

وزارة التعليم العالي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE de la MACHINE  
à RELUCTANCE VARIABLE  
NON EXCITEE

Proposé par :  
M.E.ZAIM

Etudié par :  
BOUALI SALAH  
IBOUCHOUKENE ALI

Dirigé par :  
M.E. ZAIM  
S. TAHI

PROMOTION : JANVIER 1988

# ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

### ETUDE de la MACHINE à RELUCTANCE VARIABLE NON EXCITEE

Proposé par :  
M.E. ZAIM

Etudié par :  
BOUALI SALAH  
IBOUCHOUKENE ALI

Dirigé par :  
M.E. ZAIM  
S. TAHI

PROMOTION : JANVIER 1988

R E M E R C I E M

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur  
Monsieur M.E.ZAIM qui a accepté de diriger ce travail  
et lui exprimer notre profonde gratitude pour l'aide  
constante, le dévouement, et les conseils très éclairés  
qu'il nous a prodigué.

Nous tenons aussi à remercier notre copromoteur  
Monsieur S.TAHI pour son dévouement et son aide précieuse  
qu'il nous a apportée.  
Que les membres du jury qui ont accepté de juger ce  
modeste travail veuillent bien trouver, ici, nos respectu-  
eux remerciements.

D E D I C A C E

الدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

A la mémoire de mes Grands-Parents

A la mémoire de mon père

A ma famille

A mes Amis.

Je dédie ce Travail

Ali.

N O T A T I O N S

| Symboles  | Désignations                                          | Unités |
|-----------|-------------------------------------------------------|--------|
| Lo        | Amplitude de l'inductance (fondamental)               | H      |
| L         | Amplitude de l'inductance (1 Harmonique)              | H      |
| Mo        | Amplitude de la mutuelle (Fondamental)                | H      |
| $\Phi$    | Déphasage entre courant et tension                    | rd     |
| $\omega$  | pulsation de la source                                | rd/s   |
| $\Gamma$  | Couple électromagnétique                              | N.m    |
| Rs        | Résistance statorique                                 | (Ohm)  |
| V         | Tension simple                                        | V      |
| U         | Tension composée                                      | V      |
| $\sigma$  | Angle interne                                         | rd     |
| Id        | Courant direct                                        | A      |
| Iq        | Courant en quadrature                                 | A      |
| k         | Coefficient de bobinage                               |        |
| H         | Intensité du champ magnétique                         | A/m    |
| e et é    | Entrefer de la machine                                | mm     |
| $\beta$   | Angle d'ouverture de la dent du rotor                 | rd     |
| P         | Nombre de paire de pôles                              |        |
| P         | Puissance active                                      | W      |
| Q         | Puissance réactive                                    | Var    |
| f         | Fréquence                                             | Hz     |
| N         | Nombre de spires par phase et par pôle                |        |
|           | Pas polaire                                           | mm     |
| $\sigma$  | Coefficient relatif au petit entrefer(e)              |        |
| $\lambda$ | Coefficient relatif au grand entrefer(é)              |        |
| $\psi$    | Coefficient relatif à la largeur de la dent rotorique |        |

I N T R O D U C T I O N

## CHAPITRE I

- 1- Modèle développé de la M.R.V.
- 2- Fonctionnement en régime permanent.

## CHAPITRE II

- 1- Présentation de la méthode de V.B.HONSINGER.
  - 1.1-Calcul du champ magnétique suivant l'axe q.
  - 1.2-Calcul du champ magnétique suivant l'axe d.
- 2- Présentation de la méthode de PILLAI.
  - 2.1-Distribution du potentiel magnétique suivant l'axe d.
  - 2.2-Distribution du potentiel magnétique suivant l'axe q.
- 3- Optimisation de l'ouverture de la dent rotative.

## CHAPITRE III E T U D E E X P E R I M E N T A L E

- 1- Essais sur la M.R.V.
  - 1.1-Essai directs.
    - 1.1.1-Essai à vide.
    - 1.1.2-Essai en charge.
      - 1.1.2.1-Diagramme du cercle dans le plan P-Q.
      - 1.1.2.2-Essai à faible glissement.
  - 2- Comparaison.
  - 3- C o n c l u s i o n .

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

---

# INTRODUCTION

---

Dans les machines à réluctance variable la conversion électromagnétique de l'énergie est assurée par les variations périodiques des inductances en fonction de la position du rotor.

En effet, le flux d'entrefer est modulé par une anisotropie liée au circuit magnétique.

Ces machines ont été déjà utilisées pour l'alimentation hautes fréquences de postes d'émetteurs.

Actuellement elles connaissent une large diffusion grâce au développement de l'électronique de puissance.

Les M.R.V. sont robustes de faible encombrement et possèdent un rotor de forme simple.

Cependant elles présentent les inconvénients suivants/1/

- Une grande consommation de l'énergie réactive qui a pour conséquence de diminuer le facteur de puissance.

- Une faible puissance massique.

Les recherches actuelles concernent principalement la conception optimale de ces machines en fonction de la puissance et de la nature du matériau utilisé.

L'optimisation de ces machines est basée sur la connaissance des réactances longitudinale et transversale. Deux méthodes sont possibles: adapter la théorie des machines synchrones à pôles saillants/2/, en considérant un courant d'excitation nul, ou bien étudier la distribution du flux dans l'entre-



fer de la machine/3/,/4/ .

Le premier chapitre de ce travail concerne l'étude de la machine biphasée équivalente suivant un modèle linéaire . Nous présentons ensuite deux méthodes simplifiées du calcul des réactances de la machine basée sur la distribution du champ dans l'entrefer. Le troisième chapitre concerne l'étude expérimentale effectuée sur une machine de 4,4kW.

---

# CHAPITRE I

---

Nous nous intéressons aux machines à réluctance variable non excitées ayant un stator lisse fig.(I-1), et nous limitons notre étude au régime permanent synchrone où les pièces massives n'interviennent pas .

1- MODELE DEVELOPPE DE LA M.R.V.:

Le modèle est à géométrie cylindrique fig.(I-1).

Une transformation conforme de la forme:  $Z = jPR \log_e(R/r) / 5$ ,  
nous permet de travailler dans des coordonnées cartésiennes:

en effet si:  $z = r \exp(j\theta) = x + jy$

et si :  $Z = X + jY$  on peut écrire:

$$X = PR\theta$$

$$Y = PR \log_e(R/r)$$

Dans le plan (X,Y), on obtient le modèle de la figure(I-2) que  
nous pourrions approximer par celui de la figure(I-3).

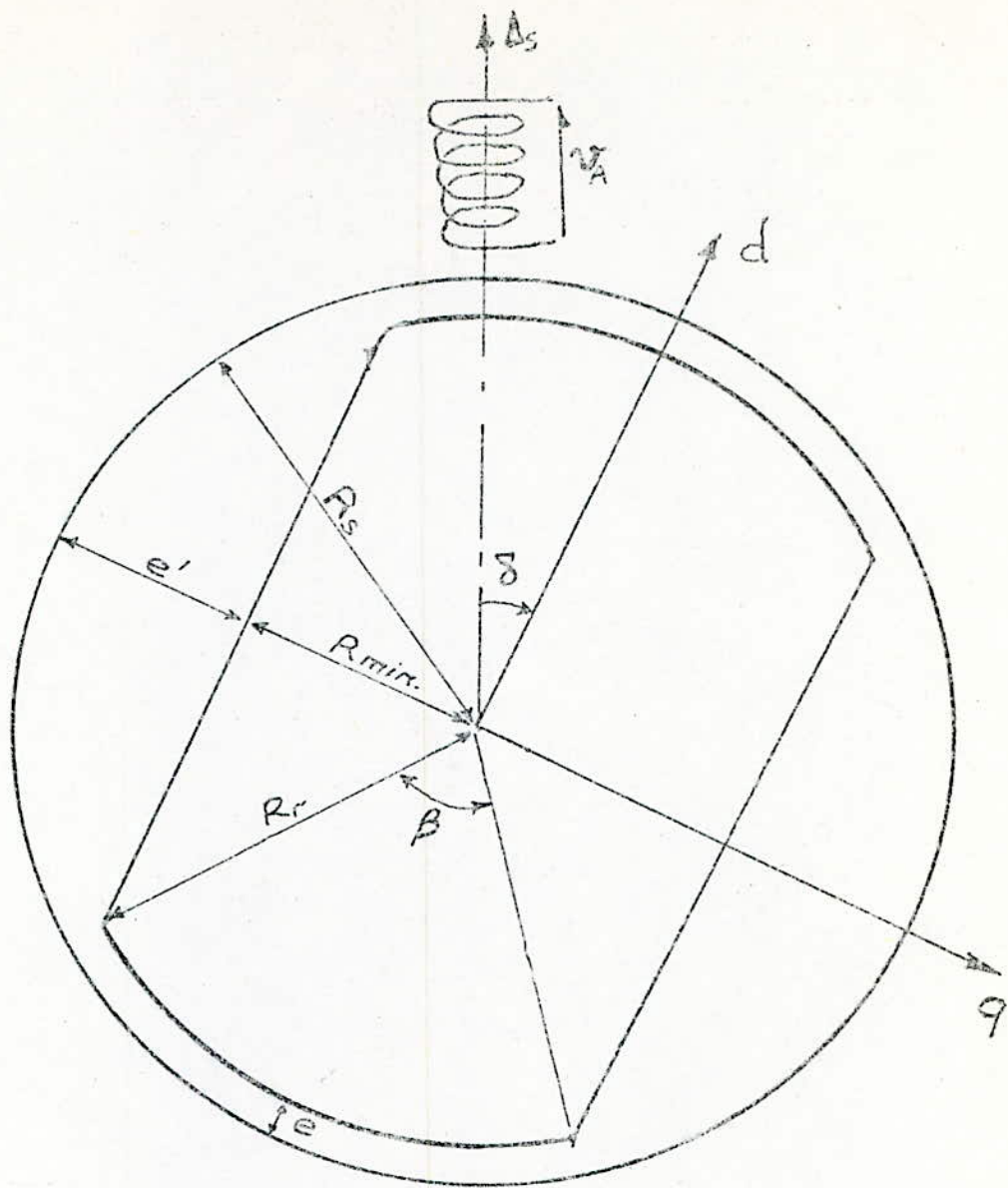


Fig.(I-1): Représentation de la M.R.V.

