

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE



**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**S U J E T**

**Simulation Numerique de la  
Commande de Position d'Un Moteur  
à Courant Continu**

Proposé par :

M. KHIAT

Etudié par :

Saad-Eddine  
BENDADA

Dirigé par :

M.S. BOUCHERIT  
M. KHIAT

PROMOTION : Janvier 1988

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique



E D I C A C E



es

Parents

///)es remerciements vont à tous ceux qui ont  
contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce  
travail , particulièrement :

- Messieurs M.S. BOUCHERIT et M. KHIAT  
pour leur aide et leurs suggestions,

- Messieurs S. TAIBI et Y. ADNANE  
pour leurs encouragements,

- Melle Z. SAHALI qui a dactylographié cet  
ouvrage.

Je remercie également tous les enseignants  
qui ont assuré ma formation surtout ceux du département  
électrotechnique.



LISTE DE SYMBOLES UTILISES  
=====

- Ra : Resistance de l'induit du moteur  
La : Inductance de l'induit du moteur  
Rs : Résistance de la self de lissage  
Ls : Inductance de la self de lissage  
 $J_t$  : Moment d'inertie réduit de la masse tournante  
 $J_t$  : Moment d'inertie réduit de la masse tournante  
Ks : Coefficient des frottement  
Km : Constante du moteur  
TCm : Constante de temps du hacheur  
n : Vitesse réduite  
Cm : Couple moteur réduit  
Cr : Couple résistant réduit  
Unom : Tension nomiale  
Inom : Courant nominal  
Pnom : Puissance nominal  
Cnom : Couple moteur nominal  
Tt : Constante de temps de la boucle de courant  
Rt : Resistance totale  
Tm : Constante de temps mécanique  
Te : Constante de temps équivalent de la boucle de courant  
Te' : Constante de temps équivalente de la boucle de vitesse  
Kp : Coefficient du régulateur de position  
Kc : Coefficient du régulateur de courant  
KM : Coefficient du régulateur de vitesse  
KPP, KPD : Coefficients proportionnel et dérivé de position



$KIP, KII$  : Coefficient, proportionnel et intégral de courant

$KNP, KNI$  : Coefficient, proportionnel et intégral de vitesse

$U_{cm}$  : Tension de commande

$I_c, I_c^*$  : Courant de consigne et courant de consigne échantillonné

$N_c, N_c^*$  : Vitesse de consigne et vitesse de consigne échantillonné

$O_c, O_c^*$  : Position de consigne et position de consigne échantillonné

$\xi, \xi_r$  : Retard et retard pur

$DC(z)$  : Fonction de transfert du régulateur de position

$DN(Z)$  : Fonction de transfert du régulateur de vitesse

$DC(Z)$  : Fonction de transfert du régulateur de courant

$G_n(S)$  : Fonction de transfert de la chaîne principale de vitesse

$G_\theta(S)$  : Fonction de transfert de la chaîne principale de position

$GI(S)$  : Fonction de transfert de la chaîne principale de courant

$G_n(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné de la boucle vitesse

$G_\theta(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné de la boucle position

$GI(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné de la boucle courant

$G_{no}(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle ouverte de vitesse

$G_{IO}(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle ouverte de courant

$G_{EO}(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle ouverte de position

$G_n(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle fermée de vitesse

$G_\theta(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle fermée de position

$GI(Z, \xi)$  : Fonction de transfert échantillonné en boucle fermée de courant

## S O M M A I R E

### Introduction:

Chapitre I : Rappels sur le réglage en cascade

1.1 : Schéma bloc d'un réglage en cascade

1.2 : Fonction de transfert du circuit intermédiaire

1.3 : Fonction de transfert du circuit de réglage

1.4.: Système équivalent pour le circuit de réglage

1.5 : Fonction de transfert échantillonnée du système

Chapitre II: Réglage digital du courant

2.1 : Description et modélisation

211 : Description du système à régler

22 : Equations des éléments du système

221 : Equation électrique

222 : Equations mécaniques

223 : Equation du convertisseur

2.3 : Modélisation du système

2.4 : Caractéristiques du système

2.5 : Structure de réglage du système global:

251 : Schéma de principe et description

252 : Schéma fonctionnel global de la boucle de réglage

26 : Réglage de courant

261 : Fonction de transfert du circuit courant

262 : Choix et dimensionnement du régulateur

27 : Réponses indicielles sans tenir compte du temps de calcul

272 : Réponse indicielle de la grandeur de commande

273 : Réponse indicielle de la grandeur de sortie du convertisseur



- 28 : Influence du temps de calcul sur les réponses indicielles
- 281 : Réponse indicielle du courant
- 282 : Réponse indicielle de la grandeur de commande
- 283 : Réponse indicielle à la sortie du convertisseur

### Chapitre III: Réglage digital de la vitesse.

- 3.1 :Fonction de transfert équivalente
- 3.2 :Détermination de la constante de temps du système équivalent
- 3.3 :Etude du réglage
  - 3.3.1:Choix et dimensionnement du régulateur de vitesse
  - 3.3.2:Réponse indicielle de la grandeur vitesse
  - 3.3.3:Réponse indicielle du courant avec introduction du circuit  
vitesse

### Chapite IV: Réglege digital de la position:

- 4.1.: Fonction de transfert équivalente
- 4.2 : Etude du réglage
  - 4.2.1:Choix et dimensionnement du régulateur
  - 4.2.2:Réponse indicielle de la grandeur principale

### Chapitre V: Simulation numérique:

- 5.1. : Simulation du hacheur
- 5.2. : Simulation du moteur
- 5.3.: Simulation globale
- 5.4. : Conclusion



## I N T R O D U C T I O N

En automatique, la commande des systèmes se fait de plus en plus de manière numérique, du fait des avantages que ce type de commande procure, par rapport aux méthodes classiques d'asservissement (souplesse de fonctionnement, fiabilité, entretien réduit et diminution de l'encombrement).

Cet essor de la commande numérique a été rendu possible par l'évolution de l'électronique, surtout après l'apparition des microprocesseurs.

L'étude de la commande numérique d'un système nécessite la mise au point préalable d'un modèle qui décrit, de manière complète, le fonctionnement de ce système.

La modélisation du procédé comporte, de ce fait, l'établissement d'un modèle qui décrit les variations des grandeurs régissant le fonctionnement du système, en régime établi: c'est le modèle statique.

L'autre modèle nécessaire est le modèle dynamique qui tient compte de l'influence du facteur temps sur les grandeurs de commande (régime transitoire, stabilité, ...).

Le but du travail présenté ci-après est d'étudier la commande numérique de position d'un moteur à courant continu.

Le système envisagé comporte, en plus du circuit principal (boucle de position), deux boucles internes (une boucle de courant et une boucle de vitesse). De ce fait, l'étude a été divisée en cinq parties dont la première donne un bref aperçu sur le réglage échantillonné en cascade, sa description et sa modélisation, la seconde la troisième et la quatrième partie étant consacrées respectivement à la présentation des boucles de courant, de vitesse et de position, la dernière partie traite de la simulation du fonctionnement global de la commande.

# CHAPITRE I

## RAPPELS SUR LE REGLAGE EN CASCADE:

### INTRODUCTION

Dans le domaine des systèmes continus, le réglage en cascade est très souvent adopté pour les avantages qu'il procure lors de l'étude de la régulation. Il est à noter que dans ce cas l'ordre des systèmes partiels est inférieur à celui du système à régler global, la limitation de certaines grandeurs est aisée, ainsi que le fonctionnement des régulateurs.

Lors de la régulation ou la commande d'un procédé par un calculateur numérique, les avantages du réglage en cascade sont toujours conservés, bien que la boucle de régulation soit considérée comme une association de systèmes discrets.

1-1 : Schéma bloc d'un réglage échantillonné en cascade:

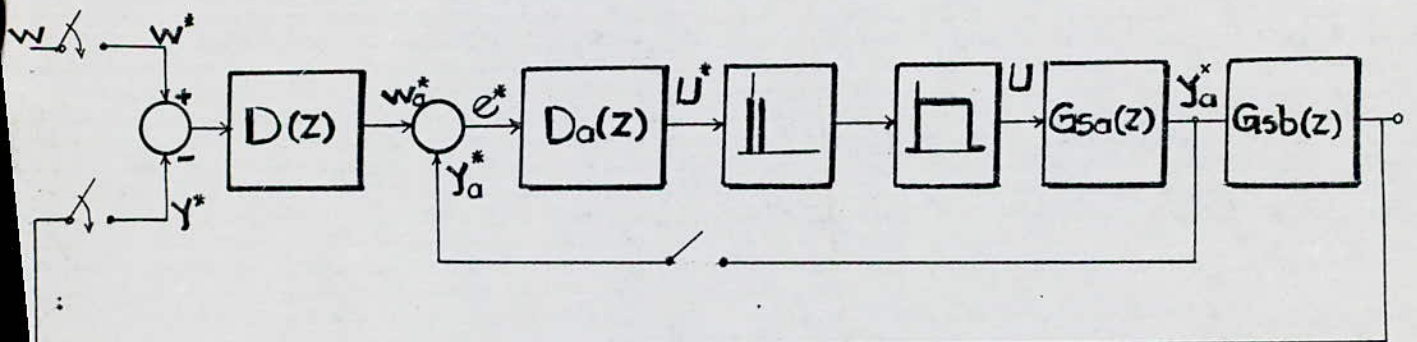


Fig. 1-1



Le procédé est composé de deux systèmes:

- Le premier sous-système est un système intermédiaire dont la fonction de transfert est notée  $G_{sa}(s)$ .

- Le deuxième sous-système constitue le système principal et sa fonction de transfert est notée  $G_{sb}(s)$ .

Afin d'établir une étude théorique on peut passer au schéma de la fig.12 qui facilite l'analyse.

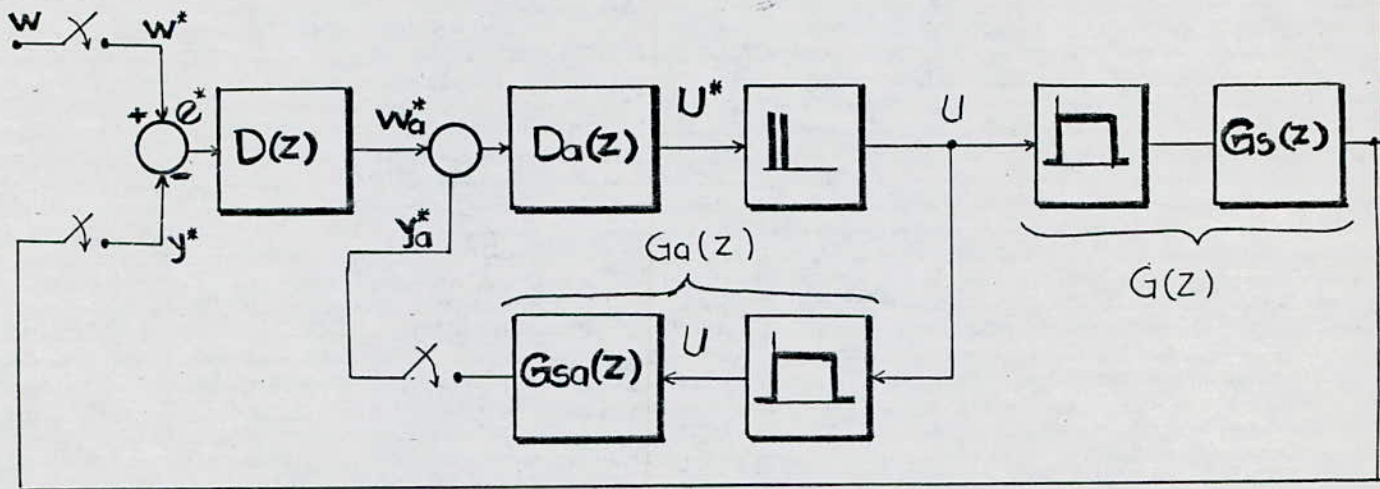


Fig-1-2

La première étape de l'analyse de ce système est l'étude du circuit de réglage intermédiaire.

Nous adoptons le schéma-bloc réduit suivant:

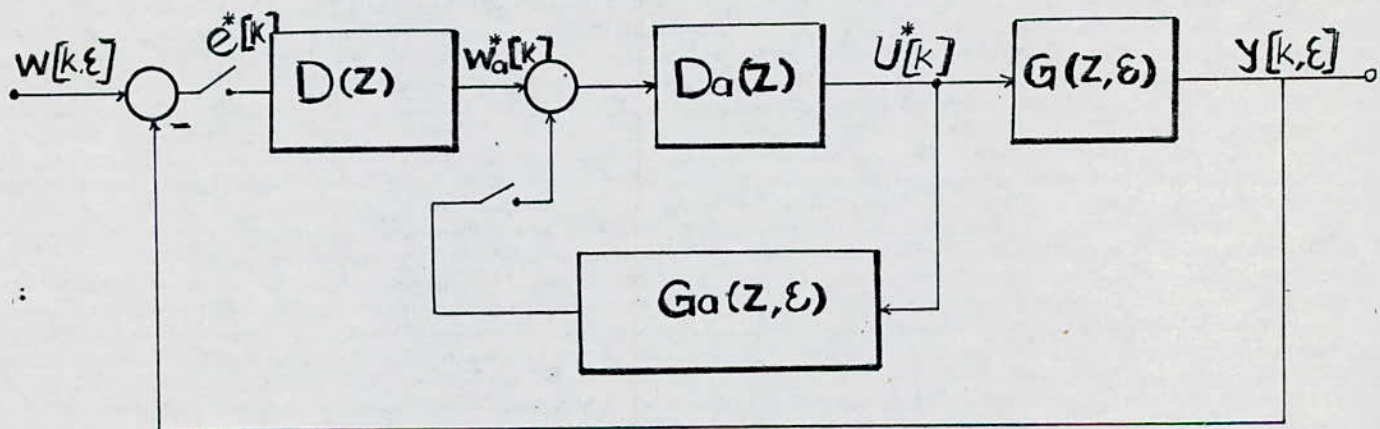


Fig. 1- 3



## 1-2 FONCTION DE TRANSFERT DU CIRCUIT INTERMEDIAIRE:

A partir du schéma-bloc réduit (fig.1-3) on établit les relations suivantes:

$$Y_a(Z, \xi) = G_a(Z, \xi) \cdot D_a(Z) \cdot E_a^*(Z) \quad (1.1)$$

$$E_a^*(Z) = W_a(Z, \xi) - a(Z, 0) \quad (1.2)$$

L'écart de réglage devient alors en tenant compte de (1-1) et de (1-2):

$$E_a^*(Z) = \frac{1}{1 + G_a(Z, 0) \cdot D_a(Z)} W_a^*(Z) \quad (1.3)$$

d'où :

$$Y_a(Z, \xi) = G_{aw}(Z, \xi) \cdot W_a^*(Z) \quad (1.4)$$

avec la fonction de transfert du circuit de réglage intermédiaire:

$$G_{aw}(Z, \xi) = \frac{G_a(Z, \xi) \cdot D_a(Z)}{1 + G_a(Z, 0) \cdot D_a(Z)} \quad (1.5)$$

L'étude de la stabilité nécessite la connaissance de la fonction de transfert du circuit de réglage intermédiaire ouvert, dont l'équation caractéristique est donnée par :

$$1 + G_{ao}(Z, 0) = 0$$

$$\text{Avec } G_{ao}(Z, 0) = G_a(Z, 0) \cdot D_a(Z).$$

Ceci en négligeant le temps de calcul de processus ainsi que la fonction de transfert de l'organe de mesure.

## 1-3 FONCTION DE TRANSFERT DU CIRCUIT DU REGLAGE PRINCIPAL

Une fois que le circuit de réglage intermédiaire est bien dimensionné du point de vue stabilité et amortissement, on passe à l'étude du circuit de réglage principal.

La fonction de transfert de la chaîne principale est:

$$Y(Z, \xi) = G(Z, \xi) \cdot D_a(Z) \cdot E_a(Z)$$

$$Y(Z, \xi) = \frac{G(Z, \xi) \cdot D_a(Z)}{1 + G_a(Z, 0) \cdot D_a(Z)} W_a^*(Z) \quad (1.6)$$

1-4 SYSTEME EQUIVALENT POUR LE SYSTEME DE REGLAGE INTERMEDIAIRE:

Dans les relations établies précédemment, on remarque que le circuit de réglage intermédiaire intervient dans le circuit de réglage principal.

Il se trouve que nous aboutissons à des relations très complexes lors de l'étude du circuit de réglage principal, et pour pallier cet inconvénient, nous introduisons une approximation valable en toute rigueur.

Dans ce contexte le circuit de réglage intermédiaire, lorsqu'il est bien amorti et stable, peut être remplacé par un système équivalent du premier ordre.

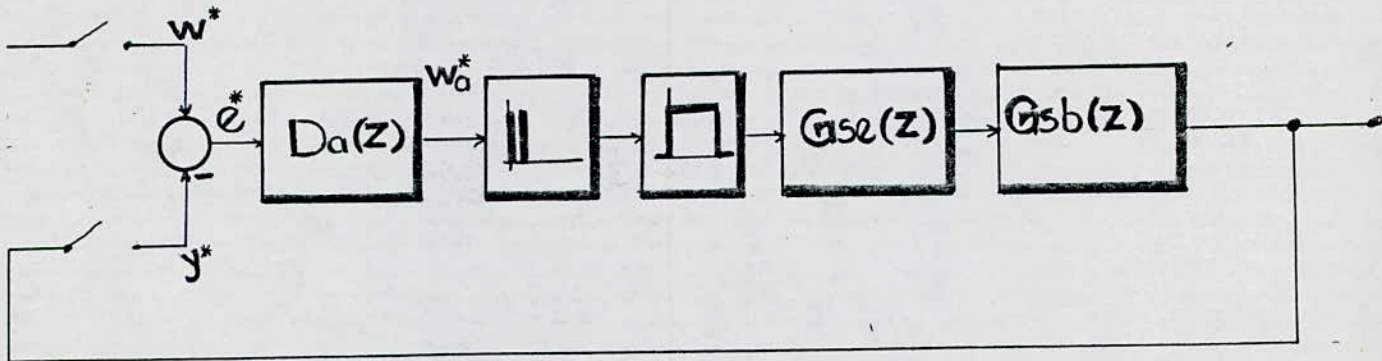


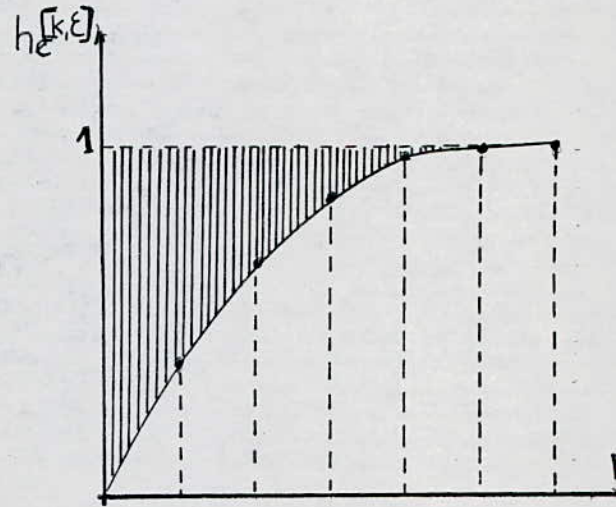
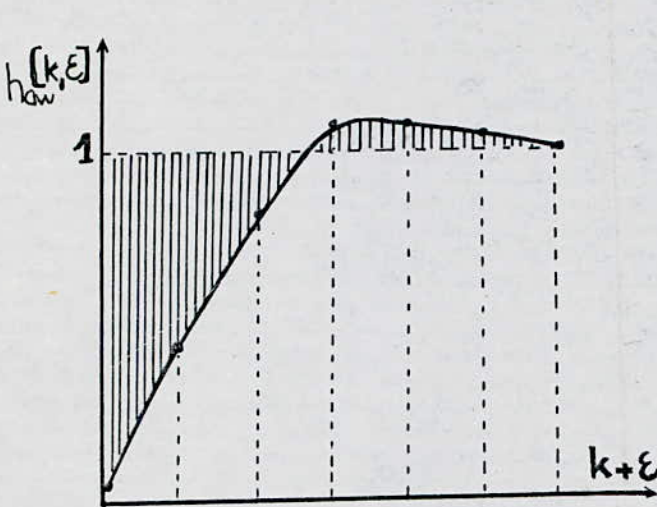
Fig. 1-4 Schéma bloc avec un système équivalent pour le circuit de réglage intermédiaire

1-5: FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONE DU SYSTEME EQUIVALENT/:

Nous choisissons pour le système équivalent la fonction de transfert donnée par :

$$G_{se}(S) = \frac{1}{1 + ST_e}$$

Pour la détermination de la constante de temps équivalente  $T_e$ , nous utilisons la méthode basée sur l'égalité des surfaces réglage du système équivalent et du système intermédiaire.



Egalité des surfaces de réglage pour le circuit intermédiaire fermé et le système équivalent. La surface de réglage  $S_r$  est définie comme la surface entre la réponse indicielle et l'asymptote pour sa valeur finale qui est en général égale à un.



Circuit de réglage intermédiaire fermé:

$$S_{raw} = \int_0^{\infty} (1 - h_{aw} [K, \xi]) \cdot d(K + \xi)$$

Circuit de réglage équivalent:

$$S_{re} = \int_0^{\infty} (1 - h_e [K, \xi]) \cdot d(K + \xi)$$

Après calcul nous aboutissons à la relation :

$$T_e = \frac{T}{G_a(1,0) \cdot S_a(1)} \quad \text{avec } S_a(1) = \lim_{Z \rightarrow 1} (Z-1) \cdot D_a(Z)$$

Remarque :

Lors de l'étude du circuit de réglage principal on ne peut compenser la constante de temps équivalente, elle est supposée petite par rapport à la constante de temps de la grandeur principale.

Pour la grandeur de consigne intermédiaire on obtient:

$$W_a(Z) = D(Z) \cdot E(Z)$$

Où l'écart de réglage est donné par :

$$E(Z) = W(Z) - Y(Z,0)$$

Nous aboutissons à la relation suivante après des transformations/1/.

$$W_a'(Z) = \frac{D(Z)}{G(Z,0) \cdot D_a(Z) \cdot D(Z)} W(Z) \quad (1.7)$$

$$1 + \frac{1}{1 + G_a(Z,0) \cdot D_a(Z)}$$

Avec :  $Y(Z, \xi) = G_w(Z, \xi) \cdot W(Z)$

$$G(Z, \xi) = \frac{G_{aw}(Z,0)}{G_a(Z,0)} D(Z)$$

et

$$G(Z, \xi) = \frac{G_{aw}(Z,0)}{1 + G(Z,0) \frac{D(Z)}{G_a(Z,0)}} \quad (1.8)$$

Lorsqu' on introduit la fonction de transfert du circuit de réglage ouvert:

$$G_o(Z,0) = \frac{G_{aw}(Z,0)}{G_a(Z,0)} G(Z,0) \cdot D(Z) \quad (1.9)$$

Nous pouvons faire l'étude de la stabilité à l'aide de l'équation caractéristique:

$$1 + G_o(Z,0) = 0$$

## C H A P I T R E    I I

### REGLAGE DIGITAL DU COURANT:

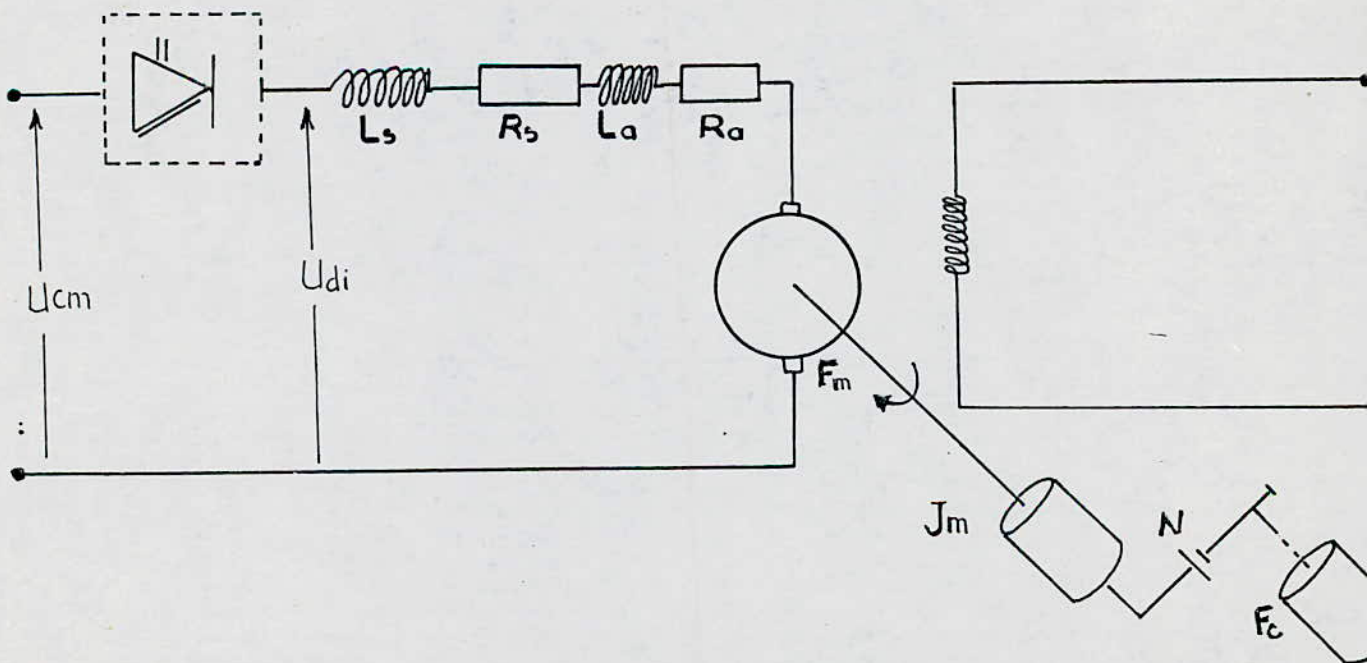
#### 2-1 Description et modélisation

##### 2-1-1 Description du système à régler:

Le processus à régler est une association hacheur à thyristors-moteur à courant continu. L'induit du moteur est alimenté par le hacheur à travers une self de lissage qui permet l'atténuation des ondulations du courant. L'inducteur est excité à champ nominal constant.

