

UNIVERSITE D'ALGER

19/79
20

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT ELECTRICITE



THESE DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE DE LA
THEORIE UNITAIRE DE ROMANI
AVEC LA RELATIVITE D'EINSTEIN



Proposé par :

Mr A. ZERGUERRAS

Etudié par :

A. L. TRAD-KHODJA

A. GUEROUI

Promotion Janvier 1979

Biological

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT ELECTRICITE

THESE DE FIN D'ETUDES

ETUDE COMPARATIVE DE LA
THEORIE UNITAIRE DE ROMANI
AVEC LA RELATIVITE D'EINSTEIN

Proposé par :

Mr A. ZERGUERRAS

Etudié par :

A. L. TRAD - KHODJA

A. GUEROUI

Promotion Janvier 1979



EMERCIEMENTS .

/)/ ous tenons à remercier particulièrement Monsieur Ahmed ZERGUERRAS pour l'attention soutenue et les conseils éclairés qu'il n'a cessé de nous prodiguer tout au long de l'élaboration de ce projet.

Notre vive reconnaissance va également à Mademoiselle ALLOUACHE NAGIBA et GUERFI MOHAMMED TAHAR dont la contribution efficace a permis la mise en forme finale de ce projet.

-----oooOooo-----

√-1 MES PARENTS
MES FRERES,
MA SOEUR ,
NASSIRA ,
TOUS MES AMIS .

√-1 L / .

√-1 LA MEMOIRE DE MON PERE,
MA MERE ,
MES FRERES ,
TOUS MES AMIS.

√-1 } I D I .

T A B L E D E S M A T I E R E S

	PAGES
PRINCIPES FONDAMENTAUX	1
CONSEQUENCES	4
ANALYSE DIMENSIONNELLE ABSOLUE	5
6-- Géométrie	6
- Cinématique	9
- Dynamique	11
- Thermodynamique	14
- Electromagnétisme	16
- Réduction intégrale	19
- Discussion	21
- Additivité	22
- Conjugaison	24
QUATERNIONS	26
SYSTEME D'UNITES NATURELLES	28
CONCLUSION	29
VARIANCES RELATIVISTES	30
- Désaccord	31
MOUVEMENTS DANS UN FLUIDE PARFAIT BAROTROPE	38
TOURBILLONS	48
IDENTIFICATION DU TOURBILLON PARFAIT A L'ELECTRON	
ISOLE	69
EXPERIENCES RELATIVISTES	70
- Expérience de Michelson	71
- Durée de vie des mésons	76
- Expérience de Trouton et Noble	79
- Vérification de la relation $E = mc^2$	82
- Déviation des rayons lumineux par un champ de gravitation	84
DIVERGENCES ENTRE LES DEUX THEORIES	88
BIBLIOGRAPHIE	89

II INTRODUCTION

* * * * *

La relativité d'Einstein a eu un impact profond sur la pensée du 20ème siècle. Elle n'a pas échappé, bien sûr, à la critique.

De nombreuses théories virent et continuent de voir le jour parfois dans le seul but d'informer la relativité, d'autres théories, par contre, ne la rejettent pas dans sa totalité et acceptent par exemple la relativité restreinte et refusent la relativité générale.

La confrontation d'une théorie de ce genre, proposée par Monsieur Lucien ROMANI, à la relativité d'Einstein fait le sujet de notre projet.

PRINCIPES FONDAMENTAUX
* * * * *

Reprenant possession de l'idée de Descartes, Lucien Romani se propose de réduire toute la physique à la géométrie et à la cinématique. En partant de deux principes il construit une théorie basée sur une analyse dimensionnelle rigoureuse où le concept de structure prend toute son importance au détriment de celui de substance.

Opposant à la notion de nombres existant de toute éternité, le postulat qui stipule qu'à priori il n'existe qu'un seul nombre, l'unité, et des opérateurs permettant de créer tous les autres à partir de lui.

Le problème consiste ensuite à étendre ce résultat, obtenu pour l'algèbre, à toutes les mathématiques.

Grâce à la géométrie analytique, il est possible moyennant un repère convenable de faire correspondre de manière biunivoque les points de l'espace et les nombres.

Ramener toute l'algèbre à la géométrie dans le cas de l'espace physique est impossible tandis que l'opération inverse est réalisable.

En recourant à la notion d'espace-temps, l'auteur ramène la cinématique à l'algèbre par l'intermédiaire de la géométrie.

Dans cet espace à quatre dimensions (espace-temps), trois sont spatiales et la quatrième temporelle. Les figures des mouvements des corps à trois dimensions sont représentés par des figures quadridimensionnelles composées de points évènements. La géométrie analytique conserve ses possibilités de faire correspondre de manière biunivoque les images et les affixes même si le nombre de dimensions dépasse trois.

Pour lui donc il n'y a que trois catégories irréductibles :

- L'unité
- L'espace physique
- Le temps

Grâce auxquelles, moyennant le recours à des opérateurs nombreux et variés, il construit :

- Les nombres
- Les figures
- Les mouvements

Nous voyons que l'espace lui a permis de passer de l'algèbre à la géométrie, le temps de la géométrie à la cinématique. Mais il n'a pas encore atteint l'espace physique et refuse pour autant de recourir à une autre grandeur (masse, force, ou autre...) car elle ne serait ni géométrie^e ni cinématique conformément à l'esprit de Descartes.

Il énonce alors son premier principe :

TOUTE STRUCTURE EST UN RESULTAT D'OPERATIONS.

Les structures, tout comme les opérations créatrices peuvent être mathématiques ou physiques (tenseurs, atome d'hydrogène...)

Il passe ensuite à l'explication du second principe. Principe qui se veut être l'instrument fondamentale de la rénovation de l'analyse dimensionnelle.

Si l'idée de renier^l la masse le caractère fondamentale qu'on lui a reconnu jusqu'à présent n'est^{pas} fausse en soi, les reproches qu'il fait par contre aux anciens systèmes ne sont pas convaincants.

En effet, il dit que jusqu'à présent on a été dans l'impossibilité de réduire les grandeurs électriques à celles mécaniques. Pourtant dans le système C.G.S. et le système cohérent l'électromagnétisme n'est qu'un chapitre de la mécanique (dynamique). Si le système Giorgi accepte une quatrième grandeur fondamentale c'est que ceci ne contredit en rien les principes de la physique, puisque pour lui les grandeurs fondamentales sont plus ou moins arbitraires .

Maintenant il ne reste donc pour Lucien Romani que deux grandeurs fondamentales , la longueur et le temps.

Il doit donc en manquer deux. Mais étant sûr de pouvoir réduire l'électricité à la dynamique, il ne va chercher qu'une seule qui compenserait le rejet de la masse.

Cette grandeur doit être évidemment :

- De nature géométrique ou cinématique.
- Irréductible à la longueur, au temps et au nombre.

Elle ne peut pas être comprise entre l'espace et le temps sinon elle détruirait l'artifice "espace-temps" ou du moins aurait été révélée par lui. Elle n'est donc qu'une grandeur spatiale camouflée par un nombre pur. C'est la deuxième mesure de l'espace : l'Angle.

L'angle, qui mesure les rotations (deuxième déplacement de l'espace après les translations) est défini et mesuré du même coup par la relation.

$$\text{Angle} = \frac{\text{Longueur (à développer) de l'arc}}{\text{Longueur (moyenne efficace) du rayon de courbure}}$$

La dimension physique de l'angle est escamotée par l'opération de développement inscrite au numérateur. Car cette opération fait perdre à l'arc sa caractéristique essentielle, la courbure. De plus si l'angle était dépourvu de dimension physique sa variance relativiste serait nulle. Ce qui n'est pas le cas. La contraction de Lorentz modifie l'angle et change sa mesure sauf dans deux cas particuliers :

- S'il est multiple entier de π
- S'il est contenu dans un plan normal à la vitesse relative de deux référentiels.

Assuré d'avoir trouvé la troisième grandeur fondamentale manquante, L. Romani énonce son deuxième principe, dit principe de réduction intégrale.

TOUTE GRANDEUR MESURABLE ADMET UN PRODUIT
DIMENSIONNEL DE LA FORME : $A^X L^Y T^Z$

Dans lequel les exposants X, Y, Z sont entiers ou nuls, et A, L, T sont les grandeurs fondamentales.

CONSEQUENCES

C'est dans l'interprétation des principes, c'est à dire dans leurs conséquences, que L.Romani s'éloigne de la relativité et reprend l'hypothèse de l'éther.

Bien sûr, au fur et à mesure que progresse la physico-chimie la notion de structure prend considérablement de l'importance au détriment de celle de substance.

C'est évident quand on pense que les éléments naturels (oxygène, hydrogène etc...) ne sont pas à proprement parlé, constitués de substances différentes mais les même universelles particules les composent avec des structurations différentes, et leurs différences caractéristiques proviennent de leurs structures différentes.

Mais jusqu'où peut reculer la notion de substance devant celle de structure ?

Certainement pas indéfiniment. Il faut bien partir de quelque chose, "il faut au départ qu'il y ait un opérant pour donner prise aux opérateurs".

C'est cette substance primitive que Romani reconnaît comme étant l'éther. Pourtant cette hypothèse d'éther emplissant l'espace est bien embarrassante. Pesée à priori, nous ne pouvons démentir ni son existence ni sa non existence.

Pour se justifier contre l'hypothèse qui stipule que l'éther n'existe pas et que les corps sont contenus dans l'espace et séparés entre-eux par des vides, Romani dit que les interactions, la lumière et la gravitation ne pourraient pas se propager. C'est peut être bien possible pourtant.

Il donne de l'éther la définition suivante :

Liquide parfait barotrope et non moléculaire.

Les corps n'existent pas en tant que substances différentes de l'éther mais simplement en tant que structuration locale de l'éther.

ANALYSE DIMENSIONNELLE ABSOLUE

L'importance de l'analyse dimensionnelle est considérable aussi bien du point de vue théorique que pratique.

L'auteur stigmatise les tendances des physiciens en deux grandes catégories.

L'une "pragmatique" pour laquelle le choix des grandeurs fondamentales est arbitraire (donc leur nombre n'est pas limité)

L'autre "Dogmatique" pour laquelle les grandeurs fondamentales sont imposées en petits nombre par la nature. De ce point de vue là, il ne s'agit pas de les inventer mais de les découvrir.

Le but que se propose L. Romani est d'éliminer les anomalies propres aux anciens systèmes.

L'analyse dimensionnelle qu'il propose se veut être cohérente et rigoureuse, où chaque grandeur physique n'aura qu'un produit dimensionnel et un seul.

Le produit dimensionnel de toute grandeur apparaîtra (disparaîtra) chaque fois qu'apparaîtra (disparaîtra) cette grandeur.

Le produit dimensionnel est évidemment indépendant du référentiel, des unités et de la forme des équations.

Il veut cette analyse dimensionnelle tellement rigoureuse qu'il indique d'ajouter au produit $L^X L^Y T^Z$ désignant une grandeur, outre les flèches doubles et simples différenciant entre les vecteurs axiaux et polaires, les lettres abrégatives désignant la symétrie de révolution des champs, éventuellement (pl pour plane, sph pour sphérique, T pour tor (sphérique)).

Nous allons avec l'auteur appliquer, cette nouvelle analyse dimensionnelle aux grandeurs géométriques....

GEOMETRIE

Les grandeurs géométriques ne pouvant être mesurées que par des longueurs, des angles et des combinaisons, sont réparties en quatre catégories principales :

- les dimensions angulaires mesurées par des angles,
- les dimensions linéaires mesurées par des longueurs,
- les surfaces mesurées par des aires,
- les solides mesurés par des volumes

LA LONGUEUR.

La longueur. peut mesurer trois sortes de grandeurs

-purement géométriques correspondantes à des grandeurs scalaires (distances).

-celles de nature quasi-virtuelles (translations virtuelles) correspondantes à des grandeurs vectorielles possédant trois composantes finies ou nulles (tourbillon).

-celles de nature physiques correspondantes à des grandeurs tensorielles possédant plus de trois composantes finies ou nulles (déformations...).

L'ANGLE

C'est là où nous constatons que l'exposé manque de rigueur. L'auteur reprend la définition de l'angle à partir de celle de la rotation.

La rotation d'un corps est caractérisée par le fait que seuls les points d'une certaine droite de l'espace le traversant ou non mais supposée rigide et fixée à lui ne subissent aucun déplacement. Cette droite est appelée axe.

Soit P_1, P_2, \dots, P_n DES des translations inverses qui les ramèneraient à une autre position et que $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \dots, \vec{l}_n$ les mesures de ces différentes translations liées à la rotation d'angle A .

Les rapports $\left| \frac{\vec{l}_1}{A} \right|, \left| \frac{\vec{l}_2}{A} \right|, \dots, \left| \frac{\vec{l}_n}{A} \right|$ définissent les rayons vecteurs.

Etant donné que le rayon vecteur, l'axe de rotation et de déplacement sont perpendiculaires deux à deux, on a :

$$\vec{r}_i \wedge \vec{A} = \vec{l}_i$$

L.ROMANI a été obligé de se limiter à la différentielle de l'angle, c'est à dire, de confondre l'arc avec sa corde:

$$\vec{r} \wedge d\vec{A} = d\vec{l}$$

dimensionnellement on a

$$\vec{R} \wedge d\vec{A} = d\vec{L}$$

Comme \vec{R} et $d\vec{L}$ sont de même dimension $d\vec{A}$ serait logiquement sans dimension. Néanmoins L.Romani dit qu'il faut lui conserver sa dimension d'angle. Le symbole A désigne aussi bien l'angle que l'axialité.

Nous pensons que ce que pose L.Romani n'est pas très convaincant. La dimension de l'angle doit apparaître clairement dans le produit dimensionnel.

En passant sur ces difficultés le reste est convaincant.

L'Angle-plan-solide et l'angle étant différents doivent s'exprimer par des produits dimensionnels différents. Le premier s'exprime par A pseudo-scalaire, le deuxième par A scalaire.

Le rotationnel fait apparaître un facteur $A L^A$

Ayant trouver sa grandeur manquante et l'ayant définie il énonce son théorème appelé théorème A.

Lorsqu'une opération fait apparaître (disparaître) un vecteur axial, l'exposant de A doit, toutes choses égales par ailleurs, être augmenté (diminué) d'une unité.

"Le symbole A désigne non seulement l'angle mais l'axialité". Etant donné que L.Romani veut que l'analyse dimensionnelle soit rigoureuse et que le symbole A désigne deux propriétés différentes, il y a contradiction et sa théorie perd son caractère rigoureux.

SURFACE :

Il distingue plusieurs aspects différents de la surface

- surface plan non orientée

$$S = L^2$$

- surface plan orientée, alors son aire est un vecteur axial dont le support est la normale aux éléments (\vec{dx}, \vec{dy})

$$\vec{S} = \vec{dx} \wedge \vec{dy} = A L^2 \quad (\text{en vertu du théorème A})$$

- surface courbe ; elle fournit une orientation intrinsèque de la surface le signe de son Aire ne dépend pas du Trièdre de référence

$$S = A (\vec{r} \cdot \vec{r}) = A r^2$$

$$S = A L^2$$

L. Romani garde la définition usuelle des scalaires et des pseudo-scalaires.

C'est-à-dire qu'un scalaire est entièrement déterminé par la donnée d'un simple nombre. Il est absolument indépendant du système de référence (ex : température, ...)

Un pseudo-scalaire est également déterminé par la donnée d'un nombre mais affecté d'un signe. Si le nombre est indépendant du système d'axes choisis, il n'est pas de même du signe.

Dans la théorie des tenseurs, le pseudo-scalaire est un tenseur d'une nature spéciale, (ex: volume, aire d'une surface, ...)

Pour L. Romani le volume est donc un pseudo-scalaire, produit mixte de trois vecteurs \vec{dx} , \vec{dy} et \vec{dz}

$$d\bar{v} = \vec{dx} \cdot \vec{dy} \cdot \vec{dz}$$

$$d\bar{S} = \vec{dx} \wedge \vec{dy}$$

$$d\bar{v} = \bar{A} \bar{L} = \bar{L}^3$$

avec $d\bar{v}$ • élément de volume

$d\bar{S}$ • élément de surface.

COURBURES/

La courbure d'une courbe plane ou la première courbure d'une courbe gauche est la courbure de ligne.

La courbure de ligne a pour dimension l'inverse du rayon de courbure soit L^{-1} .

La deuxième courbure d'une courbe gauche, ou torsion, a pour mesure l'inverse du rayon de torsion.

Comme la torsion peut avoir deux sens différents, être à "gauche" ou à "droite". C'est un pseudo-scalaire soit \bar{L}^{-1} , son produit dimensionnel.

Hélicité

L'hélicité \bar{h} est : $\bar{h} = \frac{\text{torsion}}{\text{courbure}}$

C'est un pseudo-scalaire. En effet : $\bar{h} = \frac{\bar{L}^{-1}}{\bar{L}^{-1}} = \bar{n}b$

Arc :

L'arc fini non développé a pour dimension

$$S = \bar{A}R = \bar{A}L.$$

CINEMATIQUE

DEFINITION :

C'est la combinaison des grandeurs géométriques avec le temps sous forme de dérivations temporelles successives.

Evidemment les dérivations temporelles conservent les structures spatiales et les symétries de leur grandeurs fondamentales, c'est ainsi qu'on a :

Vitesse :

Orientée $\vec{v} = \frac{d\vec{p}}{dt} \equiv \vec{L}^{-1}$

non orientée $c = \frac{dl}{dt} \equiv LT^{-1}$ (célérité)

Accélération:

linéaire $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} \equiv \vec{L}^{-2}$

centripète $\vec{\gamma} = \omega^2 \vec{R} \equiv \vec{L} (\vec{A}^T \cdot \vec{A}^T)^{-1} = \vec{L}^{-2}$

De gravitation: soit Φ le potentiel néotoniien

$$\vec{\gamma} = g \text{grad} \Phi = g \text{grad} (LT^{-1})^2 = \vec{L}^{-2}$$

Complémentaire :

$$\vec{\gamma} = 2 \vec{\omega} \wedge \vec{v} \equiv \vec{A}^T \wedge \vec{L}^{-1} \equiv \vec{L}^{-2}$$

Mouvement Hélicoïdal:

$$\vec{\gamma} = \vec{\omega} \wedge \vec{R} \equiv \vec{A}^T \wedge \vec{L} \equiv \vec{L}^{-1}$$

étant donné que la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \frac{d\alpha}{dt} \equiv \vec{A}^T^{-1}$

Accélération angulaire:

$$\vec{\theta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{A}^T^{-2}$$

Débits volumiques:

On peut dériver par rapport au temps des grandeurs non vectorielles. Au premier ordre on a la mesure du débit

$$Dv = \vec{\omega} \wedge \vec{v} \equiv \vec{L}^{-1} \wedge \vec{L}^2 \equiv \vec{L}^{-1}$$

de la même façon

$$\Delta v \equiv \frac{dv}{dt} \equiv L^3 T^{-1} \text{ où est le volume}$$

Si le débit se fait à travers une sphère, la vitesse d'écoulement devient une célérité et le produit dimensionnel change,

$$\Delta v = \sigma v \equiv A L^3 T^{-1}$$

On explique l'apparition de l'angle comme étant 4π de l'aire sphérique.

D'une façon générale on définit le débit volumique :

$$\Delta v = \int_S \vec{v} d\vec{\sigma} = \int_S d(L^3 T^{-1}) = L^3 T^{-1}$$

POTENTIELS:

Le champ de vitesse peut-être considéré comme dérivant d'un potentiel U tel qu'on a

$$\vec{v} = \text{grad} U$$

Pour déterminer le produit dimensionnel de U , il suffit de recourir à la définition.

$$\Gamma = \oint \vec{v} d\vec{l} = \oint du$$

$$\Gamma \equiv L^2 T^{-1}$$

Dans d'autre cas \vec{v} peut dériver d'un potentiel vecteur

$$\vec{v} = \text{rot } \vec{\omega}$$

$$\vec{\omega} \equiv A L T^{-1}$$

D'autre part $\text{rot } \vec{v}$ est à un facteur près identique au vecteur tourbillon $\vec{\Omega}$

$$\vec{\Omega} = \text{rot } \vec{v} \equiv \text{rot } L T^{-1} \equiv A T^{-1}$$

Ce produit dimensionnel est identique à celui de la vitesse angulaire.