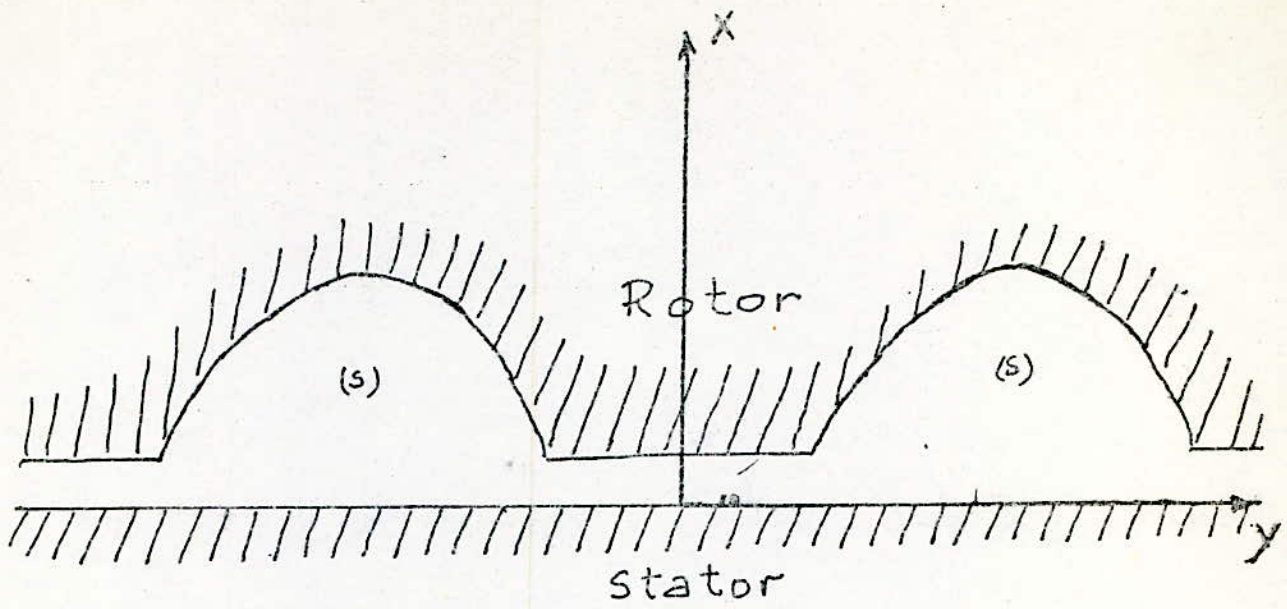


Fig.(I-2)

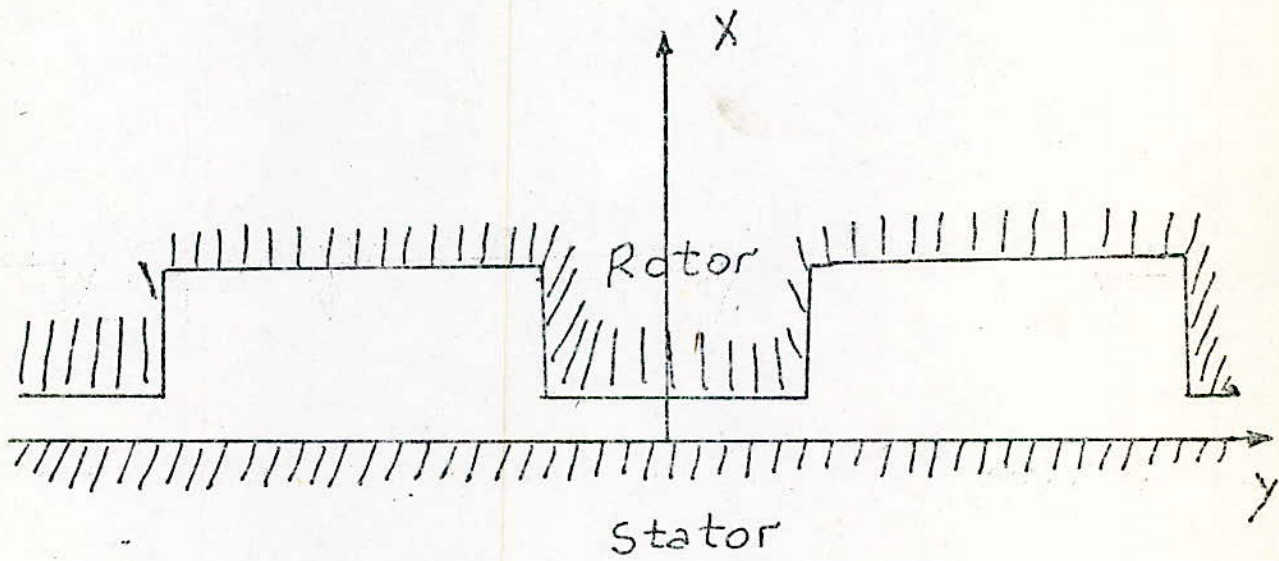


Fig.(I-3)

## 2- FONCTIONNEMENT EN REGIME PERMANENT

Nous supposons que la machine fonctionne en régime équilibré stationnaire et non saturé. Les flux traversant les différents enroulements sont exprimés en fonction des courants et des selfs et mutuelles induction, on a:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

En se limitant aux premiers harmoniques des différentes inductances et mutuelles, on peut écrire:

$$L_{11} = L_0 + L_1 \cos 2\theta$$

$$L_{22} = L_0 + L_1 \cos(2\theta - 4\pi/3)$$

$$L_{33} = L_0 + L_1 \cos(2\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{12} = M_0 + M_1 \cos(2\theta - 2\pi/3)$$

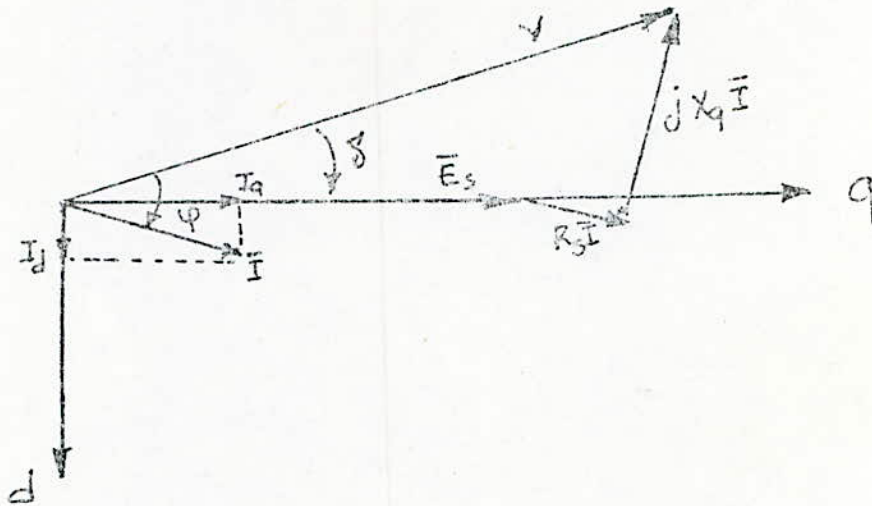
$$M_{23} = M_0 + M_1 \cos 2\theta$$

$$M_{13} = M_0 + M_1 \cos(2\theta + 2\pi/3)$$

Lorsque la machine est alimentée par un système de tensions et de courants sinusoidaux équilibrés on peut écrire/2/

$$V = (R + jX_q)\bar{I} + \bar{E}_s$$

Dont le diagramme vectoriel est le suivant:



où  $E_s$  représente une f.é.m. due à la saillance du rotor

$$\bar{E}_s = j(X_d - X_q)\bar{I}_d$$

Le couple donné par:

$$\Gamma = \frac{P}{2} \left[ \bar{I}_s \right] \left[ \frac{d}{d\theta} \left[ \mathcal{L}^s \right] \right] \left[ \bar{I}^s \right]$$

peut s'écrire /2/

$$\Gamma = 3PI_q I_d I_q$$

Où  $I_d$  et  $I_q$  sont les composantes du courant suivant les axes d et q de la machine;

On peut montrer que le système est stable lorsque /2/



$$-\frac{\pi}{4} + \delta_0 < \delta < \frac{\pi}{4} + \delta_0$$

Dans le plan (P,Q) le lieu des points de fonctionnement est un cercle centré en  $\bar{r}$  et de rayon  $r/2$

on a

$$\bar{O}\bar{\Omega}_0 = \frac{V}{R_s^2 + X_d X_q} \left( R_s - j \frac{X_d + X_q}{2} \right)$$

$$\bar{r} = \frac{V}{R_s^2 + X_d X_q} \left( \frac{X_d - X_q}{2} \right).$$

La connaissance des réactances  $X_d$  et  $X_q$  permet ainsi le calcul des performances de la machine, la détermination de ces réactances à partir de la résolution des équations du champ fait l'objet du chapitre suivant.

---

# CHAPITRE II

Calculs théoriques  
des  
réactances

---

Dans ce chapitre nous présentons deux méthodes de calcul des réactances directe et en quadrature, basées sur la distribution du champ magnétique dans l'entrefer de la machine.

V.B.HONSINGER a développé une méthode de calcul des réactances directe et en quadrature des machines ayant un rotor avec des barrières. Elle consiste à déterminer le champ magnétique dans les régions à faible et grand entrefer.

Le calcul des flux correspondants permet d'approcher les réactances de la machine.

Nous étendons cette méthode à l'étude de notre machine.

Reprenons le modèle de notre machine en coordonnées cylindriques fig. (II-1).

Par raison de symétrie, on limite notre étude à un domaine compris entre les axes d et q.

Le calcul du champ dans la région à grand entrefer est complexe car cet entrefer dépend de la position  $\theta$ .

On se propose de remplacer notre modèle par celui de la figure (II-2) qui présente un grand entrefer  $L_{\text{moy}}$  constant.

La longueur de la ligne du champ  $l(\theta)$  donnée par :

$$L(\theta) = R_s - \frac{R_{\text{min}}}{\sin \theta}$$

où:  $R_{\text{min}}$  est le rayon minimum rotorique, admet une valeur moyenne donnée par:

$$L_{\text{moy}} = \frac{1}{(\pi/2 - \beta/2)} \int_{\beta/2}^{\pi/2} L(\theta) d\theta.$$

$$L_{\text{moy}} = R_s + \frac{2R_{\text{min}}}{\pi - \beta} \log_e \text{tg}(\beta/4).$$

