

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

2ea

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Electrotechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Caractéristiques Electromécaniques  
de trois moteurs asynchrones  
à rotors différents

Proposé par :

R. IBTIOUEN

Etudié par :

KALICHE Abderrahmane  
HAMADA Abdelmalek

Dirigé par :

R. IBTIOUEN



PROMOTION : Juin 1984

الجمهوريّة الجزائريّة الديمقراطية الشعبيّة  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

—»o«—

وزارة التعليم والبحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

—»o«—

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

—»o«—

Département : Electrotechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## SUJET

**Cracteristiques Electromécaniques  
de trois moteurs asynchrones  
à rotors différents**

Proposé par :

R. IBTIOUEN

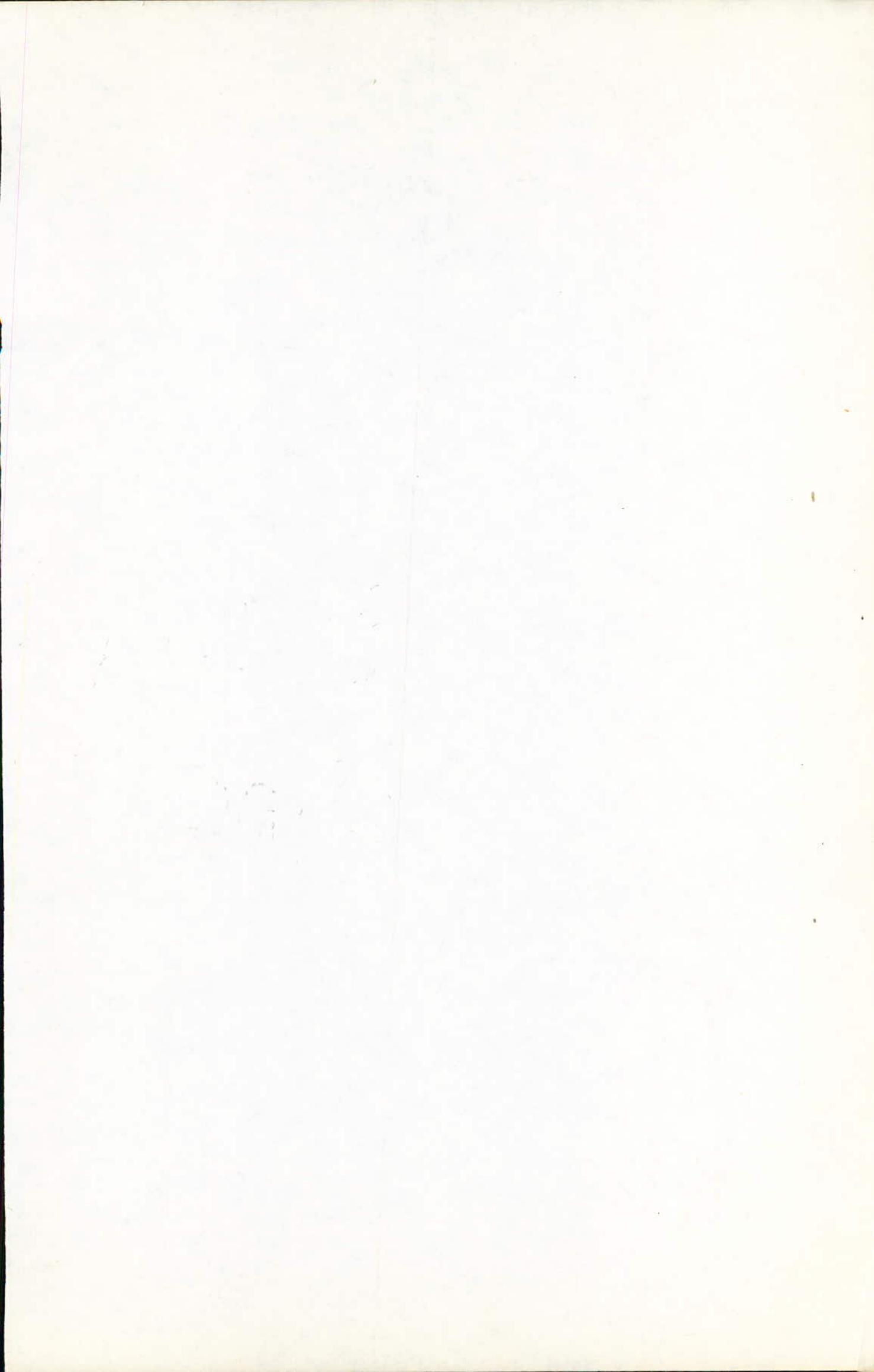
Etudié par :

KALICHE Abderrahmane  
HAMADA Abdelmalek

Dirigé par :

R. IBTIOUEN

Promotion : Juin 1984



---

## Remerciements

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur R. IBTIOUEN pour son aide et ses conseils précieux qu'il nous a prodigés.

Nous tenons aussi à remercier tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.

Nous exprimons nos vifs remerciements à M<sup>r</sup> MAHMOUDI qui a beaucoup contribué à l'élaboration de notre programme.

Nos remerciements vont également à tous ceux qui ont collaboré de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste ouvrage.

Nous n'oublions pas de remercier M<sup>r</sup> EL-HADJ, agent au laboratoire d'électrotechnique de l'E.N.P.A.

---

---

---

---

## Dedicaces

C'est à

- Mes parents
- Mes frères et sœurs
- Tous mes amis
- Tous ceux qui ont contribué à ma formation,  
que je dédie ce travail.

Abderrahmane Kaliche

Je dédie ce modeste travail :

- A mes parents
- A mes frères et sœurs
- A mon frère ABDELHAFID
- A mon ami BOUBEKRI Abdelbaki
- Ainsi qu'à tous mes amis.

Abdelmalek Hamada

---

## NOTATIONS

SYMBOLE	DESIGNATION	UNITE
$I_s$	courant d'une phase statorique	A
$I_m$	courant de magnétisation	A
$I_r$	courant d'une phase rotorique	A
V	tension par phase au stator	V
E	Force électro-motrice induite par phase	V
$E_m$	Valeur maximale de la F.e.m E	V
$X_1$	Réactance de fuite d'une phase statorique	S2
$R_1$	Résistance d'une phase statorique	S2
$X_2$	Réactance d'une phase rotorique ramenée au stator.	S2
$R_2$	Résistance d'une phase rotorique ramenée au stator	S2
$X_m$	Réactance de magnétisation	S2
$\vec{e}_r$	Vecteur unitaire de direction radiale	
$\vec{e}_\theta$	Vecteur unitaire de direction tangentielle	
$\vec{e}_z$	Vecteur unitaire de direction axiale	
w	pulsation des courants statoriques	rd/s
P	Nombre de paires de pôles	
$r_s$	Rayon interne du stator	m
$r_R$	Rayon du rotor	m
H	Intensité du champ magnétique	A/m

E	Intensité du champ électrique	V/m
B	Induction magnétique	T
A	Potentiel Vecteur	T.m
$\sigma$	Conductivité du matériau utilisé	$S^{-1} \cdot m^{-1}$
$\mu$	Perméabilité absolue du matériau ferromagnétique utilisé	H/m
$\mu_r$	Perméabilité relative du matériau ferromagnétique utilisé.	
$\mu_0$	Perméabilité du vide ( $4\pi \cdot 10^{-7}$ )	H/m
$K_{b1}$	Coefficient de bobinage (du fondamentale)	
N	Nombre de spires en série par phase	
L	Longueur du noyau	m
s	épaisseur de peau (ou profondeur de pénétration du flux)	m
g	glissement	
$J_p$	Fonction de BESSEL du 1er espèce, d'ordre p	
f	Fréquence d'alimentation	Hz
m	Nombre de phases	
$\Delta$	Opérateur Laplacien	
$I_{cc}$	Courant de court-circuit (à rotor bloqué)	A
$I_o$	Courant à vide	A
$V_{cc}$	tension réduite	V

$P_{cc}$	Puissance de court-circuit (à rotor bloqué)	W
$P_0$	Puissance absorbée à vide (Pertes à vide)	W
$P_{fs}$	Pertes fer au stator	W
$P_{js}$	Pertes Joule au stator	W
$P_m$	Pertes mécaniques	W.

## Table de matières

	Page
Introduction .....	1
Première partie : Etude théorique et expérimentale d'un moteur à rotor massif Lisse	
A. Etude théorique.	3
A.0 Analogie avec la machine asynchrone classique.	3
A.1 Hypothèse et modèle d'étude	4
A.2 Etude du champ	5
A.3 Forces magnéto-motrices	22
A.4 Détermination des courants	27
A.5 Détermination de la réactance de magnétisation " $X_m$ " et de l'impédance motorique " $R_2 + jX_2$ "	29
A.6 Détermination du courant d'une phase statorique et du couple en fonction du glissement.	30
B. Etude expérimentale.	33
B.1 Présentation de la machine	33
B.2 Essais effectués	35

### B.3 Caractéristiques théoriques et expérimentales

41

Deuxième partie: Etude expérimentale d'un  
moteur à rotor bobiné.

II.1	Introduction	44
II.2	Machine utilisée	44
II.3	Méthodes utilisées pour la détermination de la caractéristique $I = f(g)$	45
II.4	Caractéristique expérimentale ( $I = f(g)$ )	53
II.5	Caractéristique obtenue par utilisation du diagramme du cercle ou par le schéma équivalent.	56

Troisième partie: Etude expérimentale d'un  
moteur à cage.

III.1	Introduction	57
III.2	Machine utilisée	57
III.3	Méthodes utilisées pour la détermination de la caractéristique $I = f(g)$	57
III.4	Caractéristique électromécanique de courant.	69

Etude comparative des caractéristiques  
 $I = f(g)$  pour les trois types de moteurs

77  
77

Quatrième partie : Génératrice asynchrone  
isolée.

I.1	Introduction	79	79
II.	Auto-amorçage	79	
III.	Calcul et choix des capacités	80	80
IV.	Exploitation	80	81
Conclusion		84	84
Bibliographie		85	85
Annexes		87	87

# **INTRODUCTION**

---

## INTRODUCTION

Pour les moteurs asynchrones, les principaux éléments de démarrage sont le couple de démarrage et le courant de démarrage. Dans notre étude, nous allons nous intéresser principalement au courant de démarrage sans toute fois perdre de vue le couple. Ce courant ne doit pas dépasser certains limites qui dépendent de la puissance du réseau. Pour les moteurs de grandes puissances, il faudrait que le courant de démarrage soit réduit. Ainsi, nous allons dans le cadre de notre projet de fin d'étude étudier la variation du courant absorbé en fonction du glissement pour trois moteurs d'induction de différents rotors. Pour comparer les caractéristiques  $I = f(g)$  nous allons utiliser le système des valeurs réduites pour les courants.

Dans la première partie de notre projet nous étudions un moteur asynchrone à rotor massif lisse. La théorie considérant une caractéristique magnétique linéaire au rotor ainsi que des coordonnées cylindriques est adoptée. Comme dit plus haut, nous nous intéressons plus précisément à la caractéristique courant-glisement de celui-ci dans le but d'une comparaison avec les moteurs à rotor bobiné et à cage d'écurail. En effet, il nous est en premier lieu plus facile d'adopter le système des courants réduits pour les trois moteurs étudiés et ce en fixant l'intensité

nominale indiquée sur la plaque signalétique.

Dans les deuxième et troisième partie de notre travail, nous déterminons la caractéristique courant - glissement pour respectivement un moteur bobiné et un moteur à cage. Nous identifions les deux machines suivant divers procédés. Pour le moteur à cage, nous profiterons pour exploiter les méthodes proposées par Alger [3] et Manduit [4] pour identifier la machine vu que celle-ci le rotor n'est pas accessible aux mesures - les caractéristiques courant - glissement en valeurs réduites pour ces deux derniers moteurs seront comparées à celle du moteur à rotor massif lisse.

Enfin, dans la dernière partie de notre travail, nous ferons une étude brève de la génératrice asynchrone autonomie à rotor bobiné.

Nota:

[ ] : référence bibliographique.

# **PARTIE I.**

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE  
D'UN MOTEUR A ROTOR MASSIF LISSE

## INTRODUCTION

Nous allons étudier le moteur d'induction à rotor massif lisse en considérant une caractéristique magnétique linéaire pour l'acier rotorique.

Nous développerons l'étude du champ rotorique en adoptant dans notre cas un système de coordonnées cylindriques.

Ce système de coordonnées permettra de mieux percevoir la distorsion du champ rotorique pour des faibles glissements.

## A. ETUDE THEORIQUE

### A.0 ANALOGIE AVEC LA MACHINE ASYNCHRONE CLASSIQUE.

Par analogie avec la machine asynchrone classique, le schéma équivalent par phase du moteur asynchrone à rotor massif lisse est ainsi représenté :

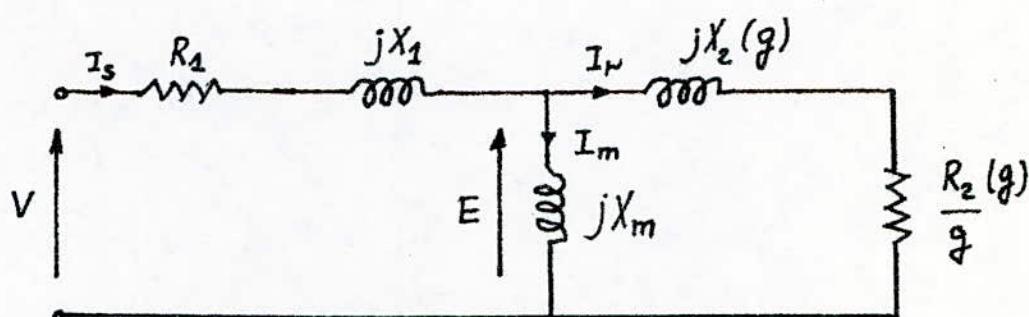


Fig. 1 "SCHEMA EQUIVALENT PAR PHASE RAMENE AU STATOR DE LA MACHINE".

Dans ce schéma équivalent "I<sub>s</sub>" représente le courant absorbé au stator qui se divisera en une composante de magnétisation "I<sub>m</sub>" et en composante de charge "I<sub>f</sub>" qui compense l'action magnétique du rotor sur le stator.

Le problème consiste à déterminer l'impédance rotorique. Nous avons adopté une caractéristique magnétique linéaire pour le rotor, de plus pour résoudre le problème du champ au niveau du rotor, des hypothèses simplificatrices sont nécessaires.

#### A.1 HYPOTHESES ET MODELE D'ETUDE.

##### a/ HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.

1. La perméabilité statorique est infinie.
2. La résistivité moyenne du stator est infinie par suite de son feuilletage.
3. Les effets d'extrémité seront négligés.
4. Les phénomènes d'hystérésis seront négligés.
5. Toutes les grandeurs électriques et magnétiques seront ramenées à leur composante fondamentale (pas d'harmonique d'espace).

## b) MODELE D'ETUDE ADOpte

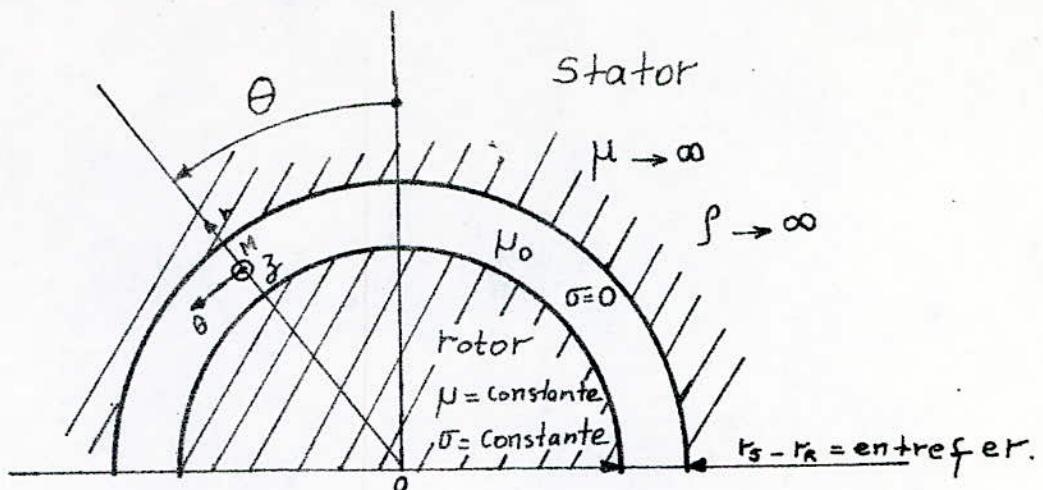


Fig.2 "Modèle d'étude du rotor massif lisse"

Deux systèmes stationnaires en coordonnées cylindriques sont établis (rotor et stator), l'origine des angles au stator est localisée sur l'axe de la phase de référence, à l'instant  $t=0$ , les coordonnées angulaires coïncident.

## A2. ETUDE DU CHAMP

### A2.1. EQUATION GENERALES

Les équations de MAXWELL pour un cas quasi-stationnaire en négligeant le courant de déplacement devant le courant de conduction ( $\frac{\partial D}{\partial t} \ll J$ ) sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rot } H = J \\ \text{Rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Div } B = 0 \\ \text{div } B = 0 \Rightarrow \text{Rot } A = B \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\text{Div } B = 0 \quad (3)$$

$$\text{div } B = 0 \Rightarrow \text{Rot } A = B \quad (3')$$

$A$ : potentiel vecteur qui a suivant l'hypothèse (3) une seule composante dirigée selon l'axe des  $z$ , en plus avec la perméabilité relative ( $\mu_r$ ) et la conductivité ( $\sigma$ ) du rotor qui sont supposées constantes nous pouvons écrire:

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \sigma E \\ B = \mu H \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \sigma E \\ B = \mu H \end{array} \right. \quad (5)$$

Ces deux données sont suffisantes pour réduire les équations du champ à une seule équation contenant une des variables suivantes ( $B$ ,  $H$ ,  $E$  et  $J$ ).

Nous choisissons pour l'équation finale du champ la variable dont les conditions aux limites sont les plus simples.<sup>[1]</sup>

## 2.2 RESOLUTION DES EQUATIONS

### a/ INDUCTION MAGNETIQUE A LA SURFACE DU STATOR

Supposant que la force électro-motrice induite par phase est :

$$E = E_m \sin \omega t$$

Le flux d'entrefer sera donné par :

$$\phi = -\frac{E_m}{\omega} \cos \omega t \quad (6)$$

La fondamentale de la composante radiale de l'induction magnétique à la surface du stator peut être écrit comme suit :

$$B_r /_{\text{stator}} = B_0 \cos(p\theta_s - \omega t) \quad (7)$$

$$d\phi = B_r /_{\text{stator}} ds$$

$$= B_r /_{\text{stator}} (r_s d\theta_s) dz$$

$$\text{Donc } \phi = (K_{b1} \cdot N) \iint_S B_0 \cos(p\theta_s - \omega t) r_s d\theta_s dz$$

$$\phi = (K_{b1} \cdot N) r_s \int_0^L dz \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} B_0 \cos(p\theta_s - \omega t) d\theta_s$$

$$\phi = 2 \left( \frac{B_0}{P} \cos \omega t \right) (K_{b1} \cdot N) L \cdot r_s$$

D'autre part  $\phi = -\frac{E_m}{\omega} \cos \omega t$

Donc  $B_0 = -\frac{P E_m}{2 r_s L w (K_{b1} \cdot N)}$  (8)

D'où en utilisant l'équation (7) nous tirons l'induction magnétique radiale au niveau de la surface statorique [1]

$$B_r \Big|_{r=r_s} = -\frac{P E_m}{2 r_s L w (K_{b1} \cdot N)} \cos(p\theta_s - \omega t)$$

### b/ INDUCTION MAGNETIQUE AU NIVEAU DU ROTOR

Dans les limites de la longueur de l'armature magnétique les lignes du champ sont situées dans des plans perpendiculaires à l'axe des  $z$ .

Le champ se reproduit dans chacun de ces plans (champ plan parallèle ou plus souvent appelé champ à deux dimensions) :

$$B = \begin{pmatrix} B_r \\ B_\theta \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z \end{pmatrix}$$

Les équations (1), (2), (4) et (5) permettent d'écrire :

$$\text{rot}(\text{rot}B) + \mu\sigma \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

En utilisant la condition  $\text{div}B = 0$  nous trouverons une équation aux dérivées partielles de  $B_r$ .

$\text{Div } B = 0$  en coordonnées cylindriques s'écrit :

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} + \frac{B_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{or } \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

$$\text{Donc } \frac{\partial B_r}{\partial t} + \frac{B_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (10)$$

De même

$$\begin{aligned} \text{Rot}(\text{rot}B) &= \text{grad}(\text{div}B) - \Delta \cdot B \\ &= -\Delta \cdot B \end{aligned}$$

Suivant la direction  $\vec{r}$  (fig 2) la relation (9) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \mu\sigma \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0$$

ou bien

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} - \frac{B_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \mu \sigma \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

De la relation (10) nous tirons :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = - \frac{\partial B_r}{\partial r} - \frac{B_r}{r} \Rightarrow -\frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = \frac{2}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + 2 \frac{B_r}{r^2}$$

L'équation (11) devient :

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} - \frac{B_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + 2 \frac{B_r}{r^2} + \mu \sigma \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0$$

ou bien

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} + \mu \sigma \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

La solution de l'équation (12) est de la forme<sup>[1]</sup>:

$$B_r = A_1 \frac{e^{j(p\theta - gwt)}}{r \sqrt{jg\omega\mu\sigma}} J_p(r \sqrt{jg\omega\mu\sigma}) \quad (13)$$

### C/ INDUCTION TANGENTIELLE AU NIVEAU DU ROTOR

Pour cela on utilise les deux expressions suivantes, en posant  $\beta = p\theta - qwt$  (14)

$$m = \sqrt{jg w \mu r} \quad (15)$$

a)  $\operatorname{Div} B = 0$

b)  $\frac{d}{dr} (J_p(mr)) = \begin{cases} m J_{p-1}(mr) - \frac{p}{r} J_p(mr) \\ \text{ou bien} \\ -m J_{p+1}(mr) + \frac{p}{r} J_p(mr) \end{cases} \quad (16.a)$

(16.b)

De la relation (10) nous tirons :

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = -B_r - r \frac{\partial B_r}{\partial r} \quad (17)$$

D'autre part

$$B_r = \frac{A_1 e^{j\beta}}{mr} J_p(mr) \quad (18)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} = \frac{A_1 e^{j\beta}}{mr} \left[ m J_{p-1}(mr) - \frac{p}{r} J_p(mr) \right] - \frac{A_1 e^{j\beta}}{mr^2} J_p(mr)$$

Donc

$$-r \frac{\partial B_r}{\partial r} = -\frac{A_1 e^{j\beta}}{m} \left( m J_{P-1}(mr) - \frac{P}{r} J_P(mr) \right) + A_1 \frac{e^{j\beta}}{mr} J_P(mr)$$

(19)

À partir des expressions (17), (18) et (19) nous obtenons:

$$-\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = -A_1 e^{j\beta} J_{P-1}(mr) + \frac{A_1 P}{mr} e^{j\beta} J_P(mr)$$

$$\Rightarrow B_\theta = j A_1 e^{j(P\theta - gwt)} \left[ \frac{J_{P-1}(r\sqrt{jg\omega\mu\sigma})}{P} - \frac{J_P(r\sqrt{jg\omega\mu\sigma})}{r\sqrt{jg\omega\mu\sigma}} \right]$$

(20)

d/ INDUCTION TANGENTIELLE AU NIVEAU DU ROTOR  
ÉCRITE SOUS UNE AUTRE FORME.

Nous allons introduire les nouvelles notations [1]:

$$a = \frac{r}{\delta} \quad (21)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{g\omega\mu\sigma}} \quad (22)$$

$\delta$ : représente la profondeur de pénétration du flux dans le rotor.

