversal sont influencés assez considérablement par la valeur du coefficient de Poisson, de sorte qu'il est désirable d'en tenir compte.

afin de trouver les valeurs de μ_x pour un coefficient de Poisson η donné et un paramètre de torsion α donné on peut employer la formule d'interpolation

$(\mu_x)_\eta = (\mu_x)_0 + [(\mu_x)_\eta - (\mu_x)_0] \sqrt{\alpha}$	exemple: B.A $\eta = 0,15$
$(\mu_x)_{0,15} = (\mu_x)_{0,15} + [(\mu_x)_{0,15} - (\mu_x)_0] \sqrt{\alpha}$	

TORSION

En calculant les moments de Torsion il faut faire une distinction entre le grillage et la plaque orthotrope réelle (réalisée par exemple par un PONT-DALLE ou pont en éléments préfabriqués et précontraints transversalement).

MOMENTS de TORSION dans le GRILLAGE

Dans les poutres et entretoises il naît des moments de torsion unitaires

$$M_{xy}(x,y) = \delta_p \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad ; \quad M_{yx}(x,y) = -\delta_E \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

la différence de ces moments vaut :

$$(M_{xy} - M_{yx}) = (\delta_p + \delta_E) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

on a déjà posé $\alpha = \frac{\delta_p + \delta_E}{2\sqrt{e_p e_E}} \Rightarrow \delta_p + \delta_E = 2\alpha \sqrt{e_p e_E}$

$$w(x,y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$

on a donc :

$$(M_{xy} - M_{yx}) = 2\alpha \sqrt{e_p e_E} \frac{\pi}{l} \frac{dW(y)}{dy} \cos \frac{\pi x}{l}$$

pour l'emploi pratique, il est avantageux d'exprimer cette différence des moments par la relation

$$(M_{xy} - M_{yx})_m = 2 \alpha_m \frac{l}{\pi m} p_m \cos m \frac{\pi x}{l}$$

p_m est l'intensité du chargement $p(x) = p_m \sin \frac{m\pi x}{l}$ réparti sinusoidalement sur la parallèle à l'axe du pont d'excentricité: e .

α_m est le coefficient sans dimensions qui dépend :

- du paramètre de torsion: α
- du paramètre d'entretroisement θ
- de l'excentricité de la charge e
- de l'ordonnée y du point cherché

Connaissant la différence des moments de torsion dans les poutres et entretoises, nous pouvons calculer n'importe lequel de ces moments par les formules:

$$M_{xy} = \frac{\delta_P}{\delta_P + \delta_E} (M_{xy} - M_{yx}) ; \quad M_{yx} = -\frac{\delta_E}{\delta_P + \delta_E} (M_{xy} - M_{yx})$$

En remplaçant dans ces formules $(M_{xy} - M_{yx})$ par sa valeur on obtient:

$$M_{xy_m} = \frac{2\delta_P}{\delta_P + \delta_E} \tau_{\alpha m} \frac{l}{\pi m} p_m \cos \frac{m\pi x}{l}$$

$$M_{yx_m} = -\frac{2\delta_E}{\delta_P + \delta_E} \tau_{\alpha m} \frac{l}{\pi m} p_m \cos \frac{m\pi x}{l}$$

Remarque: les charges appliquées aux ponts n'étant généralement pas sinusoïdales on les développe donc en SERIES de FOURRIER.

$$p(x) = \sum_{m=1}^{\infty} p_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

Ce qui nous donne pour les moments de torsion

$$M_{xy} = \frac{2\delta_P}{\delta_P + \delta_E} \cdot \frac{l}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} p_m \tau_{\alpha m} \cos \frac{m\pi x}{l}$$

$$M_{yx} = \frac{-2\delta_E}{\delta_P + \delta_E} \cdot \frac{l}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} p_m \tau_{\alpha m} \cos \frac{m\pi x}{l}$$

On voit d'après les 2 formules ci-dessus que la section de pont critique du point de vue torsion est la section $x=0$

pour laquelle $\cos \frac{m\pi x}{l} = 1$ quel que soit m .

MOMENTS de TORSION dans la plaque ORTHOTROPE.

Les relations établies au chapitre précédent sont valables pour les grillages dont les rigidités sont distribuées continûment sur la largeur et la longueur. Par contre il est recommandé de considérer les constructions à dalles comme des plaques orthotropes.

Dans ce cas nous avons $\delta_p = \delta_E = \delta$

Et les moments de torsion sont égaux dans les deux sens et valent:

$$M_{xy} = -M_{yx} = \frac{l}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} p_m \tau_{\alpha m} \cos \frac{m\pi x}{l}$$

$\tau_{\alpha m}$ = Coefficient correspondant aux paramètres $[\alpha]$ et $[m\theta]$

p_m = Coefficients du développement en SÉRIE de FOURRIER du chargement; Ces coefficients ont déjà été déterminé pour les différents cas de chargement dans le paragraphe correspondant à la flexion transversale ces coefficients gardent ici la même signification

REMARQUE:

MASSONNET a trouvé, en calculant les coefficients τ_{α} pour différentes valeurs de α entre 0 et 1, que pour déterminer l'expression générale de τ_{α} on pouvait employer la relation simple:

$$\tau_{\alpha} = \tau_1 \sqrt{\alpha}$$

BARÈS a calculé et consigné dans des tableaux les valeurs des lignes d'influence de τ_1 ($\alpha=1$) aux points :

$y = 0, \frac{b}{4}, \frac{b}{2}, \frac{3b}{4}, b$ pour l'excentricité de la charge

$e = -b, -\frac{3b}{4}, -\frac{b}{2}, -\frac{b}{4}, 0, \frac{b}{4}, \frac{b}{2}, \frac{3b}{4}, b$ pour $0 \leq \theta \leq 5$

par lignes d'influence des moments de torsion, on entend les lignes représentant, pour des valeurs déterminées des paramètres d'entretoisement θ et de torsion α et pour une certaine valeur de y , la variation de τ en tant que fonction de l'excentricité de la charge e .

REMARQUE La section critique du point de vue torsion dans le pont-dalle est la section $x=0$.

d'où

$$M_{xy}(0,y) = -M_{yx}(0,y) = \frac{l}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} P_m \tau_{\alpha m}$$

Pour des calculs approchés on considère le premier terme de la SÉRIE. [les efforts qui en seront calculés seront surestimés]

Pour des calculs plus précis il convient de considérer les 3 ; 4 ou 5 premiers termes de la Série

Dans mon cas je considérerai les 3 premiers termes

$$M_{xy}(0,y) = -M_{yx}(0,y) = \frac{l}{\pi} \left[P_1 \tau_{\alpha_1} + \frac{1}{2} P_2 \tau_{\alpha_2} + \frac{1}{3} P_3 \tau_{\alpha_3} \right]$$

dans cette formule :

τ_{α_1} est le coefficient correspondant au paramètre θ

τ_{α_2} " " " " " " " 2θ

τ_{α_3} " " " " " " " 3θ

Particularités à observer dans l'application de la MÉTHODE de GUYON-MASSONNET aux CONSTRUCTIONS CONTINUES

Les formules de Coefficient de répartition transversale, établies pour les constructions simplement appuyées perdent leur validité en cas de constructions continues ou élastiquement ou rigidement encastrées.

Cela est dû au fait que si, par exemple, une travée d'une poutre continue est soumise à un chargement, les flèches de cette travée sont plus faibles que celles d'une poutre simplement appuyée et de même moment d'inertie. Il en résulte une autre répartition transversale.

Pour mon cas d'un pont continu sur 3 appuis dont les 2 travées sont de même longueur l on se contente d'adopter une valeur moyenne adéquate du paramètre d'entretoisement comprise dans l'intervalle:

$$\theta_1 = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{e_p}{e_e}} < \theta < 1,25 \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{e_p}{e_e}} = \theta_2$$

Pour trouver cette valeur on découpe dans le tablier-dalle une bande de largeur (1m) qu'on va assimiler à une poutre continue sur 3 appuis. Le moment d'inertie de cette poutre est:

$$I = 1 \times \frac{d^3}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} d \text{ en m} \\ I \text{ en m}^4 \end{array} \right.$$

Ensuite on remplace cette poutre continue réelle de

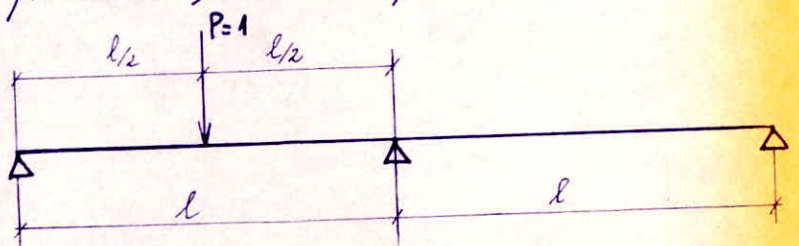
moment d'inertie I_p par une poutre fictive à une travée de portée: l , posée sur 2 appuis simples, qui ait une rigidité I_p^* augmentée de façon à obtenir dans les deux cas la même flèche au milieu de la travée, pour un chargement déterminé.

Les deux ingénieurs allemands "LEONHARDT et SATTLER" proposent de réaliser l'égalité des flèches pour une charge concentrée au milieu d'une travée.

Par ce procédé simple, il est possible d'étendre le domaine d'emploi des tableaux et diagrammes pour les coefficients de répartition k, μ, τ, \dots

Si la déformée, d'une poutre continue, au milieu de la travée est:

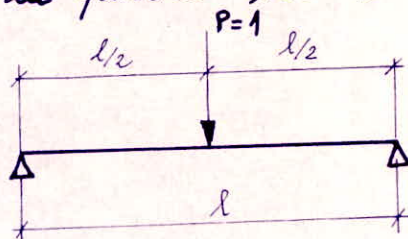
$$w_s = \frac{1}{C} \frac{l^3}{EI_p}$$



sous une charge unitaire appliquée en cet endroit.

Et la déformée d'une poutre simplement appuyée et idéalisée au milieu de la portée sous une charge $P=1$ est:

$$w_p = \frac{1}{48} \frac{l^3}{EI_p^*}$$



On obtient en égalant les deux valeurs w_s et w_p .

$$I_p^* = \frac{C}{48} I_p = \gamma I_p$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{C}{48}$$

$$\text{avec } e_p^* = \gamma e_p$$

Si nous remplaçons dans la formule générale du coefficient d'entrecroisement on obtient :

$$\theta^* = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{e_p^*}{e_e}} = \left(\frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{e_p}{e_e}} \right) \sqrt[4]{\gamma}$$

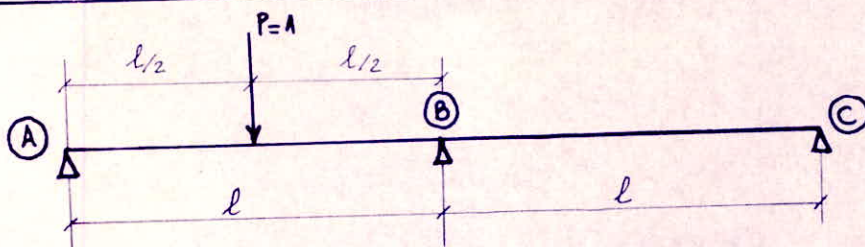
$$\boxed{\theta^* = \theta \sqrt[4]{\gamma}}$$

Si nous remplaçons dans la formule générale du coefficient de torsion on obtient

$$\alpha^* = \frac{\delta_p + \delta_e}{2\sqrt{e_p^* e_e}} = \frac{\delta_p + \delta_e}{2\sqrt{\gamma e_p e_e}} = \left(\frac{\delta_p + \delta_e}{2\sqrt{e_p e_e}} \right) \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

$$\boxed{\alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}}}$$

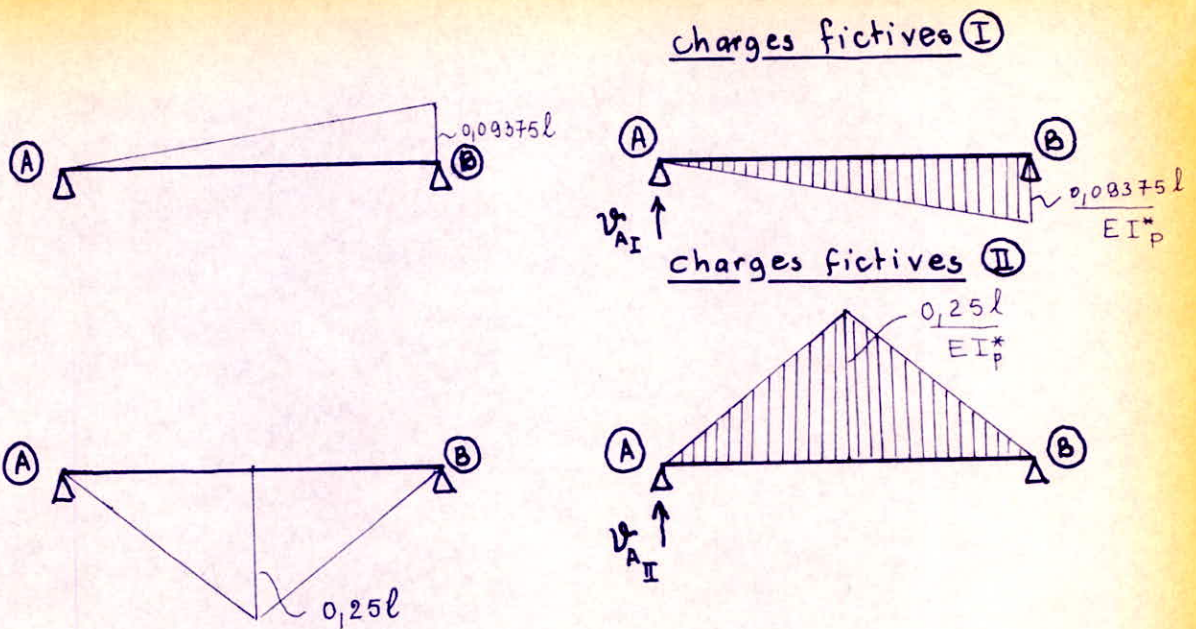
Calcul de la Flèche au centre de la travée d'une poutre continue sur 3 appuis chargée par une charge unitaire $P=1$ au centre de la travée.



on trace d'abord le diagramme des moments de la travée AB. Le moment sur appui M_B vaut : $M_B = -\frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$
avec $\xi = \frac{l}{2} \Rightarrow M_B = -\frac{l}{2} \frac{(l^2 - \frac{l^2}{4})}{4l^2}$

$$M_B = -\frac{l}{8} \left(1 - \frac{1}{4} \right) = -\frac{3}{32} l = -0,09375 l$$

Le diagramme des moments sur la travée AB peut être obtenu en faisant la somme des deux diagrammes suivants :



Dans l'idée d'utiliser la méthode des charges fictives pour le calcul de la déformée en $x = \frac{l}{2}$ j'inverse les diagrammes des moments en divisant leurs valeurs par EI_p^* et je les considère cette fois comme des diagrammes de charges (à droite)

* Calcul des réactions fictives:

$$v_{A_I} \cdot l + \frac{0,09375 l^3}{6 EI_p^*} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{A_I} = -\frac{0,09375 l^2}{6 EI_p^*}$$

$$v_{A_{II}} = \frac{0,25 l}{EI_p^*} \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad v_{A_{II}} = \frac{0,25 l^2}{4 EI_p^*}$$

* Calcul de la flèche en $x = \frac{l}{2}$ sous les charges fictives (I)

$$W_{S_I} = v_{A_I} \frac{l}{2} + \frac{0,09375 l}{EI_p^*} \times \frac{1}{l} \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \frac{l}{2}$$

$$W_{S_I} = -\frac{0,09375 l^3}{12 EI_p^*} + \frac{0,09375 l^3}{48 EI_p^*} = -\frac{0,09375 l^3}{16 EI_p^*}$$

$$W_{S_I} = -\frac{0,09375 l^3}{16 EI_p^*}$$

* calcul de la flèche en $x = \frac{l}{2}$ sous les charges fictives (II)

$$w_{sII} = \frac{1}{4} \frac{l}{2} - \frac{0,25l}{EI_p^*} \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{l}{2}$$

$$w_{sII} = \frac{0,25 l^2 \times \frac{l}{2}}{4 EI_p^*} - \frac{0,25 l^3}{24 EI_p^*} = \frac{0,25 l^3}{8 EI_p^*} - \frac{0,25 l^3}{24 EI_p^*} = \frac{0,25}{12} \frac{l^3}{EI_p^*}$$

* Calcul de la flèche totale en $x = \frac{l}{2}$.

$$w_s = w_{sI} + w_{sII} = \left[-\frac{0,09375}{16} + \frac{0,25}{12} \right] \frac{l^3}{EI_p^*}$$

$$w_s = \frac{-3 \cdot 0,09375 + 4 \cdot 0,25}{48} \frac{l^3}{EI_p^*}$$

$$w_s = \frac{1}{48} \times \frac{l^3}{EI_p^*} = \frac{1}{66,783} \times \frac{l^3}{EI_p^*}$$

-3 · 0,09375 + 4 · 0,25

la flèche w_s est bien de la forme $w_s = \frac{1}{c} \frac{l^3}{EI_p^*}$
par identification on déduit la valeur du coefficient c :

$$c = 66,783$$

d'où la valeur du coefficient γ :

$$\gamma = \frac{c}{48} = \frac{66,783}{48} = 1,391$$

$$\gamma = 1,391$$

Valeur du coefficient d'entretroisement θ^* pour mon projet

$$\theta^* = \theta \sqrt[4]{\gamma} \quad \text{or dans le cas d'un pont dalle on}$$

$$\text{sait que } \theta = \frac{b}{l}; \text{ par conséquent: } \theta^* = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\gamma}$$

$$\theta^* = \frac{b}{l} \sqrt[4]{1,391} = 1,086 \frac{b}{l} \quad \text{avec } \begin{cases} b = 9,5 \text{ m} \\ l = 15,88 \text{ m} \end{cases}$$

$$\theta^* = 0,65$$

* Valeur du coefficient de Torsion α^* pour mon projet :

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt{I}}$$

or on sait que dans le cas d'un pont dalle $\alpha = 1$ donc:

$$\alpha^* = \frac{1}{\sqrt{1,391}} = 0,848$$

Remarque:

Dans le paragraphe de la flexion longitudinale nous avons vu que l'effort E en un point (x,y) s'obtient par:

$$E(x,y) = E_{x \text{ moyen}} \times K(y)$$

$$\text{et } E_{x \text{ moyen}} = \frac{E_{x \text{ total}}}{2b}$$

Il faut donc à chaque fois dans la section x considérée du pont calculer $E_{x \text{ total}}$ (l'effort total pour tout le pont) si $K(y) \neq 1$. Dans le cas où $K(y) = 1$ [nous verrons ultérieurement que c'est le cas : - sous le poids propre - sous les tassements d'appuis

on raisonnera alors directement sur une bande de 1m. pour calculer ces efforts $E_{x \text{ moyen}}$ nous avons besoin de tracer les lignes d'influences

- des moments flechissants dans une section "s" située à la distance [a] de l'appui (A).
- des efforts tranchants dans les sections immédiatement à droite de l'appui (A) $\rightarrow T_A$ immédiatement à gauche de l'appui (B) $\rightarrow T_B$
- des réactions d'appui intermédiaire (B) $\rightarrow R_B$

pour la réaction R_A elle est à chaque fois égale à T_A

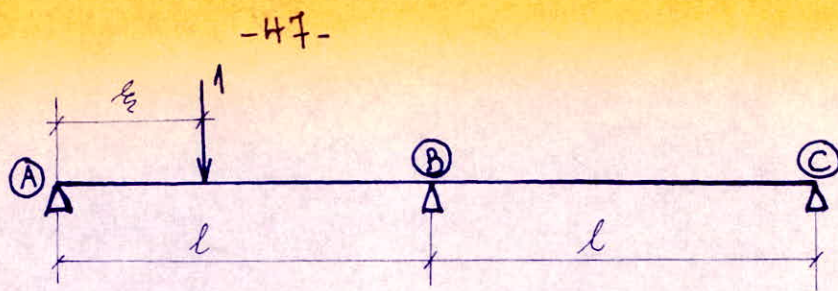
LIGNES D'INFLUENCE

Ligne d'influence des MOMENTS sur appui intermédiaire (B)

En vue de tracer la ligne d'influence des moments sur appui intermédiaire (B) on considère une charge concentrée unitaire ($P=1$) dont le point d'application sur la travée AB est situé à la distance ξ de l'appui (A), on calcul ensuite, par la formule des 3 moments, le moment sur appui (B). La valeur obtenue du moment sera évidemment une fonction de ξ : $M_B = f(\xi)$. On trace la courbe $M_B = f(\xi)$ en faisant varier ξ de 0 à l . Cette courbe est la ligne d'influence des moments sur appui (B) lorsque la charge unitaire se trouve sur la travée AB.

Remarque : Le pont étudié étant constitué de 2 travées AB et BC de portées identiques, la ligne d'influence des moments sur appui intermédiaire (B) lorsque la charge unitaire se trouve entre (B) et (C) est symétrique de la ligne d'influence des moments sur appui (B) quand la charge se trouve entre (A) et (B) par rapport à un axe vertical passant par l'appui (B).

Il suffira donc de tracer une moitié de cette ligne d'influence, et l'autre moitié sera obtenue par symétrie.



Formule des 3 moments:

$$M_A \cdot l + 2M_B(l+l) + M_C l = -\frac{6}{l} \int_0^l M_{AB} x dx - \frac{6}{l} \int_0^l M_{BC}(l-x) dx \quad (1)$$

$$M_A = 0 \quad \text{et} \quad M_C = 0$$

M_{AB} = équation du moment fléchissant sur la travée AB supposé isostatique et isolé

M_{BC} = équation du moment fléchissant sur la travée BC supposé isostatique et isolé

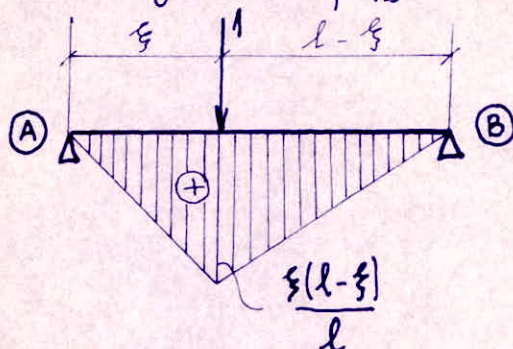
la travée BC n'étant pas chargée on a : $M_{BC} = 0$

il s'ensuit que : $\int_0^l M_{AB} x dx$ est le moment statique par rapport à l'appui (A) de l'aire du diagramme des moments fléchissants (M_{AB}) de la travée AB supposé isostatique et isolé

S'équation (1) devient alors:

$$4l M_B = -\frac{6}{l} \int_0^l M_{AB} x dx. \quad (2)$$

Tracé du diagramme M_{AB} :



Calcul de $S_A = \int_0^l M_{AB} x dx$

moment statique par rapport à l'appui (A)

$$S_A = \int_0^l M_{AB} x dx = \frac{\xi(l-\xi)}{l} \cdot \frac{\xi}{2} \cdot \frac{2}{3} \xi + \frac{\xi(l-\xi)}{l} \cdot \frac{(l-\xi)}{2} \cdot \left[\frac{\xi}{3} + \frac{1}{3}(l-\xi) \right]$$

$$S_A = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \left[\frac{2}{3} \xi^2 + (l-\xi) \left[\frac{\xi}{3} + \frac{1}{3}(l-\xi) \right] \right]$$

$$S_A = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \left[\frac{2}{3} \xi^2 + \frac{\xi}{3}(l-\xi) + \frac{1}{3}(l-\xi)^2 \right]$$

$$S_A = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \left[\frac{2}{3} \xi^2 + \frac{\xi}{3} l - \frac{\xi^2}{3} + \frac{1}{3}(l^2 - 2l\xi + \xi^2) \right]$$

$$S_A = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \left[\frac{2}{3} \xi^2 + \frac{\xi}{3} l - \frac{\xi^2}{3} + \frac{1}{3} l^2 - \frac{2}{3} l\xi + \frac{1}{3} \xi^2 \right]$$

$$S_A = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \left[\frac{1}{3} \frac{\xi}{l} l + \frac{1}{3} l^2 \right] = \frac{\xi(l-\xi)}{2l} \cdot \frac{l}{3} (l+\xi)$$

$$S_A = \frac{\xi}{6} (l^2 - \xi^2)$$

Or nous avons vu d'après la formule des 3 moments

$$4l \cdot M_B = -\frac{6}{l} \cdot S_A \Rightarrow M_B = -\frac{3}{2l^2} S_A$$

$$\Rightarrow M_B = -\frac{3}{2l^2} \frac{\xi}{6} (l^2 - \xi^2) = -\frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$$

$$M_B = -\frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$$

avec $0 \leq \xi \leq l$

en posant $\xi = \alpha l$, l'égalité précédente devient:

$$M_B = -\frac{\alpha l (l^2 - \alpha^2 l^2)}{4l^2} = -\frac{\alpha l^3 (1 - \alpha^2)}{4l^2} = -\frac{\alpha l (1 - \alpha^2)}{4}$$

$$M_B = -\frac{\alpha l (1 - \alpha^2)}{4}$$

avec $0 \leq \alpha \leq 1$

Valeur de α pour laquelle M_B est maximum :

il suffit de trouver α pour lequel $\frac{dM_B}{d\alpha} = 0$

$$\frac{dM_B}{d\alpha} = -\frac{l}{4} (1 - 3\alpha^2)$$

$$\frac{dM_B}{d\alpha} = 0 \iff 1 - 3\alpha^2 = 0 \iff \alpha^2 = \frac{1}{3} \iff \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58$$

Pour calculer les ordonnées de la ligne d'influence j'ai établi le Programme suivant exploitable sur calculatrice "HP25" qui permet de me donner ces ordonnées aux abscisses $[0; (0,05); (0,1); (0,15); (0,20); (0,25); (0,30) \dots (0,75); (0,80); (0,85); (0,90); (0,95); (1)] \times l$ de l'appui (A) quand la force unitaire se trouve entre (A) et (B) et donc à ces mêmes abscisses de l'appui (C) quand la force unitaire se trouve entre (B) et (C).