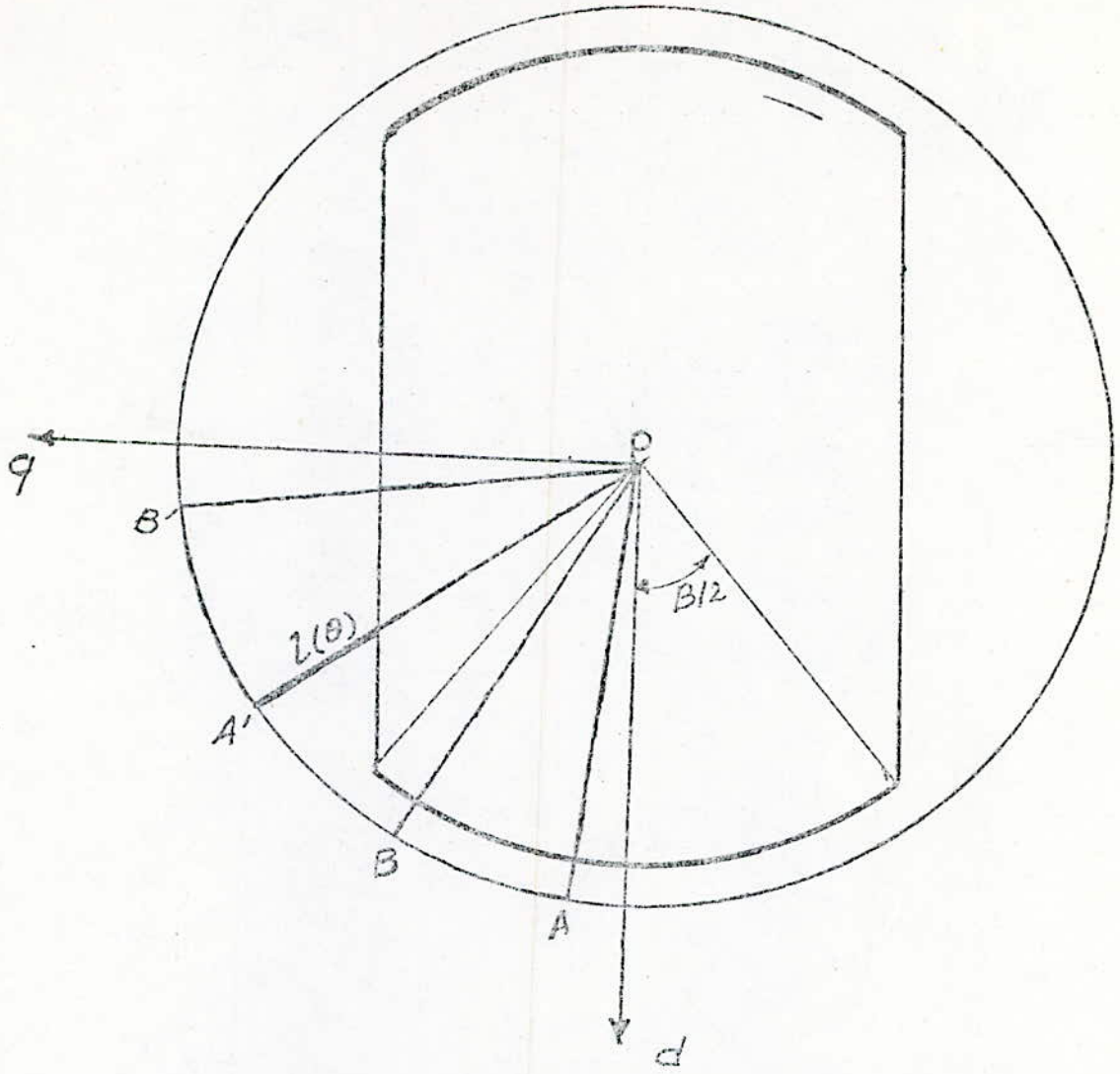


Fig.(II-1): Modèle de la machine étudiée.

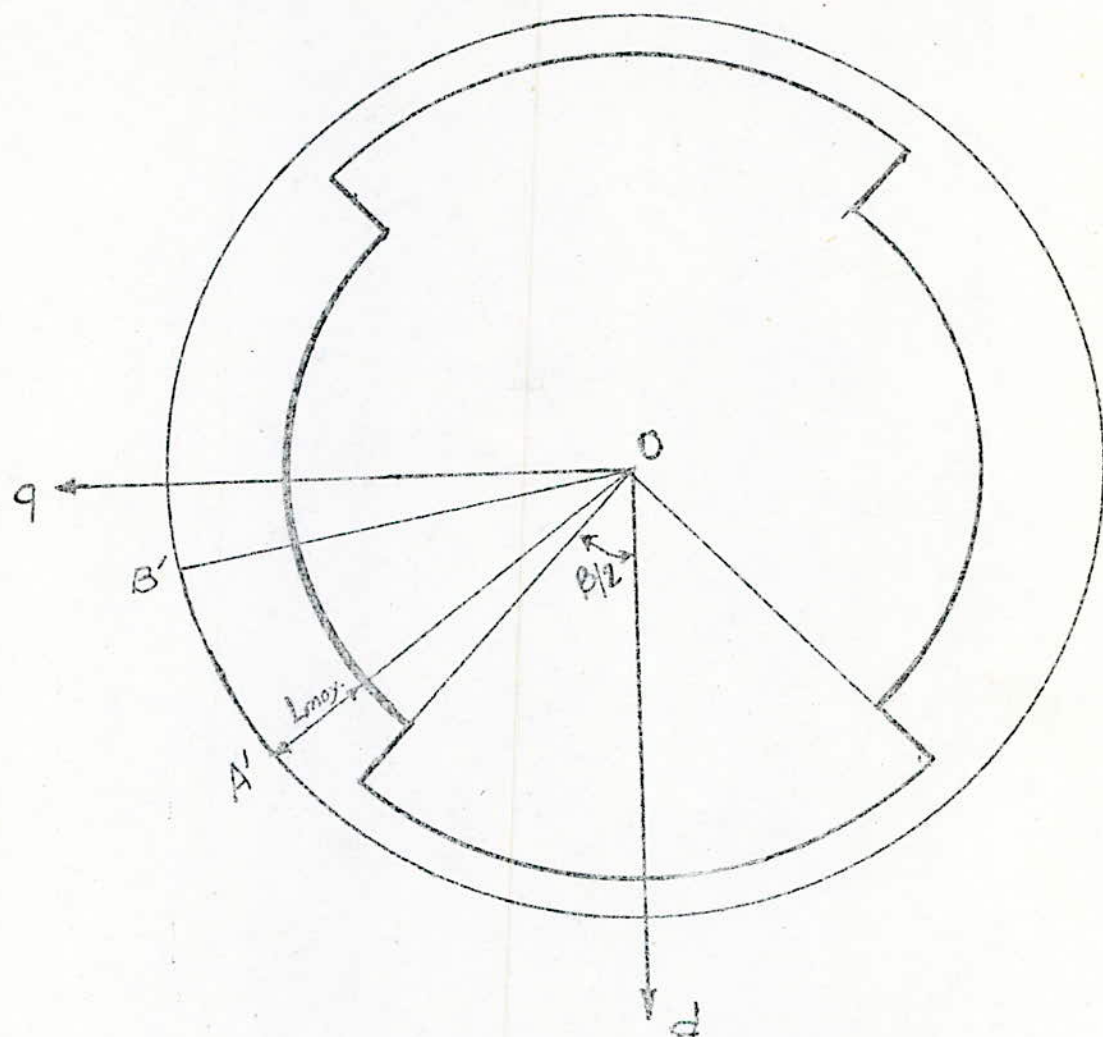


Fig.(II-2): Modèle équivalent de la machine.

### 1-1. CALCUL DU CHAMP MAGNETIQUE SUIVANT L'AXE $q$ :

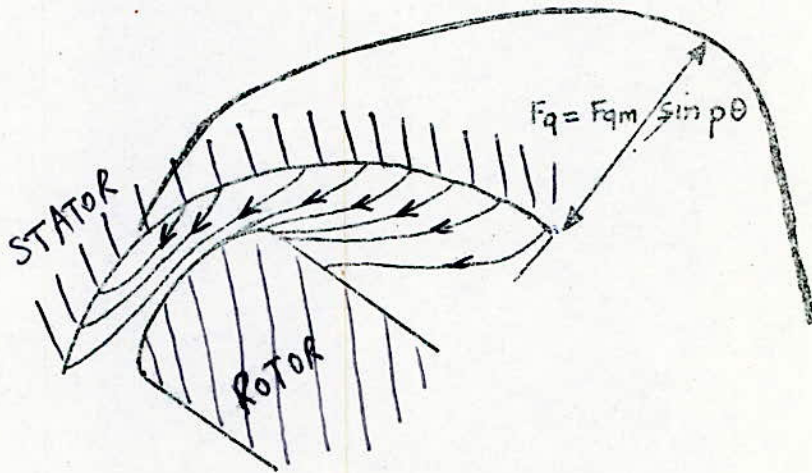
Lorsque le stator est soumis à une f.m.m.  $F_q$  donnée par:

$$F_q = F_{qm} \sin(p\theta)$$

avec  $F_{qm} = (3/2) A \sqrt{2} I_q$

$$A = (2N/\pi p) k_b$$

La distribution du champ suivant l'axe en quadrature est approximativement la suivante :



On divise le domaine en deux parties :

$$1^\circ / 0 \leq \theta \leq \beta/2$$

LES réluctances du rotor et du stator étant négligées, le théorème d'Ampère appliqué au contour OABO fig. (II-1) donne:

$$\oint_{OABO} H_q, dl = F_q$$



$H_{q_1}$  est le champ magnétique radial qu'on admettra constant le long de l'entrefer .

On obtient :

$$H_{q_1} = (F_{qm} / 2e) \text{SIN}(P\theta)$$

L'induction magnétique radiale vaut donc :

$$B_{q_1} = \mu_0 H_{q_1} = (\mu_0 F_{qm} / 2e) \text{SIN}(P\theta)$$

$$2^\circ / \beta/2 \leq \theta \leq (\pi/2P).$$

La circulation du champ magnétique radial  $H_{q_2}$  sur le contour O'A'B'O fig.(II-2) donne:

$$H_{q_2} = (F_{qm} / 2L_{moy}) \text{SIN}(P\theta)$$

L'induction correspondante vaut donc:

$$B_{q_2} = \mu_0 H_{q_2} = (\mu_0 F_{qm} / 2L_{moy}) \text{SIN}(P\theta).$$

Le flux suivant l'axe en quadrature est :

$$\phi_q = \oint B ds = \int B_{q_1} ds_1 + \int B_{q_2} ds_2$$

Soit :

l: la longueur du stator

D: son diamètre

On a :

$$\phi_q = \frac{\mu_0 D l F_{qm}}{4} \left[ \frac{1}{e} \int_0^{\beta/2} \text{SIN}(P\theta) d\theta + \frac{1}{L_{moy}} \int_{\beta/2}^{\pi/2P} \text{SIN}(P\theta) d\theta \right]$$

c'est-à-dire :

$$\phi_q = \frac{\mu_0 D L F_{qm}}{4 p e} \left[ 1 - \frac{(L_{moy} - e)}{L_{moy}} \cos(p\theta) \right]$$

la réactance en quadrature égale à :

$$X_q = L_q \omega = \left( \frac{\phi_q}{I_q} \right) N \cdot k_b \cdot \omega$$

peut s'exprimer par :

$$X_q = X_c K_q \quad \text{avec :}$$

$$K_q = \left[ 1 - \frac{(L_{moy} - e)}{L_{moy}} \cos(p\beta_{\frac{1}{2}}) \right] \quad \text{et}$$

$$X_c = \frac{3\sqrt{2} \mu_0 D L N^2 k_b^2 \omega}{4 \pi p e}$$

$X_c$  : correspond à la réactance d'une machine synchrone à pôle lisse.

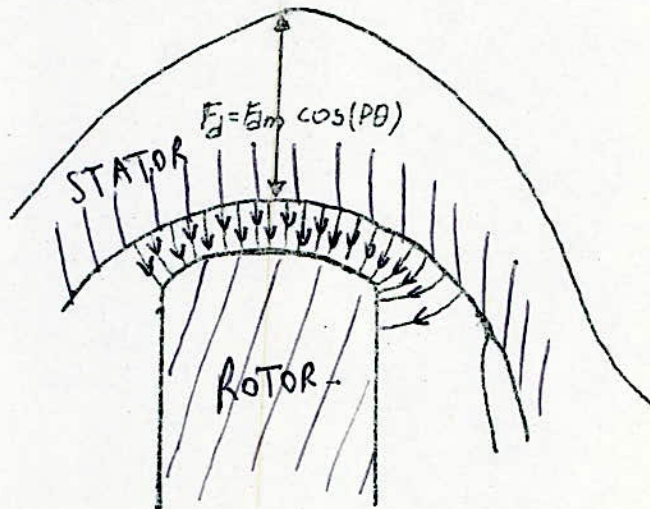
## 1-2. CALCUL DU CHAMP SUIVANT L'AXE d :

Lorsque le stator est soumis à la f.m.m.  $F_d$  donnée par :

$$F_d = F_{dm} \cos(P\theta)$$

avec  $F_{dm} = (3/2)A\sqrt{2}I_d = (3Nk_b/\pi P)\sqrt{2}I_d$ .

