

UNIVERSITE D'ALGER

22/75

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

22x

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

المعهد الوطني للهندسة
المكتبة
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

SALLE DE SPORTS (voiles plissés) et ANNEXES

Sujet proposé par :
M^r I. UNGUREANU
Docteur-Ingénieur

1975

Etudié par :
TAHAR Bouchakor

PROMOTION 70-75

JE DEDIE CETTE THESE
- * - * - * - * - * - * - * - * - * - * -

 / / ES PARENTS A MES / MIS

A M E R C I E M E N T S

Je ne saurais débiter cette thèse sans remercier
Tous les professeurs qui ont contribué de près ou
de loin à ma formation d'ingénieur.

C'est un devoir agréable pour moi de remercier mon
promoteur le docteur ingénieur Mr Ion UNGUREANU
Pour les encouragements et les conseils qu'il n'a
cessé de me prodiguer tout au long de cette étude.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici toute ma recon-
naissance et ma gratitude à Monsieur HAFIDI
Directeur Technique du CTC pour la documentation
qu'il m'a prêtée et le précieux temps qu'il m'a consacré
et ceci malgré les nombreux travaux qui le sollicitent.

Je dis également merci à Monsieur ABU-CHADI docteur
ingénieur au CTC pour les explications qu'il m'a fournies.

Méritent également d'être remerciés le sympathique
groupe 4 du BEREG de la DNC/ANP et particulièrement
son Directeur Technique le Sous-lieutenant Farouk TEBBAL
pour l'importante aide matérielle qu'il m'a apportée.
Je dois avouer que sans lui, cette thèse ne serait pas
ce qu'elle est.

ALGER, LE 2 JUIN 1975

B.T.

Table des matières

| | page |
|----------------------------------------------------------|------|
| Matériaux utilisés | 1 |
| Introduction | 2 |
| - Méthode de la poutre | 3 |
| Notations - Définitions - Conventions | 4 |
| • Méthode générale de calcul | 7 |
| I Calcul de base | 7 |
| II Cycles de corrections | 20 |
| 1 ^{er} cycle de corrections | 20 |
| 2 ^o cycle de corrections | 26 |
| III Valeurs finales de calcul | 27 |
| IV Contraintes | 28 |
| V Charges localisées | 33 |
| VI Ferrailage | 34 |
| VII Voiles plissées continus | 35 |
| Processus pratique de calcul par la méthode générale | |
| - Méthode de la plaque | 37 |
| I Angles inférieurs à 135° | 37' |
| II Bords rigides | 41 |
| Processus pratique pour le calcul des voûtes polygonales | 48 |
| - Calcul numérique | 50 |
| I Charge unitaire | 50 |
| II Charges réelles | 77 |
| III Etude des plaques $\Delta B, BC$ - ferrailage | 83 |
| - Annexes | 94 |
| Plancher | 1 |
| Etude des poutres | 8 |
| Etude des poteaux | 39 |
| Etudes des fondations | 49 |

Materiaux utilisés. Contraintes admissibles.

1. Le Béton :

On utilise du béton dosé à 350 Kg/m³ de CPA325 avec un contrôle atténué
Les granulats qu'on emploie pour la confection du béton seront tels que le plus gros d'entre eux ait un diamètre égal à 25 mm

1.1. Contraintes admissibles

a. Contrainte de compression CCBA 68 art 94.

$\bar{\sigma}_b = \alpha \beta \gamma \delta^2 \epsilon \sigma_{28}$ cas general

$\bar{\sigma}_b = 0,30 \alpha \beta \gamma \delta^2 \epsilon \sigma_{28}$ compression simple

$\sigma_{28} = 270 \text{ bars}$

$\alpha = 1$ (ciment de classe 325)

$\beta = 5/6$ (contrôle atténué)

$\gamma = 1$ ($h_m / 4c_g > 1$)

$\delta = 0,30$ (compression simple)

$\delta = 0,60$ (flexion simple)

$0,5 \leq \epsilon \leq 1$

$\epsilon = 1$ (compression simple)

$\epsilon / \sigma_m < \bar{\sigma}_b$ (pour les autres cas de sollicitations)

on aura $\bar{\sigma}_b = 0,30 \times 1 \times \frac{5}{6} \times 1 \times 270 = 67,5 \text{ bars}$

$\bar{\sigma}_b = 67,5 \text{ bars}$

$\bar{\sigma}_b = 1 \times \frac{5}{6} \times 1 \times 0,60 \times \epsilon \times 270$

$\bar{\sigma}_b = 135 \epsilon \text{ bars}$

b. Contrainte de traction de référence CCBA 68. art 9.5

$$\bar{\sigma}_t = \alpha \beta \gamma \theta \bar{\sigma}_{28}$$

α, β, γ , ont les memes valeurs que pour la compression

$$\theta = 0,018 + \frac{21}{\bar{\sigma}_{28}} = 0,0258$$

D'où:

$$\bar{\sigma}_b = 1,5 \cdot 1,0 \cdot 0,0258 \times 270$$

$$\bar{\sigma}_b = 5,8 \text{ bars}$$

2. L'Acier

a. Acier Tor

$$\phi \leq 20 \quad \bar{\sigma}_{en} = 4120 \text{ bars}$$

$$\phi > 20 \quad \bar{\sigma}_{en} = 3920 \text{ bars}$$

Compatibilité entre l'acier et le Béton CCBA. art 18

$$\bar{\sigma}'_b \geq 20(1 + 1,25 \gamma_d)$$

$$\gamma_d = \frac{1,5}{\sqrt{2}} \eta_d, \quad \eta_d = \text{coefficient de scellement}, \quad \eta_d = \sqrt{2}$$

$$\gamma_d = 1,5$$

$$\text{on aura donc } \bar{\sigma}'_b > 20(1 + 1,25 \times 1,5) = 57,5$$

Contraintes admissibles obtenues pour l'acier

Méthode forfaitaire

$$\text{Contrainte de traction ou compression } \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en}$$

$$\text{pour } \phi \leq 20 \Rightarrow \bar{\sigma}_a = 2750 \text{ bars (acier Tor)}$$

$$\text{" } \phi > 20 \Rightarrow \bar{\sigma}_a = 2610 \text{ bars (" ")}$$

b. Acier doux

$$\text{Acier FeE24: } \bar{\sigma}_{en} = 2350 \text{ bars} \Rightarrow \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en} = 1565 \text{ bars}$$

INTRODUCTION

La résolution d'un projet de voiles plissés par la résistance des matériaux pose des problèmes complexes souvent très difficiles à surmonter. Il arrive qu'on aboutisse parfois à des équations dont les méthodes de résolution demeurent encore ignorées et laissent sans issue la suite des opérations.

Ceci nous amène à adopter de nombreuses hypothèses simplificatrices qui rendent l'étude d'un voile plissé beaucoup plus abordable.

Parmi les méthodes de calcul des voiles plissés, nous en retiendrons deux

- 1 - Sa méthode de la poutre
- 2 - Sa méthode de la plaque

La première méthode assimile le voile plissé, à une structure continue constituée par un ensemble de plaques minces reliées entre elles au droit des arêtes. Elle considère en outre que le voile travaille transversalement comme une poutre continue dont les appuis sont constitués par les arêtes. Longitudinalement le voile sera assimilé à une série de poutres isolées appuyées simplement. Enfin la forme du voile sera conservée grâce à des tympans qui ont même fonction que des poutres.

La deuxième méthode suppose que les charges supportées par les plaques minces sont transmises aux appuis essentiellement grâce à des contraintes agissant dans le plan de ces plaques. Cette méthode néglige les cisaillements perpendiculaires ainsi que la flexion des dalles suivant la portée longitudinale. Par contre elle tient compte des plus grands mouvements transversaux à cause de leur influence sur la redistribution des charges sur les plaques.

Les deux méthodes, comme on le verra se rejoignent dans la plupart de leurs hypothèses notamment lorsqu'elles résolvent les plaques dans leur plan.

La seule différence qui existe entre elles réside dans le procédé de résolution.

La méthode de la poutre part d'une supposition inexacte (les arêtes sont fixes) qu'elle corrige ensuite par des cycles de corrections.

La méthode de la plaque fait une analyse structurale en se servant d'un élément différentiel détaché du voile. Elle résout une équation différentielle du 4^o ordre.

METHODE DE
LA POUTRE

NOTATIONS - DEFINITIONS - CONVENTIONS

- L : portée, d'une plaque, dans le sens longitudinal entre, deux appuis
 d : largeur d'une plaque entre, deux, arêtes.
 l : projection horizontale de d
 e : épaisseur d'une plaque.
 φ : angle, du dièdre formé par deux plaques ($0 < \varphi < \pi$)
 α : angle d'une plaque, avec le plan horizontal ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$)
 δ : flèche d'une plaque déformée, dans son plan, à la distance $\frac{L}{2}$ de l'appui
 Δ : déplacement, différentiel entre les deux arêtes, d'une plaque, mesuré dans le plan perpendiculaire, à cette plaque et à la distance $\frac{L}{2}$, de l'appui.

sens longitudinal est le sens parallèle aux arêtes.

sens transversal est le sens perpendiculaire aux arêtes.

conditions

Les voiles plissés (V.P.) faisant l'objet de la présente étude, doivent satisfaire, aux conditions suivantes:

- Les arêtes sont parallèles entre elles
- Une arête ne doit relier, que deux plaques.
- Le rapport $\frac{L}{d}$ est supérieur à 2
- Les appuis du voile sont, disposés, dans le sens transversal sous la forme de tympans, continus.

sollicitations et contraintes

sollicitations dans le sens transversal

m : moment fléchissant, d'axe parallèle aux arêtes (par unité, de longueur)

sollicitations dans le sens longitudinal

M, G, F : moment fléchissant, effort tranchant, force de liaison dans une plaque dissociée. du reste du voile.

K : force de glissement par unité de longueur, correspondant à la force de liaison F .

M, T, N : moment fléchissant, effort tranchant, effort normal, résultant des sollicitations dM, dE, dF réduites, au centre, de gravité de la section.

contraintes

σ : contrainte normale de compression ou de traction, dans la plaque dirigée, dans le sens longitudinal.

τ : contrainte tangentielle, dans la plaque.

systemes de référence

-1- Répérage d'un point

Chaque point est repéré sur la surface d'une plaque par rapport au système d'axes, orthonormés Oxy (fig)

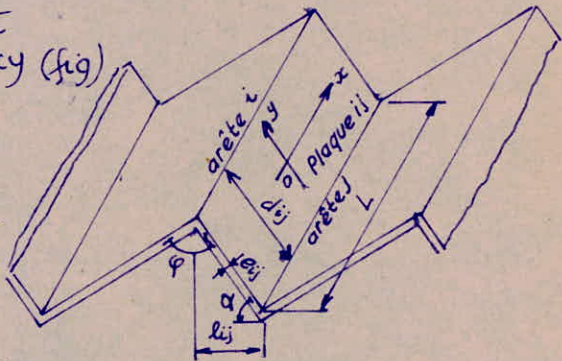
-2- Répérage des arêtes

Chaque arête est repérée à l'aide d'une lettre (ex: arête i)

L'ordre alphabétique est respecté

La première arête est placée à l'extrémité gauche de la structure

Les sollicitations et les contraintes agissant, au droit d'une arête portent l'indication, de, cette arête. (ex: $m_i, \sigma_i, F_i, \dots$)



-3- Répérage des plaques

Chaque plaque est repérée à l'aide de deux lettres correspondant aux arêtes qui la limitent (ex: plaque ij). Les sollicitations agissant sur une plaque portent son indication (ex, dM_{ij}, dE_{ij}, M_{ij})

conventions de signes

- Les moments fléchissants dM et M sont positifs quand ils mettent en traction l'arête ayant la priorité alphabétique.

- La force de liaison F est positive quand elle engendre, un moment positif.

- Les autres sollicitations et contraintes ont les signes habituels, de la résistance des matériaux. Ainsi l'effort normal N et la contrainte normale σ sont positifs dans le cas d'une compression.

NOTA

Les notations précédentes représentent des sollicitations maximales dans une plaque se comportant, comme une poutre inclinée de portée L et simplement appuyée.

Les sollicitations, au point d'abscisse x portent l'indication de cette abscisse. Exemple: M désigne le moment maximal
 $M(x)$, désigne le moment au point d'abscisse x .

METHODE GENERALE de CALCUL

objet de la méthode

L'objet de la méthode consiste à déterminer les sollicitations internes dans chaque plaque constituant le voile, en procédant par approximations successives.

processus de calcul

Il est évident que sous l'effet des charges qui le sollicitent, le voile considéré transversalement subit des distorsions, ainsi que des déplacements différentiels entre arêtes.

- Dans un premier temps qui constitue le calcul de base, on suppose que les arêtes ne subissent aucun déplacement sur toute la portée L du voile. On détermine ainsi des moments transversaux m , des moments longitudinaux $cl(x)$, des efforts tranchants $B(x)$, ainsi que des forces de liaison $T(x)$

- Les valeurs de base ou valeurs initiales sont ensuite corrigées à l'aide d'un ou de plusieurs cycles de corrections qui tiennent compte du déplacement des arêtes.

- Les valeurs définitives des sollicitations sont obtenues en ajoutant aux valeurs de base, les valeurs données par les différents cycles de corrections.

I CALCUL de BASE

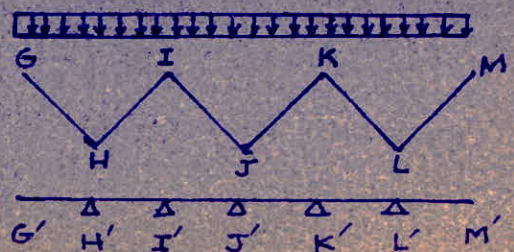
hypothèse On suppose que les arêtes ne subissent aucun déplacement sur toute la portée L du voile.

- 1 - Sens transversal

Transversalement, le système est assimilé à une poutre continue sur appuis fixes.

La largeur de la poutre est prise égale à l'unité de longueur.

La longueur de chaque travée $I'J'$ est égale à la projection horizontale de la largeur IS de la plaque (fig 1)



Les plaques de rive sont étudiées, comme, console.

Ses arêtes du voile, constituent les appuis fixes, de la poutre continue.

Ses moments sur appuis m_i sont obtenus en utilisant les méthodes usuelles, de la résistance des matériaux. (équations des 3 moments, méthode de CROSS)

Nous obtenons grâce à la statique le diagramme des moments transversaux $m(y)$, ainsi que les réactions R_i par unité de longueur (fig 2)

Comme on suppose le voile constitué, de plaques rectangulaires et la charge uniformément répartie, la réaction R_i qu'exerce l'arête « i » sur le voile sera uniformément répartie le long de l'arête « i ».

nota

Il est utile de remarquer que la réaction R_i est nulle au bord du voile

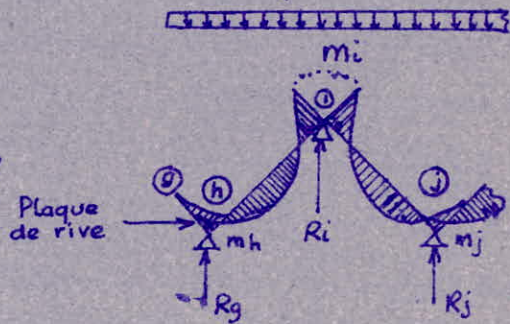
L'arête de rive peut se déplacer librement

Ses acrotères et les corniches peuvent être considérés comme faisant partie de la structure portante et étudiés comme plaques de rive (fig 4)

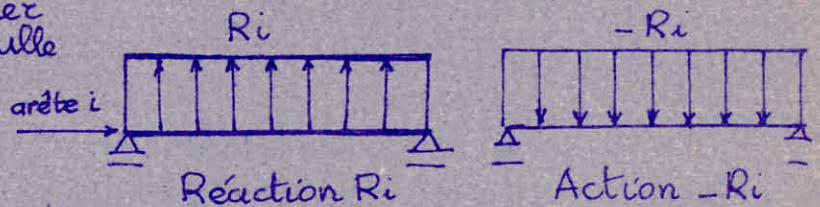
2 Sens longitudinal

Chaque plaque est supposée complètement isolée des plaques adjacentes et assimilée à une poutre inclinée de largeur e , de hauteur d , de portée L et supposée simplement appuyée (fig 5)

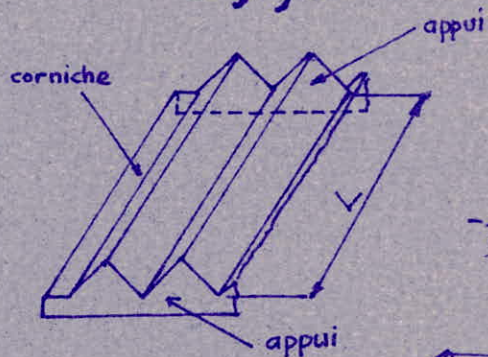
Nous étudions la flexion de ces poutres inclinées, dans leur plan, ce qui suppose que les charges qui les sollicitent sont dans le plan des plaques.



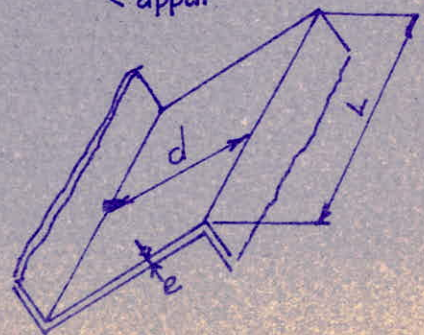
- fig 2 -
Diagramme des moments transversaux $m(y)$



- fig 3 -



- fig 4 -



- fig 5 -

Système de charge

Le système de charge pris en considération est uniformément distribué le long des arêtes, égal et de signe opposé, aux réactions R_i déterminées dans le sens transversal. Il constitue le système des actions $-R_i$ (fig 3)

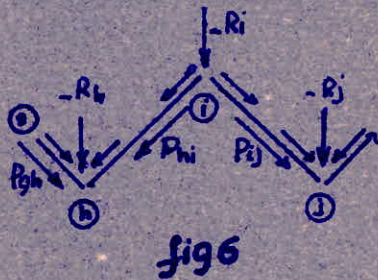
Chaque action $-R_i$ par unité de longueur se décompose en deux forces situées dans le plan des deux plaques qui se rejoignent à l'arête $\ll i \gg$

Pour chaque plaque $\ll ij \gg$ est reliée à deux arêtes $\ll i \gg$ et $\ll j \gg$, on obtient dans le plan de chaque plaque deux forces apportées par les actions $-R_i$ et $-R_j$

La résultante de ces deux forces par unité de longueur est désignée par P_{ij} (par unité de longueur de la plaque $\ll ij \gg$). Par conséquent, cette charge P_{ij} est uniformément distribuée dans le plan de la plaque $\ll ij \gg$ tout le long de la portée L (fig 6)

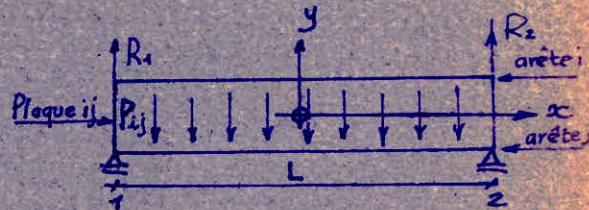
Convention de signe

La force P_{ij} est positive quand elle est orientée vers l'arête ayant la priorité alphabétique. Ainsi P_{hi} est positive ; P_{gh} et P_{ij} sont négatives.



Moments longitudinaux $d_{ij}(x)$

Le système de charge extérieur étant totalement défini, nous étudions la plaque $\ll ij \gg$ comme une poutre classique simplement appuyée.



Dans le système d'axes de la (fig 7) l'équation du moment $d_{ij}(x)$ est :

$$d_{ij}(x) = R_1 \left(x - \frac{L}{2}\right) - P_{ij} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^2}{2}$$

avec $R_1 = P_{ij} \frac{L}{2}$

$$\begin{aligned} \text{donc } d_{ij}(x) &= P_{ij} \frac{L}{2} \left(x + \frac{L}{2}\right) - P_{ij} \frac{\left(x + \frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{P_{ij}}{2} \left(x + \frac{L}{2}\right) \left(L - x - \frac{L}{2}\right) \\ &= \frac{P_{ij}}{2} \left(x + \frac{L}{2}\right) \left(\frac{L}{2} - x\right) = \frac{P_{ij}}{2} \left(\frac{L^2}{4} - x^2\right) \end{aligned}$$

Mettons $P_{ij} \frac{L^2}{8}$ en facteur, l'équation s'écrit :

$$d_{ij}(x) = P_{ij} \frac{L^2}{8} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) \quad (1)$$

Si nous posons $cl_{ij} = P_{ij} \frac{L^2}{8}$, l'équation des moments longitudinaux devient:

$$c_{lij}(x) = cl_{ij} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) \quad (2)$$

Le moment maximal cl_{ij} est obtenu pour $x=0$

Efforts tranchants $G_{ij}(x)$

L'effort tranchant est lié, au moment fléchissant par la relation:

$$G_{ij}(x) = - \frac{d c_{lij}(x)}{dx}$$

En dérivant l'expression (1) par rapport à x , on obtient l'équation des efforts tranchants pour la plaque « ij ».

$$G_{ij}(x) = + P_{ij} \cdot x \quad (3)$$

L'effort tranchant maximal est obtenu en faisant dans (3) $x = -\frac{L}{2}$

$$G_{ij} = - P_{ij} \frac{L}{2} = - 4 \frac{cl_{ij}}{L}$$

En fonction, de G_{ij} , l'expression (3) devient:

$$G_{ij}(x) = - G_{ij} \frac{2x}{L} \quad (4)$$

Diagrammes

(fig 8)

Diagramme des moments fléchissants
(fig 8-a-)

Diagramme des efforts tranchants
(fig 8-b-)

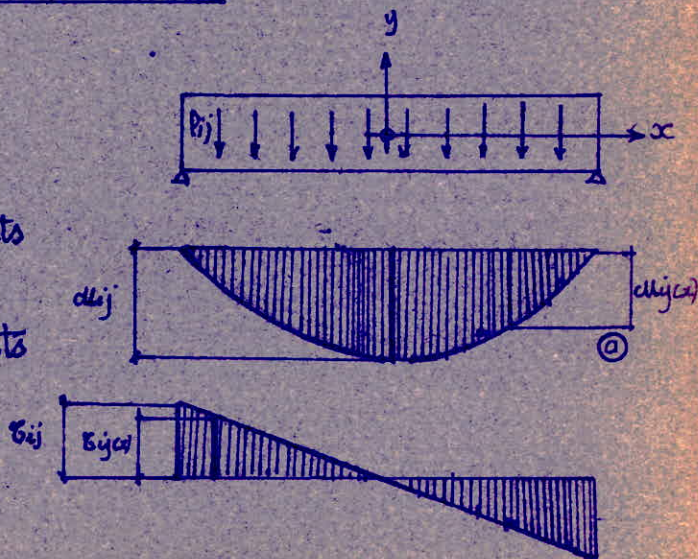


fig 8

contraintes - forces de liaison

Le moment $M_{ij}(x)$ engendré dans la plaque « ij » en un point, de coordonnées (x, y) une contrainte normale $\sigma_{ij}(x, y)$, dont la relation avec le moment est donnée par :

$$\sigma_{ij}(x, y) = - \frac{M_{ij}(x)}{J_{ij}} y_{ij}$$

où J_{ij} est le moment d'inertie de la plaque « ij » égal à $e_{ij} \frac{d_{ij}^3}{12}$
 y_{ij} est la distance du point, considéré à la fibre neutre.

- Au niveau de l'arête « i » ($y_{ij} = v_{ij} = + \frac{d_{ij}}{2}$) la contrainte est :

$$\sigma_{ij}(x, + \frac{d_{ij}}{2}) = - \frac{M_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^3} \times \frac{12 \times d_{ij}}{2} = - \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^2} M_{ij}(x)$$

De la même manière, pour la plaque « hi », la contrainte normale $\sigma_{hi}(x, y_{hi})$ en un point (x, y_{hi}) est :

$$\sigma_{hi}(x, y_{hi}) = - \frac{M_{hi}(x)}{J_{hi}} y_{hi}$$

- Au niveau de l'arête « i » ($y_{hi} = -v_{hi} = - \frac{d_{hi}}{2}$)

$$\sigma_{hi}(x, - \frac{d_{hi}}{2}) = + \frac{M_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^3} \times \frac{12 d_{hi}}{2} = + \frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2} M_{hi}(x)$$

Il est clair que la continuité de la structure du voile, oblige à avoir des déformations longitudinales unitaires égales, de part et d'autre, d'une arête.

Si le module d'élasticité E est constant pour tout le voile, l'égalité des déformations entraîne l'égalité des contraintes en vertu de la relation de Hooke $\sigma = \epsilon E$

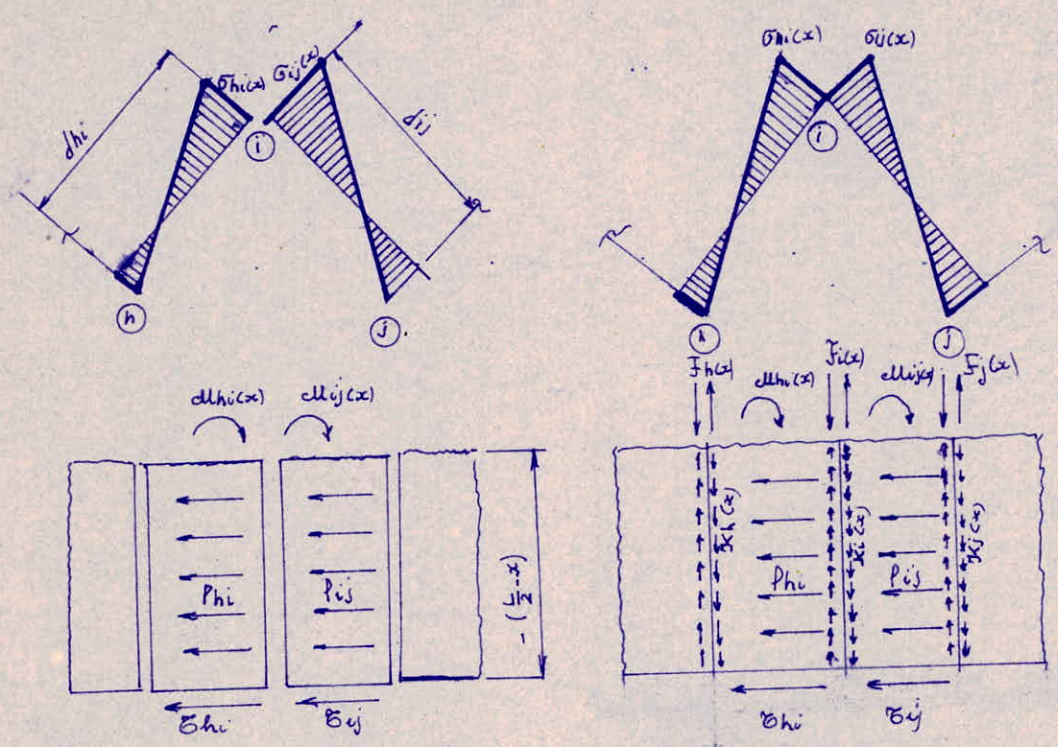
Pendant les 2, contraintes $\sigma_{ij}(x, + \frac{d_{ij}}{2}) = - \frac{6 M_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^2}$ et

$\sigma_{hi}(x, - \frac{d_{hi}}{2}) = \frac{6 M_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2}$ qui s'exercent de part et d'autre de

l'arête « i » ne sont pas nécessairement égales. Aussi afin de réaliser cette condition, sommes-nous obligés d'introduire le long de chaque arête une paire de forces de liaison $F(x)$

Cette force de liaison $F(x)$ est égale et de signe contraire à la somme des efforts de glissement longitudinaux $F(x)$ par unité de longueur, transmis d'une plaque à l'autre depuis l'extrémité du voile (fig 9)

$$F(x) = - \int_{-\frac{x}{2}}^x K(x) dx \quad (5)$$



Ⓐ Structure non continue $\sigma_{hi}(x) \neq \sigma_{ij}(x)$
(avant introduction des forces de liaison)

Ⓑ Structure continue $\sigma_{hi}(x) = \sigma_{ij}(x)$
(après introduction des forces de liaison F^o)

- fig 9 -

nota

Dans toutes les démonstrations que nous ferons, les vecteurs seront pris avec un signe positif.

Vu que les forces de liaison, de part et d'autre d'une arête, ont des valeurs égales et de signes opposés (forces antisymétriques), l'équilibre extérieur de la structure, ne se trouve pas modifié par la présence de ces forces internes.

Avec l'introduction des forces de liaison $F^o(x)$ qui sont des forces normales, à chaque plaque, ces dernières ne seront plus étudiées en flexion simple, mais en flexion composée.

Ainsi dans la plaque « hi », la contrainte $\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2})$ est égale à la somme de la contrainte engendrée par le moment $M_{hi}(x)$ fléchissant et les contraintes engendrées par les forces de liaison $F_{hi}(x)$ et $F_{ji}(x)$

-1- Contrainte engendrée par le moment $M_{hi}(x)$

$$\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = + \frac{6 M_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2}$$

-2- Contraintes engendrées par les forces de liaison

Ⓐ contrainte due à l'effort normal $F_i(x) - F_h(x)$

$$\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = \frac{F_i(x) - F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} = \frac{F_i(x)}{e_{hi} d_{hi}} - \frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}}$$

Ⓑ contrainte due au moment $\frac{F_h(x) + F_i(x)}{2} d_{hi}$

Les forces de liaison $F_h(x)$ et $F_i(x)$ engendrent au milieu de la section transversale de la plaque « hi » un moment fléchissant égal à : $(F_h(x) + F_i(x)) \frac{d_{hi}}{2}$. L'expression de la contrainte due à ce moment est identique $\frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2}$, elle écrite plus haut pour $M_{hi}(x)$

$$\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = \frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2} \left[\frac{F_h(x) + F_i(x)}{2} d_{hi} \right]$$

Les expressions sont obtenus en raisonnant sur la fig 9 tout en tenant compte des conventions de signe précédemment établies.

Ainsi $\frac{F_i(x)}{e_{hi} d_{hi}}$ étant une contrainte de compression, a le signe positif

$F_h(x)/e_{hi} d_{hi}$ étant une contrainte de traction a le signe négatif (ce qui explique le signe \ominus de $[F_i(x) - F_h(x)]/e_{hi} d_{hi}$)

-3- Contrainte totale dans l'arête i

$$\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = \frac{F_i(x) - F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + \left[\frac{(F_h(x) + F_i(x)) d_{hi}}{2} + M_{hi}(x) \right] \frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2}$$

* On obtient de la même manière pour la plaque « ij »

$$\sigma_{ij}(x, +\frac{d_{ij}}{2}) = \frac{F_j(x) - F_i(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \left[\frac{(F_j(x) + F_i(x)) d_{ij}}{2} + M_{ij}(x) \right] \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^2}$$

La condition de continuité de la structure, ou condition d'égalité des contraintes de part et d'autre ~~part~~ de l'arête i s'écrit

$$\sigma_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = \sigma_{ij}(x, +\frac{d_{ij}}{2})$$

en remplaçant $\bar{O}_{hi}(x, -d_{hi}/2)$ et $\bar{O}_{ij}(x, +d_{ij}/2)$ par leur expression:

$$\frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} - \frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + \left[\left(\frac{F_h(x) + \bar{F}_h(x)}{2} \right) \frac{d_{hi}}{2} + d_{hi}(x) \right] \frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2} = \frac{F_j(x) - \bar{F}_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \left[\left(\frac{F_j(x) + \bar{F}_j(x)}{2} \right) \frac{d_{ij}}{2} + d_{ij}(x) \right] \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^2}$$

En développant:

$$\frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} - \frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{3F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{3\bar{F}_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{6d_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2} = \frac{F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{3F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{3\bar{F}_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{6d_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^2}$$

En groupant les termes identiques:

$$2 \frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + 4 \frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + 2 \frac{F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} + 4 \frac{F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} = - \frac{6d_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2} - \frac{6d_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^2}$$

En simplifiant et en mettant en facteur les termes semblables:

$$\frac{F_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + 2 \bar{F}_h(x) \left(\frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) + \frac{F_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} = -3 \left(\frac{d_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{d_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^2} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{d_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{d_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} \right) \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

(6)

cette relation qui permet d'obtenir les forces de liaison $\bar{F}_i(x)$ est écrite pour chaque arête.

Si n est le nombre d'arêtes, on aura à résoudre un système de n équations à n inconnues.

Cette relation rappelle l'équation des 3 moments.

Système de n équations à n inconnues mis sous forme matricielle.

Appelons a_{ih} ; a_{ij} ; a_{jh} les coefficients de $F_h(x)$, $\bar{F}_i(x)$; $F_j(x)$ et b_i les termes constants (2^o membre fonction de x)

Le système s'écrit:

$$\begin{pmatrix} a_{1h} & a_{1i} & a_{1j} & a_{1h} \\ & a_{2b} & a_{2c} & a_{2d} \\ & & & a_{gh} & a_{gi} & a_{gj} \\ & & & & & & & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ \vdots \\ F_h \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1(x) \\ b_2(x) \\ \vdots \\ b_h(x) \\ \vdots \\ b_n(x) \end{pmatrix}$$

nota

Si les plaques ont la même largeur d et la même épaisseur e , la relation (6) devient

$$F_n(x) + 4 F_i(x) + F_j(x) = - \frac{3}{d} (c l h_i(x) + c l h_j(x))$$

$$= - \frac{3}{d} (c l h_i + c l h_j) \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right)$$

(7)

particularités des forces de liaison

- 1 - Ses forces de liaison $F(x)$ étant des forces antisymétriques, auront les propriétés, de ces dernières, à savoir :

- a - qu'elles sont identiquement nulles pour les arêtes situées dans un plan, de symétrie

- b - Elles sont également nulles pour les arêtes de rive car elles ne sont pas équilibrées par des forces antisymétriques. L'arête de rive ne lie qu'une seule plaque.

- 2 - D'après la relation (6), les forces de liaison sont proportionnelles aux moments fléchissants. Elles admettent donc la même loi de variation comme $c l h_j(x) = c l h_j \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right)$, on aura :

avec $F_{i \max} = F_i = F_i(0)$

$$F_i(x) = F_i \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) \quad (8)$$

La courbe représentative de la fonction $F_i(x)$ sera, donc, similaire à celle des moments fléchissants (cf fig 8)

- 3 - Ses forces de liaison s'annulant mutuellement le long de chaque arête, il est clair que l'équilibre extérieur, de la structure ne se trouve pas modifié par leur présence.

Par conséquent, aucun effort tranchant supplémentaire extérieur n'est engendré par ces forces. Par contre elles engendrent, des moments fléchissants qui s'ajoutent aux moments $c l h_j(x)$ provoqués par les charges P_{ij} pour donner des moments fléchissants longitudinaux égaux à :

$$M_{ij}(x) = \left[(F_i(x) + F_j(x)) \frac{d_{ij}}{2} + c l h_j(x) \right] \text{ ou}$$

$$M_{ij}(x) = \left[(F_i + F_j) \frac{d_{ij}}{2} + d_{ij} \right] \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

(9)

Le maximum, de $M_{ij}(x)$ est obtenu pour $x=0$. Il a pour valeur

$$M_{ij} = (F_i + F_j) \frac{d_{ij}}{2} + d_{ij} \quad (10)$$

L'expression (9) devient

$$M_{ij}(x) = M_{ij} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right) \quad (11)$$

déformations

Le moment $M_{ij}(x)$ engendre une déformation $\delta_{ij}(x)$, dans le plan de la plaque xy normalement à ses arêtes, telle que :

$$E \int_{ij} \delta_{ij}''(x) = -M_{ij}(x) = -M_{ij} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

Intégrons 2 fois cette expression :

$$E \int_{ij} \delta_{ij}'(x) = -M_{ij} \left(x - \frac{4}{3} \frac{x^3}{L^2} \right) + C_1$$

$$E \int_{ij} \delta_{ij}(x) = -M_{ij} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{3L^2} \right) + C_1 x + C_2$$

Ses constantes C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites

Valeur de C_1

Au centre de la plaque ($x=0$), la déformée $\delta_{ij}(x)$ est maximum donc $\delta_{ij}'(0) = 0$

ce qui donne :

$$C_1 = 0$$

Valeur de C_2

Avec appuis la déformée est nulle, donc $\delta_{ij}(\pm \frac{L}{2}) = 0$

$$-M_{ij} \left(\frac{L^2}{8} - \frac{L^4}{48L^2} \right) + C_2 = 0 \quad \text{d'où} \quad C_2 = \frac{5M_{ij}L^2}{48}$$

L'équation de la déformée devient :

$$EJ_{ij} \delta_{ij}(x) = -M_{ij} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{3L^2} - \frac{5}{48} L^2 \right) \quad (12)$$

$J_{ij} = e_{ij} \frac{d_{ij}^3}{12}$ permet d'écrire $\delta_{ij}(x) = \frac{12}{Ee_{ij}d_{ij}^3} (-M_{ij}) \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{3L^2} - \frac{5}{48} L^2 \right)$

$$\delta_{ij}(x) = - \frac{12M_{ij}}{Ee_{ij}d_{ij}^3} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{3L^2} - \frac{5}{48} L^2 \right) \quad (13)$$

La valeur maximale de $\delta_{ij}(x)$ est obtenue pour $x = 0$; elle a pour valeur

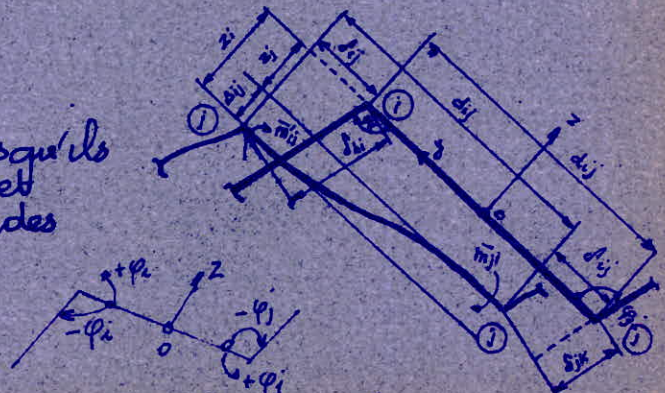
$$\delta_{ij} = \frac{5}{4} \frac{L^2}{Ee_{ij}d_{ij}^3} M_{ij} \quad (14)$$

déplacement différentiel des arêtes

A partir des valeurs des déformations $\delta_{ij}(x)$, on évalue le déplacement $\Delta_{ij}(x)$, des arêtes i et j

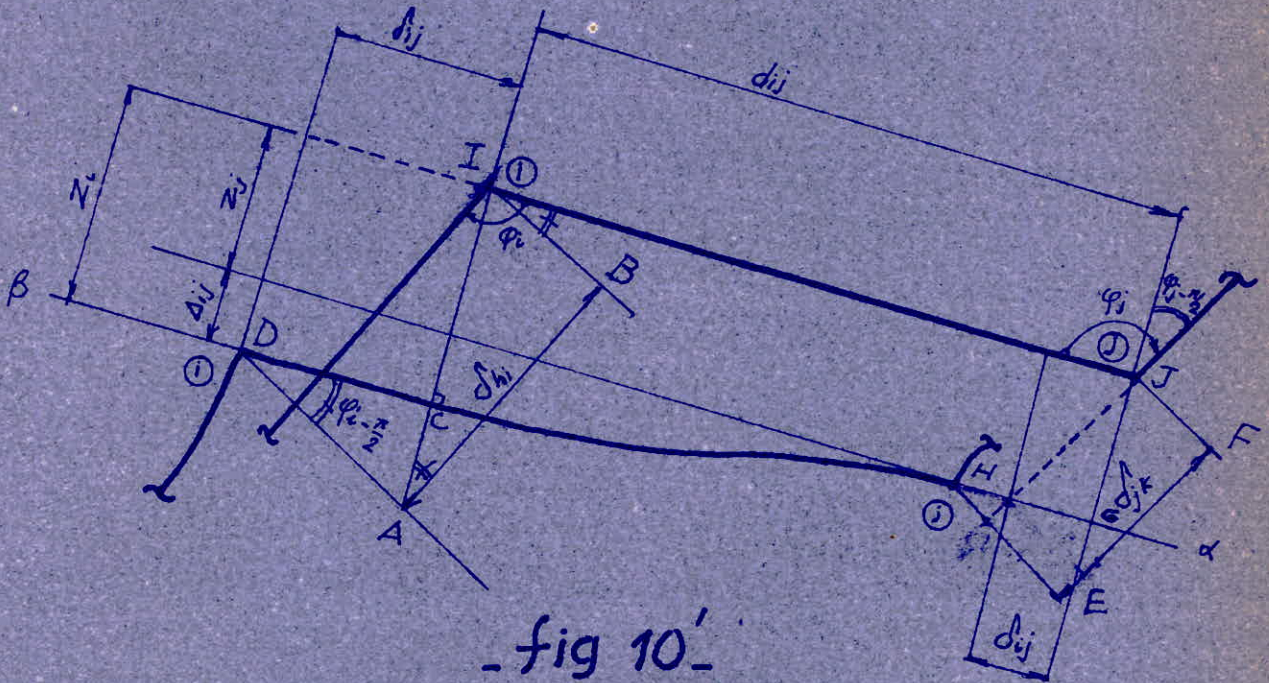
conventions, de signe

Les angles φ sont positifs lorsqu'ils ont le sens trigonométrique et négatifs lorsqu'ils ont celui des aiguilles d'une montre.



- fig 10 -

calcul de Δ_{ij}



- fig 10' -

Démonstration (fig 10')

Les droites HG, CD, IJ sont parallèles entre elles
La droite IA est perpendiculaire à IJ

Considérons le triangle IBA rectangle en B
L'angle BAI est égal à l'angle JTB (angles à côtés perpendiculaires)
 $\widehat{BAI} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$

Dans ce triangle : $IA = \frac{AB}{\cos \widehat{BAI}} = \frac{\Delta B}{\cos(\varphi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i}$

Considérons le triangle ACD rectangle en C
L'angle CDA = JTB = $\varphi_i - \frac{\pi}{2}$ (angles à côtés parallèles)

Dans ce triangle : $CA = CD \widehat{tg CDA} = \delta_{ij} \widehat{tg}(\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = -\delta_{ij} \widehat{cotg} \varphi_i$

D'autre part le segment $IC = Z_i = AI - CA$

$$Z_i = \frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i} - (-\delta_{ij} \widehat{cotg} \varphi_i) = \delta_{ij} \widehat{cotg} \varphi_i + \frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i}$$

De la même manière considérons le triangle JFE rectangle en F
 $\widehat{FEJ} = \varphi_j - \frac{\pi}{2}$

$$JE = \frac{EF}{\cos \widehat{FEJ}} = \frac{\delta_{jk}}{\cos(\varphi_j - \frac{\pi}{2})} = \frac{\delta_{jk}}{\sin \varphi_j}$$

considérons le triangle GHE rectangle en G
 $\widehat{GHE} = \varphi_j - \frac{\pi}{2}$

$$CE = CH \operatorname{tg} \widehat{CHE} = \delta_{ij} \operatorname{tg}(\varphi_j - \frac{\pi}{2}) = -\delta_{ij} \operatorname{cotg} \varphi_j$$

$$Z_j = JE - GE$$

$$Z_j = \frac{\delta_{jk}}{\sin \varphi_j} + \delta_{ij} \operatorname{cotg} \varphi_j$$

D'autre part (fig 10') $\Delta_{ij} = Z_i - Z_j$

$$\Delta_{ij} = \frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i} + \delta_{ij} (\operatorname{cotg} \varphi_j - \operatorname{cotg} \varphi_i) + \frac{\delta_{jk}}{\sin \varphi_j}$$

Si l'on adopte les conventions suivantes:

- δ est positif lorsqu'il est dirigé suivant le sens de l'axe Oy
- φ_i est l'angle aigu du dièdre « hij » compte à partir de la plaque « ij » et orienté dans le plan Ozy (fig 10')
- φ_j l'angle du dièdre « ijk » (aigu) compte à partir de la plaque « ij » et orienté dans le plan Ozy
- Δ est positif lorsqu'il est dirigé suivant le sens de Oz

L'expression de Δ_{ij} devient

$$\Delta_{ij} = -\frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i} + \delta_{ij} (\operatorname{cotg} \varphi_j - \operatorname{cotg} \varphi_i) + \frac{\delta_{jk}}{\sin \varphi_j} \quad (15)$$

nota

Le déplacement Δ_{ij} ci-dessus est obtenu pour une section à mi-travée. Pour déterminer le déplacement on une section x , il suffit de remplacer $\delta_{hi}(x)$, $\delta_{ij}(x)$, $\delta_{jk}(x)$ par les expressions (13)

$$\Delta_{ij}(x) = -\frac{12}{E} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3L^2} - \frac{5L^2}{48} \right) \left[\frac{M_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^3 \sin \varphi_i} + \frac{M_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^3} (\operatorname{cotg} \varphi_j - \operatorname{cotg} \varphi_i) + \frac{M_{jk}}{e_{jk} d_{jk}^3 \sin \varphi_j} \right]$$

(16)

II CYCLES DE CORRECTIONS

Au cours du calcul de base, nous avons obtenu des résultats qui ne tiennent pas compte du déplacement des arêtes.

Au cours de la présente étape, nous allons calculer des efforts à partir des seuls déplacements des arêtes. Les efforts s'ajouteront aux efforts initiaux.

- 1 - sens transversal

1^{er} cycle de correction

Le déplacement relatif des arêtes va nous permettre de calculer des moments transversaux m' qui sont évalués à partir des moments d'encastrement parfait \bar{m} .

Rappel de RDM

Moments d'encastrement parfait dus aux dénivellations d'appui

a. Poutre encastree à une extrémité et articulée à l'autre

$$\bar{m}' = \frac{3EJ}{l^2} \Delta$$

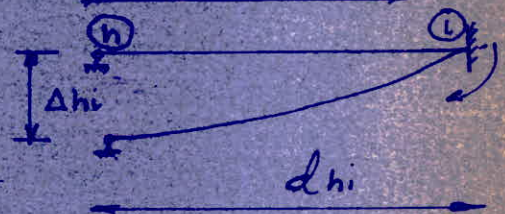
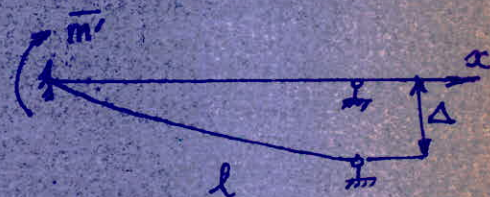
Si nous l'appliquons à une plaque « hi »

$$(2^{\circ} \text{ plaque})$$

$$J_{hi} = 1 \times \frac{e^3 h_i}{12}$$

$$\bar{m}'_{hi} = 0$$

$$\bar{m}'_{ih} = \frac{3E \times 1 \times e^3 h_i}{12 d_{ij}^2} \Delta_{hi} = \frac{E e^3 h_i}{4 d_{ij}^2} \Delta_{hi}$$

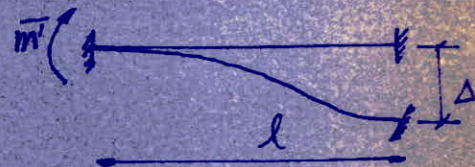


b. Poutre encastree aux 2 extrémités

$$\bar{m}' = \frac{6EJ}{l^2}$$

Si nous l'appliquons à une poutre « ij » (plaques courantes)

$$\bar{m}'_{ij} = \bar{m}'_{ji} = \frac{E e_{ij}^3}{2 d_{ij}^2} \Delta_{ij}$$



- c - Pour la première plaque de rive (auvent) elle sera assimilée à une console. Elle est supposée se déplacer librement et sans déformation dans le plan perpendiculaire aux arêtes.

Pomme nous assimilons toujours transversalement le système à une poutre continue, ces moments d'encastrement parfait m' seront distribués sur les appuis grâce aux méthodes de la RDM (nous préconisons la méthode de CROSS)

Grâce à la méthode de CROSS, nous obtenons les premiers moments correctifs m'_i et par voie de conséquence le diagramme complet des moments transversaux m'

A l'aide des équations de la statique, on détermine les réactions R'_i et R'_j dans chaque plaque « ij »
Les réactions ont pour valeur:

$$R'_i = - \frac{m'_i - m'_j}{l_{ij}} \quad ; \quad R'_j = - R'_i = \frac{m'_i - m'_j}{l_{ij}}$$

nota

Les valeurs précédentes des moments et des réactions sont obtenues pour une section à mi-travée

Les valeurs des moments m' varient dans le sens longitudinal avec x , puisque m' est fonction de $\Delta_{ij}(x)$ qui est lui-même fonction de x (voir expression 16)

On ne peut plus considérer une bande de largeur unité

- 2 - sens longitudinal

On conserve le même plan que pour le calcul de base
On prend longitudinalement, comme charge les actions $-R'_i$ qui sont égales et opposées aux réactions $+R'_i$

Cependant, comme pour les moments m' , ces actions $-R'_i$ ne seront plus uniformément réparties le long des arêtes.

On peut prendre leur valeur en fonction de x en partant des expressions de $\Delta_{ij}(x)$ (16), mais il est plus aisé pour les calculs de faire une décomposition en série de Fourier, de la forme:

$$R'_i(x) = R'_i \left(\cos \frac{\pi x}{L} + \cos \frac{3\pi x}{L} + \cos \frac{5\pi x}{L} + \dots \right)$$

R'_i est le maximum de $R'_i(x)$, obtenu à mi-travée.

La déformée de la plaque étant sensiblement une sinusoïdale, on peut retenir seulement le premier terme de la série de Fourier. L'erreur commise dans l'évaluation des moments maximums pour une charge uniformément répartie est, de l'ordre de 5%.

Donc

$$R'_i(x) = R_i \cos(\pi x/L)$$

De la même manière que pour le calcul de base (I), les actions $R'_i(x)$ sont décomposées dans le plan des plaques.

