

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département de Métallurgie

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة
BIBLIOTHEQUE —
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Thème

LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN
REACTEUR SEMI-INDUSTRIEL

Proposé et
Dirigé par : Mr. DJEGHLAL
Etudié par : Mr. MALKI Mohammed

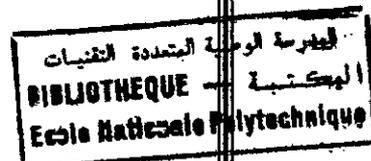
Promotion : Juin 2000

ENP 10, Avenue Hacén Badi El-Harrach ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique

Département de Métallurgie



PROJET DE FIN D'ETUDES

Thème

LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN
REACTEUR SEMI-INDUSTRIEL

Proposé et
Dirigé par : Mr. DJEGHLAL
Etudié par : Mr. MALKI Mohammed

Promotion : Juin 2000

ENP 10, Avenue Hacén Badi El-Harrach ALGER

Remerciements



Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à :

- *Mon promoteur, Mr DJEGHLAL, pour ses précieuses contributions, ses conseils et la bonne ambiance qu'il a fait régner durant l'accomplissement de ce travail*
- *Tous les enseignants de département Métallurgie qui ont contribué à ma formation*
- *Mr Kaci, pour ses orientations.*
- *Tous les gens de la bibliothèque de l'ENP pour avoir facilité mon accès à la documentation Disponible*
- *Tous les amis et proches qui m'ont aidé et soutenu durant ce travail*

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

École Nationale Polytechnique

Département de Métallurgie

Résumé du projet de fin d'études

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Thème :

Les transferts thermiques dans
un réacteur semi-industriel

ملخص :

إن التبادلات الحرارية هي العمليات الحرارية التي عن طريق التغيرات المعروفة للحرارة تهدف إلى تحسين الخصائص الميكانيكية والكيميائية للمعادن. في الحقيقة، توزيع و تغيرات تدرج الحرارة عند التسخين أو التبريد تؤثر بشكل كبير على البنية المتحصل عليها.

Résumé :

Les transferts thermiques sont les opérations thermiques, qui par l'action d'une variation contrôlée de la température ont pour but d'améliorer les caractéristiques mécaniques et chimiques des matériaux. En effet, la répartition et les variations des gradients de température au cours des chauffages et de refroidissement d'une pièce exerçant une influence majeure sur les structures obtenues.

Resume :

The thermics transfers are the thermics operations how by the action of controlled variation of the temperature have for the amelioration of the mechanic and chimic characteristics of metals. In fact, the operation and the variation of temperature gradients during the cooling and the heating of piece practice a major influence on the obtained structure.

Mots clés : rayonnement, convection, conduction, accumulation de chaleur, chaleur utile, chaleur spécifique, transmission de chaleur, écoulement, four à arc, revêtement réfractaire, conductivité thermique.

SOMMAIRE

Introduction	1
Partie théorique	
Notations.....	2
CHAPITRE I : transmission de chaleur par rayonnement.....	3
1- notions fondamentales.....	3
1.1- rayonnement thermique.....	3
1.2- la noirceur d'une paroi.....	3
1.3- pouvoir émissif et pouvoir absorbant.....	3
2- émissivité des principaux matériaux.....	3
3- les échanges de chaleur par rayonnement entre deux corps.....	4
3.1- loi de bouguer.....	4
3.2- facteur de forme.....	5
3.3- flux de chaleur échange entre deux surfaces.....	5
4- échanges de chaleur entre plans parallèles.....	6
4.1- cas des plans parallèles infinis.....	6
4.2- échange de chaleur entre deux plaques identiques finies coaxiales	7
5- échanges de chaleur entre cylindres coaxiaux ou sphères concentriques.....	8
5.1- cas où les deux cylindres rayonnent comme des corps noirs	8
5.2- cas où les deux cylindres réfléchissent spéculativement le rayonnement	8
5.3- cas où les deux cylindres diffusent parfaitement le rayonnement suivant la loi de lambert.....	9
5.4- échanges de chaleur entre deux sphères concentriques.....	11
6- échange de chaleur entre surfaces planes perpendiculaires.....	11
6.1- échange de chaleur entre deux plans <i>perpendiculaires</i>	12
6.2- échange de chaleur entre deux plaques rectangulaires non coaxiales , à cotes parallèles	14
notations.....	16
CHAPITRE II : transmission de chaleur par convection.....	17
1- introduction	17
2- types de convection.....	17
2.1- la convection naturelle.....	17

2.2- la convection forcée	17
3- régimes d'écoulement	17
3.1- régime laminaire	17
3.2- régime turbulent	17
4- coefficient d'échange thermique par convection	18
4.1- détermination pratique du coefficient d'échange de chaleur par convection	18
4.2- détermination de « α » pour le cas d'une convection forcée	18
5- notion de couche limite	20
6- sens physiques des nombres dimensionnels	21
6.1- nombre de Nusselt	21
6.2- nombre de Reynolds	22
6.3- nombre de Prandtl	22
6.4- nombre de Grashoff	22
7- la convection dans quelques fluides particuliers	23
7.1- le cas du gaz en général	23
7.2- le cas de l'air	24
7.3- le cas des liquides	24
Notations	25
CHAPITRE III : transmission de chaleur par conduction	26
1- introduction	26
2- chaleur emmagasinée dans les parois	26
3- conduction de chaleur pour une paroi composite	26
3.1- régime permanent	26
3.2- régime transitoire	27
4- conduction simple dans le cas d'un mur d'épaisseur fine, d'un cylindre ou d'une sphère	28
4.1- cas du cylindre soumis à un échelon de température sur sa surface latérale	28
4.2- cas d'une sphère soumise à un échelon de température	30
4.3- cas d'une sphère à un flux de convection uniforme soumise	30
CHAPITRE IV : transmission de chaleur lors du chauffage et du refroidissement	32
1- cas du lieu extérieur à température constante	32

1.1- répartition de température en échauffement et refroidissement d'un cylindre de longueur infinie	32
1.2- Répartition de température en échauffement et refroidissement d'une plaque ...	40
1.3- Cas d'un rond des dimensions finies et d'un parallélépipède	45
1.4- Temps de chauffage et uniformité de température	45
2- cas où la vitesse de montée ou de baisse en température de surface est constante	46
2.1- chauffage et refroidissement d'un cylindre	46
2.2- chauffage et refroidissement d'une plaque de surface infinie.....	47
CHAPITRE V : les pertes de la chaleur par les parois	49
1-les pertes en service continu.....	49
2-les pertes en service intermittent.....	49
PARTIE EXPERIMENTALE	
CHAPITRE VI : dimensionnement du creuset.....	51
1- présentation générale.....	51
2- caractéristiques	52
2.1- acier	52
2.2- conditions extérieures	52
3- le volume du segment de hauteur h et de diamètre du cercle de base d.....	52
4- calcul du diamètre du cercle de base d.....	53
5- épaisseur du revêtement réfractaire.....	53
6- temps nécessaire pour la fusion.....	56
CHAPITRE VII : détermination des paramètres du modèle.....	59
1- transmission de chaleur par conduction.....	59
2- transmission de chaleur par convection et rayonnement.....	63
3- l'accumulation de chaleur.....	63
4- la chaleur utile.....	63
CHAPITRE VIII : modélisation des résultats.....	64
1- l'algorithme du calcul de la puissance du four.....	64
2- le programme du calcul de la puissance du four.....	66

CHAPITRE IX : influence des paramètres du modèle étudié.....	68
1- profils de température.....	68
2- influence des paramètres thermophysiques des matériaux sur les performances du four	69
2.1- influence de la conductivité thermique λ	69
2.2- influence de la masse volumique ρ	69
2.3- influence de la chaleur spécifique.....	70
2.4- courbe de chauffage.....	70

conclusion

bibliographie

Introduction



Les métallurgistes désignent sous le vocable de traitements thermiques les opérations thermiques qui, par l'action d'une variation contrôlée de la température ont pour but d'améliorer les caractéristiques mécaniques et chimiques des métaux. En effet, la répartition et les variations des gradients de température au cours du chauffage et du refroidissement d'une pièce exercent une influence majeure sur les structures obtenues.

D'où la maîtrise de la technologie des fours de traitements thermiques, la connaissance de leurs caractéristiques et leur influence sur les profils de température dans la charge pendant le temps de chauffage est nécessaire pour les usagers de tels équipements. L'étude de l'influence du milieu de refroidissement sur ces profils est aussi un paramètre prépondérant.

Nous avons réparti le travail en deux parties principales.

La première partie est consacrée à une recherche bibliographique, elle porte sur des généralités.

Dans la deuxième partie, un modèle de dimensionnement d'un four a été développé et mis sous forme de programme informatique pour faciliter son exploitation.

Ce lui-ci permet de prédire les caractéristiques du four, les influences des diverses propriétés des matériaux sur ses performances, les profils et la répartition de température dans les différentes couches de la paroi.

Partie Théorique

Notations

- a, b, c dimension de plaques
 ζ émissivité du matériau, fraction du rayonnement
Q quantité de chaleur
T température
s, ds Surface, élément de surface
 $\Phi, d\Phi$ Flux, élément de flux
L luminance, facteur de forme
 $\Omega, d\Omega$ angle solide, élément d'angle solide
r distance entre deux points, rapport de flux radiatifs, rayon de particules
 σ constante de Stefan
 α facteur d'absorption
F facteur de forme
h distance entre plaques, constante de planck
C facteur de correction
f fraction de rayonnement
P plan rayonnant
G facteur de forme
 ζ facteur d'émission

CHAPITRE I

TRANSMISSION DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

1- NOTIONS FONDAMENTALES:

1.1- RAYONNEMENT THERMIQUE:

Le rayonnement thermique est de même nature que le rayonnement lumineux, et sa qualité se caractérise aussi par la longueur d'onde.

La longueur d'onde de la lumière rouge est égale à 7.10^{-4} mm. La composition de toutes les longueurs d'ondes visibles forme la lumière blanche. Mais le spectre visible n'est qu'une partie de la plage des longueurs d'ondes rayonnantes, et le rayonnement thermique est porté plus général.

1.2- LA NOIRCEUR D'UNE PAROI:

une paroi absorbant la totalité du rayonnement qu'elle reçoit. C'est à dire ne donnant lieu à aucune réflexion est dite noire.

1.3- POUVOIR EMISSIF ET POUVOIR ABSORBANT:

il convient d'ajouter qu'un corps donné se comporte de la même façon vis à vis du rayonnement qu'il soit en position du récepteur ou d'émetteur. le pouvoir émissif est égal donc au pouvoir absorbant.

2- EMISSIVITE DES PRINCIPAUX MATERIAUX:

dans la pratique, on a affaire à des corps non noirs d'où une surface s_2 quelconque ne peut absorber ou rayonner qu'une fraction " ϵ " du rayonnement absorbé ou rayonné par un corps noir à la même température T_2 .

la quantité de chaleur absorbée est: $Q = \zeta \cdot Q_n = \zeta \cdot 4,96 \cdot s_2 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ kcal/h} \quad (1)$

l'émissivité " ϵ " d'un matériau n'est autre que la fraction que peut absorber ce corps lorsqu'il reçoit un rayonnement noir.

3-LES ECHANGES DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT ENTRE DEUX CORPS:

3.1- LOI DE BOUGUER:

Soient des corps C_1 et C_2 dont les températures sont différentes. Chacun d'eux émet du rayonnement dont une partie se trouve absorbée par l'autre. Ainsi, chacun reçoit de l'autre une certaine quantité de chaleur. La quantité de chaleur passant effectivement du corps C_1 au corps C_2 est donc la différence entre l'énergie reçue par C_1 en provenance de C_2 et celle reçue par C_2 en provenance de C_1 .

Soit ds_1 , un élément de la surface s_1 de C_1 entourant un point M_1 et ds_2 un élément de la surface s_2 de C_2 entourant un point M_2

Le flux de chaleur $\delta\phi_{12}^i$ issu de ds_1 et tombant sur ds_2 est égal, d'après ce qui précède, à:

$$\delta\phi_{12}^i = L_{i1} T_1 ds_1 \cos i_1 d\Omega$$

ou :

i_1 : est l'angle de $\overrightarrow{M_1 M_2}$ avec N_1 la normale à ds_1 et ou $d\Omega$ est l'angle solide sous lequel M_1 voit ds_2 , cet angle est donné par la relation :

$$d\Omega = \frac{ds_2 \cos i_2}{r^2}$$

ou :

i_2 : est l'angle de $\overrightarrow{M_2 M_1}$ avec la normale n_2 à ds_2 et r la distance entre M_1 et M_2 . de sorte que le flux émis par ds_1 et reçu par ds_2 est égal à:

$$\delta\phi_{12}^i = L_{i1} T_1 \frac{ds_1 \cos i_1 ds_2 \cos i_2}{r^2} \quad (2)$$

Cette relation constitue la loi de Bouguer.

3.2- FACTEUR DE FORME ;

Dans la loi de Bouguer $L_{i1} T_1$ peut être remplacé par sa valeur, c'est à dire:

$$L_{i1} T_1 = \varepsilon_{i1} T_1 \frac{\sigma}{\pi} T_1^4$$

où :

T_1 : est la température de ds_1

$$\delta\phi_{12}^i = \frac{\sigma}{\pi} \varepsilon_{i1} T_1^4 ds_1 \frac{\cos i_1 ds_2 \cos i_2}{r^2}$$

Seule la fraction $(\alpha_i)_2$ de ce flux est absorbé par ds_2

$$\delta\phi_{12}^i = (\alpha_i)_2 \frac{\sigma}{\pi} \varepsilon_{i1} T_1^4 \frac{ds_1 \cos i_1 ds_2 \cos i_2}{r^2}$$

Quand au flux total issu de s_1 et absorbé par s_2 :

$$\phi_{12}^a = \frac{\delta}{\pi} \int_{s_1} \int_{s_2} (\alpha_i)_2 \zeta_{i1} T_1^4 \frac{ds_1 \cos i_1 ds_2 \cos i_2}{r^2}$$

on pose $(\alpha_i)_2 = \zeta_{T2}$

et on pose habituellement:

$$s_1 F_{12} = \frac{1}{\pi} \int_{s_1} \int_{s_2} \frac{ds_1 \cos i_1 ds_2 \cos i_2}{r^2}$$

s_1 : l'aire de la surface s_1

F_{12} : facteur de forme

Alors:

$$\phi_{12}^a = \delta \varepsilon_{T1} \varepsilon_{T2} T_1^4 s_1 F_{12} \quad (3)$$

3.3- FLUX DE CHALEUR ECHANGE ENTRE DEUX SURFACES:

De la même manière. On a la relation:

$$\phi_{21}^a = \delta \varepsilon_{T1} \varepsilon_{T2} T_2^4 s_2 F_{12}$$

on pose $s_1 F_{12} = s_2 F_{21}$

ainsi:

$$\phi_{21}^a = \delta \varepsilon_{T1} \varepsilon_{T2} T_2^4 s_2 F_{12}$$

après certains calculs, on arrive à

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \varepsilon_{T1} \varepsilon_{T2} (T_1^4 - T_2^4) s_1 F_{12} [1 + F_1 F_2 (1 - \varepsilon_{T1})(1 - \varepsilon_{T2}) + \dots] \quad (*)$$

4- ECHANGES DE CHALEUR ENTRE PLANS PARALLELES:

4.1- CAS DES PLANS PARALLELES INFINIS:

Si les deux surfaces s_1 et s_2 sont des plans parallèles de grandes dimensions par rapport à leur distance h , on peut admettre qu'ils sont infinis. Soit s leur surface commune, en les supposant de même dimension. Les deux plans étant considérés comme infinis. Il est aisé de constater que tout rayon réfléchi par s_1 vient retomber sur s_2 et inversement. Il en résulte que:

$$f_1 = f_2 = \dots = 1$$

La relation (*) devient :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \varepsilon_{T1} \varepsilon_{T2} \delta (T_1^4 - T_2^4) s F_{12} [1 + (1 - \varepsilon_{T1})(1 - \varepsilon_{T2}) + \dots] \quad (**)$$

On considère que le facteur de forme est indépendant des propriétés radiatives des surfaces, donc des facteurs d'émission.

Et s_1 et s_2 sont des corps noirs

$$\varepsilon_{T1} = \varepsilon_{T2} = 1$$

Et dans ce cas:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta (T_1^4 - T_2^4) s F_{12}$$

Le fait que les surfaces soient infinies, entraîne le fait que tout rayonnement issu de s_1 vient retomber sur s_2 et inversement, et comme ce sont ici des corps noirs, ils absorbent tout rayonnement reçu ainsi:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta T_1^4 s - \delta T_2^4 s$$

ce qui entraîne

$$F_{12} = F_{21} = 1$$

L'équation (**) devient alors:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \varepsilon_{T_1} \varepsilon_{T_2} (T_1^4 - T_2^4) s [1 + (1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2}) + \dots]$$

Et comme le crochet est la somme d'une progression géométrique:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta (T_1^4 - T_2^4) s \frac{\varepsilon_{T_1} \varepsilon_{T_2}}{1 - (1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2})} \quad (4)$$

4.2- ECHANGE DE CHALEUR ENTRE DEUX PLAQUES IDENTIQUES FINIES COAXIALES:

Considérons deux plaques identiques coaxiales dont la distance est comparable aux dimensions de cette plaque. Soient T_1 et T_2 leurs températures respectives, ε_{T_1} et ε_{T_2} leurs facteurs d'émission respectifs:

- cas où $\varepsilon_{T_1} = \varepsilon_{T_2}$:

on peut écrire dans ce cas:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta (T_1^4 - T_2^4) s F_{12}$$

Si les deux plaques sont des cercles, le facteur de forme étant sans dimension, ne peut dépendre que de la valeur relative entre le diamètre « d » de ces plaques et la distance h . Ainsi :

$$F_{12} = F\left(\frac{d}{h}\right)$$

- cas où les surfaces réfléchissent le rayonnement:

Comme il n'y a pas de réflexions extérieures, il est possible d'utiliser la formule générale suivante :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \varepsilon_{T_1} \varepsilon_{T_2} (T_1^4 - T_2^4) s F_{12} \left(\frac{d}{h}\right) [1 + F_1 F_2 (1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2}) + \dots]$$

- cas où les surfaces diffusent parfaitement le rayonnement suivant la loi de Lambert :

Dans ce cas f_1 est identique à $f(d/h)$. Il en est de même pour f_2 .

Ainsi :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \varepsilon_{T_1} \varepsilon_{T_2} (T_1^4 - T_2^4) s F \left(\frac{d}{h}\right) \left[1 + F^2 \left(\frac{d}{h}\right) (1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2}) + \dots \right]$$

dans ce cas, le crochet est la somme d'une progression géométrique de raison :

$$\left[F^2 \left(\frac{d}{h}\right) (1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2}) \right]$$

ainsi :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) s \frac{F(d/h) \varepsilon_{T_1} \varepsilon_{T_2}}{1 - F^2(d/h)(1 - \varepsilon_{T_1})(1 - \varepsilon_{T_2})} \quad (5)$$

5- ECANGES DE CHALEUR ENTRE CYLINDRES COAXIAUX OU SPHERES CONCENTRIQUES:

5.1-CAS OU LES DEUX CYLINDRES RAYONNENT COMME DES CORPS NOIRS :

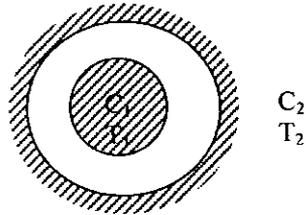


Fig. 1 - échange de chaleur par rayonnement entre deux cylindres coaxiaux

Soient deux cylindres coaxiaux C_1 et C_2 rayonnant l'un vers l'autre, C_1 étant intérieur à C_2 . Soient T_1 et T_2 les températures respectives des deux cylindres, puisqu'ils sont parfaitement absorbants

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \cdot s_1 (T_1^4 - T_2^4) \cdot F_{12}$$

pour obtenir le facteur de forme nous remarquerons tout le flux émis par C_1 et reçu par C_2 . De sorte que : $F_{12}=1$.

Ainsi :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \delta \cdot s_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (6)$$

5.2- CAS OU LES DEUX CYLINDRES REFLECHISSENT SPECULATIVEMENT LE RAYONNEMENT :

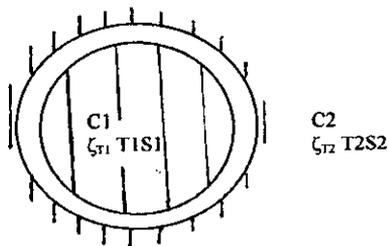


Fig.2 - cylindres à réflexion spéculaire

Il est facile de voir par des considérations géométriques que tout rayon émis par C_1 et réfléchi par C_2 retombe sur C_1 , tout rayon émis par C_2 et réfléchi par C_1 retombe sur C_2 , même si C_1 ne réfléchit pas spéculativement le rayonnement on a :

$$F_1 = F_2 = \dots = 1$$

Ainsi le flux de chaleur échangé est :

$$\Phi_{1-2} = \delta \frac{\xi_1 \xi_2}{F_{12}} (T_1^4 - T_2^4) S_1 F_{12} \left[1 + (1 - \xi_1)(1 - \xi_2) + (1 - \xi_1)^2(1 - \xi_2)^2 + \dots \right]$$

d'autre part, le facteur de forme F_{12} étant indépendant des propriétés thermiques des surfaces, est le même que dans le cas précédent.

$$F_{12} = 1$$

Ainsi :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \delta (T_1^4 - T_2^4) s_1 \frac{\xi_{T1} \xi_{T2}}{1 - (1 - \xi_{T1})(1 - \xi_{T2})} \quad (7)$$

5.3- CAS OU LES DEUX CYLINDRES DIFFUSENT PARFAITEMENT LE RAYONNEMENT SUIVANT LA LOI DE LAMBERT:

nous sommes ici dans le cas signalé précédemment ou l'on doit tenir compte du rayonnement émis par C_2 et réfléchi directement par lui.