La distribution du champ suivant l'axe direct est approximativement la suivante :



Le flux est canalisé dans la zone à faible entrefer et on peut négliger celui du grand entrefer.

Le théorème d'Ampère appliqué au contour OABO fig.(II-1), donne :

$$H_d = (F_{dm}/2e)\cos(P\theta)$$

et  $B_d = (\mu_0 F_{dm}/2e)\cos(P\theta)$

Où  $H_d$  et  $B_d$  représentent le champ et l'induction magnétique suivant l'axe d.

Le flux correspondant est :

$$\phi_d = (\mu_0 D L / 4 p_e) F_{dm} \text{SIN}(P \beta / 2)$$

La self inductance associée à ce flux est :

$$L_d = (\phi_d / I_d) N k_b$$

c'est à-dire :

$$L_d = \frac{3\sqrt{2} \mu_0 D L N^2 k_b^2}{4 \pi p_e} \text{SIN}(P \beta / 2)$$

Ainsi la réactance directe peut s'écrire :

$$X_d = X_c + K_d$$

avec  $K_d = \text{SIN}(P \beta / 2)$

Cette méthode néglige le flux direct dans la région à grand entrefer.

Une prise en considération de ce flux et des harmoniques correspondants nécessite la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer.

## 2- PRESENTATION DE LA METHODE DE PILLAI /4/

---

Les réactances directe et en quadrature sont déterminées par un modèle développé fig.(II-3), et on tient compte de l'existence d'un flux direct dans la zone à grand entrefer. Par raison de symétrie l'étude est limitée à un domaine compris entre les axes direct et en quadrature .

### 2-1. DISTRIBUTION DU POTENTIEL MAGNETIQUE SUIVANT L'AXE d

---

Lorsque le stator est soumis à la f.m.m. directe

$$V_s = V_{od} \cos(\pi x / \tau)$$

le potentiel magnétique dans l'entrefer obéit à l'équation de Laplace avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ x = \frac{\tau}{2} & \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

On néglige les chutes du potentiel magnétique dans le fer et on peut prendre un potentiel nul au rotor .

On divise le domaine d'étude en deux régions fig.(II-4)

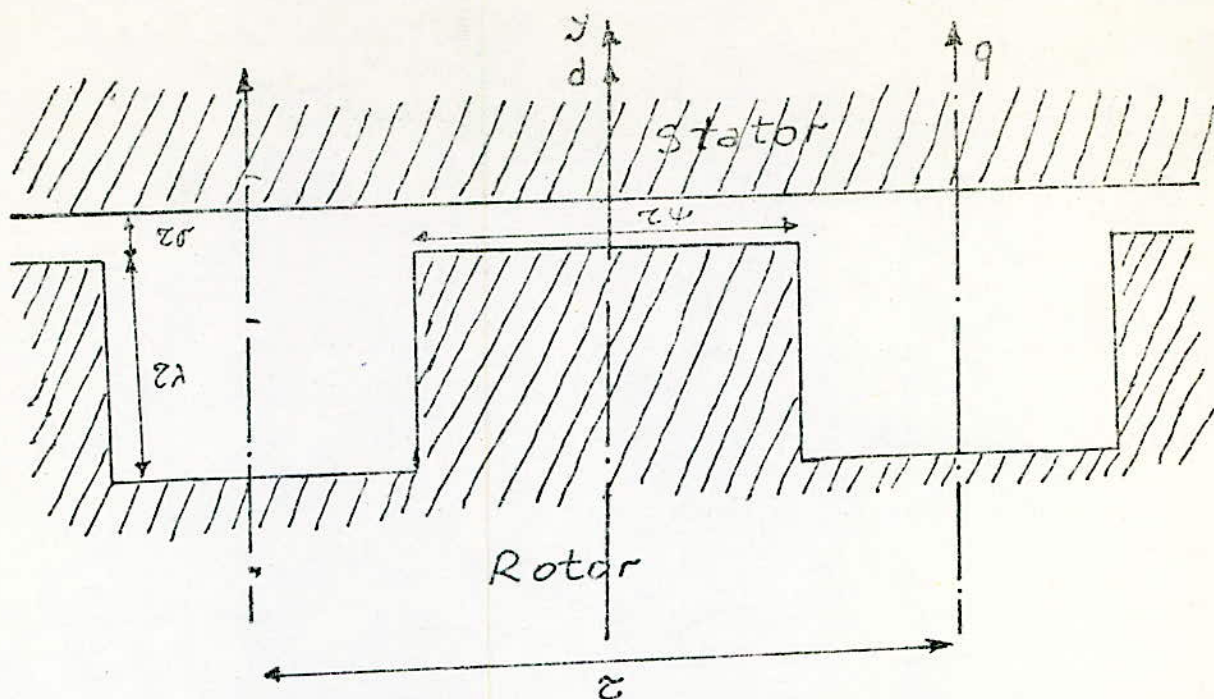


Fig.(II-3): Modèle développé de la machine

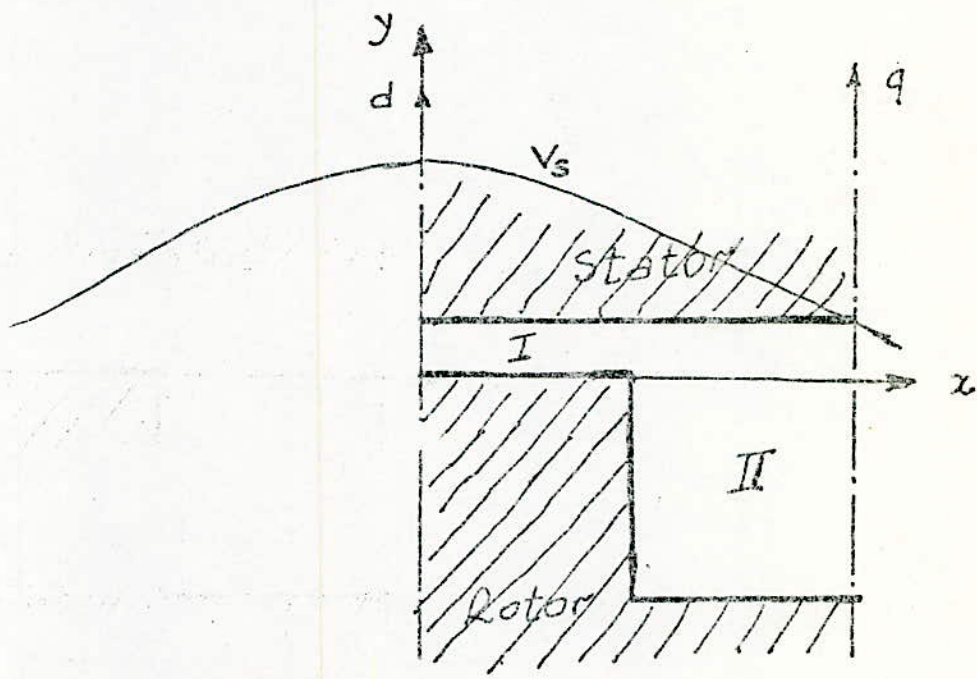


Fig.(II-4): Domaine d'étude suivant l'axe direct.

Région I      $0 \leq x \leq \tau/2$

Compte tenu de toutes les conditions aux limites, le potentiel magnétique peut s'écrire :

$$V = \frac{V_{od}}{\operatorname{sh}(\pi\sigma)} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\tau} \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

Cette solution correspond à un entrefer constant sur un pas polaire; on néglige donc l'influence de la discontinuité d'entrefer à  $x = \tau/2$ . Le flux magnétique est en effet canalisé dans la région à grand entrefer.

A  $x = \tau/2$ , on a

$$\left\{ \begin{array}{l} V = 0 \text{ pour } -\tau/2 \leq y \leq 0 \\ V = \frac{V_{od} \cos \frac{\pi y}{\tau}}{\operatorname{sh} \pi\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\tau}, \text{ pour } 0 \leq y \leq \tau/2 \end{array} \right.$$

Région II      $\tau/2 \leq x \leq \tau$

L'expression du potentiel peut s'écrire :

$$V = V_{od} \frac{\operatorname{sh} \pi \left( \frac{y}{\tau} + \lambda \right)}{\operatorname{sh} \pi (\sigma + \lambda)} \cos(\pi x / \tau) - V_A(x, y).$$

On détermine le potentiel  $V_A(x, y)$ , en assurant la continuité de  $V$  entre les deux régions on peut écrire :

$$V_A(x = \tau/2, y) = V_{od} \cos(\pi/2) \left[ \frac{\operatorname{sh} \pi \left( \frac{y}{\tau} + \lambda \right)}{\operatorname{sh} \pi (\sigma + \lambda)} - \frac{\operatorname{sh} \pi y}{\operatorname{sh} \pi \sigma} \right]$$

pour  $0 \leq y \leq \tau/2$

$$V_A(x = \tau\psi/2, y) = \frac{V_{od}}{\text{sh}\pi(\sigma+\lambda)} \text{sh}\pi\left(\frac{y}{\tau} + \lambda\right) \cos(\pi\psi/2)$$

pour  $-\tau\lambda \leq y \leq 0$

L'expression  $V_A(x = \tau\psi/2, y)$  qui s'annule à  $y = -\tau\lambda$  et  $y = \tau\delta$  et qui admet un maximum à  $y=0$  fig. (II-5), peut-être développée en série de Fourier, on a :

$$V_A(x = \tau\psi/2, y) = \sum_1^{\infty} A_n \text{SIN}\left(\frac{n\pi(y + \tau\lambda)}{(\lambda + \sigma)\tau}\right)$$

avec 
$$A_n = \frac{2(\sigma + \lambda) \cos \frac{\pi\psi}{2} \sin\left(\frac{n\pi\lambda}{\sigma + \lambda}\right)}{\pi(n^2 + (\sigma + \lambda)^2) \text{sh}\pi\sigma}$$