01	RCL0	09	X	17	GT019
02	gx ²	10	CHS	18	R/S
03	CHS	11	4	19	0
04	1	12	÷	20	.
05	+	13	f Pause	21	0
06	RCL0	14	1	22	5
07	X	15	RCL0	23	ST0+0
08	RCL1	16	f x < y	24	GT001

Exploitation du programme

0. ST00

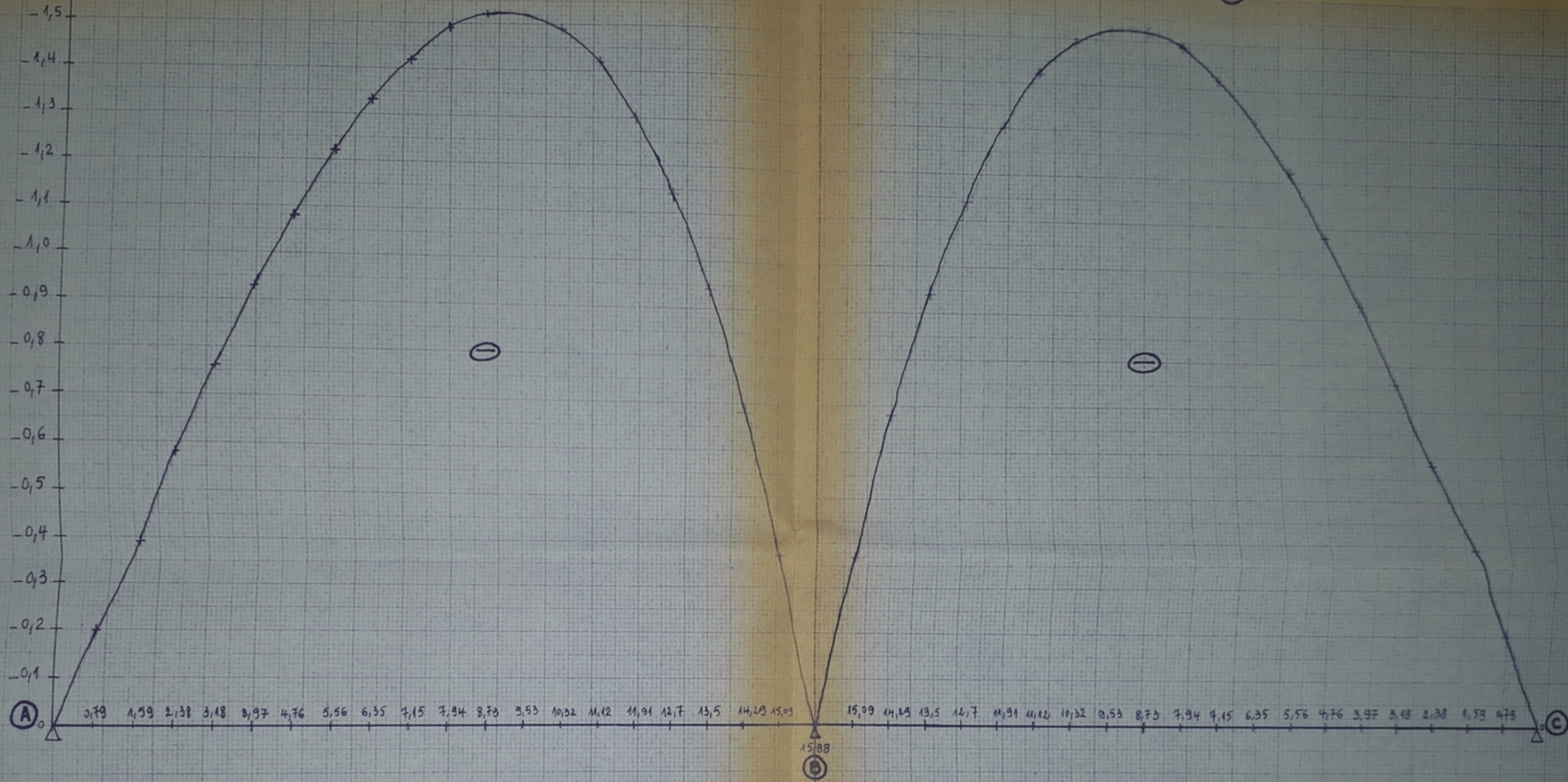
l. ST01

Dans mon cas la portée brisée d'une travée du pont vaut:

$$l = 15,88 \text{ m}$$

Ses ordonnées η de la ligne d'influence des moments sur appui (B) sont rassemblés dans un tableau:

Ligne d'influence des Moments sur appui intermédiaire: (B)



\tilde{M}	0	-0,20	-0,39	-0,58	-0,76	-0,93	-1,08	-1,22	-1,33	-1,42	-1,49	-1,52	-1,52	-1,49	-1,42	-1,30	-1,14	-0,94	-0,68	-0,37	0
x	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,36	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	l

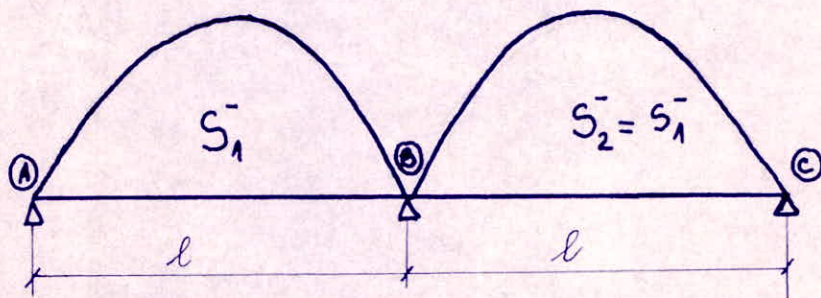
PB 01979
après p. 49

Aire de la ligne d'influence des moments sur appui intermédiaire: (B)

Nous avons déjà trouvé l'équation donnant le moment sur appui (B).

ξ : a la même signification que précédemment

Nous avons vu que la ligne d'influence a l'allure suivante:



on se propose de calculer: S_1^-

et ensuite $S^- = 2S_1^-$ grâce à la symétrie

Calcul de S_1^-

S_1^- sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq l$

Nous avons déjà trouvé:

$$M_B = -\frac{\xi}{4l^2} (l^2 - \xi^2) \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq l$$

en posant $\xi = \alpha l$ cette équation devient:

$$M_B = -\frac{\alpha l (1 - \alpha^2)}{4} \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S_1^- de ce tronçon de courbe est donnée par:

$$S_1^- = \int_0^l M_B d\xi = \int_0^1 M_B l d\alpha = l \int_0^1 M_B d\alpha$$

$$S_1^- = l \int_0^1 -\frac{\alpha l (1 - \alpha^2)}{4} d\alpha = -\frac{l^2}{4} \int_0^1 \alpha (1 - \alpha^2) d\alpha$$

$$S_1^- = -\frac{l^2}{4} \int_0^1 (\alpha - \alpha^3) d\alpha = -\frac{l^2}{4} \left[\frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} \right]_0^1 = -\frac{l^2}{4} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right]$$

$$S_1^- = -\frac{l^2}{16}$$

L'aire totale de la ligne d'influence des moments sur appui intermédiaire (B) vaut:

$$S^- = 2 S_1^- = -\frac{l^2}{8}$$

Dans mon cas la portée d'une travée du pont vaut:

$$l = 15,88 \text{ m}$$

d'où :

$S_1^- = -\frac{(15,88)^2}{16} = -15,76 \text{ m}^2$
$S^- = 2 S_1^- = -31,52 \text{ m}^2$

Remarque fondamentale: Il ressort clairement de ce qui précède que pour avoir le moment maximum négatif sur appui intermédiaire il faut surcharger au maximum les deux travées AB et BC.

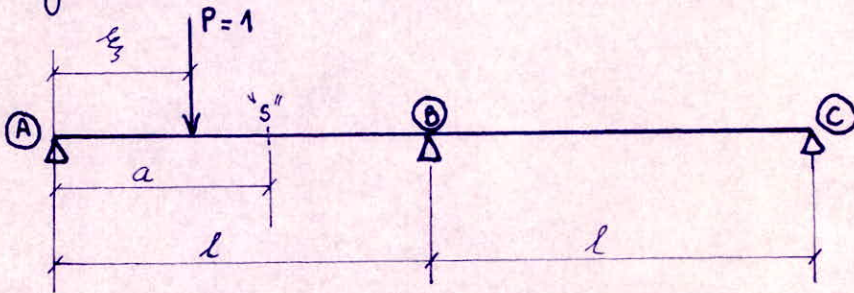
Dans mes calculs ultérieurs du moment sur appui intermédiaire il sera fait usage de cette remarque. Dans le cas où les surcharges à placer sont ponctuelles et en nombre limité [cas de BC par exemple] je m'arrangerai pour placer les charges les plus lourdes au droit des ordonnées les plus importantes de la ligne d'influence.

Ligne d'influence des moments en travée AB

Nous cherchons à déterminer le moment fléchissant dans une section "s" située à la distance : a de l'appui (A). Pour ce faire on fait déplacer une force unitaire $P=1$. Nous devons distinguer 3 cas.

1^{er} Cas

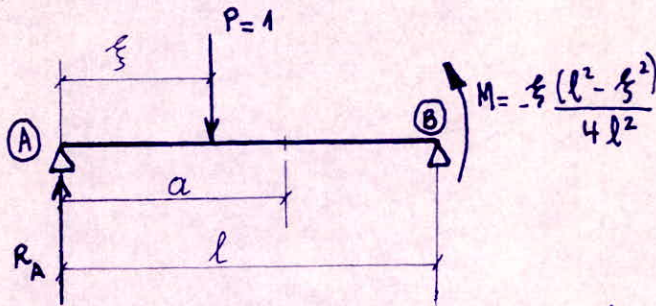
La charge unitaire ($P=1$) se trouve sur la travée AB et à gauche de la section "s".



Nous avons déjà trouvé en appliquant la formule des 3 moments

$$M_B = - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$$

on peut donc isoler la travée hyperstatique AB et la remplacer par la travée isostatique et le chargement équivalent suivants:



$$\sum (M)/_B = R_A l - 1(l - \xi) + \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^2} = 0$$

$$R_A = \frac{l - \xi}{l} - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

Le moment dans la section "s" est donné alors par l'expression

$$M_S = R_A \cdot a - 1(a - \xi) \quad -54-$$

$$M_S = \left(\frac{l - \xi}{l} - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3} \right) a - (a - \xi) \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq a$$

en posant $\xi = \alpha l$ l'expression précédente devient

$$M_S = \left(\frac{l - \alpha l}{l} - \frac{\alpha l(l^2 - \alpha^2 l^2)}{4l^3} \right) a - (a - \alpha l)$$

$$M_S = \left[1 - \alpha - \frac{\alpha}{4}(1 - \alpha^2) \right] a - a + \alpha l$$

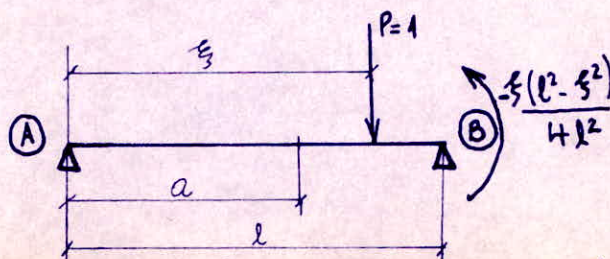
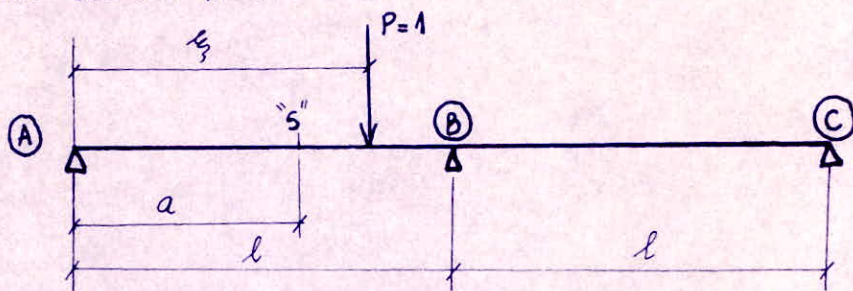
$$M_S = a - \alpha a - \frac{\alpha a}{4}(1 - \alpha^2) - a + \alpha l = -\frac{\alpha a}{4}(1 - \alpha^2) + \alpha(l - a)$$

$$M_S = +\frac{\alpha^3}{4}a - \frac{\alpha a}{4} + \alpha(l - a) = +\frac{\alpha^3}{4}a + \alpha\left(l - a + \frac{a}{4}\right)$$

$$M_S = +\frac{a}{4}\alpha^3 + \alpha\left(l - \frac{5a}{4}\right) \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq \frac{a}{l}$$

2^{ème} Cas:

La charge unitaire ($P=1$) se trouve sur la travée AB et à droite de la section "S"



de la même façon que précédemment on a transformé la travée hyperstatique

AB en une travée isostatique qui lui est équivalente.

cette fois, le moment dans la section "s" est donné par :

$$M_s = R_A \cdot a.$$

* Calcul de R_A :

$$\sum (M)/_B = R_A \cdot l - 1(l-\xi) + \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2} = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{l-\xi}{l} - \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

* Le moment dans la section "s" est alors : $M_s = R_A \cdot a$

$$M_s = \left[\frac{l-\xi}{l} - \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^3} \right] a \quad \text{avec } a \leq \xi \leq l.$$

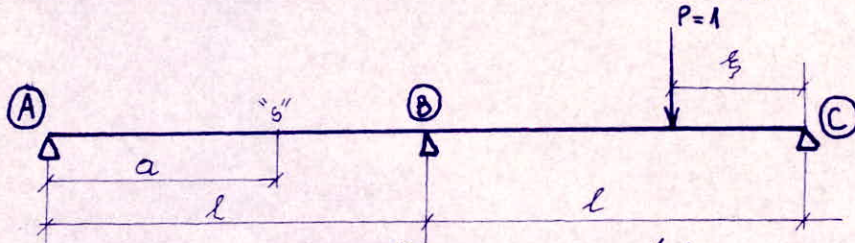
en posant $\xi = \alpha l$ l'expression précédente devient :

$$M_s = \left[\frac{l-\alpha l}{l} - \frac{\alpha l (l^2 - \alpha^2 l^2)}{4l^3} \right] a = \left[1-\alpha - \frac{\alpha}{4} (1-\alpha^2) \right] a = \left[1-\alpha - \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \right] a$$

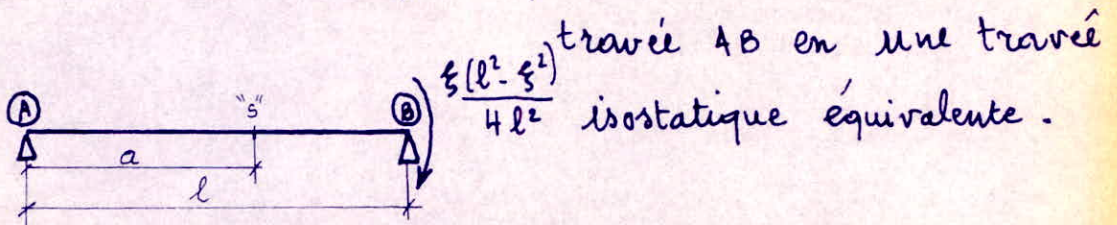
$$M_s = \left(1 - \frac{5\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \right) a \quad \text{avec } \frac{a}{l} \leq \alpha \leq 1$$

3ème Cas :

La charge unitaire ($P=1$) se trouve sur la travée BC, son point d'application est à une distance ξ de l'appui ©



On peut de la même façon que précédemment isoler la



travée AB en une travée isostatique équivalente.

Écrivons l'équation d'équilibre $\sum (M)/_B = 0$

$$R_A \cdot l + \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

Le moment dans la section "s" vaut alors:

$$M_s = R_A \cdot a$$

$$M_s = - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3} \cdot a$$

avec $0 \leq \xi \leq l$

En posant $\xi = \alpha l$ cette expression devient:

$$M_s = - \frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{4} \cdot a$$

avec $0 \leq \alpha \leq 1$

Remarques: 1°) Dans ce troisième cas M_s sera maximum pour la valeur de α solution de $\frac{dM_s}{d\alpha} = 0$

$$\frac{dM_s}{d\alpha} = - \frac{a}{4} (1 - 3\alpha^2) = 0 \iff \alpha^2 = \frac{1}{3} \iff \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58$$

2°) En vue de calculer les ordonnées de la ligne d'influence des moments flechissants dans une section "s" située à la distance: a de l'appui (A) (la section considéré étant entre (A) et (B)) j'ai établi les 2 programmes suivants exploitables sur calculatrice de poche "HP 25".

— Le premier programme me donne les ordonnées de la ligne d'influence des moments dans la section "s" pour les abscisses suivantes: $[0,05); (0,10); (0,15); (0,20); (0,25); (0,30); (0,35); (0,40) \dots \dots \dots (0,85); (0,90); (0,95); (1,0)] \times l$ comptées à partir de l'appui (A)

— Le deuxième programme me donne les ordonnées de la ligne d'influence des moments dans la section "s" correspondant aux mêmes abscisses que précédemment, mais cette fois comptées à partir de l'appui (C).

Programme:1

01	RCL0	11	X	21	RCL0	31	.	41	1
02	3	12	5	22	$f_{x \gg y}$	32	0	42	$f_{x \gg y}$
03	$f_{y \neq}$	13	X	23	GT036	33	5	43	GT045
04	4	14	4	24	RCL4	34	ST0+0	44	GT047
05	÷	15	÷	25	RCL0	35	GT001	45	RCL5
06	RCL1	16	-	26	RCL2	36	RCL4	46	GT029
07	X	17	ST04	27	X	37	RCL1	47	R/S
08	3 NOP	18	RCL1	28	+	38	+		
09	RCL0	19	RCL2	29	fPause	39	ST05		
10	RCL1	20	÷	30	0	40	RCL0		

Exploitation

0. ST00

a. ST01

l. ST02

R/S

Programme:2

01	RCL0	07	÷	13	-	19	0
02	3	08	RCL0	14	fPause	20	.
03	f_{yx}	09	RCL1	15	1	21	0
04	RCL1	10	X	16	RCL0	22	5
05	X	11	4	17	$f_{x \gg y}$	23	ST0+0
06	4	12	÷	18	R/S	24	GT001

Exploitation:

0 ST00

a ST01

R/S

Ces deux programmes sont à validité universelle pour leur utilisation il suffit de connaître la position de la section "S" c'est à dire la distance: a, et de connaître la portée l identique pour les 2 travées. Ils me permettent de tracer les lignes d'influences pour $a = \frac{l}{4}$; $a = \frac{l}{2}$; $a = 3 \frac{l}{4}$.

Remarques:

- 10) La ligne d'influence des moments fléchissants dans une section "s" située sur la travée BC à une distance: a de l'appui © est symétrique par rapport à un axe vertical passant par l'appui ©, de la ligne d'influence des moments dans une section s' située sur la travée AB à la même distance a de l'appui A.
- 20) L'unité d'ordonnées des lignes d'influences est le mètre (m). Dans les calculs ultérieurs si les charges sont en tonnes (t) les moments obtenus seront en mètre-tonne (mt), si les charges sont exprimées en Kg, les moments seront en (m.Kg)

$l = 15,88 \text{ m}$
 $a = 3\frac{l}{4} = 11,91 \text{ m}$

(A)												
Σ	0,2	0,052	0,102	0,152	0,202	0,252	0,302	0,352	0,402	0,452	0,502	0,552
η	0	0,105	0,110	0,116	0,122	0,129	0,138	0,148	0,159	0,172	0,187	1,104
(B)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,28	-0,54	-0,70	-0,86	-0,98	-1,06	-1,12	-1,17	-1,21	-1,25	-1,29
(C)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,28	-0,54	-0,70	-0,86	-0,98	-1,06	-1,12	-1,17	-1,21	-1,25	-1,29

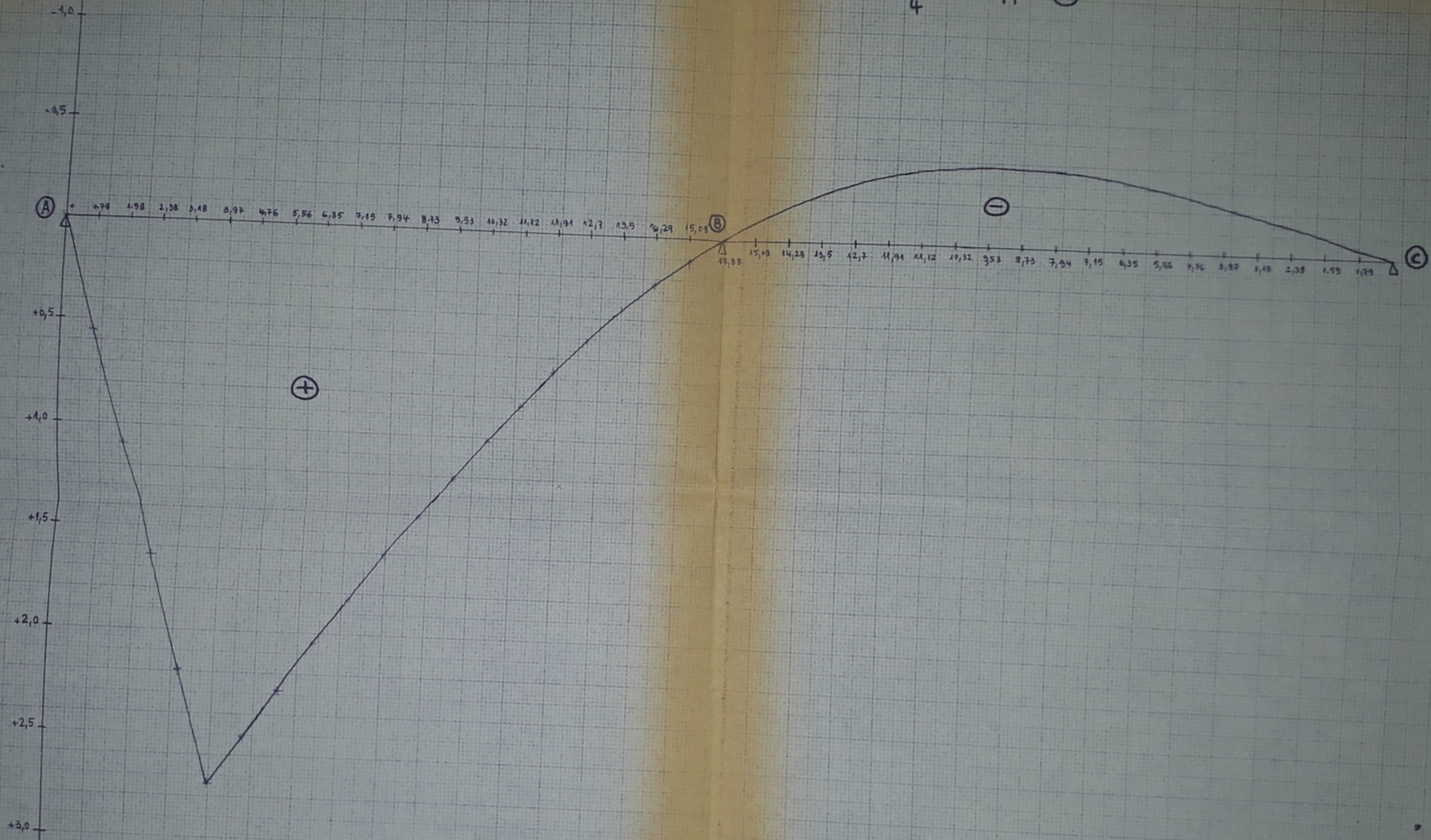
$l = 15,88 \text{ m}$
 $a = \frac{l}{2} = 7,94 \text{ m}$

(A)												
Σ	0,2	0,052	0,102	0,152	0,202	0,252	0,302	0,352	0,402	0,452	0,502	0,552
η	0	0,30	0,60	0,90	1,24	1,52	1,84	2,17	2,51	2,86	3,23	3,61
(B)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,18	-0,34	-0,47	-0,57	-0,65	-0,71	-0,75	-0,76	-0,76	-0,74	-0,71
(C)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,18	-0,34	-0,47	-0,57	-0,65	-0,71	-0,75	-0,76	-0,76	-0,74	-0,71

$l = 15,88 \text{ m}$
 $a = \frac{l}{4} = 3,97 \text{ m}$

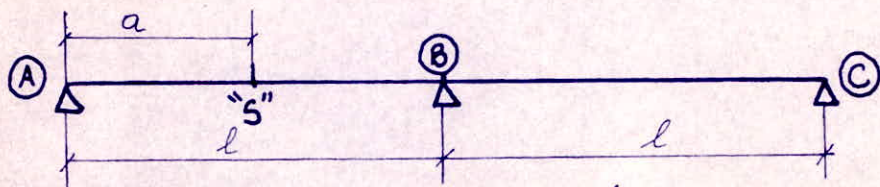
(A)												
Σ	0,2	0,052	0,102	0,152	0,202	0,252	0,302	0,352	0,402	0,452	0,502	0,552
η	0	0,55	1,09	1,64	2,19	2,74	2,54	2,28	2,05	1,83	1,64	1,44
(B)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,09	-0,17	-0,23	-0,29	-0,33	-0,35	-0,37	-0,38	-0,38	-0,37	-0,36
(C)												
Σ	0,2	0,1952	0,1902	0,1852	0,1802	0,1752	0,1702	0,1652	0,1602	0,1552	0,1502	0,1452
η	0	-0,09	-0,17	-0,23	-0,29	-0,33	-0,35	-0,37	-0,38	-0,38	-0,37	-0,36

Ligne d'influence des moments dans la section "S" située à $\frac{l}{4}$ de l'appui (A)



PB 01979
архив Р. 19

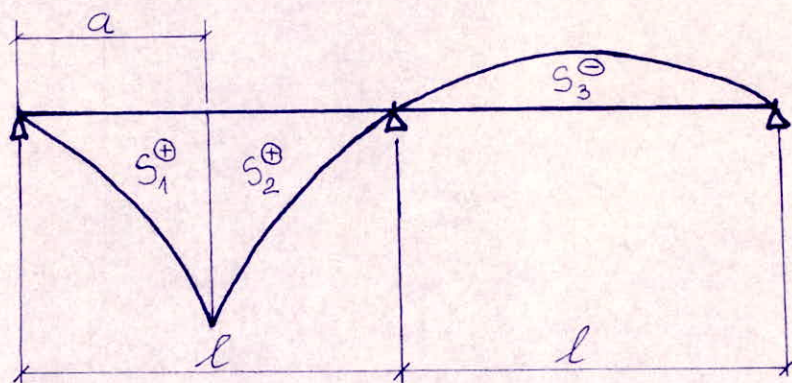
Aire de la ligne d'influence des moments dans une section "s" située à la distance: a de l'appui: (A)



Nous avons déjà trouvé les équations donnant le moment dans la section "s".

en appelant ξ la distance du point d'application de la force unitaire à l'appui (A) quand celle-ci se trouve entre (A) et (B). Et c'est la distance du point d'application de la force unitaire à l'appui (C) quand celle-ci se trouve entre (B) et (C)

Nous avons vu que la ligne d'influence a l'allure suivante:



Nous nous proposons de calculer les aires S_1^+ , S_2^+ et S_3^-

1°) Calcul de S_1^+ :

S_1^+ sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq a$

Nous avons déjà vu que pour cet intervalle de variation de ξ on avait :

$$M_s = \left[\frac{l - \xi}{l} - \frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3} \right] a - (a - \xi) \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq a$$

en posant $\xi = \alpha l$ cette équation devient:

$$M_s = + \frac{\alpha^3}{4} a + \alpha \left(l - \frac{5a}{4} \right) \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq \frac{a}{l}$$

L'aire S_1^+ de ce tronçon de Courbe est donnée par:

$$S_1^+ = \int_0^a M_s d\xi = \int_0^{a/l} M_s l d\alpha = l \int_0^{a/l} M_s d\alpha$$

$$S_1^+ = l \int_0^{a/l} \left[+ \frac{\alpha^3}{4} a + \alpha \left(l - \frac{5a}{4} \right) \right] d\alpha = l \left[+ \frac{a}{4} \left(\frac{\alpha^4}{4} \right) + \left(l - \frac{5a}{4} \right) \left(\frac{\alpha^2}{2} \right) \right]_0^{a/l}$$

$$S_1^+ = l \left[+ \frac{a}{16} \frac{a^4}{l^4} + \left(l - \frac{5a}{4} \right) \frac{a^2}{2l^2} \right] = + \frac{a^5}{16l^3} + \frac{a^2}{2l} \left(l - \frac{5a}{4} \right)$$

$$S_1^+ = \frac{a^2}{2l} \left[+ \frac{a^3}{8l^2} + l - \frac{5a}{4} \right]$$

J'ai établi le Programme suivant exploitable sur Calculatrice de Poche "HP25" qui me donne S_1^+ pour l et a donnés

01	RCL0	07	8	13	4	19	gx^2
02	3	08	÷	14	÷	20	RCL1
03	$f y^x$	09	gNOP	15	5	21	÷
04	RCL1	10	RCL1	16	X	22	2
05	gx^2	11	+	17	-	23	÷
06	÷	12	RCL0	18	RCL0	24	X

exploitation du programme
a STO 0
l STO 1
R/S

2°) Calcul de S_2^+ : -65-

S_2^+ sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $a \leq \xi \leq l$

Nous avons déjà vu que pour cet intervalle de variation de ξ on avait:

$$M_s = \left[\frac{(l-\xi)}{l} - \frac{\xi(l-\xi^2)}{4l^3} \right] a \quad \text{avec } a \leq \xi \leq l$$

en posant $\xi = \alpha l$ cette équation devient:

$$M_s = \left[1 - \frac{5\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \right] a \quad \text{avec } \frac{a}{l} \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S_2^+ de ce tronçon de courbe est donnée par:

$$S_2^+ = \int_a^l M_s d\xi = \int_{a/l}^1 M_s l d\alpha = l \int_{a/l}^1 M_s d\alpha$$

$$S_2^+ = l \int_{a/l}^1 \left(1 - \frac{5\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \right) a d\alpha = al \int_{a/l}^1 \left(1 - \frac{5\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \right) d\alpha$$

$$S_2^+ = al \left[\alpha - \frac{5\alpha^2}{4 \cdot 2} + \frac{\alpha^4}{4 \cdot 4} \right]_{a/l}^1 = al \left[1 - \frac{5}{8} + \frac{1}{16} \right.$$

$$\left. - \frac{a}{l} + \frac{5}{8} \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{16} \frac{a^4}{l^4} \right] = al \left[\frac{7}{16} - \frac{a}{l} + \frac{5}{8} \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{16} \frac{a^4}{l^4} \right]$$

$$S_2^+ = al \left[\frac{7}{16} - \frac{a}{l} + \frac{5}{8} \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{16} \frac{a^4}{l^4} \right]$$

J'ai établi le programme suivant exploitable sur Calculatrice de poche "HP25" qui me permet d'obtenir S_2^+ pour différentes valeurs de a et de l .

