

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTROTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

IDENTIFICATION D'UNE MACHINE  
A COURANT CONTINU PAR LA  
METHODE DES MOINDRES  
CARRES GENERALISES

Proposé par :

Mme BENHAMZA

Etudié par :

BENSIDI Abderrahmane  
KACHA Salah

Dirigé par :

Mme BENHAMZA



PROMOTION : JANVIER 1986

# REMERCIEMENT

Nous présentons à M<sup>me</sup> BENHAMZA  
nos sincères remerciements pour l'encadrement  
et le suivi qu'elle nous a offerts  
durant notre travail.

Nous remercions M<sup>rs</sup> MOUMEN et CHEKIREB  
pour l'aide et les conseils qu'ils nous  
ont prodigués.

Nous remercions aussi tous les enseignants  
qui ont contribué de près ou de loin  
à notre formation.

Nous tenons à remercier M<sup>rs</sup> (HOUCHE) et  
(LYES) (Centre de calcul) pour leur  
aide technique.

# DEDICACE

For my parents  
and mine

BENSIDI Abderrahmane

- A mes parents
- A mes frères et sœurs
- A mes amis

Je dédie ce modeste ouvrage

KACHA Salah

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

وزارة التعليم العالي  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

PROMOTEUR : M<sup>me</sup> BENHAMZA

ELEVE INGERIEUR : BENSIDI et KACHA

المصاحفة

الموجبة

تلميذ مهندس

### الملخص

يتمثل هدف هذا البحث في تمثيل وتشخيص آلة للتيار المتواصل بواسطة طريقة عددية تسمى طريقة أدنى المربعات المعممة آنذا كإشارة دخول لتوليفها أيضا يسمى: السلسلة الثنائية الشبه عشوائية.

### RESUMÉ

Le but de ce travail consiste à simuler et à identifier une machine à courant continu par une méthode numérique dite méthode des moindres carrés généralisés, en prenant comme signal d'entrée un bruit blanc : la séquence binaire pseudo aléatoire

### SOMMARY

The objective of the present work consists in the simulation and the identification of a continuous current machine by a numerical method called the method of generalized least squares, taking as an entering signal a white noise : SBPA

## NOTATION

- $A, X, B$  : système surdéterminé  $A \cdot X = B$   
 $X$  : vecteur des paramètres inconnus du système à identifier
- $N$  : Nombre d'équation du système surdéterminé  
 $NP$  : Nombre des paramètres inconnus  
 $T$  : Période d'échantillonnage
- ITAZ : Table des nombres au hasard  
 $U$  : Table des commandes SBPA  
 $Y$  : Table des sorties
- TAZAR : Table du bruit simulé  
RMU : Valeur moyenne du bruit simulé  
SIGMA : Ecart type du bruit  
FA, FB : Matrices A et B, après filtrage de CLARKE  
RESI : Matrice des résidus  
CRIT : Valeur du critère d'arrêt  
DEL : Table des précisions  
 $W$  : Matrice intermédiaire de calcul utilisée dans la méthode de FADEVA
- FAI, TU : Matrices intermédiaires de calcul utilisés dans l'expression de la précision
- ICTA : Indicateurs de choix pour le test d'arrêt du filtrage

ICTA = 0 : le test d'arrêt sera fait sur le critère  
on filtre jusqu'à ce que

$$\left| \frac{\text{CRIT}(I) - \text{CRIT}(I+1)}{\text{CRIT}(I+1)} \right| < \text{VACRI}$$

il faut donc choisir une valeur pour  
VACRI (0,02 par exemple)  
Dans ce cas NI peut être quelconque

ICTA = 1 : On arrête le filtrage au bout  
de NI itérations ; il faut alors choisir  
une valeur pour NI ; VACRI est quelconque.

# TABLE DE MATIERE



Introduction

Chapitre I :           SIGNALS D'ENTREE

- I.1 Conditions pour avoir une bonne identification
- I.2 Signaux d'entrée répondant à ces conditions
- I.3 Etude de La SBPA

Chapitre II :           METHODES D'IDENTIFICATION

- II.1 Méthodes classiques
  - II.2 Méthodes nouvelles
  - II.3 Méthodes statistiques
- Méthodes des moindres carrés généralisés

Chapitre III           SIMULATION ET IDENTIFICATION

Introduction

- III.1 Simulation d'un système du second ordre
- III.2 Programme de l'identification d'un moteur à courant continu

Conclusion

Annexe

# INTRODUCTION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

L'identification d'un système peut être définie comme étant la recherche des paramètres d'un modèle mathématique qui représente avec une précision suffisante le comportement du système compte tenu de son état et de l'utilisation que l'on en fait.

Il y a deux étapes de l'identification :

- La première consiste à fixer la forme des équations, c'est la caractérisation.
- La seconde consiste à trouver la valeur numérique des coefficients qui interviennent dans ces équations, c'est l'estimation des paramètres.

On distingue deux modèles :

- Modèle de connaissance, si l'on peut écrire des équations régissant le fonctionnement du système grâce aux lois physiques auxquelles il obéit.
- Modèle de représentation, dans ce cas, on représente le système par des équations mathématiques faisant appel aux grandeurs d'entrées et de sorties impliquées dans l'utilisation du système en ignorant les autres paramètres.



Dans ce travail, nous présentons une méthode statistique d'identification dite: la méthode des moindres carrés généralisés, car elle permet d'évaluer numériquement les paramètres, leur variance, par conséquent la précision de l'identification.

Pour exprimer quantitativement l'équivalence entre le modèle et le procédé, nous devons faire le choix d'un critère qui sera celui utilisé dans la méthode des moindres carrés généralisés (M.M.C.G.)

Le procédé étant identifié, il faudra vérifier sa validité en lui appliquant des entrées canoniques (échelon, SBPA) sur le procédé réel et sur le système simulé et comparer les sorties.

Dans le premier chapitre nous étudions les propriétés et les conditions que doivent satisfaire les signaux d'entrée afin d'avoir une bonne identification, nous y trouvons aussi une étude consacrée à la génération du signal d'entrée (SBPA)

Dans le chapitre II, après un bref rappel sur les méthodes classiques et nouvelles, nous présentons la méthode statistique dite: méthode des moindres carrés généralisés

La mise en œuvre de la simulation et de l'identification fera l'objet du chapitre III, nous y trouvons les différents sous programmes et le programme

# CHAPITRE 1

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## S'IGNAUX D'ENTREE

Une bonne représentation d'un procédé dépend de plusieurs facteurs : la méthode d'identification, la période d'échantillonnage, le nombre d'échantillons et plus particulièrement le choix du signal d'entrée

## I.1 - CONDITIONS POUR AVOIR UNE BONNE IDENTIFICATION

Un choix judicieux du signal d'entrée satisfaisant aux conditions suivantes :

- Il doit faire apparaître tous les modes du système, pas conséquent, sa densité spectrale de puissance doit s'étendre sur une grande partie du spectre de fréquences

- Son amplitude doit être la plus grande possible compte tenu des contraintes de saturation et de non linéarité.

- Il doit être excitant de manière persistante d'un ordre supérieur au nombre de paramètres

- Sa bande passante et la période d'échantillonnage doivent être choisies correctement par rapport aux constantes du temps du système

- Son estimateur doit être consistant

## I-2 SIGNAUX D'ENTREE REpondant A CES CONDITIONS

Il est évident que certaines entrées sont meilleurs que d'autres du point de vue de l'identification. L'entrée appliquée ne devra pas perturber fortement le système, elle doit autant que possible être à valeur moyenne nulle.

d'autre part, on a intérêt à exciter le système le plus possible si on veut en tirer beaucoup d'informations, en particulier l'exciter dans toute la bande de fréquence intéressante, donc l'entrée idéale sur le plan fréquentiel est un bruit blanc.

La séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA), la séquence répétée inverse, le signal télégraphique synchrone et la séquence ternaire pseudo aléatoire (STPA) sont des signaux vérifiant de telles conditions. D'autres signaux tels que l'échelon, l'impulsion ou la sinusoïde ne les satisfont pas.

En effet :

\* l'échelon est un signal qui n'excite pas correctement tous les modes du système, l'identification par la MMCG est impossible.

\* l'impulsion est un signal (entrée) éphémère, elle n'est donc pas excitante de manière persistante.

\* la sinuséide perturbe plus le fonctionnement des systèmes car elle n'est pas pseudo-aléatoire

### I-3 ETUDE DE LA SBPA.

une séquence étant une suite d'événements, si elle est pseudo aléatoire, la suite des événements peut se déterminer parfaitement a priori, autrement dit, elle est créée de façon déterministe, mais elle apparaît comme aléatoire à un observateur qui ignore la façon dont elle est fabriquée.

Les séquences binaires (deux niveaux) sont très facile à créer et à traiter

#### GENERATION DE LA SBPA

Soit un registre à décalage à  $N$  étages, commandés par une horloge de période  $\Delta T$  et possédant une contre réaction constituée par l'addition modulo 2 de certains étages

La SBPA est le signal fourni par n'importe quel étage du système, elle est périodique, sa période est  $l \cdot \Delta T$

La longueur maximale de la période est  $l = 2^N - 1$ . toutes les combinaisons existent sauf  $x_i = 0 \forall i$  qui impliqueraient une sortie constamment nulle.

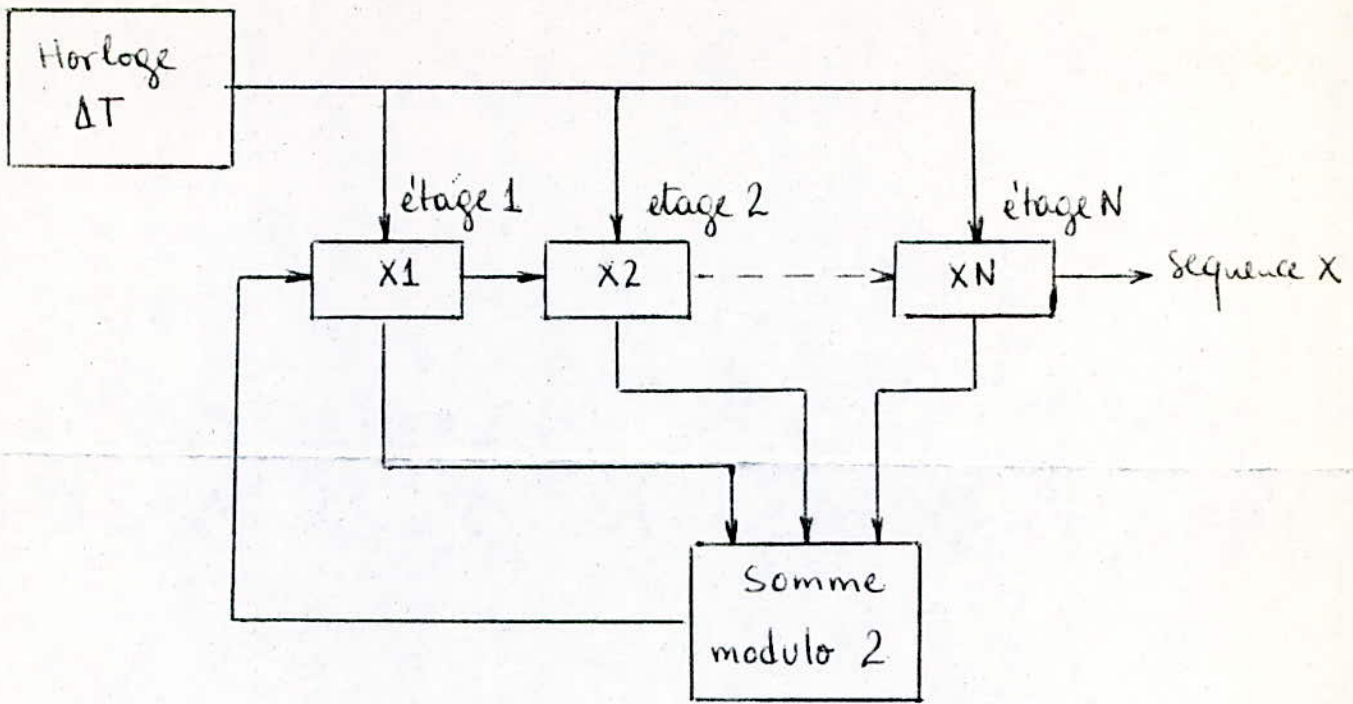


FIG I-1 Génération de la SBPA

Un choix particulier de signaux à additionner modulo 2 nous permet d'avoir une séquence binaire pseudo aléatoire de longueur maximale  
 Considérons le cas suivant et appelons  $D$  l'opérateur de retard