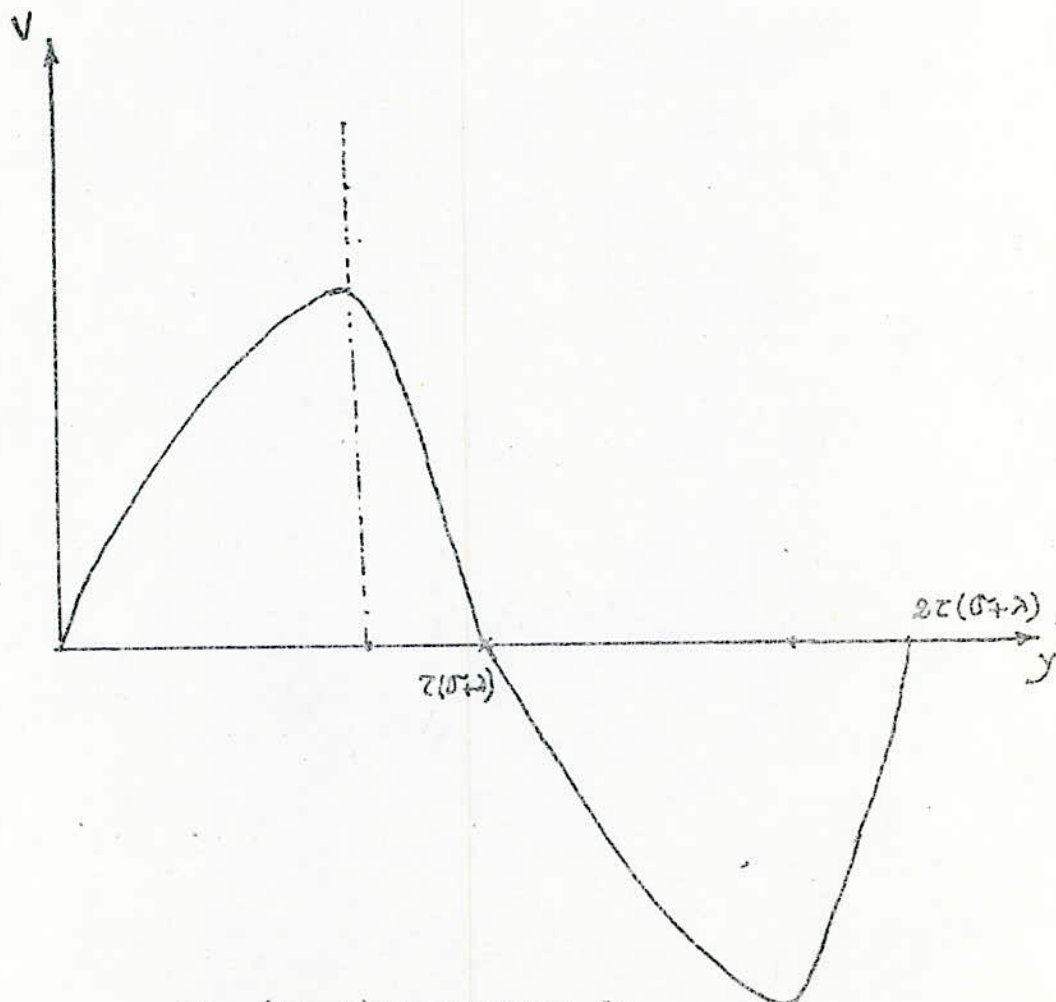


Fig. (II-5): Variation du potentiel  $V_A(x = \frac{\tau\psi}{2})$  en fonction de la direction radiale  $y$ .



En séparant les variables, on peut écrire  $V_A(x, y)$  sous la forme:  $V_A(x, y) = V_A(x = \tau\psi/2, y) \cdot f(x)$ .

Ce potentiel obéit à l'équation de Laplace, ce qui se traduit par :

$$f''(x) - \left( \frac{n\pi}{2(\sigma+\lambda)} \right)^2 f(x) = 0,$$

dont la solution est de la forme :

$$f(x) = A e^{\frac{-n\pi}{2(\sigma+\lambda)} x} + B e^{\frac{n\pi}{2(\sigma+\lambda)} x}$$

Les constantes A et B peuvent-être déterminées en tenant compte des conditions suivantes :

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \text{à} \quad x = \tau/2 \quad \text{et,}$$

$$f(x) = 1 \quad \text{à} \quad x = \tau\psi/2.$$

On trouve ainsi :

$$f(x, n) = \frac{\text{sh} \left( \frac{n\pi \left( 1 - \frac{2x}{\tau} \right)}{2(\sigma+\lambda)} \right)}{\text{sh} \left( \frac{n\pi}{2(\sigma+\lambda)} \right) (\psi-1)}$$

Les expressions du potentiel dans les régions I et II sont donc respectivement :

$$V = \frac{V_{od}}{\text{sh} \pi\sigma} \text{sh} \frac{\pi y}{\tau} \cos \frac{\pi x}{\tau}$$

$$V = \frac{V_{od} \operatorname{sh} \pi \left( \frac{y}{\tau} + \lambda \right)}{\operatorname{sh} \pi (\sigma + \lambda)} \cos \frac{\pi x}{\tau} - \sum_1^{\infty} A_n \frac{\operatorname{sh} \left[ \frac{n\pi}{2(\sigma + \lambda)} \left( 1 - \frac{2x}{\tau} \right) \right]}{\operatorname{sh} \left[ \frac{n\pi}{2(\sigma + \lambda)} (\lambda - 1) \right]} \sin \left[ \frac{n\pi (y + \lambda)}{\tau + \sigma} \right]$$

DETERMINATION DE LA DENSITE DE FLUX A LA SURFACE STATORIQUE

( $y = \tau \sigma$ )

Dans la région I, l'induction magnétique normale donnée par

$$B_y = -\mu_0 \frac{\partial V}{\partial y},$$

s'écrit :

$$B_y = B_m \cos(\pi x / \tau),$$

avec :  $B_m = \frac{V_{od} \pi \mu_0}{\tau} \operatorname{cth} \pi \sigma$

Dans la région II, elle s'écrit :

$$B_y = \frac{B_m \operatorname{th} \pi \sigma}{\operatorname{th} \pi (\sigma + \lambda)} \cos \frac{\pi x}{\tau} - \frac{B_m}{\pi (\sigma + \lambda) \operatorname{cth} \pi \sigma} \sum_1^{\infty} n A_n \cos n\pi \operatorname{sh} \frac{n\pi (1 - \frac{2x}{\tau})}{2(\sigma + \lambda)}$$

A la surface du stator, la distribution de la densité de flux dans les deux régions données par la figure (II-6), peut-être décomposée en série de Fourier :

$$B_d(x) = \sum_1^{\infty} B_{nd} \cos(n\pi x / \tau)$$

Le fondamental  $B_{1d}$  à pour expression :

$$B_{1d} = B_m \left( \frac{\pi\psi + \sin\pi\psi}{\pi} \right) + \frac{(\pi(1-\psi) - \sin\pi\psi) \operatorname{th}\pi\sigma}{\pi \operatorname{th}\pi(\sigma+\lambda)} B_m$$

$$- B_m \frac{8(\sigma+\lambda) \sin \frac{\pi\psi}{2}}{\pi^2 \operatorname{ch} \pi\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Sn} \left( n \frac{\sin \frac{\pi\psi}{2} \operatorname{th} \frac{\pi(1-\psi)}{2(\sigma+\lambda)} + (\sigma+\lambda) \cos \frac{\pi\psi}{2}}{1} \right)$$

avec

$$\operatorname{Sn} = \frac{n \cos n\pi \sin \left( \frac{n\pi\lambda}{\sigma+\lambda} \right)}{(n^2 + (\sigma+\lambda)^2)^2}$$

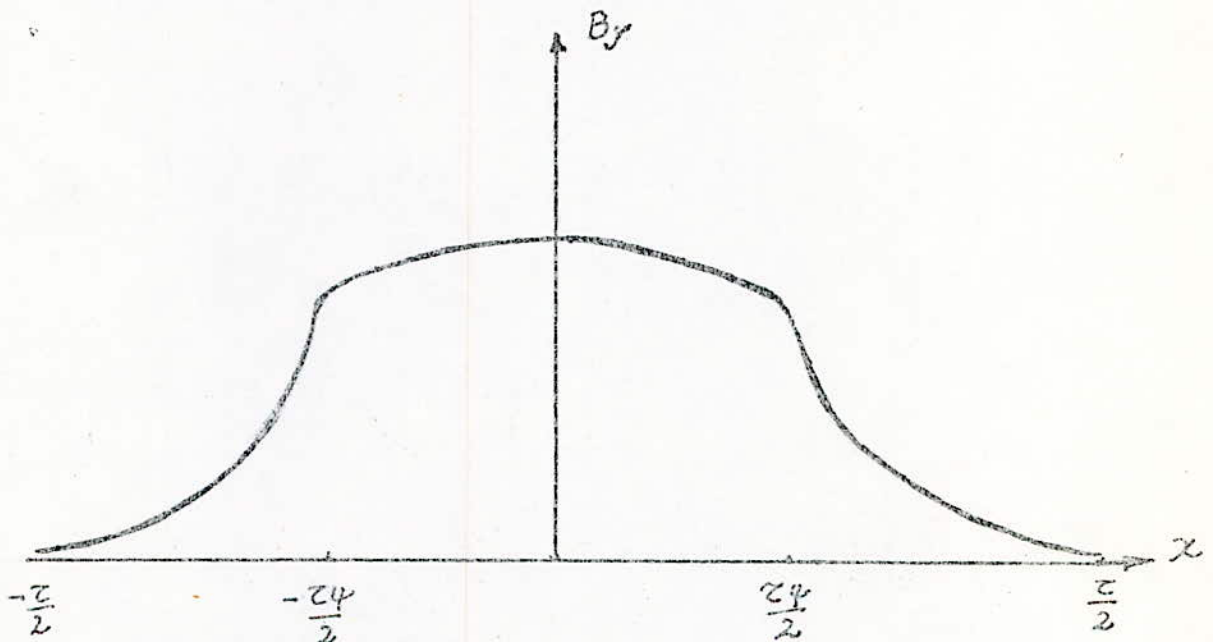


Fig. (II-6): Distribution de l'induction magnétique directe à la surface du stator.

## 2-2. DISTRIBUTION DU POTENTIEL SUIVANT L'AXE $q$

Lorsque le stator est soumis à la f.m.m.:

$$V_s = V_o q \text{SIN}(\pi x / \tau).$$

Le potentiel magnétique dans l'entrefer doit satisfaire les conditions aux limites :

$$x = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$x = \tau/2 \quad \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

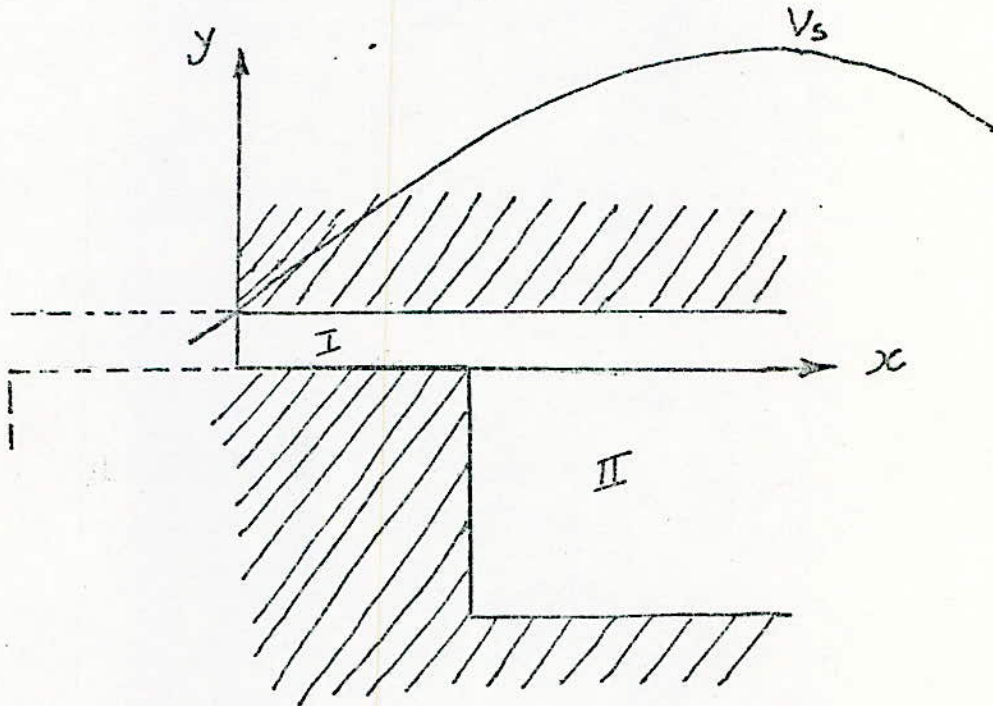


Fig.(II-7): Domaine d'étude suivant l'axe en quadrature.