Le concept de force doit être remplacé par celui de champ vu l'impossibilité d'appliquer une force à un tourbillon. Mais ce concept est vraiment commode puisque toutes les forces quelles que soient leurs causes sont homogènes, alors qu'il existe quatre ou cinq champs de nature différente.

Cette universalité de la force va nous servir pour déterminer les produits dimensionnels de toutes les branches de la physique à partir des grandeurs dynamiques en attendant la réduction intégrale (réduction de la masse et la charge).

La masse sera notée par M ou m.

GRANDEURS DYNAMIQUES.

Force : d'après la loi fondamentale de la dynamique :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

en dimension $\vec{F} \equiv MLT^{-2} \equiv MLT^{-2}$

Pour l'auteur, la masse scalaire m'apparaît comme un coefficient d'unité longitudinale

Calculons le produit dimensionnel des différentes formes d'inergie (potentielle, cinétique, ... résultants d'une translation ou d'une rotation).

Energie potentielle.

$$E_p = \vec{F} \cdot \Delta h \equiv ML^2T^{-2}$$

Energie cinétique.

$$dE_c = \vec{F} \cdot d\vec{v} \quad \text{ou} \quad \vec{p}$$

est la quantité de mouvement.

Quantité de mouvement. $\vec{p} = m\vec{v} \equiv MLT^{-1}$

$$\Rightarrow dE_c \equiv ML^2T^{-2} \equiv E_c$$

S'agissant d'une translation, il n'existe pas de différence entre les grandeurs finies et les différentielles.

Moment torsionnel

$$\vec{M}_t = \vec{F} \wedge \vec{L}$$

\vec{F} forces anti-parallèles

\vec{L} la translation nécessaire qui fait coïncider l'une des forces avec le support de l'autre

$$\vec{M}_t \equiv ML^2T^{-2} \wedge L \equiv AML^2T^{-2}$$

différentiel

du résultat précédent par le facteur A et le caractère vectoriel

Si le couple produit une rotation infiniment petite d'angle $d\alpha$, il résulte un travail élémentaire :

$$dE_m = \vec{M}_t \cdot d\vec{\alpha}$$

$$dE_m = AML^2T^{-2} \cdot A \equiv ML^2T^{-2} \equiv E_m$$

Energie cinétique de rotation

En passant par l'intermédiaire du moment statique M_s

$$M_s = mR$$

\vec{R} rayon vecteur (ou bras)

$$M_s \equiv ML$$

Moment d'inertie

$$M_i = M_0 \cdot R^2$$

$$M \equiv ML^2$$

l'énergie de rotation s'écrit

$$E_m = \frac{1}{2} M_i (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})$$

$$E_m = ML^2 (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \equiv ML^2 T^{-2}$$

A l'aide du moment cinétique nous avons la forme de produit vectoriel de la quantité de mouvement.

$$M_c = m \vec{v} \wedge \vec{R}$$

$$M_c = M_0 \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{R}) = m \vec{R} \wedge \vec{v}$$

$$M_c = MLT^{-1} \wedge L \equiv ML^2 T^{-1}$$

la différentielle de l'énergie cinétique de rotation est :

$$dE_c = M_c \cdot d\vec{\omega}$$

$$dE_c \equiv ML^2 T^{-1} \cdot T^{-1} = ML^2 T^{-2}$$

Moment

gyroscopique

$$M_g \equiv ML^2 T^{-2} \equiv M_{gt}$$

il est fonction de deux

vitesse angulaires orthogonales

Cas de la gravitation .

Loi de l'attraction universelle

$$F = G \frac{m m'}{d^2}$$

normalement on doit l'écrire
comme suit : $\vec{F} = G$

soit $\Phi = G \frac{m}{d}$

le potentiel newtonien

$$\vec{g} = g \text{grad } \Phi = G m g \text{grad } \frac{1}{d} = - G m \frac{\vec{d}}{d^2} = - \frac{G m}{d^2}$$

$$\vec{F} = m' \vec{g} = G \frac{m \cdot m'}{d^2} \equiv MLT^{-2}$$

on tire :

$$\vec{g} \equiv LT^{-2} \text{ (Sph)}$$

et $G \equiv M^{-1} L^3 T^{-2}$

d'où $\Phi \equiv LT^{-2} \text{ (Sph)}$

il est homogène ou carré
vitesse

Masse volumique .

$$\bar{\rho} = \frac{m}{V} \equiv \overline{ML^{-3}}$$

grandeur pseudo-scalaire

Pression statique

$$\bar{p} = \frac{E_p}{V} \equiv \overline{ML^{-1}T^{-2}}$$

son flux à travers une surface fermée est une force

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= \bar{p} d\vec{\sigma} \\ &\equiv \overline{ML^{-1}T^{-2}} \cdot \vec{AL^2} \equiv \vec{MLT^{-2}} \end{aligned}$$

THERMODYNAMIQUE

La chaleur est considérée comme une forme dégradée de l'énergie.

En thermodynamique, on ne dérive pas par rapport au temps, ce qui fait que la plupart des grandeurs se réduiront à des grandeurs géométriques ou même algébriques.

Pour un gaz parfait on a :

$$\bar{P} \cdot \bar{V} = R\theta$$

$$dQ_{\text{rév}} = mX d\theta$$

(R = constante du gaz parfait)

X = chaleur massique

M = masse du gaz

$dQ_{\text{rév}}$ = quantité de chaleur

nécessaire pour cette opération, supposée réversiblement échangée

$$dQ_{\text{irrév}} = \theta ds$$

S = entropie

$$S = k \ln \Omega \Rightarrow ds = k \frac{d\Omega}{\Omega}$$

k = cste de Boltzmann

n = nombre de complexion

$$k = \frac{r}{N}$$

r = constante universelle

N = nombre d'Avogadro

D'après le premier principe on a :

$$dQ_{\text{rév}} = Q_{\text{rév}} \equiv ML^2T^{-2} \equiv E_m$$

la première équation fournit :

$$R\theta \equiv ML^2T^{-2} \cdot \theta \equiv ML^2T^{-2} \equiv E_m$$

$$X \equiv RM^{-1}$$

$$dQ_{\text{irrév}} = \theta k \frac{d\Omega}{\Omega}$$

$$\Rightarrow dQ_{\text{irrév}} \equiv \theta k$$

$$k \equiv r$$

dimensionnellement

$$dQ_{\text{irrév}} \equiv k\theta \equiv r\theta \equiv dQ_{\text{rév}} \equiv ML^2T^{-2}$$

Etant donné que

$$dQ_{\text{rév}} = dQ_{\text{irrév}}$$

$$\Rightarrow \theta ds = ML^2T^{-2}$$

RESUME DE LA DYNAMIQUE ET DE
LA THERMODYAMIQUE.

Le tableau suivant résume les résultats de la dynamique et de la thermodyamique .

T A B L E A U E

Grandeur	Produit dimensionnel
Force	$\overline{MLT^{-1}}$
Energie (travail ,	$\overline{ML^2T^{-2}}$
Entropie , constantes ou gag, de nombre d'arogadro	N_b
chaleur massique	M^{-1}
Potentiel newtonien	L^2T^{-2}
Constante de gravitation	$M^{-1}L^3T^{-2}$
Quantité de mouvement , impulsion	$\overline{MLT^{-1}}$
Moment cinétique	$\overline{ML^2}$
Moment statique	$\overline{ML^2}$
Moment d'inertie	$\overline{AML^2}$
Produit d'inertie	$\overline{AM^2L^2}$
Moment torsionnel ou gyroscopique	$\overline{ML^2T^{-2}}$
Pression	$\overline{ML^{-2}}$
Masse Volumique	
Capacité Calorifique	nombre.

ELECTROMAGNETISME

Vu que les dimensions des grandeurs électromagnétiques et des grandeurs mécaniques ont donné maintes, controverses, Il existe plusieurs systèmes d'unités différents qui se concurrencient.

Certains auteurs n'ont pas admis que les grandeurs Electromagnétiques, se réduisent aux grandeurs mécaniques ; d'autres, par contre l'ont admis mais ils ont gardé la masse dans leur système d'unités (M, L, T - système cohérent utilisé par Arzelies dans son livre électricité macroscopique relativiste)

L.Romani propose de garder la masse et la charge dans l'étude dimensionnelle qui va suivre en attendant la réduction intégrale, le chapitre le plus important.

Ces deux grandeurs seront représentées par M et . Q

GRANDEURS ELECTRIQUES ET MAGNETIQUES :

PUISSANCE: elle dérive par rapport au temps de l'énergie

$$W \equiv ML^2T^{-3}$$

$$\text{d'autre part : } W = UI \equiv ML^2T^{-3} \quad (1)$$

U = force électromotrice

i = intensité de courant

$$\text{or } i = \frac{dQ}{dt} \equiv QT^{-1} \quad (2)$$

$$\text{entre (1) et (2) } U \equiv Q^{-1}ML^2T^{-2}$$

avec U, Q et i pseudo-scalaires.

Les charges jouent le même rôle que celui de l'orientation de la surface Σ . Elles ne peuvent pas être des grandeurs vectorielles puisqu'elles sont les corps d'épreuves.

Soit $\bar{\Phi}$ le potentiel d'un champ. Comme \bar{U} est une différence de potentiel électrique, il sera homogène à $\bar{\Phi}$. Par suite on écrit que le champ a pour expression:

$$\vec{E} = \text{grad } \bar{\Phi}$$
$$\vec{E} = A Q^{-1} M L^2 T^{-2}$$

Soit \vec{F} la force coulombienne

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F} = MLT^{-2}$$

$$F = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{d}$$

avec ϵ_0 pouvoir inducteur du vide

vide

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

est un nombre sans dimension

$$\epsilon \equiv \epsilon_0 \equiv Q^2 M^{-1} L^{-3} T^2$$

Capacité électrique.

$$C = \frac{Q}{U} \equiv Q^2 M^{-1} L^{-2} T^2$$

Pour introduire les grandeurs magnétique, il est à la fois naturel et commode de recourir aux équations de Maxwell

$$\text{Rot } \vec{H} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

Notons bien que le rotationnel introduit un facteur dans le produit dimensionnel: $\vec{H} \equiv QL^{-1}T^{-1}$

$$\text{Rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{d\vec{H}}{dt}$$

D'après la relation précédente on obtient le produit dimensionnel de μ_0 , perméabilité magnétique.

$$\mu_0 \equiv Q^{-2} ML$$

Potentiel vecteur du champ magnétique:

$$\vec{H} = \text{Rot } \vec{K}$$

dimensionnellement $\vec{K} \equiv AQT^{-1} \equiv A$

Le facteur A est un coefficient angulaire égal à 4π

Résistance ohmique :

$$R = \frac{U}{I} \equiv Q^{-2} ML^2 T^{-1}$$

Flux électriques:

$$F_e = \epsilon_0 \vec{E}$$

$$F_e \equiv Q$$

Flux magnétique:

$$F_m = \mu_0 \vec{H}$$

$$F_m \equiv Q^{-1} ML^2 T^{-1}$$

Moment magnétique: M_m

$$\vec{M}_t = \vec{H} \wedge \vec{M}_m$$

$$\vec{M}_m \equiv Q^{-1} ML^2 T^{-1}$$

.../...

L'intensité du pôle m^* est définie par

$$\vec{M}_m = m^* \vec{L}$$

$$\Rightarrow m^* \equiv Q^{-1} M L^2 T^{-1}$$

Soit l'équation suivante du doublet magnétique.

$$d\vec{M}_m = \vec{i} d\vec{\sigma}$$

$$d\vec{M}_m = (\vec{n} \cdot d\vec{\sigma}) \vec{J}_m$$

Soit P la puissance

$$\vec{P} = \vec{h} \cdot \vec{J}_m$$

$$\vec{P} = \vec{i} \equiv Q T^{-1}$$

Il s'ensuit que le produit dimensionnel de l'aimantation :

$$\vec{J}_m \equiv A Q L^2 T^{-1}$$

Force magnétomotrice:

$$\vec{U}_m \equiv n b \vec{i} \equiv Q T^{-1}$$

Réductance:

$$R_m = \frac{\vec{U}_m}{\vec{F}_m} \equiv Q^2 M^{-1} L^{-2}$$

On va examiner quelques grandeurs électriques correspondants à des grandeurs mécaniques.

Vecteur courant:

$$\vec{I} = Q \vec{V} \equiv A Q L T^{-1}$$

Moment dipolaire:

$$\vec{M}_Q \equiv Q L^3$$

il est de même pour un quadripole en carré.

REDUCTION - INTEGRALE

Nous remarquons que c'est la partie essentielle de l'analyse dimensionnelle absolue puisque c'est le résultat du travail précédent et c'est également de ce chapitre que dépendra la construction de l'univers physique tel que le conçoit Lucien Roumani .

Mais cette partie donne plutôt l'impression de manquer de profondeur . En exprimant la force électromagnétique par :

$$\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{H}$$

où \vec{J} est le vecteur courant
et \vec{H} le champs magnétique

Lucien Roumani pose implicitement que la perméabilité magnétique est sans dimension physique .

D'ailleurs la force électromagnétique n'est pas :

$$\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{H}$$

$$\text{mais } \vec{F} = q\vec{E} + \vec{J} \wedge \vec{B} = q\vec{E} + \vec{J} \wedge \mu_0 \vec{H}$$

$$\text{où } \vec{F}_e = q\vec{E}$$

est due à l'action du champ électrique

$$\vec{F}_m = \vec{J} \wedge \mu_0 \vec{H}$$

est due à celle du champ magnétique

μ_0 étant liée à la permittivité électrique ϵ_0 par

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide

On a vu au chapitre précédent que le produit dimensionnel de μ est

$$\mu \equiv q \cdot 2 ML$$

Il est donc évident qu'on trouve pour la charge

$$q^2 \equiv ML$$

C'est une hypothèse implicite plutôt qu'un résultat obtenu après déduction logique.

La réduction de la masse n'est pas non plus convaincante . Pour dire que la masse contient un terme en L^{-1} l'auteur fait appel à la relativité générale sans aucune démonstration , ce qui est pour le moins étrange puisque dans le deuxième tome de son ouvrage il dit explicitement que la relativité générale est répétée par sa théorie de manière cohérente. (Tome 2 page 168 , 1,4).

Nous pensons donc que cette démonstration manque beaucoup de rigueur pour être acceptable .

Il a trouvé pour :

- la masse $m \equiv L^{-1}$
- la charge $q \equiv \text{nombre}$

En rapportant ces dimensions aux résultats des grandeurs des chapitres précédents en trace le tableau suivant :

T A B L E A U

<u>DYNAMIQUE et THERMODYNAMIQUE</u>		<u>ELECTROMAGNETISME</u>	
Masse	L^3	Charge	nombre
Debit massique	$L^3 T^{-1}$	Intensité de courant	T^{-1}
Quantité de mouvement	$\frac{L^3}{T}$	Vecteur courant	$\frac{AL}{T}$
Moment cinétique	$\frac{L^3}{T}$	Moment magnétique	$\frac{L^2 T}{A}$
Moment statique	nombre	Moment dipolaire	$\frac{L^2}{A}$
Produit d'inertie	$\frac{L^3}{A}$	Moment quadripolaire	$\frac{L^2}{A}$
Potentiel newtonien	$L^2 T^{-2}$	Potentiel Electrostatique	$\frac{L^2 T^{-2}}{A}$
Champ de gravitation	$\frac{L^2 T^{-2}}{L}$	Champ électrique	$\frac{L^2 T^{-2}}{A}$
Potentiel des vitesses	$L^2 T^{-1}$	Flux magnétique	$\frac{L^2 T^{-1}}{A}$
Vitesse linéaire	$\frac{L^2 T^{-1}}{L}$	Potentiel vecteur du chp magnétique	$\frac{L^2 T^{-1}}{A}$
Vitesse angulaire	$\frac{L^2 T^{-1}}{L^2}$	Champ magnétique	$\frac{L^2 T^{-1}}{L^3}$
Masse volumique	L^{-3}	Densité de charge	nombre
Energie	$L^2 T^{-2}$	Flux Eléctrique	$L^2 T^{-2}$
Action	$L^2 T^{-1}$	Pouvoir inducteur	$L^2 T^{-2}$
Puissance	$L^2 T^{-3}$	Capacité	$L^2 T^{-2}$
Pression	$\frac{L^2 T^{-2}}{L^2}$	Résistance	$L^2 T^{-1}$
Force	$\frac{L^2 T^{-2}}{L}$	Selfinduction	L^2
Constante de gravitation	$L^4 T^{-2}$	Géométrie magnétique	nombre
Moment d'inertie	L	Intensité du pole	$L^2 T^{-1}$
Chaleur massique	L	Force magnéto-attractrice	T^{-1}
Température	$L T^{-2}$	Reluctance	L^{-1}
Capacité calorifique	nombre		
Entropie	nombre		
Moment torsionnel	$\frac{L^3}{A}$		

DISCUSSION

Lucien Romani veut que dans son analyse dimensionnelle absolue, deux grandeurs différentes aient des produits dimensionnels différents, or ce but n'a pas été atteint. Par exemple la chaleur massique et le moment d'inertie ont des produits dimensionnels identiques : L . Ce résultat est contraire à ce qu'il énonce à la page 25 (tome 1), il traite ce genre de résultat comme "signe de lacune profonde".

Il y a cependant un résultat remarquable, le problème de la rationalisation qui a fait tout de controverse, a été résolu : c'est dû à l'introduction de la nouvelle dimension, l'angle.

Les dimensions du coefficient de self induction sont prévisibles à partir du moment qu'on a formulé les hypothèses sur M et ξ .

Lorsque Artelies pose $\xi = \text{nombre}$ ce qui implique que $\mu = T^{-2}$, il trouve comme dimensions pour la capacité une longueur, $C \equiv L^1$

Par contre Romani trouve une longueur pour la self.

Il n'y a aucun pressentiment à ce résultat, c'est une déduction logique.

ADDITIVITE -

L'additivité permet de palier à l'insuffisance qui fait que deux grandeurs différentes aient même produit dimensionnel. Les grandeurs, cinématiques, géométriques et physiques sont réunies en trois grandes catégories :

- Les grandeurs additives en série
- Les grandeurs additives en parallèles
- Les grandeurs biadditives

Avec toute fois une exception, la célérité de la lumière qui n'est pas additive.

L. Romani recommande ensuite d'adopter, un signe pour l'additivité en série, un autre pour celle en parallèle et un troisième pour la biadditivité.

L'adjonction de ce signe au produit dimensionnel d'une grandeur quelconque le différencie d'un autre de nature différente.

L'additivité est définie comme suit :

On considère deux systèmes physiques identiques de structures et d'états, chacun d'eux modifiant la valeur d'une grandeur P par transfert depuis son unique entrée jusqu'à son unique sortie. Si la valeur de P est la même en EA et en EB ses variations à travers A et B auront une même valeur .

On obtient un nouveau système en couplant les deux précédents. Suivant que le couplage est en parallèle (réunion de deux entrées d'une part et des deux sorties d'autre part), ou en série (réunion de la sortie A à l'entrée B), la variation produite par le nouveau système présente trois comportements différents.

Le Tableau suivant les met en évidence.

Couplage	Grandeurs additives en série	Grandeurs additives en parallèle	Grandeurs bi-additives
En parallèle	$\Delta P_c = \frac{1}{2} \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$
En série	$\Delta P_c = 2 \Delta P$	$\Delta P_c = \frac{1}{2} \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$

Couplage	Grandeurs additives en série	Grandeurs additives en parallèle	Grandeurs bi-additives
En parallèle	$\Delta P_c = \frac{1}{2} \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$
En série	$\Delta P_c = 2 \Delta P$	$\Delta P_c = \frac{1}{2} \Delta P$	$\Delta P_c = 2 \Delta P$

C O N J U G A I S O N .

Tout espace vectoriel peut être transformé en un autre espace dit dual.

Cette transformation affecte les structures spatiales des grandeurs qui lui sont attachées. Elle les transforme ainsi en d'autres qui leurs sont conjuguées,

Cette opération, conjugaison, transforme ;

- Les scalaires en pseudo-scalaires,
- Les vecteurs polaires en vecteurs axiaux,
- Les plans en des droites,
- Les symétries sphériques en symétries planes et vis-versa.