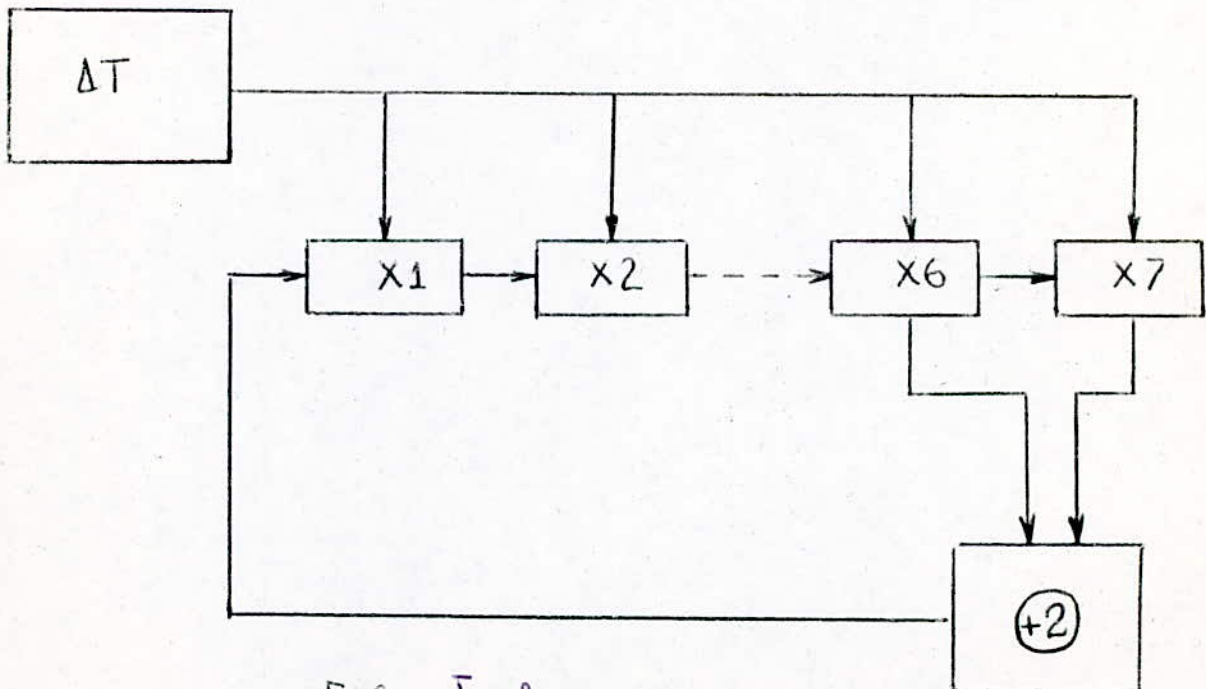


FIG I-2

$$\begin{aligned} D^{-1} x_1 &= x_6 \oplus x_7 = D x_5 \oplus D x_6 \\ &= D^2 x_4 \oplus D^2 x_5 = \dots = D^5 x_1 \oplus D^6 x_1 \end{aligned}$$

$$D^{-1} x_1 = (D^5 \oplus D^6) x_1$$

$$x_1 = (D^6 \oplus D^7) x_1$$

D'où :

$$(D^6 \oplus D^7 \oplus D^0) x_1 = 0$$

$D^6 \oplus D^7 \oplus D^0$  est le polynôme caractéristique qui définit la séquence de l'exemple considéré

Pour qu'une séquence binaire pseudo aléatoire soit de longueur maximale, il faut que son polynôme caractéristique soit irréductible (pas de facteurs modulo 2) et primitif (pas de facteurs de  $D^k + D^0$  pour  $k < 2^{N-1}$ )

On fait correspondre généralement les valeurs  $+a$  et  $-a$  aux niveaux 1 et 0

La SBPA est dite, à valeurs  $\pm a$  et de longueur  $l$ .

GENERATION DE LA SBPA  
PAR ORDINATEUR.

Posons :

IL: longueur du registre à décalage

N: nombre de valeurs de la SBPA

S: valeur de la séquence

IR(I): Contenu de l'étage I du registre

IL1, IL2, ..., ILN: Numéro des étages à  
additionner modulo 2

NRI: Numéro de l'étage donnant  
la séquence

NO: Nombre d'étages à additionner

L'Organigramme générant la SBPA est  
représenté par la figure I.3



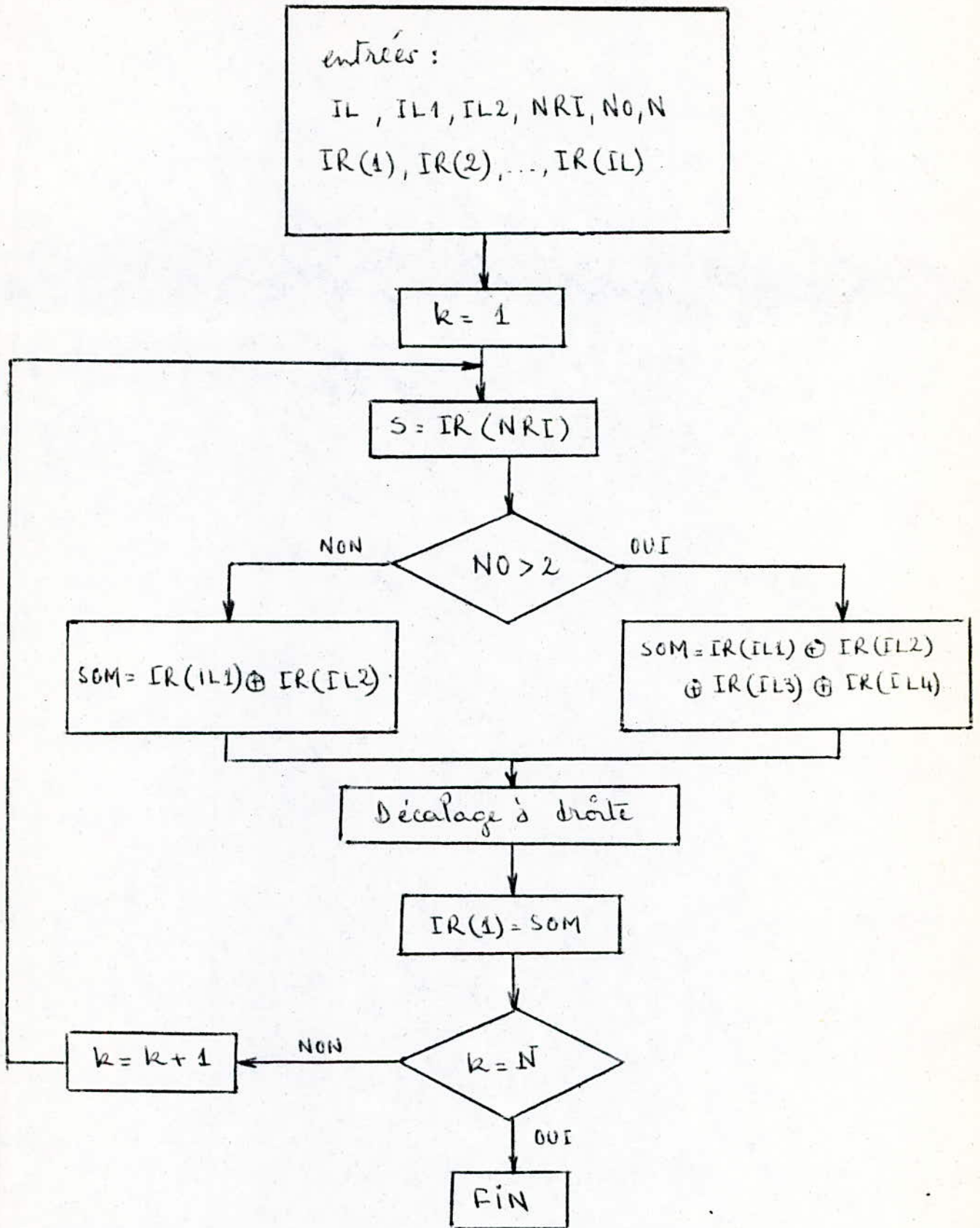


FIG I.3

ORGANIGRAMME DE GENERATION D'UNE SBPA

## PROPRIETES STATISTIQUES

a) Fonction d'autocorrélation :

soit  $x(i)$  une SBPA à valeurs  $\pm a$  et de longueur  $l$  où  $x(i)$  représente une impulsion d'amplitude  $\pm a$  à l'instant  $i$

sa fonction d'autocorrélation sur une période est :

$$\Phi_{xx}(k) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l x(i) x(i+k)$$
$$= \begin{cases} a^2 & \text{pour } k=0 \text{ modulo } l \\ & k=l \\ -\frac{a^2}{l} & \text{pour } k \neq 0 \text{ modulo } l \end{cases}$$

Comme les procédés étudiés sont en général continus, la séquence numérique est appliquée à un bloqueur pour avoir des créneaux.

soit  $\Delta T$  la période d'échantillonnage nous obtenons une entrée du type

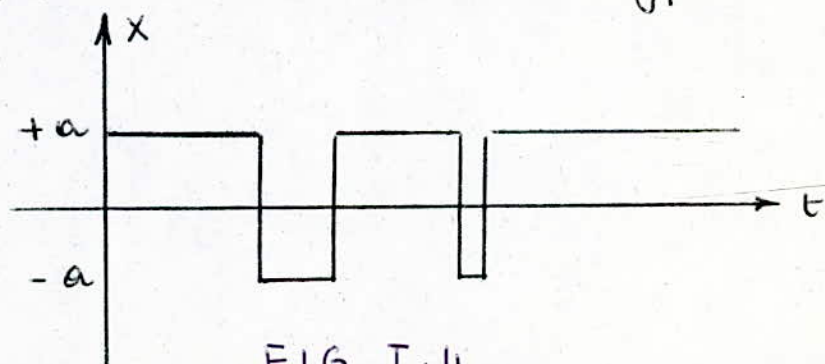


FIG I.4

et la valeur moyenne du signal ainsi obtenu est toujours

$$E[x] = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x(i) = \frac{a}{L}$$