01	RCL0	10	÷	19	÷	28	1
02	4	11	RCL0	20	-	29	6
03	f y ^x	12	g x ²	21	RCL0	30	÷
04	RCL1	13	RCL1	22	RCL1	31	RCL2
05	4	14	g x ²	23	÷	32	-
06	f y ^x	15	÷	24	+	33	RCL0
07	÷	16	5	25	STO2	34	X
08	1	17	X	26	7	35	RCL1
09	6	18	8	27	ENTER	36	X

Exploitation du
programme
a STO 0
l STO 1
R/S

3°) Calcul de S_3^- :

S_3^- sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq l$, dans ce cas la force unitaire est sur l'autre travée c'est à dire entre (B) et (C). Nous avons déjà vu que dans ce cas on avait: $M_s = -\frac{\xi(l^2 - \xi^2)}{4l^3} a$ avec $0 \leq \xi \leq l$.

en posant $\xi = \alpha l$ cette équation devient:

$$M_s = -\frac{\alpha(1-\alpha^2)}{4} a \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S_3^- de ce tronçon de courbe est donnée par

$$S_3^- = \int_0^l M_s d\xi = \int_0^1 M_s l d\alpha = l \int_0^1 M_s d\alpha$$

$$S_3^- = l \int_0^1 -\frac{\alpha(1-\alpha^2)}{4} a d\alpha = -\frac{al}{4} \int_0^1 (\alpha - \alpha^3) d\alpha$$

$$S_3^- = -\frac{al}{4} \left[\frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} \right]_0^1 = -\frac{al}{4} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = -\frac{al}{4} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{al}{16} = S_3^-$$

4°) Calcul des aires pour des valeurs particulières de a et pour $l = -67$.

1^{er} cas:

$$l = 15,88 \text{ m}$$

$$a = \frac{l}{4} = 3,97 \text{ m}$$

Le Programme de S_1^+ me donne :

$$S_1^+ = 5,43 \text{ m}^2$$

Le Programme de S_2^+ me donne :

$$S_2^+ = 14,27 \text{ m}^2$$

La formule de S_3^- me donne :

$$S_3^- = -\frac{al}{24} = -2,63 \text{ m}^2$$

$$\text{on pose } S^+ = S_1^+ + S_2^+ \rightarrow S^+ = 19,70 \text{ m}^2$$

$$S^- = S_3^- \rightarrow S^- = -2,63 \text{ m}^2$$

$$\text{on appelle } S \text{ la somme de } S^+ \text{ et de } S^- \rightarrow S = 17,07 \text{ m}^2$$

2^{ème} Cas

$$l = 15,88 \text{ m}$$

$$a = \frac{l}{2} = 7,94 \text{ m}$$

$$S_1^+ = 12,31 \text{ m}^2$$

$$S_2^+ = 11,33 \text{ m}^2$$

$$S_3^- = -5,25 \text{ m}^2$$

$$S^+ = S_1^+ + S_2^+$$

$$S^+ = 23,64 \text{ m}^2$$

$$S^- = S_3^-$$

$$S^- = -5,25 \text{ m}^2$$

$$S = S^+ + S^-$$

$$S = 18,39 \text{ m}^2$$

3^{ème} Cas:

$$l = 15,88 \text{ m}$$

$$a = 3\frac{l}{4} = 11,91 \text{ m}$$

$$S_1^+ = 8,17 \text{ m}^2$$

$$S_2^+ = 3,65 \text{ m}^2$$

$$S_3^- = -7,88 \text{ m}^2$$

$$S^+ = 11,82 \text{ m}^2$$

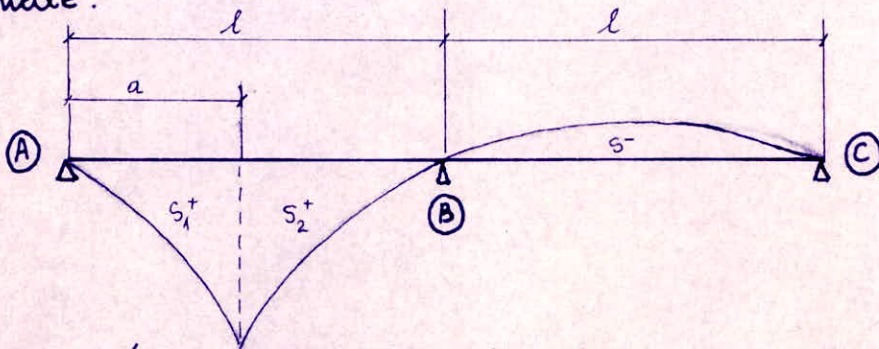
$$S^- = -7,88 \text{ m}^2$$

$$S = S^+ + S^-$$

$$S = 3,94 \text{ m}^2$$

Recherche de la section dangereuse

La section dangereuse est la section pour laquelle la ligne d'influence des moments flechissants a une aire positive maximale.



Nous avons déjà calculé en fonction de a les aires \$S_1^+\$ et \$S_2^+\$

$$S_1^+ = \frac{a^2}{2l} \left[\frac{a^3}{8l^2} + l - \frac{5a}{4} \right]$$

$$S_2^+ = al \left[\frac{7}{16} - \frac{a}{l} + \frac{5}{8} \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{16} \frac{a^4}{l^4} \right]$$

l'aire positive totale vaut donc:

$$S^+ = S_1^+ + S_2^+ = \frac{a^2}{2l} \left[\frac{a^3}{8l^2} + l - \frac{5a}{4} \right] + al \left[\frac{7}{16} - \frac{a}{l} + \frac{5}{8} \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{16} \frac{a^4}{l^4} \right]$$

$$S^+ = \frac{a^5}{16l^3} + \frac{a^2}{2} - \frac{5a^3}{8l} + \frac{7al}{16} - a^2 + \frac{5}{8} \frac{a^3}{l} - \frac{1}{16} \frac{a^5}{l^3}$$

\$S^+ = -\frac{a^2}{2} + \frac{7al}{16}\$ la valeur de [a] qui rend cette section maximale est donnée par la résolution de l'équation

$$\frac{dS^+}{da} = 0 \Leftrightarrow -a + \frac{7l}{16} = 0 \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{7l}{16}}$$

Conclusion: la section dangereuse en travée AB est la section "S" située à la distance \$a = \frac{7l}{16}\$ de l'appui (A)

Nous allons à nouveau calculer les ordonnées de la ligne d'influence des moments dans la section dangereuse "S".

Ligne d'influence des Moments dans la section dangereuse

"S" qui est située à: $\frac{7}{16} l \approx 0,44 l$ de l'appui (A).

L'exploitation des programmes 1 et 2 de la page, (qui sont à validité universelle), pour: $\begin{cases} l = 15,88 \text{ m} \\ a = \frac{7}{16} l = 6,95 \text{ m} \end{cases}$

me donne les ordonnées de la ligne d'influence en question. Les résultats sont récapitulés dans un tableau, et cette ligne d'influence est tracée d'après ce tableau. [voir pages suivantes]

AIRE de La Ligne d'influence des Moments dans la Section dangereuse:

1°) Calcul de S^+ = $S_1^+ + S_2^+$

Nous avons trouvé précédemment dans le cas général:

$$S^+ = -\frac{a^2}{2} + \frac{7al}{16}$$

pour $a = \frac{7}{16} l$ on aura:

$$S^+ = -\frac{1}{2} \left(\frac{7}{16} l\right)^2 + \frac{7l}{16} \cdot \frac{7}{16} l = -\frac{1}{2} \left(\frac{7}{16}\right)^2 l^2 + \left(\frac{7}{16}\right)^2 l^2$$

$$S^+ = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{16}\right)^2 l^2$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S^+ = 24,13 \text{ m}^2$$

2°) Calcul de S^-

Nous avons déjà trouvé la formule générale de S^-

$$S^- = -\frac{al}{24}$$

et pour $a = \frac{7}{16} l$ on aura:

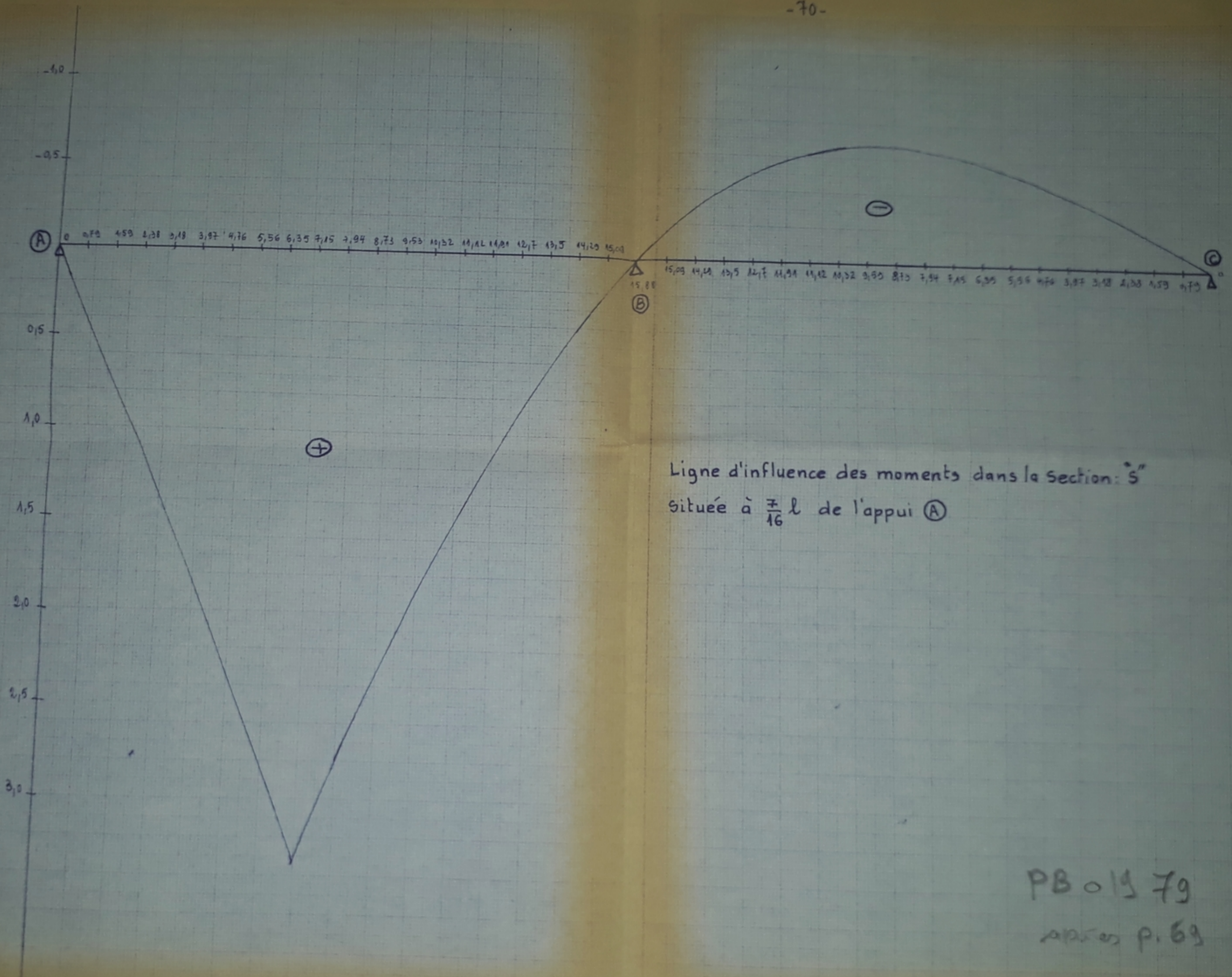
$$S^- = -\frac{7}{16} \cdot \frac{l^2}{24}$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S^- = -4,60 \text{ m}^2$$

3°) Calcul de l'aire totale S:

$$S = S^+ + S^- = +19,53 \text{ m}^2$$



Ligne d'influence des moments dans la section: "S"
 située à $\frac{7}{16}l$ de l'appui (A)

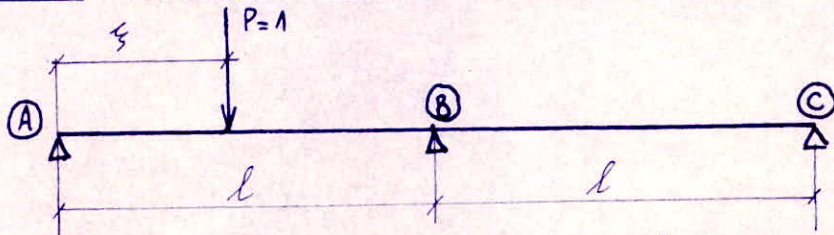
PB 019 79
 après p. 69

Lignes d'influences des EFFORTS TRANCHANTS dans les

Sections $\left\{ \begin{array}{l} A_2 \text{ immédiatement à droite de l'appui (A)} \\ B_3 \text{ immédiatement à gauche de l'appui (B)} \end{array} \right.$

En vue de tracer ces deux lignes d'influences on fait déplacer une charge unitaire $P=1$ sur le pont continu.

1er Cas: La force unitaire $P=1$ se trouve entre (A) et (B)

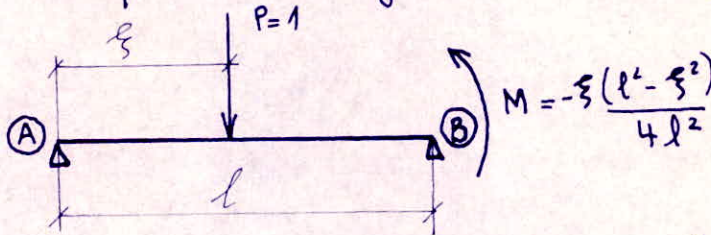


ξ : distance du point d'application de la force unitaire $P=1$ à l'appui (A).

En appliquant la formule des 3 moments j'ai déjà calculé:

$$M_B = - \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$$

La travée hyperstatique AB est équivalente à la travée isostatique et le système de charges suivants:



Ecrivons que la somme des moments

par rapport au point (B) est égale à Zéro:

$$\sum \overset{\curvearrowright}{M}_B = R_A \cdot l - 1(l - \xi) + \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2} = 0$$

d'où :

$$R_A = \frac{(l - \xi)}{l} - \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

L'effort tranchant T_A dans la section immédiatement à droite de l'appui (A) vaut: $T_A = R_A$

$$T_A = \frac{l - \xi}{l} - \xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^3} = \frac{l - \xi}{l} - \frac{\xi l^2 - \xi^3}{4l^3}$$

-72-

$$T_A = 1 - \frac{\xi}{l} - \frac{\xi}{4l} + \frac{\xi^3}{4l^3} = 1 - \frac{\xi}{l} \left(1 + \frac{1}{4}\right) + \frac{\xi^3}{4l^3}$$

$$T_A = 1 - \frac{5}{4} \frac{\xi}{l} + \frac{1}{4} \frac{\xi^3}{l^3} \quad \text{pour } 0 \leq \xi \leq l.$$

en posant $\xi = \alpha l$ l'équation de T_A devient:

$$T_A = 1 - \frac{5}{4} \frac{\alpha l}{l} + \frac{1}{4} \frac{\alpha^3 l^3}{l^3}$$

$$T_A = 1 - \frac{5}{4} \alpha + \frac{\alpha^3}{4} \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'effort tranchant dans la section immédiatement à gauche de B vaut:

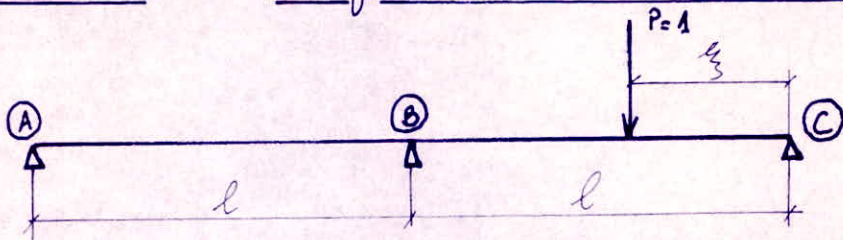
$$T_{B_g} = R_A - 1 = T_A - 1$$

$$T_{B_g} = -\frac{5}{4} \frac{\xi}{l} + \frac{1}{4} \frac{\xi^3}{l^3} \quad \text{pour } 0 \leq \xi \leq l$$

en posant $\xi = \alpha l$ l'expression de T_B devient:

$$T_{B_g} = -\frac{5}{4} \alpha + \frac{\alpha^3}{4} \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

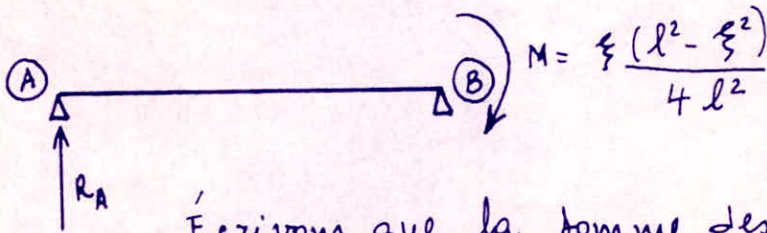
2^{ème} Cas: la force unitaire se trouve entre (B) et (C):



ξ = distance du point d'application de la force unitaire $P=1$ à l'appui (C)

En appliquant la formule des 3 moments j'ai déjà calculé M_B : $M_B = -\xi \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2}$

La travée hyperstatique AB est équivalente à la travée isostatique et le système de charges suivants:



Écrivons que la somme des moments par rapport au point (B) est égale à Zéro:

$$\sum \overline{M}_{/B} = R_A \cdot l + q \frac{(l^2 - \xi^2)}{4l^2} = 0$$

$$\Rightarrow R_A = - \frac{q(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

* Effort tranchant T_A dans la section (A) est:

$$T_A = R_A = - \frac{q(l^2 - \xi^2)}{4l^3}$$

$$T_A = - \frac{q l^2}{4l^3} + \frac{q \xi^2}{4l^3}$$

avec $0 \leq \xi \leq l$.

en posant $\xi = \alpha l$ l'équation de T_A devient:

$$T_A = - \frac{\alpha l^3}{4l^3} + \frac{\alpha^3 l^3}{4l^3}$$

avec $0 \leq \alpha \leq 1$

$$T_A = - \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4}$$

$0 \leq \alpha \leq 1$

* Effort tranchant dans la section immédiatement à gauche de l'appui (B) vaut: $T_B = R_A = T_A$.

$$T_{B_g} = - \frac{q l^2}{4l^3} + \frac{q \xi^2}{4l^3}$$

avec $0 \leq \xi \leq l$

$$T_{B_g} = - \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4}$$

avec $0 \leq \alpha \leq 1$

En vue de calculer les ordonnées de ces deux lignes d'influences j'ai établi le programme suivant exploitable sur calculatrice de poche "HP 25".

* on observe durant le travail de la machine d'abord deux allumages successifs et cela 20 fois
Les premiers allumages me donnent les ordonnées η_B de la ligne d'influence des efforts tranchants dans la section immédiatement à gauche de (B) quand la force unitaire se trouve entre (A) et (B)

Les seconds allumages me donnent les ordonnées η_A de la ligne d'influence des efforts tranchants dans la section immédiatement à droite de (A) quand la force unitaire se trouve entre (A) et (B).

Ces ordonnées correspondent aux abscisses comptées à partir de l'appui (A) : (0,05l); (0,1l); (0,15l); (0,20l); (0,25l); (0,30l); (0,35l); (0,40l); (0,45l); (0,50l), ... ; (0,80l); (0,85l); (0,90l); (0,95l); (l)

* on observe ensuite durant l'exécution du programme par la machine des allumages assez espacés et équidistants dans le temps.

Ces allumages me donnent les ordonnées $\eta_A = \eta_B$ des lignes d'influences des efforts tranchants dans la section immédiatement à droite de (A) ou dans la section immédiatement à gauche de (B) quand la force unitaire se trouve entre (B) et (C). Ces ordonnées correspondent aux abscisses (0,05l); (0,1l); (0,15l); (0,20l); (0,25l); (0,30l) ... (0,80l); (0,85l); (0,90l); (0,95l) à partir de l'appui (B).

01	RCL0	11	÷	21	GT028	31	4	41	GT043
02	3	12	-	22	0	32	÷	42	R/s
03	$f y^x$	13	f Pause	23	.	33	RCL0	43	0
04	4	14	1	24	0	34	4	44	.
05	÷	15	+	25	5	35	÷	45	0
06	gNOP	16	f Pause	26	ST0+0	36	-	46	5
07	RCL0	17	1	27	GT001	37	f Pause	47	ST0-0
08	5	18	RCL0	28	RCL0	38	RCL0	48	GT028
09	x	19	$f x < y$	29	3	39	0		
10	4	20	GT022	30	$f y^x$	40	$f x < y$		

Exploitation du programme:

0.05 ST0 0

R/s

J'ai groupé les résultats dans les tableaux de la page suivante:

Les lignes d'influences ont été tracées sur la même feuille de papier millimétré

La ligne d'influence des efforts tranchants en (A) est tracée en trait fort.

La ligne d'influence des efforts tranchants dans la section située immédiatement à gauche de (B) est tracée en trait pointillé.

Sur la travée BC ces deux lignes d'influences sont confondues.

η_A = ordonnées de la ligne d'influence des efforts tranchants en (A)

η_{Bq} = ordonnées de la ligne d'influence des efforts tranchants dans la section située immédiatement à gauche de (B)

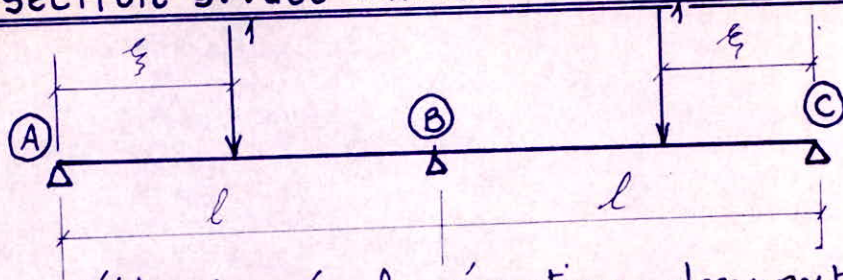
1^{er} Cas: la charge unitaire est entre (A) et (B)

	(A)																					(B)
x	0l	0,05l	0,1l	0,15l	0,20l	0,25l	0,30l	0,35l	0,40l	0,45l	0,50l	0,55l	0,60l	0,65l	0,70l	0,75l	0,80l	0,85l	0,90l	0,95l	l	
η_A	1	0,94	0,88	0,81	0,76	0,69	0,63	0,57	0,52	0,46	0,41	0,35	0,30	0,26	0,21	0,17	0,13	0,09	0,06	0,03	0	
η_{Bq}	0	-0,06	-0,12	-0,19	-0,25	-0,31	-0,37	-0,43	-0,48	-0,54	-0,59	-0,65	-0,70	-0,74	-0,79	-0,83	-0,87	-0,91	-0,94	-0,97	-1	

2^{ème} Cas: la charge unitaire est entre (B) et (C)

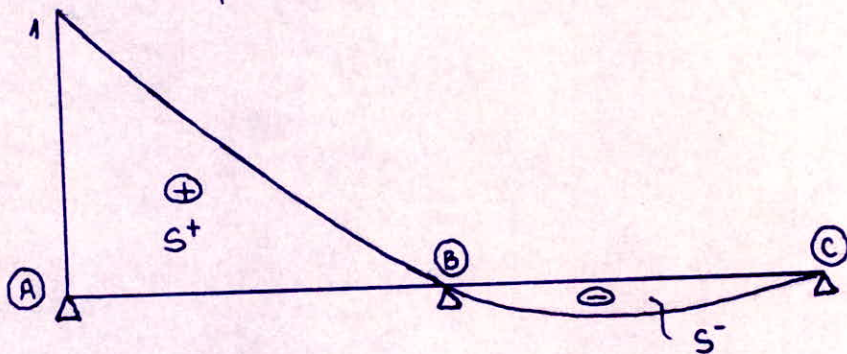
	(B)																					(C)
x	l	0,95l	0,90l	0,85l	0,80l	0,75l	0,70l	0,65l	0,60l	0,55l	0,50l	0,45l	0,40l	0,35l	0,30l	0,25l	0,20l	0,15l	0,10l	0,05l	0l	x
0	-0,02	-0,04	-0,06	-0,07	-0,08	-0,09	-0,09	-0,1	-0,1	-0,09	-0,09	-0,08	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,02	-0,01	0	0	η_A
0	-0,02	-0,04	-0,06	-0,07	-0,08	-0,09	-0,09	-0,1	-0,1	-0,09	-0,09	-0,08	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,02	-0,01	0	0	η_{Bq}

Aire de la ligne d'influence des EFFORTS TRANCHANTS
dans la section située immédiatement à droite de l'appui (A)



Nous avons déjà trouvé les équations donnant l'effort tranchant dans la section (A).

En appelant ξ : la distance du point d'application de la force unitaire ($P=1$) à l'appui (A) quand celle-ci se trouve entre (A) et (B) ; Et c'est la distance du point d'application de la force unitaire ($P=1$) à l'appui (C) quand celle-ci se trouve entre (B) et (C). Nous avons vu que la ligne d'influence en question avait l'allure suivante :



Nous nous proposons de calculer les aires S^+ ; S^- et $S = S^+ + S^-$

1°) Calcul de S^+ :

S^+ sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq l$ quand la force unitaire est entre (A) et (B). Nous avons déjà vu que dans ce cas on avait :

$$T_A = 1 - \frac{5}{4} \frac{\xi}{l} + \frac{1}{4} \frac{\xi^3}{l^3} \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq l$$

En posant $\xi = \alpha l$ cette équation devient :

$$T_A = 1 - \frac{5}{4}\alpha + \frac{\alpha^3}{4} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S^+ vaut donc :

$$S^+ = \int_0^l T_A d\xi = \int_0^1 T_A l d\alpha = l \int_0^1 T_A d\alpha$$

$$S^+ = l \int_0^1 \left(1 - \frac{5}{4}\alpha + \frac{\alpha^3}{4}\right) d\alpha = l \left[\alpha - \frac{5}{4} \frac{\alpha^2}{2} + \frac{1}{4} \frac{\alpha^4}{4} \right]_0^1$$

$$S^+ = l \left[1 - \frac{5}{8} + \frac{1}{16} \right] = l \cdot \left[\frac{16}{16} - \frac{10}{16} + \frac{1}{16} \right] = \frac{7}{16} l$$

$$S^+ = \frac{7}{16} l$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S^+ = 6,95 \text{ m}$$

2°) Calcul de S^- :

S^- sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq l$ quand la force unitaire se trouve entre (B) et (C). Nous avons déjà vu que dans ce cas on avait :

$$T_A = -\frac{\xi^2 l^2}{4l^3} + \frac{\xi^3}{4l^3} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \xi \leq l$$

En posant $\xi = \alpha l$, l'équation de T_A devient :

$$T_A = -\frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S^- vaut donc :

$$S^- = \int_0^l T_A d\xi = \int_0^1 T_A l d\alpha = l \int_0^1 T_A d\alpha$$

$$S^- = l \int_0^1 \left(-\frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha^3}{4}\right) d\alpha = \frac{l}{4} \int_0^1 (-\alpha + \alpha^3) d\alpha = \frac{l}{4} \left(-\frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{4}\right)_0^1$$

$$S^- = \frac{l}{4} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{16} l$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S^- = -\frac{l}{16}$$

$$S^- = -0,99 \text{ m}$$

3°) Calcul de S :

$$S = S^+ + S^- = \frac{7}{16} l - \frac{l}{16} = \frac{6}{16} l = \frac{3}{8} l$$

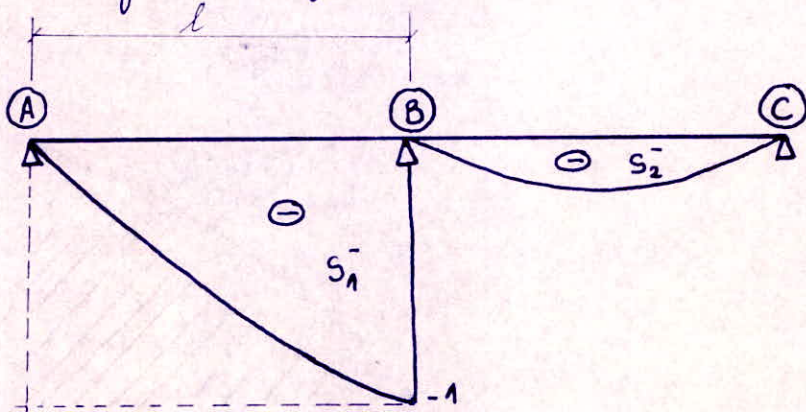
$$S = \frac{3}{8} l$$

et pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S = 5,96 \text{ m}$$

Aire de la ligne d'influence des Efforts tranchants dans la Section située immédiatement à gauche de l'appui (B).