Dans l'espace physique cette opération est formalisée par la multiplication des produits dimensionnels des grandeurs primitives par L^{-1} OU L^1 .

Elle transforme les grandeurs mécaniques en grandeurs électriques, mais ne transforme pas toutes les grandeurs dans leur totalité.

Le tableau suivant récapitule les grandeurs qui ont pu être transformées.

T A B L E A U

PRIMITIVES		FACTEUR AJOUTE	TRANSFORMEES	
Masse	L^{-1}	L	Charge	$\overline{\text{nombre}}$
Débit massique	$L T^{-1}$	L	Intensité du courant	T^{-1}
Impulsion	\vec{T}^{-1}	L	Vecteur courant	$\vec{A} L T^{-1}$
Moment cinétique	$\vec{A} L T^{-1}$	L	Moment magnétique	$L^2 T^{-1}$
Moment statique	$\overline{\text{nombre}}$	L	Moment dipolaire	$\vec{A} L$
Produit d'inertie	$\vec{A} L^{-1}$	L	Moment quodripolaire	L^2
Potentiel newtonien	$L^2 T^{-2}$	L	Potentiel électrique	$L T^{-2}$
Champ de gravitation	$L T^{-2}$	L	Champ électrique	$A T^{-2}$
Potentiel de vitesse	$L^2 T^{-1}$	L	Flux magnétique	$L T^{-1}$
Vitesse linéaire	$\vec{L} T^{-1}$	L	Potentiel vecteur magnétique	$\vec{A} T^{-1}$
Vitesse angulaire	$\vec{A} T^{-1}$	L	Champ magnétique	$L^{-1} T^{-1}$

Faint, illegible text, likely a duplicate or bleed-through of the table above.

QUATERNIONS

Jugeant les espaces-temps utilisés depuis Minkowski sans la moindre réalité physique L. Romani introduit l'algorithme proposé par HAMILTON en 1843. Cet algorithme consiste à vouloir représenter toute la physique, sauf peut-être la thermodynamique par deux quaternions dits quaternions fondamentaux, l'un pour la mécanique l'autre pour l'électricité.

Les phénomènes ne sont que des mouvements de l'éther. Or l'éther est un fluide parfait, donc n'importe quel mouvement y est parfaitement isentropique en tout point. Ceci entraîne l'irrotationalité des mouvements, donc l'existence d'un potentiel de vitesse.

Le potentiel total est la somme du potentiel scalaire des ondes et du potentiel- vecteur des tourbillons .

Il est parfaitement représenté par le quaternion

$$\Phi + i\xi + j\eta + k\zeta = \Phi + \vec{\Psi}$$

ou Φ représente le potentiel scalaire et $\vec{\Psi}$ le potentiel vecteur

Tous les termes sont en $L^2 T^{-1}$, leurs ordres tensoriels sont pairs (0, 2)

En dérivant par rapport au temps on obtient un autre quaternion.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \text{potentiel scalaire des accélérations (linéaires)}$$

$$\frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial t} = \text{potentiel vecteur des accélérations.}$$

Le quaternion (1) est par suite fondamentale pour la mécanique.

$$\text{Le quaternion } \Phi E + i\omega + j'n + k\gamma = \Phi E + \vec{\chi} \quad (2)$$

est fondamental pour l'électricité.

$$\Phi E \text{ potentiel pseudo-scalaire de l'accélération angulaire}$$

$$\vec{\chi} \text{ potentiel vecteur de l'accélération angulaire.}$$

Tous les termes sont en $L T^{-2}$

Les quaternions (1) et (2) permettent dans une transformation dualistique et doivent gouverner tous les mouvements de l'éther.

Opérateur A :

Les deux derniers quaternions précédents peuvent s'écrire sous la forme opérationnelle.

$$c_0 + ix_1 + jy_1 + kz_1$$

Représente un opérant scalaire (pseudo-scalaire). Les petits points sont les composants d'un vecteur qui lui est associé (sans pour autant former un quaternion avec lui). Dans le résultat final tous les termes doivent être évidemment homogènes, de plus la partie vectorielle et la partie scalaire (pseudo-scalaire) doivent présenter le même ordre tensoriel (ou plutôt de même parité).

A titre d'exemple, appliquons l'opérateur Q au couple Energie-impulsion on obtient le quaternion action + moment cinétique.

Ils ont comme ordre tensoriel (0, 2) pair et leurs dimensions en $L T^{-1}$

Son application au couple puissance-force donne le quaternion pair en $L T^{-2}$

Energie + Moment torsionnel.

Les quaternions peuvent être mis sous la forme de produits de vecteurs ou de produit de quaternions ou des quaternions par un scalaire. Ces produits sont évidemment des sommes de produits scalaires et de produits vectoriels et doivent être homogènes au produit vectoriel proprement dit donc de même nature axial ou polaire.

Le calcul des quaternions et l'opérateur Q doivent décrire l'univers physiques de manière simple et symétrique.

L'application des quaternions aux champs nucléaires donne des résultats acceptables.

SYSTEMES D'UNITES NATURELS

Pour bien terminer l'étude sur son analyse dimensionnelle L.Romani se doit de choisir des unités. Les impératifs auxquels obéit le choix de ces unités fondamentales ne sont pas uniquement d'ordre pratique mais également d'ordre rationnel c'est à dire que les étalons fondamentaux choisis doivent être des propriétés de l'éther ou des fonctions simples de ces propriétés.

Ces considérations ont guidé L.Romani à choisir des unités fondamentales qui sont les suivantes :

- Il en faut trois et trois seulement.
- L'unité naturelle d'angle est le radian.
- Les unités fondamentales doivent être matérialisées par les étalons naturels permanent mesurés par des constantes physiques universelles connues avec une haute précision.

Ces constantes doivent être choisies de préférence dans un même domaine pour éviter autant que possible un défaut de cohérence dans les mesures des différents étalons primaires.

- Elles doivent être invariantes par rapport à un changement de repère galiléen.

C'est ainsi que la célérité de la lumière, liée à deux propriétés de l'éther, la pression P et la masse volumique de l'éther est indirectement mesurable.

L'unité de longueur sera tirée de la constante de Rydberg Ros. Celle-ci combinée avec ($C = 1$) donne l'unité de temps.

Dans le choix des unités dérivées nous devons réduire à l'unité le plus grand nombre possible de constantes universelles par un choix judicieux, contrairement aux autres systèmes qui choisissent les unités à l'échelle humaine (ni trop grandes, ni trop petite).

Mais ceci n'est qu'un désir de perfection supplémentaire chez l'auteur. Choisir les unités dans un même domaine évite peut-être des défauts de cohérence mais ne change pas l'interprétation des expériences physiques.

Le plus important est la résolution du problème de rationalisation.

SYSTEMES D'UNITES NATURELS

Pour bien terminer l'étude sur son analyse dimensionnelle L.Romani se doit de choisir des unités. Les impératifs auxquels obéit le choix de ces unités fondamentales ne sont pas uniquement d'ordre pratique mais également d'ordre rationnel c'est à dire que les étalons fondamentaux choisis doivent être des propriétés de l'éther ou des fonctions simples de ces propriétés.

Ces considérations ont guidé L.Romani à choisir des unités fondamentales qui sont les suivantes :

- Il en faut trois et trois seuls
- L'unité naturelle d'angle est le radian.
- Les unités fondamentales doivent être matérialisées par les étalons naturels permanent mesurés par des constantes physiques universelles connues avec une haute précision.

Ces constantes doivent être choisies de préférence dans un même domaine pour éviter autant que possible un défaut de cohérence dans les mesures des différents étalons primaires.

- Elles doivent être invariantes par rapport à un changement de repère galiléen.

C'est ainsi que la célérité de la lumière, liée à deux propriétés de l'éther, la pression P et la masse volumique de l'éther est indirectement mesurable.

L'unité de longueur sera tirée de la constante de Rydberg Ros. Celle-ci combinée avec ($C = 1$) donne l'unité de temps.

Dans le choix des unités dérivées nous devons réduire à l'unité le plus grand nombre possible de constantes universelles par un choix judicieux, contrairement aux autres systèmes qui choisissent les unités à l'échelle humaine (ni trop grandes, ni trop petite).

Mais ceci n'est qu'un désir de perfection supplémentaire chez l'auteur. Choisir les unités dans un même domaine évite peut-être des défauts de cohérence mais ne change pas l'interprétation des expériences physiques.

Le plus important est la résolution du problème de rationalisation.

CONCLUSION

Il est vrai que l'analyse dimensionnelle absolue est un puissant instrument de recherche. Mais l'auteur ne s'est pas contenté du simple produit dimensionnel $A^X L^Y T^Z$. Il recommande d'ajouter des flèches simples et doubles pour indiquer qu'il s'agit de vecteurs axiaux ou polaires, la barre pour des pseudo-scalaires et les lettres abrégées pour indiquer la symétrie que le champ peut présenter.

Même avec tout cet éventail de signes distinctifs certaines grandeurs différentes présentent encore le même produit dimensionnel (Ex : énergie, température). Il a eu recours à un autre artifice, l'additivité. On doit ajouter au produit dimensionnel un symbole désignant le type d'additivité que présente la grandeur.

Rien ne nous aurait empêché de faire le même travail pour les autres systèmes (Giorgi, cohérent, C.G.S...).

Ce besoin de rigueur n'est pas compatible uniquement avec l'analyse dimensionnelle absolue. Que peut-on reprocher au système Giorgi quand il accepte un quatrième grandeur, comme grandeur fondamentale de nature électrique ajoutée aux trois autres de natures mécaniques ? C'est une convention qui avait pour but essentiel d'intervenir dans les équations aux dimensions des grandeurs électriques pour les différencier des autres.

Nous pensons qu'il n'existe pas de contradiction, profonde, entre le système Giorgi et l'analyse dimensionnelle absolue, si ce n'est, dans l'interprétation de certains résultats.

Certains auteurs disent du système Giorgi qu'il introduit certaines confusions (par exemple, l'utilisation de deux définitions différentes du moment magnétique). C'est vrai mais il est très commode pour les applications et pourrait être améliorée pour la commodité de la recherche physique.

VARIANCES RELATIVISTES

PREAMBULE

Cette partie va être consacrée à la mécanique des fluides parfaits. Remani reproche à la relativité restreinte de n'avoir pas permis la construction d'une mécanique des fluides satisfaisante. Il reproche aux physiciens de continuer à admettre deux variances relativistes différentes pour la chaleur et le travail en dépit du premier principe de la thermodynamique. Il doit exister une cohérence nécessaire relativiste, de telle manière que "la variance d'un produit soit égale au produit des variances de ses facteurs".

Considérons l'exemple suivant :

Travail élastique = volume x pression.

Les variances du travail et du volume sont respectivement:

$$(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{avec } \beta = \frac{v}{c})$$

Or la pression est un invariant absolue, d'où la difficulté.

Cependant cette difficulté a été aplanie par Arzeliés qui lui trouve une variance de $(1 - \beta^2)^{-1}$ sous l'appellation de densité d'énergie :

$$w = \frac{w_0}{(1 - \beta^2)}$$

avec $w = \rho c^2 = \frac{w_0}{(1 - \beta^2)}$

avec ρ densité de matière

$$\rho = \frac{dm_0}{dw_0} \quad \text{où } dw_0 \text{ volume}$$

En plus il lui reproche de prendre deux variances relativistes différentes pour le travail et la chaleur.

De point de vue relativiste on a pour la chaleur

$$dU = dE_0 + dQ = dQ$$

$$dU = d(mc^2) = c^2 \sqrt{1 - \beta^2} dm_0 = dQ_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\Rightarrow dQ = dQ_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Pour le travail.

$$dE = dE_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

.../...

On constate que Romani suit l'idée d'Arzlies en prenant pour le travail et la chaleur une même variance.

COHERENCE DES VARIANCES :

L. Romani pense donc que la cohérence est nécessaire entre les variances.

La propriété qui consiste à mettre bien des grandeurs en produit de facteurs ne doit pas dépendre du référentiel conformément au principe relativiste d'équivalence des référentiels.

Donc : " La variance d'un produit de facteurs est égale au produit des variances de ses facteurs".

En ce qui concerne la masse, elle n'a pas deux variances différentes, étant donné que la masse transversale et longitudinale sont des cas particuliers. Nous allons démontrer que la masse a une variance relativiste $(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ dans un contexte relativiste général.

VARIANCE RELATIVISTE DE LA MASSE:

Dans le repère où elle est au repos, une particule a pour masse M_0 , quelle est alors sa masse dans le repère par rapport auquel elle est animée d'une vitesse rectiligne uniforme?

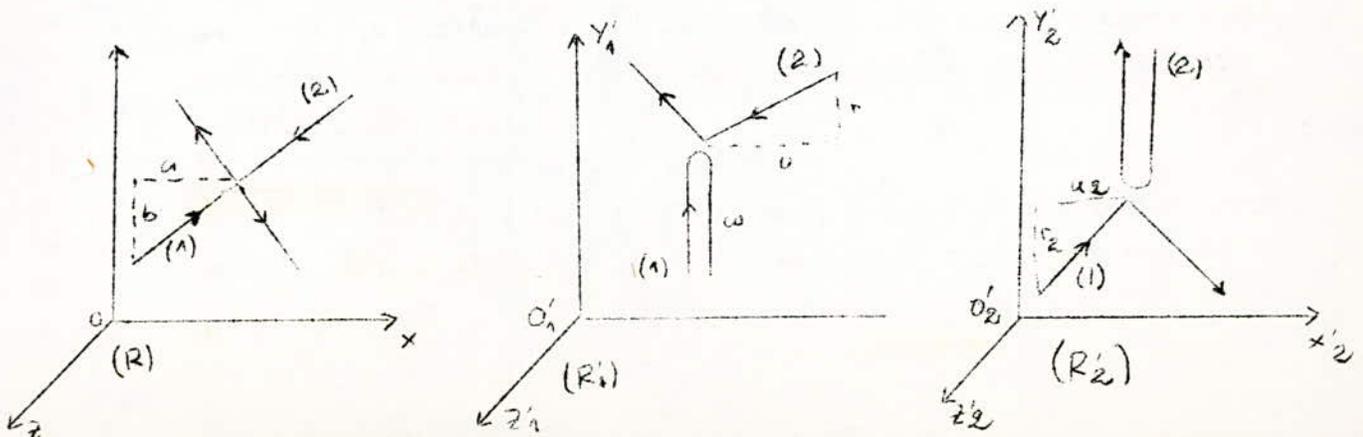
Pour le savoir analysons le choc de deux particules identiques (1) et (2)

Dans le repère R fixe la particule (1) a une vitesse de composante $(a, b, 0)$ et la particule (2) $(a, -b, 0)$.

Analysons le choc dans le repère R'_1 en translation uniforme de vitesse a par rapport à R .

Dans le repère R'_1 la particule (1) a une vitesse telle que $(0, w, 0)$ et la particule (2) $(-u, -r, 0)$

Nous supposons que la masse de la particule ne dépend que du module de sa vitesse. Le théorème de la conservation de la quantité de mouvement appliqué au choc dans R'_1 donne suivant l'axe $O'_1 y'_1$



$$m(\omega)\omega - m(v)v = - (m(\omega)\omega + m(v)v)$$

$$\Rightarrow \frac{m(\omega)}{m(v)} = \frac{v}{\omega}$$

Analysons maintenant le choc dans le repère R'_2 en translation uniforme $(-\vec{u})$ par rapport à R'_1 . Dans ce repère, la particule (2) n'a plus de vitesse suivant $O'_2x'_2$, et la composante suivant $O'_2y'_2$ de la vitesse de la particule (1) est évidemment, d'après la formule de transformation des vitesses

$$v_2 = \omega \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (A)$$

Regarder le choc dans R'_1 ou dans R'_2 est complètement équivalent puisque les particules sont identiques: il en résulte que

$$r = r_2$$

$$\text{et } \frac{m(\omega)}{m(v)} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

On peut arranger cette équation de manière à la rendre symétrique par rapport à v et ω

$$\frac{m(\omega)}{m(v)} = \frac{\sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2})(1 - \frac{\omega^2}{c^2})}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\frac{m(\omega)}{m(v)} = \frac{\sqrt{(1 - \frac{u^2}{c^2}) - \frac{\omega^2}{c^2}(1 - \frac{u^2}{c^2})}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

d'après (A)

$$\frac{m(\omega)}{m(v)} = \frac{\sqrt{1 - (u^2 + v^2)/c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

d'après (A) et d'autre part en considérant que :

$$u^2 + v^2 = v^2$$

Donc la dépendance de la masse en fonction de la vitesse est définie par l'équation :

$$m(\omega) \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{c^2}} = m(v) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = c \cdot t_0 = m_0$$

$$\Rightarrow m(v) = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

.../...

La constante est évidemment égale à M_0 , masse au repos de la particule. La masse d'une particule animée de la vitesse de module U dans un référentiel R est donc

$$m(u) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Donc on constate que la variance de la masse concorde avec le résultat trouvé par Romani.

Elle a une variance de $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Romani énonce la définition suivante, en posant que l'exposant de $(1 - \beta^2)$ est la variance, il découle que :

$$[XY] = [X] + [Y]$$

Variance de la puissance :

La puissance est un invariant d'après les résultats de la relativité alors que Romani lui donne une variance égale à 1 (cf tableau page),

a) Méthode de Romani:

$$P = \frac{E}{T} \quad E = mc^2 \quad [E] = [m] = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow [P] = [E] - [T] = \left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{1}{2}\right] = [0]$$

b) Méthode relativiste:

$P = F \cdot u = 0$ puisque $W^i u_i = 0$, étant donné que les accélérations sont orthogonales aux vitesses.

Variance de l'accélération:

Examinons la variance longitudinale, l'équation d'Einstein pour les vitesses s'écrit:

$$v_x \Rightarrow \frac{v'_x + U_x}{1 + \frac{U_x v'_x}{c^2}} \quad \text{on aura}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'/dt' + U_x}{1 + \frac{U_x}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} \quad u = u_x$$

$$\Rightarrow \gamma_x = \frac{dx^2}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[\frac{dx'/dt' + U}{1 + \frac{U}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} \right]$$

$$\text{on a: } dt = dt' \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

.../...

$$\gamma_z = \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dt'} \left[\frac{dx'/dt' + U}{1 + \frac{U}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} \right]$$

en effectuant la dérivation on aura

$$\gamma_x = \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\gamma'_x}{\left(1 + \frac{U}{c^2} v_x\right)^2}$$

Si $v'_x = 0$ on aura

$$\gamma_x = \gamma'_x \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Si $v'_x = 0$ on obtient $v'_x = v_x$

$$\gamma_x = \gamma'_x \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

dans on obtient deux variances de l'accélération longitudinale.

$$\text{Si } v' = 0 \quad [\gamma_x] = \frac{3}{2}$$

$$\text{Si } v = 0 \quad [\gamma_x] = -\frac{1}{2}$$

On procédera d'une façon pour l'accélération transversale. On calculera pour seulement, puisque et

sont définies de la même façon.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt'} \frac{\left[1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{U}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}$$

$$\gamma_y = \frac{dy}{dt^2} = \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{dt'} \left[\frac{dy'/dt'}{1 + \frac{U}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} \right]$$

en effectuant la dérivation.

$$\gamma_y = \gamma'_y \frac{\left[1 + \frac{U}{c^2} v_x\right] - \frac{v_x}{c^2} \gamma'_x v'_y}{\left[1 + \frac{U}{c^2} v_x\right]^2 \left[1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right]}$$

v'_x et $v'_y = 0$ on aura

$$\gamma_y = \gamma'_y \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)$$

$$\rightarrow [\gamma_y] = [\gamma'_y] = 1$$

Si $v_x = v_y = 0$

$$\rightarrow [\gamma_y] = [\gamma'_y] = 0 \quad \dots/\dots$$

En utilisant cette méthode, méthode relativiste,
L. Remani témoigne de la faiblesse de la méthode qu'il utilise.

Variance de la force:

$$\vec{F} = m \vec{\gamma} \Rightarrow F_x = m \gamma_x$$

$$F_y = m \gamma_y$$

$$F_z = m \gamma_z$$

$$\rightarrow [F_x] = [m] + [\gamma_x]$$

$$[F_x] = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = +1$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

On a deux variances pour la force.