Considérons le flux émis par un élément de surface ds_2 de C_2 , soit :

$$\delta \Phi_{21} = \xi_{T2} \delta T_2^4 ds_2$$

ce flux est partiellement dirigé vers C_1 . Soit f la fraction reçue par ce dernier

$$0 \leq f \leq 1$$

$$\delta \Phi'_{21} = \xi_{T2} \delta T_2^4 ds_2 f$$

puisque les cylindres sont coaxiaux, f est le même quelque soit l'élément de surface ds_2 . Ainsi, nous aurons pour le flux total :

$$\Phi'_{21} = \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 f$$

le flux absorbé par C_1 sera alors :

$$\Phi''_{21} = \xi_{T1} \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 f$$

le reste :

$$\Phi'_{21} = (1 - \xi_{T1}) \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 f$$

est réfléchi vers C_2 qui en absorbe la quantité :

$$\Phi_{212}^a = (1 - \xi_{T1}) \xi_{T2}^2 \delta T_2^4 s_2 f$$

et en réfléchit à son tour la quantité :

$$\Phi_{212}^r = (1 - \xi_{T1})(1 - \xi_{T2}) \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 f$$

d'autre part, le flux émis par C_2 et non capté par C_1 est :

$$\Phi_{22}^i = \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 (1 - f)$$

dont une partie est absorbée par C_1 . Le reste est réfléchi :

$$\Phi_{22}^r = (1 - \xi_{T2}) \xi_{T2} \delta T_2^4 s_2 (1 - f)$$

le flux total réfléchi une première fois par C_2 est donc la somme :

$$\Phi_{(2)}^r = \xi_{T2} \sigma T_2^4 s_2 [f(1 - \xi_{T1})(1 - \xi_{T2}) + (1 - f)(1 - \xi_{T2})]$$

$$\Phi_{(2)}^r = (1 - \xi_{T2}) \xi_{T2} (1 - f \xi_{T1}) \sigma T_2^4 s_2$$

Il est facile de voir que ce flux uniformément réémis par toute la surface, suivant la loi de Lambert et par conséquent, tout se passe comme si à nouveau la surface de C_2 émis avec le facteur d'émission ξ_{T2} mais à une température T_2 telle que :

$$T_2'^4 = T_2^4 (1 - \xi_{T2})(1 - \xi_{T1})$$

il en est même pour toutes réflexions multiples et le flux total absorbé par C_1 est alors :

$$\Phi_{21}^a = \sigma T_2^4 s_2 \frac{\xi_{T1} \xi_{T2} f}{1 - (1 - \xi_{T2})(1 - \xi_{T1})}$$

Il faut maintenant évaluer le flux émis par C_1 et capté par C_2 . Or, C_1 émis le flux :

$$\Phi_{21}^i = \xi_{T1} \sigma T_1^4 s_1$$

qui est entièrement reçu par C_2 . celui-ci réfléchit le reste, soit :

$$\Phi_{12}^r = \xi_{T1} (1 - \xi_{T2}) \sigma T_1^4 s_1$$

puisque ceci est uniformément réfléchi suivant la loi de Lambert par toute la surface, tout se passe comme si C_2 rayonnent à nouveau avec une température θ_2 telle que :

$$\xi_{T2} \theta_2^4 s_2 = \xi_{T1} (1 - \xi_{T2}) T_1^4 s_1$$

on peut utiliser la relation donnant θ_{21}^a en considérant cette nouvelle température de C_2 . On obtient ainsi :

$$\theta_{21}^a = \sigma \theta_2^4 s_2 \frac{\xi_{T1} \xi_{T2} f}{\xi_{T2} + f \xi_{T1} - f \xi_{T1} \xi_{T2}}$$

Et d'après la relation définissant θ_2 :

$$\theta_{21}^a = \sigma T_1^4 s_1 \frac{\xi_{T1}^2 (1 - \xi_{T2}) f}{\xi_{T2} + f \xi_{T1} - f \xi_{T1} \xi_{T2}}$$

ainsi le flux émis par C_1 et capté par C_2 est donc le flux total émis par C_1 diminué du flux précédent :

$$\phi_{12}^a = \phi_{12}^i - \phi_{21}^a = \sigma T_1^4 s_1 \frac{1}{\frac{1}{\xi_{T1}} + f \left(\frac{1}{\xi_{T2}} - 1 \right)}$$

Par conséquent, le flux total échangé entre C_1 et C_2 est :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \delta (T_1^4 s_1 - T_2^4 s_2 f) \frac{1}{\frac{1}{\xi_{T1}} + f \left(\frac{1}{\xi_{T2}} - 1 \right)} \quad (8)$$

5.4-ECHANGES DE CHALEUR ENTRE DEUX SPHERES CONCENTRIQUES :

les formules qui ont été établies pour les échanges de chaleur entre cylindres coaxiaux sont encore valables pour les échanges de chaleur entre sphères concentriques. Il suffit en effet, de remarquer que tous les rayonnements utilisés peuvent s'appliquer sans aucun changement .

6- ECHANGE DE CHALEUR ENTRE SURFACES PLANES PERPENDICULAIRES :

6.1-ECHANGE DE CHALEUR ENTRE DEUX PLANS PERPENDICULAIRES :

soient deux plans perpendiculaires P_1 et P_2 de surface s_1 et s_2 de température T_1 et T_2 et de cotés a et c pour P_1 et b et c pour P_2
Ils sont supposés avoir un côté commun.

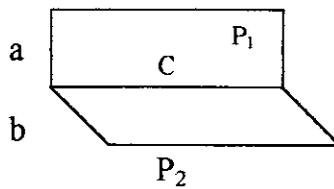


Fig.3 - rayonnement entre deux plans perpendiculaires

a) Cas où les parois rayonnent comme des corps noirs:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) s F_{12}$$

dans le cas : $F_{12} = F\left(\frac{a}{c} \frac{b}{c}\right)$

les valeurs de cette fonction de a/c dépendant du paramètre b/c sont données sur la figure 4 :

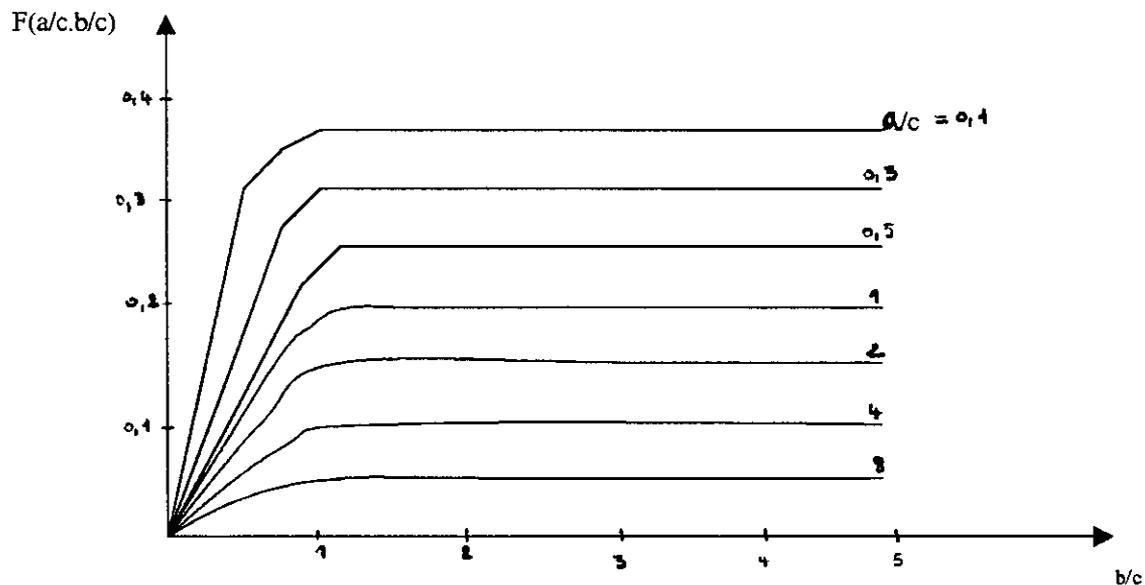


Fig.4 - facteur de forme pour l'échange de chaleur entre un plan (de côtés a et c) et un perpendiculaire (de côtés b et c) ayant une arête commune[22]

On obtient ainsi :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) s_1 F\left(\frac{a}{c} \frac{b}{c}\right)$$

comme d'une manière générale, on a

$$s_1 F_{12} = s_2 F_{21}$$

on obtient :

$$acF\left(\frac{a b}{c c}\right) = cbF\left(\frac{b a}{c c}\right)$$

c'est-a-dire :

$$\frac{a}{c}F\left(\frac{a b}{c c}\right) = \frac{b}{c}F\left(\frac{b a}{c c}\right)$$

b) cas ou la paroi réfléchit spéculairement le rayonnement :

dans ce cas, aucun rayon réfléchi par l'un des plans ne peut venir retomber sur l'autre, et par conséquent, la formule simplifiée est valable :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \xi_{T1} \xi_{T2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) s_1 F\left(\frac{a b}{c c}\right)$$

c) Cas ou les parois diffusent le rayonnement suivant la loi de Lambert :

le rayonnement émis par P₁ est :

$$\phi_1 = \xi_{T1} \sigma T_1^4 s_1$$

et le rayonnement capté par P₂ est :

$$\phi_{12}^a = \xi_{T1} \xi_{T2} \sigma T_1^4 s_1 F_{12}$$

le rayonnement réfléchi par P₂ est donc :

$$\phi_{12}^r = \xi_{T1} (1 - \xi_{T2}) \sigma T_1^4 s_1 F_{12}$$

la partie du rayonnement qui vient tomber à nouveau sur P₁ est :

$$\phi_{121}^a = \xi_{T1} (1 - \xi_{T2}) \sigma T_1^4 s_1 F\left(\frac{a b}{c c}\right) F\left(\frac{b a}{c c}\right)$$

le flux qui est alors réfléchi par P₁ est :

$$\phi_{121}^r = \xi_{T1} (1 - \xi_{T2}) (1 - \xi_{T1}) \sigma T_1^4 \frac{s_1^2}{s_2} F^2\left(\frac{a b}{c c}\right)$$

et la fraction qui est captée par P₂ est alors :

$$\phi_{1212}^a = \xi_{T1} \xi_{T2} (1 - \xi_{T2}) (1 - \xi_{T1}) \sigma T_1^4 \frac{s_1^2}{s_2} F^3\left(\frac{a b}{c c}\right)$$

on voit ainsi en continuant indéfiniment le processus que :

$$\phi_{12}^a = \sigma T_1^4 s_1 F \left(\frac{b}{c} \frac{a}{c} \right) \frac{\xi_{r1} \xi_{r2}}{1 - \frac{s_1}{s_2} F^2 \left(\frac{a}{c} \frac{b}{c} \right) (1 - \xi_{r1})(1 - \xi_{r2})}$$

Par conséquent, le flux total échangé sera :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma (T_1^4 - T_2^4) s_1 \frac{\xi_{r1} \xi_{r2} F \left(\frac{a}{c} \frac{b}{c} \right)}{1 - \frac{s_1}{s_2} F^2 \left(\frac{a}{c} \frac{b}{c} \right) (1 - \xi_{r1})(1 - \xi_{r2})} \quad (9)$$

6.2-ECHANGE DE CHALEUR ENTRE DEUX PLAQUES RECTANGULAIRES NON COAXIALES, A COTES PARALLELES :

a) Cas où les deux plaques ont une dimension commune, l'un des côtés étant la projection de l'autre :

Soient deux plaques rectangulaires 1 et 2 placées comme il est indiqué sur la figure "4". Projections le rectangle 2 sur le plan 1 soit 3 ce nouveau rectangle. De même, projections 1 sur le plan 2 et soit 4.

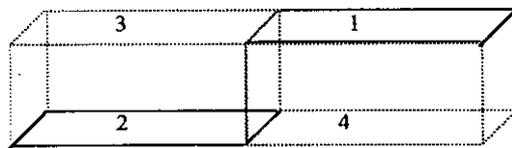


Fig.4- plaques parallèles, un de l'une se projetant sur un côté de l'autre

Soit $G_{1,2}$ le facteur est celui indiqué avant, soit $F_{1+3, 2+4}$

Il est évident, que le flux étant proportionnel à sF

$$(s_1 + s_2) F_{1+3, 2+4} = s_1 F_{1,4} + s_1 G_{1,2} + s_3 F_{3,2}$$

on a montré que :

$$s_3 G_{3,4} = s_4 G_{4,3}$$

et :

$$s_4 G_{4,3} = s_1 G_{1,2}$$

ainsi :

$$s_1 G_{1,2} + s_3 G_{3,4} = 2s_1 G_{1,2}$$

d'ou finalement :

$$G_{1,2} = \frac{s_1 + s_2}{2s_1} F_{1+3,2+4} - \frac{1}{2} F_{1,4} - \frac{1}{2} \frac{s_2}{s_1} F_{3,2} \quad (10)$$

b) Cas où les deux plaques ont une dimension commune, les autres étant dans des plans perpendiculaires aux plaques :

La projection de 1 sur le plan 2 est extérieure à 2

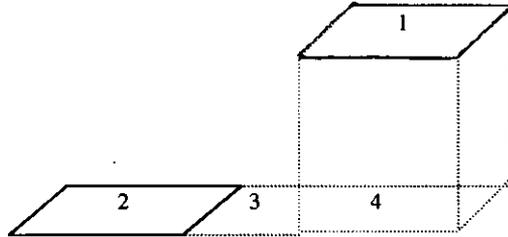


Fig .5- plaques parallèles ayant un côté et de projections extérieures.

Soit (4) la projection de (1) et (3) le rectangle compris entre (2) et (4) soit $H_{1,2}$ le facteur de forme entre (1) et (2). Il est aisé de voir sur la figure que :

$$H_{1,2} = G_{1,2+3} - G_{1,3} \quad (11)$$

Notations

Φ	flux de chaleur
θ	température
s, ds	surface, élément de surface
Q	quantité de chaleur
t	temps
M	nombre de Margoulis
ρ	masse volumique
g	accélération de la pesanteur
h	coefficient de convection
D	diamètre
Nu	nombre de Nusselt
Re	nombre de Reynolds
Pr	nombre de Prandtl
Ec	nombre d'Eckert
Gr	nombre de Grashoff
Tp	température de la paroi
Te	température de l'écoulement
W	vitesse du fluide
λ	conductivité thermique

CHAPITRE II

TRANSMISSION DE CHALEUR PAR CONVECTION

1-INTRODUCTION :

Les transferts de chaleur par convection s'effectuent simultanément avec des transferts de masse. Pour cela, le mode de transfert ne peut exister qu'au sein des milieux fluides.

Il est essentiellement étudié en vue de comprendre les phénomènes caractérisants les échanges de chaleur ayant lieu entre une paroi et un fluide se mouvant au contact de celle-ci.

2- TYPES DE CONVECTION :

Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide, on distingue la convection naturelle et la convection forcée.

2.1- LA CONVECTION NATURELLE :

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de températures dans sa masse, par l'entremise des différences de densité et d'un champ des forces extérieures (l'accélération de la pesanteur)

2.2-LA CONVECTION FORCEE :

le mouvement du fluide induit par une cause indépendante des différences de température tel qu'une injection de gaz, un soufflage, un brassage, etc..

3- REGIMES D'ECOULEMENT :

les deux cas distincts du régime d'écoulement sont le régime laminaire et le régime turbulent.

3.1-REGIME LAMINAIRE :

l'écoulement s'effectue par couches pratiquement indépendantes. Entre deux fluides adjacents, les échanges de matière sont donc nuls.

Si l'on fait uniquement par conduction.

Si l'on considère une direction quelconque non normale aux filets fluides, l'échange de chaleur est imputable simultanément à la convection et à la conduction, cette dernière étant toute fois négligeable.

3.2- REGIME TURBULENT :

l'écoulement n'est pas permanent, la trajectoire de toute particule individuelle est irrégulière. Mais sur une base statistique le mouvement global de l'ensemble des particules fluides est régulier.

L'échange de chaleur dans un écoulement turbulent est négligeable par convection et conduction. Cette dernière est généralement négligeable par rapport à la convection.

4- COEFFICIENT D'ÉCHANGE THERMIQUE PAR CONVECTION :

Le flux de chaleur échangé entre un solide et un fluide en mouvement caractérisé par une température « θ_f » à travers une surface élémentaire, entourant un point de la surface de ce solide, « ds » de température « θ_s » est

$$d\phi = \alpha ds(\theta_f - \theta_s) \quad (12)$$

avec :

α : le coefficient de convection(en Watts par mètre carré par degrés celsius).

Lorsque ce dernier est connu, la relation de chaleur traversant une surface donnée pendant un intervalle de temps quelconque :

$$dQ = d\phi dt \quad (13)$$

mais cette formule est globale du transfert de chaleur. En fait, le coefficient d'échange thermique par convection « α » ne constitue pas une constante absolue, mais dépend des conditions expérimentales et tout particulièrement :

- a) Des caractéristiques de la paroi ; forme, dimensions, rugosité, température, propreté ;
- b) Des caractéristiques du fluide : masse volumique, viscosité, chaleur spécifique, coefficient de conduction.

Ces grandeurs sont dépendant de la nature du fluide mais aussi de la température :

- a) De l'écoulement du fluide : vitesse, régime laminaire ou turbulent
- b) De la position respective du fluide et de la paroi : angle d'attaque de la paroi par le fluide.

Exemple :

A titre indicatif, α exprime en (W/m^2c) varie de 2 à 200 pour les gaz , de 100 à 2000 pour les liquides

4.1-DETERMINATION PRATIQUE DU COEFFICIENT D'ÉCHANGE DE CHALEUR PAR CONVECTION :

Tout calcul d'échange thermique par convection nécessite donc la détermination

du coefficient « α », cela n'est possible qu'après la connaissance d'un certain nombre de grandeurs sans dimensions (Nusselt, biot, prandtl, reynolds, graschhoff, margoulis, eckert...) caractérisant le type de convection étudiée.

Cette étude est largement expérimentale.

D'une façon générale un problème d'échange de chaleur convectif entre une paroi solide et un fluide adjacent pourra être résolu lorsque la quantité de chaleur « Q » traversant une aire « S » de cette paroi solide pendant l'intervalle de temps « t » sera connue, et cela grâce à la formule citée juste avant.

4.2-DETERMINATION DE « α » POUR LE CAS D'UNE CONVECTION FORCEE :

Plusieurs méthodes sont employées en convection forcée pour déterminer le coefficient de chaleur « α ». Ce paramètre expose celle basée sur l'utilisation des

résultats empiriques, qui est valable tant pour le régime laminaire que pour le régime turbulent. Dans cette méthode, les échanges thermiques sont décrits par des formules liant le nombre de Nusselt (Nu , $\alpha.d/\lambda$) à d'autres nombres dimensionnels. En effet un problème de convection forcée peut être décrit par une relation de la forme :

$$Nu = f(Re, Pr, Gr)$$

avec :

$$Nu = \frac{\alpha.d}{\lambda} : \quad \text{nombre de Nusselt ;}$$

$$Re = \frac{\gamma.W.d}{\eta} : \quad \text{nombre de Reynolds ;}$$

$$Pr = \frac{\gamma.cp}{\eta} : \quad \text{nombre Prandtl ;}$$

$$Ec = \frac{W^2}{cp.\Delta T} : \quad \text{nombre d'Eckert ;}$$

$$Gr = \frac{d^3.g.B.\Delta T}{\nu^2} : \quad \text{nombre de Grashoff ;}$$

α : coefficient de convection $\left(\frac{W}{m^2.c}\right)$

d : dimension caractéristique (m)

γ : masse volumique du fluide (Kg/m^3)

ν : viscosité cinématique (m^2/s)

λ : conductivité thermique $\left(\frac{W}{m.c}\right)$

η : viscosité dynamique ($Kg/m.s$)

W : vitesse du fluide (m/s)

cp : chaleur spécifique ($J/Kg.c$)

g : accélération de la pesanteur (m/s^2)

B : coefficient de dilatation ($^{\circ}C$)⁻¹, $B=1/T$ pour le gaz.