Les résultantes $P'_{ij}(x)$ pour chaque plaque « ij » seront aussi de la forme :

$$P'_{ij}(x) = P_{ij} \cos(\pi x/L)$$

Moments longitudinaux $cl'_{ij}(x)$

Les moments fléchissants engendrés par les forces $P'_{ij}(x)$ seront aussi de la forme

$$cl'_{ij}(x) = cl'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$$

Nous pouvons déterminer l'expression de $cl'_{ij}(x)$ en utilisant la relation fournie par la RDM et qui lie la charge $P'_{ij}(x)$ et le moment $cl'_{ij}(x)$

$$P'_{ij}(x) = - \frac{d^2 cl'_{ij}(x)}{dx^2} = P_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$$

Intégrons 2 fois cette relation

$$\frac{dcl'_{ij}(x)}{dx} = - P_{ij} \frac{L}{\pi} \sin \frac{\pi x}{L} + C_1$$

$$cl'_{ij}(x) = + P_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{L} + C_1 x + C_2$$

Les valeurs des constantes C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites

Valeur de C_1

$cl'_{ij}(x)$ est maximum pour $x=0$ ($cl'_{ij}(x) = cl'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$) donc $\frac{dcl'_{ij}(x)}{dx} = 0$, ce qui donne $C_1 = 0$

Valeur de C_2

Longitudinalement, le voile est articulé, à ses extrémités, donc : $cl'_{ij}(\pm \frac{L}{2}) = 0$ ce qui donne $C_2 = 0$

Donc l'expression de $cl'_{ij}(x)$

$$cl'_{ij}(x) = cl'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L} = P'_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (17)$$

Le maximum de $cl'_{ij}(x)$ est obtenu pour $x=0$

$$cl'_{ij} = P'_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} \quad (18)$$

Efforts tranchants

$$G'_{ij}(x) = - \frac{dcl'_{ij}(x)}{dx}$$

$$G'_{ij}(x) = P'_{ij} \frac{L}{\pi} \sin \frac{\pi x}{L} = - G'_{ij} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (19)$$

Se l'effort tranchant maximum est obtenu pour $x = -\frac{L}{2}$

$$G'_{ij} = - P'_{ij} \frac{L}{\pi} \quad (20)$$

diagrammes

- fig 11 -

Diagramme des moments fléchissants (b)

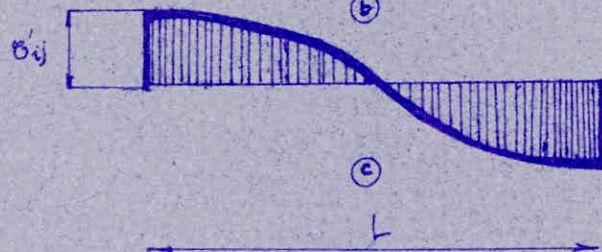
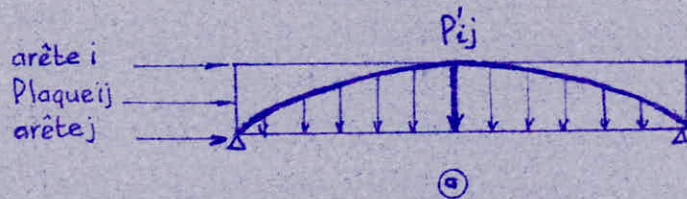
$$cl'_{ij}(x) = cl'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$$

Diagramme des efforts tranchants (c)

$$G'_{ij}(x) = - G'_{ij} \sin \frac{\pi x}{L}$$

Diagramme des charges (a)

$$P'_{ij}(x) = P'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$$



- fig 11 -

contraintes - forces de liaison

De la même manière que pour le calcul de base, le moment fléchissant $M'_{ij}(x)$ engendré dans la plaque «ij» en un point de coordonnées (x, y) une contrainte $\sigma'_{ij}(x, y) = - \frac{M'_{ij}(x)}{I_{ij}} y_{ij} = - \frac{12 M'_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^3} y_{ij}$

Au niveau de l'arête «i» ($y_{ij} = \frac{d_{ij}}{2}$) la contrainte est :

$$\sigma'_{ij}(x, \frac{d_{ij}}{2}) = - \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^3} M'_{ij}(x)$$

De même pour la plaque «hi» au niveau de l'arête «i» :

$$\sigma'_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2}) = + \frac{6}{e_{hi} d_{hi}^3} M'_{hi}(x)$$

$\sigma'_{ij}(x, \frac{d_{ij}}{2})$ étant différente de $\sigma'_{hi}(x, -\frac{d_{hi}}{2})$, il est nécessaire de part la continuité du voile à introduire des forces de liaison $F'(x)$ pour établir cette égalité

En suivant le même procédé que pour le calcul de base, on aboutit à la relation :

$$\frac{F'_h(x)}{e_{hi} d_{hi}} + 2 F'_i(x) \left(\frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) + \frac{F'_j(x)}{e_{ij} d_{ij}} = -3 \left(\frac{M'_{hi}(x)}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{M'_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}^2} \right)$$

$$= -3 \left(\frac{M'_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{M'_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} \right) \cos \frac{\pi x}{L}$$

Si les plaques ont même largeur d et même épaisseur e (21) devient

$$F'_h(x) + 4 F'_i(x) + F'_j(x) = -\frac{3}{d} (M'_{hi} + M'_{ij}) \cos \frac{\pi x}{L}$$

(22)

La relation (21) permet de connaître la loi de variation des forces de liaison $F'(x)$. Elle est la même que celle des moments $M'_{ij}(x)$. Ainsi :

avec $F'_i = F'_i(0)$

$$F'_i(x) = F'_i \cos \frac{\pi x}{L} \quad (23)$$

remarques

- Les forces $F'(x)$ possèdent les mêmes propriétés que les forces $F(x)$, du calcul de base
- Toutes les remarques concernant les forces $F(x)$, énoncées lors du calcul de base restent valables pour les forces $F'(x)$
- Les forces $F'(x)$ engendrent des moments fléchissants qui s'ajoutent aux moments $d'_{ij}(x)$ provoqués par les charges $P'_{ij}(x)$ pour donner des moments fléchissants longitudinaux dont la valeur pour une plaque «ij» est :

$$M'_{ij}(x) = \left(F'_i(x) + F'_j(x) \right) \frac{d_{ij}}{2} + d'_{ij}(x) \quad \text{ou encore}$$

$$M'_{ij}(x) = \left[\left(F'_i + F'_j \right) \frac{d_{ij}}{2} + d'_{ij} \right] \cos \frac{\pi x}{L} \quad (24)$$

Le moment maximum M'_{ij} est obtenu pour $x=0$. Il a pour valeur :

$$M'_{ij} = \left(F'_i + F'_j \right) \frac{d_{ij}}{2} + d'_{ij} \quad (25)$$

déformations

Les moments M'_{ij} provoquent dans les plaques «ij», des déformations $\delta'_{ij}(x)$, dont on peut trouver la loi de variation grâce à :

$$EJ_{ij} \delta''_{ij}(x) = - M'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$$

Intégrons 2 fois cette expression :

$$EJ_{ij} \delta'_{ij}(x) = - M'_{ij} \frac{L}{\pi} \sin \frac{\pi x}{L} + C_1$$

$$EJ_{ij} \delta_{ij}(x) = + M'_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{L} + C_1 x + C_2$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites. La déformation est maximale au milieu de la plaque ($x=0$)

Donc $\delta'_{ij}(x)$ pour $x=0$, $\delta''(0) = 0$, ce qui fournit $C_1 = 0$

La déformation est nulle aux appuis $\delta'_{ij}(\pm \frac{L}{2}) = 0$ ce qui fournit $C_2 = 0$

L'équation, devient en remplaçant γ_{ij} par $e_{ij} \frac{d_{ij}^3}{12}$

$$\delta_{ij}''(x) = \frac{12 L^2 M'_{ij}}{E \pi^2 e_{ij} d_{ij}^3} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (26)$$

La déformation maximale a lieu pour $x=0$; elle a pour valeur:

$$\delta'_{ij} = \frac{12 L^2 M'_{ij}}{E \pi^2 e_{ij} d_{ij}^3} \quad (27)$$

Où $\delta'_{ij}(x) = \delta'_{ij} \cos \frac{\pi x}{L}$

déplacement différentiel des arêtes

Les déformations $\delta'_{ij}(x)$ permettent d'évaluer le déplacements des arêtes. Une démonstration analogue à celle du calcul de base permet d'écrire

$$\Delta'_{ij}(x) = \left[-\frac{\delta'_{hi}}{\sin \varphi_i} + \delta'_{ij} (\cotg \varphi_j - \cotg \varphi_i) + \frac{\delta'_{jk}}{\sin \varphi_j} \right] \cos \frac{\pi x}{L}$$

2° cycle de correction

(28)

Les déplacements $\Delta'_{ij}(x)$ vont permettre de déterminer les moments transversaux m'' qui sont évalués à partir des moments d'encastrement parfait m'' (cf 1° cycle de correction)

On suivra ensuite le même procédé que pour le premier cycle

On fera autant de cycles de corrections que cela est nécessaire et on s'arrêtera lorsque les moments transversaux deviennent insignifiants

En somme, on le verra lors du calcul numérique, les moments m'' ainsi que les déformations δ' convergent plus rapidement que les moments transversaux m

III VALEURS FINALES DE CALCUL

On obtient les valeurs finales de calcul en faisant la somme des valeurs de base et celles des différents cycles de corrections.

1. sens transversal

moments transversaux m_i

$$M_i^{\dagger}(x) = m_i(x) + m_i'(x) + m_i''(x) + \dots + m_i^{(n)}(x) = m_i(x) + \sum_{n=1}^{(n)} m_i^{(n)}(x)$$

La connaissance des moments sur appuis finaux permet de déterminer le diagramme des moments transversaux (m/y) grâce aux méthodes de la RDM.

2. sens longitudinal

a) Moments longitudinaux M_{ij}

$$M_{ij}^{\dagger}(x) = M_{ij}(x) + M_{ij}'(x) + M_{ij}''(x) + \dots + M_{ij}^{(n)}(x) = M_{ij}(x) + \sum_{n=1}^n M_{ij}^{(n)}(x)$$

L'équation de $M_{ij}^{\dagger}(x)$ s'écrit : (cf (11) et (24), (25))

$$M_{ij}^{\dagger}(x) = M_{ij}(x) + \sum_{n=1}^n M_{ij}^{(n)} \times \cos \frac{\pi n x}{L} \quad \text{ou encore}$$

$$M_{ij}^{\dagger}(x) = M_{ij} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right) + \sum_{n=1}^n M_{ij}^{(n)} \times \cos \frac{\pi n x}{L} \quad (29)$$

b. Efforts tranchants T_{ij}

$$T_{ij}^{\dagger}(x) = T_{ij}^{\dagger(x)} = T_{ij}(x) + \sum_{n=1}^n -T_{ij} \times \sin \frac{\pi n x}{L}$$

L'équation de $T_{ij}^{\dagger}(x)$ s'écrit : (cf (4), (10))

$$T_{ij}^{\dagger}(x) = - \frac{2 T_{ij} x}{L} - \sum_{n=1}^{(n)} T_{ij}^{(n)} \sin \frac{\pi n x}{L} \quad (30)$$

ou encore cf (3) et (20)

$$T_{ij}^{\dagger}(x) = P_{ij} x + \frac{L}{\pi} \sum_{n=1}^n P_{ij}^{(n)} \times \sin \frac{\pi n x}{L} \quad (30')$$

c. Efforts normaux $N_{ij}^f(x)$

Rappelons que $N_{ij}^f(x) = F_j^f(x) - F_i^f(x)$ (voir fig 9)

or $F_j^f(x) = F_j^f(x) + \sum_{n=1}^n F_j^{f(n)}(x) = F_j^f(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}) + \sum_{n=1}^n F_j^{f(n)} \times \cos \frac{\pi n x}{L}$ (cf (8); (23))

$F_i^f(x) = F_i^f(x) + \sum_{n=1}^n F_i^{f(n)}(x) = F_i^f(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}) + \sum_{n=1}^n F_i^{f(n)} \times \cos \frac{\pi n x}{L}$

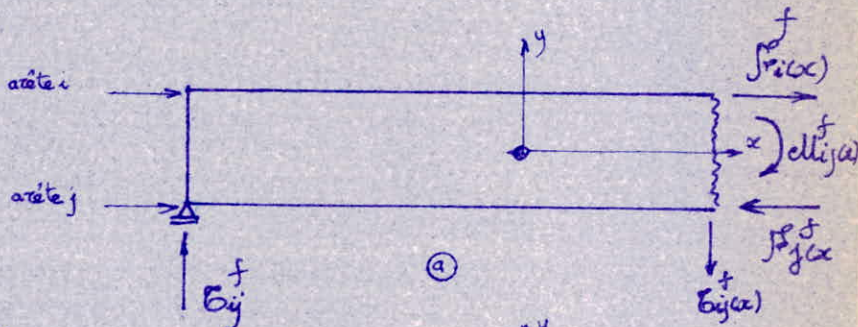
Où l'expression de $N_{ij}^f(x)$

$$N_{ij}^f(x) = (F_j^f - F_i^f) \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) + \left[\sum_{n=1}^n F_j^{f(n)} - \sum_{n=1}^n F_i^{f(n)} \right] \cos \frac{\pi n x}{L}$$

(31)

IV CONTRAINTES

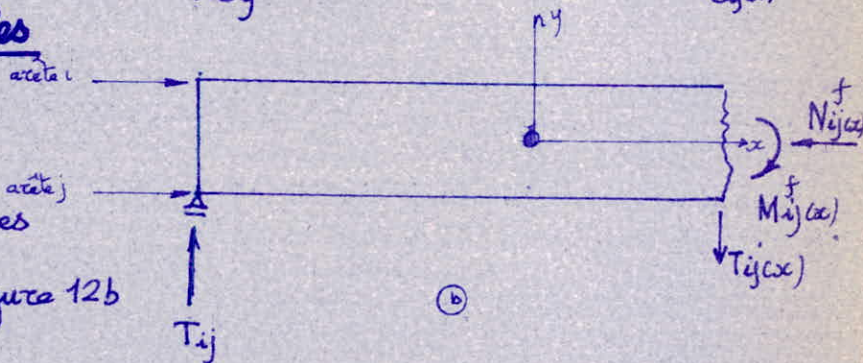
Plaçons sur la figure 12 a les sollicitations que l'exercent dans la section x et réduisons ces sollicitations au centre de gravité de la section x (figure 12 b)



-1. Contraintes normales

a) Sens longitudinal

Les plaques «ij», assimilées à des poutres sont soumises à la flexion composée. Ses sollicitations de la figure 12 b permettent d'écrire :



$$\sigma_{ij}(x, y_{ij}) = \frac{N_{ij}^f(x)}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{M_{ij}^f(x)}{I_{ij}} y_{ij}$$

- fig 12 -

(32)

b) Sens transversal

Les contraintes normales dans le sens transversal peuvent être évaluées en considérant le voile en équilibre sous l'action des charges extérieures et des réactions R_{ij} et ce pour l'unité de longueur du voile. Cependant ces contraintes sont négligeables par rapport aux contraintes dirigées dans le sens longitudinal.

- e - Contraintes tangentielles

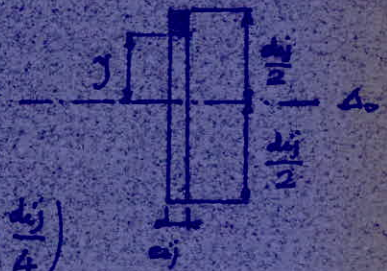
Les contraintes tangentielles T sont obtenues par la superposition des contraintes tangentielles engendrées par la flexion des plaques et des contraintes tangentielles engendrées par les forces de liaison.

a. Contraintes tangentielles provoquées par la flexion des plaques

La RDM fournit l'expression des contraintes tangentielles engendrées par la flexion des plaques α_{ij} , considérées comme poutres.

$$T_{ij}(x) = \frac{T_{ij}(x) \times S_{ij}^*(y)}{e_{ij} J_{ij}}$$

S_{ij}^* étant le moment statique par rapport à Δ_0 de la partie hachurée (fig 13)



$$S_{ij}^*(y) = e_{ij} \left(\frac{d_{ij}}{2} - y \right) \left(y + \frac{d_{ij}}{4} - \frac{y}{2} \right) = e_{ij} \left(\frac{d_{ij}}{2} - y \right) \left(\frac{y}{2} + \frac{d_{ij}}{4} \right)$$

$$S_{ij}^*(y) = 2 e_{ij} \left(\frac{d_{ij}}{4} - \frac{y}{2} \right) \left(\frac{y}{2} + \frac{d_{ij}}{4} \right) = 2 e_{ij} \left(\frac{d_{ij}^2}{16} - \frac{y^2}{4} \right)$$

- fig 13 -

$$S_{ij}^*(y) = \frac{e_{ij}}{2} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y^2 \right)$$

J_{ij} étant le moment d'inertie de la section, il est égal à $J_{ij} = e_{ij} \frac{d_{ij}^3}{12}$

d'où $T_{ij}(x) = \frac{\frac{e_{ij}}{2} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y^2 \right) \times 12}{e_{ij} \times e_{ij} d_{ij}^3} T_{ij}(x) = \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^3} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y^2 \right) T_{ij}(x)$

• Si nous appelons $T_{ij}^m(x)$ la contrainte tangentielle moyenne dans la section transversale α .

$$T_{ij}^m(x) = \frac{T_{ij}(x)}{e_{ij} d_{ij}}$$

$T_{ij}(x)$ s'écrit en fonction de $T_{ij}^m(x)$:

$$T_{ij}(x) = \frac{6}{d_{ij}^2} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y^2 \right) T_{ij}^m(x) = \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^3} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y^2 \right) T_{ij}(x) \quad (33)$$

b) Contraintes tangentielles engendrées par les forces de liaison

Nous avons vu précédemment qu'aux forces de liaison $F_i^j(x)$ correspondent des efforts de glissement longitudinaux $K_i(x)$ agissant par unité de longueur la valeur (fig 14)

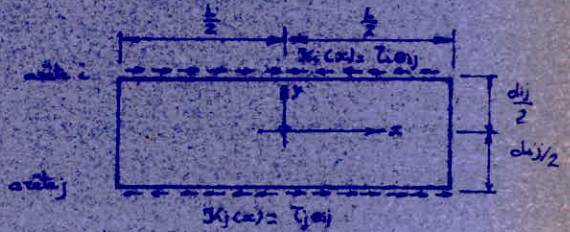
$$\frac{dF_i^j(x)}{dx} = -K_i(x) = -T_{ij}(x) \times e_{ij} \quad \text{ou bien } F_i^j(x) = \int_{-\frac{d_j}{2}}^x K_i(x) dx$$

(voir expression (5))

Cet effort de glissement longitudinal $K_i(x)$ engendre des effets de cisaillement dans la section transversale. Ces effets de cisaillement varient suivant une loi parabolique dont nous pourrions déterminer l'équation en respectant les conditions d'équilibre extérieure et les conditions aux limites (fig 15)

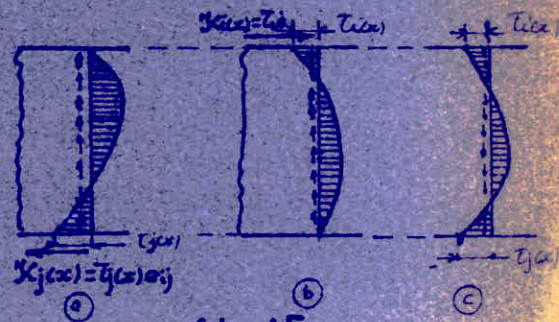
Le respect de la condition d'équilibre extérieure impose que la somme des efforts de cisaillement soit nulle dans chaque section transversale de la plaque donc:

$$\int T_{ij} dy = 0$$



- fig 14 -

Conformément à la loi de réciprocité des contraintes tangentielles agissant sur 2 faces perpendiculaires, il vient qu'aux niveaux $y_{ij} = +\frac{d_j}{2}$ $T_{ij}(x, \frac{d_j}{2}) = T_{ij}(x)$
 $y_{ij} = -\frac{d_j}{2}$; $T_{ij}(x, -\frac{d_j}{2}) = T_{ij}(x)$



- fig 15 -

Nous voyons sur la figure 15 a la courbe des efforts de cisaillement dus à $K_j(x)$, sur la figure 15 b la courbe des efforts de cisaillement dus à $T_{ij}(x)$, sur la figure c la superposition des 2 courbes. a et b

Equation de la courbe c

On sait que c'est une parabole. Son équation, est donc de la forme

$$T_{ij}(x, y) = a y^2 + b y + c$$

où a, b, c sont des constantes que nous déterminerons grâce aux conditions d'équilibre extérieure et aux conditions aux limites.

• Condition d'équilibre extérieure :

Elle se traduit par $\int_{-d/2}^{+d/2} \tau_{ij}(x, y) e_{ij} dy = 0$ soit :

$$\int_{-d/2}^{+d/2} (ay^2 + by + c) dy = 0 \Rightarrow \left[\frac{a}{3} y^3 \right]_{-d/2}^{d/2} + \frac{b}{2} [y^2]_{-d/2}^{d/2} + c [y]_{-d/2}^{d/2} = 0$$

$$2 \frac{a}{3} \frac{d_{ij}^3}{8} + c d_{ij} = 0 \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{a d_{ij}^2}{12} + c = 0} \quad (*)$$

• Loi de réciprocité, des contraintes tangentielles

$$\cdot y_{ij} = + \frac{d_{ij}}{2} ; \tau_{ij}(x, \frac{d_{ij}}{2}) = \tilde{\tau}_i(x) \quad \text{et} \quad y_{ij} = - \frac{d_{ij}}{2} ; \tau_{ij}(x, - \frac{d_{ij}}{2}) = \tilde{\tau}_j(x)$$

$$a \left[\frac{d_{ij}}{2} \right]^2 + b \frac{d_{ij}}{2} + c = \tilde{\tau}_i(x) \Rightarrow a \frac{d_{ij}^2}{4} + \frac{b d_{ij}}{2} + c = \tilde{\tau}_i(x)$$

$$a \left[- \frac{d_{ij}}{2} \right]^2 - b \frac{d_{ij}}{2} + c = \tilde{\tau}_j(x) \Rightarrow a \frac{d_{ij}^2}{4} - \frac{b d_{ij}}{2} + c = \tilde{\tau}_j(x)$$

Ces deux dernières équations permettent d'obtenir b

$$2b \frac{d_{ij}}{2} = \tilde{\tau}_i(x) - \tilde{\tau}_j(x) \quad \boxed{b = \frac{\tilde{\tau}_i(x) - \tilde{\tau}_j(x)}{d_{ij}}} \quad (**)$$

Leur somme permet d'obtenir une relation entre a et c

$$a \frac{d_{ij}^2}{2} + 2c = \tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x)$$

$$\boxed{a \frac{d_{ij}^2}{2} + 2c = \tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x)} \quad (***)$$

La résolution du système d'équations (*) et (***) fournit a et c

$$\boxed{a = \frac{3}{d_{ij}^2} (\tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x))}$$

$$\boxed{c = - \frac{\tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x)}{4}}$$

Finalement l'équation de la courbe des contraintes de cisaillement dues aux forces de liaison est :

$$\boxed{\frac{3}{d_{ij}^2} (\tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x)) y_{ij}^2 + \frac{\tilde{\tau}_i(x) - \tilde{\tau}_j(x)}{d_{ij}} y_{ij}' - \frac{\tilde{\tau}_i(x) + \tilde{\tau}_j(x)}{4}} \quad (34)$$

c. équation totale des contraintes de cisaillements

Elle est obtenue en faisant la somme des relations (33) et (34)

$$\tau_{ij}(x, y_{ij}) = \frac{6}{d_{ij}^2} \left(\frac{d_{ij}^2}{4} - y_{ij}^2 \right) \tau_{ij}^m + \frac{3}{d_{ij}^2} (\tau_i(x) + \tau_j(x)) y_{ij}^2 + \frac{\tau_i(x) - \tau_j(x)}{d_{ij}} y_{ij} - \frac{\tau_i(x) + \tau_j(x)}{4}$$

En développant, en groupant on obtient finalement:

$$\tau_{ij}(x, y_{ij}) = \frac{3}{d_{ij}^2} \left[-2\tau_{ij}^m + \tau_i(x) + \tau_j(x) \right] y_{ij}^2 + \frac{\tau_i(x) - \tau_j(x)}{d_{ij}} y_{ij} + \frac{1}{4} \left[6\tau_{ij}^m - \tau_i(x) - \tau_j(x) \right]$$

(35)

cas particuliers

Au niveau $y_{ij} = +\frac{d_{ij}}{2}$; $\tau_{ij}(x, y_{ij}) = \tau_i(x)$

Au niveau $y_{ij} = -\frac{d_{ij}}{2}$; $\tau_{ij}(x, y_{ij}) = \tau_j(x)$

Au niveau $y_{ij} = 0$; $\tau_{ij}(x, y_{ij}) = \tau_{ij}^0 = \frac{1}{4} [6\tau_{ij}^m - \tau_i(x) - \tau_j(x)]$

Valeur maximale de $\tau_{ij}(x, y_{ij})$: On trouve sa position en faisant $\frac{\partial \tau_{ij}(x, y_{ij})}{\partial y} = 0$; $\frac{6}{d_{ij}^2} [-2\tau_{ij}^m + \tau_i(x) + \tau_j(x)] y_{ij}^m + \frac{\tau_i(x) - \tau_j(x)}{d_{ij}} = 0$

$$y_{ij}^m = -\frac{d_{ij}}{6} \frac{\tau_i(x) - \tau_j(x)}{-2\tau_{ij}^m + \tau_i(x) + \tau_j(x)}$$

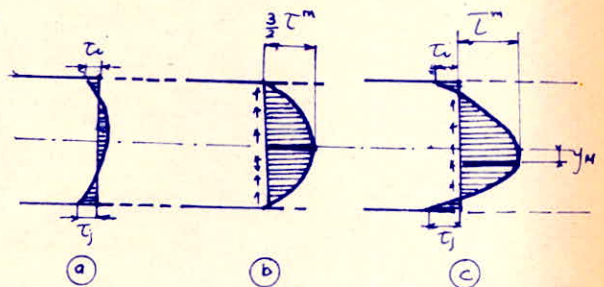
Sa valeur $\tau_{ij}(x, y_{ij}^m) = \tau_{ij}^0 + \frac{1}{2} [\tau_i(x) - \tau_j(x)] \frac{y_{ij}^m(x)}{d_{ij}}$

Diagrammes

Le diagramme des efforts de cisaillement est obtenu en faisant la somme du diagramme (15c) et du diagramme représentant l'équation (33)

figure 16

- 16a : courbe représentant (34)
- 16b : courbe représentant (33)
- 16c : courbe représentant (35)



3. Contraintes principales

Il serait intéressant, d'évaluer les valeurs et les directions des contraintes principales - fig 16 -
 principales. Comme il est facile de connaître la valeur de 2 contraintes perpendiculaires entre elles σ et σ' en un point x , il suffit pour déterminer la valeurs des 2 contraintes principales et leur direction en ce point d'utiliser les relations suivantes:

$$\sigma_{1,2}(x) = \frac{\sigma(x) + \sigma_t(x)}{2} \pm \sqrt{\tilde{\tau}(x)^2 + \frac{(\sigma(x) - \sigma_t(x))^2}{4}}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\tilde{\tau}(x)}{\sigma(x) - \sigma_t(x)}$$

Puisque σ_t (contrainte normale transversale) est négligeable devant σ les 2 relations deviennent :

$$\sigma_{1,2}(x) = \frac{\sigma(x)}{2} \pm \sqrt{\tilde{\tau}(x)^2 + \frac{\sigma(x)^2}{4}} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\tilde{\tau}(x)}{\sigma(x)}$$

V CHARGES LOCALISEES

L'étude précédente a été faite pour le cas de charges réparties. Mais il peut arriver qu'on ait affaire à une ou plusieurs charges localisées linéaires ou ponctuelles (poids d'un ouvrage matériel ...).
Le cas de charge présente un danger pour la résistance du voile. On peut rencontrer la charge localisée sous forme ponctuelle ou linéaire.

Charge ponctuelle

La méthode générale peut être aisément appliquée si cette charge est située dans un plan perpendiculaire à l'arête et que sa ligne d'action passe par cette arête (fig 17)

1 Calcul de base

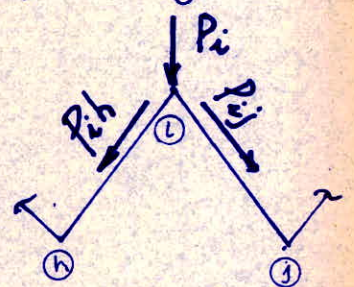
a) Sens transversal

La charge P_i passant par une arête donc par un appui ne va pas provoquer des flexions dans notre poutre continue. Par conséquent les moments $m(y)$ seront tous nuls.

b) Sens longitudinal

La charge ponctuelle P_i est décomposée en P_{ih} et P_{ij} dans le plan des plaques adjacentes «hi» et «ij» (fig 17)

Les composantes P_{ih} et P_{ij} vont créer des moments $m_{hi}(x)$ et $m_{ij}(x)$ ainsi que des déflexions $\delta_{hi}(x)$ et $\delta_{ij}(x)$ que la RDM permet d'évaluer.



- fig 17 -

2 Cycles de corrections

La méthode générale s'applique sans modification.

Charge localisée linéaire

Lorsque la charge localisée est linéaire et située dans un plan parallèle à l'arête et dont la ligne d'action passe par cette arête, elle sera assimilée aux actions $-R$ par unité de longueur.

nota

Lorsque la ligne d'action des charges localisées ne passe pas par une arête, il faut se méfier du poinçonnement.

VI FERRAILLAGE

-1- plaques

Ses sollicitations finales du III permettent de ferraillez le voile.

-a- Sens transversal

Le ferrailage transversal sera obtenu en faisant la superposition de la section d'acier due à l'effort tranchant T et de la section d'acier due au moment fléchissant $m(y)$. On peut en outre ajouter la section d'acier nécessaire à transmettre la composante de la force $-R$ appliquée au bord inférieur de la plaque. Généralement ce ferrailage est très faible.

b- Sens longitudinal

Ses plaques sont assimilées à des poutres. Elles sont soumises à la flexion composée. Ceci permet de déterminer le ferrailage nécessaire le long des arêtes.

-2- tympans

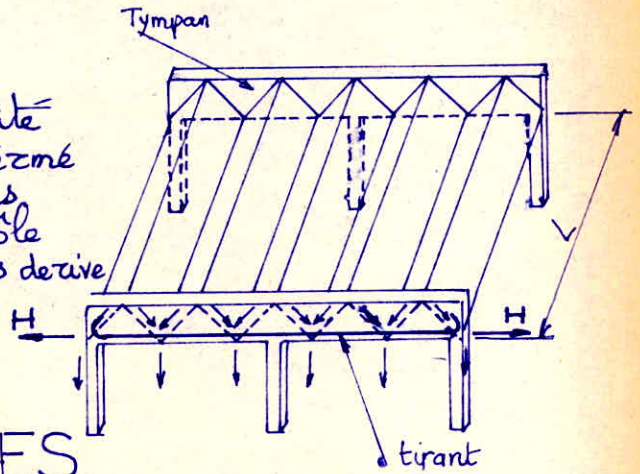
Le rôle du tympan est d'empêcher le voile de se déplier au droit des appuis.
Efforts dans les tympans:

Ses plaques provoquent des réactions aux 2 extrémités du voile plissé. Ses réactions sont décomposées verticalement et horizontalement. Ses composantes verticales produisent des flexions dans le tympan qui sera calculé comme une poutre. Ses composantes verticales sont transmises aux poteaux.

Ses composantes horizontales ou poussées sont absorbées par un tirant le plus souvent incorporé dans le tympan (fig 18).
Ses valeurs sont déterminées en projetant les réactions sur appuis $\pm T_{ij}$ sur l'axe du tirant.

-3- Raidisseurs

Lorsque la portée d'un voile est considérable, on assure sa rigidité en plaçant des raidisseurs intermédiaires analogues à des tympans. Les raidisseurs qui ont pour rôle d'empêcher les arêtes comprimées de se déverser, sont placés en dehors, de la ligne des poteaux.



VII VOILES PLISSEES CONTINUS

- fig 18 -

Il arrive que sous de grandes portées, nous soyons obligés d'ajouter des appuis intermédiaires dans le sens longitudinal. Le voile continu ainsi obtenu se calcule par la méthode générale en introduisant une autre hypothèse simplificatrice.

Cette hypothèse consiste lors du calcul des moments transversaux secondaires à supposer que la travée « n » de portée L_n présente la même ligne élastique que le voile isostatique appuyé simplement et de même portée L_n .

Cette hypothèse étant admise, nous pouvons appliquer la méthode générale de la poutre.

-1- Sens transversal

Ses moments transversaux m s'obtiennent de la même façon que pour un voile isostatique

-2- Sens longitudinal

La détermination de la courbe des moments $m_{ij}(x)$ s'effectue en 2 étapes :

Première étape

On applique intégralement la méthode de la poutre pour chaque travée L_n considérée, comme simplement appuyée.

Deuxième étape

Ses moments $m_{ij}(x)$ sont ensuite distribués sur appui et en travée conformément aux méthodes de la RDM.

Nous rappelons la relation :

$$M_{ij}^t(x) = M_{ij}^f(x) + M_{ij}^g \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L_n} \right) + M_{ij}^d \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L_n} \right)$$

$M_{ij}^t(x)$: moment en travée.
 $M_{ij}^g(x)$: moment sur appui gauche
 $M_{ij}^d(x)$: moment sur appui droit

Efforts tranchants

$$Q_{ij}^{(t)}(x) = - \frac{dM_{ij}^t(x)}{dx}$$

$$Q_{ij}^{(t)}(x) = - \left[\frac{\partial M_{ij}^t(x)}{\partial x} + \frac{\partial M_{ij}^g(x) \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L_n} \right)}{\partial x} + \frac{\partial M_{ij}^d(x) \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L_n} \right)}{\partial x} \right]$$

$$Q_{ij}^{(t)}(x) = Q_{ij}^f(x) + \frac{M_{ij}^g - M_{ij}^d}{L_n}$$

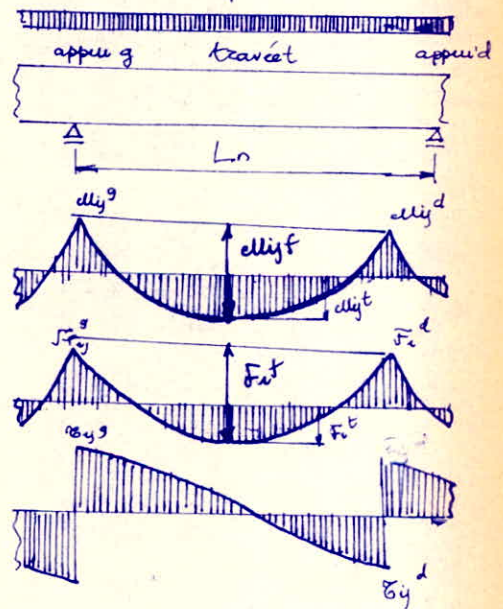
Forces de liaison

Les forces de liaison étant proportionnelles aux moments fléchissants $M(x)$, l'évaluation de F_i^g, F_i^d, F_i^t se fait de la même manière que pour $M_{ij}^g, M_{ij}^d, M_{ij}^t$.

Le diagramme des forces de liaison est affine de celui des moments fléchissants. (Fig 19)

Contraintes

La méthode générale s'applique sans modification



- Fig 19 -

processus pratique de calcul par la méthode générale

| | solllicitations et efforts | | | | | | | | |
|--------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| | sens transversal | | sens longitudinal | | | | | Déforma- tions des plaques | Déplace- ments dif- férentiels des arêtes |
| | Moments | Réactions | Actions | Charges | Moments | Tranchant | Forces de liaison | | |
| Calcul de base | m_i | R_i | $-R_i$ | P_{ij} | db_{ij} | \mathcal{C}_{ij} | J_i | δ_{ij} | Δ_{ij} |
| 1 ^{er} cycle de correction | m_i' | R_i' | $-R_i'$ | P_{ij}' | db_{ij}' | \mathcal{C}_{ij}' | J_i' | δ_{ij}' | Δ_{ij}' |
| n ^{ies} cycle de correction | $m_i^{(n)}$ | $R_i^{(n)}$ | $-R_i^{(n)}$ | $P_{ij}^{(n)}$ | $db_{ij}^{(n)}$ | $\mathcal{C}_{ij}^{(n)}$ | $J_i^{(n)}$ | $\delta_{ij}^{(n)}$ | $\Delta_{ij}^{(n)}$ |
| Valeurs finales de calcul | $m_i^f = \sum_0^n m_i^{(p)}$ | $R_i^f = \sum_0^n R_i^{(p)}$ | $-R_i^f = \sum_0^n -R_i^{(p)}$ | $P_{ij}^f = \sum_0^n P_{ij}^{(p)}$ | $db_{ij}^f = \sum_0^n db_{ij}^{(p)}$ | $\mathcal{C}_{ij}^f = \sum_0^n \mathcal{C}_{ij}^{(p)}$ | $J_i^f = \sum_0^n J_i^{(p)}$ | $\delta_{ij}^f = \sum_0^n \delta_{ij}^{(p)}$ | $\Delta_{ij}^f = \sum_0^n \Delta_{ij}^{(p)}$ |

METHODE DE
LA PLAQUE

La méthode par approximation par plaque convient surtout à l'étude des voiles ayant la forme de voûtes polygonales (fig 1)

On aura à considérer deux cas suivant que les plaques font entre elles des angles supérieurs ou inférieurs à 135°

I. Angles inférieurs à 135°

Nous supposons des liaisons articulées le long des arêtes considérées comme supports rigides (fig 2)

Si q_{ij} est la charge répartie sur chaque plaque «ij» l'action à l'articulation «i» est égale à :

$$-R_i^0 = \frac{1}{2} (q_{hi} d_{hi} + q_{ij} d_{ij}) \quad (0^a)$$

La décomposition de $-R_i^0$ dans le plan des 2 plaques adjacentes «hi» et «ij» donne respectivement P_{ii} et P_{ji} (fig 3)

En nous servant de la relation qui lie les côtés et les angles d'un triangle abc

$$\frac{\sin a}{a} = \frac{\sin b}{b} = \frac{\sin c}{c}$$

on peut déterminer facilement la valeur de P_{ii} et P_{ji}

Considérons le triangle A i B rectangle en B (fig 4)

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha_h$$

$$\beta = \pi - (d_h - d_i + \gamma) = \pi - \left[(d_h - d_i) + \frac{\pi}{2} - d_h \right] \alpha$$

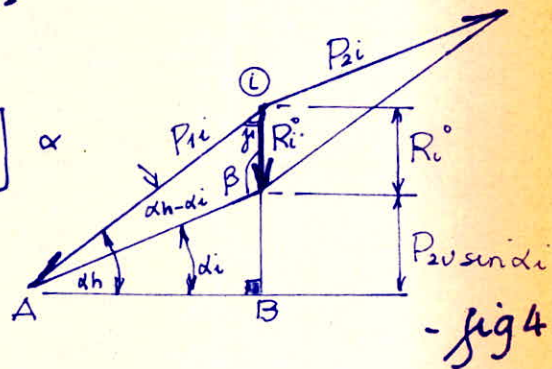
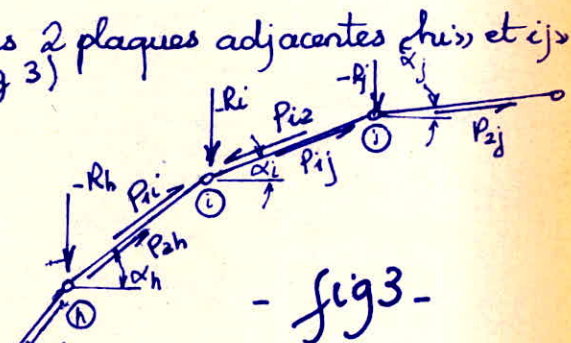
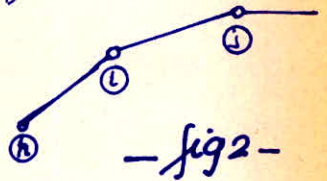
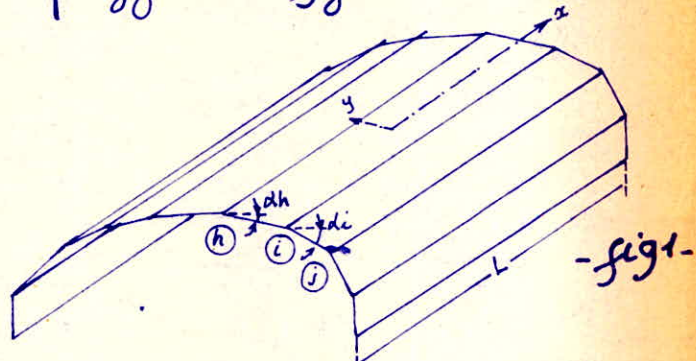
$$\beta = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - d_i \right) = \frac{\pi}{2} + d_i$$

Donc $\frac{R_i^0}{\sin(d_h - d_i)} = \frac{P_{ii}}{\sin \beta}$ s'écrit :

$$P_{ii} = R_i^0 \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + d_i)}{\sin(d_h - d_i)} = -R_i^0 \frac{\cos d_i}{\sin(d_h - d_i)} = R_i^0 \frac{\cos d_i}{\sin(d_i - d_h)}$$

Posons $\frac{\cos d_i}{\sin(d_i - d_h)} = a_{i,h}$; $P_{ii} = a_{i,h} R_i^0$ (6)

De la même façon : $P_{ji} = a_{ij} R_i^0$



La résultante des forces dans le plan de la plaque « hi » est :

$$P_{hi} = P_{ii} - P_{jh} = a_{ih} R_i^{\circ} - a_{hi} R_h^{\circ} \quad (1)$$

De même
 $P_{ij} = a_{ji} R_j^{\circ} - a_{ij} R_i^{\circ}$

Équations différentielles d'équilibre

Découpons dans notre voûte polygonale les éléments différentiels de la figure 5 sur lesquels nous représentons toutes les sollicitations internes et extérieures qui agissent sur eux. Considérons l'équilibre de l'élément de plaque « hi »

Equilibre suivant la direction x

$$dN_{hi} + (T_h - T_i) dx = 0 \quad (2)$$

Equilibre suivant la direction transversale

$$dT_{hi} - P_{hi} dx = 0 \quad (3)$$

Equilibre des moments

$$dM_{hi} - \frac{dh_i}{2} (T_h + T_i) dx + T_h dx + dT_{hi} dx dx$$

on néglige ce dernière terme.

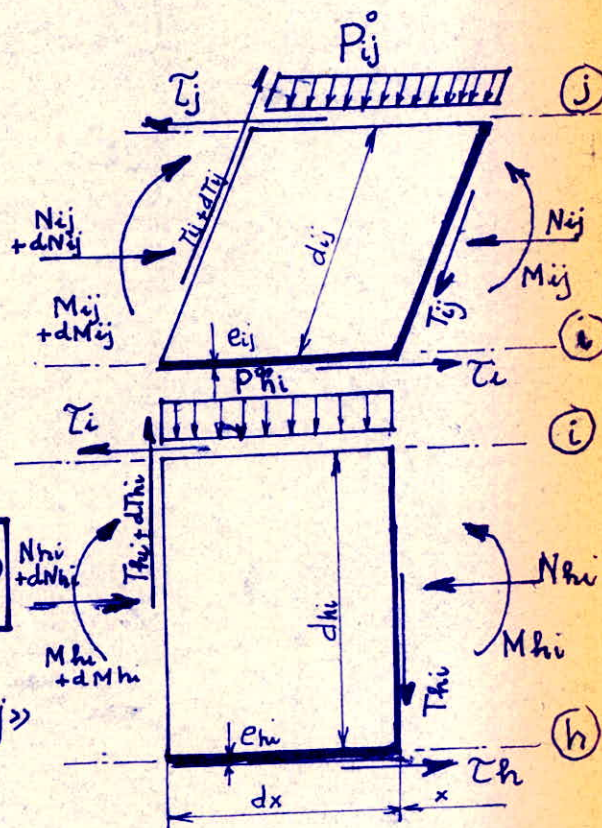
$$\frac{dM_{hi}}{dx} - \frac{dh_i}{2} (T_h + T_i) + T_{hi} = 0 \quad (4)$$

De la même manière pour la plaque « ij »

$$\frac{dN_{ij}}{dx} + T_i - T_j = 0$$

$$\frac{dT_{ij}}{dx} - P_{ij} = 0$$

$$\frac{dM_{ij}}{dx} - \frac{dij}{2} (T_i + T_j) + T_{ij} = 0$$



- fig 5 -

cisaillements aux bords

La continuité du voile permet d'écrire la condition d'égalité des déformations au bord « i » (arête « i »)

$$\epsilon_{i,h} = \epsilon_{i,j}$$

Si le module d'élasticité est constant pour tout le voile :

$$\bar{\sigma}_{ih} = \bar{\sigma}_{ij}$$

$$\text{avec } \bar{\sigma}_{ih} = \frac{M_{hi}}{I_{hi}} \frac{d_{hi}}{2} + \frac{N_{hi}}{A_{hi}} = \frac{6 M_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{N_{hi}}{e_{hi} d_{hi}}$$

De même

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{6 M_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} + \frac{N_{ij}}{e_{ij} d_{ij}}$$

$$\bar{\sigma}_{ih} = \bar{\sigma}_{ij} \Rightarrow \frac{6 M_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{N_{hi}}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{6 M_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} - \frac{N_{ij}}{e_{ij} d_{ij}} = 0$$

• Dérivons cette dernière expression par rapport à x .

$$\frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2} \frac{dM_{hi}}{dx} + \frac{1}{e_{hi} d_{hi}} \frac{dN_{hi}}{dx} + \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^2} \frac{dM_{ij}}{dx} - \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \frac{dN_{ij}}{dx} = 0$$

Remplaçons $\frac{dM}{dx}$ et $\frac{dN}{dx}$ par leur expression (2) et (4) :

$$\frac{6}{e_{hi} d_{hi}^2} \left(\frac{d_{hi}}{2} (\bar{T}_h + \bar{T}_i) - T_{hi} \right) + \frac{6}{e_{ij} d_{ij}^2} \left(\frac{d_{ij}}{2} (\bar{T}_i + \bar{T}_j) - T_{ij} \right) + \frac{1}{e_{hi} d_{hi}} (\bar{T}_i - \bar{T}_h) - \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} (\bar{T}_j - \bar{T}_i) = 0$$

Groupons les termes semblables :

$$\bar{T}_h \left(\frac{3}{e_{hi} d_{hi}} - \frac{1}{e_{hi} d_{hi}} \right) + \bar{T}_i \left(\frac{3}{e_{ij} d_{ij}} + \frac{3}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) + \bar{T}_j \left(\frac{3}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) - 6 \left(\frac{T_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{T_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} \right) = 0$$

ou encore

$$\bar{T}_h \frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + 2 \bar{T}_i \left(\frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) + \bar{T}_j \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} = 3 \left(\frac{T_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{T_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2} \right)$$

• Dérivons cette nouvelle expression par rapport à x

$$\frac{1}{e_{hi} d_{hi}} \frac{d\bar{T}_h}{dx} + 2 \left(\frac{1}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \right) \frac{d\bar{T}_i}{dx} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}} \frac{d\bar{T}_j}{dx} = 3 \left(\frac{dT_{hi}}{dx} \frac{1}{e_{hi} d_{hi}^2} + \frac{1}{e_{ij} d_{ij}^2} \frac{dT_{ij}}{dx} \right)$$

Remplaçons $\frac{dT}{dx}$ par l'expression (3)

$$\boxed{\frac{1}{ed_{hi}} \frac{d\tilde{\tau}_h}{dx} + 2 \left(\frac{1}{ed_{hi}} + \frac{1}{ed_{ij}} \right) \frac{d\tilde{\tau}_i}{dx} + \frac{1}{ed_{ij}} \frac{d\tilde{\tau}_j}{dx} = 3 \left(\frac{P_{hi}^0}{ed_{hi}^2} + \frac{P_{ij}^0}{ed_{ij}^2} \right)} \quad (5)$$

Pour chaque bord (arête) on écrit une telle relation. Si on a une voûte polygonale ayant k bords on formera k équations différentielles simultanées des cisaillements aux bords et on tirera les expressions $\frac{d\tilde{\tau}}{dx} = \tilde{\tau}'$

Equations différentielles de cisaillement aux bords écrites sous forme matricielle

Appelons a_{ij} les coefficients de $\tilde{\tau}_i$ et b_i l'expression des 2^o membres. on obtient:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & & & a_{k,j-2} & a_{k,j-1} & a_{k,j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_1 \\ \tilde{\tau}_2 \\ \dots \\ \tilde{\tau}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_k \end{pmatrix}$$

nota

Cette matrice rappelle étrangement celle qui a été obtenue dans la méthode de la poutre pour les forces de liaison. Par conséquent les propriétés des cisaillements aux bords seront analogues à celles des forces de liaison; en particulier les cisaillements seront nuls pour les bords libres, ainsi que pour les bords situés sur l'axe de symétrie de la construction si ce dernier coïncide avec l'axe de la sollicitation.

Les valeurs des cisaillements $\tilde{\tau}_i$ s'obtiennent en dérivant les expressions de $\tilde{\tau}_i'$

$$\tilde{\tau}_i' = \int \tilde{\tau}_i' dx + C_i = \tilde{\tau}_i^0 + C_i \quad (6)$$

Les constantes d'intégration C_i sont obtenues en considérant la condition de déformation identique des bords supérieurs et inférieurs des plaques aux appuis; condition qui se traduit par:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\tau}_i dx + C_i L = \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\tau}_j dx + C_j L$$

comme sur le bord libre $\tilde{\tau}_a^0 = 0$

$$\int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\tau}_a^0 dx = 0 \Rightarrow \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\tau}_i dx + C_i L = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\boxed{C_i = -\frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\tau}_i^0 dx} \quad (7)$$

sollicitations

effort normal

L'effort normal direct agissant sur la plaque « ij » s'obtient en intégrant l'expression (2)

$$N_{ij} = \int_{-\frac{L}{2}}^x (\tau_i - \tau_j) dx \quad (8)$$

moment fléchissant

Il s'obtient en intégrant l'expression (4)

$$M_{ij} = \frac{d_{ij}}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^x (\tau_i + \tau_j) dx - \int_{-\frac{L}{2}}^x T_{ij} dx \quad (9)$$

or $-\int_0^x T_{ij} dx$ représente le moment fléchissant dans la section x dû à la charge P_{ij}

$$\int_{-\frac{L}{2}}^x T_{ij} dx = P_{ij} \frac{L^2}{8} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

Les constantes d'intégration sont obtenues en supposant M et N nuls aux extrémités du voile donc pour $x = \pm \frac{L}{2}$

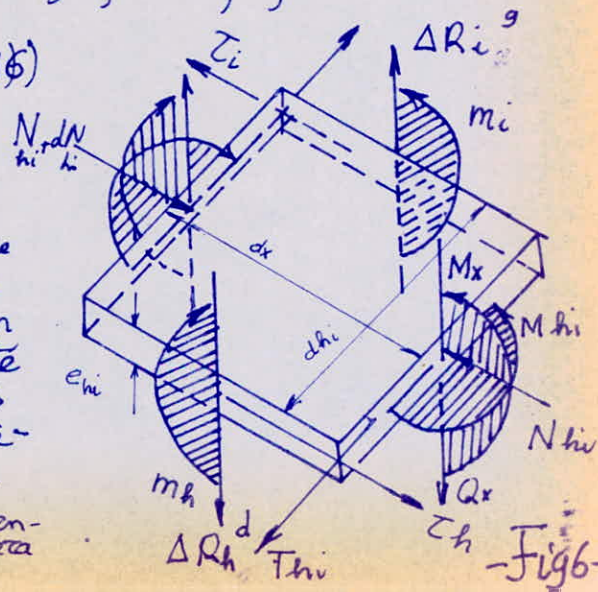
nota

On peut vérifier les calculs à ce stade des opérations en comparant les contraintes pour l'arête i commune aux plaques « hi » et « ij » ; on doit trouver :

$$\sigma_i = \frac{N_{hi}}{e_{hi} d_{hi}} + \frac{6 M_{hi}}{e_{hi} d_{hi}^2} = \frac{N_{ij}}{e_{ij} d_{ij}} - \frac{6 M_{ij}}{e_{ij} d_{ij}^2}$$

II BORDS RIGIDES (fig 6)

Lorsque les plaques font entre elles des angles supérieurs à 135° , il existe une influence mutuelle entre les plaques qui est non négligeable. Cette influence oblige à considérer la continuité des flèches des plaques, pour lesquelles on doit écrire les moments de continuité. Par conséquent les liaisons articulées seront remplacées par des liaisons rigides. Ainsi nous aurons des moments transversaux qui vont engendrer d'autres réactions qu'on ajoutera aux réactions R_i



On néglige les moments M_x et les cisaillements Q_x normaux aux plaques et agissant dans une direction longitudinale (fig 6)

Les réactions supplémentaires dues aux moments transversaux sont pour l'arête «i» (fig 7)

$$\Delta R_i = \Delta R_i^d - \Delta R_i^g = \frac{m_h - m_i}{l_{hi}} - \frac{m_i - m_j}{l_{ij}}$$

en développant et en groupant:

$$\Delta R_i = \frac{m_h}{l_{hi}} - m_i \left(\frac{1}{l_{hi}} + \frac{1}{l_{ij}} \right) + m_j \times \frac{1}{l_{ij}}$$

(10)

nota

$\Delta R_i^d, \Delta R_i^g$ sont les réactions apportées à l'arête «i» de la plaque par les moments m_h et m_i ; leurs valeurs sont respectivement égales à: $\frac{m_h - m_i}{l_h}$ et $\frac{m_i - m_j}{l_{ij}}$; leur sens sont opposés.

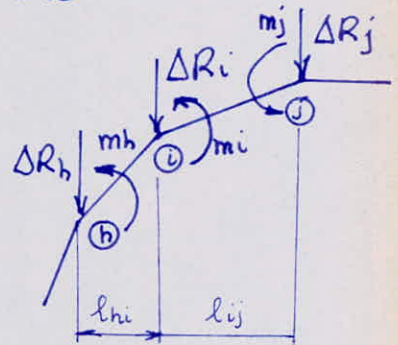
ΔR_i est la résultante de ΔR_i^d et ΔR_i^g ; elle passe par «i»

Les charges totales sur chaque arête «i» sont égales à la somme des charges pour le système à bords articulés plus la réaction apportée par les moments transversaux. Donc

$$R_i = R_i^o + \Delta R_i$$

Comme pour le cas des bords articulés, nous décomposons les actions $-R_i^o$ suivant le plan des plaques adjacentes à l'arête «i»

En faisant une démonstration identique que à celle du I, on obtient la résultante des charges sur la plaque «ij»



- fig 7 -

$$P_{ij} = a_{ji} R_j - a_{ij} R_i \quad (\text{voir expression des } a_{ij} (0))$$

$$P_{ij} = a_{ji} (R_j^o + \Delta R_j) - a_{ij} (R_i^o + \Delta R_i)$$

En développant et en tenant compte de l'expression (1):

$$P_{ij} = P_{ij}^o - a_{ij} \Delta R_i + a_{ji} \Delta R_j$$

En remplaçant ΔR par l'expression (10)

$$P_{ij} = P_{ij}^{\circ} - m_h \frac{a_{ij}}{l_{hi}} + m_i \left(\frac{1}{l_{hi}} + \frac{1}{l_{ij}} \right) a_{ij} - m_j \frac{a_{ij}}{l_{ij}} + m_i \frac{a_{ji}}{l_{ij}} - m_j \left(\frac{1}{l_{ij}} + \frac{1}{l_{jk}} \right) a_{ij} + m_k \frac{a_{jk}}{l_{jk}}$$

En groupant les termes semblables

$$P_{ij} = P_{ij}^{\circ} - m_h \frac{a_{ij}}{l_{hi}} + m_i \left[\left(\frac{1}{l_{hi}} + \frac{1}{l_{ij}} \right) a_{ij} + \frac{a_{ji}}{l_{ij}} \right] - m_j \left[\frac{a_{ij}}{l_{ij}} + \left(\frac{1}{l_{ij}} + \frac{1}{l_{jk}} \right) a_{ij} \right] + m_k \frac{a_{jk}}{l_{jk}} \quad (11)$$

Si nous appelons b_i les coefficients de m_i (11) s'écrit:

$$P_{ij} = P_{ij}^{\circ} + b_h m_h + b_i m_i + b_j m_j + b_k m_k$$

équations différentielles des cisaillements

Considérons l'élément différentiel de la figure (6). Comme on néglige M_x et Q_x , les équations différentielles des cisaillements aux bords se forment de la même manière que pour le cas des liaisons articulées; il suffit de remplacer P° par P dans l'expression (5). Nous obtenons des équations (5')

déformations et déplacements

δ : déformations dans le plan des plaques

Z : déplacements normaux

θ : rotations angulaires

Considérons la figure (8)

Soit le triangle $H(i)J$ rectangle en H

$$IJ = \frac{HI}{\sin(\delta h - \alpha_i)} = \frac{H_i}{\sin \Delta \alpha_i} = \frac{\delta h_i}{\sin \Delta \alpha_i}$$

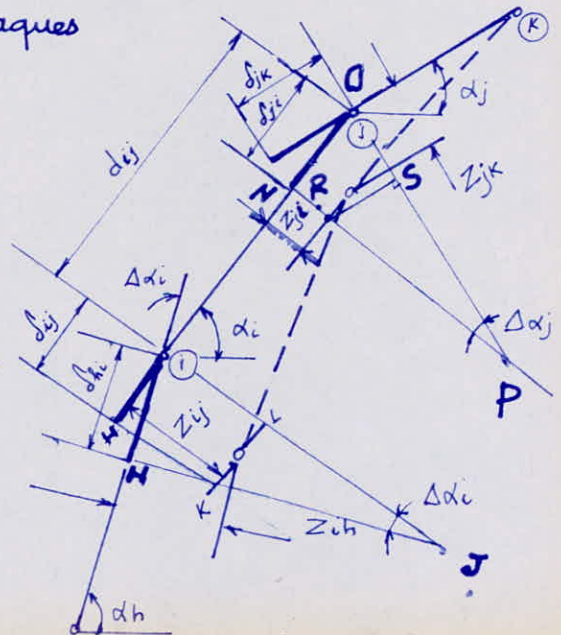
Soit le triangle KLJ rectangle en L

$$LJ = \frac{LK}{\text{tg} \Delta \alpha_i} = \frac{\delta_{ij}}{\text{tg} \Delta \alpha_i} = \delta_{ij} \cotg \Delta \alpha_i$$

$$\text{Donc } IL = Z_{ij} = IJ - LJ$$

en remplaçant IJ et LJ par leur

valeur on obtient l'expression du déplacement Z_{ij}



- fig 8 -

$$Z_{ij} = \frac{\delta_{hi}}{\sin \Delta \alpha_i} - \delta_{ij} \cotg \Delta \alpha_i$$

$$Z_{ij} = \left(\frac{\delta_{hi}}{\cos \Delta \alpha_i} - \delta_{ij} \right) \cotg \Delta \alpha_i \quad (12)$$

De la même manière, en considérant les triangles NOP rectangle en N et RSP rectangle en S

$$Z_{ji} = \left(\delta_{ij} - \frac{\delta_{jk}}{\cos \Delta \alpha_j} \right) \cotg \Delta \alpha_j \quad (12')$$

Comme la rotation angulaire est la différence des 2 déplacements rapportés à la longueur:

$$\theta_{ij} = \frac{Z_{ji} - Z_{ij}}{d_{ij}} \quad (12'')$$

Remplaçons dans (12'') Z_{ji} et Z_{ij} par les expressions (12') et (12)

$$\theta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \left[\delta_{ij} \cotg \Delta \alpha_j + \delta_{ij} \cotg \Delta \alpha_i - \frac{\delta_{jk}}{\sin \Delta \alpha_j} - \frac{\delta_{hi}}{\sin \Delta \alpha_i} \right]$$

Cette expression lie les angles de distorsion θ et les flèches δ dont on peut déterminer l'expression grâce aux équations différentielles de la statique

$$E I_{ij} \delta_{ij}'' = - M_{ij}$$

La dérivée seconde de cette nouvelle expression s'écrit:

$$E I_{ij} \delta_{ij}^{(iv)} = - \frac{d^2 M_{ij}}{dx^2}$$

Remplaçons $\frac{dM}{dx}$ par l'expression (4) on obtient:

$$E I_{ij} \delta_{ij}^{(iv)} = - \frac{d_{ij}}{2} \left(\frac{d\bar{t}_i}{dx} + \frac{d\bar{t}_j}{dx} \right) + \frac{dT_{ij}}{dx}$$

$$\text{or (page 41)} \quad \int_{\frac{x}{2}}^x T_{ij} dx = -P_{ij} \frac{L^2}{8} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right)$$

En dérivant 2 fois cette dernière expression on obtient:

$$\frac{d^2 \tau_{ij}}{dx^2} = P_{ij}$$

Donc

$$\boxed{EJ_{ij} \delta_{ij}^{(iv)} = - \frac{d_{ij}}{2} \left(\frac{d\tau_i}{dx} + \frac{d\tau_j}{dx} \right) + P_{ij}} \quad (13)$$

Dans l'équation (13) nous remplaçons $\frac{d\tau}{dx}$ par son expression que fournit la résolution du système d'équations (5') (voir page 43).