On pourra aisément multiplier les exemples. On trouvera
les grandeurs qui ont des variances différentes selon les deux
théories dans le tableau qui suivent.

TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS SELON ROMANI
et relativiste

	NATURE DE LA GRANDEUR					
	SCALAIRES		VECTORIELLES			
			LONGITUDINALES		TRANSVERSALES	
	ROMANI	RELATIVITE	ROMANI	RELATIVITE	ROMANI	RELATIVITE
Force(1er espèce)			+1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Force(2e espèce)			-1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tension ou Pression élastique	-1	0				
Pression d'un gaz parfait	-1	0				
Impulsion			$-\frac{3}{2}$	$(-\frac{1}{2})$	-1	0
Quantité de mouvement			$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
Chaleur	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$				
Température	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$				
Action	-1	0				
Puissance	0	1				

DESACCORD:

La cohérence cherchée n'est pas pour autant établie. Critiquant violemment le fait que la masse ait deux variances différentes (masses particulières), il admet deux variances différentes (voir tableau)

Il distingue également l'impulsion de la quantité de mouvement. L. Romani pense qu'il y a une cause plus profonde de désaccord, c'est que les relativistes exploitent les transformations orthogonales dans E_4 .

L. Romani rejette la "spatialisation" du temps.

Malheureusement sa méthode s'est trouvée dans un impasse et il a eu recours à la "vieille" méthode des transformations des vitesses pour calculer les variances des accélérations et déduire elle de la les forces.

/)/)OUVEMENTS DANS UN FLUIDE BAROTROPE

Nature de Fluide :

Les mouvements internes dans un volume de fluide donné dépendent évidemment de l'espace occupé, de ses limites et de la nature du fluide.

Le fluide qui nous interesse, en l'occurrence, l'éther est un fluide parfait, il présente donc :

- Un coefficient de viscosité rigoureusement nul.
- Une continuité parfaite à tout échelle.

Nous supposons que ces propriétés sont conservatives quels que soient les mouvements internes.

De plus il doit être.

- Compressible, sinon les interactions s'y propageraient avec une vitesse infinie ce qui conduirait à l'action instantanée à distance.
- Homogène : ses propriétés sont partout les mêmes
- D'étendue infinie, en tous sens, sans lacune, dans un univers euclidien.

Ces deux dernières propriétés assurent l'isotropie en tout point, aux mouvements près. Ce qui signifie qu'on ne peut lui apporter ou lui soustraire de l' "extérieur" quelque énergie ou quelque impulsion que ce soit, étant donné qu'il n'y a pas d'extérieur.

Conditions aux limites:

A l'intérieur du fluide et à distance finie, il n'y a pas évidemment de conditions aux limites.

A l'infini trois hypothèses sont possibles.

- Le fluide est au repos, la pression y présente sa valeur maximale et l'on peut la prendre pour référence.

$$|\vec{p}_0| = |\vec{p}_\infty| > |\vec{p}|$$

- Le fluide se détend dans le vide ($\vec{p}_\infty = 0$)
- Le fluide se détend dans un fluide analogue à lui-même ($\vec{p}_\infty = \vec{p}_*$) , l'indice * désigne l'état de mouvement critique où le nombre de mach local est égal à un .

C'est la première hypothèse qui sera admise, sauf spécification contraire.

Mécanique des fluides relativistes:

D'après ce qui a précédé, toute dégradation d'énergie est impossible. Donc tout mouvement existant y subsiste indéfiniment .

La perfection du fluide assure simultanément

- Une parfaite conservation de l'énergie, de l'impulsion...
- Une irréversibilité absolue des mouvements.

Ce paradoxe s'explique en constatant que l'irréversibilité provient de la nature du temps et non pas du second principe de la thermodynamique.

Loi de Bernoulli:

Elle sera conservée sous sa forme la plus simple parcequ'elle exprime la conservation de l'énergie pour un observateur quelconque et ne fait pas appel à l'existence de molécules.

Donc $\bar{P}(v) + \bar{Q}(v) = \bar{P} = \text{cte}$

\bar{v} : module de la vitesse locale

\bar{P} pression statique ; c'est à dire densité de l'énergie élastique.

\bar{Q} pression dynamiques c'est à dire densité de l'énergie

cinétique
on a par définition . \bar{P} pression totale, est densité de l'énergie totale
 $\bar{Q}(0) = 0$

Pour les gaz moléculaires on a :

$$\bar{P} = \bar{p}(0) \neq 0$$

C'est à dire que même immobiles les gaz moléculaires possèdent une réserve d'énergie. Ce qui évoque l'idée d'un ressort comprimé.

Si cette énergie est considérée comme potentielle, la théorie cinétique des gaz montre qu'elle est due plutôt à l'agitation moléculaire. Plus précisément c'est la somme de l'énergie potentielle d'interaction des molécules et de l'agitation thermique.

Mais dans le cas d'un continuum, l'énergie d'agitation n'existe pas. D'autre part la continuité parfaite sans aucune structure au repos ne laisse place à aucune énergie d'interaction.

Donc $\bar{p}(0) = 0$

La pression totale est nulle toujours et partout.

Donc l'équation de Bernoulli donne :

$$- \bar{p}(v) = \bar{Q}(v) \geq 0$$

Ce qui implique que la pression statique est négative ou nulle. Le fluide est alors mis sous tension par le mouvement. Il évoque un ressort tendu.

Equation fondamentale:

L'écoulement est irrotationnel puisqu'aucune dégradation d'énergie n'est possible. La vitesse \vec{v} dérive d'un potentiel scalaire Φ . Le fluide étant supposé barotrope conduit la perturbation de pression avec une célérité constante et uniforme égale à c , puisqu'en absence de molécule la notion de température s'évanouit.

L'équation générale de tout mouvement stationnaire s'écrit alors, comme suit :

$$\left[1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \left[1 - \frac{v_y^2}{c^2}\right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \left[1 - \frac{v_z^2}{c^2}\right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{2v_y v_z}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z} - \frac{2v_x v_z}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x} - \frac{2v_x v_y}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = 0$$

Cette équation est valable dans un référentiel K lié au fluide à l'infini où la vitesse est nulle par hypothèse. Dans K' en translation rectiligne uniforme par rapport à K , il y a lieu de transformer les coordonnées de temps et d'espace.

Montrons que c'est une transformation de Lorentz. L'orientation des axes étant arbitraire, on peut prendre \vec{u} parallèle à Ox , donc à Ox' sans perdre de généralité.

$$\text{Donc : } v_x = |\vec{u}|, \quad v_y = v_z = 0$$

Par suite les éléments différentiels d'espace contenus dans les plans yOz et $y'Oz'$ sont invariants.

$$dy = dy' \quad dz = dz'$$

Il s'agit maintenant d'examiner la variance du potentiel

La circulation $\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$, le long d'un contour fermé

parcouru une seule fois et embrassant un noyau tourbillonnaire est à la fois finie et indépendante du contour. Par suite, après un tour

$$\Delta \Phi = \Gamma$$

Comme Γ est invariante, donc $\Delta \Phi$ l'est aussi lorsqu'on passe de K à K' , sinon elle dépendrait de \vec{u} par rapport à l'orientation du contour choisi. Comme celui-ci est arbitraire, la variance de Γ serait indéterminée si elle n'était pas nulle.

Comme $\Delta \Phi$ est invariant

$$\text{Donc } \partial^2 \Phi = \partial^2 \Phi'$$

Considérons un point de vitesse nulle dans K' , on a

$$V'_x = V'_y = V'_z = 0$$

$$V_x = -U_x, \quad V_y = V_z = 0$$

Pour ce point dans K on obtient.

$$\left[1 - \frac{U_x^2}{c^2}\right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Dans K' on a

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z'^2} = 0$$

D'où par soustraction on a

$$\left[1 - \frac{U_x^2}{c^2}\right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2}$$

$$\Rightarrow dx = \sqrt{1 - \frac{U_x^2}{c^2}} dx'$$

C'est bien la contraction de Lorentz.

Le fait de prendre un point de vitesse nulle ^{est possible} pas restrictif puisqu'on peut prendre \vec{U} parallèle et égale à la vitesse dans d'un point quelconque, ce qui annule la vitesse de ce point dans K' . Tous les points de l'écoulement peuvent aussi devenir point de vitesse nulle dans K' .

Il s'ensuit évidemment une dilatation des durées.

La contraction de Lorentz n'est peut-être pas une conséquence du couplage espace-temps mais par contre la transformation de Lorentz "mélange" coordonnées spatiales et temporelles.

C'est justement la transformation de Lorentz qui, en grande partie, a conduit à l'idée d'une géométrie spéciale pour un espace à quatre dimensions dit "espace-temps".

Comme on le voit dans les formules de transformation de Lorentz que nous donnons à titre indicatif, les coordonnées spatiales et temporelles sont étroitement liés.

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y = y' \quad , \quad z = z'$$

L'utilisation des formules de transformation de Lorentz conduit nécessairement au couplage de l'espace et du temps.

L. Romani dit que l'expérience de Michelson et Morley s'explique parfaitement par la théorie de l'éther constitutif. Cependant si la lumière consistait en un phénomène ondulatoire ayant pour support un éther immobile par rapport à l'espace absolu, le mouvement de l'éther aurait dû produire un "vent d'éther" donnant lieu à des phénomènes d'anisotropie de la vitesse de propagation que l'expérience aurait permis de déceler.

Equations Générales:

La relation d'Einstein reliant la masse à l'énergie est:

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$E_p = m_0 c^2$$

Energie potentielle

$$E_c = W - E_p = m_0 c^2 \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right) \text{ est dite énergie cinétique.}$$

Dans le continuum de L. Romani, la masse au repos doit nécessairement correspondre à l'énergie critique d'un écoulement stationnaire.

Donc W peut être considérée comme étant l'énergie cinétique d'un élément de fluide quelconque animée d'une vitesse

constante et uniforme par rapport a un observateur fixe.

Si le volume de cet élément est pris comme unité

$$m_1 = \bar{Q}$$

$$m_0 = \bar{P}_0$$

\bar{P}_0 est la masse volumique au repos.

$$\bar{Q} = \frac{\bar{P}_0 c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = -\bar{P}$$

comme

$$\bar{Q} = \bar{P} c^2 = -\frac{\bar{P}}{c^2}$$

$$\Rightarrow c^2 = -\frac{\bar{P}}{\bar{Q}} = -\frac{\bar{P}}{\bar{P}} = -1 = c^2$$

La relation ne dépend pas des valeurs particulières de \bar{P} et \bar{P}_0 soit \bar{P}_* et \bar{P}_* des valeurs non nulles, choisies arbitrairement il vient

$$c^2 = -\frac{\bar{P}_*}{\bar{P}_*} = -\frac{\bar{P}}{\bar{P}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{P}}{\bar{P}_*} = \frac{\bar{P}}{\bar{P}_*}$$

l'exposant adiabatique j est égale à 1

La valeur de j fait apparaitre un nombre infini de degré de liberté.

On remarque qu'une résolution non relativiste à partir des équations classiques $d\bar{Q} = 0$ donne $\gamma = 2$. Cette valeur nous conduit à une interprétation erronée puisque le système aura deux degrés de liberté.

L'équation d'état est :

$$\frac{\bar{P}}{\bar{P}_*} = \frac{\bar{e}}{e_*}$$

$$c = \sqrt{-\frac{\bar{P}}{\bar{e}}} = \sqrt{\frac{q}{e}} = \text{constante}$$

d'où par analogie on a la loi suivante

$$P = \frac{P_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (A) \quad e = \frac{P_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (B)$$

Elles sont différentes de la mécanique classiques des fluides. L'équation (B) est la même que celle donnant la densité de courant.

.../...

On suppose que $\frac{v}{c}$ est petit on développe en série de Taylor.

$$P = P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right) \approx P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right)$$

comme $c^2 = -\frac{\bar{P}}{\epsilon}$

$\Rightarrow P = P_0 - \frac{1}{2} \epsilon_0 v^2$ en multipliant par moins 1 des deux côtés

$|P| = |P_0| + \frac{1}{2} \epsilon_0 v^2$ On obtient l'équation de Bernoulli (Equation covariante) puisqu'elle découle de la transformation de Lorentz.

Equilibre d'un filet fluide:

Soit une particule fluide infiniment petite décrivant une courbe à la vitesse v (tangentielle) dans K.

Dans (K') elle a une masse dm' et un volume $d\omega'$, elle est soumise à une accélération centripète $\frac{v^2}{R}$, R désigne le rayon de courbure

Pour fixe :

$$dm = \frac{dm'}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad d\omega = d\omega' \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

La force centrifuge est

$$\frac{v^2}{R} \frac{dm'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot d\omega' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{v^2}{R} \epsilon \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Cette force est équilibrée par le gradient de la ~~force~~ Pression.

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{v^2}{R} \epsilon \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

où dr est orienté sur la normale principale.

On a v et R et l'accélération centripète invariants

En divisant par P

$$\frac{\partial P}{\partial r} \frac{1}{P} = \frac{v^2}{R} \epsilon \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

comme $c^2 = \frac{\bar{P}}{\epsilon}$

$$\Rightarrow \frac{\partial P}{P} = \frac{\partial v}{v} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0}{c^2 - v^2}$$

En dérivant logarithmiquement

$$\frac{\partial P}{P} = - \frac{\partial v}{v} \frac{v^2}{c^2 - v^2}$$

$$P = - \frac{\epsilon_0 \epsilon v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

On tire l'égalité suivante :

$$\frac{\partial p}{\rho} = \frac{c^2 - a^2}{\sigma^2} = \frac{\partial r}{R} = - \frac{\partial \psi}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial r}{r} = - \frac{\partial \psi}{V}$$

$$\sigma^2 = \text{constante}$$

Le résultat précédent traduit que les lignes de courant sont des cercles concentriques (anneaux tourbillons).

Mouvement possible et interdit

Dans un continuum la plupart des discontinuités sont interdits puisqu'il diffère de beaucoup d'un fluide moléculaire ; les molécules peuvent s'animer de mouvements indépendants et au besoin s'interpréter.

Discontinuité :

Au sein d'un fluide moléculaires presque toutes les discontinuités sont théoriquement possibles puisque toutes les grandeurs qui caractérisent le fluide sont discontinues sauf la pression statique.

Mais il est tout à fait différent pour les fluides parfaits. Etant donné qu'ils ne sont pas moléculaires s'il existait une discontinuité elle serait rigoureuse mais il n'en existe guère. On a déjà vu que \bar{P} est nulle partout, que c'est isotherme etc...

Les équations générales entraînent que \bar{q} et σ^2 sont continues. Donc le module du vecteur vitesse est continu ; par suite, il en est de même pour σ , il ne reste plus que la discontinuité de l'argument du vecteur vitesse.

Nappes tourbillonnaires.

Une discontinuité sur la surface Σ est compatible avec $\vec{\nabla} \times \vec{\omega} = 0$ dans tout l'espace.

Si la dérivée normale de $\vec{\omega}$ est nulle sur tout point de la surface Σ peut être considérée comme formée de couches de filets tourbillons infiniment petits.

Cette nappe est appelée nappe de Prandtl.

De tels filets tourbillons doivent être fermés puisque par hypothèse aucun corps étrange solide ne peut les limiter. Par suite la surface Σ est une surface courbe.

Les trois espèces de mouvement

Par analogie aux mouvements des corps solides qui se décomposent en rotation et en translation, les mouvements des fluides sont décomposables en ondes (translation) et en tourbillons (rotation). Avec toutefois une particularité, le mouvement d'expansion ou de retraction du fluide dans sa totalité. En effet, un tel mouvement transporte du fluide comme le fait un anneau tourbillon (le barycentre restant toutefois immobile) et comporte à sa limite extérieure une discontinuité de pression instable se propageant avec la célérité C. Ce qui est le caractère essentiel d'une onde.

On peut encore parler de symétrie pour exprimer que les mouvements réels doivent admettre la symétrie sphérique ou torique, quant au mouvement d'expansion ou de retraction à priori il peut être torique ou sphérique.

Les propriétés qui ont été attribuées à l'éther le rendent apte à transmettre aussi bien les ondes longitudinales que les transversales avec la même célérité C.

Les équations sont du type " corde vibrante " et se ramènent toutes à

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \Delta \psi$$

Où ψ est un champ perturbateur. La réduction à la cinématique fait qu'il doit exister trois types de champs perturbateurs puisqu'il y a trois dimensions d'espace.

Les ondes électromagnétiques qui sont transversales font intervenir deux champs perturbateurs :

-Le champ $\vec{E} = \text{grad } \phi = \vec{\nabla} \phi$
 -Le champ $\vec{H} = \text{rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

et les potentiels

-Électrique $\phi = \int \frac{\rho}{r} dr$ (pseudo-scalaire)
 -potentiel vecteur de \vec{H} $\vec{A} = \int \frac{\vec{j}}{r} dr$ (vecteur axial)

Les ondes transversales vont correspondre aux ondes acoustiques dans l'air. (La théorie acoustique ne nécessite pas l'hypothèse moléculaire. Le potentiel est le vecteur déplacement \vec{L} . Le champ qui en dérive est la condensation. Il serait plus propre de dilata-tion d'après l'auteur)

$$\theta = -\frac{d\vec{\omega}}{\omega} = -d\omega \vec{L} \quad \text{mais } \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{d\vec{\omega}}{\omega}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{\omega}}{\omega} = -\frac{d\vec{\omega}}{\omega}$$

$$\Rightarrow p\vec{\omega} = \text{Constante}$$

L'énergie est stationnaire au cours du mouvement.

Les résultats sont réunis dans le tableau suivant.

	ONDES TRANSVERSALES	ONDES LONGITUDINALES
Potentiel perturbateur	$\vec{\Phi}$ (electrostatique)	\vec{K} (potentiel vecteur)
Orientation selon	binormale	normale
produit dimensionnel	LT^{-1}	AT^{-1}
champ perturbateur	$\vec{E} = \text{grad} \vec{\Phi}$	$\vec{H} = \text{rot} \vec{K}$
Orientation selon	normale	binormale
Produit dimensionnel	AT^{-2}	LT^{-1}

Energie des ondes :

Les ondes d'éther ne peuvent transporter que de l'information puisqu'aucune énergie ne peut leur être communiqué de l'extérieur.

Ce qui, constitue une différence essentielle avec les fluides moléculaires.

Les tourbillons, quant à eux transportent le fluide et l'énergie. Dans le cadre de cette théorie le raisonnement est logique et irréprochable.

TOURBILLONS

PREAMBULE/

Beaucoup d'auteurs utilisent le critère de Reynolds pour déterminer la nature laminaire ou tourbillonnaire du mouvement d'un fluide. L. Romani n'utilise quand à lui que le théorèmes de Helmholtz . D' ailleurs il n'a affairé qu'à une catégorie de tourbillons, les anneaux-tourbillons.

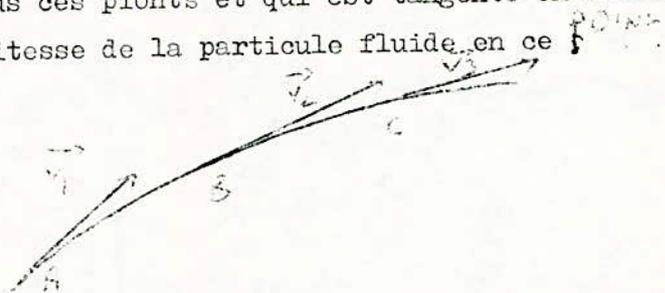
Avant de passer à l'étude des anneaux tourbillons, nous allons essayer de faire une introduction par l'examen du comportement des particules fluides. L'utilisation de la méthode D'Euler dans une telle étude donne ~~des résultats~~ probants. Cette méthode d'Euler consiste à étudier le champ des vitesses aux points de l'espace occupé par le fluide en mouvement. Elle étudie la variation des vitesses en fonction du temps.

Le champ des vitesses sera donné sous la forme suivante

$$\begin{aligned} v_x &= v_x(x, y, z, t) \\ v_y &= v_y(x, y, z, t) \\ v_z &= v_z(x, y, z, t) \end{aligned}$$

où x,y, z sont les coordonnées des points de l'espace à l'instant t et non de la particule fluide.