Cette ligne d'influence a l'allure suivante



On se propose de calculer S_1^- et S_2^-

on remarque facilement d'après les graphes précis joints précédemment que l'aire hachurée est en valeur absolue égale à S^+ calculée précédemment

1°) Calcul de S_1^-

$$\Rightarrow S_1^- = -1 \times l + S^+ = -l + \frac{7}{16} l = -\frac{9}{16} l$$

$$S_1^- = -\frac{9}{16} l$$

et pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S_1^- = -8,93 \text{ m}$$

2°) Calcul de S_2^-

on remarque que S_2^- est égale à S^- calculée pour la ligne d'influence précédente.

$$S_2^- = -\frac{l}{16}$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S_2^- = -0,99 \text{ m}$$

3°) Calcul de $S^- = S_1^- + S_2^-$

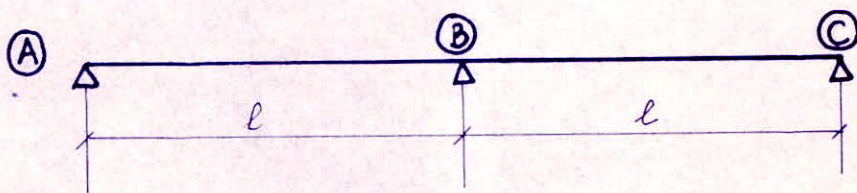
$$S^- = -\frac{5l}{8}$$

pour $l = 15,88 \text{ m}$

$$S^- = -9,93 \text{ m}$$

LIGNE D'INFLUENCE de la Réaction de L'APPUI INTERMÉDIAIRE: (B)

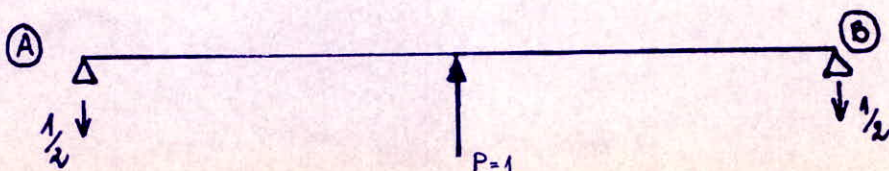
On cherche la ligne d'influence de la réaction de l'appui intermédiaire soit R_B . A cet effet on supprime l'appui intermédiaire (B), et on applique en (B) à la poutre isostatique AC (de portée $2l$, sur appuis simples) une force verticale unité.



Soit $w(x)$ la déformée de la poutre, l'abscisse x étant comptée à partir de l'appui (A). Sa ligne d'influence de R_B est donnée par l'équation:

$$R_B(\xi) = \frac{w(\xi)}{w(l)}$$

La détermination de la ligne d'influence de R_B se ramène donc à la recherche de la déformée d'une poutre sur appuis simples à laquelle est appliqué une seule force; si l'on néglige la déformation due à l'effort tranchant, il suffit donc d'intégrer 2 fois $\frac{M}{EI}$ le long de la poutre, et de rapporter la courbe obtenue à la corde passant par les points de la courbe situés au droit des appuis (A) et (C).



Equation du moment fléchissant dans une section située à x de (A):

1°) $x \in [0, l]$;

$$M(x) = -\frac{1}{2}x$$

2°) $x \in [l, 2l]$;

$$M(x) = -\frac{1}{2}x + 1(x-l) = -\frac{1}{2}x + x - l = \frac{1}{2}x - l.$$

Equation de la déformée:

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -M(x)$$

1°) $x \in [0, l]$

$$EI \frac{d^2 w_1}{dx^2} = +\frac{1}{2}x \quad \Rightarrow \quad EI \frac{dw_1}{dx} = \frac{1}{4}x^2 + C \quad \Rightarrow \quad EI w_1(x) = \frac{1}{12}x^3 + Cx + D$$

Conditions aux limites:

pour $x=0$ $w_1(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad D = 0$

pour $x=l$ $\frac{dw_1(x)}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4}l^2 + C = 0 \quad \Rightarrow \quad C = -\frac{1}{4}l^2$

et l'on obtient donc finalement l'équation de la déformée

$$EI w_1(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}l^2x$$

Equation de la ligne d'influence:

Une charge unitaire située à la distance ξ de l'appui (A) produit en l'appui (B) une réaction d'appui $R_B(\xi) = \frac{w(\xi)}{w(l)}$

$$EI w(\xi) = \frac{1}{12}\xi^3 - \frac{1}{4}l^2\xi$$

$$EI w(l) = \frac{1}{12}l^3 - \frac{1}{4}l^3 = -\frac{1}{6}l^3 \quad \left. \vphantom{EI w(l)} \right\} \frac{w(\xi)}{w(l)} = -\frac{6}{12} \frac{\xi^3}{l^3} + \frac{6}{4} \frac{l^2\xi}{l^3}$$

$$R_B(\xi) = -\frac{1}{2} \frac{\xi^3}{l^3} + \frac{3}{2} \frac{\xi}{l} = \frac{1}{2} \frac{\xi}{l} \left(-\frac{\xi^2}{l^2} + 3 \right)$$

avec $0 \leq \xi \leq l$

cette équation est valable pour ξ compté à partir du point (A)

elle est aussi valable pour ξ compté à partir du point (C).

En vue de calculer les ordonnées de cette ligne d'influence j'ai établi

le programme suivant utilisable sur calculatrice de poche "HP 25" et qui me donne les ordonnées aux abscisses $[(0); (0,05); (0,10); (0,15); (0,20); (0,25); (0,30); (0,35); \dots \dots \dots ; (0,70); (0,75); (0,80); (0,85); (0,90); (0,95); (1)] \times l$ comptées à partir de l'appui (A) ou de l'appui (C).

En posant $\xi = \alpha l$ l'équation de la ligne d'influence devient:

$$R_B(\alpha) = \frac{1}{2} \alpha \frac{l}{l} \left[-\frac{\alpha^2 l^2}{l^2} + 3 \right] = \frac{1}{2} \alpha [3 - \alpha^2] \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

01	RCL0	08	2	15	0
02	$g x^2$	09	\div	16	.
03	CHS	10	f Pause	17	0
04	3	11	1	18	5
05	+	12	RCL0	19	STO+0
06	RCL0	13	$f x \geq y$	20	GTO04
07	x	14	R/S	21	R/S

Exploitation:

0. STO.0

R/S

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau de la page suivante, la courbe est tracée dans la page qui suit.

intermédiaire (b)

(A)

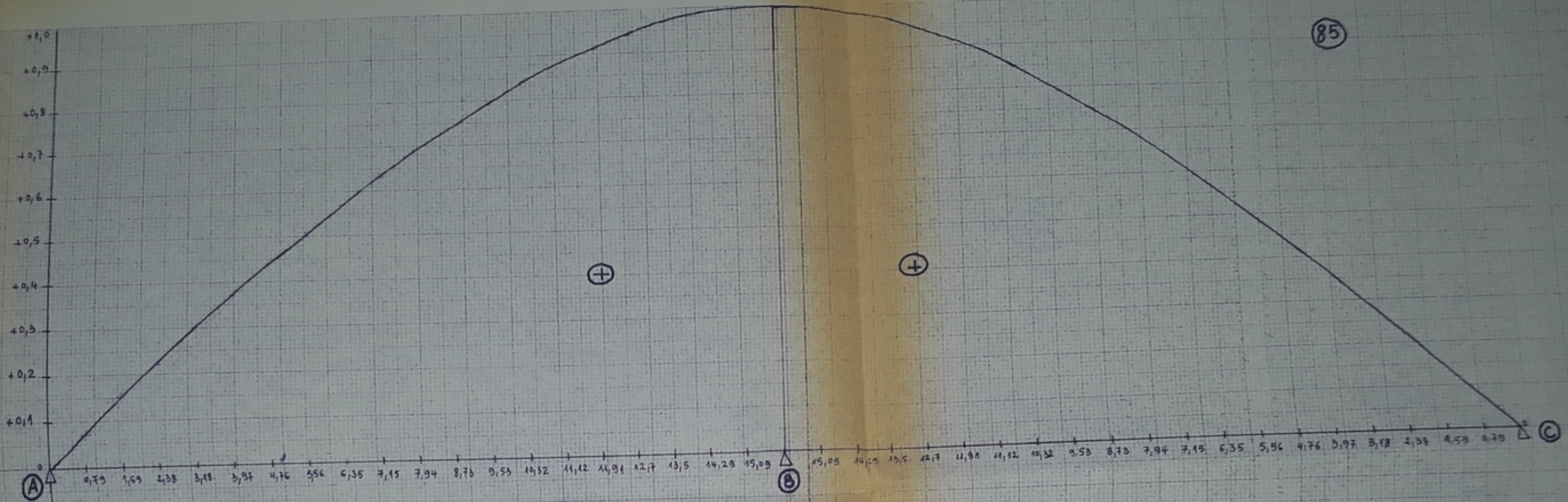
ξ	0,002	0,102	0,142	0,182	0,222	0,252	0,292	0,332	0,372	0,412	0,452	0,492	0,532	0,572	0,612	0,652	0,692	0,732	0,772	0,812	0,852	0,892	0,932	0,972	1
η	0	0,07	0,15	0,22	0,30	0,37	0,44	0,50	0,57	0,63	0,69	0,74	0,79	0,84	0,88	0,91	0,94	0,97	0,99	0,996	0,997	0,998	0,999	0,9996	1

(B)

L	0,952	0,902	0,852	0,802	0,752	0,702	0,652	0,602	0,552	0,502	0,452	0,402	0,352	0,302	0,252	0,202	0,152	0,102	0,052	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
λ	0,996	0,999	0,997	0,994	0,988	0,984	0,979	0,974	0,969	0,963	0,957	0,952	0,947	0,941	0,937	0,930	0,922	0,915	0,907	0,901	0,896	0,891	0,886	0,881	0,876	0,871

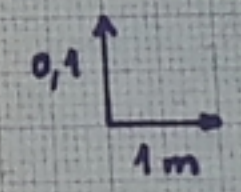
(C)

L	0,952	0,902	0,852	0,802	0,752	0,702	0,652	0,602	0,552	0,502	0,452	0,402	0,352	0,302	0,252	0,202	0,152	0,102	0,052	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
λ	0,996	0,999	0,997	0,994	0,988	0,984	0,979	0,974	0,969	0,963	0,957	0,952	0,947	0,941	0,937	0,930	0,922	0,915	0,907	0,901	0,896	0,891	0,886	0,881	0,876	0,871



Ligne d'influence de la réaction d'appui intermédiaire: (B)

échelle:



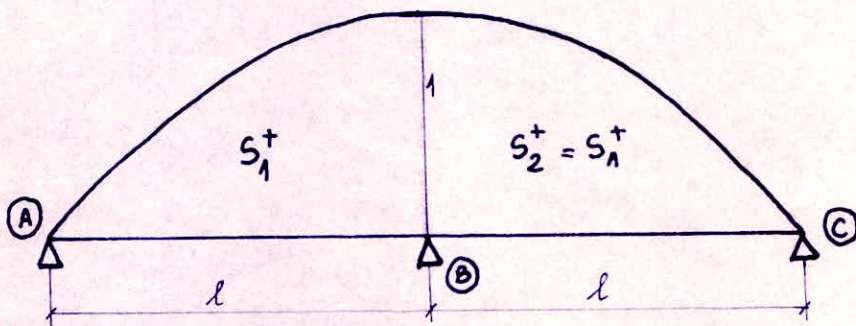
PB 01979
après p. 84

Aire de la ligne d'influence de la réaction d'appui intermédiaire (B)

Nous avons déjà trouvé l'équation de la ligne d'influence de la réaction d'appui R_B .

En appelant ξ : la distance du point d'application de la force unitaire ($P=1$) à l'appui (A) quand celle-ci se trouve entre (A) et (B); et c'est la distance du point d'application de la force unitaire ($P=1$) à l'appui (C) quand celle-ci se trouve entre (B) et (C)

Nous avons vu que la ligne d'influence a l'allure suivante



Nous nous proposons de calculer l'aire $S_1^+ = S_2^+$
 cette aire sera calculée en intégrant l'équation de la ligne d'influence pour $0 \leq \xi \leq l$

S'équation de la ligne d'influence est:

$$R_B(\xi) = \frac{1}{2} \frac{\xi}{l} \left(3 - \frac{\xi^2}{l^2} \right) \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq l \quad \text{soit en posant } \xi = \alpha l$$

$$R_B(\alpha) = \frac{1}{2} \alpha (3 - \alpha^2) \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

L'aire S_1^+ vaut donc

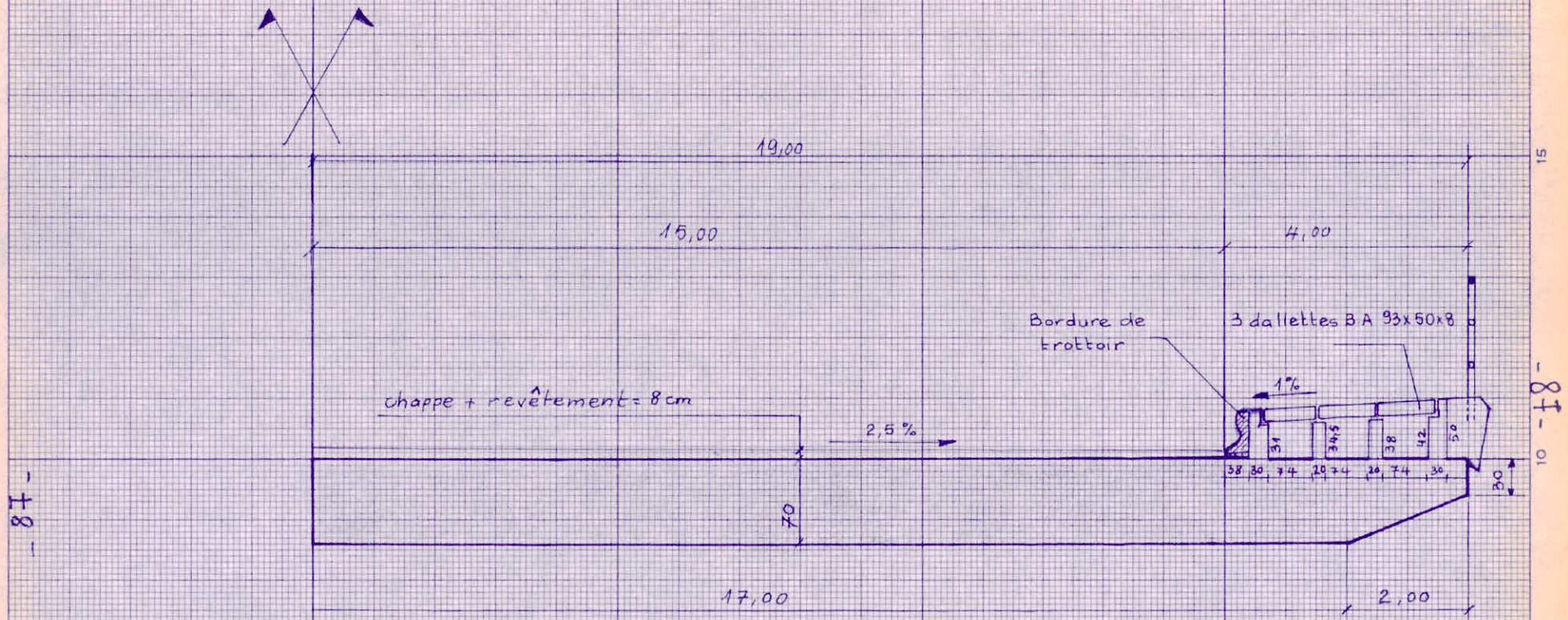
$$S_1^+ = \int_0^l R_B(\xi) d\xi = \int_0^1 R_B(\alpha) l d\alpha = l \int_0^1 R_B(\alpha) d\alpha$$

$$S_1^+ = l \int_0^1 \left(\frac{3}{2} \alpha - \frac{1}{2} \alpha^3 \right) d\alpha = l \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{\alpha^4}{4} \right]_0^1 = l \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right] = \frac{5}{8} l$$

$S_1^+ = S_2^+ = \frac{5}{8} l$	pour $l = 15,88 \text{ m}$	$S_1^+ = S_2^+ = 9,93 \text{ m}$	$S^+ = S_1^+ + S_2^+ = 19,85 \text{ m}$
---------------------------------	----------------------------	----------------------------------	---

CALCUL des EFFORTS
CHARGES PERMANENTES
SURCHARGES

1/2 COUPE TRANSVERSALE DU TABLIER



- 87 -

10 - 18 -

CHARGES PERMANENTES

① Calcul du poids propre du mètre linéaire de pont (tablier) :

a) dalle en B.A partie rectangulaire

$$(0,70 \times 17) \times 2,5 = 29,75 \text{ t/m}$$

b) dalle en B.A partie trapézoïdale (extrémité droite)

$$\frac{(0,70 + 0,30)}{2} \times 2 \times 2,5 = 2,5 \text{ t/m}$$

c) chaussée (revêtement + chape) épaisseur = 8 cm largeur = 15 m

$$0,08 \times 15 \times 2,0 = 2,4 \text{ t/m}$$

d) Bordure de trottoir $\approx 0,20 \text{ t/m}$

e) Dallettes en B.A.

$$3 \times 0,93 \times 0,08 \times 2,5 \approx 0,56 \text{ t/m}$$

f) Appuis des dalles

$$0,30 \times 0,36 \times 2,5 = 0,27 \text{ t/m}$$

$$0,34 \times 0,20 \times 2,5 = 0,17 \text{ t/m}$$

$$0,38 \times 0,20 \times 2,5 = 0,19 \text{ t/m}$$

$$0,30 \times 0,46 \times 2,5 = 0,35 \text{ t/m}$$

g) Cor niche:

$$0,50 \times 0,60 \times 2,5 = 0,75 \text{ t/m}$$

h) garde corps = $0,1 \text{ t/m}$.

Poids propre total par mètre linéaire: $G = \boxed{37,24 \text{ t/m}}$

② Calcul du poids propre par (ml) d'une bande de largeur = 1 m.

$$g = \frac{37,24}{19} = 1,96 \text{ t/m}$$

$$\boxed{g = 1,96 \text{ t/m}}$$

Remarques: les calculs seront donc fait pour une bande de largeur égale à 1 m et de longueur : $2 \times 15,88 \text{ m}$.

3° CALCUL du MOMENT FLECHISSANT LONGITUDINALa) Dans la section située à $\frac{l}{4}$ de l'appui (A) : $x = \frac{l}{4}$ $M_{l/4} = g \times \text{Aire de la ligne d'influence des moments (voir page: 67)}$

$$M_{l/4} = 1,97 \times 17,07 = 33,46 \text{ t.m/m'}$$

b) Dans la section située à $\frac{l}{2}$ de l'appui (A) : $x = \frac{l}{2}$ $M_{l/2} = g \times \text{Aire de la ligne d'influence des moments (voir page: 67)}$

$$M_{l/2} = 1,96 \times 18,39 = 36,04 \text{ t.m/m'}$$

c) Dans la section située à $\frac{3l}{4}$ de l'appui (A) : $x = \frac{3l}{4}$ $M_{3l/4} = g \times \text{Aire de la ligne d'influence des moments (voir page: 67)}$

$$M_{3l/4} = 1,96 \times 3,94 = 7,72 \text{ t.m/m'}$$

d) Moment sur appui intermédiaire (B) : $M_B = g \times \text{Aire de la ligne d'influence du moment } M_B \text{ (voir page: 52)}$

$$M_B = 1,96 \times (-31,52) = -61,78 \text{ t.m/m'}$$

4° EFFORTS - TRANCHANTSa) Dans la section (A_d) située immédiatement à droite de l'appui (A) $T_A = g \times \text{Aire de la ligne d'influence correspondante (voir page: 79)}$

$$T_A = 1,96 \times 5,96 = (11,68 \text{ t}) / \text{m'}$$

b) Dans la section (B_g) située immédiatement à gauche de l'appui (B) $T_{B_g} = g \times \text{Aire de la ligne d'influence correspondante (voir page: 80)}$

$$T_{B_g} = 1,96 \times (-9,93) = (-19,46 \text{ t}) / \text{m'}$$

5° Réactions - d'APPUISa) Réaction d'appui: (A)

$$R_A = T_A = (11,68 \text{ t}) / \text{m'}$$

b) Réaction d'appui: (B) $R_B = g \times \text{Aire de la ligne d'influence correspondante: (voir page: 86)}$

$$R_B = 1,96 \times 19,85 = (38,91 \text{ t}) / \text{m'}$$

6° Calcul du Moment fléchissant dans la section dangereuse:

$M_s = g \cdot \text{Aire de la ligne d'influence correspondante.}$

$$M_s = 1,96 \times 19,53 = 38,28 \text{ t.m/m'}$$

7° Poids propre total d'une travée

$$P = G \times l = 37,24 \times 15,88 = 591,37 \text{ t}$$

8° Poids propre total de tout le pont

$$P' = 2P = 1182,74 \text{ t}$$

9° TABLEAUX RECAPITULATIFS des EFFORTS

a) Moments: pour une bande de 1m de largeur

abscisse (x) (m)	0	l/4	$\frac{7l}{16}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{3l}{4}$	l
	0	3,97	6,95	7,94	11,91	15,88
M_g (t.m)/m'	0	33,46	38,28	36,04	7,72	-61,78

b) Efforts tranchants: (pour une bande largeur 1m)

abscisse: (x) (m)	0	l
	0	15,88
T (t)/m'	11,68	-19,46

c) Réactions d'appuis: (pour une bande de largeur 1m)

abscisse: (x) (m)	0	l
	0	15,88
R (t)/m'	11,68	38,91

SURCHARGES

Conformément au Bulletin officiel du Ministère de l'équipement et du logement et du ministère des transports

Fascicule 61, titre II

CONCEPTION CALCUL ET EPREUVES des OUVRAGES d'ART.

1°) CLASSE du PONT: (Art. 3. Page 21)

a) Largeur chargeable: (Art. 2. Page 19)

Dans mon cas la largeur chargeable l_s est égale à la largeur roulable l_r ; $l_s = l_r = 15 \text{ m}$

b) Nombre de voies de circulation:

$$N = \frac{l_s}{3} = \frac{15}{3} = 5 \text{ voies.}$$

c) largeur d'une voie:

$$v = \frac{l_s}{N} = \frac{15}{5} = 3 \text{ m.}$$

d) classe du Pont:

Nous avons affaire à un pont de 1ère classe.

Car $l_r = l_s > 7 \text{ m}$

2°) Article 1^{er} Page 17 SURCHARGES de CHAUSSEE à CONSIDÉRER.

1.2 Nous devons Considérer 2 systèmes de surcharges: A et B

1.3 En outre, les itinéraires faisant l'objet d'un classement doivent permettre la circulation de matériels militaires lourds.

3°) ARTICLE 4

A] Système de surcharges A

a) $A(L)$ en (Kg/m^2) est donné en fonction de la longueur chargée: L (exprimée en mètres) par la formule:

$$A(L) = 230 + \frac{36000}{L+12}$$

La largeur et la longueur surchargées sont choisies d'après les

Règlements en matière de façon à produire les effets maximaux dans l'élément d'ouvrage dont on a en vue la justification

* Dans le sens transversal la largeur de la zone chargée comprend un nombre entier de voies de circulation.

b) § 4.21 Pour le Pont qui fait l'objet de mon projet la valeur de $A(L)$, en fonction du nombre de voies surchargées, est multiplié par le coefficient a_1 du Tableau suivant:

NOMBRE de voies surchargées	1	2	3	4	≥ 5
CLASSE $\{ a_1$	1	1	0,9	0,75	0,7

c) § 4.22 Sa surcharge $A_1 = a_1 A(L)$, obtenue après application du § 4.21 est multiplié par un coefficient $a_2 = \frac{v_0}{v}$

v = largeur d'une voie = 3m

$v_0 = 3,5$ m pour un pont de 1^{ère} classe.

$$\Rightarrow a_2 = \frac{3,5}{3} = 1,1\bar{7} = 1,16\bar{7}$$

d) Surcharge A:

$$A = a_1 a_2 A(L)$$

e) Calcul de $A(L)$

$$A(L) = 230 + \frac{36000}{L+12}$$

① - Pour le Calcul des Moments Flechissants en travée AB

- Pour le Calcul de l'effort tranchant dans la section A

Il apparait des allures des lignes d'influence correspondantes que la longueur (L) à surcharger de façon à avoir l'effet maximum est: $L = l = 15,88$ m = (portée d'un travée)

$$\Rightarrow A(L) = 230 + \frac{36000}{15,88+12} = 1521,25 \text{ kg/m}^2$$

② - Pour le calcul des moments fléchissants sur appui intermédiaire ②

- Pour le calcul de la réaction d'appui R_B

la longueur L à surcharger est: $L = 2l = 31,76 \text{ m}$

$$\Rightarrow A(L) = 230 + \frac{36000}{31,76 + 12} = 1052,67 \text{ Kg/m}^2$$

$$A(L) = 1052,67 \text{ Kg/m}^2$$

Conclusion:

Pour le calcul des moments fléchissants en travée

" " " de l'effort tranchant T_A .

" " " de la réaction d'appui ①

on prendra:

$$A(L) = 1521,25 \text{ Kg/m}^2$$

- Pour le calcul du moment fléchissant sur appui intermédiaire ②

- Pour le calcul de l'effort tranchant T_B

- Pour le calcul de la réaction d'appui R_B .

on prendra:

$$A(L) = 1052,67 \text{ Kg/m}^2$$

B/ SYSTEME de SURCHARGES B :

(Article 5 Page 27)

§ 5.1 : Le système de surcharges B comprend trois systèmes distincts dont il y'a lieu d'examiner indépendamment les effets pour chaque élément des Ponts:

- Le système: B_c se compose de Camions types;
- Le système: B_r se compose d'une roue isolée
- Le système: B_t se compose de groupes de deux essieux dénomés essieux tandems.

Les deux premiers systèmes B_c et B_r s'appliquent à tous les ponts quelle que soit leur classe ; le système B_t ne s'applique qu'aux ponts de 1^{ère} ou de 2^{ème} classe.

§ 5.2 Système B_c :

- on dispose sur la chaussée au plus autant de files ou convois de camions que la chaussée comporte de voies de circulation.

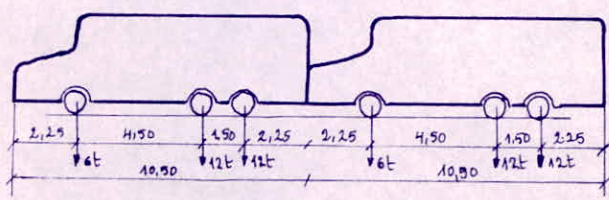
- Dans le sens longitudinal le nombre de Camions par file est limité à deux. Sa distance des deux camions d'une même file est déterminée pour produire l'effet le plus défavorable. Les camions homologues des diverses files sont disposés de front, tous les camions étant orientés dans le même sens.

- Pour un pont qui est de 1^{ère} classe, les valeurs des surcharges du système B_c prises en compte sont multipliées par les coefficients b_c du tableau suivant.