La fonction d'autocorrélation du système est :

$$\begin{aligned} \Phi_{xx}(\tau) &= \frac{1}{L \Delta T} \int_0^{L \Delta T} x(t) x(t+\tau) dt \\ &= \begin{cases} \left( 1 - \frac{L+1}{L} \cdot \frac{|\tau|}{\Delta T} \right) a^2 & \text{pour } |\tau| \leq \Delta T \\ -\frac{a^2}{L} & \text{pour } |\tau| \geq \Delta T \end{cases} \end{aligned}$$

$\Delta T$  est la période de l'horloge générant la SBPA.

l'allure de  $\Phi_{xx}(\tau)$  est donnée par la figure (I.5)

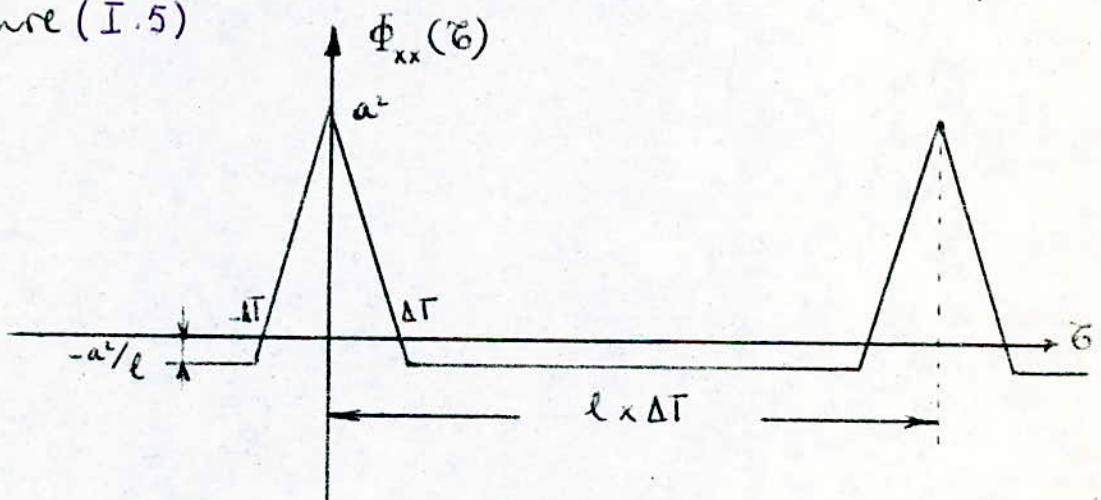


FIG I.5 Fonction d'autocorrélation d'une SBPA de longueur maximale

et la courbe réelle est représentée sur la figure (I.7)

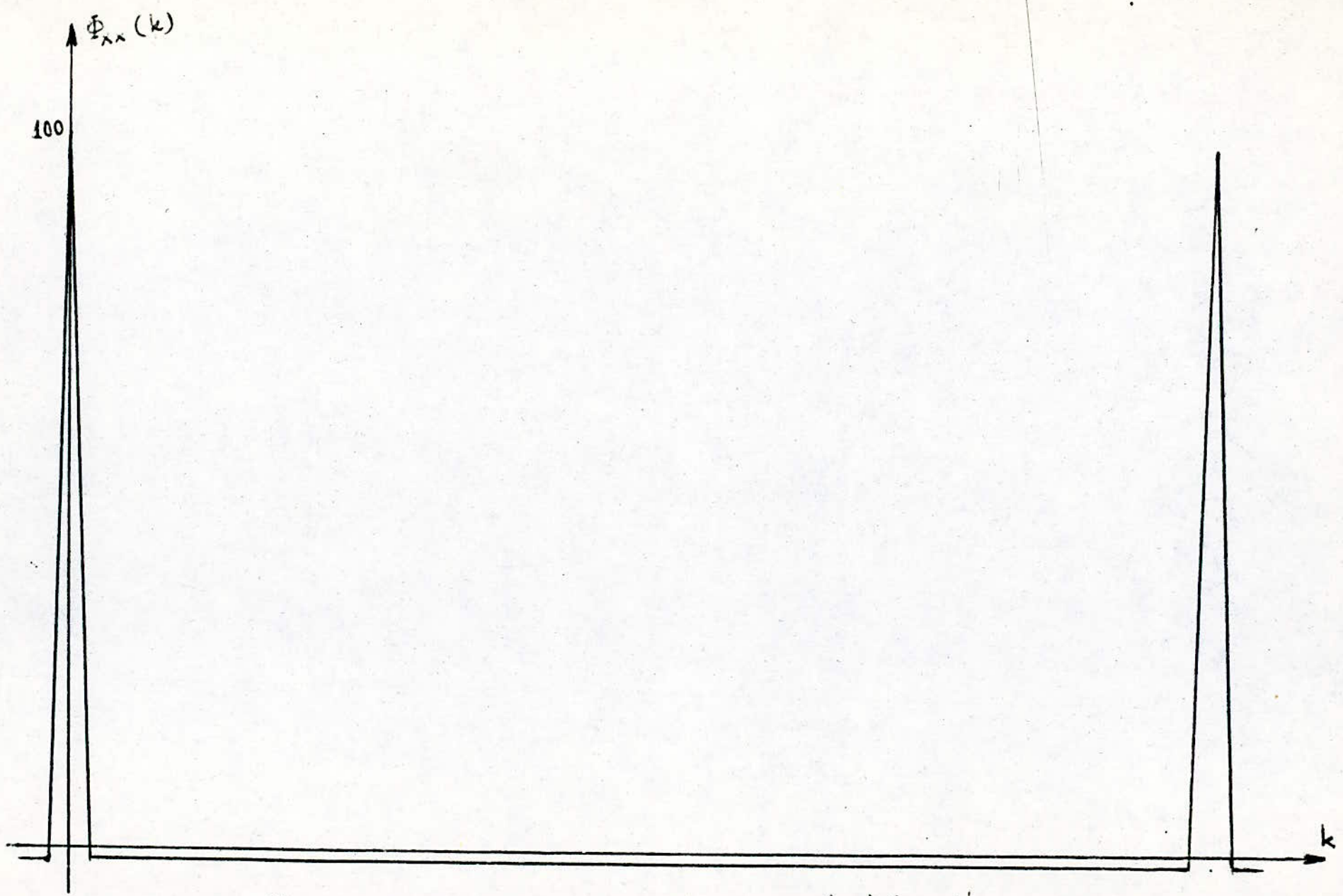


Figure I.6 Fonction d'autocorrelation d'une SBPA de longueur maximale

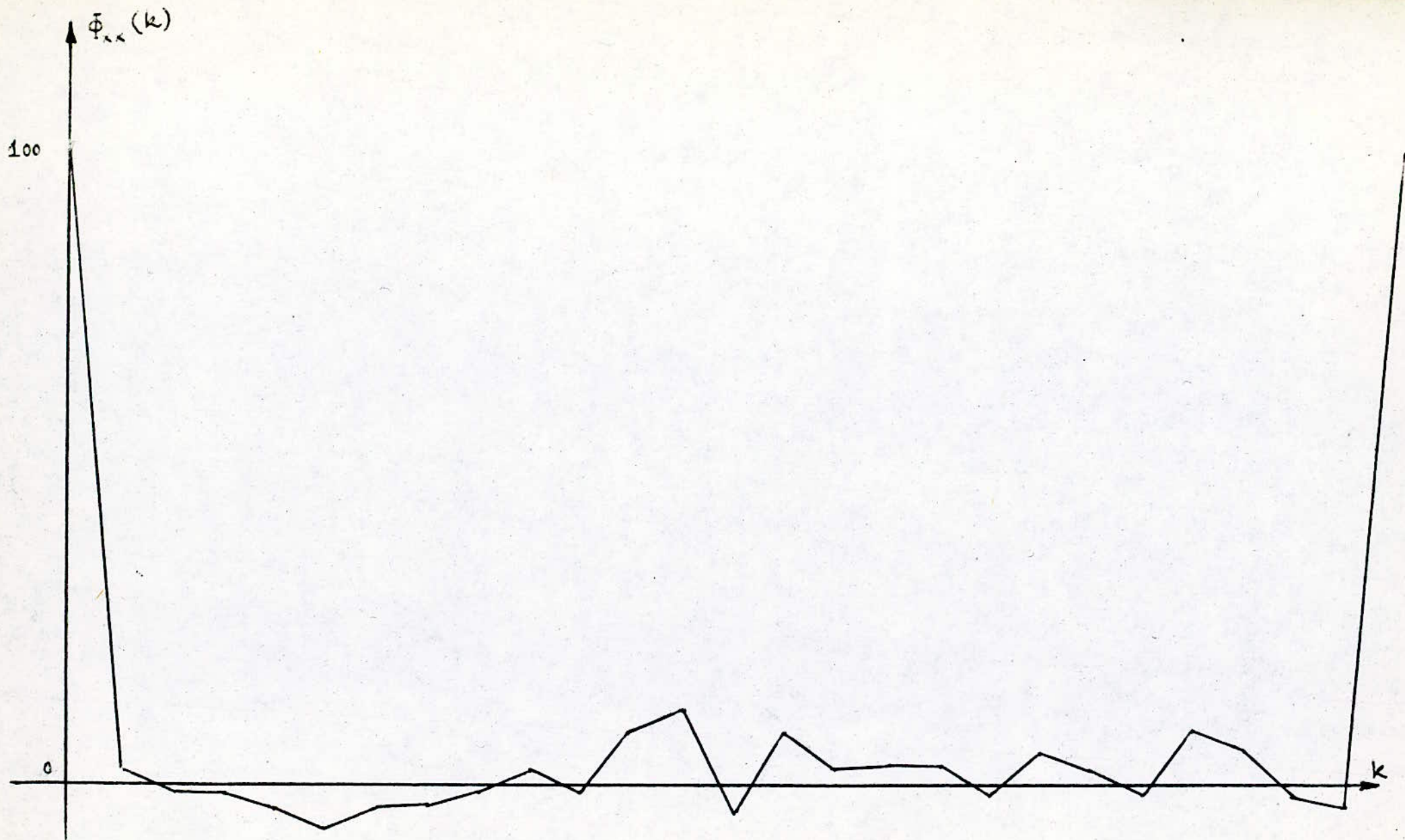


Figure I-7 Fonction d'autocorrelation d'une SBPA de longueur inférieure à la longueur ma.

cette courbe est presque <sup>identique</sup> à celle d'un bruit blanc.

Par définition, un bruit blanc est un signal aléatoire dont les échantillons ne sont pas corrélés les uns avec les autres, on a donc

$$\Phi_{bb}(k) = \sigma_b^2 d(k)$$

$\Phi_{bb}(k)$  : fonction d'autocorrélation

$\sigma_b^2$  : variance du bruit blanc

$d(k)$  : l'impulsion unité  $d(k) = 1$  pour  $k = 0$ .

$d(k) = 0$  pour  $k > 0$ .

La fonction d'autocorrélation de la SBPA d'une longueur autre que la longueur maximale ne pourrait être approchée de celle d'un bruit blanc comme le montre la figure (I-7).

En outre, l'étude qui a été faite par "BOUATOUCHE" sur les signaux d'entrée pour les méthodes d'identification concluant que la SBPA est excitante d'une manière persistante d'un ordre  $m$  supérieur à 30 quelque soit le nombre d'échantillons  $N$  et la longueur  $l$ .