Nous remplaçons également P_{ij} par l'expression (11)

Par conséquent $\delta_{ij}^{(iv)}$ s'exprime en fonction des charges statique P^0 et des moments de continuité m

Il en est de même de la quantité

$$\Delta \theta^{(iv)} = \theta_{hi}^{(iv)} - \theta_{ij}^{(iv)} \quad (14)$$

car $\theta^{(iv)}$ dépend de $Z^{(iv)}$ (12'') et $Z^{(iv)}$ dépend de $\theta^{(iv)}$ (12'), il vient que θ dépend de $\delta^{(iv)}$ qui est fonction de P^0 et de m

Nous obtenons les équations additionnelles nécessaires à la résolution du problème en formant les équations des 3 moments qui sont autant qu'il existe d'arêtes. Seule expression pour chaque arête « i » est:

$$d_{hi} m_h + 2(d_{hi} + d_{ij}) m_i + d_{ij} m_j - 6EJ_0 (\theta_{hi} - \theta_{ij}) = K_{ih} + K_{ij}$$

$$\text{avec } J_0 = 1 \times \frac{e_{ij}^3}{12}$$

$$(15)$$

Le terme $6EJ_0 (\theta_{hi} - \theta_{ij})$ est dû aux déplacements

Le terme $K_{ih} + K_{ij}$ est le terme libre. avec $K = -q \frac{d^3}{4} \cos \alpha$

Dérivons 4 fois par rapport à x les expressions (15)

$$d_{hi} m_h^{(iv)} + 2(d_{hi} + d_{ij}) m_i^{(iv)} + d_{ij} m_j^{(iv)} - 6EJ_0 (\theta_{hi}^{(iv)} - \theta_{ij}^{(iv)}) = K_{ih}^{(iv)} + K_{ij}^{(iv)} \quad (16)$$

Comme il vient d'être dit précédemment $\theta_{hi}^{(iv)} - \theta_{ij}^{(iv)} = \Delta \theta^{(iv)}$ (14) s'exprime en fonction de P^0 et m

Si on remplace $\Delta \theta^{(iv)}$ par sa valeur en fonction de P et m dans la relation (16), on obtient cette dernière expression sous la forme générale suivante:

$$\boxed{\sum m^{(iv)} + \sum m = \sum P + \sum K^{(iv)}} \quad (17)$$

La résolution des équations différentielles (17) est très compliquée, on les rend faciles à résoudre en développant les fonctions inconnues m et les constantes connues P et K en série de Fourier du type

$$f = f \times \frac{4}{\pi} \left(\cos \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{L} + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi x}{L} + \dots \right) \quad (18)$$

Vue la convergence assez rapide de cette série, on ne conservera que le premier terme.

Les équations différentielles (17) se résolvent en 2 étapes

1° étape : on garde comme deuxième membre seulement ΣP

$$\Sigma m^{(IV)} + \Sigma m = \Sigma P ; \text{ on détermine ainsi } m_1$$

2° étape : on garde comme deuxième membre seulement $\Sigma K^{(IV)}$

$$\Sigma m^{(IV)} + \Sigma m = \Sigma K^{(IV)} ; \text{ on détermine ainsi } m_2$$

La solution définitive de l'équation différentielle est obtenue par la superposition des deux solutions partielles m_1 et m_2

1° étape Par commodité on commence d'abord par résoudre avec les composantes de la charge P

$$P = P \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L}$$

2° étape On résout avec les coefficients de pente K

$$K = K \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L} = -q \frac{d^3}{4} \cos \alpha \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L} = -q \frac{d^3}{\pi} \cos \alpha \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$K = k \cos \frac{\pi x}{L} \text{ avec } k = -q \frac{d^3}{\pi} \cos \alpha$$

$$\text{aussi } K^{(IV)} = k \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \cos \frac{\pi x}{L}$$

Le développement de m en série de Fourier s'écrit :

$$m = \varphi \cos \frac{\pi x}{L} \quad \text{aussi } m^{(IV)} = \varphi \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \cos \frac{\pi x}{L}$$

La résolution de la première étape devient sous la forme générale (voir 17)

$$\sum \varphi \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \cos \frac{\pi x}{L} + \sum \varphi \cos \frac{\pi x}{L} = \sum P \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L}$$

ou
$$\sum \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \varphi + \sum \varphi = \frac{4}{\pi} \sum P \quad (19)$$

La résolution des équations (19) fournit : φ_1

La résolution de la 2^o étape se traduit par

$$\sum \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \varphi \cos \frac{\pi x}{L} + \sum \varphi \cos \frac{\pi x}{L} = \sum k \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \cos \frac{\pi x}{L}$$

ou
$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \sum \varphi + \sum \varphi = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \sum k \quad (20)$$

La résolution des équations (20) fournit φ_2

Les solutions finales des équations (17) sont obtenues en faisant la somme des valeurs $\varphi_1 + \varphi_2$

$$m = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (21)$$

nota

Grâce aux développements en série de Fourier, les équations différentielles (17) sont réduites à une série d'équations linéaires faciles à résoudre

Les coefficients de pente K sont négligés si on étudie les coques par approximation des voûtes polygonales.

La connaissance des moments transversaux m (21) nous permet grâce à la relation (14) d'évaluer les charges totales dans les plaques (P_{ij})

Ses valeurs de P_{ij} permettent de déterminer à l'aide des équations différentielles (5') les expressions des dérivées des cisaillements corrigés aux bords $\frac{d\tau}{dx}$

L'intégration de ces dernières fournit les valeurs des cisaillements corrigés aux bords.

Des relations (6) et (9) nous donnent enfin l'expression des effets normaux N et des moments fléchissants M

L'effort tranchant est obtenu à l'aide de la relation (3)
Les diagrammes des contraintes sont évalués en conséquence.

processus pratique pour le calcul des voûtes polygônales

-1- Descente de charges de l'élément complet.

-2- On considère des articulations le long des bords

ⓐ On détermine les constantes géométriques du système:
 d_i ; $\sin d_i$; Δd_i ; $\sin \Delta d_i$

ⓑ On évalue les actions $-R_i^0$ (voir (a))
On évalue les composantes P_{1i}^0 et P_{2i}^0 (page 37) (0 b)
On évalue les charges des plaques P_{ij}^0 (1)

A ce stade on peut faire la vérification suivante:
 $\sum P^0 \sin \alpha = \bar{a}$ la charge verticale

-3- On considère les bords rigides

ⓐ On écrit les relations de ΔR_i (10)
La vérification des calculs doit donner $\sum \Delta R = 0$

ⓑ On écrit les relations des P_{ij} (11) qui sont les charges finales dans les plaques

ⓒ On résout le système d'équations (5') dans lequel on remplace P par son expression en fonction de P^0 et de m (11)
On obtient ainsi les expressions des dérivées des cisaillements $\frac{dT}{dx}$ exprimées en fonctions de m

ⓓ On forme les quantités $\theta_{hi} = \frac{Z_{ih} - Z_{hi}}{l_{hi}}$ et Z (12'', 12, 12')

ⓔ On écrit les équations $EJ \theta'' = -M$ qu'on dérive 2 fois par rapport à x
On obtient les équations (13) dans lesquelles on remplace $\frac{dT}{dx}$ et P par leurs valeurs en fonction de m

ⓕ On forme les quantités $\theta_{ih}^{(IV)}$, $\theta_{ij}^{(IV)}$ qu'on exprime d'abord en fonction de θ puis en fonction de m .

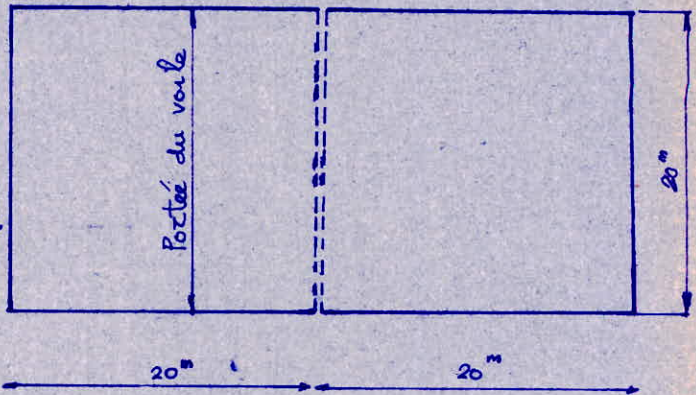
ⓖ On forme les équations des 3 moments qu'on dérive 4 fois par rapport à x , qu'on exprime ensuite en fonction de m et $m^{(IV)}$, ainsi que de termes constants. (17)

- g) On développe chaque terme en série de Fourier
- h) On résoud (17) avec d'abord le 2^o terme P
On détermine des valeurs φ_1
- i) On se résoud (17) avec le 2^o terme K
On détermine des valeurs φ_2
- j) $m = \varphi_1 + \varphi_2$
- ~~4~~ k) La relation (11) nous fournit les charges finales P
La vérification doit donner $\sum P \sin \alpha = q_{total}$
- l) La résolution des équations (5') nous donne les valeurs de $\frac{d\tilde{t}}{dx}$
Leur intégration donnent \tilde{t}
- m) Les relations (8) et (9) et (3) donnent N, M, T
- n) On trace les diagrammes des contraintes.

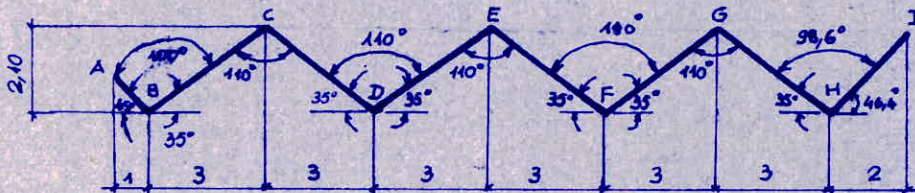
CALCUL
NUMERIQUE

Le projet que nous avons à étudier consiste à couvrir par les voiles minces plissés une salle de sports de 20x40 m, située à Bassi R'mel. Dans le sens de la longueur nous avons un joint de dilatation à 20 m. Par conséquent notre voile plissé portera sur 20 m

Pour le calcul, nous avons opté pour la méthode que nous avons appelé « méthode de la poutre »



La structure choisie est représentée par la figure ci-contre. Elle est constituée par une série de « V » renversés identiques (BCD; DEF; FGH) terminés par 2 auvents AB et HI



Nous expliquerons plus loin ce qui a motivé le choix d'une telle structure.

calcul

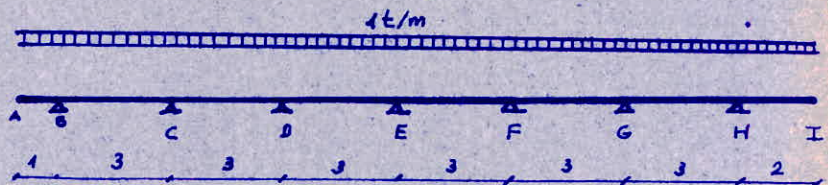
Dans un premier temps, nous prendrons une charge unitaire de 1 t/m². Nous multiplierons ensuite les valeurs obtenues par la charge réelle.

I CALCUL DE BASE

- 1 - sens transversal

Nous calculerons notre structure comme une poutre continue sur appuis fixes, large de 1 m

La charge sera de 1t/m



calcul des moments sur appuis mi

Utilisons les équations des 3 moments:

$$M_B l_{BC} + 2 M_C (l_{BC} + l_{CD}) + M_D l_{CD} = -6EJ (\omega_c^{g(q)} + \omega_c^{d(q)})$$

$$m_B l_{BC} + 2 m_C (l_{BC} + l_{CD}) + m_D l_{CD} = -6EJ (\omega_c^{g(q)} + \omega_c^{d(q)})$$

$$l_{BC} = l_{CD} = 3m$$

$$\omega_c^{g(q)} = \omega_c^{d(q)} = q \frac{l_{CD}^3}{24EJ} = 1 \times \frac{3^3}{24EJ}$$

d'où

$$3m_B + 12m_C + 3m_D = -6EJ \times 2 \frac{3^3}{24EJ} = -4,5 \times 3$$

Nous aurons donc à résoudre 5 équations de la forme

$$m_h + 4 m_i + m_j = -4,5$$

avec i variant de C à G.

Posons ces équations

$$m_B + 4 m_C + m_D = -4,5 \quad (*)$$

$$m_C + 4 m_D + m_E = -4,5$$

$$m_D + 4 m_E + m_F = -4,5$$

$$m_E + 4 m_F + m_G = -4,5$$

$$m_F + 4 m_G + m_H = -4,5 \quad (**)$$

On constate qu'on a 5 équations et 7 inconnues ($m_B, m_C, m_D, m_E, m_F, m_G, m_H$)

Cependant m_B et m_H peuvent être facilement évalués en considérant les travées AB et HI comme des consoles.

$$m_B = -q \frac{l_{AB}^2}{2} = -1 \frac{1^2}{2} = -0,5 \text{ tm/m}$$

$$m_H = -q \frac{l_{HI}^2}{2} = -1 \times \frac{2^2}{2} = -2 \text{ tm/m}$$

La résolution du système d'équations précédent par substitution donne les valeurs des moments transversaux sur appuis de base.

$$m_B = -0,5 \text{ tm/m}$$

$$m_C = -0,815 \text{ tm/m}$$

$$m_D = -0,738 \text{ tm/m}$$

$$m_E = -0,731 \text{ tm/m}$$

$$m_F = -0,838 \text{ tm/m}$$

$$m_G = -0,415 \text{ tm/m}$$

$$m_H = -2,0 \text{ tm/m}$$

Calcul des réactions Ri

Pour le calcul des réactions, isolons chaque travée.

Travée AB

En B, nous avons une réaction dirigée vers le haut et égale à:

$$R_B^g = q \cdot l_{AB} = 1 \times 1 = 1 \text{ t/m}$$

Travée BC

Écrivons que la somme des moments par rapport à C est nulle.

$$R_B^d \cdot 3 - 0,5 + 0,815 - 1 \times \frac{3^2}{2} = 0 \quad (+)$$

$$R_B^d = 1,395 \text{ t/m}$$

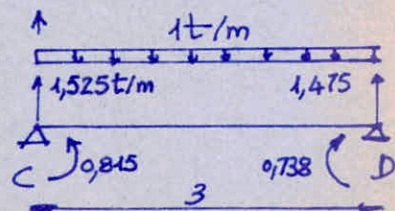
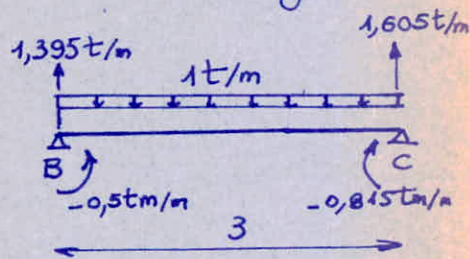
$$R_C^g = q \cdot l - R_B^d = 1 \times 3 - 1,395$$

$$R_C^g = 1,605 \text{ t/m}$$

Travée CD

$$R_C^d = 1,5 + \frac{0,815 - 0,738}{3} = 1,525 \text{ t/m}$$

$$R_D^g = 3 - R_C^d = 3 - 1,525 = 1,475 \text{ t/m}$$



Travée DE

$$R_D^d = 1,5 + \frac{0,738 - 0,731}{3} = 1,502 \text{ t/m}$$

$$R_E^g = 3 - 1,502 = 1,498 \text{ t/m}$$

Travée EF

$$R_E^d = 1,5 + \frac{0,731 - 0,838}{3} = 1,464 \text{ t/m}$$

$$R_F^g = 3 - 1,464 = 1,536 \text{ t/m}$$

Travée FG

$$R_F^d = 1,5 + \frac{0,838 - 0,415}{3} = 1,64 \text{ t/m}$$

$$R_G^g = 3 - 1,64 = 1,36 \text{ t/m}$$

Travée GH

$$R_G^d = 1,5 + \frac{0,415 - 2}{3} = 0,97 \text{ t/m}$$

$$R_H^g = 3 - 0,97 = 2,03 \text{ t/m}$$

Travée HI

En H nous avons une réaction dirigée vers le haut et égale à :

$$R_H^d = q \cdot l_{oc} = 1 \times 2 = 2 \text{ t/m}$$

Pour avoir la réaction totale en chaque appui « i » pour la poutre continue, il suffit de faire $R_i^d + R_i^g = R_i$. Les valeurs des actions seront égales à celles des réactions, mais leur sens est dirigé vers le bas. Ainsi :

$$R_B = 2,395 \text{ t/m} ; R_F = 3,18 \text{ t/m}$$

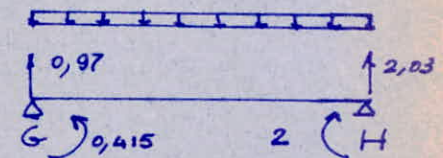
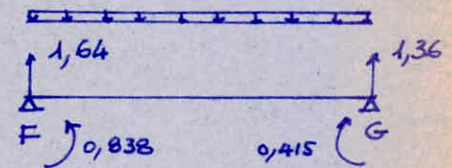
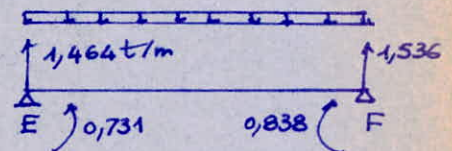
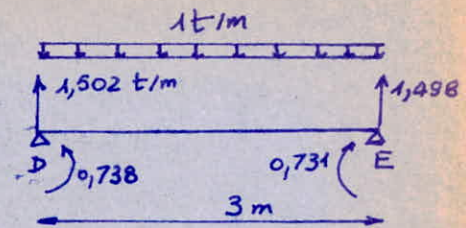
$$R_C = 3,13 \text{ t/m}$$

$$R_G = 2,33 \text{ t/m}$$

$$R_D = 2,98 \text{ t/m}$$

$$R_E = 2,96 \text{ t/m}$$

$$R_H = 4,03 \text{ t/m}$$



Vérification

Nous devons trouver que : $\sum_{i=B}^H R_i = q \sum_{i=A}^H l_{ij}$ donc :

$$2,395 + 3,13 + 2,98 + 2,96 + 3,10 + 2,33 + 4,03 = 21,005 \approx 1 (1 + 3 \times 6 + 2) = 21t$$

Charges P_{ij}

Nous décomposons chaque action $-R_i$ en deux composantes P_{1i} et P_{2i} dans le plan des plaques adjacentes «hi» et «ij»

Action $-R_B$

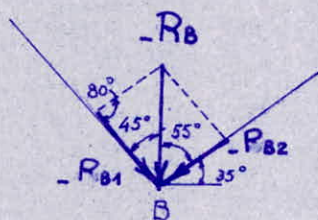
$$\frac{P_{B1}}{\sin 55^\circ} = \frac{P_{B2}}{\sin 45^\circ} = \frac{R_B}{\sin 80^\circ}$$

$$P_{B1} = R_B \cdot \frac{\sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} = 2,395 \times \frac{0,819}{0,985}$$

$$P_{B1} = 1,99t/m$$

$$P_{B2} = 2,395 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 80^\circ} = 2,395 \times \frac{0,707}{0,985}$$

$$P_{B2} = 1,72t/m$$



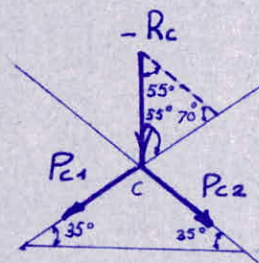
En adoptant la convention de signe de la page 9, il vient :

$$P_{B1} = -1,99t/m \quad \text{et} \quad P_{B2} = 1,72t/m$$

Action $-R_C$

$$P_{C1} = P_{C2} = R_C \frac{\sin 55^\circ}{\sin 70^\circ} = 3,13 \times \frac{0,819}{0,94}$$

$$P_{C1} = +2,72t/m \quad ; \quad P_{C2} = -2,72t/m$$

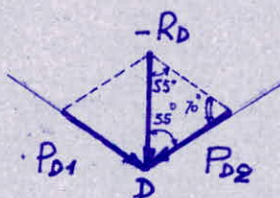


Action $-R_D$

$$P_{D1} = P_{D2} = R_D = \frac{\sin 55^\circ}{\sin 70^\circ} = R_D \times 0,87$$

$$P_{D1} = P_{D2} = 0,87 \times 2,94$$

$$P_{D1} = -2,6t/m \quad ; \quad P_{D2} = +2,6t/m$$



Toutes les actions E, G (-R_E, -R_G) ont une décomposition identique à celle de C donc

$$P_{E1} = + 0,87 \times R_E$$

$$P_{G1} = + 0,87 \times R_G$$

$$; P_{E2} = - 0,87 R_E$$

$$; P_{G2} = - 0,87 R_G$$

Les actions -R_F se décomposent identiquement à -R_D, donc:

$$P_{F1} = - 0,87 R_F$$

$$P_{F2} = + 0,87 R_F$$

Action - R_E

$$P_{E1} = P_{E2} = 0,87 \times 2,96 = 2,575 \text{ t/m}$$

$$P_{E1} = + 2,575 \text{ t/m} ; P_{E2} = - 2,575 \text{ t/m}$$

Action - R_F

$$P_{F1} = P_{F2} = 0,87 \times 3,18 = 2,77 \text{ t/m}$$

$$P_{F1} = - 2,77 \text{ t/m} ; P_{F2} = + 2,77 \text{ t/m}$$

Action - R_G

$$P_{G1} = P_{G2} = 0,87 \times 2,33 = 2,03 \text{ t/m}$$

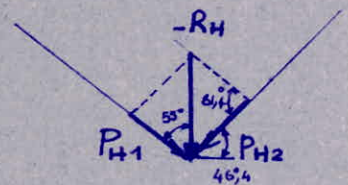
$$P_{G1} = + 2,03 \text{ t/m} ; P_{G2} = - 2,03 \text{ t/m}$$

Action - R_H

$$P_{H1} = R_H \times \frac{\sin 43,6^\circ}{\sin 81,4^\circ} = 4,03 \times \frac{0,67}{0,99}$$

$$P_{H2} = R_H \times \frac{\sin 55^\circ}{\sin 81,4^\circ} = 4,03 \times \frac{0,819}{0,99}$$

$$P_{H1} = - 2,73 \text{ t/m} ; P_{H2} = + 3,33 \text{ t/m}$$



Pour avoir la charge P_{ij} dans une plaque «ij», il suffit de faire P_{ij} = P_{i2} + P_{j1} (P_{i2} et P_{j1} étant en valeur algébrique).
Ainsi :

$$P_{AB} = - 1,99 \text{ t/m} ; P_{EF} = - 5,345 \text{ t/m}$$

$$P_{BC} = + 4,44 \text{ t/m} ; P_{FG} = + 4,8 \text{ t/m}$$

$$P_{CD} = - 5,32 \text{ t/m} ; P_{GH} = - 4,76 \text{ t/m}$$

$$P_{DE} = + 5,175 \text{ t/m} ; P_{HI} = + 3,33 \text{ t/m}$$

2. sens longitudinal

Moments cl_{bij}

$$cl_{bij} = P_{ij} \frac{L^2}{8} = P_{ij} \times \frac{20^2}{8} = 50 P_{ij} \quad (\text{voir (1) et (2)})$$

On obtient ainsi

$$\begin{aligned} cl_{AB} &= -99,5 \text{ tm} & ; & & cl_{EF} &= -267,25 \text{ tm} \\ cl_{BC} &= +222 \text{ tm} & ; & & cl_{FG} &= +240 \text{ tm} \\ cl_{CD} &= -266 \text{ tm} & ; & & cl_{GH} &= -238 \text{ tm} \\ cl_{DE} &= +258,75 \text{ tm} & ; & & cl_{HI} &= +166,5 \text{ tm} \end{aligned}$$

Forces de liaison

Formons les équations donnant les forces de liaison grâce aux relations (6)
Remarquons que J^E_A et J^E_I sont nulles car situées sur les rives

$$2 J^F_B \left(\frac{1}{d_{AB}} + \frac{1}{d_{BC}} \right) + \frac{J^F_C}{d_{BC}} = -3 \left(\frac{cl_{AB}}{d_{AB}^2} + \frac{cl_{BC}}{d_{BC}^2} \right)$$

$$d_{AB} = 1\sqrt{2} = 1,414 \text{ m} \quad , \quad d_{BC} = \frac{l_{BC}}{\cos \alpha_B} = \frac{l_{BC}}{\cos 35^\circ} = \frac{3}{0,819} = 3,66 \text{ m}$$

$$2 J^F_B \left(\frac{1}{1,414} + \frac{1}{3,66} \right) + \frac{J^F_C}{3,66} = -3 \left(\frac{cl_{AB}}{2} + \frac{cl_{BC}}{(3,66)^2} \right) = -3 \left(\frac{-99,5}{2} + \frac{222}{3,66^2} \right)$$

$$\text{Finalement : } 1,96 J^F_B + 0,27 J^F_C = 99,53 \quad (*)$$

De la même manière pour l'arête H

$$\frac{J^F_G}{d_{GH}} + 2 J^F_H \left(\frac{1}{d_{GH}} + \frac{1}{d_{HI}} \right) = -3 \left(\frac{cl_{GH}}{d_{GH}^2} + \frac{cl_{HI}}{d_{HI}^2} \right)$$

$$d_{HI} = \frac{l_{HI}}{\cos \alpha_H} = \frac{2}{\cos 46,4} \approx 2,77 \text{ m} \quad , \quad d_{GH} = 3,66 \text{ m}$$

$$\frac{J^F_G}{3,66} + 2 J^F_H \left(\frac{1}{3,66} + \frac{1}{2,77} \right) = -3 \left(\frac{-238}{3,66^2} + \frac{166,5}{2,77^2} \right)$$

$$\text{Finalement : } 0,27 J^F_G + 1,27 J^F_H = -11,8 \quad (**)$$

Pour les arêtes qui restent, les plaques ont même largeur $d = 3,66\text{m}$ et même épaisseur $e = 0,12\text{m}$ on utilise la relation (7)

$$F_h + 4 F_i + F_j = -\frac{3}{d} (c b_{hi} + c b_{ij}) = -0,82 (c b_{hi} + c b_{ij})$$

Nous formons ainsi les équations:

$$F_B + 4 F_C + F_D = -0,82 (222 - 266) = +36$$

$$F_C + 4 F_D + F_E = -0,82 (-266 + 258,75) = 5,95$$

$$F_D + 4 F_E + F_F = -0,82 (258,75 - 267,25) = 6,97$$

$$F_E + 4 F_F + F_G = -0,82 (-267,25 + 240) = 22,35$$

$$F_F + 4 F_G + F_H = -0,82 (240 - 238) = -1,64$$

$$1,96 F_B + 0,27 F_C = 99,53$$

$$0,27 F_G + 1,27 F_H = -11,8$$

La résolution de ce système de 7 équations à 7 inconnues a été faite par substitution. Elle a donné les valeurs suivantes des forces de liaison

| | | |
|-----------------------|---|-----------------------|
| $F_B = 51,4\text{t}$ | ; | $F_F = +5,53\text{t}$ |
| $F_C = -4,5\text{t}$ | ; | $F_G = +0,56\text{t}$ |
| $F_D = +2,53\text{t}$ | ; | $F_H = -9,4\text{t}$ |
| $F_E = -0,32\text{t}$ | ; | |

Moments M_{ij}

$$M_{ij} = c b_{ij} + (F_i + F_j) \frac{d_{ij}}{2} \quad (10)$$

| | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|
| $M_{AB} = -63,16\text{tm}$ | ; | $M_{EF} = -257,72\text{tm}$ |
| $M_{BC} = 307,83\text{tm}$ | ; | $M_{FG} = 251,14\text{tm}$ |
| $M_{CD} = -269,6\text{tm}$ | ; | $M_{GH} = -254,18\text{tm}$ |
| $M_{DE} = +262,79\text{tm}$ | ; | $M_{HI} = 153,48\text{tm}$ |

Déformations δ_{ij}

$$\delta_{ij} = \frac{5}{4} \frac{L^2}{E e_{ij} d_{ij}^3} M_{ij} \quad (14)$$

Nous prenons le module d'élasticité $E = 115 \cdot 10^3 \text{ Kgf/cm}^2$

$$\text{Posons } \frac{5}{4} \frac{L^2}{E e_{ij} d_{ij}^3} = k_{ij}$$

$$k_{AB} = \frac{5}{4} \times \frac{20^2}{1,15 \cdot 10^6 \times 0,12 \times (1,414)^3} = 1,28 \cdot 10^{-3}$$

$$k_{BC} = k_{CD} = k_{DE} = k_{EF} = k_{FG} = k_{GH} = \frac{5}{4} \frac{20^2}{1,15 \cdot 10^6 \times 0,12 \times 3,66^3} = 7,39 \cdot 10^{-5}$$

$$k_{HI} = \frac{5}{4} \frac{20^2}{1,15 \cdot 10^6 \times 0,12 \times 2,77^3} = 1,7 \cdot 10^{-4}$$

d'où on trouve

| |
|----------------------------------|
| $\delta_{AB} = -0,09 \text{ cm}$ |
| $\delta_{BC} = +2,27 \text{ cm}$ |
| $\delta_{CD} = -1,99 \text{ cm}$ |
| $\delta_{DE} = +1,94 \text{ cm}$ |
| $\delta_{EF} = -1,9 \text{ cm}$ |
| $\delta_{FG} = +1,86 \text{ cm}$ |
| $\delta_{GH} = -1,88 \text{ cm}$ |
| $\delta_{HI} = +2,61 \text{ cm}$ |

Déplacements différentiels des arêtes Δ_{ij}

$$\Delta_{ij} = -\frac{\delta_{hi}}{\sin \varphi_i} + \delta_{ij} (\cotg \varphi_j - \cotg \varphi_i) + \frac{\delta_{jk}}{\sin \varphi_j} \quad (15)$$

En respectant les conventions de signe des pages 17 et 19

$$\Delta_{BC} = -\frac{\delta_{AB}}{\sin \varphi_B} + \delta_{BC} (\cotg \varphi_B - \cotg \varphi_C) + \frac{\delta_{CB}}{\sin \varphi_C}$$

$$\Delta_{BC} = -\frac{-8,09}{\sin(+100^\circ)} + 2,27 (\cotg(+100^\circ) - \cotg(+110^\circ)) + \frac{-1,99}{\sin(110^\circ)}$$

$$\Delta_{BC} = -\frac{-8,09}{0,985} + 2,27 (-0,364 + 0,176) + \frac{-1,99}{0,9398}$$

$$\Delta_{BC} = +5,67 \text{ cm}$$

$$\Delta_{CD} = -\frac{2,27}{\sin(-110^\circ)} - 1,98 (\cotg(-110^\circ) - \cotg(-110^\circ)) + \frac{1,94}{\sin(-110^\circ)}$$

$$\Delta_{CD} = -\frac{2,27}{-0,9398} + \frac{1,94}{-0,9398} = \frac{1}{-0,9398} (-2,27 + 1,94)$$

$$\Delta_{CD} = +0,35 \text{ cm}$$

Comme les plaques CD, DE, EF, FG sont identiques à calculer que CD on a :

$$\Delta_{ij} = \frac{1}{\pm 0,9398} (-\delta_{hi} + \delta_{jk})$$

$$\Delta_{DE} = \frac{1}{0,9398} (-(-1,99) - 1,9)$$

$$\Delta_{DE} = +0,096 \text{ cm}$$

$$\Delta_{EF} = \frac{1}{-0,9398} (-1,94 + 1,86)$$

$$\Delta_{EF} = +0,085 \text{ cm}$$

$$\Delta_{FG} = \frac{1}{0,9398} (+1,9 - 1,88)$$

$$\Delta_{FG} = 0,021 \text{ cm}$$

$$\Delta_{GH} = -\frac{1,86}{\sin(-110^\circ)} - 1,88 (\cotg(-110^\circ) - \cotg(-98,6^\circ)) + \frac{2,61}{\sin(-98,6^\circ)}$$

$$\Delta_{GH} = -\frac{1,86}{-0,9398} - 1,88 (0,151 - 0,364) + \frac{2,61}{-0,983}$$

$$\Delta_{GH} = -0,276 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{BC} &= +5,67 \text{ cm} \\ \Delta_{CD} &= +0,35 \text{ cm} \\ \Delta_{DE} &= +0,096 \text{ cm} \\ \Delta_{EF} &= +0,085 \text{ cm} \\ \Delta_{FG} &= +0,021 \text{ cm} \\ \Delta_{GH} &= -0,276 \text{ cm} \end{aligned}$$

II CYCLES DE CORRECTIONS

1er cycle

Moments d'encastrement parfait \bar{m}_{ij}

$$\bar{m}_{AB} = \bar{m}_{BA} = 0$$

La plaque BC est assimilée à une poutre appuyée (articulée) en B et encastree en C aussi :

$$\bar{m}_{BC} = 0 \quad ; \quad \bar{m}_{CB} = \frac{E e^3}{4 d_{CB}^2} \Delta_{BC} = \frac{115 \cdot 10^7 \times 0,12^3}{4 (3,66)^2} \Delta_{BC} = 0,0037 \cdot 10^7 \Delta_{BC}$$

$$\bar{m}_{CB} = 3,7 \cdot 10^4 \times 5,67 \cdot 10^{-2} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Kg} \cdot \text{m} = 2,1 \text{ tm}$$

Les plaques courantes «ij» sont encastrees aux 2 extrémités

$$\bar{m}_{ij} = \bar{m}_{ji} = \frac{E e^3}{2 d_{ij}^2} \Delta_{ij} = \frac{115 \cdot 10^7 \times 0,12^3}{2 (3,66)^2} \Delta_{ij} = 7,4 \cdot 10^4 \times \Delta_{ij}$$

$$\bar{m}_{CD} = \bar{m}_{DC} = 7,4 \cdot 10^4 \times 0,35 \cdot 10^{-2} = 0,26 \text{ tm}$$

$$\bar{m}_{DE} = \bar{m}_{ED} = 7,4 \cdot 10^4 \times 0,096 \cdot 10^{-2} = 0,07 \text{ tm}$$

$$\bar{m}_{EF} = \bar{m}_{FE} = 7,4 \cdot 10^4 \times 0,085 \cdot 10^{-2} = 0,063 \text{ tm}$$

$$\bar{m}_{FG} = \bar{m}_{GF} = 7,4 \cdot 10^4 \times 0,021 \cdot 10^{-2} = 0,0156 \text{ tm}$$

La plaque GH est articulée à l'extrémité H et encastree en G

$$\bar{m}_{HG} = 0 \quad ; \quad \bar{m}_{GH} = \frac{E e^3}{4 d_{HG}^2} \Delta_{HG} = 3,7 \cdot 10^4 \times (-0,276) = -0,102 \text{ tm}$$

$$\bar{m}_{HI} = 0$$

Remarque : Les moments \bar{m}_{ij} sont des moments de CROSS
convention de signe (+ -)

Moments sur appuis m'_i

Les moments d'encastrement parfait sont distribués sur les appuis par la méthode de CROSS

Facteurs de rigidité

Les travées de notre « poutre continue » ont même largeur et même épaisseur, donc même inertie J . Sa rigidité s'exprime par :

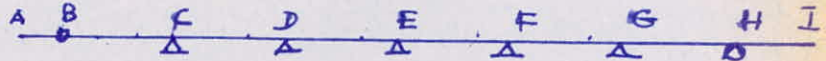
$$R = \frac{3}{4} \frac{J}{l} \quad \text{pour les poutres articulées à une extrémité et encastées à l'autre.}$$

$$R = \frac{J}{l} \quad \text{pour les poutres articulées aux 2 extrémités}$$

Toutes les travées ont même J et même l .

Coefficients de répartition

$$C_{ij} = \frac{R_{ij}}{\sum R_{ki}} = \frac{R_{ij}}{R_{hi} + R_{ji}}$$



$$C_{CB} = \frac{R_{CB}}{R_{BC} + R_{CD}} = \frac{\frac{3}{4} J/l}{\frac{3}{4} J/l + J/l} = \frac{3}{7}$$

$$C_{CD} = \frac{J/l}{\frac{3}{4} J/l + J/l} = \frac{4}{7}$$

$$C_{DC} = C_{DE} = C_{ED} = C_{EF} = C_{FE} = C_{FG} = \frac{J/l}{J/l + J/l} = \frac{1}{2}$$

$$C_{GF} = \frac{J/l}{J/l + \frac{3}{4} J/l} = \frac{4}{7}$$

$$C_{GH} = \frac{\frac{3}{4} J/l}{J/l + \frac{3}{4} J/l} = \frac{3}{7}$$

| | | |
|------------------------|---|------------------------|
| $C_{CB} = \frac{3}{7}$ | ; | $C_{EF} = \frac{1}{2}$ |
| $C_{CD} = \frac{4}{7}$ | ; | $C_{FE} = \frac{1}{2}$ |
| $C_{DC} = \frac{1}{2}$ | ; | $C_{FG} = \frac{1}{2}$ |
| $C_{DE} = \frac{1}{2}$ | ; | $C_{GF} = \frac{4}{7}$ |
| $C_{ED} = \frac{1}{2}$ | ; | $C_{GH} = \frac{3}{7}$ |

Distribution par CROSS

| | C | | D | | E | | F | | G | | |
|----------------|------------|----------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | CB | CD | DC | DE | ED | EF | FE | FG | GF | GH | |
| C_{ij} | 3/7 | 4/7 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 4/7 | 3/7 | |
| \bar{m}_{ij} | +2,1 | +0,26 | +0,26 | +0,07 | +0,07 | +0,063 | +0,063 | 0,0156 | 0,0156 | -0,102 | |
| ${}^C E$ | -2,36 | -1,01143 | -1,3486 | -0,6743 | | | | | | | |
| D | +0,3442856 | | 0,08607 | 0,17214 | 0,17214 | 0,08607 | | | | | |
| E | -0,219072 | | | | -0,0548 | -0,1096 | -0,1096 | -0,0548 | | | |
| F | -0,023822 | | | | | | -0,0059 | -0,0119 | -0,0119 | -0,0059 | |
| G | +0,08607 | | | | | | | | 0,0269 | 0,0528 | 0,0396 |
| ${}^C E$ | -0,08607 | -0,0369 | -0,0492 | -0,0246 | | | | | | | |
| D | +0,0246 | | 0,00615 | 0,012296 | 0,012296 | 0,00615 | | | | | |
| E | -0,00615 | | | | -0,00154 | -0,00308 | -0,00308 | -0,00154 | | | |
| F | +0,00154 | | | | | | 0,000384 | 0,000768 | 0,000768 | 0,000384 | |
| G | -0,000384 | | | | | | | | -0,00011 | -0,00022 | -0,00011 |
| m_i' | +1,0517 | -1,0455 | -0,232 | +0,199 | +0,0496 | -0,055 | -0,0044 | 0,0376 | +0,063 | -0,063 | |

Théoriquement, on doit trouver le même moment en valeur absolue à droite et à gauche de chaque noeud, mais comme la méthode de CROSS est elle-même une méthode qui n'est pas très précise, on prend une certaine moyenne.

| | | |
|-----------------------------|---|----------------------------|
| $m'_C = -1,05 \text{ tm}$ | ; | $m'_G = -0,063 \text{ tm}$ |
| $m'_D = +0,215 \text{ tm}$ | ; | $m'_B = 0$ |
| $m'_E = -0,0523 \text{ tm}$ | ; | $m'_H = 0$ |
| $m'_F = +0,021 \text{ tm}$ | ; | |

Réactions R'_i

$$R_B^{d'} = -\frac{1,05}{3} = -0,35t$$

$$R_C^{g'} = +0,35t$$

$$R_C^{d'} = \frac{1,05 + 0,215}{3} = +0,421t$$

$$R_D^{g'} = -0,421t$$

$$R_D^{d'} = \frac{-0,215 - 0,0523}{3} = -0,0891t$$

$$R_E^{g'} = +0,0891t$$

$$R_E^{d'} = \frac{0,0523 + 0,021}{3} = +0,0244t$$

$$R_F^{g'} = -0,0244t$$

$$R_F^{d'} = \frac{-0,021 - 0,063}{3} = -0,028t$$

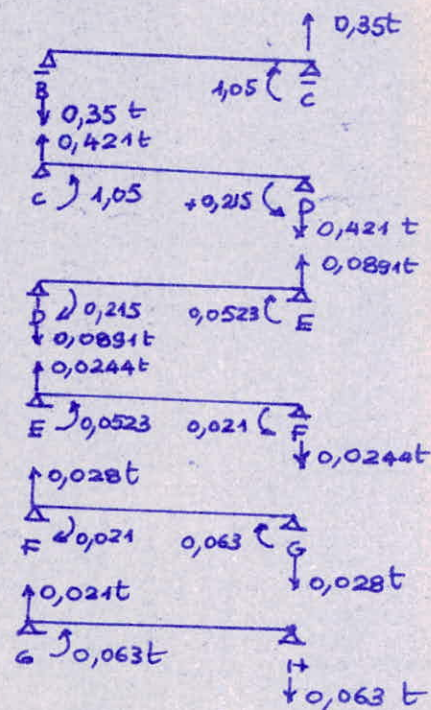
$$R_G^{g'} = 0,028t$$

$$R_G^{d'} = \frac{0,063}{3} = 0,021t$$

$$R'_i = R_i^{d'} + R_i^{g'}$$

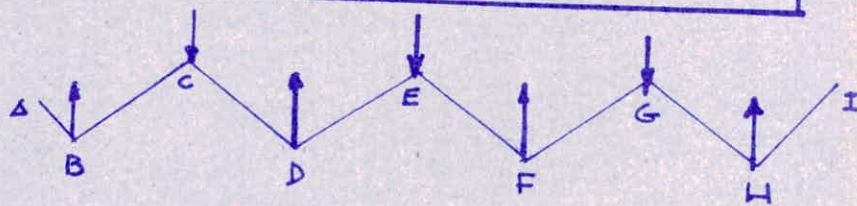
Les valeurs des réactions sont :

| | | |
|-------------------|---|-------------------|
| $R'_B = -0,35t$ | ; | $R'_F = -0,0524t$ |
| $R'_C = +0,771t$ | ; | $R'_G = +0,049t$ |
| $R'_D = -0,51t$ | ; | $R'_H = -0,021t$ |
| $R'_E = +0,1135t$ | ; | |



Charges P'_{ij}

Sur la figure ci-contre sont représentées les actions - R'_i



Les décompositions se font de la même manière que celles des actions - R_i (voir page 54). Les rapports des sinus restent les mêmes. Seuls les valeurs et les signes changent.

Action - R'B

$$P'_{B1} = 0,35 \times \frac{\sin 55^\circ}{\sin 80^\circ} = 0,291 t \quad ; \quad P'_{B2} = -0,35 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 80^\circ} = -0,251 t$$

Action - R'C

$$P'_{C1} = +0,671 t \quad ; \quad P'_{C2} = -0,671 t$$

Action - R'D

$$P'_{D1} = +0,4437 t \quad ; \quad P'_{D2} = -0,4437 t$$

Action - R'E

$$P'_{E1} = +0,0987 t \quad ; \quad P'_{E2} = -0,0987 t$$

Action - R'F

$$P'_{F1} = +0,0456 t \quad ; \quad P'_{F2} = -0,0456 t$$

Action - R'G

$$P'_{G1} = +0,0426 t \quad ; \quad P'_{G2} = -0,0426 t$$

Action - R'H

$$P'_{H1} = +0,021 \times \frac{\sin 43,6^\circ}{\sin 81,4^\circ} = +0,0142 t \quad ; \quad P'_{H2} = -0,021 \times \frac{\sin 55^\circ}{\sin 81,4^\circ} = -0,0173 t$$

Pour avoir P'_{ij} , il suffit de faire $P'_{ij} = P'_{i2} + P'_{j1}$
Ainsi:

| |
|-----------------------|
| $P'_{AB} = +0,291 t$ |
| $P'_{BC} = +0,42 t$ |
| $P'_{CD} = -0,2273 t$ |
| $P'_{DE} = -0,345 t$ |
| $P'_{EF} = -0,0531 t$ |
| $P'_{FG} = -0,003 t$ |
| $P'_{GH} = -0,0284 t$ |
| $P'_{HI} = -0,0173 t$ |

sens longitudinal

Moments M'_{ij}

$$M'_{ij} = P'_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} = 40,5 P'_{ij} \quad (18)$$

| | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------|
| $M'_{AB} = 11,7855 \text{ tm}$ | ; | $M'_{EF} = -2,15 \text{ tm}$ |
| $M'_{BC} = 17,01 \text{ tm}$ | ; | $M'_{FG} = -0,1215 \text{ tm}$ |
| $M'_{CD} = -9,206 \text{ tm}$ | ; | $M'_{GH} = -1,15 \text{ tm}$ |
| $M'_{DE} = -13,97 \text{ tm}$ | ; | $M'_{HI} = -0,7 \text{ tm}$ |

nota

Remarquons la rapide convergence des moments M'_{ij}

Efforts tranchants

Efforts tranchants du calcul de base V_{ij}

$$V_{ij} = -P'_{ij} \frac{L}{2} \quad (3)$$

| | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|
| $V_{AB} = 19,9 \text{ t}$ | ; | $V_{EF} = +53,45 \text{ t}$ |
| $V_{BC} = -44,4 \text{ t}$ | ; | $V_{FG} = -48 \text{ t}$ |
| $V_{CD} = +53,2 \text{ t}$ | ; | $V_{GH} = +47,6 \text{ t}$ |
| $V_{DE} = -51,75 \text{ t}$ | ; | $V_{HI} = -33,3 \text{ t}$ |

Efforts tranchants du 1° cycle $V'_{ij}(t)$

$$V'_{ij} = -P'_{ij} \frac{L}{\pi} = -6,369 P'_{ij} \quad (20)$$

| | | |
|--------------------|---|-------------------|
| $V'_{AB} = -1,85$ | ; | $V'_{EF} = 0,338$ |
| $V'_{BC} = -2,675$ | ; | $V'_{FG} = 0,019$ |
| $V'_{CD} = 1,4477$ | ; | $V'_{GH} = 0,18$ |
| $V'_{DE} = 2,197$ | ; | $V'_{HI} = 0,11$ |

Forces de liaison F_i'

En formant des équations de la même manière que pour la page 56 :

$$\begin{aligned}
 1,96 F_B' + 0,27 F_C' &= -21,488 \\
 F_B' + 4 F_C' + F_D' &= -6,4 \\
 F_C' + 4 F_D' + F_E' &= +19 \\
 F_D' + 4 F_E' + F_F' &= +13,22 \\
 F_E' + 4 F_F' + F_G' &= +1,86 \\
 F_F' + 4 F_G' + F_H' &= +1,042 \\
 0,27 F_G' + 1,27 F_H' &= -0,53
 \end{aligned}$$

La résolution de ce système d'équations fournit: $F_i'(t)$

| | | |
|-------------------|---|-----------------|
| $F_A' = 0 = F_I'$ | ; | $F_E' = 2,327$ |
| $F_B' = -10,98$ | ; | $F_F' = -0,228$ |
| $F_C' = +0,1094$ | ; | $F_G' = +0,446$ |
| $F_D' = +4,141$ | , | $F_H' = -0,512$ |

Moments M_{ij} (tm)

$$M_{ij}' = db'_{ij} + (F_i' + F_j') \frac{d_{ij}}{2}$$

| | | |
|--------------------|---|--------------------|
| $M_{AB}' = 4,0227$ | ; | $M_{EF}' = 1,6912$ |
| $M_{BC}' = -2,883$ | ; | $M_{FG}' = 0,277$ |
| $M_{CD}' = -1,428$ | ; | $M_{GH}' = -1,27$ |
| $M_{DE}' = -2,134$ | ; | $M_{HI}' = -1,41$ |

Remarquons la convergence assez rapide des moments M_{ij}

Déformations δ'_{ij}

$$\delta'_{ij} = \frac{12 L^2}{\pi^2 E d_{ij}^3} M'_{ij} = k'_{ij} M'_{ij}$$

$$\delta'_{AB} = \frac{12 \times 400}{\pi^2 \times 1,15 \times 10^6 \times 2 \times 1,414 \times 0,12} \times 4,0227 = 1,247 \times 10^{-3} \times 4,0227 \text{ m} = 0,503 \text{ cm}$$

$$k'_{BC} = k'_{CD} = k'_{DE} = k'_{EF} = k'_{FG} = k'_{GH} = 7,195 \times 10^{-5} \quad (\text{résultats en m})$$

$$k'_{HI} = \frac{12 \times 400}{\pi^2 \times 1,15 \times 10^6 \times (2,77)^3 \times 0,12} = 1,66 \times 10^{-4}$$

| | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| $\delta'_{AB} = +0,503 \text{ cm}$; | $\delta'_{EF} = +0,012 \text{ cm}$ |
| $\delta'_{BC} = -0,021 \text{ cm}$; | $\delta'_{FG} = +0,002 \text{ cm}$ |
| $\delta'_{CD} = -0,01 \text{ cm}$; | $\delta'_{GH} = -0,009 \text{ cm}$ |
| $\delta'_{DE} = -0,015 \text{ cm}$; | $\delta'_{HI} = -0,023 \text{ cm}$ |

Les déformations δ'_{ij} convergent rapidement

Déplacements différentiels des arêtes Δ'_{ij}

$$\Delta'_{ij} = -\frac{\delta'_{hi}}{\sin \varphi_i} + \delta'_{ij} (\cotg \varphi_j - \cotg \varphi_i) + \frac{\delta'_{jk}}{\sin \varphi_j}$$

En faisant un calcul analogue à celui de la page 58; (les angles φ_i, φ_j ne changent pas) on trouve

| | |
|----------------------------------------|-------------------------------------|
| $\Delta'_{BC} = -0,517 \text{ cm}$; | $\Delta'_{EF} = -0,0181 \text{ cm}$ |
| $\Delta'_{CD} = -0,00638 \text{ cm}$; | $\Delta'_{FG} = -0,0223 \text{ cm}$ |
| $\Delta'_{DE} = +0,0234 \text{ cm}$; | $\Delta'_{GH} = +0,0274 \text{ cm}$ |

2° cycle

Moments d'encastrement parfait \overline{m}^{ij}

$$\overline{m}_{AB}'' = \overline{m}_{BA}'' = 0 \quad (\text{voir page 60})$$

$$\overline{m}_{BC}'' = 0 \quad ; \quad m'_{CB} = 3,7 \cdot 10^4 \Delta'_{CB} = 3,7 \cdot 10^4 (-0,517) \Rightarrow \overline{m}_{CB} = -0,192 \text{ tm}$$

$$\overline{m}_{CD}'' = 0,742 (-0,00638) = -0,0047 \text{ tm} = \overline{m}_{DC}''$$

$$\overline{m}_{DB}'' = \overline{m}_{BD}'' = 0,74 (0,0234) = +0,0174 \text{ tm}$$

$$\overline{m}_{EF}'' = \overline{m}_{FE}'' = 0,74 (-0,0181) = -0,0134 \text{ tm}$$

$$\overline{m}_{FG}'' = \overline{m}_{GF}'' = 0,74 (-0,0223) = -0,0165 \text{ tm}$$

$$\overline{m}_{GH}'' = 0,37 (0,0274) = +0,010 \text{ tm}$$

$$\overline{m}_{HG}'' = \overline{m}_{HI}'' = 0$$

Moments sur appuis m''_i

Ils sont obtenus grâce à la distribution des moments d'encastrement parfait sur les appuis par la méthode de CROSS (voir page 69)