Et cherchons maintenant une relation entre  $J_P$ ,  $J_{P-1}$  et  $J_{P+1}$ .  
Dérivant l'expression de  $B_r$  (18) en utilisant la relation (16.b)

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} = A_1 \frac{e^{j\beta}}{mr} \left[ -m J_{P+1}(mr) + \frac{P}{r} J_P(mr) \right] - \frac{A_1 e^{j\beta}}{mr^2} J_P(mr)$$

$$\Rightarrow -r \frac{\partial B_r}{\partial r} = A_1 e^{j\beta} J_{P+1}(mr) - \frac{P}{mr} A_1 e^{j\beta} J_P(mr) + \frac{A_1 e^{j\beta}}{mr} J_P(mr)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = -r \frac{\partial B_r}{\partial r} - B_r$$

$$= A_1 e^{j\beta} J_{P+1}(mr) - \frac{A_1 P e^{j\beta}}{mr} J_P(mr)$$

Donc  $B_\theta = -j A_1 e^{j\beta} \frac{J_{P+1}(mr)}{P} + j \frac{A_1}{mr} e^{j\beta} J_P(mr)$

(20-bis)

Egalisant (20-bis) avec (20) nous aurons:

$$- \frac{J_{P+1}(mr)}{P} + \frac{J_P(mr)}{mr} = \frac{J_{P-1}(mr)}{P} - \frac{J_P(mr)}{mr}$$

$$\Rightarrow \frac{2 J_P(mr)}{mr} = \frac{J_{P+1}(mr) + J_{P-1}(mr)}{P}$$

$$\Rightarrow \frac{J_P(mr)}{mr} = \frac{J_{P+1}(mr) + J_{P-1}(mr)}{2P} \quad (23.a)$$

D'après (23.a) nous aurons:

$$B_r = A_1 e^{j\beta} \left[ \frac{J_{P+1}(mr) + J_{P-1}(mr)}{2P} \right] \quad (23.b)$$

En additionnant les équations (20-bis) et (20) nous obtenons

$$2B_\theta = j A_1 e^{j\beta} \left[ \frac{J_{P-1}(mr)}{P} - \frac{J_{P+1}(mr)}{P} \right]$$

$$\Rightarrow B_\theta = j \frac{A_1 e^{j\beta}}{2P} \left[ J_{P-1}(mr) - J_{P+1}(mr) \right] \quad (23.c)$$

En utilisant les notations (21) et (22) nous pouvons écrire les équations du champ au niveau du rotor d'une façon plus simple [1]:

$$B_r = A_1 e^{j\beta} \left[ J_{P-1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j}) \right] \quad (24)$$

$$B_\theta = j A_1 e^{j\beta} \left[ J_{P-1}(a\sqrt{j}) - J_{P+1}(a\sqrt{j}) \right] \quad (25)$$

### e/ INDUCTION MAGNETIQUE AU NIVEAU DE L'ENTREFER

au niveau de l'entrefer, la solution pour le champ est donnée par [1]:

$$B_r = A_2 e^{j\beta} \left[ r^{P-1} + k r^{-(P+1)} \right] \quad (26)$$

$$B_\theta = j A_2 e^{j\beta} \left[ r^{P-1} - k r^{-(P+1)} \right] \quad (27)$$

De nouvelles notations sont introduites par la suite du travail<sup>[2]</sup>:

$$W = \frac{J_{P-1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j})}{J_{P-1}(a_R\sqrt{j}) + J_{P+1}(a_R\sqrt{j})} \quad (28)$$

$$\gamma = x + jy = \frac{J_{P-1}(a\sqrt{j}) - J_{P+1}(a\sqrt{j})}{J_{P-1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j})} \quad (29)$$

$$\eta = \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{\ell_P} \quad (30)$$

En appliquant les conditions de la continuité de la composante de l'induction et de la composante tangentielle du champ nous avons:

$$\text{En } r = r_s \quad B_r|_{\text{stator}} = B_r|_{\text{entrefer}} \quad (31)$$

$$\text{En } r = r_R \quad \left\{ \begin{array}{l} B_r|_{\text{rotor}} = B_r|_{\text{entrefer}} \\ B_\theta|_{\text{rotor}} = \mu_r B_\theta|_{\text{entrefer}} \end{array} \right. \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_r|_{\text{rotor}} = B_r|_{\text{entrefer}} \\ B_\theta|_{\text{rotor}} = \mu_r B_\theta|_{\text{entrefer}} \end{array} \right. \quad (33)$$

## f/ DETERMINATION DES CONSTANTES $A_1, A_2$ et $k$ .

Nous allons utiliser les relations (31) et (32) c'est à dire les équations de continuité des composantes normale et tangentielle du champ pour déterminer les constantes  $A_1, A_2$  et  $k$ .

Au niveau du stator, nous avons  $B_p = \operatorname{Re}(B_0 e^{j\beta})$  donc le champ sous forme complexe s'écrit a :

$$B_p = B_0 e^{j\beta}$$

D'après la condition d'interface (31) nous avons :

$$\left. B_0 e^{j\beta} \right|_{r=r_s} = \left. B_p \right|_{r=r_s} \quad \begin{matrix} (\text{stator}) & (\text{centrefer}) \end{matrix}$$

En utilisant la relation (26) nous obtenons :

$$B_0 e^{j\beta} = A_2 e^{j\beta} \left[ r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)} \right] \text{ d'où :}$$

$$A_2 = \frac{B_0}{r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)}} \quad (34)$$

La condition à la Limite (continuité de la composante normale de l'induction), ainsi que les relations (24) et (26) nous permettent d'écrire que :

$$A_1 e^{j\beta} [J_{P-1}(a_R \sqrt{j}) + J_{P+1}(a_R \sqrt{j})] = A_2 e^{j\beta} [r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)}]$$

C'est à dire

$$A_1 = A_2 \frac{r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)}}{J_{P-1}(a_R \sqrt{j}) + J_{P+1}(a_R \sqrt{j})} \quad (35)$$

En remplaçant  $A_2$  par sa valeur, nous obtenons :

$$A_1 = B_0 \frac{r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)}}{(r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)})} \cdot \frac{1}{(J_{P+1} + J_{P-1})}$$

ou bien

$$A_1 = B_0 \left(\frac{r_s}{r_s}\right)^{P-1} \frac{(1 + k r_s^{-2P})}{(1 + k r_s^{-2P})} \cdot \frac{1}{(J_{P-1} + J_{P+1})} \quad (36)$$

La continuité de la composante tangentielle (33) ainsi que les relations (25) et (27) nous permettent d'écrire :

$$j A_1 e^{j\beta} (J_{P-1} - J_{P+1}) = j \mu_r A_2 e^{j\beta} [r_s^{P-1} - k r_s^{-(P+1)}]$$

ou bien

$$A_1 = A_2 \frac{\mu_r [r_s^{P-1} - k r_s^{-(P+1)}]}{(J_{P-1} - J_{P+1})} \quad (37)$$

N.B.  $J_p(a_R \sqrt{j})$  est notée  $J_p$ .

En égalisant les relations (35) et (36) puis en simplifiant par  $A_2$  nous aboutissons à :

$$\mu_r \cdot \frac{r_R^{P-1} - k r_R^{-(P+1)}}{J_{P-1} - J_{P+1}} = \frac{r_R^{P-1} + k r_R^{-(P+1)}}{J_{P-1} + J_{P+1}}$$

En simplifiant les numérateurs par  $r_R^{(P-1)}$  et en effectuant

$$\mu_r (1 - k r_R^{-2P}) (J_{P-1} + J_{P+1}) = (1 - k r_R^{-2P}) (J_{P-1} - J_{P+1})$$

$$\Rightarrow \mu_r (J_{P-1} + J_{P+1}) - \mu_r k r_R^{-2P} (J_{P-1} + J_{P+1}) =$$

$$(J_{P-1} - J_{P+1}) + k r_R^{-2P} (J_{P-1} - J_{P+1}).$$

$$\Rightarrow \mu_r (J_{P-1} + J_{P+1}) - (J_{P-1} - J_{P+1}) = k r_R^{-2P} \left[ (J_{P-1} - J_{P+1}) + \right.$$

$$\left. \mu_r (J_{P-1} + J_{P+1}) \right].$$

Nous tirons  $k$ :

$$k = r_R^{2P} \frac{\mu_r (J_{P-1} + J_{P+1}) - (J_{P-1} - J_{P+1})}{\mu_r (J_{P-1} + J_{P+1}) + (J_{P-1} - J_{P+1})}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par  $(J_{P-1} + J_{P+1})$  nous obtenons:

$$k = \kappa_R^{\ell_P} \frac{\mu_r - \frac{J_{P-1} + J_{P+1}}{J_{P-1} + J_{P+1}}}{\mu_r + \frac{J_{P-1} - J_{P+1}}{J_{P-1} + J_{P+1}}}$$

Or d'après la relation (30) nous avons :

$$\bar{\gamma}_R = \frac{J_{P-1} - J_{P+1}}{J_{P-1} + J_{P+1}}$$

Donc l'expression de  $k$  devient :

$$k = \kappa_R^{\ell_P} \frac{\mu_r - \bar{\gamma}_R}{\mu_r + \bar{\gamma}_R} \quad (38)$$

$$A_1 = B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} \left[ \frac{1 + k r_R^{-2P}}{1 + k r_s^{-2P}} \right] \cdot \left[ \frac{1}{J_{P-1} + J_{P+1}} \right] \quad (39)$$

$$A_2 = \frac{B_0}{r_s^{P-1} + k r_s^{-(P+1)}} \quad (40)$$

g/ CHAMP DANS LE ROTOR SOUS SA FORME COMPLEXE.

Dans l'équation (24), nous remplaçons  $A_1$  par son expression (39) ainsi :

$$B_r = e^{j\beta} B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} \left[ \frac{1 + k r_R^{-2P}}{1 + k r_s^{-2P}} \right] \left[ \frac{J_{P-1}(a_R \sqrt{j}) + J_{P+1}(a_R \sqrt{j})}{J_{P-1}(a_R \sqrt{j}) + J_{P+1}(a_R \sqrt{j})} \right]$$

La relation (20) nous permet d'écrire :

$$B_P = B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} \left[ \frac{1 + k r_R^{-2P}}{1 + k r_s^{-2P}} \right] W e^{j\beta}$$

La relation (38) donne :

$$B_r = B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} W e^{j\beta} \frac{1 + \frac{\mu_r - \gamma_r}{\mu_r + \gamma_r}}{1 + \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{2P} \cdot \frac{\mu_r - \gamma_r}{\mu_r + \gamma_r}}$$

$$= B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} W e^{j\beta} \frac{2 \mu_r}{\mu_r + \gamma_r + \eta (\mu_r - \gamma_r)}$$

Ou bien

$$B_r = B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} \frac{2 \mu_r W e^{j\beta}}{\mu_r (1+\gamma) + \gamma_R (1-\gamma)} \quad (41)$$

De même, en utilisant les relations (30) et (25)  $B_\theta$  s'écrit:

$$B_\theta = j A_1 e^{j\beta} \left( J_{P-1}^{(a\sqrt{j})} - J_{P+1}^{(a\sqrt{j})} \right)$$

$$B_\theta = j A_1 e^{j\beta} \cdot \left[ \frac{J_{P-1}(a\sqrt{j}) - J_{P+1}(a\sqrt{j})}{J_{P-1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j})} \right] \cdot \left( J_{P+1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j}) \right)$$

$$B_\theta = j A_1 e^{j\beta} \Im \left[ J_{P-1}(a\sqrt{j}) + J_{P+1}(a\sqrt{j}) \right]$$

$$\text{D'où } B_\theta = j \Im B_r \quad (42)$$

Donc le champ au niveau du rotor sous forme complexe est:

$$\begin{cases} B_r = B_0 \left( \frac{r_R}{r_s} \right)^{P-1} \frac{2 \mu_r W e^{j\beta}}{\mu_r (1+\gamma) + \gamma_R (1-\gamma)} \\ B_\theta = j \Im B_r \end{cases} \quad (42)$$

## h/ CHAMP DANS L'ENTREFER SOUS FORME COMPLEXE.

L'utilisation des relations (27), (28), (38) et (40) permettent d'écrire :

$$B_\theta|_{\text{entrefer}} = j B_0 \left(\frac{r}{r_s}\right)^{p-1} e^{j\beta} \frac{\mu_r \left[1 - \left(\frac{r_e}{r}\right)^{2p}\right] + \bar{Z}_R \left[1 + \left(\frac{r_e}{r}\right)^{2p}\right]}{\mu_r (1+\eta) + \bar{Z}_R (1-\eta)}$$

(43)

A présent que les expressions du champ à chaque niveau de la machine (stator, rotor, entrefer) sont établies, nous allons déterminer les expressions des forces magnéto-motrices (F.m.m) correspondantes.

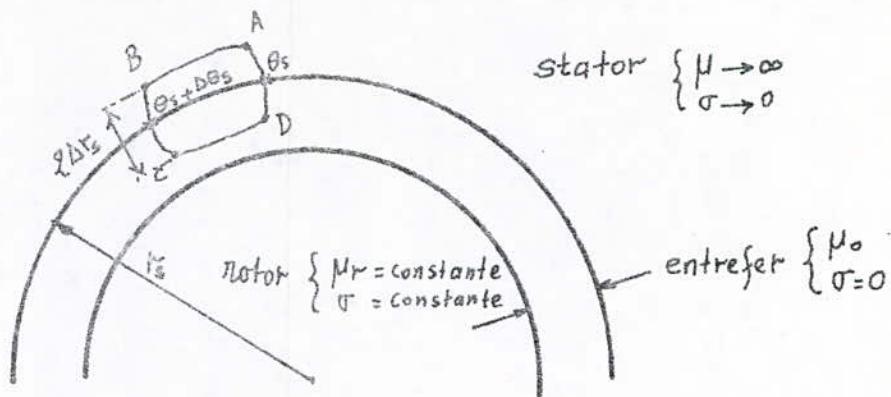
La détermination des forces magnéto-motrices permet de nous donner les expressions des courants (fig 1) et par la suite l'impédance rotatoire.

### A.3 FORCES MAGNETO-MOTRICES.

#### a/ FORCE MAGNETO-MOTRICE STATORIQUE "F<sub>s</sub>".

La composante fondamentale de la force magnéto-motrice au niveau du stator peut être calculée à l'aide du théorème d'Ampère.

La densité du courant statique est supposée linéaire (densité superficielle vu l'hypothèse (1))



(fig.3)

Considérant le contour fermé ABCDA, dans un plan perpendiculaire à l'axe de la machine ; ce contour fermé englobe la mince couche où est localisée la densité superficielle du courant statique et traverse l'entrefer par lequel le flux se referme en compensant la force magnéto-motrice du rotor (côté entrefer).

C'est à dire :

$$F_{\text{stat.}} = F_{\text{rot.}} + F_{\text{magnét.}}$$

Le théorème d'Ampère donne :

$$\begin{aligned} \Delta F_s &= \oint_{ABCD} H \cdot d\ell = \int_{\theta_s}^{\theta_s + \Delta \theta_s} H_\theta \Big|_{r_s + \Delta r} (r_s + \Delta r) d\theta_s \\ &+ \int_{r_s - \Delta r}^{r_s} H_r \Big|_{\theta_s + \Delta \theta_s} dr - \int_{r_s - \Delta r}^{r_s + \Delta r} H_r \Big|_{\theta_s} dr - \int_{\theta_s + \Delta \theta_s}^{\theta_s} H_\theta \Big|_{(r_s - \Delta r)} (r_s - \Delta r) d\theta_s. \end{aligned}$$

$$\Delta r \rightarrow 0$$

$$\text{Donc } \Delta F_s = - \int_{\theta_s + \Delta \theta_s}^{\theta_s} H_\theta \Big|_{r_s} r_s d\theta_s \\ = \int_{\theta_s}^{\theta_s + \Delta \theta_s} H_\theta \Big|_{r_s} r_s d\theta_s$$

$$B_\theta \Big|_{r_s} = \mu_0 H_\theta \Big|_{r_s}$$

$$\text{Donc } \Delta F_s = \frac{1}{\mu_0} \int_{\theta_s}^{\theta_s + \Delta \theta_s} H_\theta \Big|_{r_s} r_s d\theta_s.$$

Le théorème de la valeur moyenne pour les intégrales nous permet d'écrire<sup>[1]</sup>:

$$\Delta F_s = \frac{1}{\mu_0} r_s \Delta \theta_s B_\theta \Big|_{(r_s, \theta_s + k \Delta \theta_s)} \quad \text{où } 0 < k < 1.$$

$$\text{D'où } \frac{\Delta F_s}{\Delta \theta_s} = \frac{1}{\mu_0} r_s B_\theta \Big|_{(r_s, \theta_s + k \Delta \theta_s)}$$

$$\lim_{\Delta \theta_s \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta \theta_s} = \frac{d F_s}{d \theta_s}$$

$$\Rightarrow F_s = \int_0^{\theta_s} \frac{1}{\mu_0} r_s B_\theta \Big|_{r_s} \underset{\text{entrefer}}{d\theta_s} d\theta_s$$

Ou

$$F_S = \int_0^{\theta_s} \frac{1}{\mu_0} r_s^2 \left[ j B_0 \left( \frac{r}{r_s} \right)^{p-1} e^{j(P\theta_s - wt)} \right] \cdot \frac{\left[ \mu_r \left[ 1 - \left( \frac{r_R}{r} \right)^{2p} \right] + \beta_R \left[ 1 + \left( \frac{r_R}{r} \right)^{2p} \right] \right]}{\mu_r (1+\eta) + \beta_R (1-\eta)} d\theta_s$$

$$\text{Donc } F_S = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{r_s B_0}{P} \right) e^{j(P\theta_s - wt)} \cdot \frac{\mu_r (1-\eta) + \beta_R (1+\eta)}{\mu_r (1+\eta) + \beta_R (1-\eta)}$$

La composante fondamentale maximale de la force magnéto-motrice, établie pour un système comprennant m phases équilibrées est égale à :

$$F_{\text{stat}} / \theta_{s=0} = \left( \frac{m}{\pi} \right) \left( \frac{K_b I \cdot N}{P} \right) i_{\text{stat}} \quad (45)$$

### b/ DETERMINATION DE LA FORCE MAGNETO-MOTRICE ROTORIQUE ET DE LA FORCE MAGNETO-MOTRICE DUE AU COURANT DE MAGNETISATION.

La force magnéto-motrice de magnétisation ( $F_m$ ) est la force magnéto-motrice à la surface du stator ( $F_s$ ) quand le glissement est nul:

$F_m = F_s (q=0)$ , qui se traduit par:

$$\beta_R = 1 + j0$$

-26-

$$\text{Donc } F_m = \frac{\tilde{r}_s B_0}{\mu_0 P} \frac{\mu_r(1-\eta) + (1+\eta)}{\mu_r(1+\eta) + (1-\eta)} e^{j(P\theta_s - wt)}$$

$$\text{Posant } \xi = \frac{1-\eta}{1+\eta}$$

$$\text{Donc } F_m = \frac{\tilde{r}_s B_0}{\mu_0 P} \left[ \frac{\mu_r \xi + 1}{\mu_r + \xi} \right] e^{j(P\theta_s - wt)} \quad (4.6)$$

$$F_s = \frac{\tilde{r}_s B_0}{\mu_0 P} \left[ \frac{\mu_r \xi + z_R}{\mu_r + z_R \xi} \right] e^{j(P\theta_s - wt)} \quad (4.7)$$

$$F_r = F_p + F_m \Rightarrow F_p = F_s - F_m$$

$$\text{Donc } F_p = \frac{\tilde{r}_s B_0}{\mu_0 \mu_r P} \frac{(1-\xi^2)(z_R-1)}{(1+\xi/\mu_r)(1+z_R \xi/\mu_r)} e^{j(P\theta_s - wt)}$$

Si l'entrefer est petit (c'est le cas)  $\tilde{r}_R \neq \tilde{r}_s$ , donc  
 $1-\xi^2 = \eta$  et

$$F_p = \eta \frac{\tilde{r}_s B_0}{P \mu_0 \mu_r} (z_R - 1) e^{j(P\theta_s - wt)} \quad (4.8)$$

## A.4 DETERMINATION DES COURANTS

### a/ COURANT DE MAGNETISATION ( $I_m$ )

Les deux expressions équivalentes de la force magnéto-motrice de magnétisation ( $F_m$ ) nous permettent de tirer l'expression du courant  $I_m$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_m = \frac{1}{\mu_0} \frac{T_s B_o}{P} \frac{\mu_r \xi + 1}{\mu_r + \xi} e^{j(P\theta_s - \omega t)} \\ F_m = \left(\frac{m}{\pi}\right) \frac{(K_{ba} \cdot N)}{P} I_m \end{array} \right.$$

Donc  $I_m = \frac{1}{\mu_0} T_s B_o \left[ \frac{\xi + 1/\mu_r}{1 + \xi/\mu_r} \right] \frac{\pi}{m(K_{ba} \cdot N)} e^{j(P\theta_s - \omega t)}$

Dans l'axe de la phase de référence,  $\theta_s = 0$  et le courant de magnétisation vaut:

$$I_m = \frac{1}{\mu_0} \frac{T_s B_o}{m(K_{ba} \cdot N)} \pi \left[ \frac{\xi + 1/\mu_r}{1 + \xi/\mu_r} \right] e^{-j\omega t} \quad (49)$$

La valeur maximum du courant de magnétisation est:

$$I_{m(max)} = \frac{1}{\mu_0} \frac{T_s B_o \pi}{m(K_{ba} \cdot N)} \left[ \frac{\xi + 1/\mu_r}{1 + \xi/\mu_r} \right] \quad (50)$$

### b/ COURANT ROTORIQUE ( $I_r$ )

Les deux expressions équivalentes de la force magnéto-motrice rotorique nous permettent de tirer l'expression du courant  $I_r$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_F = \frac{1}{\mu_0} \left( \eta \frac{T_s B_o}{P \mu_r} \right) (z_R - 1) e^{j(P\theta_s - wt)} \\ F_r = \left( \frac{m}{\pi} \right) \frac{(K_{b1} \cdot N)}{P} I_r \end{array} \right.$$

Donc  $I_r = \frac{1}{\mu_0} \eta \frac{T_s B_o}{\mu_r} (z_R - 1) \frac{\pi}{m(K_{b1} \cdot N)} e^{j(P\theta_s - wt)}$

Dans l'axe de la phase de référence,  $\theta_s = 0$  et le courant rotorique vaut:

$$I_r = \frac{1}{\mu_0} \eta \frac{T_s B_o}{\mu_r} (z_R - 1) \frac{\pi}{m(K_{b1} \cdot N)} e^{-jwt}$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \eta \frac{T_s B_o}{\mu_r} \frac{\pi}{m(K_{b1} \cdot N)} (z_R - 1) (\cos wt - j \sin wt)$$

La partie réelle de l'expression du courant rotorique ( $I_r$ ) est la solution cherchée:

$$I_r = \frac{1}{\mu_0} \eta \frac{\gamma_s B_0}{\mu_r} \frac{\pi}{m(K_{b1} \cdot N)} [(x_R - 1) \cos \omega t + y_R \sin \omega t] \quad (51)$$

### A.5 DETERMINATION DE LA REACTANCE DE MAGNETISATION "X<sub>m</sub>" ET DE L'IMPEDANCE ROTORIQUE "(R<sub>2</sub> + j X<sub>2</sub>)"

a/ REACTANCE DE MAGNETISATION (X<sub>m</sub>).

$$X_m = \frac{E_m}{I_{m(\max)}}$$

$$B_0 = \frac{-E_m P}{2 \gamma_s L \omega (K_{b1} \cdot N)} \Rightarrow |E_m| = \frac{2 \gamma_s L \omega (K_{b1} \cdot N) B_0}{P}$$

$$\text{Donc } X_m = \frac{2 \cdot L \cdot \omega (K_{b1} \cdot N)^2 \mu_0 m}{P \pi [(\mu_r \beta + 1)/(\mu_r + \beta)]} \quad (52)$$

b/ IMPEDANCE ROTORIQUE "(R<sub>2</sub> + j X<sub>2</sub>)"

Supposant que la force électromotrice induite par phase est :

$$E = E_m \sin \omega t$$

Le courant rotorique s'écrit donc :

$$I_r = \frac{E_m e^{j\omega t}}{R_2/g + jX_2}$$

ou

$$I_r = \frac{E_m}{(R_2/g)^2 + X_2^2} \left[ (R_2/g) \sin \omega t - X_2 \cos \omega t \right] \quad (53)$$

Egalisant les expressions (51) et (53) nous obtenons :

$$R_2 = \frac{(-y_R)}{[(x_R-1)^2 + y_R^2]} \quad a_R^2 \frac{m (K_{B1} \cdot N)^2 \cdot 4 \cdot L}{\eta \cdot \pi \cdot P \cdot r_R^2 \cdot \sigma} \quad (54)$$

Et

$$X_2 = \frac{(x_R-1)}{[(x_R-1)^2 + y_R^2]} \frac{\mu_0 \mu_r \cdot m \cdot (K_{B1} \cdot N)^2 \cdot 2 \cdot L \cdot w}{\eta \cdot \pi \cdot P} \quad (55)$$

Egalisant les expressions (51) et (53) nous obtenons :

A.6 DETERMINATION DU COURANT D'UNE PHASE STATORIQUE ET DU COUPLE EN FONCTION DU GLISSEMENT.

a/ COURANT D'UNE PHASE STATORIQUE.

$$|I| = \frac{V}{|Z_{eq}|}$$

$$Z_{eq} = R_1 + jX_1 + \frac{[(R_2/g) + jX_2] \cdot jX_m}{R_2 + j(X_2 + X_m)}$$

$$|Z_{eq}| = \left[ \left( R_1 \frac{R_2}{g} - X_1 (X_2 + X_m) - X_2 X_m \right)^2 + \left( R_1 (X_2 + X_m) + \frac{R_2}{g} (X_1 + X_m) \right)^2 + (R_2/g)^2 + (X_2 + X_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

D'où

$$I = V \cdot \frac{\left[ (R_2/g)^2 + (X_2 + X_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \left( R_1 \frac{R_2}{g} - X_1 (X_2 + X_m) - X_2 X_m \right)^2 + \left( R_1 (X_2 + X_m) + (R_2/g)(X_1 + X_m) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (56)$$

Dans cette expression la résistance et la réactance rotorique par phase ramenées au stator sont des expressions en fonction de  $x_R$ ,  $y_R$ ,  $a_R$  et  $\mu_\mu$ . (voir annexe 1)

### b/ COUPLE ELECTROMAGNETIQUE.

On utilise l'expression du couple suivante:

$$\Gamma = \frac{3(R_2/g) I_r^2}{w/p} \quad (57)$$

En substituant, la résistance rotorique ( $R_2$ ) par son expression (54) et le courant rotorique ( $I_R$ ) par son expression (51), dans l'expression du couple (57) nous obtenons :

$$\Gamma = \frac{6 \cdot L \cdot \gamma \cdot \pi \cdot r_s^2 \cdot B_0^2}{\mu_0 \mu_r m} (-y_R) \quad (58)$$

Nota : Les valeurs de  $x_R$  et de  $y_R$  sont données en annexe (1), ainsi que les valeurs de  $R_2$  et de  $x_2$  pour un  $\mu_r$  donnée.