La meilleure identification est obtenue pour une longueur maximale dans le cas des MCG si le bruit est blanc.

Nous avons choisi un nombre d'échantillons

égal à la longueur maximale  $2T$

b) Densité spectrale de puissance :

Par définition, la densité spectrale de puissance d'un signal est égale à la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation :

$$\Phi_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\Phi}_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$\omega$  : pulsation

Pour le cas discret, elle est égale à

$$\Phi_x(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \bar{\Phi}_{xx}(kT) e^{-j\omega kT}$$

$T$  : période d'échantillonnage

Puisque  $\bar{\Phi}_{xx}(kT)$  est paire, nous aurons :

$$\Phi_x(\omega) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \bar{\Phi}_{xx}(kT) \cos(k\omega T) + \bar{\Phi}_{xx}(0)$$

ce qui donne pour une entrée SBPA

$$\Phi_x(\nu) = a^2 \frac{l+1}{l} \left( \frac{\sin \pi \nu \cdot \Delta T}{\pi \nu \Delta T} \right)^2$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{L \cdot \Delta T}\right) = \frac{a^2}{l} \delta(\nu)$$

où  $\nu$  représente la fréquence

$\delta(\nu)$  : impulsion de Dirac

Son allure est donnée par la figure (I-8)

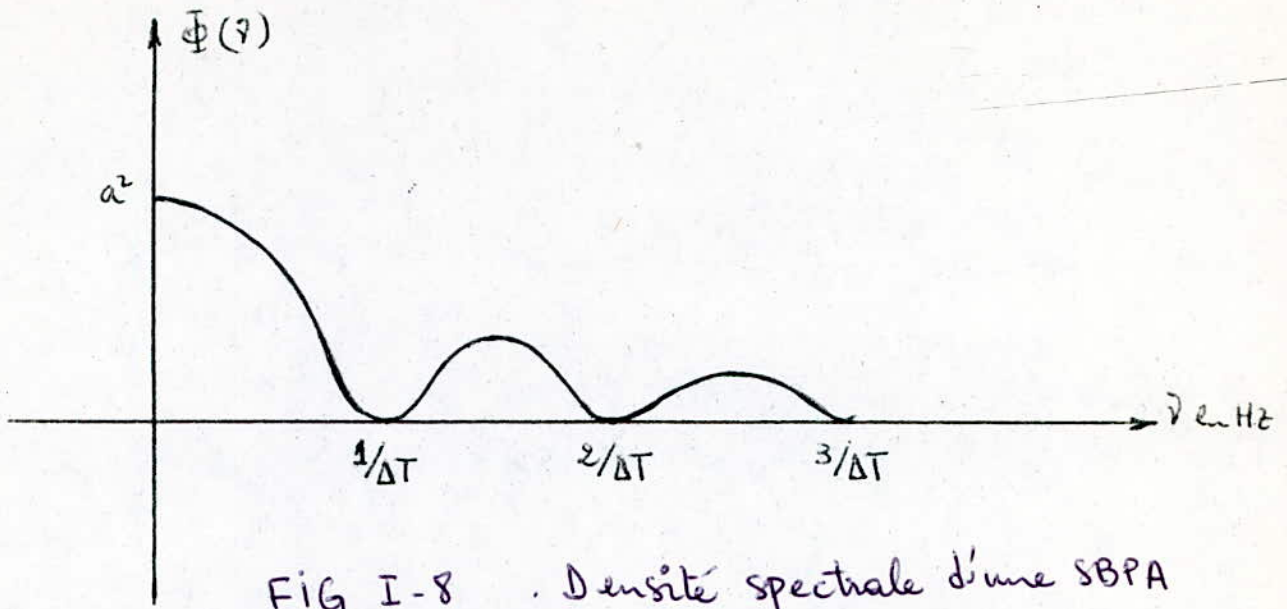


FIG I-8 . Densité spectrale d'une SBPA

Cette densité spectrale s'étend sur tout le spectre de fréquence sauf pour certains points  $\frac{k}{\Delta T}$  où elle est nulle.



# CHAPITRE II

METHODES

D'IDENTIFICATION

## METHODES D'IDENTIFICATION

L'étude d'un processus dynamique et statique doit passer par l'étape de modélisation qui est la représentation mathématique du processus dans le cas discret la représentation paramétrique du processus est la suivante

$$y(k+n) + \dots + a_n y(k) = b_1 u(k+m) + \dots + b_m u(k)$$

dans le cas continu

$$y^{(n)}(t) + \dots + c_m y(t) = d_1 u^{(m)}(t) + \dots + d_m u(t)$$

Ce processus n'est généralement pas linéaire sur tout le domaine de fonctionnement.

Une linéarisation autour d'un point de fonctionnement s'impose afin d'appliquer les méthodes linéaires d'identification existantes (exemple: Méthode des moindres carrés)

### II - 1 les méthodes classiques:

Elles regroupent les méthodes graphiques de Bode ou de Black, les méthodes empiriques dont les plus connues sont celle de Nicols

et Ziegler, les critères algébriques sont celui de Nashim, les synthèses de systèmes à retard pur

Elles sont simples et nécessitent des moyens limités pour l'expérimentation et pour le traitement. Par contre, elles imposent des contraintes qui peuvent limiter la validité du modèle. Par exemple, on suppose que les mesures enregistrés ne sont pas entachés de bruits, d'où la nécessité de filtrer, ce qui peut d'ailleurs conduire à une perte d'information lorsque le filtrage est trop important

## II-2 Méthodes nouvelles d'identification

Nous distinguons :

- la méthode off line permettant d'identifier le processus en différenciel lorsque ce dernier subit des perturbations stationnaires qui modifient l'état ou la structure.
- la méthode on line qui est une identification en temps réel sous certaines conditions lorsque le processus subit des perturbations non stationnaires et non

mesurables (cas de la commande adaptative faisant appel à la méthode on line)

## II-3 Méthodes statistiques

Ce sont des méthodes linéaires par rapport aux paramètres, par conséquent, des systèmes non linéaires peuvent être traités de manière simple. La théorie de l'information est appliquée à ces méthodes.

La détermination des paramètres suppose que les mesures effectuées sur le processus sont entachés de bruit, sont fonction des paramètres et des variables déterministes :

$$y = f(x, \theta_p) + b$$

$x$ : variable déterministe

$b$ : bruit

$\theta_p$ : vecteur paramètre

Parmi ces méthodes, le maximum de vraisemblance MV, les moindres carrés généralisés MCG, et la matrice instrumentale nous avons choisi la MMCG en raison de sa simplicité à mettre en œuvre.

II - 3

METHODE DES MOINDRES CARRES GENERALISES

le processus utilisé est supposé monovariable et stable (les racines de  $A(\bar{z})$  sont à l'intérieur du cercle unité)

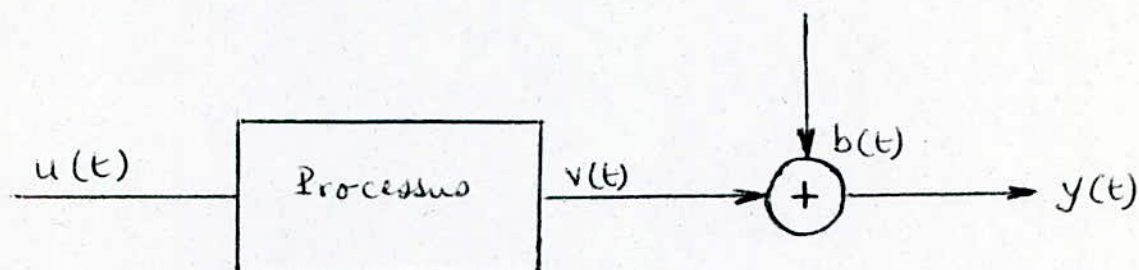


FIG II-1 Représentation du procédé

$u(t)$  : représente l'entrée du processus.

$v(t)$  : la sortie déterministe

$y(t)$  : la sortie entachée d'erreurs, dues aux bruits de mesure

$b(t)$  : bruits

L'équation décrivant un modèle d'ordre  $n$  est :

$$y(t) + \sum_{i=1}^n a_i y(t-iT) = \sum_{i=0}^p b_i u(t-iT) + b(t) + \sum_{i=1}^n a_i b(t-iT) \quad (1)$$

Pour que ce système soit physiquement réalisable, il faut que  $p \leq n$

Nous utilisons la notation suivante :

$$y(t-i) = \bar{z}^i y(t)$$

notons que  $\bar{z}^{-1}$  est un opérateur "retard", il ne s'agit pas de calculer la transformée en  $z$  du signal, mais de simplifier la notation, nous écrirons alors (avec  $T=1$ ):

$$A(\bar{z}^{-1}) y(t) = B(\bar{z}^{-1}) u(t) + A(\bar{z}^{-1}) b(t) \quad (2)$$

avec :

$$A(\bar{z}^{-1}) = 1 + a_1 \bar{z}^{-1} + \dots + a_n \bar{z}^{-n}$$

$$B(\bar{z}^{-1}) = b_0 + b_1 \bar{z}^{-1} + \dots + b_p \bar{z}^{-p}$$

posons  $e(t) = A(\bar{z}^{-1}) b(t)$

$e(t)$  est un bruit généralisé, on l'appelle aussi résidu.

l'équation (2) s'écrira :

$$A(\bar{z}^{-1}) y(t) = B(\bar{z}^{-1}) u(t) + e(t) \quad (3)$$

Soit  $N$  couples de mesures entrée-sortie.

alors :

$$\left. \begin{aligned} y(N) &= -a_1 y(N-1) - \dots - a_n y(N-n) + b_0 u(N) + \dots + b_p u(N-p) + e(N) \\ &\vdots \\ y(n+1) &= -a_1 y(n) - \dots - a_n y(1) + b_0 u(n+1) + \dots + b_p u(n+1-p) + e(n+1) \end{aligned} \right\} (4)$$

Ce système d'équations peut s'écrire sous forme d'équation matricielle

$$\underline{Y} = X \underline{\theta} + \underline{E} \quad (5)$$

où  $\theta$  représente le vecteur paramètre à estimer  
le critère à minimiser est le carré de l'erreur de prédiction :

$$C = \underline{E}^T \cdot \underline{E} = \sum_{t=n+1}^N e^2(t)$$

$$C = \underline{E}^T \cdot \underline{E} = (\underline{Y} - X \underline{\theta})^T (\underline{Y} - X \underline{\theta}) = \underline{Y}^T \underline{Y} - \underline{\theta}^T X^T \underline{Y} - \underline{Y}^T X \underline{\theta} + \underline{\theta}^T X^T X \underline{\theta}$$

$$C = \underline{Y}^T \underline{Y} - 2 \underline{Y}^T \underline{X} \underline{\theta} + \underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X} \underline{\theta}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \underline{\theta}} = -2 \underline{Y}^T \underline{X} + 2 \underline{\theta}^T \underline{X}^T \underline{X} = 0 \Rightarrow \hat{\underline{\theta}} = (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{Y} \quad (6)$$

Pour vérifier que  $\hat{\underline{\theta}}$  correspond à la valeur minimale de  $E$ , nous calculons la matrice des dérivées secondes

$$C_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 C}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = 2 \underline{X}^T \underline{X} \quad (7)$$

$C_{\theta\theta}$  est une matrice symétrique et définie positive. La solution est bien un minimum.