De la même manière que sur l'axe direct, on peut montrer que les solutions de l'équation de Laplace dans les régions I et II sont respectivement :

$$V = \frac{V_{0q}}{\text{sh} \pi \sigma} \text{sh} \frac{\pi y}{\tau} \sin \frac{\pi x}{\tau} \quad 0 \leq x \leq \beta/2.$$

$$V = \frac{V_{0q} \text{sh} \pi \left( \frac{y}{\tau} + \lambda \right)}{\text{sh} \pi (\sigma + \lambda)} \sin \frac{\pi x}{\tau} - V_{0q} \int_1^{\infty} C_n \text{ch} \left( \frac{n\pi \left( 1 - \frac{2x}{\tau} \right)}{2(\sigma + \lambda)} \right) \sin \left( \frac{n\pi \left( \frac{y}{\tau} + \lambda \right)}{\sigma + \lambda} \right)$$

avec :

$$C_n = \frac{2(\sigma + \lambda) \sin \frac{\pi \psi}{2} \sin \frac{n\pi \lambda}{\sigma + \lambda}}{\pi (n^2 + (\sigma + \lambda)^2) \text{sh} \pi \sigma \text{ch} \left( \frac{n\pi (1 - \psi)}{2(\sigma + \lambda)} \right)} \quad \frac{\beta}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2p}$$

De même l'induction normale à la surface du stator est :

$$B_y = B_m \sin(\pi x / \tau) \quad \text{dans la région I}$$

avec  $B_m = \mu_0 \pi V_{0q} / \tau \text{cth}(\pi \sigma)$

et

$$B_y = \frac{B_m \text{th} \pi \sigma}{\text{th} \pi (\sigma + \lambda)} \sin \frac{\pi x}{\tau} - \frac{2B_m \sin \frac{\pi \psi}{2}}{\pi \text{ch} \pi \sigma} \int_1^{\infty} \frac{n \cos n\pi \sin \frac{n\pi \lambda}{\sigma + \lambda}}{(n^2 + (\sigma + \lambda)^2) \text{ch} \frac{n\pi (1 - \psi)}{2(\sigma + \lambda)}} \times \text{ch} \frac{n\pi \left( 1 - \frac{2x}{\tau} \right)}{2(\sigma + \lambda)}$$

dans la région II.

La distribution de la densité de flux dans les deux régions est représentée sur la figure(II-3)

Elle peut-être développée en série de Fourier et le fondamental  $B_{1q}$  est donné par:

$$\frac{B_{1q}}{B_m} = \left( \frac{\pi\psi - \sin\pi\psi}{\pi} \right) + \frac{(\pi(1-\psi) + \sin\pi\psi) \operatorname{th}\pi\sigma}{\pi \operatorname{th}\pi(\sigma+\lambda)} - \frac{\sigma(\sigma+\lambda) \sin \frac{\pi\psi}{2}}{\pi^2 \operatorname{ch}\pi\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ n \sin \frac{\pi\psi}{2} \operatorname{th} \frac{n\pi(1-\psi)}{2(\sigma+\lambda)} + (\sigma-\lambda) \cos \frac{\pi\psi}{2} \right]$$

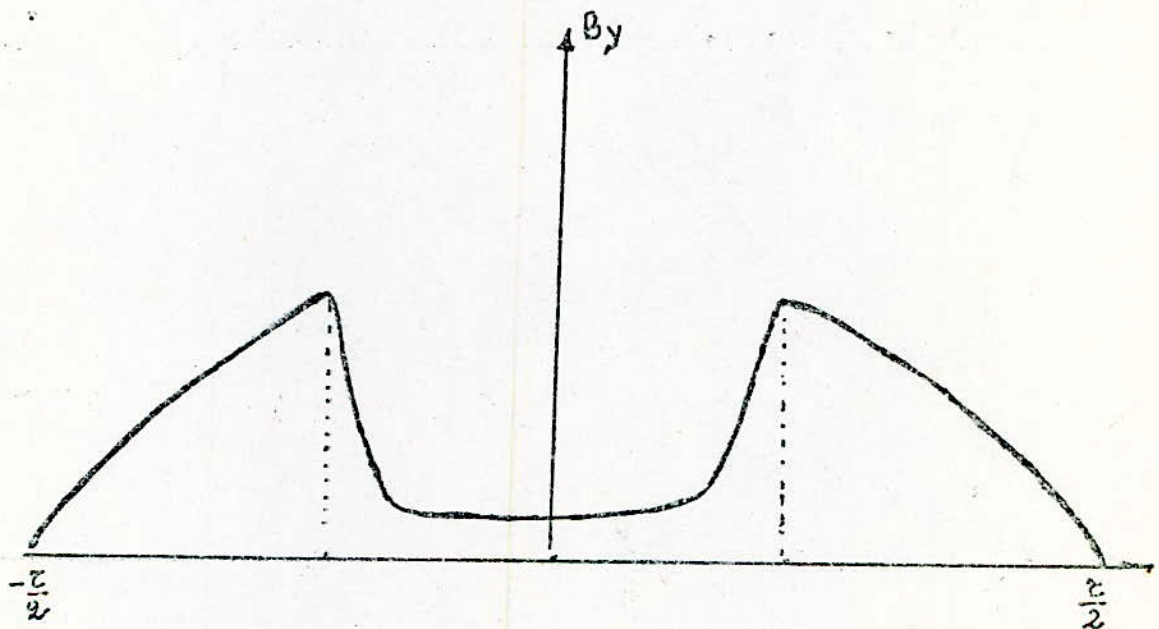


Fig.(II-8): Distribution de l'induction magnétique en quadrature à la surface du stator .

Le flux suivant l'axe direct est :

$$\phi_d = \int \left\{ B_d(x) \right\} ds = \int_{-z/2}^{z/2} B_{1d} \cos(\pi x/z) l dx$$

on trouve :

$$\phi_d = \frac{B_{1d}}{B_m} \left( \frac{2B_m z}{\pi} \right)$$

Le flux  $\phi_d$  s'exprime par :

$$\phi_d = L_d I_d / (N k_b)$$

et on peut en déduire l'inductance directe.

On trouve :

$$L_d = K \frac{B_{1d}}{B_m} \operatorname{cth} \pi \sigma$$

avec :

$$K = \frac{6\mu_0 L (N k_b)^2}{\pi P}$$

Le flux suivant l'axe en quadrature est :

$$\phi_q = \int_{-z/2}^{z/2} B_{1q} \cos(\pi x/z) l dx$$

on trouve :

$$\phi_q = \frac{B_{1q}}{B_m} \left( \frac{2B_m z}{\pi} \right)$$

Le flux  $\phi_q$  exprimer par :

$$\phi_q = L_q I_q / (N k_b),$$

et on peut en déduire l'inductance en quadrature,

on trouve :

$$L_q = K \frac{B_{1q}}{B_m} \operatorname{cth} \pi \sigma$$



### 3- OPTIMISATION DE L'OUVERTURE DE LA DENT ROTORIQUE

---

Lorsque le stator est alimenté à courant constant  
le couple est maximum lorsque/2/

$$\frac{\partial}{\partial \rho} (X_d - X_q) = 0.$$

En utilisant les réactances obtenues par la méthode  
de Honsinger, on obtient :

$$X_c \left( \frac{\pi}{2} \cos \left( \frac{\pi}{2} \rho \right) - \left( \frac{L_{moy} - e}{L_{moy}} \right) \frac{\pi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{2} \rho \right) \right) = 0$$

ce qui se traduit par :

$$\beta = \pi \rho = \frac{2}{\rho} \arctg \left( \frac{L_{moy}}{L_{moy} - e} \right)$$

Dans le cas particulier de notre machine, on obtiendrait  
un couple maximum, lorsque :

$$\beta = \pi/2.$$

Lorsque la machine est alimentée à tension constante,

le couple est maximum lorsque/2/

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = 0.$$

En utilisant les réactances obtenues par la méthode de Honsinger , on obtient :

$$\beta = \frac{2\pi}{9P}$$

Nous avons présenté deux méthodes de calcul des réactances d'une MRV. La méthode de Honsinger appliquée à notre machine néglige le flux magnétique direct dans le grand entrefer ; elle conduirait à des valeurs de réactances relativement plus petites que celles réelles .

Dans le cas particulier de la machine décrite au chapitre suivant , on trouve :

$$X_c = 32,470\text{ohms} ; X_d = 21,040\text{ohms} ; X_q = 8,630\text{ohms}$$

par la méthode de Honsinger, et

$$X_d = 34,60\text{ohms} ; X_q = 6,350\text{ohms}$$

par la méthode de Pillai .

---

# CHAPITRE III

Etude Expérimentale

---

Dans cette partie nous décrivons les essais réalisés sur une machine tournante ayant un stator de machine asynchrone classique et un rotor réluctant en acier dur non feuilleté Fig. (III-1).

Cette machine possède les caractéristiques suivantes:

|                              |              |
|------------------------------|--------------|
| Puissance nominale :         | 4,4 kW.      |
| Tension nominale :           | 220/380 V.   |
| Courant nominale :           | 15,8/9,8 A . |
| Fréquence d'alimentation:    | 50 Hz .      |
| Nombre de pôles :            | 2 .          |
| Nombre d'encoches :          | 36 .         |
| Nombre de spires par phase:  | 120 .        |
| Alésage intérieur du stator: | 122 mm.      |
| Diamètre du rotor massif :   | 121,6 mm.    |

La mesure de la résistance statorique se fait à chaud par la méthode classique (petite résistances).

On trouve /1/  $R_s = (0,28 \pm 0,01)$  Ohms.

#### Essais directs :

Le moteur démarre en asynchrone sans dispositif auxiliaire, et en motage étoile, il s'accroche à vide pour des tensions composées supérieures à 190 V.

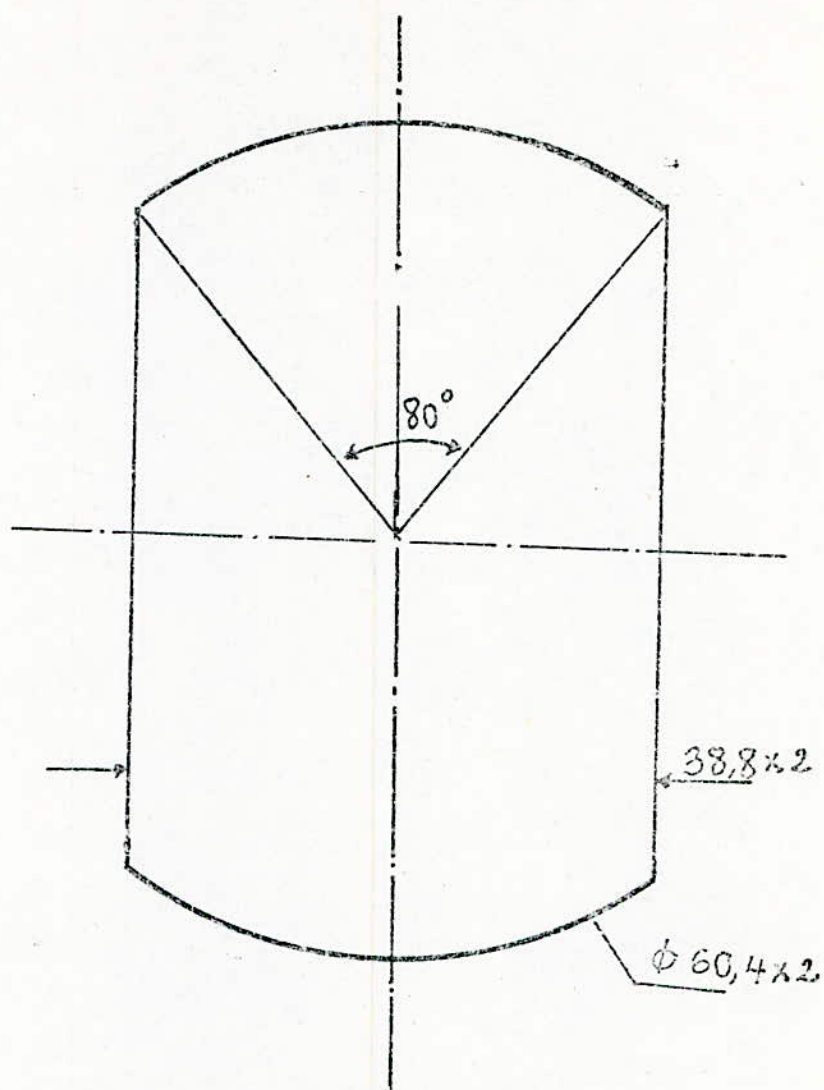


Fig.(III-1): Coupe transversale du rotor  
de la M.R.V. bi polaire.