## B. ETUDE EXPERIMENTALE

### B.1 PRESENTATION DE LA MACHINE

#### a/ CARACTERISTIQUES DU STATOR.

[220/380 V ; 9.2 / 5.3 A ; 50 Hz ; 2.2 kW]

Nombre de phases	$m = 3$
Nombre de pôles	$2p = 4$ ( $p = 2$ )
Nombre d'encoches au stator	36
Nombre de spires en série par phase	$N = 222$
Diamètre interne du stator	88.5 mm
Résistance d'une phase statorique (à chaud)	3.4 $\Omega$
Réactance de fuite d'une phase statorique	10 $\Omega$
Coefficient de bobinage	$K_{b1} = 0.945$
Longueur du noyau	$L = 110$ mm.

#### b/ CARACTERISTIQUES DU ROTOR.

conductivité	$\sigma = 5.347 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Diamètre	87.7 mm
Caractéristique magnétique de l'acier utilisé (fig. 4).	

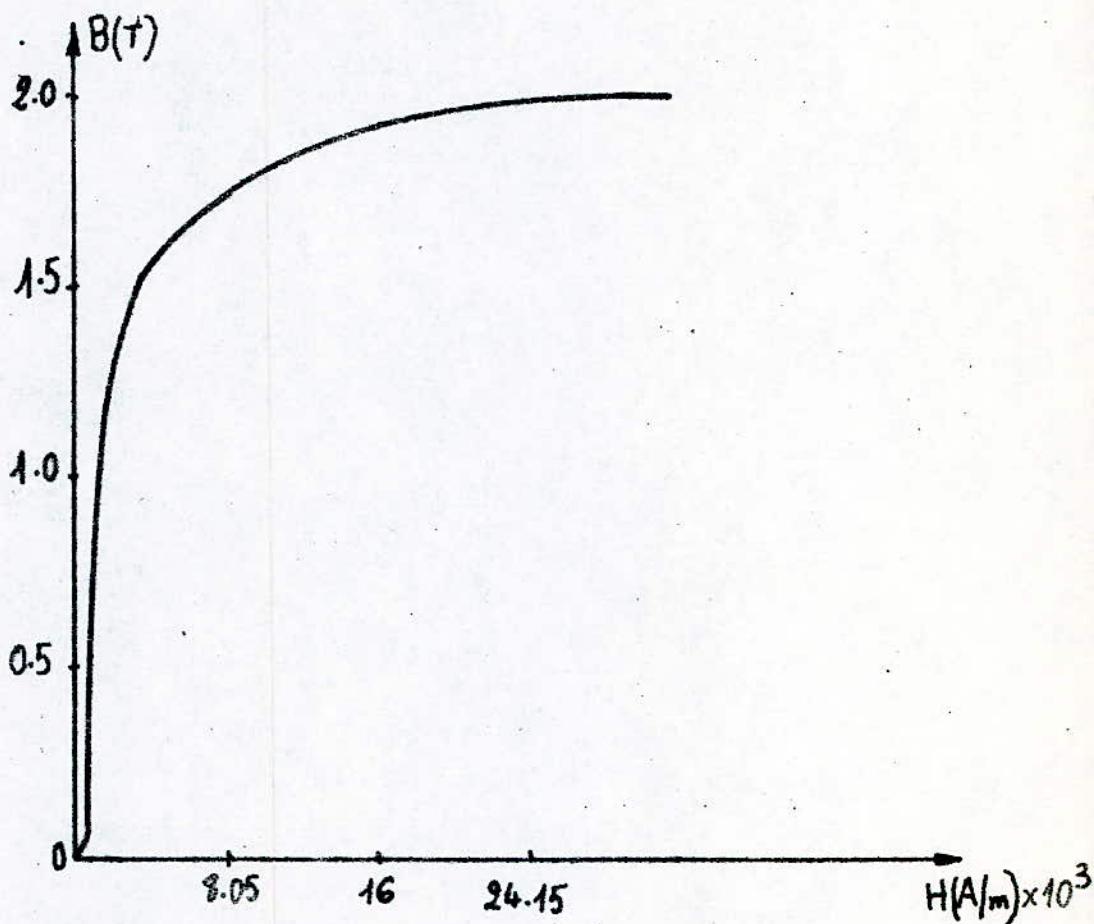


Fig 4 "Caractéristique magnétique de l'acier  
rotorique (X C 18)"  
 $\mu \approx 1.87 \cdot 10^{-7} \text{ esu}$ .

## B.2 ESSAIS EFFECTUÉS

Le moteur asynchrone à rotor massif lisse entraîne une dynamo-frein qui débite sur une charge résistive (celle-ci étant accouplée à une génératrice tachymétrique permettant la mesure du glissement).

Nous avons effectué les essais suivants avec le stator couplé en étoile ( $\lambda$ ):

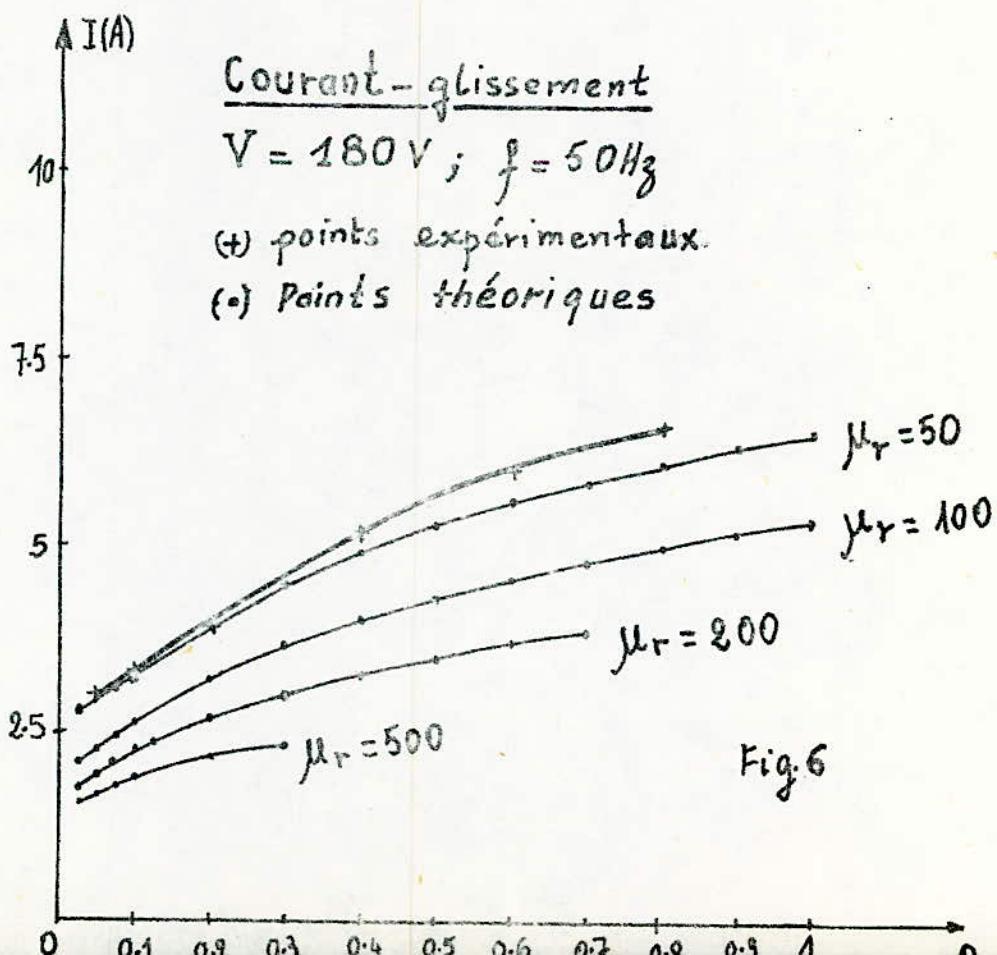
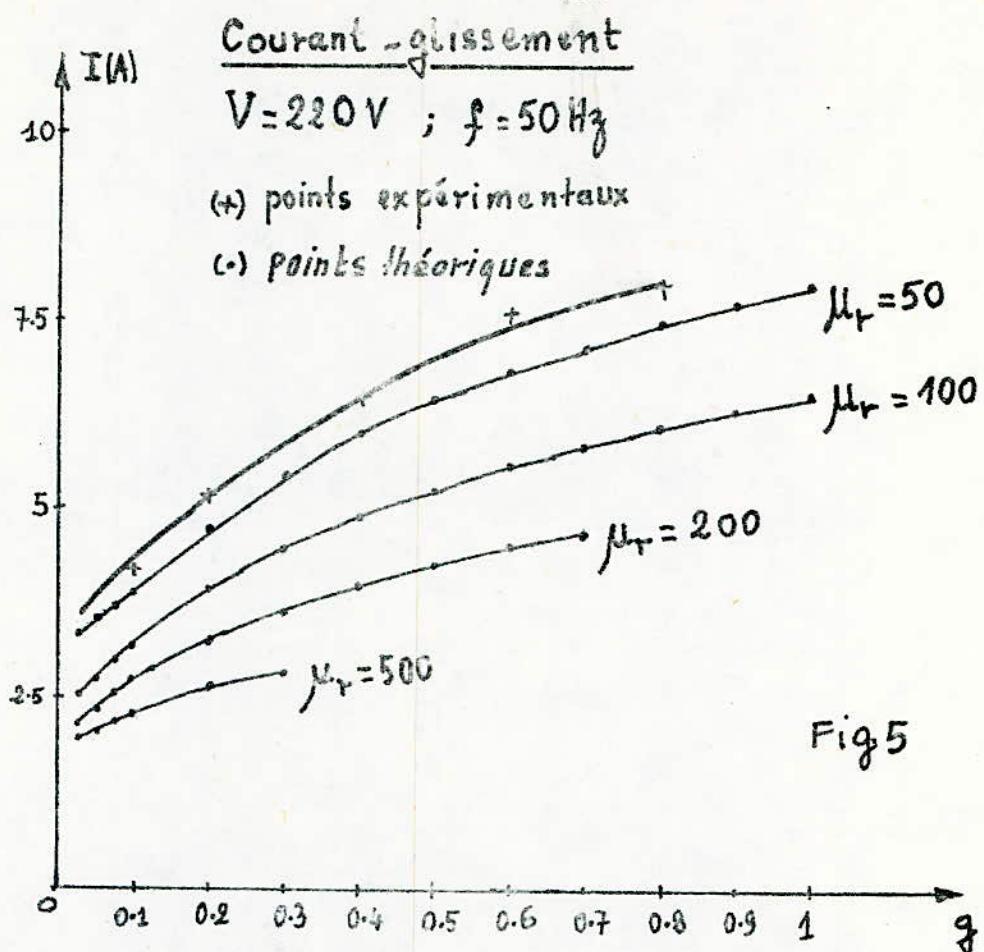
1/ Sous la fréquence ( $f=50\text{Hz}$ ) et pour différentes tensions ( $V=220\text{V}$  ;  $V=180\text{V}$  ;  $V=170\text{V}$  ;  $V=150\text{V}$  ;  $V=127\text{V}$  ;  $V=110\text{V}$ ).

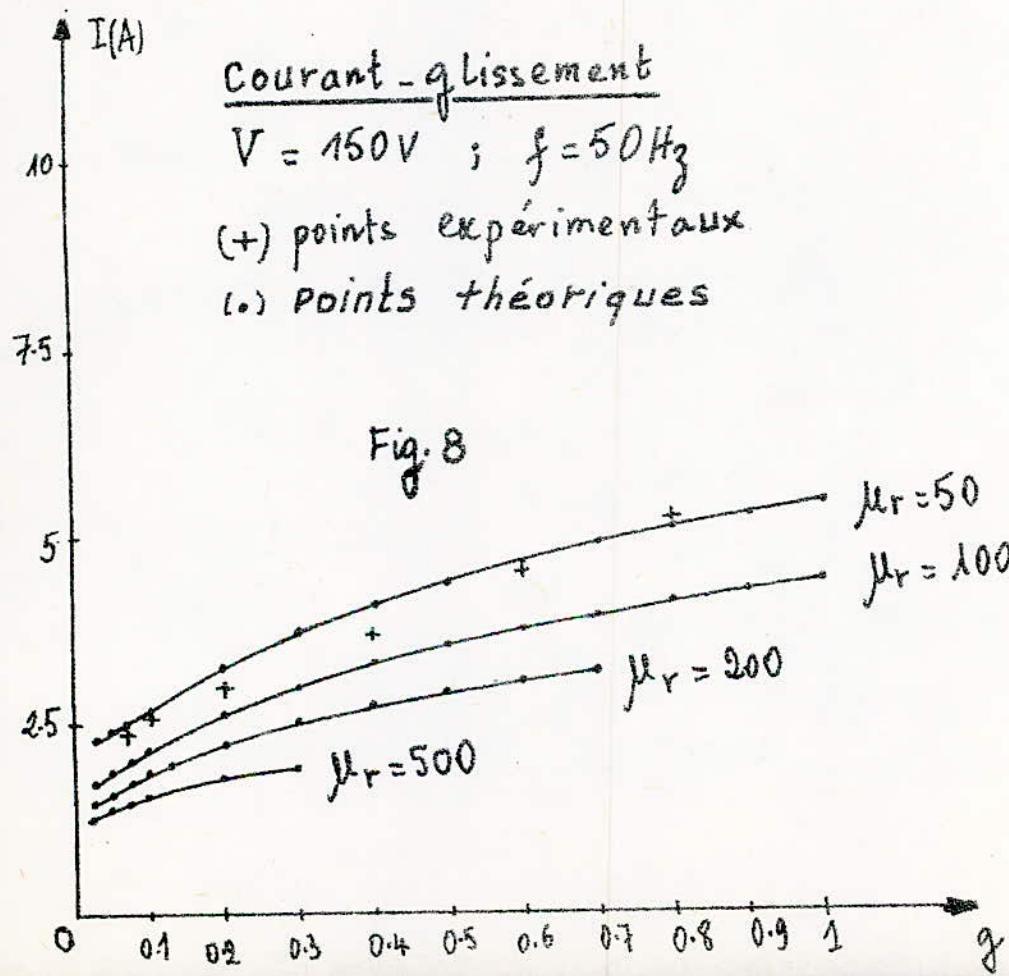
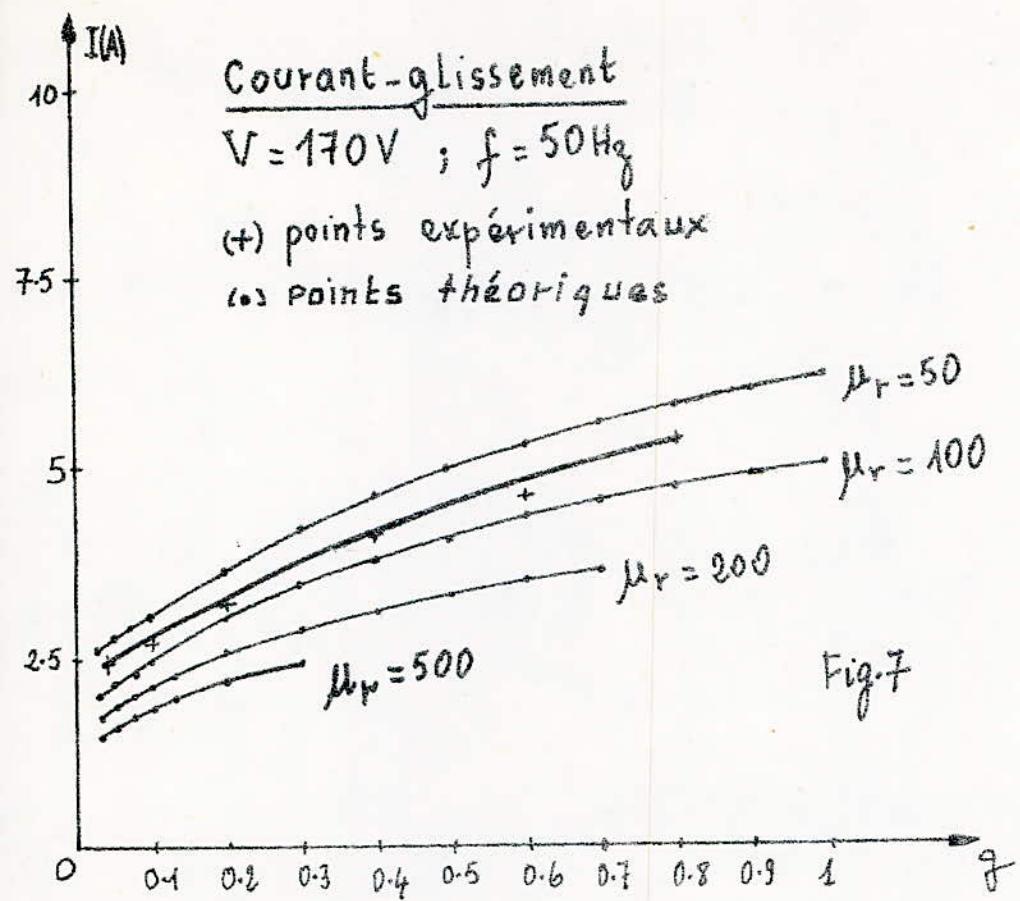
Nous avons relevé le courant en fonction du glissement ( $I=f(g)$ ) fig. (5, 6, 7, 8, 9, 10)

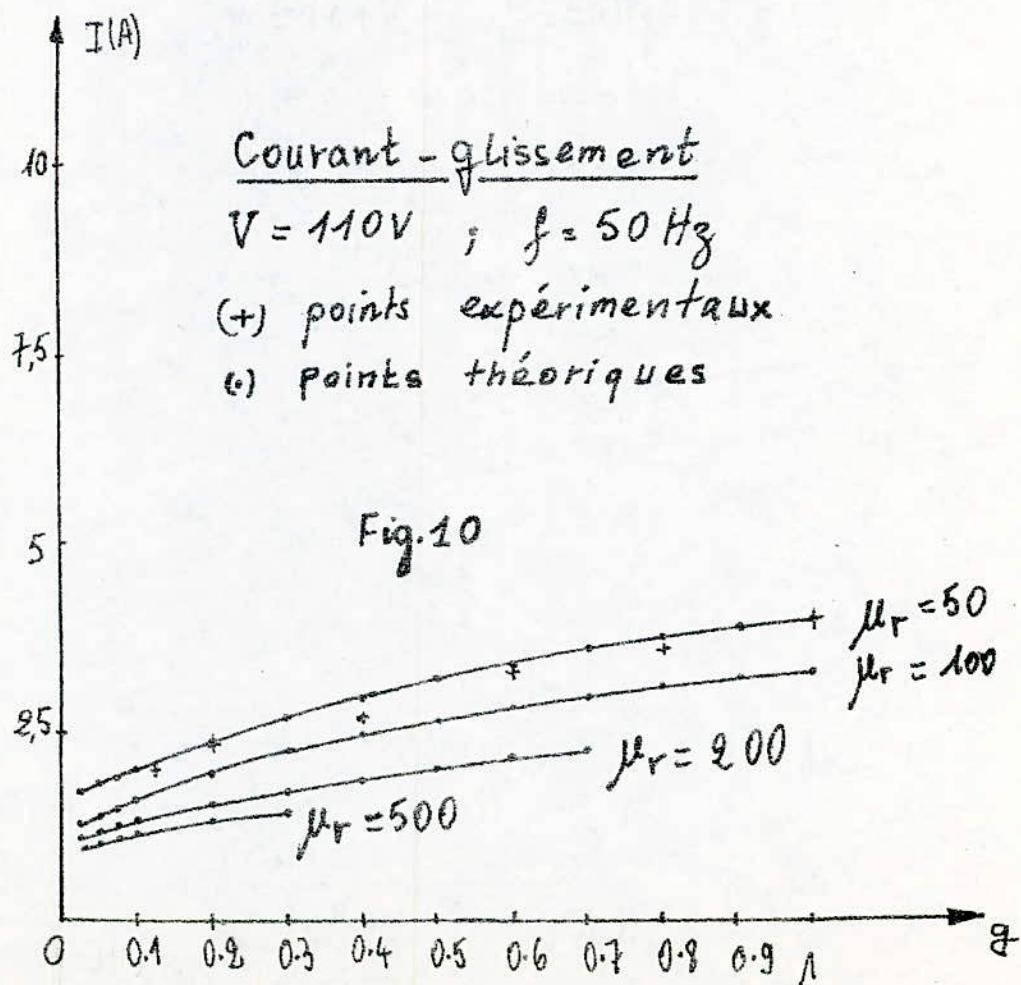
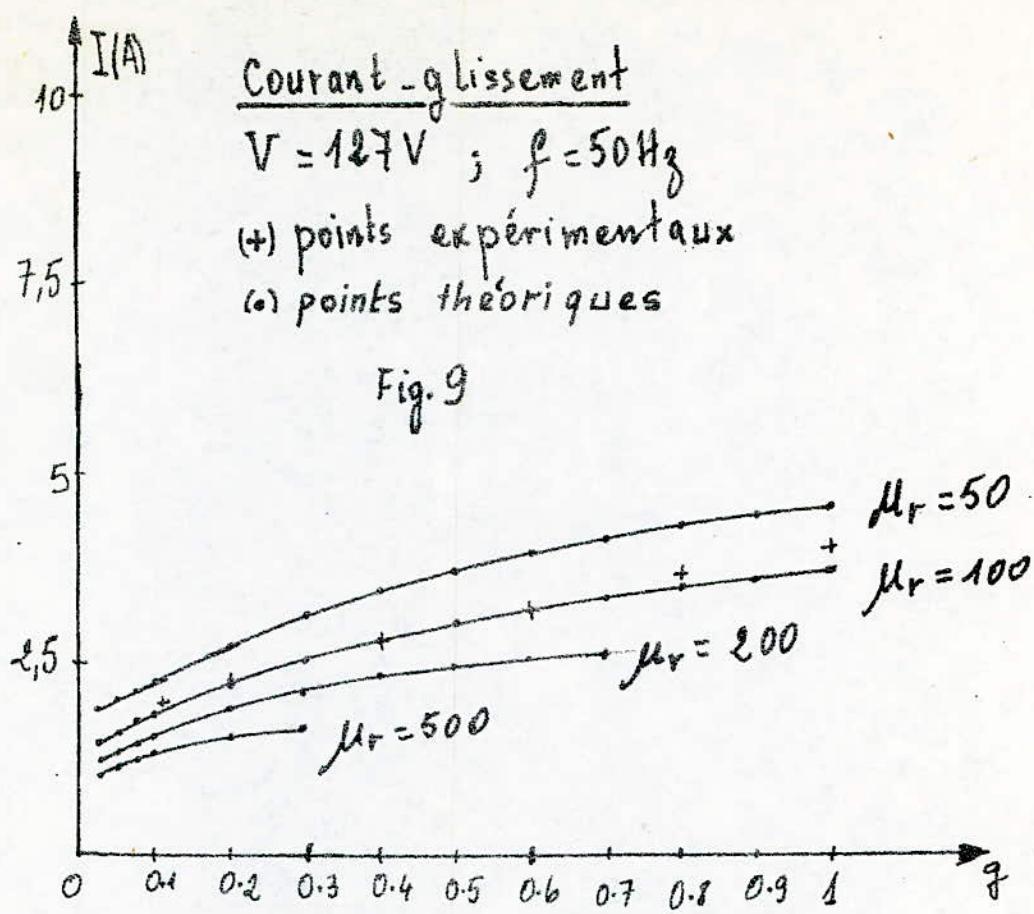
2/ Pour la tension  $V=220\text{V}$ ,  $f=50\text{Hz}$ .