On trouve ainsi

$$m''_C = +0,0997 \text{ tm}$$

$$m''_D = -0,0177 \text{ tm}$$

$$m''_E = -0,00320 \text{ tm}$$

$$m''_F = -0,00338 \text{ tm}$$

$$m''_G = +0,0099 \text{ tm}$$

Distribution par CROSS

| | C | | D | | E | | F | | G | |
|-------------------------------------------------|----------|----------|-----------|-----------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | CB | CD | DC | DE | ED | EF | FE | FG | GF | GH |
| C_{ij} | 3/7 | 4/7 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 4/7 | 3/7 |
| \overline{m}_{ij} | -0,192 | -0,0047 | -0,0047 | 0,0174 | 0,0174 | -0,0134 | -0,0134 | -0,0165 | -0,0165 | 0,01 |
| $\begin{matrix} C \\ \end{matrix}$ 0,1967 | 0,0843 | 0,1124 | 0,0562 | | | | | | | |
| $\begin{matrix} D \\ \end{matrix}$ -0,0689 | | -0,01722 | -0,03445 | -0,03445 | -0,01722 | | | | | |
| $\begin{matrix} E \\ \end{matrix}$ 0,013225 | | | | 0,003306 | 0,006612 | 0,006612 | 0,003306 | | | |
| $\begin{matrix} F \\ \end{matrix}$ 0,02659 | | | | | | 0,006648 | 0,01329 | 0,01329 | 0,006648 | |
| $\begin{matrix} G \\ \end{matrix}$ 0,0001484 | | | | | | | | -0,0000424 | -0,0000848 | -0,0000636 |
| $\begin{matrix} C \\ \end{matrix}$ 0,017225 | 0,007382 | 0,00384 | 0,00492 | | | | | | | |
| $\begin{matrix} D \\ \end{matrix}$ -0,00492 | | -0,00123 | -0,00246 | -0,00246 | -0,00123 | | | | | |
| $\begin{matrix} E \\ \end{matrix}$ 0,00123 | | | | 0,0003075 | 0,000615 | 0,000615 | 0,0003075 | | | |
| $\begin{matrix} F \\ \end{matrix}$ -0,0003075 | | | | | | -0,0000768 | -0,0001537 | -0,0001537 | -0,0000768 | |
| $\begin{matrix} G \\ \end{matrix}$ 0,0000768 | | | | | | | | 0,0000219 | 0,0000438 | 0,0000328 |
| m^i | -0,10032 | 0,09909 | 0,0195167 | -0,015897 | 0,006172 | 0,00045 | 0,003357 | -0,003399 | -0,00997 | 0,00996 |

Réactions $R''_i(t)$

De la même manière que pour la page - 63 - : $R''_i = - \frac{m''_i - m''_j}{l_{ij}}$

$$R''_B = 0,033$$

$$; R''_C = - 0,033$$

$$R''_C^d = - 0,039$$

$$; R''_D = + 0,039$$

$$R''_D^d = + 0,0048$$

$$; R''_E = - 0,0048$$

$$R''_E^d = - 0,0000333$$

$$; R''_F = + 0,0000333$$

$$R''_F^d = 0,0044$$

$$; R''_G = - 0,0044$$

$$R''_G^d = - 0,0033$$

$$; R''_H = + 0,0033$$

$$R''_i = R''_i^d + R''_i^g$$

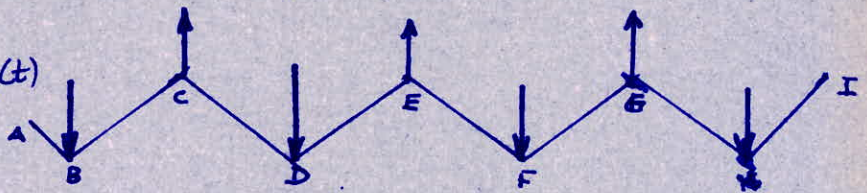
$$R''_B = 0,033$$

$$R''_C = - 0,072 ; R''_F = + 0,004433$$

$$R''_D = 0,0438 ; R''_G = - 0,0077$$

$$R''_E = 0,004833 ; R''_H = + 0,0033$$

Charges $P''_{ij}(t)$



Action - R''_B

$$P''_{B1} = - 0,027$$

$$; P''_{B2} = 0,02366$$

Action - R''_C

$$P''_{C1} = - 0,0626$$

$$; P''_{C2} = 0,0626$$

Action - R''_D

$$P''_{D1} = - 0,036$$

$$; P''_{D2} = 0,036$$

Action - R''_E

$$P''_{E1} = - 0,0042$$

$$; P''_{E2} = 0,0042$$

Action - R''_F

$$P''_{F1} = 0,003856 ; P''_{F2} = 0,003856$$

Action - R''_G

$$P''_{G1} = - 0,0067 ; P''_{G2} = 0,0067$$

Action - R''_H

$$P''_{H1} = - 0,0022 ; P''_{H2} = 0,00273$$

$$P''_{ij} = P''_{i2} + P''_{j1}$$

| | | |
|---------------------|---|-----------------------|
| $P''_{AB} = -0,027$ | ; | $P''_{EF} = 0,000344$ |
| $P''_{BC} = -0,039$ | ; | $P''_{FG} = -0,00284$ |
| $P''_{CD} = 0,0266$ | ; | $P''_{GH} = 0,0045$ |
| $P''_{DE} = 0,0338$ | ; | $P''_{HI} = 0,00273$ |

sens longitudinal

116 moments M''_{ij} (tm) $M''_{ij} = P''_{ij} \frac{L^2}{\pi^2} = 40,5 P''_{ij}$

| | | |
|----------------------|---|---------------------|
| $M''_{AB} = -1,0935$ | ; | $M''_{EF} = 0,014$ |
| $M''_{BC} = -1,58$ | ; | $M''_{FG} = -0,115$ |
| $M''_{CD} = 1,08$ | ; | $M''_{GH} = 0,182$ |
| $M''_{DE} = 1,37$ | ; | $M''_{HI} = 0,11$ |

Efforts tranchants \mathcal{C}''_{ij} (t) $\mathcal{C}''_{ij} = -6,369 P''_{ij}$

| | | |
|-------------------------------|---|--------------------------------|
| $\mathcal{C}''_{AB} = 0,172$ | ; | $\mathcal{C}''_{EF} = -0,002$ |
| $\mathcal{C}''_{BC} = 0,248$ | ; | $\mathcal{C}''_{FG} = 0,018$ |
| $\mathcal{C}''_{CD} = -0,17$ | ; | $\mathcal{C}''_{GH} = -0,0287$ |
| $\mathcal{C}''_{DE} = -0,215$ | ; | $\mathcal{C}''_{HI} = -0,0174$ |

Forces de liaison F''_i (t)

On doit résoudre le système suivant:

$$\begin{aligned} 1,96 F''_B + 0,27 F''_C &= 2 \\ F''_B + 4 F''_C + F''_D &= 0,41 \\ F''_C + 4 F''_D + F''_E &= -2 \\ F''_D + 4 F''_E + F''_F &= -1,135 \\ F''_E + 4 F''_F + F''_G &= 0,08 \\ F''_F + 4 F''_G + F''_H &= -0,055 \\ 0,27 F''_E + 1,27 F''_H &= -0,084 \end{aligned}$$

| | | |
|---------------------|---|------------------|
| $F''_A = F''_I = 0$ | ; | $F''_E = -0,19$ |
| $F''_B = 1,027$ | ; | $F''_F = 0,072$ |
| $F''_C = -0,044$ | ; | $F''_G = -0,016$ |
| $F''_D = -0,44$ | ; | $F''_H = -0,063$ |

II Moments $M''_{ij}(tm)$

$$M''_{ij} = \epsilon b''_{ij} + \left(\int_{\sigma_i}^{\sigma_j} \sigma_i + \int_{\sigma_j}^{\sigma_i} \sigma_j \right) \frac{d\sigma}{2}$$

| | | |
|---------------------|---|----------------------|
| $M''_{AB} = -0,367$ | ; | $M''_{EF} = -0,2$ |
| $M''_{BC} = 0,219$ | ; | $M''_{FG} = -0,0125$ |
| $M''_{CD} = 0,195$ | ; | $M''_{GH} = 0,03743$ |
| $M''_{DE} = 0,217$ | ; | $M''_{HI} = 0,023$ |

Les moments ont des valeurs assez petites ; on peut arrêter la nos cycles de correction

III VALEURS FINALES

sens transversal

II Moments $m_i^f (tm)$ $m_i^f = \sum_{p=0}^n m_i^{(p)}$

Les moments sont calculés pour $\alpha = 0$, ce sont les plus grands

$m_B^f = -0,5 tm$
 $m_C^f = -0,815 - 1,05 + 0,0997$
 $m_D^f = -0,738 + 0,215 - 0,0177$
 $m_E^f = -0,731 - 0,0523 - 0,00328$
 $m_F^f = -0,838 + 0,021 - 0,00338$
 $m_G^f = -0,415 - 0,063 + 0,0099$
 $m_H^f = -2 tm$

| | | |
|--------------------|---|--------------------|
| $m_B^f = -0,5$ | ; | $m_F^f = -0,82028$ |
| $m_C^f = -1,7653$ | ; | $m_G^f = -0,4681$ |
| $m_D^f = -0,5407$ | ; | $m_H^f = -2$ |
| $m_E^f = -0,78658$ | ; | |

sens longitudinal

II Moments $\mu_{ij}^f (tm)$

$\mu_{AB}^f = -99,5 + 11,7855 - 1,0935$
 $\mu_{BC}^f = 222 + 17,01 - 1,58$
 $\mu_{CD}^f = -266 - 9,206 + 1,08$
 $\mu_{DE}^f = 258,75 - 13,97 + 1,37$
 $\mu_{EF}^f = -267,25 - 2,15 + 0,014$
 $\mu_{FG}^f = 240 - 0,1215 + 0,115$
 $\mu_{GH}^f = -238 - 1,15 + 0,182$
 $\mu_{HI}^f = 166,5 - 0,7 + 0,11$

| | | |
|-------------------------|---|------------------------|
| $\mu_{AB}^f = -88,81$ | ; | $\mu_{EF}^f = -239,38$ |
| $\mu_{BC}^f = +237,43$ | ; | $\mu_{FG}^f = 239,763$ |
| $\mu_{CD}^f = -274,126$ | ; | $\mu_{GH}^f = -238,97$ |
| $\mu_{DE}^f = +246,15$ | ; | $\mu_{HI}^f = 165,91$ |

Efforts tranchants $G_{ij}^f = T_{ij} (k)$

$$\begin{aligned} G_{AB}^f &= 19,9 - 1,85 + 0,172 \\ G_{BC}^f &= -44,4 - 2,675 + 0,248 \\ G_{CD}^f &= 53,2 + 1,4477 - 0,17 \\ G_{DE}^f &= -51,75 + 2,197 - 0,215 \\ G_{EF}^f &= 53,45 + 0,338 - 0,002 \\ G_{FG}^f &= -48 + 0,019 + 0,018 \\ G_{GH}^f &= 47,6 + 0,18 - 0,0267 \\ G_{HI}^f &= -33,3 + 0,11 - 0,0174 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{AB}^f &= T_{AB} = 18,22 & ; & T_{EF} = 53,786 \\ G_{BC}^f &= T_{BC} = -46,827 & ; & T_{FG} = -47,963 \\ G_{CD}^f &= T_{CD} = +54,478 & ; & T_{GH} = 47,75 \\ G_{DE}^f &= T_{DE} = -49,768 & ; & T_{HI} = -33,267 \end{aligned}$$

Forces de liaison $F_i^f (t)$

$$\begin{aligned} F_B^f &= 51,4 - 10,98 + 1,027 \\ F_C^f &= -4,5 + 0,1094 - 0,044 \\ F_D^f &= 2,53 + 4,141 - 0,44 \\ F_E^f &= -0,32 + 2,327 - 0,19 \\ F_F^f &= 5,53 - 0,228 + 0,072 \\ F_G^f &= 0,56 + 0,446 - 0,016 \\ F_H^f &= -9,4 - 0,512 - 0,063 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_A^f &= F_I^f = 0 & ; & F_E^f = 1,817 \\ F_B^f &= 41,447 & ; & F_F^f = 5,374 \\ F_C^f &= -4,4346 & ; & F_G^f = 0,99 \\ F_D^f &= 6,231 & ; & F_H^f = -9,975 \end{aligned}$$

Moments $M_{ij}^f (tm)$

$$\begin{aligned} M_{AB} &= -63,16 + 4,0227 - 0,367 \\ M_{BC} &= 367,83 - 2,883 + 0,219 \\ M_{CD} &= -269,6 - 1,428 + 0,195 \\ M_{DE} &= 262,79 - 2,134 + 0,217 \\ M_{EF} &= -257,72 + 1,6912 - 0,2 \\ M_{FG} &= 251,14 + 0,277 - 0,0125 \\ M_{GH} &= -234,18 - 1,27 + 0,03743 \\ M_{HI} &= 153,48 - 1,41 + 0,023 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{AB}^f &= -59,504 & ; & M_{EF}^f = -256,229 \\ M_{BC}^f &= 305,166 & ; & M_{FG}^f = 251,4 \\ M_{CD}^f &= -270,83 & ; & M_{GH}^f = -255,4 \\ M_{DE}^f &= 260,873 & ; & M_{HI}^f = 152,09 \end{aligned}$$

Deformations $\delta_{ij}^f (cm)$

$$\begin{aligned} \delta_{AB}^f &= -8,09 + 0,503 \\ \delta_{BC}^f &= 2,27 - 0,021 \\ \delta_{CD}^f &= -1,99 - 0,01 \\ \delta_{DE}^f &= 1,94 - 0,015 \\ \delta_{EF}^f &= -1,9 + 0,012 \\ \delta_{FG}^f &= 1,86 + 0,002 \\ \delta_{GH}^f &= -1,88 - 0,009 \\ \delta_{HI}^f &= 2,61 - 0,023 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{AB}^f &= -4,59 & ; & \delta_{EF}^f = -1,89 \\ \delta_{BC}^f &= 2,25 & ; & \delta_{FG}^f = 1,86 \\ \delta_{CD}^f &= -2 & ; & \delta_{GH}^f = -1,89 \\ \delta_{DE}^f &= 1,925 & ; & \delta_{HI}^f = 2,59 \end{aligned}$$

Efforts normaux $N_{ij}(t)$

$$N_{ij}^f = F_j^f - F_i^f$$

$$N_{AB} = 41,447$$

$$N_{BC} = -4,436 - 41,447$$

$$N_{CD} = 6,231 + 4,4346$$

$$N_{DE} = 1,817 - 6,231$$

$$N_{EF} = 5,374 - 1,817$$

$$N_{FG} = 0,99 - 5,374$$

$$N_{GH} = -9,975 - 0,99$$

$$N_{HI} = 9,975$$

$$\begin{aligned} N_{AB} &= 41,447 ; N_{EF} = 3,56 \\ N_{BC} &= -45,88 ; N_{FG} = -4,38 \\ N_{CD} &= 10,666 ; N_{GH} = -10,965 \\ N_{DE} &= -4,414 ; N_{HI} = 9,975 \end{aligned}$$

Contraintes normales σ_i

Plaque AB

$$d_{AB} \cdot e = 1,414 \times 0,12 = 0,1697 \text{ m}^2$$

$$d_{AB}^3 \cdot e = 0,33941 \text{ m}^4$$

Arête A

$$\sigma_A = \frac{N_{AB}}{d_{AB} \cdot e} - \frac{M_{AB}}{2} \frac{d_{AB}}{d_{AB}^3 \cdot e} \frac{12}{d_{AB}^3 \cdot e} = \frac{41,447}{0,1697} - \frac{-59,504}{2} \times 1,414 \frac{12}{0,339} = 1732,1 \text{ t/m}^2$$

Arête B

$$\sigma_B = \frac{N_{AB}}{d_{AB} \cdot e} + \frac{M_{AB}}{2} \frac{d_{AB}}{d_{AB}^3 \cdot e} \frac{12}{d_{AB}^3 \cdot e} = -1243,63 \text{ t/m}^2$$

Plaque BC

$$d_{BC} \cdot e = 0,12 \times 3,66 = 0,4392 \text{ m}^2 ; d_{BC}^3 \cdot e = 5,88 \text{ m}^4$$

Arête B

$$\sigma_B = \frac{N_{BC}}{e d_{BC}} - \frac{M_{BC}}{2} \frac{d_{BC}}{d_{BC}^3 \cdot e} \frac{12}{d_{BC}^3 \cdot e} = \frac{-45,88}{0,44} - \frac{305,116}{2} \cdot 3,66 \frac{12}{5,88} = -1243,7 \text{ t/m}^2$$

Arête C

$$\sigma_C = \frac{N_{BC}}{e d_{BC}} + \frac{M_{BC}}{2} \frac{d_{BC}}{d_{BC}^3 \cdot e} \frac{12}{d_{BC}^3 \cdot e} = 1034,84 \text{ t/m}^2$$

Plaque CD

Arête C

$$\sigma_c = 10,6656/0,4392 - 3,734(-270,833) = 1035,57 \text{ t/m}^2$$

Arête D

$$\sigma_D = 10,6656/0,4392 + 3,734(-270,833) = -987 \text{ t/m}^2$$

Plaque DE

Arête D

$$\sigma_D = -4,414/0,4392 - 3,734(260,873) = -984,15 \text{ t/m}^2$$

Arête E

$$\sigma_E = -4,414/0,4392 + 3,734(260,873) = 964,2 \text{ t/m}^2$$

Plaque EF

Arête E

$$\sigma_E = 3,557/0,4392 - 3,734(-256,228) = 964,85 \text{ t/m}^2$$

Arête F

$$\sigma_F = 3,557/0,4392 + 3,734(-256,228) = -948,66 \text{ t/m}^2$$

Plaque FG

Arête F

$$\sigma_F = -4,384/0,4392 - 3,734(251,4) = -948,7 \text{ t/m}^2$$

Arête G

$$\sigma_G = -4,384/0,4392 + 3,734(251,4) = 928,76 \text{ t/m}^2$$

Plaque GH

Arête G

$$\sigma_G = -10,965/0,4392 - 3,734(-255,4) = 928,8 \text{ t/m}^2$$

Arête H

$$\sigma_H = -10,965/0,4392 + 3,734(-255,4) = -978,5 \text{ t/m}^2$$

Plaque HI

$$d_{HI} \cdot e = 2,77 \times 0,12 = 0,3324 \text{ m}^2, \quad d_{HI}^3 \cdot e = 2,55 \text{ m}^2$$

Arête H

$$\sigma_H = 9,975/0,3324 - (2,77/2)(12/2,55)(152,09) = -96,5 \text{ t/m}^2$$

Arête I

$$\sigma_I = 9,975/0,3324 + (2,77/2)(12/2,55)(152,09) = 102,13 \text{ t/m}^2$$

On constate que les contraintes sont à peu près égales de part et d'autre de chaque arête

Contraintes tangentielles τ (Kgf/cm²) ($x = -10$)

D'après la relation (5); $F(x) = -\int_{-L/2}^x K(x) dx = -\int_{-L/2}^x \tau(x) dx \Rightarrow \tau(x) = -\frac{dF(x)}{dx} \times \frac{1}{e}$

$\tau(x) = 8 F_0 \frac{x}{eL^2}$
 $\tau(-\frac{L}{2}) = -4 \frac{F_0}{eL}$

Plaque AB (voir)

$\tau_A = -4 \frac{F_A}{eL} = 0$; $\tau_B = -4 \frac{F_B}{eL} = -4 \frac{41,45}{20 \times 0,12} = -69,75 \text{ kgf/cm}^2 = 6,9 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$
 $\tau_{AB}^m = \frac{Le}{e d_{AB}} = \frac{18,22}{0,12 \times 1,414} \approx 107,4 \text{ kgf/cm}^2$; $\tau_{AB}^0 = \frac{1}{4} (6 \tau_{AB}^m - \tau_A - \tau_B) = 17,83 \text{ kgf/cm}^2$

$y_{AB}^M = -\frac{d_{AB}}{6} \frac{\tau_A - \tau_B}{-2 \tau_{AB}^m + \tau_A + \tau_B} = -\frac{1,414}{6} \frac{0 + 6,9}{-2 \times 107,4 + 0 - 6,9} = 0,057 \text{ m} = 5,7 \text{ cm}$

$\tau_{AB}^M = \tau_{AB}^0 + \frac{1}{2} (\tau_A - \tau_B) \frac{y_{AB}^M}{d_{AB}} = 17,83 + \frac{1}{2} (0 + 6,9) \frac{5,7}{141,4} = 17,97 \text{ kgf/cm}^2$

Plaque BC

$\tau_B = -6,9$; $\tau_C = +0,73$; $\tau_{BC}^m = -10,65$; $\tau_{BC}^0 = -14,43$
 $y_{BC}^M = +90,76 \text{ cm}$; $\tau_{BC}^M = -10,97$

Plaque CD

$\tau_C = +0,73$; $\tau_D = -1,04$; $\tau_{CD}^m = 12,4$; $\tau_{CD}^0 = 18,68$
 $y_{CD}^M = 4,30 \text{ cm}$; $\tau_{CD}^M \approx 18,69$

Plaque DE

$\tau_D = -1,04$; $\tau_E = -0,3$; $\tau_{DE}^m = -11,3$; $\tau_{DE}^0 = -16,6$
 $y_{DE}^M = 2,12 \text{ cm}$; $\tau_{DE}^M \approx -16,6$

Plaque EF

$\tau_E = -0,3$; $\tau_F = -0,9$; $\tau_{EF}^m = 12,2$; $\tau_{EF}^0 = 18,6$
 $y_{MEF} = 1,43 \text{ cm}$; $\tau_{EF}^M = 18,61$

Plaque FG

$\tau_F = -0,9$; $\tau_G = -0,165$; $\tau_{FG}^m = -10,9$; $\tau_{FG}^0 = -16,1$
 $y_{FG}^M = 2,16 \text{ cm}$; $\tau_{FG}^M = -16,102$

Plaque GH

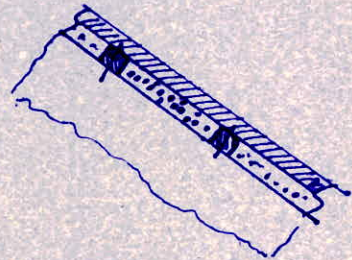
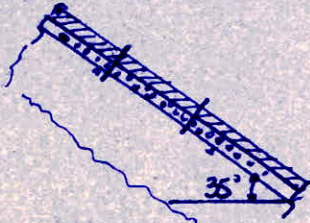
$$\tau_G = -0,165 \quad ; \quad \tau_H = 1,65 \quad ; \quad \tau_{GH}^m = 10,87 \quad ; \quad \tau_{GH}^o = 15,93$$
$$\eta_{GH}^M = -5,5 \text{ cm} \quad ; \quad \tau_{GH}^M = 15,94$$

Plaque HI

$$\tau_H = 1,66 \quad ; \quad \tau_I = 0 \quad ; \quad \tau_{HI}^m = -9,98 \quad ; \quad \tau_{HI}^o = -15,385$$
$$\eta_{HI}^M = -3,54 \text{ cm} \quad ; \quad \tau_{HI}^M = -15,396$$

Charges réelles

Le système de protection classique ne va pas ici. En effet, on étê le bitume va fondre et à cause de la forte pente de nos voles plissés 35°, le liège glissera. Pour remédier à cet inconvénient, on a 3 solutions.



▨ : isolation thermique (liège)
▨▨ : protection étanchéité (multicouches)

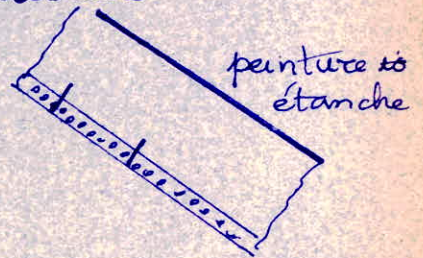
▨ : planchettes en bois

1° solution: On laisse sortir du béton des fers qui permettent d'accrocher (de fixer) l'isolation thermique et l'étanchéité

2° solution: On visse sur le béton des planchettes en bois tous les 1m entre lesquelles on collera le liège sur lequel on collera et on clouera la protection multicouche

3° solution

On accrochera le liège à l'intérieur de la construction. Et on mettra sur la plaque de béton une couche de peinture étanche



C'est cette dernière solution que l'on retiendra, parce qu'elle donne une toiture légère.

Charges

Poids propre des plaques $\frac{1}{\cos 35^\circ} \times 0,12 \times 2,5 \dots \dots \dots 0,366 \text{ t/m}^2$

Isolation thermique (5cm) $0,05 \times 0,2 \times \frac{1}{\cos 35^\circ} \dots \dots \dots 0,0122 \text{ t/m}^2$

Surcharge $0,100 \times 1,2 \dots \dots \dots 0,12 \text{ t/m}^2$

Fraux plafond éventuel $\dots \dots \dots 0,04 \text{ t/m}^2$

Charge $0,53 \text{ t/m}^2$, On se mettra en sécurité en prend $0,6 \text{ t/m}^2$

$$Q = 0,6 \text{ t/m}^2$$

On multiplie toutes les valeurs trouvées précédemment par 0,6

sens transversal

Moments m_i (tm/m) ($x=0$)

| | |
|----------------|----------------|
| $m_B = -0,3$ | $m_F = -0,492$ |
| $m_C = -1,06$ | $m_G = -0,281$ |
| $m_D = -0,325$ | $m_H = -1,2$ |
| $m_E = -0,472$ | $m_I = 0$ |

Diagramme des moments transversaux

Travée AB

$$m(\eta) = -0,6 \frac{\eta^2}{2} = -0,3 \eta^2$$

Travée BC

- moment isostatique : $m_{is}(y) = q \frac{l^2}{8} (1 - 4 \frac{y^2}{l^2})$

$$m_{is}(y) = 0,6 \frac{3^2}{8} (1 - 4 \frac{y^2}{3^2}) = -0,3y^2 + 0,675$$

- moment sur appui : $m_{ap}(y) = 0,2534y - 0,68$

- moment résultant : $m(y) = m_{is}(y) + m_{ap}(y)$

$$m(y) = -0,3y^2 + 0,2534y - 0,05$$

moment maximum

La position est obtenue est en faisant $\frac{\partial m(y)}{\partial y} = 0$; $y_0 = 0,4223$

$$\max = 0,0485 \text{ tm/m}$$

Travée CD

- moment isostatique : $m_{is}(y) = -0,3y^2 + 0,675$

- moment sur appui : $m_{ap}(y) = -0,245y - 0,6325$

- moment résultant : $m(y) = -0,3y^2 - 0,245y - 0,0175$

- moment maximum : $\max = 0,0325 \text{ tm/m}$ pour $y_0 = -0,408$

Travée DE

- moment isostatique : $m_{is}(y) = -0,3y^2 + 0,675$

- moment sur appui : $m_{ap}(y) = 0,049y - 0,3985$

- moment résultant : $m(y) = -0,3y^2 + 0,049y + 0,2765$

- moment maximum : $\max = 0,2785$ pour $y_0 = 0,081$

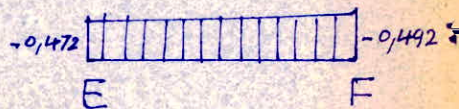
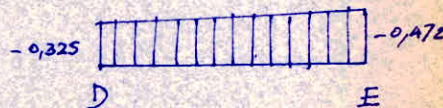
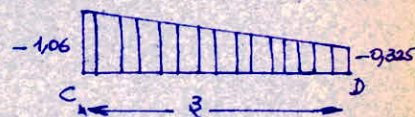
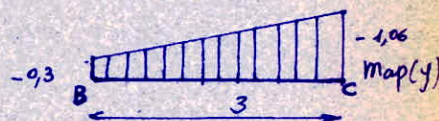
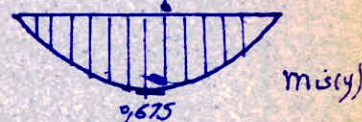
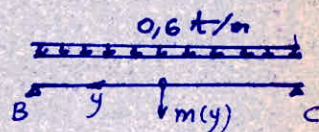
Travée EF

- moment isostatique : $m_{is}(y) = -0,3y^2 + 0,675$

- moment sur appui : $m_{ap}(y) = 0,00667y - 0,482$

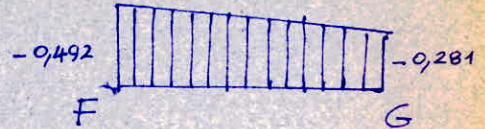
- moment résultant : $m(y) = -0,3y^2 + 0,00667y + 0,193$

- moment maximum : $\max = 0,193 \text{ tm/m}$ pour $y_0 = -0,0111 \text{ m}$



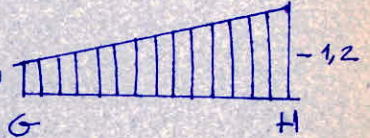
Travée FG

- moment isostatique : $m_{is}(y) = -0,3y^2 + 0,675$
- moment sur appui : $m_{ap}(y) = -0,0703y - 0,3065$
- moment résultant : $m(y) = -0,3y^2 - 0,0703y + 0,2885$
- moment maximum : $max = 0,2926 \text{ tm/m}$ pour $y_0 = -0,117$



Travée GH

- moment isostatique : $m_{is}(y) = -0,3y^2 + 0,675$
- moment sur appui : $m_{ap}(y) = 0,3063y - 0,7405 - 0,281$
- moment résultant : $m(y) = -0,3y^2 + 0,3063y - 0,0655$
- moment maximum : $max = 0,01268 \text{ tm/m}$ pour $y_0 = 0,51 \text{ m}$



Travée HI

$m(\eta) = -0,3\eta^2$

Voici tracé sur feuille millimétrée

sens longitudinal

Moments M_{ij} (tm) ($x=0$)

| | | |
|-------------------|---|-------------------|
| $M_{AB} = -35,7$ | ; | $M_{EF} = -153,7$ |
| $M_{BC} = 183,12$ | ; | $M_{FG} = 150,8$ |
| $M_{CD} = -161,5$ | ; | $M_{GH} = -153,2$ |
| $M_{DE} = 156,5$ | ; | $M_{HI} = 91,26$ |

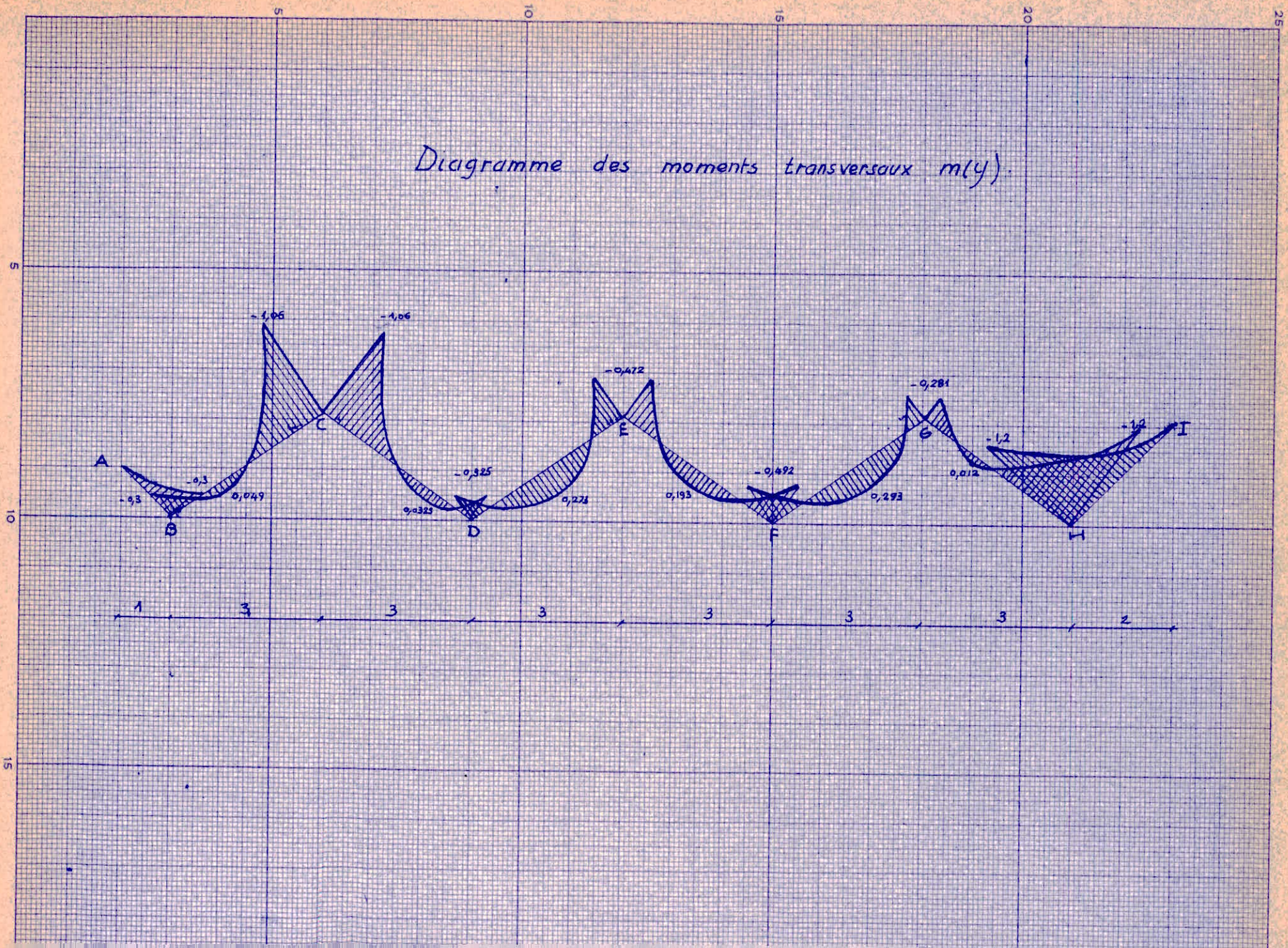
Effets tranchants $T_{ij}(t)$ ($x=-10m$)

| | | |
|-------------------|---|-------------------|
| $T_{AB} = 10,93$ | ; | $T_{EF} = 32,27$ |
| $T_{BC} = -28,1$ | ; | $T_{FG} = -28,8$ |
| $T_{CD} = 32,7$ | ; | $T_{GH} = 28,65$ |
| $T_{DE} = -29,86$ | ; | $T_{HI} = -19,92$ |

Effets normaux $N_{ij}(t)$

| | | |
|-------------------|---|------------------|
| $N_{AB} = 24,87$ | ; | $N_{EF} = 2,13$ |
| $N_{BC} = -27,54$ | ; | $N_{FG} = -2,63$ |
| $N_{CD} = 6,4$ | ; | $N_{GH} = -6,6$ |
| $N_{DE} = -2,65$ | ; | $N_{HI} = 5,99$ |

Diagramme des moments transversaux $m(y)$.



Bontraintes normales (Kgf/cm²) σ ($\alpha=0$)

Plaque AB

$$\begin{aligned} \sigma_A &= 103,93 \\ \sigma_B &= -74,6 \end{aligned}$$

Plaque BC

$$\begin{aligned} \sigma_B &= -74,6 \\ \sigma_C &= 62 \end{aligned}$$

Plaque CD

$$\begin{aligned} \sigma_C &= 62 \\ \sigma_D &= -59,3 \end{aligned}$$

Plaque DE

$$\begin{aligned} \sigma_D &= -59 \\ \sigma_E &= 57,85 \end{aligned}$$

Plaque EF

$$\begin{aligned} \sigma_E &= 57,89 \\ \sigma_F &= -56,9 \end{aligned}$$

Plaque FG

$$\begin{aligned} \sigma_F &= -56,9 \\ \sigma_G &= 57,73 \end{aligned}$$

Plaque GH

$$\begin{aligned} \sigma_G &= 57,73 \\ \sigma_H &= -58,72 \end{aligned}$$

Plaque HI

$$\begin{aligned} \sigma_H &= -57,7 \\ \sigma_I &= +61,3 \end{aligned}$$

Bontraintes tangentielles (Kgf/cm²) ($\alpha=-10$)

Plaque AB

$$\begin{aligned} \tau_A &= 0 ; \tau_{AB}^M = 0,4 \\ \tau_B &= -4,14 ; \tau_{AB}^0 = 10,7 \\ y_{AB}^M &= 3,7 \text{ cm} ; \tau_{AB}^M = 10,78 \end{aligned}$$

Plaque BC

$$\begin{aligned} \tau_B &= -4,14 ; \tau_{BC}^M = -6,4 \\ \tau_C &= 0,44 ; \tau_{BC}^0 = -8,6 \\ y_{BC}^M &= 30,76 ; \tau_{BC}^M = -8,8 \end{aligned}$$

Plaque CD

$$\begin{aligned} \tau_C &= 0,44 ; \tau_{CD}^M = 7,4 \\ \tau_D &= -0,62 ; \tau_{CD}^0 = 11,2 \\ y_{CD}^M &= 4,3 \text{ cm} ; \tau_{CD}^M = 11,21 \end{aligned}$$

Plaque DE

$$\begin{aligned} \tau_D &= -0,62 ; \tau_{DE}^M = -6,7 \\ \tau_E &= -0,10 ; \tau_{DE}^0 = -9,96 \\ y_{DE}^M &= 2,12 \text{ cm} ; \tau_{DE}^M = -9,96 \end{aligned}$$

Plaque EF

$$\begin{aligned} \tau_E &= -0,10 ; \tau_{EF}^M = 10,98 \\ \tau_F &= -0,54 ; \tau_{EF}^0 = 11,16 \\ y_{EF}^M &= 1,48 ; \tau_{EF}^M = 11,166 \end{aligned}$$

Plaque FG

$$\begin{aligned} \tau_F &= -0,54 ; \tau_{FG}^M = -6,5 \\ \tau_G &= -0,1 ; \tau_{FG}^0 = -9,6 \\ y_{FG}^M &= 2,16 \text{ cm} ; \tau_{FG}^M = -9,6 \end{aligned}$$

Plaque GH

$$\begin{aligned} \tau_G &= -0,1 ; \tau_{GH}^M = +6,52 \\ \tau_H &= 0,996 ; \tau_{GH}^0 = +9,58 \\ y_{GH}^M &= -5,5 ; \tau_{GH}^M = 9,56 \end{aligned}$$

Plaque HI

$$\begin{aligned} \tau_H &= 0,996 ; \tau_{HI}^M = -5,99 \\ \tau_I &= 0 ; \tau_{HI}^0 = -9,23 \\ y_{HI}^M &= -3,54 ; \tau_{HI}^M = -9,24 \end{aligned}$$

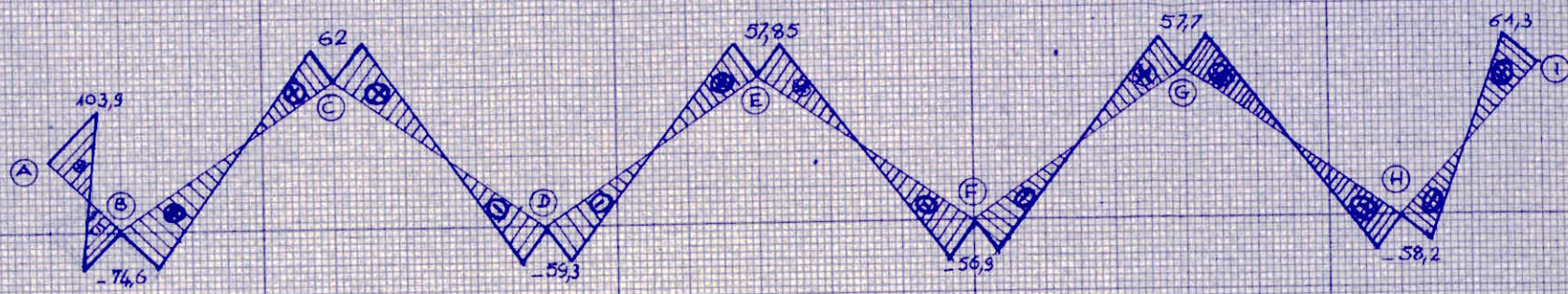


Diagramme des contraintes normales ($\alpha=0$)

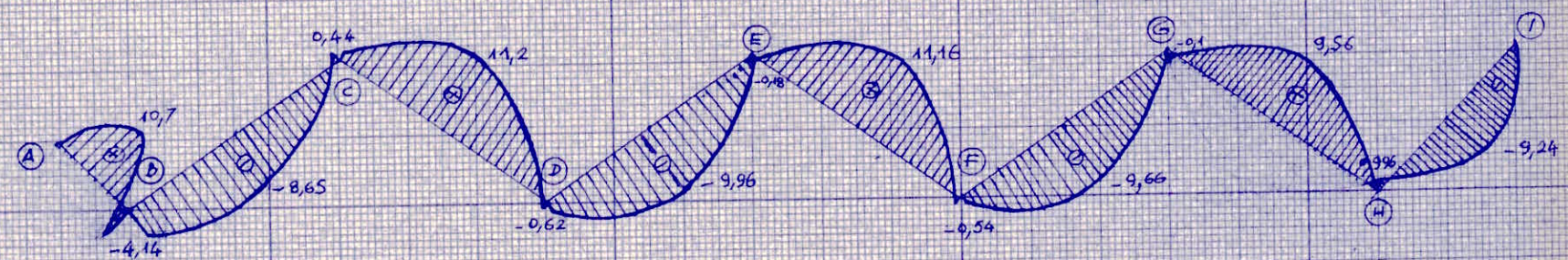


Diagramme des contraintes tangentielles ($\alpha=-10$)

Étude de la plaque BC

Equation des moments longitudinaux

$$M_{BC}^{\dagger}(x) = M_{BC}(x) + \sum_{p=1}^2 M_{BC}^{(p)}(x) = M_{BC} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) + (M'_{BC} + M''_{BC}) \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$M_{BC}^{\dagger}(x) = 184,7 (1 - 0,01 x^2) - 1,567 \cos 0,157x \quad (\text{voir courbe})$$

Equation des effets normaux

$$N_{BC}^{\dagger}(x) = -33,54 (1 - 0,01 x^2) + 6 \cos 0,157x \quad (\text{voir courbe})$$

Equation des effets tranchants

$$Q_{BC}^{\dagger}(x) = Q_{BC}(x) + \sum_{p=1}^2 Q_{BC}^{(p)}(x) = P_{BC} \cdot x - (Q'_{BC} + Q''_{BC}) \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$Q_{BC}^{\dagger}(x) = 2,664 x + 1,456 \sin 0,157x \quad (\text{voir courbe})$$

- Remarque: Ses angles x sont en radian

Étude de la plaque AB

Equation des moments longitudinaux

$$M_{AB}^{\dagger}(x) = -37,896 (1 - 0,01 x^2) + 2,196 \cos 0,157x \quad (\text{courbe})$$

Equation des effets normaux

$$N_{AB}^{\dagger}(x) = +37,896 + 30,84 (1 - 0,01 x^2) - 5,97 \cos 0,157x \quad (\text{courbe})$$

Equation des effets tranchants

$$T_{AB}^{\dagger}(x) = -1,194 x + \sin 0,157x$$

échelle:

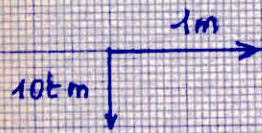


Diagramme des moments
fléchissants M_{oc} dans
la plaque BC.

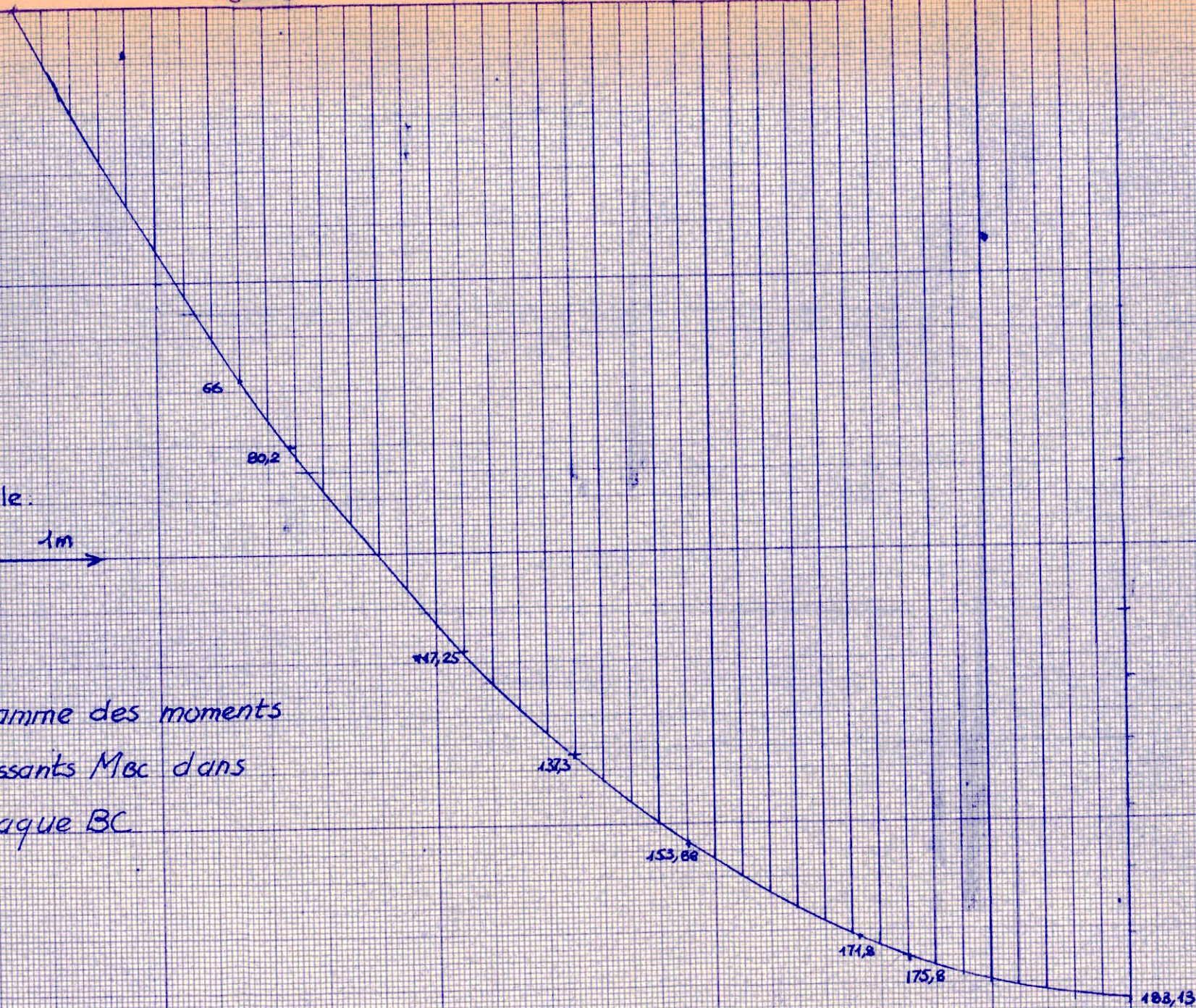


Diagramme des efforts
normaux dans la plaque BC
 N_{bc}

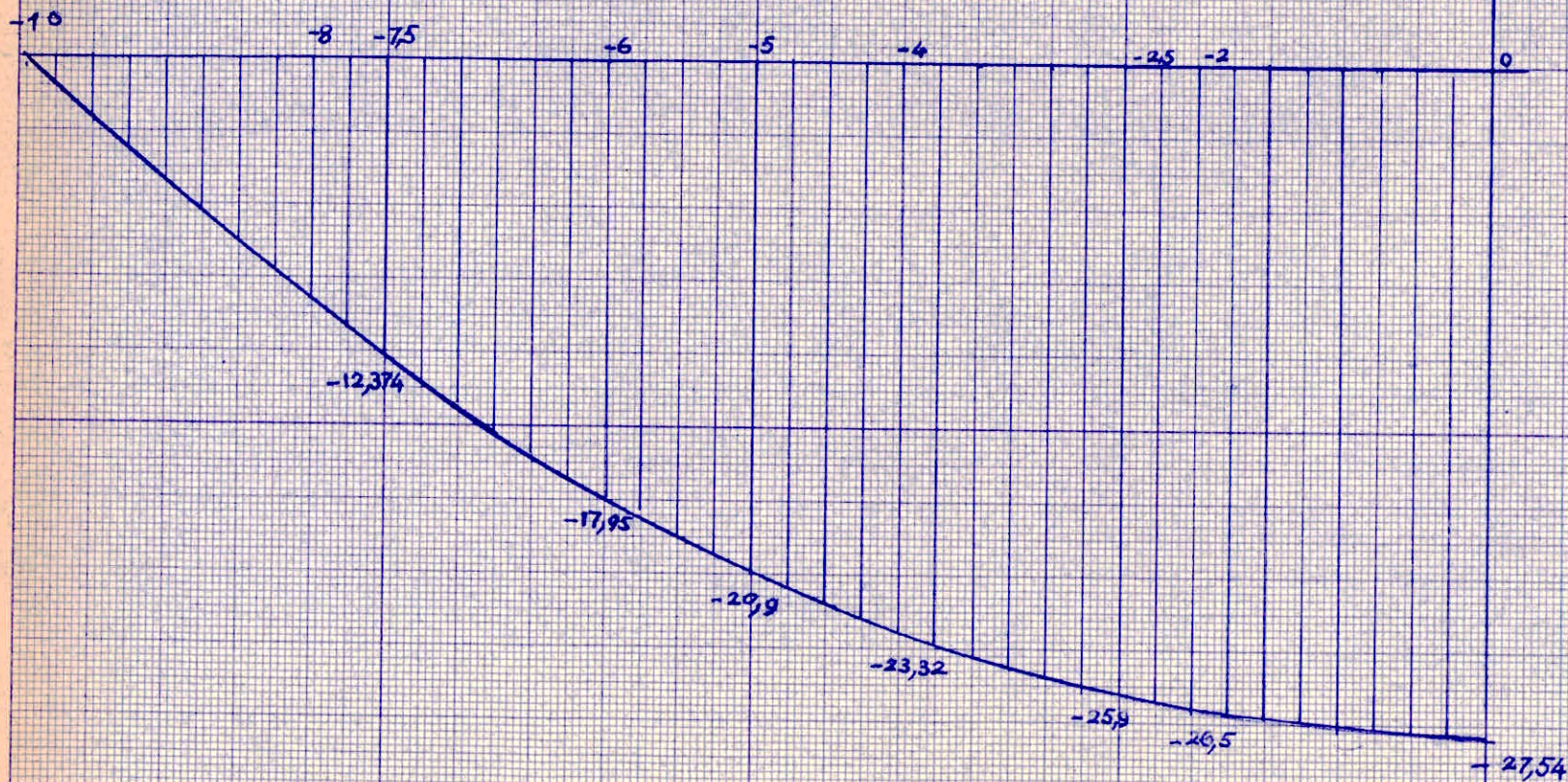
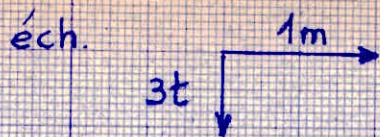


Diagramme des efforts
tranchants T_{ox} dans la plaque BC

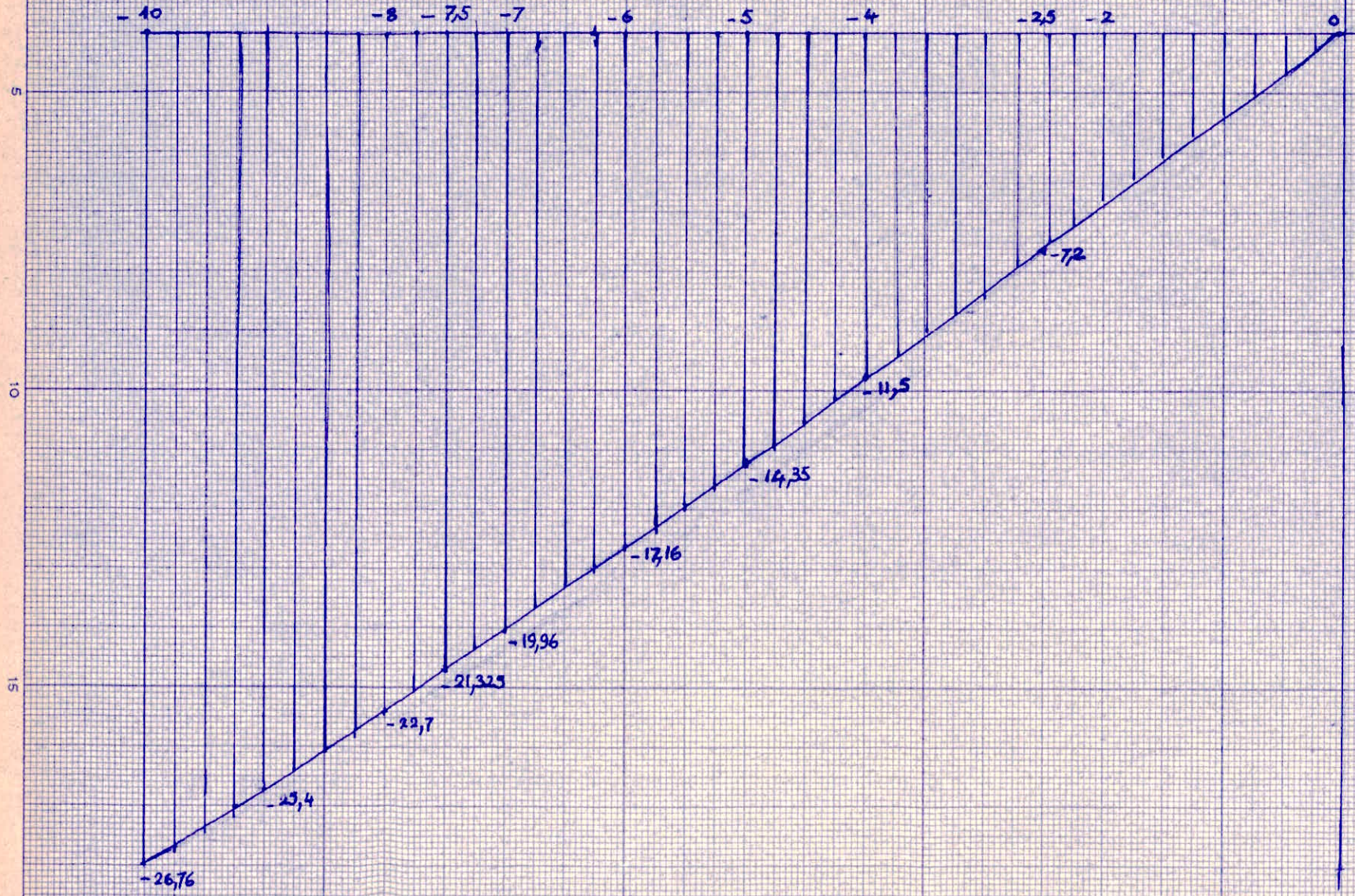
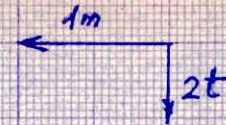


Diagramme des moments fléchissants M_{AB}
dans la plaque AB

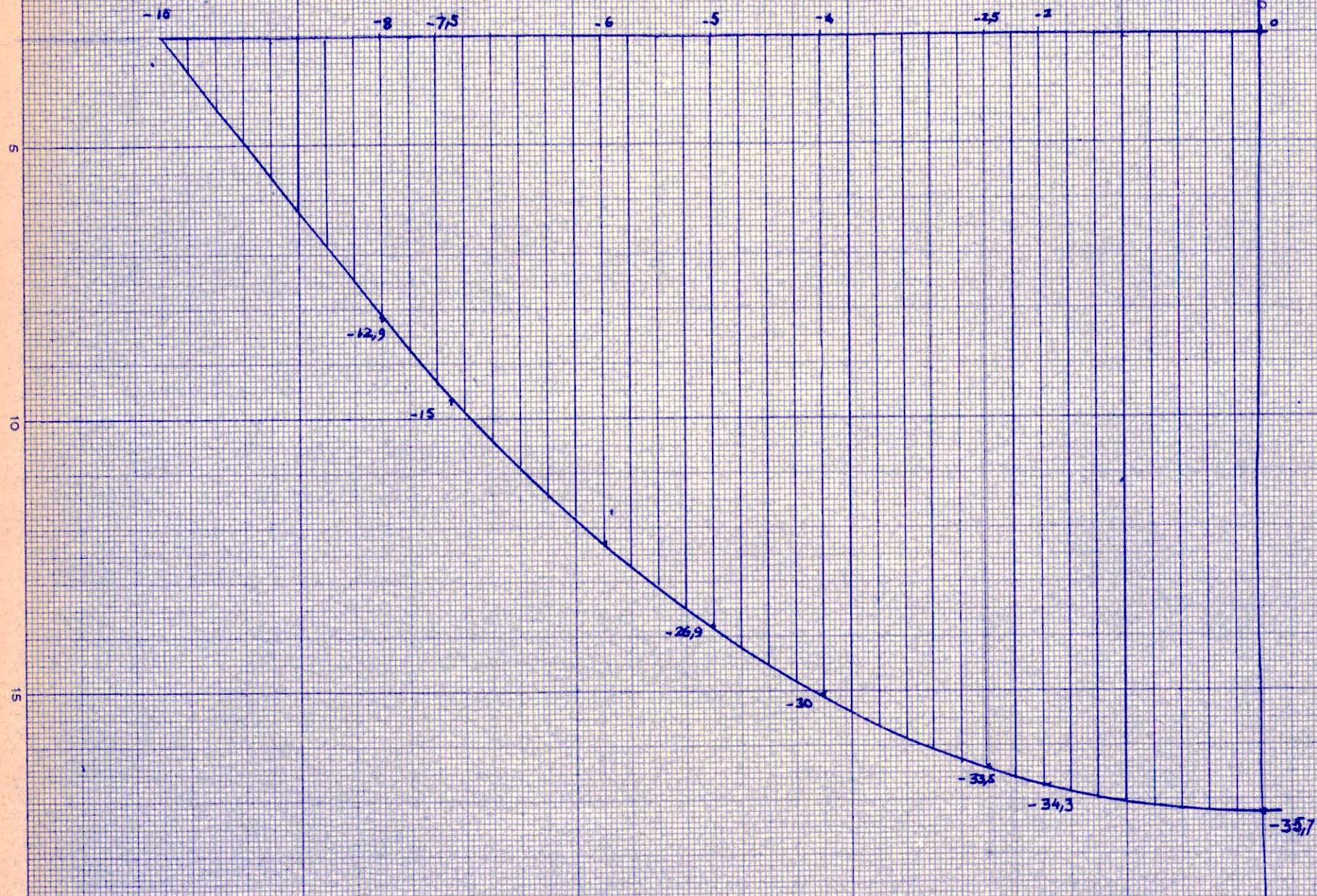
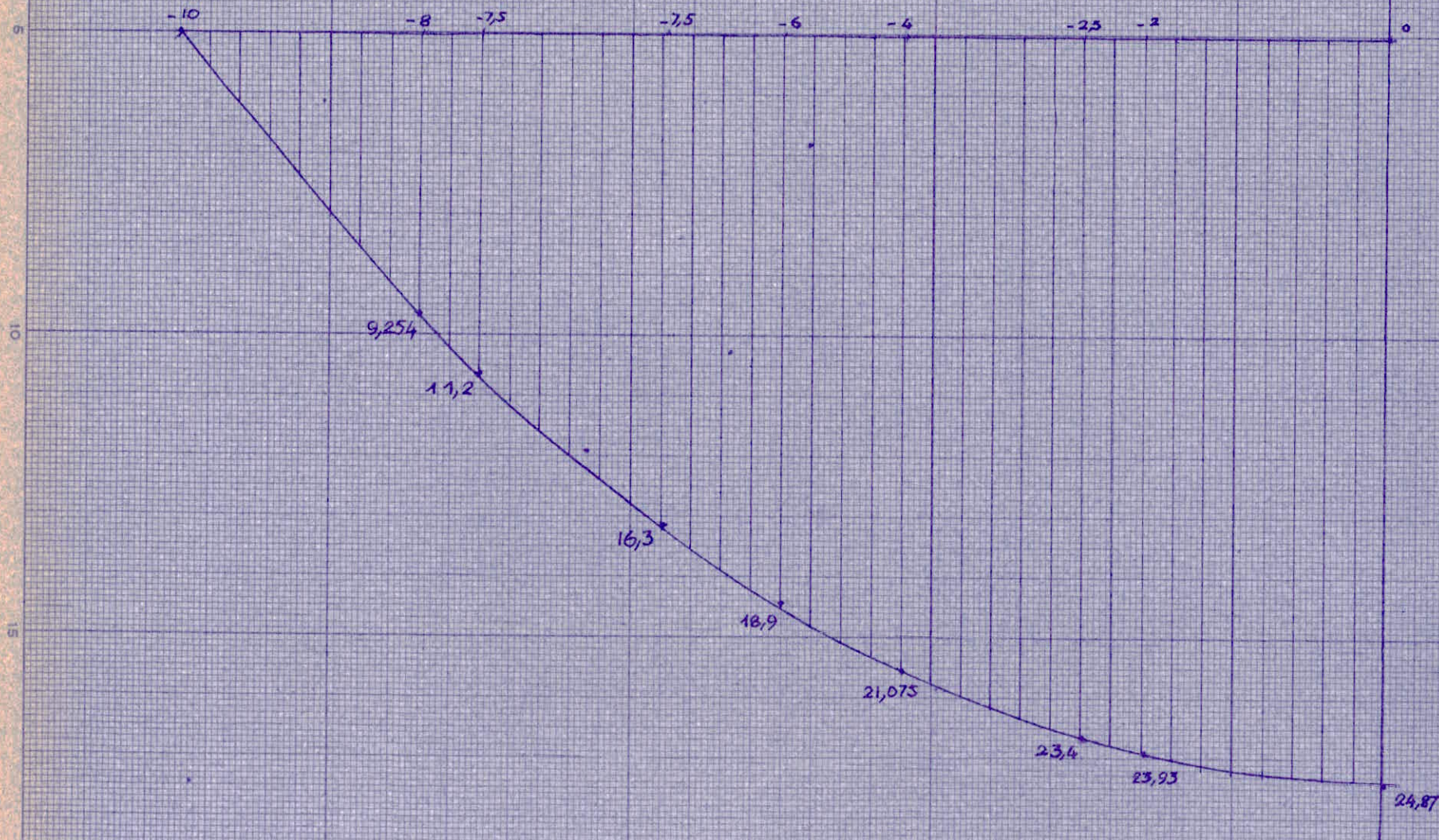
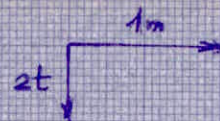


Diagramme des efforts normaux N_{AB}
dans la plaque AB

échelle:



Ferraillage de la plaque BC

Sens longitudinal

$$x=0 ; M_{Bc} = 183,13 \text{ tm} ; N_{Bc} = -27,54 \text{ t (traction)}$$

$$h_T = 366 \text{ cm} ; d = 6 \text{ cm} \text{ d'où } h = 366 - 6 = 360 \text{ cm}$$

Calcul préliminaire

$$\frac{bh}{100} = \frac{12 \times 360}{100} = 43,2 ; \quad \frac{bh^2}{100} = 1,555 \cdot 10^4$$

excentricité e

$$e = \frac{M_{Bc}}{N_{Bc}} = \frac{183,13}{-27,54} = -6,65 \text{ m}$$

Ses sollicitations M_{Bc} et N_{Bc} peuvent être réduites à une force égale à N_{Bc} et éloignée de 665 cm, du centre de la plaque.

