

9/82

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

U. S. T. H. B.

2ea

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES



ETUDE EXPERIMENTALE de
l'IMPEDANCE d'ENTREE d'une
ANTENNE de la GAMME des
ONDES DECAMETRIQUES

Proposé par :

ADANE A.

Chef du Département Electricité à l'ENPA

Etudié par :

CHERAIT Abderrazek



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
U. S. T. H. B.

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER
Département d'Electronique et d'Electrotechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Diplôme d'Ingénieur

ETUDE EXPERIMENTALE de
l'IMPEDANCE d'ENTREE d'une
ANTENNE de la GAMME des
ONDES DECAMETRIQUES

Proposé par :

ADANE A.

Chef du Département Electricité à l'ENPA

Étudié par :

CHERAIT Abderrazek

Promotion Janvier 1982

DEDICACES

A ceux qui luttent et ne se lassent de lutter,

A ceux qui espèrent et respirent la douleur,

A mes parents,

A mes amis.

Rozek

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier vivement mon promoteur monsieur ADANE Abdelhamid, chef du département d'électricité à l'école nationale polytechnique d'Alger, pour son aide et suivi pendant tout le semestre.

J'exprime aussi mes remerciements à monsieur PEDIKITY chargé de cours à la post graduation ainsi qu'à monsieur BELAOUI A. agent du magasin d'électricité.

PLAN

	page
1- Introduction	1
2- Problèmes d'adaptation d'une antenne	3
2-1 Introduction	
2-2 Théorie des lignes	
2-2-1 Equation générale d'une ligne	
2-2-2 Impédance de la ligne en un point d'abscisse quelconque	
2-2-3 Expression de α , β et Z_c	
2-3 Calcul de l'impédance d'entrée d'une antenne	
2-3-1 Exposé des différentes méthodes de calcul	
2-3-2 Calcul de l'impédance d'entrée de l'antenne étudiée	
2-4 Méthodes et moyens d'adaptation	
2-4-1 ligne quart d'onde transformateur d'impédance	
2-4-2 Transformateur balun	
2-4-3 Dipôle replié (folded)	
2-4-4 Adaptation en Δ (delta) pour une ligne symétrique	
2-4-5 Adaptation en T pour cable symétrique	
2-4-6 Adaptation en δ (sigma) pour cable asymétrique	
3- Méthodes de mesure de Z_e	24
3-1 Les différentes méthodes de mesure de Z_e	
3-2 Choix d'une méthode de mesure	
3-2-1 Mesure des coordonnées pôlaires de l'impédance d'entrée	
4- Réalisation et étude expérimentale du feeder	28
4-1 Réalisation du feeder	
4-2 Etude expérimentale du feeder	
5- Réalisation et étude expérimentale de l'antenne	36
5-1 Réalisation de l'antenne	
5-2 Etude expérimentale de l'antenne	
5-2-1 Mesure de l'impédance d'entrée pour une distance entre les deux éléments de $0,25\lambda$ (2,5 m)	
5-2-2 Mesure de l'impédance d'entrée pour une distance entre les deux éléments de $0,1\lambda$ (1 m)	
5-2-3 Commentaire des différentes mesures	
Conclusion	
Annexe 1 Calcul de R_{11} et X_{11}	43
Annexe 2 Calcul de R_{12} et X_{12}	44
Annexe 3 Approximation sur $\text{th}x$	47
Bibliographie	

1- Introduction

L'objet de ce travail est l'étude expérimentale de l'impédance d'entrée d'une antenne à deux éléments, fonctionnant dans la gamme décimétrique.

Pour l'utilisateur, la connaissance de cette caractéristique est primordiale, car l'antenne est un des éléments d'une chaîne d'émission (ou de réception). A ce titre, il faut donc l'adapter avec l'élément précédent afin d'assurer la meilleure transmission de la puissance.

Le calcul de l'impédance d'entrée d'une antenne de ce type est en général long et fastidieux. Il conduit à des résultats qui ne sont pas suffisamment précis pour être pris en considération. Une méthode d'évaluation de cette impédance consisterait à faire une simulation des caractéristiques de l'antenne sur ordinateur et rechercher un modèle satisfaisant.

Mais, sur le plan pratique, il est beaucoup plus facile pour le technicien de procéder à la mesure de l'impédance d'entrée, en utilisant, par exemple, des méthodes expérimentales basées sur l'analyse des caractéristiques d'une ligne de mesure.

En résumé, les travaux que nous avons développés, ont consisté à effectuer des manipulations sur une antenne comportant un brin rayonnant et un brin parasite, de 5m de long chacun, le tout alimenté par un feeder

du type ligne bifilaire .

l'impédance d'entrée de l'antenne a été mesurée par la méthode du déplacement du minimum par rapport à la charge du feeder ; la gamme de fréquence étudiée allant de 1 à 30 MHz .

2- Problèmes d'adaptation d'une antenne

2-1 Introduction

L'adaptation d'une antenne à la sortie ou à l'entrée d'une chaîne d'émission ou de réception revient à rechercher la meilleure transmission possible de l'énergie, c'est à dire le rendement maximum de la chaîne.

Par suite du mode de vibration particulier d'une antenne dans laquelle s'installent des régimes stationnaires, la nature et les valeurs des éléments (R_e, X_e) de cette impédance d'entrée, sont très variables avec la fréquence et la longueur de l'antenne.

La valeur de cette impédance dépend de la géométrie de l'antenne et de sa fréquence propre de vibration.

Si l'antenne fonctionne sur une fréquence fixe, l'adaptation peut être faite à cette fréquence.

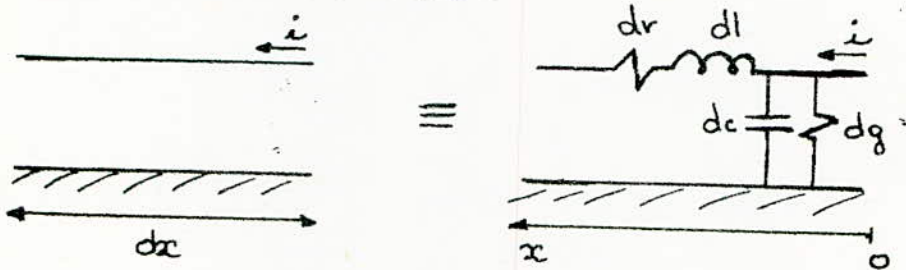
Si l'antenne fonctionne sur une gamme de fréquence, l'adaptation doit être assurée pour toute cette gamme de fréquence.

Aussi, l'ensemble des fréquences de cette gamme doivent être reçus ou émis dans des conditions de puissances identiques, pour qu'il n'y ait pas de perturbation de l'information.

L'antenne est alimentée par un feeder, l'adaptation doit être assurée pour les deux extrémités de ce dernier.

2-2 Théorie des lignes

Si l'on considère un circuit dont la dimension est du même ordre de grandeur ou plus grande que la longueur d'onde des ondes qui s'y propagent, les différentes parties du circuit ne sont plus parcourues par la même intensité. Nous sommes alors conduit à définir des coefficients linéiques dans une portion de circuit infinitésimale.



$R' = \frac{dr}{dx}$ résistance linéique; due à la résistance ohmique du conducteur.

$G' = \frac{dg}{dx}$ conductance linéique; due aux pertes dans le diélectrique séparant le conducteur de la terre.

$C' = \frac{dc}{dx}$ capacité linéique; due à l'effet capacitif entre le conducteur et la terre.

$L' = \frac{dl}{dx}$ inductance linéique; due à l'inductance propre du conducteur.

le sol agit comme un miroir pour un conducteur tendu horizontalement, tel qu'en deux points symétriques par rapport au sol, les courants ont des sens opposés. le sol est supposé un conducteur parfait.

Nous avons alors la configuration suivante, pour un élément infinitésimal.

$x+dx$ x
(V, I) grandeurs d'entrées
(V', I') grandeurs de sorties

vu la continuité de $V(x, t)$ et $I(x, t)$ pour un élément (dx),

nous avons :

$$I'(x+dx, t) = I(x, t) + \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} dx$$
$$V'(x+dx, t) = V(x, t) + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} dx$$

la première et la deuxième loi d'Ohm nous donnent :

$$I'(x+dx, t) - I(x, t) = \left\{ G dx V(x, t) + C dx \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \right\}$$
$$V'(x+dx, t) - V(x, t) = - \left\{ R dx I(x, t) + L dx \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \right\}$$

en combinant ces deux systèmes et en éliminant l'une des deux variables, nous obtenons l'équation symétrique suivante :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = RG \psi + (RC + LG) \frac{\partial \psi}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

avec $\psi = (V \text{ ou } I)$

Pour un régime harmonique les opérateurs $(\partial/\partial t)$ et $(\partial^2/\partial t^2)$ seront respectivement remplacés par $(j\omega)$ et $(-\omega^2)$.

Nous obtenons alors l'équation finale :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - (R + jL\omega)(G + jc\omega) \psi = 0$$

pour $Z = R + jL\omega$

$Y = G + jC\omega$

$$\sqrt{Z/Y} = \alpha + j\beta$$

la solution de l'équation précédente est de la forme

$$V = Ae^{(\alpha + j\beta)x} + Be^{-(\alpha + j\beta)x}$$
$$[Z-1] \quad I = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}} (Ae^{(\alpha + j\beta)x} - Be^{-(\alpha + j\beta)x})$$

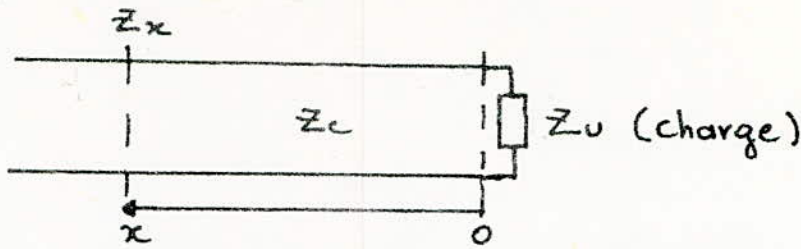
avec $\alpha =$ affaiblissement de la ligne

$\beta =$ constante de phase

$\sqrt{Z/Y} =$ impédance caractéristique de la ligne noté (Z_c)

Dans le cas d'une ligne de longueur finie, fermée sur une impédance quelconque (Z_u), il y a réflexion de l'onde sur l'extrémité réceptrice ; il s'établit alors sur la ligne un régime d'onde stationnaire, fonction de la fréquence de la source, de la longueur de la ligne et de l'impédance de charge, et donnant lieu pour certaines fréquences à des effets de résonance ou d'antirésonance. Il y a exception lorsque l'impédance de charge (Z_u) est une résistance pure égale à l'impédance caractéristique de la ligne. Dans ce cas tout se passe comme si l'on avait affaire à un tronçon de ligne infinie. On ne trouve plus sur la ligne qu'une seule onde se propageant de la source vers le récepteur et dont l'énergie disponible est entièrement absorbée dans l'impédance de charge.