Nous avons relevé le couple en fonction du glissement

REMARQUE : Ce dernier essai est réalisé juste pour compléter la comparaison de la théorie utilisée avec les mesures.







Rotor massif Lisse

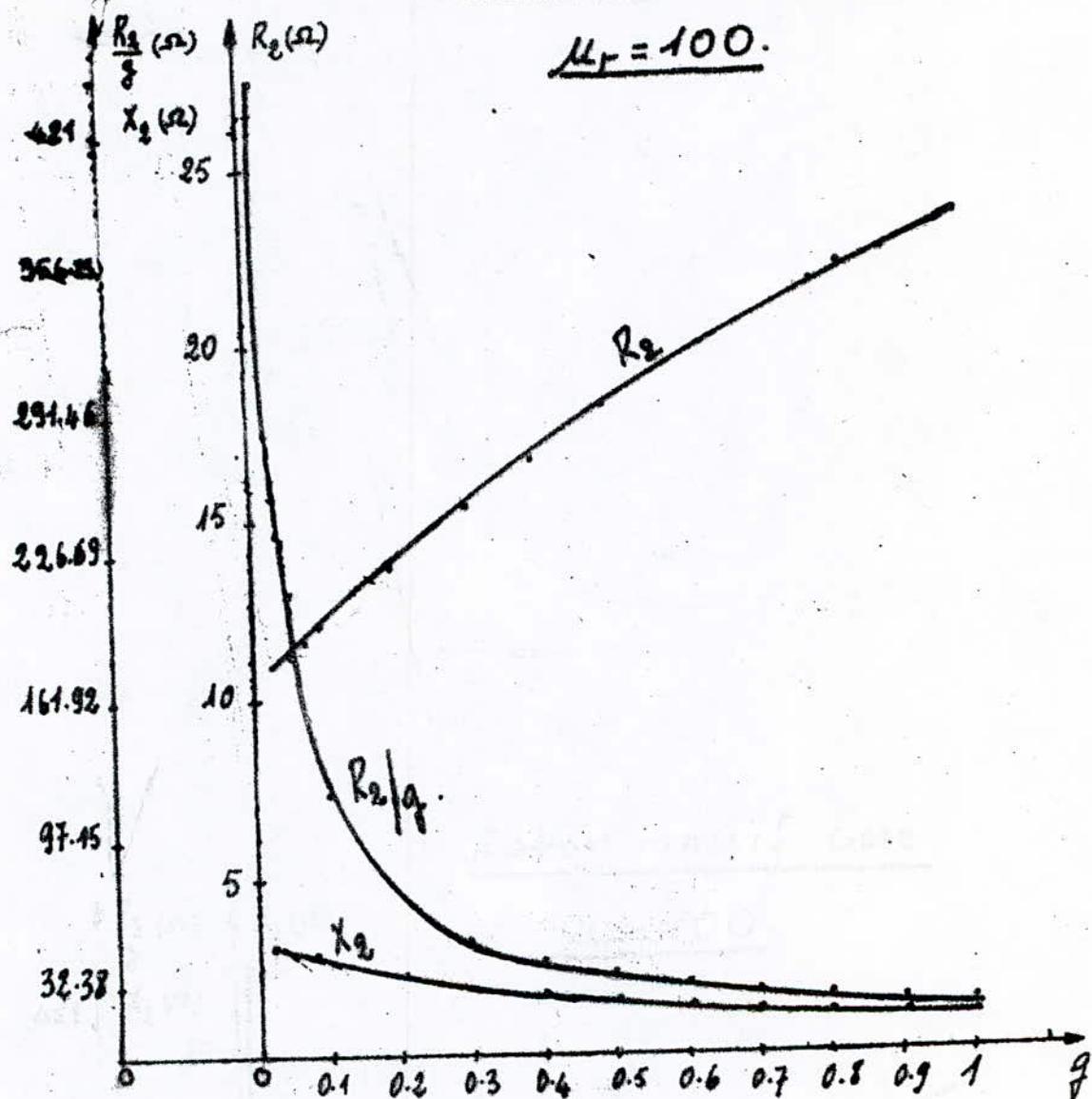


Fig. 11 "Variation de la résistance et de la réactance de fuite d'une phase rotatoire en fonction du glissement"  
(Schéma équivalent fig. 1)

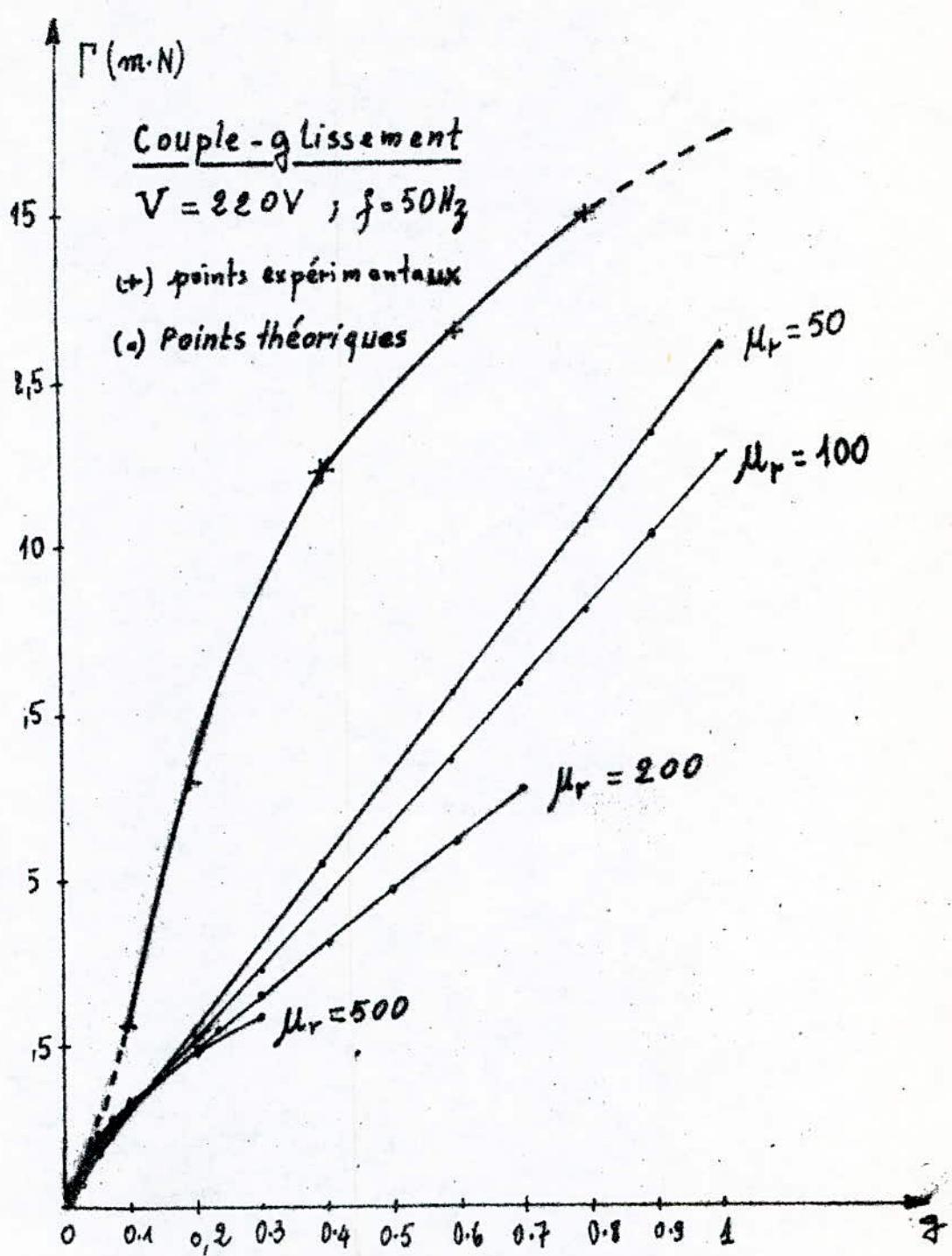


Fig. 12

### 8.3 CARACTERISTIQUES THEORIQUES ET EXPERIMENTALES

#### a) CARACTERISTIQUES COURANT-GLISSEMENT. (fig. 5 à 10)

- L'allure des caractéristiques ( $I=f(g)$ ) théoriques et expérimentales est la même. Seule la concordance varie suivant les valeurs choisies pour la perméabilité rotatoire  $\mu_r$ .
- Quelque soit la tension d'alimentation, une meilleure concordance entre les caractéristiques théoriques et expérimentales est obtenue pour  $\mu_r = 50$  (valeur assez faible). Ce résultat reste valable même pour une tension  $V = 50\% V_n$  (fig. 10), ce qui nous montre que l'acier rotatoire est pratiquement saturé même pour cette ordre de tension.
- L'écart maximum entre les valeurs théoriques et expérimentales est de 11% dans le cas où  $\mu_r = 50$ . Cet écart est obtenu pour le point de fonctionnement ( $V = 220V$  ;  $50Hz$  ;  $g = 0.6$ ) (fig. 5)
- La concordance entre les caractéristiques théoriques et expérimentales est améliorée pour des glissements inférieurs à 10%.

— Pour des  $\mu_r$  inférieurs ou égales à 100 (fig. 15 à 10) il est possible de prédéterminer  $I = f(q)$  même pour  $q=1$ . Cependant, pour des valeurs de  $\mu_r$  supérieur à 100 les caractéristiques  $I = f(q)$  calculées changent d'allure en sécartant nettement des caractéristiques expérimentales à partir d'un glissement qui dépend de  $\mu_r$ .

### b/ CARACTERISTIQUE MECANIQUE.

- les caractéristiques mécaniques théoriques et expérimentales suivent la même allure de variation (fig. 12)
- les valeurs de  $\mu_r$  faibles (régime saturé, par exemple  $\mu_r = 50$  (fig. 12)) donnent une meilleure concordance entre les caractéristiques théoriques et expérimentales.
- Pour les valeurs de  $\mu_r$  supérieur à 100, les caractéristiques calculées sont limitées à un glissement dépendant de celles-ci (fig. 12).

### DISCUSSION

- La théorie linéaire en coordonnées cylindriques donne des résultats assez concordants avec les mesures pour ce qui concerne les caractéristiques  $I = f(q)$  et ce pour des glissements

assez faible ( $g < 10\%$ ). La valeur de  $\mu_r$  qui donne la meilleure concordance, que ce soit pour les caractéristiques mécaniques ou électromécaniques est assez réduite montrant ainsi que l'acier rotatoire est pratiquement saturé.

— Mc. Connell [1] propose cette théorie pour le calcul des performances d'un moteur asynchrone à rotor massif. Lisse, nous avons montré que le calcul de ces performances ne peut se faire au delà d'une certaine valeur du glissement pour des valeurs de  $\mu_r$  élevées.

## **PARTIE II.**

**ETUDE EXPERIMENTALE D'UN  
MOTEUR A ROTOR BOBINE**

## II.1 INTRODUCTION.

la première partie de notre travail était axée sur l'étude des caractéristiques électro-mécaniques de courant ( $I = f(g)$ ) pour un moteur asynchrone à rotor massif lisse. Dans cette deuxième partie de notre étude, nous allons entreprendre le même travail pour un moteur asynchrone à rotor bobiné.

L'étude du moteur asynchrone à rotor bobiné est assez classique d'un point de vue théorique, nous nous intéresserons à l'identification de cette machine. Nous effectuerons également les essais nécessaires à la détermination de la caractéristique courant en fonction du glissement ( $I = f(g)$ ) sous tension et fréquence données.

## II.2 MACHINE UTILISÉE.

Moteur Leroy

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$220/380 \text{ V}$$

$$13/7.5 \text{ A}$$

$$N_h = 1420 \text{ tr/mn}$$

$$\cos \varphi_N = 0.88$$

$$\eta = 84\%$$

$$m = 3$$

$$P = 2.$$

## II.3 METHODES UTILISEES POUR LA PREDETERMINATION DE LA CARACTERISTIQUE ( $I = f(g)$ )

Les méthodes utilisées pour la pré-détermination de la caractéristique ( $I = f(g)$ ) sont :

- Schéma équivalent.
- Diagramme du cercle.

### II.3.1 SCHEMA EQUIVALENT.

Nous adoptons le schéma équivalent par phase ramené au stator suivant :

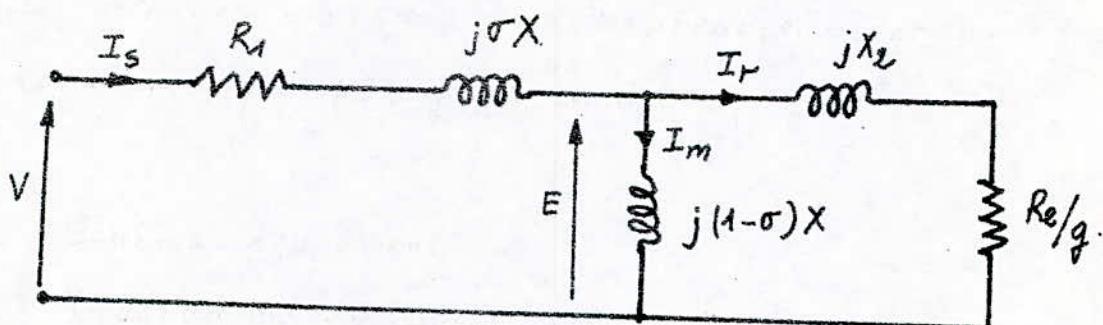


Fig. 13 "Schéma équivalent par phase ramené au stator"

Pour pouvoir déterminer les paramètres de ce schéma équivalent (fig.13) il faut effectuer les essais et les

mesures suivants:

- Mesure des résistances.
- Mesure du coefficient de dispersion ( $\Gamma$ ).
- L'essai à vide.
- L'essai à rotor bloqué.

- a/ Mesure des résistances:

A chaud, les mesures donnent en moyenne:

$$R_1 = 0.77 \text{ s} \Omega \quad \text{et} \quad R_2 = 0.10 \text{ s} \Omega$$

- b/ Mesure du coefficient de dispersion ( $\Gamma$ ).

$$\Gamma = 1 - K_1 \cdot K_2$$

$K_1$  = rapport de transformation dans le sens stator-rotor.

$K_2$  = rapport de transformation dans le sens rotor-stator

- b.1 Mesure de  $K_1$ .

Le stator est alimenté sous sa tension nominale, le rotor étant ouvert en relève  $U_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = 380 \text{ V} \\ U_2 = 114 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow K_1 = \frac{U_2}{U_1}$$

$$K_1 = 0.3.$$

- 6.2 Mesure de  $K_2$ .

le moteur est maintenant alimenté sous une tension  $U'_e$  supérieur de (5 à 7%) de la valeur de la tension  $U_e$  trouvée précédemment, le stator étant ouvert on relève  $U'_2$  et  $U'_1$ .

$$\left. \begin{array}{l} U'_1 = 182 \text{ V} \\ U'_2 = 370 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow K_2 = \frac{U'_1}{U'_2}$$

$$K_2 = 3.03$$

$$\text{D'où } \sigma = 9\%$$

Nous avons également mesuré le coefficient de dispersion ( $\sigma$ ) par la méthode de Dreyfus.

$$\sigma = \frac{U - \sqrt{3}V}{U + \sqrt{3}V}$$

où  $U$ : tension d'alimentation au stator couplé en étoile.

$V$ : tension simple entre une phase statique coupée (côté moteur) et le neutre.

L'essai a donné:

$$U = 385 \text{ V}$$

$$V = 185 \text{ V}$$

D'où  $\sigma = 9\%$

- c/ Essai à vide :

le moteur tournant à vide ( $g \approx 0$ ) sous sa tension nominale  $V_n = 220V$ , on relève  $I_0$  et  $P_0$ .

L'essai a donné avec le stator couplé en étoile :

$$P_0 = 210 \text{ W} \text{ (par phase)}$$

$$I_0 = 5 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_n I_0}$$

$$\text{D'où } \cos \varphi_0 = 0.19$$

$$\sin \varphi_0 = 0.98$$

$$\varphi_0 = 79^\circ$$

le schéma équivalent correspondant à cet essai ( $g \approx 0$ ) est ainsi représenté :

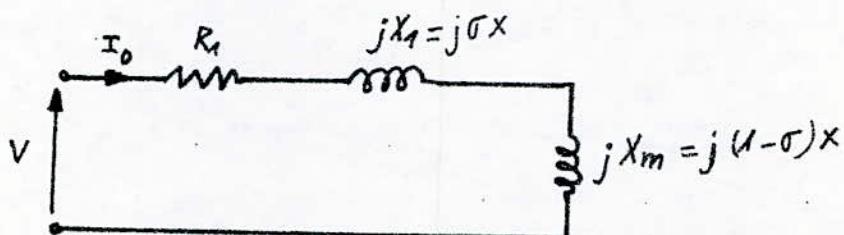


Fig. 14 "Schéma équivalent par phase à vide ( $g \approx 0$ )"

De ce schéma nous avons :

$$V = R_1 I_o + j (X_1 + X_m) I_o$$

D'où  $(X_1 + X_m) = \frac{V \sin \varphi_0}{I_o}$

Donc  $X_1 + X_m = 43,12 \Omega$

$$X_1 = \sigma (X_1 + X_m)$$

$$X_1 = 3.88 \Omega$$

$$X_m = (1 - \sigma) (X_1 + X_m)$$

$$X_m = 39.24 \Omega$$

-d/ Essai à rotor bloqué.

L'essai a donné avec le stator couple en étoile :

$$V_{cc} = 42.5 V$$

$$I_{cc} = 6.9 A$$

$$P_{cc} = 105 W \text{ (par phase)}$$

D'où  $\cos \varphi_{cc} = 0.358$

$$\sin \varphi_{cc} = 0.934$$

$$\varphi_{cc} = 69^\circ$$

le schéma équivalent correspondant à cet essai est  $(g=1)$

ainsi représenté :

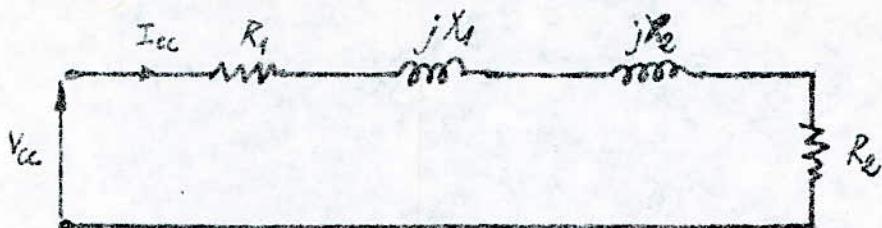


Fig. 15 "Schéma équivalent par phase à  $g=1$  sous tension réduite"

De ce schéma on a :

$$\begin{aligned} V_{cc} &= (R_1 + R_2) I_{cc} + j (X_1 + X_2) I_{cc} \\ &= R_{cc} I_{cc} + j X_{cc} I_{cc} \end{aligned}$$

Ainsi

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{cc} = \frac{V_{cc} \sin \varphi_{cc}}{I_{cc}} ; \quad X_{cc} = 5.75 \Omega \\ R_{cc} = \frac{V_{cc} \cos \varphi_{cc}}{I_{cc}} ; \quad R_{cc} = 2.20 \Omega \end{array} \right.$$

D'où  $R_2 = 1.43 \Omega$  (résistance rotorique par pôle ramenée au stator (fig.13))

$$X_2 = 1.86 \Omega$$

D'où le schéma équivalent par phase ramené au stator :

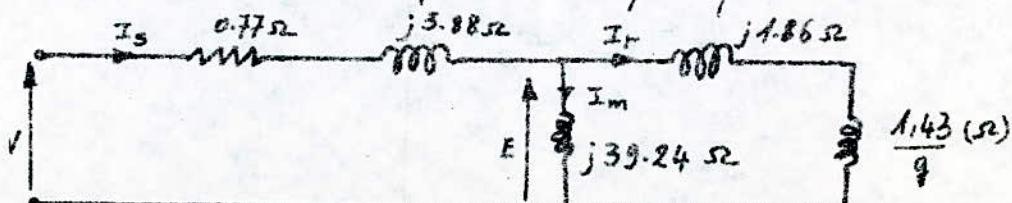


Fig. 16 "Schéma équivalent par phase ramené au stator de la machine étudiée"

D'où l'expression du courant suivante:

$$I = V \cdot \frac{\left[ \frac{2.0449}{g} + 1689.21 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \left( \frac{1.001}{g} - 238.4544 \right)^2 + \left( \frac{61.66}{g} + 28.77 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

la caractéristique courant-glisement d'après ce schéma équivalent<sup>(fig.16)</sup> est donnée (fig. 18).

### II.3.2 DIAGRAMME DU CERCLE.

D'où l'expression du courant glissement:

Ce diagramme est très utilisé car il permet d'obtenir à l'aide d'un minimum d'essais les performances du moteur.

Ces essais sont:

a/ l'essai à vide

b/ l'essai à rotor bloqué.

Et de plus il faudrait mesurer une des deux résistances (stator ou rotor).

-a/ Essai à vide

Sous tension nominale  $V_n = 220V$ , avec le stator couplé en étoile nous avons relevé  $I_0$  et  $P_0$

$P_0 = 210W$  (par phase)

$I_0 = 5A$ .

D'où  $\cos \varphi_o = 0.19$

$\varphi_o = 79^\circ$

-b) Essai à rotor bloqué ( $g=1$ ):

Le moteur est alimenté sous une tension réduite avec le stator couplé en étoile.