évaluons l'espérance mathématique de  $\hat{\underline{\theta}}$

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = E\left\{ (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{Y} \right\} = E\left\{ (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T (\underline{X} \underline{\theta} + \underline{E}) \right\}.$$

$$= E\left\{ (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{X} \underline{\theta} + (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{E} \right\}.$$

$$= E\left\{ \underline{\theta} + (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{E} \right\}$$

$$E(\hat{\underline{\theta}}) = \underline{\theta} + E\left\{ (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{E} \right\} \quad (8)$$

Cette expression (8) montre que l'estimateur de  $\theta$  est biaisé.

Ce biais serait nul si  $E$  était un bruit blanc.

La méthode des moindres carrés généralisés permet, en transformant par filtrages successifs des résidus

pendant une expérimentation, d'obtenir un écart blanc

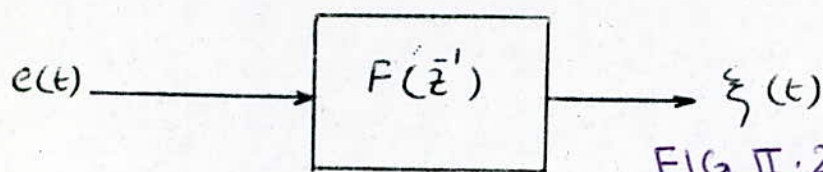


FIG II.2.

Autrement dit, il faudra filtrer les données pour obtenir un problème des moindres carrés ayant pour résidu  $\xi(t)$  et une solution non biaisée

On aura:

$$A(\bar{z}') y(t) = B(\bar{z}') u(t) + e(t)$$

$$F(\bar{z}') \cdot A(\bar{z}') y(t) = F(\bar{z}') \cdot B(\bar{z}') u(t) + F(\bar{z}') e(t)$$

$$A(\bar{z}') y^*(t) = B(\bar{z}') u^*(t) + \xi(t)$$

$$\text{ou } \begin{cases} y^*(t) = F(\bar{z}') y(t) & \text{sortie filtrée} \\ u^*(t) = F(\bar{z}') u(t) & \text{entrée filtrée} \end{cases}$$

Plusieurs méthodes de blanchissement des résidus existent dans la littérature, nous retenons celle proposée par CLARKE

### METHODE DE CLARKE:

Ce filtre  $F(\bar{z}')$  est approché par un développement limité d'ordre  $q$ :

$$F(\bar{z}') = 1 + f_1 \bar{z}' + \dots + f_q \bar{z}'^q \quad (9)$$

Le modèle des résidus est alors:

$$F(\bar{z}') e(t) = \xi(t) \quad \text{c'est à dire}$$

$$e(t) + f_1 e(t-1) + \dots + f_q e(t-q) = \xi(t) \quad (10)$$



Aux différents instants d'échantillonnage, cette dernière équation (10) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned}
 e(N) + f_1 e(N-1) + \dots + f_q e(N-q) &= \xi_j(N) \\
 e(N-1) + f_1 e(N-2) + \dots + f_q e(N-q-1) &= \xi_j(N-1) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 e(q+1) + f_1 e(q) + \dots + f_q e(1) &= \xi_j(q+1)
 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{bmatrix} e(N) \\ e(N-1) \\ \vdots \\ e(q+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e(N-1) & \dots & -e(N-q) \\ -e(N-2) & & -e(N-q-1) \\ \vdots & & \vdots \\ -e(q) & & -e(1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_j(N) \\ \xi_j(N-1) \\ \vdots \\ \xi_j(q+1) \end{bmatrix}$$

$$E = X_E \underline{f} + \underline{\xi}_j$$

Nous reconnaissons là un modèle de la forme (5) dont les résidus  $\xi_j$  sont blancs et dont l'estimation des moindres carrés est

$$\underline{f} = (X_E^T X_E)^{-1} X_E^T \underline{E}$$

Comme  $\varepsilon_j(t)$  est un bruit blanc, l'estimateur est non biaisé, connaissant  $E(i)$ ,  $i=1, \dots, N$  on peut calculer  $f$ , sa mesure n'est pas possible, on va estimer les résidus  $\underline{E}$  à partir du modèle

$$\underline{\hat{E}} = \underline{Y} - X \underline{\hat{\theta}}$$

où  $\underline{\hat{\theta}}$  est une première estimation des paramètres obtenus par moindres carrés

Comme l'estimation du filtre se fait avec  $\underline{\hat{E}}$  et non  $\underline{E}$  et que  $\underline{\hat{E}}$  est biaisé dans la mesure où  $\underline{\theta}$  l'est. Il faut itérer le processus plusieurs fois

La méthode se résume :

1. Un premier calcul fournit l'estimateur des moindres carrés  $\underline{\hat{\theta}}_1 = (X^T X)^{-1} X^T Y$

2. Nous estimons alors les résidus

$$\underline{\hat{E}}_1 = \underline{Y} - X \underline{\hat{\theta}}_1$$

et nous construisons la matrice  $X_{E1}$  qui nous permet de calculer le filtre

$$f_1 = (X_{E1}^T X_{E1})^{-1} X_{E1}^T \underline{\hat{E}}_1$$

3. Nous filtrons les données

$$y^*(t) = y(t) + f_1 y(t-1) + \dots + f_q y(t-q)$$

$$u^*(t) = u(t) + f_1 u(t-1) + \dots + f_q u(t-q)$$

Nous considérons  $\{u^*(t), y^*(t)\}$  comme étant les données d'un nouveau problème.

Nous calculons :  $\hat{\theta}_2 = (X^{*T} X^*)^{-1} X^{*T} Y^*$   
 et nous itérons jusqu'à ce que la condition de convergence soit satisfaite

l'organigramme de la méthode se trouve sur la figure (II-5)

### CRITERE DE CONVERGENCE

Dans la boucle d'itération, le programme des moindres carrés généralisés calcule le critère défini précédemment par

$$C = \sum_{t=n+1}^N e^2(t)$$

Ce critère définit l'erreur de prédiction du modèle, à la  $i^{\text{ème}}$  itération, sa valeur est donnée par  $C = E^{*T} E^*$

$$\text{ou : } \underline{E}^* = \underline{Y}^* - \underline{X}^* \underline{\theta}$$

$$C = \underline{E}^{*T} \underline{E}^*$$

Ce critère diminue à chaque itération c'est à dire au fur et à mesure que le filtrage estimé se rapproche du filtre idéal.

nous arrêtons les itérations lorsque la variation relative du critère de l'itération  $i$  à  $i+1$  est inférieure ou égale à une certaine

valeurs  $V_n$  ( $V_n = 2\%$  par exemple)

## RECHERCHE DE L'ORDRE DU SYSTEME

Plusieurs méthodes permettant de trouver l'ordre d'un système ont été mise en œuvre, parmi

- elles :
- Test du rapport de déterminants
  - Test du nombre satisfaisant la condition d'inversion
  - Test d'indépendance
  - Test des racines de polynomes
  - Test des signaux d'erreurs
  - Test de la variance des paramètres
  - Test du critère
  - Test du filtre

Nous ne présentons que les deux derniers le système simplifié est

$$y(t) = A_1 y(t-1) + B_1 u(t-1)$$

avec

$$A_1 = -5,7628$$

$$B_1 = -0,11123$$

ORDRE	0	1	2	3
CRITERE	4563,909	25,94	18,743	14,3876
FILTRE ( $10^2$ )	9,031	1,33	1,021	0,048

Nous traçons les courbes  $C(n)$  et  $f(n)$   
(fig II.3 et II-4)

Nous remarquons que les deux caractéristiques  
présentent un minimum pour l'ordre 1.