On suppose que la réaction magnétique d'induit est négligeable, la valeur de la résistance d'induit est indépendante de l'élévation de température.

Le fonctionnement du système est en régime linéaire.





Avec  $R_t = (R_a + R_s) \cdot \frac{I_{nom}}{U_{nom}}$  ;  $T_t = \frac{L_a + L_s}{R_a + R_s}$

2-2 Equations des éléments du système:

2-2-2 Equations mécaniques:

2-2-1 Equation électrique: et données par :

L'equation électrique régissant le fonctionnement du système est:

$$U = E + (R_a + R_s) I + (L_s + L_a) \frac{dI}{dt}$$

avec  $j_t = \frac{U}{N} + \frac{r}{N^2}$   
 $k_t = k_m = \frac{k_r}{N^2}$

En passant aux grandeurs relatives les equations mécaniques deviennent:

avec :

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{C_m - C_r}{j_t} \quad (2-2)$$

$R_a$  : Résistance d'induit

$R_s$  : Résistance de la self de lissage

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{L_a}{j_t} \quad (2-3)$$

$L_s$  : Inductance de la self de lissage

avec :

En utilisant les grandeurs relatives, l'equation électrique

$$U_{nom} = E_m \cdot \frac{N_{ind}}{N_{exc}} + (R_a + R_s) \cdot \frac{I}{I_{nom}} + (L_s + L_a) \cdot \frac{N_{exc}}{N_{ind}} \cdot \frac{dI}{dt}$$

2-2-3 : Equation électrique relative:  $I = e + R_t \cdot i_a + T_t \cdot \frac{di_a}{dt}$  (2-1)

Le convertisseur assimilé à un système du premier ordre.

de fonction de transfert:

$$G(s) = \frac{K_{cm}}{1 + s \cdot T_{cm}}$$

L'Equation différentielle en régissant le fonctionnement est:

$$T_{cm} \cdot \dot{y} + y = K_{cm} \cdot x$$

avec :

$$\dot{y} = \frac{dU_{om}}{dt}$$

$$x = U_d$$

### 2-3 Modelisation du système:

La modélisation du système est obtenue à partir des équations mécaniques et électriques (2-1), (2-2) et (2-3), qui s'écrivent:

$$U = e + R_t \cdot i_a + T_t \cdot R_t \cdot \frac{di_a}{dt}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{C_m - C_r}{j_t}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{n}{N}$$

Ce modèle donne lieu au schéma fonctionnel du système régler suivant:

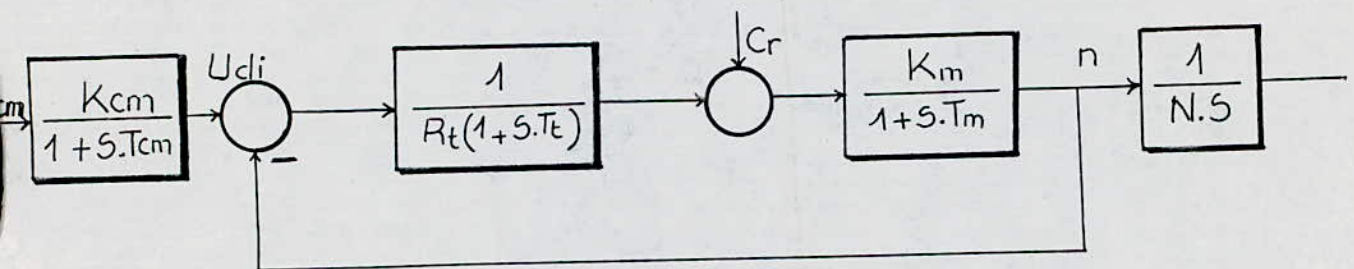


Fig. 2-2

### 2-4 Caractéristique du système:

Les essais d'identification sur le moteur, ainsi que sur le hacheur ont donné : /5/

$$R_t = 0.465$$

$$T_t = 72.5 \text{ ms}$$

$$T_m = 6150 \text{ ms}$$

$$T_{cm} = 2.5 \text{ ms}$$

$$j_t = 0.06 \text{ Kg/m}$$

$$K_f = 9.75 \text{ E-03 m.N/rd/s}$$

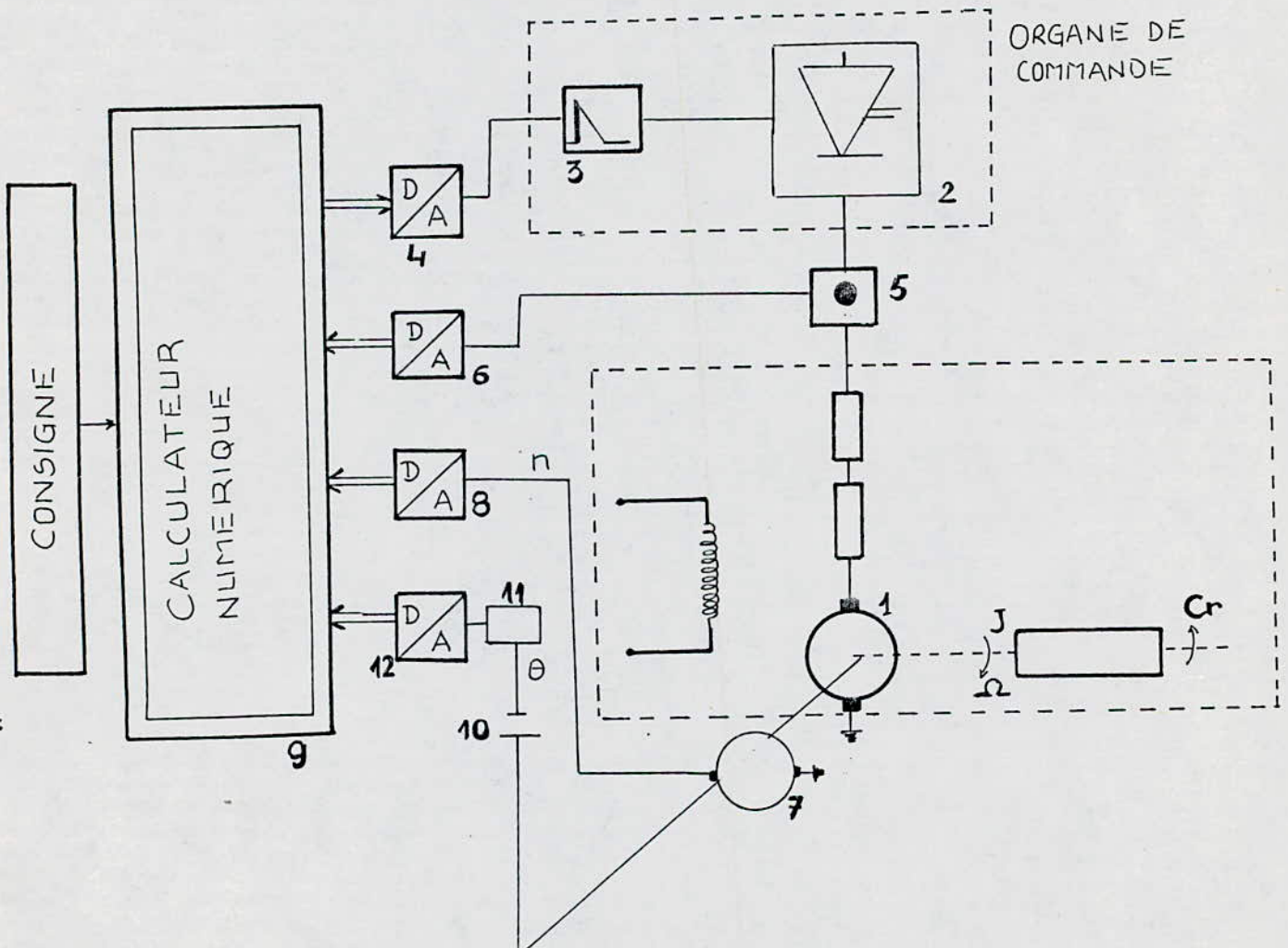
$$K_{cm} = 1.2 \text{ u.r}$$

## 2-5 Structure de réglage du système global:

L'objet de cette régulation est la commande numérique de position en cascade d'un moteur à courant continu alimenté par l'intermédiaire d'un hacheur.

### 2-5-1 Description et schéma de principe:

Le hacheur (2) est commandé par l'organe de commande (3) qui est alimenté par une tension  $U_{cm}$  délivrée par le convertisseur digital-analogique (4). Le courant d'induit est mesuré à l'aide d'un ampèremètre shunt (5), dont le signal est converti par un convertisseur analogique-digital (6). Le signal est converti par un convertisseur analogique-digital (6).





La vitesse est estimée par une génératrice tachymétrique(7), dont le signal transite par un autre convertisseur analogique-digital (8) avant d'arriver au calculateur numérique (9).

Finalement on a la position, qui est la grandeur à asservir. Elle est mesurée à l'aide d'un potentiomètre(11) qui dérive une grandeur au convertisseur (12) laquelle est à son tour transmise au calculateur.

- (1) moteur à courant continu
- (2) convertisseur de courant
- (3) dispositif de commande de gachette
- (4) convertisseur digital-analogique
- (5) ampèremètre shunt
- (6) , (8) et (12) convertisseurs analogique-digital
- (7) génératrice tachymétrique
- (9) calculateur numérique
- (10) réducteur de vitesse
- (11) potentiomètre

2-5-2 Schéma fonctionnel global de la boucle de réglage:

A partir du schéma de principe (Fig.2.3), est élaboré le schéma fonctionnel global de réglage.

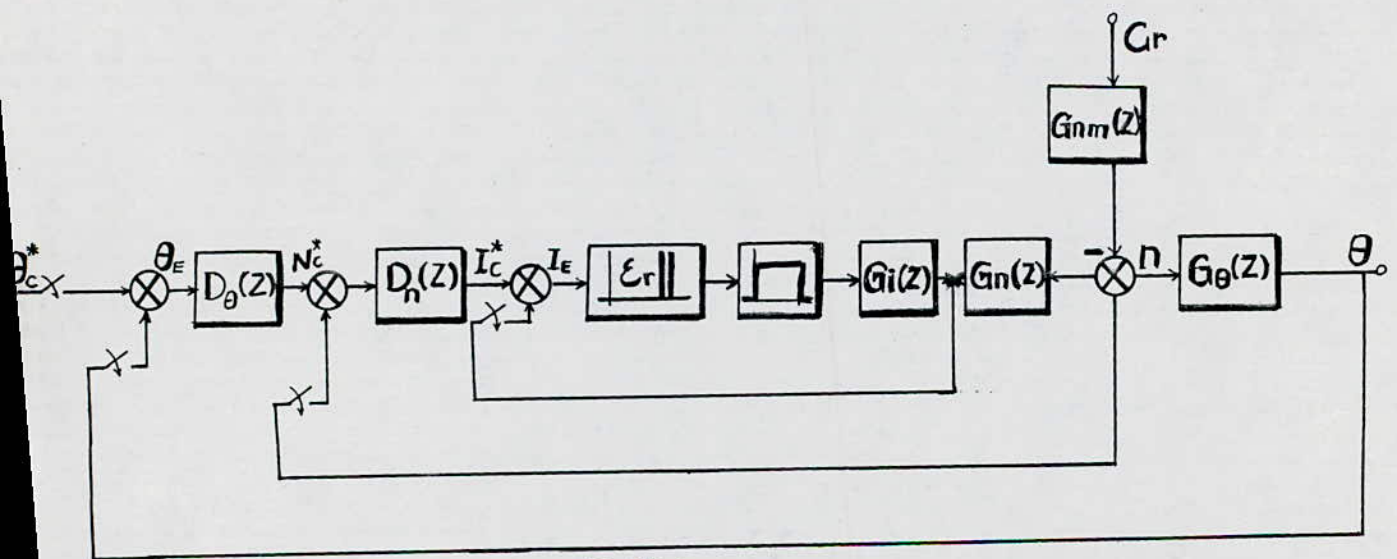


Fig.2-4

Le réglage commence par la boucle la plus interne qui est dans notre cas la boucle de courant.

2-6 Réglage du courant :

De la structure en cascade (Fig.2-4) il apparait que le schéma fonctionnel du circuit intermédiaire est donné par:

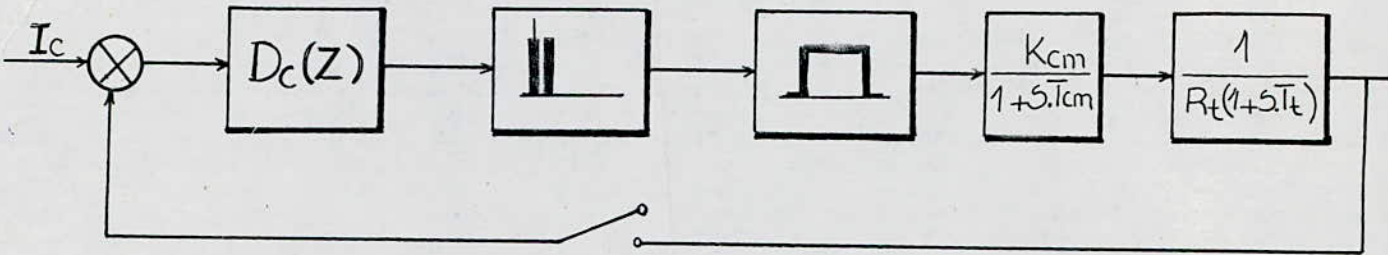


Fig .2-5

Parfois il est intéressant de tenir compte du temps que met le calculateur numérique pour exécuter les algorithmes de réglage.

Ce retard apparait au niveau de l'échantillonneur, d'où le schéma fonctionnel suivant:

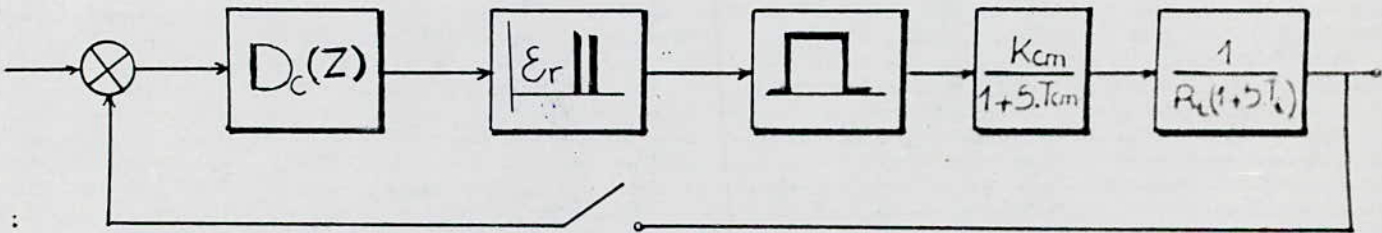


Fig.2-6

2-6-1 Fonction de transfert du circuit courant:

La fonction de transfert de la chaîne principale munie du bloqueur est donnée par :

$$G_i(S) = \frac{K_{cm}}{1+S.T_{cm}} \cdot \frac{1}{R_t(1+S.T_t)} \cdot \frac{1-\exp(-SST)}{S} \quad (2-6)$$

En passant la transformée en Z/1/ on obtient: (2-7)

$$G_i(Z, \xi) = B \left\{ \frac{Z}{Z-1} + \frac{T_t.Z_t.Z_t}{(T_{cm}-T_t).(Z-Z_t)} \cdot \frac{T_{cm}.Z.Z_{cm}}{(T_{cm}-T_t).(Z-Z_{cm})} \right\} \frac{Z-1}{Z}$$

avec  $B = \frac{K_{cm}}{R_t}$  ;  $Z_t = \text{Exp}(-T/T_t)$ .

$Z_{cm} = \text{Exp}(-T/T_{cm})$  ;  $D = B/(T_{cm}-T_t)$ .

Cette fonction de transfert peut être mise sous une forme plus simple:

$$G_i(Z, \xi) = \frac{Q_i(Z, \xi)}{P_i(Z)} = \frac{D_2(\xi).Z^2 + D_1(\xi).Z + D_0(\xi)}{(Z-Z_{cm}).(Z-Z_t)} \quad (2-8)$$

avec:

$D_2(\xi) = D(T_{cm}.(1-Z_{cm})-T_t.(1-Z_t))$

$D_1(\xi) = D \left[ T_t.(Z_{cm}+Z_t) - T_{cm}(Z_{cm}+Z_t) + T_{cm}.Z_{cm}.Z_t - T_t.Z_t.Z_{cm} + T_{cm}.Z_{cm} - T_t.z_t \right]$

$D_0(\xi) = D((Z_t.Z_{cm}.T_{cm}-T_t.Z_t.Z_{cm}+T_t.Z_{cm}.Z_t.Z_{cm})$



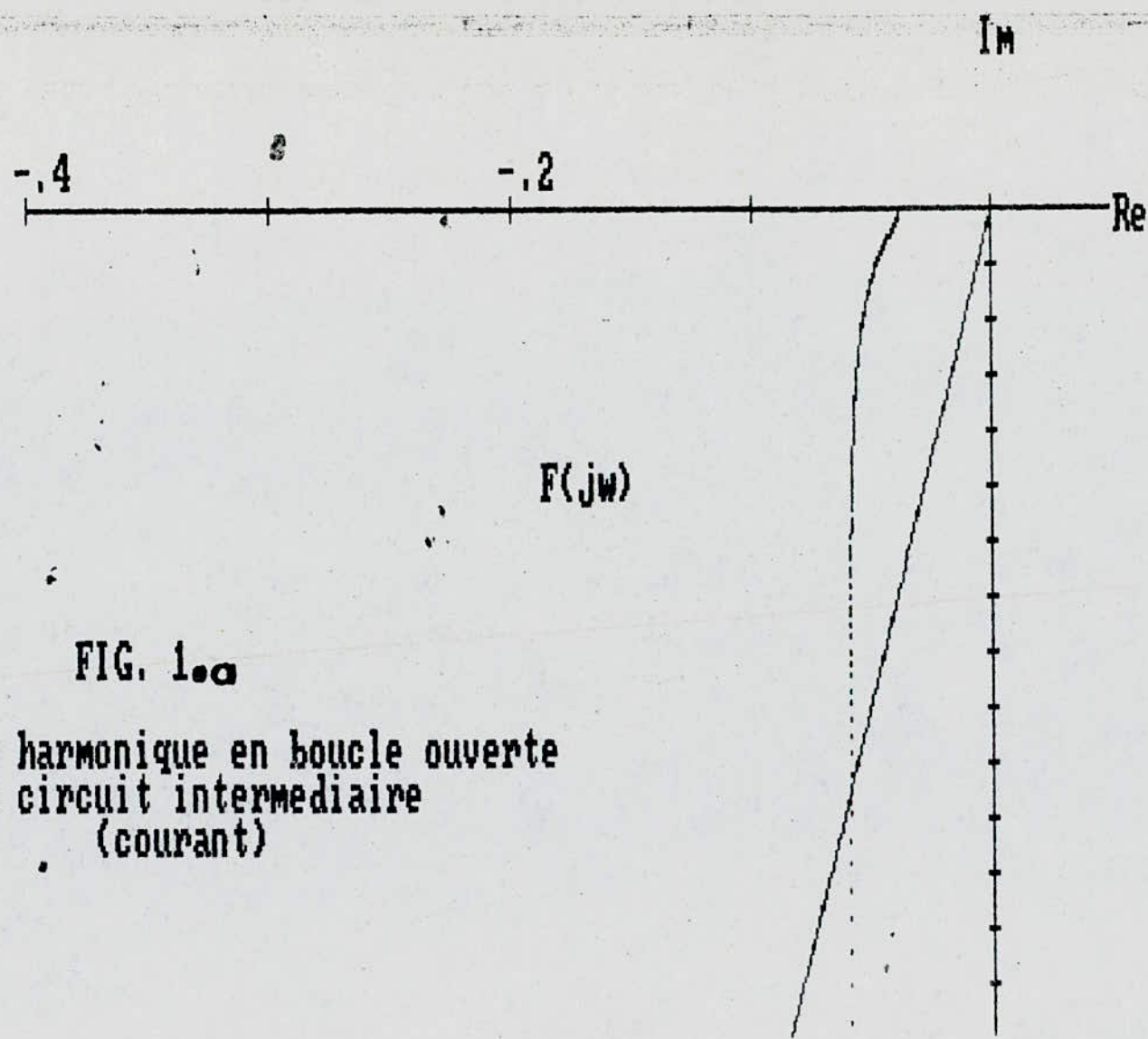


FIG. 1.0a

Reponse harmonique en boucle ouverte  
 du circuit intermediaire  
 (courant)

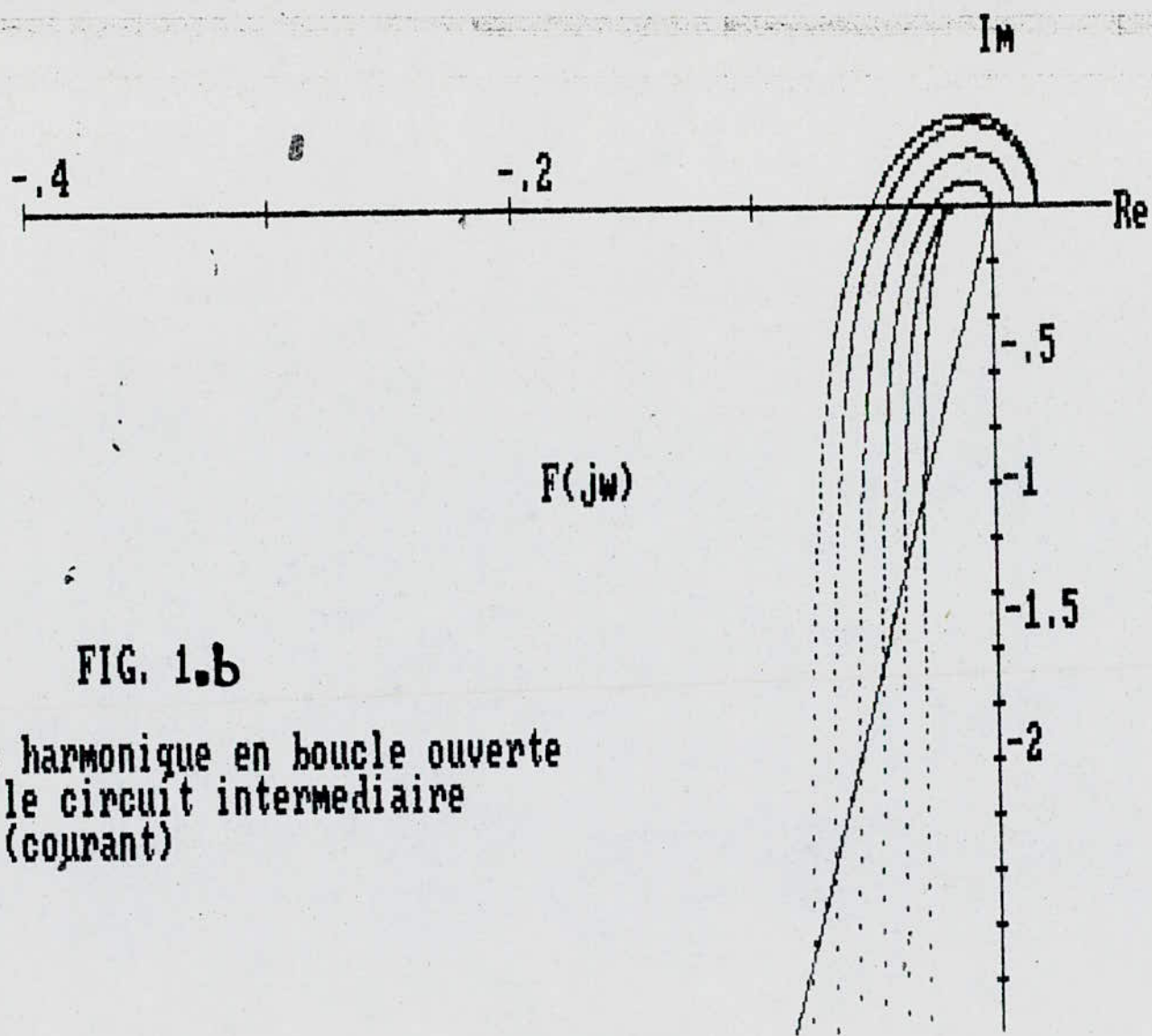


FIG. 1.b

Reponse harmonique en boucle ouverte  
 pour le circuit intermediaire  
 (courant)

ou  $Z_t$  est le <sup>à</sup> pole dominant compenser.