Gr : devient négligeable quand il s'agit des convections forcées

Ec : n'intervient que lorsque les vitesses sont faibles devant la célérité du son, on aura le plus généralement :

$$Nu = f(Re, Pr)$$

La fonction « f » étant liée à la géométrie de l'écoulement.

Les formules qui sont les plus couramment utilisées sont :

- Pour l'écoulement de couche limite sur plaque plane :
 - a) En régime laminaire ($Re \leq 3.10$)

$$Nu = 0.33 P_r^{1/3} . R_e^{1/2}$$

Avec : $0.6 \leq Pr \leq 15$

b) En régime turbulent ($Re \geq 3.10$)

$$Nu = 0.029 P_f^{1/3} . R_e^{4/5}$$

avec : $0.5 \leq Pr \leq 50$

5-NOTION DE COUCHE LIMITE :

l'étude des écoulement au voisinage des parois, donc dans les zones dites de couches limites, s'avère nécessaire pour la détermination des échanges de chaleur par convection entre un solide et le fluide qui l'entoure. Dans cette zone de couche limite la vitesse du fluide est différente de la vitesse de l'écoulement extérieur de même que la température, voir (Fig.6)

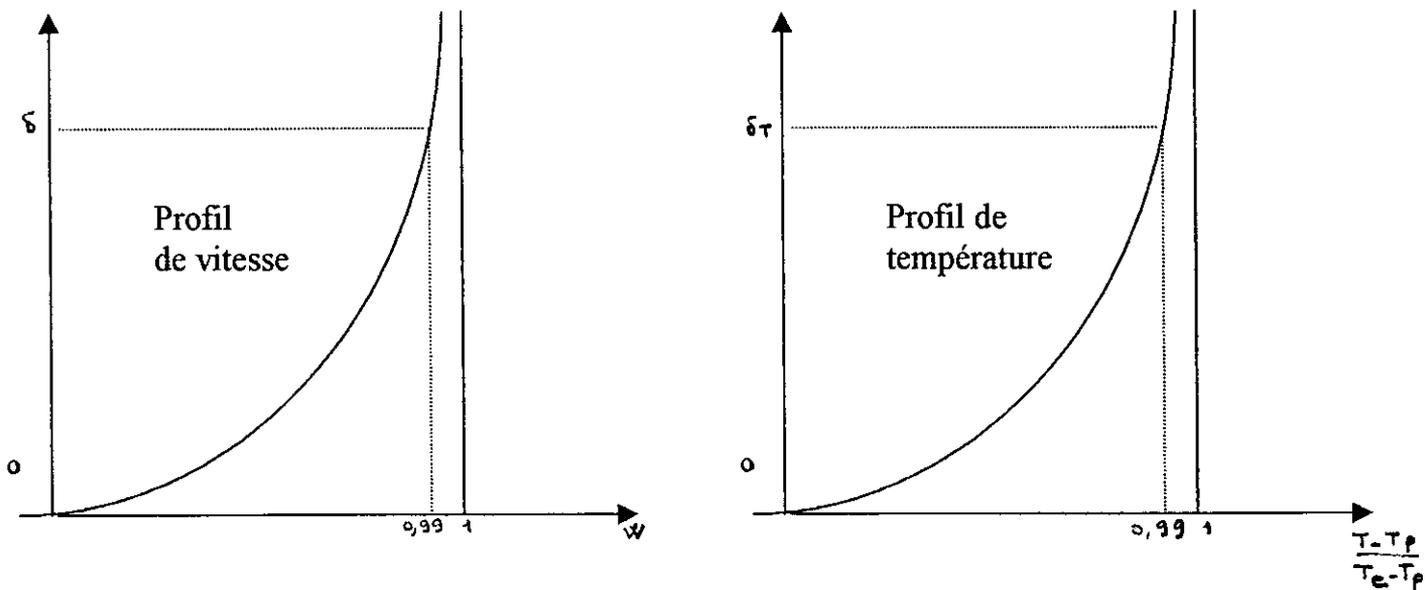


Fig.6 - Profils de vitesse et de température dans une couche limite[10]

Avec :

- T_p : température de la paroi
- T_e : température de l'écoulement
- T : température dans la couche limite

Les abscisses : $T - T_p / T_e - T_p$

L'épaisseur de la couche limite « δ » est la distance de la paroi pour laquelle la vitesse d'écoulement W devient égale à « $(1 - \epsilon) W$ » (avec $\epsilon = 10^{-2}$).

Dans cette zone de couche limite, l'écoulement peut être laminaire ou turbulent et les équations qui caractérisent le transfert de chaleur par convection dans les zones des couches limites sont aussi en fonction :

- a) du fluide
- b) de l'écoulement
- c) des caractéristiques des parois

6- SENS PHYSIQUES DES NOMBRES DIMENSIONNELS :

6.1-NOMBRE DE NUSSELT :

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

au voisinage immédiat de la paroi, la transmission de chaleur se fait purement par conduction, les particules fluides étant stationnaires. C'est dans cette conductivité des fluides est relativement faible.

En effet, pour la conductivité, le flux de chaleur est en fonction de λ et de ΔT .

$$\phi = -\lambda S \frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0}$$

avec :

y : distance à partir de la paroi

l'expression du flux en fonction du coefficient d'échange par convection est

$$\phi = \alpha s (T_s - T_f)$$

avec :

T_s : température de la surface

T_f : température du fluide

En égalisant les deux équations on aura :

$$\phi = \alpha s (T_s - T_f) = -\lambda S \frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{-\frac{dT}{dy} \Big|_{y=0}}{T_s - T_f}$$

En introduisant une dimension « d » caractérisant le corps à partir duquel la chaleur se transmet, l'équation se met sous la forme dimensionnelle suivante :

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{-dT}{dy} \Big|_{y=0} \frac{\delta \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_f} \right)}{\delta \left(\frac{y}{d} \right)_{y=0}} \quad (14)$$

$\frac{\alpha d}{\lambda}$: est ici le nombre de NUSSELT.

L'examen de l'équation montre que le nombre de NUSSELT pouvant être interprété physiquement comme étant le rapport du gradient de température dans le fluide en contact immédiat avec la surface au gradient de température de référence « $(T_s - T_f)/d$ »

6.2- LE NOMBRE DE REYNOLDS :

$$Re = \frac{\gamma W d}{\eta}$$

et peut s'écrire aussi

$$Re = \frac{W^2 \gamma}{\frac{\eta W}{d}} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces de frottement}}$$

Le nombre de Reynolds caractérise le régime d'écoulement du fluide. Il représente le rapport des forces d'inertie aux forces de frottement un tel régime turbulent est nettement grand.

6.3- LE NOMBRE DE PRANDTL :

$$Pr = \frac{\gamma c_p}{\eta}$$

Le nombre de PRANDTL caractérise uniquement le fluide lui même. Il tient compte aussi bien avec « η » des propriétés dynamiques qu'avec « c_p » des propriétés thermiques.

6.4- LE NOMBRE DE GRASHOFF :

$$Gr = \frac{d^3 g B \Delta T}{\gamma^2}$$

Ce nombre concerne la perturbation que subit le courant du fluide par suite des forces de poussée nées des différences de température à l'intérieur du courant. Ces forces deviennent négligeables, lorsque les forces qui propagent le courant principal prédominent.

Par contre, elles sont déterminantes dans le cas d'une convection naturelle où seules les différences de température sont derrière le mouvement du fluide.

7- LA CONVECTION DANS QUELQUES FLUIDES PARTICULIERS :

7.1-LE CAS DES GAZ EN GENERAL :

mettons en évidence h dans l'expression

$$Nu = a(Pr \cdot Gr)^{0.25}$$

qui est celle qui correspond aux cas les plus usuels. On trouve

$$h = \frac{K}{D} a(Pr \cdot Gr)^{0.25} = a \left(\frac{\alpha g \theta \rho^2 c K^3}{\eta D} \right)^{0.25}$$

posons : $\frac{K^3 \alpha g \rho^2 c}{\eta} = b$; il devient :

$$h = ab^{1/4} \left(\frac{\theta}{D} \right)^{1/4} \quad (15)$$

Nous allons discuter l'influence de la pression, de la température et de la nature du gaz sur les échanges. Nous supposons le gaz parfait.

a) Influence de la pression :

ρ varie comme P . Les autres termes intervenant dans le calcul de b ne varient pas en fonction de la pression ; donc $b^{1/4}$ et h varient comme \sqrt{P} : il y a intérêt à travailler sous pression.

b) Influence de la température :

K varie comme \sqrt{T} , η varie comme \sqrt{T} , ρ varie comme $1/T$, $\alpha = 1/T$; donc $b^{1/4}$ varie comme $1/\sqrt{T}$ et le coefficient d'échange croît quand la température décroît.

c) Influence de la nature du gaz :

K varie comme $\frac{1}{\sigma^2 \sqrt{M}}$, M varie comme $\frac{\sqrt{M}}{\sigma^2}$, ρ varie comme M . C varie comme

$1/M$ à chaleur molaire donnée et croît avec celle-ci.

En définitive $b^{1/4}$ varie comme $M^{-1/4} \sigma^{-1}$.

7.2- LE CAS DE L'AIR :

Au voisinage de l'ambiante , l'application des formules ci- dessus donne :

$$b^{1/4} = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ et } h = 4.5 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\theta}{D} \right)^{1/4} \text{ en watt cm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

voici , pour des applications courantes , quelques formules, où D est exprimé en mètres.
Pour des plaques verticales:

$$h = 1.4 \left(\frac{\theta}{D} \right)^{1/4} \text{ watt m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}.$$

Pour des cylindres horizontaux :

$$h = 1.3 \left(\frac{\theta}{D} \right)^{1/4} \text{ watt m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}.$$

7.3- CAS DES LIQUIDES:

pour de l'huile de transformateur à 20 °C on trouve:

$$b^{1/4} = 8.8 \cdot 10^{-3}.$$

Notations

t temps

s surface

θ température

x distance

e épaisseur

J_0, J_1 fonction de Bessel du 1^{er} genre d'ordre 0 et 1

r distance entre deux points

α coefficient thermique de résistivité

R rayon d'un cylindre, d'une sphère

K capacité électrique

λ conductivité thermique

CHAPITRE III

TRANSMISSION DE CHALEUR PAR CONDUCTION

1- INTRODUCTION:

l'expérience a montré que la quantité de chaleur transmise par conduction dans un corps est celle s'écoulant d'un point à un autre de ce corps, elle est proportionnelle au temps t , à la section s offerte au flux de chaleur et à la différence de température entre les deux points, elle est inversement proportionnelle à leur distance .

c'est ce que rassemble la formule donnant cette quantité de chaleur pour le cas de deux points très proches à des températures très voisines.

$$Q = \lambda . t . s \frac{d\theta}{dx} \quad \text{k cal} \quad (1)$$

t en (h)

$d\theta$ en ($^{\circ}\text{C}$)

s en (m^2)

λ en (k cal /m)

dx en (m)

λ est la conductibilité et elle est propriété spécifique du matériau .

2- CHALEUR EMMAGASINEE DANS LES PAROIS:

Si on imagine une paroi divisée en sections de très faibles épaisseurs dx_1, dx_2, \dots on remarque que la quantité de chaleur absorbée par une des sections données par la formule (1) n'est pas complètement transmise à la section qui suit, mais une bonne partie reste emmagasinée dans cette section .

cette quantité emmagasinée, qui sert à chauffer la section, est fonction de la masse de cette dernière , de la chaleur spécifique et de son élévation de température .

$$dq_1 = s dx_1 . mv . c . d\theta .$$

mv : masse volumique .

cela nous laisse conclure q' une fois que toute la paroi, est chaude, le flux reçu par la section interne est complètement transmis

3- CONDUCTION DE CHALEUR POUR UNE PAROI COMPOSITE :

3.1- REGIME PERMANANT :

$$\phi = \frac{\lambda_1}{e_1} (\theta_0 - \theta_1) = \frac{\lambda_2}{e_2} (\theta_1 - \theta_2) = \frac{\lambda_3}{e_3} (\theta_2 - \theta_3)$$

λ : (k cal /m.h c) conductibilité .

e : (m) : épaisseur .

θ_i ($i = 0,3$) : température des interfaces .

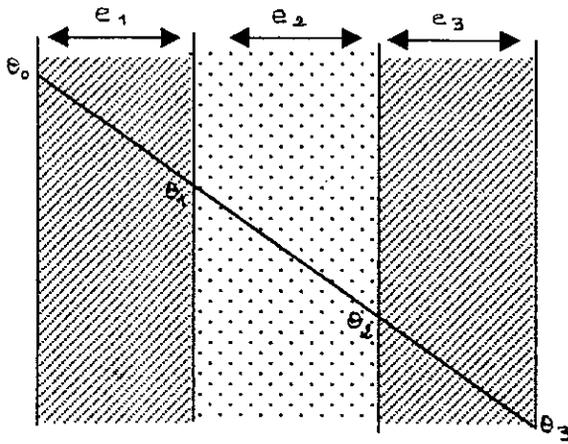


Fig. 7 - Paroi Composite

Ce qui donne par élimination des températures intermédiaires

$$\phi = \frac{\theta_0 - \theta_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad (16)$$

3.2 - REGIME TRANSITOIRE :

dans le cas de la conduction dans les champs à température variable dans le temps, la relation précédente n'est plus valable comme pour l'échauffement et le refroidissement des parois qui se fait fréquemment si le régime du travail est le régime intermittent.

dans ce cas de conduction, il faut intégrer l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\lambda}{c.mv} \frac{\sigma^2 \theta}{\sigma x^2} \quad (1)$$

cette intégration nous donne les variations dans le temps des températures du champ, avec lesquelles, on peut en déduire la variation de son enthalpie et par conséquent le flux de chaleur dont il est le siège.

L'intégration de l'équation différentielle aux dérivées partielles n'est possible et avec des calculs complexes, que pour quelques cas.

C'est pour cela que SCHMIDT a donné une méthode numérique de résolution approchée qui est valable pour beaucoup de cas, autres que le cas de l'échauffement des parois du four, et elle a en outre l'avantage d'être facile à comprendre.

Exemple du méthode de SCHMIDT:

Cette méthode est basée sur la transformation en différences finies des différences infiniment petites de l'équation (1).

Ces différences finies sont visualisées sur la figure "8" et peuvent être donc facilement mesurables.

En ce conformant à la signification des symboles de l'équation aux différences finies s'écrit:

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\lambda}{c.m_o} \frac{\Delta \theta_2 - \Delta \theta_1}{(\Delta e)^2} \quad (2)$$

$\Delta\theta$: la variation de la température dans le temps

$\Delta\theta_1$ et $\Delta\theta_2$: les variations de la température dans l'espace respectivement à gauche et à droite de la section centrale de la figure "8"

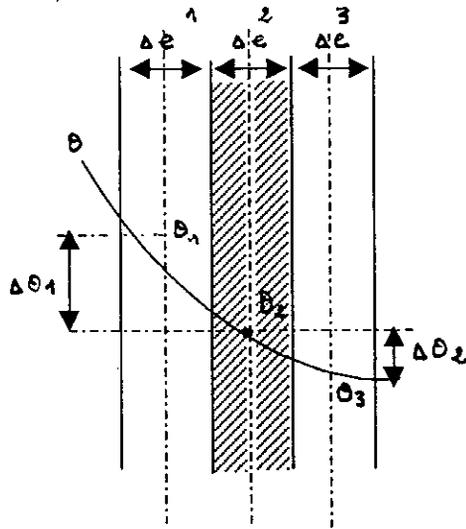


Fig.8- le flux de chaleur à l'intérieur d'un mur

D'après la figure on a: $\Delta\theta_1 = \theta_2 - \theta_1$ et $\Delta\theta_2 = \theta_3 - \theta_2$ et en posant: $a = \frac{\lambda}{cmv}$

$$\text{Il vient } \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = a \cdot \frac{\theta_1 + \theta_3 - 2\theta_2}{(\Delta e)^2} \quad (3)$$

On peut choisir le pas de temps Δt qui nous convient, d'où on le prend tel qu'il vérifie

$$\text{l'égalité } \Delta t = \frac{(\Delta e)^2}{2a} \quad (4)$$

En substituant (4) dans (3), on obtient:

$$\Delta\theta = \frac{\theta_1 + \theta_3 - 2\theta_2}{2} \quad \text{où } \theta_2 + \Delta\theta = \frac{\theta_1 + \theta_3}{2} \quad (5)$$

l'équation (5) signifie tout simplement

que la température d'une section quelconque pour un pas de temps Δt_n donné est égale à la moyenne des températures des deux sections voisines pendant le pas de temps précédent

Δt_{n-1} .

En effectuant un calcul par récurrence à partir du champ de répartition initiale de la température dans la paroi, on arrive à déterminer avec la relation d'interpolation (6) le champ de température d'une section quelconque du mur en un temps quelconque .

$$\theta_i + \Delta\theta_{(k)} = \frac{\theta_{i-1} + \theta_{i+1}}{2} \quad (6)$$

avec k: variant avec le nombre de pas de temps et i donnant le numéro des sections

4- CONDUCTION SIMPLE DANS LE CAS D'UN MUR D'ÉPAISSEUR FINIE, D'UN CYLINDRE OU D'UNE SPHERE :

4.1- CAS DU CYLINDRE SOUMIS A UN ECHELON DE TEMPERATURE SUR SA SURFACE LATÉRALE :

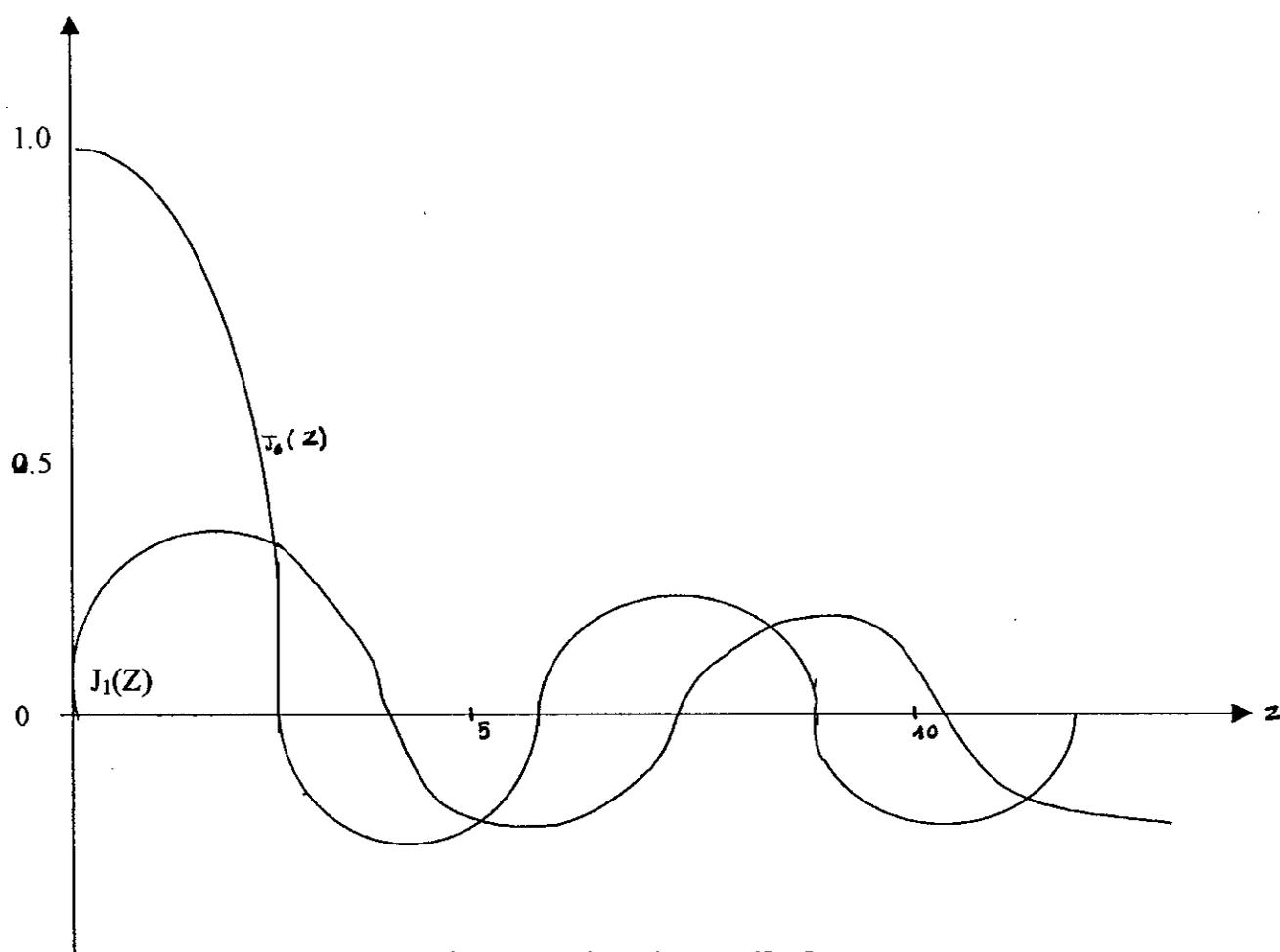
soit un cylindre pratiquement infini de rayon R, initialement à température t_0 et soumis sur sa surface latérale à un échelon de température $t_1 - t_0$ à partir de l'instant $t = 0$.

la température $T(r, t)$ en tout point à distance r de l'axe et au temps t est donnée par la relation

$$T(r, t) = t_0 + (T_1 - T_0) \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left\{-\alpha_n^2 \frac{at}{r^2} \frac{j_0\left(\alpha_n \frac{r}{R}\right)}{\alpha_n j_1(\alpha_n)}\right\}\right] \quad (17)$$

Où $j_0(x)$ et $j_1(x)$ sont les fonctions de BESSEL du premier genre respectivement d'ordre 0,1.