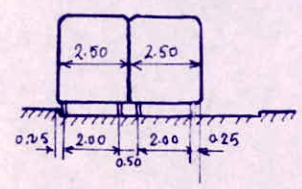
NOMBRE de files considérées	1	2	3	4	≥ 5
b_c	1,2	1,1	0,95	0,8	0,7

Systeme Bc

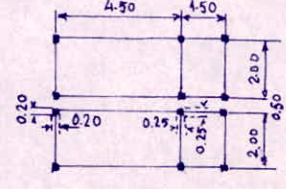
Longitudinalement



Transversalement

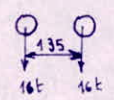


En plan

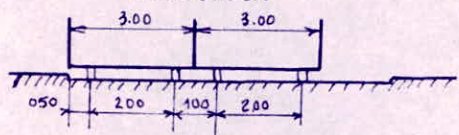


Systeme Bt

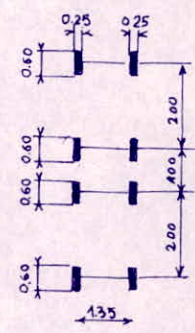
Longitudinalement



Transversalement



En plan



Systeme Br

Longt



Transvt



En plan



La roue isolée qui compose le système Br porte une masse de 10t. Sa surface d'impact sur la chaussée est un rectangle uniformément chargé dont le côté transversal mesure 0,60m et le côté longitudinal 0,30m.

Le rectangle d'impact de la roue Br, disposé normalement à l'axe longitudinal de la chaussée, peut être placé n'importe où sur la largeur roulable.

§ 5.4 Système Bt

transversalement pour les ponts supportant au moins deux voies, deux tandems ou plus sont placés de front sur la chaussée, les deux bandes longitudinales qu'ils occupent pouvant être contigües ou séparées de façon à obtenir la situation la plus défavorable pour l'élément considéré.

Pour un pont de 1^{ère} classe ce qui est mon cas, les valeurs des surcharges Bt sont multipliées par le coefficient $b_t = 1,0$.

§ 5.5 Coefficient de majoration dynamique:

Ses charges du système B sont frappées de majorations dynamiques et le coefficient de majoration applicable aux trois systèmes Bc, Br, Bt est le même pour chaque élément d'ouvrage. Ce coefficient de majoration dynamique relatif à un tel élément est déterminé par la formule

$$\delta = 1 + \alpha + \beta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2L} + \frac{0,6}{1 + 4 \frac{6}{5}}$$

L : Représente la longueur de l'élément exprimée en mètres
 G : sa charge permanente, et S sa surcharge B maximale.
 la valeur de S à introduire dans la formule est celle obtenue après multiplication par le coefficient b_c ou b_t .
 quand il s'agit de poutres ou fermes maîtresses, pour chaque travée ou arche de pont à plusieurs travées ou arches (solidaires ou indépendantes) la longueur L est la portée de la travée ou arche considérée, G le poids total de l'ouvrage dans cette travée ou arche, S le poids total le plus élevé des essieux du système B qu'il est possible de placer sur le tablier de cette travée ou arche.

Calcul du Coefficient de MAJORATION DYNAMIQUE

a) Calcul de S

la surcharge B maximale que nous pouvons placer sur une travée est:

$B_r = 10t$ 1 roue isolée

$B_t = 2 \times 32 = 64t$ 2 tandems $b_t B_t = 64t$

B_c : longitudinalement 5 essieux ($4 \times 12t + 1 \times 6t$) = $54t$

transversalement 5 convois : $5 \times 54 = 270t$

$b_c = 0,7 \Rightarrow b_c B_c = 0,7 \times 270 = 189t$

$\Rightarrow S = 189t$

b) G a déjà été déterminé

$G = 591,37t$

c) $L = l = 15,88m$

$$S = 1 + \frac{0,14}{1 + 0,2 \cdot 15,88} + \frac{0,6}{1 + 4 \cdot \frac{591,37}{189}}$$

$S = 1,14$

C/ SURCHARGES MILITAIRES (Article 9 page 41)

§9.1 Sur les itinéraires classés pour permettre la circulation des convois militaires, les ponts doivent être calculés pour supporter les véhicules militaires du type M80 ou M120.

Chaque classe se compose de deux systèmes distincts Me et Mc, dont il y a lieu d'examiner indépendamment les effets pour chaque élément du pont, chaque système étant exclusif de toute autre surcharge routière.

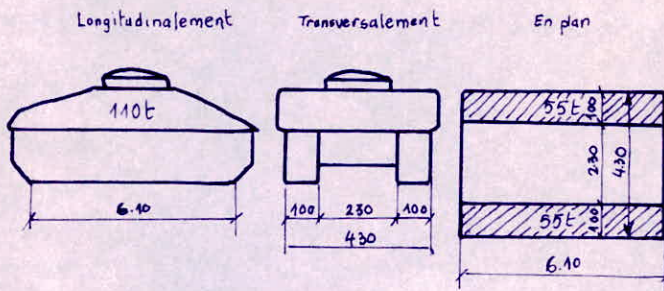
Le système Mc se compose de véhicules types à chenilles.

Le système Me se compose d'un groupe de deux essieux.

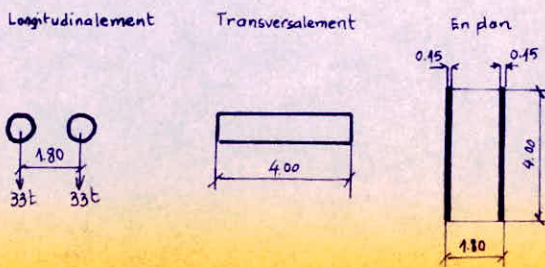
Les effets du système M120 étant très souvent plus défavorable que les effets du système M80 ; je ne considérerai donc que le système M120

Convoi M120

Systeme Mc120



Systeme Me120



§ 9.4 Les véhicules du système Mc peuvent circuler en convoi ;

Dans le sens transversal un seul convoi est supposé circuler quelle que soit la largeur de la chaussée ; dans le sens longitudinal, le nombre de véhicules du convoi n'est pas limité et la distance des deux véhicules successifs est déterminée pour produire l'effet le plus défavorable, la distance libre entre leurs points de contact avec la chaussée devant être au moins de 30,5 m.

§ 9.6 Les majorations dynamiques sont applicables aux surcharges militaires, le coefficient de majoration dynamique étant :

$$S = 1 + \alpha + \beta = 1 + \frac{0,14}{1 + 0,2L} + \frac{0,16}{1 + 4 \frac{G}{S}}$$

$$L = l = 15,88 \text{ m}$$

$$G = 591,37 \text{ t}$$

S = poids des surcharges militaires qu'il est possible de disposer sur la travée

$$S = 110 \text{ t}$$

$$S = 1 + \frac{0,14}{1 + 0,2 \cdot 15,88} + \frac{0,16}{1 + 4 \frac{591,37}{110}} = 1,122$$

$$S = 1,122$$

Conclusion: Ses efforts calculés d'après les surcharges militaires doivent être multipliés par le nouveau coefficient S

Remarque: Ses surcharges militaires sont supposées ne développer aucune réaction de freinage, ni force centrifuge. On voit que la masse du convoi Mc120 est très supérieure à celle du convoi Me120, les effets du Mc120 seront sûrement plus défavorables que ceux du Me120. Dans mes calculs je ne considérerai que le convoi Mc120.

D] SURCHARGES SUR LES TROTTOIRS (Article 11)

pour la justification des poutres maîtresses la surcharge à prendre en compte est uniformément répartie et vaut $0,15 t/m^2$. Cette surcharge sera disposée sur le trottoir de manière à créer l'effet le plus défavorable

$$A_t = 0,15 t/m^2$$

E] EFFORTS de FREINAGE (Articles 6)

Les charges de chaussée des systèmes A et Bc sont susceptibles de développer des réactions de freinage, efforts s'exerçant à la surface de la chaussée, dans l'un ou l'autre sens de la circulation.

Les efforts de freinage n'intéressent généralement pas la stabilité des tabliers. Il y a lieu de les considérer pour la stabilité des appuis (piles et culées) et la résistance des appareils d'appuis qui sont justifiés suivant les règles en usage.

§ 6.2. L'effort de freinage correspondant à la charge A est égal à la fraction suivante du poids de cette dernière.

$$\frac{1}{20 + 0,0035 S}$$

S: désigne en mètres carrés la surface surchargée.

§ 6.3 chaque essieu d'un camion du système Bc peut développer un effort de freinage égal à son poids. Parmi les camions Bc qu'on peut disposer sur le pont un seul est supposé freiner.

L'effort de freinage susceptible d'être développé par le système Bc se trouve limité à 30 tonnes qui est le poids d'un véhicule.

CALCUL des EFFORTS dans tout le pont sous les SURCHARGES

A] CALCUL sous la Surcharge: A

Les Efforts seront calculés dans le cas d'une seule voie

Surchargée : $a_1 = 1$ $a_2 = 1,167$

① Moments fléchissants:

1.1 dans la section située à $x = \frac{l}{4}$ de l'appui (A)

$$A(l) = 1521,25 \text{ Kg/m}^2$$

$$A = 1 \cdot 1,167 \cdot 1521,25 = 1775,3 \text{ Kg/m}^2$$

Surcharge par mètre linéaire: $q_A = A \cdot v \cdot 1$ ($v =$ largeur d'une voie)

$$q_A = 1775,3 \cdot 3 \cdot 1 = 5325,9 \text{ Kg/m}^2$$

$M_{l/4} = q_A \cdot$ Aire de la ligne d'influence correspondante.

moment positif : $M^+_{l/4} = q_A \cdot S^+$

$$M^+_{l/4} = 5,3259 \times 19,70 = 104,92 \text{ t.m}$$

moment négatif : $M^-_{l/4} = q_A \cdot S^-$

$$M^-_{l/4} = 5,3259 \times (-2,63) = -14,01 \text{ t.m}$$

1.2 dans la section située à $x = \frac{l}{2}$ de l'appui (A)

$M_{l/2} = q_A \cdot$ Aire de la ligne d'influence correspondante

moment positif : $M^+_{l/2} = q_A \cdot S^+$

$$M^+_{l/2} = 5,3259 \cdot 23,64 = 125,90 \text{ t.m}$$

moment négatif $M^-_{l/2} = q_A \cdot S^-$

$$M^-_{l/2} = 5,3259 \times (-5,25) = -27,96 \text{ t.m}$$

1.3 dans la section située à $x = \frac{3l}{4}$ de l'appui (A)

$M_{3l/4} = q_A \cdot$ Aire de la ligne d'influence correspondante.

Moment positif:

- 102 -

$$M_{3l/4}^+ = q_A \cdot S^+ = 5,3259 \cdot 11,82 = 62,95 \text{ t.m}$$

Moment négatif

$$M_{3l/4}^- = q_A \cdot S^- = 5,3259 \cdot (-7,88) = -41,97 \text{ t.m}$$

1.4 Moment Sur Appui intermédiaire (B):

$$A(L) = 1052,67 \text{ Kg/m}^2$$

$$A = 1 \cdot 1,167 \cdot 1052,67 = 1228,47 \text{ Kg/m}^2$$

Surcharge par/ml: $q_A = A \cdot v \cdot 1$ (v : largeur d'une voie)

$$q_A = 1228,47 \times 3 = 3685,41 \text{ Kg/m}$$

$M_B = q_A \cdot \text{Aire de la ligne d'influence des moments } M_B$

$$M_B = 3,68541 \times (-31,52) = -116,16 \text{ t.m}$$

(2) EFFORTS TRANCHANTS

2.1 Effort tranchant dans la section (A)

$T_A = q_A \cdot \text{Aire de la ligne d'influence correspondante:}$

T_A positif:

$$T_A^+ = q_A \cdot S^+ = 5,3259 \times 6,95 = 37,02 \text{ t}$$

T_A négatif:

$$T_A^- = q_A \cdot S^- = 5,3259 \times (-0,99) = -5,27 \text{ t}$$

2.2. Effort tranchant dans la section Bg: située immédiatement à gauche de l'appui (B): dans ce cas $q_A = 3685,41 \text{ Kg/m}$

$T_{Bg} = q_A \cdot \text{Aire de la ligne d'influence correspondante}$

$$T_{Bg} = 3,68541 \cdot (-9,93) = -36,60 \text{ t}$$

③ Moment dans la section dangereuse située à $\frac{7}{16}l$ de l'appui A

Moment positif:

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = q_A \cdot S^+ = 5,3259 \cdot 24,13 = 128,51 \text{ t.m}$$

Moment négatif

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = q_A \cdot S^- = 5,3259 \times (-4,60) = -24,50 \text{ t.m.}$$

④ Réactions d'appuis:

4.1 Réaction d'appui A: Elle est égale à l'effort tranchant T_A

$$R_A^+ = 37,02 \text{ t}$$
$$R_A^- = -5,27 \text{ t}$$

4.2 Réaction d'appui B

pour avoir la réaction d'appui intermédiaire maximale il faut surcharger les deux travées. Donc $q_A = 3,68541 \text{ t/m}$

$R_B = q_A \cdot \text{Aire de la ligne d'influence correspondante:}$

$$R_B = 3,68541 \times 19,85 = 73,16 \text{ t}$$

⑤ Remarque: Dans tout ce qui précède j'ai calculé les efforts dans tout le pont ; les moments dans différentes sections ; les efforts tranchants aux voisinage des appuis les réactions d'appui, en supposant une seule voie surchargée donc avec pour la surcharge A un coefficient $a_1 = 1$. Si on surcharge un nombre de voies égal à n avec $[2 \leq n \leq 5]$ les efforts correspondants seront les précédents multipliés par n et par le coefficient a_n correspondant à n .

Exemple: pour $n = 3$ voies surchargées nous devons multiplier par $3 \times 0,9$

Tableaux récapitulatifs des Efforts sous la Surcharge A.

pour 1 seule voie surchargée	Section Efforts		0 l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	MOMENTS	M ⁺ (F.m)	0	104,92	128,51	125,90	62,95	-
		M ⁻ (F.m)	0	-14,01	-24,50	-27,96	-41,97	-116,16
EFFORTS TRANCHANTS	T ⁺ (F)	37,02					-	
	T ⁻ (F)	-5,27					-36,6	
REACTIONS d'appuis	R ⁺ (F)	37,02					73,16	
	R ⁻ (F)	-5,27					-	

pour 5 voies surchargées a ₁ =0,7 n=5	Section Efforts		0 l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	MOMENTS	M ⁺ (F.m)	0	367,22	449,79	440,65	220,33	-
		M ⁻ (F.m)	0	-49,04	-85,75	-97,86	-146,90	-406,56
EFFORTS TRANCHANTS	T ⁺ (F)	129,57					-	
	T ⁻ (F)	-18,45					-128,10	
REACTIONS d'appuis	R ⁺ (F)	129,57					256,06	
	R ⁻ (F)	-18,45					-	

B] CALCULS sous les SURCHARGES B

① calcul sous B_c

on considère une file longitudinale de roues B_c qu'on positionne sur la construction de façon à avoir l'effet le plus défavorable dans une section fixée.

Le positionnement longitudinal du convoi B_c se fera à l'aide des lignes d'influences.

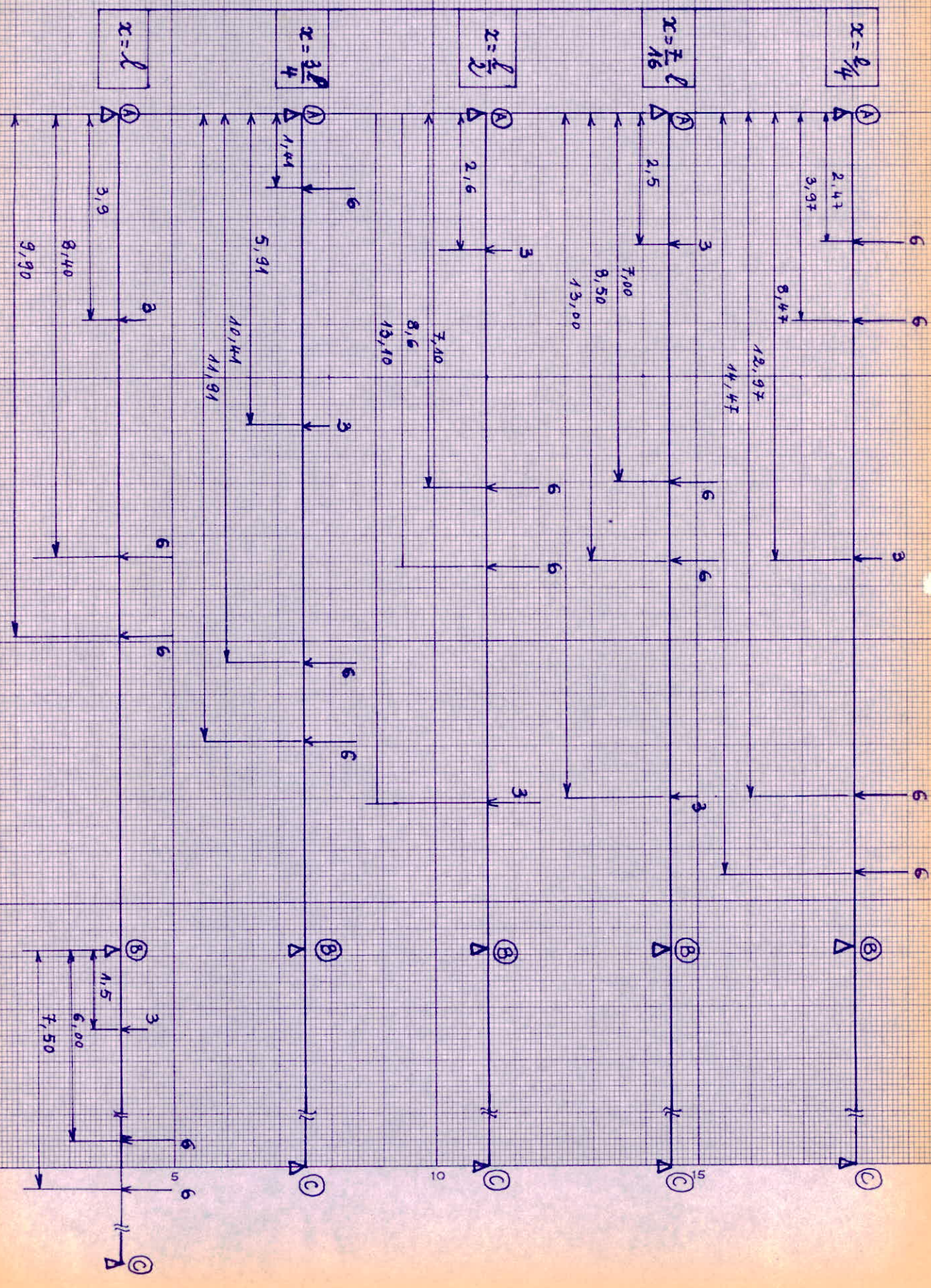
- Si l'on veut déterminer le moment fléchissant dans une section on se sert pour positionner le convoi longitudinalement de la ligne d'influence des moments fléchissants dans cette section.
- De même pour positionner le convoi B_c dans le sens longitudinal en vue d'obtenir les efforts tranchants T_A et T_B maximums on se sert des lignes d'influences correspondantes
- Il en sera de même pour le positionnement du convoi B_c en vue d'avoir la réaction d'appui intermédiaire maximale R_{Bmax} .
- * Les moments fléchissants seront déterminés dans les sections $x = \frac{l}{4}$; $x = \frac{7}{16} l$; $x = \frac{l}{2}$; $x = \frac{3l}{4}$; $x = l$;
- * on calculera les efforts tranchants T_{Amax} et T_{Bmax}
- * on calculera la réaction d'appui intermédiaire : R_{Bmax} .

Les positions longitudinales des convois pour les différents calculs sont données dans les pages suivantes :

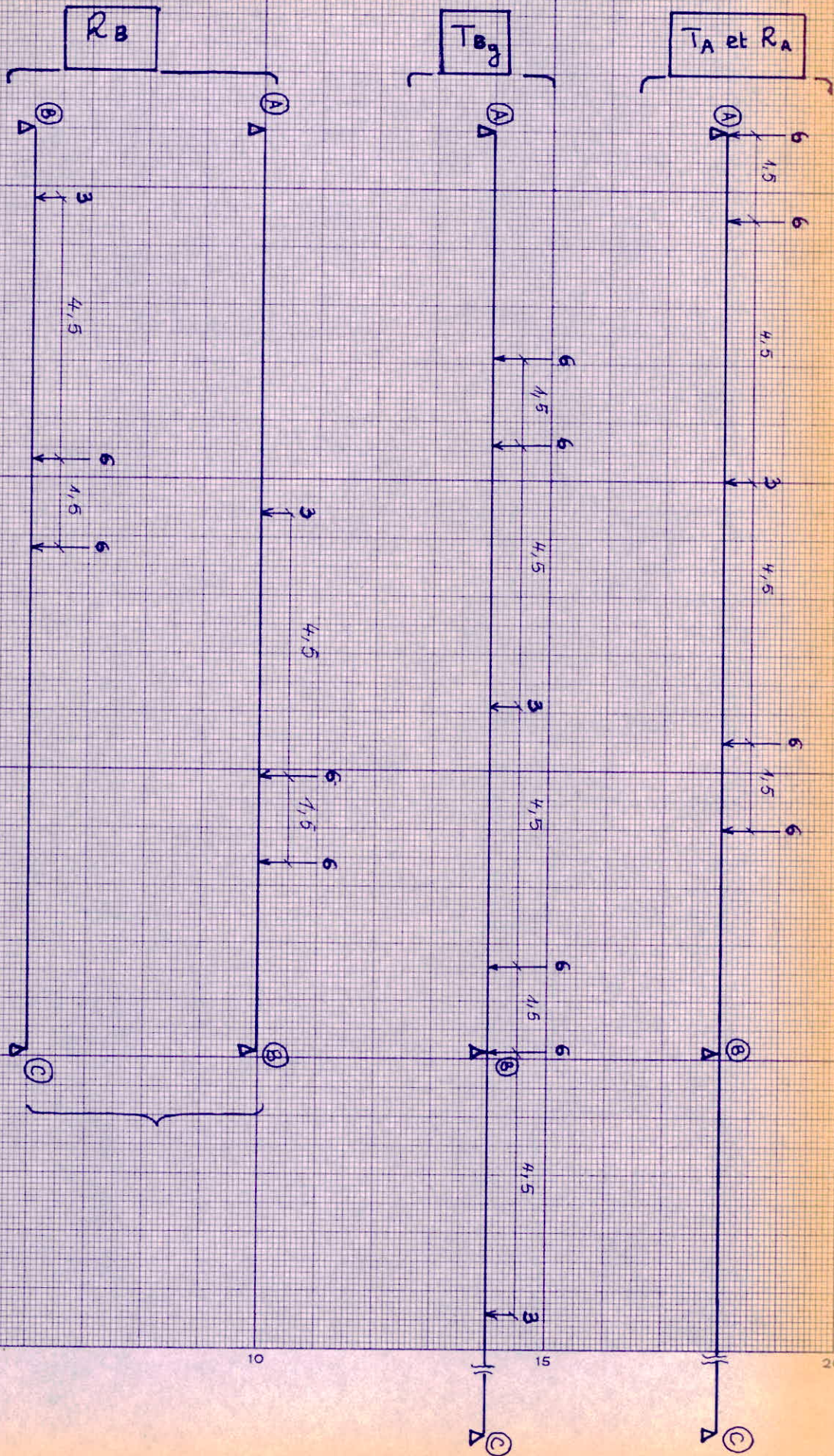
Position longitudinale des Convois en vue de déterminer les

Moments Fléchissants max dans les Sections:

Moments positifs en travée AB et négatif sur appui (B) :



Positions longitudinales des Convois B_c en vue des calculs de:



échelle des longueurs: 1/100

1.1 MOMENTS FLECHISSANTS

1.1.1 dans la section située à la distance $x = \frac{l}{4}$ de l'appui (A) :

$$M_{\frac{l}{4}} = \sum \eta_i P_i \quad \eta_i = \text{ordonnées de la ligne d'influence (du moment fléchissant dans la section considérée) au droit de la charge } P_i$$

$$M_{\frac{l}{4}} = 6(1,72 + 2,74) + 3(1,46) + 6(0,44 + 0,19) = 34,92 \text{ t.m}$$

donc pour une file longitudinale de roues:

$$M_{\frac{l}{4}} = 34,92 \text{ t.m}$$

1.1.2 dans la section située à la distance $x = \frac{7}{16} l$ de l'appui (A) :

$$M_{\frac{7}{16}l} = \sum \eta_i P_i \quad \text{Sa position longitudinale du convoi a déjà été déterminée.}$$

$$M_{\frac{7}{16}l} = 3(1,14) + 6(3,33 + 2,55) + 3(0,79) = 41,07 \text{ t.m}$$

donc pour une file longitudinale de roues:

$$M_{\frac{7}{16}l} = 41,07 \text{ t.m}$$

1.1.3 dans la section située à la distance $x = \frac{l}{2}$ de l'appui (A)

$$M_{\frac{l}{2}} = \sum \eta_i \cdot P_i$$

$$M_{\frac{l}{2}} = 3 \cdot (0,98) + 6(2,84 + 2,90) + 3 \cdot (0,9) = 40,08 \text{ t.m}$$

donc pour une file longitudinale de roues

$$M_{\frac{l}{2}} = 40,08 \text{ t.m}$$

1.1.4 dans la section située à la distance $x = \frac{3l}{4}$ de l'appui (A)

$$M_{\frac{3l}{4}} = \sum \eta_i P_i$$

$$M_{\frac{3l}{4}} = 6(0,09) + 3 \cdot (0,53) + 6(1,49 + 2,0) = 23,07 \text{ t.m}$$

donc pour une file longitudinale de roues

$$M_{\frac{3l}{4}} = 23,07 \text{ t.m}$$

11.5 sur appui intermédiaire (B):

$$M_B = \sum \eta_i P_i$$

$$M_B = 3 \cdot (-0,92) + 6 \cdot (-1,51 - 1,51) + 3 \cdot (-0,66) + 6 \cdot (-1,51 - 1,51)$$

$$M_B = -40,98 \text{ t.m}$$

donc pour une file de roues:

$$M_B = -40,98 \text{ t.m}$$

1.2 Efforts tranchants:

1.2.1 T_A : Effort tranchant immédiatement à droite de l'appui (A):

$$T_A^+ = \sum \eta_i P_i$$

$$T_A^+ = 6(1,0 + 0,88) + 3(0,54) + 6(0,25 + 0,17) = 15,42 \text{ t}$$

donc pour une file de roues:

$$T_A^+ = 15,42 \text{ t}$$

L'effort tranchant T_A^- est faible devant T_A^+

T_A^- sera sûrement faible devant l'effort tranchant dû au poids propre \Rightarrow je ne vois donc pas la nécessité de calculer

T_A^- .

1.2.2 T_{Bg} : Effort tranchant dans la section immédiatement à gauche de l'appui (B):

$$T_{Bg}^- = \sum \eta_i P_i$$

$$T_{Bg}^- = 6 \cdot (-1,0 - 0,94) + 3 \cdot (-0,715) + 6 \cdot (-0,415 - 0,305) + 3 \cdot (-0,08) = -18,35 \text{ t}$$

donc pour une file de roues:

$$T_{Bg}^- = -18,35 \text{ t}$$

1.3 REACTIONS d'appuis

1.3.1 Réaction d'appui (A)

$$R_A = T_A = 15,42 \text{ t}$$

1.3.2 Réaction d'appui (B)

$R_B = \sum \eta_i P_i$ η_i = ordonné de la ligne d'influence de la réaction d'appui R_B au droit de la charge P_i .

$$R_B = 3 \cdot (0,99 + 0,58) + 6 \cdot (0,84 + 0,75 + 0,94 + 0,87) = 25,1 \text{ t}$$

Donc pour une file de roues $R_B = 25,11 \text{ t}$

Remarque:

Tous les calculs ont été faits pour une seule file de roues ultérieurement lors de la répartition transversale des efforts, si j'ai transversalement n convois $1 \leq m \leq 5$ les efforts calculés précédemment doivent être multipliés par $2n$ (le 2 signifie que chaque convoi comporte 2 files de roues). Ces efforts seront aussi conformément aux règlements en vigueur être pondéré du Coefficient b_c et du Coefficient S de majoration dynamique pour les surcharges B.