La méthode d'Euler est intimement liée à la notion de ligne de courant . A un instant donné intéressons - nous à un certain nombre de points d'un écoulement . La ligne de courant est la courbe qui se passe par tous ces points et qui est tangente en chacun de ces points au vecteur vitesse de la particule fluide, en ce point.



Contrairement à la trajectoire qui est la trace du mouvement d'une particule, la ligne de courant relie à un instant donné un certain nombre de particules .

A partir de la notion de ligne de courant on définit le

tube de courant. Il suffit, pour cela, d'isoler dans un fluide en mouvement un contour fermé qui ne soit pas une ligne de courant et de faire passer par chacun de ses points une ligne de courant.



Accélération d'une particule fluide .

Supposons que le repère (x, y, z) soit fixe à l'instant, et qu'une particule fluide se trouve au point (x, y, z) .

La vitesse de la particule à cet instant est $\vec{v}(x, y, z, t) = \vec{v}$

A l'instant ultérieur $(t + \Delta t)$ elle est au point $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ et sa vitesse est elle que :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$$

A partir de ces deux vitesses on peut déterminer l'accélération.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - \vec{v}(x, y, z)}{\Delta t}$$

En utilisant le développement de Taylor et en nous arrêtant au premier on obtient:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}(x, y, z) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \Delta z + \epsilon$$

ϵ représente les infiniments petits d'ordre supérieur.

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \frac{\Delta z}{\Delta t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} + \frac{\epsilon}{\Delta t} \right)$$

mais $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_x$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = v_y$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} = v_z$

Donc $\frac{d\vec{v}}{dt} = v_x \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ (1)

On a $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$ qui est l'accélération locale

et $v_x \frac{d\vec{u}}{dx} + v_y \frac{d\vec{u}}{dy} + v_z \frac{d\vec{u}}{dz}$ (1) qui est l'accélération convective.

D'après (1) nous constatons que même dans un écoulement permanent où les vitesses ^{ne dépendent} pas du temps, l'accélération totale n'est pas nulle. Ceci parce que les vitesses ne sont pas les mêmes dans les différents points de l'espace occupé par le fluide.

D'après (1) par projection sur les axes de coordonnées

on a :

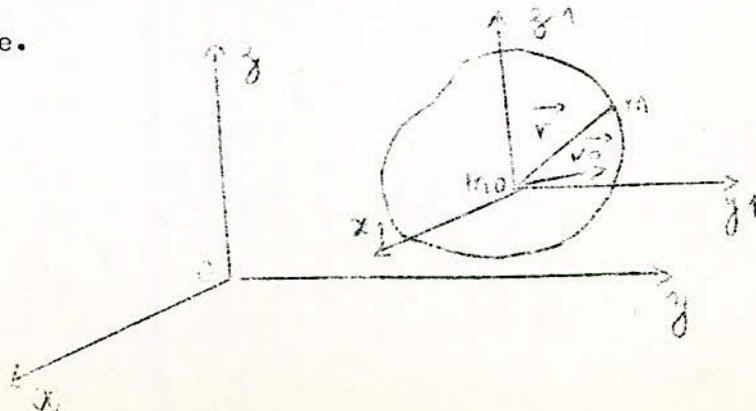
$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} &= v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial t} \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} &= v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial t} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} &= v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial t} \end{aligned}$$

Dans l'écoulement permanent, la vitesse de la particule varie entre deux positions différentes, elle possède donc une accélération convective moyenne :

$$\left(\frac{dv_x}{dt} \right)_{\text{moy}} = \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) = \frac{(v_2 + v_1)}{2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1}$$

Accélération angulaire

Nous allons maintenant montrer, à partir de l'analyse de son mouvement, qu'une particule fluide possède une accélération angulaire.



Considérons la particule fluide de la figure ci - dessus.

Le point $M_0 (x_0, y_0, z_0)$ de cette particule sera pris pour pôle.

Le repère $(0, x, y, z)$ est lié à la particule.

La vitesse du pôle M_0 à l'instant t est.

$$\vec{v}_0 = v(x_0, y_0, z_0)$$

Le point M de la particule et de rayon-vecteur.

$$\vec{r} = (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}$$

possède au même instant une vitesse.

$$v(x, y, z, t) = v(x_0 + x_1, y_0 + y_1, z_0 + z_1, t)$$

Le développement élémentaire en série de Taylor donne :

$$\vec{v}(x_0 + x_1, y_0 + y_1, z_0 + z_1, t) = \vec{v}(x_0, y_0, z_0) + \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \right)_0 x_1 + \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \right)_0 y_1 + \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right)_0 z_1$$

Les coefficients de développement $\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)_0, \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_0, \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} \right)_0$ sont déterminés au point du pôle.

On peut par suite omettre l'indice " 0 ".

Après projection sur les axes de la formule développée on a :

$$v_x = v_{0x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} x_1 + \frac{\partial v_x}{\partial y} y_1 + \frac{\partial v_x}{\partial z} z_1$$

En ajoutant et en soustrayant au second membre les termes .

$\left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} x_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} z_1^2 \right)$ on obtient :

$$v_x = v_{0x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} x_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) y_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \right) z_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \right) z_1^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) y_1^2$$

Par une permutation circulaire on obtient des formules analogues

pour v_y et v_z

En introduisant la notation.

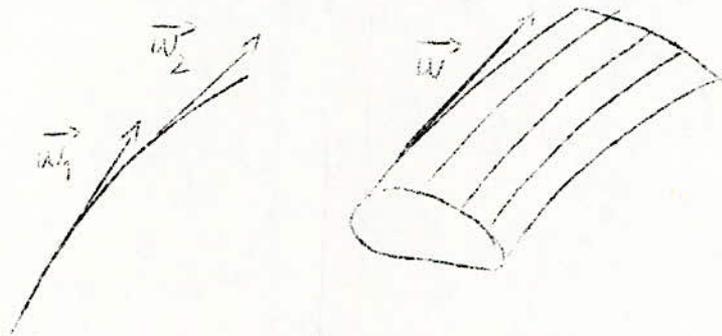
$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x} & \theta_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) & \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_y}{\partial y} & \theta_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) & \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial v_z}{\partial z} & \theta_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) & \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

On constate que : $\vec{\omega} = \frac{1}{r} \omega \vec{r}$

$\vec{\omega}$ est justement la vitesse angulaire de l'écoulement.

A chaque fois que $\vec{\omega}$ est non nulle, l'écoulement est dit tourbillonnaire.

Nous avons maintenant défini ce qu'est une ligne-tourbillon. On appelle ligne tourbillon une ligne en chaque point de laquelle à un instant donné le vecteur de vitesse angulaire se confond avec une tangente à cette ligne.



De manière analogue à celle du tube de courant on définit le tube tourbillon.

Le tube tourbillon est la partie de fluide limitée par des lignes tourbillons passant par un contour fermé.

Intensité du tube tourbillon

On imagine facilement que le tube tourbillon exerce une action sur le fluide environnant.

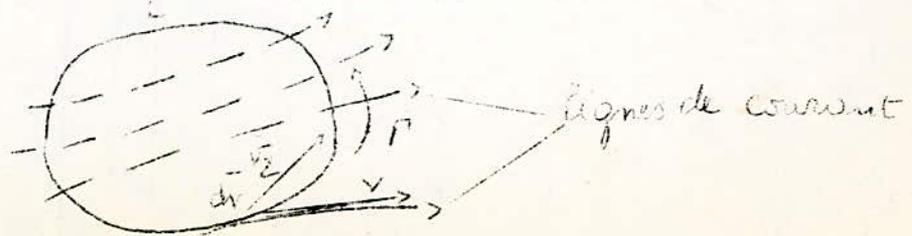
L'intensité du tube tourbillon est définie de la manière suivante :

$$I = \oint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, ds = \oint_S \omega \vec{r} \cdot \vec{n} \, ds$$

S : Section transversale du tube

\vec{n} : Normale à cette section

Il faut maintenant définir une notion très importante, la circulation de la vitesse \vec{v}





Γ est définie de la façon suivante :

$$\Gamma = \oint_L \vec{v} \cdot d\vec{r}$$

Le contour est évidemment arbitraire avec les notations de la figure on a :

$$\Gamma = \oint_L \vec{v} \cdot d\vec{r} = \oint v_z dl = \oint v \cos(\vec{v}, \vec{dr}) dl$$

$$\Gamma = \oint v_x dx + v_y dy + v_z dz$$

Grâce à la formule de Stokes on a :

$$\begin{aligned} I = \int_V \text{rot } \vec{v} \cdot \vec{n} \, ds &= \int_V \left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \cos(n, x) + \right. \\ &+ \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \cos(n, y) + \\ &+ \left. \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \cos(n, z) \right] \, ds \end{aligned}$$

$$I = \oint_L (v_x dx + v_y dy + v_z dz)$$

Par suite $I = \Gamma$

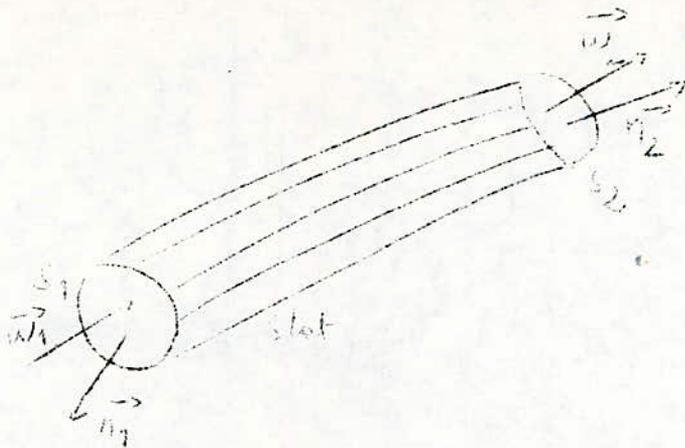
Etude des tourbillons

Cette présentation sommaire sur l'écoulement des fluides va nous permettre de présenter les théorèmes de Helmholtz. Ce sont ces théorèmes de Helmholtz qui vont nous aider à déterminer le genre de tourbillon qui peut se former dans l'éther

1° théorème:

Il est purement cinématique et s'énonce ainsi :

"L'intensité du tube tourbillon est constante le long du tube tourbillon."



on a $2 \vec{w} = \text{rot } \vec{F}$

donc $\text{div } 2 \vec{w} = \text{div } \text{rot } \vec{F} = 0$

puisque $\text{div}(\text{rot})$ est identiquement nulle.

Donc :

$$\text{div } \vec{w} = 0$$

Cette dernière égalité représente la condition de solénoïdalité du vecteur vitesse angulaire \vec{w} . Elle représente également la condition de sa continuité.

Examinons le tube tourbillon de la figure ci-dessus.

S_1 et S_2 sont deux sections conques du tube tourbillon de normales extérieures \vec{n}_1 et \vec{n}_2 respectivement.

La définition de l'intensité nous permet d'écrire :

$$I = 2 \oint_{S_1 + S_2 + S_{\text{lat}}} \vec{w} \cdot \vec{n} \, ds$$

Le théorème de Gauss -ostrogradsky nous permet d'écrire :

$$\oint_S \vec{w} \cdot \vec{n} \, ds = \int_V \left[w_x \text{rot}(n_x) + w_y \text{rot}(n_y) + w_z \text{rot}(n_z) \right] dV$$

S: une surface fermée

$$= \int_V \left[\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right] dV$$

V: volume limité par cette surface

Donc $I = 0$

Mais sur la surface latérale on a

$$w_n = 0$$

Par suite :

$$I = \int_{S_1} \vec{\omega}_1 \cdot \vec{n}_1 ds + \int_{S_2} \vec{\omega}_2 \cdot \vec{n}_2 ds = 0$$

$\vec{\omega}_1$ et \vec{n}_1 forment un angle obtus, (V ; figure) donc

$$\int_{S_1} \vec{\omega}_1 \cdot \vec{n}_1 ds = -I_1$$

$$\text{et } \int_{S_2} \vec{\omega}_2 \cdot \vec{n}_2 ds = I_2$$

$$\Rightarrow -I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$$

Ceci est la démonstration du premier théorème de Helmotz

Il en découle un corollaire très important . Suivant ce théorème , pour n'importe quelle section du tourbillon, la condition suivante est remplie: $\int \omega_1 S_1 = \int \omega_2 S_2 = \text{cte}$

ω_1 et ω_2 étant les vitesses angulaires dans les sections S1 et S2. Si le tube tourbillon se terminait dans un fluide, alors $S_2 \rightarrow 0$ donc $\omega_2 \rightarrow \infty$, ce qui est physiquement impossible.

Finalement nous pouvons dire que les tourbillons se propagent soit à l'infini , soit se ferment sur une paroi solide ou sur une surface libre . Mais ils peuvent également se fermer sur eux-mêmes et constituer dans ce cas des formations tourbillonnaires fermées appelées ANNEAUX TOURBILLON .

L . Romani dit que l'ether, il ne peut s'agir que d'anneaux tourbillons puisqu'il n'y a pas de paroi solide pour les limiter en s'appuyant sur le premier théorème cinématique de Helmolz. Mais comme on vient de le voir ce théorème ne lui permet pas d'être aussi catégorique. Il n'y a pas de paroi solide dans l'ether pour les limiter d'accord, mais ils peuvent très bien se propager à l'infini au lieu d'être toujours fermés sur eux-mêmes .

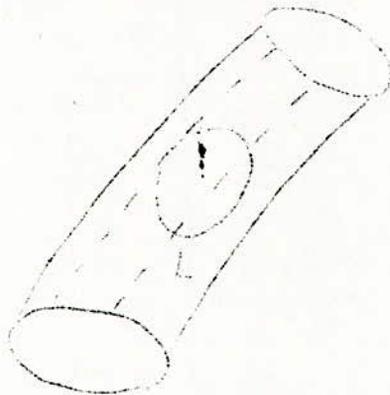
Une fois encore nous constatons un manque de rigueur dans les démonstrations . Cependant nous sommes obligés de continuer à admettre pour la suite de l'exposé qu'il s'agit de formations tourbillonnaires fermées .

2° THEOREME:

C'est le premier théorème dynamique de Helmolz. Son énoncé est le suivant :

"Dans un fluide parfait soumis à l'action des forces massiques potentielles, les tubes tourbillons sont constitués toujours des mêmes particules fluides".

Essayons d'en donner une démonstration sommaire. Examinons le tube tourbillon de la figure ci-après et traçons sur sa surface une courbe fermée L.



Il s'agit de démontrer que les lignes tourbillons ne traversent pas la courbe fermée L. C'est à dire démontrer en d'autres termes que le tourbillon ne se "disperse" pas dans l'espace. Pour cela il faut faire appel au théorème de Thomson qui dit que la circulation de la vitesse le long d'un contour fluide fermé quelconque est constante dans le temps.

$$\text{Cela donne } \Gamma(t) = \Gamma(t_0)$$

Donc $\frac{d\Gamma}{dt}$ le long de la courbe fermée L est nulle à un instant quelconque alors les lignes tourbillons ne passent pas par le plan de la courbe se traversant sur la surface latérale du tube, d'après le théorème de Stokes.

Le second théorème est donc démontré.

L'atmosphère qui accompagne le noyau du tourbillon transporte également du fluide. Mais l'atmosphère n'est constituée des mêmes particules qu'à la condition que la vitesse de propagation reste constante. En effet si l'anneau tourbillon ralentit l'atmosphère absorbe du fluide extérieur et enfle. Si au contraire l'anneau tourbillon accélère l'atmosphère retrécit en abandonnant du fluide.

La limite du noyau est une surface de discontinuité appelé nappe de Prandtl.

L'atmosphère peut présenter à priori deux connexions différentes qui dépendent des valeurs relatives de la vitesse de propagation et de la vitesse induite.

- CONNEXION SPHERIQUE :

Elle est obtenue quand la vitesse induite est supérieure à la vitesse de propagation. La limite est alors voisine d'une ellipsoïde de révolution dont le petit axe est confondu avec l'axe principal du noyau. ($v_{\text{ind}} > v_{\text{prop}}$).

- CONNEXION TOROIDALE :

Obtenue si la vitesse induite est inférieure à la vitesse de propagation. Auquel cas la limite est une surface toroidale enveloppe celle du noyau. ($v_0 < u$).

On appelle corps du tourbillon l'ensemble du noyau et de l'atmosphère. Le reste sera le champ extérieur.

Les champs accompagnent le tourbillon sans entrainer le fluide. Pour un observateur lié au tourbillon le fluide universel s'écoule autour du corps comme autour d'un obstacle. Pour lui et pour lui seul, l'écoulement est stationnaire.

Si pour l'observateur lié, le noyau du tourbillon est un tore à méridienne circulaire, alors le tourbillon est dit parfait.

Etude cinématique du tourbillon parfait relativiste.

On étudie d'abord le mouvement aux deux équateurs, intérieur et extérieur (notations indicés respectivement avec i et e).

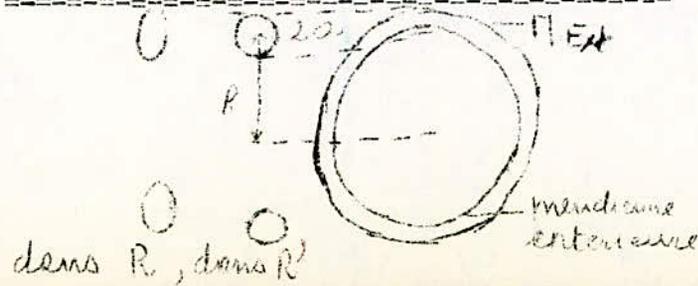
On se place tantôt côté champ (notation miniscule) tantôt côté noyau (notation en majuscule) sur la nappe de Prandtl.

Cette étude se portera sur les vitesses.

On peut avoir la configuration suivante, suivant la fonction de l'observateur.

Les vitesses à déterminer sont groupées dans le tableau suivant :

EQUATEUR INTERIEUR :		EQUATEUR EXTERIEUR.	
PARALLELE :	MERIDIENNE :	PARALLELE :	MERIDIENNE.
<u>AXES MOBILES</u>			
Champ v_i^c :	u_i^c	v_e^c :	u_e^c
Noyau v_i^N :	u_i^N	v_e^N :	u_e^N
<u>AXES FIXES.</u>			
Champ v_i^c :	u_i^c	v_e^c :	u_e^c
Noyau v_i^N :	u_i^N	v_e^N :	u_e^N



Les plans parallèles et méridiens sont orthogonaux.

La détermination des 16 grandeurs figurant dans le tableau va nous permettre de déterminer le comportement du tourbillon.

Auparavant récapitulons ce que nous savons de l'organisation des tourbillons.

- 1- Le noyau est séparé du champ par une nappe de Prandtl.
- 2- Le tourbillon avance dans les axes fixes à la vitesse U dirigée dans le même sens que U_0 , par suite de son auto-induction.
- 3- Dans les axes fixes, sa méridienne est une ellipse d'excentricité e , dans les axes mobiles c'est une circonférence.
- 4- L'ellipse est parcourue selon la loi des aires, le pôle étant le foyer le plus proche de l'axe principal.