Les variables de ces fonctions sont montrées sur la figure 9



4.2- CAS D'UNE SPHERE SOUMISE A UN ECHELON DE TEMPERATURE :

Soit une sphère de rayon R , à température initiale T_0 , soumise à partir de l'instant $t = 0$, sur sa surface, à un échelon de température $T_1 - T_0$. La température à une distance r du centre et au temps t est donnée par la relation :

$$T(r, t) = T_0 + (T_1 - T_0) \frac{r}{R} \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{(2n+1)R - r}{2\sqrt{at}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{(2n+1)R + r}{2\sqrt{at}} \right) \right] \quad (18)$$

En particulier la température au centre de la sphère est :

$$T(0, t) = T_0 + (T_1 - T_0) \frac{R}{n\sqrt{at}} \sum_{n=1}^{n=\infty} \exp \left(- \frac{(2n+1)^2 R^2}{4at} \right) \quad (19)$$

4.3- CAS D'UNE SPHERE SOUMISE A UN FLUX DE CONVECTION UNIFORME :

Soit une sphère de rayon R , à température initiale T_0 est soumise à partir de l'instant $t = 0$ à un flux de convection avec un coefficient de transfert h constant sur sa surface. La variation de température en fonction du temps, à une distance r du centre et au temps t , est donnée par la relation :

$$T(r, t) = T_1 + (T_1 - T_0) \frac{2hR^2}{Kr} \sum_{n=1}^{n=\infty} \exp \left(- \delta_n^2 \frac{at}{R^2} \right) \left(\frac{\delta_n^2 + c^2}{\delta_n^2 \left[\delta_n^2 + \frac{Rhc}{K} \right]} \right) \sin \delta_n \sin \left(\delta_n \frac{r}{R} \right) \quad (20)$$

ou $c = \frac{Rh}{K} - 1$

Et où les δ_n sont les racines de l'équation $\delta_n \cotg \delta_n + c = 0$
 Les premières valeurs de T_0 sont données en fonction de c dans le tableau 1

TABLEAU I - Racines de l'équation $\gamma_n \cotg \gamma_n + C = 0$ [22]

C	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
-1.00	0	4.4934	7.7253	10.9041	14.0662	17.2208
-0.995	3.1224	4.4945	7.7259	10.9046	14.0666	17.2210
-0.99	3.1730	4.4956	7.7265	10.9050	14.0669	17.2213
-0.98	3.2445	4.4979	7.7278	10.9060	14.0676	17.2219
-0.97	3.2991	4.5001	7.7291	10.9069	14.0683	17.2225
-0.96	3.3450	4.5023	7.7304	10.9078	14.0690	17.2231
-0.95	3.3854	4.5045	7.7317	10.9087	14.0697	17.2237
-0.94	3.4217	4.5068	7.7330	10.9096	14.0705	17.2242
-0.93	3.4551	4.5090	7.7343	10.9105	14.0712	17.2248
-0.92	3.4860	4.5112	7.7356	10.9115	14.0719	17.2254
-0.91	3.5150	4.5134	7.7369	10.9124	14.0726	17.2260
-0.90	3.5423	4.5157	7.7382	10.9133	14.0733	17.2266
-0.85	3.6609	4.5268	7.7447	10.9179	14.0769	17.2295
-0.8	3.7593	4.5379	7.7511	10.9225	14.0804	17.2324
-0.7	3.9208	4.5601	7.7641	10.9316	14.0875	17.2382
-0.6	4.0529	4.5822	7.7770	10.9408	14.0946	17.2440
-0.5	4.1656	4.6042	7.7889	10.9499	14.1017	17.2498
-0.4	4.2644	4.6261	7.8028	10.9591	14.1088	17.2556
-0.3	4.3525	4.6479	7.8156	10.9682	14.1159	17.2614
-0.2	4.4320	4.6698	7.8284	10.9774	14.1230	17.2672
-0.1	4.5044	4.6911	7.8412	10.9865	14.1301	17.2730
0	4.5708	4.7124	7.8540	10.9956	14.1372	17.2788
0.1	4.6320	4.7335	7.8667	11.0047	14.1443	17.2845
0.2	4.6887	4.7544	7.8794	11.0137	14.1513	17.2903
0.3	4.7414	4.7751	7.8920	11.0228	14.1584	17.2961
0.4	4.7908	4.7956	7.9046	11.0318	14.1654	17.3019
0.5	4.8368	4.8158	7.9171	11.0409	14.1724	17.3076
0.6	4.8798	4.8358	7.9295	11.0498	14.1795	17.3134
0.7	4.9203	4.8556	7.9419	11.0588	14.1865	17.3192
0.8	4.9586	4.8751	7.9542	11.0677	14.1935	17.3249
0.9	4.9947	4.8943	7.9665	11.0767	14.2005	17.3306
1.0	5.0288	4.9132	7.9787	11.0856	14.2075	17.3364
1.5	5.1746	5.0037	8.0385	11.1296	14.2421	17.3648
2.0	5.2889	5.0870	8.0982	11.1727	14.2764	17.3932
3.0	5.4557	5.2329	8.2045	11.2560	14.3434	17.4490
4.0	5.5704	5.3540	8.3029	11.3349	14.4080	17.5034
5.0	5.6537	5.4544	8.3914	11.4086	14.4699	17.5562
6.0	5.7165	5.5378	8.4703	11.4773	14.5288	17.6072
7.0	5.7654	5.6078	8.5406	11.5408	14.5847	17.6562
8.0	5.8044	5.6669	8.6031	11.5994	14.6374	17.7032
9.0	5.8363	5.7172	8.6587	11.6532	14.6870	17.7481
10.0	5.8628	5.7606	8.7083	11.7027	14.7335	17.7909
15.0	5.9476	5.9080	8.8898	11.8959	14.9251	17.9742
20.0	5.9930	5.9921	9.0019	12.0250	15.0625	18.1136
30.0	6.0406	6.0831	9.1294	12.1807	15.2380	18.3018
40.0	6.0851	6.1311	9.1987	12.2688	15.3417	18.4180
50.0	6.0801	6.1606	9.2420	12.3247	15.4090	18.4953
60.0	6.0901	6.1805	9.2715	12.3632	15.4559	18.5497
80.0	6.1028	6.2058	9.3088	12.4124	15.5164	18.6209
100.0	6.1105	6.2211	9.3317	12.4426	15.5537	18.6650
∞	6.1416	6.2832	9.4248	12.5664	15.7080	18.8498

CHAPITRE IV

TRANSMISSION DE CHALEUR LORS DU CHAUFFAGE ET DU REFROIDISSEMENT

1- CAS DU LIEU EXTERIEUR A TEMPERATURE CONSTANTE :

Ce cas est proche de ce qui se passe dans la charge pendant les paliers à température constante.

1.1-REPARTITION DE TEMPERATURE EN ECHAUFFEMENT ET REFROIDISSEMENT D'UN CYLINDRE DE LONGUEUR INFINIE :

L'équation différentielle à laquelle doit satisfaire la fonction représentative de la variation de température dans un cylindre de longueur infinie s'écrit :

$$\frac{d\theta}{dt} = a \left[\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} \right] \quad (1)$$

avec : $a = \frac{\lambda}{cp}$: diffusivité thermique (on admet qu'elle est indépendante de la température)

θ : température

r : rayon du cylindre

t : temps

cp : chaleur spécifique.

λ : conductivité thermique

La résolution de cette équation nous donne la fonction représentative de la variation de température dans le cylindre pendant le chauffage ou le refroidissement dans un milieu extérieur à température constante (qu'il soit milieu de chauffage ou milieu de refroidissement).

Pour les conditions aux limites suivantes :

a) **condition de lieu :**

$$\left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r=R} = -2H\theta \left|_{r=R}$$

avec : $H = \frac{\alpha}{2\lambda}$: coefficient relatif de transmission de chaleur

α : coefficient de transmission de chaleur

b) **Condition de temps :**

$\theta = \theta_0$ au temps $t = 0$

L'équation différentielle (1) à une solution générale fonction de trois termes indépendants :

$$HD ; \frac{4at}{D} ; \frac{Du}{D}$$

$$ut = \frac{\theta - \theta_A}{\theta_0 - \theta_A} = f\left(HD, \frac{4at}{D^2}, \frac{Du}{D}\right)$$

avec : θ_A : température du milieu de chauffage
 D : diamètre

- Le premier terme « H.D » permet de définir l'influence du milieu extérieur sur la répartition de la température dans le rond. Certains auteurs font intervenir. L'inverse de cette variable ($m = 1/H.D$) est appelé « m » la résistance de passage.

- Le second terme « $4at/D^2$ » définit pour un matériau donné, la variation de température en fonction du temps d'un point de coordonnées définies. Cette variation s'appelle habituellement le temps relatif et se note « ξ ».

- Quand à la troisième variable « D_u/D », elle définit pour une même durée de refroidissement de la température des divers points d'un rond.

La couche de la figure « 10.1 » représente les variations de u en fonction de « D_u » pour plusieurs temps relatifs « ξ » et dans des milieux extérieurs de différentes résistances de passage.

Les variations de u en fonction de « ξ » lorsque H.D est égal respectivement à 0.1-0.4-1et10 sont reproduites sur les figures:10.2 ; 10.3 ; 10.4 ; 10.5 pour le cœur et la peau d'un rond.

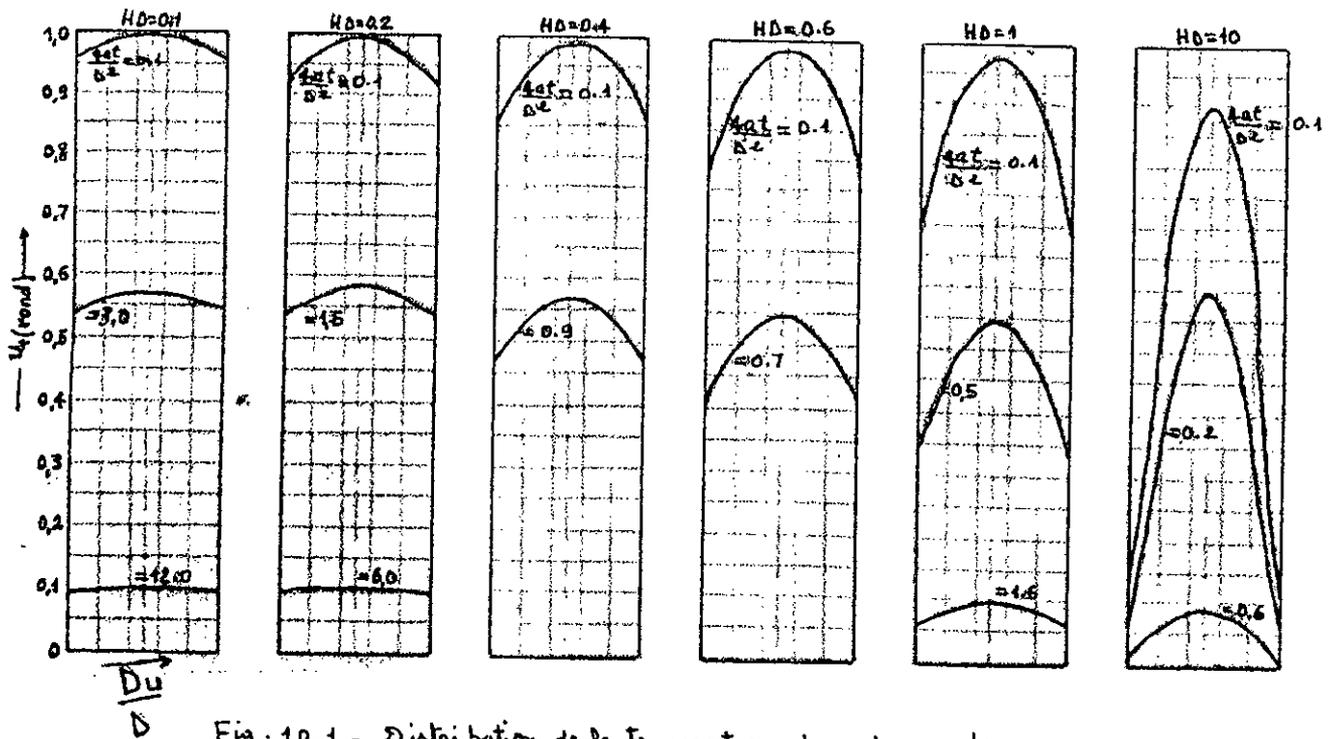


Fig. 10.1 - Distribution de la température dans des ronds en cours de refroidissement

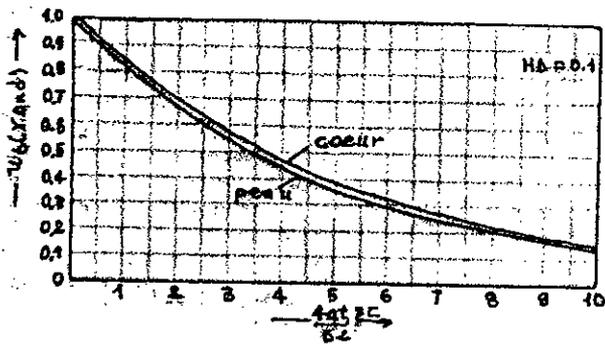


Fig. 10.2 - Allure des courbes de refroidissement de ronds pour $HD = 0.1$

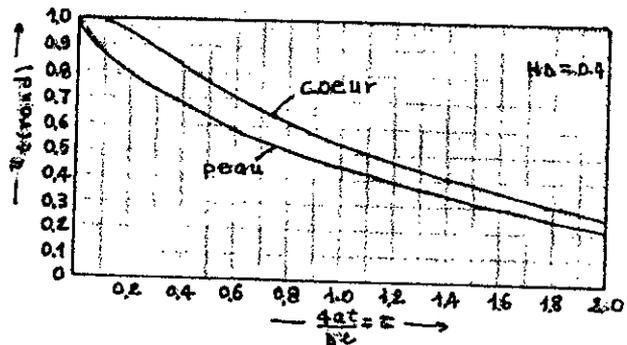


Fig. 10.3 - Allure des courbes de refroidissement de ronds pour $HD = 0.4$

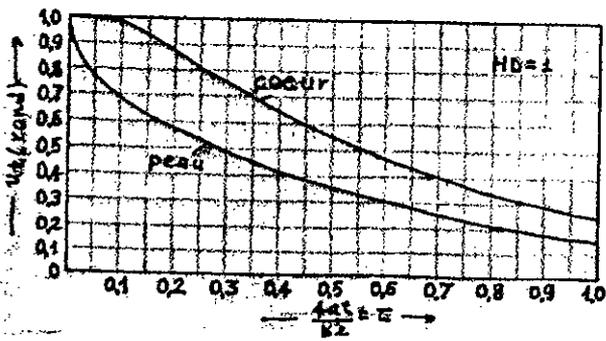


Fig. 10.4 - Allure des courbes de refroidissement de ronds pour $HD = 1$

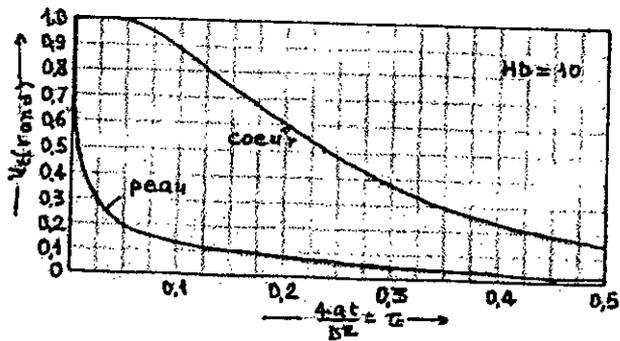


Fig. 10.5 - Allure des courbes de refroidissement de ronds pour $HD = 10$.

Interprétation des courbes précédentes :

- a) Les courbes de la figure(10.1) montre que l'hétérogénéité de température croit rapidement avec la valeur du produit H.D. Cela signifie que l'augmentation de la sévérité du milieu extérieur, de même que celle du diamètre, du rond accroît l'une comme l'autre l'hétérogénéité de température.
- b) Des figures « 10.2 », « 10.3 », « 10.4 », « 10.5 » on déduit :
 - Que la différence de température existante entre le cœur et la peau passe par un maximum pour une valeur définie de la durée de refroidissement ou de chauffage.
 - Que la diminution de la température du centre s'amorce d'autant plus lentement que le produit H.D est élevé tandis que la chute de température de la surface est d'autant plus rapide que H.D est plus grand.

• Graphiques et répartitions des températures :

Les valeurs de la solution générale « u » sont données par les auteurs sous forme des graphiques facilitant ainsi la tâche pour leur utilisateurs et évitant la répétition de calcul long et fastidieux . Les graphiques publiés par

« HEISLER » sont les plus complets car :

- a) Ils sont susceptibles d'être appliqués à des cycles thermiques de courte durée.
- b) Ils sont faits pour un nombre considérablement est suffisant des restantes de passage « m ».
- c) Ils sont capables, dans le cas de cycles thermiques de longues durées de fournir la distribution de la température à travers tout le corps.

Ces graphiques sont reproduits sur les figures : « 10.6 », « 10.7 », « 10.8 », « 10.9 »

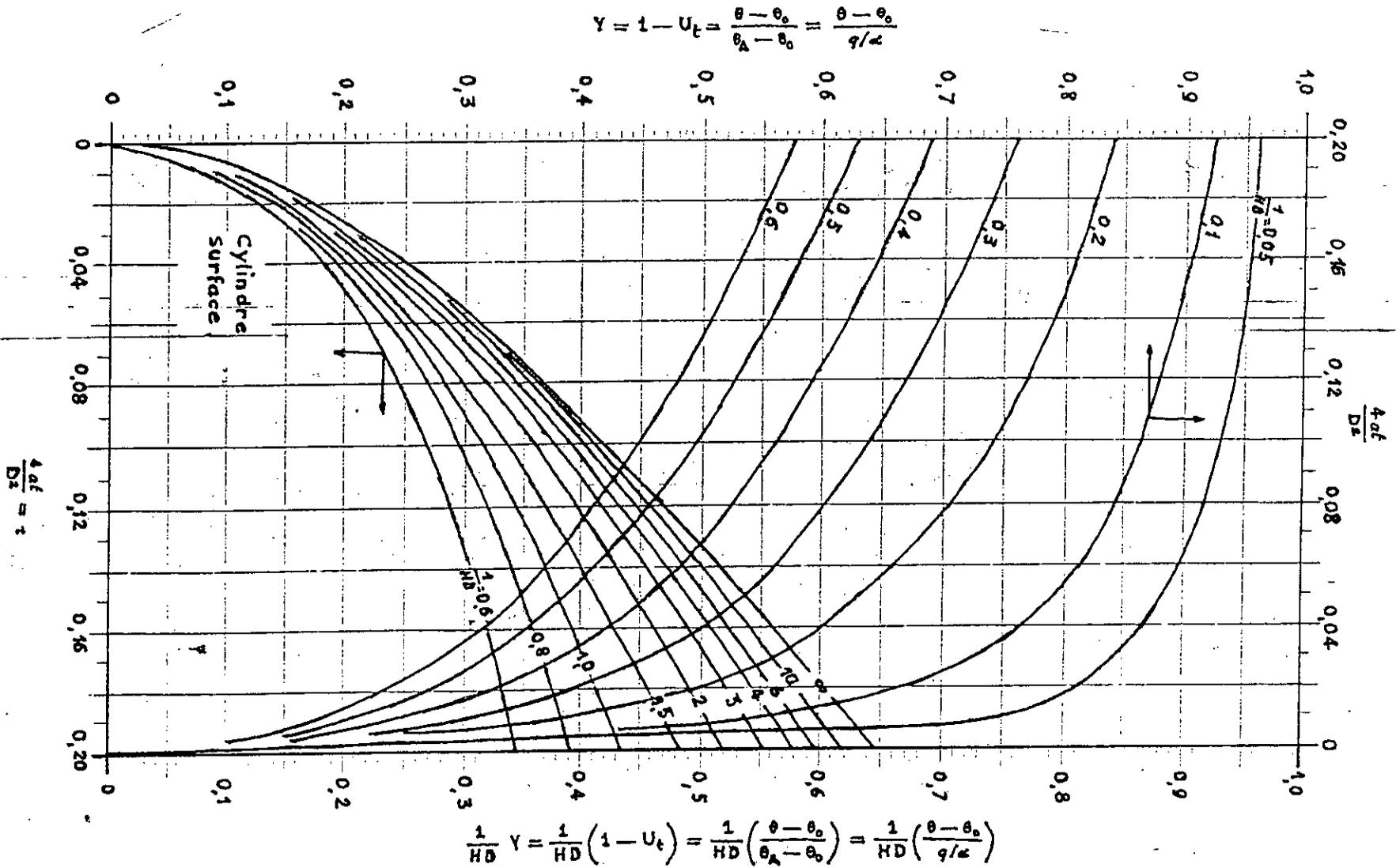


Fig. 10.6 - variation de la température en surface d'un cylindre de la longueur infinie
 Graphique valable pour $\tau \leq 0.20$ (D'après Heisler)

Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

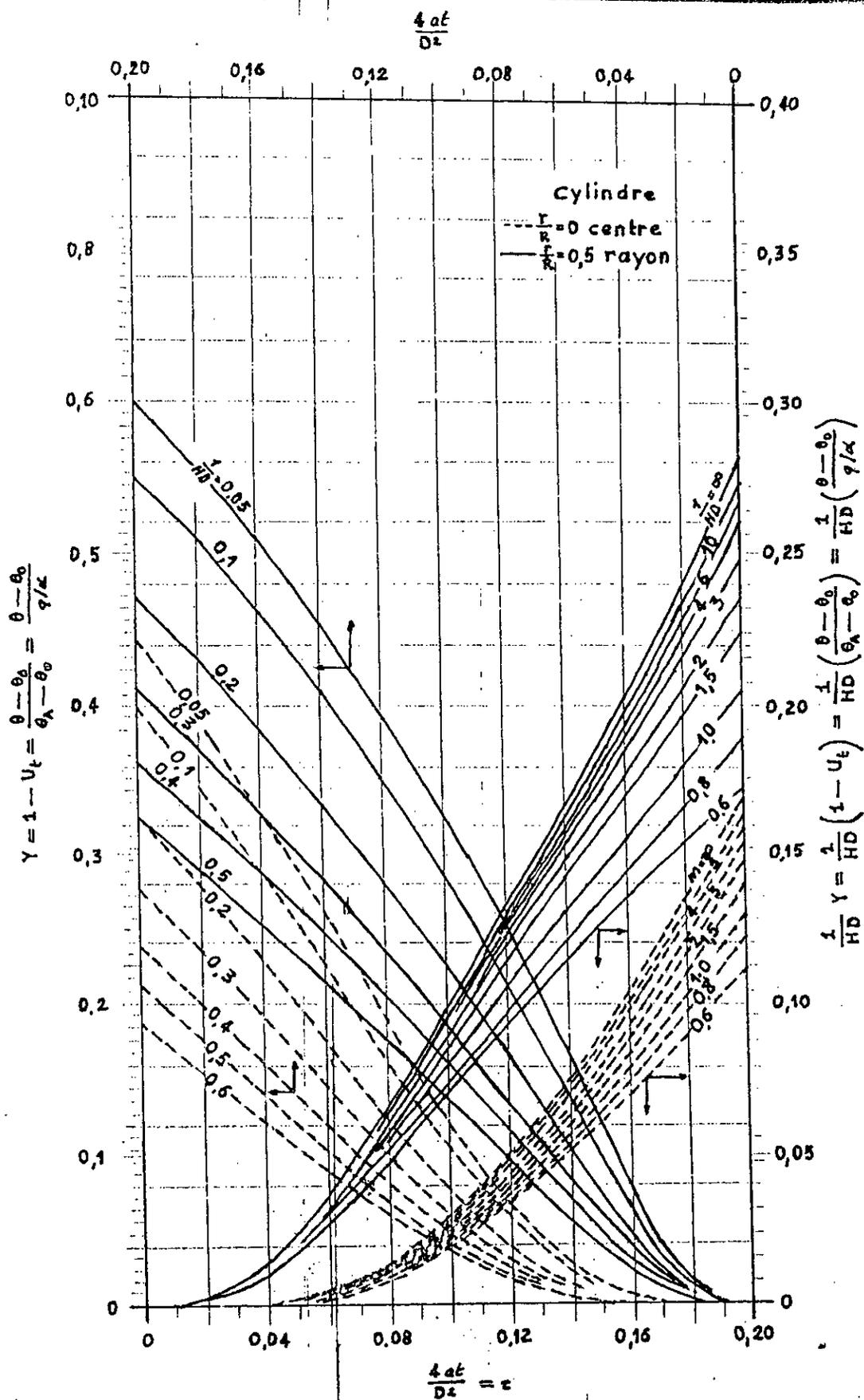


Fig. 10.7 - variation de la température au centre et à demi-rayon d'un cylindre de longueur infinie

Graphiques valable pour $\tau \leq 0.20$

(D'après Heisler)

Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

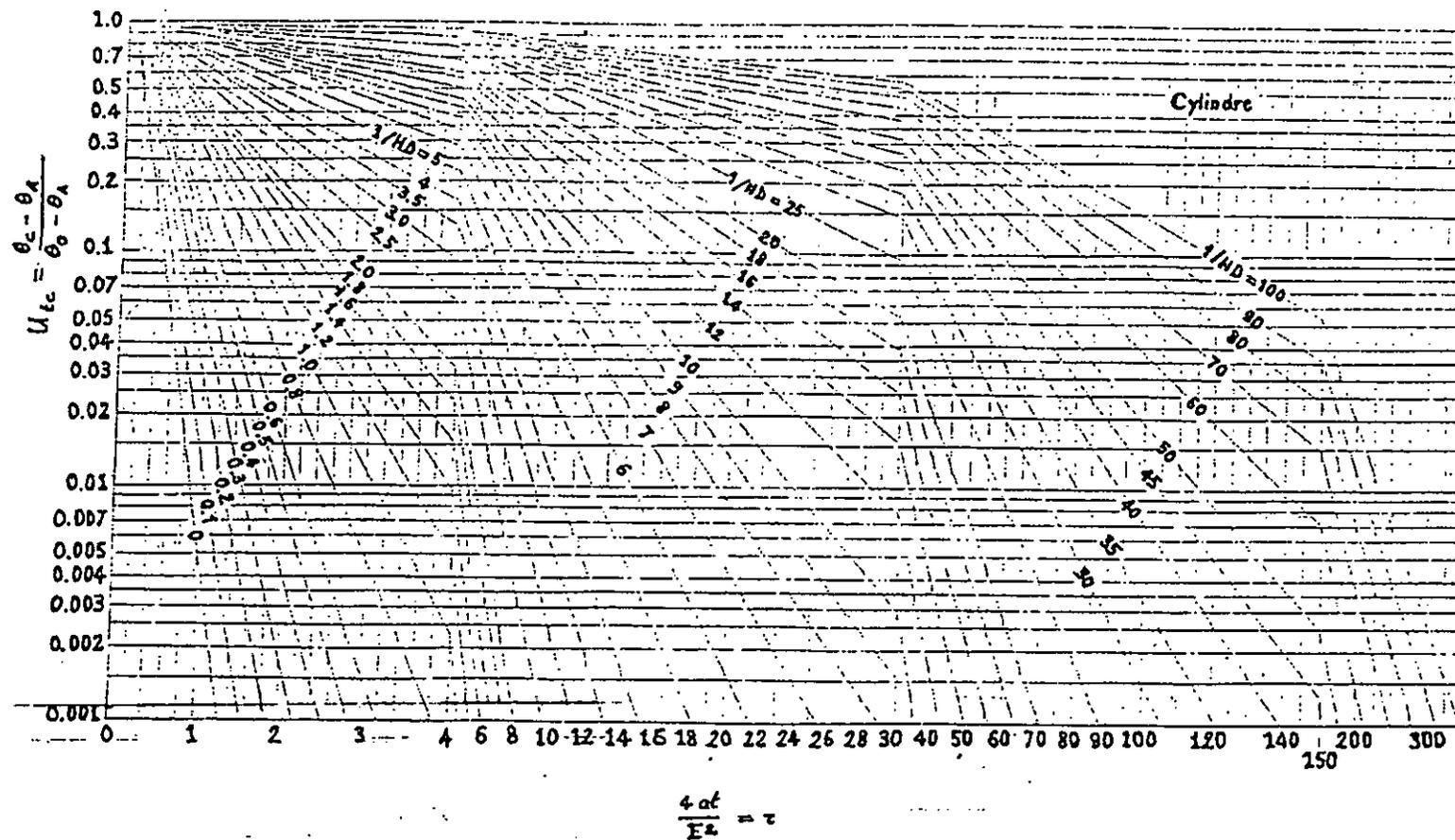


Fig. 10.8 - variation de la température du centre d'un cylindre de longueur infinie
 (D'après Heisler)
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

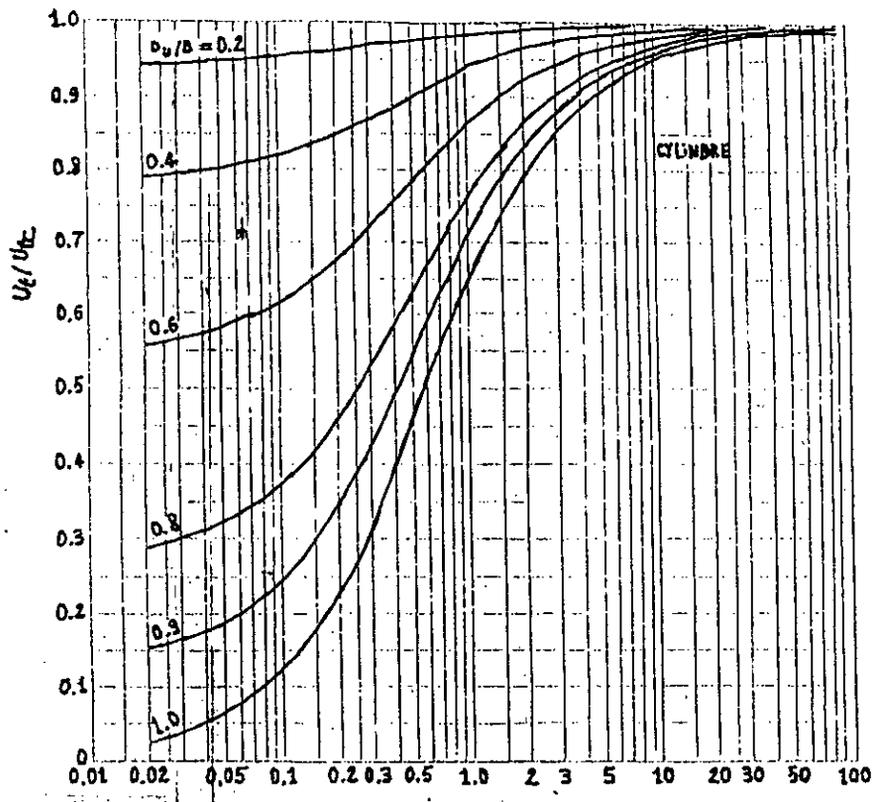


Fig. 10.9 - variation du rapport u_t/u_{tc} pour un cylindre de longueur infinie
(D'après Heister)

Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

- Les graphiques valables pour les cycles Thermiques de courte durée et qui donnent les valeurs de ut pour le centre, La surface et le mi-rayon du cylindre de longueur infinie sont donnés par les figures « 10.6 », et « 10.7 »
- Les graphiques de la figure « 10.8 » donnent les valeurs de « Ut_c » correspondant au centre d'un cylindre. La valeur Ut en un point quelconque se produit de Ut_c par un facteur correctif $\left(n \approx \frac{ut}{ut_c} \right)$ lu graphiquement de figure sur le graphique « 10.9 ».

1.2- REPARTITION DE TEMPERATURE EN ECHAUFFEMENT ET REFROIDISSEMENT D'UNE PLAQUE :

L'équation différentielle à laquelle doit satisfaire la fonction représentative de la variation de température se ramène à :

$$\frac{d\theta}{dt} = a \frac{\delta^2 \theta}{\delta x^2} \quad (2.1)$$

x : représente la distance d'un point quelconque au plan de symétrie de la plaque
les conditions aux limites s'écrivent :

a) Condition de lieu :

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = -2H \cdot \theta$$

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 2H \cdot \theta$$

L : demi épaisseur de la plaque

B) condition de temps :

$$\theta = \theta_0 \text{ pour } t = 0$$

comme pour le cas du cylindre la solution générale de l'équation différentielle donnant la variation de la température est :

$$U = f\left(HE, \frac{4at}{E^2}, \frac{x}{E} \right)$$

pour E : épaisseur de la plaque.

Les graphiques de distribution des températures dans la plaque pendant le chauffage ou le refroidissement sont donnés par les figures : « 10.10 », « 10.11 », « 10.12 » « 10.13 ».

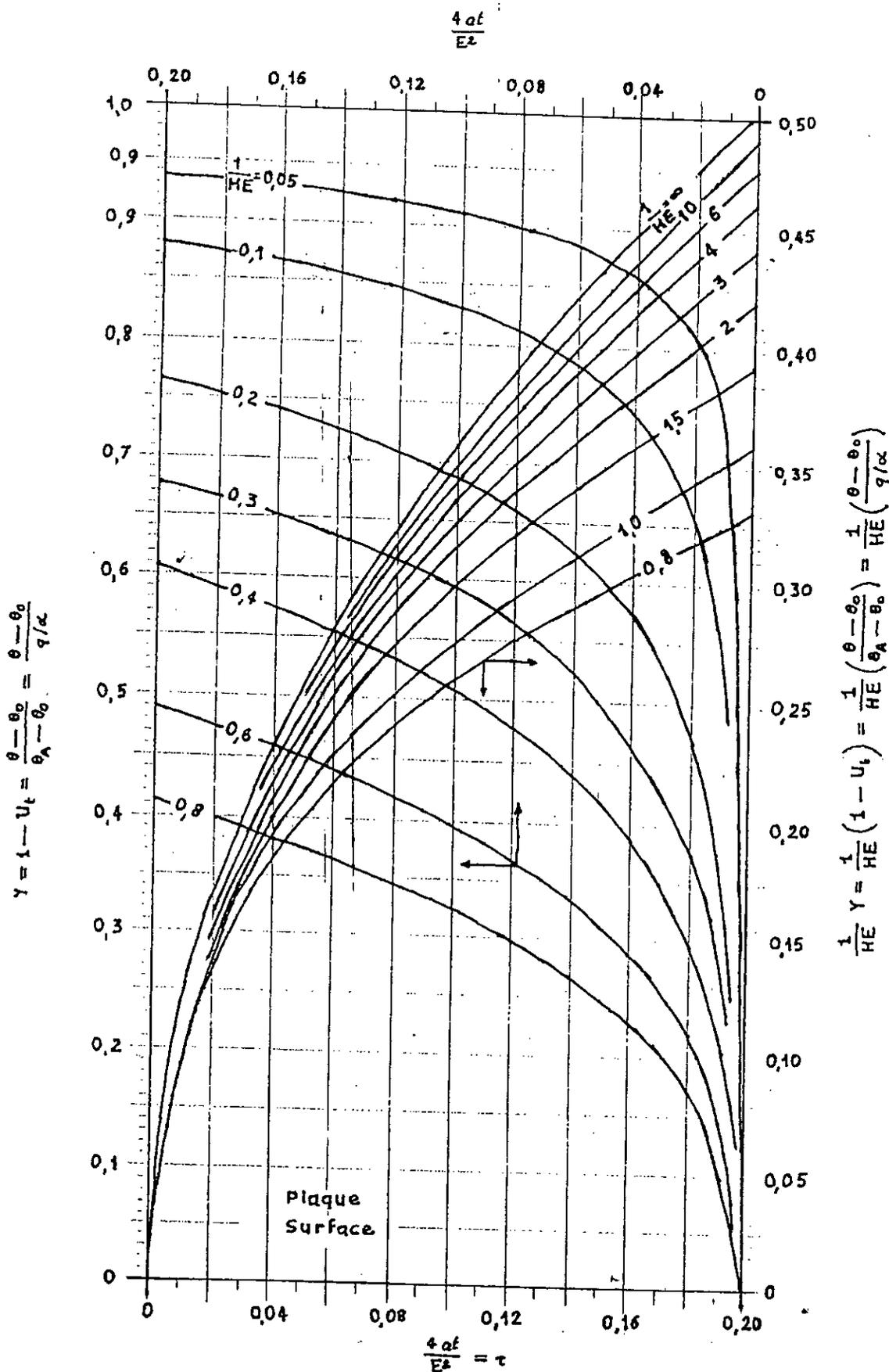
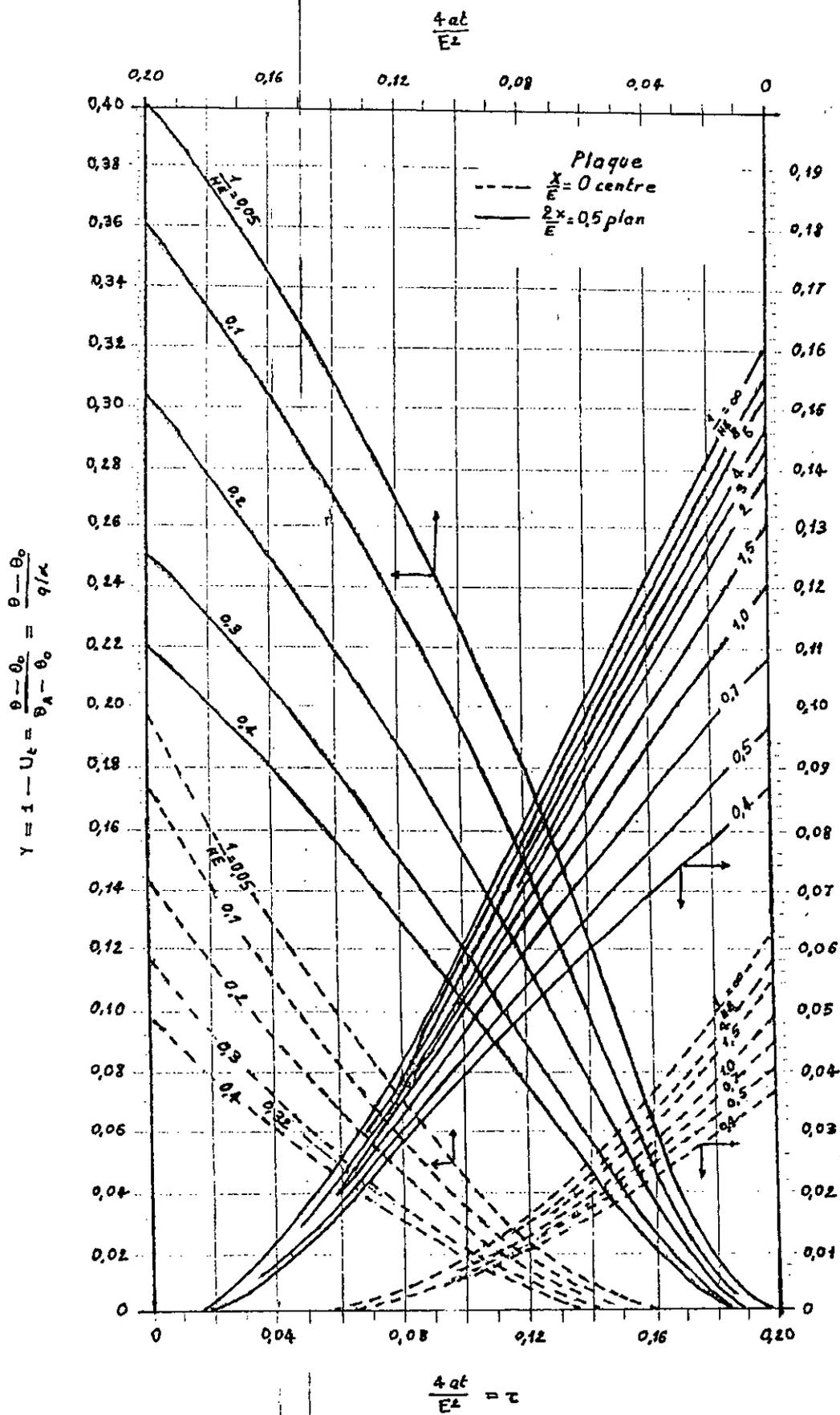


Fig. 10. 10 - variation de la température en surface d'une plaque de surface infinie
graphique valable pour $\tau \leq 0.20$

(D'après Heisler)

Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E



$$\frac{1}{HE} Y = \frac{1}{HE} (1 - U_t) = \frac{1}{HE} \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_A - \theta_0} \right) = \frac{1}{HE} \left(\frac{\theta - \theta_0}{q/k} \right)$$

Fig. 10.11 - variation de la température au centre et sur le plan située au 1/4 de l'épaisseur d'une plaque de surface infinie, graphique valable pour $z \leq 0.20$
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E (D'après Heisler)