Nous aboutissons à la fonction de transfert échantillonnée en boucle ouverte:

$$G_{io}(Z,0) = K_c \cdot \frac{Z - Z_t}{Z - 1} \cdot \frac{D_2(\xi) \cdot Z^2 + D_1(\xi) \cdot Z + D_0(\xi)}{(Z - Z_t) \cdot (Z - Z_{cm})} \quad (2-10)$$

En tenant compte du temps de calcul, la fonction de transfert échantillonnée devient :

$$G_{io}(Z,0) = K_c \cdot \frac{Z - Z_t}{Z - 1} \cdot \frac{D_2(\xi) \cdot Z^2 + D_1(\xi) \cdot Z + D_0(\xi)}{Z \cdot (Z - Z_t) \cdot (Z - Z_{cm})} \quad (2-11)$$

La détermination de  $K_c$  nécessite le tracé de la réponse harmonique de la fonction  $F(Z,0)$ . Le coefficient  $K_c$  est donné par la relation:

$$K_c = \frac{1}{|F(j\omega_{120})|} \quad (2-12)$$

Un programme a été élaboré . Il permet de tracer la réponse harmonique et donne les valeurs du coefficient  $K_c$ . (Fig. 1 a, b), (Fig. 2)  
Nous déterminons aussi les coefficients des régulateurs, les résultats sont résumés dans le tableau I.

0

$\xi_r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$K_c$	1.40	1.09	.86	.71	.60	.52
$K_{ci}$	1.01	.78	.62	.51	.43	.37
$K_{cp}$	.38	.30	.23	.19	.16	.14

T A B L E A U I



Remarque:

Les résultats obtenus nécessitent la connaissance de la période d'échantillonnage; elle a été fixée <sup>a</sup> 20 ms./5/,/8/

2-7 Réponses indicielles sans tenir compte du temps de calcul:

Pour avoir une **idée** concrète sur le comportement dynamique du système, et afin d'évaluer la qualité de réglage (Temps de montée, dépassement maximal, temps de réglage), les réponses indicielles du système ont été tracées.

2-7-1 Réponses indicielles du courant:

A partir de la Fig.2-5 est établie la fonction de transfert en boucle fermée

$$G_i (Z, \xi) = \frac{G_{i0} (Z, \xi)}{1 + G_{i0}(Z, 0)}$$

D'où :

$$G_{if}(Z, \xi) = \frac{K_c \cdot D_2(\xi) \cdot Z^3 + K_c \cdot D_1(\xi) \cdot Z^2 + D_0(\xi) \cdot Z}{Z(Z-1) \cdot (Z-Z_{cm}) + K_c \cdot D_2(1) \cdot Z + K_c \cdot D_1(1) \cdot Z + K_c D_0(1)} \quad (2-13)$$

La réponse <sup>a</sup> à l'échelon unitaire

$$I(Z, \xi) = \frac{Z}{Z-1} G_{if}(Z, \xi) \quad (2-14)$$

Les équations (2-13) et (2-14) nous permettent d'obtenir:

$$I(Z, \xi) = \frac{b_4 \cdot Z^4 + b_3 \cdot Z^3 + b_2 \cdot Z^2 + b_1 \cdot Z + b_0}{Z^4 + a_3 \cdot Z^3 + a_2 \cdot Z^2 + a_1 \cdot Z + a_0} \quad (2-15)$$

Avec:

$b_4 = K_c \cdot D_2(\xi)$	$a_3 = K_c \cdot D_2(1) - Z_{cm} - 2$
$b_3 = K_c \cdot D_1(\xi)$	$a_2 = K_c \cdot D_1(1) + 2 \cdot Z_{cm} + 1 - K_c \cdot D_2(1)$
$b_2 = K_c \cdot D_0(\xi)$	$a_1 = K_c \cdot D_0(1) - D_1(1)$
$b_1 = b_0 = 0$	$a_0 = -K_c \cdot D_0(1)$

Nous obtenons par la méthode récursive de  $I(Z, \xi)$ : /1,/9/

$$I(K, \xi) = b_{n-k}(\xi) - a_{n-1} I(K-1, \xi) - a_{n-2} I(K-2, \xi) - \dots - a_0 I(K-1, \xi) \quad (2-16)$$

dans notre cas l'équation est d'ordre  $n = 4$  (2-17)

$$I(K, \xi) = b_{4-k}(\xi) - a_3 I(K-1, \xi) - a_2 I(K-2, \xi) - a_1 I(K-1, \xi) - a_0 I(K-4, \xi)$$

d'où les résultats numériques:

$$I(0, \xi) = b_4$$

$$I(1, \xi) = b_3 - a_3 I(0, \xi)$$

$$I(2, \xi) = b_2 - a_3 I(1, \xi) - a_2 I(0, \xi) \quad (2-18)$$

$$I(3, \xi) = b_1 - a_3 I(2, \xi) - a_2 I(1, \xi) - a_1 I(0, \xi)$$

$$I(4, \xi) = b_0 - a_3 I(3, \xi) - a_2 I(2, \xi) - a_1 I(1, \xi) - a_0 I(0, \xi)$$

A noter que pour  $K > 4$

$$I(K, \xi) = -a_3 I(K-1, \xi) - a_2 I(K-2, \xi) - a_1 I(K-3, \xi) - a_0 I(0, \xi)$$

2-7-2 Réponse indicielle de la grandeur de commande:

La fonction de transfert de  $U_{cm}(Z)$  par rapport à la grandeur de consigne  $I_c(Z)$  se traduit par la relation:

$$G_{uom}(Z) = \frac{D_c(Z)}{1 + G_{io}(Z, 0)} \quad (2-19)$$

en se référant à l'équation (2-7) nous aboutissons à :

$$G_{uom} = \frac{K_c \cdot Z - K_c \cdot (Z_{cm} + Z_t) \cdot Z + K_c \cdot Z_t \cdot Z_{cm} \cdot Z}{Z + Z \cdot K_c \cdot D_2(1) - (Z_{cm} + 1) + Z \cdot K_{cm} \cdot D_1 + Z_{cm} + K_{cm} \cdot D_0(1)} \quad (2-20)$$

Par analogie aux équations (2-14), (2-15), (2-16) et (2-17), la réponse à l'échelon unitaire est donnée par

$$U_{cm} = \frac{C_4 \cdot Z^4 + C_3 \cdot Z^3 + C_2 \cdot Z^2 + C_1 \cdot Z + C_0}{Z^4 + a_3 \cdot Z^3 + a_2 \cdot Z^2 + a_1 \cdot Z + a_0} \quad (2-21)$$

avec :

$$C4 = K0$$

$$C3 = -Kc (Zcm + Zt)$$

$$C3 = Kc \cdot Zt \cdot Zcm$$

$$C1 = C0 = 0$$

Les résultats obtenus par la méthode recursive sont :

$$U(0) = C4$$

$$U(1) = C3 - a3 \cdot U(0)$$

$$U(2) = C2 - a3 \cdot U(1) - a2 \cdot U(0) \quad (2-22)$$

$$U(3) = C1 - a3 \cdot U(2) - a2 \cdot U(1) - a1 \cdot U(0)$$

$$U(4) = C0 - a3 \cdot U(3) - a2 \cdot U(2) - a1 \cdot U(1) - a0 \cdot U(0)$$

et pour  $n > 4$  :

$$U(K) = -a3 \cdot U(K-1) - a2 \cdot U(K-2) - a1 \cdot U(K-3) - a0 \cdot U(K-4)$$

2-7-3 Réponse indicielle de la grandeur de sortie du convertisseur :

Afin d'obtenir la fonction de transfert de sortie du convertisseur  $U_{di}$  par rapport la grandeur de consigne  $I_c$ , nous prenons la structure suivante :

$$\begin{aligned} U_{di} &= G_{bi}(Z, \xi) \cdot U(Z) \\ &= G_{bi}(Z, \xi) \cdot G_u(Z) \cdot I_c(Z) \end{aligned} \quad (2-23)$$

$$G_u(Z) = \frac{D_c(Z)}{1 + G_i(Z, 0) \cdot D_c(Z)} \quad (2-24)$$

$$G_{bi}(Z, \xi) = \frac{F1(\xi) \cdot Z + F0(\xi)}{Z - Z_{cm}}$$



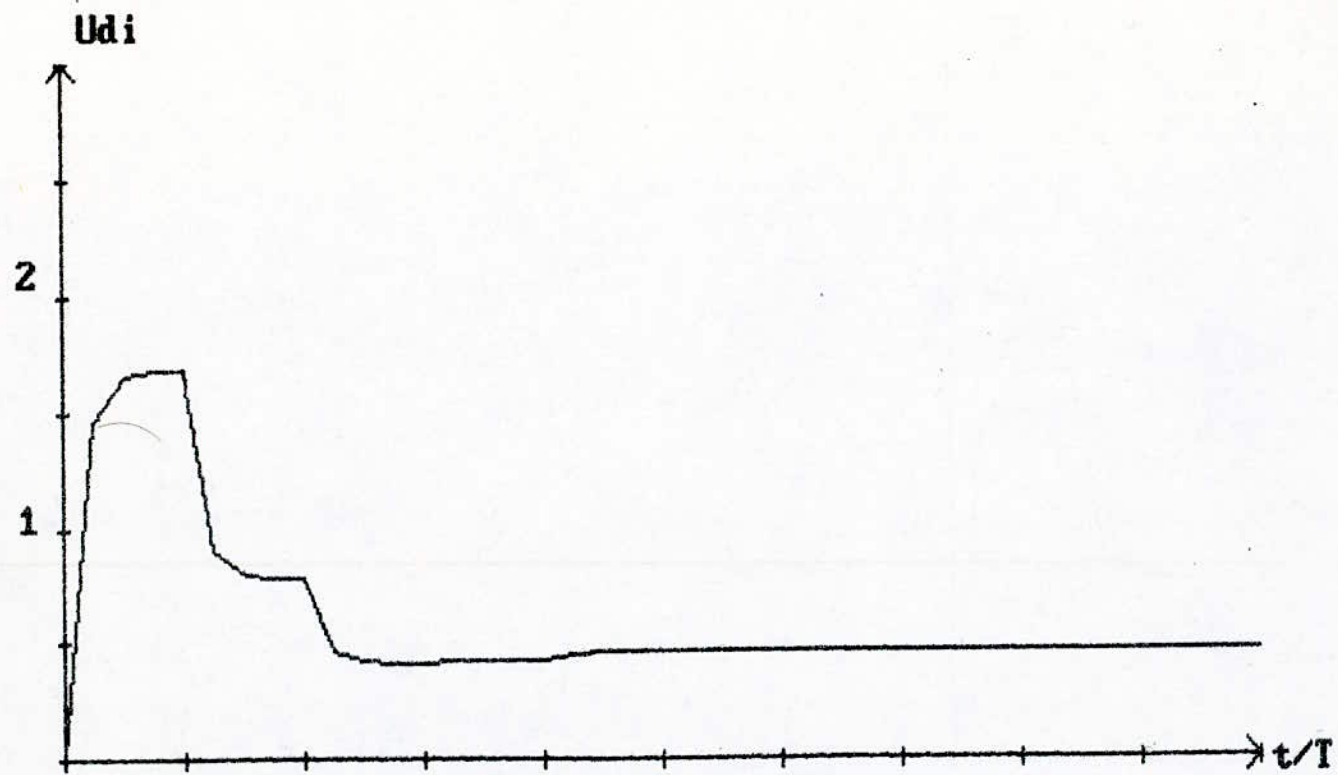


Fig. 71 Réponse indicielle de la Tension  $U_{di}$

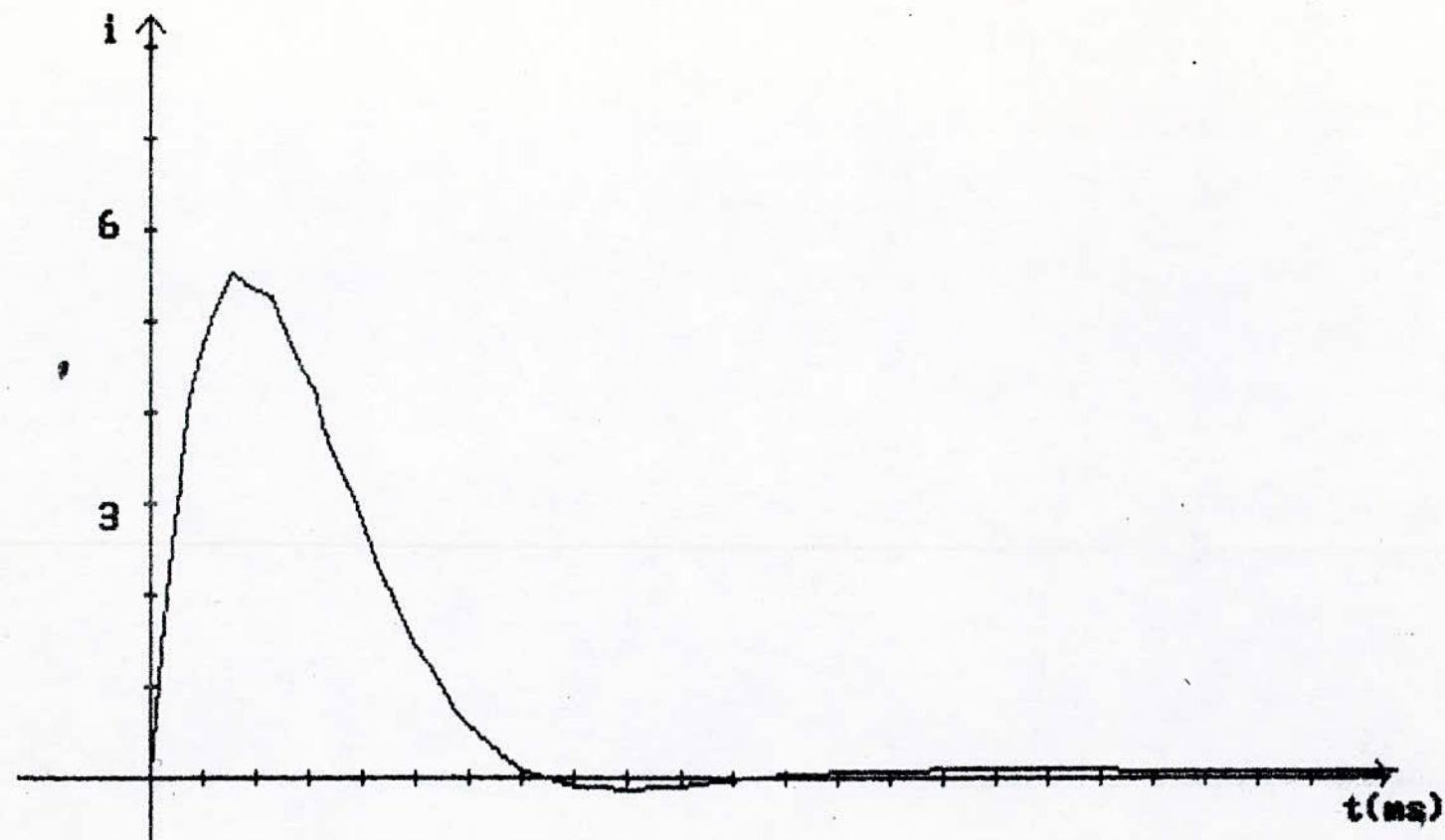
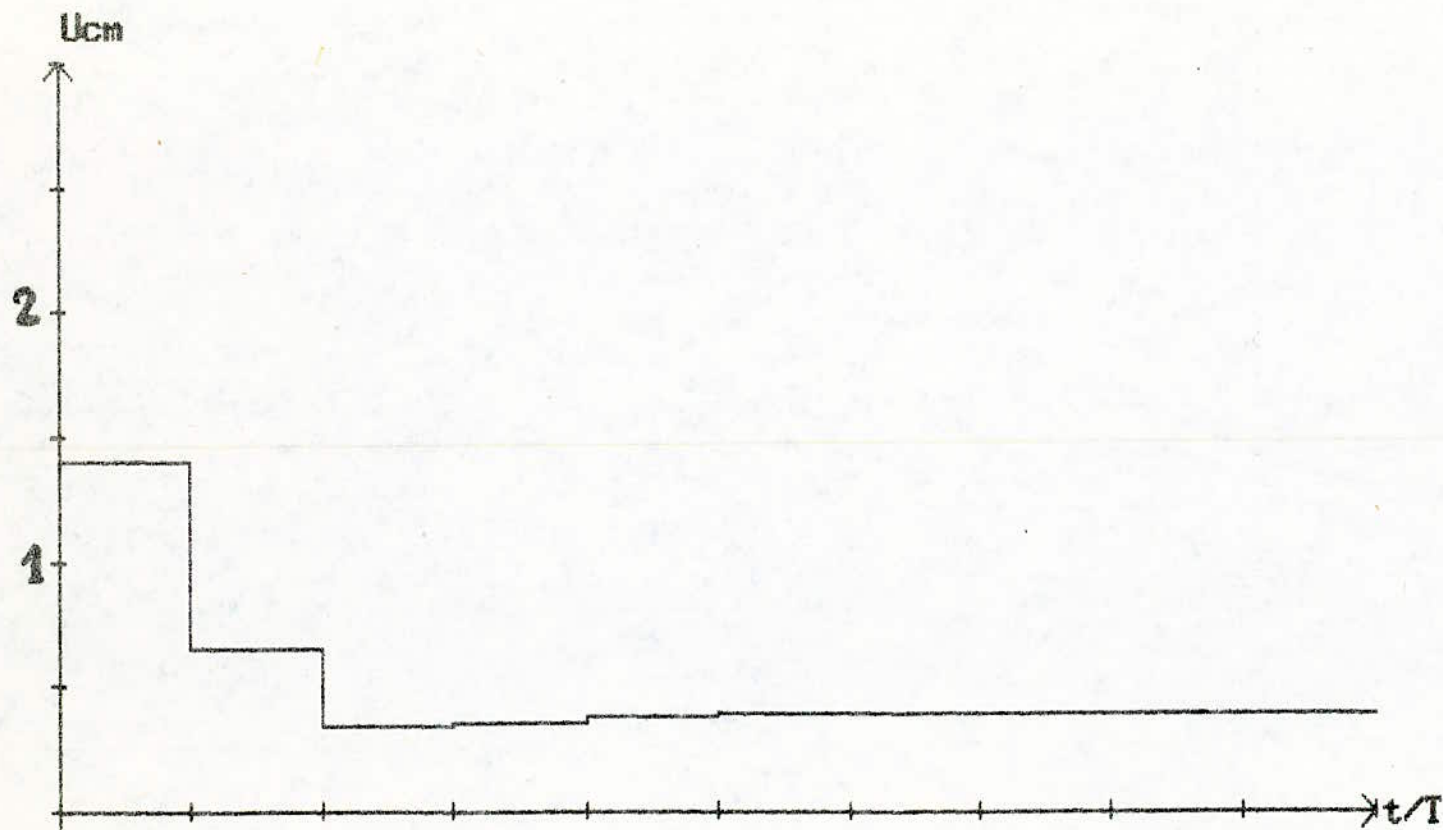


Fig.7-2 Réponse Indicielle du Courant (en tenant compte du circuit **vitesse**)



27

Fig. 7.3 Reponse Indicieille de la Grandeur de Commande ( $U_{cm}$ )



Avec :

$$F1(\xi) = K_{em} (1 - Z_{em})$$

$$F0(\xi) = K_{em} (Z_{em} - Z_{em})$$

La réponse à une entrée échelon unitaire est :

$$U_{di}(Z, \xi) = \frac{Z}{Z-1} G_{di}(Z, \xi)$$

Cette relation est mise sous forme :

$$U_{di}(Z, \xi) = \frac{B5.Z^5 + B4.Z^4 + B3.Z^3 + B2.Z^2}{Z^5 + A4.Z^4 + A3.Z^3 + A2.Z^2 + A1.Z + A0} \quad (2-25)$$

avec :

$$B5 = b3.F1(\xi)$$

$$A4 = a2 - Z_{em} - 1$$

$$B4 = b3.F2(\xi) + b2.F1(\xi)$$

$$A3 = a1 - a2.Z_{em} - a2 = Z_{em}$$

$$B3 = b2.F2(\xi) + b1.F1(\xi)$$

$$A2 = a0 - a1.Z_{em} + a2.Z_{em} - a1$$

$$B2 = b1.F2(\xi)$$

$$A1 = a1.Z_{em} - a0.Z_{em} - a0$$

$$B1 = B0 = 0$$

$$A0 = a0.Z_{em}$$

la méthode recursive aussi nous donne;

$$U_{di}(0, \xi) = B5$$

$$U_{di}(1, \xi) = B4 - A4.U_{di}(0, \xi)$$

$$U_{di}(2, \xi) = B3 - A4.U_{di}(1, \xi) - A3.U_{di}(0, \xi) \quad (2-26)$$

$$U_{di}(3, \xi) = B2 - A4.U_{di}(2, \xi) - A3.U_{di}(1, \xi) - A2.U_{di}(0, \xi)$$

$$U_{di}(4, \xi) = B1 - A4.U_{di}(3, \xi) - A3.U_{di}(2, \xi) - A2.U_{di}(1, \xi) - A1.U_{di}(0, \xi)$$

$$U_{di}(5, \xi) = B0 - A4.U_{di}(4, \xi) - A3.U_{di}(3, \xi) - A2.U_{di}(2, \xi) - A1.U_{di}(1, \xi) - A0.U_{di}(0, \xi)$$

Pour  $n > 5$

$$U_{di}(K, \xi) = A4.U_{di}(K-1, \xi) - A3.U_{di}(K-2, \xi) - A2.U_{di}(K-3, \xi) - A1.U_{di}(K-4, \xi) - A0.U_{di}(K-5, \xi)$$

Les figures : (Fig. 7-1), (Fig. 7-2) / (Fig. 7-3) représentent les résultats obtenus par le traitement numérique.

2.8.: INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL SUR LES REponses INDICIELLES:

2.8.1.: Réponse indicielle du courant:

La fonction de transfert en boucle fermé devient alors :

$$G_{ij}(Z, \xi) = \begin{cases} \frac{Q_{io}(Z, 1+\xi - \xi_r)/Z \cdot Pi(Z)}{1 + Q_{io}(Z, 1-\xi_r)/Z Pi(Z)} & 0 \leq \xi \leq \xi_r \\ \frac{Q_{io}(Z, \xi - \xi_r)/Pi(Z)}{1 + Q_{io}(Z, 1-\xi_r)/Z Pi(Z)} & 0 \leq \xi \leq 1 + \xi_r \end{cases}$$

La deuxième relation est valable en toute rigueur dans le domaine  $\xi_r \leq \xi \leq 1 + \xi_r$ , alors on peut l'utiliser dans notre cas.