1.4 Calcul des Moments négatifs en travée AB.

Des moments négatifs prendront naissance en travée AB quand les convois B_c seront sur la travée BC, chose visiblement évidente d'après les lignes d'influences des moments flechissants déjà tracés.

1.4.1 Moment négatif dans la section située à $x = \frac{l}{4}$ de l'appui (A)

$$M_{\frac{l}{4}}^- = \sum \eta_i^- P_i$$

η_i^- = ordonnées négative de la ligne d'influence des moments (dans la section considérée) au droit de la charge P_i .

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -6 \cdot (0,25 + 0,34 + 0,16 + 0,07) - 3 \cdot (0,36) = -6 \text{ t.m}$$

Donc pour une file de roues:

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -6 \text{ t.m}$$

1.4.2 Moment négatif dans la section située à $x = \frac{7}{16} l$ de (A)

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = -6 [0,43 + 0,57 + 0,3 + 0,14] - 3(0,63) = -10,53 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = -10,53 \text{ t.m}$$

1.4.3 Moment négatif dans la section située à $x = \frac{l}{2}$ de (A)

$$M_{\frac{l}{2}}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -6 [0,4 + 0,54 + 0,28 + 0,14] - 3(0,57) = -9,87 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -9,87 \text{ t.m}$$

1.4.4 Moment négatif dans la section située à $3l/4$ de (A)

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -6 [0,75 + 1,0 + 0,51 + 0,24] - 3(1,09) = -18,27 \text{ t.m}$$

pour une file de roues

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -18,27 \text{ t.m}$$

Remarque:

Dans la page suivante sont récapitulés dans des tableaux les efforts sous B_c

- pour une file de roues
- pour 5 convois c.à.d 10 files de roues.
- pour 5 convois, pondérés du Coefficient $b_c = 0,7$ et du Coefficient de majoration dynamique $S = 1,14$ déjà calculé pour les surcharges B.

Tableaux Récapitulatifs des Efforts sous B_c

pour 1 file de roues	Section Effort		$0l$	$l/4$	$\frac{7}{16}l$	$l/2$	$3l/4$	l
	MOMENTS	M^+ (t.m)		0	34,92	41,07	40,08	23,07
M^- (t.m)			0	-6	-10,53	-9,87	-18,27	-40,98
pour 1 file de roues	EFFORTS Tranchants (t.)		15,42	—	—	—	—	-18,35
	REACTIONS d'appuis (t)		15,42	—	—	—	—	25,11

pour 5 Convois = 10 files de roues	Section Effort		$0l$	$l/4$	$\frac{7}{16}l$	$l/2$	$3l/4$	l
	MOMENTS	M^+ (t.m)		0	349,2	410,7	400,8	230,7
M^- (t.m)			0	-60	-105,3	-98,7	-182,7	-409,8
pour 5 Convois = 10 files de roues	Efforts tranchants (t)		154,2	—	—	—	—	-183,5
	Réactions d'appuis (t)		154,2	—	—	—	—	251,1

↙ Efforts pondérés par $b_c = 0,17$ et $\delta = 1,14$.

pour 5 Convois Efforts pondérés	Section Effort		$0l$	$l/4$	$\frac{7}{16}l$	$l/2$	$3l/4$	l
	MOMENTS	M^+ (t.m)		0	278,66	327,74	319,84	184,1
M^- (t.m)			0	-47,88	-84,03	-78,76	-145,79	-327,02
pour 5 Convois Efforts pondérés	Efforts tranchants (t)		123,05	—	—	—	—	-146,43
	Réactions d'appuis (t)		123,05	—	—	—	—	200,38

② Calcul sous Bt

- On considère une file longitudinale de roues Bt c'est à dire deux roues de 8t distantes de 1,35 m qu'on positionne sur la construction de façon à provoquer l'effet le plus défavorable dans une section fixée et pour une nature d'effort donnée.
- Ses moments flechissants seront déterminés dans les sections $x = \frac{l}{4}$; $\frac{7}{16} l$; $\frac{l}{2}$; $\frac{3l}{4}$; l .
- On calculera les efforts tranchants $T_{A \max}$ et $T_{B \max}$.
- On calculera également la réaction d'appui intermédiaire $R_B \max$.
- Ses positions longitudinales des roues pour les différents calculs sont données dans les pages suivantes.

2.1 Moments Fléchissants

2.1.1 Dans la section située à la distance $x = \frac{l}{4}$ de (A) :

Moment positif :

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = \sum \eta_i^+ \cdot P_i$$

η_i^+ = ordonné positive de la ligne d'influence du moment flechissant (dans la section considérée) au droit de la charge P_i .

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 8 [2,74 + 2,35] = 40,72 \text{ t.m}$$

pour une file de roues :

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 40,72 \text{ t.m}$$

Moment négatif :

$$M_{\frac{l}{4}}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

η_i^- = ordonné négative de la ligne d'influence du moment flechissant (dans la section considérée) au droit de la charge P_i .

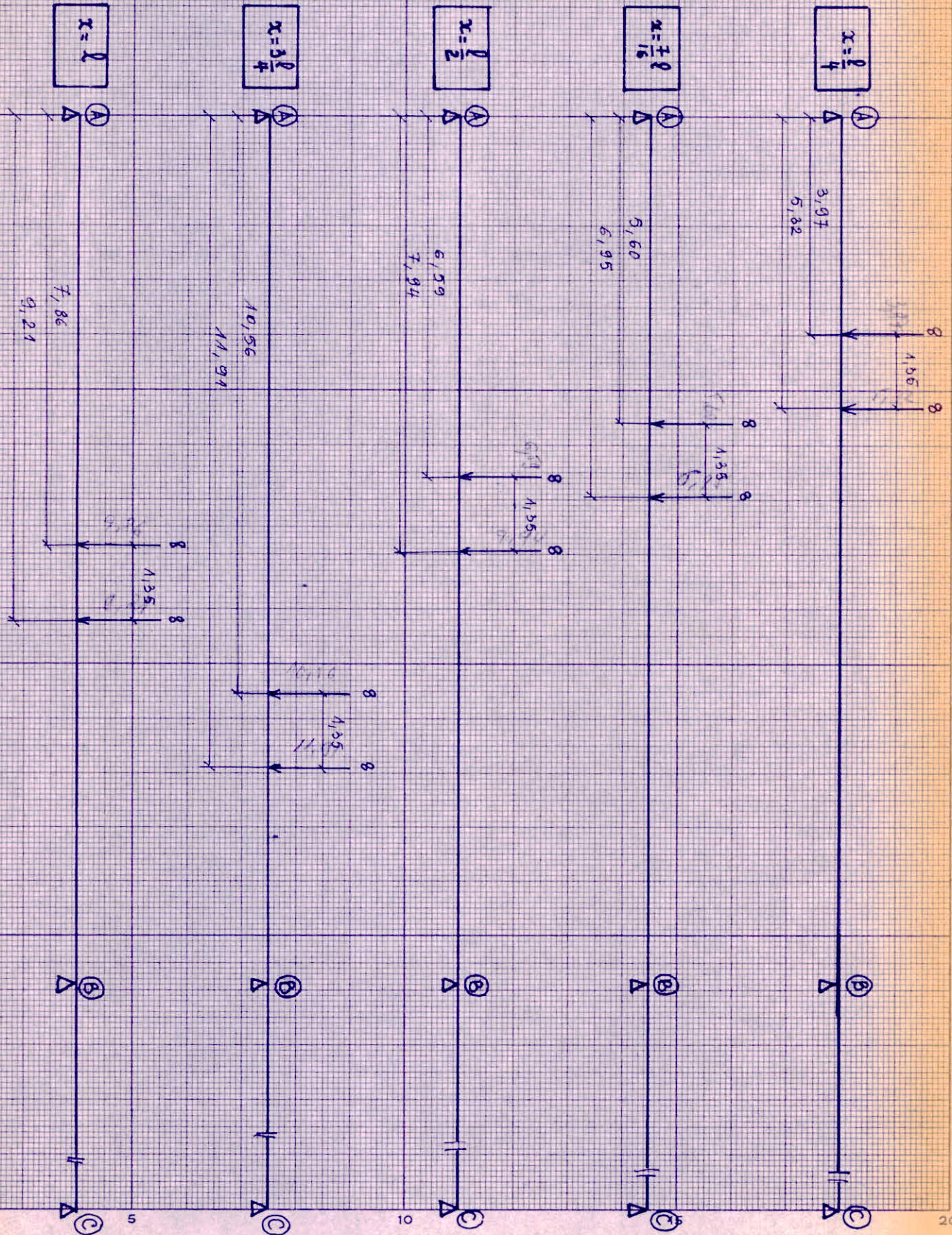
$$M_{\frac{l}{4}}^- = -8 [0,38 + 0,37] = -6 \text{ t.m}$$

pour une file de roues :

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -6,00 \text{ t.m}$$

Position Longitudinale des Roues en vue de determiner les

Moments Fléchissants positifs max dans les sections en travée AB et le Moment négatif max sur appui B



2.1.2 Dans la section située à la distance $x = \frac{7}{16}l$ de (A)

Moment positif:

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = \sum \eta_i^+ \cdot P_i$$

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = 8[3,33 + 2,64] = 47,76 \text{ t.m}$$

Pour une file de roues:

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = 47,76 \text{ t.m.}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = -8[0,67 + 0,64] = -10,48 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = -10,48 \text{ t.m}$$

2.1.3 Dans la section médiane à $x = \frac{l}{2}$ de (A):

Moment positif:

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = \sum \eta_i^+ \cdot P_i$$

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = 8[3,23 + 2,62] = 46,80 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = 46,80 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{l}{2}}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -8[0,6 + 0,59] = -9,52 \text{ t.m.}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -9,52 \text{ t.m.}$$

2.1.4 Dans la section située à la distance $x = \frac{3l}{4}$ de l'appui (A):

Moment positif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = \sum \eta_i^+ \cdot P_i$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = 8 [2,0 + 1,52] = 28,16 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = 28,16 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = \sum \eta_i^- \cdot P_i$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -8 [1,15 + 1,13] = -18,24 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -18,24 \text{ t.m}$$

2.1.5 Moment sur appui intermédiaire (B):

$$M_B = \sum \eta_i \cdot P_i$$

$$M_B = -8 [1,52 + 1,49] = -24,08 \text{ t.m}$$

pour une file de roues:

$$M_B = -24,08 \text{ t.m}$$

2.2 EFFORTS TRANCHANTS

2.2.1 T_A: Effort tranchant immédiatement à droite de l'appui (A):

$$T_A^+ = \sum \eta_i^+ \cdot P_i \quad \eta_i^+ = \text{ordonnée positive de la ligne d'influence de } T_A \text{ au droit de la charge } P_i.$$

Il est évident que les roues seront disposées de façon à avoir les ordonnées η_i^+ les plus grandes possibles.

$$T_A^+ = 8 [1 + 0,895] = 15,16 \text{ t}$$

pour une file de roues:

$$T_A^+ = 15,16 \text{ t}$$

$$T_A^- = -8 [0,1 + 0,09] = -1,52 \text{ t}$$

pour une file de roues:

$$T_A^- = -1,52 \text{ t}$$

2.2.2 T_{Bg} : Effort tranchant immédiatement à gauche de l'appui B:

$$T_{Bg} = \sum \eta_i P_i$$

$$T_{Bg} = -8[1 + 0,945] = -15,56 t$$

pour une file de roues:

$T_{Bg} = -15,56 t$

2.3. REACTIONS D'APPUIS

2.3.1 Réaction d'appui R_A :

$$R_A = T_A \Rightarrow$$

$R_A^+ = 15,16 t$
$R_A^- = -1,52 t$

2.3.2 Réaction d'appui R_B :

$$R_B = \sum \eta_i P_i$$

η_i = ordonné de la ligne d'influence de la réaction d'appui R_B au droit de la charge P_i .

$$R_B = 8[0,995 + 0,995] = 15,92 t$$

pour une file de roues:

$R_B = 15,92 t.$

Remarques:

- tous les calculs ont été menés pour une file de roues
- Dans le cas où nous disposons 2 tandems sur le pont (de front) les efforts seront obtenus en multipliant les efforts précédents par 4. Car chaque tandem comporte 2 files de roues.
- Ses efforts finaux seront affectés du Coefficient de majoration dynamique $S = 1,14$ (du système B).
le coefficient b_f est ici égal à l'unité ($b_f = 1$) \Rightarrow pas d'influence.
- Dans la page suivante on dresse des tableaux récapitulatifs.

Tableaux récapitulatifs des Efforts sous Bt.

	Sections		0l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	Efforts							
pour 1 file de roues	Moments	M ⁺ (t.m)	0	40,72	47,76	46,80	28,16	—
		M ⁻ (t.m)	0	-6	-10,48	-9,52	-18,24	-24,08
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	15,16	—	—	—	—	—
		T ⁻ (t)	-1,52	—	—	—	—	-15,56
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	15,16	—	—	—	—	15,92
		R ⁻ (t)	-1,52	—	—	—	—	—

	Sections		0l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	Efforts							
pour 2 tandems = 4 files de roues	Moments	M ⁺ (t.m)	0	162,88	191,04	187,2	112,64	—
		M ⁻ (t.m)	0	-24	-41,92	-38,08	-72,96	-96,32
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	60,64	—	—	—	—	—
		T ⁻ (t)	-6,08	—	—	—	—	-62,24
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	60,64	—	—	—	—	63,68
		R ⁻ (t)	-6,08	—	—	—	—	—

Efforts pondérés par bt = 1 et S = 1,14

	Sections		0l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	Efforts							
pour 2 tandems Efforts pondérés	Moments	M ⁺ (t.m)	0	185,68	217,79	213,41	128,41	—
		M ⁻ (t.m)	0	-27,36	-47,79	-43,41	-83,13	-109,8
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	69,13	—	—	—	—	—
		T ⁻ (t)	-6,93	—	—	—	—	-70,95
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	69,13	—	—	—	—	72,60
		R ⁻ (t)	-6,93	—	—	—	—	—

③ Calcul sous Br

On positionnera dans le sens longitudinal la roue Br de 10t (impact 0,30 x 0,60) au droit des ordonnées maximales des lignes d'influences des efforts qu'on cherche à Calculer.

- Les moments fléchissants seront déterminés dans les sections:

$$x = \frac{l}{4} ; x = \frac{7}{16} l ; x = \frac{l}{2} ; x = \frac{3l}{4} ; x = l.$$

- On calculera les efforts tranchants: $T_{A \max}$ et $T_{B \max}$

- On déterminera aussi la réaction d'appui intermédiaire: R_B

3.1. Moments Fléchissants

3.1.1 Dans la section située à la distance $x = \frac{l}{4}$ de l'appui (A):

Moment positif:

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = P \cdot \eta_{\max}^+ = 10 \cdot 2,74 = 27,4 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 27,4 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{l}{4}}^- = P \eta_{\max}^- = -10 \cdot 0,38 = -3,8 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -3,8 \text{ t.m}$$

3.1.2. Dans la section située à la distance $x = \frac{7}{16} l$ de (A):

Moment positif.

$$M_{\frac{7}{16} l}^+ = P \cdot \eta_{\max}^+ = 10 \cdot 3,33 = 33,3 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{7}{16} l}^+ = 33,3 \text{ t.m}$$

Moment négatif

$$M_{\frac{7}{16} l}^- = P \cdot \eta_{\max}^- = -10 \cdot 0,67 = -6,7 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{7}{16} l}^- = -6,7 \text{ t.m}$$

3.1.3 Dans la section située à la distance $x = \frac{l}{2}$ de (A)

Moment positif:

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = P \cdot \eta_{\max}^+ = 10 \cdot 3,23 = 32,3 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = 32,3 \text{ t.m}$$

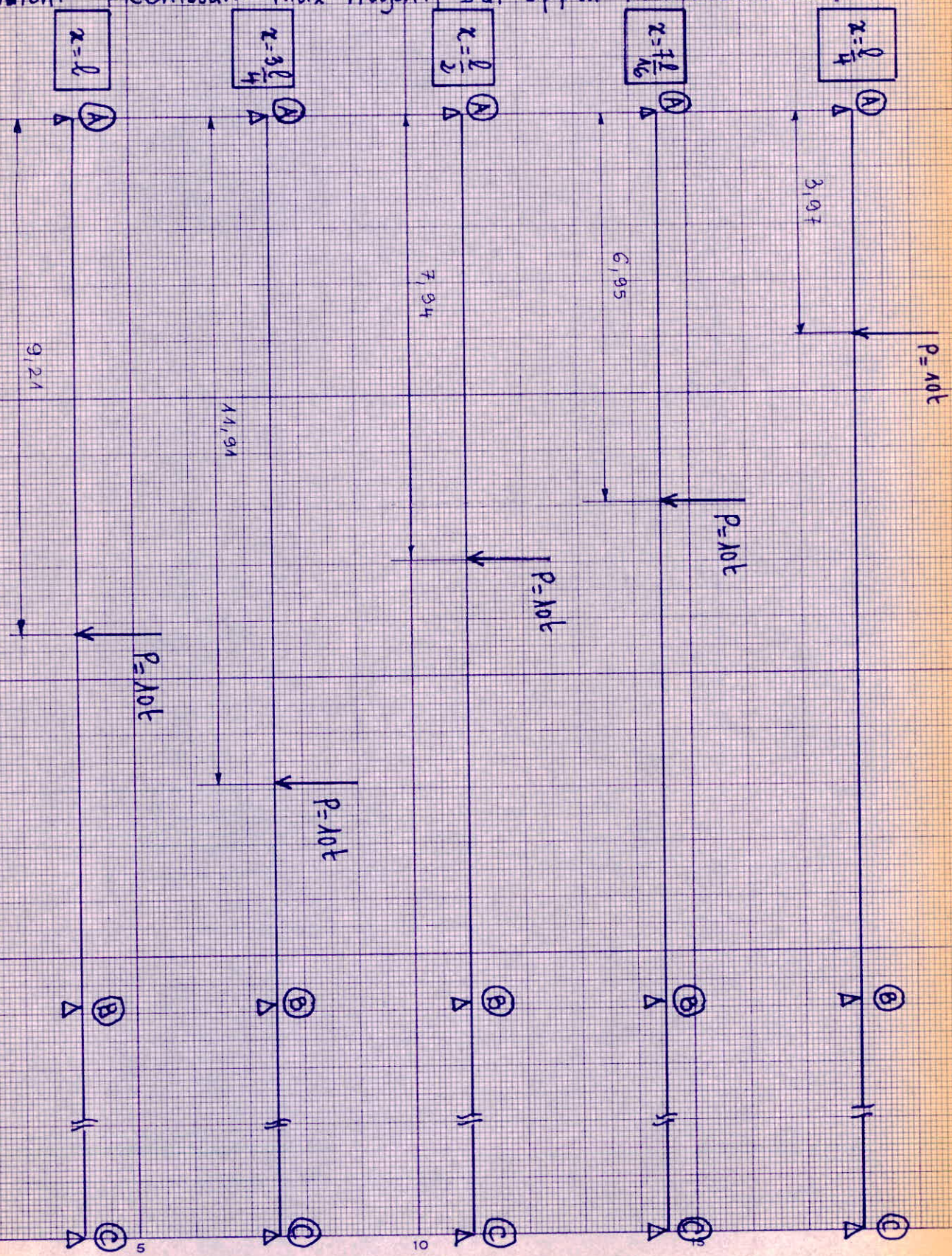
Moment négatif:

$$M_{\frac{l}{2}}^- = P \cdot \eta_{\max}^- = -10 \cdot 0,6 = -6 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -6 \text{ t.m}$$

positions longitudinales de la roue Br en vue de déterminer les Moments Fléchissants max positifs entravés :

le Moment Fléchissant max négatif sur appui intermédiaire :



3.1.4 Dans la section située à la distance $x = \frac{3l}{4}$ de (A)

Moment positif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = P \cdot \eta_{\max}^+ = 10 \cdot 2 = 20 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = 20 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = P \cdot \eta_{\max}^- = -10 \cdot 1,15 = -11,5 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -11,5 \text{ t.m}$$

3.1.5 Moment sur appui intermédiaire: (B)

$$M_B = P \eta_{\max}^- = -10 \cdot 1,52 = -15,2 \text{ t.m}$$

$$M_B = -15,2 \text{ t.m}$$

3.2. EFFORTS TRANCHANTS

3.2.1. T_A : Effort tranchant immédiatement à droite de (A):

$$T_A^+ = P \cdot \eta_{\max}^+ = 10 \cdot 1 = 10 \text{ t}$$

$$T_A^+ = 10 \text{ t}$$

$$T_A^- = P \cdot \eta_{\max}^- = -10 \cdot 0,1 = -1 \text{ t}$$

$$T_A^- = -1 \text{ t}$$

3.2.2. T_{Bq} : Effort tranchant immédiatement à gauche de (B):

$$T_{Bq} = P \cdot \eta_{\max} = -10 \cdot 1 = -10 \text{ t}$$

$$T_{Bq} = -10 \text{ t}$$

3.3. REACTIONS D'APPUIS

3.3.1 Réaction d'appui: R_A .

$$R_A = T_A \Rightarrow \begin{array}{|c|} \hline R_A^+ = 10 \text{ t} \\ \hline R_A^- = -1 \text{ t} \\ \hline \end{array}$$

3.3.2 Réaction d'appui R_B .

$$R_B = P \cdot \eta_{\max} = +10 \cdot 1 = 10 \text{ t}$$

$$R_B = 10 \text{ t}$$

Remarques:

Ses efforts précédemment calculés doivent être affectés du coefficient S de majoration dynamique du système B
 $S = 1,14$. Voir tableaux récapitulatifs

Tableaux récapitulatifs des Efforts sous Br.

Efforts Non pondérés pour la Roue Br	Section Efforts		0l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	MOMENTS	M ⁺ (t.m)	0	27,4	33,30	32,30	20	/
		M ⁻ (t.m)	0	-3,8	-6,70	-6,0	-11,5	-15,2
EFFORTS TRANCHANTS	T ⁺ (t)	10					/	
	T ⁻ (t)	-1,0					-10	
REACTIONS D'APPUI	R ⁺ (t)	10					10	
	R ⁻ (t)	-1,0					/	

Efforts pondérés par $\delta = 1,14$	Section efforts		0l	l/4	7/16 l	l/2	3l/4	l
	MOMENTS	M ⁺ (t.m)	0	31,24	37,96	36,82	22,8	/
		M ⁻ (t.m)	0	-4,33	-7,64	-6,84	-13,11	-17,33
EFFORTS TRANCHANTS	T ⁺ (t)	11,4					/	
	T ⁻ (t)	-1,14					-11,4	
REACTIONS D'APPUI	R ⁺ (t)	11,4					11,4	
	R ⁻ (t)	-1,14					/	

C/ Calculs sous les SURCHARGES MILITAIRES

① système Mc 120

Les calculs seront menés pour une chenille $P = 55t$ impact sur la chaussée $6,10 m \times 1,0 m$.

La position de la chenille longitudinalement sur le pont se fera sur des considérations des lignes d'influences déjà tracées.

- Ses moments fléchissants seront déterminés dans les sections:

$$x = \frac{l}{4} ; \frac{7}{16} l ; \frac{l}{2} ; 3\frac{l}{4} ; l.$$

- on calculera les efforts tranchants

$$T_{A \max} \text{ et } T_{B \max}$$

- on calculera la réaction d'appui intermédiaire: $R_{B \max}$.

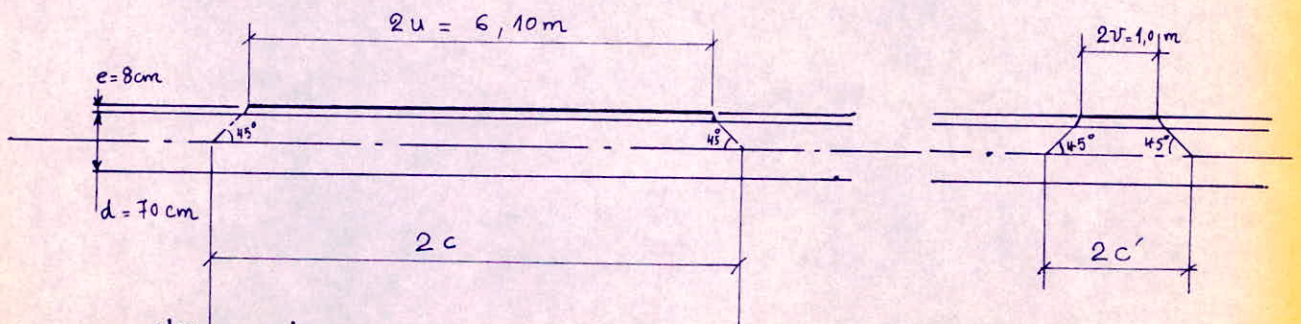
Etape préliminaire:

L'impact de la chenille sur la chaussée étant de dimensions importantes

$$2u = 6,1 m$$

$$2v = 1,0 m$$

Il est nécessaire de déterminer les dimensions de la diffusion de cette impact sur le plan moyen de la dalle.



longueur d'impact:

$$2c = 2u + 1,5e + d = 610 + 1,5 \cdot 8 + 70 = 692 cm$$

$$2c = 6,92 m.$$

Largeur d'Impact:

$$2c' = 2v + 1,5e + d = 100 + 1,5 \cdot 8 + 70 = 182 \text{ cm}$$

$$2c' = 1,82 \text{ m.}$$

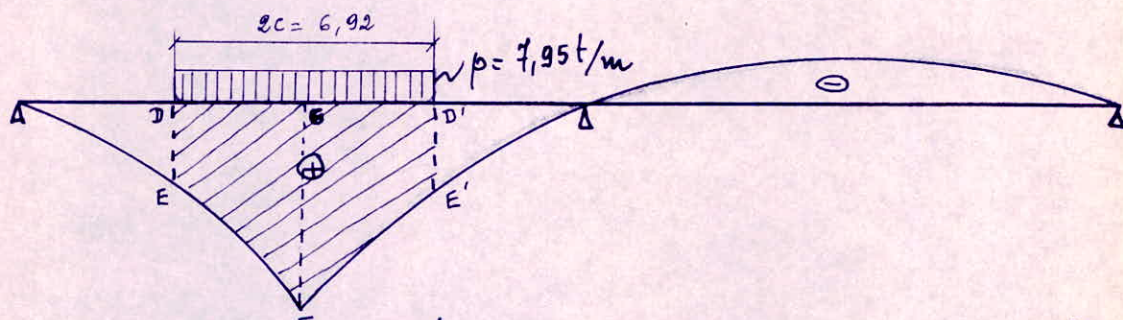
Calcul de la surcharge uniformément répartie sur la longueur

$$2c = 6,92 \text{ m.}$$

$$p = \frac{P}{2c} = \frac{55 \text{ t}}{6,92 \text{ m}} = 7,95 \text{ t/m.}$$

Exemple de Calcul:

soit à calculer le Moment positif maximal sous $M_{c=1/2}$ dans la section Médiane $x = \frac{l}{2}$. on a déjà tracé la ligne d'influence son allure est la suivante:



on positionne l'impact (sur le plan moyen de la dalle) de la chenille dans la zone des ordonnées maximales de ligne d'influence. le moment cherché vaut alors.

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = p \cdot \text{Aire hachurée}$$

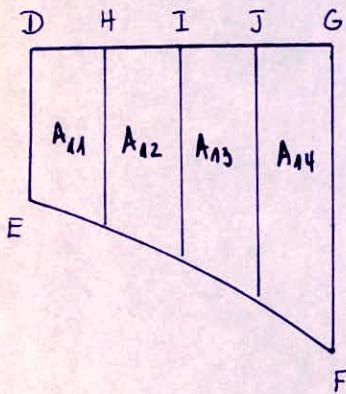
Calcul de l'Aire hachurée

L'aire hachurée DEF E'S' sera divisée en 2 aires:

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \text{DEFG} \\ A_2 = \text{D'E'FG} \end{array} \right\} \text{ G est la projection de F sur DD'}$$

Calcul de l'aire : A_1 .

le segment DG sera divisé en 4 segments égaux : $\frac{DG}{4}$



$$DH = HI = IJ = JG = \frac{DG}{4}$$

Soient η_D ; η_H ; η_I ; η_J ; η_G
les ordonnées de la ligne d'influence
au droit respectivement de : D ; H ; I ; J ; G

on a :

$$A_1 = A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}.$$

$$A_{11} \approx \frac{(\eta_D + \eta_H)}{2} \cdot DH$$

$$A_{12} \approx \frac{(\eta_H + \eta_I)}{2} \cdot HI$$

$$A_{13} \approx \frac{(\eta_I + \eta_J)}{2} \cdot IJ$$

$$A_{14} \approx \frac{(\eta_J + \eta_G)}{2} \cdot JG$$

Ceci en assimilant les aires

A_{11} A_{12} A_{13} A_{14} à des
trapezes

$$A_1 = \frac{DG}{4} \cdot \frac{1}{2} [\eta_D + 2\eta_H + 2\eta_I + 2\eta_J + \eta_G]$$

$$A_1 = \frac{DG}{8} [\eta_D + 2(\eta_H + \eta_I + \eta_J) + \eta_G]$$

Calcul de l'aire A_2 .