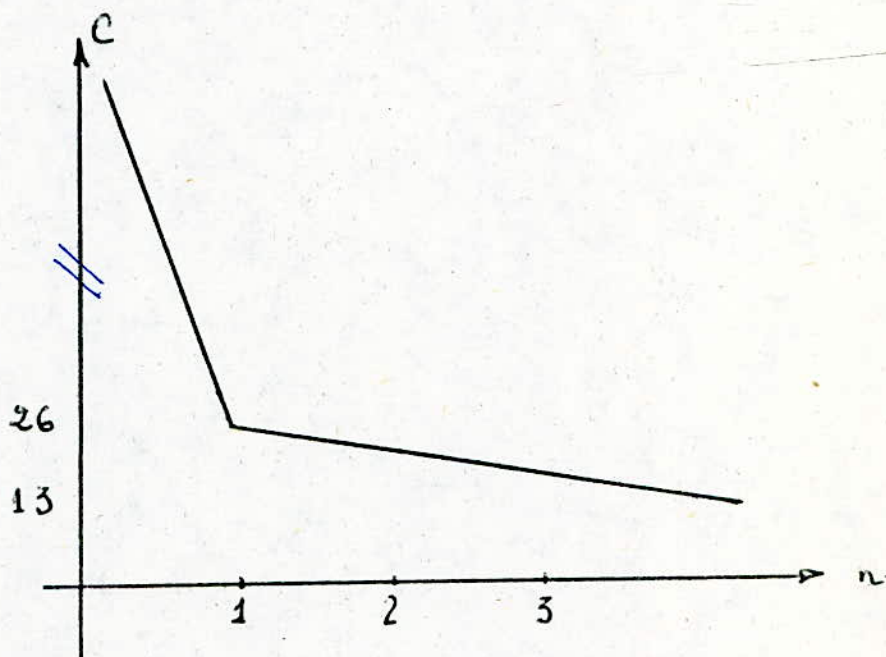


fig II-3

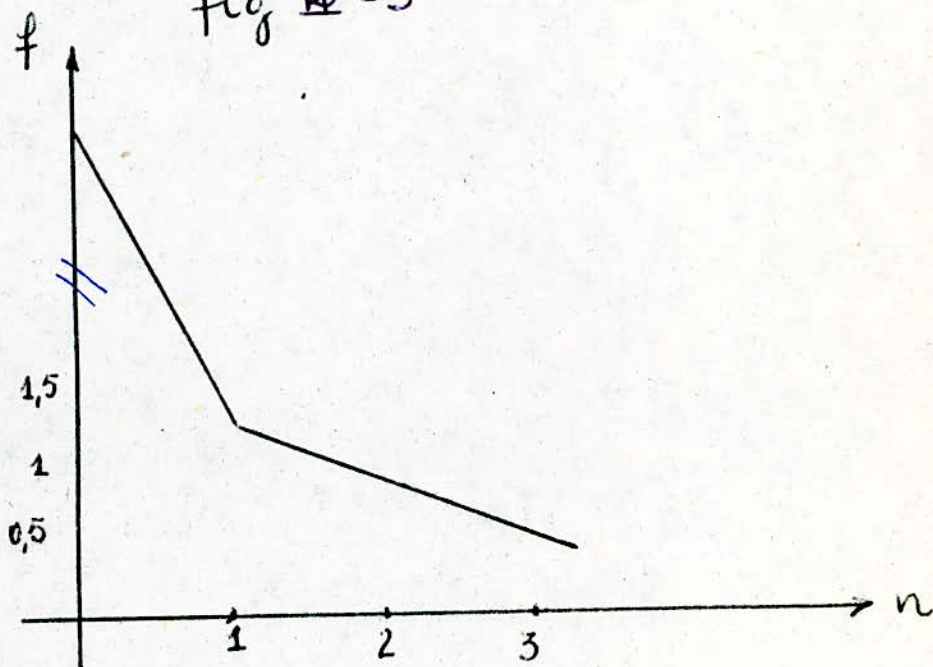
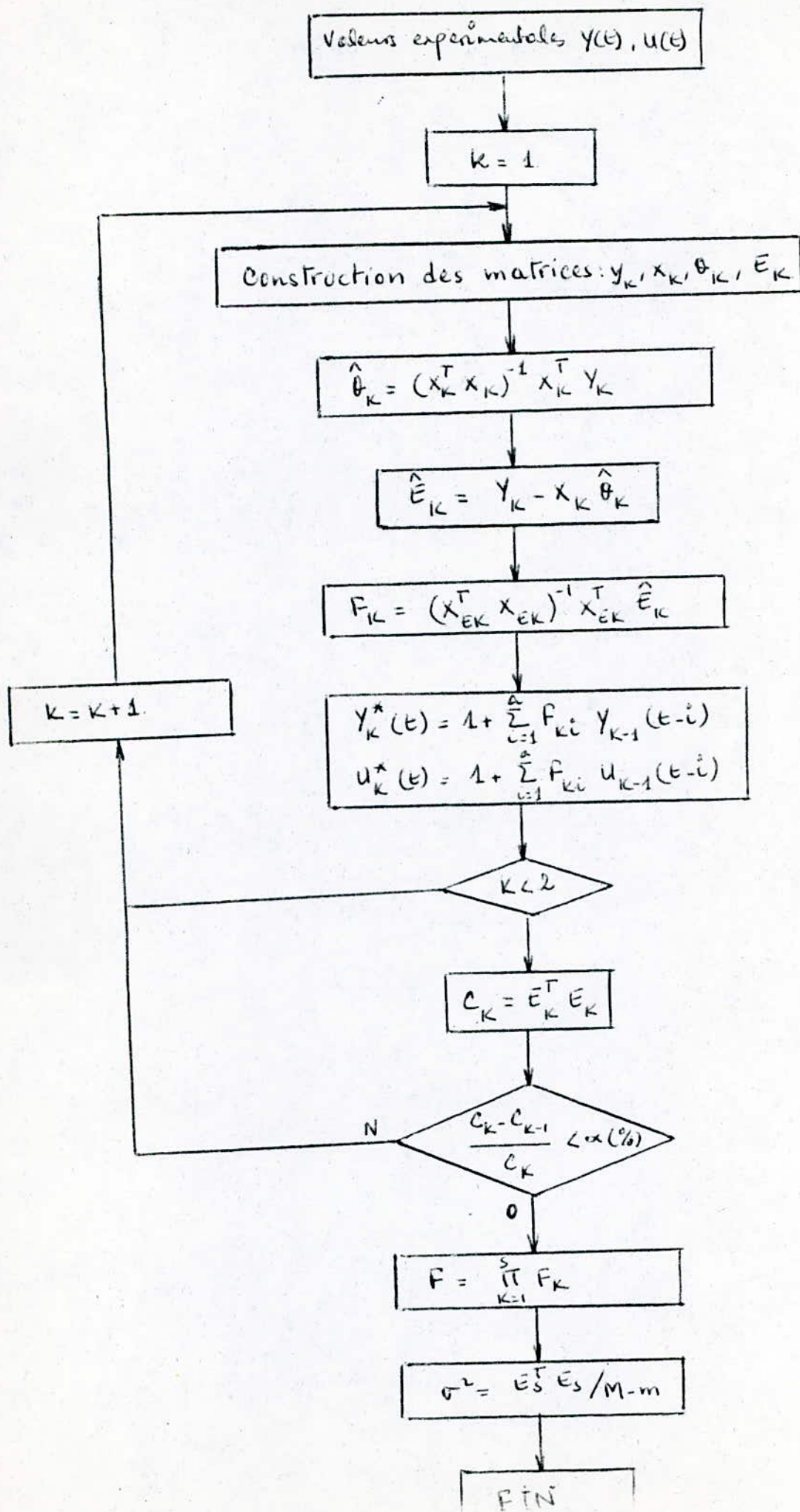


fig II.4



ORGANIGRAMME DE LA METHODE

Figure II - 5

# CHAPITRE III

SIMULATION

ET

IDENTIFICATION

Les moteurs à courant continu sont actuellement les plus utilisés dans le domaine des tractions régulières.

L'évolution de l'électronique a permis aux machines alternatives de concurrencer les moteurs à courant continu dans certaines applications.

Dans notre travail nous avons utilisé les réponses en vitesse d'un moteur à courant continu alimenté par un pont de thyristors monophasé en régime haché, la commutation de thyristors est une "commutation-naturelle".

La variation de la vitesse se fait en fonction de la tension d'induit.

Le convertisseur de courant est constitué de quatre thyristors fonctionnant par paires. L'alimentation ne peut être qu'une tension monophasée.

Le pont monophasé présente deux branches avec deux thyristors en série. Il est nécessaire d'appliquer les impulsions d'allumage chaque fois sur deux thyristors situés dans la diagonale du pont à savoir  $T_1$  et  $T_2$  respectivement  $T_2$  et  $T_1$  (voir schéma du montage fig (III-1))



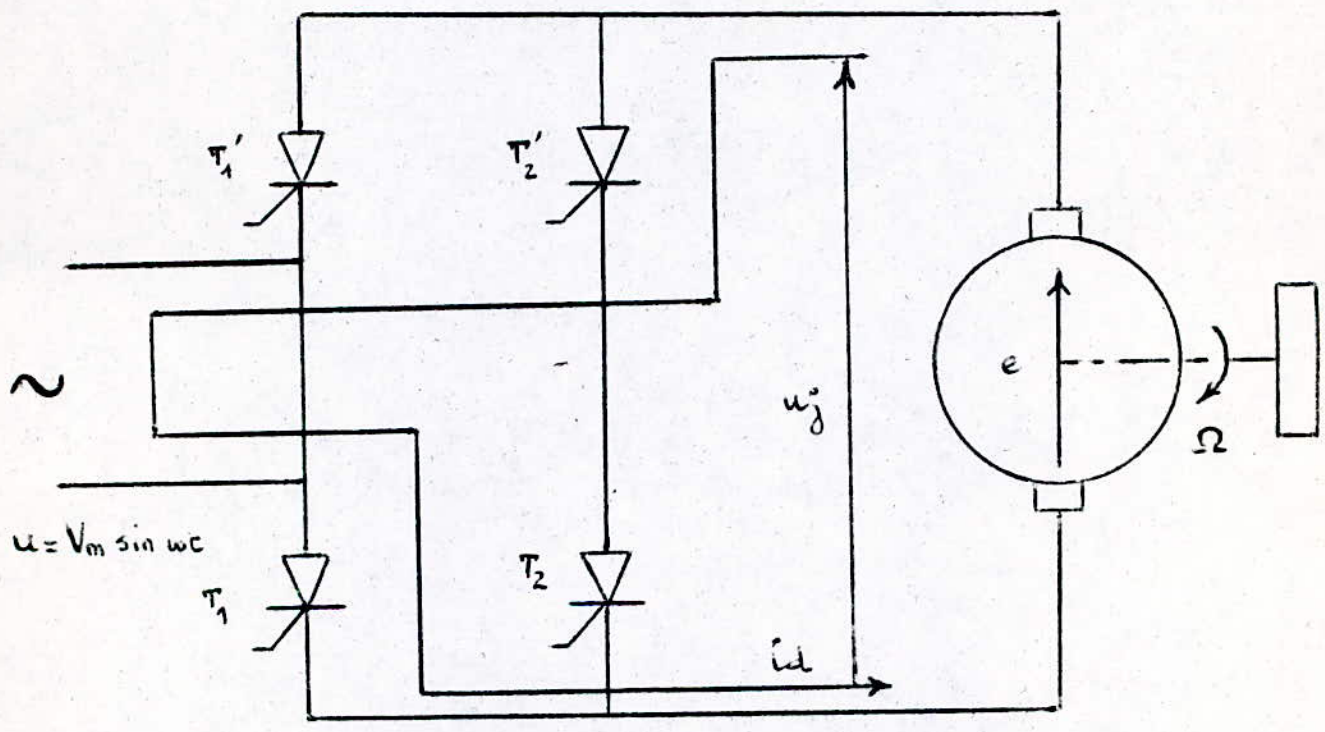


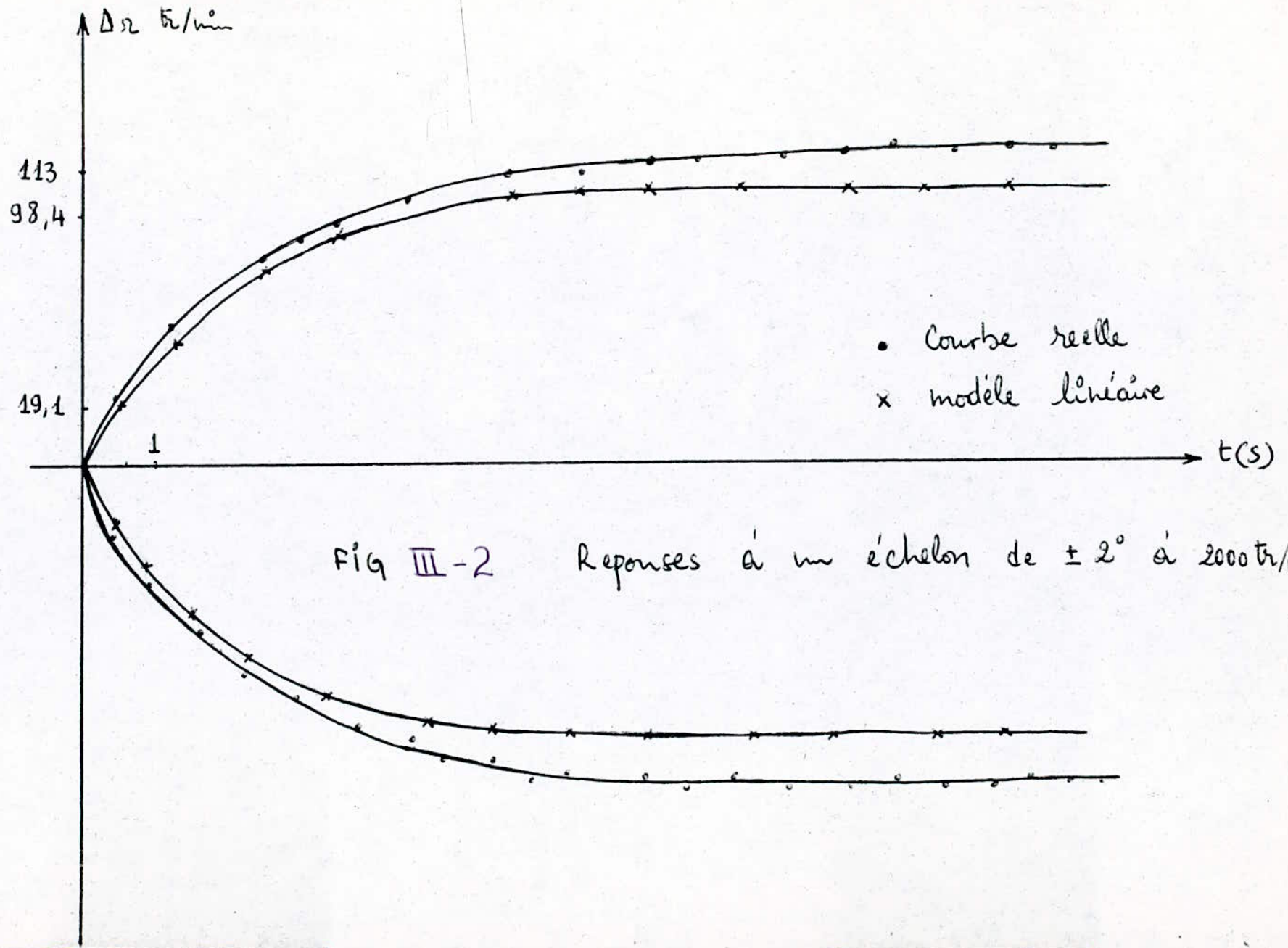
FIG III - 1

### L'Excitation en échelon :

La SBPA utilisée comme excitation ne peut pas nous informer sur le régime statique du système.