L'essai a donné:

$$V_{cc} = 42.5 \text{ V}$$

$$I_{cc} = 6.9 \text{ A}$$

$$P_{cc} = 105 \text{ W} \text{ (par phase)}$$

D'où  $\cos \varphi_{cc} = 0.358$

$$\varphi_{cc} = 69^\circ$$

- Mesure de la résistance statorique ( $R_1$ ).

A chaud, la résistance moyenne est :

$$R_1 = 0.7752 \Omega$$

- c) Pertes mécaniques

Pour la correction du diagramme du cerde, la connaissance des pertes mécaniques est nécessaire. Pour cela nous avons effectué l'essai à vide sous différentes tensions (à  $g$  assez faible) afin de séparer les pertes mécaniques des pertes fer (fig. 17).

les pertes par phase à vide sous  $V = 220V$  (fig. 17) sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 - P_{fs} = 190W \end{array} \right.$$

$$P_{fs} = 101W$$

$$P_m = 89W.$$

La caractéristique courant-glisement ( $I = f(g)$ ) d'après le diagramme du cercle, est tracée (fig. 18).

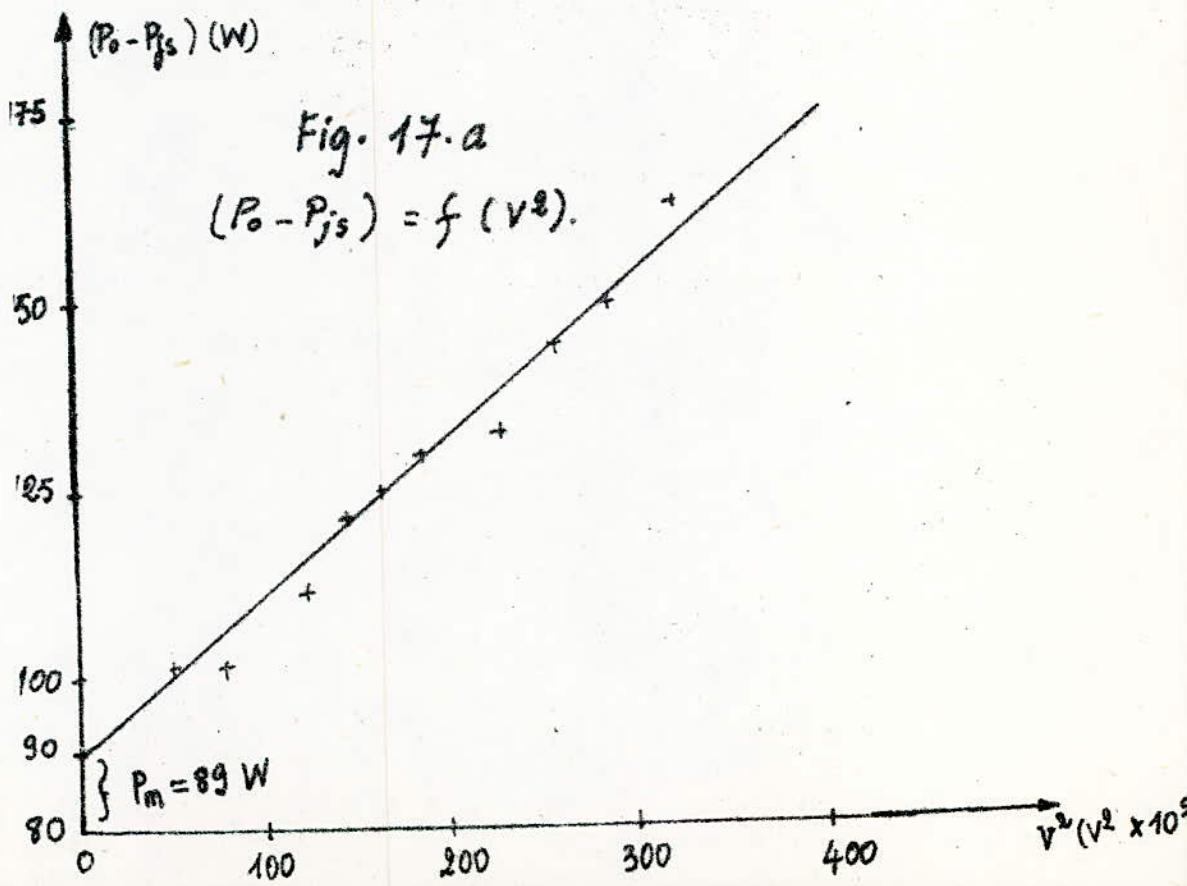
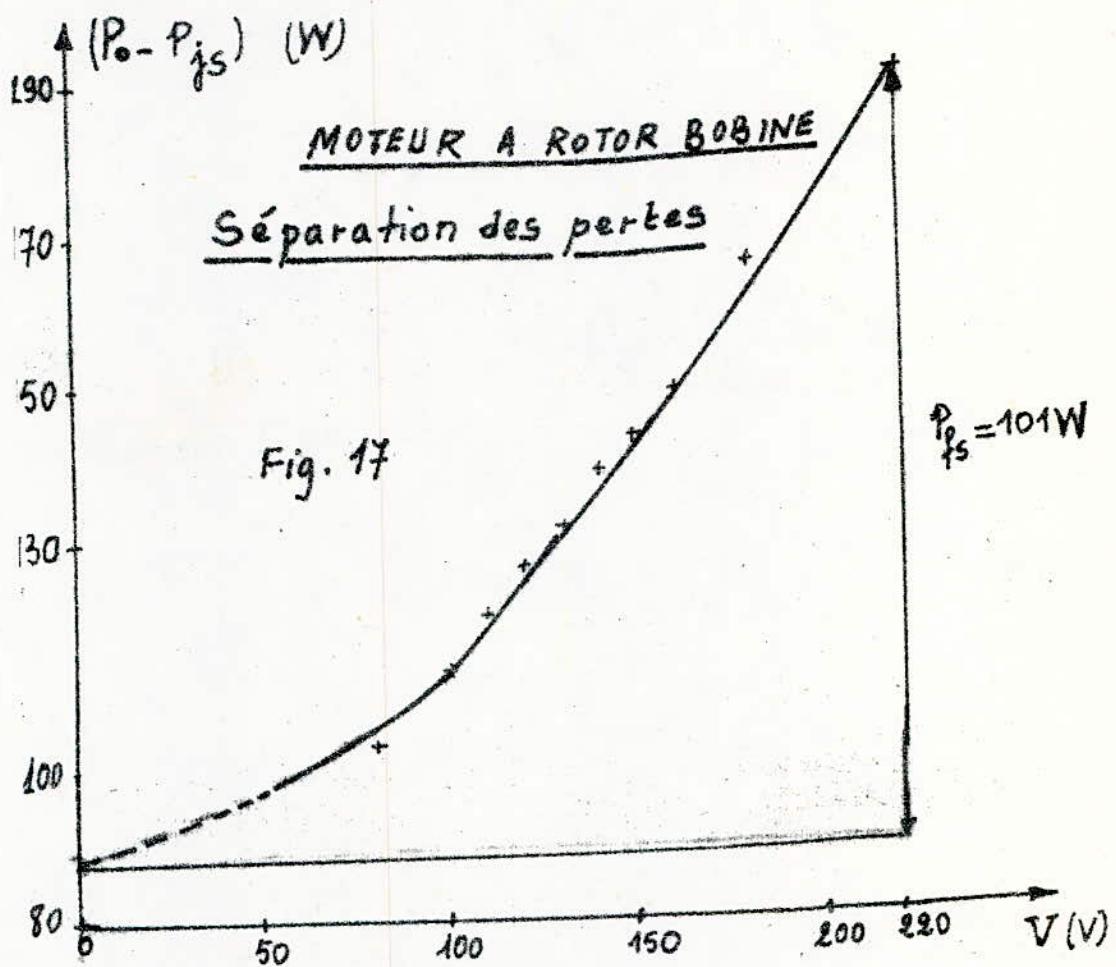
#### II.4 CARACTERISTIQUE EXPERIMENTALE ( $I = f(g)$ ).

Sous tension nominale, il est impossible de tracer la caractéristique entière ( $I = f(g)$ ) car dans ce cas le courant serait très élevé d'où destruction de la machine.

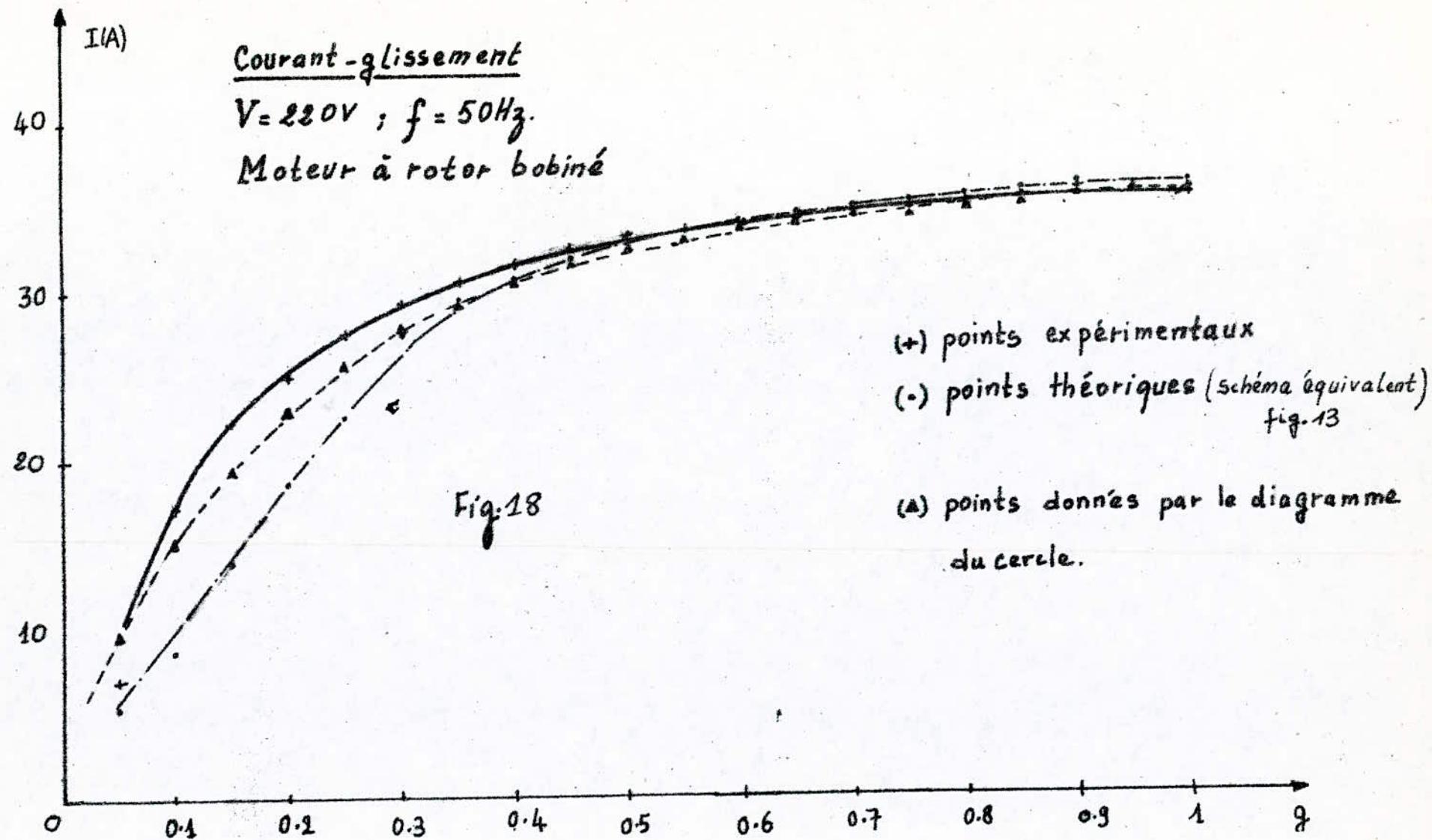
Pour cela, nous avons utilisé un groupe Ward Léonard<sup>[2]</sup> en alimentant le moteur sous une tension réduite.

REMARQUE: Nous sommes arrivés à tracer la caractéristique entière ( $I = f(g)$ ) sans utiliser un groupe Ward Léonard.

Nous alimentons le moteur asynchrone accouplé à une machine à courant continu qui elle-même est alimentée par le réseau continu.



-65-



## II.5 CARACTERISTIQUES OBTENUES PAR UTILISATION DU DIAGRAMME DU CERCLE OU PAR LE SCHEMA EQUIVALENT ADOpte.

- Le diagramme du cercle et le schéma équivalent adopté permettent la prédétermination de la caractéristique  $I = f(g)$ . Entre le décollage et jusqu'à un glissement d'environ 40%, ces deux méthodes donnent des résultats théoriques concordants avec les valeurs mesurées (fig. 18).
- Pour des valeurs du glissement situées entre  $g$  nominal (5%) et  $g = 40\%$ , le diagramme du cercle donne des résultats plus concordants. En effet, dans le schéma équivalent, une mesure supplémentaire a été effectuée afin de déterminer le coefficient de dispersion ce qui augmente les erreurs (fig. 18).
- Pour un moteur asynchrone à rotor bobiné, le courant de démarrage ( $g=1$ ) doit être déterminé de préférence par le diagramme du cercle qui est facilement exploitable.

---

**PARTIE III.**

ETUDE EXPERIMENTALE  
D'UN MOTEUR A CAGE

---

### III.1 INTRODUCTION.

Maintenant nous allons faire l'étude d'un moteur asynchrone à cage.

Pour ce moteur, le rotor n'est pas accessible aux mesures directes, de ce fait nous allons appliquer trois méthodes de prédétermination des caractéristiques ( $I = f(g)$ ) que nous comparerons par la suite.

### III.2 MACHINE UTILISEE.

[220/380V ; 13.9/8A ; 50Hz ; 3.7 kW]

$$\cos \varphi_N = 0.86$$

$$N_N = 1420 \text{ tr/mn}$$

$$m = 3$$

$$P = 2$$

classe d'isolation : B.

### III.3 METHODES UTILISEES POUR LA PREDETERMINATION DE LA CARACTERISTIQUE ( $I = f(g)$ )

Les méthodes utilisées pour la prédétermination de la caractéristique ( $I = f(g)$ ) sont :

- Diagramme du cercle
- Schéma équivalent

### III - 3.1 DIAGRAMME DU CERCLE.

Si pour le moteur d'induction à rotor bobiné le diagramme du cercle s'applique assez bien, par contre pour un moteur à cage il est nécessaire, qu'en plus de la saturation négligeable, il y est également un effet de peau négligeable.

Pour utiliser le diagramme du cercle, comme pour le moteur à rotor bobiné, il nous faut les mesures et les essais suivants :

- Mesure de la résistance statorique
- Essai à vide
- ESSAI à rotor bloqué.

#### a/ Mesure de la résistance statotrique.

A chaud, la résistance moyenne est:

$$R_1 = 1.62 \Omega$$

-b/ Essai à vide.

Le moteur est alimenté sous sa tension nominale, et tourne à une vitesse proche de celle du synchronisme. L'essai a donné avec le stator couplé en étoile sous  $V = 220V$  les résultats suivants :

$$I_o = 3.45 A$$

$$P_o = 115 W \text{ (par phase)}$$

D'où  $\cos \varphi_o = 0.15$

$$\sin \varphi_o = 0.98$$

$$\varphi_o = 81.28^\circ$$

-c/ Essai à rotor bloqué

Le stator est couplé en étoile, cet essai a donné les résultats suivants :

$$V_{cc} = 56 V$$

$$I_{cc} = 8.5 A$$

$$P_{cc} = 225 W \text{ (par phase)}$$

D'où  $\cos \varphi_{cc} = 0.47$

$$\sin \varphi_{cc} = 0.88$$

$$\varphi_{cc} = 61.79^\circ$$

- d/ Pertes mécaniques

les pertes à vide par phase sous  $V=220V$  sont déterminées de la même manière que pour le cas du rotor bobiné:

$$P_o - P_{js} = 97.5 W$$

D'où

$$P_m = 66 W$$

$$P_{fs} = 31.5 W.$$

} (fig. 22)

La caractéristique ( $I=f(g)$ ) d'après ce diagramme est tracée (fig. 25)

### III - 3.2 SCHEMA EQUIVALENT

Nous allons pré-déterminer la caractéristique ( $I=f(g)$ ) en identifiant les paramètres relatifs au schéma équivalent par phase ramené au stator (fig. 19)

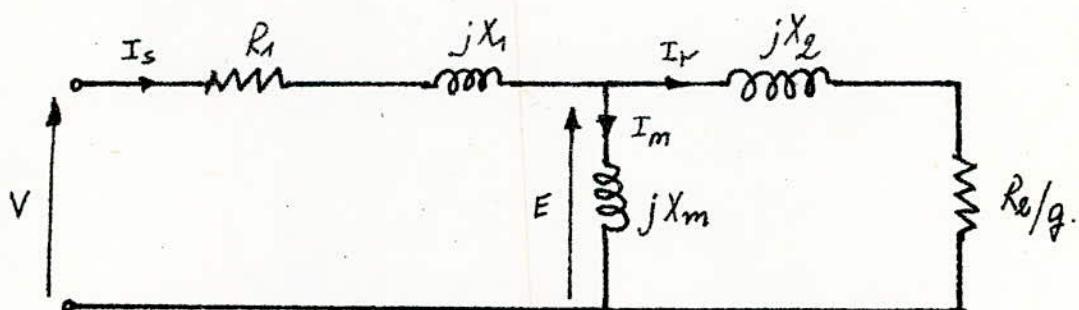


Fig. 19 "Schéma équivalent par phase ramené au stator"

le problème consiste à identifier l'impédance rotorique, car nous rappelons que nous n'avons pas accès au rotor. Pour soullever cette dernière difficulté, nous adoptons les deux approches suivantes:

- Approximation proposée par ALGER.
- Approximation proposée par MAUDUIT.

a/ Détermination de la réactance rotorique par l'approximation proposée par Alger.

Celui-ci propose<sup>[3]</sup>, que  $X_1 = X_2$  (fig. 19)

a.1 Détermination de  $X_1$  et de  $X_2$ .

D'après l'essai à rotor bloqué (paragraphe c)

$$X_{cc} = \frac{V_{cc} \sin \varphi_{cc}}{I_{cc}}$$

Donc  $X_{cc} = 5.8 \Omega$

Or :  $\begin{cases} X_{cc} = X_1 + X_2 \\ X_1 = X_2 \end{cases}$

Donc  $X_1 = X_2 = 2.9 \Omega$

-a.2 Détermination de la réactance de magnétisation ( $X_m$ ).

D'après l'essai à vide (paragraphe b)

$$X_1 + X_m = \frac{V}{I_0}$$

$$\text{ou } X_1 + X_m = 63.76 \Omega$$

$$\text{Donc } X_m = 60.86 \Omega$$

-a.3 Détermination de la résistance motorique

D'après l'essai à rotor bloqué (paragraphe c)

$$R_{cc} = R_1 + R_2$$

$$R_{cc} = 3.11 \Omega$$

$$\text{Donc } R_g = 1.49 \Omega.$$

D'où le schéma équivalent par phase ramené au stator:

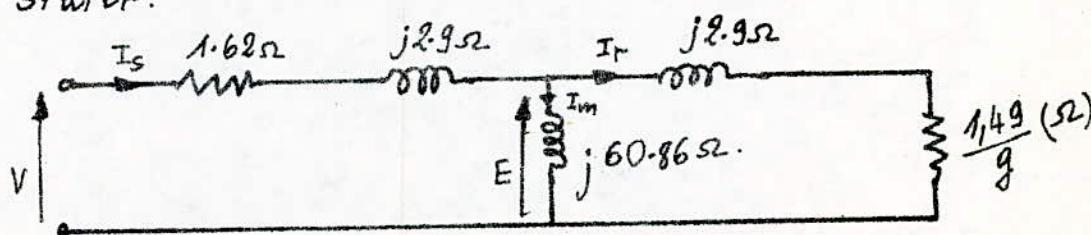


Fig. 20 "Schéma équivalent par phase ramené au stator de la machine étudiée"

La caractéristique ( $I = f(g)$ ) suivant l'approximation d'Algar est donnée (fig. 25)

~ b/ Détermination de la résistance rotorique par l'approximation proposée par MAUDUIT.

Cette méthode est expérimentale et dépend de la précision des mesures.

La résistance rotorique est déterminée à partir de la puissance des pertes Joules dans le rotor.

Celui-ci propose [4] deux essais à courant constant ( $I \approx I_N$ ) et à des fréquences variables décroissantes depuis la fréquence nominale ( $f = 50 \text{ Hz}$ ) jusqu'à la plus faible fréquence réalisable :

- ~ Essai à rotor bloqué
- ~ Essai à rotor enlevé.

~ 1/ Essai à rotor bloqué (fig. 23)

Dans cet essai la puissance active absorbée est :

$$P_{cc} = P_{js} + P_{ls} + P_{JR} + P_{FR}.$$

-2/ Essai à rotor enlevé (fig. 93)

Dans cet essai la puissance active absorbée est :

$$P = P_{js} + P_{fs}$$

Pour une fréquence donnée, la différence entre les deux puissances ( $P_{cc}$  et  $P$ ), en négligeant les pertes fer au rotor (tension réduite), nous donne les pertes Joule au rotor par phase.

$$P_{JR}(f) = P_{cc} - P$$

D'où la résistance rotorique

$$R_e = \frac{P_{cc} - P}{I^2}$$

$$R_e = R_e(ig). \quad (\text{fig. 94})$$

- b.1 Détermination de la réactance rotorique.

D'après l'essai à rotor bloqué (paragraphe c) nous avons :

$$X_{cc} = X_1 + X_2$$

$$X_{cc} = 5.852$$

Pour pouvoir déterminer la réactance rotorique nous devons mesurer la réactance statorique.

- Mesure de la réactance statorique.