2-2-2 Impédance de la ligne en un point d'abscisse (x)



l'impédance en un point quelconque de la ligne est défini. par le rapport $Z = \frac{V}{I}$ où (V, I) sont le potentiel et l'intensité en un point quelconque sur la ligne.

En remplaçant (V, I) respectivement par leur expression, nous aurons

$$Z = Z_c \frac{Z_u + Z_c \operatorname{th} \gamma x}{Z_c + Z_u \operatorname{th} \gamma x} \quad [2-2]$$

avec $\gamma = \alpha + j\beta$

pour $\alpha \approx 0$

$$Z = Z_c \frac{Z_u + j Z_c \operatorname{tg} \beta x}{Z_c + j Z_u \operatorname{tg} \beta x}$$

2-2-3 Expression de α , β et Z_c

nous utilisons l'approximation suivante :

pour $x \ll 1$ $(1+x)^m \approx 1+mx$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R+jL\omega}{G+jC\omega}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{(1-j\frac{R}{L\omega})^{1/2}}{(1-j\frac{G}{C\omega})^{1/2}}$$

comme en générale $R \ll L\omega$ et $G \ll C\omega$

$$Z_c \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \left(1 - j \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L\omega} - \frac{G}{C\omega} \right) \right)$$

posant $R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L\omega} - \frac{G}{C\omega} \right)$ [2-3]

$$Z_c = R_c (1 - j\phi)$$

$$\alpha + j\beta = \sqrt{(R+jL\omega)(G+jC\omega)} = j\omega \sqrt{LC} \left(1 - j\frac{R}{L\omega} \right)^{1/2} \left(1 - j\frac{G}{C\omega} \right)^{1/2}$$

$$\text{d'où } \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{R_c} + GR_c \right)$$
$$\beta = \omega \sqrt{LC}$$

nous constatons bien que l'impédance caractéristique, l'affaiblissement et la constante de phase dépendent tous de la fréquence.

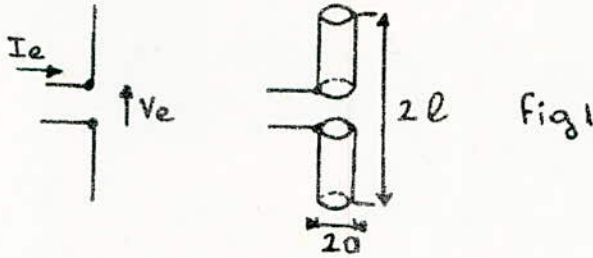
Pour l'impédance caractéristique, les variations en fonction de la fréquence, de sa partie imaginaire resté toujours négligeables par rapport à l'unité. Ce qui nous pousse à considérer que l'impédance caractéristique d'une ligne est constante dans une gamme de fréquence.

2-3 Calcul de l'impédance d'entrée d'une antenne

2-3-1 Exposé des différentes méthodes de calcul

On appelle impédance d'entrée de l'antenne le rapport

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = R_e + jX_e$$



La première méthode consiste à assimiler l'antenne filaire à une ligne de transmission équivalente avec pertes (pertes par rayonnement) et ouverte en son extrémité.

Deux objections peuvent être portées contre cette méthode :

Une antenne rayonne de la puissance alors que dans la ligne de transmission on considère toujours que les pertes par rayonnement sont négligeables.

Les paramètres L, C, Z_c d'une ligne de transmission sont des constantes linéiques, alors que pour la ligne non uniforme représentant l'antenne, ces paramètres varient le long de cette ligne.

Un calcul a été développé en utilisant les hypothèses suivantes :

La puissance dissipée par effet joule dans la ligne équivalente est assimilée à la puissance rayonnée par l'antenne (1).

l'impédance caractéristique variable de l'antenne est remplacée par une impédance caractéristique moyenne (Z_c). Il revient donc à déterminer les caractéristiques α, β et Z_c de la ligne équivalente et l'on a l'impédance d'entrée de l'antenne.

$$Z_e = Z_c \coth(\alpha + j\beta)l$$

avec $Z_c \approx R_c \left(1 - j \frac{\alpha}{\beta}\right)$

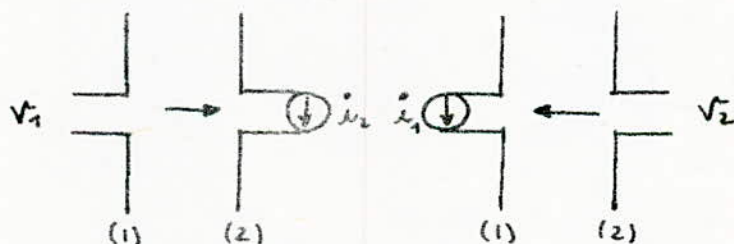
$$R_c = \frac{1}{l} \int_0^l R(z) dz \approx 120 \ln\left(\frac{l}{a}\right)$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\alpha \approx \frac{1}{l} \frac{R_r}{R_c}$$

cette méthode ne permet pas le calcul de la partie imaginaire de l'impédance d'entrée.

la deuxième méthode est dite méthode de la fém induite. Cette méthode utilise le théorème de réciprocité de Rayleigh appliqué par Carson à la radioélectricité (1).

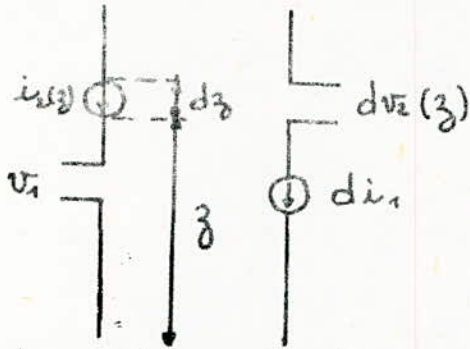


une antenne (1) alimentée par un générateur de résistance interne nulle et de fém (V_1), produit à l'entrée de l'antenne (2) un courant induit (i_2).

Réciproquement, une fém (V_2), appliquée à l'antenne (2) à l'aide du même générateur, produit à l'entrée de l'antenne (1) un courant (i_1).

mesurés dans de même conditions, nous avons ($i_1 = i_2$)
égaux en amplitude et en phase.

Soit une antenne de longueur (l), alimentée en son centre
par une tension (v_1). Sur un élément (dz) de l'antenne,
à une distance (z) nous obtenons un courant $i_2(z)$.



Court-circuitant maintenant l'entrée de cette antenne et
appliquons -lui un champ électromagnétique $E(z)$ égal à celui
créé par le courant $i_2(z)$. Ce champ induit dans le conducteur
un champ $E_2(z)$ qui satisfait à la condition aux limites

$$E(z) + E_2(z) = 0$$

$$\text{Soit } E_2(z) = -E(z)$$

l'élément (dz) peut alors être considéré comme un
générateur de tension d'impédance interne nulle et de f-é-m

$$dv_2(z) = -E(z) dz$$

Ce générateur crée un courant (di_1) à l'entrée
court-circuitée de l'antenne.

D'après le théorème de réciprocité appliqué à
l'élément (dz), nous pouvons écrire

$$\frac{v_1}{i_2(z)} = \frac{dv_2(z)}{di_1} = \frac{-E(z) dz}{di_1}$$

ce qui entraîne que

$$v_1 di_1 = -i_2(z) E(z) dz$$

Comme l'impédance d'entrée de l'antenne s'exprime par le rapport de la tension d'entrée (v_1) en circuit ouvert au courant (i_1) d'entrée en court-circuit, et l'antenne étant un système linéaire, il vient alors

$$Z_e = \frac{v_1}{i_1} = \frac{dv_1}{di_1}$$

d'après la relation précédente

$$v_1 di_1 = i_1 dv_1 = -i_z(z) E(z) dz$$

Soit
$$dv_1 = -\frac{i_z(z)}{i_1} E(z) dz$$

Si le courant $i_z(z)$ est sinusoïdale, nous avons

$$i_z(z) = i_1 \sin \beta(l-z) = i_1 \sin \beta z$$

pour $l = n \frac{\lambda}{2}$

en intégrant sur toute la longueur de l'antenne, nous obtenons la tension d'entrée en circuit ouvert ;

$$v_1 = -\int_0^l E(z) \sin \beta z dz \quad [2-4]$$

d'où l'impédance de l'antenne isolée

$$Z_e = -\frac{1}{i_1} \int_0^l E(z) \sin \beta z dz \quad [2-5]$$

il suffit de calculer l'expression du champ $E(z)$, produit par le courant qui circule dans l'antenne et nous avons celle de (Z_e).

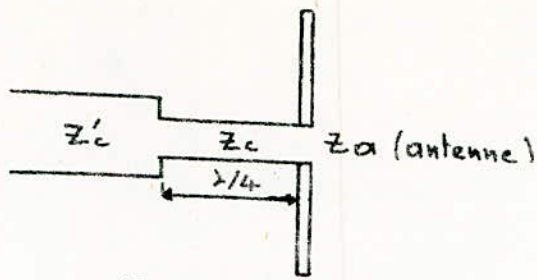


fig 5

il suffit donc de placer une ligne quart d'onde entre l'antenne et le feeder dont l'impédance caractéristique vérifie la relation

$$Z_c = \sqrt{Z_c' Z_a} \quad [2-22]$$

2-4-2 transformateur balun

lorsque nous utilisons un câble coaxial pour alimenter notre dipôle en son centre, nous connectons le brin central du coaxial à l'une des moitiés du dipôle et sa gaine extérieure à l'autre moitié du dipôle. Le conducteur extérieur du coaxial empêche le rayonnement du conducteur intérieur, par contre le conducteur extérieur véhiculant de l'énergie HF rayonne et perturbe le rayonnement propre du dipôle.