Ce qui donne la réponse à l'échelon:

$$I(Z, \xi) = \frac{b'_4 (\sqrt{V}) Z^4 + b'_3 (\sqrt{V}) Z^3 + b'_2 (\sqrt{V}) Z^2 + b'_1 (\sqrt{V}) Z + b'_0 (\sqrt{V})}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad 0 \leq \xi \leq 1 + \xi_r$$

, avec

$$b'_4 (\sqrt{V}) = Kc D_2 (\sqrt{V})$$

$$b'_3 (\sqrt{V}) = Kc D_1 (\sqrt{V})$$

$$b'_2 (\sqrt{V}) = Kc D_0 (\sqrt{V})$$

$$b'_1 (\sqrt{V}) = b'_0 (\sqrt{V}) = 0$$

$$a_3 = Kc D_2 (1 - \xi_r) - Z_{cm} - 2$$

$$a_2 = Kc (D_1 (1 - \xi_r) - D_2 (1 - \xi_r)) + 2 Z_{cm} + 1$$

$$a_1 = Kc (D_0 (1 - \xi_r) - D_1 (1 - \xi_r)) - Z_{cm}$$

$$a_0 = -Kc D_0 (1 - \xi_r)$$

2.8.2.: Réponse indicielle de la grandeur de commande

Par analogie avec le raisonnement précédent on aboutit à la réponse à un échantillon unitaire

$$U_{cM}(Z, \xi) = \frac{b'_4 (\sqrt{V}) Z^4 + b'_3 (\sqrt{V}) Z^3 + b'_2 (\sqrt{V}) Z^2}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0}$$

avec

$$b'_4 = Kc$$

$$b'_3 = -Kc (Z_{cm} + Z_t)$$

$$b'_2 = Kc \cdot Z_{cm} \cdot Z_t$$

$$b'_1 = b'_0 = 0$$

$$a_3 = Kc D_2 (1 - \xi_r) - Z_{cm}$$

$$a_2 = Kc (D_1 (1 - \xi_r) - D_2 (1 - \xi_r)) + Z_t Z_{cm} + Z_{cm} + Z_t$$

$$a_1 = Kc (D_0 (1 - \xi_r) - D_1 (1 - \xi_r))$$

$$a_0 = -Kc D_0 (1 - \xi_r)$$

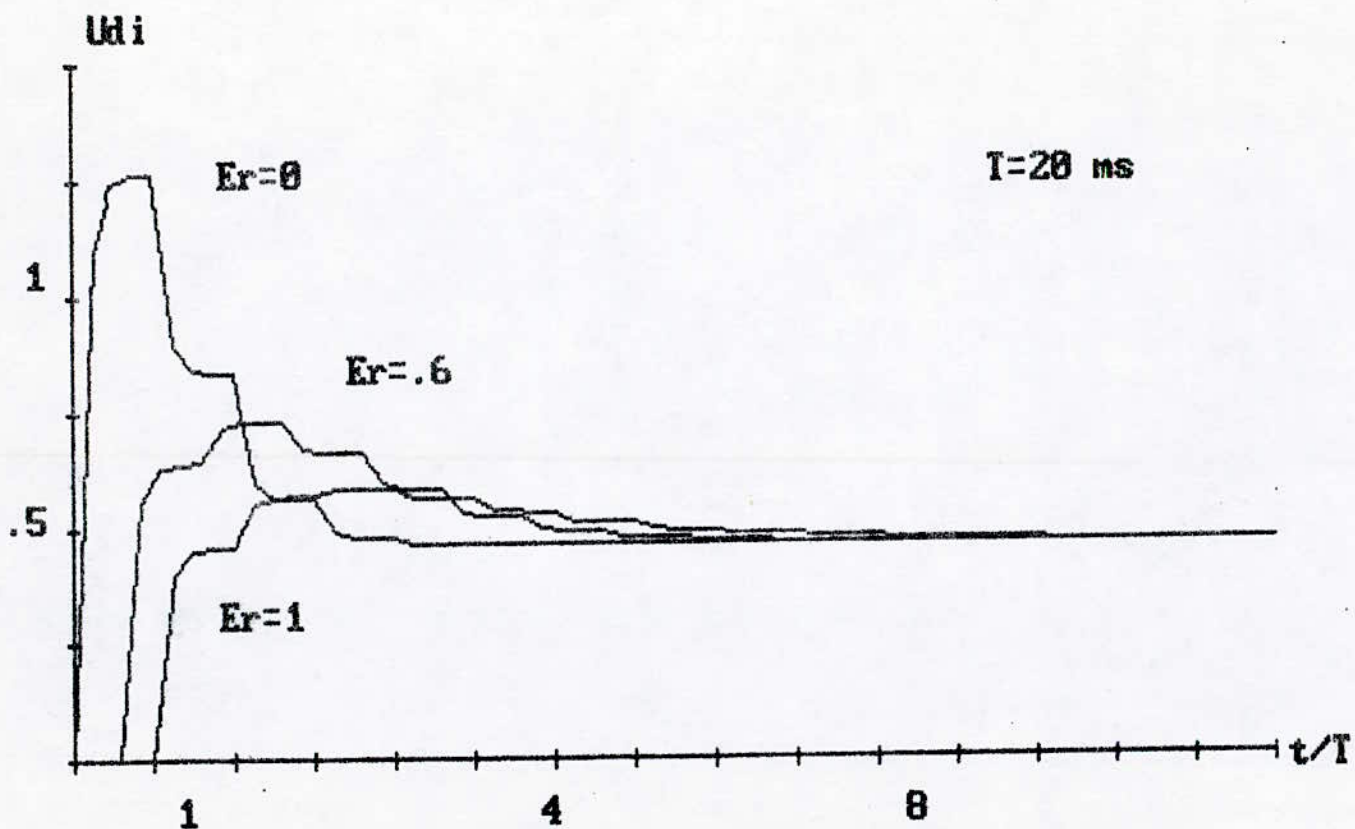


Fig.5 Réponse indicielle de la Tension  $U_{di}$   
 -INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL-



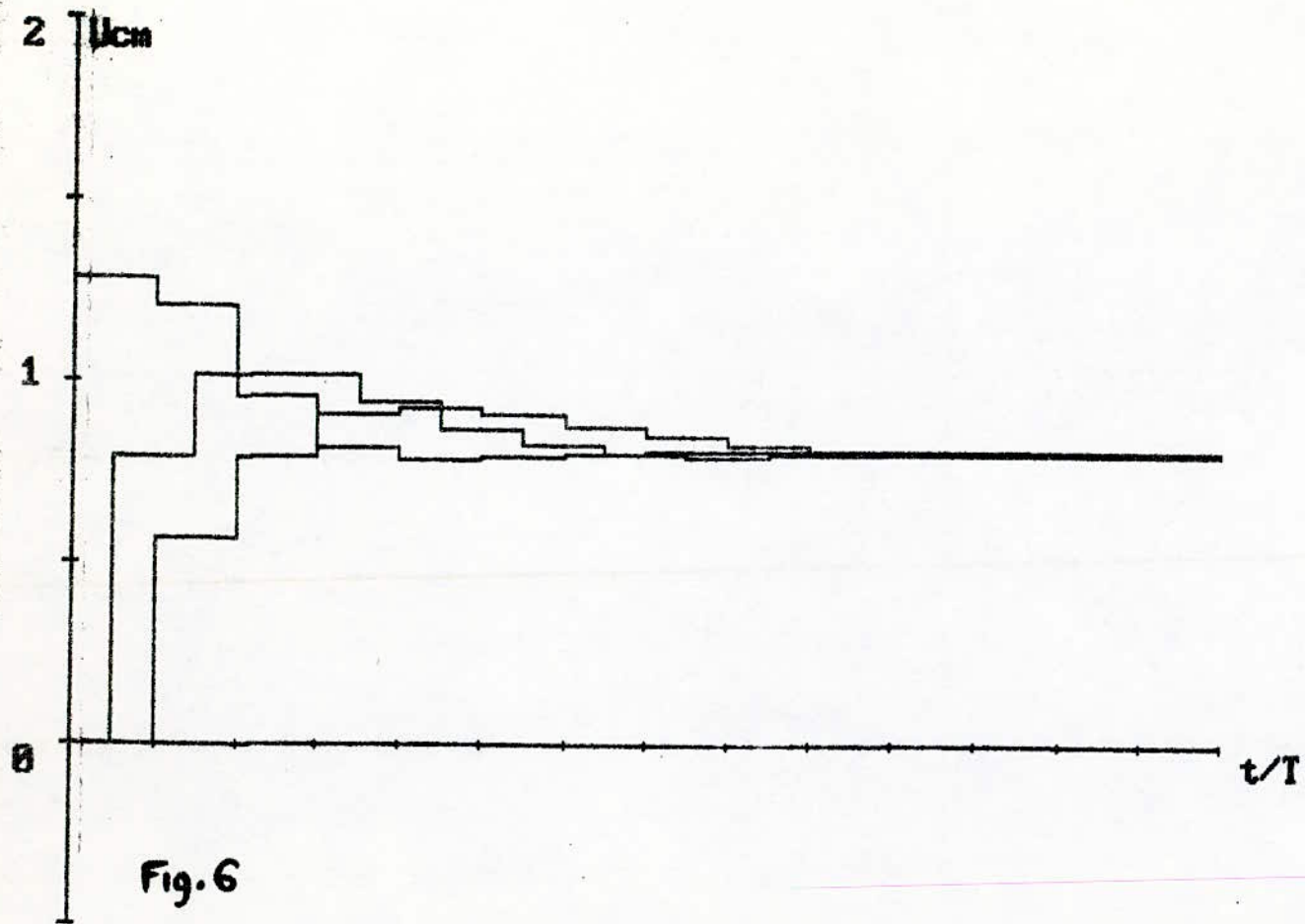


Fig. 6

Influence du temps de calcul sur la Grandeur de Commande  $U_{cm}$

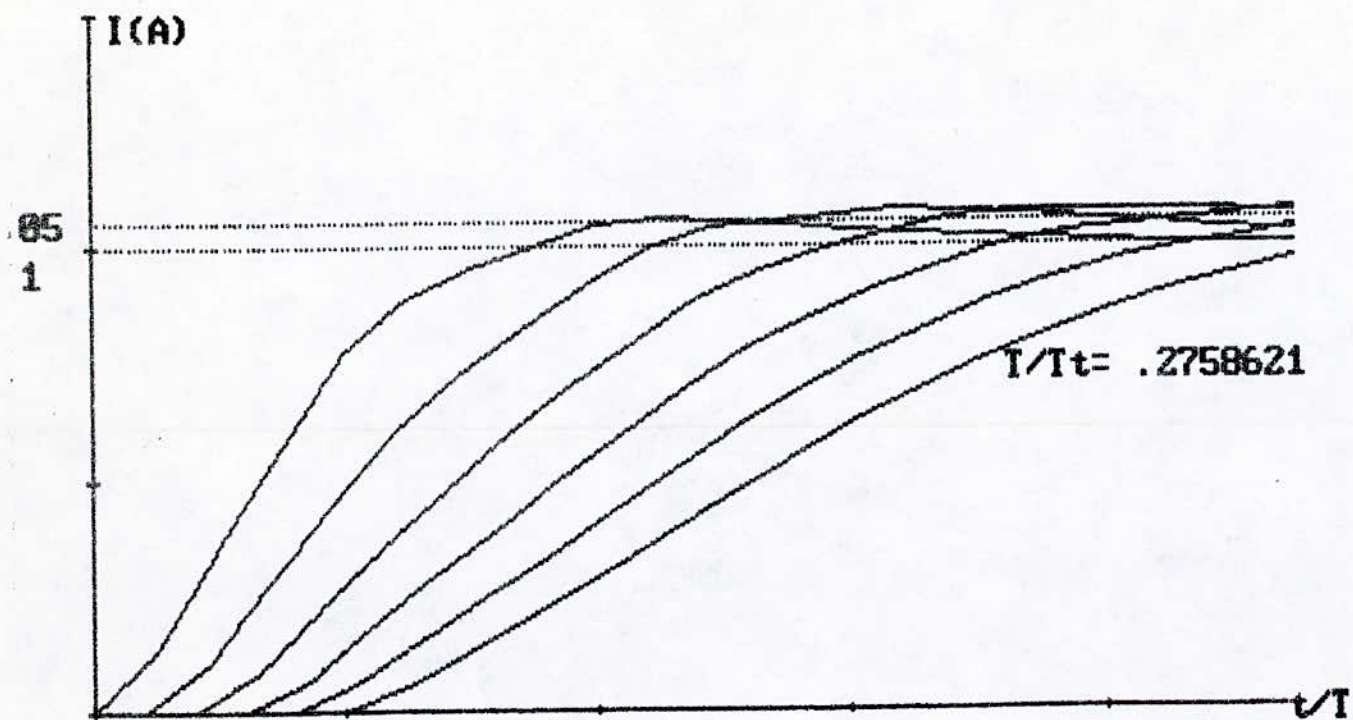


Fig 7 Réponse indicielle (courant)...influence du temps du calcul

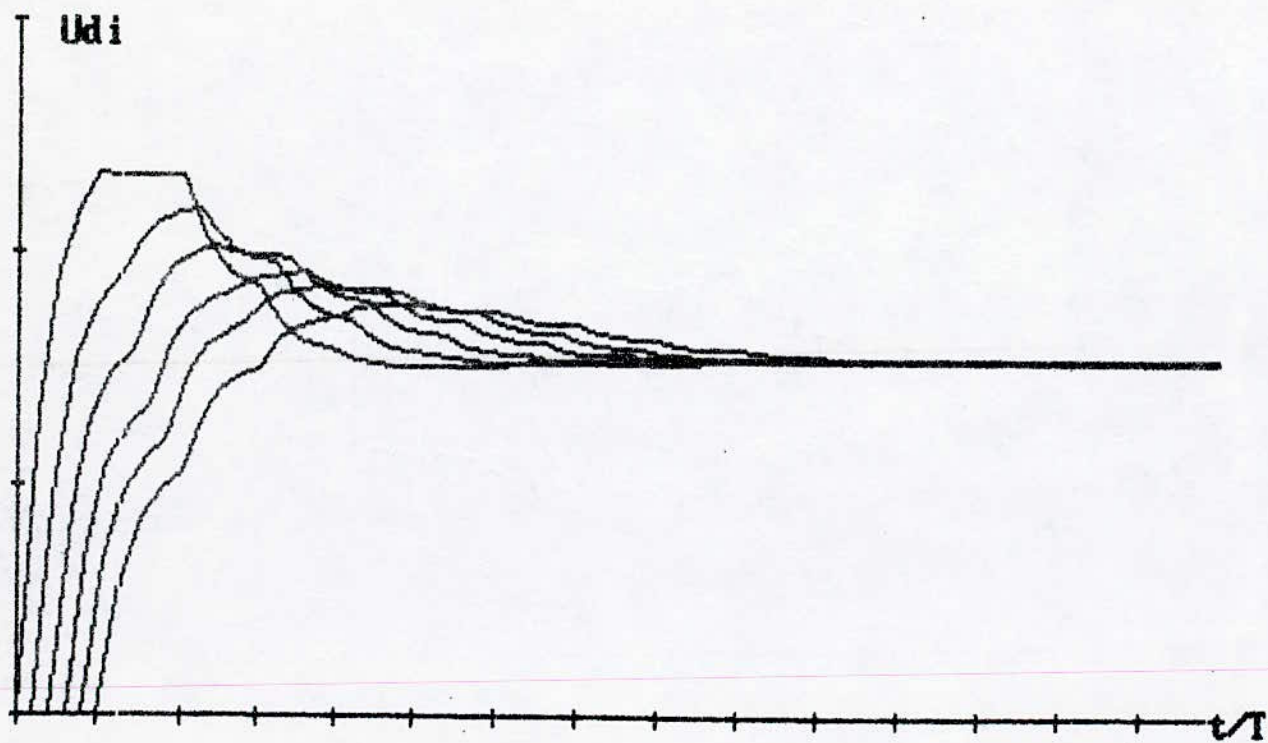


Fig 8 Réponse indicielle  $U_{di}$  .... influence du temps de calcul



2.8.3: Réponse indicielle à la sortie du convertisseur

Les déductions faites précédemment permettent d'obtenir par la même méthode la réponse à l'échelon:

$$U_{di} = \frac{B_5 Z^5 + B_4 Z^4 + B_3 Z^3 + B_2 Z^2}{Z^5 + A_4 Z^4 + A_3 Z^3 + A_2 Z^2 + A_1 Z + A_0}$$

$$\begin{aligned} B_5 &= b_4 D^1(V) & b_4 &= Kc \\ B_4 &= b''D^2(V) + b_2 D^1(V) & b_3 &= -Kc(Zt + Z_{cm}) \\ B_3 &= b_2 D^2(V) + b_1 D^1(V) & b_2 &= Kc \cdot Z_{cm} \cdot Zt \\ B_2 &= b_1(V) & b_1 &= b_0 = 0 \\ A_4 &= X - Z_{cm} - 1 & X &= Kc \cdot d^2(1 - \epsilon_r) - (Zt + Z_{cm}) \\ A_3 &= Y - X + Z_{cm} \cdot (1 - X) & Y &= Kcd^1(1 - \epsilon_r) + Z_{cm} \cdot Zt \\ A_2 &= R - X + Z_{cm}(X - Y) & R &= KcD^0(1 - \epsilon_r) \\ A_1 &= Z_{cm} xY - Z_{cm}(1 - C) \\ A_0 &= Z_{cm} \end{aligned}$$

Le traitement numérique permet d'illustrer le tracé des réponses indicielles des trois grandeurs en négligeant le temps de calcul, dans un premier temps, et en tenant compte du temps de calcul par la suite, les résultats sont données par les figures: (5, 6, 7, 8)

III- REGLAGE DIGITAL DE LA VITESSE:

L'étude de la boucle de vitesse se fait en remplaçant la boucle de courant par sa fonction de transfert en boucle fermée équivalente.

3.1 : Fonction de transfert équivalente:

L'approximation faite sur la surface de réglage du circuit de courant conduit à la fonction de transfert équivalente de la boucle de courant.

On obtient :

$$G_{se} = \frac{1}{1 + sT_e} \quad (3.1)$$

3.2 : Détermination de la constante de temps du système équivalent

Des déductions faites dans le 1er chapitre on aboutit à la formule :

$$T_e = \frac{Rt}{K_{cm} \cdot Kc} \quad (3.2)$$

Pour une constante de calcul non nulle, un programme (N8us) permet de calculer et de représenter les résultats. On obtient:

$\epsilon_r$	0.	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$T_e$	22.93	29.49	37.03	45.27	53.5	61.4

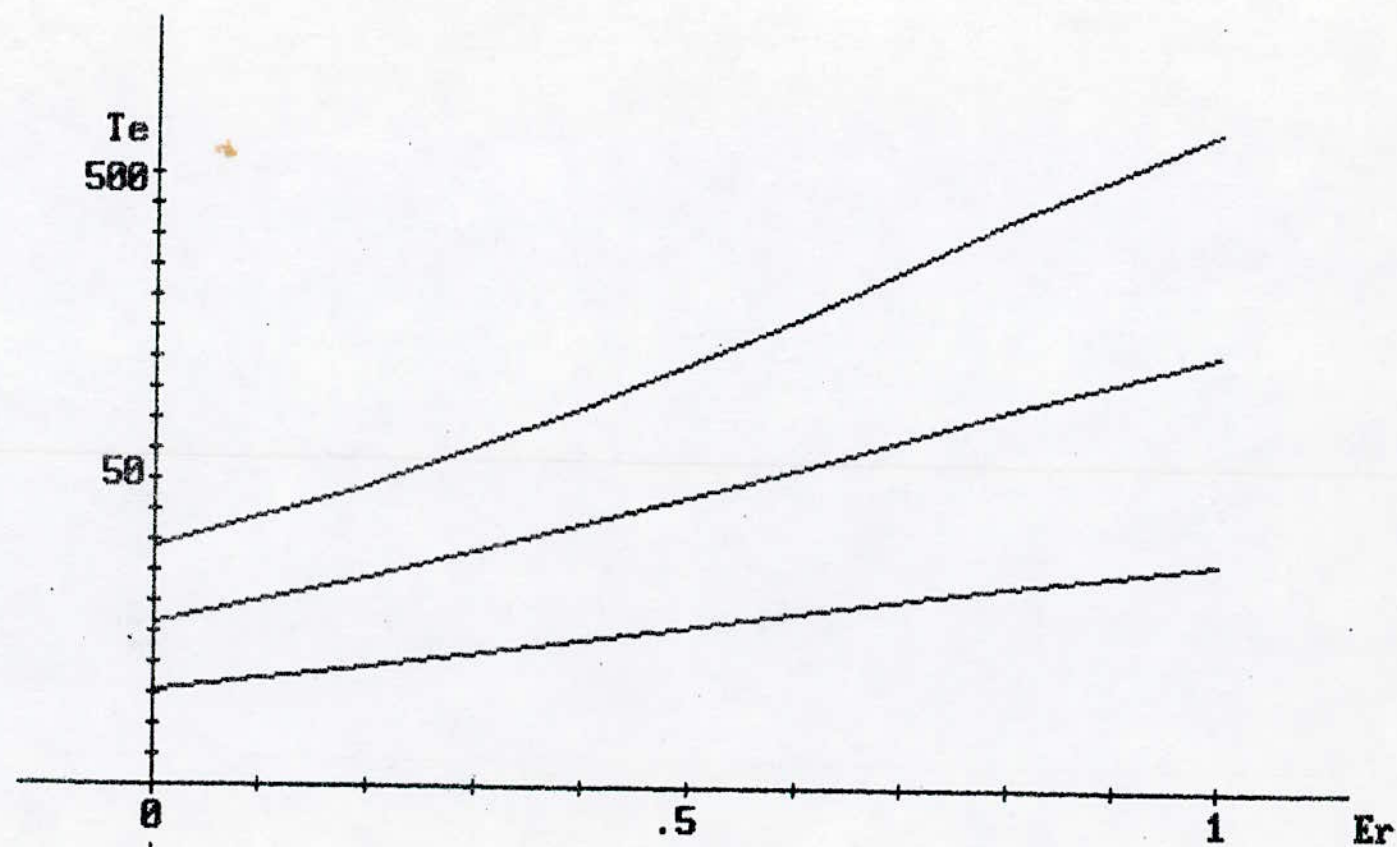


Fig 11 Influence du temps de calcul et de la periode d'echantillonnage sur la constante de temps équivalente du circuit de courant

3.3 : Etude du réglage :

Une fois la fonction de transfert équivalente de la boucle de courant déterminée ,le schéma-bloc de réglage devient:

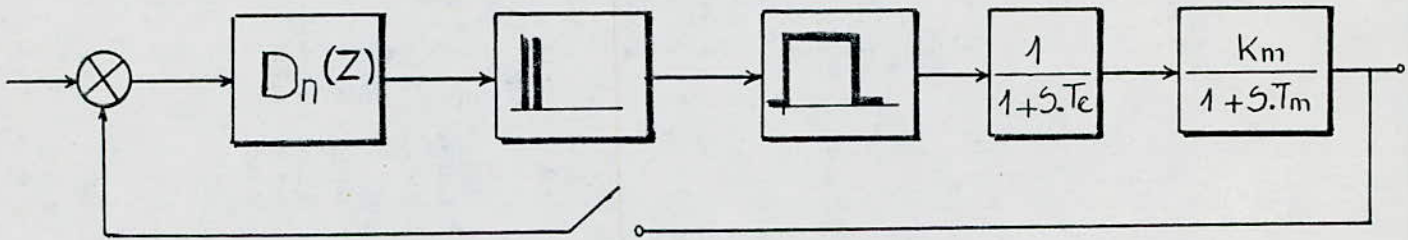
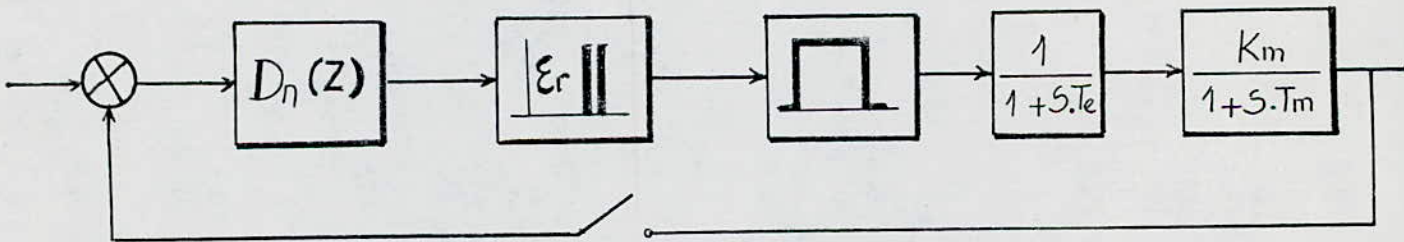


Fig 3.1

En tenant compte du temps de calcul le schéma devient :





Par analogie au traitement fait au chapitre (2) on obtient la fonction de transfert du circuit avec l'élément de maintien .

$$G_n(s) = \frac{1}{1+ST_e} \times \frac{K_m}{1+ST_m} \times \frac{1-\text{Exp}(-sT)}{s} \quad (3.3)$$

En passant à la transformé en Z, on obtient :

$$G_n(Z, \xi) = \frac{D_2(\xi)Z^2 + D_1(\xi)Z + D_0(\xi)}{(Z - Z_e)(Z - Z_m)} \quad (3.4)$$

avec

$$Z_e = \text{Exp}(-T/T_e)$$

$$Z_m = \text{Exp}(-T/T_m)$$

$$D_2(\xi) = \frac{K_m}{(T_e - T_m)} (T_e(1 - Z_e^\xi) - T_m(1 - Z_m^\xi))$$

$$D_1(\xi) = \frac{K_m}{(T_e - T_m)} [T_m(Z_e + Z_m) - T_e(Z_m + Z_e) - T_e Z_e^\xi Z_m - T_m Z_m^\xi Z_e + T_e Z_e^\xi T_m Z_m^\xi]$$

$$D_0(\xi) = \frac{K_m}{(T_e - T_m)} (Z_m \cdot Z_e \cdot T_e - T_m \cdot Z_m Z_e + T_m \cdot Z_e^\xi \cdot Z_m - T_e \cdot Z_m^\xi \cdot Z_e)$$

Et en tenant compte du temps de calcul

$$G_n(Z, \xi) = \begin{cases} \frac{Q_1(Z, 1 + \xi - \xi_r)}{ZP(Z)} & 0 \ll \xi \ll \xi_r \\ \frac{Q_2(Z, \xi - \xi_r)}{P(Z)} & \xi_r \ll \xi \ll 1 + \xi_r \end{cases}$$

En utilisant la même méthode que précédemment on obtient la fonction de transfert, en tenant compte de l'élément bloqueur et du temps de calcul:

$$G_n(Z, 0) = \frac{D_2(1 - \xi_r)Z^2 + D_1(1 - \xi_r)Z + D_0(1 - \xi_r)}{Z(Z - Z_e)(Z - Z_m)} \quad (3.5)$$

où les coefficients Di sont formulés ci-dessus (3.4)

### 3.3.1: Choix et dimensionnement du régulateur de vitesse:

1. Choix: Le choix et le dimensionnement du régulateur de vitesse sont basés sur la méthode présentée au paragraphe. 2.6.2. On a retenu un régulateur proportionnel intégral "PI" du fait que le système ne présente pas de comportement intégral.