La mesure de cette réactance a été faite par la méthode homopolaire, en entraînant le moteur à la vitesse de synchronisme :

$$X_1 = 3.152 \quad (f=50\text{Hz})$$

$$\text{D'où} \quad X_2 = 2.7 \text{ s}\Omega$$

- b.2/ Détermination de la réactance de magnétisation ( $X_m$ ):

D'après l'essai à vide (paragraphe 6) nous avons:

$$X_1 + X_m = 63.76 \text{ s}\Omega$$

$$\text{D'où} \quad X_m = 60.66 \text{ s}\Omega$$

D'où le schéma équivalent:

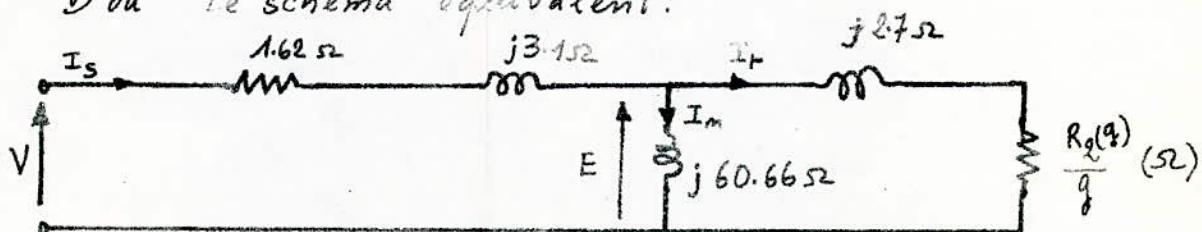


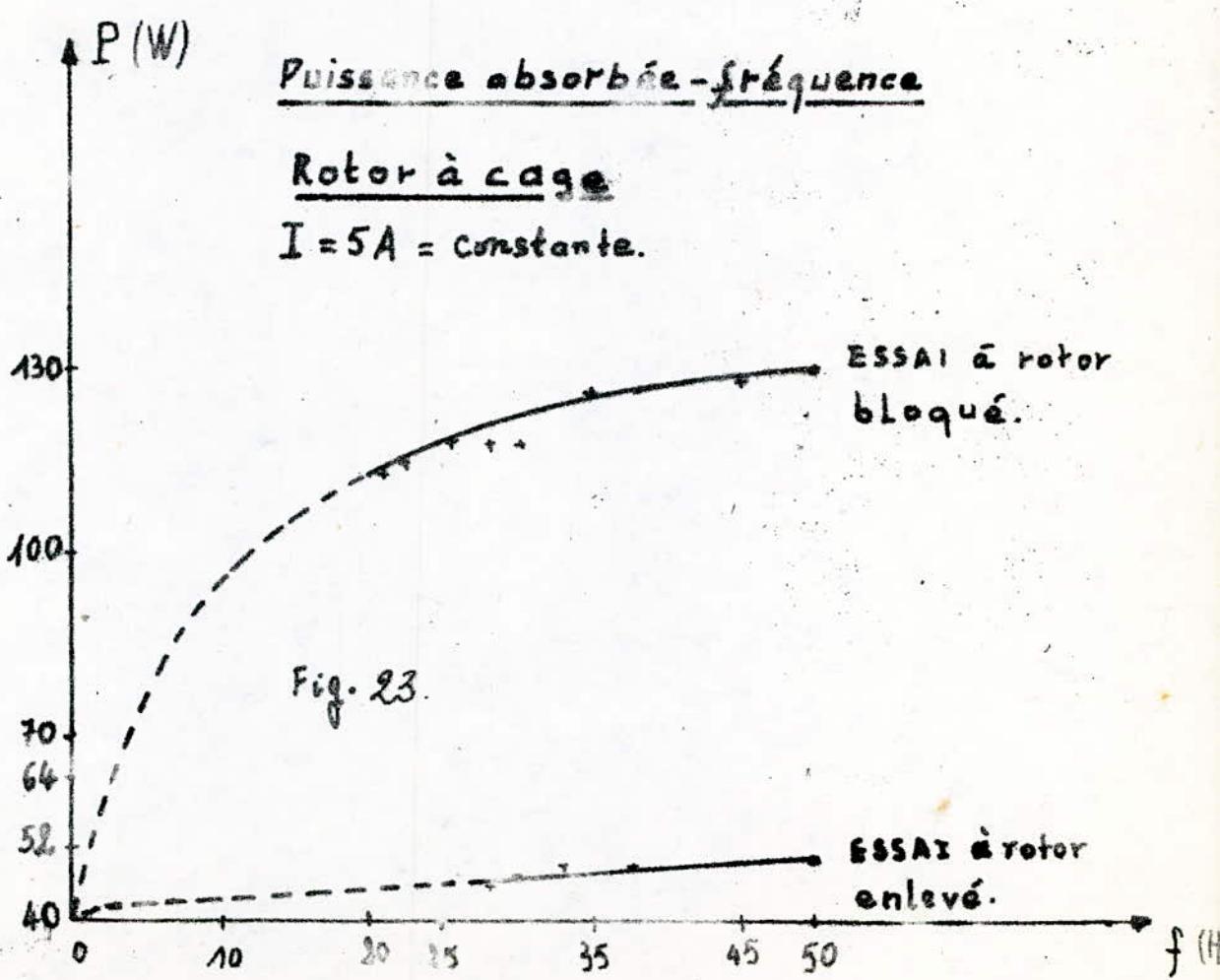
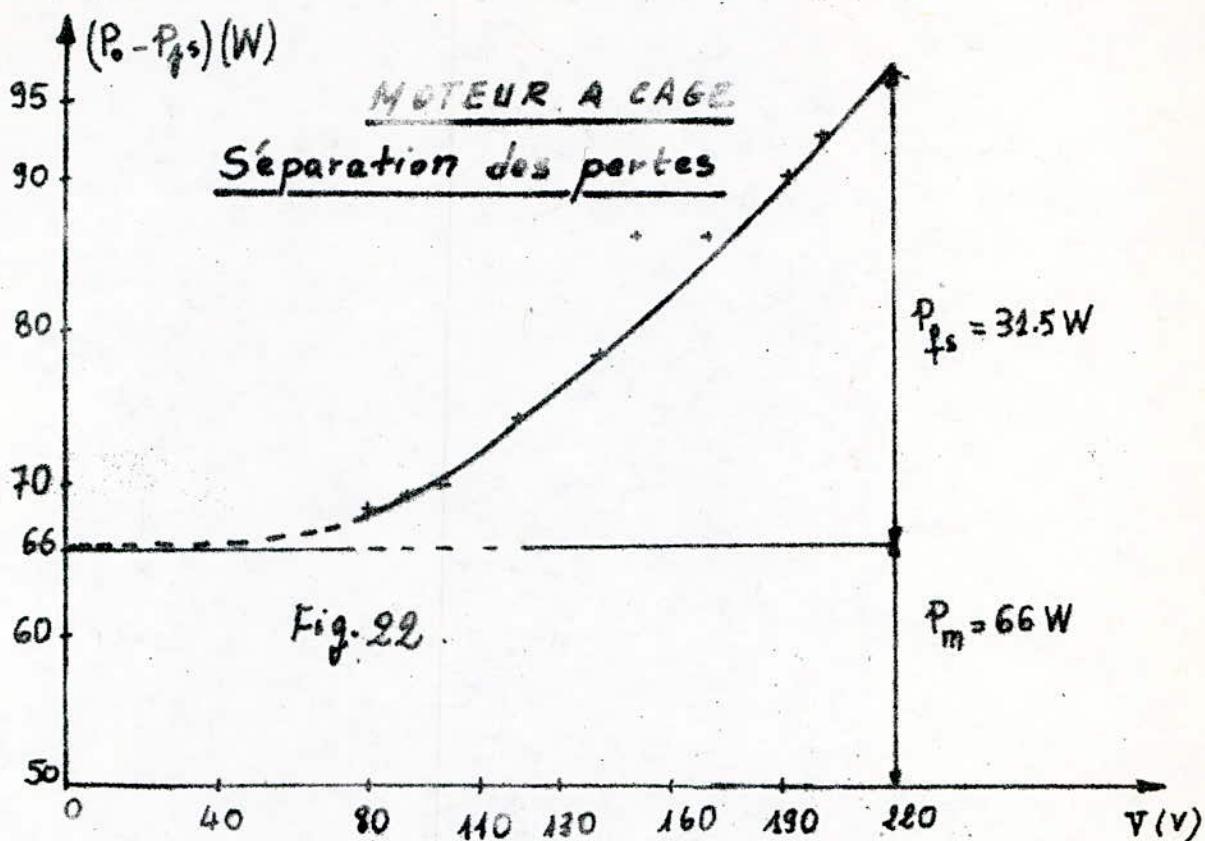
Fig.21 "Schéma équivalent par phase ramené au stator de la machine étudiée"

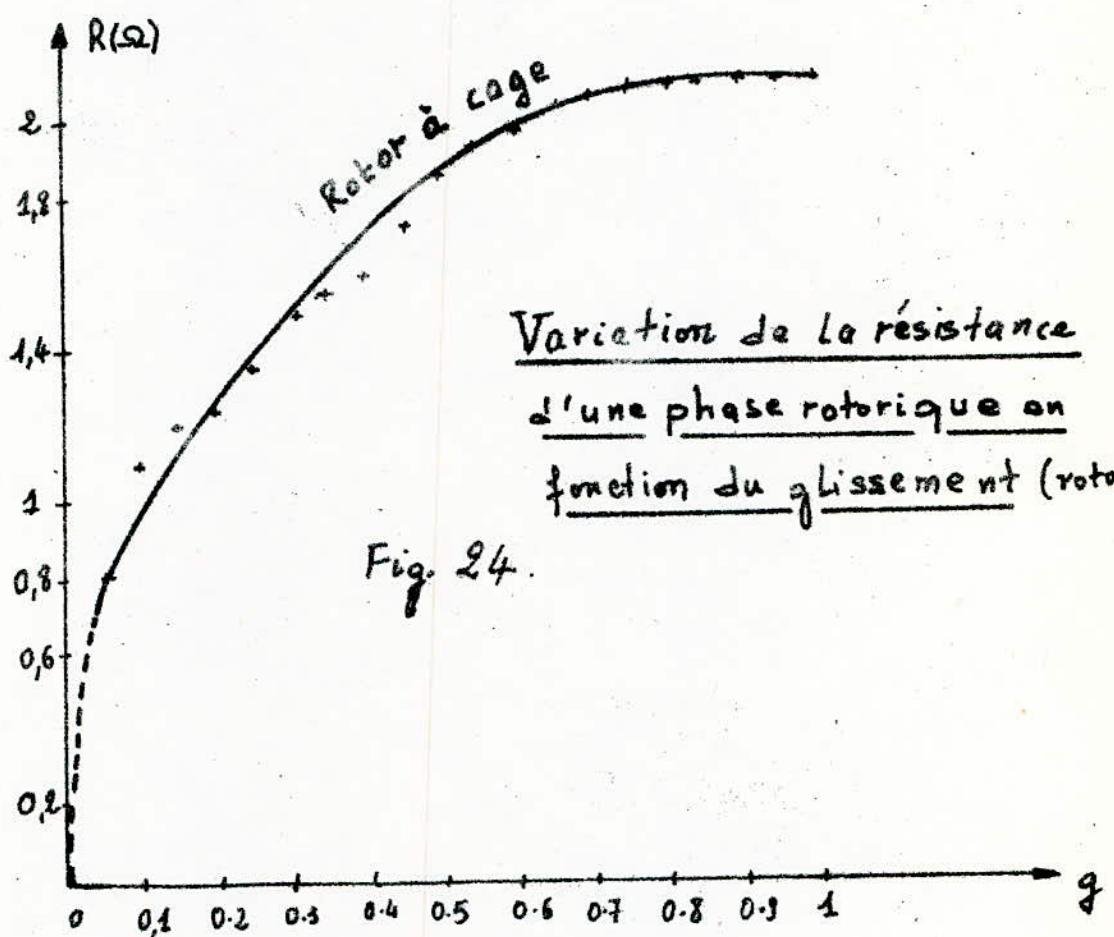
La caractéristique ( $I = f(g)$ ) suivant l'approximation de MAUDUIT est donnée (fig. 25).

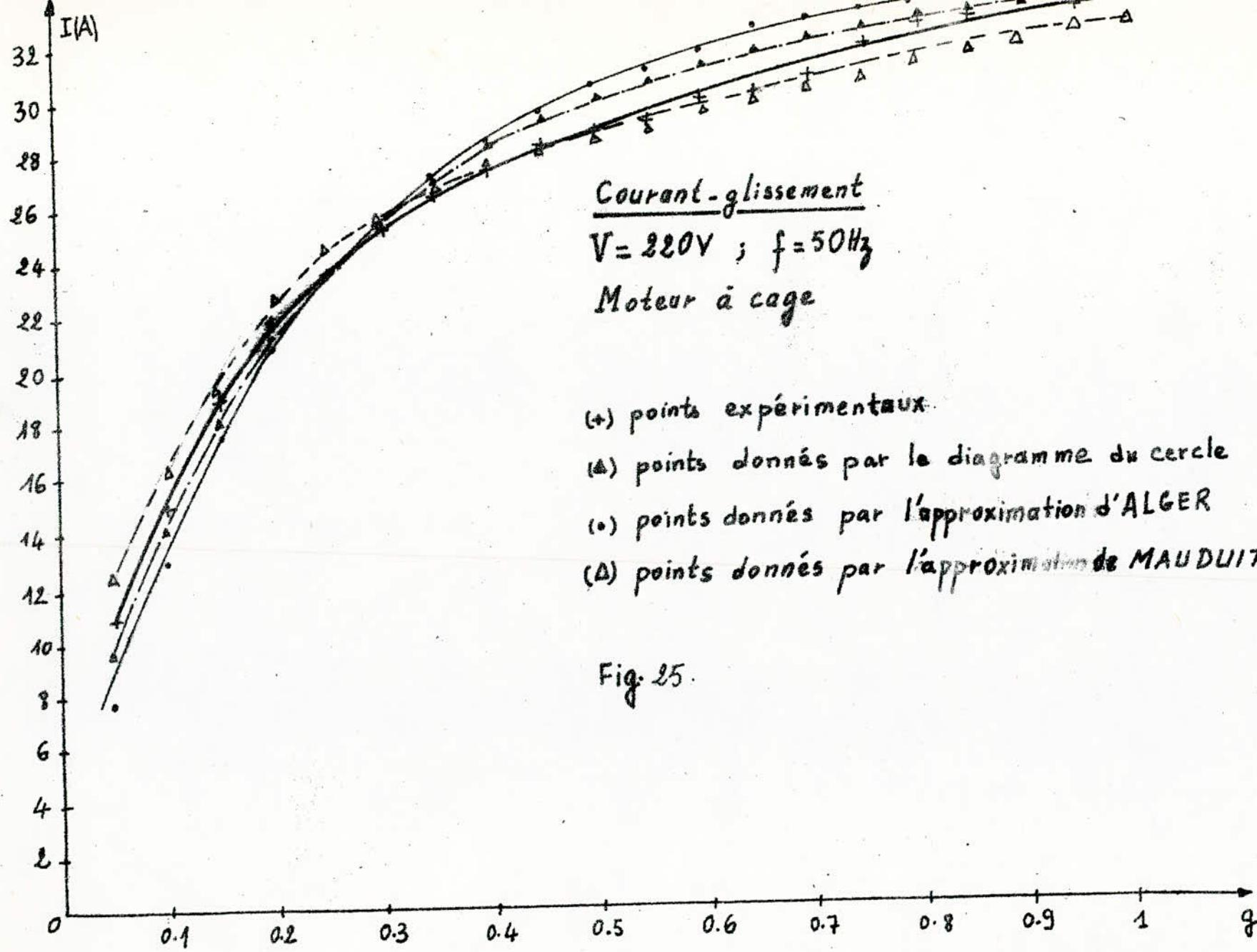
### III.3.3 METHODE DIRECTE.

Le procédé pour obtenir la caractéristique ( $I = f(g)$ ) est le même que pour le moteur asynchrone à rotor bobiné (page )

La caractéristique expérimentale ( $I = f(g)$ ) est donnée (fig. 25).







### III.4 CARACTERISTIQUES ELECTROMECANIQUES DE COURANT.

La caractéristique électromécanique de courant ( $I=f(g)$ ) (fig. 25) prédéterminée par les trois méthodes est d'un point de vue générale acceptable.

- Les trois méthodes utilisées, nécessitent les mêmes essais mis à part que pour l'approximation de Mauduit, il fallait des essais à fréquence variable.  
Pour les courants absorbés aux glissements élevés il y a nécessité de majorer l'impédance rotorique comme le propose Alger en ce qui concerne sa méthode (fig. 25).
- La méthode proposée par Mauduit donne de bons résultats. Elle met en évidence l'effet pelliculaire en majorant l'impédance rotorique. ( $I$  diminiu pour  $g$  élevé (fig. 25))
- Le diagramme du cercle donne de bons résultats dans le cas où l'effet pelliculaire est négligeable.



**ETUDE  
COMPARATIVE**

# ETUDE COMPARATIVE DES CARACTERISTIQUES

## $I = f(g)$ POUR LES TROIS TYPES DE MOTEURS

En valeurs réduites (fig. 26 à 31), le courant de démarrage le plus faible est obtenu pour un moteur asynchrone à rotor massif lisse. Si pour le moteur asynchrone à rotor bobiné le courant de démarrage peut être réduit par adjonction de résistances additionnelles au niveau du rotor, cependant d'un point de vue économique la solution n'est pas rentable et ce principalement pour les moteurs de grandes puissances.

De même, il est possible de réduire ce courant de démarrage par divers procédés de diminution de la tension, mais notons toutefois l'influence sur le couple de démarrage (réduction de celui-ci). Sur la fig. 32, nous donnons la variation du rapport  $I_d/I_N$  en fonction de la tension.

A titre indicatif, pour une fréquence nominale et pour une tension nominale, nous dressons le tableau  $(I_s/I_N) = f(g)$  pour les trois moteurs utilisés.

$g(%)$	Moteur à rotor massif lisse	Moteur à cage	Moteur à rotor bobiné
0	0.63	0.33	0.17
10	0.79	1.83	2.32
20	0.98	2.67	3.27
40	1.23	3.37	4.23
60	1.43	3.77	4.54
80	1.51	4.03	4.71
100	1.57	4.17	4.83

D'un point de vue théorique d'une part, et d'autre part par extrapolation des caractéristiques  $I_s/I_N = f(g)$  pour les trois moteurs utilisés, nous retrouvons que le courant à vide (très faible) est le plus élevé pour le moteur à rotor massif lisse.

La bibliographie utilisée [7] montre que pour par exemple des moteurs de puissance comprise entre 5 et 100kW, le courant de décollage est d'autant plus élevé par rapport au courant nominal que la vitesse de la machine est plus élevée. Si l'on regarde donc du côté grandes vitesses, le moteur asynchrone à rotor massif lisse sera plus conseillé d'autant plus que nous savons que pour celui-ci, le couple est maximum au démarrage.