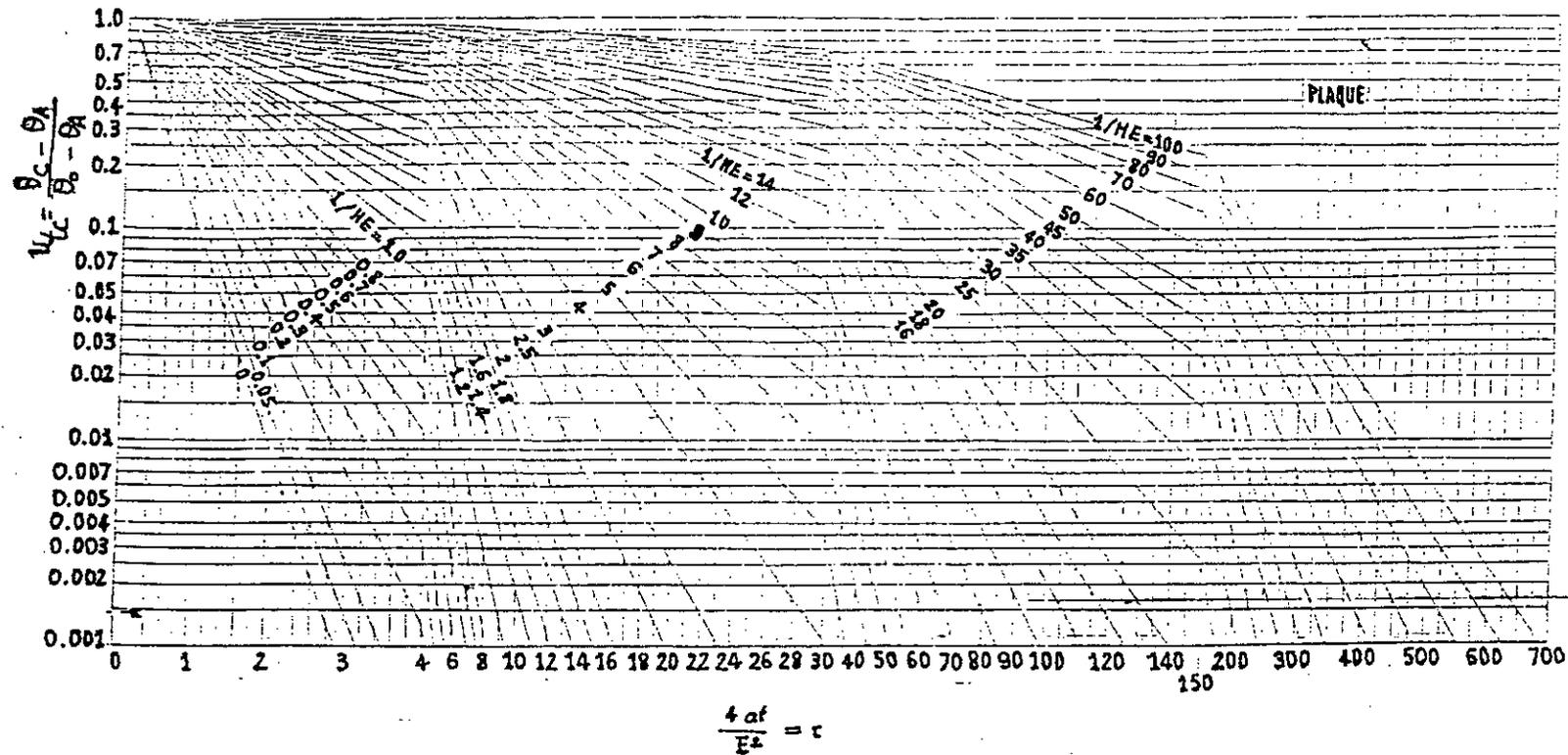


Fig. 10. 1e - variation de la température du centre d'une plaque de surface infinie (D'après Heisler)
reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

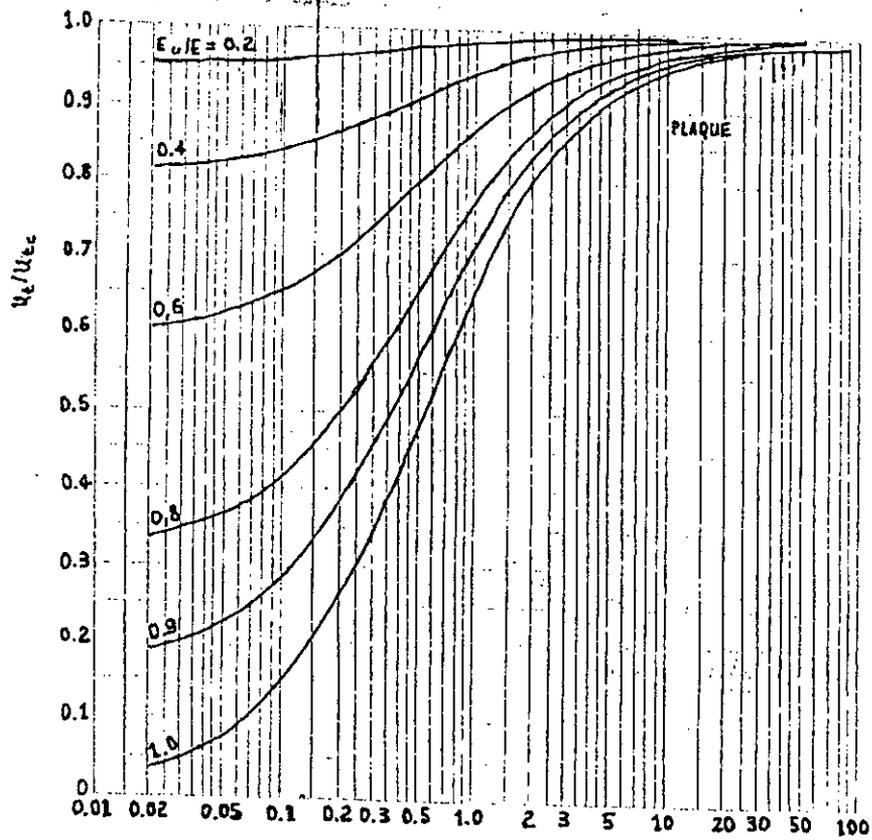


Fig. 10.13 - variation du rapport u_t/u_{tc} pour une plaque de surface infinie (D'après Heisler)
reproduit avec l'aimable autorisation de l' A. S. M. E

1.3- CAS D'UN ROND DES DIMENSIONS FINIES ET D'UN PARALLELEPIPEDE :

Le cylindre de longueur infinie ou la plaque de largeur infinie représentent les formes géométriques les plus faciles à traiter mathématiquement. En effet, les champs thermiques que intervient sont unidimensionnels et ne nécessitent qu'une analyse relativement simple.

Cependant, dans tous les cas concrets, les cylindres et les plaques ayant des dimensions finies, tous les points de ces corps sont soumis à des champs thermiques bi ou tri dimensionnels.

Pour déterminer la loi de refroidissement d'un point soumis à de tel champs, fourrier a montré que l'action de chacune des surfaces est identique à celle de la surface infinie qui la contient.

Le refroidissement total est donc la résultante du refroidissement causé par chacune des surfaces infinies passant par les surfaces réelles de la pièce D'ou :

a) Dans le cas d'un rond de dimensions finies :

$$U_t = U_r \cdot U_L$$

Avec :

U_r : rapport de température dû à l'action du cylindre au cours du refroidissement

U_L : rapport de température dû à l'action des sections transversales

U_t : rapport de température réelle.

b) Dans le cas d'un parallélépipède ; on a :

$$U_t = U_x \cdot U_y \cdot U_z$$

Avec : U_x . U_y . U_z : représentent les rapports de températures dûes à l'action des surfaces respectivement perpendiculaires à l'axe des x, des y, des z.

1.4-TEMPS DE CHAUFFAGE ET UNIFORMITE DE TEMPERATURE :

L'hétérogénéité croit avec la valeur du produit H.D lorsque H.D est petit « <0.1 » correspondant à un chauffage très lent, on a une pièce de très petites dimensions, la température du cœur est très peu différente de la température de la surface. La durée de chauffage nécessaire pour porter le cœur de la pièce à une température déterminée est sensiblement égale à celle qui est demandée par la peau. L'influence de la diffusivité de la pièce est faible. La durée totale de chauffage est donc principalement conditionnée par la densité du flux de chaleur à travers la peau. Quand le produit H.D est élevé (>1) correspondant au chauffage rapide des pièces des dimensions moyennes ou au chauffage lent d'une grosse pièce, la température de cœur à un instant donné est beaucoup plus faible que la température de la peau . La durée de chauffage nécessaire pour porter le cœur de la pièce à une température déterminée est très différente de celle qui est exigée par la peau, elle dépend pour une très large part de la diffusivité du matériau, la densité du flux de chaleur à travers la peau n'ayant qu'une influence secondaire. La durée totale de chauffage dépend alors, pour une forte proportion du degré d'homogénéisation désirée.

Par conséquent, pour un produit H.D suffisamment élevé, il y a lieu de déterminer entre le cœur et la peau reste inférieure à une limite fixe.

Les graphes des figures « 10.14 et 10.15 » donnent respectivement les valeurs du facteur d'uniformité « A » en fonction du temps relatif « ξ » pour le cylindre et la plaque.

2-CAS OU LA VITESSE DE MONTEE OU DE BASSE EN TEMPERATURE DE SURFACE EST CONSTANTE :

2.1- CHAUFFAGE ET REFROIDISSEMENT D'UN CYLINDRE :

$$\frac{d\theta}{dt} = a \left[\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} \right] \quad (22)$$

Conditions aux limites, elles sont les suivantes :

a) Condition de temps :

$$\theta \Big|_{r=R} = At$$

A : vitesse de montée (ou descente) en température .

b) Condition de temps :

$$\theta = \theta_2 \text{ pour } t = 0$$

La température générale du problème donnant la variation de la température dans le cylindre est :

$$\theta = At - \frac{A R^2}{4a} \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2A \cdot R^2}{\mu_k^3 J_1(\mu_k) a} J_0 \left(\mu_k \frac{r}{R} \right) e^{-\mu_k^2} \quad (23)$$

J_0 et J_1 : fonction de BESSEL d'ordre 0 et 1.

μ_k , $K = (1, \infty)$: racines d'une équation transcendante définie par la condition de lieu, l'accroissement par unité de temps et de longueur de la quantité de chaleur contenue dans le cylindre est : $Q = A \cdot \pi \cdot R \cdot c_p$
ainsi la densité du flux de chaleur est donnée par :

$$\phi_s = \frac{A \pi R c_p}{2 \pi R}$$

d'ou $A = \frac{2 \phi_s}{R c_p}$

2.2- CHAUFFAGE ET REFROIDISSEMENT D'UNE PLAQUE DE SURFACE INFINIE :

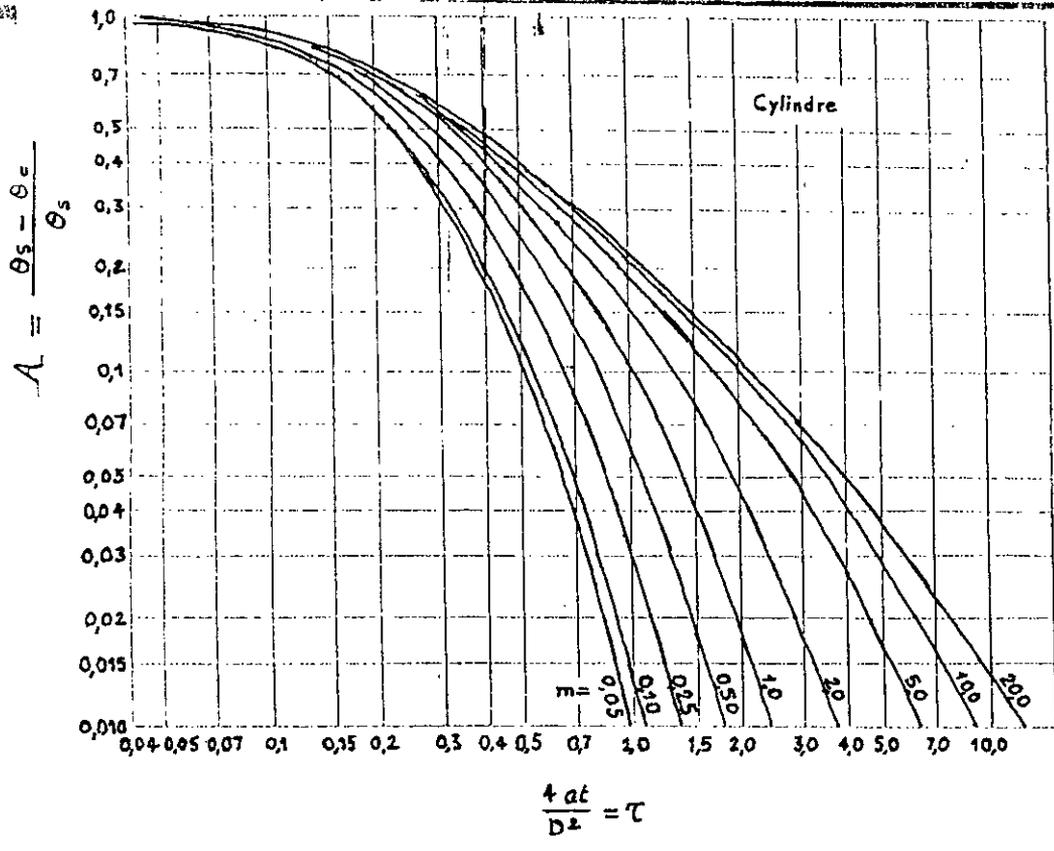
$$\theta = At - \frac{AL^2}{2a} \left[1 - \frac{x^2}{L^2} \right] - \sum_{K=1}^{\infty} \frac{4A}{\pi} \frac{1}{\left[(2k-1)^2 \pi^2 \frac{a}{4L^2} \right]} \frac{1}{(2K-1)}$$

$$\cos \frac{(2K-1)\pi x}{L} (-1)^{K+1} e^{-\left[(2K-1)^2 \pi^2 \frac{at}{4L^2} \right]} \quad (24)$$

la différence maximale de température entre la surface et un point quel conque de cordonnée x est donnée par la relation :

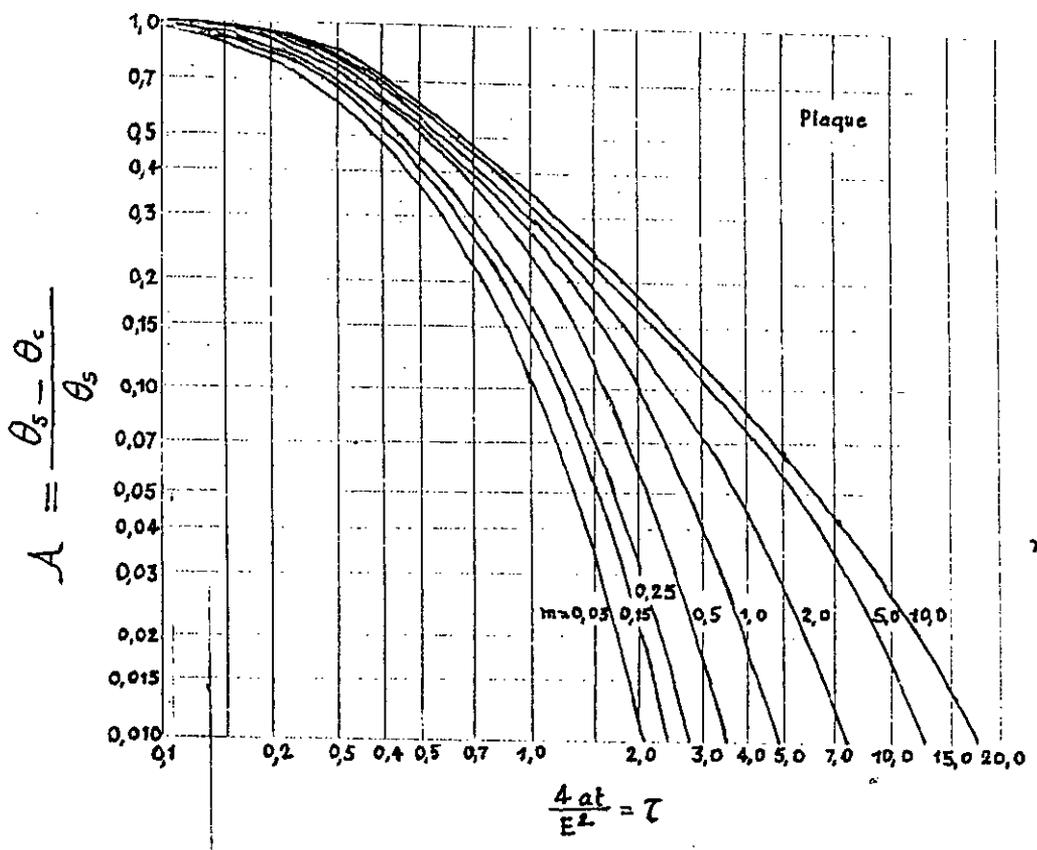
$$\theta = At - \frac{AL^2}{2a} \left[1 - \frac{x^2}{L^2} \right]$$

d'ou $\Delta\theta_{\max} = \frac{AL^2}{2a}$



$$m = \frac{1}{HD}$$

Fig. 10.14 - valeurs du facteur d'uniformité A d'un cylindre (d'après Paschkis) reproduit avec l'aimable autorisation de l'éditeur J. Wiley et sons



$$m = \frac{1}{HE}$$

Fig. 10.15 - valeurs du facteur d'uniformité A d'une plaque (d'après Paschkis) reproduit avec l'aimable autorisation de l'éditeur J. Wiley et sons

CHAPITRE V LES PERTES DE LA CHALEUR PAR LES PAROIS

1- LES PERTES EN SERVICE CONTINU :

L'équation est l'équation de la conduction :

$$\phi = \frac{\lambda}{e} (\theta_{\text{int}} - \theta_{\text{ext}}) \quad \text{K cal / m}^2\text{h} \quad (25)$$

avec :

θ_{int} : température de la face interne de la paroi

θ_{ext} : température de la face externe de la paroi

λ : conductivité thermique

e : épaisseur

Généralement l'équation caractérisant la transmission de la chaleur entre le milieu ambiant et la paroi :

$$\phi = \alpha (\theta_{\text{ext}} - \theta_a)$$

avec :

θ_a : température ambiante

la combinaison donné :

$$\phi = \frac{\theta_{\text{int}} - \theta_a}{\frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}} \quad \text{K cal / m}^2\text{h}$$

on pose : $B = \frac{1}{1 + \frac{e}{\lambda \alpha}}$ d'ou :

$$\phi = \frac{\theta_{\text{int}} - \theta_a}{\frac{e}{\lambda}} \cdot B \quad (26)$$

Cette équation est la formule fondamentale de calcul des pertes par les parois.

2- LES PERTES EN SERVICE INTERMITTENT :

Les pertes par les parois sont beaucoup plus difficile a évaluer.

Elles doivent être évaluées comme pertes par les parois :

- i) La chaleur emmagasinée dans celles-ci, du fait qu'on ne peut pas la négliger en service intermittent
- ii) La chaleur dissipée pendant la durée de chauffage. Il s'agit des pertes par absorption et des pertes extérieures.

Pour éviter de répéter à chaque fois des calculs complexes, on a déterminé et classé les pertes par les parois pour conditions habituelles de constitution et d'exploitation. En effet, les deux catégories des pertes seront rapportées à l'étalon que constituant les pertes en régime permanent.

Pour les pertes par observation, la quantité de chaleur contenue dans les parois pendant le régime stationnaire, représentent la chaleur dans le cas du régime intermittent.

La chaleur emmagasinée en régime permanent pour une paroi composée de deux matériaux caractérisés par les chaleurs spécifiques c_1 et c_2 et les masses volumiques $m v_1$ et $m v_2$ et si la température d'interface entre les deux couches est $\theta_1^\circ\text{C}$, est :

$$X_p = e_1 m v_1 c_1 \left(\frac{\theta_i + \theta_1}{2} - \theta_2 \right) + e_2 m v_2 c_2 \left(\frac{\theta_1 + \theta_{ex}}{2} - \theta_2 \right) \quad K \text{ cal} / m^2 \quad (27)$$

Partie Expérimentale

CHAPITRE VI

DIMENSIONNEMENT DU CREUSET

On va simplifier les calculs par l'étude d'un four à arc

1- PRÉSENTATION GÉNÉRALE :

on se propose de dimensionner un creuset,

le creuset du four à arc est constitué d'une calotte sphérique surmontée d'une criole de section circulaire.