Le moment M_{Bc} étant positif, c'est l'arête B qui est tendue, c'est dans cette arête qu'on place les aciers dus à la flexion composée.

Distance de N_{Bc} au centre de gravité des aciers tendus. c

$$c = 665 - 183 + 6 = 488 \text{ cm} = 4,88 \text{ m}$$

Moment par rapport aux aciers tendus

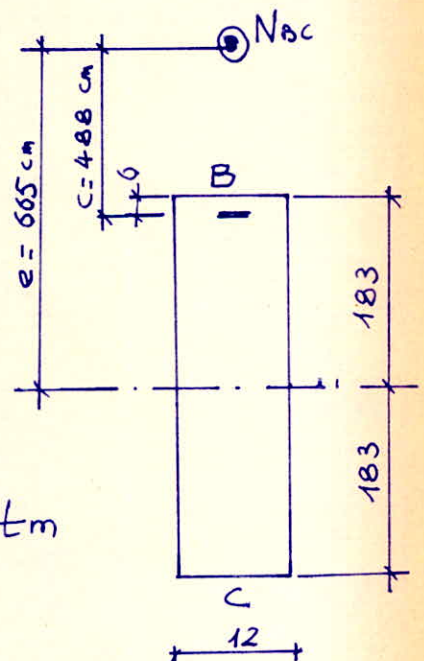
$$M_{/GA} = N_{Bc} \cdot c = 27,54 \times 4,88 = 134,395 \text{ tm}$$

Aciers dus à $M_{/GA}$

$$\mu_a = \frac{M_{/GA}}{\frac{\sigma_a}{n} \frac{bh^2}{100}} = \frac{134,395 \cdot 10^5}{\frac{2800}{15} \times 1,555 \cdot 10^4} = 4,63$$

Ses abaques donnent $\alpha_n = 5,09234$

La section d'acier sera donnée par :



$$A = a_n \frac{bh}{100} = \frac{5,09234 \times 43,2}{15} = 14,666 \text{ cm}^2$$

Aciers dus à l'effort de traction N_{bc}

$$A = \frac{N_{bc}}{\bar{\sigma}_a} = \frac{27540}{2800} = 9,8357 \text{ cm}^2$$

Section d'acier totale

$$A = 14,666 + 9,8357 = 24,5 \text{ cm}^2$$

On adoptera : 8T16 + 6T14 (25,31 cm²)

• Vérifications

- Calcul de a_T

$$a_T = \frac{100 \times n A}{bh_0} = \frac{100 \times 15 \times 25,31}{12 \times 360}$$

$$a_T = 8,788$$

- Calcul de $\frac{h}{c}$

$$\frac{h}{c} = \frac{360}{488} = 0,7377$$

On lit sur les abaques : $\alpha_1 = 0,28$; $\mu = 4,936$; $\eta = 0,289$

Axe neutre : $y_1 = \alpha_1 \cdot h = 0,28 \times 360 = 100,8 \text{ cm}$

Contrainte dans l'acier

$$\bar{\sigma}_a = n \frac{M / I_{ca}}{\mu bh^2 / 100} = 15 \times \frac{134,395 \cdot 10^5}{4,936 \times 1,555 \cdot 10^4} = 2620 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2} < \bar{\sigma}_a = 2800 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$$

Contrainte dans le béton

$$\bar{\sigma}'_b = \eta \frac{\bar{\sigma}_a}{n} = 0,289 \times \frac{2626}{15} = 50,6 \text{ Kgf/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$$

Contrainte admissible en flexion composée

$$e = 665 \text{ cm} > \frac{h_T}{2} = \frac{366}{2} \text{ Donc } \bar{\sigma}'_b = 2\bar{\sigma}'_{b_0} = 2 \times 68,7$$

$$\bar{\sigma}'_b = 137,4 \text{ Kgf/cm}^2$$

— Nous allons calculer le ferrailage en différentes sections. On laissera couler les aciers nécessaires, et on relèvera les autres à 45°. Ensuite on vérifiera si ces barres relevées sont suffisantes pour reprendre l'effort tranchant.

X = -4 m

M_{bc} = 153,88 tm — N_{bc} = -23,318 t — e = 6,6 m — c = 4,83 m
M/GA = 112,626 tm

μ_a = 3,88 — α_n = 4,236 — A_{dûs} a M/GA = 12,2 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 8,3278 cm²
Section d'acier totale : 20,53 cm² (8T16 + 4T14) (20,63)

X = -5 m

M_{bc} = 137,3 tm — N_{bc} = -20,9 t — e = 6,566 m — c = 4,796 m
M/GA = 100,289 tm

μ_a = 3,45 — α_n = 3,75 — A_{dûs} a M/GA = 10,81 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 7,467 cm²
Section d'acier totale : 18,278 cm² (8T16 + 2T14)

X = -6 m

M_{bc} = 117,286 tm — N_{bc} = -17,936 t — e = 6,539 m — c = 4,774 m
M/GA = 85,539 tm

μ_a = 2,946 — α_n = 3,26 — A_{dûs} a M/GA = 9,388 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 6,4057 cm²
Section d'acier totale : 15,7945 cm² (8T16)

X = -7 m

M_{bc} = 93,485 tm — N_{bc} = -14,378 tm — e = 6,5019 — c = 4,73 m
M/GA = 68,035 tm

μ_a = 2,34 — α_n = 2,56 — A_{dûs} a M/GA = 7,488 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 5,135 cm²
Section d'acier totale : 12,623 cm² (7T16)

X = -7,5 m

M_{bc} = 80,2057 tm — N_{bc} = -12,374 tm — e = 6,48 m — c = 4,7 m
M/GA = 58,284 tm

μ_a = 2 — α_n = 2,1328 — A_{dûs} a M/GA = 6,1425 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 4,419 cm²
Section d'acier totale : 10,56 cm² (6T16)

X = -8 m

M_{bc} = 66 tm — N_{bc} = -10,21 t — e = 6,46 m — c = 4,694 m
M/GA = 47,928 tm

μ_a = 1,65 — α_n = 1,758 — A_{dûs} a M/GA = 5,063 cm²
Aciers dûs a N_{bc} = 3,646 cm²
Section d'acier totale : 8,7094 (5T16)

$$\underline{x = -9 \text{ m}}$$

$$M_{bc} = 34,856 \text{ tm} \quad N_{bc} = -5,43 \text{ t} \quad e = 6,419 \text{ m} \quad c = 4,649 \text{ m}$$

$$M/GA = 25,24 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 0,87 \quad \alpha_n = 0,90796 \quad \text{A\u00e7\u00e3o a } M/GA = 2,615 \text{ cm}^2$$

$$\text{A\u00e7\u00e3o d\u00fas a } N_{bc} = 1,939 \text{ cm}^2$$

$$\text{Section d'acier totale : } 4,554 \text{ cm}^2 \quad (3T16)$$

$$\underline{x = -9,5 \text{ m}}$$

$$M_{bc} = 17,884 \text{ tm} \quad N_{bc} = -2,795 \text{ t} \quad e = 6,39 \text{ m} \quad c = 4,62 \text{ m}$$

$$M/GA = 12,936 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 0,4456 \quad \alpha_n = 0,48 \quad \text{A\u00e7\u00e3o a } M/GA = 1,33 \text{ cm}^2$$

$$\text{A\u00e7\u00e3o d\u00fas a } N_{bc} = 0,998 \text{ cm}^2$$

$$\text{Section d'acier totale : } 2,328 \text{ cm}^2 \quad (2T16)$$

Ferraillage de la plaque ΔB

Sens longitudinal

$$x=0 \quad ; \quad M_{\Delta B} = -35,7 \text{ tm} \quad ; \quad N_{\Delta B} = 24,87^t \text{ (compression)}$$

$$h_r = 141,4 \text{ cm} \quad ; \quad h = 141,4 - 4 = 137,4 \text{ cm}$$

calcul préliminaire

$$\frac{bh}{100} = \frac{12 \times 135,4}{100} = 16,488 \quad ; \quad \frac{bh^2}{100} = 2,2610^3$$

excentricité e

$$e = \frac{M_{\Delta B}}{N_{\Delta B}} = \frac{35,700}{2480} = 1,435 \text{ m}$$

Se moment $M_{\Delta B}$ étant négatif, c'est l'arête B qui est tendue, les aciers seront donc placés en B

$$c = 1,435 + 0,707 - 0,04 = 2,102 \text{ m}$$

Moment par rapport au centre de gravité des aciers tendus

$$M/GA = 24,87 \times 2,102 = 52,277 \text{ tm}$$

Aciers dus à M/GA

$$\mu_a = \frac{52,277 \cdot 10^5}{186,67 \times 2,2610^3} = 12,608$$

$$a_m = 14,7$$

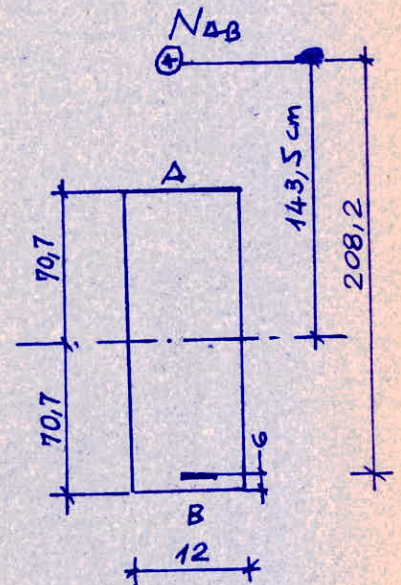
$$A = 14,7 \frac{16,248}{15} = 15,923 \text{ cm}^2$$

Aciers dus à $N_{\Delta B}$

$$\Delta = \frac{N_{\Delta B}}{\sigma_a} = \frac{24870}{2800} = 8,882 \text{ cm}^2$$

Section d'acier totale

$$\Delta = 15,923 - 8,882 = 7,04 \text{ cm}^2$$



7T12 (7,91 cm²)

Vérifications

$$\left. \begin{aligned} a_T &= \frac{15 \times 7,91}{16,488} = 7,196 \\ \frac{h}{c} &= \frac{137,4}{210,2} = 0,65 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \alpha_1 &\approx 0,42; \mu_a = 13; \eta = 0,724 \\ \mu'_{bpl} &= 33,1 \end{aligned}$$

contrainte dans l'acier

$$\frac{\sigma_a}{n} = \frac{M/G_A}{\mu_a b h^2 / 100} = \frac{52,277 \cdot 10^5}{13 \times 2,265 \cdot 10^3} = 181,045 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2} < \overline{\sigma}_a / n = 186,67 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$$

contrainte dans le béton

$$\sigma_b = \eta \overline{\sigma}_a / n = 0,724 \times 181,045 = 131,077 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2} < 137,4 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$$

Moment plafond

$$\begin{aligned} M'_{bpl} &= \mu'_{bpl} \cdot b h^2 / 100 \cdot \sigma'_{b0} \left(1,1 - \frac{\sigma'_{b0}}{1000} \right) = 33,1 \times 2,265 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \\ M'_{bpl} &= 5,36 \cdot 10^6 \text{ Kgf}\cdot\text{m} > 5,427 \cdot 10^6 \text{ Kgf}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

• De la même manière que pour la plaque BC

x = -4 m

$$\begin{aligned} M_{AB} &= 30,056 \text{ tm} - N_{AB} = 21,0746 \text{ t} - A/G_A = 44,115 \text{ tm} \\ \mu_a &= 10,434 - a_m = 12 - A_{max} = 13,19 \text{ cm}^2 - A_N = 7,526 \text{ cm}^2 \\ \text{Section d'acier totale} &: 5,66 \text{ cm}^2 \text{ (5T12)} \end{aligned}$$

x = -5 m

$$\begin{aligned} M_{AB} &= 26,87 \text{ tm} - N_{AB} = 18,91 \text{ t} - M/G_A = 39,48 \text{ tm} \\ A/G_A &= 11,697 \text{ cm}^2 - A_{NAB} = 6,75 \text{ cm}^2 \\ \text{Section d'acier totale} &: 4,94 \text{ cm}^2 \text{ (5T12)} \end{aligned}$$

x = -5,5 m (section d'acier totale 4,52 cm² (4T12))

x = -6 m

$$\begin{aligned} M_{AB} &= 22,962 \text{ tm} - N_{AB} = 16,226 \text{ t} - M/G_A = 33,747 \text{ tm} \\ \text{Section d'acier totale} &: 4,25 \text{ cm}^2 \text{ (4T12)} \end{aligned}$$

x = -7,5 m

$$\begin{aligned} M_{AB} &= 15,738 \text{ tm} - N_{AB} = 11,205 \text{ t} \\ \text{Section d'acier totale} &: 2,686 \text{ cm}^2 \text{ (3T12)} \end{aligned}$$

$$\underline{x = -8 \text{ m}}$$

$$M_{AB} = 12,96 \text{ t.m} \quad N_{AB} = 9,254 \text{ t}$$

section d'acier totale : 1,666 cm² (2T12)

$$\underline{x = -9 \text{ m}}$$

$$M_{AB} = 6 \text{ t.m} \quad N_{AB} = 4,8 \text{ t}$$

section d'acier totale : 1,046 (1T12)

Ferraillage transversal

Plaque BC

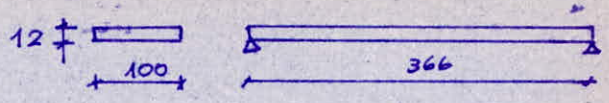
Charge : $m = 0,0485 \text{ t.m/m}$

Appui B $m = -0,3 \text{ t.m/m}$

Appui C $m = -1,06 \text{ t.m/m}$

Poutre 12x100

$d = 2 \text{ cm}$
 $h = 10 \text{ cm}$



calcul préliminaire

$\frac{bh}{100} = \frac{100 \times 10}{100} = 10$; $\frac{bh^2}{100} = 10 \times 10 = 100$

Bravée $m = 0,04885 \text{ tm/m}$

$\mu_a = \frac{0,0485 \cdot 10^5}{186,67 \times 100} = 0,26$

$a_n = 0,27$, d'où $A = 0,27 \times \frac{10}{15} = 0,18 \text{ cm}^2$ Cette section est très faible ; on prendra un quadrillage de ST6 ou ST8/m

Appui B $m = -0,3 \text{ tm/m}$

$\mu_a = 1,9841$; $a_n = 2,22$; $A = 2,22 \times \frac{9}{15} = 1,332 \text{ cm}^2$
on prendra ST6/m ($1,41 \text{ cm}^2$) ou ST8/m

Appui C $m = -1,06 \text{ tm/m}$

$\mu_a = 5,68$; $a_n = 6,25$; $A = 6,25 \times \frac{10}{15} = 4,2 \text{ cm}^2$

On prendra GT8/m ($4,52 \text{ cm}^2$) sur une longueur de $\frac{366}{4} = 91,5 \text{ cm}$ de part et d'autre de l'axe C

Plaque AB

Le moment maximum est égale à $m_B = -0,3 \text{ tm/m}$

On mettra un quadrillage de ST6/m ou ST8/m.

Effort tranchant

Vérifions si les barres que nous avons relevées arrivent à absorber les efforts tranchants (voir plan de ferrailage)

Plaque BC

À l'extrémité $x = \pm 10$ m, l'effort tranchant est maximum et a pour valeur:

$$T_{BC} = -28,1 \text{ t}$$

$$\tau_B = \frac{T_{BC}}{b_0 z} = \frac{28100}{12 \times 0,85 \times 360} = 7,65 \text{ Kg/cm}^2$$

Nous faisons la vérification en utilisant la méthode des barres obliques (cf CHARON page 306)

$$\tau_B \leq 5 \bar{\sigma}_b, \quad 7,65 \leq 5 \times 5,9$$

L'espacement t des plans d'armatures inclinées est donné par:

$$t = \frac{A_i z \bar{\sigma}_{at} (\sin \alpha + \cos \alpha)}{T}$$

A_i est la somme des sections droites des armatures inclinées situées dans un même plan.

$$\text{Si } \alpha = 45^\circ \quad t = \frac{A_i z \bar{\sigma}_{at} \sqrt{2}}{T}$$

Pour notre cas $A_i = 1716 = 2,01 \text{ cm}^2$.
On considère en outre qu'il y a reprise de bétonnage

$$\bar{\sigma}_{at} = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en} = \frac{2}{3} \times 4200 = 2800 \text{ Kg/cm}^2$$

L'espacement des barres t est égal à $t =$

$$t = \frac{2,01 \times 0,85 \times 360 \times 2800 \times 1,414}{28100} = 86,66 \text{ cm}^2$$

Nos barres étant espacées de 50 cm sont suffisantes pour reprendre l'effort tranchant à l'extrémité. Cet écartement ainsi que le diamètre des barres sont conservés jusqu'à la section - 6 m où on relève des barres de 14. Leur écartement de 50 cm est-il suffisant ?

$$T_{BC}(-6) =$$

$$T_{bc}(-6) = 17,16 \text{ t}$$

$$A_i = 1,53 \text{ t} \quad , \text{ d'où } t = 108 \text{ cm} > 50 \text{ cm} \text{ (ça passe)}$$

Dans la section $x = -4$, on n'a plus de barres relevées
On compte sur le quadrillage 5T8/m pour reprendre l'effort tranchant.

$$T_{bc}(-4) = 11,51 \text{ t} \quad , \quad A = 0,5 \text{ cm}^2 \quad , \quad t = \frac{Az \bar{\sigma}_{at}}{T}$$

$$t = \frac{0,5 \times 0,85 \times 260 \times 2800}{11510} = 37,2 \text{ cm} > 25 \text{ cm} \text{ (ça passe)}$$

Plaque AB

$$x = -10 \text{ m} \quad , \quad T_{AB} = 10,93 \text{ t}$$

$$\tau_B = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{10930}{12 \times 0,85 \times 137,4} = 7,79 \text{ Kg/cm}^2 < 50 \text{ b}$$

$$A_i = 1T12 = 1,13 \text{ cm}^2 \quad \text{d'où } t = \frac{1,13 \times 0,85 \times 137,4 \times 2800 \sqrt{2}}{10930}$$

$$t = 47,8 \text{ cm}^2$$

Où nous n'avons pas suffisamment de barres relevées dans la partie finale du voile. Aucune barre sur 2 m de la fin.

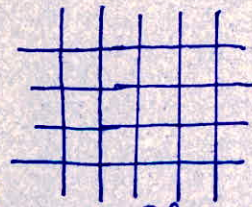
Vérifications si les 2 mailles supérieures et inférieures 5T8/m peuvent reprendre cet effort tranchant.

$$A = 1 \text{ cm}^2 \quad t = \frac{1 \times 0,85 \times 137,4 \times 2800}{10930} = 29,9 \text{ cm} > 20 \text{ cm}$$

(ça passe)

Donc seuls les quadrillages 5T8/m peuvent reprendre les efforts tranchants de la plaque AB

NOTA



On a mis des quadrillages en haut et en bas de l'épaisseur du voile qui ont pour rôle de :

- servir d'armatures de répartition (les barres qui ont le sens de la portée ; on pourra prendre des 5T8/m)
- neutraliser une partie de l'effort tranchant, absorber le moment transversal (faible) et couvrir les microfissures dues à la pente du voile (ces barres ont le sens transversal, on prend 5T8/m)

- Aux coins des plaques de rive, nous mettrons 2T16 en haut et en bas de l'épaisseur pour remédier à leur soulèvement.

- Le tympan créé dans la partie supérieure de l'épaisseur de chaque voile des moments de torsion qui sont difficiles à calculer.

On mettra d'après les calculs de M^r RABICH 1T16 ou

1T14 tous les 30 cm sur une longueur de 70 cm
(70 cm) qui sera ancré dans le tympan.
ou 20 cm

ANNEXES

Plancher 25+4

| | |
|----------------------------------|-----------------------|
| Poids total, du plancher | 0,353 |
| Enduit, au plâtre 1cm | 0,017 |
| Isolation, thermique 5cm | 0,01 |
| Forme de pente (1%) | 0,30 |
| Étanchéité multicouche | 0,03 |
| Protection (gravier) | 0,06 |
| Surcharge 100 Kg/m ² | 0,12 |
| Charge totale par m ² | 0,89 t/m ² |
| Charge uniformément répartie | |

$$q = 0,56 \text{ t/m}^2$$

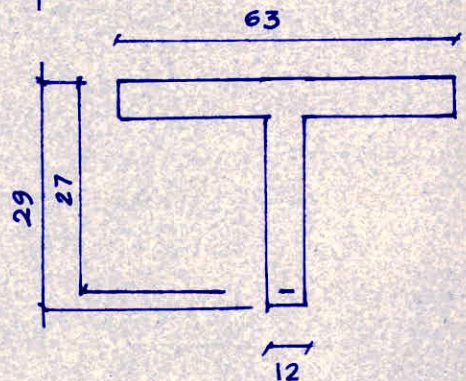
Poutrelles de type 1

$$M_0 = 0,56 \times \frac{4,75^2}{8} = 1,58 \text{ tm}$$

$$M_w = 0,15 M_0 = 0,237 \text{ tm}$$

$$M_e = 0,5 M_0 = 0,79 \text{ tm}$$

$$M_t = 0,85 M_0 = 1,343 \text{ tm}$$



Ferraillage

• en travée

$$a' = 63 ; \delta' = 0,07 ; \mu = 8,25$$

$$\text{Les abaques fournissent } \alpha = 0,17 ; a_n = 10 ; \eta = 0,205 ; \mu'_{\text{bpl}} = 15,56$$

Section d'acier

$$A = \frac{10}{15} \times 3,24 = 2,16 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{2T12} \quad (2,26 \text{ cm}^2)$$

Vérifications

Flèche

$$\frac{ht}{l} = \frac{29}{475} = 0,061 > \frac{1}{15} \frac{M_t}{M_0} = \frac{0,85}{15} = 0,057$$

$$\tilde{w} = \frac{A}{b_0 h} = \frac{2,26}{12 \times 27} = 0,00698 < \frac{36}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{36}{4200} = 0,00857$$

$$\frac{ht}{l} = 0,061 > \frac{1}{22,5} = 0,044$$

Les 3 conditions étant remplies, il est inutile de justifier la flèche.

Contrainte dans le béton

$$\sigma'_b = \eta \sigma_a / n = 0,205 \times 186,67 = 37,7 \text{ Kg/cm}^2 < \overline{\sigma'_b}$$

Moment plafond $M'_{\text{épl}}$

$$\mu'_{\text{épl}} = 15,56 + d'n(1-d') = 15,56 + 63(1-0,07) = 74,15$$

$$M'_{\text{épl}} = \mu'_{\text{épl}} \frac{b_0 h^2}{100} \sigma'_{b_0} \left(1,10 - \frac{\sigma'_{b_0}}{1000}\right) = 4,52 \cdot 10^5 \text{ Kgf.cm} > M_t = 1,34810^5$$

La section est satisfaisante

Fezzaiillage en chapeaux

$$M_w = 0,237 \text{ tm}$$

Section rectangulaire

$$A = \frac{M}{\sigma_a \times 0,85 h} = \frac{0,237 \cdot 10^5}{2800 \times 0,85 \times 27} = 0,369 \text{ cm}^2$$

2T6 $\rightarrow 0,56 \text{ cm}^2$

$$M_e = 0,79 \text{ tm} \Rightarrow A = 1,2 \text{ cm}^2$$

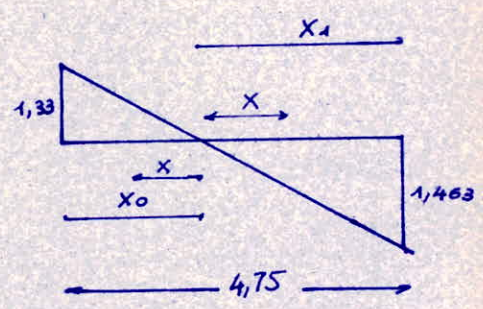
2T10 $\rightarrow 1,57 \text{ cm}^2$

CADRES ou SPIRALES

efforts tranchants

$$V_w = q \frac{L}{2} = 0,56 \times \frac{4,75}{2} = 1,33 \text{ t}$$

$$V_e = 1,1 V_w = 1,463 \text{ t}$$



calcul de la spirale

$$A_{t_2} = \frac{1463}{2030} = 0,72 \text{ cm}^2, \quad A_{t_1} = \frac{1330}{2030} = 0,66 \text{ cm}^2$$

On prendra comme spirale de base $1 \phi 8 \rightarrow 0,50 \text{ cm}^2$
 Le reste $(0,72 - 0,5) = 0,22 \text{ cm}^2$ sera repris par une spirale $\phi 6$ qu'on devra arrêter à une distance x du point de tranchant nul.

$$\frac{x_0}{1,33} = \frac{x_1}{1,46} = \frac{x_0 + x_1}{2,79} = \frac{4,75}{2,79}$$

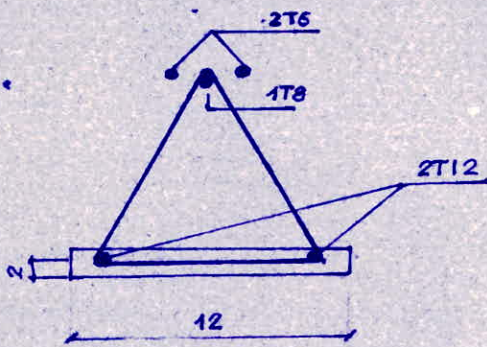
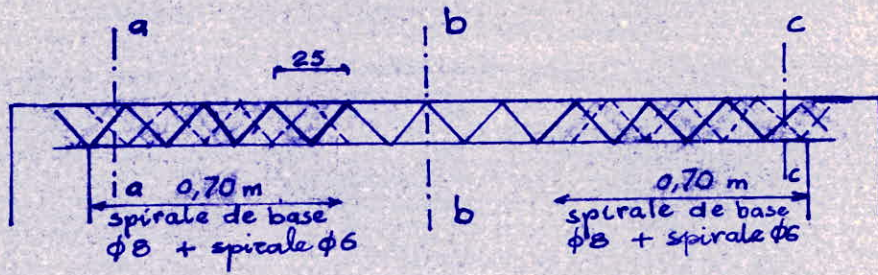
$$x_0 = 2,262 \text{ m} \quad \text{et} \quad x_1 = 2,488 \text{ m}$$

Calcul de X $\frac{A_{t_1} + A_{t_2}}{l} = \frac{\text{spirale de base}}{x} \Rightarrow \frac{0,66 + 0,72}{4,75} = \frac{0,5}{x}$

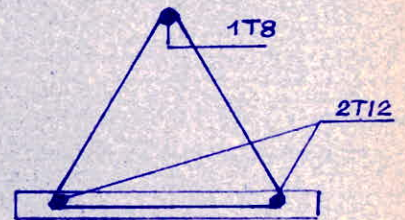
$$x = 172 \text{ cm}$$

On mettra donc 1 spirale $\phi 8$ sur toute la longueur de la poutrelle et une spirale $\phi 6$ sur une longueur de $0,70 \text{ m}$ de chaque côté : on a ainsi réalisé une poutrelle symétrique.

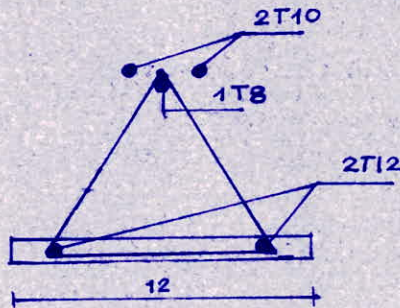
TYPE 1



coupe a-a



coupe b-b



coupe c-c

Vérification de l'entraînement des armatures

$$\tau_b = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{1,463 \cdot 10^3}{12 \times 0,85 \times 27} = 5,32 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\tau_{de} = \frac{T}{p \cdot z} = \frac{1463}{2,295 \times 7,55} = 8,46 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\bar{\tau}_{de} = 3 \cdot \bar{\sigma}_b = 3 \cdot 5,9 = 17,7 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\tau_{de} < \bar{\tau}_{de}$$

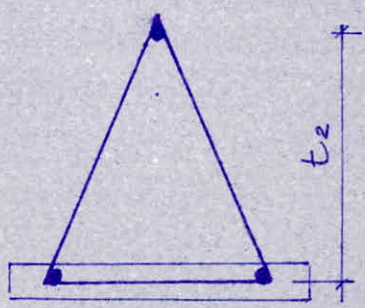
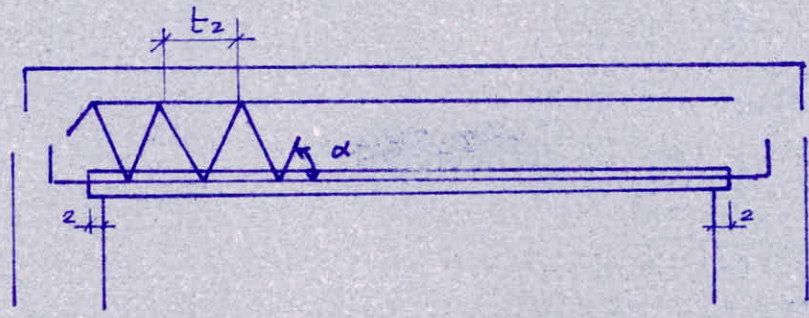
$$\bar{\tau}_b = 17,7 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\tau_b < \bar{\tau}_b$$

La section est totalement vérifiée

Remarque

Calcul des spirales dans une poutrelle préfabriquée



La section d'acier transversal est donnée par:

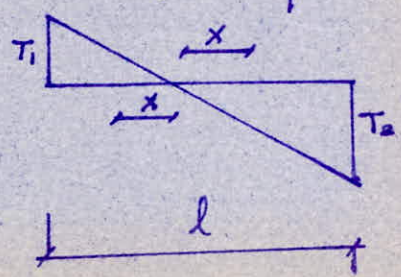
$$A_t = \frac{B \cdot h_f \cdot t_2}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot z \cdot \sigma_{at}} = \frac{B \cdot t_2}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot z \cdot \sigma_{at}} = \frac{B}{m} \text{ ou } \frac{B}{n}$$

m relativement à de l'acier doux — n acier HA

Calcul de la double spirale

On ne doit pas mettre plus que du $\phi 8$ dans les spirales. La section relative au $\phi 8$ est de $0,5 \text{ cm}^2$. Si il nous arrive de trouver une section $A_t > 0,5 \text{ cm}^2$ on passe à la double spirale. On adoptera pour spirale de base du $\phi 8$. La spirale de base court tout le long de la poutrelle. L'écart de section entre A_t et $0,5 \text{ cm}^2$ sera repris par la double spirale qu'on doit cependant arrêter à une distance X du point de tranchant nul tel que:

$$\frac{AT_1 + AT_2}{l} = \frac{0,5}{X} = \frac{\text{spirale de Base}}{X}$$

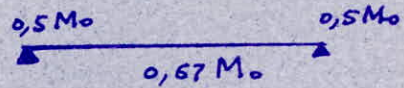


Poutrelle type 2

$$M_w = 0,79 \text{ tm}$$

$$M_e = 0,79 \text{ tm}$$

$$M_t = 0,67 \frac{\text{tm}}{M_0} = 1,0586 \text{ tm}$$



effets tranchants

$$V_w = V_e = 1,1 q \frac{l}{2} = 1,463 \text{ t}$$

Ferraillage

- En travée:

$$a/h = 63 ; \mu = 0,07 ; \mu_a = 6,5 \quad \text{d'où:}$$

$$d = 0,16 ; a_n = 9 ; \eta = 0,19 \quad \mu'_{\text{bpl}} = 14,72$$

$$A = \frac{9}{15} \times 3,24 = 1,945 \text{ cm}^2$$

2T12 (2,26 cm²)

- En chapeaux: (cf type 1)

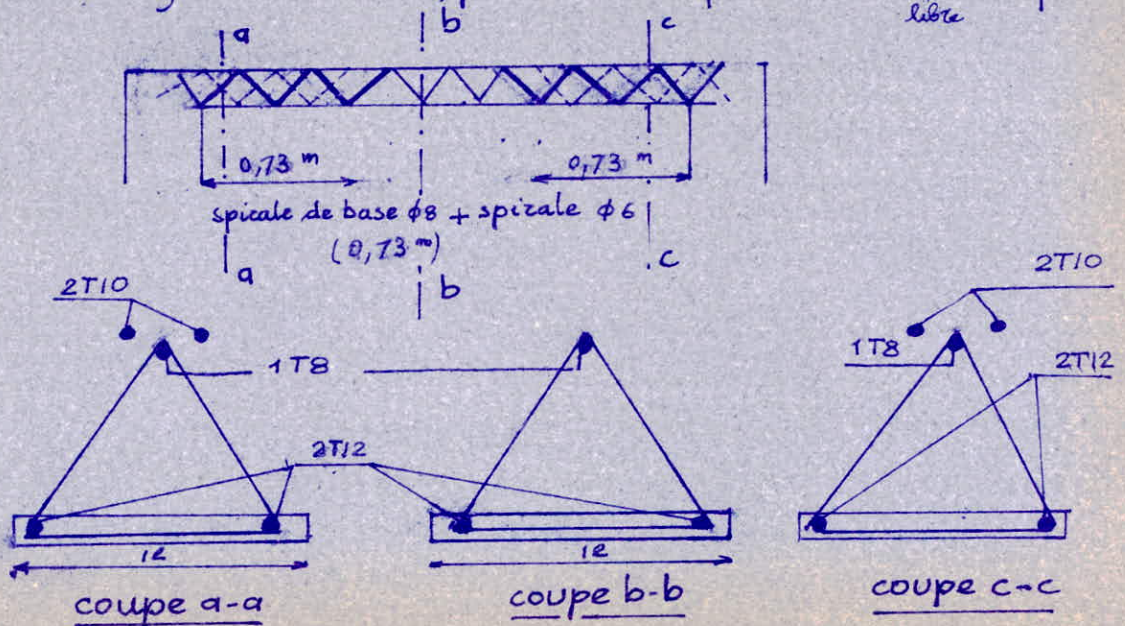
2T10

Calcul de la spirale

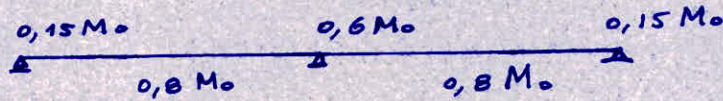
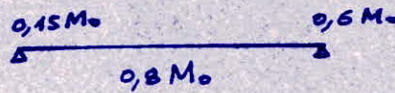
$$A_t = 0,72 \text{ cm}^2 \quad (\text{cf type 1})$$

$$\frac{2 \times 0,720}{475} = \frac{95}{x} = 0,00616 \quad \text{d'où } x = 165 \text{ cm}$$

On mettra une spirale $\phi 8$ sur toute la longueur de la poutrelle et une spirale $\phi 6$ sur une longueur 0,73 m \bar{a} , partit de chaque extrémité de la poutrelle libre.



Poutrelles de type 3



$$\begin{aligned} M_w &= 0,237 \text{ tm} \\ M_e &= 0,948 \text{ tm} \\ M_t &= 1,264 \text{ tm} \end{aligned}$$

Efforts tranchants

$$\begin{aligned} W_w &= q \frac{l}{2} = 1,33t \\ V_e &= 1,15 V_w = 1,53t \end{aligned}$$

Perçage

en travée :

$$\begin{aligned} a_n &= 63 ; \delta' = 0,07 ; \mu_a = 7,77 \text{ d'où} \\ d &= 0,16 ; a_n = 8,5 ; \eta = 0,19 \end{aligned}$$

$$A = \frac{8,5}{15} \times 3,24 = 1,836 \text{ cm}^2$$

2T12

en chapeaux

$$M_w = 0,237 \text{ tm}$$

2T6

$$M_e = 0,948 \text{ tm}$$

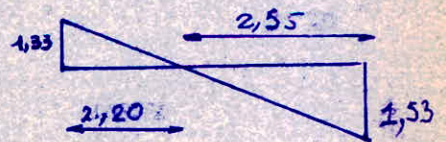
$$\mu_a = 5,8 ; a_n = 6,5 \text{ d'où } A = \frac{6,5}{15} \cdot 3,24 = 1,41 \text{ cm}^2$$

2T10

(1,57 cm²)

Calcul de la spirale

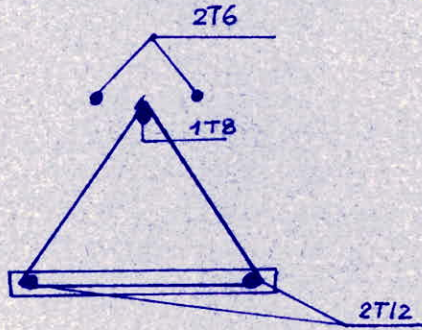
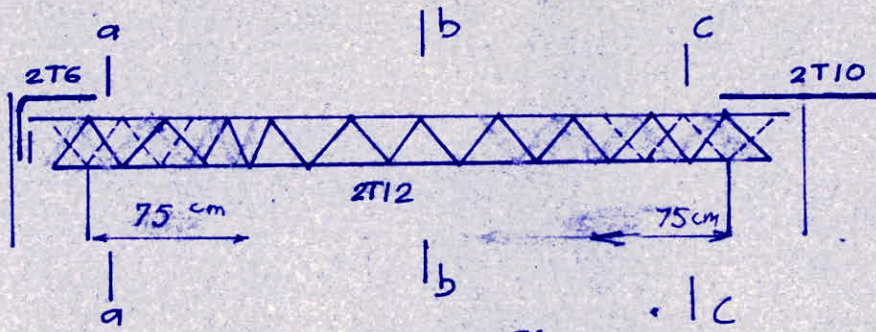
$$A'_t = \frac{153900}{2030} \approx 0,76 \text{ cm}^2$$



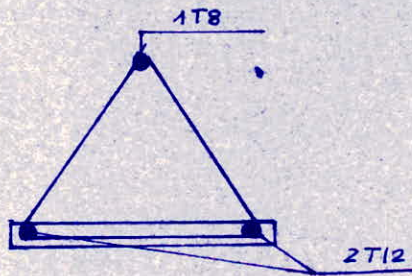
$$X = 161 \text{ cm} ; X_0 = 2,20 \text{ m} ; X_1 = 2,55 \text{ m}$$

On mettra une spirale $\phi 8$ sur toute la longueur de la poutrelle et une spirale $\phi 8$ sur une longueur de 0,75 m à partir de la gauche et sur une longueur de 0,75 m à partir de la droite

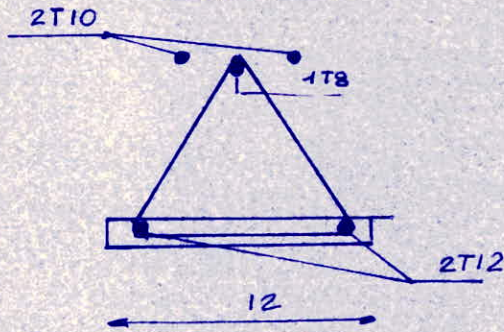
TYPE 3



coupe a-a



coupe b-b



coupe c-c

TYPE 4

$$M_0 = 0,56 \times \frac{4,75^2}{8} \approx 1,58 \text{ tm}$$

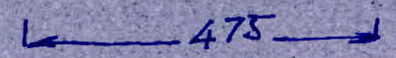
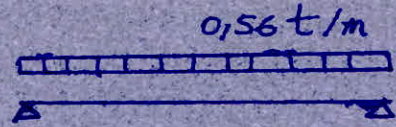
$$0,15 M_0 = 0,237 \text{ tm}$$

$$M_t = 1,58 \text{ tm}$$

En travée

$$d_n = 63, \quad \rho' = 0,07, \quad \mu_a = 9,7059, \quad \alpha = 0,18, \quad a_0 = 11,5$$

$$A = a_n \frac{b_0 h / 100}{15} = 11,5 \times \frac{3,24}{15} \approx 2,48$$



2T14

Bhapeaux

2T6

Spizales :

$$V = 1330 \text{ Kg} \Rightarrow A'_t = 0,656 \text{ cm}^2$$

$$\frac{0,656 + 0,656}{4,75} = \frac{0,5}{x}$$

$$x = 0,5 \frac{4,75}{2 \times 0,656} = 181 \text{ cm}$$

Calcul des armatures de la table de compression

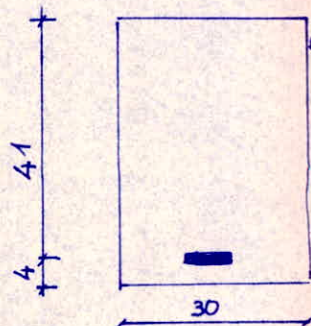
$$A \geq \frac{43 l_n}{\sigma_{en}} = \frac{43 \times 63}{2400} = 1,13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

On adoptera un treillis soudé de 4/3 espacement 150/200

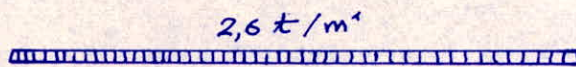
ETUDE de POUTRES

Prenons une poutre de 30 x 45 cm
 Poids propre de cette poutre par mètre.
 $0,3 \times 0,45 \times 1 \times 2,5 = 0,3375 \text{ t/m}$

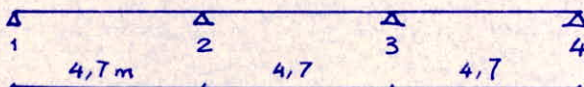
Calcul de $bh/100 = 30 \times 45 / 100 = 12,3$
 Calcul de $bh^2/100 = 12,3 \times 45 = 504,3$



Charge revenant à cette poutre.



Poids-propre 0,3375 t/m
 Part de plancher 0,9 \cdot 2,5 = 2,25



$q = 2,6 \text{ t/m}$

Le rapport entre les différentes portées centre dans l'intervalle 0,8 - 1,25 nous appliquerons donc la méthode du CBA68

Travées (1-2) et (3-4)

Moment isostatique $M_0 = q \frac{l^2}{8} = 2,6 \times \frac{4,7^2}{8} = 7,18 \text{ tm}$

Moment maximum en travée $M_t = 0,9 M_0 = 6,462 \text{ tm}$

Moment sur appui 2 $M_2 = 0,5 M_0 = 3,59 \text{ tm}$

Efforts tranchants

appuis 1 et 4 $T_1 = q \frac{L}{2} = 2,6 \times \frac{4,7}{2} = 6,11 \text{ t}$

appuis 2 et 3 $T_2 = 1,1 V_1 = 6,721 \text{ t}$

Ferraillage

Pour déterminer le ferraillage, on utilisera une méthode basée sur des abaques.

On calculera d'abord $\mu_a = M / (bh^2/100) \cdot \frac{\sigma_a}{n}$

Grâce à cette valeur de μ_a , des tableaux nous donneront des va-

valeurs de a_n ; η ; μ'_{bpl} ; α à l'aide desquelles, nous dimensionnerons la poutre et la vérifierons.

Aciers en travée

$$\mu_a = \frac{6,426 \cdot 10^5}{186,67 \times 504,3} = 6,865$$

$$\text{d'où } a_n = 7,695$$

ainsi on détermine la section d'acier A par $A = a_n \frac{bh/100}{n}$

$$A = 7,695 \times \frac{12,3}{15} = 6,31 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{3T12 + 3T14} \quad (8 \text{ cm}^2)$$

Vérfications de cette section

$$a_n = \frac{15A}{bh/100} = \frac{15 \times 8}{12,3} = 9,756 \quad \text{d'où } \mu_a = 8,603 ; \eta = 0,5496 ; \mu'_{bpl} = 29$$

Contrainte dans l'acier

$$\sigma_a = n \frac{M_t}{\mu_a b h^2 / 100} = 15 \times \frac{6,462 \cdot 10^5}{8,603 \times 504,3} = 2234 \text{ Kgf/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ Kgf/cm}^2 \quad (\text{vérifiée})$$

Contrainte dans le béton

$$\sigma_b = \eta \frac{\sigma_a}{n} = 81,9 \text{ Kgf/cm}^2 < \sigma'_b = 137,4 \text{ Kgf/cm}^2 \quad (\text{vérifiée})$$

Moment plafond

$$M'_{bpl} = \mu'_{bpl} \cdot b h^2 / 100 \cdot \sigma'_b \left(1,1 - \frac{\sigma'_b}{1000} \right) = 10,36 \text{ tm} > 6,462 \text{ tm} \quad (\text{vérifiée})$$

Flèche

$$\cdot \frac{ht}{l} = \frac{45}{470} = 0,0957 > \frac{1}{10} \frac{M_t}{M_0} = \frac{0,9 M_0}{10 M_0} = 0,09 \quad (\text{vérifiée})$$

$$\cdot \tilde{w} = \frac{A}{bh} = \frac{8}{30 \times 41} = 0,0065 < \frac{43}{\bar{\sigma}_{en}} = \frac{43}{4200} = 0,0102 \quad (\text{vérifiée})$$

$$\cdot \frac{ht}{l} = 0,0957 > \frac{1}{16} = 0,0625 \quad (\text{vérifiée})$$

Les 3 conditions étant simultanément vérifiées, il est inutile de justifier la flèche.

Aciers en chapeaux

$M_2 = M_3 = 0,5 M_0 = 3,59 \text{ tm}$
 $\mu_a = \frac{3,814}{15}$; $a_n = 4,167$
 $A = \frac{12,3}{15} \cdot 4,167 = 3,42 \text{ cm}^2$

u, 61

3T14

 (3 cm²)

Vérifications

$a_n = \frac{12,3}{15} \cdot 8 = 5,62$ d'où $\mu_a = 5$; $\eta = 0,396$; $\mu_{bpl} = 24$; $\alpha = 0,392$

contrainte dans l'acier $\frac{\sigma_a}{n} = \frac{3,59 \cdot 10^5}{5 \cdot 504,3} = 142,38 < \overline{\sigma_a} = 186,67 \text{ Kg/cm}^2$

contrainte dans le béton $\sigma_b = \eta \frac{\sigma_a}{n} = 0,396 \cdot 142,38 = 56,38 < \overline{\sigma_b} = 137,4$

Moment plafond $M'_{bpl} = 24 \cdot 504,3 \cdot 70,85 = 8,57 > 3,59 \text{ tm}$

Entraînement des armatures

Il faut que soit vérifiée la condition : $\tau_{de} = \frac{T}{p \cdot z} < \overline{\tau_{de}}$

$p = 24,5 \text{ cm}$
 $z = h - y_1/3 = h - \frac{\alpha h}{3} = (1 - \frac{\alpha}{3}) h = (1 - \frac{0,392}{3}) \cdot 41 = 35,65 \text{ cm}$

$\overline{\tau_{de}} = 3 \overline{\sigma_b} = 3 \cdot 5,9 = 17,7 \text{ Kg/cm}^2$

$\tau_{de} = \frac{6721}{24,5 \cdot 35,65} = 7,7 < \overline{\tau_{de}}$

La travée est complètement vérifiée.