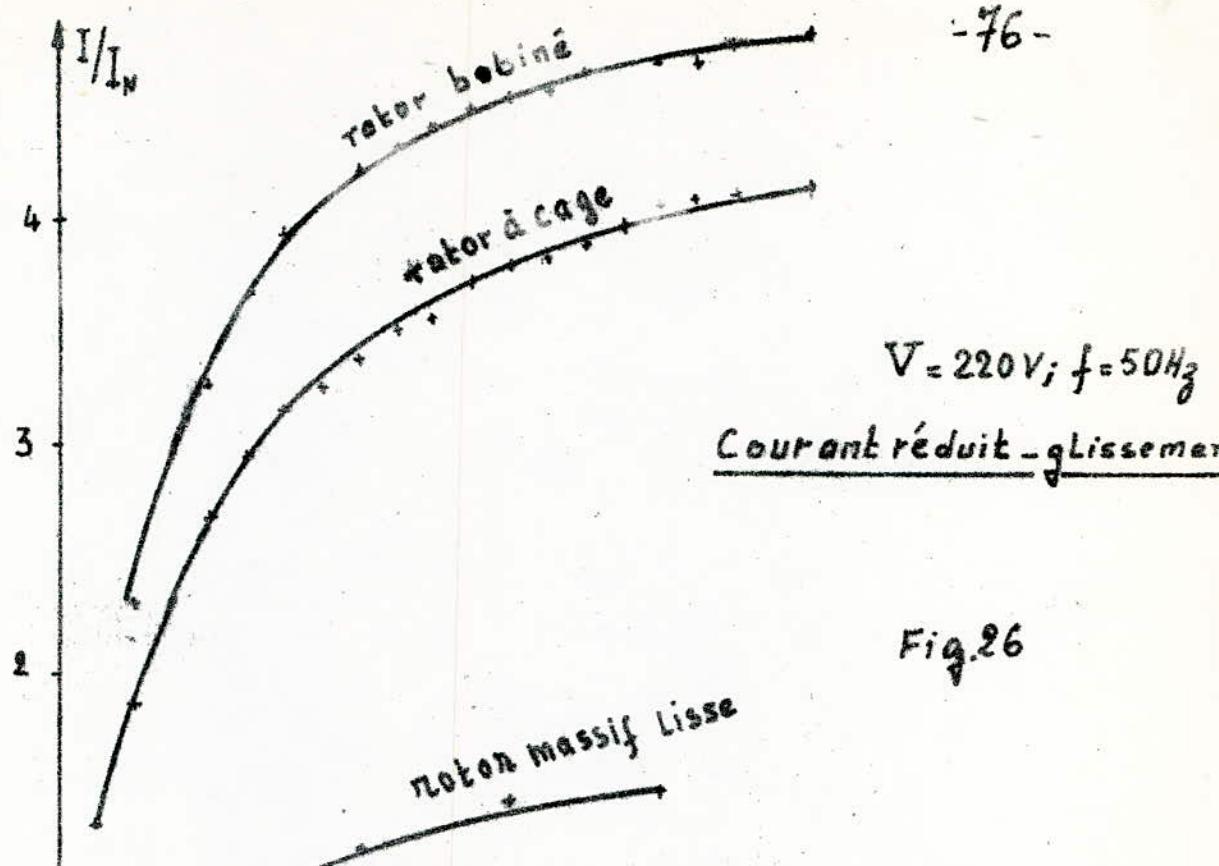


Fig. 26

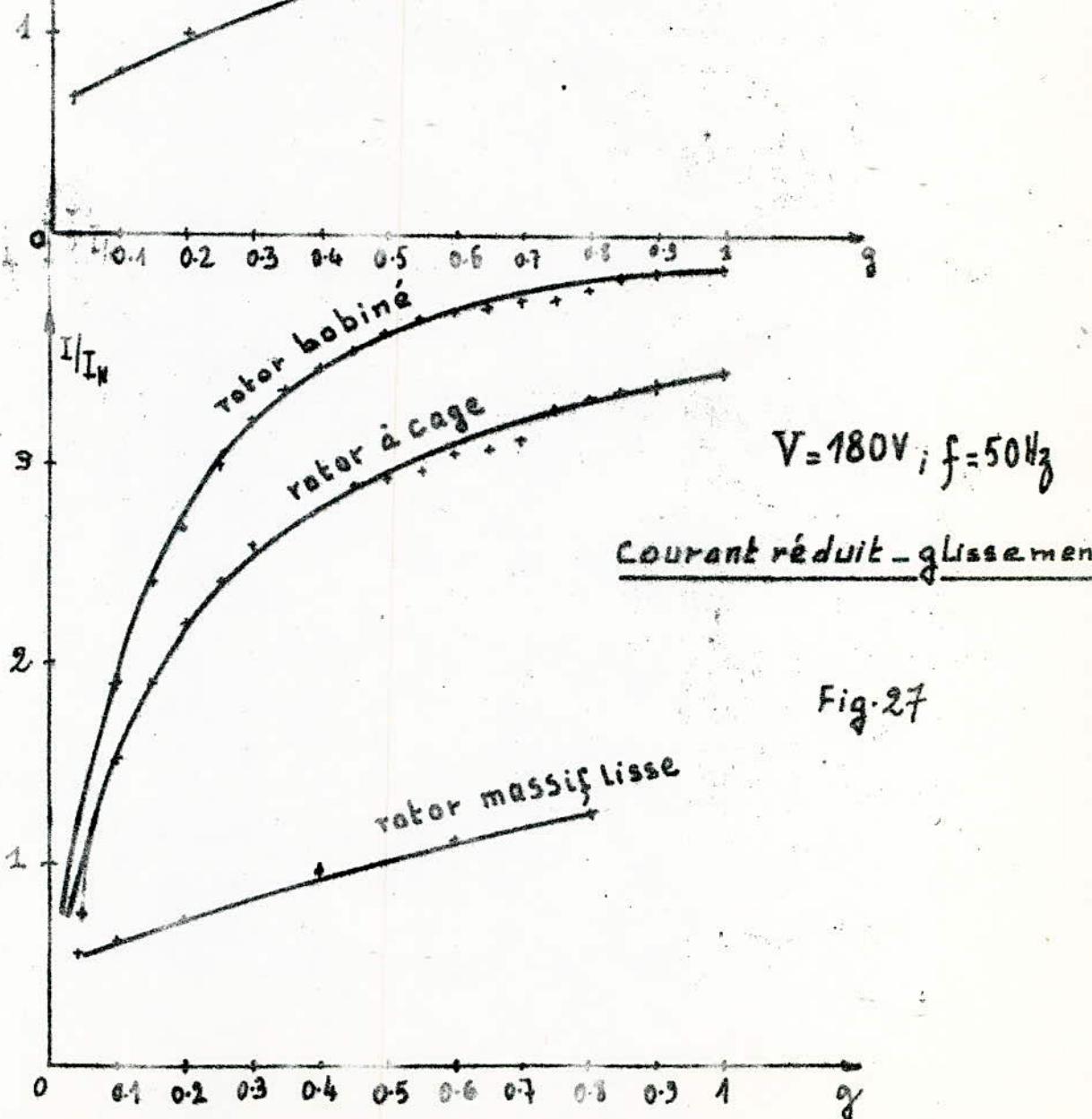


Fig. 27

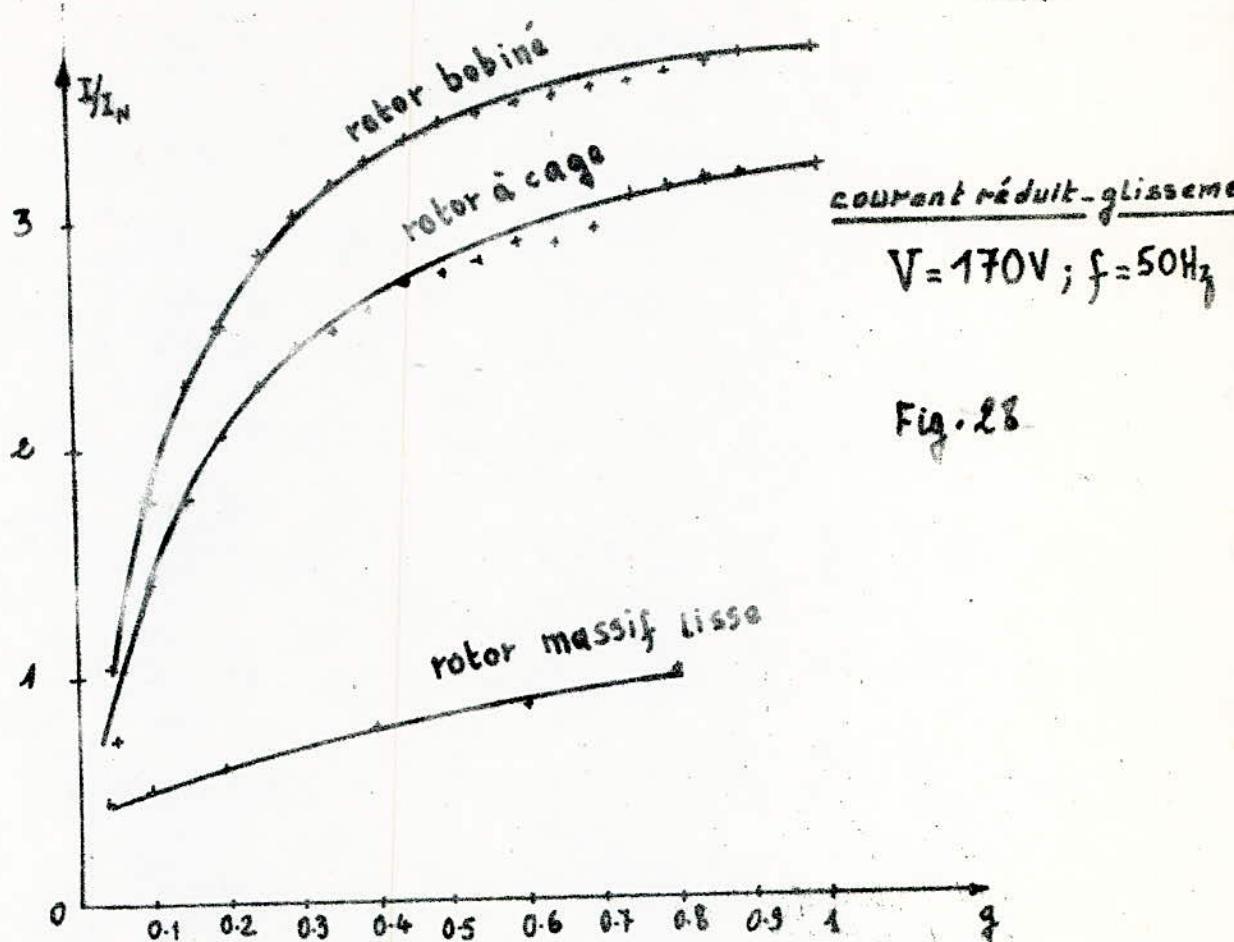


Fig. 28

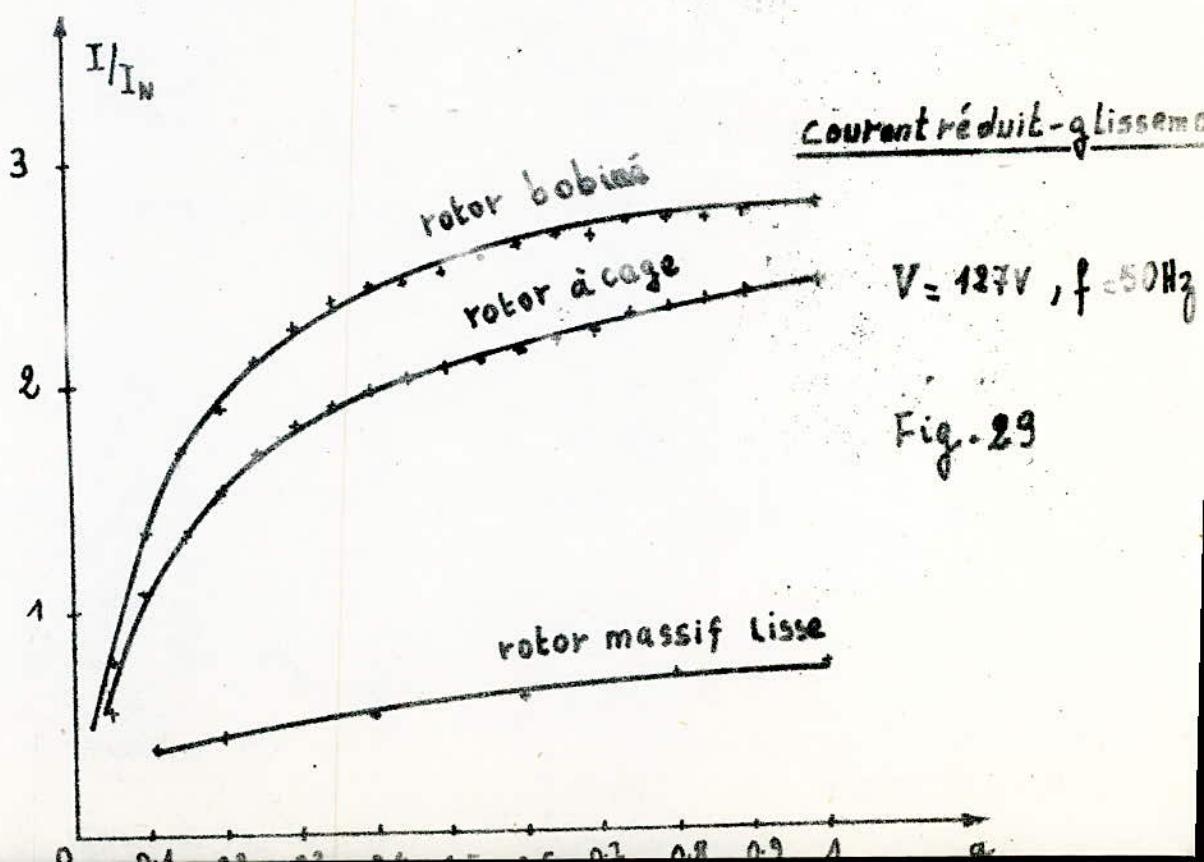


Fig. 29

courant réduit - glissement

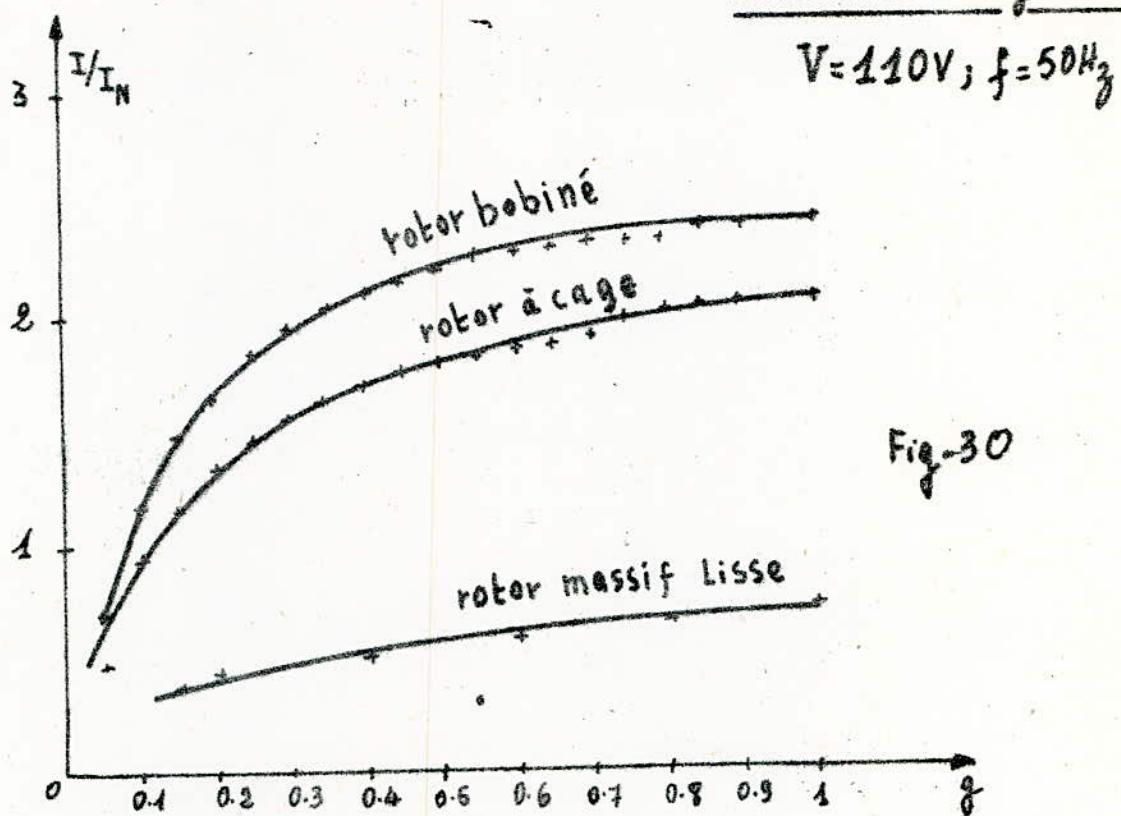


Fig. 30

courant réduit - glissement

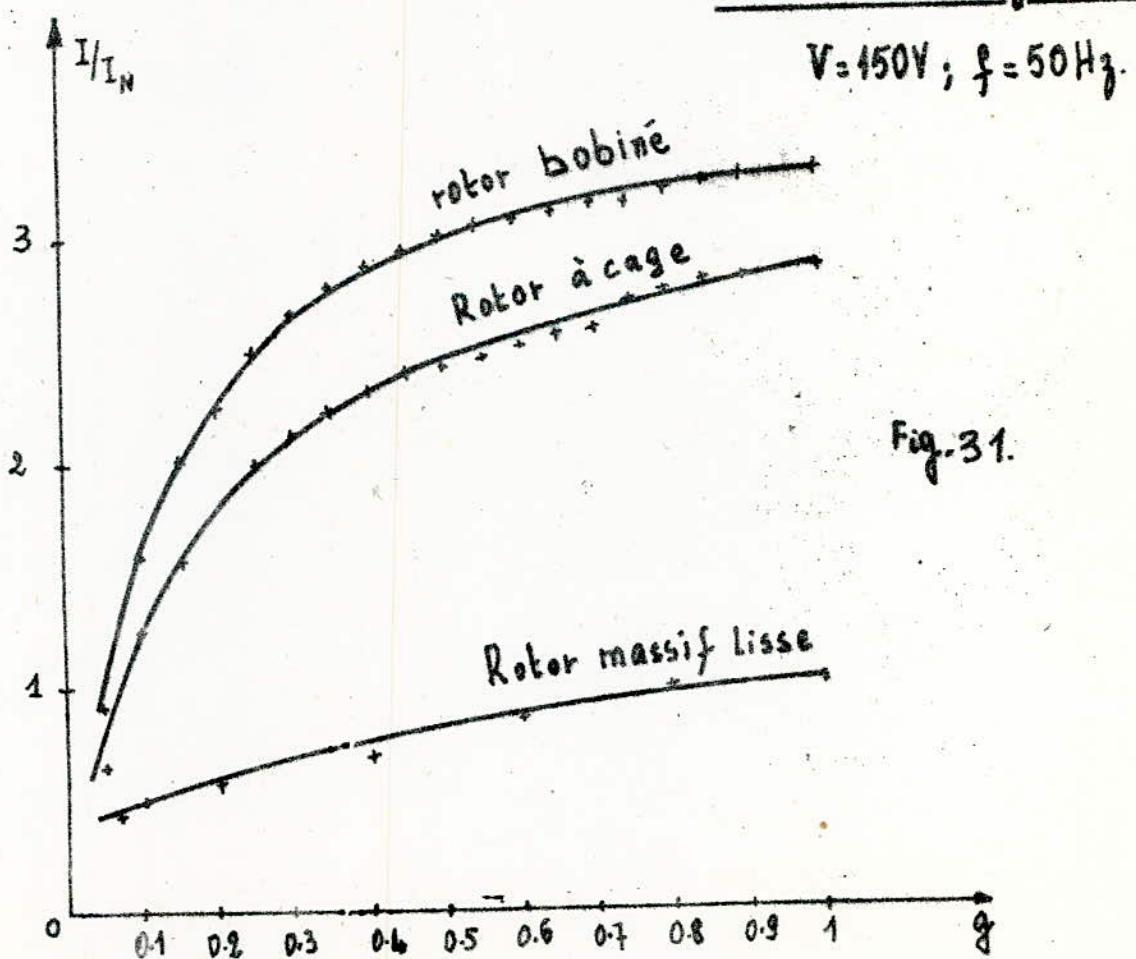


Fig. 31.

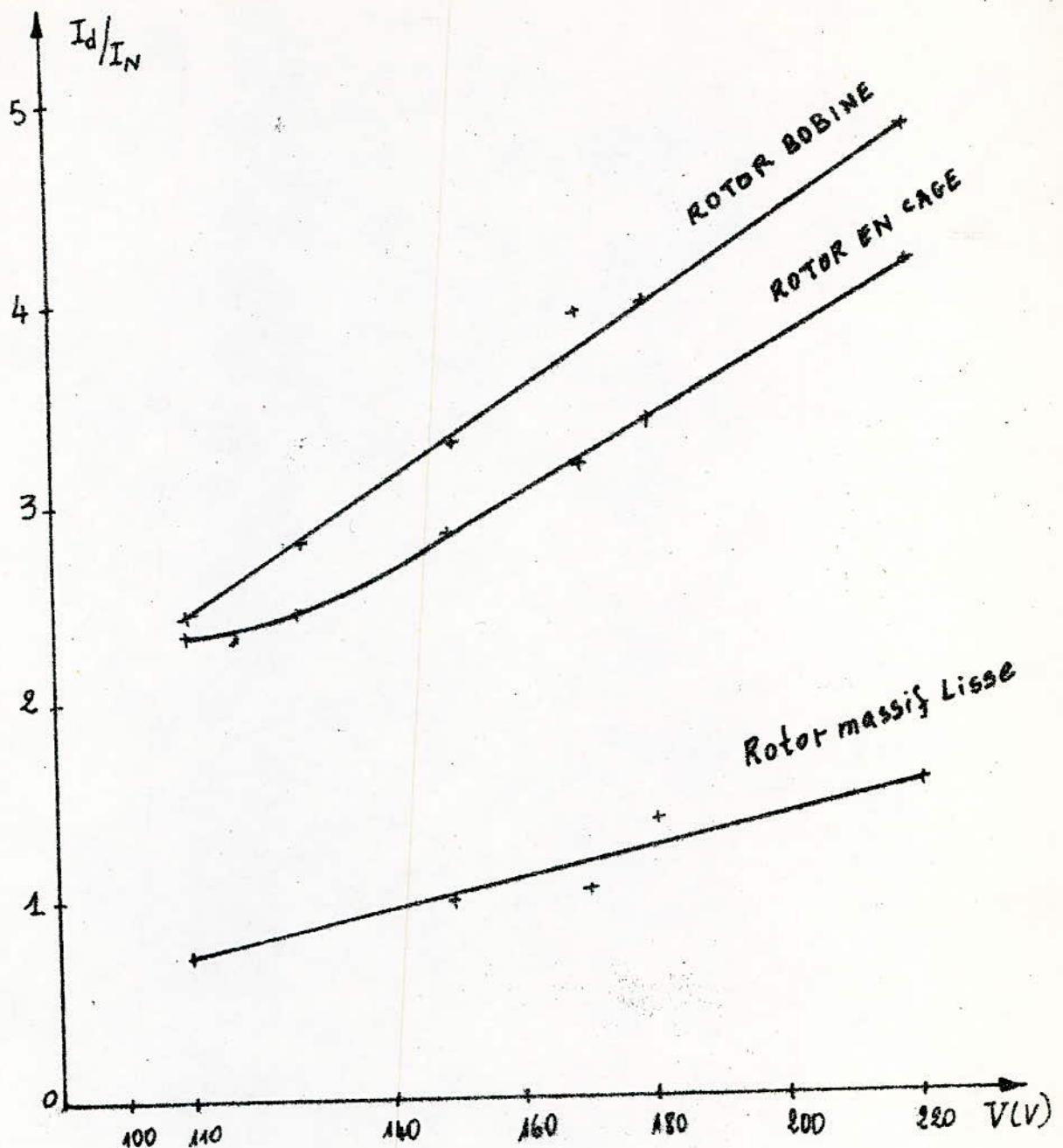


Fig. 32: "Variation de  $I_d/I_N$  en fonction de la tension"

**GENEALITRICE**  
**LIS' INCHIRONE IS'COLEE**

## GENERATRICE ASYNCHRONE

### I INTRODUCTION :

La generatrice asynchrone est généralement à cage car elle est simple, robuste et économique.

Il n'est pas nécessaire, comme pour un alternateur, de prendre des dispositions pour coupler une generatrice asynchrone au réseau, celle-ci nécessite un appareillage réduit.

Cela fait que la generatrice asynchrone absorbe toujours de la puissance réactive ce qui entraîne une diminution du facteur de puissance du réseau qui l'alimente. Ainsi son emploi est limité pour de faibles puissances.

Pour entretenir son champ magnétique, la generatrice asynchrone doit absorber une énergie réactive. Celle-ci est fournie soit par le réseau auquel la generatrice est couplée, soit par une batterie de condensateurs dans le cas d'un fonctionnement isolé.

Pour notre étude, nous avons choisi la dernière solution. La generatrice utilisée est autonome. Une batterie de condensateurs est branchée à ses bornes.

### II AUTO-AMORÇAGE

La generatrice asynchrone est entraînée par une machine auxiliaire. Le flux remanent au niveau du rotor créera au bornes du stator ouvert une f.e.m. remanente sous l'action de laquelle circulera un courant vers les condensateurs renforçant donc ce flux remanent et par conséquent cette f.e.m. remanente.

Pour que cet amorçage soit effectué il est nécessaire donc de déterminer la batterie de condensateurs adéquate.

### III CALCUL ET CHOIX DES CAPACITES

Le calcul et le choix des capacités est approximatif. Pour un cas réel nous allons déterminer les capacités permettant l'auto-amorçage d'une génératrice asynchrone.

#### III 1 Première approximation :

La machine asynchrone, dans un premier temps, fonctionne en moteur, puis dans un deuxième temps, par l'intermédiaire d'une machine auxiliaire, celle-ci est entraînée à une vitesse supérieure à celle du synchronisme. La puissance réactive absorbée par la machine, le couplage (tension) et l'intensité nous permettent de calculer les capacités à utiliser. Cependant cette approximation a donné une capacité trop faible pour permettre, même à vide, l'auto-amorçage. Ainsi nous avons utilisé l'approximation ci-dessous.

#### III 2 - Deuxième approximation :

Le même procédé de détermination des capacités que lors de la première approximation est utilisé. Cependant nous proposons une alimentation sous tension réduite du stator pour approcher le plus possible la valeur de la capacité d'auto-amorçage. Au début de l'auto-amorçage la  $f_{e.m}$  est égale à la  $f_{e.m}$  remanente.

## IV EXPLOITATION :

IV.1 : Machine utilisée (paragraphe II-2)

IV.2 : Banc d'essai :

La machine asynchrone à rotor bobiné est entraînée par une machine à courant continu. La génératrice asynchrone débite sur une charge resistive (allusion à l'éclairage domestique fig. 33).

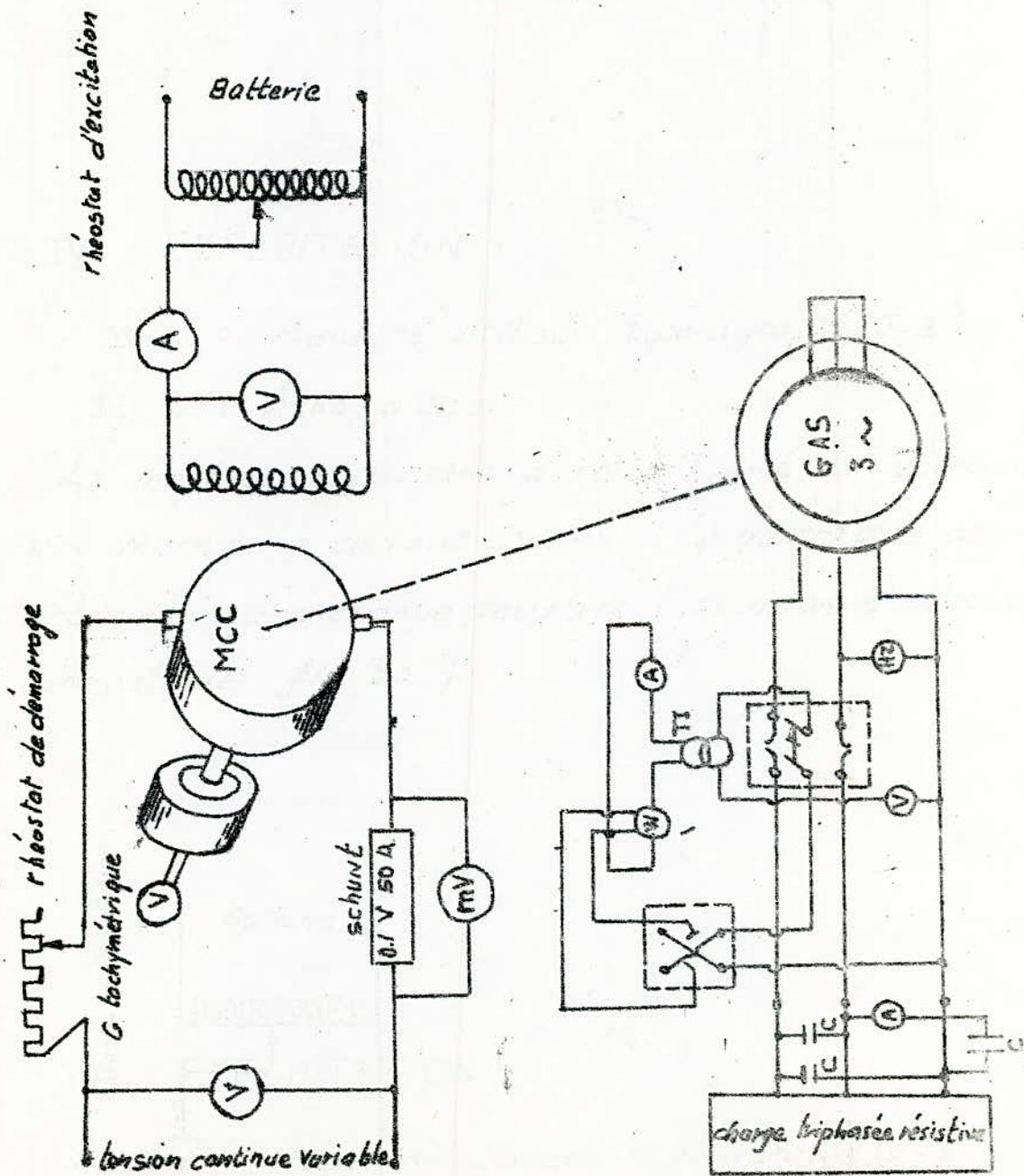


Fig. 33: Générateur asynchrone auto-aligné avec batterie de condensateurs

#### IV.3 : Calcul des capacités

##### IV.3.1 : Exploitation de la première approximation (III-1)

La machine est couplée en triangle sur le réseau sous une tension de 220 V, 50 Hz. La puissance réactive absorbée est  $Q = 4,157 \text{ kVAR}$ , le courant statorique est  $I = 12 \text{ A}$ .

$$\text{d'où } C = 13,2 \mu\text{F}.$$

Le remanent de la machine est de 2,5 V (vitesse  $\approx 1500 \text{ tr/min}$ ). Avec des capacités de  $13,2 \mu\text{F}$ , la génératrice asynchrone autonome ne s'amorce pas.