Pour cela nous avons appliqués des échelons négatifs et positifs. La réponse à ces échelons fait apparaître les constantes de temps ainsi que les gains en régime statique.

Ainsi, avant de traiter le régime dynamique, il faut au préalable appliquer des échelons en entrée à fin de pouvoir déterminer des constantes de temps, les gains. de cette manière nous pouvons alors choisir les périodes d'échantillonnage de la SBPA pour laquelle nous sensibiliserons tous les modes, ils devront être choisis inférieurs à la moitié de la constante de temps (théorème de CHANDON).



III - 1 Simulation d'un système du second ordre

La fonction de transfert d'un tel système

est :

$$H(p) = \frac{G \cdot T}{(p + C_A)(p + C_B)}$$

$C_A, C_B$  : pôles

$T$  : période d'échantillonnage

$G$  : gain

$p$  : variable de Laplace

La fonction de transfert en  $z$  est :

$$F(z) = \frac{G}{C_A - C_B} \left[ \frac{\frac{1 - C_B P}{C_B}}{z - C_B P} - \frac{\frac{1 - C_A P}{C_A}}{z - C_A P} \right]$$

$$F(z) = \frac{\alpha C_1 z + \alpha C_2}{z^2 + \beta C_1 z + \beta C_2} = \frac{\alpha_R}{z - \beta_R} - \frac{\alpha_L}{z - \beta_L}$$

avec

$$\alpha_R = \frac{G}{C_A - C_B} \times \frac{1 - C_B P}{C_B} \quad \beta_R = C_B P$$

$$\alpha_L = \frac{G}{-C_A} \times \frac{1 - C_A P}{C_A} \quad \beta_L = C_A P$$

$F(z)$  donne alors l'équation récurrente suivante

$$y_{N+1} + b_1 y_N + b_2 y_{N-1} = a_1 u_N + a_2 u_{N-1}$$

$u_N$  : commande

$y_N$  : sortie

$$b_1 = \beta c_1$$

$$b_2 = \beta c_2$$

$$a_1 = \alpha c_1$$

$$a_2 = \alpha c_2$$

Pour la simulation, les  $y_N$  sont donnés par le programme, pour l'identification réelle ils sont obtenus par mesures

### III-2 - Programmes de l'identification d'un moteur à courant continu alimenté en monophasé et commandé numériquement

Le programme principal est composé de plusieurs sous-programmes et d'un fichier de données

- Fichiers de données :

Ce fichier de données contient les réponses réelles du système

- sous-programme de construction des vecteurs et matrices de données :

dans l'algorithme d'identification, apparaît un vecteur de sortie  $y(n)$ , une matrice de données composée des vecteurs entrés et des sorties à l'instant  $(n-1)$ . ce sous-programme range les données pour pouvoir les exploiter ultérieurement.

- sous-programme de calcul des paramètres  
Il permet le calcul du paramètre en utilisant la méthode numérique dite de FADEV

Cette méthode s'applique à des systèmes dont le nombre d'équations, c'est à dire de couples (entrées, sorties) est supérieur au nombre d'inconnues, les systèmes sont dit surdéterminés.

- sous programme de la SBPA

Il calcule la séquence binaire pseudo-aléatoire à partir d'un nombre de bistables et de la combinaison des sorties de deux bistables dans un (ou exclusif).

Dans ce sous-programme, nous calculons aussi la fonction d'autocorrélation

- Sous-programme Simulation :

La simulation du système avec une SBPA en entrée est réalisée dans ce sous programme

Nous appliquons au modèle obtenu la même entrée que le système réel, et nous calculons la réponse.

- Sous-programme échelon :

De même que dans le sous programme simulation, nous appliquons un échelon au modèle puis en enregistre les réponses.

Les écarts entre les modèles et les systèmes sont aussi calculés dans ce sous programme

- Sous-programme zéros et pôles

Les zéros et pôles du modèle sont évalués dans ce sous programme en fonction de l'ordre du modèle

- Programme principal.

Il fait appel aux sous-programmes cités précédemment dans l'ordre représenté dans la figure ( III-3 ), un calcul du critère et du filtre suit les sous-programmes cités, le programme se termine par un calcul de précisions.

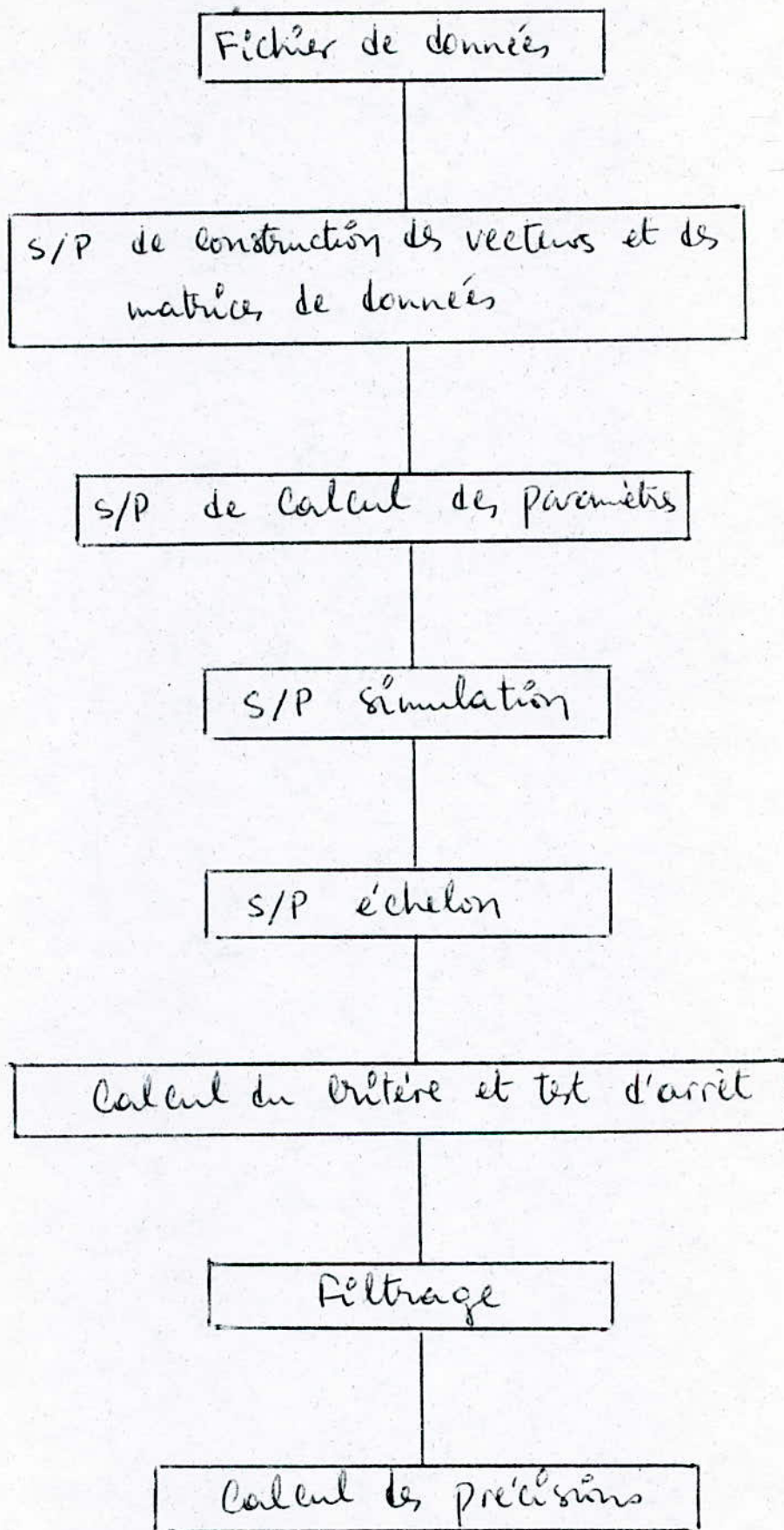


FIG III-3 Programme d'identification



# CONCLUSION

Par sa simplicité à mettre en œuvre, la méthode de moindres carrés généralisés pourra être implantée sur micro-ordinateur pouvant traiter en ligne des commandes numériques de machines électriques.

Pour élargir son application, une réalisation pratique sur systèmes réels pourra faire l'objet d'autres recherches.

ANNEXE

METHODE DE FADEV

C'est une méthode numérique de triangularisation applicable à des systèmes sur-déterminés.

Soit un système :

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{F}$$

A : matrice rectangulaire de m lignes et n colonnes

X : matrice colonne de n éléments

F : matrice colonne de m éléments

La matrice X est dite pseudo-solution lorsqu'elle minimise la norme  $\|R\| = \|\underline{A} \underline{X} - \underline{F}\| = \sqrt{\sum r_i^2}$  qui correspond au critère au carré dans la méthode des moindres carrés généralisés.

Les étapes suivantes mènent à la triangularisation de la matrice A.

On définit un système équivalent :

$$\|\underline{A} \underline{X} - \underline{F}\| = \|\underline{Q} [\underline{A} \underline{X} - \underline{F}]\|$$

Toute matrice qui minimise un membre de l'égalité minimise l'autre membre.

Q est prise orthogonale :  $\underline{Q}^T = \underline{Q}^{-1}$

Supposons que  $\underline{Q} = \underline{I} - \beta \underline{W} \underline{W}^T$

$\beta$  : scalaire

W : matrice colonne à m éléments

On démontre qu'il est possible de choisir  $\beta$  et V une matrice colonne à m éléments tel que :

$\underline{Q}$  soit orthogonale

$\underline{Q}\underline{V}$  ait tous ses éléments nuls sauf le premier.

Sachant que  $\underline{Q}$  est symétrique, puisque  $\underline{W}\underline{W}^T$  est symétrique et orthogonale:  $\underline{Q}\underline{Q}^T = \underline{Q}^2 = \underline{I}$

D'où:  $\underline{I} - 2\beta\underline{W}\underline{W}^T + \beta^2\underline{W}\underline{W}^T\underline{W}\underline{W}^T = \underline{I}$

$$[-2\beta + \beta^2\underline{W}^T\underline{W}] \underline{W}\underline{W}^T = 0$$

Les solutions de cette dernière sont:

$$\beta = 0$$

$$\beta = \underline{W}^T\underline{W} = 2$$

La première n'offre pas d'intérêt.