Dans les axes mobiles la nappe est considérée comme formée d'un réseau "isotherme" de tourbillons élémentaires,

- Les tourbillons M contenues dans le plan méridien
- Les tourbillons P contenus dans le plan parallèle

Dans les noyaux l'induction des tourbillons P est nulle, elle résulte seulement des tourbillons M. Il s'ensuit que :

$$U'_1 = U'_2 = 0$$

La vitesse induite par le tourbillon M n'est pas la même des deux cotés de la nappe. L'angle solide du côté du champ vaut 2 alors que du côté noyau il vaut 4. Les vitesses induites étant de directions opposées on a

$$V'_1 = -2v_1$$

$$V'_2 = -2v_2$$

Etant donné que les trajectoires sont des cercles centrés sur l'axe principal, l'irrotationalité du mouvement impose que la circulation soit la même. Donc :

$$\oint_{C_1} v'_1 dl = \oint_{C_2} v'_2 dl$$

C_1 est sur l'équateur intérieur

C_2 est sur l'équateur extérieur

On a alors

$$\oint_{C_1} v'_1 dl = v'_1 2\pi(R-a) \quad \Rightarrow \quad v'_1 2\pi(R-a) =$$

Donc

$$\oint_{C_2} v'_2 dl = v'_2 2\pi(R+a) \quad v'_2 2\pi(R+a)$$

$$\Rightarrow v'_1 (1-\xi) = v'_2 (1+\xi) \quad \text{avec } \xi = \frac{a}{R}$$

on peut trouver une formule pour V' en fonction de v'_1 et v'_2

En effet :

$$\text{On a } v'_i(1-\varepsilon) - v'_e(1+\varepsilon) = 0$$

$$(\frac{v'_i}{c} + \frac{v'_e}{c})\varepsilon + (\frac{v'_i}{c} - \frac{v'_e}{c}) = 0$$

En multipliant par ε , puis en ajoutant et soustrayant la quantité $(v'_i + v'_e)$ on obtient :

$$(v'_i + v'_e)\varepsilon^2 + \varepsilon(v'_i - v'_e) + (v'_i + v'_e) - (v'_i + v'_e) = 0$$

$$\Rightarrow (1-\varepsilon^2)(v'_i + v'_e) = (1-\varepsilon)v'_i + v'_e(1+\varepsilon)$$

mais $(1-\varepsilon)v'_i = (1+\varepsilon)v'_e = v'$

donc $(1-\varepsilon^2)(v'_i + v'_e) = 2v'$

Finalemment $v' = \frac{(1-\varepsilon^2)(v'_i + v'_e)}{2}$

D'où on tire les relations de départ

$$v'_i(1-\varepsilon) = v'$$

$$v'_e(1+\varepsilon) = v'$$

En passant des axes mobiles aux fixes, la méridienne circulaire subit la contraction de Lorentz d'affinité $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Cette affinité transforme la méridienne circulaire en méridienne elliptique d'excentricité e .

Il est facile de voir que $e = \frac{u}{c}$.

En effet pour l'observateur mobile l'équation du cercle est

$$x'^2 + y'^2 = R'^2$$

$$\text{Mais } x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$\Rightarrow \frac{(x-ut)^2}{R'^2(1-\frac{u^2}{c^2})} + \frac{y^2}{R'^2} = 1$$

en posant $X = x - ut$ on a :

$$\frac{X^2}{R'^2(1-\frac{u^2}{c^2})} + \frac{y^2}{R'^2} = 1$$

Par définition de l'excentricité on a :

$$\frac{r}{R} = \sqrt{1 - e^2}$$

$$r = R' (1 - u^2/c^2)^{1/2} \text{ (Petit axe)}$$

$$R = R' \text{ Grand axe.}$$

On a bien $e = \frac{u}{c}$

Le calcul des grandeurs cinématiques sera repris dans sa totalité parce qu'il y a un résultat sur lequel nous ne sommes pas d'accord.

La contraction de Lorentz des longueurs a entraîné nécessairement pour L. Romani une dilatation des durées. Une fois encore implicitement il accepte le couplage de l'espace et du temps et le renie explicitement.

Ainsi pour l'observateur fixe qui calcule dans les axes mobiles le temps nécessaire à parcourir la méridienne circulaire est dilaté par $(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ comparativement au temps propre de son référentiel fixe.

L'aire de la méridienne dans K' est plus grand que dans K. La vitesse aréolaire est par suite invariable tant que l'on ne change pas d'observateur, puisque le pôle ne se décale pas lors du changement de référentiel pour l'observateur fixe. Cependant la constante des aires n'est pas invariable pour l'observateur mobile, car l'aire diminue et le temps augmente lorsqu'il calcule dans les axes fixes.

Finalement

$$(6) \quad U'_i(1 - e) = -u'_e(1+e)$$

et aussi

$$(+) U_i(1 - e) = -U_e(1 + e)$$

$$D'où (8) \quad \frac{U_i}{U'_i} = \frac{u_e}{U'_e}$$

D'autre part la continuité de pression de part et d'autre de la nappe impose que l'on ait :

$$(9a) \quad U'_i i^2 + v'_i i^2 = v'_i i^2$$

$$(9b) \quad U'_e e^2 + v'_e e^2 = v'_e e^2$$

En tenant compte de (I), ces relations deviennent :

$$(10 a) \quad U'_i i^2 = 3 v'_i i^2$$

$$(10 b) \quad U'_e e^2 = 3 v'_e e^2$$

En convenant que u_1 et u_2 sont positifs, alors u_e est négatif.

Par suite :

$$(11 a) \quad u_1' = \sqrt{3} u_2'$$

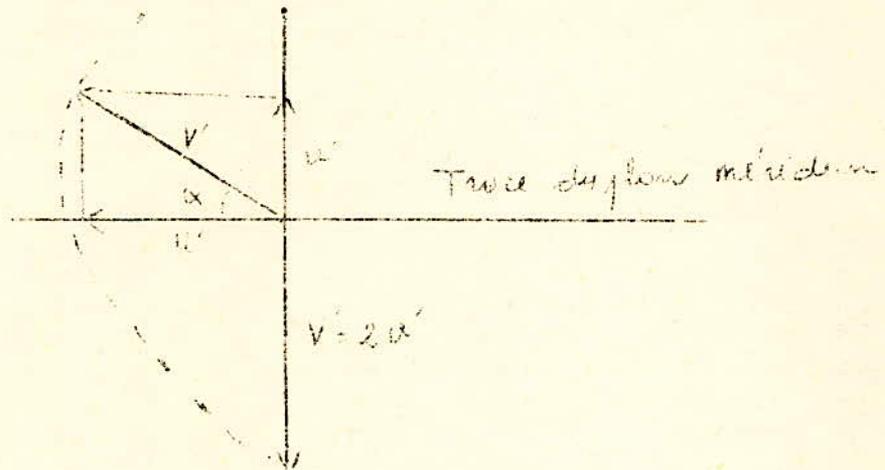
$$(11 b) \quad u_e' = -\sqrt{3} u_2'$$

Cette proportionnalité des modules des vitesses parallèles et méridiennes entraîne deux conséquences importantes.

Premièrement, les trajectoires sont des loxodromies de la surface de la nappe, à sa face côté champ.

En effet :

$$\tan \alpha' = \frac{|u_e'|}{|u_1'|} = \frac{|u_e'|}{|u_2'| \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$



On voit aisément que cette propriété s'étend à la totalité du champ.

Deuxièmement, la proportionnalité des modules du u_1' et des u_e' entraîne d'après (6) que :

$$V(1-e) = u_e'(1+e)$$

d'après (2) on voit que :

$$(13) \quad \mathcal{E} = e = \frac{u}{c}$$

résultat qui relie la géométrie du tourbillon à sa vitesse.

La formule relativiste de transformation des vitesses longitudinales donne :

$$(14 a) \quad u_1' = \frac{u_1 + e c}{1 + e \frac{u_1}{c}}$$

$$(14 b) \quad u_e' = \frac{u_e + e c}{1 + e \frac{u_e}{c}}$$

En combinant (14) et (8) il vient :

$$D'où : \quad (15') \quad \frac{1 + \frac{c^2}{u^2}}{1 + e \frac{u_1}{c}} = \frac{1 + \frac{c^2}{u^2}}{1 + e \frac{u_2}{c}}$$

$$u_1 u_2 + e c (u_1 + u_2) + c^2 = 0$$

La combinaison de (11), (4), (13) et (15') donne :

$$(16) \quad 3V' - 2\sqrt{3} e^2 u' - c^2 (1 - e^2) = 0$$

dont la solution est :

$$(16') \quad V' = \frac{c}{\sqrt{3}} (e^2 \pm \sqrt{1 - 2e^2 + e^4})$$

posons
$$d = \sqrt{1 - e^2 + e^4}$$

on voit que $d > e^2$ puisque $0 < e < 1$

comme u' est positif, la seule solution est par suite :

$$(17) \quad V' = \frac{c}{\sqrt{3}} (e^2 + d)$$

D'après (13) et (4) :

$$(18 a) \quad u_1' = \frac{c}{\sqrt{3}} \frac{e^2 + d}{1 - e}$$

$$(18 b) \quad u_2' = \frac{c}{\sqrt{3}} \frac{e^2 + d}{1 + e}$$

et d'après (11) :

$$(19 a) \quad u_1'' = c \frac{e^2 + d}{1 - e}$$

$$(19 b) \quad u_2'' = -c \frac{e^2 + d}{1 + e}$$

La formule relativiste de transformation des vitesses transversales donne :

$$(20 a) \quad v_1 = \frac{u_1' \sqrt{1 - e^2}}{1 + e \frac{u_1'}{c}}$$

$$(20 b) \quad v_2 = \frac{u_2' \sqrt{1 - e^2}}{1 + e \frac{u_2'}{c}}$$

D'après (20 a) et (20 b) v_x et v_y seraient les composantes transverses de vecteur de même nature (de parallèle).

Le référentiel propre ayant la vitesse .

La formule relativiste de transformation de vitesse puisqu'elles sont deux composante de deux vitesses distinctes et différentes.

La formule de transformation de v_x , au lieu de (20b) doit être : (20b')

$$v_x = \frac{v_x \sqrt{1-e^2}}{1 + e \frac{v_x}{c}}$$

puisque v_x est justement la composante longitudinale de v_c (voir (9b)).

on aura, avec (18) et (19)

$$(21a) \quad v_x' = \frac{c \frac{(c^2+d)(1+e)}{\sqrt{3}} \sqrt{1-e}}{1 - e + e^3 + ed} \sqrt{1+e}$$

Pour v_y on aura

$$v_y = \frac{\frac{c}{\sqrt{3}} \frac{c^2+d}{1+e} \sqrt{1-e}}{1 + \frac{e}{c} \left(- \frac{e(c^2+d)}{1+e} \right)}$$

(21b')

$$v_y = \frac{c \frac{(c^2+d)(1+e)}{\sqrt{3}} \sqrt{1-e}}{(1+e) - e^3 - ed} \sqrt{1+e}$$

au lieu de

$$(21b) \quad v_y = \frac{c \frac{(c^2+d)(1+e)}{\sqrt{3}} \sqrt{1-e}}{1 - e + e^3 + ed} \sqrt{1+e}$$

Nous verrons en examinant les cas limites que (21b') conduit à une aberration. Pourtant, logiquement c'est le résultat qu'on doit trouver.

En portant (19) dans (14) on obtient :

$$(22a) \quad v_x = \frac{c+d}{1 - e + e^3 + ed} c$$

$$(22b) \quad v_y = \frac{c-d}{1 + e - e^3 - ed} c$$

On constate que la formule utilisée pour la transformation des vitesses longitudinales est juste :

Ainsi la cinématique de l'anneau tourbillon est entièrement déterminée. Toutes les autres grandeurs découlent aisément de celles qu'on vient de calculer.

Reste maintenant à connaître l'échelle du tourbillon, qui est finalement un système physique à deux paramètres (e et R , ou énergie et impulsion ...).

() Examinons les cas limites :

A) e tend vers 1 $\Rightarrow R \rightarrow \infty$

Les vitesses calculées ont pour valeur à la limite :

$$\begin{array}{ll} v_1' = \infty & v_2' = -c \\ v_3' = \infty & v_4' = \frac{c}{\sqrt{3}} \\ v_5' = c & v_6' = c \\ v_7' = 0 & v_8' = 0 \end{array}$$

La limite de h_2 pour e tendant vers 1 a été calculé selon (21b) mais pour nous ce résultat est incorrect.

Faisant donc le calcul d'après (21b')

$$\lim_{e \rightarrow 1} = \frac{c \cdot (e^2 + d) / \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 + e^4} / \sqrt{1 - e^2}} = \frac{c}{0}$$

Cette indétermination peut être levée en appliquant la règle de l'Hospital

Posons $L = (e^2 + d) / \sqrt{1 - e^2}$

$h = 1 + e - e^3 - ed$

donc $\frac{dh}{de} = \frac{(2ed + 1 - e + 2e^3)}{\sqrt{1 - e^2 + e^4}} \cdot \frac{e(e^2 + d)}{\sqrt{1 - e^2}}$

$\frac{dL}{de} = 1 - 3e^2 - \frac{e(e^2 + d)}{\sqrt{1 - e^2 + e^4}}$

$\lim_{e \rightarrow 1} \frac{dL}{de} = -\infty$

$\lim_{e \rightarrow 1} \frac{dh}{de} = \infty$

$\Rightarrow \lim_{e \rightarrow 1} \frac{dh/de}{dL/de} = \infty$

Donc d'après la règle de l'Hospital on a :

$\lim_{e \rightarrow 1} h_2 = +\infty$

-85

DISCUSSION SUR LES RESULTATS OBTENUS :

e tend vers 1 correspond à a tend vers R, l'équateur interieur tend à se réduire à un point central, en même temps le pôle converge vers ce même point ce qui fait tendre U et V vers l'infini ; étant donné que tout ceci se passe dans le système propre où il n'y a pas de vitesse limite a priori. On ce qui concerne ce résultat nous sommes tout à fait d'accord avec L. Romani. Mais par contre dans les axes fixes la limite de la résultante n'est plus C mais l'infini.

A l'équateur intérieur nous avons :

$$V_i = \sqrt{U_i^2 + V_i^2} = C$$

mais à l'équateur extérieur :

$$V_e = \sqrt{U_e^2 + V_e^2} = \infty$$

Ce résultat est tout à fait contradictoire avec la théorie de l'ether constitutif, puisqu'alors la pression deviendrait infinie.

B) $e \rightarrow 0$ $U \rightarrow 0$

on trouve

$$U_i = U_e = C$$

$$U_i = U_e = -C$$

$$V_i = V_e = \frac{C}{\sqrt{3}}$$

$$V_i = V_e = \frac{C}{\sqrt{3}}$$

Cette fois la résultante, dans les deux référentiels, qui sont confondus atteind $\frac{2C}{\sqrt{3}} > C$; la vitesse limite est donc atteinte dans les axes fixes par une valeur finie de e.

De ce cas limite pour L. Roumani, il en découle que le tourbillon ne peut pas s'immobiliser, il a une vitesse minimale

$\vec{e}_{\min} C$ par rapport au fluide.

Il calcule la valeur de (e_{\min}) à partir de

$$V_i = 2V_e = C = \frac{2C}{\sqrt{3}} \frac{(e^2+d)\sqrt{1+e^2}}{1-e+e^3+ed}$$

$$\Rightarrow \frac{(e^2+d)\sqrt{1+e^2}}{1-e+e^3+ed} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

Il suffit de résoudre cette équation, par approximations successives dans l'intervalle $[0, 1]$ pour trouver :

$$e_{\text{lim}} = 0,600588$$

Toutefois on peut formuler la réserve suivante, e peut descendre en dessous de cette valeur (e_{lim}), elle tendra vers zéro si le tourbillon était fermé par une cause extérieure.

Il assure que l'atmosphère est globuleuse et non pas torique en considérant le cas limite ($e = 1$)

$$V_{g0} = u = c \quad u = c \quad \text{donc } V_{g0} = u$$

Examinons le cas où $e = e_{\text{lim}}$

La vitesse méridienne est pour l'observateur égale à e. D'autre part la circulation méridienne Γ et

$$\Gamma = 2\pi a e$$

Pour un tourbillon infiniment délié (c'est à dire que a est très petit devant R) on a :

$$V_{g0} = \frac{\Gamma}{2R} \quad (\text{facilement démontrable à partir de l'équation de Poisson}).$$

Par suite

$$V_{g0} = \frac{\Gamma}{2R} = \frac{\pi a e}{R} = \pi e c = \pi u > u$$

La limite $e = 1$ étant physiquement inaccessible on a toujours $\frac{V_{g0}}{u}$ qui varie de $\pi a \frac{1}{R}$ c'est à dire que

$$V_{g0} > u$$

DYNAMIQUE DU TOURBILLON PARFAIT RELATIVISTE :

Il a été vu précédemment que le tourbillon est un phénomène physique à deux paramètres. Ces deux paramètres peuvent être choisis plus ou moins arbitrairement, par exemple, pour la cinématique $e = \xi = \frac{u}{c}$ et R. Pour la dynamique on peut prendre la masse et le moment cinétique, tous deux conservatifs. Cependant, vues du fluide ces grandeurs doivent être identiquement nulles puisque le tourbillon s'est formé sans apport d'énergie extérieure.

Si le problème est simple pour l'énergie il n'en est pas de même pour le moment cinétique. En effet pour l'énergie c'est évident, le défaut de l'énergie potentielle élastique compense exactement l'énergie cinétique du fluide auquel correspond la masse tourbillonnaire.

Pour le moment cinétique L. Romani va décomposé le problème en deux parties. Dans une première étape il considère la composante axiale provenant des vitesses parallèles. Les forces qui ont mis le fluide en mouvement à la formation des tourbillons M étaient égales de part et d'autre de la nappe. Il en résulte l'égalité des impulsions du champ et du noyau puisqu'elles ont agi pendant des temps égaux. Par suite les valeurs algébriques des moments cinétiques du champ et du noyau sont égales et opposées. Leur somme est nulle.

Dans une seconde étape, par un raisonnement analogue il démontre que le moment correspondant aux vitesses méridiennes est nul. Pour obtenir une somme finie il faut multiplier vectoriellement chaque vecteur élémentaire par le rayon vecteur $\vec{r} = ae$, joignant le pôle à l'axe principal. Le résultat est un vecteur polaire porté par le vecteur axial. Son produit dimensionnel est

$$\vec{AL} \cdot \vec{AL} = L^2 \vec{T}$$

c'est un moment du deuxième ordre. Pour une nappe tourbillonnaire transitoirement plane, l'énergie du champ est partagée par moitié entre ces deux faces par raison de symétrie. Quand la nappe s'enroule aucune énergie ne peut la traverser. Ainsi la moitié de l'énergie du champ sera incluse à l'intérieur, dans le noyau du tourbillon, donc :

"La masse du noyau d'un tourbillon (parfait ou même déformé) est égale à la moitié de la masse totale."

D'autre part on sait que pour $e = e_{\min}$ la vitesse de l'équateur intérieur est égale à c , le moment angulaire est donc cRi pour le noyau. La conservation de la circulation nucléaire $\Gamma = 2\pi cRi$ entraîne que toute la masse du noyau $\frac{m_0}{2}$ doit être multiplier par cRi pour obtenir le spin vectoriel S^z , lequel vaut, comme on sait $\frac{1}{2} \frac{h}{2}$

Donc $cRi \frac{m_0}{2} = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$

où $R = 2\pi cRi m_0^{-1} \quad (1)$

D'autre part $E = m_0 c^2 = \frac{h}{2\pi} \omega = R \vec{J} = 2\pi \omega c m_0 R i$

$\bar{\nu}$ est la fréquence moyenne efficace de la rotation dans le noyau

$$\Rightarrow \bar{\nu} = \frac{c}{2\pi R^2}$$

Cette valeur de $\bar{\nu}$ correspond à l'équateur intérieur parce que la densité de l'énergie tend à l'infini sur cette ligne.

La vitesse de l'électron étant la vitesse de groupe on a pour la vitesse de phase :

$$v_g = \frac{c^2}{v}$$

La longueur d'onde associée s'écrit

$$\lambda_c = \frac{v_g}{\bar{\nu}} = \frac{2\pi R^2}{v}$$

d'où, en combinant avec (1)

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$$

qui est l'équation de de Broglie

-----ooo0ooo-----

IDENTIFICATION DU TOURBILLON PARFAIT

A. L'ELECTRON ISOLE.

- Le minimum d'énergie cinétique du tourbillon constitue la masse au repos de l'électron.
- La torsion "à droite" ou "à gauche" des trajectoires hélicoidales du champ correspond à la charge -1 ou +1 de l'électron ou du positron.
- Le spin de l'électron $(\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi})$ est constitué par le moment cinétique scalaire commun au champ et au noyau.
- Le moment magnétique est un moment du deuxième ordre.
- D'autre part les trajectoires d'ether doivent être bouclées dans l'atmosphère, après P tours méridiens et Q tours parallèles avec, P entier ≥ 1 , Q entier ≥ 1 .

On a la relation asymptotique suivante :

$$\frac{Q}{P} = \frac{a}{R} \cos 30^\circ = \frac{a}{R} \cos 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{a}{R}$$

Donc $\frac{Q}{P}$ et $\frac{a}{R}$ sont liés.