De la même façon en divisant le segment D'G en quatre
segments égaux : $\frac{D'G}{4}$. on obtient :

$$A_2 = \frac{D'G}{8} [\eta_{D'} + 2(\eta_{H'} + \eta_{I'} + \eta_{J'}) + \eta_G]$$

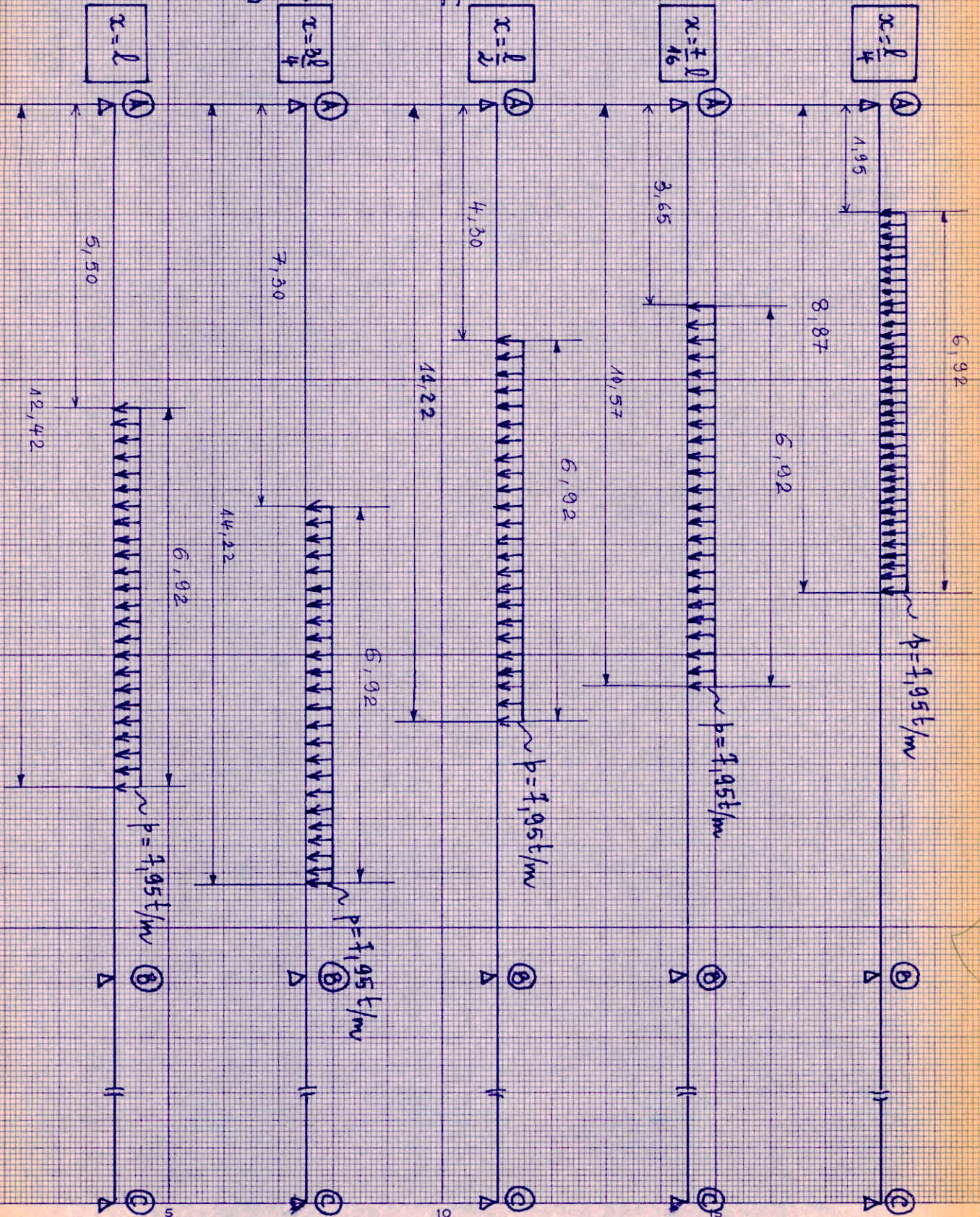
Calcul de l'aire hachurée

$$A = A_1 + A_2.$$

Calcul du Moment :

$$M = p \cdot A$$

position Longitudinale du char Mc120 en Vue de determiner les Moments max positifs en travée et le Moment max négatif sur appui intermédiaire (B)



1.1 Moments Fléchissants

1.1.1 Dans la section située à $x = \frac{l}{4}$ de (A):

Moment positif:

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = p \cdot A^+ \quad A^+ = \text{Aire correspondante de la ligne d'influence: (Aire positive)}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 7,95 \cdot 14,22 = 113,05 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 113,05 \text{ t.m}$$

Moment négatif

$$M_{\frac{l}{4}}^- = p \cdot A^- \quad A^- = \text{Aire négative max (en valeur absolue) correspondante à l'impact (6,92)m.}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -7,95 \cdot 2,42 = -19,24 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -19,24 \text{ t.m}$$

1.1.2 Dans la section située à $x = \frac{7}{16}l$ de (A)

Moment positif

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = p \cdot A^+ = 7,95 \cdot 17,33 = 137,77 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{7}{16}l}^+ = 137,77 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = p \cdot A^- = -7,95 \cdot 4,29 = -34,11 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{7}{16}l}^- = -34,11 \text{ t.m}$$

1.1.3 Dans la section médiane : $x = \frac{l}{2}$.

Moment positif:

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = p \cdot A^+ = 7,95 \cdot 16,88 = 134,20 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = 134,20 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{l}{2}}^- = p \cdot A^- = -7,95 \cdot 3,88 = -30,85 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -30,85 \text{ t.m}$$

1.1.4 Moments dans la section située à $x = \frac{3l}{4}$ de (A)

Moment positif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = p \cdot A^+ = 7,95 \cdot 9,34 = 74,25 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = 74,25 \text{ t.m}$$

Moment négatif:

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = p \cdot A^- = -7,95 \cdot 7,40 = -58,83 \text{ t.m}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -58,83 \text{ t.m}$$

1.1.5 Moment sur appui intermédiaire (B):

$$M_B = p \cdot A = -7,95 \cdot 9,78 = -77,75 \text{ t.m.}$$

$$M_B = -77,75 \text{ t.m}$$

1.2 Efforts tranchants:

1.2.1. T_A : Effort tranchant immédiatement à droite de l'appui (A):

$T_A^+ = p \cdot A^+$ A^+ = Aire positive correspondante de la ligne d'influence de T_A .

$$T_A^+ = 7,95 \cdot 5,09 = 40,47 \text{ t}$$

$$T_A^+ = 40,47 \text{ t}$$

$$T_A^- = p \cdot A^-$$

$$T_A^- = -7,95 \cdot 0,62 = -4,93 \text{ t}$$

$$T_A^- = -4,93 \text{ t}$$

1.2.2. T_{Bg} : Effort tranchant immédiatement à gauche de l'appui (B):

$$T_{Bg} = p \cdot A = -7,95 \cdot 5,85 = -46,51 \text{ t}$$

$$T_{Bg} = -46,51 \text{ t}$$

1.3 Réactions d'appuis:

1.3.1. Réaction de l'appui (A):

$$R_A = T_A \quad \Rightarrow$$

$R_A^+ = 40,47 \text{ t}$
$R_A^- = -4,93 \text{ t}$

1.3.2 Réaction de l'appui intermédiaire (B):

$$R_B = p \cdot A = 7,95 \cdot 6,78 = 53,90 \text{ t}$$

$$R_B = 53,90 \text{ t}$$

Remarque:

Tous les calculs ont été menés en considérant 1 chenille
 $P = 55 \text{ t}$ impact $(6,1 \times 1,0) \text{ m}^2$. Or le système Mc 120
est un char à 2 chenilles : $P_t = 110 \text{ t}$.

Dans des tableaux seront récapitulés les efforts correspondant à une chenille puis les efforts correspondant au char = 2 chenilles.

Ces efforts totaux doivent être pondérés du coefficient de majoration dynamique $S = 1,122$ correspondant aux surcharges militaires.

Tableaux récapitulatifs des Efforts sous le "Mc 120"

pour 1 chenille	Section Efforts		0l	l/4	$\frac{7}{16}l$	l/2	3l/4	l
	Moments	M ⁺ (t.m)	0	113,05	137,77	134,20	74,25	-
		M ⁻ (t.m)	0	-19,24	-34,11	-30,85	-58,83	-77,75
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	40,47	-	-	-	-	-
		T ⁻ (t)	-4,93	-	-	-	-	-46,51
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	40,47	-	-	-	-	53,90
R ⁻ (t)		-4,93	-	-	-	-	-	

pour 2 chenilles = 1 CHAR	Section Efforts		0l	l/4	$\frac{7}{16}l$	l/2	3l/4	l
	Moments	M ⁺ (t.m)	0	226,10	275,54	268,40	148,50	-
		M ⁻ (t.m)	0	-38,48	-68,22	-61,70	-117,66	-155,5
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	80,94	-	-	-	-	-
		T ⁻ (t)	-9,86	-	-	-	-	-93,02
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	80,94	-	-	-	-	107,8
R ⁻ (t)		-9,86	-	-	-	-	-	

Efforts pondérés par $\sigma = 1,122$

pour 1 CHAR Efforts pondérés	Section Efforts		0l	l/4	$\frac{7}{16}l$	l/2	3l/4	l
	Moments	M ⁺ (t.m)	0	253,68	309,16	301,14	166,62	-
		M ⁻ (t.m)	0	-43,17	-76,54	-69,23	-132,01	-174,47
	Efforts tranchants	T ⁺ (t)	90,81	-	-	-	-	-
		T ⁻ (t)	-11,06	-	-	-	-	-104,37
	Réactions d'appuis	R ⁺ (t)	90,81	-	-	-	-	120,95
R ⁻ (t)		-11,06	-	-	-	-	-	

D] Calcul sous la surcharge de trottoire:

La surcharge de trottoire est une surcharge uniformément répartie: $q = 150 \text{ kg/m}^2$

Comme nous avons un trottoir de largeur $a = 4 \text{ m}$ la surcharge de trottoir correspond donc à une surcharge uniformément répartie sur la longueur de densité:

$$p = q \cdot a = 600 \text{ kg/m} = 0,6 \text{ t/m.}$$

- on calculera les Moments dans tout le pont aux sections

$$x = \frac{l}{4}; \frac{7}{16} l; \frac{l}{2}; \frac{3l}{4}; l.$$

• pour le calcul d'un moment positif en travée AB on surcharge toute la travée AB (uniquement AB).

• pour le calcul d'un moment négatif en travée AB on surcharge la travée BC (uniquement BC).

• pour le calcul du moment sur appui intermédiaire M_B on surcharge tout le pont (AB + BC)

- On calculera les Efforts tranchants:

T_A : immédiatement à droite de l'appui (A)

T_{Bg} : immédiatement à gauche de l'appui (B)

Exemple de Calcul:

Soit à calculer le Moment dans la section situé à $x = \frac{l}{4}$ de (A)

$M^+ = p \cdot A^+$ où A^+ est l'aire positive de la ligne d'influence des Moments dans la section considérée.

$M^- = p \cdot A^-$ où A^- est l'aire négative

1. MOMENTS FLECHISSANTS

1.1. dans la section située à $x = \frac{l}{4}$ de l'appui (A) :

Moment positif:

$$M^+ = p \cdot A^+ = 0,6 \cdot 19,70 = 11,82 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^+ = 11,82 \text{ t.m.}$$

Moment négatif:

$$M^- = p \cdot A^- = -0,6 \cdot 2,63 = -1,58 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{l}{4}}^- = -1,58 \text{ t.m.}$$

1.2. dans la section située à $x = \frac{7l}{16}$ de l'appui (A) :

Moment positif:

$$M^+ = p \cdot A^+ = 0,6 \cdot 24,13 = 14,48 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{7l}{16}}^+ = 14,48 \text{ t.m.}$$

Moment négatif:

$$M^- = p \cdot A^- = -0,6 \cdot 4,60 = -2,76 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{7l}{16}}^- = -2,76 \text{ t.m.}$$

1.3. dans la section médiane à $\frac{l}{2}$ de (A) :

Moment positif:

$$M^+ = p \cdot A^+ = 0,6 \cdot 23,64 = 14,18 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^+ = 14,18 \text{ t.m.}$$

Moment négatif:

$$M^- = p \cdot A^- = -0,6 \cdot 5,25 = -3,15 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{l}{2}}^- = -3,15 \text{ t.m.}$$

1.4. dans la section située à $x = \frac{3l}{4}$ de (A) :

Moment positif:

$$M^+ = 0,6 \cdot 11,82 = 7,09 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^+ = 7,09 \text{ t.m.}$$

Moment négatif:

$$M^- = -0,6 \cdot 7,88 = -4,73 \text{ t.m.}$$

$$M_{\frac{3l}{4}}^- = -4,73 \text{ t.m.}$$

1.5. Moment sur appui intermédiaire (B) :

$$M_B = p \cdot A^- = -0,6 \cdot 31,52 = -18,91 \text{ t.m.}$$

$$M_B = -18,91 \text{ t.m.}$$

2. Efforts tranchants:

2.1. T_A : Effort tranchant immédiatement à droite de (A):

$T_A^+ = p \cdot A^+$ avec A^+ = aire positive de la ligne d'influence des Efforts tranchants T_A .

$T_A^+ = 0,6 \cdot 6,95 = 4,17 \text{ t}$ $T_A^+ = 4,17 \text{ t}$

$T_A^- = p \cdot A^-$ avec A^- = aire négative de la ligne d'influence de T_A .

$T_A^- = -0,6 \cdot 0,99 = -0,59 \text{ t}$ $T_A^- = -0,59 \text{ t}$

2.2. T_{Bg} : Effort tranchant immédiatement à gauche de (B):

$T_{Bg} = p \cdot A^- = -0,6 \cdot 9,93 = -5,96 \text{ t}$ $T_{Bg} = -5,96 \text{ t}$

3. Réactions d'appuis.

3.1. Réaction d'appui (A):

$R_A = T_A \rightarrow$ $R_A^+ = 4,17 \text{ t}$

$R_A^- = -0,59 \text{ t}$

3.2. Réaction d'appui (B):

$R_B = p \cdot A$ où A est l'aire, [de la ligne d'influence de la réaction d'appui intermédiaire R_B déjà tracée], déjà calculée.

$R_B = 0,6 \cdot 19,85 = 11,91 \text{ t}$.

$R_B = 11,91 \text{ t}$

CALCUL des EFFORTS dus aux tassements d'appuis:

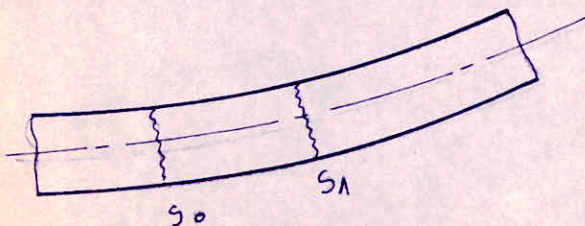
dans l'étude du présent projet il est à tenir compte d'un tassement probable d'appuis égal à 0,05 m
Un tel événement créerait des efforts supplémentaires au niveau de toute la structure qu'il faudrait ajouter aux efforts déjà déterminés précédemment.

Remarque:

Je considère dans mes calculs que s'il y a tassement d'appui il y a tassement de tout l'appui et non d'une partie seulement de l'appui. C'est à dire que le tassement est uniformément réparti dans le sens transversal. Cette hypothèse simplificatrice me permet donc de calculer les efforts dans une bande de 1m; où qu'elle soit? les efforts dans une bande de 1m seront les mêmes. En termes plus clair cela revient à considérer un coefficient de répartition transversale $K(y) = 1$ quel que soit y .

FORMULE des 3 Moments d'une poutre continue avec tassements d'appuis.

① Formules de Bresse



Considérons un élément de poutre entre deux sections S_0 et S_1 et dont la ligne moyenne est dans le plan de la figure
Si les déplacements horizontaux

sont négligeables le déplacement de S_0 est caractérisé par deux paramètres :
 w_0 : le déplacement vertical
 θ_0 : l'angle de rotation

De même que le déplacement de S_1 est caractérisé par:

$w_1 =$ déplacement vertical

$\varphi_1 =$ angle de rotation

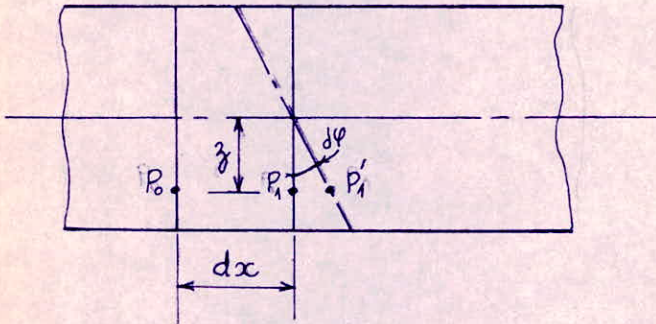
Le but des formules de Bresse est d'établir une relation entre le déplacement à l'extrémité (x_1) et le déplacement à l'origine (x_0) compte tenu des éléments de réduction des forces à gauche intervenant entre S_0 et S_1 .

Pour les poutres droites dans l'hypothèse des petites déformations sous l'effet du moment de flexion M entre x_0 et x_1 .

Rotation à l'extrémité = {Rotation à l'origine} + {Rotation due à M }

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \text{Rotation due à } M.$$

Calcul de la rotation due à M .



Considérons un tronçon de poutre de longueur dx , délimité par deux sections S_0 et S_1 .

le point P_1 de côte z dans S_1 se déplacera sous l'effet de M en P_1'

Donc la fibre P_0P_1 s'allongera de P_1P_1'

Soit $d\varphi$ l'angle de rotation de la section (S_1).

L'allongement relatif de la fibre P_0P_1 est:

$$\epsilon = \frac{P_1 P_1'}{P_0 P_1} \quad ; \quad \begin{cases} P_1 P_1' = z d\varphi \\ P_0 P_1 = dx \end{cases} \rightarrow \text{hypoth des petites déformations}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{z d\varphi}{dx}$$

Appelons σ : la contrainte normale en P_1

Considérons un petit élément de surface dw de côté z

la force intérieure élémentaire est: $dF = \sigma dw$

le moment élémentaire est: $dM = z dF = z \sigma dw$.

Vu que le moment total des forces extérieures est M ; il doit être équilibré par le moment des forces intérieures

$$M = \iint_{(S)} z \sigma dw \quad (1)$$

En application de la loi de HOOKE on a: $\epsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = E \cdot \epsilon$

or nous avons déjà calculé ϵ : $\epsilon = z \frac{d\varphi}{dx}$

$$\Rightarrow \sigma = E z \frac{d\varphi}{dx}$$

En remplaçant σ par son expression ci-dessus dans la relation (1):

$$M = \iint_{(S)} E z^2 \frac{d\varphi}{dx} dw$$

or: E et $\frac{d\varphi}{dx}$ sont constants sur toute la section (s)

$$M = E \frac{d\varphi}{dx} \iint_{(S)} z^2 dw$$

on sait que $\iint_{(S)} z^2 dw = I_y$ Moment d'inertie de la section (s)

$$M = E \frac{d\varphi}{dx} \cdot I_y$$

d'où l'on tire que: $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{E I_y}$

$$d\varphi = \frac{M}{E I_y} dx$$

Rotation élémentaire due à M sur le tronçon de longueur dx .

Donc pour trouver la rotation due à M entre deux sections S_0 et S_1 d'abaisse x_0 et x_1 , il faut faire la

Somme de toutes ces rotations élémentaires quand dx tend vers 0.

$$\varphi_M = \int_{x_0}^{x_1} \frac{M}{EI_y} dx$$

Rotation due à M .

Première formule de BRESSE

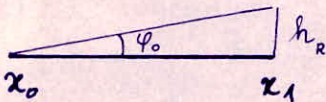
$$\varphi_1 = \varphi_0 + \int_{x_0}^{x_1} \frac{M}{EI_y} dx$$

Deuxième formule de BRESSE

Calcul du déplacement w_1

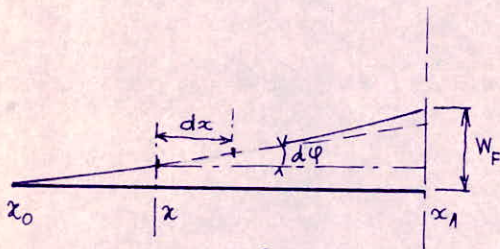
$$w_1 = w_0 + \left\{ \begin{array}{l} \text{Effet de la rotation} \\ \text{à l'origine} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Effet de la} \\ \text{flexion} \end{array} \right\}$$

Calcul de l'effet de la rotation à l'origine:



$$h_r = -\varphi_0 (x_1 - x_0)$$

Calcul de l'effet de la flexion:



Sous l'effet de la flexion l'élément de longueur dx tourne d'un angle élémentaire $d\varphi$.

Sa rotation élémentaire $d\varphi$ entraîne un déplacement vertical élémentaire $dw_F = -d\varphi (x_1 - x)$

or on a déjà montré que:

$$d\varphi = \frac{M}{EI_y} dx$$

$$\text{d'où } dw_F = -\frac{M}{EI_y} (x_1 - x) dx$$

et le déplacement total vertical due à la flexion sera:

$$w_F = - \int_{x_0}^{x_1} \frac{M}{EI_y} (x_1 - x) dx$$

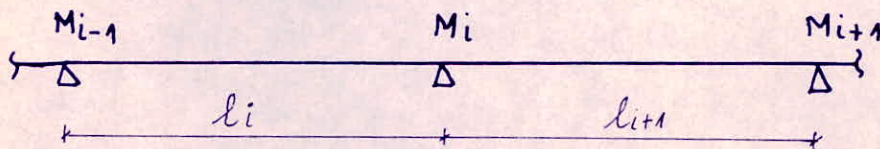
Déplacement vertical dû à la flexion.

d'où la deuxième formule de BRESSE.

$$w_1 = w_0 - \varphi_0 (x_1 - x_0) - \int_{x_0}^{x_1} \frac{M}{EI_y} (x_1 - x) dx$$

② Formule des trois Moments

Considérons deux travées successives:



Le moment dans une section d'abaisse x compté à partir de l'appui $(i-1)$ sur la travée de longueur l_i vaut:

$$M = \mu + M_{i-1} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i} x = \mu + M_{i-1} \frac{l_i - x}{l_i} + \frac{M_i x}{l_i}$$

Le moment dans la travée de longueur l_{i+1}

$$M = \mu + M_i + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{i+1}} x = \mu + M_i \frac{l_{i+1} - x}{l_{i+1}} + \frac{M_{i+1} x}{l_{i+1}}$$

Nous supposons connus les déplacements d'appuis:

$$\begin{cases} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \end{cases}$$

μ : est le moment dans la section x sur la poutre isostatique de référence, pour les charges extérieures.

Ecrivons les formules de Bresse:

Sur la première travée:

$$\left. \begin{array}{l} \text{la 1}^{\text{ère}} \text{ formule de} \\ \text{BRESSE s'écrit:} \end{array} \right\} \theta_i = \theta_{i-1} + \int_0^{l_i} \frac{M}{EI} dx \quad \{1\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{la 2}^{\text{ème}} \text{ formule de} \\ \text{BRESSE s'écrit:} \end{array} \right\} y_i = y_{i-1} - \theta_{i-1} l_i - \int_0^{l_i} \frac{M}{EI} (l_i - x) dx \quad \{2\}$$

Sur la 2^{ème} travée:

$$\left. \begin{array}{l} \text{la 2}^{\text{ème}} \text{ formule de} \\ \text{BRESSE s'écrit:} \end{array} \right\} y_{i+1} = y_i - \theta_i l_{i+1} - \int_0^{l_{i+1}} \frac{M}{EI} (l_{i+1} - x) dx \quad \{3\}$$

La relation {2} nous donne θ_{i-1} :

$$\theta_{i-1} = \frac{y_{i-1} - y_i}{l_i} - \frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \frac{M}{EI} (l_i - x) dx$$

En remplaçant θ_{i-1} par cette expression dans la relation {1} on obtient:

$$\boxed{\theta_i = \frac{y_{i-1} - y_i}{l_i} + \frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \frac{Mx}{EI} dx} \quad \{4\}$$

La relation {3} nous donne à nouveau θ_i :

$$\boxed{\theta_i = \frac{y_i - y_{i+1}}{l_{i+1}} - \frac{1}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \frac{M}{EI} (l_{i+1} - x) dx} \quad \{5\}$$

En égalant les relations (4) et (5) on arrive à:

$$\boxed{\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \frac{Mx}{EI} dx + \frac{1}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \frac{M}{EI} (l_{i+1} - x) dx = \frac{y_i - y_{i+1}}{l_{i+1}} + \frac{y_i - y_{i-1}}{l_i}} \quad \{6\}$$

En remplaçant M par les expressions respectives sur les travées l_i et l_{i+1} (voir page précédente) on aura avec $[EI = C^{\text{te}}]$

1^{er} membre de la relation {6}

$$\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \left[\mu + M_{i-1} \frac{(l_i-x)}{l_i} + \frac{M_i x}{l_i} \right] \frac{x}{EI} dx + \frac{1}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \left[\mu + \frac{M_i(l_{i+1}-x)}{l_{i+1}} + M_{i+1} \frac{x}{l_{i+1}} \right] \frac{(l_{i+1}-x)}{EI} dx$$

$$= \frac{M_{i-1}}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x(l_i-x)}{EI} dx + M_i \left[\frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x^2}{EI} dx + \frac{1}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{(l_{i+1}-x)^2}{EI} dx \right]$$

$$+ \frac{M_{i+1}}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{x(l_{i+1}-x)}{EI} dx + \frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \frac{\mu x}{EI} dx + \frac{1}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu(l_{i+1}-x)}{EI} dx$$

en posant :

$$b_i = \frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x(l_i-x)}{EI} dx$$

$$c_i = \frac{1}{l_i^2} \int_0^{l_i} \frac{x^2}{EI} dx ; \quad c_{i+1} = \frac{1}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{(l_{i+1}-x)^2}{EI} dx$$

$$b_{i+1} = \frac{1}{l_{i+1}^2} \int_0^{l_{i+1}} \frac{x(l_{i+1}-x)}{EI} dx$$

La Relation {6} s'écrit :

{7}

$$M_{i-1} [b_i] + M_i [c_i + c_{i+1}] + M_{i+1} [b_{i+1}] = -\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \frac{\mu x}{EI} dx$$

$$- \frac{1}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \frac{\mu(l_{i+1}-x)}{EI} dx + \frac{y_i - y_{i+1}}{l_{i+1}} + \frac{y_i - y_{i-1}}{l_i}$$

$b_i ; c_i$ } sont appelés les constantes mécaniques des travées
 $b_{i+1} ; c_{i+1}$ }

pour les poutres à inertie constante : $I = c^{te} \Rightarrow EI = c^{te}$

on trouve :

$b_i = \frac{l_i}{6EI}$	$b_{i+1} = \frac{l_{i+1}}{6EI}$
$c_i = \frac{l_i}{3EI}$	$c_{i+1} = \frac{l_{i+1}}{3EI}$

La Relation {7} s'écrit alors :

$$M_{i-1} \frac{l_i}{6EI} + \frac{M_i}{3EI} [l_i + l_{i+1}] + M_{i+1} \frac{l_{i+1}}{6EI} = -\frac{1}{l_i EI} \int_0^{l_i} \mu x dx$$

$$- \frac{1}{l_{i+1} EI} \int_0^{l_{i+1}} \mu (l_{i+1} - x) dx + \frac{y_i - y_{i+1}}{l_{i+1}} + \frac{y_i - y_{i-1}}{l_i}$$

en multipliant les deux membres de cette égalité par $6EI$:

{8}

$$M_{i-1} l_i + 2M_i (l_i + l_{i+1}) + M_{i+1} l_{i+1} = -\frac{6}{l_i} \int_0^{l_i} \mu x dx - \frac{6}{l_{i+1}} \int_0^{l_{i+1}} \mu (l_{i+1} - x) dx$$

$$+ 6EI \left[\frac{y_i - y_{i-1}}{l_i} + \frac{y_i - y_{i+1}}{l_{i+1}} \right]$$

Application de la Formule des 3 Moments à l'étude du pont dalle (qui fait l'objet de mon projet) sous les tassements d'appuis :

- les travées sont de portées égales $l = 15,88$ m.
- Les Efforts sous les Charges extérieures et le poids propre ont déjà été déterminés. Donc ici je ne considérerai aucune charge ni surcharge.