NB : Les aciers longitudinaux inférieurs doivent reprendre conformément à l'article 35.32 du CBA 68 un effort égal à l'effort tranchant et doivent être ancrés au bout.

$\frac{T}{A} < \overline{\sigma_a}$ $\frac{6,721 \cdot 10^3}{8} = 840 \text{ Kg/cm}^2 < \overline{\sigma_a}$ (vérifié)

Longueur de scellement $l_d = 42 \phi$

$l_d \approx 60 \text{ cm}$ pour les $\phi 14$
 $l_d \approx 51 \text{ cm}$ pour les $\phi 12$

Calcul des cadres

Nous prendrons 1 cadre et 1 étrier $\phi 8$

L'espacement au niveau des appuis est donné par :

$t \leq \frac{A_t \cdot z \cdot \overline{\sigma_{at}}}{T}$

$$A_t = 2 \text{ cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{at} = f_a \bar{\sigma}_{en}$$

$$f_a = \max \left\{ \begin{array}{l} 2/3 \\ 1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{9.5b} \end{array} \right.$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{6721}{30 \times 35,65} = 6,285 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$f_a = 0,8817 \quad ; \quad \bar{\sigma}_{at} = 2115,93 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$t \leq \frac{2 \times 35,65 \times 2115,93}{6721} = 22,44 \text{ cm}$$

Nous prendrons, au niveau de l'appui 2 et 3 un espacement :

$$e_0 = 20 \text{ cm}$$

Pour déterminer les autres espacements, on appliquera la règle de CAQUOT

- Appuis 1 et 4

$$T = 6,11 \text{ t} \quad ; \quad \bar{\sigma}_b = 5,713 \text{ Kgf/cm}^2 \quad ; \quad f_a = 0,892 \quad ; \quad 2141,78 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$e_0 = 24 \text{ cm}$$

Espacement admissible \bar{t}

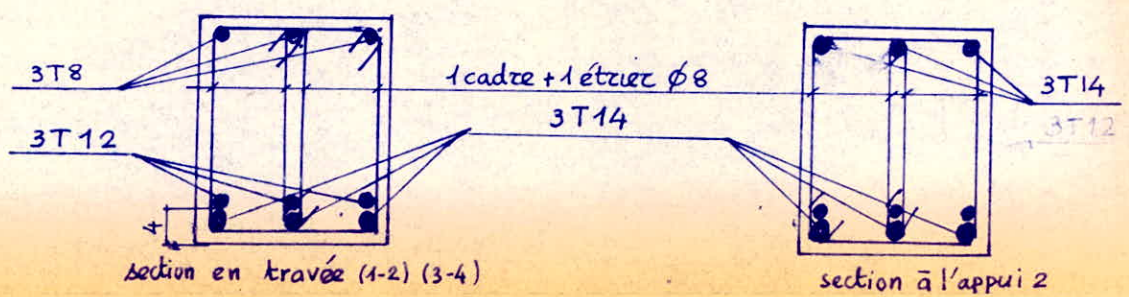
$$\bar{t} = \max \left\{ \begin{array}{l} t_1 = h \left(1 - 0,3 \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b} \right) \\ t_2 = 0,2h \end{array} \right.$$

$$t_1 = 41 \left(1 - 0,3 \frac{5,713}{5,9} \right) = 29 \text{ cm}$$

$$t_2 = 0,2 \times 41 = 8,2 \text{ cm}$$

$$\bar{t} = 29 \text{ cm} > e_0 = \underline{24 \text{ cm}} \text{ (vérifiée)}$$

$$t_1 = 41 \left(1 - 0,3 \frac{6,285}{5,9} \right) = 27,9 \text{ cm} > e_0 = 20 \text{ cm} \text{ (vérifiée)}$$



Gravée 2-3

$M_t = 0,7 M_o = 5,026 \text{ tm}$

$\mu_a = 5,339 ; a_n = 5,923 ; \eta = 0,408$

$A = \frac{5,923}{15} \cdot 12,3 = 4,857 \text{ cm}^2$

2T14 + 1T16 (5,08 cm²)

Vérifications

$a_n = \frac{15 \times 5,08}{12,3} = 6,1952 ; \mu_a = 5,55 ; \eta = 0,42 ; \alpha = 0,295 ; \mu'_{bpl} = 25,2$

Contrainte dans l'acier $\frac{\sigma_a}{n} = 179,57 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma_a} / n$ (vérifiée)

Contrainte dans le béton $\sigma'_b = 75,42 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma'_b} = 137,4 \text{ Kgf/cm}^2$

Moment plafond $M'_{bpl} = 9 \text{ tm} > 5,026 \text{ tm}$ (vérifiée)

Entraînement des armatures $\overline{C}_{de} = \frac{T}{P \cdot Z} = \frac{6721}{13,83 \times 36,97} = 13,14 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{C}_{de}$

Résistance des armatures inférieures à l'effort tranchant

$\frac{T}{A} = \frac{6721}{5,08} = 1323 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma_a}$ (vérifiée)

Longueur de scellement $l_d = 67,2 \text{ cm}$ pour les $\phi 16$

La section est totalement vérifiée

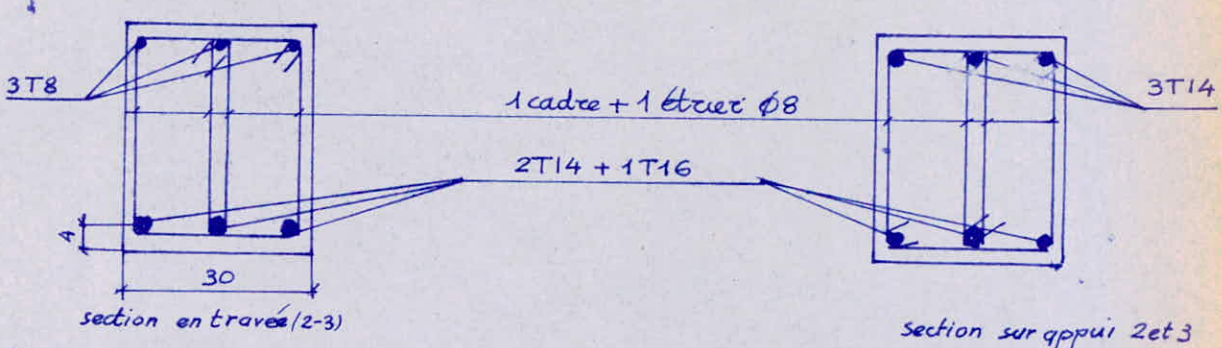
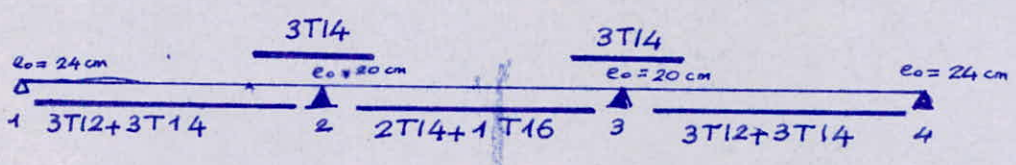
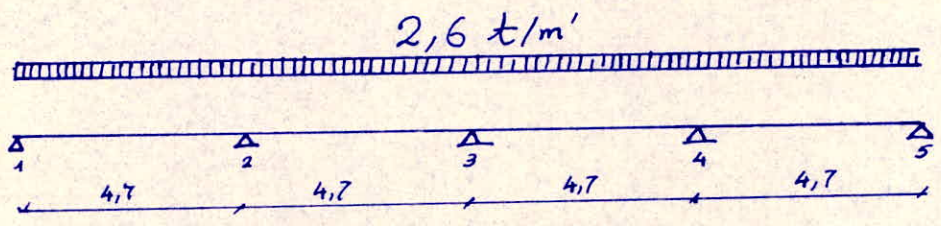


Schéma de la poutre X

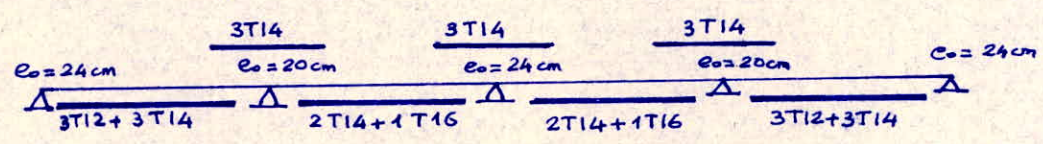


Poutre IX

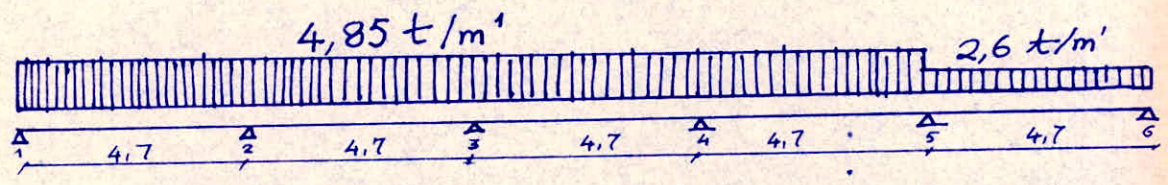


Le ferrailage des travées (1-2) et (4-5) est identique à celui de la travée (1-2) de la poutre X
 Le ferrailage des travées (2-3) et (3-4) est identique à celui de la travée (2-3) de la poutre X

Schéma de la poutre X



Poutre VII



Les travées (1-2), (2-3); (3-4); (4,5) reçoivent une charge répartie égale à:
 Poids-propre de la poutre 0,3375 t/m'
 Part de plancher 0,9x5 4,5 t/m'

$$q_2 = 4,85 \text{ t/m'}$$

Travée 1-2

$$M_0 = q \frac{l^2}{8} = 4,85 \times \frac{4,7^2}{8} = 13,4 \text{ tm}$$

$$M_t = 0,9 M_0 = 12,06 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 12,811 \quad ; \quad \alpha_m = 14,88$$

$$A = 12,2 \text{ cm}^2$$

$$4T16 + 2T20 \quad (14,32 \text{ cm}^2)$$

Vérifications

$$\alpha_n = \frac{15 \times 14,32}{12,3} = 17,46 \quad ; \quad \mu_a = 14,88 \quad ; \quad \eta = 0,791 \quad ; \quad \mu'_{bpl} = 34,41$$

contrainte dans l'acier $\bar{\sigma}_a/n = 160,24 < \bar{\sigma}_a/n$ (vérifiée)

contrainte dans le béton $\bar{\sigma}'_b = 127,05 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$ (vérifiée)

Moment plafond $M = 12,3 > 12,06 \text{ tm}$ (vérifiée)

Efforts tranchants

$$T_1 = T_3 = T_4 = q_2 \frac{L}{2} = 11,4 \text{ t}$$

$$T_2 = 1,1 \times T_1 = 12,54 \text{ t}$$

Aciers en chapeaux

$$M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = 0,5 M_0 = 6,7 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 7,117 ; a_n = 8,10$$

$$\Delta = 6,64 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{2T16 + 1T20} \quad (7,16 \text{ cm}^2)$$

Vérifications

$$a_n = 8,73 ; \mu_a = 7,765 ; \eta = 0,515 ; \mu'_{bpl} = 28,22 ; \alpha = 0,34$$

contrainte dans l'acier $\frac{\bar{\sigma}_a}{n} = 171,1 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a/n$ (vérifiée)

contrainte dans le béton $\bar{\sigma}'_b = 88,1 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$ (vérifiée)

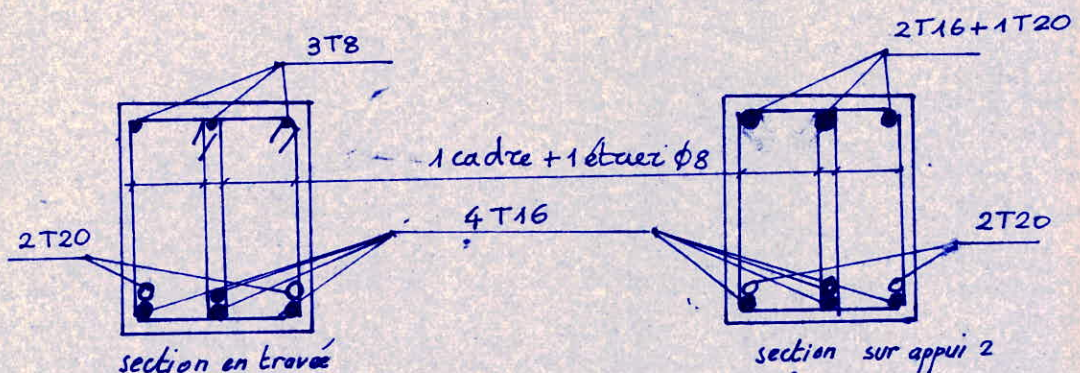
Moment plafond $M'_{bpl} = 10 \text{ tm} > 6,7 \text{ tm}$ (vérifiée)

Entraînement des armatures

$$z = 36,35 \text{ cm}$$

$$p = 32,68 \text{ cm}$$

$$T_{de} = \frac{T}{p \cdot z} = \frac{12540}{32,68 \times 36,35} =$$



Travées (2-3) - (3-4) - (4-5)

$M_t = 0,7 M_0 = 9,36 \text{ tm}$
 $\mu_a = 9,964 ; a_n = 11,65$

$A = 9,55 \text{ cm}^2$

$3T14 + 3T16$ $(10,64 \text{ cm}^2)$

Vérifications

$a_n = 12,976 ; \mu_a = 11,25 ; \eta = 0,66 - \mu'_{lpl} = 31,7 - \alpha = 0,395$

contrainte dans l'acier $\bar{\sigma}_a/n = 164,98 < \bar{\sigma}_a/n$

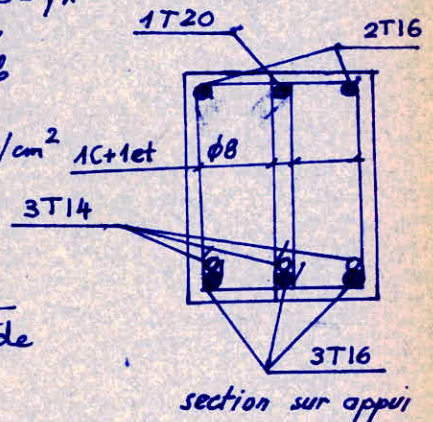
contrainte dans le béton $\bar{\sigma}'_b = 108,9 < \bar{\sigma}'_b$

Moment plafond $M'_{lpl} = 11,32 > 9,36 \text{ Kg}/\text{cm}^2$

Entraînement des armatures

$z = 35,6 \text{ cm}$
 $\rho = 28,29 \text{ cm}$

$T_{de} = 12,45 \text{ Kg}/\text{cm}^2 < \bar{T}_{de}$



Travée (5-6)

même ferrailage que la travée (1-2) de la poutre X

Appuis

Appuis 1, 3, 4

$T_1 = 11,4 \text{ t} ; \bar{\tau}_b = 10,9 \text{ Kg}/\text{cm}^2 ; f_a = 0,795 ; \bar{\sigma}_{at} = 1807,3 \text{ Kg}/\text{cm}^2$

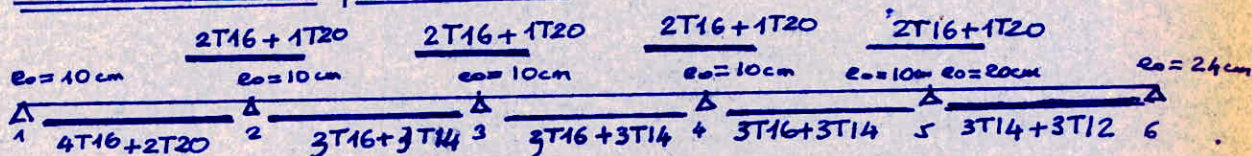
$e_0 = 10 \text{ cm}$

Appuis 2, 5

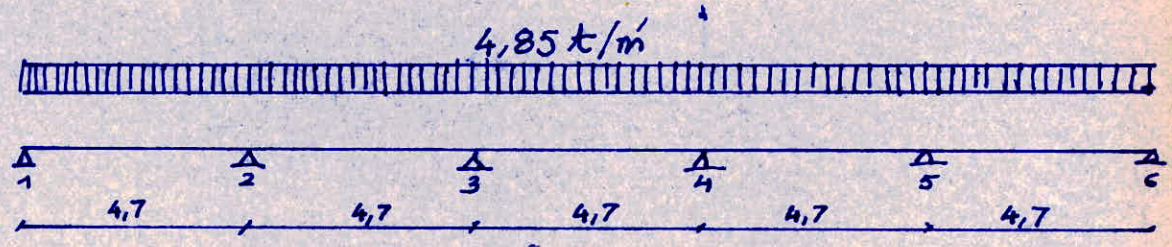
$T_2 = 12,54 \text{ t} ; \bar{\tau}_b = 11,74 \text{ Kg}/\text{cm}^2 ; f_a = 0,779 ; \bar{\sigma}_{at} = 1869,3$

$e_0 = 10 \text{ cm}$

Schéma de la poutre VII

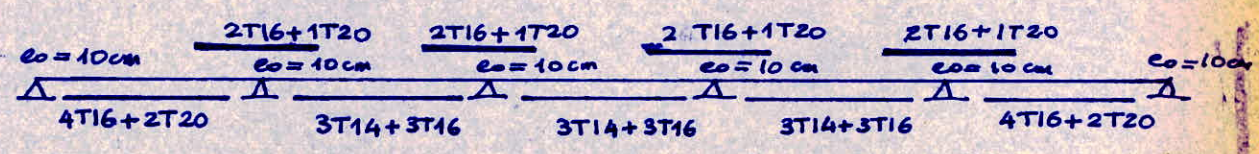


* Poutre V

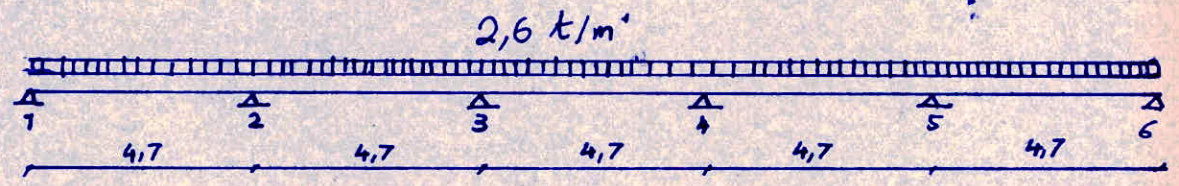


Ferraillage : (cf ferraillage de la poutre VII)

Schéma de la poutre V

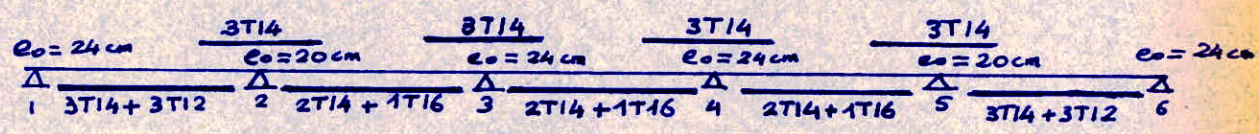


Poutre III



(voir poutre IX)

Schéma de la poutre III



Poutre I

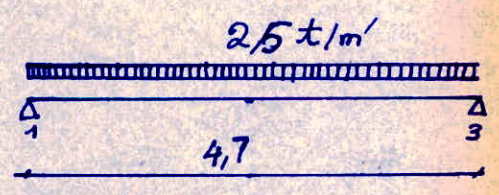
Aciers en travée

On prendra une poutre de 20×45
(impératif architectural)

Poids-propre $0,2 \times 4,5 \times 10^4 \times 2,5 = 0,225 \text{ t/m}$

Part de plancher $0,9 \times 2,5 = 2,25 \text{ t/m}$

$q \approx 2,5 \text{ t/m}$



Moment

$$M_0 = q \frac{l^2}{8} = 2,5 \cdot \frac{4,7^2}{8} = 6,9 \text{ tm}$$

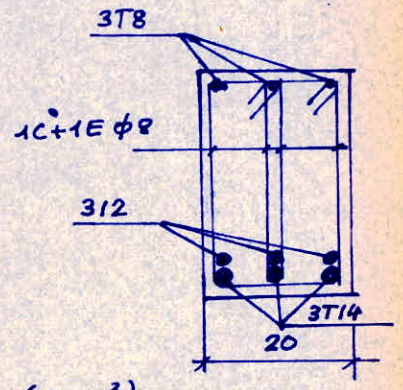
$$\mu a = \frac{M}{bh^2/100 \times \bar{\sigma}_a/n}$$

$$\begin{aligned} bh/100 &= 20 \times 41/100 = 8,2 \\ bh^2/100 &= 336,2 \end{aligned}$$

$$\mu a = 10,9 \quad ; \quad a_n = 12,53$$

$$A = 6,85 \text{ cm}^2$$

3T12+3T14



Efforts tranchants

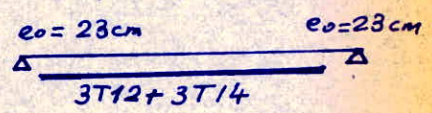
$$T = q \frac{l}{2} = 2,5 \cdot \frac{4,7}{2} = 5,88 \text{ t}$$

badres

$$\tau_b = \frac{T}{b_0 z} = \frac{5,88 \cdot 10^3}{20 \times 0,85 \times 41} = 8,44 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\rho_a = 0,84 \quad ; \quad \bar{\sigma}_{at} = 2018,7 \text{ Kgf/cm}^2$$

e₀ = 23 cm



Poutre II

$$M_0 = 13,4 \text{ tm}$$

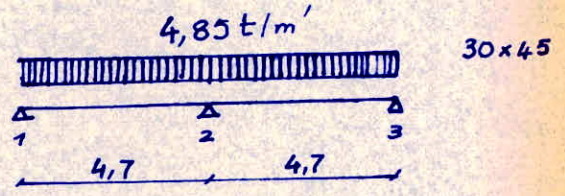
Aciers en travée

$$\begin{aligned} M_t &= 0,85 M_0 = 11,39 \text{ tm} \\ \mu a &= 12,099 \quad ; \quad a_n = 14,078 \end{aligned}$$

$$A = 11,48$$

6T16

(12,06 cm²)



Vérifications

$$a_n = 14,7 \quad , \quad \mu a = 12,6 \quad ; \quad \eta = 0,709 \quad , \quad \mu' b \rho l = 32,89 \quad ; \quad \alpha = 0,415$$

contrainte dans l'acier $\bar{\sigma}_a/n = 179,25 \text{ Kgf/cm}^2 < \bar{\sigma}_a/n$

contrainte dans le béton $\bar{\sigma}'_b = 127,09 \text{ Kgf/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$

III Moment plafond $M'_{bpl} = 11,75 \text{ tm} > 11,39 \text{ tm}$

IV Flèche

$$h_t/l = 45/470 = 0,0957 \left\{ \begin{array}{l} > \frac{M_t}{10M_0} = 0,085 \\ > \frac{1}{16} = 0,0625 \end{array} \right.$$

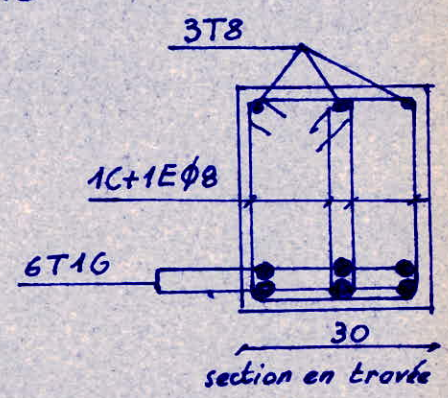
$$\tilde{w} = \frac{12,06}{30 \times 41} = 0,0098 < 0,0102$$

Il est inutile de justifier la flèche.

Aciers en chapeaux

$M_2 = 0,6 M_0 = 8,04 \text{ tm}$
 $\mu_a = 8,54 ; a_n = 9,76$
 $A = 8 \text{ cm}^2$

3T14 + 3T12 (8 cm²)



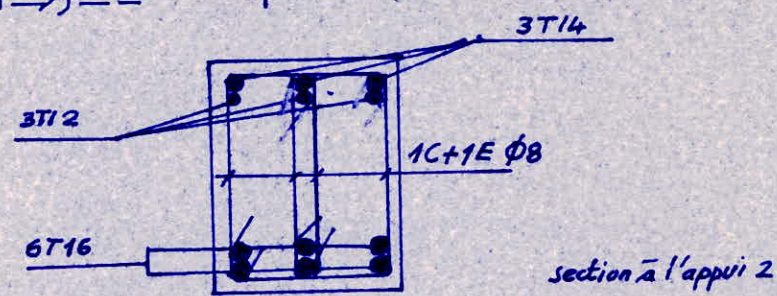
Vérifications

$a_n = 9,756 ; \mu_a = 8,602 ; \eta = 0,55 ; \mu'_{bpl} = 29,08 ; \alpha = 0,355$

contrainte dans l'acier $\sigma_{a/n} = 185,34 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_{a/n} = 186,67 \text{ Kg/cm}^2$

contrainte dans le béton $\sigma'_b = 101,94 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 137,4 \text{ Kg/cm}^2$

III Moment plafond $M'_{bpl} = 10,39 \text{ tm} > 8,04 \text{ tm}$



charges

efforts tranchants

$T_1 = T_3 = 11,4 \text{ t} ; T_b =$
 $T_3 = 1,5 T_1 = 17,1 \text{ t}$

$T_b = \frac{T}{b_0 z}$

$z = (1 - \alpha/3) h = 36,15$

$T_{b1} = \frac{11400}{30 \times 36,15} = 10,51 \text{ Kg/cm}^2$

$\rho_{a1} = 0,802$; $\bar{\sigma}_{at} = 1925 \text{ Kgf/cm}^2$

$e_o = 12 \text{ cm}$

$\sigma_{b2} = 12,09 \text{ Kgf/cm}^2$; $\rho_{a2} = 0,773$; $\bar{\sigma}_{at} = 1853,6 \text{ Kgf/cm}^2$

$e_o = 10 \text{ cm}$

Vérification, à l'entraînement, des armatures

$\tau_{de} = \frac{T}{\rho \cdot Z}$
 $\rho = 30,18 \text{ cm}$

$\tau_{de} = \frac{13 \cdot 100}{30,18 \times 36,15} = 12,07 \text{ Kgf/cm}^2 < 17,7 \text{ Kgf/cm}^2$

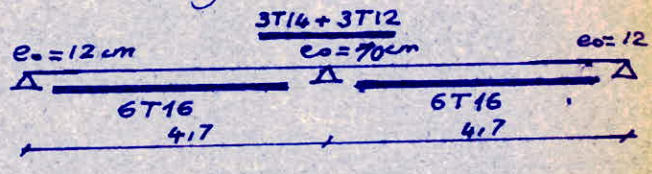
Vérfications de la contrainte de cisaillement $\bar{\tau}_b$

$\sigma'_b = 101,94 \text{ Kgf/cm}^2 > \sigma'_{b_o} = 68,7 \text{ Kgf/cm}^2$
 $\bar{\tau}_b = \left(4,5 - \frac{\sigma'_b}{\sigma'_{b_o}} \right) \bar{\sigma}_b$

$\bar{\tau}_b = \left(4,5 - \frac{101,94}{68,7} \right) \cdot 5,9 = \underline{17,8 \text{ Kgf/cm}^2}$

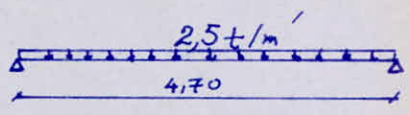
La plus grande des valeurs de $\bar{\tau}_b$ ($15,77 \text{ Kgf/cm}^2$) est inférieure à $\bar{\tau}_b$
La poutre II est donc complètement vérifiée.

Schéma de la poutre II



Poutre I

Poutre 20x45 : poids propre 0,225t/m
 Part. de plancher: 0,9 x 2,5 = 2,25t/m
 $q \approx 2,5t/m'$



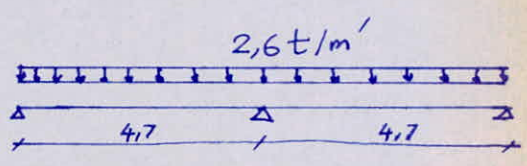
$$M_0 = 2,5 \times \frac{4,7^2}{8} = 6,9tm$$

$$\mu_a = \frac{M_0}{186,67 \times \frac{b h^2}{100}} = \frac{6,9 \times 10^5}{186 \times \frac{20 \times 41^2}{100}} = 11 \rightarrow a_n = 12,53 \rightarrow A = 6,85 cm^2$$

3T12 + 3T14

Nota: cette poutre a été déjà calculée

Poutre I bis



$$M_t = 0,85 M_0 = 0,85 \times 7,18 = 6,1tm$$

$$\mu_a = 6,48 ; a_n = 7,4 ; A = 6,07 cm^2$$

3T12 + 3T12

et chapeaux

6T12 (6,78 cm²)

$$M_2 = 0,6 M_0 = 4,308tm$$

$$\mu_a = 4,576 ; a_n = 6,4 ; A = 5,25 cm^2$$

3T10 + 3T12 (5,74 cm²)

$$T_1 = 6,11t$$

$$T_2 = 1,5 T_1 = 7,03t$$

$$T_{B_2} = 6,72 ; \mu_a = 0,874 ; \bar{\sigma}_{at} = 2096,67 Kg/cm^2$$

$e_0 = 24cm$

$e_0 = 20cm$

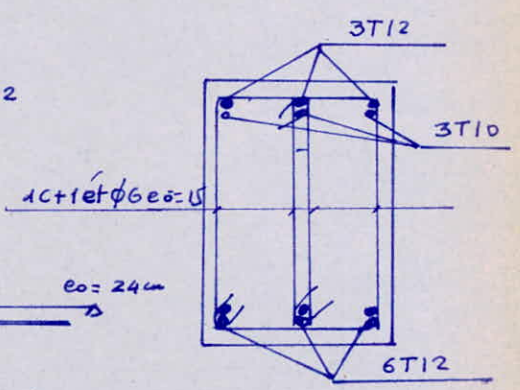
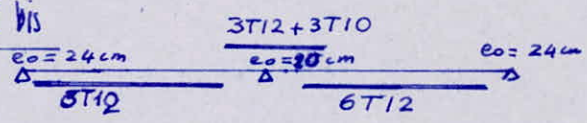
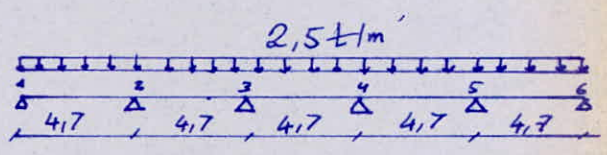


Schéma de la poutre I bis



Poutre III

Poutre 20x45 $q = 2,5t/m'$



Travées 1-2 et 5-6

$$M_t = 0,9 M_0 = 6,46tm ; \mu_a = 10,29 ; a_n = 11,8 ; A = 6,45 cm^2$$

3T12 + 3T14 (8 cm²)

chapeaux

$$M_2 = 0,5 M_0 = 3,59tm ; \mu_a = 5,72 ; a_n = 6,4 ; A = 3,49 cm^2$$

3T14 (4,61)

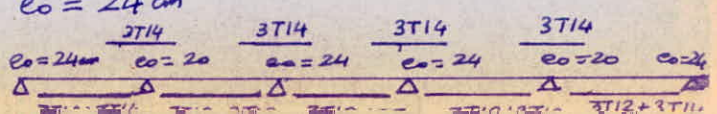
Autres travées

$$M_t = 0,7 M_0 = 5,03tm ; \mu_a = 8 ; a_n = 9,08 ; A = 4,97 cm^2$$

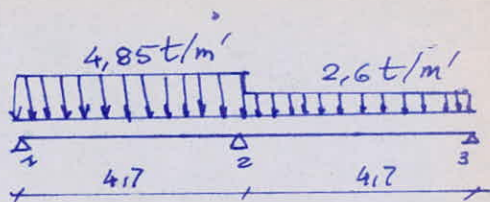
3T10 + 3T12 (5,74)

badres aux appuis 2 et 5 $e_0 = 20cm$
 aux autres appuis $e_0 = 24cm$

Schéma de la poutre III



Poutre II ^{bw}



Théorème des 3 moments

$$2M_2(2 \times 4,7) = -\frac{1}{4}(4,85 \times 4,7^3 + 2,6 \times 4,7^3)$$

$$16M_2 = -4,7^2(4,85 + 2,6) \text{ , d'où } M_2 = -10,3 \text{ tm}$$

Travée 1-2



Equation du moment en travée :

$$M_{12}(x) = -$$

équation du moment sur appui

équation du moment isostatique

équation du moment total

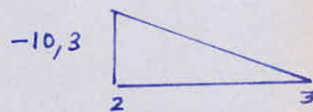
$$M_a(x) = -2,19x$$

$$M_{is}(x) = 11,4x - 2,425x^2$$

$$M_b(x) = -2,425x^2 + 9,21x$$

Il moment maximum $\alpha_0 = 1,809 \text{ m}$; $M_{max} = 8,75 \text{ tm}$

Travée 2-3



moment sur appui : $M_a(x) = -2,19x$

moment isostatique $M_{is}(x) = 6,11x - 1,3x^2$

moment total $M_b(x) = -1,3x^2 + 3,92x$

Il moment maximum $\alpha_0 = 1,5076 \text{ m}$; $M_{max} = 2,95 \text{ tm}$

Il rajoutons les moments en travée par 1,3 et minorons les moments sur appui par 0,8

$$M_2 = 8,24 \text{ tm}$$

$$M_{t12} = 11,4 \text{ tm}$$

$$M_{t23} = 3,85 \text{ tm} \approx 4 \text{ tm}$$

Ferraillage

Travée 1-2 -

6T16

$$M_t = 11,4 \text{ tm} ; \mu_a = 12,1 ; a_n = 14,078 ;$$

chapeaux

$$M_2 = 8,24 \text{ tm} ; \mu_a = 8,756 ; a_n = 9,94 ; A = 8,2 \text{ cm}^2$$

4T14 + 2T16 (10/17)

Travée 2-3

$$M_t = 4 \text{ tm} ; \mu_a = 4,25 ; a_n = 4,75 ; A = 3,9 \text{ cm}^2$$

3T14

Efforts tranchants

$$T_1 = 11,4 - 1,75 = 9,65 \text{ t}$$

$$T_2 = 11,4 + 1,75 = 13,15 \text{ t}$$

$$T_2 = 6,11 + 1,75 = 7,86t$$

$$T_3 = 6,11 - 1,75 = 4,36t$$

badres

$$T_{b1} = 9,23 \text{ Kg/cm}^2; \rho_a = 0,826; \bar{\sigma}_{at} = 1983 \text{ Kg/cm}^2; e_0 = 14 \text{ cm}$$

$$T_{b2} = 12,578 \text{ Kg/cm}^2; \rho_a = 0,763; \bar{\sigma}_{at} = 1831,5 \text{ Kg/cm}^2; e_0 = 9 \text{ cm}$$

$$T_{b23} = 7,5 \text{ Kg/cm}^2; \rho_a = 0,858; \bar{\sigma}_{at} = 2060 \text{ Kg/cm}^2; e_0 = 15 \text{ cm}$$

à l'appui 3 metre $e_0 = 20 \text{ cm}$

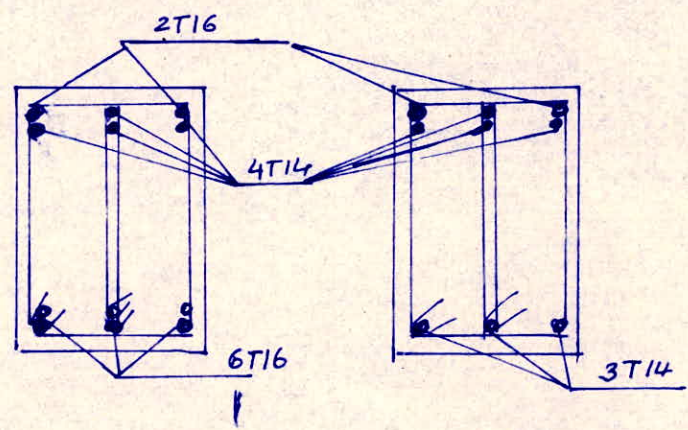
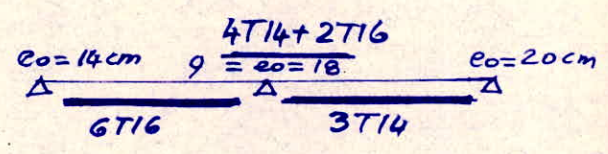


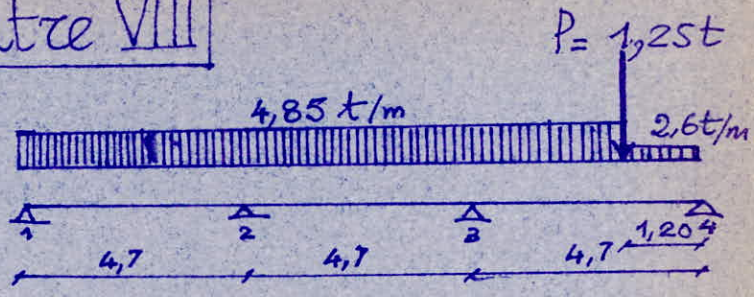
Schéma de la poutre 17bis



Poutre VIII

La poutre VIII supporte une charge que nous pourrions considérer comme uniformément répartie sur toute la longueur de la poutre continue, ainsi qu'une charge concentrée apportée par la poutre de chaînage CH3 et qui prend appui sur la poutre VIII.

Nous étudierons séparément les deux cas de charges que nous superposerons par la suite.



a. Charge uniformément répartie $q = 4,85 \text{ t/m}$
 (se reporter à la poutre V)

- Aciers en travée (1-2); (2-3) $A = 12,2 \text{ cm}^2$
- Aciers en travée (2-3); (3-4) $A = 9,55 \text{ cm}^2$
- Aciers en chapeaux $A = 6,64 \text{ cm}^2$

Efforts tranchants

$T_1 = T_4 = 11,4 \text{ t}$
 $T_2 = T_3 = 12,54 \text{ t}$

b. Charge concentrée

Elle est égale à l'effort tranchant de la poutre de chaînage CH3 charge sur la poutre de chaînage CH3

- Poids propre par m' $0,3 \times 0,45 \times 1 \times 2,5 = 0,3375 \text{ t/m}$
- Poids de hourdis par m' $0,134 \times \frac{0,63}{2} = 0,04221 \text{ t/m}$
- Poids par m' de l'acrotère $0,1 \times 0,6 \times 1 \times 2,5 = 0,15 \text{ t/m}$

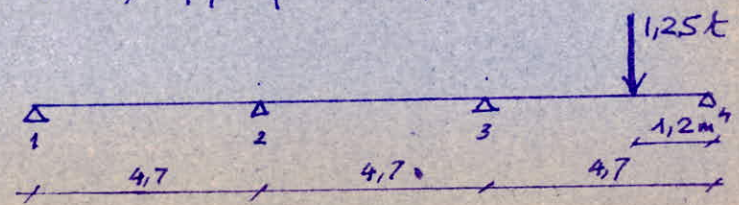
Charge totale : $q_3 = 0,53 \text{ t/m}$

Effort tranchant $T = q_3 \frac{l}{2} = 0,53 \times \frac{4,7}{2} \approx 1,25 \text{ t}$

Charge concentrée

$P = 1,25 \text{ t}$

Pour déterminer les efforts dus à P, appliquons le théorème des 3 moments



Appuis 1, 2, 3

$M_1 = 0$

$M_1 \times 4,7 + 2M_2 (2 \times 4,7) + M_3 \times 4,7 = 0$

$18,8 M_2 + 4,7 M_3 = 0$

Appuis 2, 3, 4

$M_4 = 0$

$4,75 M_2 + 18,8 M_3 = -6EJ (\omega_3^{g(P)} + \omega_3^{d(P)})$

$\omega_3^{g(P)} = 0$

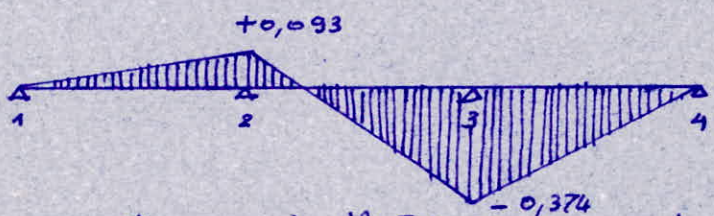
$EJ \omega_3^{d(P)} = P \frac{ab}{2l} \left(\frac{ab}{l} + \frac{a^2}{3l} + \frac{2b^2}{3l} \right) = EJ 1,25 \times \frac{3,5 \times 1,2}{2 \times 4,7} \left(\frac{3,5 \times 1,2}{4,7} + \frac{3,5^2}{3 \times 4,7} + 2 \frac{1,2^2}{3 \times 4,7} \right)$

$EJ \omega_3^{d(P)} = 1,1$

$4,7 M_2 + 18,8 M_3 = -6,6$

La résolution de ce système donne :

$M_2 = +0,093 \text{ tm}$
 $M_3 = -0,374 \text{ tm}$



moments sur appuis dus à la charge concentrée P

Moments en travée 3-4

• L'équation du moment sur appuis est :

$m_a = 0,08x - 0,374$

• L'équation du moment isostatique est :

$M = 0,32x \quad (\text{si } 0 < x < 3,5)$

$M = 0,93(4,7-x) \quad (\text{si } 3,5 < x < 4,7)$

• L'équation générale du moment est :

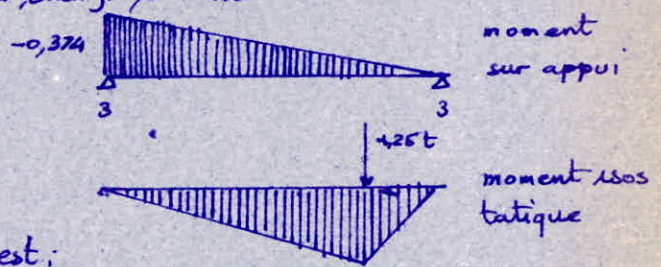
$M = 0,4x - 0,374 \quad (0 < x < 3,5)$

$M = -0,85x + 4 \quad (3,5 < x < 4,7)$

Le moment maximum a pour valeur : 1,03 tm

Pour passer de la RDM, au béton, majorons ce moment par 1,5

$M_t = 1,55 \text{ tm}$



Gravée 3-4

Le moment, dû au 2 cas de charge est égal à la somme des 2 moments correspondants.

Aciers apportés par P en travée

$$M = 1,55 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 1,64 ; \mu_n = 1,75$$

$$A = 1,44 \text{ cm}^2$$

Aciers en chapeaux supplémentaires dus à P

$$M_3 = 0,374 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 0,4 ; \mu_n = 0,44$$

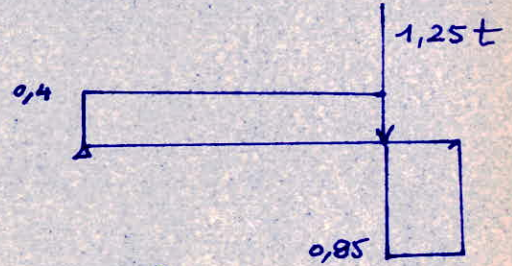
$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

Efforts tranchants supplémentaires dus à P

$$T_3 = \frac{1,25 \times 1,2}{4,7} + \frac{0,374}{4,7} = 0,4 \text{ t}$$

$$T_4 = \frac{1,25 \times 3,5}{4,7} - \frac{0,374}{4,7} = 0,85 \text{ t}$$

Remarque : Au point d'application de la charge concentrée on a un effort tranchant (0,85 t). Ne pas oublier de renforcer par des cadres. Le diagramme des efforts tranchants a à peu près cette allure.



Ferraillage

En travée La section d'acier sera de : $12,2 + 1,44$

$$A = 13,64 \text{ cm}^2$$

$4T16 + 2T20$

(14,32 cm²)

En chapeaux $A = 0,64 + 0,36 = 1,00 \text{ cm}^2$

$2T16 + 1T20$

(7,16 cm²)

Travée 1-2

Le moment en travée supplémentaire est négligeable

Le moment sur l'appui 2 est positif et se retranche au moment négatif 0,5M.

Donc on maintient le ferrailage de la poutre V, pour la travée 1-2 on sera sécuritaire, donc

en travée

$$4T16 + 2T20$$

en chapeaux

$$2T16 + 1T20$$

Travée 2-3

La aussi, on conservera le même ferrailage que pour la poutre V

en travée

$$3T16 + 3T14$$

en chapeau

$$2T16 + 1T20$$

badres

Travée 3-4

Effort tranchant

$$T_3 = 12,54 + 0,4 = 12,94 \text{ t}$$

$$T_4 = 11,4 + 0,85 = 12,25 \text{ t}$$

Appui 3

$$\tau_b = \frac{T_3}{b_0 z} = \frac{12,94 \cdot 10^3}{30 \times 0,85 \times 41} = 12,37 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$f_a = 0,767 \quad ; \quad \bar{\sigma}_{at} = 1841 \text{ Kgf/cm}^2$$

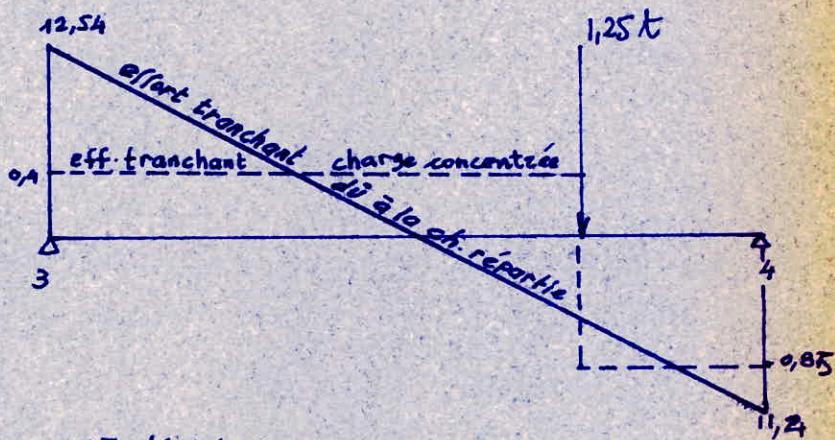
$$e_0 = 9 \text{ cm}$$

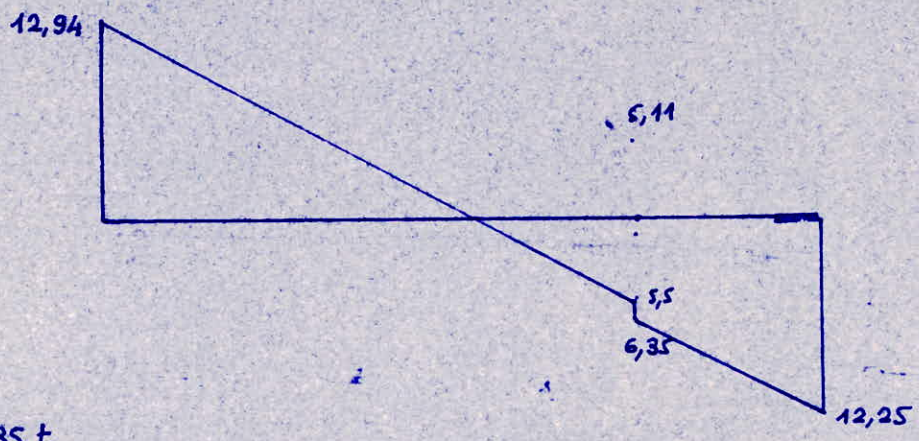
Appui 4

$$\tau_b = 11,72 \text{ Kgf/cm}^2 \quad ; \quad f_a = 0,779 \quad ; \quad \bar{\sigma}_{at} = 1870 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$e_0 = 10 \text{ cm}$$

Au niveau de la charge concentrée



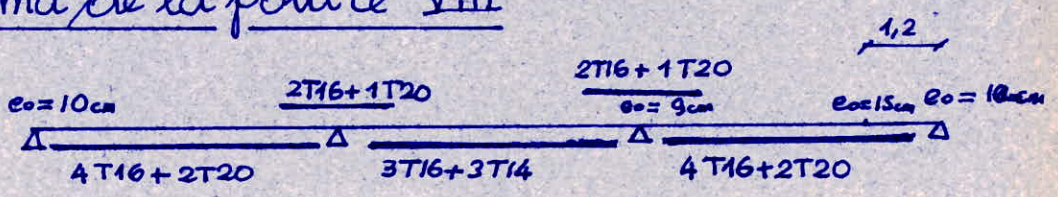


$T = 6,35 \text{ t}$
 $\tau_8 = 6,07 \text{ Kg/cm}^2$; $\rho_a = 0,086$; $\bar{\sigma}_{at} = 2125,65 \text{ Kg/cm}^2$

$t = 15 \text{ cm}$

On fait mettre, au niveau de la charge concentrée, 1 cadre + 1 étrier $\phi 8$. espacement 15 cm

Schéma de la poutre VIII

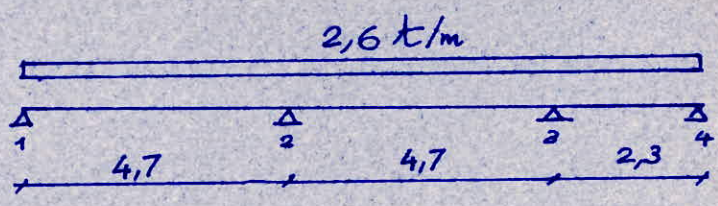


Poutre IV

Le rapport des longueurs des travées 2-3 et 3-4 étant $\frac{2,3}{4,7} = 0,49$

nous ne pouvons pas appliquer les méthodes approchées du CCBA68

vu que nous sommes de l'intervalle $(0,8 \div 1,25)$



Nous allons essayer d'évaluer les moments sur appuis en utilisant les méthodes théoriques de la RDM (équation des 3 moments) cependant sachant que les moments sur appuis donnés par le RDM sont surestimés par rapport aux mêmes moments en BA, alors que pour les moments en travée c'est l'inverse, on diminuera les moments sur appui obtenus par la RDM, du tiers de leur valeur et on évaluera les moments maximums en travée en conséquence. Ceci en prenant la charge permanente seule. Pour ce qui est de la surcharge, on prendra les moments théoriques.

Charge permanente

$$q = (2,6 - 0,12) \cdot 2,5 = 2,35 \text{ t/m}$$

Appuis 1-2-3

$$2M_2(4,7+4,7) + 4,7 M_3 = - \frac{2,35}{2} (4,7)^3, \text{ ou } 4M_2 + M_3 = -25,96$$

Appuis 2-3-4

$$4,7 M_2 + 14 M_3 = - \frac{2,35}{4} (4,7^3 + 2,3^3) = -68,15$$

La résolution de ce système donne :

$$M_2 = -5,7575 \text{ tm}$$

$$M_3 = -2,9375 \text{ tm}$$

En diminuant ces moments par $\frac{2}{3}$:

$$M_2 = -3,85 \text{ tm}$$

$$M_3 = -1,962 \text{ tm}$$

Surcharge

$$q = 0,12 \times 2,5 = 0,3 \text{ t/m}$$

$$M_2 = \frac{0,3}{2,35} \times (-5,7575) = -0,735 \text{ tm}$$

$$M_3 = \frac{0,3}{2,35} \times (-2,9375) = -0,375 \text{ tm}$$

Moments définitifs sur appuis

$$\begin{aligned} M_2 &= -4,585 \text{ tm} \\ M_3 &= -2,34 \text{ tm} \end{aligned}$$

Moments en travéeTravée 1-2Equation du moment isostatique:

$$M_i(x) = q \frac{Lx}{2} - q \frac{x^2}{2} = 2,6 \frac{4,7x}{2} - \frac{2,6x^2}{2}$$

$$M_i(x) = 6,11x - 1,3x^2$$

Equation du moment sur appui

$$M_a(x) = -0,976x$$

Equation du moment total

$$M_{\text{total}}(x) = -1,3x^2 + 5,134x$$

Moment maximum en travée

Il est obtenu en faisant $\frac{\partial M}{\partial x} = 0$; $-2,6x + 5,134 = 0$ d'où $x_0 = 1,974$

$$M_{\text{max}} = 5,07 \text{ tm}$$

Efforts tranchants

$$T_1 = 2,6 \frac{4,7}{2} - \frac{4,585}{4,7} = 6,11 - 0,976 = 5,135 \text{ t}$$

$$T_2 = 6,11 + 0,976 = 7,09 \text{ t}$$

Rezouillage

$$M_t = 5,07 \text{ tm}$$

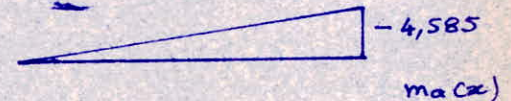
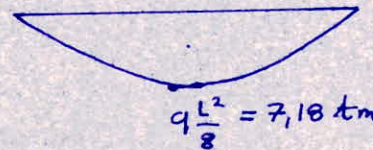
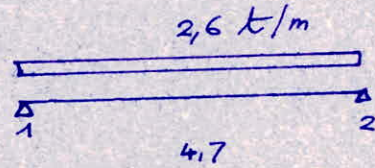
$$\mu_a = 5,3857$$

$$; a_n = 6,17$$

$$A = 5,06 \text{ cm}^2$$

$$3T12 + 3T10$$

$$(5,74 \text{ cm}^2)$$



Vérifications

$a_n = 7$; $\mu_a = 6,27$; $\eta = 0,45$

contrainte dans l'acier $\frac{\sigma_a}{n} = 160,34 < \frac{\overline{\sigma_a}}{n}$

contrainte dans le béton $\sigma'_b = \eta \frac{\sigma_a}{n} = 72,15 < \overline{\sigma'_b}$

Fleche

$\frac{h_t}{l} = 0,096 > \begin{cases} \frac{1}{16} \\ \frac{M_t}{10M_0} = \frac{5,07}{7,18 \times 10} = 0,0706 \end{cases}$

$\tilde{w} = \frac{A}{b_0 h} = \frac{5,74}{30 \times 41} = 0,00467 < \frac{43}{\overline{\sigma_{cm}}} = 0,0102$

Inutile de justifier la fleche

padres

$T = 7,09 t$

$\overline{\sigma_b} = 6,78 \text{ Kgf/cm}^2$

$\rho_a = 0,872$; $\overline{\sigma_{at}} = 2093 \text{ Kgf/cm}^2$

$e_0 = 20, \text{ cm}$

On prendra à l'appui un espacement de 18 cm

$T = 5,07 t$

$\overline{\sigma_b} = 4,85 \text{ Kgf/cm}^2$

$\rho_a = 0,9087$; $\overline{\sigma_{at}} = 2180,8 \text{ Kgf/cm}^2$

$t = 29,98 \text{ cm}$

On prendra à l'appui 1 un espacement de 25 cm.