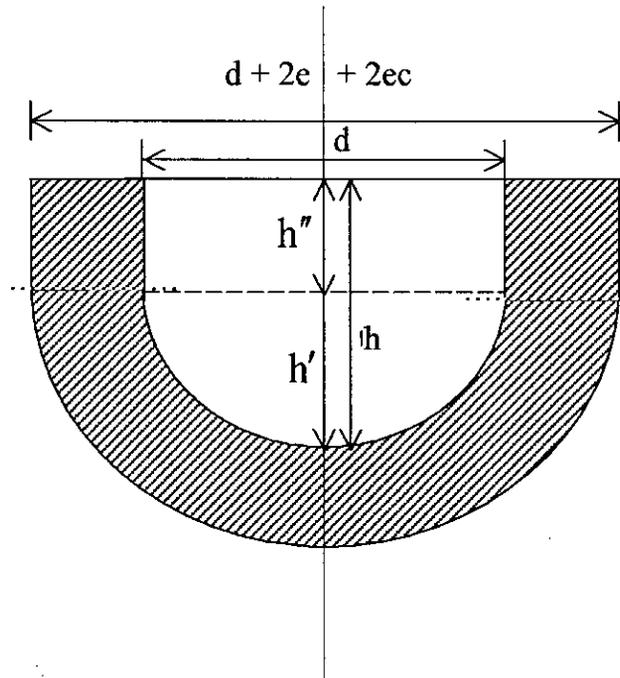


Fig. 1- schéma du four à arc

Le bain de métal fondu occupe une hauteur $h = 1,15$ m dont les $\frac{3}{4}$ correspondent à la hauteur h' de la calotte sphérique. La hauteur h'' de la partie cylindrique correspond au $\frac{1}{4}$ restant.

L'épaisseur de la paroi métallique est $e_p = 25$ mm.

Le creuset est recouvert d'un revêtement réfractaire en dolomé comprimée de conductivité thermique $\lambda = 1,95$ w/m.k.

On doit déterminer :

Le diamètre intérieur du creuset sachant que la masse du métal fondu est de 100 tonnes et sa température $\theta_m = 1750^\circ\text{C}$.

L'épaisseur de réfractaire à mettre en place dans :

- la partie cylindrique : ec ;
- la partie sphérique : es .

De telle sorte que la température de la surface extérieure du creuset soit $\theta_s = 150^\circ\text{C}$, tout en négligeant la chute de température dans la paroi métallique du creuset.

Le temps nécessaire pour fondre le métal introduit à la température ambiante, la température de fusion étant $\theta_m = 1750^\circ\text{C}$, sachant que la puissance de l'alimentation électrique est : $p = 80 \text{ MVA}$ avec un $\cos \varphi = 0,82$ et un rendement de l'installation électrique $\eta = 0,95$.

2 - CARACTÉRISTIQUES :

2.1- Acier :

- Masse volumique à 1750°C ; $\rho = 6,9 \text{ t/m}^3$
- Chaleur massique $C_p = 0,51 \text{ KJ/kg.k}$
- Chaleur latente de fusion $L = 180 \text{ KJ/kg}$

2.2- conditions extérieures :

température de l'air ambiant : $\theta_a = 20^\circ\text{C}$

coefficient de transfert thermique : $\alpha = 50 \text{ W/m}^2.\text{k}$

paroi extérieure-air.

3 - LE VOLUME DU SEGMENT DE HAUTEUR H ET DE DIAMÈTRE DU CERCLE DE BASE D :

$$V = \frac{\pi h}{6} \left(3 \frac{d^2}{4} + h^2 \right)$$

surface de la calotte correspondante :

$$S = \pi \left(\frac{d^2}{4} + h^2 \right)$$

Pour le diamètre intérieur du creuset le volume occupé par le métal fondu est donné

par la relation : $V = \frac{m}{\rho}$

Avec : m : masse de métal fondu = 100 tonnes

ρ : masse volumique du métal fondu = $6,9 \text{ t/m}^3$

D'où

$$V = \frac{100}{6,9} = 14,49 \text{ m}^3$$

$$V = 14,5 \text{ m}^3$$

Ce volume peut être exprimé à partir des données géométriques .

4 - CALCUL DU DIAMÈTRE DU CERCLE DE BASE D :

Le volume d'un segment sphérique de hauteur h' et de diamètre d du cercle de base est :

$$V_s = \frac{\pi h'}{6} \left(3 \frac{d^2}{4} + h'^2 \right)$$

Le volume de la partie cylindrique de hauteur h'' et de diamètre d est :

$$V_c = \pi h'' \frac{d^2}{4}$$

en exprimant les valeurs de h' et h'' en fonction de h :

$$h' = \frac{3}{4} h \quad ; \quad h'' = \frac{1}{4} h \quad ;$$

on obtient l'expression du volume occupé par le métal fondu en fonction de h et de d comme suit :

$$V = V_s + V_c = \frac{3\pi h}{24} \left(\frac{3d^2}{4} + \frac{9}{16}h^2 \right) + \frac{\pi h d^2}{16}$$
$$V = \frac{\pi h}{32} \left(5d^2 + \frac{9h^2}{4} \right)$$

ce qui donne :

$$\frac{\pi h}{32} \left(5d^2 + \frac{9h^2}{4} \right) = 14,5$$

avec h : hauteur du bain de métal fondu = 1,15 m.

$$\text{d'ou : } \frac{\pi \times 1,15}{32} \left(5d^2 + \frac{9 \times (1,15)^2}{4} \right) = 14,5$$

$$d = \sqrt{25,09} = 5,01 \text{ m}$$

5 - EPAISSEUR DU REVÊTEMENT RÉFRACTAIRE :

1- Dans la partie cylindrique :

Le flux de chaleur qui traverse le revêtement réfractaire est égal à celui qui est dissipé à la surface extérieure.

- a) *Flux de chaleur traversant le revêtement* : le flux de chaleur qui traverse, par conduction, le revêtement réfractaire est donné par la formule :

$$\phi = \frac{2\pi\lambda h''}{\ln \frac{\tau_i + e_c}{\tau_i}} (\theta_i - \theta_s) \quad (1)$$

avec :

λ : conductivité thermique du réfractaire.

$$\lambda = 1,95 \text{ W/m.k.}$$

h'' : hauteur de la partie cylindrique :

$$\frac{1}{4} h = \frac{1,15}{4} = 0,2875 \text{ m.}$$

τ_i : rayon intérieur du revêtement = 2,525 m

e_c : épaisseur du revêtement réfractaire

θ_i : température de la face intérieure du revêtement

$$\theta_i = \theta_m = 1750^\circ\text{C}$$

(La chute de température dans la paroi métallique du creuset étant négligée).

θ_s : température de la surface extérieure du creuset = 150°C .

b) Flux de chaleur dissipé par la surface extérieure:

Le flux de chaleur qui est dissipé par convection et rayonnement par la surface extérieure du creuset est donné par :

$$\phi = \alpha 2\pi h'' (\tau_i + e_c) (\theta_s - \theta_a) \quad (2)$$

α : coefficient de transfert thermique = $50 \text{ W/m}^2\text{.k}$.

θ_a : température de l'air ambiant = 20°C .

L'épaisseur du revêtement réfractaire en écrivant l'égalité des 2 expressions précédentes on a :

$$\frac{2\pi\lambda h''}{\ln \frac{\tau_i + e_c}{\tau_i}} (\theta_i - \theta_s) = 2\pi\alpha h'' (\tau_i + e_c) (\theta_s - \theta_a)$$

e_c est donné par :

$$(\tau_i + e_c) \ln \frac{\tau_i + e_c}{\tau_i} = \frac{\lambda(\theta_i - \theta_s)}{\alpha(\theta_s - \theta_a)}$$

d'où :

$$(2,525 + e_c) \ln \frac{2,525 + e_c}{2,525} = \frac{1,95(1750 - 150)}{50 \times (150 - 20)} = 0,48$$

$$\text{On a : } e_c = 0,45 \text{ m}$$

2- dans la partie sphérique :

Le flux de chaleur qui traverse le revêtement réfractaire est égal à celui dissipé à la surface extérieure.

a) **Flux de chaleur traversant le revêtement :** le flux de chaleur qui traverse par conduction, le revêtement réfractaire est donné par :

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{\tau_i} - \frac{1}{\tau_i + e_s}} (\theta_i - \theta_s) \quad (3)$$

avec :

τ_i : rayon intérieur du revêtement = 2,525 m

e_s : épaisseur du revêtement réfractaire

λ : conductivité thermique du réfractaire = 1,95 W/m.k.

θ_i : température de la face intérieure du revêtement on a: $\theta_i = \theta_m = 1750^\circ\text{C}$.

θ_s : température de la surface extérieure du creuset = 150°C .

b) **Flux de chaleur dissipé par la surface extérieure:**

Le flux de chaleur qui est dissipé par convection et rayonnement par la surface extérieure du creuset est donné par :

$$\Phi = \alpha S (\theta_s - \theta_a) \quad (4)$$

S: surface de la sphère de rayon $(\tau_i + e_s)$

$$S = 4\pi (\tau_i + e_s)^2$$

α : coefficient de transfert thermique $50\text{W/m}^2.\text{k}$.

θ_a : température de l'air ambiant = 20°C .

• Epaisseur de revêtement réfractaire:

On a:

$$4\pi\lambda \frac{1}{\frac{1}{\tau_i} - \frac{1}{\tau_i + e_s}} (\theta_i - \theta_s) = 4\pi\alpha(\tau_i + e_s)^2(\theta_s - \theta_a)$$

$$\text{on a : } (\tau_i + e_s) \frac{e_s}{\tau_i} = \frac{\lambda(\theta_i - \theta_s)}{\alpha(\theta_s - \theta_a)} = Z$$

$$\text{d'ou' } \frac{e_s^2}{\tau_i} + e_s - Z = 0 \quad \text{soit :}$$

$$e_s^2 + \tau_i e_s - \tau_i Z = 0$$

la racine négative n'a pas de signification physique, d'ou :

$$e_s = \frac{-\tau_i + \sqrt{\tau_i^2 + 4\tau_i Z}}{2}$$

$$Z = \frac{\lambda(\theta_i - \theta_s)}{\alpha(\theta_s - \theta_a)}$$

$$Z = \frac{1,95 (1750 - 150)}{50 (150 - 20)} = 0,48$$

d'où :

$$e_s = \frac{-2,525 + \sqrt{(5,525)^2 + 4 \cdot 2,525 \cdot 0,48}}{2}$$

$$e_s = 0,42 \text{ m}$$

6 - TEMPS NÉCESSAIRE POUR LA FUSION :

la puissance fournie sert à :

- Chauffer et fondre le métal
- Compenser les déperditions thermiques

a) Energie nécessaire pour le chauffage et la fusion :

La quantité de chaleur nécessaire pour chauffer le métal de la température ambiante

$\theta_a = 20^\circ\text{C}$ à la température de fusion $\theta_m = 1750^\circ\text{C}$ et le fondre est donnée par :

$$Q = m [C_p (\theta_m - \theta_a) + h] \quad (5)$$

m: masse de métal introduit dans creuset = 100 t

C_p : chaleur massique du métal = 0,51 KJ /KgK

h : chaleur latente de fusion = 180KJ /KG

d'où

$$Q = 100 \cdot 10^3 \cdot [0,51 \cdot (1750 - 20) + 180]$$

$$Q = 106 \cdot 230 \cdot 10^3 \text{ KJ}$$

b) Déperdition thermique :

Les déperditions thermiques se produisent par :

- La surface latérale du creuset
- La calotte sphérique

1 - par la surface latérale :

les déperditions thermiques se produisant par la surface latérale sont données par :

$$\Phi_C = \alpha 2 \pi \tau_e h'' (\theta_S - \theta_a) \quad (6)$$

τ_e : rayon extérieur de la partie cylindrique = $\tau_i + e_c = 2,525 + 0,45 = 2,975$ m

α : coefficient du transfert thermique = 50 w / m² k

θ_S : température de la surface extérieure du creuset = 150° c

θ_a : température de l'air ambiant = 20° c

d'où :

$$\Phi_C = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2,975 \cdot 0,2875 \cdot (150 - 20)$$

$$\Phi_C = 35 \text{ Kw}$$

2- par la calotte sphérique :

les déperditions thermiques se produisant par la calotte sphérique sont données par :

$$\Phi_S = \alpha \pi \left(\frac{d^2}{4} + hc^2 \right) (\theta_S - \theta_a) \quad (7)$$

d: diamètre du cercle de base de la calotte

$$2 \tau_e = 5,95 \text{ m}$$

h_c : hauteur de la calotte sphérique =

$$h' + e_p + e_s = 0,8625 + 0,025 + 0,42 = 1,3075 \text{ m}$$

α : coefficient de transfert thermique = 50 w/m² k

θ_S : température de la surface extérieure du creuset = 150° C

θ_a : température de l'air ambiant = 20° C

d'où :

$$\Phi_S = \pi \cdot 50 \cdot \left[\frac{(5,95)^2}{4} + (1,3075)^2 \right] (150 - 20)$$

$$\Phi_S = 216 \text{ kw}$$

3- total des déperditions thermiques :

$$\Phi = \Phi_C + \Phi_S$$

$$\Phi = 35 + 216 = 251 \text{ kw}$$

c- puissance introduite dans le creuset :

La puissance introduite dans le creuset est :

$$P_e = P^n \cos\Phi \quad (8)$$

$$P_e = 80000 * 0,95 * 0,82 = 62320 \text{ kw}$$

d) Temps nécessaire pour une opération de fusion :

Le temps nécessaire pour procéder à une opération de fusion est donné par :

$$t = \frac{Q}{P_d}$$

Q : quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage du métal et sa fusion : $106.230.10^3$ KJ.

Pd : puissance disponible = puissance introduite dans le creuset minorée des déperditions thermiques : $P_d = P_c - \Phi$.

$$t = \frac{Q}{P_c - \varphi} \quad (9)$$

$$t = \frac{106.230.10^3}{62320 - 251} = 17125 = 28 \text{ min } 30\text{s}$$

soit $t = 30 \text{ min}$

CHAPITRE VII

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE

D'après le modèle donné ci-dessus, on distingue trois types de transmission de chaleur :

1 - TRANSMISSION DE CHALEUR PAR CONDUCTION :

Puisque la température est constante à travers la paroi métallique et les flux sont négligeables, la transmission de chaleur par conduction se passe uniquement à travers le revêtement réfractaire.

a) transmission de chaleur par conduction à travers le cylindre :

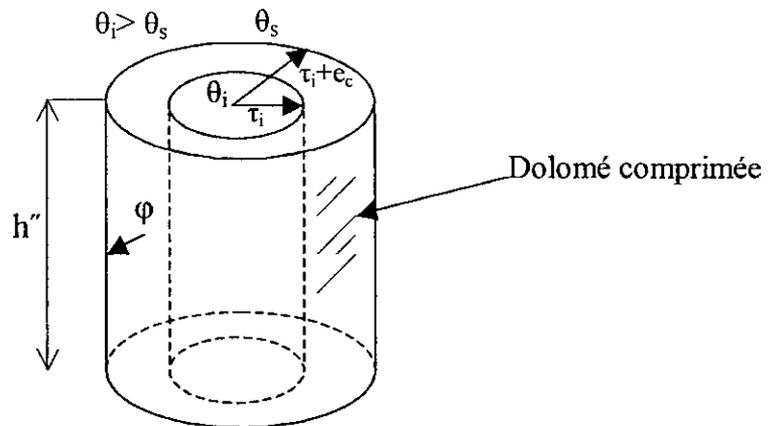


Fig. 2 - cylindre creux à surface latérale isotherme

Puisqu'un cylindre creux de très grandes longueurs par rapport aux rayons intérieurs r_i et extérieurs $r_i + e_c$ et dont les surfaces cylindriques sont à des températures uniformes et constantes θ_i et θ_s (fig. 2).

Les isothermes sont des surfaces cylindriques coaxiales, le gradient de température est radial.

Le problème a deux dimensions géométriques mais la température n'est fonction que du rayon r .

Le système fondamental s'écrit donc:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\theta}{d\tau} = 0 \\ \theta(\tau_i) = \theta_i \\ \theta(\tau_i + e_c) = \theta_s \end{cases}$$

En posant $u = \frac{d\theta}{dr}$, on obtient l'équation du premier ordre $r u' + u = 0$ dont la solution $u = \frac{c}{r}$

Fournit, après intégration, l'expression de la distribution radiale des températures :

$$\theta(r) = \int \frac{c}{r} dr = c \ln r + \ln(Ar^c)$$

Les constantes a et c sont déterminées par les conditions aux limites sur r_i et $r_i + e_c$

$$\theta_i = \ln(ar_i^c) \quad \text{et} \quad \theta_s = \ln[a(r_i + e_c)^c]$$

soit finalement:

$$\theta(r) = \theta_i + \frac{\theta_i - \theta_s}{\ln\left[\frac{r_i}{r_i + e_c}\right]} \ln \frac{r}{r_i} \quad (10)$$

On déduit de la loi de Fourier la densité de flux :

$$\varphi_r = -\lambda \frac{d\theta}{dr} = -\lambda \frac{\theta_i - \theta_s}{\ln\left[\frac{r_i}{r_i + e_c}\right]} \frac{1}{r} \quad (11)$$

Puis le flux thermique Φ traversant chaque surface cylindrique de longueur h'' :

$$\varphi = 2\pi \lambda h'' \frac{\theta_i - \theta_s}{\ln\left[\frac{e_c + r_i}{r_i}\right]} \quad (12)$$

d'où la résistance thermique du cylindre creux:

$$R = \frac{\ln\left(\frac{e_c + r_i}{r_i}\right)}{2\pi \lambda h''} \quad (13)$$

L'épaisseur :

En utilisant l'approximation $\ln\left(1 + \frac{e_c}{r_i}\right) \approx \frac{e_c}{r_i}$

Les résultats précédents se simplifient en :

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\lambda}{e_c} (\theta_i - \theta_s) \frac{r_i}{r} \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{2\pi r_i \lambda h''}{e_c} (\theta_i - \theta_s) \\ \Rightarrow e_c &= \frac{2\pi r_i \lambda h''}{\varphi} (\theta_i - \theta_s) \quad (14) \end{aligned}$$

b) transmission de chaleur par conduction à travers la sphère :

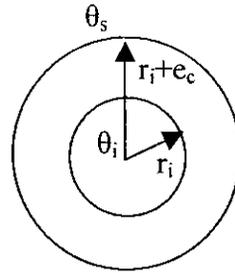


Fig. 3- sphère creuse à surface isotherme

Une sphère creuse, la moitié de cette sphère est ci-dessus et l'autre moitié est ci-dessous du cylindre de rayon intérieur r_i , et extérieur $r_i + e_s$, a ses surfaces limites à des températures uniformes et constantes θ_i et θ_s (figure 3).

Les isothermes sont des surfaces que du rayon r , le système s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta}{d\tau^2} + \frac{2}{\tau} \frac{d\theta}{d\tau} = 0 \\ \theta(r_i) = \theta_i \\ \theta(r_i + e_s) = \theta_s \end{cases}$$

en posant $u = \frac{d\theta}{d\tau}$, on obtient l'équation: $r u' + 2 u = 0$

dont la solution $u = \frac{C}{r^2}$ fournit, après intégration, l'expression de la distribution radiale

des températures : $\theta = A + \frac{B}{r}$.