2) Réponse harmonique :

La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par:

$$D G_o (Z,0) = D_n(Z) \times G_n(Z,0) \\ = K_n F_n (Z,0)$$

avec

$$F_n (Z,0) = \frac{D_2(1-\xi_r) \cdot Z^2 + D_1(1+\xi_r)Z + D_0(1-\xi_r)}{Z(Z-1)(Z-Z_e)} \quad (3.6)$$

En remplaçant Z par  $\exp \left\{ -j\Omega \right\}$  comme précédemment, la réponse harmonique est :

$$F (j\Omega, 0) = \frac{P + jQ}{R + S}$$

avec :

$$P = D_2^* \cos 2w + D_1^* \cos w + D_0^* \quad (3.7)$$

$$Q = D_2^* \sin 2w + D_1^* \sin w$$

$$R = (\cos 2w - \cos w)(\cos w - z_{cm}) - \sin w (\sin 2w - \sin w)$$

$$S = \sin w \cdot (\cos 2w - \cos w) + (\sin 2w - \sin w) (\cos w - z_e)$$

d'où :

$$F (j\Omega, 0) = \frac{1}{(R^2 + S^2)} \left[ (PR+QS) + (QR-PS) \right]$$

Un traitement numérique permet d'illustrer le tracé de la réponse harmonique dans le plan de Nyquist. Fig (3.1) Fig (3.2)

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant:

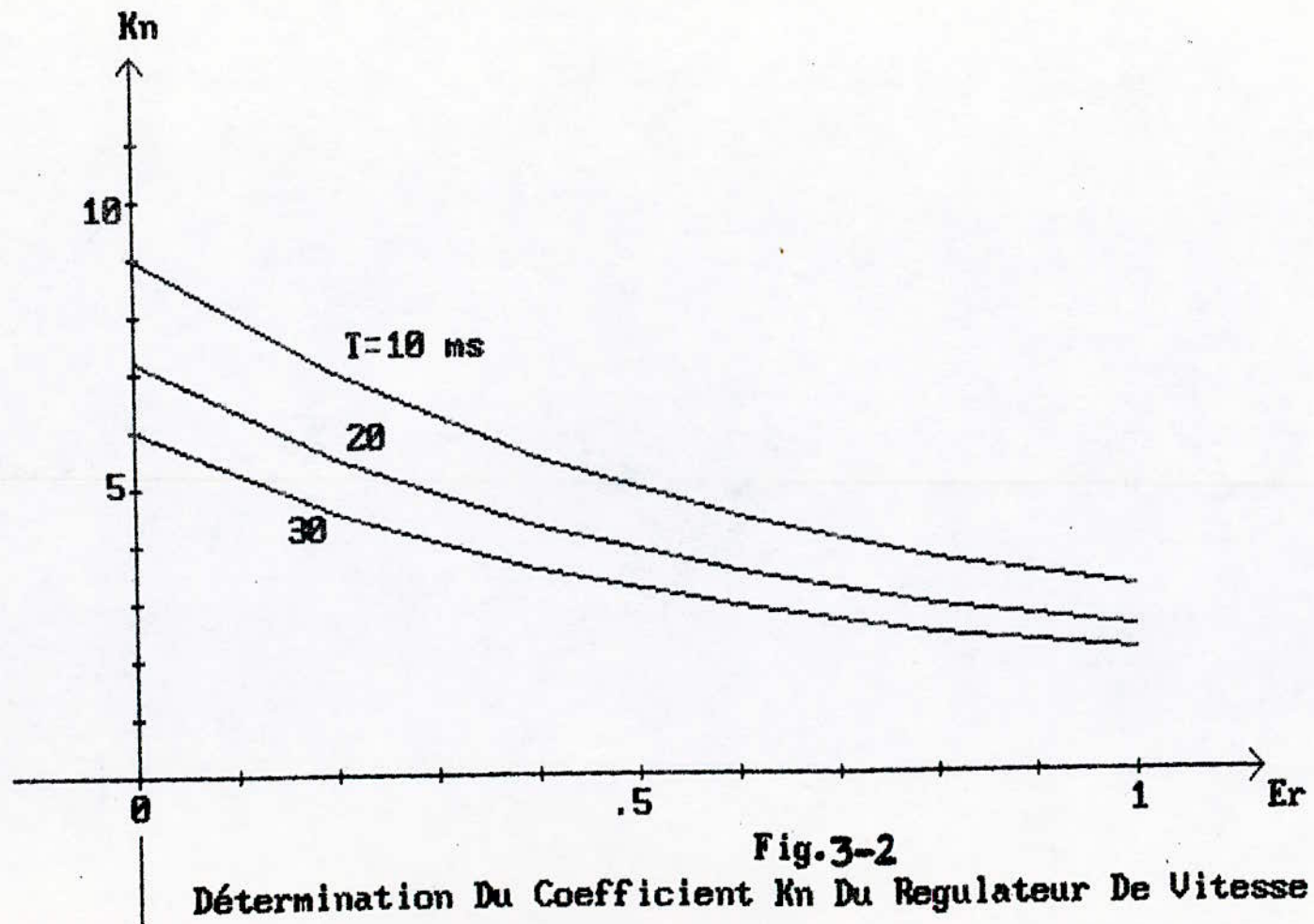
$\xi_r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
KN	7.18	5.50	4.32	3.51	2.91	2.1
KNP	0.023	0.017	0.014	0.011	0.009	0.006
KNI	7.153	5.479	4.303	3.496	2.899	2.09

Rq:

On a supposé que les deux boucles fonctionnent avec la même période d'échantillonnage.

3.3.2.: Réponse indicielle de la grandeur vitesse:

En considérant le schéma-bloc du réglage proposé à la Fig(3.1) on détermine la fonction de transfert en boucle fermée:





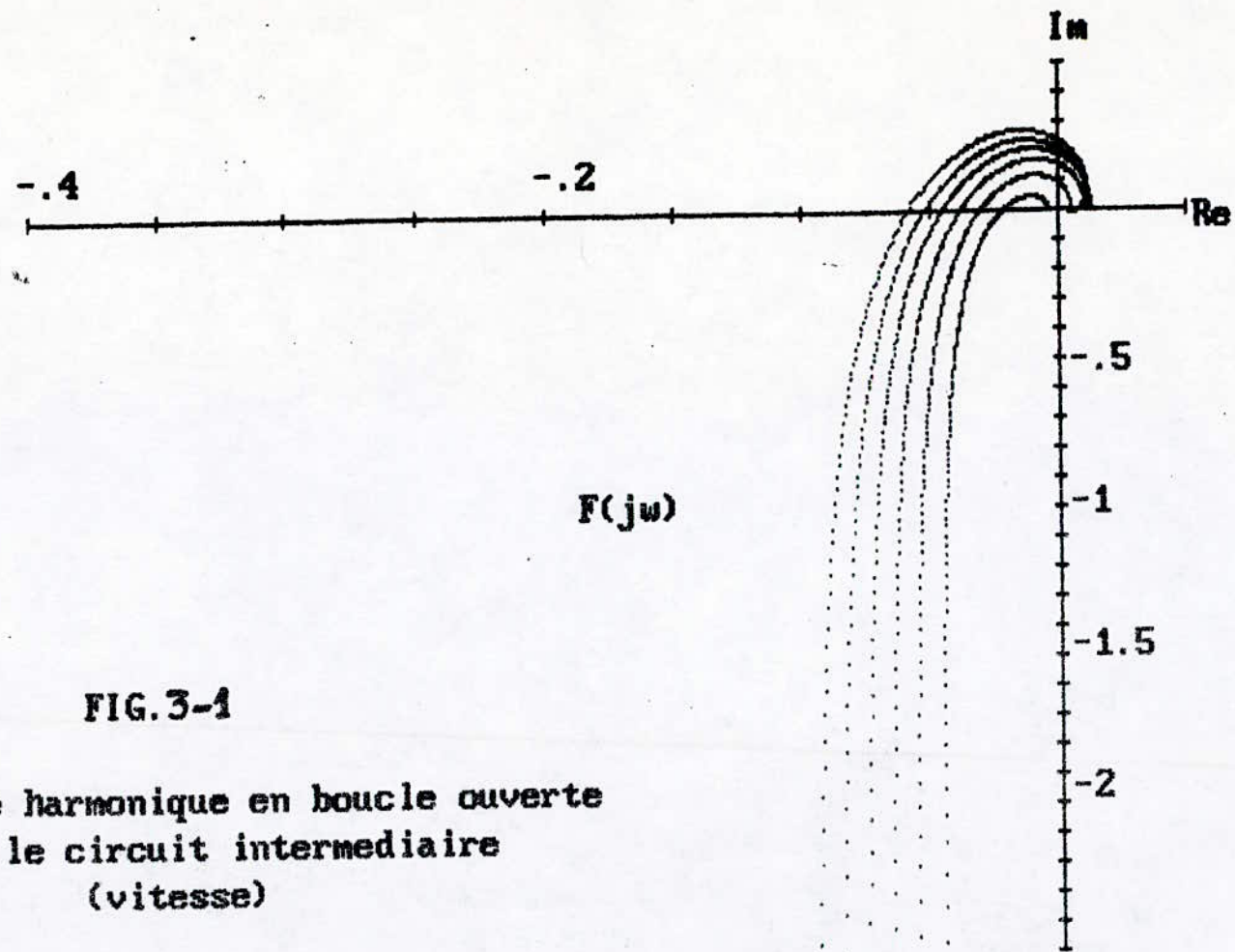


FIG. 3-1

Reponse harmonique en boucle ouverte  
pour le circuit intermediaire  
(vitesse)

$$G_{nf}(Z, \xi) = \frac{G_{n0}(Z, \xi)}{1 + G_{n0}(Z, 0)} \quad (3.8)$$

d'où

$$G_{nf}(Z, \xi) = \frac{K_n D_2(\xi) Z^3 + K_n D_1(\xi) Z + D_0(\xi) Z}{Z(Z-1)(Z-Ze) + K_n D_2(1) Z^2 + K_n D_1(1) Z + K_n D_0(1)} \quad (3.9)$$

La réponse à l'échelon unitaire est :

$$N(Z, \xi) = \frac{Z}{Z-1} G_{nf}(Z, \xi)$$

$$N(Z, \xi) = \frac{b_4 Z^4 + b_3 Z^3 + b_2 Z^2 + b_1 Z + b_0}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (3.10)$$

avec

$$b_4 = K_n D_2(\xi)$$

$$a_3 = K_n D_2(1) - Ze - 2$$

$$b_3 = K_n D_1(\xi)$$

$$a_2 = K_n D_1(1) + 2Ze + 1 - K_n D_2(1)$$

$$b_2 = K_n D_0(\xi)$$

$$a_1 = K_n D_0(1) - D_1(1)$$

$$b_1 = b_0 = 0$$

$$a_0 = -K_n D_0(1)$$

En tenant compte du temps de calcul, la fonction de transfert en boucle fermée devient:

$$G_{nf}(Z, \xi) = \begin{cases} \frac{G_n(Z, \xi) \cdot D_n(Z)}{Z^n P_n(Z) + K_n Q_n(Z, 1 - \xi r)} & 1 - \xi r \leq \xi \leq 1 \\ \frac{Z K_n Q_n(Z, \nu)}{Z^n P_n(Z) + K_n Q_n(Z, 1 - \xi r)} & 0 \leq \nu \leq 1 - \xi r \end{cases} \quad (3.11)$$

Comme il a été déjà dit, la deuxième relation est plus commode pour le calcul de la réponse indicielle:

d'où:

$$G_{nf}(Z, \nu) = \frac{K_n D_2(\nu) Z^3 + K_n D_1(\nu) Z^2 + K_n D_0(\nu) Z}{Z^3 + Z^2(K_n D_2(1 - \xi r) - Ze - 1) + Z(K_n D_2(1 - \xi r) + Ze) + K_n D_0(1 - \xi r)} \quad (3.12)$$

la réponse à l'échelon unité est donnée par l'expression:

$$N(Z, \xi) = \frac{Z}{Z-1} G_{nf}(Z, \xi) \quad 0 \leq \nu \leq 1 - \xi r$$

alors:

$$N(Z, \xi) = \frac{b_4 Z^4 + b_3 Z^3 + b_2 Z^2 + b_1 Z}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (3.13)$$

$$b_4 = Kn (D_2(V))$$

$$a_3 = Kn D_2(1-\epsilon_r) - Ze^{-2}$$

$$b_3 = Kn D_1(V)$$

$$a_2 = Kn D_1(1-\epsilon_r) - D_2(1-\epsilon_r) + 2Ze^{-1}$$

$$b_2 = Kn D_0(V)$$

$$a_1 = Kn D_0(1-\epsilon_r) - D_1(1-\epsilon_r) - Ze$$

$$b_1 = b_0 = 0$$

$$a_0 = -Kn D_0(1-\epsilon_r)$$

En utilisant la méthode <sup>é</sup>recursive on obtient:

$$N(0, \epsilon) = b_4$$

$$N(1, \epsilon) = b_3 - a_3 N(0, \epsilon)$$

$$N(2, \epsilon) = b_2 - a_3 N(1, \epsilon) - a_2 N(0, \epsilon)$$

$$N(3, \epsilon) = b_1 - a_3 N(2, \epsilon) - a_2 N(1, \epsilon) - a_1 N(0, \epsilon)$$

$$N(4, \epsilon) = b_0 - a_3 N(3, \epsilon) - a_2 N(2, \epsilon) - a_1 N(1, \epsilon) - a_0 N(0, \epsilon)$$

pour un degré 4

$$N(K, \epsilon) = a_3 N(K-1, \epsilon) - a_2 N(K-2, \epsilon) - a_1 N(K-3, \epsilon) - a_0 N(K-4, \epsilon) \quad (3.14)$$

### 3.3.3: Réponse indicielle du courant avec introduction du circuit vitesse:

L'expression du courant tenant compte du circuit de vitesse s'exprime par :

$$I_n(Z, \epsilon) = \frac{G_{ie}(Z, \epsilon) \times D_n(Z) \times N_c(Z)}{1 + G_n(Z, 0) \cdot D_n(Z)} \quad (3.15)$$

La fonction de transfert liant les grandeurs  $I(Z, \epsilon)$  et la consigne vitesse est :

$$G_{NI}(Z, \epsilon) = \frac{G_{ie}(Z, \epsilon) D_n(Z)}{A + G_n(Z, 0) \cdot D_n(Z)}$$

on obtient alors la réponse indicielle:

$$I_n(Z, \epsilon) = \frac{b_4 Z^4 + b_3 Z^3 + b_2 Z^2}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (3.16)$$

Avec :

$$b_4 = Kn d_1(V)$$

$$d_1(V) = 1 - Z_E; d_0(V) = Z_E - Z_E$$

$$b_3 = Kn (d_0(V) - d_1(V))$$

$$b_2 = Kn d_0(V)$$

$$b_1 = b_0 = 0$$

Le traitement par la méthode récursive donne:

$$I(0, \epsilon) = b_4$$

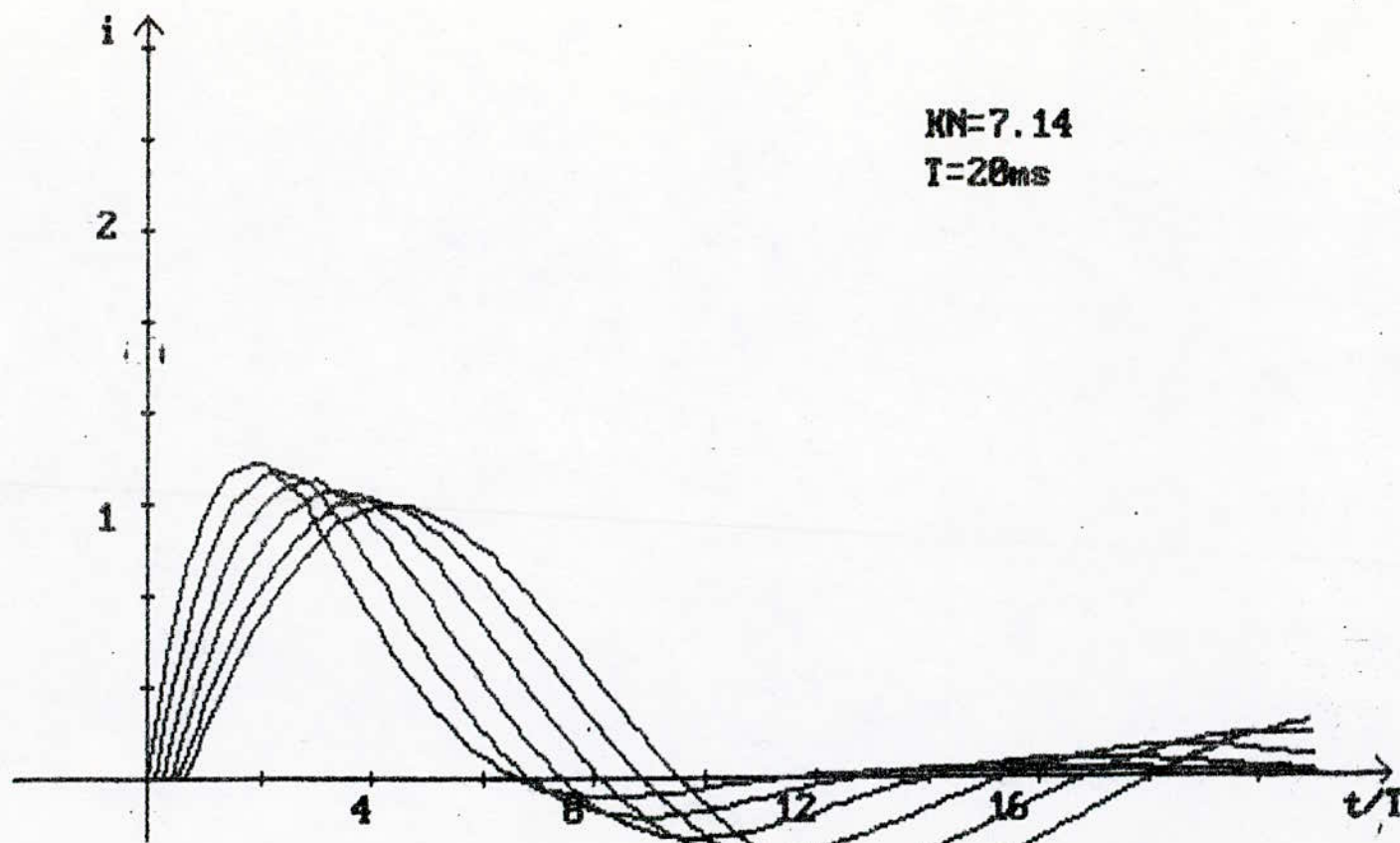
$$I(1, \epsilon) = b_3 - a_3 i(0, \epsilon)$$

$$I(2, \epsilon) = b_2 - a_3 i(1, \epsilon) - a_2 i(0, \epsilon)$$

$$I(3, \epsilon) = b_1 - a_3 i(2, \epsilon) - a_2 i(1, \epsilon) - a_1 i(0, \epsilon)$$

$$I(4, \epsilon) = b_0 - a_3 i(3, \epsilon) - a_2 i(2, \epsilon) - a_1 i(1, \epsilon) - a_0 i(0, \epsilon)$$