##### IV.3.2 : Exploitation de la deuxième approximation (III-2)

La machine asynchrone toujours couplée en triangle, est alimentée sous une tension égale à 10 % environ de la tension nominale, soit  $U = 21 \text{ V}$ .

$$\text{Nous avons relevé } I_s = 3 \text{ A}$$

$$Q = 41,57 \text{ V.A.R}$$

$$\text{d'où } C = 57,71 \mu\text{F}.$$

Ne disposant pas de capacités permettant la valeur ci-dessus, nous avons utilisé des capacités de  $60 \mu\text{F}$ . Celles-ci ont permis l'auto-amorçage et la charge de la génératrice.

#### IV.4 : Mesures effectuées :

##### IV.4.1 : Tableau :

	$I_a$ (A)	22,5	25	20	17,5	15	12,5
moteur à courant continu	$I_{excite}$ (A)	0,39	0,41	0,45	0,51	0,58	0,61
	$V_{excite}$ (V)	27,8	29,4	32	37,3	42,5	45
	$V_{ind}$ (V)	98	96	99	100,5	102	103
	$N \frac{tr}{mn}$	1737,5	1645,8	1637,5	1500	1395,83	1375
	$P_{absorbée}$ (W)	2215,84	2412,05	1994,4	1777,77	1554,65	1314,95
Generatrice autonome.	$I_{charge}$ (A)	8,6	7,4	7,2	4,4	2	1
	$U$ (V)	240	205,5	220	150	110	75
	$P_o$ (W)	720	1020	560	480	260	80
	$Q$ (VAR)	3533,38	2528,79	2632,71	4108,5	588,89	138,56
	$f$ (Hz)	—	53,75	53,5	48	45,5	< 45
	$\eta$ (rend <sup>t</sup> )	0,32	0,42	0,28	0,27	0,17	0,06
	$I_{capacitif}$	4,96	4	4,1	1,6	1,8	1
	$g(%)$	—	-2,06	-2,02	-4,16	-2,258	—

glissement :

Il n'est pas possible de définir un glissement général pour une génératrice asynchrone isolée.

##### IV.4.2 : Caractéristique externe $V = f(I)$ :

Il n'est pas possible d'obtenir une fréquence constante pour les courants statoriques. Ceci est un des inconvénients de la génératrice autonome.

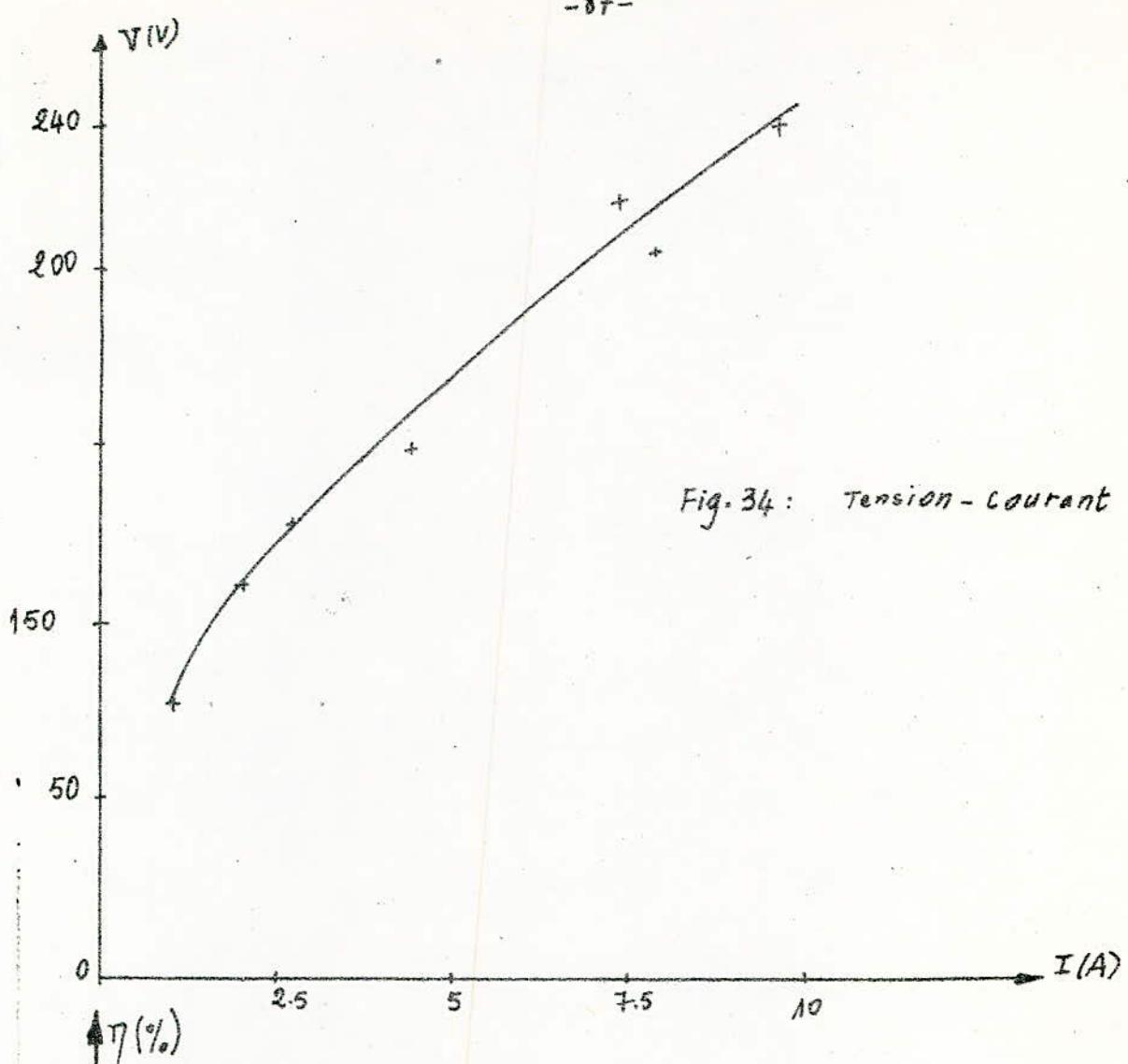


Fig. 34: Tension - courant

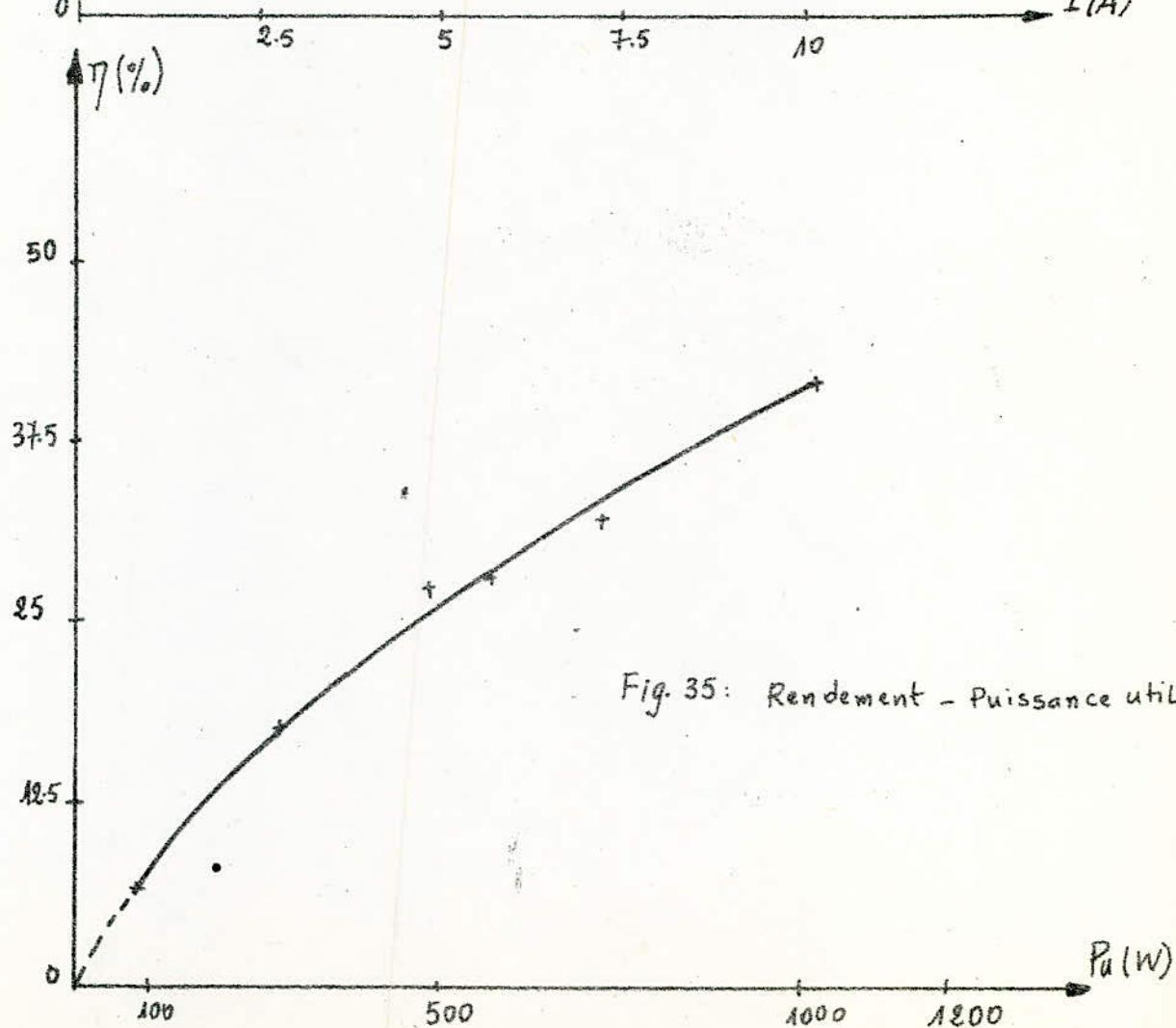


Fig. 35: Rendement - Puissance utile.

Remarque : la machine à courant continu (fig 32) est de puissance faible par rapport à celle de la machine asynchrone, ce qui me nous a pas permis de dépasser une certaine limite pour la charge.

## CONCLUSION

La génératrice autonome présente l'avantage d'être économique et facilement utilisable dans des endroits isolés.

Cependant il est très difficile d'obtenir un fonctionnement donné (fréquence bien déterminée et facteur de puissance fixé)

Il est préférable de calculer les capacités pour l'autonomage lorsque la génératrice est couplée au réseau sous faible tension.

# **CONCLUSION**

---

## CONCLUSION

Cette étude nous a permis en premier lieu de compléter nos connaissances dans le domaine des machines électriques.

Pour les moteurs asynchrones de grandes puissances le courant appelé du décollage est le plus réduit pour un moteur asynchrone à rotor massif. Suivant l'utilisation, cette qualité pourrait être éventuellement exploitée dans l'industrie.

La théorie que nous avons utilisé pour pré-déterminer les caractéristiques du moteur asynchrone à rotor massif lisse doit être remaniée vu qu'elle est limitée à certains glissements suivant les caractéristiques électrique ( $\bar{U}$ ) et magnétique ( $\mu_r$ ) du rotor.

Il est possible d'approximer les condensateurs permettant l'auto-amorçage d'une génératrice asynchrone en faisant un assai-

Certes, en faisant le même travail pour les couples que pour les courants, l'étude comparative des différents moteurs asynchrones sera plus complète. Nous souhaitons que cette étude soit réalisée au cours des futurs projets de fin d'étude; comme nous souhaitons que la génératrice asynchrone autonome soit reprise du point de vue théorique.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] H.M. Mc CONNEL

"The polyphase induction machine with solid rotor"  
AIEE - April 1953

[2] A. MAAZI

Thèse : "Contribution à l'étude de la machine  
asynchrone en régime déséquilibré."  
ENP - Juin 82.

[3] PHILIP L. ALGER

"INDUCTION MACHINED"

Gordan an Breach - 1970.

[4] H.M. Mc CONNEL

A. MAUDUIT

"MACHINES ELECTRIQUES" T. 2.

DUNOD - 1931

[5] A. MAAZI

B. LAPORTE

"Etude du comportement d'un matériau ferromagné-  
tique isotrope dans un champ glissant."

R G E - 1974.

[6] PHILIP L. ALGER

"INDUCTION MACHINED"

Gordan an Breach - 1970

- [6] B.J Chalmers  
"General theory of solid rotor induction machines"  
PROC. IEE, VOL. 119, N°9, September 1972.
- [7] M. KOSTENKO et L. PIOTROVSKI.  
"Machines électriques" Tome 2  
Editions MIR - 1979.
- [8] A. IVANOV-SMOLENSKI  
"Machines électriques" Tome 1.  
Editions MIR - 1983.
- [9] G. Segurier et F. Notelet  
"Electrotechnique industrielle"  
technique et documentation-1980.

# **ANNEXES'**

## ANNEXE 1.

"La fonction  $\beta_R(a_R \sqrt{j})$  pour  $p=2$ "

$a_R$	$X_R$	$(-\gamma_R)$
2.26	1. 0439	0.4182
3.20	1. 1618	0.7989
3.91	1. 3190	1.1167
4.51	1. 4895	1.3809
5.05	1. 6610	1.6078
5.53	1. 8204	1.8005
6.38	2. 1079	2.1277
7.14	2. 3668	2.4122
7.82	2. 5992	2.6638
8.74	2. 9155	3.0013
9.03	3.0156	3.1071
10.09	3.3828	3.4920
11.06	3.7200	3.8424
11.94	4.0416	4.1214
12.77	4.4003	4.4377
13.54	4.6312	4.6915
14.28	4.8542	4.9815
15.64	5.2455	5.3258

Valeurs de la résistance et de la réactance rotoriques  
 (Rotor massif lisse) pour  $\mu_p = 100$ .

$g$	$R_2$ ( $\Omega^2$ )	$R/g$ ( $\Omega^2$ )	$X_2$ ( $\Omega^2$ )
0.025	11.11	444.4	46.58
0.05	11.33	226.6	45.70
0.075	11.65	155.53	44.37
0.1	12.04	120.4	42.76
0.2	13.84	69.2	36.10
0.3	15.55	51.83	31.07
0.4	16.70	41.75	27.56
0.5	18.31	36.62	25.00
0.6	19.51	32.52	23.02
0.7	20.63	29.47	21.45
0.8	21.67	27.10	20.15
0.9	22.65	25.17	19.07
1.0	23.57	23.57	18.14

## ANNEXE 2.

### DETERMINATION DE LA RESISTANCE ET DE LA REACTANCE ROTORIQUES.

D'après le schéma équivalent (fig. 1) Le courant rotorique est :

$$I_R = \frac{E_m}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \left[ \frac{R_2}{g} \sin \omega t - X_2 \cos \omega t \right]$$

D'autre part

$$I_R = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\eta \cdot \pi \cdot E_m \cdot P}{\mu_r m (K_{B1} \cdot N)^2 2 \cdot L \cdot w} \left[ (x_R - 1) \cos \omega t + y_R \sin \omega t \right]$$

ou.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_0} \frac{\eta \cdot \pi \cdot P}{\mu_r m (K_{B1} \cdot N)^2 2 L w} (x_R - 1) = x_e \frac{1}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \quad (a) \\ -\frac{1}{\mu_0} \frac{\eta \cdot \pi \cdot P}{\mu_r m (K_{B1} \cdot N)^2 2 L w} y_R = \frac{R_2}{g} \frac{1}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ y_R = \frac{R_2}{g} \frac{1}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \end{array} \right) \quad (b)$$

En faisant le rapport entre l'expression (a) et l'expression (b) nous avons :

$$x_2 = \frac{(x_{R-1})}{(-y_R)} \quad (R_e/g)$$

En posant  $A = \frac{1}{\mu_0} \frac{\eta \cdot \pi \cdot P}{\mu_r m (K_b \cdot N)^2 \cdot 2 \cdot L \cdot w}$  nous avons:

$$A(x_{R-1}) = \frac{\left(\frac{x_{R-1}}{-y_R}\right)}{\left[\left(\frac{x_{R-1}}{y_R}\right)^2 + 1\right] \left(\frac{R_e}{g}\right)}$$

Et

$$A(-y_R) = \frac{\left(\frac{-y_R}{x_{R-1}}\right)}{\left[\left(\frac{y_R}{x_{R-1}}\right)^2 + 1\right] x_2}$$

D'où :

$$R_e/g = \frac{(-y_R)}{\left[(x_{R-1})^2 + (y_R)^2\right]} \cdot \frac{\mu_0 \mu_r m (K_b \cdot N)^2 2 \cdot L \cdot w}{\eta \cdot \pi \cdot P} \quad (52)$$

Et

$$x_2 = \frac{(x_{R-1})}{\left[(x_{R-1})^2 + y_R^2\right]} \cdot \frac{\mu_0 \mu_r m (K_b \cdot N)^2 2 \cdot L \cdot w}{\eta \cdot \pi \cdot P} \quad (52)$$

$$a_R = \tilde{r}_R \left[ \frac{\mu_0 \mu_r \sigma w}{2} g \right]^{\frac{1}{2}}$$

D'où

$$R_e = \frac{(-y_R) a_R^2}{\left[(x_{R-1})^2 + y_R^2\right]} \cdot \frac{m (K_b \cdot N)^2 4 \cdot L}{\eta \cdot \pi \cdot P \cdot \tilde{r}_R^2 \sigma} \quad (52)$$

### ANNEXE 3.

PROGRAMME PERMETTANT DE CALCULER ( $I(g)$ ,  $R(g)$ ,  
 $X_e(g)$  et  $X_m$ ), EFFECTUE EN BASIC SUR UN MINI-CALCULATEUR.

3 REM ETUDE DE LA MACHINE A ROTOR MASSIF LISSE.

4 REM TRACE DES AXES

6 PRINT AT 0,5 ; "TRACE DE LA COURBE  $I=f(g)$ "

10 PLOT 0,0 : DRAW 0,170 : PLOT 0,0 : DRAW 250,0.

15 PRINT AT 20,19 ; "g%" , AT 1,1 ; "I(A)"

16 PRINT AT 20,25 ; "100" ; AT 20,125 ; "50";  
AT 7,1 ; "8" ; AT 14,1 ; "4"

18 REM DONNEES DE LA MACHINE

20 READ L, W, N,  $\eta_s$ ,  $X_1$ , SIG, ETA, KSI, RR,  
KB, MU.

30 DATA 0.11, 100\*PI, 288, 3.4, 10, 0.5347e7, 0.973, 0.01368,  
0.04395, 0.945, 4 \* PI \* 1e-7.

35 REM  $V$  = TENSION D'ALIMENTATION.

$U_f$  = PERMEABILITE RELATIVE CHOISIE.

40 LET V=820 : LET  $U_f=50$ .

LET  $t_t = \pi R \text{ SQR} ( \mu * \text{Sig} * w/g )$

48 LET OLDg=0 : LET OLDI=0

49 REM SEPARATION DES PARTIES REELLES et  
IMAGINAIRES ( $X_r, Y_r$ )

50 FOR  $g = 0.1$  to 1.1 STEP 0.1  
60 LET  $a_R = tE * \text{SQR}(U_f * g)$   
70 LET  $j=0 : \text{LET } z=1 : \text{LET } a=1.$   
80 GO SUB 400.  
85 LET  $y = y(1)$   
90 LET  $j=2 : \text{LET } z=2.$   
100 GO SUB 400.  
110 LET  $r_1 = y - y(2)$   
120 LET  $j=1 : \text{LET } z=3$   
130 GO SUB 400  
135 LET  $y = y(3)$   
140 LET  $j=3 : \text{LET } z=4$   
150 GO SUB 400  
160 LET  $i_1 = y(4) - y$   
170 LET  $j=0 : \text{LET } a=3 : \text{LET } z=5$   
180 GO SUB 400  
185 LET  $y = y(5)$   
190 LET  $j=2 : \text{LET } z=6$   
200 GO SUB 400  
210 LET  $r_2 = y - y(6)$   
220 LET  $j=1 : \text{LET } z=7$   
230 GO SUB 400  
235 LET  $y = y(7)$   
240 LET  $j=3 : \text{LET } z=8$   
250 GO SUB 400  
260 LET  $i_2 = y(8) - y$   
265 LET  $hh1 = (r_1 - i_2) * (r_1 - i_2)$   
LET  $hh2 = (i_1 + r_2) * (i_1 + r_2)$

270 LET  $dx = hh1 + hh2$ .  
 274 LET  $X_{R1} = r_1 * r_1 - i_2 * i_2$   
 LET  $X_{R2} = i_1 * i_1 - r_2 * r_2$ .  
 280 LET  $X_R = (X_{R1} + X_{R2}) / dx$   
 290 LET  $y_R = -2 * (i_1 * i_2 + r_1 * r_2) / dx$   
 298 LET  $c = (X_R - 1) * (X_R - 1) \therefore$  LET  $b = y_R * y_R$   
 300 LET  $dd = c + b$   
 305 LET  $KK = .95493 * L * (kb * N)^{1/2}$ .  
 307 LET  $mm = (U_p + KSI) / (U_p * KSI + 1)$   
 310 LET  $XX2 = (X_R - 1) / dd$   
 LET  $r_{R2} = (-y_R / dd) * a_R^{1/2}$   
 320 LET  $X_2 = (XX2 * MU * U_n * w * KK)$   
 325 LET  $R_2 = (2 * r_{R2} * KK) / (\text{ETA} * \text{sig} * r_{R2}^{1/2})$   
 330 LET  $X_m = MU * w * mm * KK$ .  
 332 LET  $rg = R_2 / q \therefore$  LET  $XX2 = X_2 + X_m$ .  
 LET  $X33 = X_1 + X_m$ .  
 333 LET  $nni = \text{SQR} (rg * rg + X_{22} * X_{22})$   
 335 LET  $di_{i1} = r_s * rg - X_1 * X_{22} - X_2 * X_m$ .  
 336 LET  $di_1 = di_{i1} * di_{i1}$   
 338 LET  $di_{i2} = X_{22} * r_s + rg * X33$ .  
 339 LET  $di_2 = di_{i2} * di_{i2}$ .  
 340 LET  $di = \text{SQR} (di_1 + di_2)$   
 350 LET  $i = V * nni / di$   
 358 PRINT BRIGHT 1; AT 2, 18; "GLIS="; g  
 AT 3, 18; "I="; "I"; AT 4, 18; "Re=";  
 R<sub>2</sub>.

359 IF  $g = 0.1$  THEN PLOT  $g * 200, i * 15$ :  
 GOTO 365

360 DRAW  $(g - \text{old}g) * 200; (i - \text{old}i) * 15$

365 LET  $\text{old}g = g$  : LET  $\text{old}i = i$

368 PRINT AT 12, 15; "U<sub>R</sub> = " ; U<sub>R</sub>; AT 13, 15;  
 "V = " ; V, " VOLTS"

370 NEXT g

380 STOP

400 DIM Y(8)

410 LET SOM = 0

420 FOR k = j TO 16 STEP 4.

430 GO SUB 500

432 IF a = 1 THEN LET ff = 5 : GO TO 450.

435 LET ff = ss

440 DEF FN X(k) =  $\left(\frac{1}{ff}\right) * \left(\frac{a^k}{k!}\right)^2 (2k + a)$ .

450 LET y(z) = SOM + FN X(k)

455 LET SOM = y(z)

460 NEXT k

470 RETURN

500 REM CALCUL DU k!

510 LET h = 0 : LET FACT = 1.

520 LET h = h + 1

530 LET FACT = FACT \* h.

540 IF h < k THEN GO TO 520

550 LET s = FACT  $\frac{1}{2} (k+1)$

560 LET ss = FACT  $\frac{1}{2} (k+3)(k+2)(k+1)$

570 RETURN