Donc pour une valeur donnée $\frac{Q}{P}$, il existe une infinité de couple de valeurs de P et Q . Ces facteurs représentent les "états quantiques".

-----oooOooo-----

EXPERIENCES RELATIVISTES :

AVANT PROPOS .

A propos de la théorie de l'ether einstein dit
"Cette théorie fait naître la question suivante : Comment se comporte
l'ether vis à vis des corps pondérales sur le rapport mécanique ?

Prend-il part aux mouvements de ces derniers, ou bien
ces parties sont elles au repos les unes par rapport aux autres.

Beaucoup d'expériences ingénieuses furent faites ^{pour} trancher
cette question. Dans cette connexion entre aussi en ligne de compte comme
fait important. l'aberration . des étoiles fixes par suite du mouvement
annuel de la terre, ainsi que "l'effet Doppler" (influence du mouvement
relatif des étoiles fixes sur la fréquence de la lumière qui nous arrive
d'une émission de fréquence connue). Les résultats de toutes ces expériences
furent expliqués par H.A. Lorentz, en supposant que l'ether ne prend
point part aux mouvements des corps pondérales et que des parties
n'exécutent nullement des mouvements relatifs les uns par rapport aux
autres; à l'exception d'une seule, l'expérience de Michelson et Morly.

Pour nous convaincre de la validité de l'expérience de Michelson, faisons un rapide calcul d'ordre de grandeur.

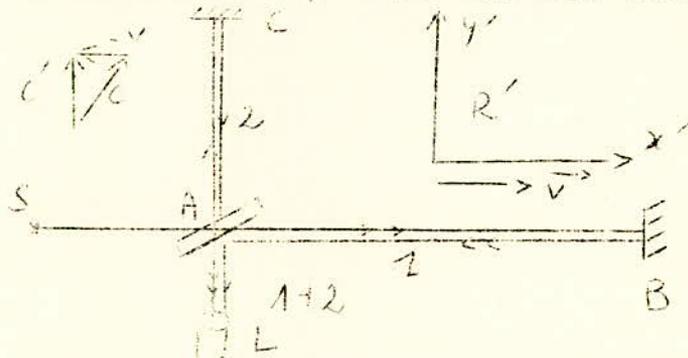
Dans l'interféromètre l'onde incidente est divisée en deux faisceaux (1) et (2). Les parcours séparés des faisceaux (1) et (2) ont des longueurs très voisines, pour ne pas dire égales, L . Nous savons, d'autre part, que les chemins optiques ne peuvent être très différents. Supposons que le temps $t = \frac{L}{c}$ soit amené à varier inégalement sur les parcours (1) et (2) de quantité du second ordre

(La vitesse de la terre dans son mouvement orbital étant prise égale à 30 km/s). Si $10^{-8} c = T$ une période lumineuse ou un multipliant par c , si L est assez grand pour que $10^{-8} L = CT = \lambda$, on s'attend à un déplacement de l'ordre de frange.

En se fixant la limite, encore facile à détecter, de 0,1 frange, avec $\lambda = 6000 \text{ \AA} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ il faut que $10^{-8} L = 0,1 \lambda$, donc $L = 6 \text{ m}$. On peut réaliser aisément des chemins optiques d'une dizaine de mètres et garder un montage de dimensions raisonnables (1 à 2 m) en "repliant" le parcours des rayons (1) et (2) par des réflexions successives sur des miroirs convenablement placés.

1°)- DESCRIPTION DU MONTAGE :

La figure ci-après représente schématiquement les deux bras de l'interféromètre de Michelson, ou dans le repère mobile R' ($o' x' y' z'$) du laboratoire. En A une lame semi-transparente



verticale et à 45° de $o'x'$, divise l'onde incidente issue de S. L'onde transmise (1) et l'onde réfléchie (2) sont renvoyées sur la lame A par deux miroirs placés en B et C à la même distance l et A. Le bras AB de l'appareil est parallèle à $o'x'$ et le miroir B est placé perpendiculairement à $o'x'$. Le bras AC est parallèle à $o'y'$ et le miroir C est placé perpendiculairement à $o'y'$.

Au retour en A, l'onde (2) est partiellement transmise et l'onde (1) est partiellement réfléchi (parcours respectifs SACAL et SABAL). On observe leur interférence sur la lunette L.

Nous considérons que la source S émet un signal lumineux très bref. Les rayons (1) et (2) issus du rayon incident SA, qui ont des parcours séparés ABA et ACA de longueur 2L, se retrouvent parallèles à o'y'. En calculant la différence de marche entre ces deux rayons, ou ses variations, nous avons l'ordre m au point correspondant du champ d'interférence, ou respectivement ses variations Δm (défilement de Δm frange). Comme les trajets SA et AL sont toujours communs il suffira de comparer les temps de parcours de la lumière sur ABA et ACA, soit τ_1 et τ_2 respectivement.

2°)- CALCULS DES TEMPS DE PARCOURS :

Plaçons nous dans le cadre de la théorie de l'éther. Par rapport au repère R de l'éther, le repère R' du laboratoire est animé d'un mouvement rectiligne de translation de vitesse parallèlement à o'x'. Les temps de parcours τ_1 et τ_2 ne diffèrent de $\frac{2L}{c}$ que par des termes du second ordre.

Au second ordre près, on écrit donc :

$$\tau_1 = \frac{2L}{c} (1 + \xi B^2) \quad \tau_2 = \frac{2L}{c} (1 + \eta B^2)$$

$$\text{ou } B^2 = \frac{v^2}{c^2}$$

ξ et η sont deux coefficients a priori différents que nous allons calculer.

Rappelons qu'un rayon de lumière qui a une direction de vecteur unitaire \vec{n} pour l'observateur o' a une direction différente pour un observateur lié à l'éther, c'est le phénomène de l'aberration. La vitesse de la lumière le long du rayon est c' pour le premier, c pour le second. L'application de la loi classique de composition des vitesses donne :

$$\vec{c}' \vec{n} + \vec{v} = \vec{c} \vec{n}$$

Pour le rayon (1) ou a $\vec{n} \parallel \vec{v}$: et $C = c - v$ de A à B, $C' = C' + v$ de B à A.

Donc :

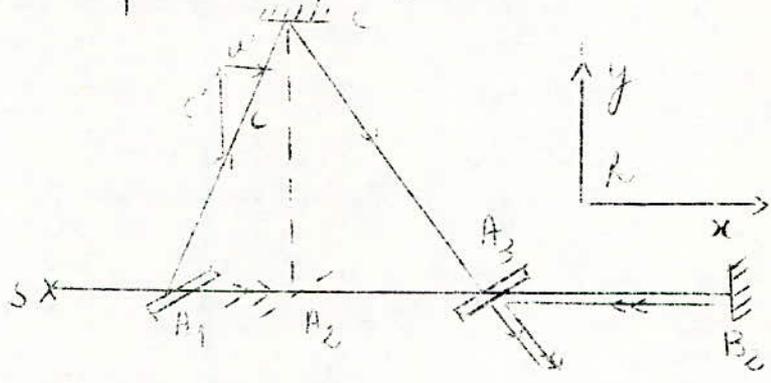
$$\tau_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Pour le rayon (2) on a $\vec{\eta}' \perp \vec{v}$ et $c'^2 = c^2 - v^2$
 d'où $c' = (c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}$

Par suite :

$$t_2 = \frac{2l}{(c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

On voit que $\xi = 1$ et $\eta = \frac{1}{2}$



La figure ci-dessus montre en exagérant le rapport v/c , le trajet des mêmes rayons (1) et (2) vu dans le repère R (o n y z). Les positions A₁, B₂ etc, indice 1,2,3, correspondent à des temps égaux ou peu différents de $t = 0$, $t_2 = \frac{1}{c}$, $t_3 = \frac{2l}{c}$. On voit que le rayon incident SA₁ se réfléchit sur la lame mobile A₁, qui le fait à la vitesse v , avec un angle $(\frac{\pi}{4} + \frac{v}{c})$ supérieur à l'angle d'incidence. Le rayon B₂ A₃ qui vient au devant de la lame est réfléchi à $(\frac{\pi}{4} - \frac{v}{c})$. La théorie de l'ether prévoit cet effet d'où on déduit que l'angle de reflexion est bien égal à $\frac{\pi}{4}$ (au 1er ordre) dans le repère R'. Cette circonstance justifie le calcul de t_2 .

Les temps t_1 et t_2 peuvent se calculer dans l'un ou l'autre repère. La vitesse de la lumière étant toujours c dans le repère R de l'ether, vérifions que les trajets A₁ B₂ A₃ et A₁ C₂ A₃ ont des longueurs cc_1 , et cc_2 conformément aux expressions (2) et (3).

Le signal lumineux de A pour atteindre B qui fuit devant lui à la vitesse v et l'atteint au même temps T₁

$$A_1 B_2 = cT_1 = l + vT_1$$

$$T_1 = \frac{l}{c - v}$$

A cet instant le signal est réfléchi par B et retourne vers A qui vient au devant de lui à la vitesse v : le temps T₂ que met le signal pour atteindre A₃ est tel que

$$B_2 A_3 = cT_2 = l - vT_2$$

$$T_2 = \frac{l}{c+v}$$

Le temps que met le signal pour parcourir le trajet $A_1 B_2 A_3$ est :

$$t = T_1 + T_2 = \frac{l}{c} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Le signal lumineux est réfléchi de A_1 vers C qui se déplace suivant ox à la vitesse v . Il atteint le miroir ou en temps T_3 tel que :

$$(A_1 C_2)^2 = (A_1 A_2)^2 + (A_2 C_2)^2$$

$$c^2 T_3^2 = v^2 T_3^2 + l^2 \Rightarrow T_3^2 = \frac{l^2}{c^2 - v^2}$$

$$\Rightarrow T_3 = \frac{l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Pour faire le trajet $A_1 C_2 A_3$ il nous faut $2 T_3$

$$t_2 = 2 T_3 = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

On constate que le calcul fait dans le repère (ether) concorde avec celui fait dans R' .

DEROULEMENT DE L'EXPERIENCE :

Supposons maintenant que la position de la figure 1 a été tournée de $\pi/2$ autour de la verticale $o'z'$. Le rôle des deux liras est permuté. On aura

$$t_1 = \frac{2l}{c} (1 + \gamma B^2) \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{2l}{c} (1 - \gamma B^2)$$

d'où les variations

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2l}{c} (\gamma - \gamma) B^2 = \frac{2l}{c} B^2 = -\Delta t_1$$

On prévoit donc un déplacement de frange :

$$\Delta m = \frac{\lambda(t_2 - t_1)}{T_0} = \frac{2l}{c T_0} B^2 \approx \frac{2l}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}$$

Où T_0 est la période propre de la source et $\lambda = c T_0$

L'égalité stricte $AB=AC=l$ n'intervient pas de façon essentielle. Avec $AB = l_1 \approx l$ et $AC = l_2 \approx l$ on aurait trouvé $l_1 + l_2$ au lieu de $2l$. Par contre il est important d'éviter toute variation parasite de l_1 ou l_2 (vitesse t ou, température) en particulier en tournant l'appareil.

L'interformètre de Michelson et Morly était monté sur un bloc de pierre qui flottait sur du mercure. L'appareil tourné de $\frac{\pi}{2}$ continuellement et on observait la position de la frange centrale. L'expérience était répétée à différents moments de la journée, et six mois plus tard au cas où par hasard $v = 0$ la première fois. Un jeu de miroir face à face donnait $l=11m$. Avec 5500 Å, et en ne considérant que le mouvement orbital de la terre ($\frac{v^2}{c^2} \approx 4 \cdot 10^{-8}$), le calcul donne $\Delta m \approx 0,4$ frange. Or on n'observe aucun déplacement et on peut affirmer que dans tous les cas $\Delta m \approx 0,2$ frange.

Le résultat négatif de l'expérience de Michelson qui est bien entendu conforme au principe de relativité (isotropie d'un référentiel galiléen) est en contradiction avec le calcul qui est une conséquence de la théorie de l'ether.

-----oooOooo-----

DUREE DE VIE DES MESONS
(Expérience de Frish et Smith)

Le muon (ou - Méson), particule 207 fois plus lourde que l'électron et portant une charge élémentaire (il y a des μ^+ et des μ^-) a une courte durée de vie, $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-8}$ s. C'est une sorte d'électron lourd instable dont la désintégration donne 1 électron et deux .

La durée de vie d'une particule instable, comme celle d'un atome radioactif, a un sens statique. Si on prend une particule à l'instant t, immobile dans le laboratoire, elle a une probabilité $\frac{dt}{\tau_0}$ de se désintégrer entre les instants t et t+ . Sur un grand nombre N de particules présentes à l'instant t u la se traduira par une disparition :

$$- dN = N \left(\frac{dt}{\tau_0} \right)$$

D'où une décroissance exponentielle de N en fonction du temps :

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad \text{si } N = N_0 \text{ à } t = 0$$

Ce nombre diminue de moitié au bout du temps $T = \tau_0 \log 2 \approx 0,7 \tau_0$

Donc un muon pris à un instant donné à une 1 change sur 2 de disparaître en $0,7 \times 2,2 = 1,545$; et ceci est vrai quelle que soit son histoire antérieure. Le mot durée de vie est peut être mal choisi quand on parle d'une particule. Si de N_0 muons il reste ($N_0/64$) après $4\tau_0$, Ces ($N_0/64$) ne sont pas plus vieux mais ont toujours une speranne de vie de $2,2 \tau_0$ (seul le paquet de N_0 a vieilli).

L'expérience qui va être décrite a permis à Frish et Smith d'étudier la durée de vie des muons du rayonnement cosmique.

Il s'agit de muons qui nous arrivent verticalement depuis la haute atmosphère, avec des vitesses voisines de C. Ils ont été formés dans des réactions nucléaires elles-mêmes provoquées par un rayonnement cosmique primaire.

Deux compteurs à scintillation A et B sont placés à deux altitudes Z_1 et Z_2 différant de 1900 m dans une région où on peut considérer que le flux de muons est constant. Le scintillateur est traversé sans difficulté par la plupart des muons. Certains (de l'ordre de 1%) freinés par le bloc de métal placé au dessus, sont stoppés au niveau du scintillateur. Le Passage ou l'arrivée d'un muon, qui dure un temps très court ($\leq 10^{-9}$ s), se traduit par un éclair lumineux, qui est finalement enregistré sous forme d'une impulsion sur un écran d'oscilloscope, via un photomultiplicateur.

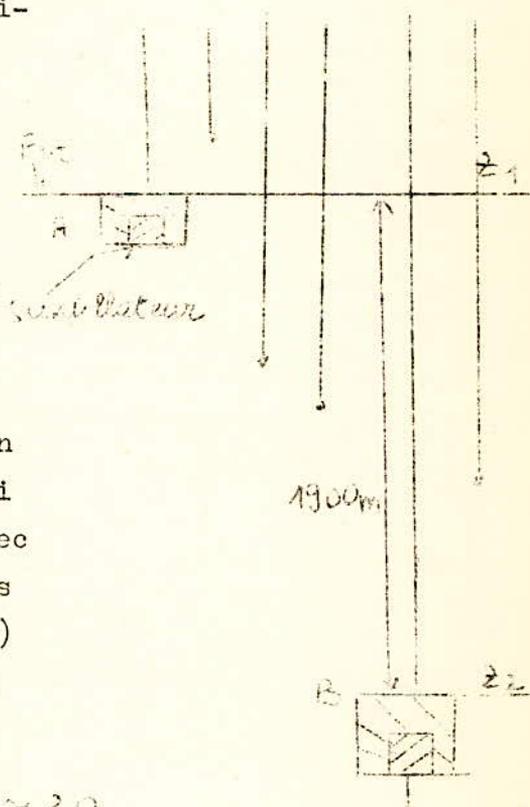
uer

Un muon arrêté dans le scintillateur à toutes les chances de se désintégrer dans les quelques microsecondes qui suivent son arrivée, l'électron qui en résulte donne une seconde impulsion de $\approx 10^{-10}$ s. En faisant la statistique de ce on peut vérifier la loi λ et apprécier $1/1.5$. La durée de vie est bien mesurée dans un référentiel où les muons sont au repos.

Avec une épaisseur de fer de 75 cm un comptage en A donnait 560 muons par heure, stoppé et désintégré (2 impulsions). Tous les muons reçus par le compteur A en une heure, ces 560 représentent les muons assez énergiques pour traverser les 75 cm de fer, mais pas assez pour dépasser le scintillateur.

On sélectionne donc les muons à l'altitude z_1 , dans une gamme étroite de vitesse qu'on estime être voisine de $0,995 c$.

Les 1900 m d'atmosphère entre A et B équivalents à 30 cm de fer (c'est une question de nombre d'électrons par cm^2) plus une épaisseur de 45 cm de fer au dessus de B sans stopper les mêmes muons. Autrement dit on doit compter en B, par heure (impulsion double), ce qui reste des 560 muons arrivés en Z_1 , avec une vitesse de l'ordre de $0,995 c$. Les muons descendent de A à B ($\Delta Z = 1900m$) en un temps $\frac{\Delta Z}{v} \approx \frac{\Delta Z}{c}$ on s'attend par un calcul classique à ce qu'il ne reste (par heure)



$$N_B = 560 \exp\left(-\frac{\Delta Z}{c\tau_0}\right) \approx 30$$

Or on trouve beaucoup plus, 410 par heure. La relativité rend compte de ce résultat par les faits de dilatation des durées. Ce calcul doit être fait dans le référentiel des muons. En portant dans l'exponentielle non pas $\frac{\Delta Z}{c}$ mais l'intervalle de temps propre correspondant, γ fois plus court. Avec $\gamma \approx 10$

Dans le référentiel des muons on voit arriver les compteurs A et B à la vitesse $V \approx c$, mais la distance AB paraît γ fois plus courte (contraction des longueurs).

Si une source émet des particules de durée de vie ,
ayant une V, le libre parcours moyen à partir de la source est $\gamma v \tau_0$

$$\lambda = \gamma v \tau_0, N = N_0 e^{-x/\lambda}$$

S'il n'y avait pas d'effet de dilatation λ serait
toujours limitée $c \tau_0$. Ainsi pour le meson π^\pm qui a une durée
de vie de $2,5 \times 10^{-8}$ s. Cette limite serait de 8 m environ, ce qui
est court étant donné la taille des accélérateurs où ces particules
sont produites. Un facteur $\gamma \geq 10$ permet en fait de manipuler à
une distance confortable.

-----oooOooo-----

EXPERIENCE DE TROUTON ET NOBLE.

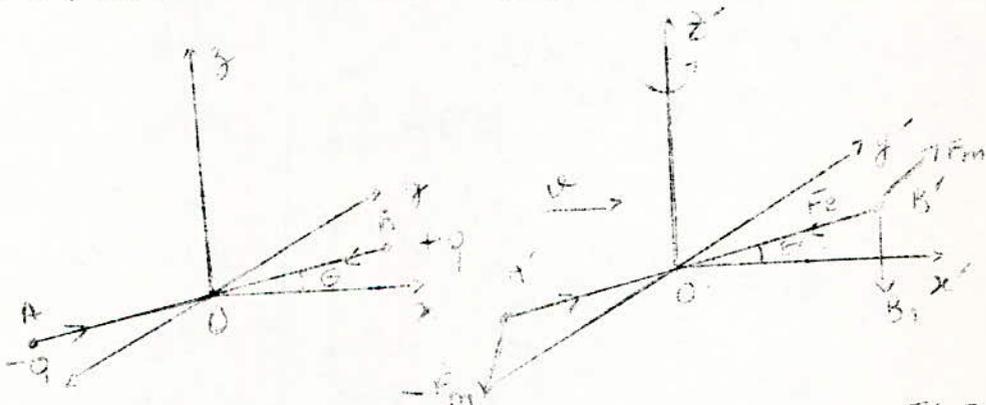
((Principes de relativité et interaction électromagnétique))

Nous allons maintenant essayer de savoir comment la théorie classique interprète une autre conséquence des équations de Maxwell et Lorentz, à savoir la forme prévue de l'interaction entre deux particules chargées?

Prenons comme d'habitude deux observateurs galiléens, le premier lié au repère R de l'ether, le second O' lié au laboratoire terrestre R' . Le référentiel R' est animé du mouvement de translation rectiligne et uniforme \vec{v} parallèlement à $O'x'$ ^{on a} $v(v \ll c, 90)$ par rapport à O .