Pour cela, nous utilisons un balun nous donnant un système d'alimentation symétrique et une transformation d'impédance qui est en générale de 1/4. (3)

Le balun est un bobinage de trois conducteurs enroulés sur un tore ou un barreau de ferrite {fig 6, fig 7}.

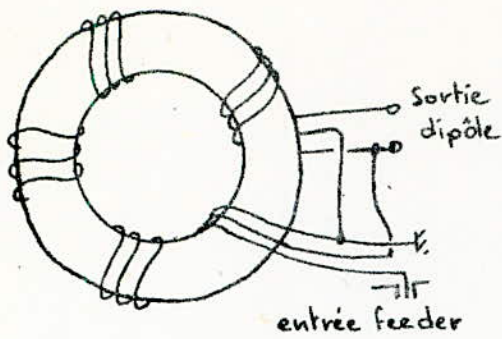


fig 6

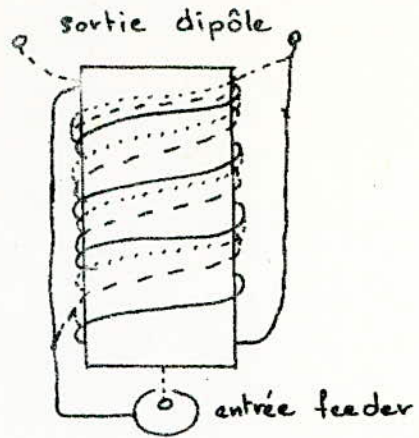


fig 7

2-4-3 Dipôle replié (folded)

Si nous considérons une antenne onde entière, nous constatons que deux parties symétriques sont parcourues par des courants égaux mais en opposition de phase.



en repliant les deux parties symétriques nous obtenons des courants égaux et en phase.



le champ rayonné est donc le double de celui rayonné par un demi-onde simple. nous obtenons donc le même effet qu'avec un dipôle simple alimenté par un courant deux fois plus fort (3).

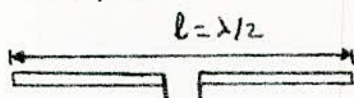


fig 8

$$Z \approx 70 \Omega$$

$$P = Z I^2$$

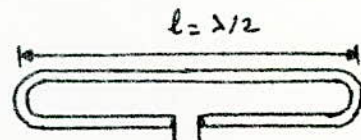


fig 9

$$Z'$$

$$P = Z' \left(\frac{I}{2}\right)^2$$

$$Z I^2 = \frac{Z' I^2}{4} \Rightarrow Z' = 4Z$$

$$Z' \approx 300 \Omega$$

$$[2-23]$$

Si les deux conducteurs repliés n'ont pas les mêmes diamètres, le facteur par lequel nous devons multiplier l'impédance d'un dipôle simple est donné par la relation : (3)

$$k = \left(\log \frac{4e^2}{Dd} / \log \frac{2e}{d} \right)^2 \quad [2-24]$$

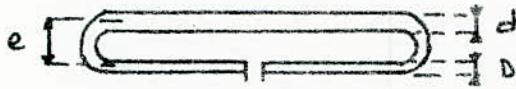


fig 10

2-4-4 Adaptation en Δ (delta) pour une ligne symétrique

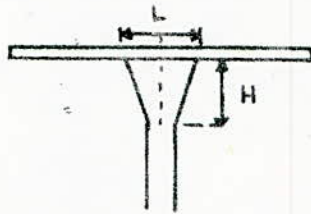


fig 11

puisque l'impédance croît quand on s'éloigne du centre, il existe bien deux points équidistants du centre entre lesquels l'impédance de l'antenne est égale à celle du feeder.

Pour un feeder de 600Ω nous avons les formules pratiques suivantes pour le calcul du Δ. (3)

$$L = \frac{150}{F} \cdot k \quad H = \frac{45}{F} \quad \text{avec } F \text{ en MHz}$$

$$k = \begin{cases} 0,24 & F \in [3, 28] \text{ MHz} \\ 0,23 & F > 28 \text{ MHz} \end{cases}$$

2-4-5 Adaptation en T pour cable symétrique

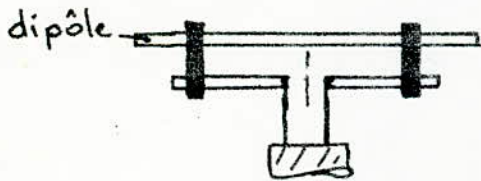


fig 12

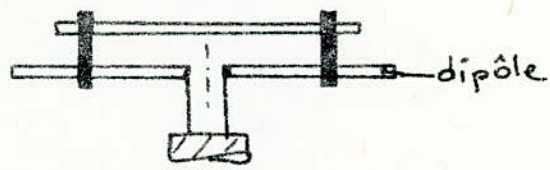


fig 13

L'adaptation se fait en déplaçant les entretoises coulissantes pour avoir un rapport d'onde stationnaire minimum.

la variation d'impédance se fait en jouant sur l'écartement des barettes coulissantes, le diamètre du tube du système d'adaptation et la distance de ce dernier au dipôle. (3)

2-4-6 Adaptation en S (σ) pour cable asymétrique

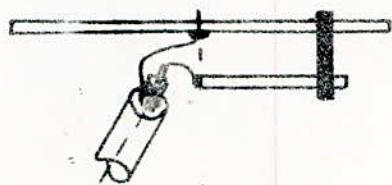


fig 14

l'adaptation se fait en jouant sur l'écartement de la barette coulissante, la distance entre les tubes du système d'adaptation et le dipôle et enfin l'épaisseur des tubes. (3)

les deux systèmes nous permettent d'utiliser un dipôle d'une seule pièce et de mettre son centre à la masse.

3- Methodes de mesure de l'impédance d'entrée (Z_e)

3-1 Les différentes méthodes de mesure de Z_e

une antenne est équivalente à une simple charge passive, se composant d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Ces quantités dépendent de la géométrie de l'antenne et de la fréquence de travail.

Toutes les méthodes de mesure d'impédance en haute fréquence lui sont applicables ; le pont d'impédance en haute fréquence, le Φ -mètre et les lignes de mesure.

Le choix de la méthode de mesure est fait suivant l'ordre de grandeur de l'impédance à mesurer et de la fréquence. A mesure que l'on monte en fréquence, les circuits oscillants classiques font place à la ligne résonnante, puis à la ligne en régime d'onde stationnaire.

3-2 Choix d'une méthode de mesure

dans la gamme (4-30) MHz, le plus simple est d'employer une ligne travaillant en ondes stationnaires. La technique de mesure est la suivante :

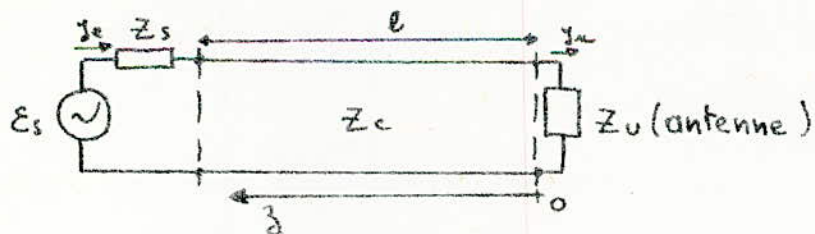


fig 15

l'expression [3-1] nous donne

$$\begin{aligned}
 U &= U_u \operatorname{ch} \delta z + Z_c I_u \operatorname{sh} \delta z \\
 I \cdot Z_c &= U_u \operatorname{sh} \delta z + Z_c I_u \operatorname{ch} \delta z
 \end{aligned}
 \quad [3-1]$$

En utilisant la notion d'impédance de charge réduite et les coordonnées polaire pour l'impédance de charge, nous avons l'expression de l'impédance équivalente de la ligne (fig 15)

pour $z=l$ $Z_e = Z_c \operatorname{th}(\gamma l + \psi)$ [3-2]

déduite du système

$$\begin{aligned} U &= \frac{Z_c \gamma_u}{\operatorname{ch} \psi} \operatorname{sh}(\gamma z + \psi) \\ \gamma &= \frac{\gamma_u}{\operatorname{ch} \psi} \operatorname{ch}(\gamma z + \psi) \end{aligned} \quad [3-3]$$

avec

$$\begin{aligned} \psi &= \beta l + \delta h \\ z_u &= \operatorname{th} \psi = x + jy \end{aligned}$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{sh} 2\beta}{\operatorname{sh}^2 \beta + \operatorname{ch}^2 \beta} \quad [3-4]$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{sh}^2 \beta + \operatorname{ch}^2 \beta}$$

en utilisant l'impédance équivalente de la ligne (fig 15), nous avons

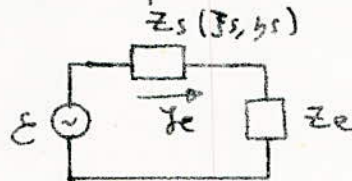


fig 16

$$\gamma_e = \frac{E}{Z_s + Z_e} = \frac{1}{Z_c \operatorname{th} \psi_s + \operatorname{th}(\gamma l + \psi)} \quad [3-5]$$

avec $z_s = \operatorname{th} \psi_s = \operatorname{th}(\beta_s l + \delta h_s)$

les expressions [3-3] et [3-5] nous donnent le potentiel en un point d'abscisse (z)

$$U = E \frac{\operatorname{ch} \psi_s \cdot \operatorname{sh}(\gamma z + \psi)}{\operatorname{sh}(\gamma l + \psi_s + \psi)} \quad [3-6]$$

et dont le module est

$$U = E \frac{(\operatorname{sh}^2 \beta_s l + \operatorname{ch}^2 \delta h_s)^{1/2} \{ \operatorname{sh}^2(\alpha z + \beta) + \sin^2(\beta z + \delta) \}^{1/2}}{\{ \operatorname{sh}^2(\alpha l + \beta + \delta) + \sin^2(\beta l + \delta + \delta_s) \}^{1/2}} \quad [3-7]$$

il suffit alors de mesurer (ξ) et (η) et nous avons les valeurs de l'impédance réduite (x, x) définis par la relation [3-4].