Les constantes a et b déterminées à l'aide des conditions aux limites sur r_i et $r_i + e_s$

$$\theta_i = A + \frac{B}{r_i}$$

$$\theta_s = A + \frac{B}{r_i + e_s}$$

$$\text{soit finalement: } \theta(r) = \theta_i + (\theta_i - \theta_s) \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i}}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} \quad (15)$$

on déduit de la loi de fourier la densité de flux

$$\phi_r = -\lambda \frac{d\theta}{dr} = \lambda \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} \frac{1}{r^2} \quad (16)$$

puis le flux thermique ϕ traversant la sphère:

$$\phi = 4\pi\lambda \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} \quad (17)$$

d'où la résistance thermique du sphère creuse:

$$R = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}}{4\pi\lambda} \quad (18)$$

l'épaisseur :

$$\phi = 4\pi\lambda \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\frac{r_i + e_s - r_i}{r_i(r_i + e_s)}}$$

$$\phi = 4\pi\lambda \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\frac{e_s}{r_i(r_i + e_s)}}$$

$$\frac{e_s}{r_i(r_i + e_s)} = \frac{4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)}{\phi}$$

$$\Rightarrow \frac{r_i^2 + r_i e_s}{e_s} = \frac{\phi}{4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)}$$

$$\frac{r_i^2}{e_s} = \frac{\phi - r_i 4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)}{4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)}$$

$$e_s = \frac{r_i^2 4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)}{\phi - r_i 4\pi\lambda(\theta_i - \theta_s)} \quad (19)$$

2 - TRANSMISSION DE CHALEUR PAR CONVECTION ET RAYONNEMENT :

La transmission de chaleur se fait par convection et par rayonnement à travers la paroi métallique.

a) transmission à travers le cylindre :

$$\phi = \alpha 2 \pi h'' (r_i + e_c) [\theta_s - \theta_a] \quad (20)$$

b) transmission à travers la sphère :

$$\phi = \alpha_s (\theta_s - \theta_a)$$
$$\phi = \alpha 4 \pi (r_i + e_s)^2 [\theta_s - \theta_a] \quad (21)$$

3 - L'ACCUMULATION DE CHALEUR :

$$Q_1 = m_1 c_1 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \theta_a \right) + m_2 c_2 \left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2} - \theta_a \right) \quad (22)$$

m_1 : la masse du revêtement réfractaire

c_1 : la chaleur spécifique du revêtement réfractaire

m_2 : la masse du paroi métallique

c_2 : la chaleur spécifique du paroi métallique

4 - LA CHALEUR UTILE :

$$Q_2 = m c (\theta_i - \theta_a) \quad (23)$$

m : la masse du métal fondu = 100 tonnes

c : la chaleur spécifique du métal fondu

CHAPITRE VIII

MODÉLISATION DES RÉSULTATS

1 - L'ALGORITHME DU CALCUL DE LA PUISSANCE DU FOUR :

Algorithme: calcul du puissance ;

Constante

$$\theta_a \leftarrow 20 ;$$

variable

$$\phi, P_0, P, \phi_1, \phi_2, Q_1, Q_2 \leftarrow \text{reel};$$

procedure E₁ (Variable $\phi_1, \phi_2 \leftarrow \text{reel}$);

constante

$$e_s \leftarrow 0.42 ;$$

$$e_c \leftarrow 0.45 ;$$

$$r_i \leftarrow 2.525 ;$$

$$\lambda \leftarrow 1.95 ;$$

$$h_2 \leftarrow 0.29 ;$$

$$\theta_i \leftarrow 1750 ;$$

$$\theta_s \leftarrow 150 ;$$

début

écrire (ϕ_1, ϕ_2);

$$\phi_1 \leftarrow 2\pi \lambda h_2 \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\text{Ln}\left(\frac{e_c + r_i}{r_i}\right)} ;$$

$$\phi_2 \leftarrow 4\pi \lambda \frac{(\theta_i - \theta_s)}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} ;$$

écrire (ϕ_1, ϕ_2)

Fin ;

Procedure E₂ (Variable Q₁ ← reel) ;

Constante

$m_1 \leftarrow 1000 ;$
 $m_2 \leftarrow 90 ;$
 $c_1 \leftarrow 0.25 ;$
 $c_2 \leftarrow 0.1 ;$
 $\theta_1 = 1750 ;$
 $\theta_2 = 150 ;$
 $\theta_3 = 150 ;$
 $\theta_a = 20 ;$

début

$$Q_1 \leftarrow m_1 c_1 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \theta_a \right) + m_2 c_2 \left(\frac{\theta_2 + \theta_3}{2} - \theta_a \right) ;$$

écrire (Q_1) ;

Fin ;

Procédure E_3 (Variable $Q_2 \leftarrow$ reel) ;

Constante

$M \leftarrow 100000 ;$
 $\theta_s \leftarrow 150 ;$
 $\theta_i \leftarrow 1750 ;$
 $\theta_a \leftarrow 20 ;$
 $C \leftarrow 0.0051 ;$

DEBUT

$$Q_2 \leftarrow M C (\theta_i - \theta_s) ;$$

Ecrire (Q_2) ;

Fin ;

Debut

$\phi \leftarrow 0 ;$
 $E_1(\phi_1 \text{ } \phi_2) ;$
 $\phi \leftarrow \phi_1 + \phi_2 ;$
 $E_2(Q_1) ;$
 $P_0 \leftarrow \phi + Q_1 ;$

```

E3 (P0);
Ecrire ( Q2);
P ←  $\phi + Q_1 + Q_2$ ;
Ecrire (P)

```

Fin.

2 - LE PROGRAMME DU CALCUL DE LA PUISSANCE DU FOUR :

programme calcul_du_puissance (input, out put) ;

uses crt ;

const

$\theta_a \leftarrow 20$;

var

$\phi, P_0, P, \phi_1, \phi_2, Q_1, Q_2 \leftarrow \text{real};$

procedure E1 (Var $\phi_1, \phi_2 \leftarrow \text{real}$);

const

$e_s \leftarrow 0.42$;

$e_c \leftarrow 0.45$;

$r_i \leftarrow 2.525$;

$\lambda \leftarrow 1.95$;

$h_2 \leftarrow 0.29$;

$\theta_i \leftarrow 1750$;

$\theta_s \leftarrow 150$;

begin

write (ϕ_1, ϕ_2) ;

$\phi_1 := 2 * \pi * \lambda * h_2 * (\theta_i - \theta_s) / \ln((e_c + r_i) / r_i);$

$\phi_2 := 4 * \pi * \lambda * (\theta_i - \theta_s) / (1/r_i - 1/(r_i + e_s));$

write(ϕ_1, ϕ_2)

end ;

procédure E2 (var Q1 : real) ;

const

$m_1 \leftarrow 1000$;

$m_2 \leftarrow 90$;

```

c1 ← 0.25 ;
c2 ← 0.1 ;
θ1 = 1750 ;
θ2 = 150 ;
θ3 = 150 ;
θa = 20 ;
begin
Q1 := m1 * c1 * ((θ1 + θ2)/2 - θa) + m2 * c2 * ((θ2 + θ3)/2 - θa) ;
Write (Q1) ;
End ;
Procédure E3 (var Q2 :real) ;
Const
M ← 100000 ;
θs ← 150 ;
θi ← 1750 ;
θa ← 20 ;
C ← 0.0051 ;
Begin
Q2 := M * C * (θi - θs) ;
Write (Q2) ;
End ;
Begin
Clrscr ;
φ := 0 ;
E1 ( φ1, φ2) ;
φ := φ1 + φ2 ;
E2 (Q1) ;
P0 := φ + Q1 ;
E3 (Q2) ;
P := φ + Q1 + Q2 ;
Write (P) ;
Readln ;
end.

```

CHAPITRE IX

INFLUENCE DES PARAMETRES DU MODELE ETUDIE

1- PROFILS DE TEMPERATURE :

Les profils de température dans la paroi du four sont déterminés par l'étude de la répartition de la température par discrétisation de l'équation de la chaleur. Les graphes suivants donnent les profils de température dans chaque couche constituant la paroi.

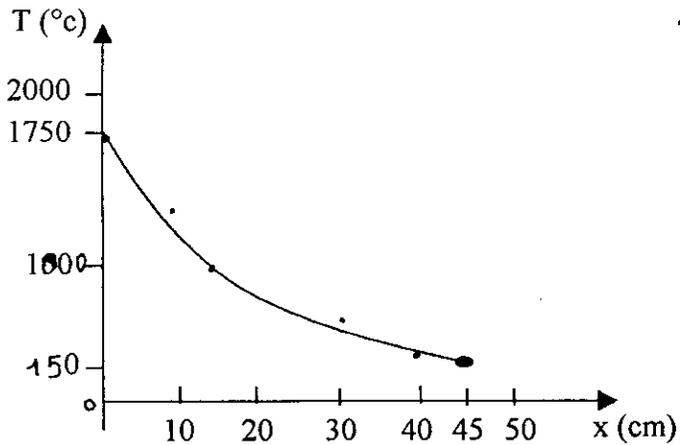


Fig. 4 – couche réfractaire cylindrique n° 1

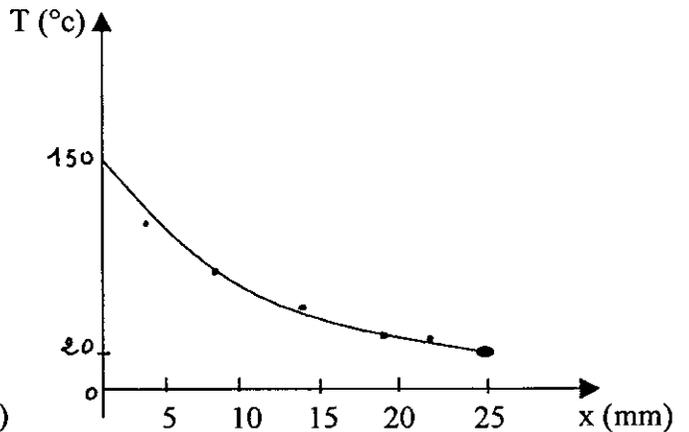


Fig. 5 – couche métallique n° 2

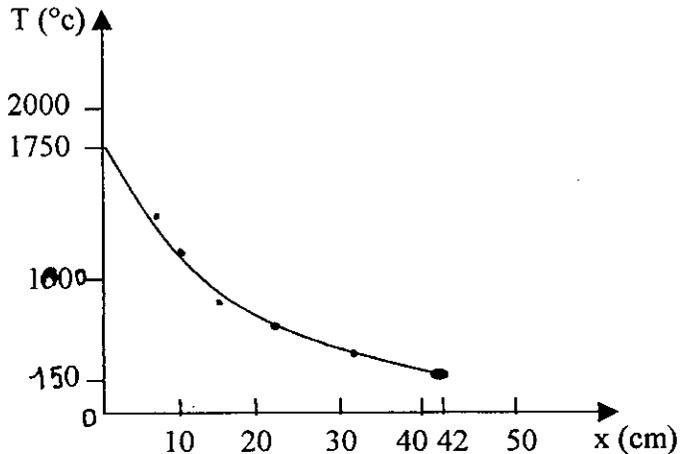


Fig. 6 – couche réfractaire sphérique n° 1

Les courbes ci-dessus représentent les profils de température dans les couches de la paroi, la pente de la courbe $T = f(x)$ est d'autant plus grande que la conductivité thermique du matériau considéré est faible. Ceci montre l'importance de ce paramètre dans le choix des matériaux pour cartographie bidimensionnelle des températures (courbes isothermes) pour chaque courbe et différentes coupes de la paroi.

2- INFLUENCE DES PARAMETRES THERMOPHYSIQUES DES MATERIAUX SUR LES PERFORMANCES DU FOUR :

Pour étudier l'influence de la masse volumique, de la chaleur spécifique et de la conductivité thermique sur les performances du four, nous devons considérer que la paroi est constituée d'une seule couche pour différents matériaux de différentes familles.

2.1- INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE λ :

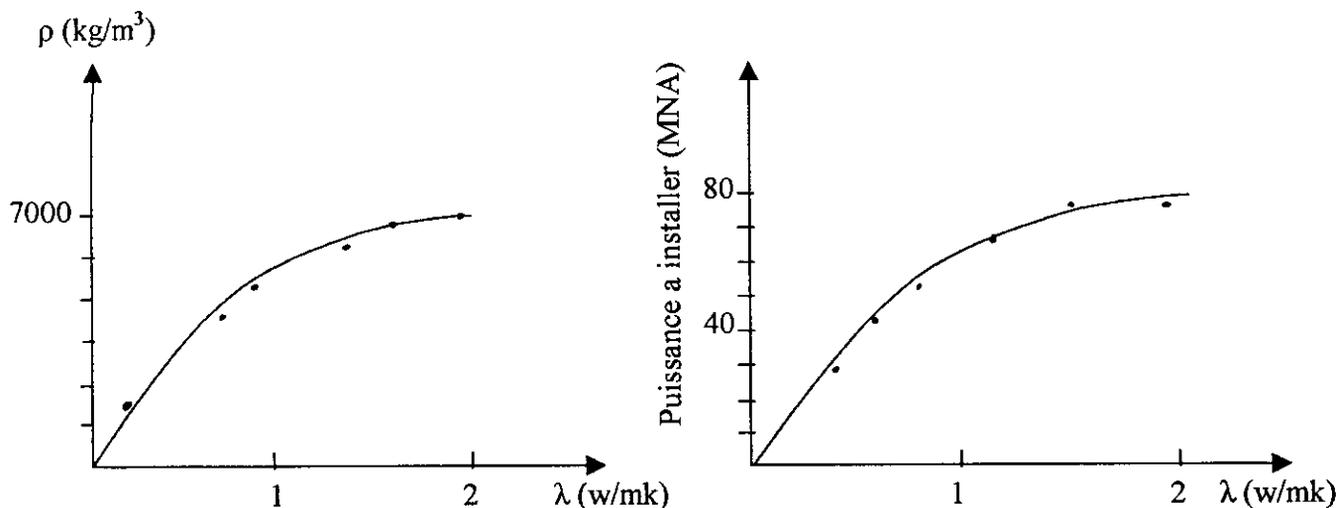


Fig. 7 – influence de la conductivité thermique dans les fours.

Des graphes précédents nous remarquerons que la puissance à installer du four augmente avec la conductivité thermique, la masse volumique elle aussi augmente avec la conductivité thermique, le choix des matériaux à utiliser portera donc sur les matériaux de plus faibles conductivités.

2.2- INFLUENCE DE LA MASSE VOLUMIQUE ρ :

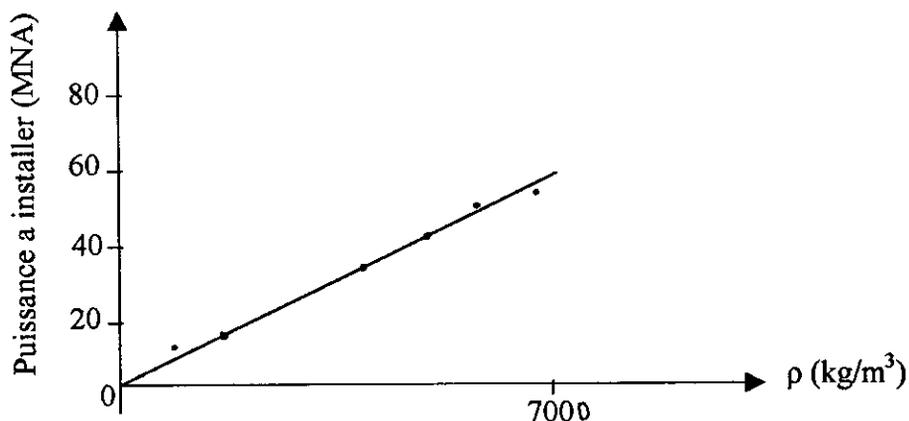


Fig. 8 – Influence de la masse volumique des matériaux sur les caractéristiques du four.

La puissance à installer augmente linéairement avec la masse volumique ce qui nous guide à choisir des matériaux les plus légers possible pour réduire la masse du four et sa consommation en énergie.

Cependant, dans le cas de four intermittent la quantité de chaleur emmagasinée dans les parois joue un rôle important pour la régulation de la température de la chambre de chauffe.

2.3- INFLUENCE DE LA CHALEUR SPECIFIQUE :

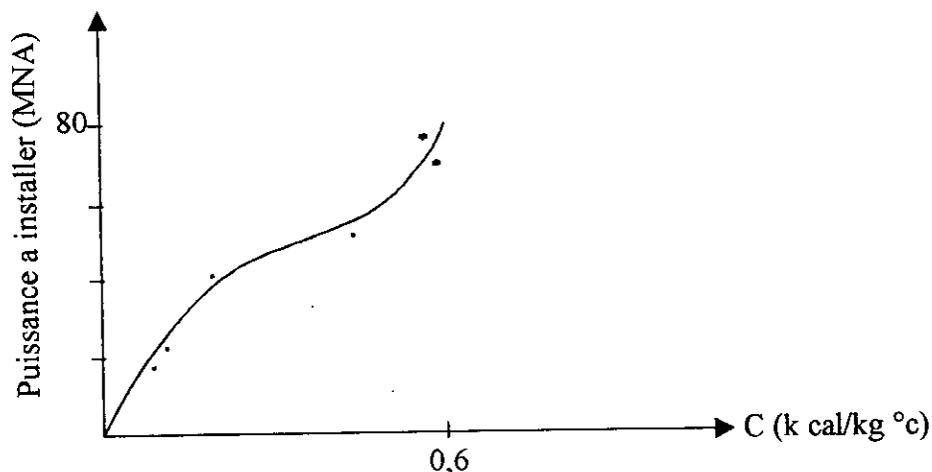


Fig. 9 – Influence de la chaleur spécifique sur les caractéristiques du four

La quantité de la chaleur accumulée dans les parois du four augmente avec les chaleur spécifique du matériau utilisé.

Cette influence conduit aux mêmes variations pour la masse du four et la puissance à installer. Ceci nous oriente vers le choix de matériaux aux plus faibles chaleurs spécifiques.

2.4- COURBE DE CHAUFFAGE :

La courbe de chauffage d'un four est principalement spécifique à son système de régulation. Cette courbe nous donne la vitesse de chauffage et le temps nécessaire à la mise en température du four et à l'établissement du régime permanent. Pour une température de consigne de 1750 °c, nous avons suivi l'évolution de la température de la chambre de chauffage en fonction du temps.

Cette évolution est représentée par la figure « 10 » suivante :

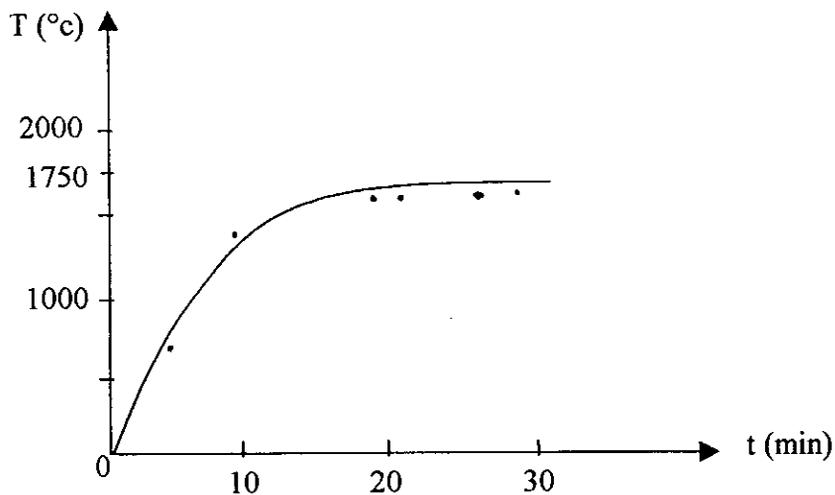


Fig. 10 – courbe de chauffage du four

Au début du chauffage, la température dans l'enceinte du four augmente rapidement jusqu'à environ 800 °c, température à laquelle l'accumulation de la chaleur au sein du four atteint son maximum, puis la vitesse de chauffage diminue progressivement au fur et à mesure que la valeur mesurée s'approche de la consigne pour enfin se stabiliser à cette dernière.

Conclusion

La connaissance des lois qui gèrent les transferts thermiques et les paramètres qui les influencent, diffusivité thermique et dimensions, permettent la maîtrise de la pratique des traitements et ainsi l'optimisation des résultats.

Les problèmes de transferts thermiques sont d'une complexité tel qu'une simple étude ne peut cerner ou optimiser les différents paramètres régissant ce phénomène.

A ce propos, un logiciel complet serait d'un apport considérable pour cette étude.

Ce travail peut faire l'objet d'une étude complète en mettant en relief tous les paramètres pratiques de transfert.

Un modèle de calcul et de dimensionnement de four a été développé et mis sous forme de code de calcul (programme informatique) pour faciliter son exploitation.

Une voie de continuation possible de ce travail, serait de le généraliser à d'autres formes géométriques en prenant les échanges thermiques dans l'enceinte du four et de considérer le régime thermique transitoire avec des caractéristiques des matériaux qui peuvent dépendre de la température.

Bibliographie

[1] - LEON.LAPIDUS

livre : digital computation for engineers *chemical*

édition : Mc Graw-Hill 1962

[2] - T.E.DAUBERT

livre : physical and thermodynamic properties of pure chemicals, tome 1,2,3 et 4

édition :

[3] - M.E. DAVIS

livre : Numerical methods and modeling for chemical engineering

édition :

[4] - A.B. DEVIRIENDT

livre : la transmission de la chaleur , volume I, tome 1 : généralités- la conduction

édition : Gaëtan Morin 1982

[5] - Le NOGUES

livre : étude des fours pétroliers et pétrochimiques

édition :

[6] - W.HEILIGENSTAEDT

livre : transferts thermiques appliqués aux fours industriels , tomes 1 et 2

édition : Dunod 1971

[7] - H.S. CARSLAW

livre : conduction of heat in solids

édition :

[8] - NADJAFOV

livre : les fours métallurgiques

édition :

[9] - M. ORFEUIL

livre : Electrothermie industrielle

édition :

[10] - J.F. SACADURA

livre : initiation aux transferts thermiques

édition : techniques et documentation, 1978

[11] - PASCHKIS

livre : les fours électriques industriels, tomes 1 et 2

édition : Dunod

[12] - N. ICHINOSE

livre : guide pratique des capteurs

édition :

[13] - J.P. HOLMAN

livre : Heat transfer

édition :

[14] - R.H. TURNER

livre : accumulation d'énergie thermique à haute température

édition :

[15] - D.Q. KERN

livre : process heat transfert

édition : Mc graw-hill, 1950

[16] - C.A. JOUENNE

livre : ceramique-notions de physico-chimie

édition :

[17] - R. MORRELL

livre : Hand book of properties of chemical and engineering ceramics

édition :

[18] - J.JOURDAN

livre : la technologie des produits céramiques réfractaires

édition :

[19] - B. CLAUDEL ,J. ANDERIEU, M. OTTERBEEN

livre : bases du génie chimique

édition : techniques et documentation, 1977

[20] - mémoire de fin d'études, 1996

« Modélisation d'un transfert thermique au sein d'un milieu poreux ; application à un écoulement sans changement de phase »

[21] - LIPSCHUTZ

livre : programmation fortran (théorie et applications)

édition :

[22] - J. CRABOL

livre : transfert de chaleur

édition : masson 1990

[23] - F. KREITH

livre : transmission de la chaleur

édition : masson et cie 1967

[24] - E.YAKIMOVA

cours sur les échanges de chaleur donne à l'école nationale polytechnique d'Alger E.N.P

- en 1972 -