### Essai à vide :

Les variations des pertes à vide ~~et du courant~~ en fonction de la tension d'alimentation sont données par la figure (III-2).

Cet essai permet aussi la mesure de réactance directe par /2/

$$I_0 = \frac{V}{\sqrt{R'' + X_d^2}}$$

$X_d$  décroît pour des tensions statoriques importantes fig.(III-3).

### Essai en charge :

La machine accrochée au réseau triphasé entraîne une M.C.C. liée au réseau continu .

Dans le plan (P,Q), à tension constante, les points de fonctionnement se placent sensiblement sur des cercles fig.(III-4)

Les puissances actives maximales mesurées aux bornes de la machine en marche alternateur et moteur sont respectivement:

|           |       |        |       |        |
|-----------|-------|--------|-------|--------|
| à U=150V. | Pal.= | 440W.  | Pmo.= | 600W.  |
| à U=170V. | Pal.= | 620W.  | Pmo.= | 800W.  |
| à U=190V. | Pal.= | 840W.  | Pmo.= | 1260W. |
| à U=235V. | Pal.= | 1180W. | Pmo.= | 1500W. |

Sous ces même tensions les puissances réactives minimales sont les suivantes:

$Q_{min} = 280\text{VARS} , 470\text{VARS} , 600\text{VARS} \text{ et } 809\text{VARS}.$

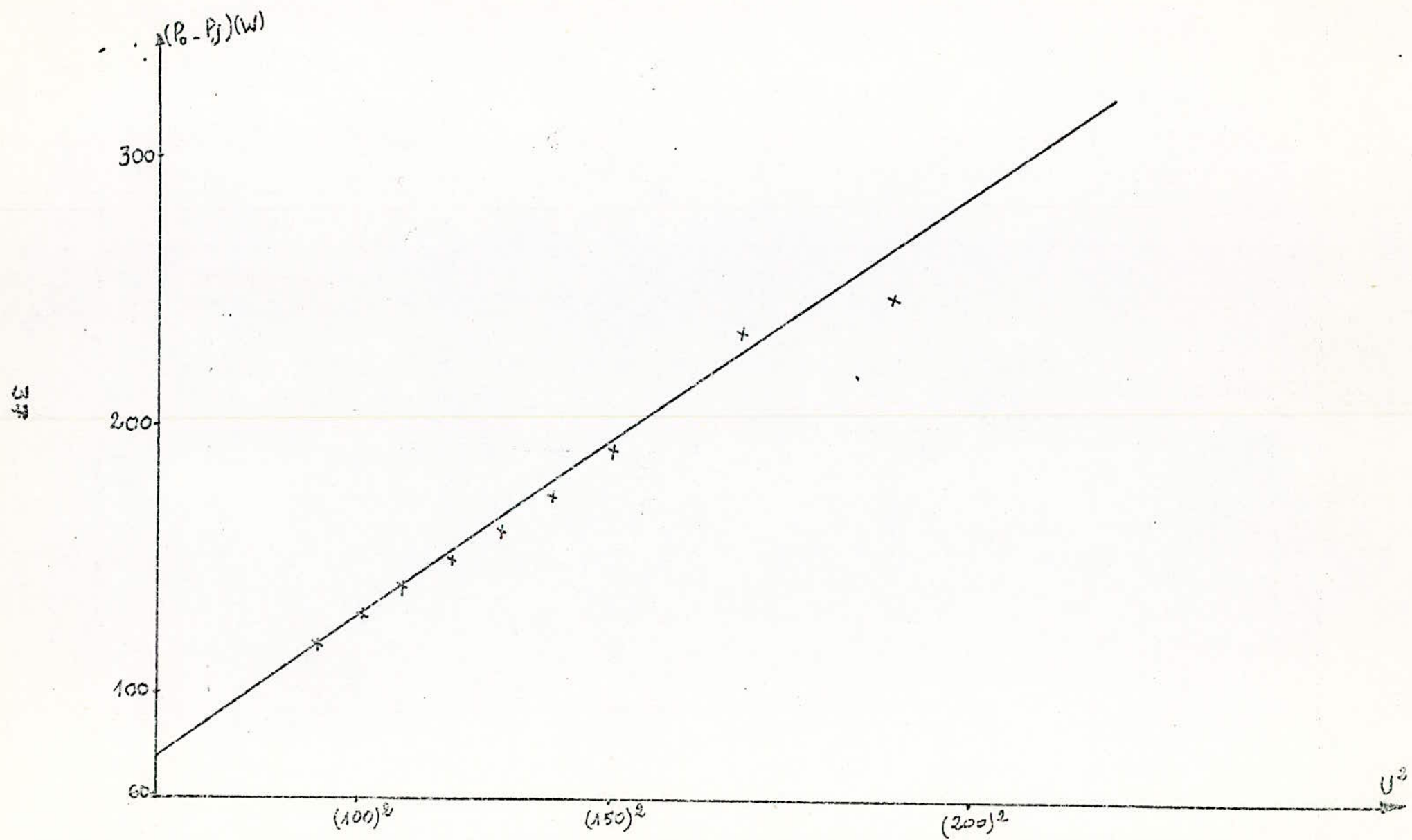


Fig. (III-2) : Variation des Pertes à vide en fonction de la tension.

Ces valeurs de puissances permettent la détermination des inductances de la machine fig.(III-3). En effet, les réactances directe et en quadrature, ainsi que la résistance équivalente en série au stator correspondante à toutes les pertes durant les essais sont liées par les trois relations suivantes/6/:

$$\frac{R}{X_q} = \frac{1}{2} \frac{|P_{mo.}| - |P_{at.}|}{|Q_{min}|}$$

$$\frac{X_d}{X_q} = 1 + \frac{|P_{mo.}| + |P_{at.}|}{|Q_{min}|}$$

$$X_d = \frac{U^2}{\left[ \left( \frac{R}{X_q} \right)^2 \left( \frac{X_q}{X_d} \right) + 1 \right] |Q_{min}|}$$

#### Essai à faible glissement :

A chaque tension, on visualise à l'aide d'un oscilloscope l'image du courant lorsque la machine tourne à une vitesse très proche du synchronisme.

Lorsque le rotor est dans la position transversale, le courant I est maximum, alors qu'il est minimum dans la position longitudinale. On peut ainsi déduire  $X_d$  et  $X_q$  pour chaque tension.

La figure(III-5) montre la variation de  $X_d/X_q$  en fonction de la tension statorique. Cette courbe qui décroît à cause de la saturation peut-être approchée par une droite à l'aide de la méthode des moindres carrés.



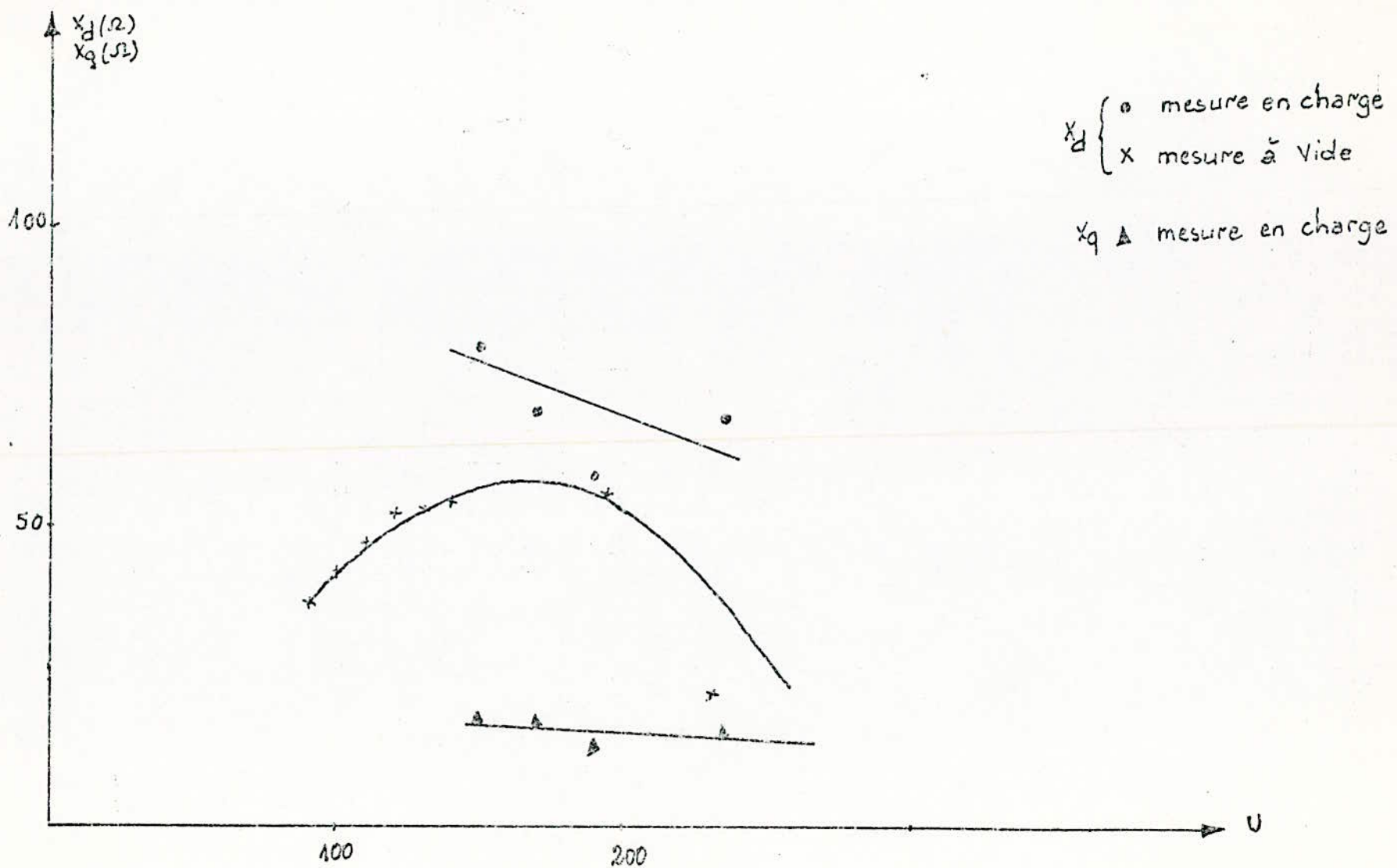


Fig. (III-3): Variation des réactances  $X_d$  et  $X_q$  en fonction de la tension.