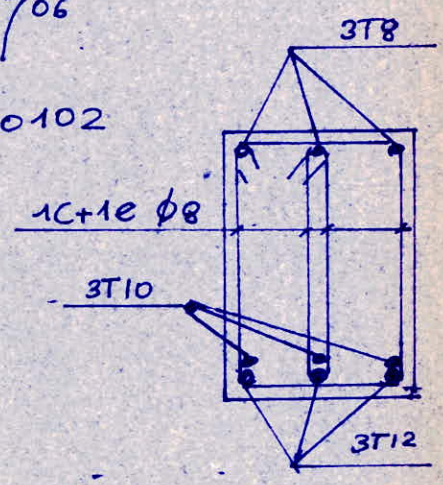
Vérification à l'entraînement des armatures

$T_{de} = \frac{T}{P \cdot Z}$

$p = 20,73 \text{ cm}$

$Z \approx 34,85$

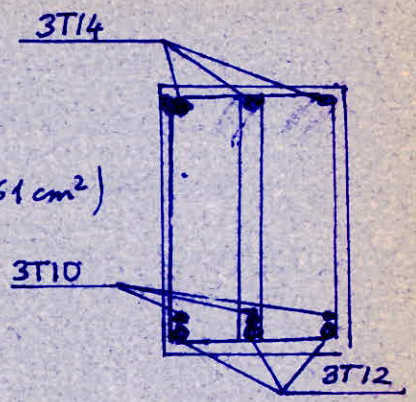
$T_{de} = \frac{7090}{20,73 \times 34,85} = 9,81 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{T_{de}} = 17,7 \text{ Kgf/cm}^2$



Aciers en chapeaux

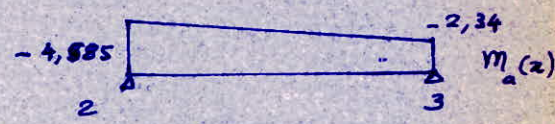
$M_2 = -4,585 \text{ tm}$
 $\mu_a = 4,87$; $a_m = 5,4$
 $\Delta = 4,428 \text{ cm}^2$

$3T14 = (4,61 \text{ cm}^2)$



Gravée 2-3

- équation du moment isostatique
 $m_i(x) = 6,11x - 1,3x^2$
- équation du moment d'appui
 $m_a(x) = 0,48x - 4,585$
- équation finale du moment
 $JJ_6(x) = 6,59x - 1,3x^2 - 4,585$
- JJ_6 oment maximum
 $x_0 = 2,5346 \text{ m}$



$JJ_6_{\text{max}} \approx 3,8 \text{ tm}$

Efforts tranchants

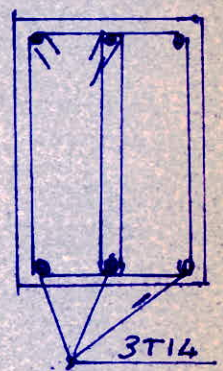
$T_2 = 6,11 + \frac{4,585 - 2,34}{4,7} \approx 6,59 \text{ t}$

$T_3 = 6,11 + \frac{2,34 - 4,585}{4,7} \approx 5,635 \text{ t}$

Ferraillage

$M = 3,8 \text{ tm}$
 $\mu_a = 4,036$; $a_m = 4,568$
 $\Delta = 3,75 \text{ cm}^2$

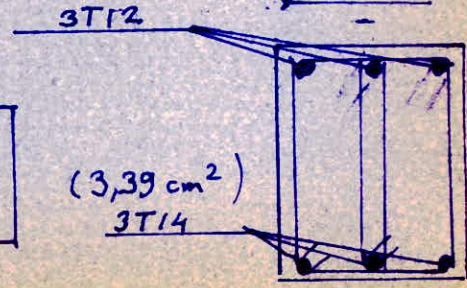
$3T14 (4,61)$



Aciers en chapeaux

$M = 2,34 \text{ tm}$
 $\mu_a = 2,485$; $a_m = 2,79$
 $\Delta = 2,29 \text{ cm}^2$

$3T12 (3,39 \text{ cm}^2)$



Cadres

$$T_2 = 6,59 t$$

$$\bar{\sigma}_b = 6,3 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\bar{\rho}_a = 0,881 ; \bar{\sigma}_{at} = 2115,1 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$t = 22 \text{ cm}$$

On prendra, à l'appui 2 $e_0 = 20 \text{ cm}$

$T_3 = 5,635 t$, on prendra de même $e_0 = 20 \text{ cm}$

Travée 3-4

• équation du moment statique

$$M_i(x) = 2,99x - 1,3x^2$$

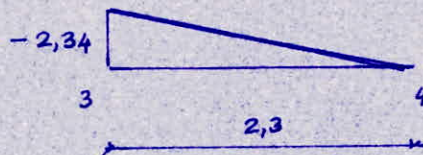
• équation des moments sur appui

$$m(a) = -1,018x$$

• équation finale

$$M_b = 1,983x - 1,3x^2$$

• Moment maximum : $x_0 = 0,7588 \text{ m}$



$$M_b \approx 0,8 t_m$$

Efforts tranchants

$$T_3 = q \frac{l}{2} + \frac{2,34}{2,3} = 2,6 \times \frac{2,3}{2} + 1,0174 = 2,99 + 1,0174 = 4 t$$

$$T_4 = 2,99 - 1,0174 = 1,98 \approx 2 t$$

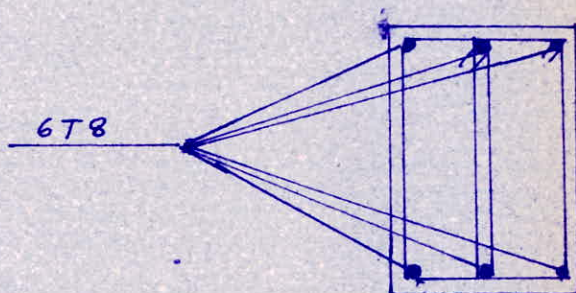
Ferraillage

En travée

$$M = 0,8 t_m$$

$$\mu_a = 0,85 ; \alpha_m = 0,893$$

$$\Delta = 0,74 \text{ cm}^2$$



$$3T8 \quad (1,5 \text{ cm}^2)$$

Aciers en chapeaux

$M_3 = 2,34$ 3T12
déjà calculé

charges

$$T_3 = 4t$$

$$I_b = 3,826 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_a = 0,978 \quad ; \quad \sigma_{at} = 2227 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t = 38,8 \text{ cm}$$

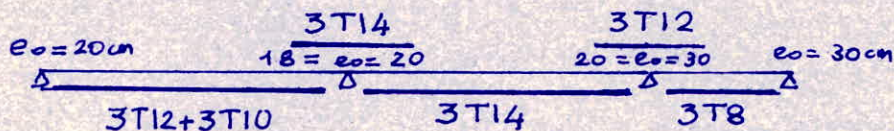
On prend un écartement, au plus égal à l'écartement admissible qui est: de

$$t = h \left(1 - 0,3 \frac{\sigma_b}{\sigma_b} \right) = 41 \left(1 - 0,3 \times \frac{3,82}{5,9} \right) = 33 \text{ cm}$$

A l'appui 3
ainsi qu'à l'appui 4

on prendra $e_0 = 30 \text{ cm}$

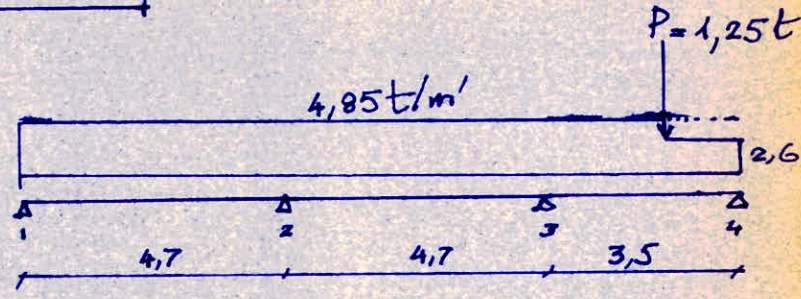
Schéma de la poutre IV



Poutre VI

(cf poutre VIII)

Le rapport de 2 travées $\frac{3,5}{4,7} = 0,77$ sat. de 4,7 l'intervalle (0,8;-1,25)
Sa aussi on calculera à l'aide des 3 moments



On décomposera le système précédent en 2 systèmes suivants :

Cas (1)

(cf poutre IV)

$$4M_2 + M_3 = -46,94$$

charge permanente

$$q = 4,85 - 0,12 \times 5$$
$$q = 4,25 \text{ t/m}$$

$$4M_2 + M_3 = -46,94$$

$$4,7M_2 + 16,4M_3 = -\frac{4,25}{4} (4,7^3 + 3,5^3)$$

$$4,7M_2 + 16,4M_3 = -155,85$$

La résolution donne :

$$M_2 = -10,08 \text{ tm}$$
$$M_3 = -6,61 \text{ tm}$$

Moments minorés ($\frac{2}{3}$)

$$M_2 = -6,72 \text{ tm}$$
$$M_3 = -4,4 \text{ tm}$$

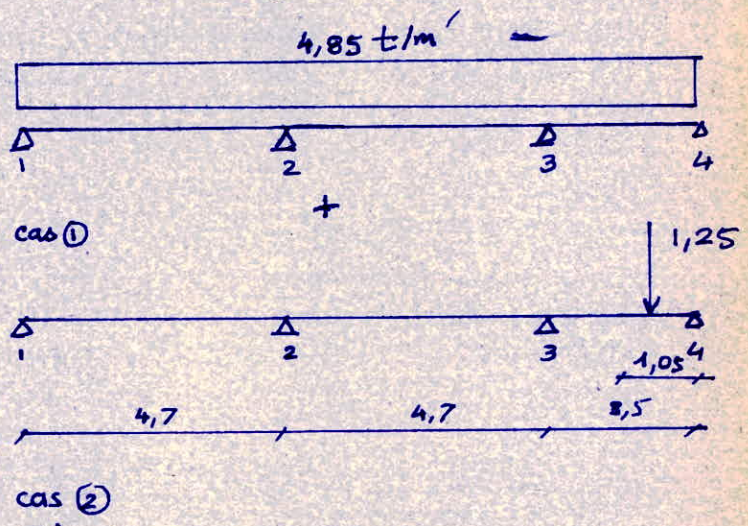
surcharge

$$q = 0,6 \text{ t}$$

$$M_2 = -0,95$$
$$M_3 = -0,62 \text{ t}$$

III Moments définitifs sur appuis

| |
|--------------------------|
| $M_2 = -7,67 \text{ tm}$ |
| $M_3 = -5,02 \text{ tm}$ |



Moments en travées.

Travée 1-2

• équation isostatique

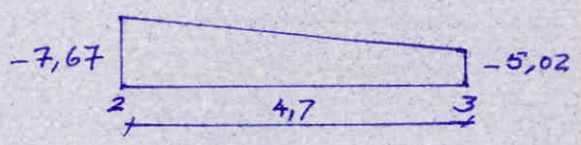
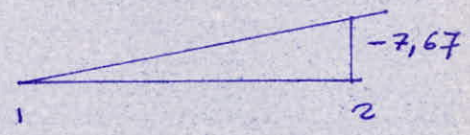
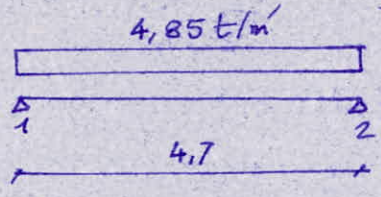
$$dli(x) = 11,4x - 2,425x^2$$

• équation du moment sur appui

$$ma(x) = -1,632x$$

• équation du moment total

$$M = 9,768x - 2,425x^2$$



Travée 2-3

• équation du moment d'appui

$$ma(x) = 0,563x - 7,67$$

Moment total

$$M = 11,763x - 2,425x^2 - 7,67$$

Travée 3-4

Moment isostatique

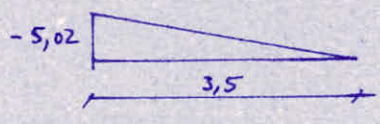
$$dli(x) = 8,49x - 2,425x^2$$

• Moment d'appui

$$ma(x) = -1,434x$$

Moments total

$$M = 7,056x - 2,425x^2$$



Efforts tranchants

Travée 1-2

$$T_1 = 11,4 - \frac{7,67}{4,7} = 11,4 - 1,63 = 9,77 \text{ t}$$

$$T_2 = 11,4 + 1,63 = 13,03 \text{ t}$$

Travée 2-3

$$T_2 = 11,04 + \frac{7,67 - 5,02}{4,7} = 11,04 + 0,56 = 11,964 \text{ t}$$

$$T_3 = 11,4 - 0,56 = 10,84 \text{ t}$$

Travée 3-4

$$T_3 = 8,49 + \frac{5,02}{3,5} = 8,49 + 1,434 = 9,93 \text{ t}$$

$$T_4 = 8,49 - 1,434 = 7,056 \text{ t}$$

CAS 2

Appuis 1.2.3

$$4M_2 + M_3 = 0$$

Appuis 2.3.4

$$4,7M_2 + 16,4M_3 = -6 \times \frac{1,25 \times 2,45 \times 1,05}{2 \times 3,5} \left(\frac{2,45 \times 1,05}{3,5} + \frac{2,45^2}{3 \times 3,5} + \frac{2 \times 1,05^2}{3 \times 3,5} \right)$$

$$4,7M_2 + 16,4M_3 = -4,18$$

La résolution de ce système donne:

$$M_2 = +0,07 \text{ tm}$$

$$M_3 = -0,275 \text{ tm}$$

Insérons ces moments ($\frac{2}{3}$):

$$M_2 = +0,047 \text{ tm}$$

$$M_3 = -0,1834 \text{ tm}$$

III Moments en travées

• Travée 1-2

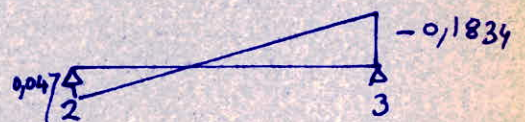
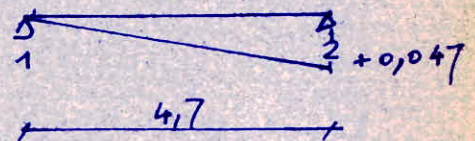
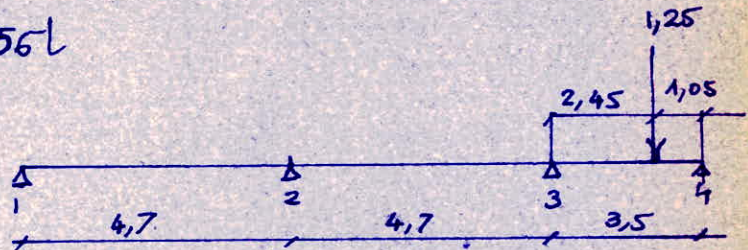
• équation du moment total

$$I\bar{I}b = 0,01x$$

• Travée 2-3

• équation du moment total

$$I\bar{I}b(x) = -0,049x + 0,047$$



Travée 3-4

- équation du moment d'appui

$$m_a(x) = -0,0524x$$

- équation du moment isostatique

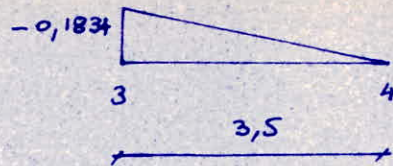
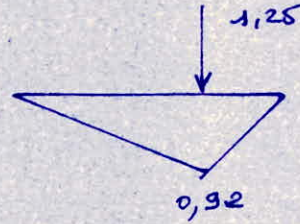
$$d_{li}(x) = 0,825x \quad (si \quad 0 \leq x \leq 1,05)$$

$$e_{li}(x) = +0,375(3,5-x) \quad [1,05 \leq x \leq 3,5]$$

- équation générale

$$JJ\bar{b}(x) = 0,8226x \quad (0 \leq x \leq 1,05)$$

$$JJ\bar{b}(x) = 0,3226x \quad (1,05 \leq x \leq 3,5)$$


 $m_a(x)$
Efforts tranchantsTravée 1-2

$$T_1 = \frac{0,047}{4,7} = 0,01t$$

$$T_2 = -0,01t$$

Travée 2-3

$$T_2 = -\frac{0,047+0,1834}{4,7} = -0,049t$$

$$T_3 = +0,049t$$

Travée 3-4

- équation de l'effort tranchant isostatique

$$T(x) = 0,375 \quad (x < 2,45)$$

$$= 0,8226 \quad (x > 2,45)$$

- équation de l'effort tranchant dû aux moments

$$T_3 = \frac{0,1834}{3,5} = +0,0524t$$

$$T_4 = -0,0524t$$

SUPERPOSITION des CAS 1 et 2

Travée 1-2

Moments sur appuis

$$M_2 = -7,67 + 0,047 = \underline{-7,623 \text{ tm}}$$

Moments en travée

Equation finale : $II\bar{M}(x) = 9,768x - 2,425x^2 + 0,01x$

$$II\bar{M}(x) = -2,425x^2 + 9,758x$$

II\bar{M} max : $x_0 = 1,97525$

$$II\bar{M} = 9,82 \text{ tm}$$

Efforts tranchants

$$T_1 = 9,77 + 0,01 = 9,78 \text{ t}$$

$$T_2 = 13,03 - 0,01 = 13,02 \text{ t}$$

Travée 2-3

Moments sur appuis

$$M_3 = -5,02 - 0,1834 = \underline{-5,2034 \text{ tm}}$$

Moments en travée

Equation finale : $II\bar{M}(x) = -2,425x^2 + (11,763 - 0,049)x + 0,047 - 7,67$

$$II\bar{M}(x) = -2,425x^2 + 11,714x - 7,623$$

II\bar{M} max : $x_0 = 2,41525$

$$II\bar{M} = 6,6 \text{ tm}$$

Efforts tranchants

$$T_2 = 11,964 - 0,049 = 11,915 \text{ t}$$

$$T_3 = 10,84 + 0,049 = 10,889 \text{ t}$$

Exercice 3-4

Moment sur appui

$$M_3 = -5,2034 \text{ tm}$$

Moments en travée

- Equation finale : \bullet $JJb(x) = 7,056x - 2,425x^2 + 0,85x \quad (0 \leq x \leq 1,05)$
 $JJb(x) = 7,906x - 2,425x^2$
- \bullet $JJb(x) = 7,056x - 2,425x^2 + 0,375 \times 3,5 - 0,375x \quad (1,05 \leq x \leq 3,5)$
 $JJb(x) = -2,425x^2 + 6,681x - 1,3125$

Moment maximum

$$x_0 = 1,63$$

$$JJb_{max} \approx 6,5 \text{ tm}$$

$$x_0 = 1,375$$

$$JJb \approx 3,29 \text{ tm}$$

$JJb_{max} = 6,5 \text{ tm}$

Efforts tranchants

$$T_3 = (9,93t + 0,375) \cdot 10,305t + 0,0524 = 10,358t$$

$$T_4 = 7,056 + 0,8226 - 0,0524 = 7,83t$$

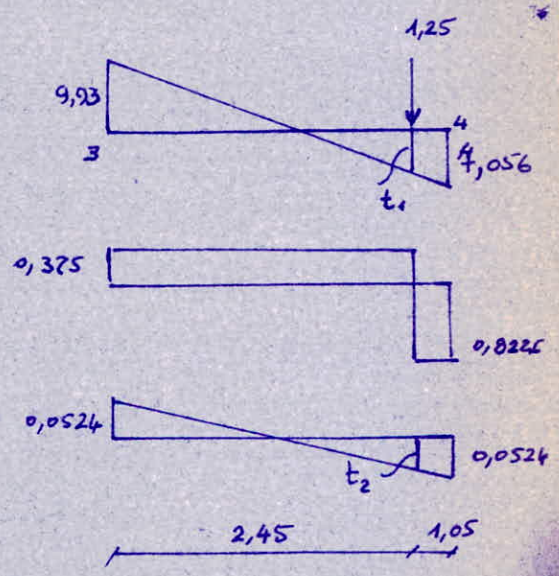
Au niveau de la charge concentrée

$$T = t_1 + 0,8226 + t_2$$

$$t_1 = 1,96t$$

$$t_2 = 0,0314$$

$$T = 2,82t$$



Ferrailage

Travée 1-2

$M = 9,82 \text{ tm}$
 $\mu_a = 10,43 ; a_n = 12,05$
 $A = 9,88 \text{ cm}^2$

$3T16 + 3T14$ (10,64)

Vérifications des contraintes

$a_n = 12,976 ; \eta = 0,66 ; \mu_a = 11,25$

Contrainte dans l'acier $\frac{\sigma_a}{n} = 173,09 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma_a/n}$

Contrainte dans le béton $\sigma^b = \eta \frac{\sigma_a}{n} = 0,66 \times 173,09 = 114,3 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma^b}$

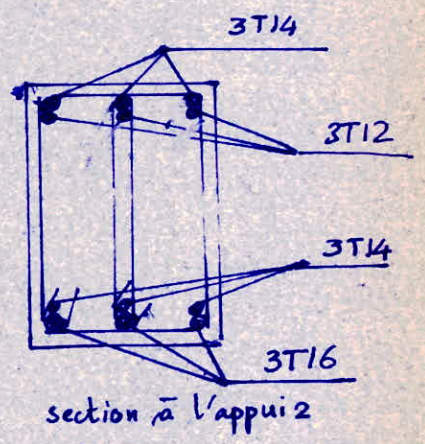
Aciers en chapeaux

$M_2 = -7,623 \text{ tm}$
 $\mu_a = 8,0978 ; a_n = 9,2$
 $A = 7,55 \text{ cm}^2$

$3T12 + 3T14$ (8 cm²)

Vérifications

$A_n = 9,756 ; \mu_a = 8,6 ; \eta = 0,55$
Aciers $\frac{\sigma_a}{n} = 175,77 \text{ Kgf/cm}^2 < \overline{\sigma_a/n}$
Béton $\sigma^b = 96,7 < \overline{\sigma^b}$



padres

$T_2 = 13,02 \text{ t} ; \overline{\sigma^b} = 12,454 \text{ Kgf/cm}^2$
 $T_1 = 9,78 \text{ t} ; \overline{\sigma^b} = 9,355 \text{ Kgf/cm}^2$

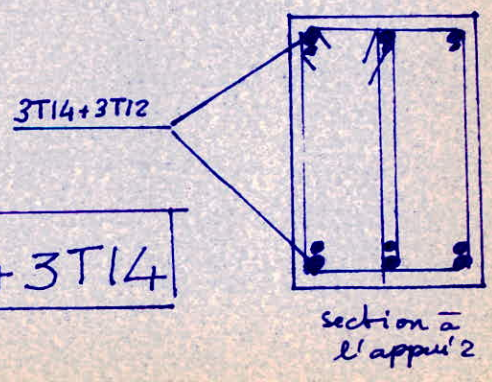
a l'appui 1 $e_0 = 12 \text{ cm}$

a l'appui 2 $e_0 = 8 \text{ cm}$

Travée 2-3

$M = 6,6 \text{ tm}$
 $\mu_a = 7,01 ; a_n = 8,127$
 $A = 6,67 \text{ cm}^2$

$3T12 + 3T14$



Aciers en chapeaux

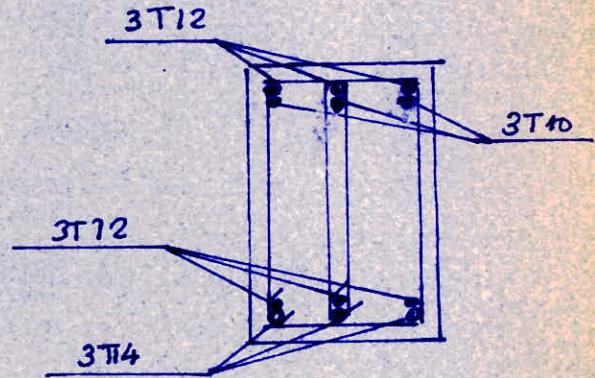
$M_3 = 5,2034 \text{ tm}$
 $\mu_a = 5,527$; $a_n = 6,172$
 $A = 5,06 \text{ cm}^2$

$3T10 + 3T12 \quad (5,74 \text{ cm}^2)$

badres

$T \approx 12 \text{ t}$
 on prendra à l'appui 2 aussi
 qu'à l'appui 3

$e_0 = 8 \text{ cm}$



Creavée 3-4

$M = 6,5 \text{ tm}$

$3T14 + 3T12$

badres

$T_3 = 10,358 \text{ t}$; $\tau_b = 9,907 \text{ Kg/cm}^2$
 $T_4 = 7,83 \text{ t}$; $\tau_b = 7,5 \text{ Kg/cm}^2$

A l'appui 3 $e_0 = 10 \text{ cm}$

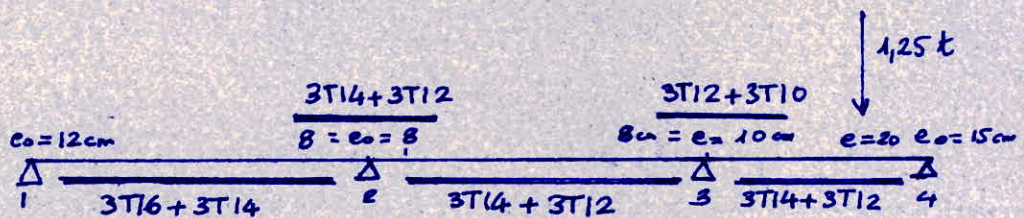
A l'appui 4 $e_0 = 15 \text{ cm}$

Au niveau de la charge concentrée

$T \approx 3 \text{ t}$, $\tau_b = 2,87 \text{ Kg/cm}^2$

mètre des espacement de 20 cm

Schéma de la poutre VI



Etude des Poteaux

Charge sur poteau

La charge revenant à chaque poteau est obtenue en faisant la somme, de la part de plancher qui lui revient, du poids propre du poteau, du poids propre des poutres qui reposent sur lui.
 Pour déterminer la part de plancher relative à un poteau, il faut évaluer la surface d'influence qui le sollicite.

Les surfaces sont consignées dans le tableau suivant où :
 Les poteaux d'angle sont désignés par la lettre A
 Les poteaux de rive par la lettre R
 Les poteaux intérieurs par la lettre I

Poteaux d'angle A_i

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|--|
| A _i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| S _{m²} | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 3,25 | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 6,25 | 18,75 | 6,25 | 6,25 | |

Poteaux de rive R_i

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| R _i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| S _{m²} | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 9,5 | 9,5 | 12,5 | 12,5 |
| R _i | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | |
| S _{m²} | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | 12,5 | | |

Poteaux intérieurs I_i

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| I _i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| S _{m²} | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 22 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | |

Pour déterminer la charge due au plancher sur chaque poteau, il suffit de multiplier la charge par m² du plancher par la surface d'influence de chaque poteau donc :

$$0,9 \times 5$$

Poids propre des poteaux

Nous prendrons des poteaux de 30x30 sauf à l'endroit des joints où nous prendrons des poteaux de 40x30. Nous supposons que la longueur de chaque poteau fait 6m du plancher aux fondations:

- Le poids propre d'un poteau 30x30 est donc:
 $0,3 \times 0,3 \times 6 \times 2,5 = 1,35 \text{ t}$
- Le poids propre d'un poteau 40x30 est:
 $0,4 \times 0,3 \times 6 \times 2,5 = 1,8 \text{ t}$

Poids propre par mètre de poutre

$0,3 \times 0,45 \times 1 \times 2,5 = 0,3375 \text{ t}$

Charge due au plancher

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| A_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N(t)$ | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 3,42 | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 5,625 | 16,9 | 5,625 | 5,625 |

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|-------|
| R_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $N(t)$ | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 9,55 | 8,55 | 11,25 |

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| R_i | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| $N(t)$ | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 | 11,25 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|----|------|------|------|------|------|------|
| I_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N(t)$ | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 20 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 | 22,5 |

Charge due au poids-propre du poteau

Sous les poteaux font 30x30 (donc 1,35t) sauf les poteaux $A_4, A_5, A_6, A_9, A_{10}, A_{14}, R_{21}, R_{22}, R_{23}, R_{24}$ qui font 20x30 (0,9t), R_{19}, R_{20}, R_7, R_8 .

Charge due au poids-propre des poutres

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N(t)$ | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,29 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 2,53 | 1,69 | 1,69 |

| | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| R_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $N(t)$ | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,13 | 2,33 | 2,53 |
| R_i | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| $N(t)$ | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 | 2,53 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| I_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N(t)$ | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 | 1,69 |

La charge totale sur chaque poteau sera obtenue en faisant la somme des 3 cas de charge précédents. Les premiers poteaux intermédiaires verront leur charge totale majorée de 10% s'il s'agit de plus de 2 traverses et de 15% s'il s'agit de deux traverses.

Charge totale sur chaque poteau

a. Poteaux d'angle A_i

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| A_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N(t)$ | 8,7 | 8,7 | 8,7 | 8,7 | 8,3 | 8,3 | 6,1 | 8,7 | 8,3 | 8,3 | 8,7 | 22,8 | 8,7 | 8,7 |
| | | | | | | | | | | | | 22,8 | | |

b. Poteau de rive R_i

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| R_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $N_i(t)$ | 22,7 | 15,2 | 15,2 | 22,7 | 15,2 | 15,2 | 16,72 | 16,72 | 16,72 | 13,25 | 12,25 | 15,2 |
| R_i | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| $N_i(t)$ | 16,72 | 16,72 | 16,72 | 15,2 | 16,72 | 15,2 | 16,72 | 15,2 | 14,7 | 14,7 | 14,7 | 14,7 |

c. Poteaux intérieurs I_i

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------|-------|------|-------|-------|------|------|-------|------|------|------|-------|------|----|
| I_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $N_i(t)$ | 38,35 | 38,35 | 28,1 | 25,55 | 25,55 | 28,1 | 28,1 | 25,05 | 28,1 | 28,1 | 28,1 | 25,55 | 28,1 | |

Flambement

Pour ne pas tenir compte du flambement, il faut que soit vérifié:

$$14,4 a \geq l_c$$

$$\text{or on a } a = 30 \text{ cm}$$

On supposera le poteau articulé à ses 2 extrémités sur une longueur de 5 m, donc:

$$l_c = 5 \text{ m}$$

$14,4 \times 30 = 4,32 \text{ m} < l_c = 5 \text{ m}$ il y a lieu de faire intervenir le flambement

Calcul de λ

$$\lambda = \frac{l_c}{i} = \frac{l_c}{\sqrt{I/A}} = \frac{500}{\sqrt{\frac{30^4}{12 \times 30}}} = 57,74$$

Calcul de K

$$K = 1 + 5 \left(\frac{\lambda}{50} - 1 \right)^{3/2} = 1,304$$

NB, On doit multiplier le tableau des charges totales par 1,304

Ferrailage des poteaux

Nous commencerons par étudier les poteaux intérieurs que nous considérerons comme soumis uniquement à la compression simple. Les poteaux seront calculés conformément à l'article 32 du CBA 68

Poteau intérieur le plus chargé I₁

enrobage $c = 2 \text{ cm}$

Vérification de la section minimum de béton B

B doit vérifier la condition $B \geq 0,57 \frac{N \times K}{\sigma_{b0}}$

$$0,57 \times \frac{1,304 \times 38,35 \cdot 10^3}{68,7} \ll B = 30 \times 30 = 900 \quad (\text{vérifié})$$

Calcul de la section d'acier longitudinal

$$A_s \geq \frac{1}{n} \left(\frac{KN}{\sigma'_s} - B \right) = \frac{1}{15} \left(\frac{1,304 \times 38350}{68,7} - 900 \right) < 0$$

cette formule est insuffisante.

Poteaux I₁, I₂

On calcule l'acier par: $Al \geq \frac{1,25}{1000} \theta_1 \theta_2 \theta_3 \frac{KN}{\sigma_{b0}}$

Poteau interieur $\theta_1 = 1$

$$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c} = 1 + \frac{500}{4 \times 30 - 2 \times 2} = 5,31$$

$$Al \geq 1,906 \times 5,31 \times \frac{1,304 \times 38,35}{68,7} = 7,3672 \text{ cm}^2$$

4 T16

(8,04 cm²)

Vérification de la section maximale d'acier Al

Al doit vérifier: $Al \leq \frac{B}{20}$

$$\frac{B}{20} = \frac{900}{20} = 45 \text{ cm}^2 \gg 8,04 \text{ cm}^2$$

Armatures transversales

Nous prendrons du $\phi 6$

Espacement des cadres

$$t = \min \begin{cases} t_1 = (100 \phi_t - 15 \phi_{l_{max}}) \left(2 - \frac{\sigma_b}{\sigma_{b0}}\right) \\ t_2 = 15 \phi_{l_{min}} \left(2 - \frac{\sigma_b}{\sigma_{b0}}\right) \end{cases}$$

$$\phi_t = 6 \text{ mm}, \phi_{l_{max}} = \phi_{l_{min}} = 16 \text{ mm}$$

$$\sigma_b = \frac{KN}{B + nAl} = \frac{1,304 \times 38350}{900 + 15 \times 8,04} = 49 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t_1 = (100 \times 6 - 15 \times 16) \left(2 - \frac{49}{68,7}\right) = 463,2 \text{ mm}$$

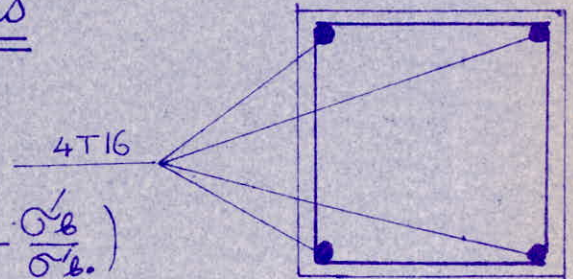
$$t_2 = 15 \times 16 \left(2 - \frac{49}{68,7}\right) = 308,8 \text{ mm}$$

On prendra des espacements égaux à 25 cm

Longueur de recouvrement et longueur d'ancrage

$$l \geq 0,6 l_d = 0,6 \times 42 \phi = 0,6 \times 42 \times 16 = 403,2 \text{ mm}$$

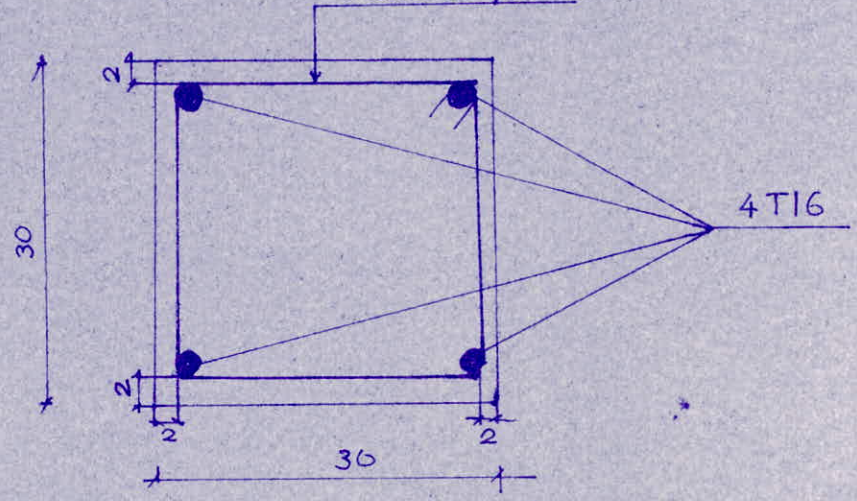
l = 40 cm



Nombre de courbes d'armatures dans la zone de recouvrement

$$V = \max \left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 0,4 \frac{\phi_{elmax}^2}{\phi_t^2} \cdot \frac{\sigma_{enl}}{\sigma_{en}} \end{array} \right. = 0,4 \times \frac{16^2}{6^2} \times \frac{4200}{2400} = 4,9$$

On mettra dans la zone de recouvrement 5 cadres, 1 cadre $\phi 6$ $t = 25$ cm



Vu que les efforts sur les poteaux intérieurs ne sont pas considérablement différents, nous ferons tous les poteaux intérieurs de la même façon.

Mais il est préférable d'en calculer quelques uns pour voir les différences.

Poteaux I₃; I₆; I₇; I₉; I₁₀; I₁₁; I₁₃

$$N = 28,1t \quad ; \quad KN = 36,65t$$

Acier longitudinal $A_l \geq 1,906 \times 5,31 \times \frac{36,65}{68,7} = 5,4 \text{ cm}^2$

4 T14

(6,15 cm²)

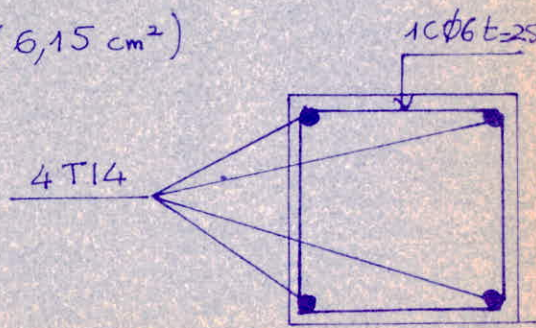
Armatures transversales

$\phi 6$

$$\sigma/b = \frac{36,65 \cdot 10^3}{900 + 15 \times 6,15} = 36,94 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t_1 = 55,5 \text{ cm}$$
$$t_2 = 29,8 \text{ cm}$$

t = 25 cm



Poteaux I₄; I₅; I₈; I₁₂

$N = 25,55t$; $KN = 33,3t$

Acier longitudinal

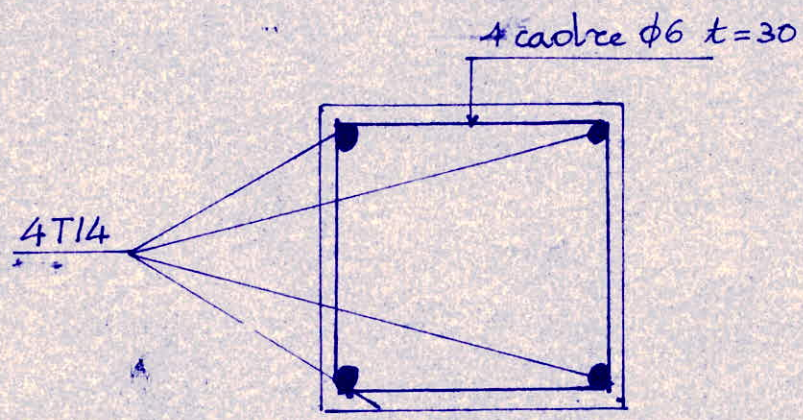
$Al = 4,91cm^2$

4 T14

Acier transversal

$\sigma/b = \frac{33300}{300 + 15 \times 6,15} = 33,56 \text{ Kg/cm}^2$

t = 30 cm



Armatures de recouvrement

$\bar{V} = 4$

Poteaux de Rive R₁

R₁, R₄

$N = 22,7t ; KN = 29,6t ; \theta_1 = 1,4$

$Al \geq 1,906 \theta_1 \theta_2 \frac{NK}{\sigma'_b}$

$\theta_2 = 1 + \frac{500}{4 \times 30 - 2.2} = 5,31$

$Al \geq 1,906 \times 1,4 \times 5,31 \times \frac{1}{68,7} \frac{KN(t)}{cm^2} = 0,206 KN(t) = 0,2686 N(t)$

$Al \geq 6,097 cm^2$

4T16

(8,04 cm²)

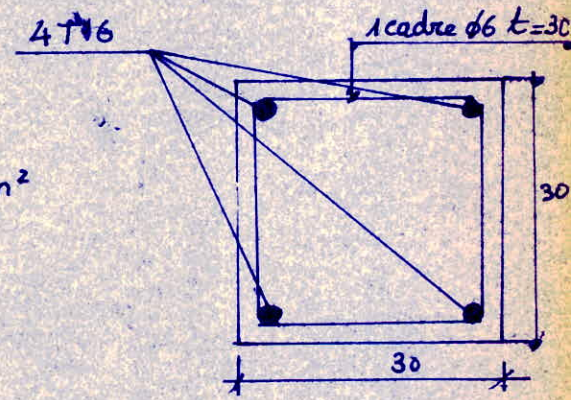
Armatures transversales

$\phi 6$
 $t \leq 15 \times 16 \left(2 - \frac{\sigma'_b}{68,7} \right)$

$\sigma'_b = \frac{NK}{B + nAl} = \frac{29,6 \cdot 10^3}{900 + 15 \times 8,04} = 29 \text{ Kg/cm}^2$

$v = 5 (cf I_1, I_2)$

t = 30cm



R₂,

R_{2,3,5,6,7,8,9,12,13,14,15,16,17,18,19}

On prendra pour tous :
 $N = 16,72t ; KN = 21,8t$

$Al \geq 5,86 cm^2$

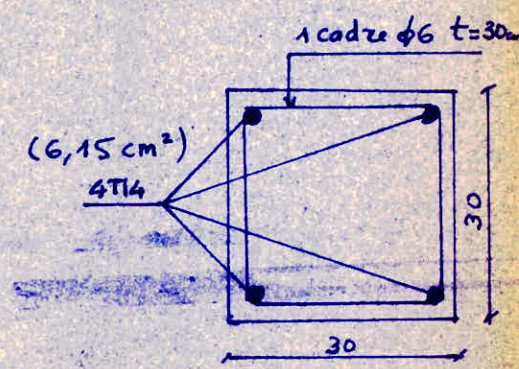
4T14

(6,15 cm²)

Armatures transversales

$\sigma'_b = \frac{21,8 \cdot 10^3}{900 + 15 \times 6,15} \approx 22 \text{ Kg/cm}^2$

t = 30cm

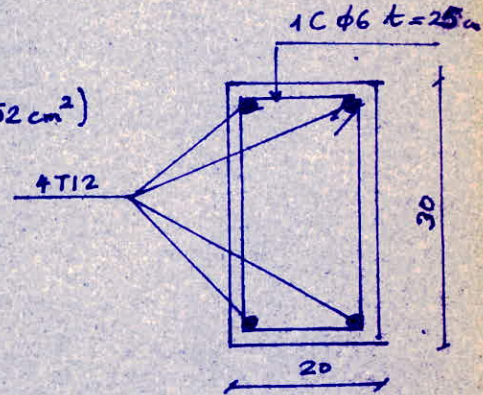


$v = 4$

$R_{21}, R_{22}, R_{23}, R_{24}$

$N = 14,7t$; $KN = 19,2t$
 $Al \geq 3,948 \text{ cm}^2$

$4T12$ ($4,52 \text{ cm}^2$)



Armatures transversales

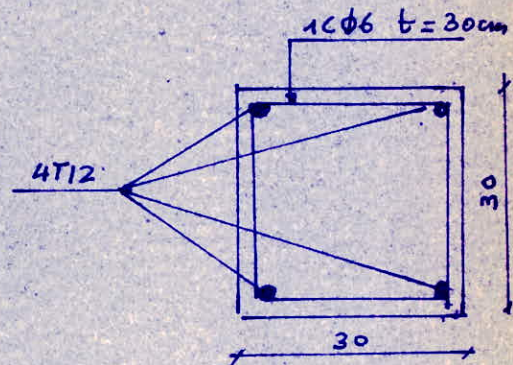
$\sigma'_b = \frac{19,2 \cdot 10^3}{30 \times 20 + 15 \times 4,52} = 28,76 \text{ Kgf/cm}^2$

$t = 25 \text{ cm}$

R_{10}, R_{11}

$N = 13,25t$, $KN = 17,28t$
 Al

$4T12$



Armatures transversales

$\sigma'_b = 16 \text{ Kgf/cm}^2$

$t = 30 \text{ cm}$

Poteaux d'angle A_i

$\theta_1 = 1,8$

$A_{1,2,3,8,11,13,14}$

$N = 8,7t$; $KN = 11,35t$
 $Al = 2,33 \text{ cm}^2$. On recommande de mettre, des $\phi \geq 12 \text{ mm}$

$4T12$

Armatures transversales

$\sigma'_b = 10,51 \text{ Kgf/cm}^2$

$t = 30 \text{ cm}$

$A_{4,5,6,9,10}$

$N = 8,7$, $KN = 11,35t$

$4T12$

Armatures transversales

$\sigma'_b = \frac{11,35 \cdot 10^3}{600 + 15 \times 4,52} = 17 \text{ Kgf/cm}^2$

$t = 30 \text{ cm}$

A₇

N = 6,1t ; KN = 7,96t

Al : 4T12

Armatuzes transversales

t = 30 cm

$\sigma'_b = 8,22 \text{ Kgf/cm}^2$

A₁₂

N = 22,8t ; KN = 29,73t

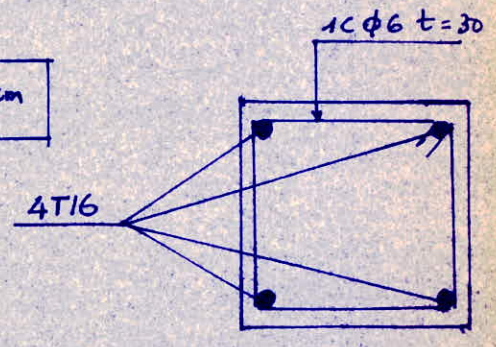
4T16 (8,04 cm²)

$Al \geq \frac{1,8}{1,4} \times 0,2686 \times 22,8 = 7,87 \text{ cm}^2$

Armatuzes transversales

t = 30 cm

$\sigma'_b = 29,13 \text{ Kgf/cm}^2$



FONDACTIONS

Contrainte du sol $\bar{\sigma}_s = 1,6 \text{ Kgf/cm}^2$

Contraintes admissible des aciers

a. III méthode des bielles

$$\bar{\sigma}_a = \frac{3}{5} \quad \bar{\sigma}_{en} = \frac{3}{5} \times 4200 = 2520 \text{ Kgf/cm}^2$$

b. III méthode de RDM

$$\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \quad \bar{\sigma}_{en} = \frac{2}{3} \times 4200 = 2800 \text{ Kgf/cm}^2$$

Dimensions de la semelle

Si la semelle supporte un poteau rectangulaire $a \times b$, elle doit être rectangulaire et des dimensions A, B , telles que:

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b} = k$$

Charges sur la semelle

Elle supporte la charge apportée par le poteau, le poids des terres au dessus ainsi que la charge apportée par les longrines et son poids propre.

Longrines

La longrine se calcule, comme une poutre.

Charges sur la longrine

La longrine la plus chargée (longrine extérieure) supporte son poids propre et le poids du mur situé au dessus.

Prenons une longrine $30 \times 60 \text{ cm}$.

Poids - propre : $0,3 \times 0,6 \times 2,5 = 0,45 \text{ t/m}$

Poids du mur : $0,3 \times 5 \times 1,8 = 2,7 \text{ t/m}$

$$q = 3,25 \text{ t/m}$$

$$bh/100 = 30 \times 55 / 100 = 16,5$$

$$bh^2/100 = 907,5$$

Longrine x

$$M_0 = q \frac{l^2}{8} = 3,25 \times \frac{4,75^2}{8} = 9,17 \text{ tm}$$

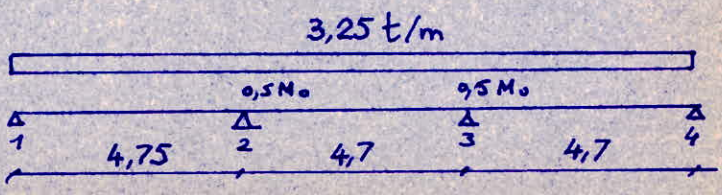
Travées 1-2 et 3-4

$$M_t = 0,9 M_0 = 8,253 \text{ tm}$$

$$M_2 = 4,54 \text{ tm}$$

$$\text{Travée } M_t = 8,253 \text{ tm}$$

$$\mu_a = 4,87 \quad ; \quad \alpha_n = 5,444$$



$A = 5,99 \text{ cm}^2$

$3T12 + 3T14 \quad (8 \text{ cm}^2)$

En chapeaux $M_2 = 4,54 \text{ tm}$; $\mu_0 = 2,67$; $a_n = 2,95$

$A = 3,245 \text{ cm}^2$

$3T12 \quad (3,39 \text{ cm}^2)$

Efforts tranchants

$T_1 = q \frac{L}{2} = 3,25 \times \frac{4,75}{2} = 7,72 \text{ t}$

$T_2 = 1,1 T_1 \approx 8,5 \text{ t}$

cadres

1 cadre + 1 étrier $\phi 6$

$\bar{\sigma}_b = 6,06 \text{ Kgf/cm}^2$; $f_a = 0,085$; $\bar{\sigma}_{at} = 2126 \text{ Kgf/cm}^2$

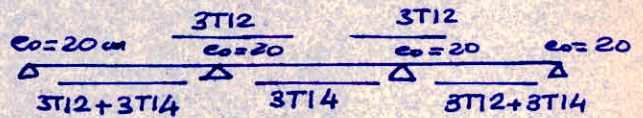
On prendra à l'appui, un espacement $e_0 = 20 \text{ cm}$

travée 2-3

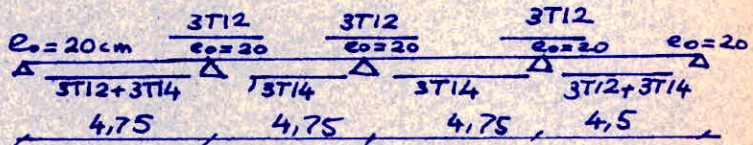
$M_t = 0,7 M_0 = 6,42 \text{ tm}$; $\mu_a = 3,789$; $a_n = 4,167$; $A = 4,58 \text{ cm}^2$

$3T14 \quad (4,61 \text{ cm}^2)$

Schéma de la longrine IX



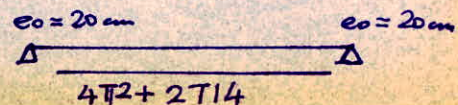
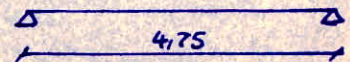
Longrine IX



Longrines 3,4

$M_t = 9,17 \text{ tm}$; $\mu_a = 5,4$; $a_n = 5,565$; $A = 6,12 \text{ cm}^2$

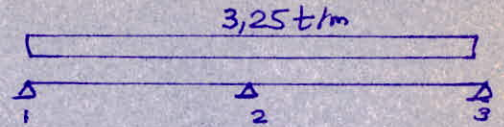
$4T12 + 2T14 \quad (7,59 \text{ cm}^2)$



Longzine 2

$M_t = 0,85 M_0 = 7,8 \text{ tm}$; $\mu_a = 4,6$; $a_n = 5,216$
 $A = 5,73 \text{ cm}^2$

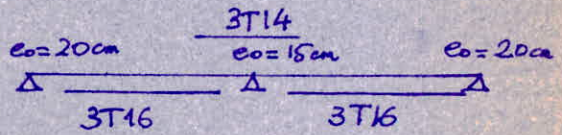
3T16 ($6,03 \text{ cm}^2$)



Chapeaux

$M_2 = 0,6 M_0 = 5,5 \text{ tm}$; $\mu_a = 3,24$; $a_n = 3,61$
 $A = 3,97 \text{ cm}^2$

3T14 ($4,61 \text{ cm}^2$)



Efforts tranchants

$T_1 = 7,72 \text{ t}$
 $T_2 = 1,5 \times 7,72 = 11,58 \text{ t}$

$T_{b1} = 5,5 \text{ Kg/lcm}^2$; $\int_a = 0,896$; $\bar{\sigma}_{at} = 2151,2 \text{ Kg/lcm}^2$; $t = 26 \text{ cm}$

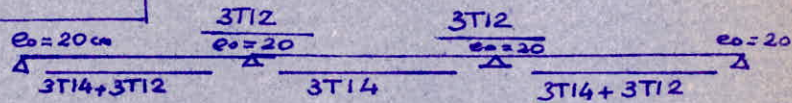
$e_0 = 20 \text{ cm}$

$T_{b2} = 8,256 \text{ Kg/lcm}^2$; $\int_a = 0,8445$; $\bar{\sigma}_{at} = 2026,8475 \text{ Kg/lcm}^2$

$e_0 = 15 \text{ cm}$

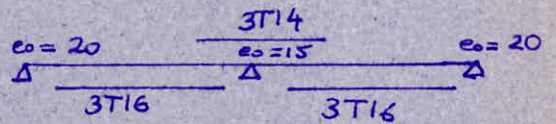
Longzine 1

cf longzine X



Longzine I

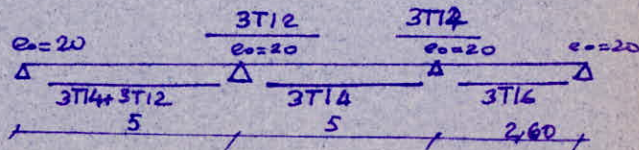
cf longzine 2



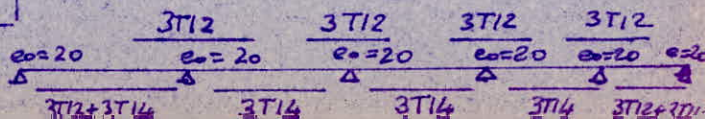
Longzine 5

identiques à la longzine I

Longzine IV



Longzine III



Toutes les autres longrines seront ferrées de la même façon

FONDATEIONS

Semelles : Les semelles seront indicées de la même façon que les poteaux qu'elles supportent. Ainsi la semelle qui supporte le poteau d'angle A_8 sera appelée A_8

Semelles A_8

Poteau A_8 : 30×30 , charge du poteau $N = 11,35t$ ($1,304 \times 8,7$)
Charge apportée par les longrines : $2 \times 7,72 = 15,44t$
Poids des terres

Prédimensionnement On utilisera les charges du poteau et des longrines
 $N = 26,79t$

Notre semelle aura une surface S telle que : $S = \frac{N}{\sigma_b} = \frac{26790}{1,6} = 16743 \text{ cm}^2$
 ce sera une semelle carrée de $1,30 \times 1,30 \text{ m}$

Condition d'effet tranchant : La hauteur totale sera telle que
 $ht \geq \frac{B-b}{4} = \frac{1,3-0,3}{4} = 25 \text{ cm}$
 Prenons $ht = 30 \text{ cm}$

Poids propre de la semelle : $16743 \cdot 10^{-4} \times 0,3 \times 2,5 = 1,25t$

Poids des terres : $16743 \cdot 10^{-4} \times 1,5 \times 1,6 = 4t$

Charge totale sur la semelle $Q \approx 32t$

La base de A_8 sera $S = \frac{Q}{\sigma_b} = \frac{32000}{1,6} = 20000 \text{ cm}^2$

ce sera une semelle carrée de $1,45 \times 1,45 \text{ m}$

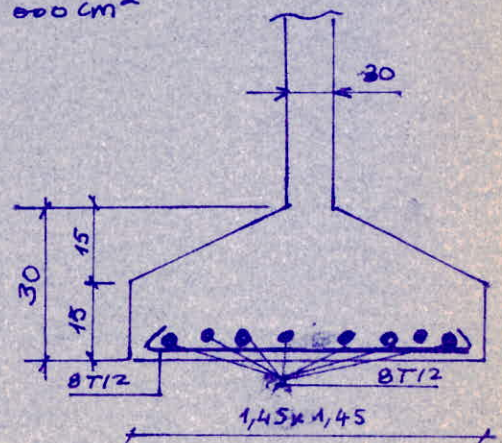
Ferraillage

On utilise la méthode des briques donc $\bar{\sigma}_a = 2520 \text{ Kg/cm}^2$

$$F_x = \frac{Q(B-b)}{8(ht-d_1)} ; F_y = \frac{Q(B-b)}{8(ht-d_2)}$$

$$d_1 = 3,5 \text{ cm} ; d_2 = 5 \text{ cm}$$

$$F_x = \frac{32000(145-30)}{8(30-3,5)} = 17358 \text{ Kg} ; F_y = \frac{32000(145-30)}{8(30-5)} = 18400 \text{ Kg}$$

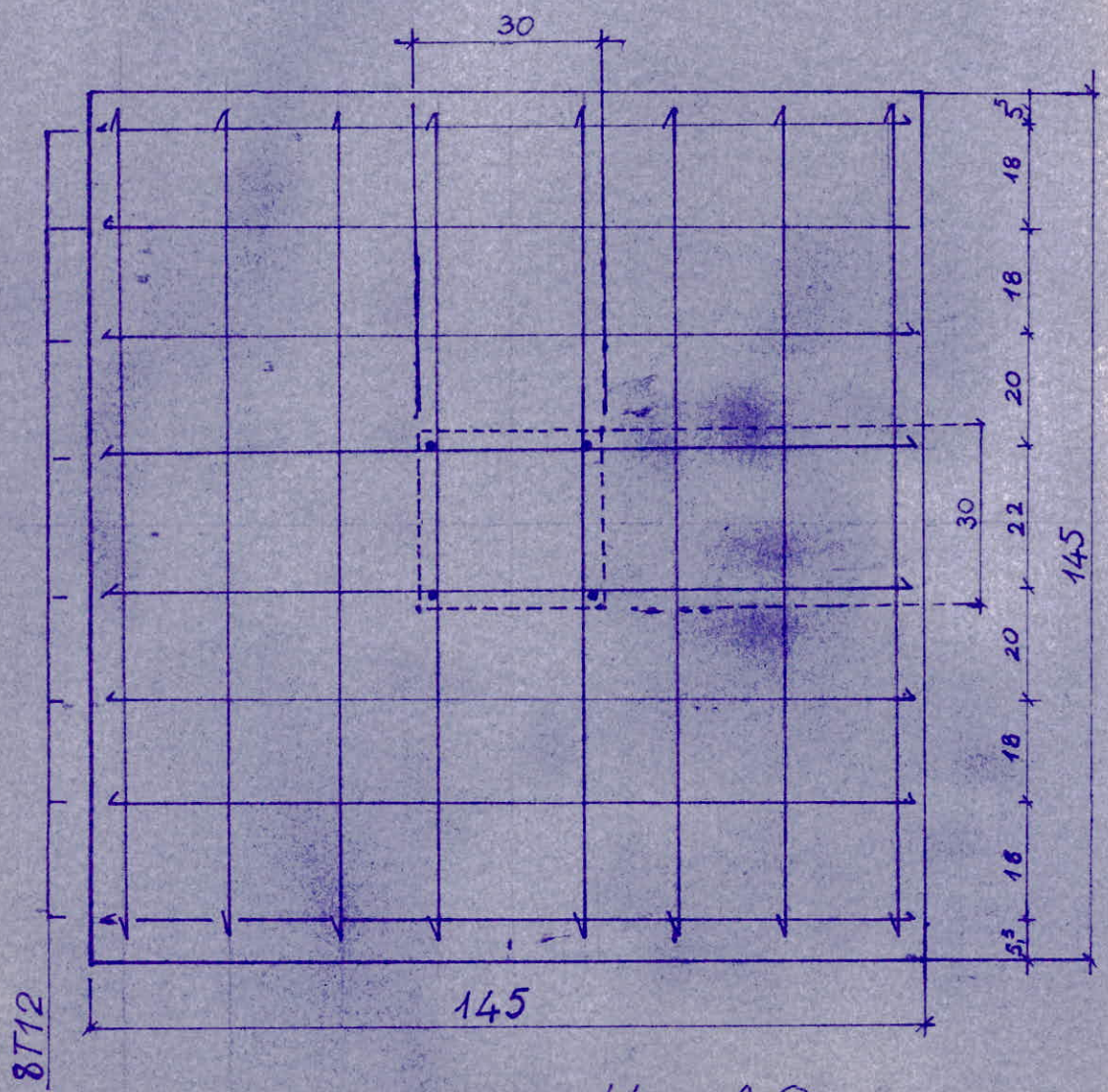


La section d'acier dans chaque sens est donnée par: $A = \frac{F}{\sigma_a} = \frac{F}{2520}$
 $A_x = 6,89 \text{ cm}^2$; $A_y = 7,30 \text{ cm}^2$

Pour ne pas mettre de crochets, à nos armatures, on doit choisir des diamètres tels que $\phi \leq \frac{16}{\sigma_a} \cdot B(\text{mm})$, donc $\phi \leq \frac{16,6}{2520} \times 1450 = 9 \text{ mm}$

On sera obligé de mettre des crochets, puisque si l'on prend des $\phi 8$, on en aura 14.