3-3 Mesure des coordonnées polaire de l'impédance d'entrée (ξ, η)

l'expression [3-7] peut s'écrire

$$U = k E \sqrt{\text{sh}^2(\alpha z + \xi) + \sin^2(\beta z + \eta)} \quad [3-8]$$

Si la ligne est court-circuitée $\xi = 0$ et $\eta = 0$.

En se plaçant sur un minimum de potentiel (U_{\min}) et d'abscisse (z_0), de l'expression [3-8] nous aurons ;

$$U_{\min} = k E \text{Sh}(\alpha z_0) \quad [3-9]$$

$$\beta z_0 = 2k\pi$$

En connectant l'antenne, nous aurons un déplacement du minimum

$$U'_{\min} = k E \text{Sh}(\alpha z'_0 + \xi) \quad [3-10]$$

$$\beta z'_0 + \eta = 2k\pi$$

des expressions [3-9] et [3-10], nous aurons

$$\eta = -2\pi \frac{\Delta z_0}{\lambda} \quad [3-11]$$

$$\text{avec } \Delta z_0 = z'_0 - z_0$$

lorsque les pertes sont assez faibles, ce qui est le cas le plus usuel, dans l'expression du potentiel minimal le sinus hyperbolique est égale à son argument ;

$$U_{\min} = k E (\alpha z_0)$$

$$U'_{\min} = k E (\alpha z'_0 + \xi)$$

$$\text{d'où} \quad \xi = \alpha \left\{ \left(\frac{U'_{\min}}{U_{\min}} \right) z_0 - z'_0 \right\} \quad [3-12]$$

(α) étant l'affaiblissement de la ligne est supposé connu. Si (ξ) est assez faible, ce qui est souvent le cas en pratique, l'expression [3-4] devient

$$\begin{aligned}x &\approx \operatorname{tg} h \\x &\approx \frac{\xi}{\cosh h}\end{aligned} \quad [3-13]$$

d'où l'on peut déduire la partie réelle et la partie imaginaire de notre impédance d'entrée

$$R = R_c \cdot \frac{\xi}{\cosh h} \quad [3-14]$$

$$X = R_c \cdot \operatorname{tg} h$$

(R_c) étant l'impédance caractéristique de la ligne est supposée aussi connue.

4- Réalisation et étude expérimentale du feeder

4-1 Réalisation du feeder

Celui-ci est une ligne bifilaire constituée de deux conducteurs parallèles en cuivre nu de 1,5 mm de diamètre et distants l'un par rapport à l'autre de 11,2 cm. Le parallélisme entre les deux conducteurs est maintenu par des plaquettes de plexiglas disposées à des intervalles réguliers. La présence de ces plaquettes influe sur les caractéristiques du feeder et en particulier sur son impédance caractéristique. Pour que les plaquettes de plexiglas ne s'entassent pas lors de la manipulation, il a été nécessaire de les coller au niveau du trou de passage des conducteurs.

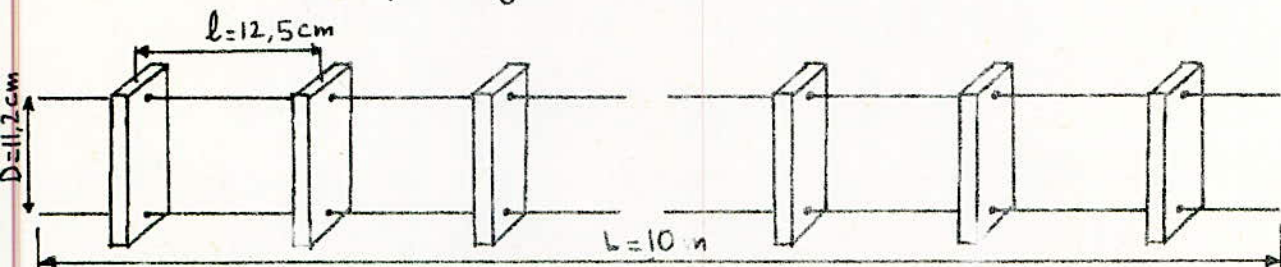


fig 17

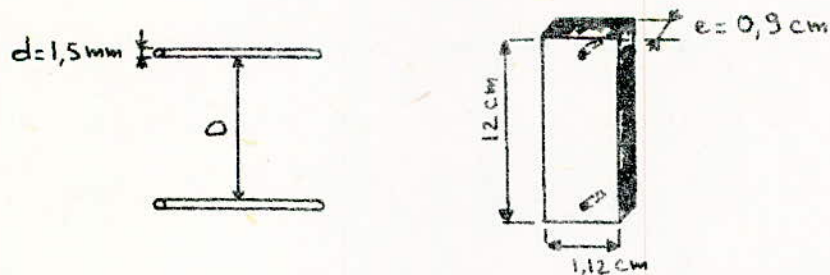


fig 18

en l'absence de plexiglas, l'impédance caractéristique d'une telle ligne est donnée par l'expression (2)

$$Z_{co} = 278 \log \frac{2D}{d} \quad [4-1]$$

pour $D = 112 \text{ mm}$
 $d = 1,5 \text{ mm}$

$$Z_{co} \approx 600 \Omega$$

en présence d'un diélectrique homogène de constante diélectrique ϵ (autre que l'air), l'impédance caractéristique devient

$$Z_c = \frac{Z_{co}}{\sqrt{\epsilon}} \quad [4-2]$$

dans notre cas, le diélectrique est l'ensemble des plaquettes de plexiglas. Pour un tel système, au lieu d'avoir ϵ , nous avons la relation (2) $\frac{(\epsilon-1)e}{l} + 1$ [4-3]

d'où

$$Z_c = Z_{co} \frac{1}{\sqrt{\frac{(\epsilon-1)e}{l} + 1}}$$

pour $e = 0,9 \text{ cm}$
 $l = 12,5 \text{ cm}$
 $\epsilon = 2,7$

$$Z_c \approx 566 \Omega$$

4-2 Etude expérimentale du feeder

les grandeurs caractéristiques d'une ligne peuvent être évaluées en fonction des éléments de l'impédance d'entrée de la ligne étudiée mise en court-circuit et de ceux de l'admittance d'entrée de la même ligne laissée à circuit ouvert.

Si la ligne est court-circuitée ou à circuit ouvert, de la relation

[2-2] nous obtenons respectivement

$$\begin{aligned} Z_e &= Z_c \operatorname{th} \gamma l \\ Y_e &= \frac{1}{Z_c} \operatorname{th} \gamma l \end{aligned} \quad [4-4]$$

Du système [4-4] nous en déduisons

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{Z_e / Y_e} \\ \operatorname{th} \gamma l &= \sqrt{Z_e \cdot Y_e} \end{aligned} \quad [4-5]$$

pour de faibles pertes, ce qui est notre cas

$$\operatorname{th} \gamma l \approx \frac{\alpha l + j \sin \beta l \cdot \cos \beta l}{\cos^2 \beta l} \quad [4-6]$$

dans l'expression [4-4], Z_e et Y_e s'écrivent de la forme

$$Z_e = R + jX \quad [4-7]$$

$$Y_e = G + jB$$

en remplaçant (Z_c) par son expression [2-3] et ($th \gamma l$) par son expression [4-6] dans [4-4], nous obtenons le système :

$$R_c = \sqrt{\frac{X}{B}}$$

$$\alpha l = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{X} + \frac{G}{B} \right) \frac{\sqrt{XB}}{1 + XB} \quad [4-8]$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{X} - \frac{G}{B} \right)$$

les termes en $(\varphi \alpha l)$ et $(\alpha l)^2$ ont été négligés.

il suffit donc de mesurer R, X, G et B et de l'expression [4-8] nous en déduisons les caractéristiques de notre feeder.

4-3 Mode opératoire

Nous disposons d'un générateur HF type 1001-A
standard-signal generator (GR)

d'un pont d'impédance HF type 916 AL (GR)

d'un oscilloscope Oscillar M07101 (Siemens)

la mesure dépend du milieu où nous opérons. Les manipulations ont été faites au laboratoire de microondes appliquées, puis à la terrasse du département d'Electronique et d'Electrotechnique. On trouve des valeurs différentes à cause de la présence du sol et des murs. La plus grosse difficulté a été de tendre la ligne parallèlement au sol pour que les deux conducteurs de la ligne soient à égale distance de la terre.

En outre, le pont dont nous disposons ne monte que jusqu'à 3 MHz. A cette fréquence, le niveau du générateur est assez faible. Aussi, la mesure a été faite à 1,5 MHz.