43

**Fig.3-9c Réponse Indicielle du Courant (en tenant compte du circuit vitesse)**  
**-INFLUENCE DU TEMPS DE CALCUL-**

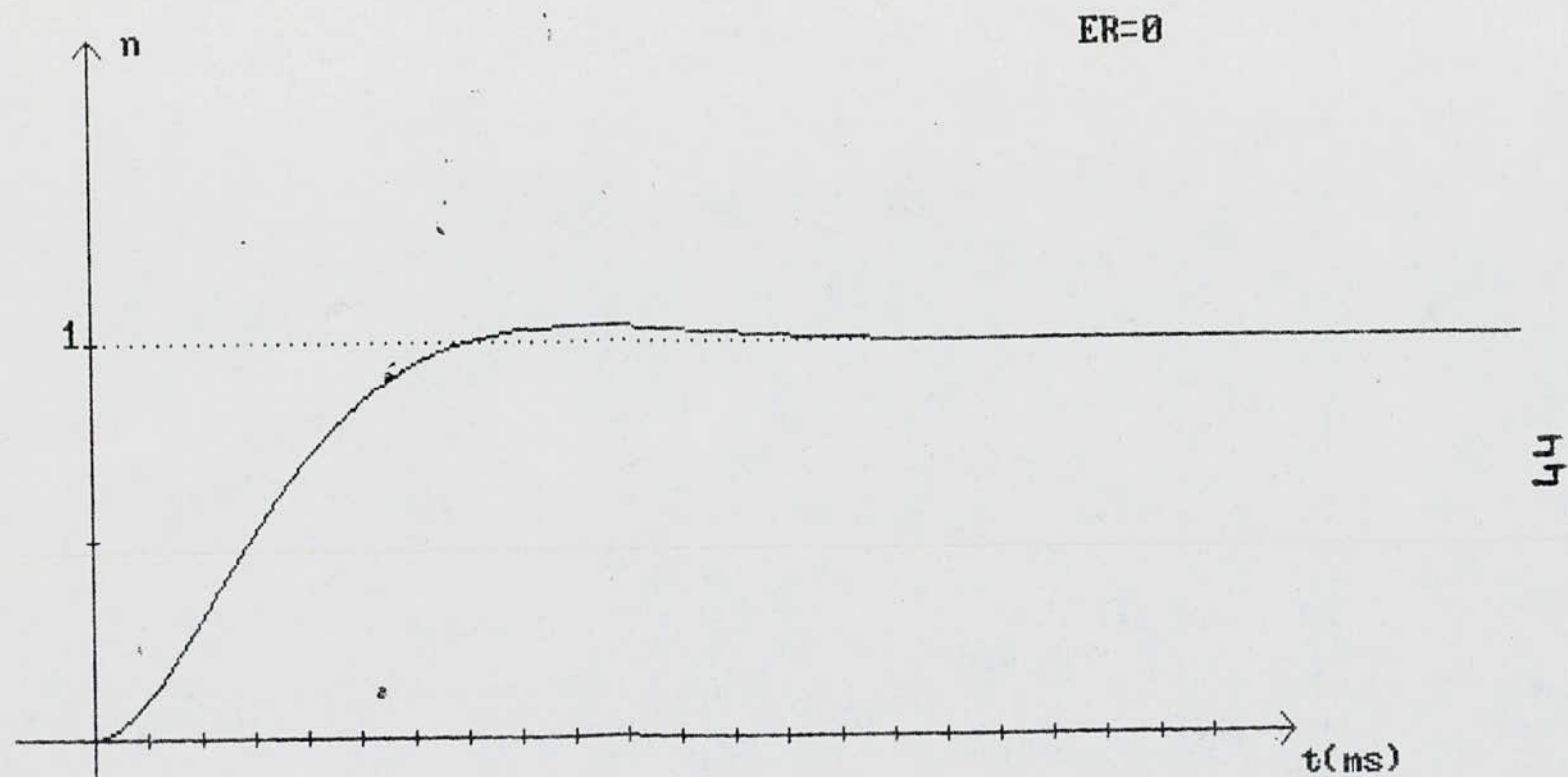


Fig.3-8 Réponse Indicielle de la Vitesse

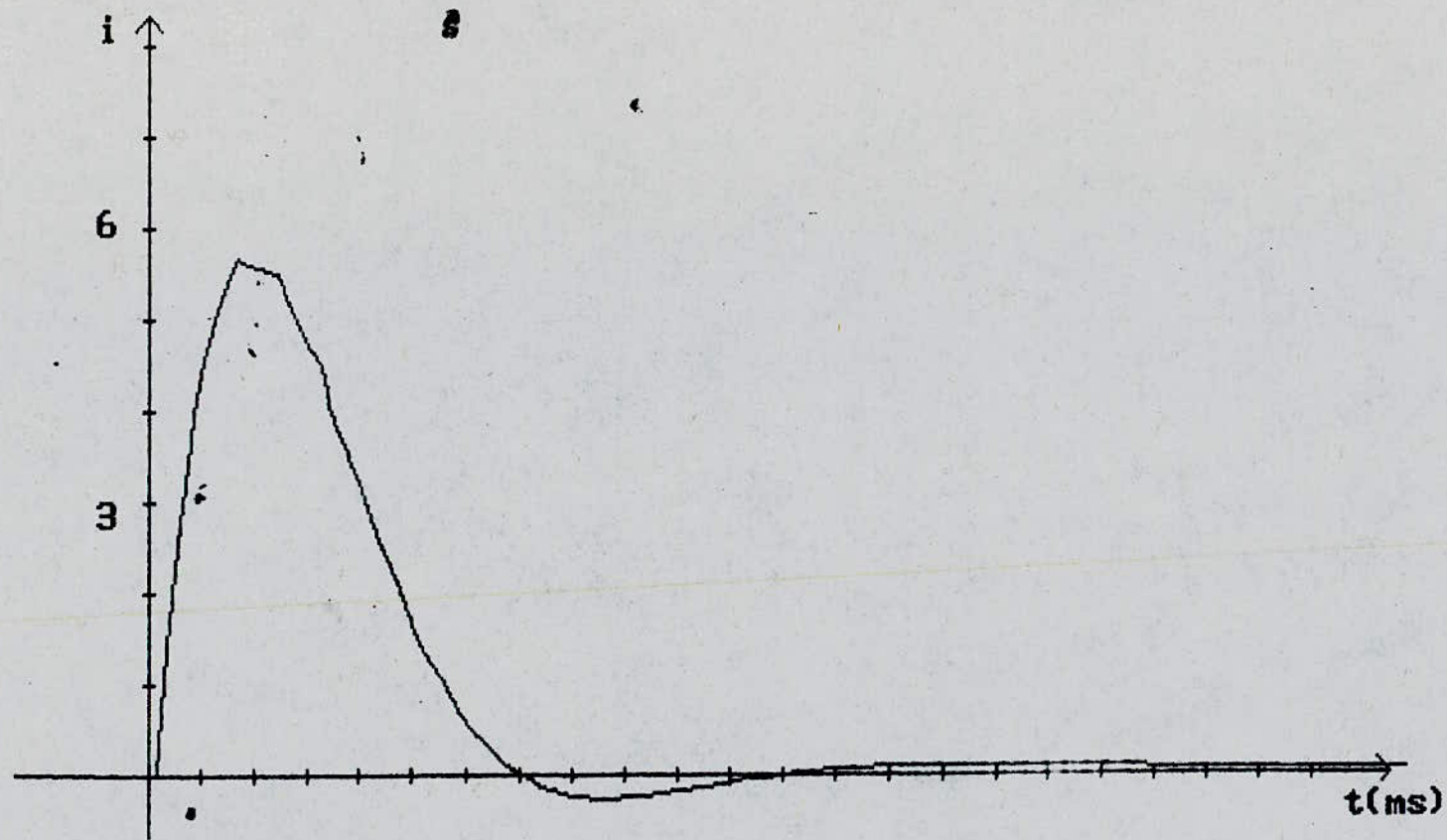
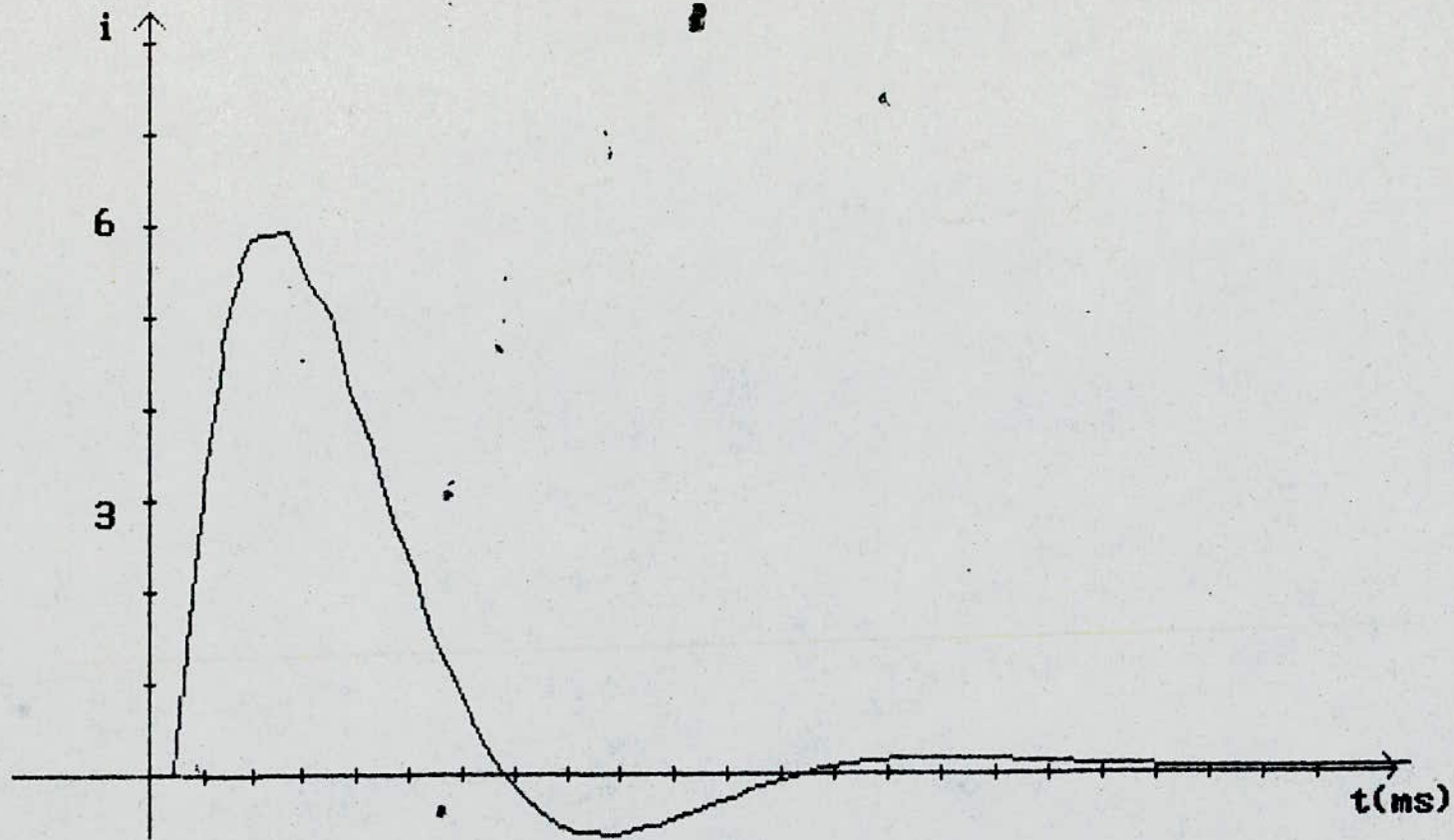


Fig.3-90 Réponse Indicielle du Courant (en tenant compte du circuit vitesse)





46

Fig.3-9.b Réponse Indicielle du Courant (en tenant compte du circuit **vitesse**)

pour un degré  $> 4$

$$I(K, \xi) = -a_3 \cdot I(K-1, \xi) - a_2 I(K-2, \xi) - a_1 \cdot I(K-3, \xi) - a_0 I(K-4, \xi)$$

le tracé des réponses indicielles se fait

par un traitement numérique. Les résultats sont donnés par les figures ( fig.3.8 ) ; (Fig 3.9. a,b,c,).

#### REMARQUES:

En consultant le tracé des réponses indicielles des grandeurs courant, vitesse, tension de commande et position, nous pouvons conclure que l'existence d'un temps de calcul est néfaste pour le système.

La grandeur de commande est touchée par ce retard, sa valeur maximale décroît avec l'augmentation du retard; ceci est dû au fait que la qualité du réglage se dégrade et l'intervention du régulateur devient faible lorsqu'un retard pur existe, notons encore qu'il accentue les oscillations, particulièrement pour la grandeur courant et la grandeur position.

Le retard pur diminue la rapidité de réglage; il cause un relatif ralentissement des phénomènes transitoires: à savoir que le temps de montée croît avec l'augmentation du retard pur.

#### Conclusion :

Il est très intéressant de tenir compte du temps de calcul lorsqu'il est notable, dans la commande d'un processus. Néanmoins si la valeur de ce retard est très petite, nous pouvons considérer que le système répond en un temps réel, et les performances dynamiques du système resteront toujours très satisfaisantes:

## C H A P I T R E V

### REGLAGE DIGITAL DE LA POSITION:

L'étude de la boucle externe qui constitue le circuit principal, se fait avec les techniques utilisées dans le chapitre précédent:

#### 4.1 : Fonction de transfert équivalente:

En remplaçant la boucle de régulation de la grandeur vitesse par une fonction de transfert du premier ordre (3.1)

on obtient :

$$G_{se} = \frac{1}{1 + sT_e'} \quad (4.1)$$

#### 4.2 : Détermination de la constante de temps du système équivalent:

Comme précédemment (3.2) on aboutit à la relation suivant.

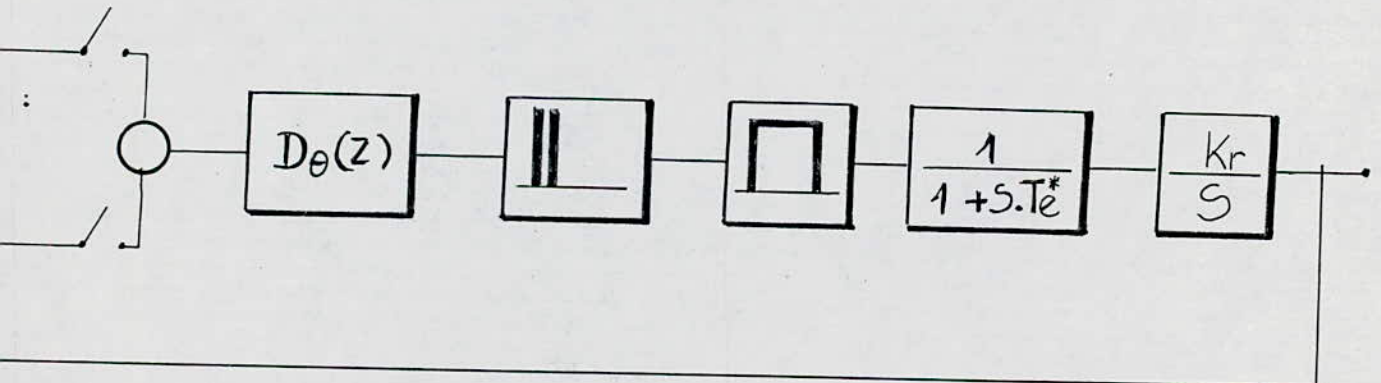
$$T'e = \frac{1}{K_m \cdot K_n (1 - \text{Exp}(-T / T_e))}$$

pour une constante de temps non nulle un programme est élaboré .Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant:

r	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
T'e	52.8	67.59	85.58	105.34	127.06	176.07

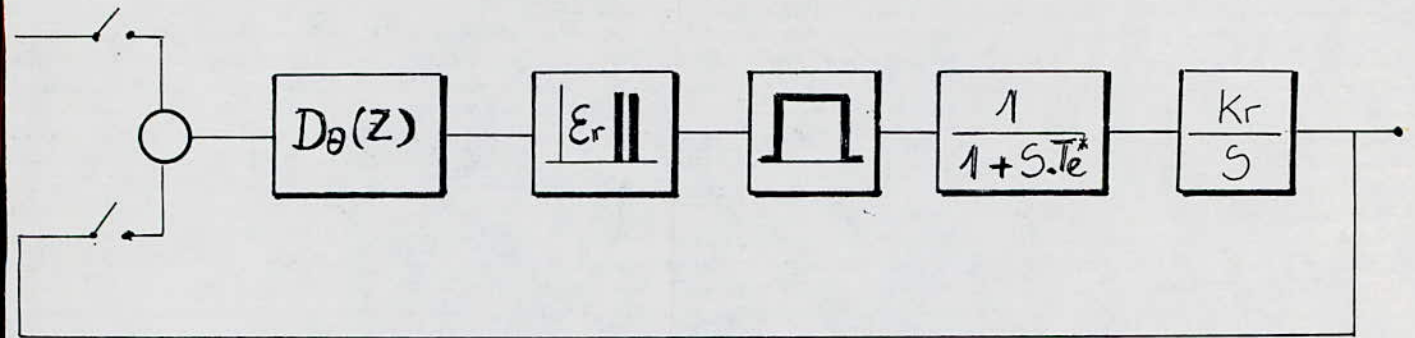
#### 4.3 : Etude du réglage:

Lorsque la boucle de vitesse est assilée à une fonction de transfert du 1er ordre, le schéma bloc devient:





en tenant compte du temps de calcul nous aurons:



la fonction de transfert en tenant compte de l'élément de maintien

$$G_{\theta}(S) = \frac{1}{N(1+StE)} \times \frac{1 - \text{Exp}^{-ST}}{S} \quad (4.2)$$

En passant à la transformée en Z, elle s'écrit :

$$G_{\theta}(Z, \epsilon) = \frac{Z-1}{Z} \times \frac{KTZ( Z + (1-\epsilon) )}{(Z-1)^2} - \frac{KT\epsilon'Z}{Z-1} + \frac{KT'e \text{Exp}^{-T/T_e}}{Z-Z_i}$$

$$\text{avec } K = 1/N ; Z_i = \text{Exp}^{-T/T_e} \quad (4.3)$$

mise sous une forme plus simple : l'équation (4.3.) devient:

$$G_{\theta}(Z, \epsilon) = Q(Z, \epsilon) = \frac{D_2(\epsilon) Z^2 + D_1(\epsilon)Z + D_0(\epsilon)}{Z(Z-1)(Z-Z_i)} \quad (4.4)$$

avec :

$$D_2(\epsilon) = K [T\epsilon + T_e' (Z_i \epsilon - 1)]$$

$$D_1(\epsilon) = K [T(1-\epsilon - Z_i \epsilon) + T_m(1+Z_i-2Z_i \epsilon)]$$

$$D_0(\epsilon) = K [-TZ_i(1-\epsilon) + T_m(Z_i \epsilon - Z_i)]$$

En tenant compte du temps de calcul on a:

$$G_{\theta}(Z, ) = \frac{Q(Z, 1-\epsilon_r)}{Z(Z-1)(Z-Z_i)} \quad (4.5)$$

mise sous la forme de l'équation (4.4) on obtient:

$$D_2(\mathcal{E}) = K \left[ T(1 - \mathcal{E}_r) + T_i \left( Z_i^{1-\mathcal{E}_r} - 1 \right) \right]$$

$$D_1(\mathcal{E}) = K \left[ T(\mathcal{E}_r - Z_i(1 - \mathcal{E}_r)) + T_e (1 + Z_i - 2Z_i^{1-\mathcal{E}_r}) \right]$$

$$D_0(\mathcal{E}) = K \left[ -TZ (\mathcal{E}_r + T_e (Z_i^{1-\mathcal{E}_r} - Z_i)) \right]$$

#### 4.3.1. Choix et dimensionnement du régulateur:

##### 1- Choix du régulateur:

Sachant que le système possède un comportement intégral, un régulateur de type proportionnel -dérivé suffit pour que l'écart de réglage s'annule.

Fonction de transfert du régulateur:

$$D_0(Z) = K_0 \cdot \frac{Z - Z_i}{Z} \quad Z_i: \text{pole dominant à compenser}$$

##### 2- Dimensionnement:

Dans ce cas aussi on applique la méthode de la réponse harmonique basée sur la marge de phase et la marge de gain.

##### 2.1.: Réponse harmonique:

La fonction de transfert en boucle ouverte se traduit par:

$$G_{\theta 0}(Z, 0) = D_{\theta}(Z) \cdot G_n(Z, 0)$$

$$G_{\theta 0}(z, 0) = K_0 F_{\theta}(Z, \theta)$$

avec :

$F_{\theta}(Z)$  en tenant compte du temps de calcul

$$F_0(Z) = \frac{D_2(\mathcal{E})Z^2 + D_1(\mathcal{E})Z + D_0(\mathcal{E})}{Z^2(Z-1)} \quad (4.6)$$

En remplaçant  $Z$  par  $\text{Exp}\{-j\Omega\}$ , l'équation (4.6) devient alors

$$F(j\Omega) = \frac{P + jQ}{R + jS}$$

avec :

$$P = D_2 \cos \Omega + D_1 \cos \Omega + d_0$$

$$Q = D_2 \sin 2\Omega + D_1 \sin \Omega$$

$$R = \cos 3\Omega - \cos 2\Omega$$

$$S = \sin 3\Omega - \sin 2\Omega$$

L'équation 4.6 peut être mise sous la forme ci-dessous qui se prête mieux à la programmation:

$$F(j\Omega) = \frac{1}{R^2 + S^2} \left( (PR + QS) + j(QR - PS) \right) \quad (4.7)$$



un traitement numérique illustre le tracé de la réponse harmonique dans le plan de Nyquist. Fig (14-1) ; Fig (4).

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau cidessous:

$\xi_r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$K\theta$	9.93	10.11	10.23	10.29	10.27	10.17
$K\theta_P$	6.75	6.87	6.95	6.99	6.98	6.91
$K\theta_D$	3.07	3.13	3.17	3.18	3.18	3.15

4.3.2.: Réponse indicielle de la grandeur principale:

En considérant la structure présentée à la fig (4.1); et en utilisant le même raisonnement que précédemment, (2.10), (2.11), (2.12), (2.14):

nous obtenons:

En tenant compte du temps de calcul, la fonction de transfert en boucle fermée devient:

$$G\theta(Z, \xi) = \begin{cases} \frac{K_0 Q(Z, 1 + \xi - \xi_r)}{Z(Z-1)P(Z) + K_0 Q(Z, 1 - r)} & 0 \ll \xi \ll \xi_r \\ \frac{Z K_0 Q(Z, \xi - \xi_r)}{Z(Z-1)P(Z) + K Q(Z, 1 - \xi_r)} & 0 \ll \xi_r \ll 1 + \xi_r \end{cases}$$

La réponse à l'échelon est donnée par:

$$H(Z, \xi) = \frac{Z}{Z-1} \times G\theta(Z, \xi)$$

qui prend la forme

$$H(Z, \xi) = \frac{K_0 D_2(\nu) Z^4 + K D_1(\nu) Z^3 + K D_0(\nu) Z^2}{Z^4 + (K_0 D(\xi) - 2) Z^3 + (K_0 D_1(\xi) - K_0 D_2(\xi) - 1) Z^2 + (K D_0(2) - K D_1(\xi) Z + K D_0(\xi))} \quad (4.8)$$

en posant :

$$H(Z, \xi) = \frac{b_4(\xi) Z^4 + b_3(\xi) Z^3 + b_2(\xi) Z^2 + b_1(\xi) Z + b_0(\xi)}{Z^4 + a_3 Z^3 + a_2 Z^2 + a_1 Z + a_0}$$

avec

$$b_4(\xi) = K_0 D_2(\nu)$$

$$b_3(\xi) = K_0 D_1(\nu)$$

$$b_2(\xi) = K_0 D_0(\nu)$$

$$b_1(\xi) = b_2(\nu) = 0$$

$$a_3 = K_0 D(\xi) - 2$$

$$a_2 = K_0 D_1(\xi) - K_0 D_2(\xi) + 1$$

$$a_1 = K_0 D_0(\xi) - K_0 D_1(\xi)$$

$$a_0 = -K_0 D_0(\xi)$$



En utilisant la méthode récursive on obtient:

$$H(K, \xi) = b_{4-K}(\xi) - a_{n-1}H[K-1, \xi] - a_{n-2}H[K-2, \xi] + \dots + a_0H[K-n, \xi]$$

$n \geq 4$  dans notre cas

$$H[K, \xi] = b_{4-K}(\xi) - a_3H[K-1, \xi] - a_2H[K-2, \xi] - a_1H[K-3, \xi] - a_0H[K-4, \xi] \quad (4.9)$$

Ce qui nous donne:

$$H(0, \xi) = b_4(\xi)$$

$$H(1, \xi) = b_3(\xi) - a_3H(0, \xi)$$

$$H(2, \xi) = b_2(\xi) - a_3H(1, \xi) - a_2H(0, \xi)$$

$$H(3, \xi) = b_1(\xi) - a_3H(2, \xi) - a_2H(1, \xi) - a_1H(0, \xi)$$

$$H(4, \xi) = b_0(\xi) - a_3H(3, \xi) - a_2H(2, \xi) - a_1H(1, \xi) - a_0H(0, \xi)$$

et pour  $n > 4$

$$H(K, \xi) = -a_3H(K-1, \xi) - a_2H(K-2, \xi) - a_1H(K-3, \xi) - a_0H(K-4, \xi) \quad (4.10)$$

Le tracé de la réponse indicielle se fait par un traitement numérique la fig (4.1) illustre les résultats obtenus.