Pour calculer  $\underline{Q}\underline{V}$ , on choisira  $\beta \cdot \underline{W}^T\underline{W} = 2$ .

$$\underline{Q}\underline{V} = \underline{V} - \beta\underline{W} \cdot \underline{W}^T\underline{V}$$

Pour simplifier l'écriture de  $\underline{Q}\underline{V}$ , on impose  $\underline{W}$  tel que

$$\beta \underline{W}^T \underline{V} = 1$$

on obtient:  $\underline{Q}\underline{V} = \underline{V} - \underline{W}$

Sachant que  $\underline{Q}\underline{V}$  a tous ses éléments nuls sauf le premier, on peut définir les relations:  $V_i = W_i \quad i > 1$ .

Les termes  $w_1$  et  $\beta$  sont déterminés par:

$$\beta \underline{W}^T \underline{V} = \beta (w_1 v_1 + w_2 v_2 + \dots + w_m v_m) = 1$$

$$\beta \underline{W}^T \underline{W} = \beta (w_1^2 + w_2^2 + \dots + w_m^2) = 2$$

soit en utilisant  $V_i = W_i$  pour  $i > 1$  et  $\sigma^2 = v_1^2 + \dots + v_m^2$

$$\text{on a: } \beta (w_1^2 - v_1^2 + \sigma^2) = 2$$

$$\beta (w_1 v_1 - v_1^2 + \sigma^2) = 1$$

En éliminant  $\beta$ , les équations deviennent:

$$\beta (w_1 - v_1)^2 - \sigma^2 = 0$$

$$w_1 = v_1 + \varepsilon \sigma \quad \text{avec} \quad \varepsilon = +1 \quad \text{si } v_1 > 0$$

$$\varepsilon = -1 \quad \text{si } v_1 < 0$$

$$\beta = \frac{1}{\sigma(\sigma + \varepsilon v_1)}$$

La triangularisation de la matrice  $A$  débute par la transformation de la première colonne. On remplace  $\underline{v}$  par la première colonne de  $\underline{A}$  puis on calcule  $\underline{Q}_1$  telle que la première colonne de  $\underline{Q}_1 \cdot \underline{A}$  ait tous les éléments nuls sauf le premier. On détermine comme précédemment  $\underline{\beta}_1$  et  $\underline{w}_1$  puis  $\underline{Q}_1$  on identifie l'égalité :

$$\underline{Q}_1 [\underline{A} \underline{x} - \underline{F}] = \underline{A}_2 \underline{x} - \underline{F}_2$$

On décompose la matrice  $A_2$  de la manière suivante :

$$\underline{A}_2 = \left[ \begin{array}{c|c} \underline{B}_0 & \underline{B}_1 \\ \hline 0 & \underline{B}_2 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \text{1 ligne} \\ \\ \\ \end{array} \right\} m \text{ lignes}$$

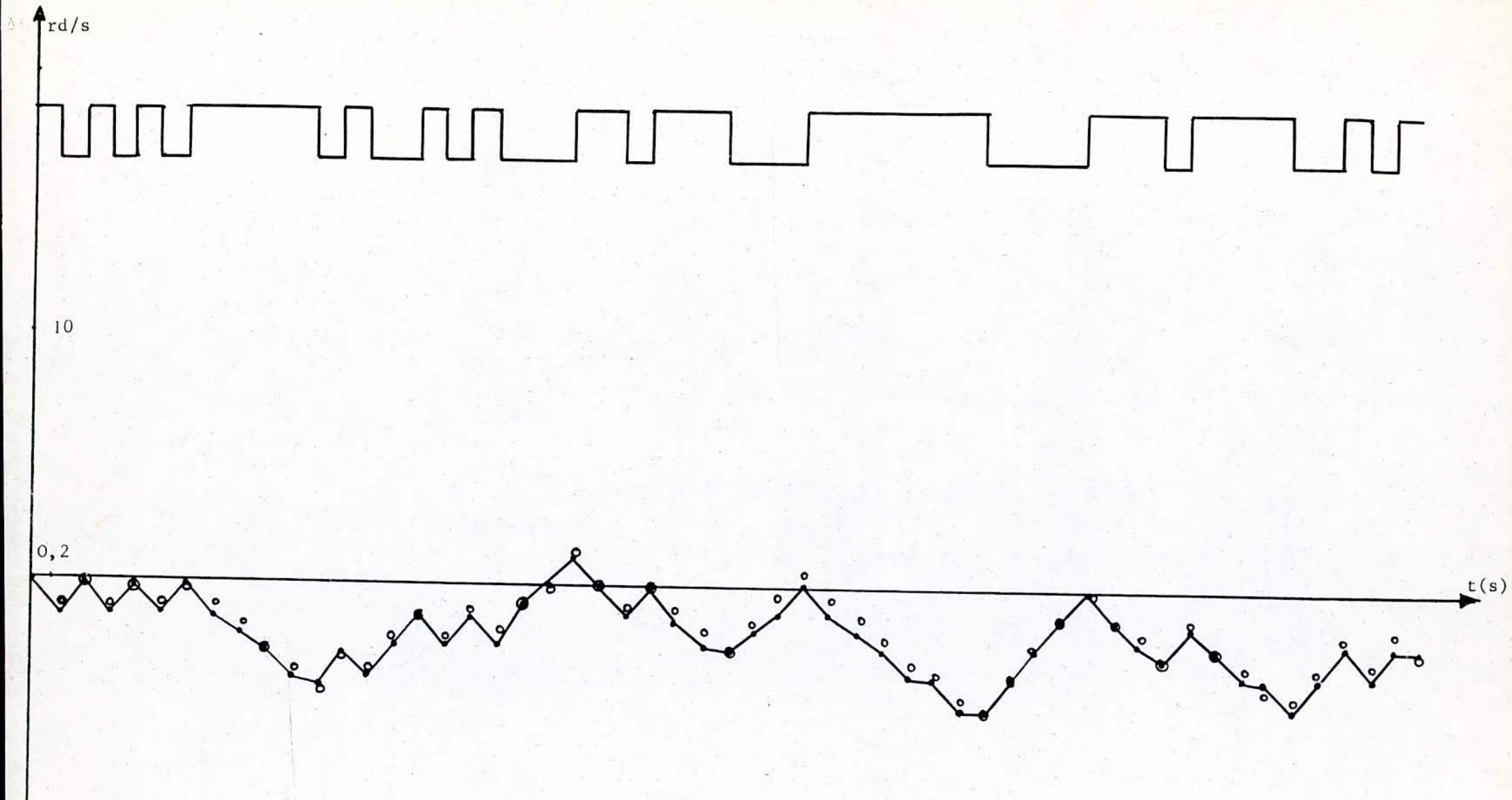
1 colonne                      n colonnes

on cherche une matrice carrée orthogonale  $\underline{P}_2$  telle que  $\underline{P}_2 \underline{A}_2$  soit de la forme :

$$\underline{P}_2 \cdot \underline{A}_2 = \left[ \begin{array}{c|c} \underline{B}_0 & \underline{B}_1 \\ \hline 0 & \underline{Q}_2 \cdot \underline{B}_2 \end{array} \right] m \text{ lignes}$$

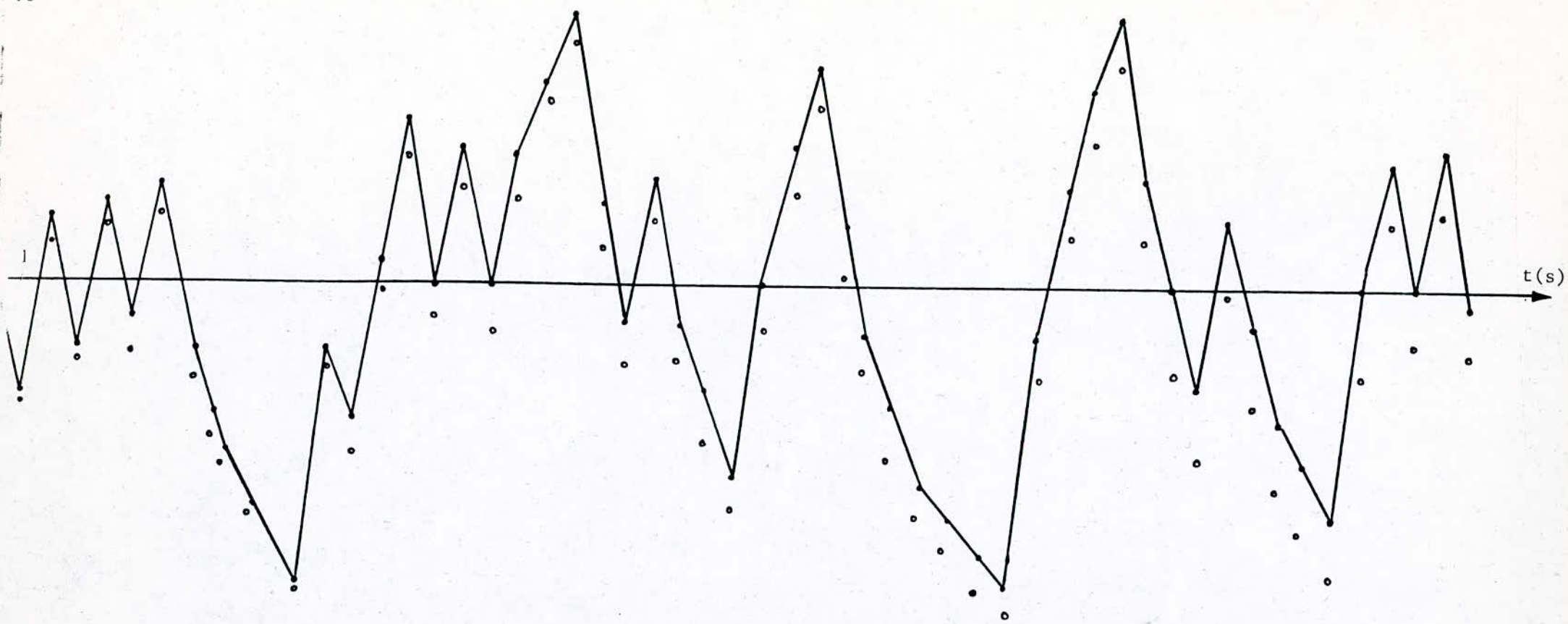
$$\underline{P}_2 = \left[ \begin{array}{c|c} \underline{I} & 0 \\ \hline 0 & \underline{Q}_2 \end{array} \right] m \times m$$

$A_2$  sera donc une matrice carrée de rang  $m-1$ , et  $\underline{a}_2, \underline{b}_2$  auront tous les éléments de la première colonne nuls sauf le premier. On réitère alors la procédure donnant  $w_1$  et  $\beta_1$  enfin  $A_2$



- courbe réelle
- courbe simulée

Réponse à une SBPA à 2000 tr/mn  $T_e = 0,2s$   $U = 2^\circ$ .



Réponse à une SBPA à 2000 tr/mn ,  $T_e = 1s$  ,  $U = 2^\circ$ .

- . courbe réelle
- o courbe simulée

## BIBLIOGRAPHIE

K. BENHAMZA

Identification et commande numérique  
d'un moteur à courant continu

K. BOUATOUCHE

Recherche des caractéristiques optimales  
des signaux d'entrée

C. FOULARD, S. GENTIL

Commande et régulation par ordinateur

M. BELLANGER

traitement numérique du signal

S. GENTIL

ÉTUDE comparative des méthodes statistiques  
d'identification