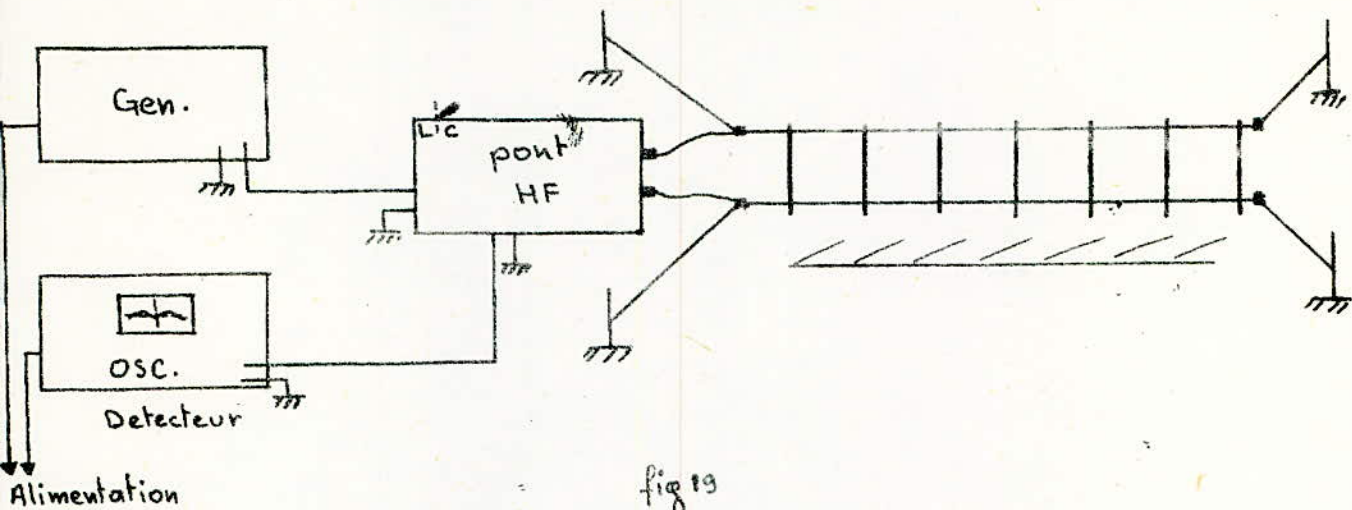


fig 19

nous plaçons la petite manette du pont sur C, le disque des résistances sur 0, le grand disque des réactance sur $X_1 = 5000$ et le petit disque des réactances (ΔX) sur 50.

Nous court-circuitons l'entrée du pont et nous amenons le pont à l'équilibre avec la manette "balance".

Maintenant, nous connectons la ligne à l'entrée du pont et nous plaçons un court-circuit à l'autre extrémité de la ligne. Nous obtenons l'équilibre du pont pour les valeurs suivantes :

$$X_2 = 7000 \Omega$$

$$R = 230 \Omega$$

nous en déduisons alors R et X :

$$X = \frac{X_1 - X_2}{f} \quad \text{ave } f \text{ en centaine de kHz} \quad [4-9]$$

$$R = 230 \Omega$$

$$X = -133,3 \Omega$$

[4-10]

nous enlevons le court-circuit et laissons la ligne ouverte.

Cette fois ci, l'équilibre est obtenu pour

$$X'_2 = 20 \Omega$$

$$R' = 540 \Omega$$

nous en déduisons G et B par les relations suivantes

$$Z' = R' + jX'$$

$$Y = \frac{1}{Z'} = G + jB$$

$$G = \frac{R'}{R'^2 + X'^2} \quad B = \frac{-X'}{R'^2 + X'^2}$$

de l'expression [4-9] nous aurons

$$X' = 332 \Omega$$

d'où

$$G = 1,34 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \quad [4-11]$$

$$B = -8,26 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$$

en utilisant les résultats [4-10] et [4-11], le système [4-8]

nous donne

$$R_c = 402 \Omega$$

$$\alpha = 5 \cdot 10^{-2} \quad [4-12]$$

$$\varphi = 4,9 \cdot 10^{-2}$$

la valeur de la partie imaginaire de l'impédance caractéristique est fonction de la fréquence, mais reste toujours négligeable par rapport à l'unité. Cela nous pousse à supposer que (Z_c) aura la même valeur à la fréquence de travail (30 MHz).

le court-circuit utilisé est un fil de cuivre de 14cm de long et de 1,5mm de diamètre. L'impédance d'un tel conducteur à 30 MHz est loin d'être négligeable. En HF, une charge quelconque est équivalente à une portion de ligne court-circuitée (2). Le court-circuit utilisé nous allonge donc la ligne de mesure. Ce qui nous induit des erreurs dans la mesure des caractéristiques du feeder.

la valeur trouvée de (α) par cette méthode est erronée.

Nous allons utiliser une autre méthode pour déterminer (α) à la fréquence de travail.

4-3-1 Mesure de (α) à 30 MHz

lorsque la ligne est ouverte la relation [3-8] nous donne

$$U = kE \sqrt{\sin^2(\alpha z) + \sin^2(\beta z)} \quad [4-13]$$

lorsqu'on se place sur un minimum de potentiel (U_{\min}) et d'abscisse (z_0), l'expression [4-13] nous donne

$$U_{\min} = kE \operatorname{sh}(\alpha z_0) \approx kE(\alpha z_0) \quad [4-14]$$

$$\beta z_0 = 2k\pi$$

Si l'on se déplace de Δz_0 de ce même minimum, nous aurons

$$U = kE \sqrt{\sin^2(\alpha z_0 + \alpha \Delta z_0) + \sin^2(\beta z_0 + \beta \Delta z_0)} \quad [4-15]$$

en négligeant $(\alpha \Delta z_0)$ devant (αz_0) nous aurons

$$U \approx kE \sqrt{(\alpha z_0)^2 + \sin^2(\beta \Delta z_0)} \quad [4-16]$$

en choisissant (U) tel que $(U/U_{\min}) = \sqrt{2}$, les expressions [4-14] et [4-16] nous donnent

$$\alpha = \frac{\sin \beta \Delta z_0}{z_0} \quad [4-17]$$

comme $\sin \beta \Delta z_0 = \sin\left(2\pi \frac{\Delta z_0}{\lambda}\right) \approx 2\pi \frac{\Delta z_0}{\lambda}$ car $\frac{\Delta z_0}{\lambda} \ll 1$

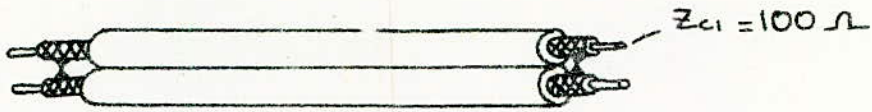
d'où $\alpha \approx \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\Delta z_0}{z_0}\right)$ [4-18]

il suffit de déterminer un minimum d'onde stationnaire d'abscisse (z_0) et de se déplacer de (Δz_0) tel que le rapport des deux potentiels est de $\sqrt{2}$ ($U/U_{\min} = \sqrt{2}$).

4-3-2 Réalisation d'une ligne quart d'onde et d'une Sonde de mesure.

nous avons utilisé une ligne quart d'onde pour réaliser l'adaptation entre le générateur et la ligne de mesure. Celle-ci

se compose de deux coaxiaux dont la longueur vaut $1,625 \text{ m}$ ($0,65 \lambda/4$).



$$Z_c \approx 2 Z_{c1}$$

fig 20

la sonde de mesure se compose d'un cable coaxial de 1 m de long au bout duquel sont soudées deux fils de cuivre. La disposition de ces derniers, facilite la translation de la sonde le long de la ligne.

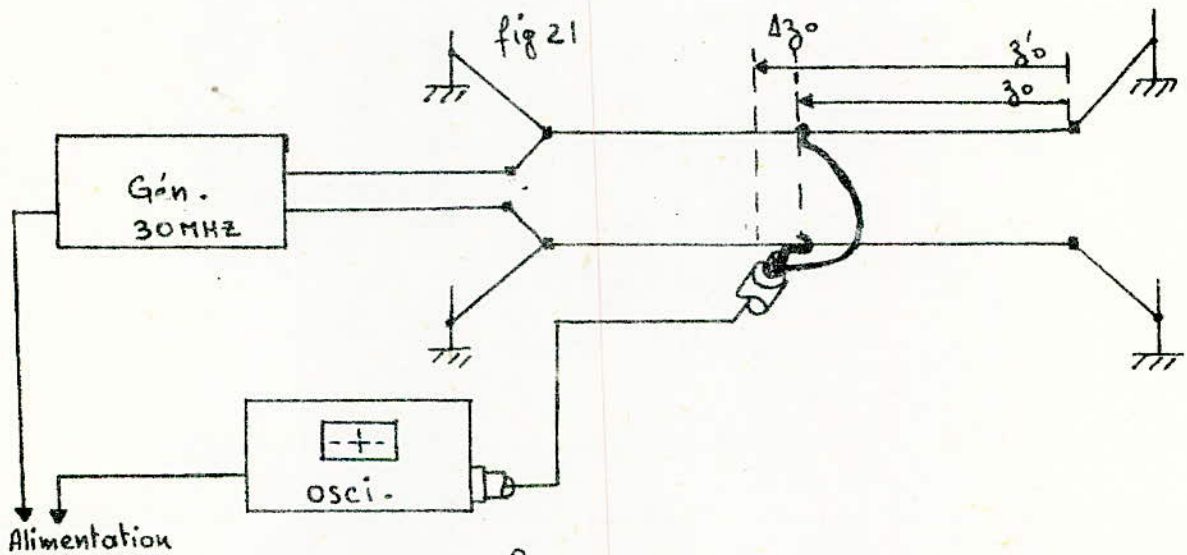


fig 22

nous trouvons

$$Z_0 = 7950 \text{ } \Omega$$

$$\Delta Z_0 \approx 29 \text{ } \Omega$$

d'où

$$\alpha \approx 2,3 \cdot 10^{-3}$$

[4-19]

Pour déterminer le minimum des ondes stationnaires dans le feeder, nous avons pris la moyenne de deux valeurs de (z_0) , car les plaquettes de plexiglas gênent la translation de la sonde le long de la ligne.

Lors du déplacement de la sonde, nous avons constaté une instabilité du générateur dû à la perturbation de la ligne par l'impédance d'entrée de la sonde, ce qui nous a obligé, chaque fois, à régler le générateur pour maintenir son niveau de sortie à un régime constant.

5 - Réalisation et étude expérimentale de l'antenne

5-1 Réalisation de l'antenne

Elle est réalisée avec des tubes de cuivre de 5m de long et de 14 mm de diamètre.

La longueur réelle du dipôle et du directeur est comme suite

$$\begin{aligned}
 l(\text{dipôle}) &= \frac{143}{f} & l_d &= 4,766 \text{ m} \\
 l(\text{Directeur}) &= \frac{136}{f} & l_D &= 4,533 \text{ m} & (3) \\
 \text{pour } f &= 30 \text{ MHz} & \lambda/2 &= 5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Ces longueurs sont différentes de celles calculées à partir de la longueur d'onde théorique.