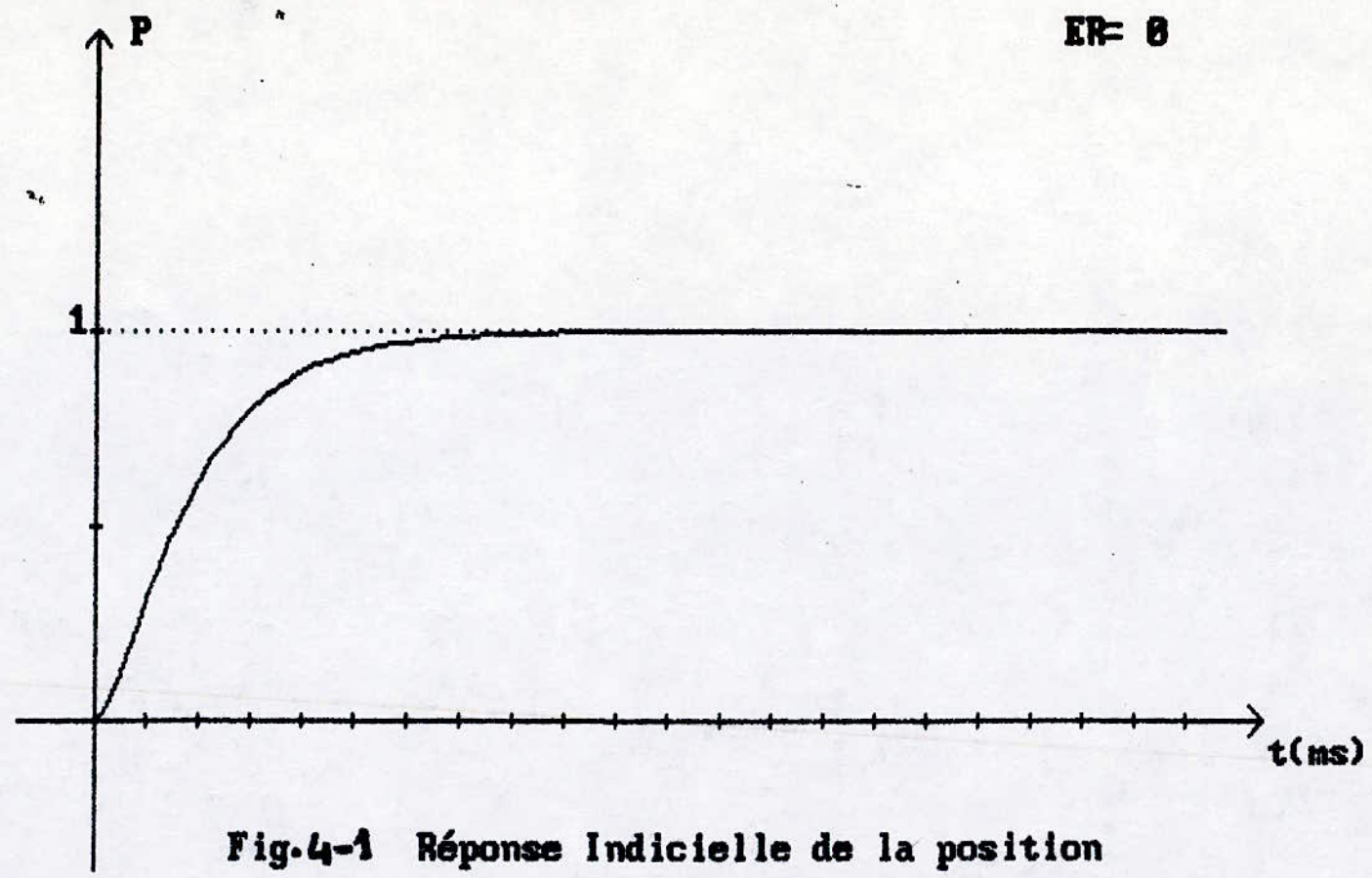


Fig.4-1 Réponse Indicielle de la position

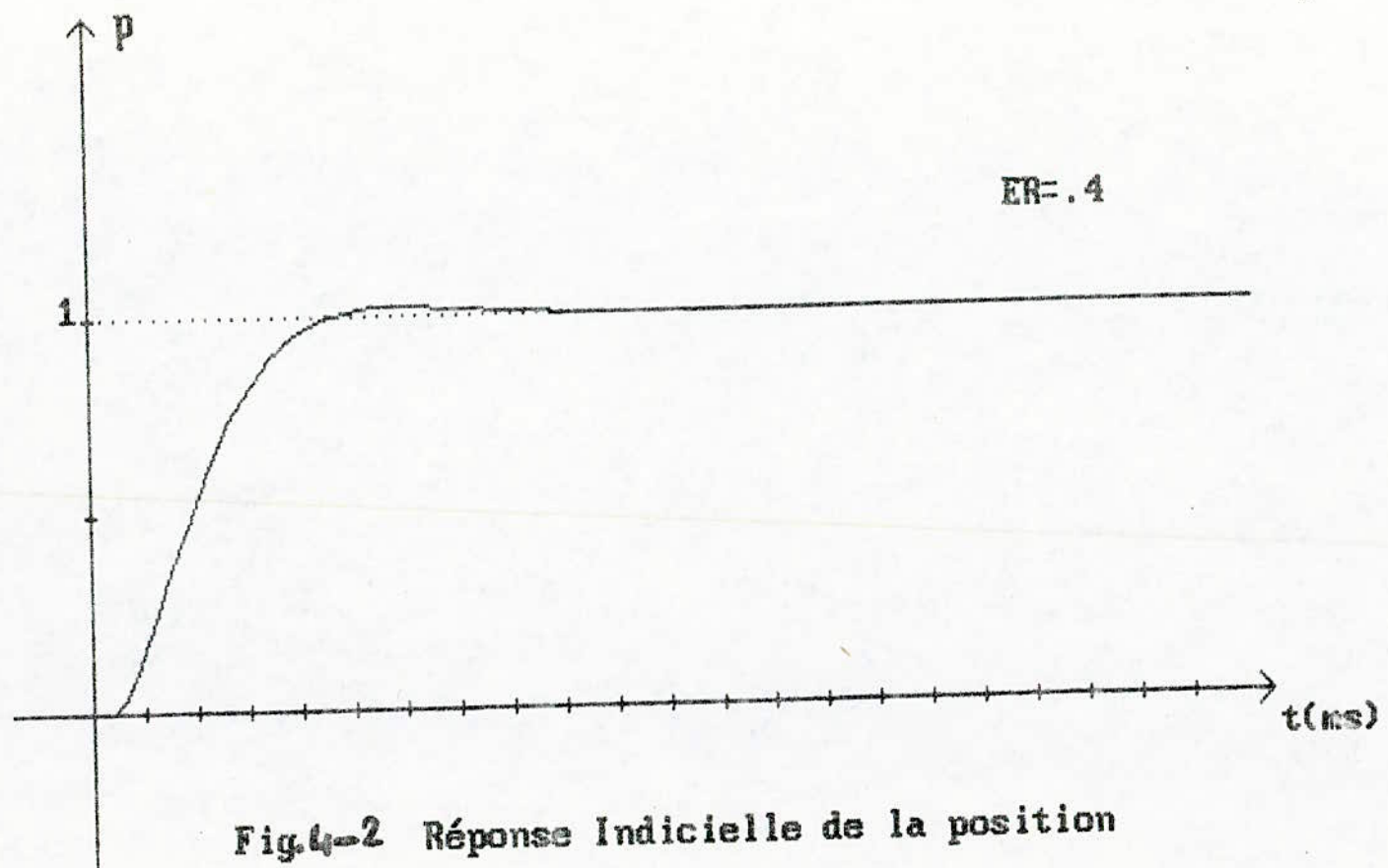


Fig.4-2 Réponse Indicielle de la position



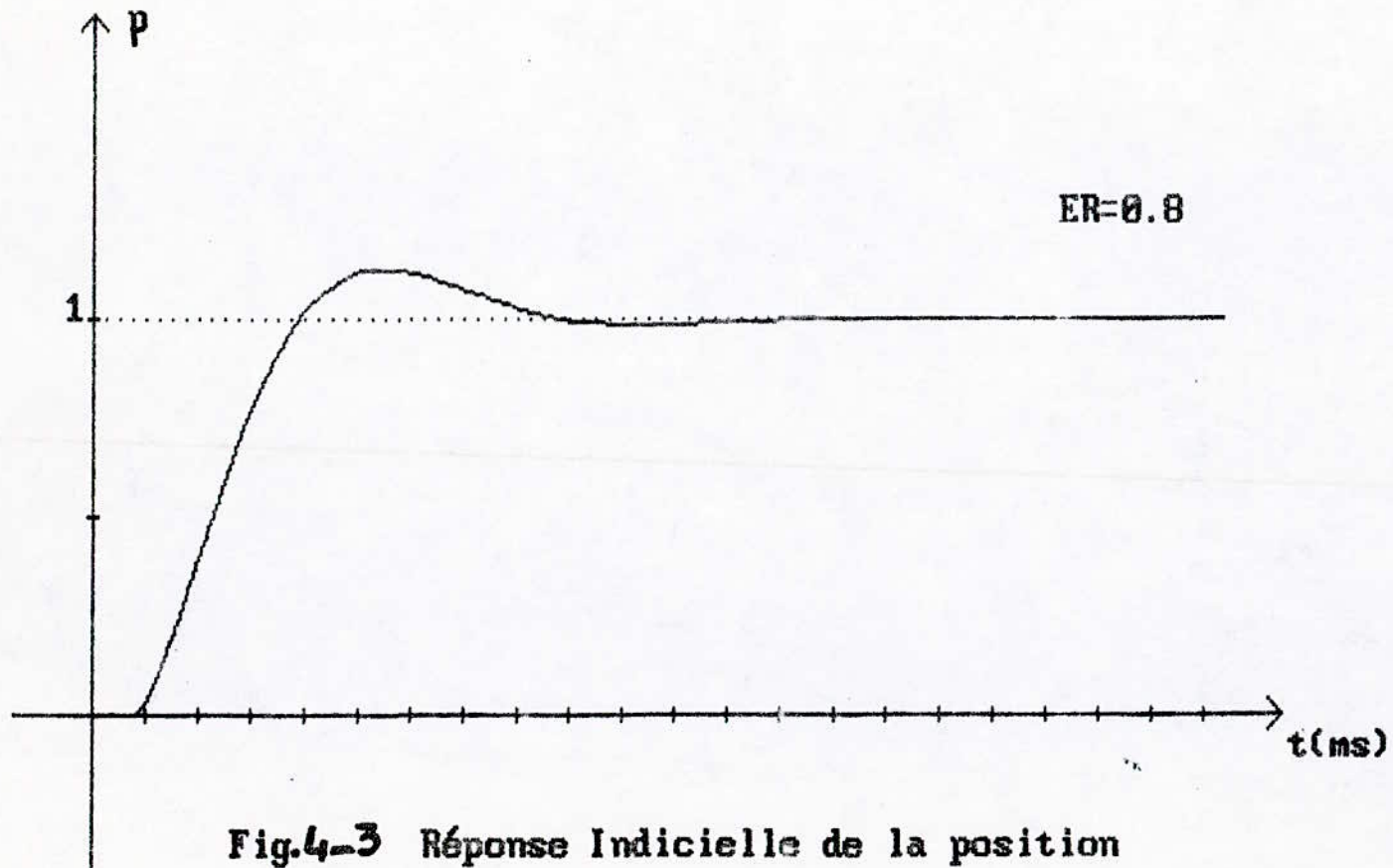


Fig.4-3 Réponse Indicielle de la position

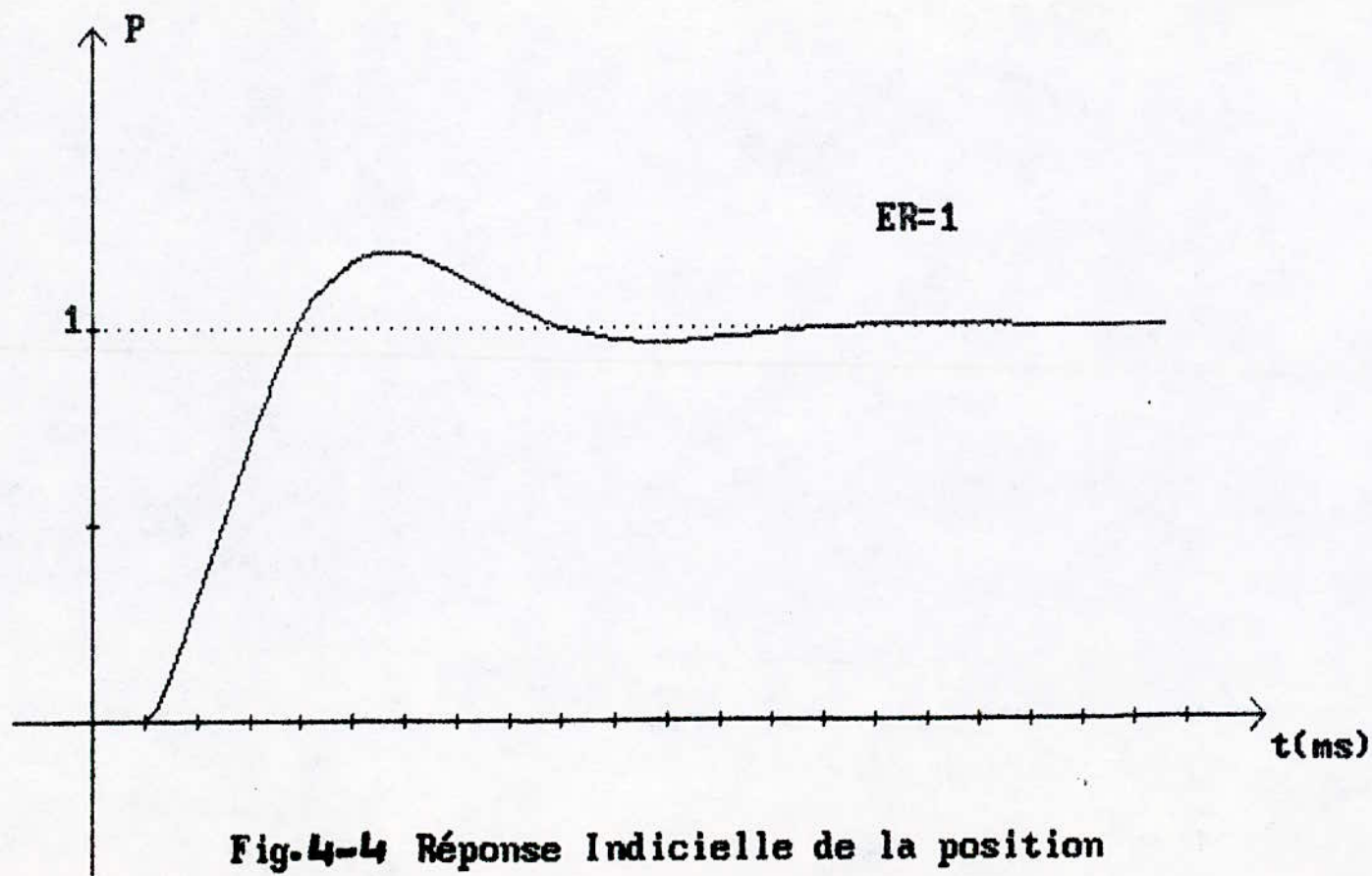


Fig. 4-4 Réponse Indicielle de la position

## V- SIMULATION NUMERIQUE

Après avoir réglé les trois (3) boucles séparément, et afin d'établir une approche du comportement réel du processus, nous procédons à la simulation numérique globale du système.

Cette simulation permet d'évaluer les performances de l'association moteur-hacheur.

Le procédé est représenté par le schéma suivant:

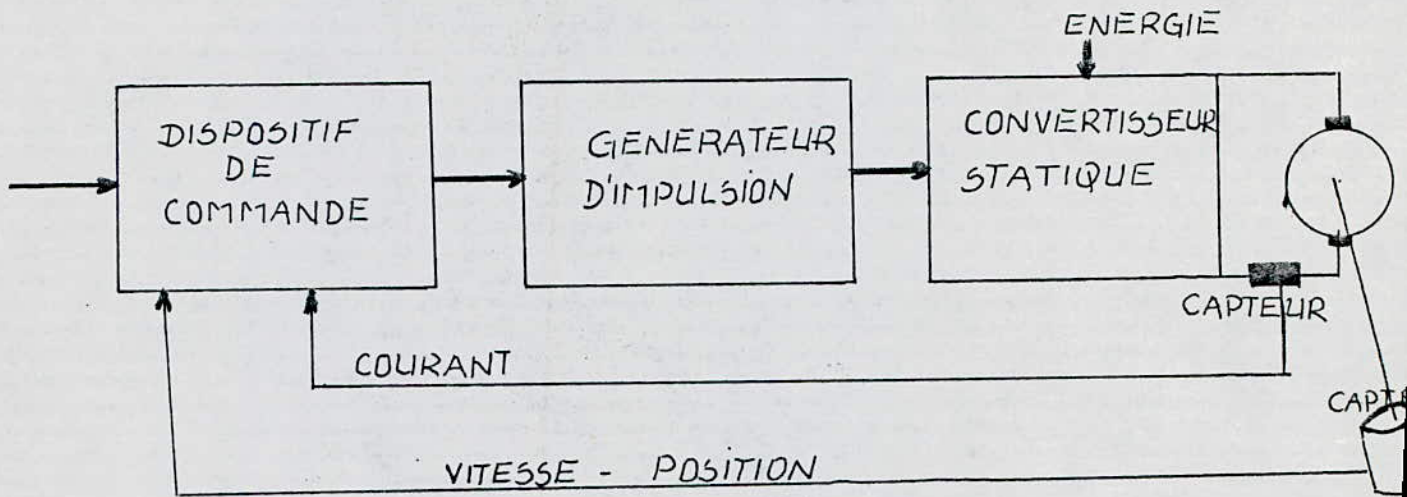


Fig.5-1

La simulation est faite selon les étapes suivantes:

1ère étape: simulation du hacheur

2ème étape: simulation du moteur

3ème étape: simulation de l'association hacheur-moteur.



### 5.1 : SIMULATION DU HACHEUR :

Le convertisseur statique utilisé dans cette simulation est un hacheur à thyristors.

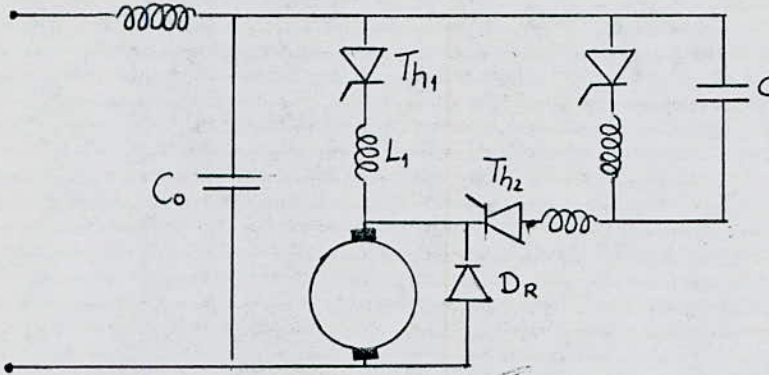


Schéma d'un hacheur à thyristors

L'allumage et l'extinction des thyristors se font à fréquence fixe.

L'allumage se fait de la manière suivante :

Une tension de forme en dent de scie délivrée par un oscillateur est comparée à une tension de référence ; la coïncidence de ces deux tensions détermine l'instant d'extinction du thyristors de commutation qui est allumé :

Dans le cas étudié la tension de référence est une tension continue

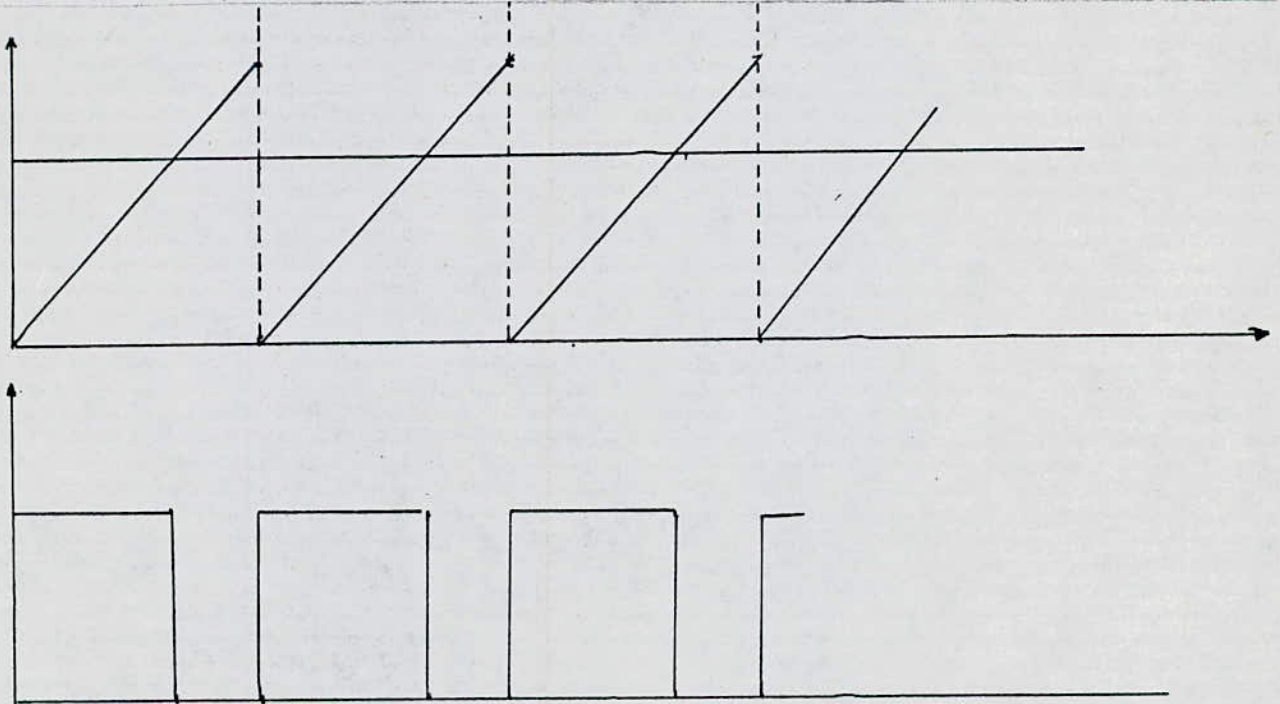
L'équation de la tension en dent de scie s'exprime par :

$$U_{sc} = A (t - K.T_s)$$

avec

$$A = 0,2 \quad , \quad T_s = 5 \text{ m}$$

Ceci est illustré par la figure 5.3.



A titre d'exemple , pour une tension de référence sinusoïdale  
d écrite par l'équation suivante :

$$U_{ref} = 0.5 + 0.25 \cos \left( 6 \pi \frac{t}{TS} \right)$$

Le résultat est illustré par la fig 5.4

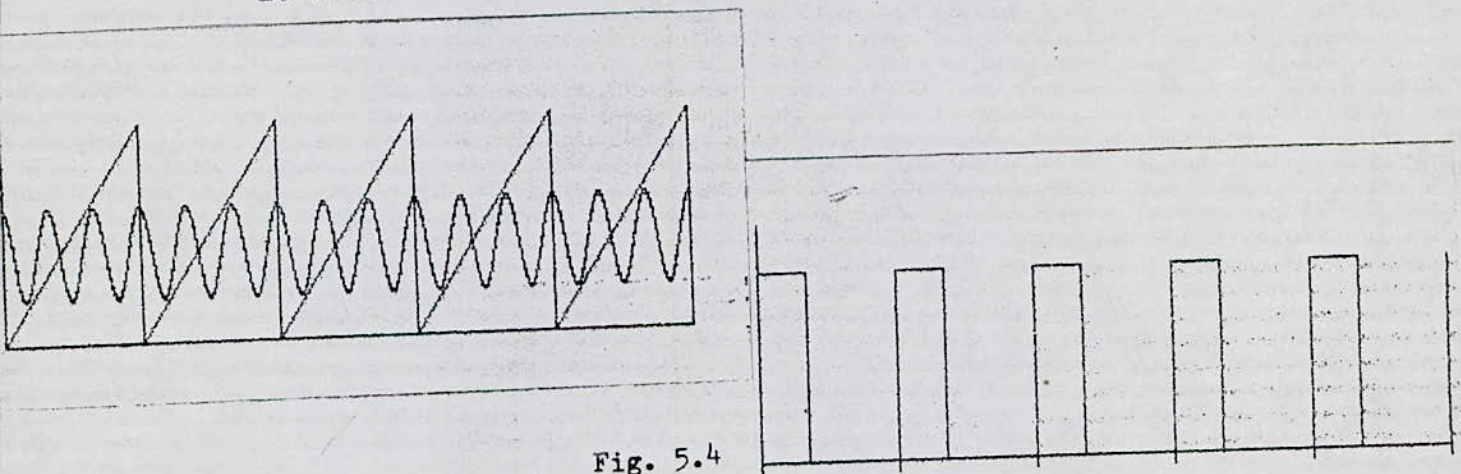


Fig. 5.4

REMARQUE:

- Dans cette simulation nous avons introduit les hypothèses suivantes:
- l'impédance de la source est nulle ( source idéale)
  - l'inductance de la self est grande; donc un courant parfaitement lissé.
  - le hacheur utilisé est idéal ; nous éliminons ainsi l'apparition des surtensions lors de la commutation.
  - le temps de commutation est réel ( nul)



## 5.2 : SIMULATION DU MOTEUR:

Nous avons utilisé le modèle d'écrit au 5(2.3)Chap.II

$$\frac{dia}{dt} = \frac{U - \eta}{R_t T_t} - \frac{R_t i_a}{T_t}$$
$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{I - \eta}{t_r} - \frac{\eta}{T_m}$$
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\eta}{N}$$

Pour les régulateurs utilisés nous décrivons leurs algorithmes de réglage par un pseudo-langage de programmation.

- Régulateur proportionnel intégral

$$U_{cm} = K_p I_e + K_{II} \times H \times SV$$

PRINT - U<sub>cm</sub>

$$SV = SV + I_E$$

↳ Régulateur proportionnel-dérivée

$$NC = (KPP + KPD) PE = KPD \times PO$$

PRINT U

$$PO = PE$$

Après avoir calculé la valeur de commande U<sub>cm</sub>, le calculateur numérique impose cette valeur jusqu'au prochain instant d'échantillonnage. La simulation du moteur, nécessite la résolution des équations différentielles du modèle adopté. Ces équations sont résolues en faisant appel à l'algorithme de RUNGE-KUTTA du quatrième ordre.



### 5.3. SIMULATION DE L'ASSOCIATION HACHEUR-MOTEUR:

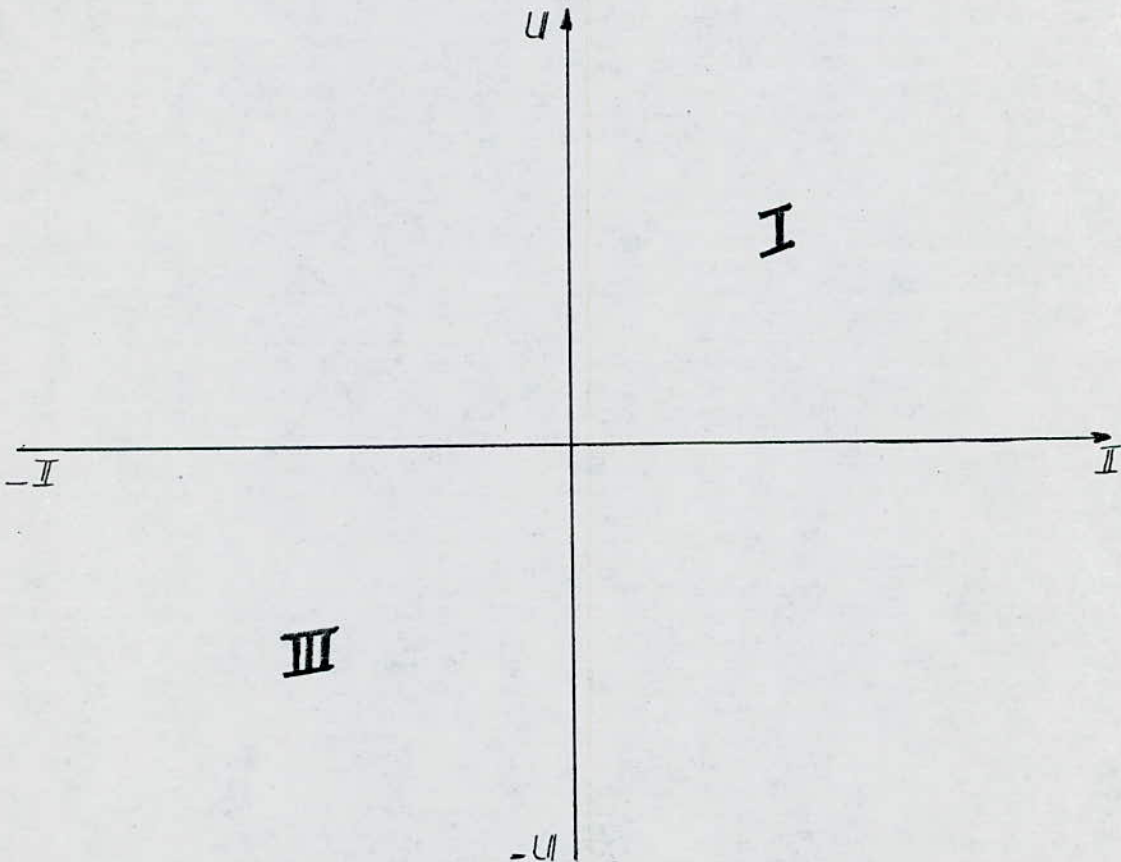
Il suffit de faire la liaison des deux simulations partielles. Le programme établi est basé sur l'organigramme I. Les résultats obtenus sont illustrés par les figures, 5.5, 5.6 et 5.7. Pour les cas suivants:

- \* moteur a vide avec une consigne de  $PC = 0.5$  et un couple résistant nul .
- \* moteur en charge avec une consigne  $PC = 0.5$  et d'un couple résistant de  $0.1$
- \* moteur en charge avec une consigne  $PC = 0.7$  et un couple résistant de  $0.1$

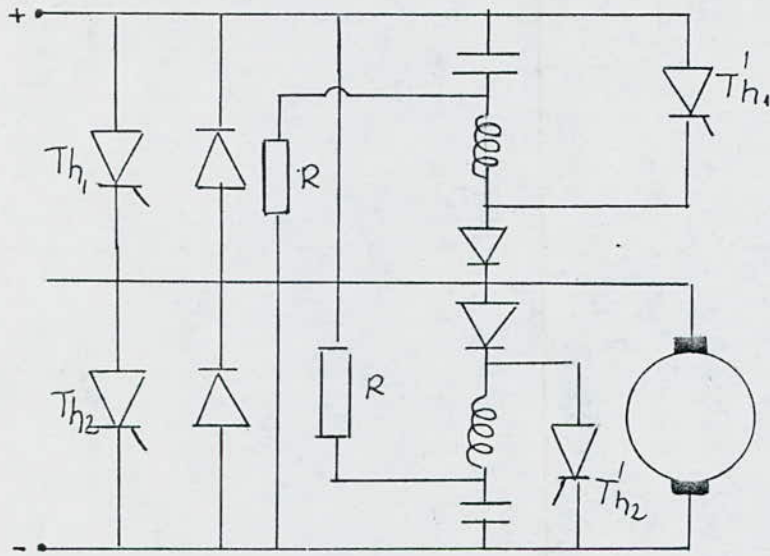
En consultant les courbes obtenues nous remarquons pendant un certain temps le mode de fonctionnement en frein. Cette étape est mise en évidence par l'inversion du courant.