Ce qui entraîne : $\mu = 0$ sur la Travée AB

$\mu = 0$ " " " " BC

Les appuis ont depuis le début du projet été dénommés par (A) ; (B) ; (C)

sur les appuis de rives les moments sont nuls.

$$M_A = M_C = 0$$

Comme je l'ai déjà signalé je considère une bande de 1m de largeur.

La relation {8} s'écrit alors:

$$2 M_B (l+l) = 6 EI \left[\frac{y_B - y_A}{l} + \frac{y_B - y_C}{l} \right]$$

$$4 M_B l = \frac{6 EI}{l} [2 y_B - y_A - y_C]$$

$$M_B = \frac{3 EI}{2 l^2} [2 y_B - y_A - y_C]$$

1^{er} Cas Calcul du Moment M_B positif max:

ceci a lieu quand on a tassement de l'appui intermédiaire et non tassement des appuis de rives.

$$y_A = 0$$

$$y_B = 0,05 \text{ m}$$

$$y_C = 0$$

$$\Rightarrow M_B = \frac{3 EI}{2 l^2} (2 y_B) = \frac{3 EI \cdot y_B}{l^2}$$

2^{ème} Cas Calcul du Moment M_B négatif max:

Ceci a lieu quand on a tassement des deux appuis de rives (A) et (C) et non tassement de l'appui intermédiaire (B).

$$y_A = y_C = 0,05 \text{ m}$$

$$y_B = 0$$

$$M_B = - \frac{3 EI}{2 l^2} [y_A + y_C]$$

On prendra $E = E_0$ à 90 jours, module d'élasticité longitudinale différé, car les efforts créés par les tassements d'appuis seront des efforts de longue durée d'application

$$E = 133000 \text{ bars}$$

$$E = \frac{1330000}{9,8} \text{ Kg/cm}^2 = 135714,3 \text{ Kg/cm}^2 = 1357143 \text{ t/m}^2$$

Etude du 1er Cas: (a) Moments - Fléchissants

$$M_B = \frac{3EI}{l^2} y_B$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot (0,17)^3}{12} = 0,0286 \text{ m}^4$$

$$l = 15,88 \text{ m} \quad y_B = 0,05 \text{ m}$$

$$M_B = \frac{3 \cdot 1357143 \cdot 0,0286}{15,88^2} \cdot 0,05 = \boxed{23,09 \text{ tm/m}}$$

le moment dans une section quelconque située à la distance x de l'appui (A) est donné par:

$$M_s = \frac{M_B}{l} x \Rightarrow \text{pour } \begin{cases} x = \frac{l}{4} \\ x = \frac{7}{16} l \\ x = \frac{l}{2} \\ x = \frac{3l}{4} \end{cases}$$

$M_s = \frac{M_B}{4} = 5,77 \text{ tm/m}$
$M_s = \frac{7}{16} M_B = 10,10 \text{ tm/m}$
$M_s = \frac{M_B}{2} = 11,54 \text{ tm/m}$
$M_s = \frac{3M_B}{4} = 17,32 \text{ tm/m}$

(b) Efforts tranchants

$$T_A = T_B = \frac{M_B}{l} = \frac{23,09}{15,88} = 1,45 \text{ t/m}$$

(c) Réactions d'appuis

$$R_A = T_A = 1,45 \text{ t/m}$$

$$R_B = -2 \frac{M_B}{l} = -2,90 \text{ t/m}$$

Etude du 2ème Cas.

Ses efforts sont les mêmes que dans le cas précédent mais de signes contraires.

exemple: $M_B = -23,09 \text{ tm/m}$

$$T_A = T_B = -1,45 \text{ t/m}$$

$$R_A = -1,45 \text{ t/m}$$

$$R_B = 2,90 \text{ t/m}$$

**PROJET
DE FIN D'ETUDES**

UNIVERSITE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

**PONT DALLE
CONTINU EN B.A**

— VUE EN ELEVATION —

ETUDIE PAR :

ZENTAR. Rabah

PROMOTEUR :

M^r KETFI M.

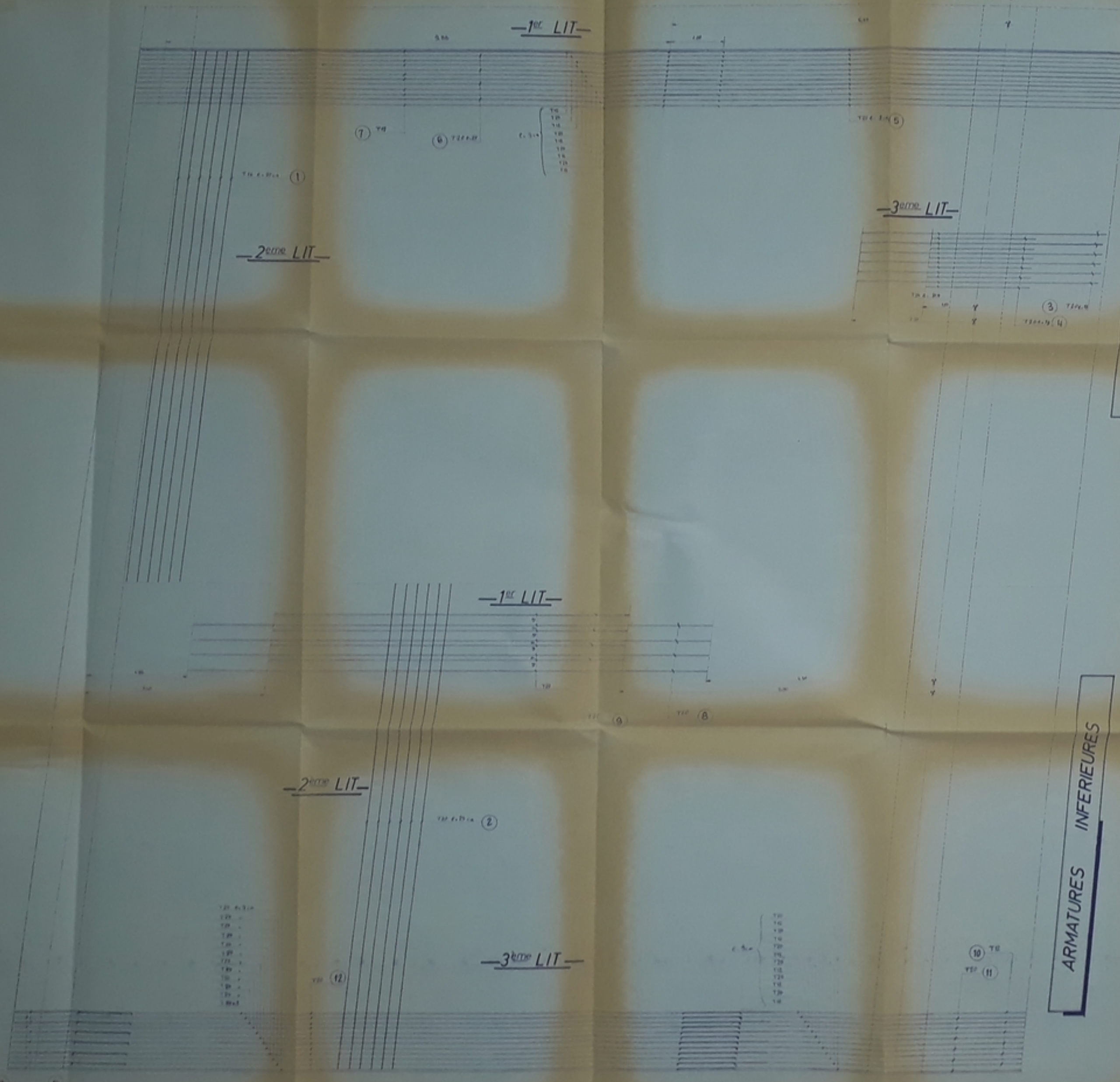
PROMOTION

74 - 79

— ELEVATION CÔTE "DAR EL BEIDA" —



PB 01379
-1-

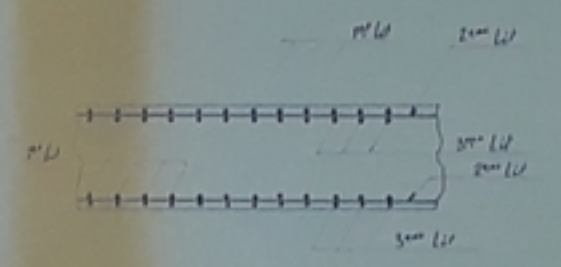


ARMATURES SUPERIEURES

ARMATURES INFERIEURES

N°	Type	Quantité		Longueur (m)		Volume (m³)		Remarques
		Barres	Total	Barres	Total	Barres	Total	
1	T 10	2	600	600	600	0.000	0.000	
2	T 10	2	600	600	600	0.000	0.000	
3	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
4	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
5	T 10	2	420	840	420	0.000	0.000	
6	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
7	T 10	2	150	300	150	0.000	0.000	
8	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
9	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
10	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
11	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
12	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
13	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	
14	T 10	2	210	420	210	0.000	0.000	

DETAIL LITS DES ARMATURES



PROJET NOUVELLE NAVIGNEUR

DEPARTEMENT DE GENE CIVIL

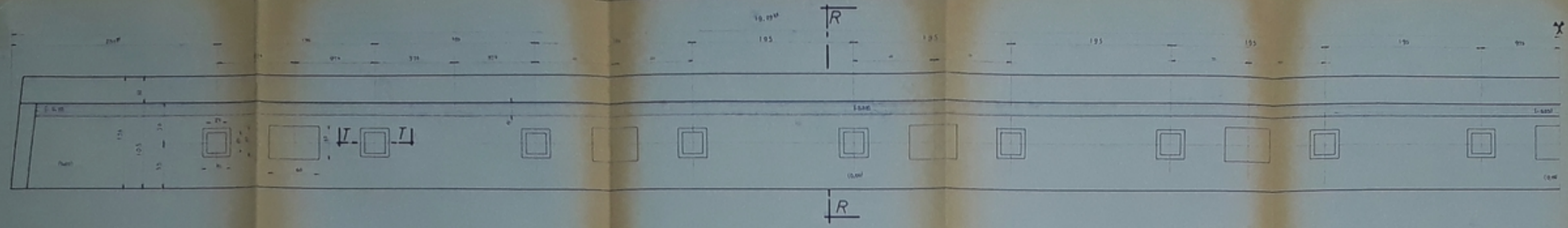
PROJET DE FIN D'ETUDE

PONT DALLE CONTINU EN B.A

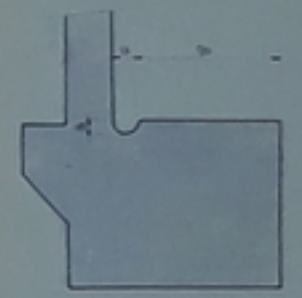
FERRAILLAGE DE LA DALLE
 ACIERS SUPERIEURS
 ACIERS INFERIEURS
 ARRÊT DES BARRES

ÉLUDE PAR
 ZENAR Rabah

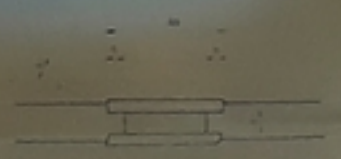
VUE EN PLAN DES PILES CULEES 1et3



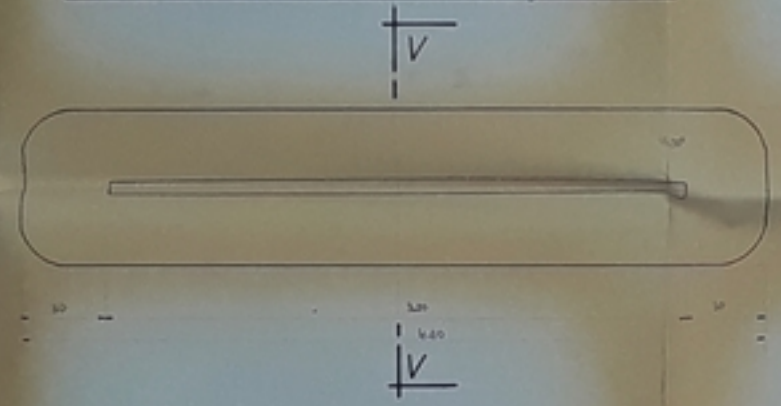
COUPE R.R



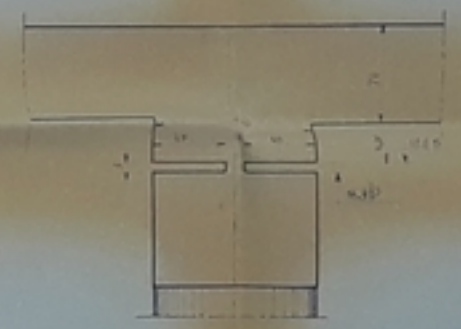
COUPE SUR APPUIS DES PILES CULEES
SUIVANT I.I



VUE EN PLAN PILE CENTRALE
DETAIL ARTICULATION (Freyssinet)



COUPE V.V



PB 01373
.4.

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

PROJET
DE FIN D'ETUDE

PONT_DALLE
CONTINU EN B.A

VUE EN PLAN - CULEES ET DETAIL
DES APPUIS

ETUDE PAR
ZENTAR Rabah
PRESENTE PAR
M. KETFI

PROJET
74_79

1/2 COUPE A.A

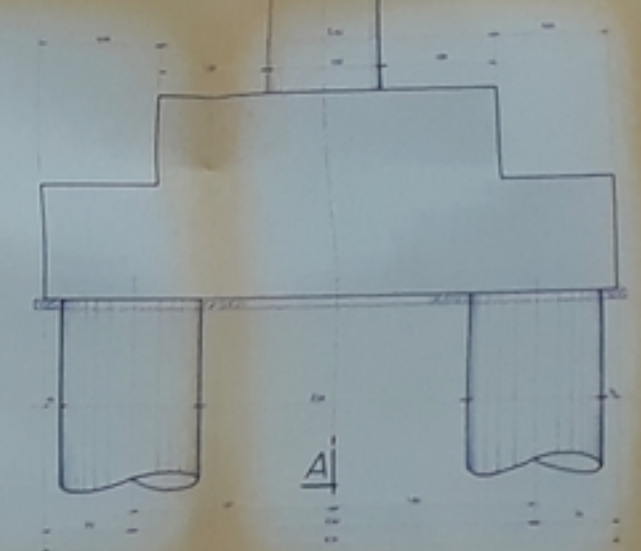
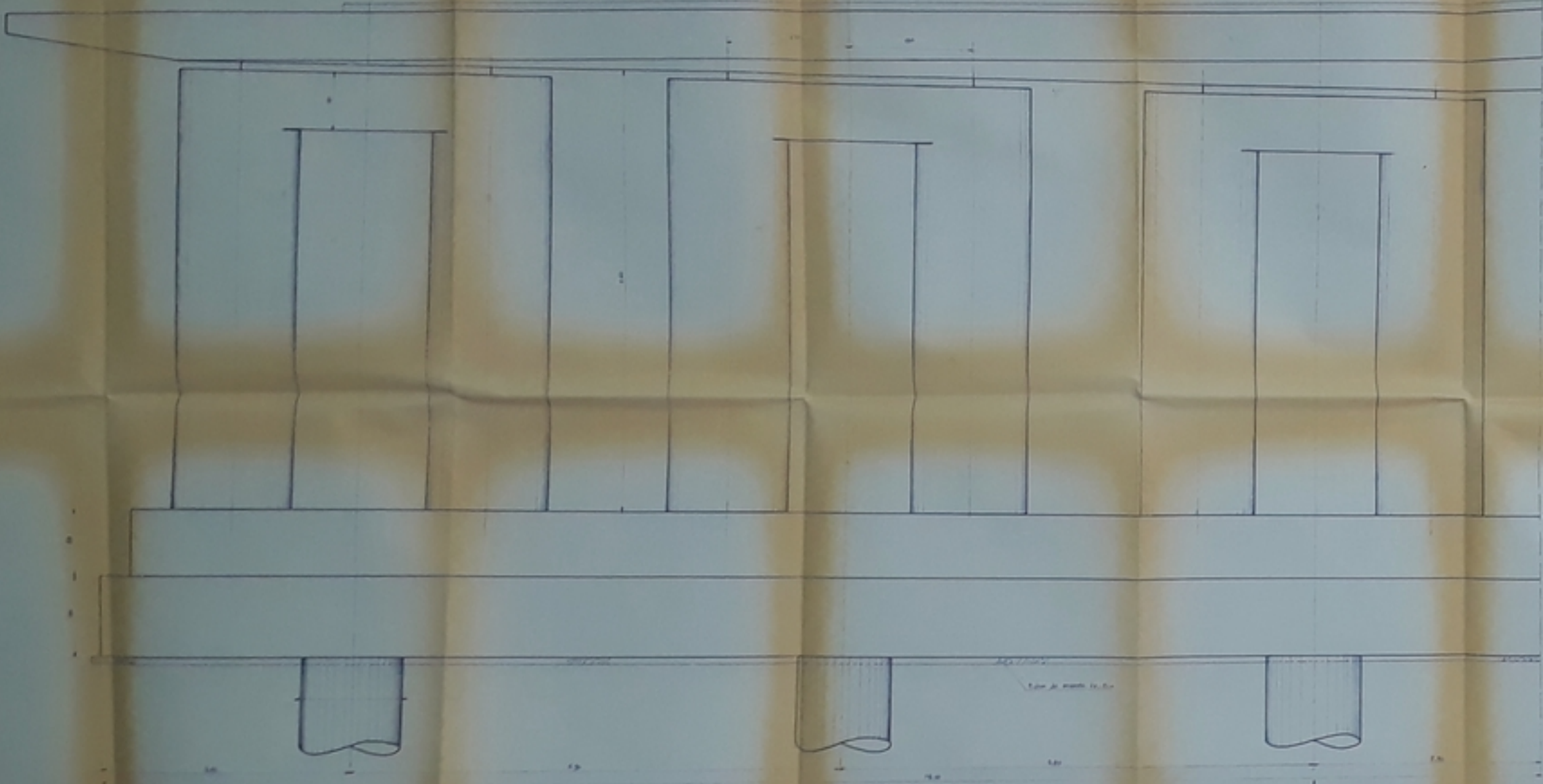
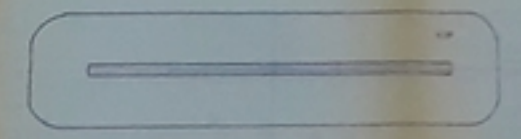
B

X

COUPE B.B

A

VUE EN PLAN PILE CENTRALE
DETAIL ARTICULATION (FREYSSINET)



PROJET

DE FIN DEUJOUR

PONT DALLE
CONTINU EN B.A

ALORS PLE INTERMEDIAIRE

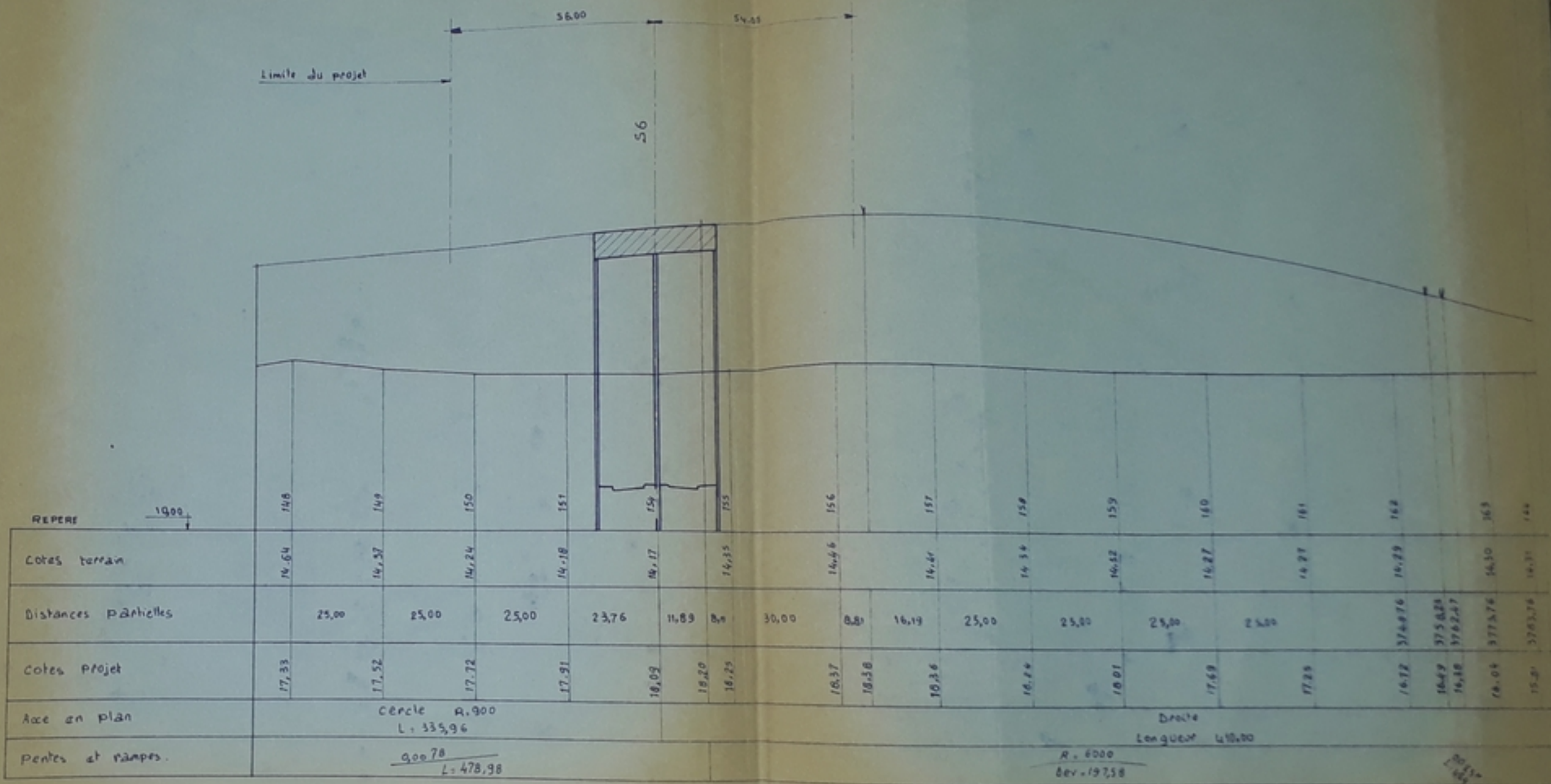
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

PROJET
DE FIN D'ETUDE

مكتبة
الهندسة المدنية
الجامعة الوطنية
المصرية
مكتبة
الجامعة الوطنية
المصرية
مكتبة

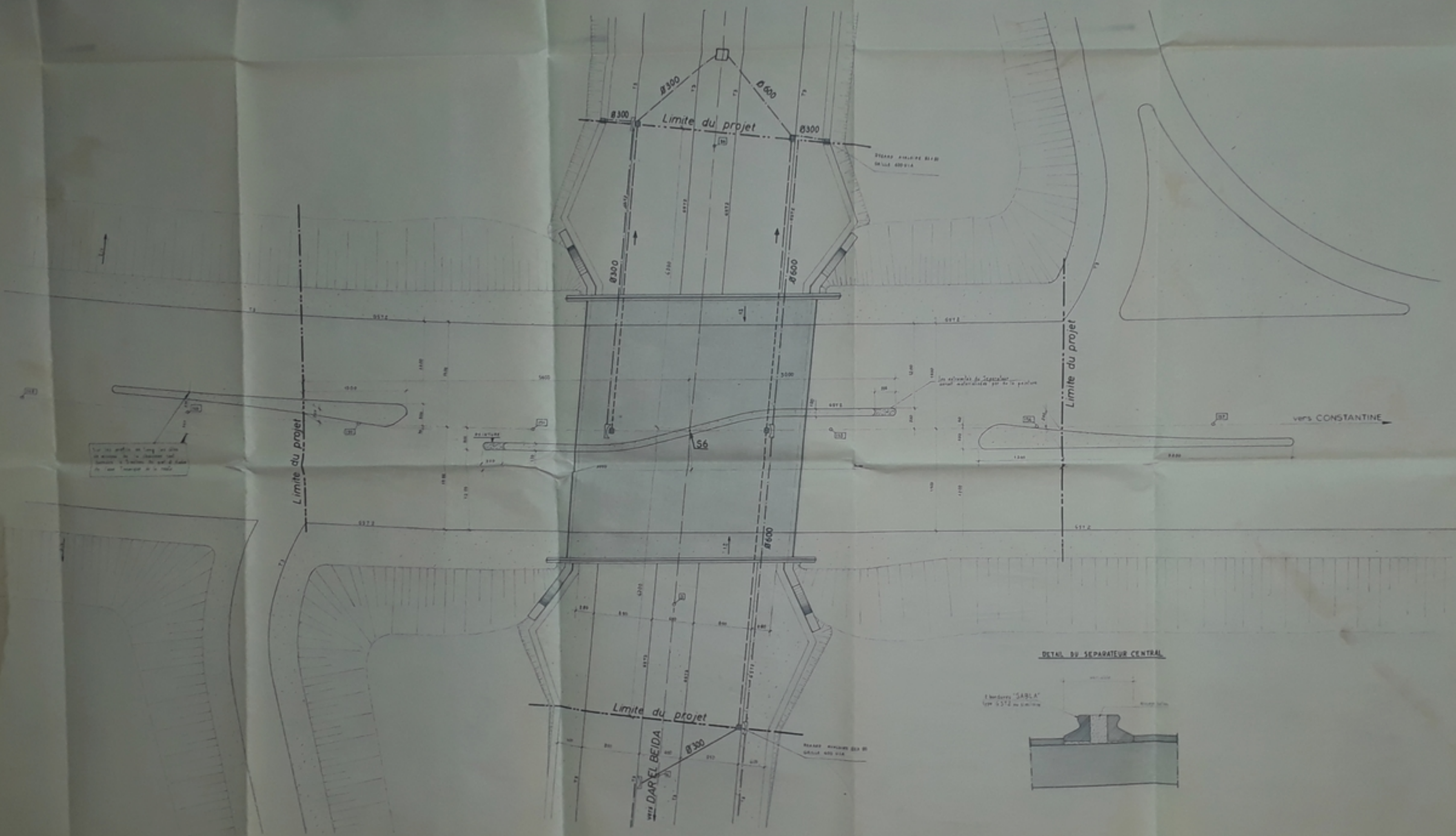
PONT DALLE
CONTINU EN B.A

PROFIL EN LONG



ETUDIE PAR :
ZENTAR Rabah
PROMOTEUR :
M. KETFI

PROMOTION
74 - 79



ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

— DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL —

**PROJET
DE FIN D'ETUDES**

**PONT DALLE
CONTINU EN B.A.**

PLAN DE MASSE

ÉTUDE PAR
ZENTAR Rabah
PROFESSEUR
ME KETFI Mkt

الجامعة الوطنية المتعددة التخصصات
بغزة
مركز المكتبة
بغزة

PROMOTION

74-79

PG 013 F3
-8-

**PROJET
DE FIN D'ETUDES**
BIBLIOTHÈQUE

**PONT DALLE
CONTINU EN B.A**

COUPE LONGITUDINALE

ETUDE PAR
ZENTAR. Rabah
PROMOTEUR
ME. KETFI. Mkt

PROMOTION
74-79

PB = 1973
-9-