Dans l'antenne, la longueur d'onde est plus courte que celle d'une onde propagée dans l'espace car elle oppose toujours une certaine résistance au passage du courant (3).

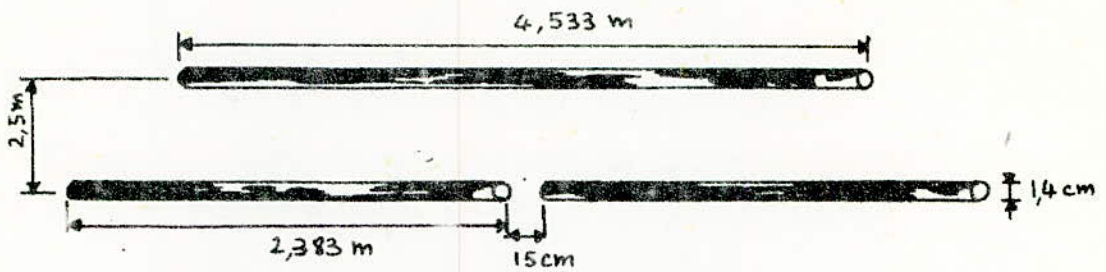


fig 23

Pour maintenir les deux éléments d'antennes horizontalement, nous les avons fixés par leurs bouts au mât, à l'aide de fils en nylon.

Les supports isolants sont constitués de bois dur pour une bonne fixation et un bon isolement des brins. Leurs dimensions sont données sur les schémas ci-dessous :

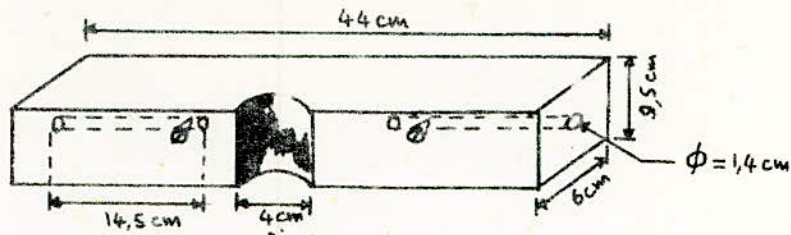


fig 24

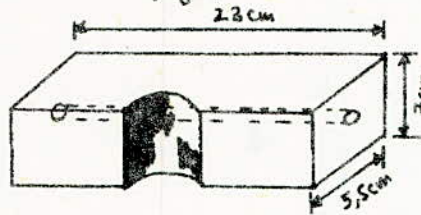


fig 25

les deux supports ont quatre trous de fixation qui ne sont pas représentés sur les fig 24, fig 25. Ils sont disposés de telle manière à ne pas toucher l'antenne.

les brides sont faites de plaques métalliques épaisses. La fixation se fait à l'aide de boulons au nombre de quatre, de 12 mm de diamètre pour le doublet rayonnant et de 6 mm de diamètre pour le directeur. (fig 26)

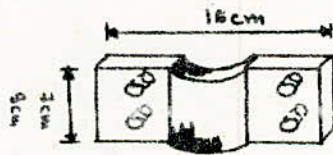


fig 26

Le mât utilisé est un tube de duralumin de 6,5 m de long et de 4 cm de diamètre.

5-2 étude expérimentale de l'antenne

les expressions [3-11] et [3-12], nous permettent de mesurer les coordonnées polaires de l'impédance d'entrée de l'antenne.

Pour cela, il nous faut déterminer ;

1° le potentiel est l'abscisse d'un minimum d'onde stationnaire lorsque le feeder est court-circuité à son extrémité.

2° le potentiel est l'abscisse du déplacement de ce minimum lorsque nous connectons l'antenne à la place du court-circuit.

La fréquence de travail est de 30 MHz.

5-2-1 Mesure de l'impédance d'entrée pour une distance de $0,25\lambda$ (2,5m) entre les deux éléments

le feeder étant court-circuité est suspendu horizontalement au sol, nous avons un minimum d'onde stationnaire d'abscisse et de potentiel qui vaut :

$$z_{01} = 9,2 \text{ m} \quad [5-1]$$

$$U_{\min} = (2,5 \text{ à } 3) \text{ mV}$$

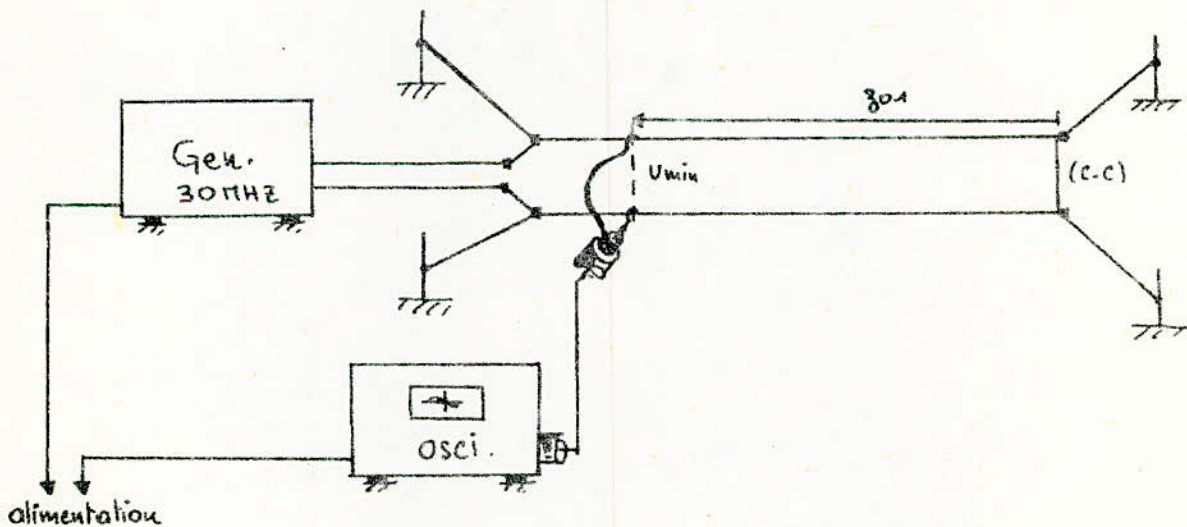


fig 27

le feeder étant court-circuité est placé comme indiqué à la fig 28, nous avons un minimum d'onde stationnaire dont l'abscisse

et le potentiel sont:

$$z_{02} = 8,98 \text{ m}$$

[5-2]

$$U_{\min} = (0,5 \text{ à } 1) \text{ mV}$$

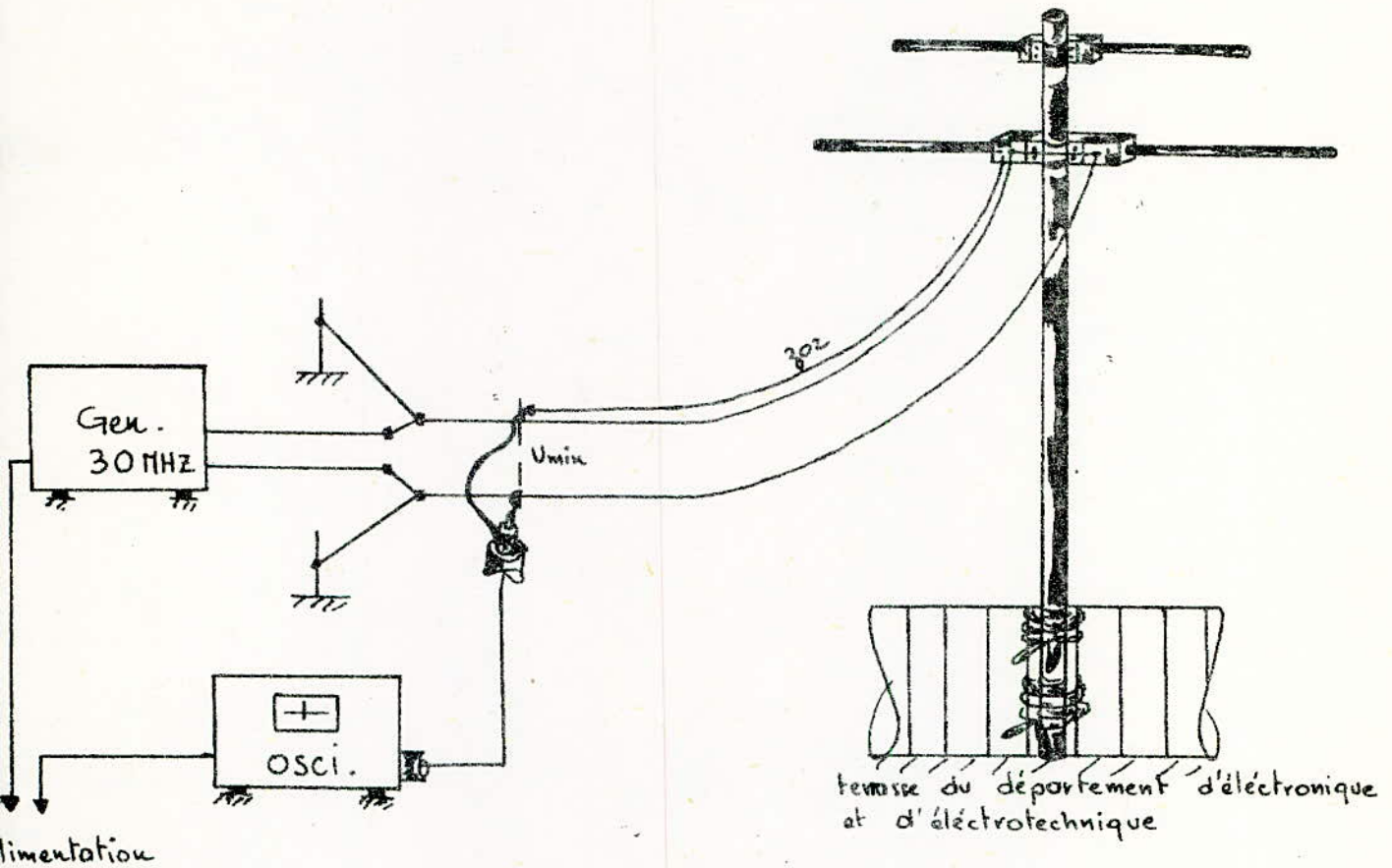


fig 28

Nous constatons que l'abscisse du minimum d'onde stationnaire diffère suivant le mode opératoire { fig 27, fig 28 }.