Pour les sections A_x et A_y on mettra: 8T12 ($9,04 \text{ cm}^2$)



semelles A_8, A_7, A_1, A_2
 A_{11}, A_{13}

Semelles A₉₋₁₀, A₄₋₁₄, A₅₋₆,

ce sont les semelles situées au niveau des joints. Elles supportent 2 poteaux.

Charges apportées par les poteaux : $1,304 (2 \times 8,7) = 22,68t$
 Charges dues aux longrines : $3 \times 7,72 = 23t$
 Charge du sol (poids des terres) : $4t$
 Poids propre de la semelle : $1,25t$

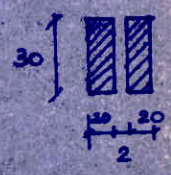
Charge totale $Q \approx 51t$

Base de la semelle $S = \frac{Q}{\sigma_s} = \frac{51000}{1,6} = 31875 \text{ cm}^2$

ce sera une semelle rectangulaire A x B avec $A = kB$ ou $k = \frac{a}{b}$

$a = 30$, $b = (2 \times 20 + 2) = 42 \text{ cm}$
 $k = \frac{30}{42} = 0,714$

$S = A \times B = kB^2 = 0,714 \times B^2 = 31875 \text{ cm}^2$
 d'où $B = 2,15 \text{ m}$ et $A = 1,55 \text{ m}$



Ferrailage

$F_x = \frac{51000(215-42)}{8(ht-3,5)}$

$ht \geq \frac{215-42}{4} = 43,25 \text{ cm}$
 $ht = 45 \text{ cm}$

$F_x = \frac{51000(215-42)}{8(45-3,5)} = 26575 \text{ Kg}$

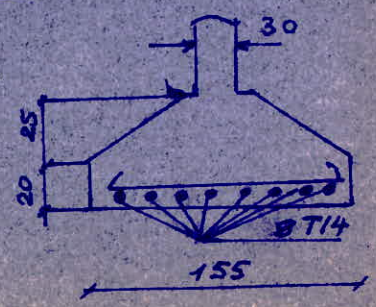
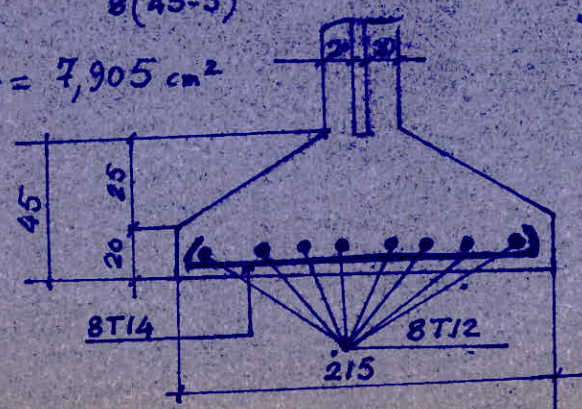
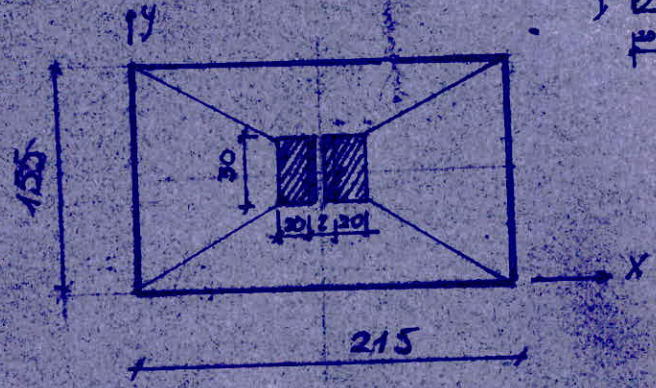
$A_x = 10,54 \text{ cm}^2$

8T14

$F_y = \frac{51000(155-30)}{8(45-5)} = 19921,9 \text{ Kg}$

$A_y = 7,905 \text{ cm}^2$

8T12



Semelles A₁₂

Poteau: 1,304 x 22,8 = 29,7t
 Songrines: = 15,5t
 Semelles = 1,25t
 Terres = 4t

$$Q \approx 51t$$

Poteau carré 30x30

Base de la semelle $S = 31875 \text{ cm}^2$; $1,80 \times 1,80 \text{ m}$

Ferraillage

$$F_x = \frac{51000(180-30)}{8(ht-3,5)} = \frac{51000(180-30)}{8(40-3,5)} = 26198 \text{ Kg}$$

$$ht \geq \frac{180-30}{4} = 40 \text{ cm}$$

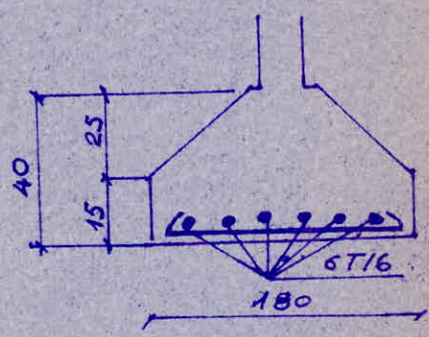
$$A_x = \frac{26198}{2520} \approx 10,4 \text{ cm}^2$$

6T16 (12,06cm²)

$$F_y = \frac{51000(180-30)}{8(40-5)} = 27321,5 \text{ Kg}$$

$$A_y = 10,84 \text{ cm}^2$$

6T16



Semelles R₁, R₂

Poteau 30x30 22,7
 Songrines 15,5t
 Semelle 1,25t
 Terres 4t

$$Q \approx 51t$$

même semelle que A₁₂

Semelles R_{5,6,7,8,9;12;13,14,15,16,17,18}

Poteau carré 30x30 : 1,304 x 16,72 = 21,8
 Songrines 15,5
 Semelle 1,25
 Terres 4t

$$Q \approx 42,6t$$

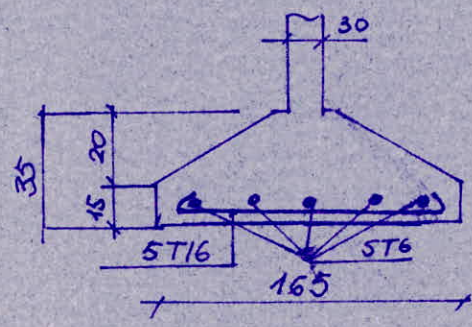
Base de la semelle : $S = \frac{42600}{1,6} = 26625 \text{ cm}$ donc semelle carree 1,65x1,65 m

Ferraillage

$F_x; ht \geq \frac{165-30}{4} = 35 \text{ cm}$

$F_x = \frac{42600(165-30)}{8(35-3,5)} = 22821,5 \text{ Kg}$; $A_x = \frac{22821,5}{2520} = 9,056 \text{ cm}^2$ 5T16

$F_y = \frac{42600(165-30)}{8(35-5)} = 23962,5 \text{ Kg}$; $A_y = 9,51 \text{ cm}^2$ 5T16



Semelle R_{10,11}

- Poteau carré 30x30 1,304 x 13,25 = 17,3t
- Songuines 15,5t
- Semelle 1,25t
- Terres 4t

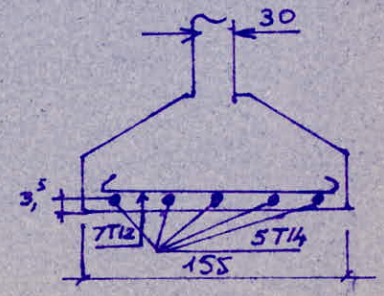
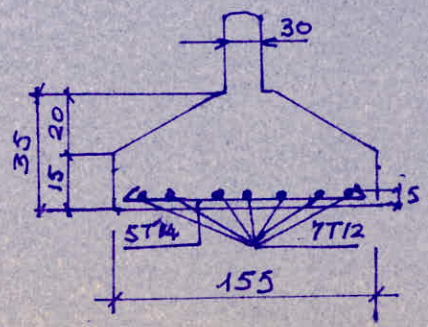
Q = 38t

Base de la semelle $S = \frac{38000}{1,6} = 23750 \text{ cm}^2$ donc semelle carree 1,55x1,55 m

Ferraillage

$ht \geq \frac{155-30}{4} = 35 \text{ cm}$

$F_x = 18849,2 \text{ Kg}$; $A_x = 7,48 \text{ cm}^2$ 5T14 (7,69 cm²)
 $F_y = 19791,67 \text{ Kg}$; $A_y = 7,854 \text{ cm}^2$ 7T12 (7,91)

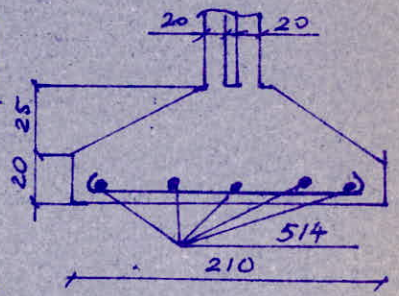


Semelles R_{22-23}, R_{21-24}

Elles se situent au niveau du joint F, elles supportent 2 poteaux
 Charges apportées par les 2 poteaux rectangulaires $30 \times 20 = 1,304 \times 2 \times 14,7 = 38,4t$
 Longrines $\approx 5t$
 Semelle $1,25t$
 Terres $4t$

$Q = 48,7t$

Base de la semelle $S = 30437,5 \text{ cm}^2$
 semelle rectangulaire $A \times B = k B^2$ avec
 $k = \frac{a}{b} = 0,714$ (cf semelle A9-10), d'où $B = 2,10 \text{ m}$
 $A = 1,50 \text{ m}$
 $ht \geq \frac{210 - 42}{4} = 45 \text{ cm}$

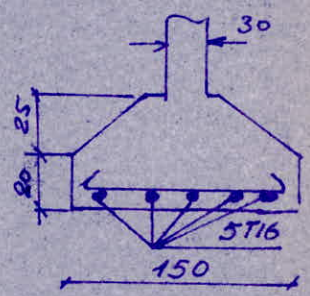


Ferraillage

$$F_x = \frac{48700 (210 - 42)}{8(45 - 3,5)} = 24643,37 \text{ Kg} ; A_x = 9,78 \text{ cm}^2$$

$$F_y = \frac{48700 (150 - 30)}{8(45 - 5)} = 18262,5 \text{ Kg} ; A_y = 7,247 \text{ cm}^2$$

$A_x = 5T16$
 $A_y = 5T14$



Semelle R₁₉

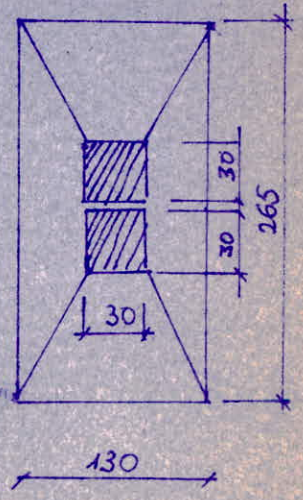
Elle se situe au niveau du joint 13, elle supporte 2 poteaux
 Poteaux: $1,304 (8,7 + 16,72) = 33,15t$
 Longrines: $15,5t$
 Semelle $1,25t$
 Terres $4t$

$Q = 54t$

Base $S = 33750 \text{ cm}^2 = k B^2$ avec $k = \frac{a}{b} = \frac{30}{62} = 0,484$

$B = 2,65 \text{ m}$
 $A = 1,30$

$$ht \geq \frac{265 - 62}{4} = 50,75 ; ht = 55 \text{ cm}$$

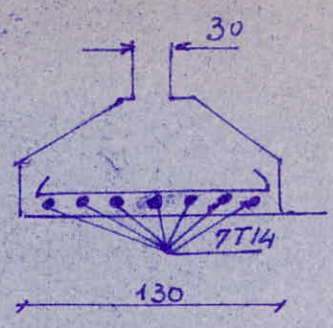
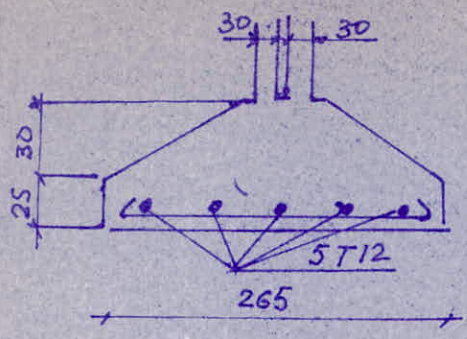


Ferraillage

$$F_x = 26606,8 \text{ Kg} ; A_x = 10,6 \text{ cm}^2$$

$$F_y = 13500 \text{ Kg} ; A_y = 5,38 \text{ cm}^2$$

$7T14$
 $5T12$



Semelles I₁, I₂

Poteau : 1,304 (38,35) = 50t
 Longrines = 5t
 Semelle 1,25t
 Terre 4t

$Q \approx 60,3t$

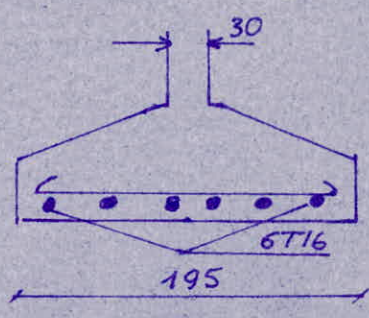
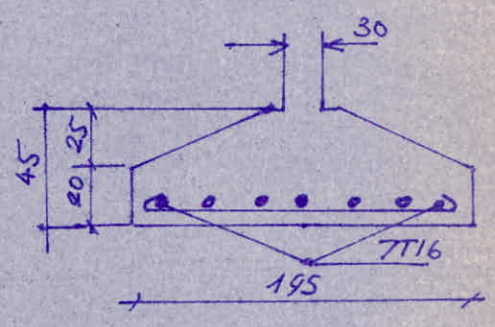
Base : $S = 37687,5 \text{ cm}^2$, semelle carrée $1,95 \times 1,95 \text{ m}$

ht = 45 cm

Fezraillage

$F_x = 29968,4 \text{ Kg}$; $A_x = 11,9 \text{ cm}^2$
 $F_y = 31092,2$; $A_y = 12,33 \text{ cm}^2$

6T16
7T16



Semelles I_v

Poteau : 1,304 (28,1) 36,64
 Longrines 5t
 Semelle 1,25t
 Terres 4t

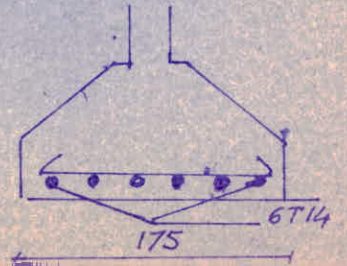
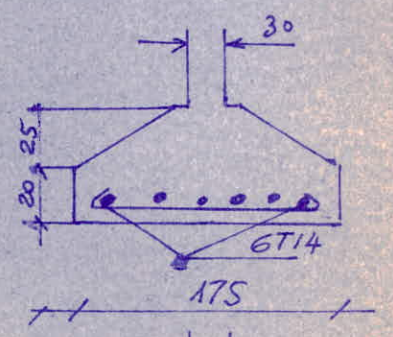
$Q \approx 46,9t$

Base : $S = 29312,5 \text{ cm}^2$ $1,75 \times 1,75 \text{ m}$

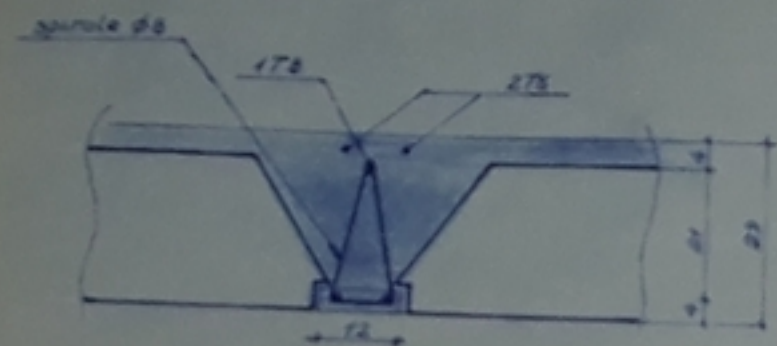
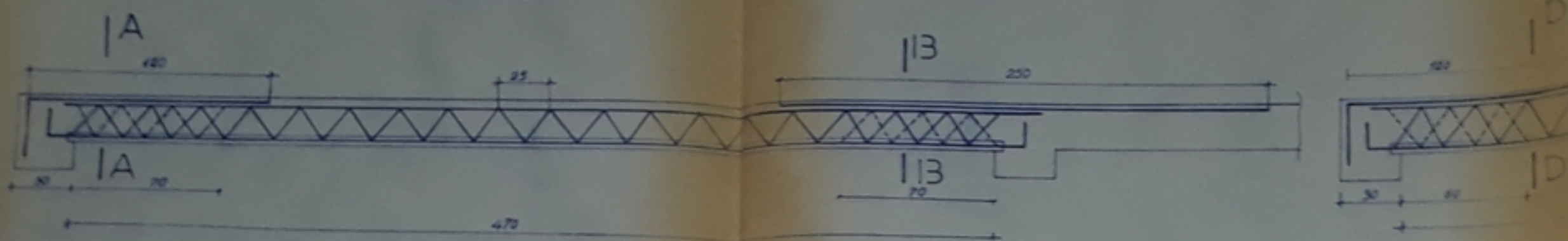
Fezraillage

$F_x = 20483,45 \text{ Kg}$; $A_x = 8,13 \text{ cm}^2$
 $F_y = 21254,6 \text{ Kg}$; $A_y = 8,43 \text{ cm}^2$

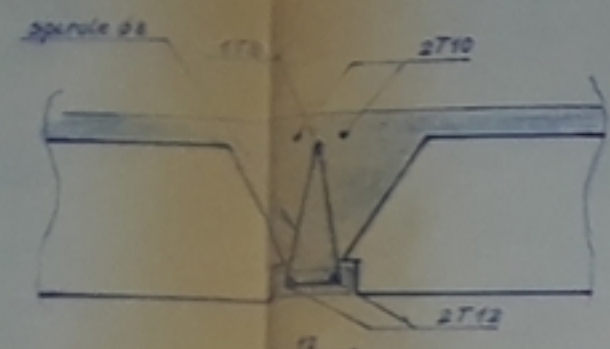
6T14
6T14



TYPE 1

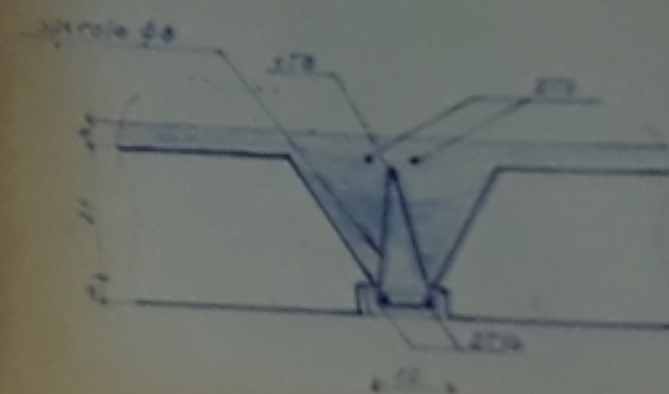
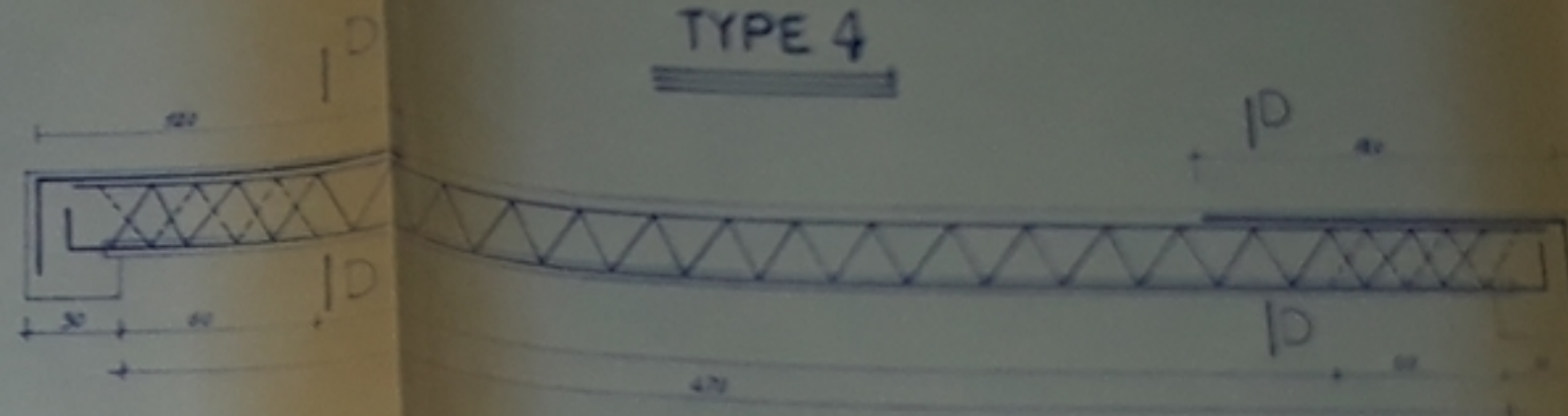


coupe A-A



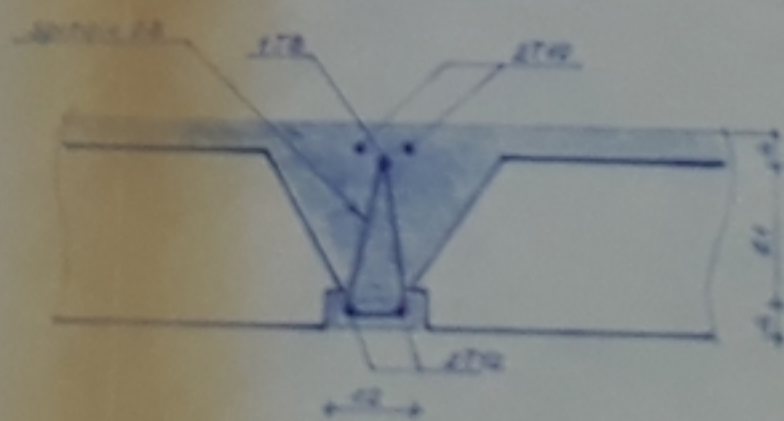
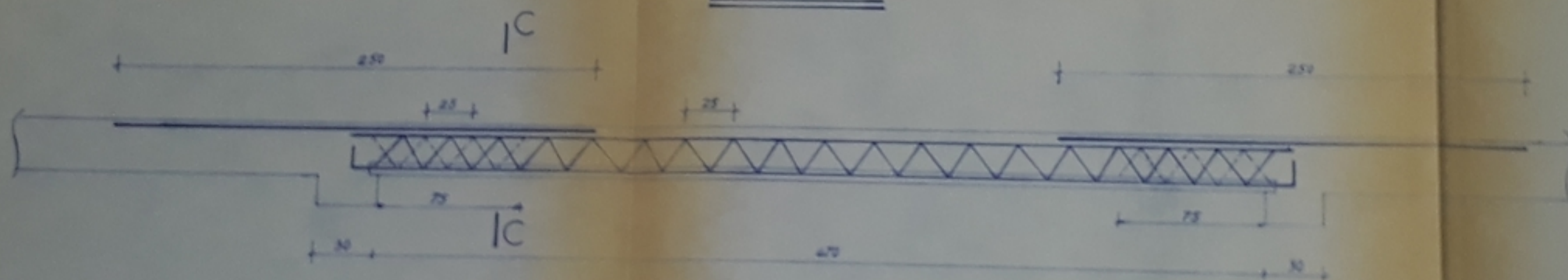
coupe B-B

TYPE 4



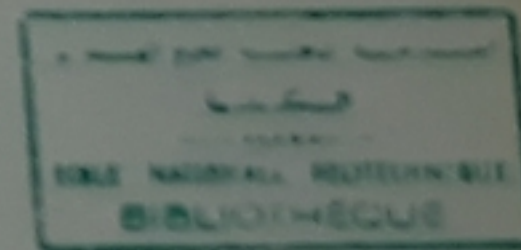
coupe D-D

TYPE 2



coupe C-C

POUTRELLES 25+4



UNIVERSITE D'ALGER
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 DEPARTEMENT GENIE CIVIL
 THESE DE FIN D'ETUDES
 salle de sports (voiles plissés)
 et annexes

FERRAILLAGE

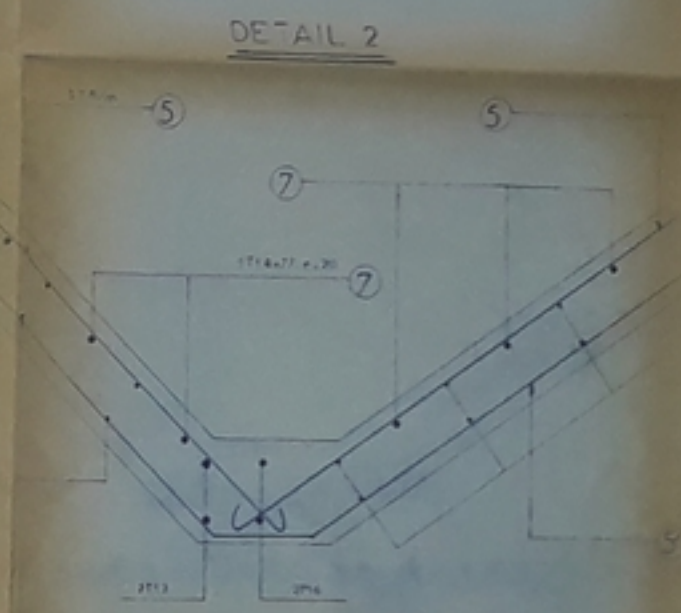
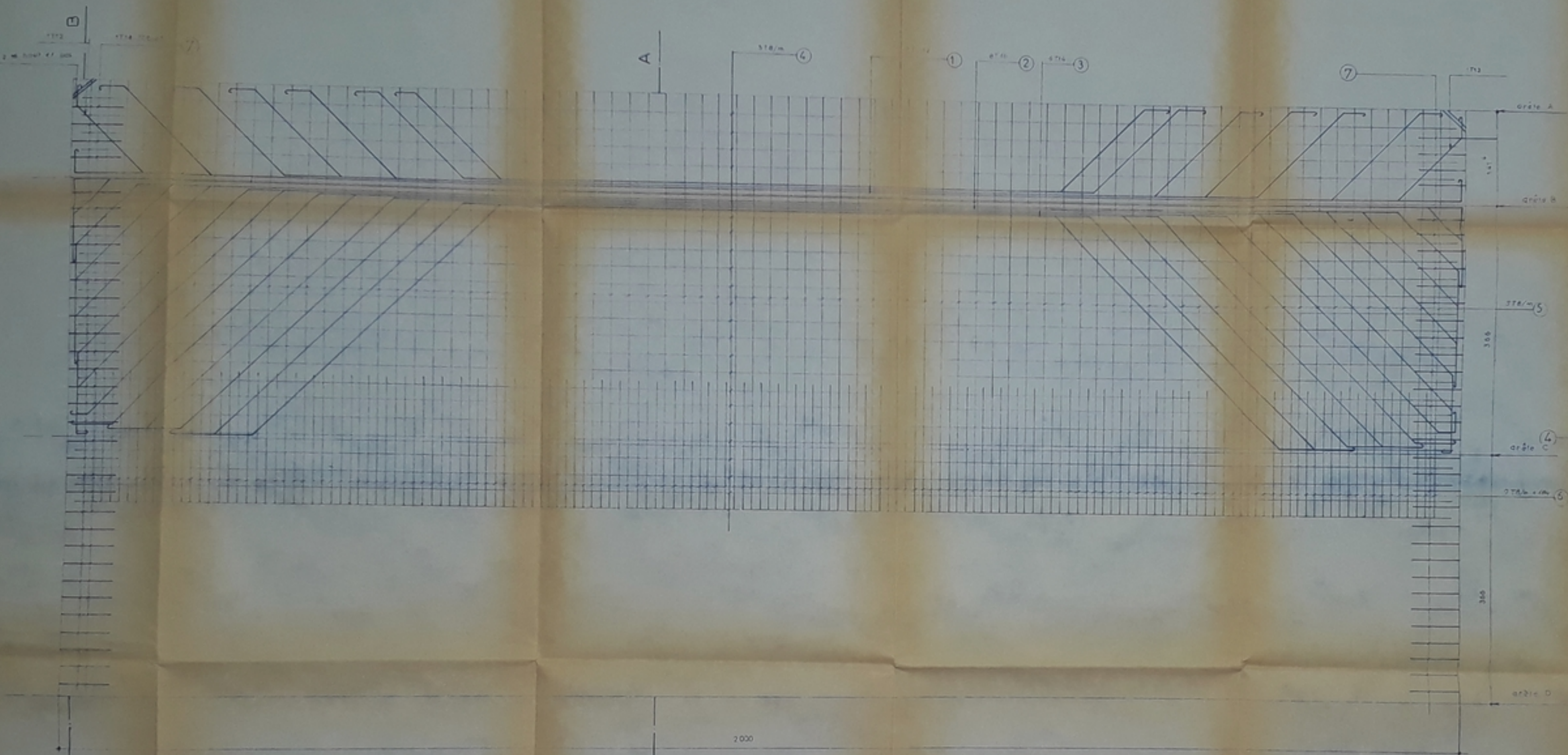
POUTRELLES

CHAPITRE 125.175

MAI 1975

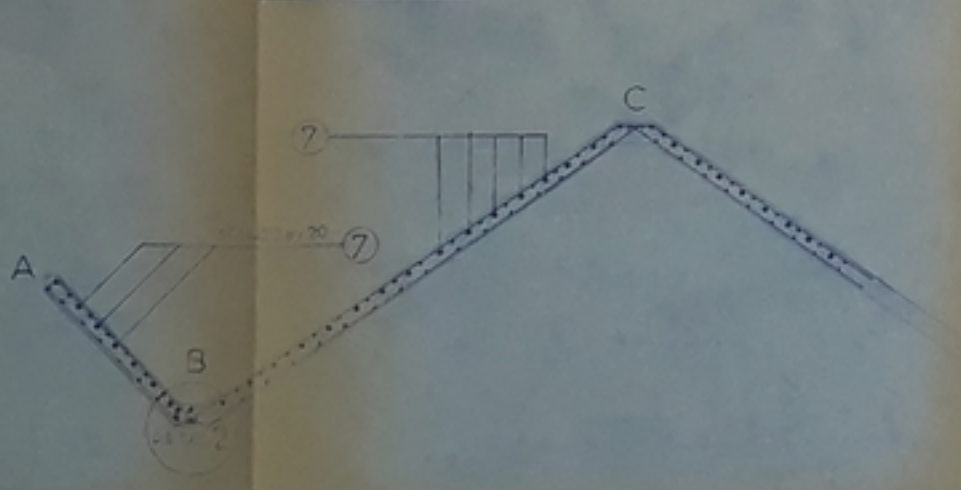
BOULEVARD TASSADIT

— NOTA —
 béton dosé à 350 kg/m³ CPA 325
 acier TOR $G_{en} = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ $\phi = 20$
 acier doux $G_{en} = 2400 \text{ kgf/cm}^2$

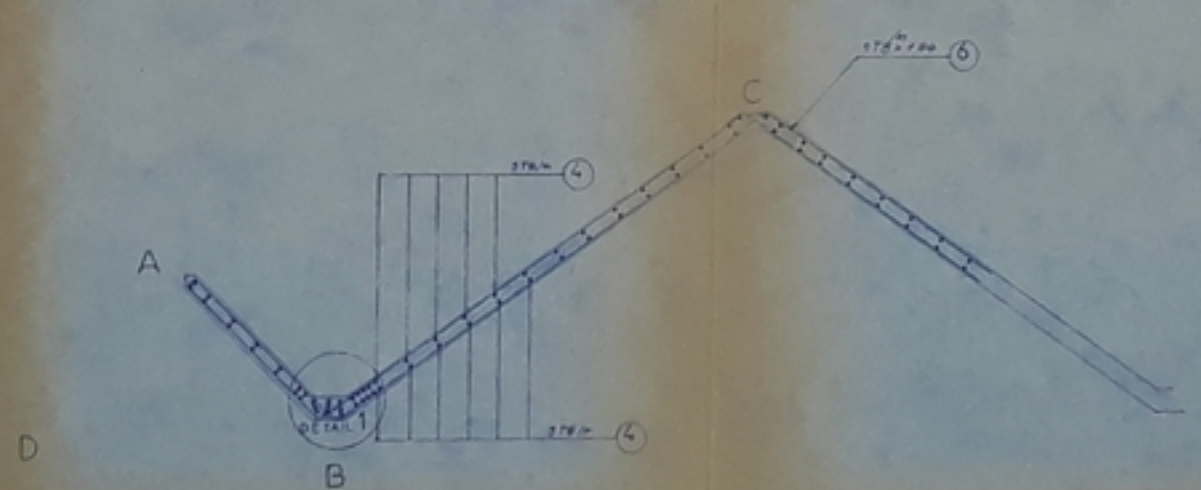


St 800 80

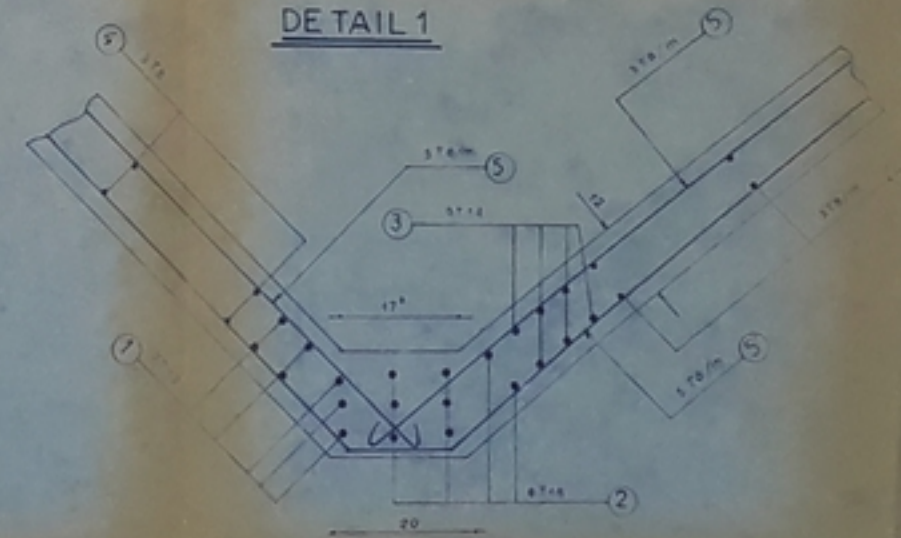
COUPE - BB



COUPE A-A



DETAIL 1



UNIVERSITE D'ALGER
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 département génie civil
 THESE DE FIN D'ETUDES

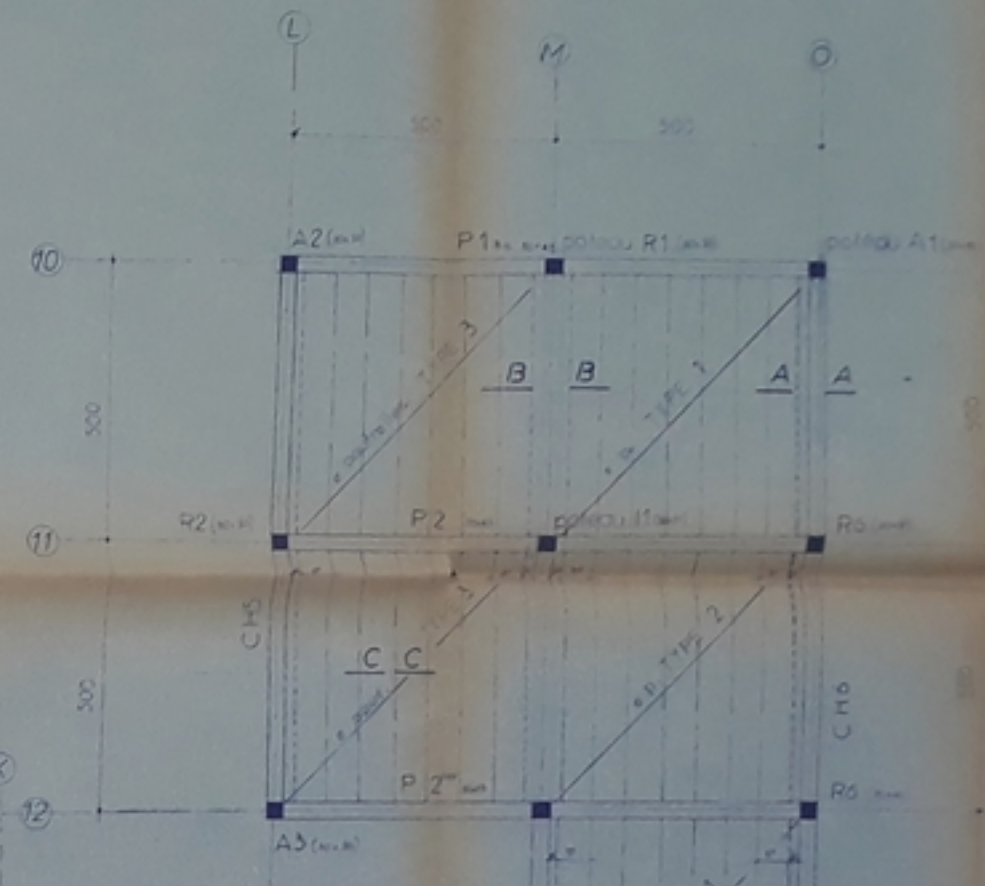
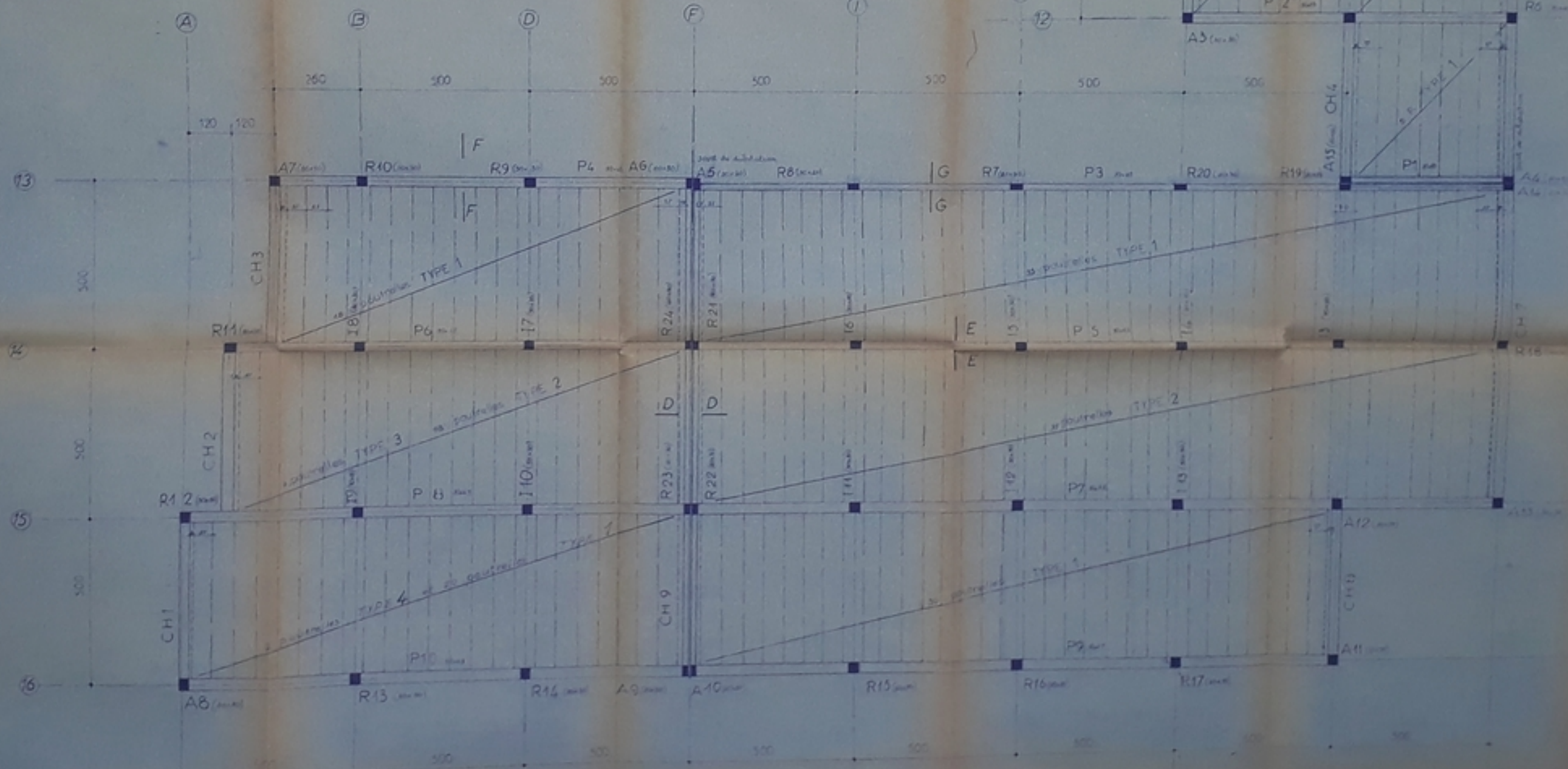
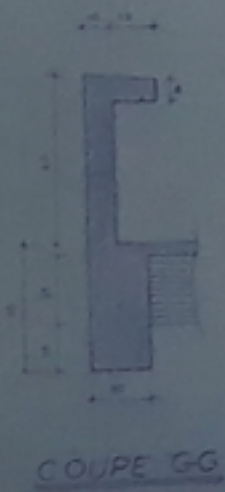
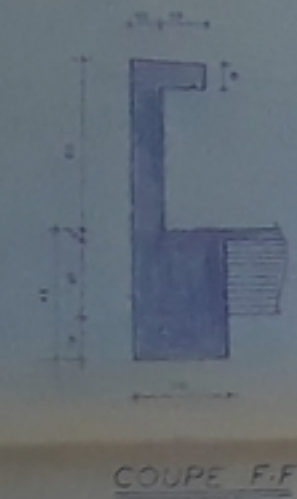
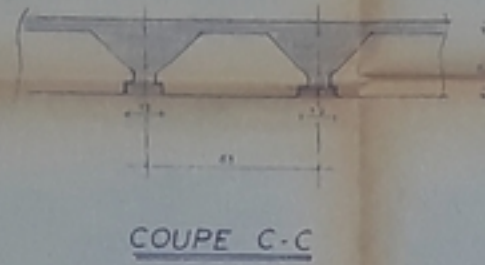
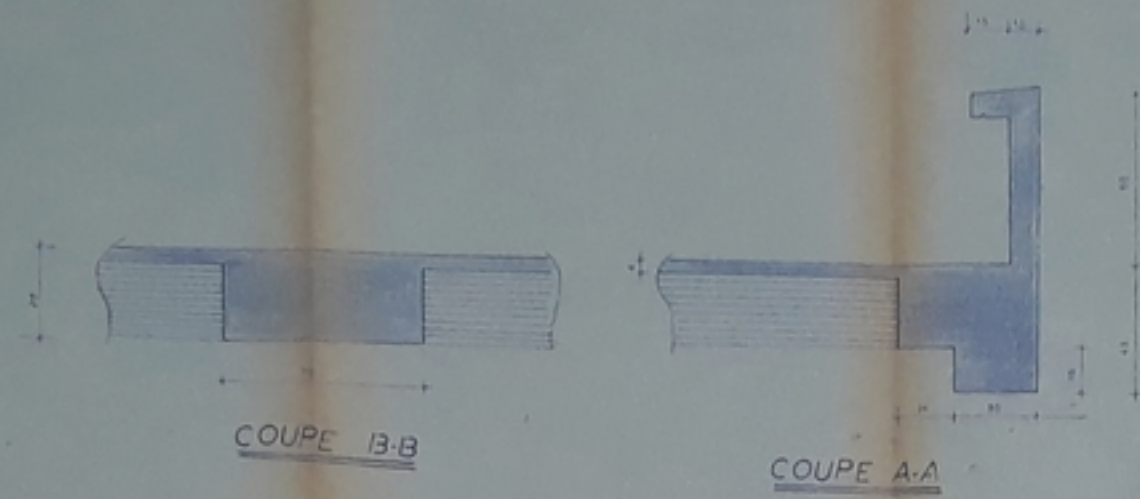
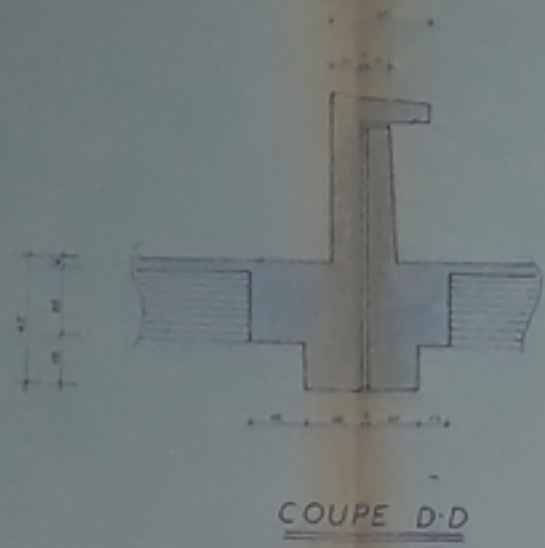
salle de sports (voiles plissés)
 et annexes

FERRAILLAGE des VOILES AB&BC
 voiles plissés

échelles: 1/25 1/5
 date mai 1975

étudiée par: B. TAHAR

promoteur: I. UNGJREANU



NOTA

béton dosé à 350 kg/m³

CPA classe 325

DB 02275

4

UNIVERSITÉ D'ALGER

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

département génie civil

THÈSE DE FIN DE STAGES

salles de sports (voies d'accès) et annexes

PLAN DE COFFRAGE

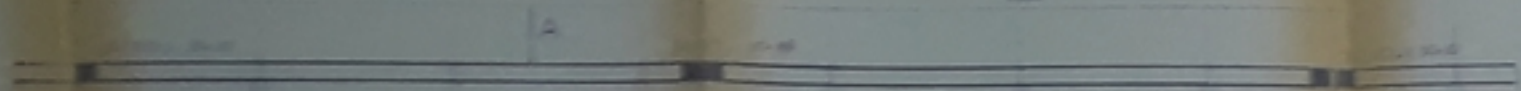
PLANCHER TERRASSE (annexes)

échelle: 1/50 - 1/10

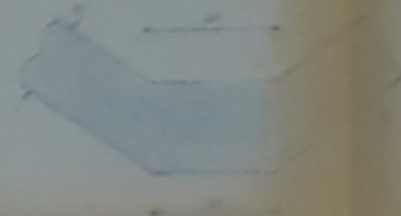
date: mai 1975

révisé par: B. TAHAR

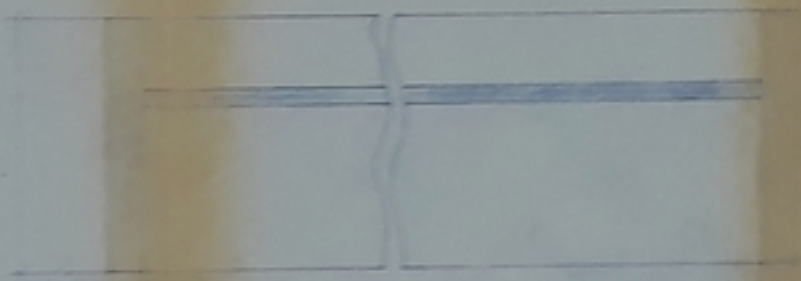
dessiné par: V. KOUICHA



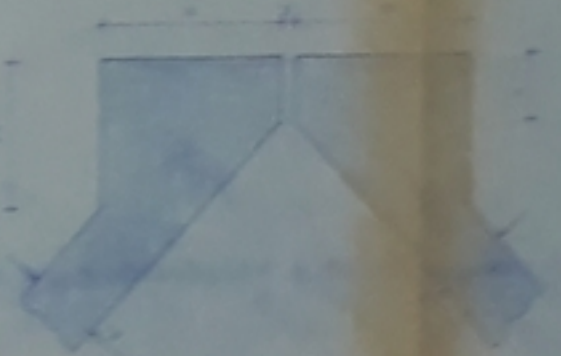
DETAL 1



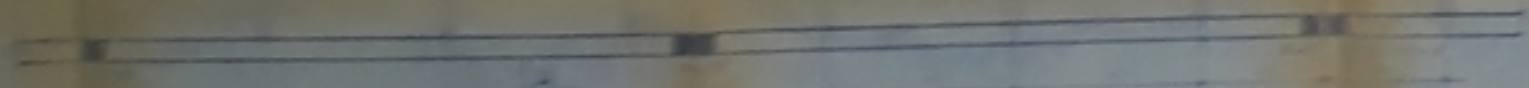
COUPE-A A



DETAL 2



2000 80



COUPE B B



PROJETÉ PAR
 L'ÉCOLE NATIONALE D'ARCHITECTURE
 DE MONTRÉAL
 DÉPART DE CONSTRUCTION
 1960

PLAN DE COUPE
 (voir page 1)

ÉCHELLE 1/20

DATE 1960

PROF. J. G. GAGNON