Cette constatation exige que le procédé soit alimenté par une alimentation inversible en courant.

Pour que cette commande de position soit possible, il est nécessaire que le système d'alimentation fonctionne sans qu'il se détériore pendant la phase d'inversion du courant. Cela nécessite par exemple l'utilisation d'un hacheur fonctionnant dans deux cadrans.



qui peut être représenté par la figure 5.8.



ENTREE DES PARAMETRES  
 $A, R_t; T_t; J_t; T_s; T_{cm}; K_{cm}; N_r; T_m; T_E; T_E^*; T;$   
 $H; NP$

COEFFICIENTS  
 $K_N; K_{NI}; K_{NP}$   
 $K_P; K_{PD}; K_{PP}$   
 $K_C; K_{CI}; K_{CP}$

INITIALISATION  
 $X_0; Y_1(0); Y_2(0); Y_3(0); U_{cm0}, SP, SV; P_0, M$

$PE = PC - Y(3)$

$NE = NC - Y(1)$

$NC = (K_{PP} + K_{PD})PE - K_{PD}P_0$

$P_0 = PE$

$SP = SP + NE$

$IC = K_{PN}NE + K_{NI}HSP$

NON OUI  
 $IC \gg 1.2$   
 $IC = 1.2$

$S1 = 0$

$IE = IC - Y(2)$

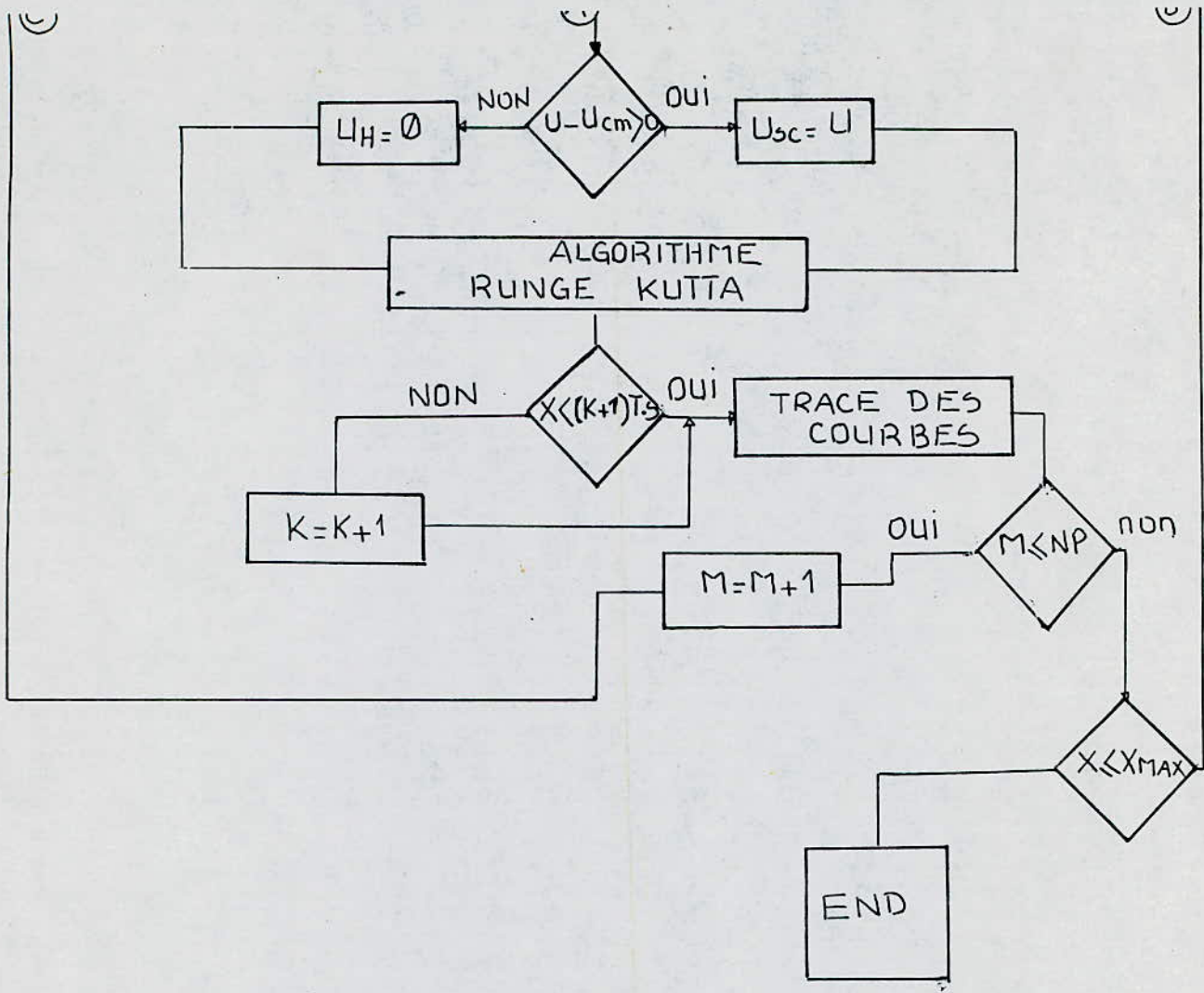
$SV = SV + IE$

$U_{cm} = K_{IP}IE + K_{CI}HSV$

OUI  
 $U_{cm} \gg 1$   
 $U_{cm} = 1$

$U_{sc} = A(X - K.TS)$





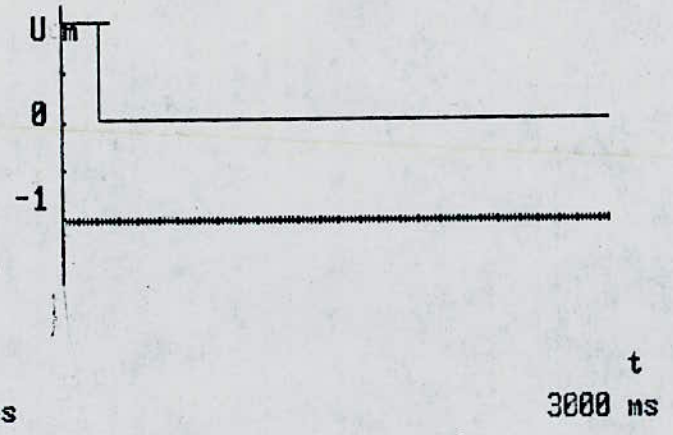
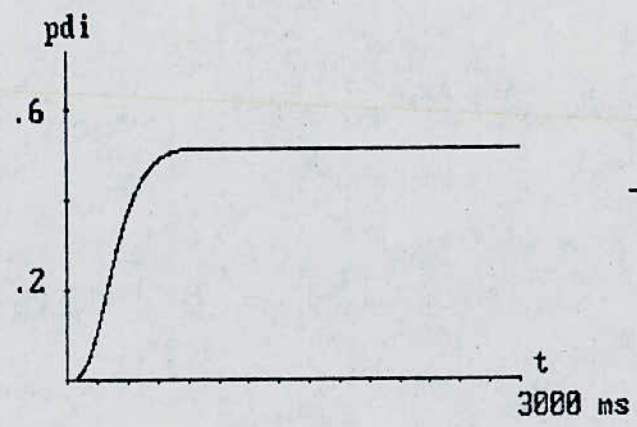
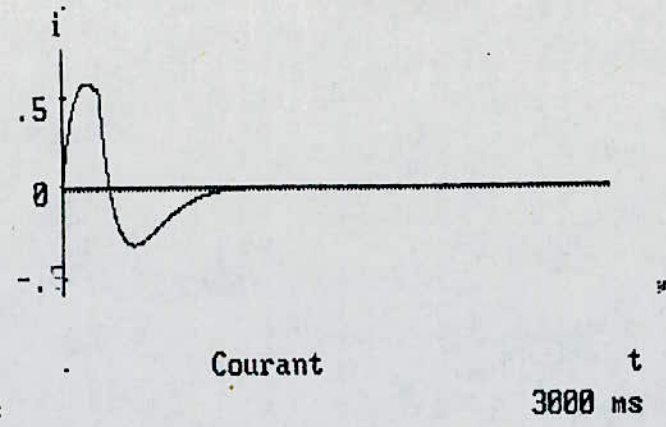
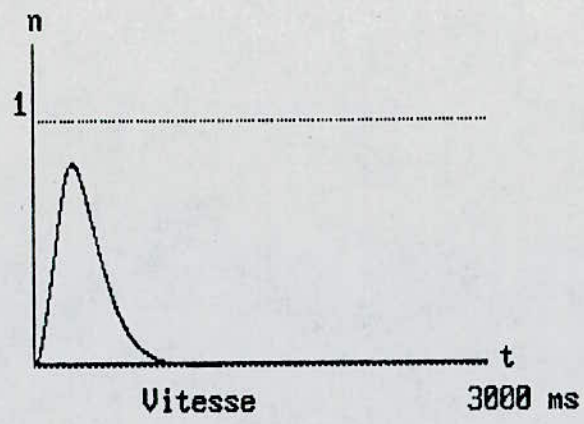
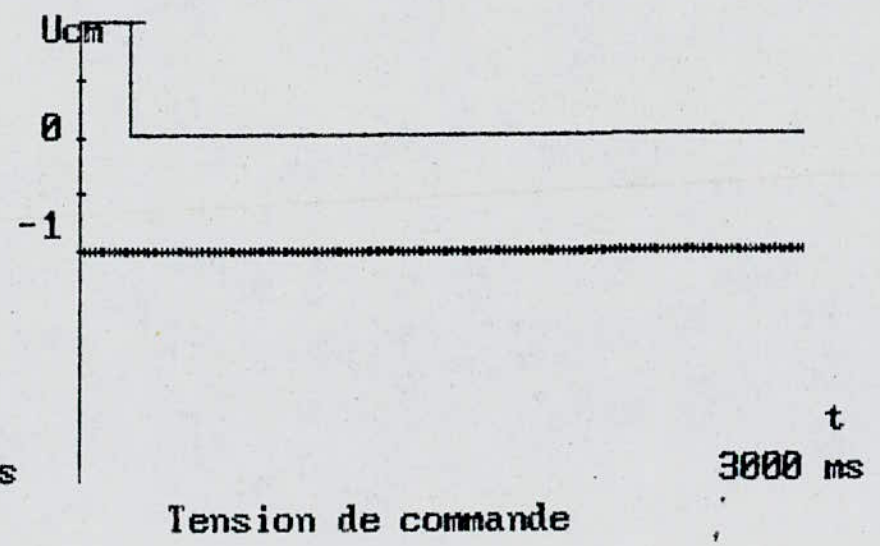
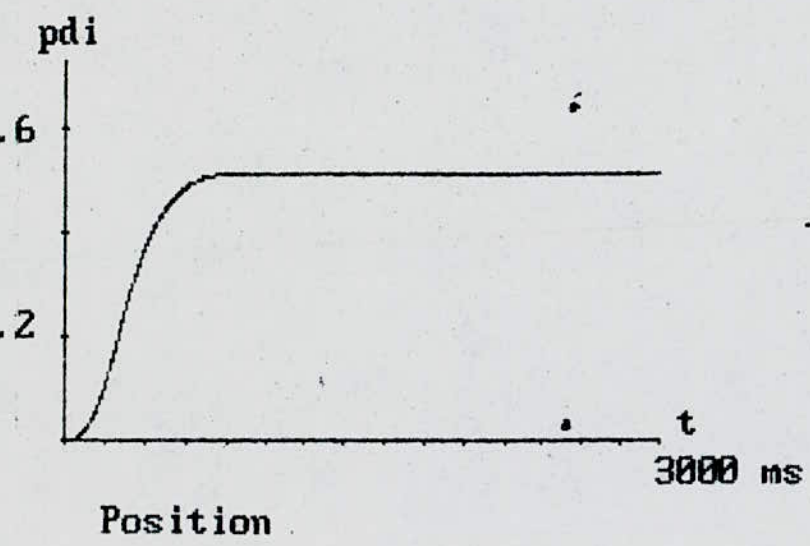
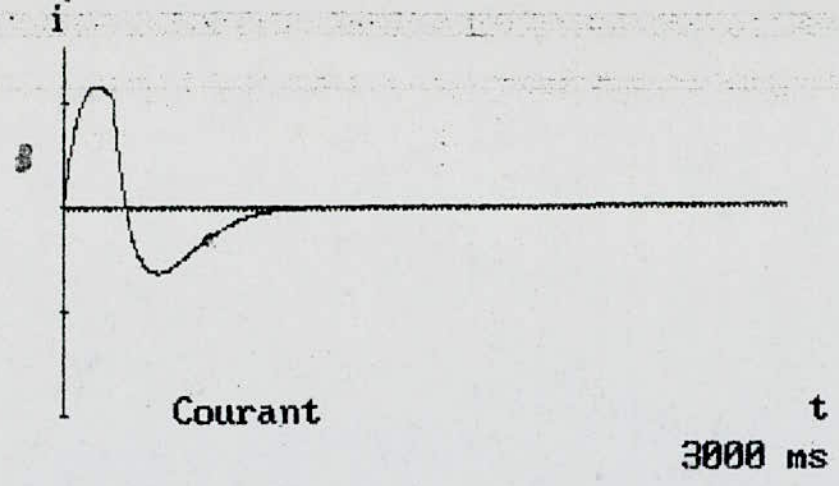
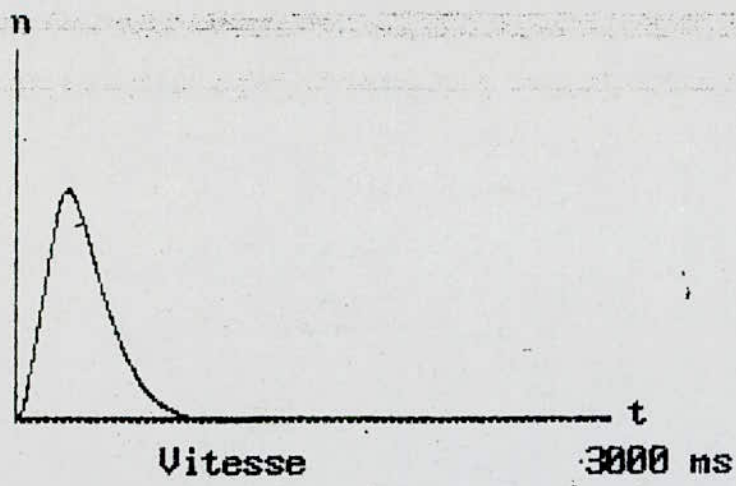


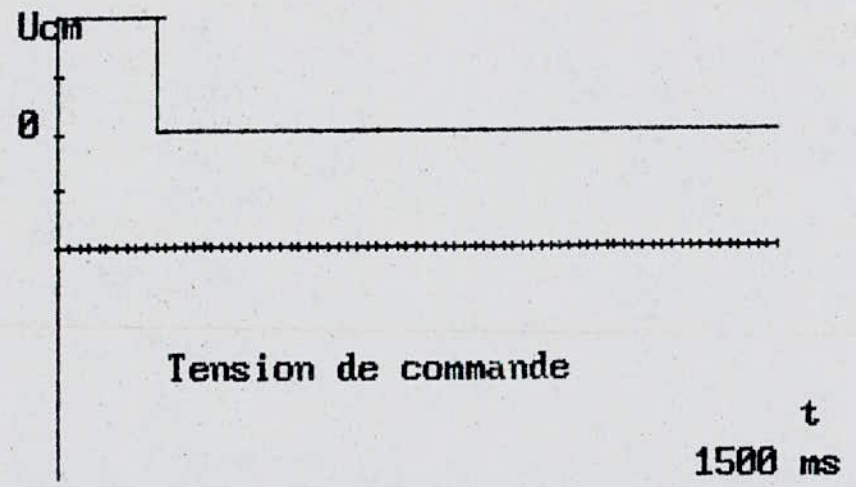
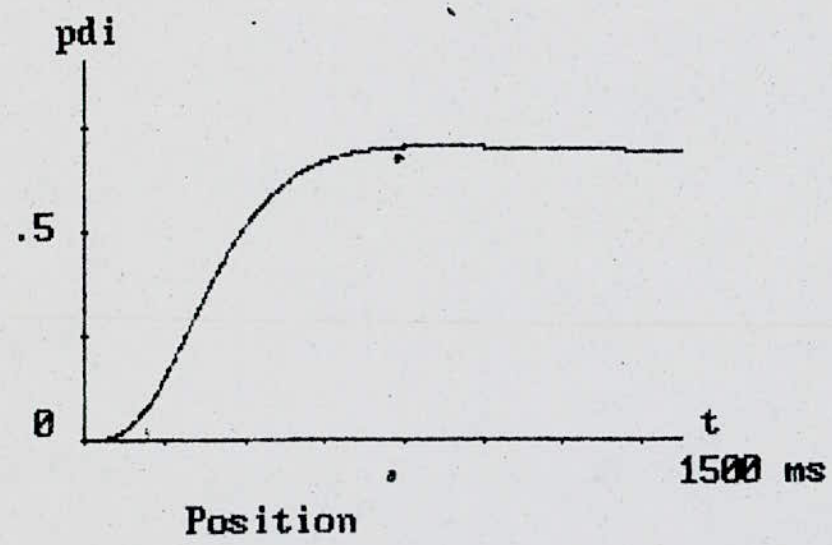
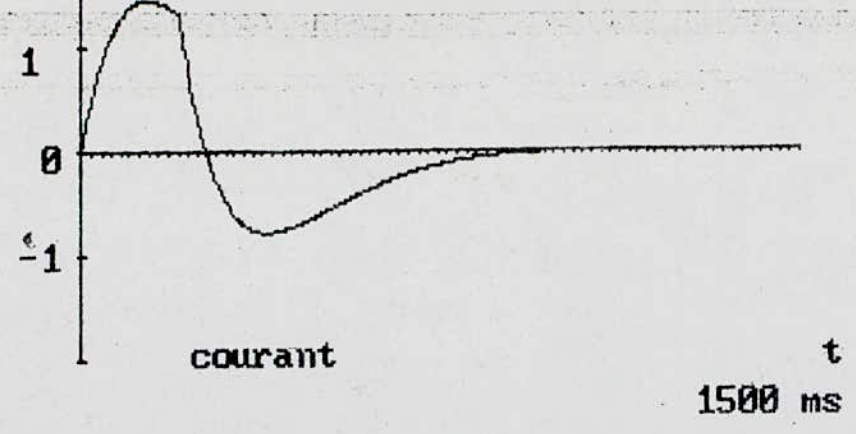
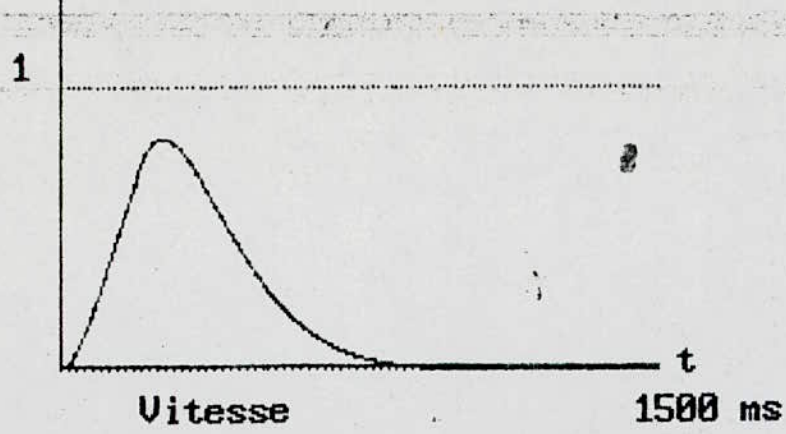
Fig5.5

consigne  $P_c = .5$   $C_r = 0$  sans limitation de courant **f**



$P_c = .5$ .....  $C_r = .1$  sans limitation de courant **Fig. 5-6**





68

consigne  $P_c = .7$  .....  $C_r = 0.1$  sans limitation de courant

- Fig. 5-7

CONCLUSION:

L'objectif du travail effectué était la commande numérique de position d'un moteur à courant continu.

L'étude a été menée en utilisant la méthode de la transformation en Z. Le choix de cette méthode est tout à fait arbitraire, car nous aurions bien pu utiliser un réglage numérique dans l'espace d'état par exemple.

En plus du réglage de la position, nous avons introduit un réglage du courant d'induit pour le limiter à des valeurs inférieures à la valeur maximale et un réglage de vitesse.

Les résultats donnés par la simulation numérique sont satisfaisants des points de vue performances dynamiques et précision.

Nous aurions bien voulu procéder à des essais pratiques, mais le manque de temps et la non disponibilité du hacheur adéquat ne l'ont pas permis.

Une étude mettant en oeuvre la commande simultanée de deux ou plusieurs moteurs à courant continu est envisageable.

## B I B L I O G R A P H I E

---

- 1 : H. BUHLER : Réglage échantillonné : traitement par la transformée en Z . Vol.1: Presses polytechniques Romandes 1982
- 2 : H. BUHLER : Electronique de réglage et de commande: DUNOD. 1981
- 3 : RE STEVENS : Electromécaniqs and machines: CHAPMAN AND HALL 1970
- 4 : G. FOULARD : SGENTIL, JP. SANDRAZ : Commande et régulation par calculateurs numériques : EYROLLES 1984
- 5 : M.S. BOUCHERIT: Simulation de la commande numérique optimale d'une association Hacheur- Moteur a courant continue  
Thèse de Magister à paraître
- 6 : F. MILSANT : Asservissement linéaire . EYROLLES 1980
- 7 : N. CHAKER : Analyse de la qualité de réglage numérique ENP.  
JUN 1986 Projet de Fin d'études
- 8 : A. FERDJ } : ENP JUN 1987 Projet de fin d'études  
S. BEHLOUL } : Etude comparative de la commande en cascade
- 9 : N. BENHISSEN : Simulation de la commande échantillonnée en cascade  
d'un moteur à courant continu ENP JANVIER 87  
5( projet de fin d'étude )
- 10 : A. FOSSARD : Technique de l'automatisme ( commande des systèmes)  
DUNOD 72.
- 14 : DISTEFANO : Systèmes asservis 1 ; 2 serie Schaum 1983



12 : FAS : Commande des processus industriels par calculateurs  
Ed. + MASSON 1989.

13 : SEVELY : Système asservi linéaire échantillonné  
2ème édition DUNOD 1973.

14 : Patrick BOUCHER : Régulation et filtrage numérique en commande  
de vitesse par microprocesseur. (Article de l'Ecole  
Supérieure d'Electricité).

15:RENE FEUILLET } Etude comparative de deux régulation de vitesse  
DANIEL ROY } par microprocesseur d'un moteur a courant continu.  
ELISABET OLIVIER } (Article de la C.N.R.S. 355)

16:J.F.AUBRY-C LUNG } La commande des machines électriques par  
R.HUSSON.G.PFITSHER } microprocesseurs.