Lorsque nous enlevons le court-circuit { fig 28 }, le minimum d'onde stationnaire se déplace vers une abscisse

$$z'_0 = 8,70 \text{ m}$$

[5-3]

et le potentiel vaut $U_{\min} = (2,5 \text{ à } 3) \text{ mV}$

Des relations [3-11], [3-12] et [3-14] nous en déduisons les valeurs de l'impédance d'entrée de l'antenne;

$$R_1 \approx 10 \Omega$$

$$X_1 \approx 130 \Omega$$

[5-4]

$$R_2 \approx 26 \Omega$$
$$X_2 \approx 71 \Omega \quad [5-4']$$

les indices 1, 2 correspondent respectivement aux {fig 27, fig 28}.

conclusion: la mesure de l'impédance d'entrée de l'antenne dépend du mode opératoire {fig 27, fig 28}

5-2-2 Mesure de l'impédance d'entrée pour une distance de $0,1\lambda$ (1m) entre les deux éléments

nous procédons de la même manière que précédemment. Nous avons

$$z_{01} = 9,2 \text{ m} \quad [5,5]$$

$$U_{\min} = (2,5 \text{ à } 3) \text{ mV}$$

$$z_{02} = 8,98 \text{ m} \quad [5-5']$$

$$U_{\min} = (0,5 \text{ à } 1) \text{ mV}$$

$$z'_0 = 8,8 \text{ m} \quad [5-6]$$

$$U_{\min} = (1 \text{ à } 1,5) \text{ mV}$$

nous obtenons les valeurs suivantes :

$$R_1 \text{ négatif} \quad [5-7]$$

$$X_1 \approx 100 \Omega$$

$$R_2 \approx 8 \Omega \quad [5-8]$$

$$X_2 \approx 45 \Omega$$

Conclusion: en plus de l'influence du mode opératoire, nous trouvons une résistance (R_1) négative qui est une erreur de mesure due à la présence d'obstacles.

5-2-3 Commentaire des différentes mesures

Nous avons utilisé le résultat expérimental des caractéristiques du feeder. Ces dernières interviennent dans l'expression [3-14], qui nous détermine la partie réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée de l'antenne. Les caractéristiques trouvées influent alors

sur les valeurs de l'impédance d'entrée.

La mesure des caractéristiques du feeder donne des résultats satisfaisant relativement au calcul. Néanmoins, une légère différence subsiste au niveau de l'impédance caractéristique. Ceci est dû principalement au court-circuit utilisé dont l'impédance est loin d'être négligeable.

Remarquons que l'impédance d'entrée de l'antenne diminue lorsque la distance entre le doublet rayonnant et le directeur passe de $0,25\lambda$ (2,5m) à $0,1\lambda$ (1m). Ceci s'explique par : lorsque nous rapprochons le directeur du dipôle rayonnant le courant induit dans l'élément parasite augmente d'intensité jusqu'à une certaine distance où le gain de l'antenne devient optimal. A cette distance, l'impédance d'entrée de l'antenne est minimale. Dans notre cas, cette distance est de $0,1\lambda$ (1m).

Le calcul de l'impédance d'entrée a été fait pour une distance de $0,25\lambda$ (2,5m) entre les deux éléments. En comparant ce résultat théorique à celui [5-4'] trouvé expérimentalement, nous constatons une nette différence.

Le calcul a été fait pour une antenne supposée isolée du sol et loin de tout facteur perturbateur. Or, une antenne est très sensible à l'influence de conducteurs environnants, d'antennes situées à proximité et à la présence du sol. Ce dernier agit comme un miroir pour toute antenne et rayonne aussi. Ce qui fait il faut considérer deux antennes rayonnantes avec une répartition de courant opposée et non une seule.

La fréquence de travail est de 30 MHz ($\lambda = 10\text{ m}$).

L'antenne est à une hauteur de 3,5 m du sol ; elle est alors dans la première zone de Fresnel. L'antenne est en présence du sol. Ce qui influe considérablement sur la mesure de l'impédance d'entrée de l'antenne.

Le court-circuit peut être une source d'erreur. Nous avons essayé de fabriquer un court-circuit {fig 29} avec du fil de Litz (extrait à partir du conducteur extérieur d'un câble coaxial). Nous obtenons avec ce dernier, une abscisse d'un minimum d'onde stationnaire ($z_0 = 9\text{ m}$), alors que pour le cas précédent {fig 27} {fig 30} nous avions ($z_0 = 9,2\text{ m}$). Cette différence influe sur le résultat expérimental. L'utilisation de l'un ou de l'autre des "court-circuits" donne des valeurs différentes de l'impédance d'entrée.

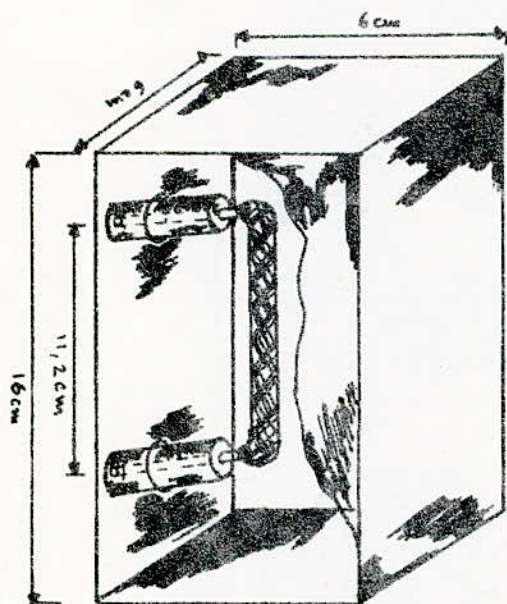


fig 29

boite en alliage d'aluminium



fig 30

fil de cuivre

CONCLUSION

Comme nous venons de le voir, une mesure expérimentale en haute fréquence est délicate. Le milieu où nous opérons, influence considérablement sur la mesure. En outre, du point de vu pratique, il aurait été préférable d'utiliser un voltmètre HF qu'un oscilloscope, pour ce genre de mesure.

Pour faire suite à ce travail, il serait intéressant ;

1° de faire des mesures de l'impédance d'entrée pour différentes hauteurs de l'antenne par rapport au sol.

2° d'étudier l'influence de plusieurs éléments parasites sur l'impédance d'entrée.

3° d'étudier l'influence du diamètre et de la longueur des différents éléments sur l'impédance d'entrée.

en tout état de cause, une étude expérimentale complète de l'impédance d'entrée d'une antenne, nécessite beaucoup plus de temps qu'un semestre.

ANNEXE 1

Calcul de R_{11} et X_{11}

$$Z_{11} = j30 \int_0^l \left\{ \frac{e^{-j\beta z}}{z} + \frac{e^{-j\beta(l-z)}}{l-z} \right\} \sin \beta z \, dz$$

en utilisant la formule de Moivre

$$Z_{11} = j30 \left\{ \int_0^l \frac{e^{-j\beta z}}{z} \frac{(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z})}{2j} \, dz + \int_0^l \frac{e^{-j\beta(l-z)}}{l-z} \frac{(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z})}{2j} \, dz \right\}$$

Posons $u = l - z \Rightarrow dz = -du$

$$Z_{11} = j30 \left\{ \int_0^l \frac{e^{-j\beta z}}{z} \frac{(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z})}{2j} \, dz + \int_0^l \frac{e^{-j\beta u}}{u} \frac{(e^{j\beta(l-u)} - e^{-j\beta(l-u)})}{2j} \, du \right\}$$

nous avons $e^{j\beta l} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2}} = e^{j\pi} = -1$

ainsi que $e^{-j\beta l} = e^{-j\pi} = -1$

compte tenu de cela, nous aurons

$$Z_{11} = j30 \left\{ \int_0^l \frac{e^{-j\beta z}}{z} \frac{(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z})}{2j} \, dz + \int_0^l \frac{e^{-j\beta u}}{u} \frac{(e^{j\beta u} - e^{-j\beta u})}{2j} \, du \right\}$$

(z) et (u) étant des variables muettes, nous aurons

$$Z_{11} = 30 \int_0^l \frac{1 - e^{-j2\beta z}}{z} \, dz$$

Posons $2\beta z = t \Rightarrow dz = \frac{1}{2\beta} dt$ et $z = \frac{t}{2\beta}$

et pour $z=0 \rightarrow t=0$
 $z=l \rightarrow t=2\pi$

nous aurons $Z_{11} = 30 \int_0^{2\pi} \frac{1 - e^{-jt}}{t} dt = 30 \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos t + j \sin t}{t} dt$

en séparant l'intégrale en une somme de deux intégrales, nous

aurons $Z_{11} = 30 \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos t}{t} dt + j \int_0^{2\pi} \frac{\sin t}{t} dt \right\}$

ou bien $Z_{11} = 30 \left\{ \text{Ci}(2\pi) + j \text{Si}(2\pi) \right\}$

l'utilisation des tables de ces intégrales nous donnent

$$Z_{11} = 30 \left\{ 2,48 + j 1,43 \right\}$$

ANNEXE 2

Calcul de R_{12} et X_{12}

$$Z_{12} = 30j \int_0^l \left\{ \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+(l-z)^2}}}{\sqrt{d^2+(l-z)^2}} + \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+z^2}}}{\sqrt{d^2+z^2}} \right\} \sin \beta z \, dz$$

en utilisant la formule de Moivre, nous aurons :

$$Z_{12} = 30j \left\{ \frac{1}{2j} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+(l-z)^2}}}{\sqrt{d^2+(l-z)^2}} (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) \, dz + \frac{1}{2j} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+z^2}}}{\sqrt{d^2+z^2}} (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) \, dz \right\}$$

posant $u = l - z \Rightarrow dz = -du$ et $z = l - u$

$$Z_{12} = 30 \left\{ \frac{1}{2} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+u^2}}}{\sqrt{d^2+u^2}} (e^{j\beta(l-u)} - e^{-j\beta(l-u)}) \, du + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+z^2}}}{\sqrt{d^2+z^2}} (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) \, dz \right\}$$

$$\text{nous avons } e^{j\beta l} = e^{j\pi} = -1$$

$$e^{-j\beta l} = e^{-j\pi} = -1$$

compte tenu de cela, nous aurons :

$$Z_{12} = 30 \left\{ \frac{1}{2} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+u^2}}}{\sqrt{d^2+u^2}} (e^{j\beta u} - e^{-j\beta u}) \, du + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{e^{-j\beta\sqrt{d^2+z^2}}}{\sqrt{d^2+z^2}} (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) \, dz \right\}$$