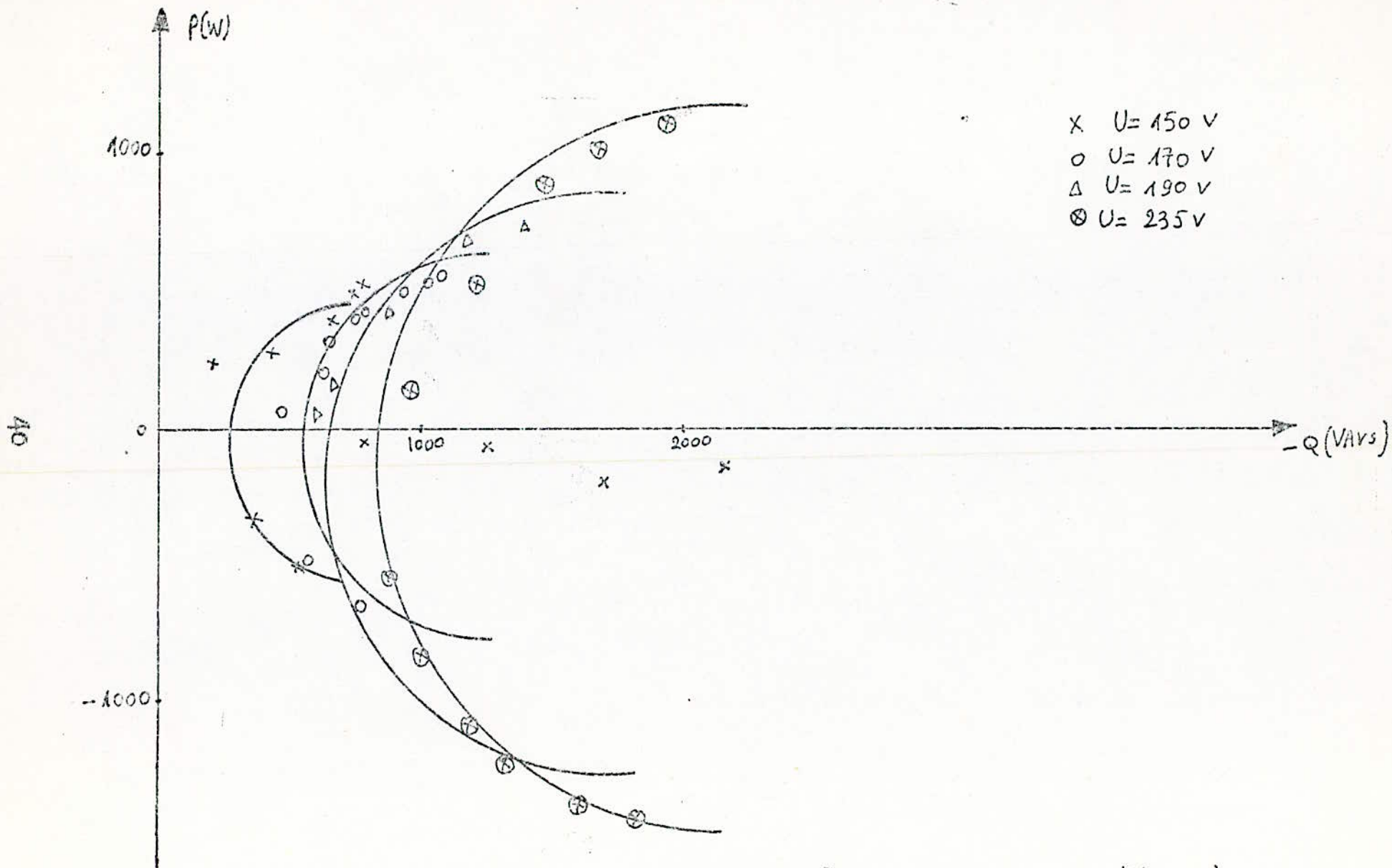


Fig (III-4) : Points de fonctionnement  $\tilde{z}$  ( $U = \text{cte}$ )

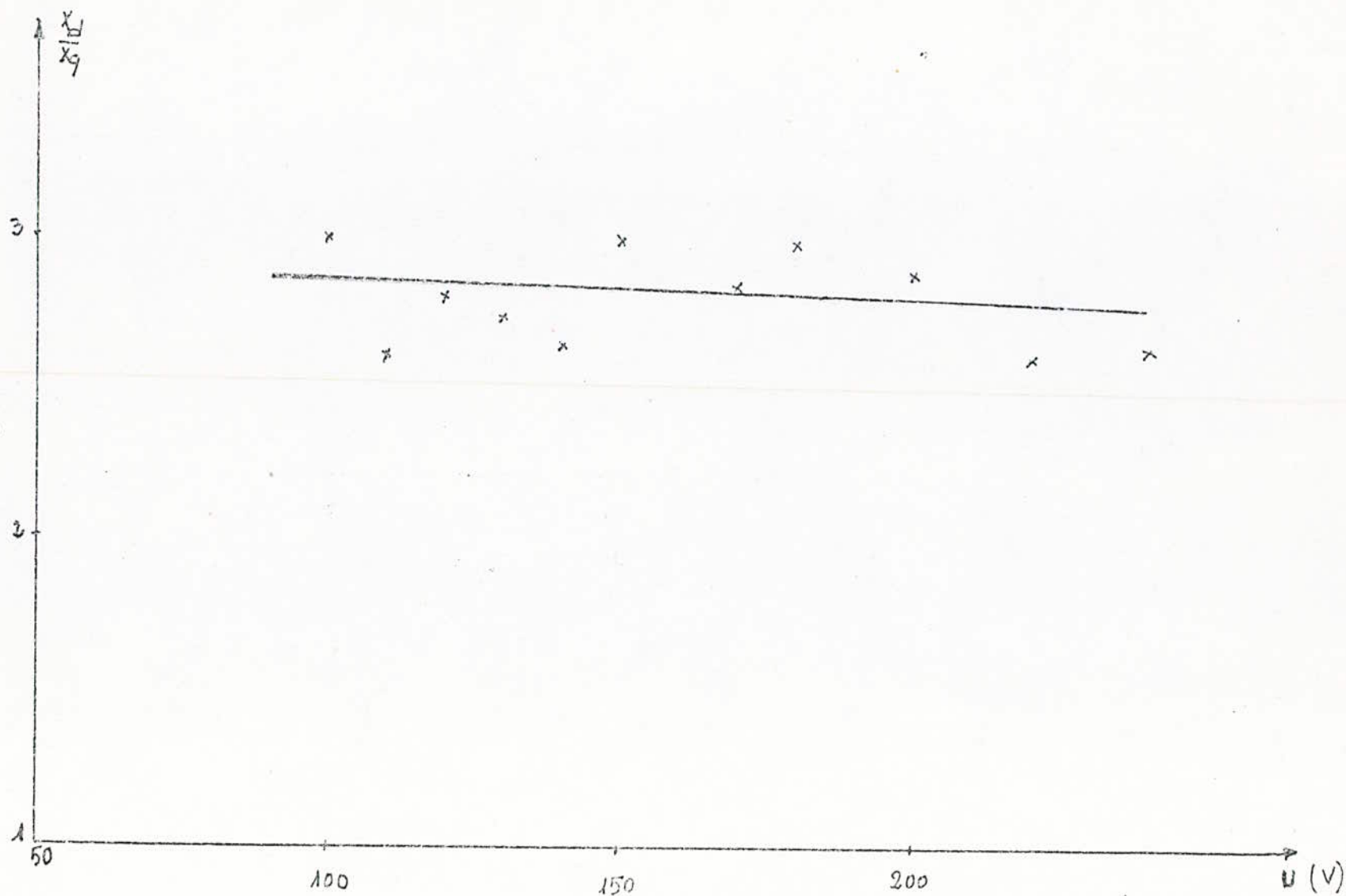


Fig. (III-5): Variation de  $X_2/X_q$  en fonction de la tension.  
(Essai à faible glissement).

2- COMPARAISON :

Les valeurs des réactances  $X_d$  et  $X_q$  déterminées précédemment , sont résumées dans le tableau suivant :

| Essais               | $X_d$ (Ohms) | $X_q$ (Ohms) | $X_d/X_q$ |
|----------------------|--------------|--------------|-----------|
| A vide               | 21 à 60      | -            | -         |
| Diagramme du cercle  | 57 à 80      | 12 à 17      | -         |
| A faible glissement  | -            | -            | 2,6 à 3   |
| Méthode de PILLAI    | 34,6         | 6,35         | 5,44      |
| Méthode de HONSINGER | 21,04        | 8,63         | 2,44      |

Il résulte de ces valeurs hétérogènes que les méthodes proposées ne sont qu'approximatives. Les écarts entre les valeurs trouvées sont principalement dus aux appareils de mesure et aux méthodes elles mêmes qui négligent entre autre toutes les pertes harmoniques dans le fer massif.

---

CONCLUSION

---

L'étude de la MRV suivant un modèle linéaire, a permis de montrer :

- L'existence d'un couple dû à la modulation du flux d'entrefer par l'anisotropie du circuit magnétique.
- Que les performances de la machine peuvent être calculées par la connaissance des réactances directe et en quadrature.

Ces réactances ont été ensuite approchées par deux méthodes théoriques basées sur la résolution des équations du champ dans l'entrefer de la machine .

L'exploitation des résultats a permis une optimisation de l'angle d'ouverture de la dent rotorique suivant deux types de fonctionnement à tension et à courant constant .

L'étude expérimentale nous a permis de vérifier que, dans le plan ( P,Q ) les points de fonctionnement à tension constante se placent sensiblement sur un cercle .

Cependant les différentes méthodes expérimentales utilisées conduisent à des valeurs hétérogènes des réactances de la machine. Nous pensons pour cela qu'une prise en compte des pertes harmoniques dans le rotor massif est nécessaire.

Une étude expérimentale systématique sur un ensemble de rotors permettrait entre autre de vérifier la validité des angles d'ouvertures optimums trouvés au chapitre II .

B I B L I O G R A P H I E

1.- M. HADDAD et S. HASSAN KASSEM

"Etude de la machine à réluctance variable à rotor massif"  
Projet de fin d'études Ingénieur . E.N.P. JUIN 1985

2.- S. TAHI et H. ZEROUG

"Etude de la machine synchrone à rotor massif"  
Projet de fin d'études Ingénieur . E.N.P. JANVIER 1985

3.- V.B. HONSINGER

"The inductances  $L_d$  and  $L_q$  of reluctance machine"  
I.E.E.E P.A.S. JANUARY/FEBRUARY. 1971.

4.- K.P.P. PILLAI

"Torque calculations of polyphase reluctance machine"  
I.E.E.E transactions on P.A.S vol. PAS-86, No12  
DECEMBER 1967.

5.- E. GUDEFIN

"Détermination des champs et circuits magnétiques"  
Techniques de l'ingénieur D420-1/16 D421-1/12

6.- A.Ah. FOCK, and P.M. HART, Eng.Sc.

"New method for measuring  $X_d$  and  $X_q$  based on the  
P-Q diagram of the lossy salient -pole machine"  
I.E.E.E Proceeding, vol.131 Pt. B, No.6, NOVEMBER.