(z) et (u) étant des variables muettes, nous aurons

$$Z_{12} = 30 \left\{ \int_0^l \frac{e^{-j\beta(\sqrt{d^2+z^2}-z)}}{\sqrt{d^2+z^2}} \, dz - \int_0^l \frac{e^{-j\beta(\sqrt{d^2+z^2}+z)}}{\sqrt{d^2+z^2}} \, dz \right\}$$

en écrivant l'exponentielle sous forme de sinus et de cosinus, nous aurons :

$$Z_{12} = 30 \left\{ \int_0^l \frac{1}{\sqrt{d^2+z^2}} \left\{ \cos \beta(\sqrt{d^2+z^2}-z) - \cos \beta(\sqrt{d^2+z^2}+z) \right\} \, dz \right\} \\ + 30j \left\{ \int_0^l \frac{1}{\sqrt{d^2+z^2}} \left\{ \sin \beta(\sqrt{d^2+z^2}+z) - \sin \beta(\sqrt{d^2+z^2}-z) \right\} \, dz \right\}$$

Ces intégrales ne sont pas résolubles analytiquement,

appliquons la deuxième formule de la moyenne :

 $f(z)$ continue dans $[a, b]$, monotone décroissante et à valeurs positives dans $[a, b]$ $g(z)$ continue dans $[a, b]$, alors

$$\int_a^b f(z) g(z) \, dz = f(a) \int_a^b g(z) \, dz \quad a \leq z \leq b$$

posons $f(z) = \frac{1}{\sqrt{d^2+z^2}}$

et $g(z) = \begin{cases} \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} \pm z) \\ \sin \beta (\sqrt{d^2+z^2} \pm z) \end{cases}$

en appliquant la formule de la moyenne à l'intégrale que nous avons (Z_{12}), nous aurons :

$$Z_{12} = \frac{30}{d} \left\{ \int_0^{\beta} \left\{ \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} - z) - \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} + z) \right\} dz \right\} \\ + i \frac{30}{d} \left\{ \int_0^{\beta} \left\{ \sin \beta (\sqrt{d^2+z^2} + z) - \sin \beta (\sqrt{d^2+z^2} - z) \right\} dz \right\}$$

Posons $\sqrt{d^2+z^2} = z+t \Rightarrow z = \frac{d^2-t^2}{2t}$ et $dz = -\frac{(d^2-t^2)}{2t^2} dt$

en tenant compte de ce changement de variable, nous aurons

$$\int_0^{\beta} \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} - z) dz = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \cos \beta t dt - \frac{d^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{t^2} \cos \beta t dt \\ \int_0^{\beta} \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} + z) dz = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \cos \left(\frac{\beta d^2}{t} \right) dt - \frac{d^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{t^2} \cos \left(\frac{\beta d^2}{t} \right) dt \\ \int_0^{\beta} \sin \beta (\sqrt{d^2+z^2} + z) dz = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sin \left(\frac{\beta d^2}{t} \right) dt - \frac{d^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{t^2} \sin \left(\frac{\beta d^2}{t} \right) dt \\ \int_0^{\beta} \sin \beta (\sqrt{d^2+z^2} - z) dz = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sin \beta t dt + \frac{d^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{t^2} \sin \beta t dt$$

avec $t_0 = d$ et $t_1 = \sqrt{d^2+l^2} - l$ ($l = \beta$)

posons $x = \beta t$, $u = \frac{\beta d^2}{t}$ avec $dt = \frac{1}{\beta} dx$ et $dt = -\beta d^2 \frac{du}{u^2}$

pour $t = t_0 \rightarrow x_0 = \beta t_0$

$u_0 = \frac{\beta d^2}{t_0}$

$t = t_1 \rightarrow x_1 = \beta t_1$

$u_1 = \frac{\beta d^2}{t_1}$

les intégrales précédentes deviennent :

$$\int_0^{\beta} \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} - z) dz = \frac{1}{2\beta} \sin x \Big|_{x_0}^{x_1} - \frac{\beta d^2}{2} \left\{ -\frac{1}{x} \cos x \Big|_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \frac{\sin x}{x} dx \right\} \\ \int_0^{\beta} \cos \beta (\sqrt{d^2+z^2} + z) dz = \frac{\beta d^2}{2} \left\{ -\frac{1}{u} \cos u \Big|_{u_0}^{u_1} - \int_{u_0}^{u_1} \frac{\sin u}{u} du \right\} + \frac{1}{2\beta} \sin x \Big|_{x_0}^{x_1}$$

$$\int_0^z \sin \beta(\sqrt{d^2+z^2} + z) dz = \frac{\beta d^2}{2} \left\{ -\frac{1}{u} \sin u \Big|_{\mu_0}^{\mu_1} + \int_{\mu_0}^{\mu_1} \frac{\cos u}{u} du \right\} - \frac{d^2}{2\beta d^2} \cos u \Big|_{\mu_0}^{\mu_1}$$

$$\int_0^z \sin \beta(\sqrt{d^2+z^2} - z) dz = \frac{1}{2\beta} \cos x \Big|_{x_0}^{x_1} - \frac{\beta d^2}{2} \left\{ -\frac{1}{x} \sin x \Big|_{x_0}^{x_1} + \int_{x_0}^{x_1} \frac{\cos x}{x} dx \right\}$$

NOUS AVONS

$$\begin{aligned} x_0 &= 1,57 \\ x_1 &= 0,65 \\ \mu_0 &= 1,57 \\ \mu_1 &= 3,79 \end{aligned}$$

avec $d = 0,25 \cdot \lambda = 2,5$
 $\beta = \frac{\ell}{z} = 2,5$

en utilisant les tables Si (sinus intégral) et Ci (cosinus intégral), nous avons

$$\int_{1,57}^{0,65} \frac{\sin x}{x} dx = Si(0,65) - Si(1,57) = -0,7275$$

$$\int_{1,57}^{3,79} \frac{\sin u}{u} du = Si(3,79) - Si(1,57) = 0,4235$$

$$\int_{1,57}^{0,65} \frac{\cos x}{x} dx = Ci(0,65) - Ci(1,57) = -0,42769$$

$$\int_{1,57}^{3,79} \frac{\cos u}{u} du = Ci(3,79) - Ci(1,57) = -0,5751$$

en tenant compte de tous ces résultats, nous avons

$$Z_{12} = 30 \{ 1,57 - j 0,60 \} \Omega$$

nous en déduisons R_{12} et X_{12}

$$R_{12} = 47 \Omega$$

$$X_{12} = -18 \Omega$$

Approximation sur $\text{th} \gamma l$

nous avons

$$\text{th} \gamma l = \text{th} (\alpha + j\beta) l = \frac{\text{sh} (\alpha + j\beta) l}{\text{ch} (\alpha + j\beta) l}$$

l'affaiblissement de la ligne étant faible, nous avons

$$(\alpha l \ll 1) \quad \text{et aussi} \quad \text{sh} (\alpha l) \approx \alpha l$$

$$\text{ch} (\alpha l) \approx 1$$

en utilisant les relations suivantes des fonctions hyperboliques

$$\text{sh} (a+b) = \text{sh} a \text{ch} b + \text{ch} a \text{sh} b$$

$$\text{ch} (a+b) = \text{ch} a \text{ch} b + \text{sh} a \text{sh} b$$

$$\text{sh} (jb) = j \sin b$$

$$\text{ch} (jb) = \cos b$$

nous aurons

$$\text{th} \gamma l = \frac{\text{sh} \alpha l \cdot \cos \beta l + j \text{ch} \alpha l \cdot \sin \beta l}{\text{ch} \alpha l \cdot \cos \beta l + j \text{sh} \alpha l \cdot \sin \beta l}$$

en utilisant les approximations précédentes

$$\text{th} \gamma l \approx \frac{\alpha l \cdot \cos \beta l + j \sin \beta l}{\cos \beta l + j \alpha l \sin \beta l} = \frac{\alpha l + j \sin \beta l \cdot \cos \beta l}{\cos^2 \beta l + \alpha l^2 \sin^2 \beta l}$$

$$\text{th} \gamma l \approx \frac{\alpha l + j \sin \beta l \cdot \cos \beta l}{\cos^2 \beta l}$$

BIBLIOGRAPHIE

- (1) EYRAUD - GRANGE - OHANESSIAN - Théorie et technique des antennes - Edition Vuibert, Paris 1973
- (2) C. PISOT M. ZAMANSKY - Mathématiques générales - Edition Dunod, Paris 1972
- (3) R. BRAULT R. PIAT - Les antennes - Editions techniques et scientifiques françaises, Paris 1979
- (3*) DJAHLI F. FIHAKHIR M. - Projet de fin d'étude - ENPA, Janvier 1980
- (4) E. FROMY - Mesure en radiotechnique - Edition Dunod, Paris 1963
- (5) R. RIGAL Y. PLACE - cours de radioélectricité générale, circuit fermés, rayonnement, antennes - Edition Eyrolles, Paris 1966