Considérons le système suivant : deux charges $(-q)$ et $(+q)$ en A et B rigidement liés ($AB = l$) et immobile dans le repère dans le repère R . Les composantes de $\vec{OA} = \vec{OB}$ sont telles que $(\frac{1}{2} l \cos \theta, \frac{1}{2} l \sin \theta, 0)$. (Voir figure).

Notons $[a]$ le système immobile, et appelons $[b]$ le dipôle $A'B'$, réplique exacte du dipôle $[a]$ dans R' .



L'observateur fixe O calcule les forces dans le système $[b]$ aussi bien que dans $[a]$. L'interaction entre les deux charges immobiles A et B est simplement l'interaction électrostatique. Ainsi la force qui s'exerce sur B est :

$$\vec{F}(B) = +q \vec{E}_0 = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{v}}{l^2} \quad \text{ou} \quad (\vec{v} = \frac{\vec{AB}}{l})$$

Rrelativement à l'observateur O , A' et B' sont deux charges $(-q)$ et $(+q)$ en mouvement de translation uniforme. La charge A' $(-q)$ crée en B' des champs \vec{E}_1 et \vec{B}_1 . E_1 est porté par $A'B'$ et B_1 est parallèle à oz . Nous savons que si $v \ll c$, \vec{E}_1 et \vec{B}_1 ne diffèrent respectivement du champ de Coulomb \vec{E}_0 et du champ de Biot et Savart que par des infiniment petits du second ordre.

On peut donc écrire :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \left[1 + \alpha \frac{v^2}{c^2} + \dots \right] \text{ avec } \vec{E}_0 = E_0 \vec{u} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_0 \left[1 + \alpha \frac{v^2}{c^2} + \dots \right] = \frac{v \wedge \vec{E}_1}{c^2} \text{ avec}$$

$$B_{0z} = E_0 v \sin\theta / c^2 = \frac{q v \sin\theta}{4\pi r^2 c^2}$$

où $\alpha(o)$ est un coefficient numérique fonction de l'angle

La force $\vec{F}(B')$ qui s'exerce en B' est donnée par la formule de Lorentz. Nous ne retiendrons dans $\vec{F}(B')$ que les termes du second ordre, par rapport au terme principal $q \vec{E}_0 = \vec{F}(B)$.

$$\vec{F}(B) = q \vec{E}_1 + q \vec{v} \wedge \vec{B}_1 = \vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{F}(B) + \text{termes du 2}^{\text{e}} \text{ ordre}$$

$$F_e \approx q E_0 \left(1 + \alpha \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$F_m \approx q v \wedge B_0 \Rightarrow F_{my} = -q v B_{0z} = -q E_0 \frac{v^2}{c^2} \sin\theta$$

Sur $A'B'$ s'exercent des forces données par des vecteurs opposés (voir figure). L'observateur O conclut que le mouvement rigide du dipôle $[b]$ comparé à $[a]$ se traduit par une modification de l'interaction électrique et par l'apparition d'un couple magnétique qui sont deux effets du second ordre. Le couple à un moment

$$\Gamma = F_{my} l \cos\theta = q |E_0| l \frac{v^2}{c^2} \sin\theta \cos\theta$$

et tend à faire tourner $A'B'$ autour de oz .

Si l'observateur o' croyait au principe de relativité, il appliquerait au système b la loi de Coulomb et trouverait naturellement

$$\vec{F}'(B') = q \vec{E}_0 \neq \vec{F}(B) \text{ en contradiction avec le principe de}$$

l'invariance de la force en mécanique newtonienne.

Pour le physicien classique cette constatation ne fait, par contre, que confirmer que l'électromagnétisme n'obéit pas au principe de relativité (ce qui lui a été suggéré déjà par la propagation des ondes) et que, seul un observateur lié à l'éther a le droit d'appliquer les équations de Maxwell, et notamment les lois de Coulomb et Biot - Savart qui en sont des conséquences.

L'observateur classique croit cependant à l'invariance des forces et prétend que les forces F' pour l'observateur O' sont bien les forces \vec{F} calculées par O .

L'observateur O' peut donc chercher à détecter son mouvement relativement à l'éther en mettant en évidence les écarts du second ordre à la loi de Coulomb. Si la variation relative de \vec{E} paraît difficile à détecter, on peut espérer détecter le couple magnétique entièrement dû à \vec{v} . Ce fut le but de l'expérience de Trouton et Noble en 1903. Le dipôle $A'B'$, en l'occurrence des deux plaques d'un

condensateur chargé, était suspendu à un fil de torsion $O'Z'$ très sensible est capable en principe de mesurer . Le résultat fut négatif.

Le résultat de Trouton et Noble est cependant moins fort que celui de Michelson, qui fait seulement intervenir les aspects cinématiques élémentaires des ondes.

Lorentz remarqua qu'une telle modification des forces électromagnétiques entre les particules chargées qui constituent la matière quand celle-ci est en mouvement, pouvait entraîner une contraction selon la forme. $AB = \lambda \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

-----ocoOooo-----

VERIFICATION DE LA RELATION $\Delta E = c^2 \Delta m$

(Réactions nucléaires)

Pour séparer les différents constituants d'un atome de l'élément x (numéro atomique Z , nombre de masse A), c'est à dire Z électrons et un noyau, noté X^A de Z protons et $(A-Z)$ neutrons, il faudrait rompre les liaisons entre électrons et noyau (forces électriques), et les liaisons bien plus fortes entre protons et neutrons (forces nucléaires). Cela coûterait une certaine énergie ΔE . On s'attend donc à ce que la masse de l'atome X soit plus faible que la somme des masses des constituants séparés, d'une quantité $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$ qu'on appelle défaut de masse.

$$Z m_e + Z m_p + (A-Z) m_n > \text{masse de } X$$

A l'échelle atomique l'unité pratique d'énergie est l'électron-volt ($1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$) : ainsi l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est de l'ordre de 1 à 13,6 eV. Au niveau du noyau c'est plutôt (10^6 eV); l'énergie de liaison du noyau est de l'ordre de 1 à 10 MeV par nucléon.

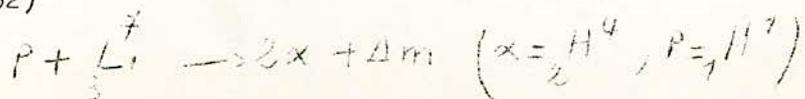
Pour comparer, exprimons les masses m_e, m_n en MeV/c², conformément à :

Energie interne propre $\gamma = m_0 c^2$

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2 \left\{ \begin{array}{l} m_p = 1836 m_e = 938,2 \text{ MeV}/c^2 \\ m_n = m_p + 1,3 \text{ MeV}/c^2 \neq m_p \end{array} \right.$$

L'énergie d'ionisation de H (13,6 eV) correspond environ de la masse totale, ce qui est négligeable. Par contre les mesures des masses atomiques au spectrographe de masse confirme un défaut de masse nucléaire (de l'ordre de 1% de la masse totale du noyau). Ce défaut de masse multiplié par c^2 est donc l'énergie de liaison du noyau.

Pour vérifier quantitativement la formule d'Einstein il faut mesurer l'énergie dégagée dans une réaction nucléaire qui a lieu effectivement au laboratoire. Ainsi en bombardant du lithium avec des protons on a la réaction suivante (nucléaire) (Cockcroft et Walton 1932)



Les masses des noyaux d'hydrogène, hélium et lithium sont bien connus par la spectrographie et sont exprimées ci-dessus en unités de masse atomiques : $1 \text{ u} = \frac{1}{12}$ masse C, par convention

(($1 \text{ u} = 931 \text{ MeV}/c^2 \approx 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$))

${}^1_1\text{H} = 1,0072$
 ${}^3_6\text{Li} = 7,0144$

${}^2_2\text{H} = 4,0015$
 ${}^4_2\text{He} = 4,0015$

En faisant la somme on obtient

${}^1_1\text{H} + 3({}^6_3\text{Li}) = (8,0216) \quad 2({}^4_2\text{He}) = 8,0030 = \Delta m$

$\Delta m = 0,0186 \text{ u} = 17,3 \text{ MeV}/c^2$

L'énergie $17,3 \text{ MeV}/c^2$ se retrouve sous forme d'énergie cinétique de 2 particules α (moins l'énergie cinétique d'un proton incident).

On mesure par exemple les distances de freinage des particules dans l'air (...10 cm), ces distances étant étalonnées avec des α d'énergie cinétique connue. On trouve [énergie cinétique $2 \times$ énergie cinétique de p] = $17,28 \text{ MeV} \pm 0,03$, en excellent accord avec $\Delta m = 0,0186 \text{ u} = 17,3 \text{ MeV}/c^2$

=====

DEVIATION DES RAYONS LUMINEUX PAR UN CHAMP

DE GRAVITATION .-

a)- CALCUL THEORIQUE :

Nous savons que les trajectoires des particules neutres soumises à un champ de gravitation sont des géodésiques de l'espace Riemannien crée en son voisinage par un corps donné :

Si la particule d'épreuve est un proton (masse nulle), sa vitesse est égale à C et sa géodésique à une longueur nulle.

Considérant un champ de gravitation crée par une masse possédant la symétrie sphérique. Le au voisinage de cette masse est donné par la solution de Schwazschild

$$(1) \quad ds^2 = \frac{-dr^2}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) + (1 - \frac{2Gm}{c^2 r})^{-1} c^2 dt^2$$

les $g_{\mu\nu}$ déterminent les symboles de Christoffel et par conséquent les trajectoires géodésiques

$$\frac{dy^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dy^\alpha}{ds} \frac{dy^\beta}{ds} = 0$$

en choisissant les coordonnées polaires, c'est à dire $y^1 = r, y^2 = \theta, y^3 = \varphi, y^0 = ct$ et par un changement de variable $v = \frac{1}{r}$ on aboutit à la solution suivante

$$(2) \quad \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v = \frac{Gm}{r^2} + 3 \frac{Gm}{c^2} v^2$$

$$(3) \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = \frac{h}{c}$$

Dans le cas d'un rayon lumineux, la condition $ds = 0$ donc (deux) devient

$$(4) \quad ds = 0 \Rightarrow \dots \text{ donc (2) devient} \\ \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v = 3 \frac{Gm}{c^2} v^2$$

En intégrant par approximations successives (4)

$$\frac{dv}{d\varphi} + v = 0 \Rightarrow v = \frac{1}{R} \cos\varphi \quad \text{où R est une constante d'intégration.}$$

$$(5) \quad \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v = \frac{3Gm}{c^2 r^2} \cos^2\varphi$$

(5) admet une solution particulière

$$u_1 = \frac{Gm}{c^2 R^2} (2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)$$

La solution totale est :

$$u = u_0 + u_1 = \frac{1}{R} \cos^2 \varphi + \frac{Gm}{c^2 R^2} (\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi)$$

en passant des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes

$$r = \frac{1}{u}, \quad u_1 \dots$$

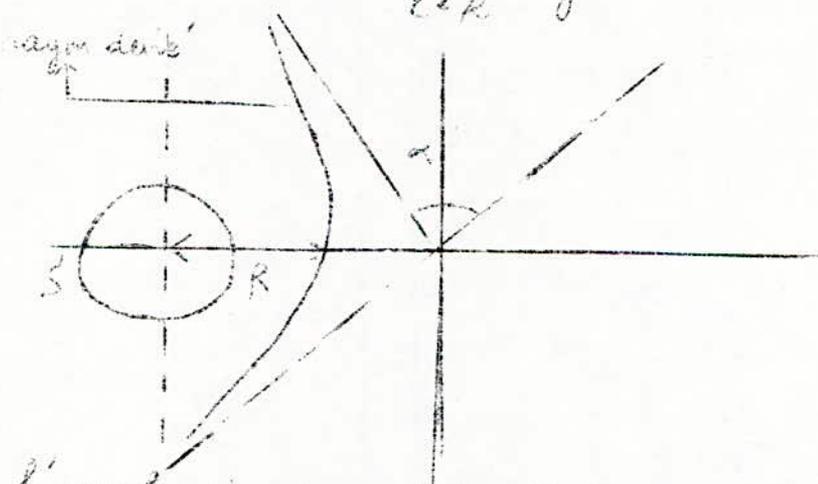
$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi$$

il vient $x = R - \frac{Gm}{c^2 R} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (6)$

en considérant la droite $x = R$, le dernier terme de (6) représente la déviation des rayons lumineux

si $y \gg R$ on obtient

$$x = R \pm \frac{2 Gm}{c^2 R} y$$



l'angle des asymptotes a donc pour valeur

$$\alpha = 2 \cdot \frac{2 Gm}{c^2 R} = 4 \frac{Gm}{c^2 R}$$

b)- EXPERIENCES PROPREMENT DITES :

Pour vérifier le nouvel effet dû à la relativité générale, il fallait s'adresser à un champ de gravitation assez intense comme celui du soleil : Les rayons lumineux provenant d'une étoile fixe située au voisinage apparent du soleil sont déviés puisqu'une partie de la trajectoire est proche du soleil. Aussi une étoile normalement occultée par le soleil pour un observateur donné, peut redevenir visible en raison de la courbure des rayons lumineux. : L'observateur situe en effet cette étoile dans le prolongement des rayons (courbés) qui parviennent . Il observe un redressement apparent de la position de l'étoile. Toutefois, l'observation du voisinage apparent du soleil est impraticable en raison de l'éclat du soleil. Elle n'est possible que pendant les éclipses de soleil.

De l'éclipse de 1919, Eddington entreprit une série d'observations relatives à la constellation des Hyades qui se trouvait alors dans le voisinage apparent du soleil. Les valeurs mesurées sont bien du même ordre de grandeur prévu par la théorie d'Einstein.

Pour des rayons passant au voisinage du soleil, la déviation maximum prévue est $\alpha = \frac{4GM}{c^2 R} 1''75$

Mais les difficultés expérimentales sont multiples. Au cours même de l'éclipse, la luminosité résiduelle de la couronne solaire interdit pratiquement toute mesure $r < 2 R_{\odot}$. Les valeurs rapportées à R_{\odot} résultent donc nécessairement d'une extropolation. D'autre part, les positions vraies des étoiles observées doivent être connues avec une très grande précisions. Donc ce but, le champ d'étoiles est photographié six mois après l'éclipse et les plaques obtenues sont comparées. Il est évidemment nécessaire de repérer des étoiles assez brillantes pour impressionner la plaque en un temps comparable à la durée de l'éclipse.

De plus, il faut utiliser une échelle suffisamment grande c'est à dire des appareils photographiques de grande distance focale. Néanmoins une (correction d'échelle) différente avec chaque expérience doit être appliquée (correction variable avec la température, la distance focale, la distance de l'image. Ces "corrections d'échelles" sont généralement proportionnelles à la distance au centre de la plaque. Leur détermination et la critique des diverses méthodes utilisées à été faite par Hofman Freundlich, Kluber et Broun, Doujon et Mikailov.

Les principaux résultats obtenues sont schématisés dans le tableau suivant, les corrections étant, celles que propose Mikailov.

<u>ECLIPSE</u>	<u>NBRE</u> <u>ETOILES</u>	<u>MESURE</u>	<u>PAR</u>	<u>OBSERVE</u> <u>(SECONDES D'ARC)</u>	<u>CORRIGE</u> <u>(SECONDES D'ARC)</u>
: 1919	: 7	: Eddington, David-	:	: 1,98 ⁺ 0,12	: 2,07 ⁺ 0,09
:	:	: -son, Dyson.	:	:	:
: 1919	: 5	: IDEM	:	: 1,61 ⁺ 0,30	:
: 1922	: 71	: Compbell et	:	: 1,72 ⁺ 0,11	: 1,03 ⁺ 0,11
:	:	: Trumpher	:	:	:
: 1922	: 145	: IDEM	:	: 1,82 ⁺ 0,15	: 2,1
: 1929	: 18	: Frendlick, Broun	:	: 2,24 ⁺ 0,10	: 1,96 ⁺ 0,08
:	:	: et Kluber	:	:	:
: 1936	: 29	: IDEM	:	: 2,7 ⁺ 0,00	: 2,68 ⁺ 0,37
:	:	:	:	:	:
: 1947	: 51	: Brisbrouck	:	: 2,01 ⁺ 0,27	: 2,20 ⁺ 0,18
:	:	:	:	:	:
: 1958	: 11	: IDEM	:	: 1,70 ⁺ 0,16	: 1,43 ⁺ 0,18
<hr/>					
<u>VALEUR</u>	/	/	:	1,97	2,03
<u>MOYENNE</u>	:	:	:	:	:

Ces expériences manifestent un accord certain avec l'expression relativiste et non avec celle prévue par la théorie classique qui donne χ' moitié de χ prévue par la relativité. Malgré la marge d'erreur considérable de (10% à 10%), on peut conclure, en tous cas, à l'existence certaine d'un effet de déviation dont l'ordre de grandeur est celui que prévoit la relativité générale.

-----oooOooo-----

I) DIVERGENCES ENTRE LES DEUX THEORIES.

La théorie de Romani admet l'existence d'un ether, fluide parfait barotrope emplissant l'espace, dont les considérations purement mécaniste précédées d'une analyse dimensionnelle originale lui fournissent un modèle d'univers qui n'a pas encore subi la confrontation expérimentale. Les corps immergés au sein de l'ether n'existent pas en tant que substance distincte de la sienne, mais n'en sont qu'une structuration locale. Cependant la position vis-à-vis de la notion de temps non absolu est équivoque, tantôt il l'utilise, tantôt il la rejette. La notion de temps absolu est erroné. Elle considère un espace complexe dans lequel un vecteur peut être normal à lui même ($ds^2 = 0$) pour constituer des droites isotropes.

La relativité a eu des confirmations expérimentales dans l'observation de nombreux phénomènes dont certains ont été exposés ci-dessus. La relativité ne fait pas cas de la notion d'ether et bute sur certains problèmes. C'est ainsi que lorsqu'on calcule, à l'aide de la relativité générale, la probabilité de certains effets quantiques de la gravitation on obtient des probabilités infinies, ce qui, bien entendu, est absurde. D'autre part la relativité impose une limitation à des conditions strictement locales pour les problèmes concernant les mouvements accélérés. Dans le cadre de la relativité restreinte on est confronté à des difficultés dans la déduction des lois du champ et des lois du mouvement à partir d'une même énergie-impulsion totale conservative.

La théorie capable d'unifier les lois de la physique et d'expliquer toutes les interactions (fortes, faibles, électromagnétiques, etc...) à partir d'un unique ensemble axiomatique serait la seule valable à celui qui cherche une logique rationnelle des phénomènes physiques. A l'heure qu'il est la relativité n'a pas encore atteint le stade de maturité, quand à la théorie cinématique de Romani elle est trop récente et n'a pas encore subi la confrontation expérimentale sur tous les aspects. Nous regrettons que la théorie de Romani n'ait pas reçu d'échos.

Il est bon d'encourager ceux qui proposent des solutions différentes aux idées reçues, car c'est ainsi que, souvent ce sont dégagés des voies sans issues, les connaissances scientifiques.

--- BIBLIOGRAPHIE ---

- 1)- A. ZERGUERRAS Cours donnés à l'E.N.P.A.
- 2)- L. ROMANI Théorie générale de l'univers physique (T.1 et T.2)
- 3)- H. ARZELIES Electricité macroscopique et relativiste.
- 4)- H. ARZELIES La dynamique relativiste et ses applications.
- 5)- H. ARZELIES Relativité généralisée. Gravitation.
- 6)- H. ARZELIES Fluides relativistes.
- 7)- Y. SIMON Relativité restreinte.
- 8)- M.A.TONNELAT Vérification expérimentale de la relativité générale
- 9)- FEDAEVITCH Mécanique des fluides.
- 10)- J.M. SOURIAU Géométrie et relativité.
- 11)- ANGOT Compléments de mathématiques.
- 12)- OUGAROV Théorie de la relativité restreinte.
- 13)-MAVRIDES L'Univers relativiste.
- 14)- A. EINSTEIN La théorie de la relativité restreinte et générale.
- 15)- M. GERL, C. JANOT Relativité électromagnétisme.
- 16)- LANDAU, LIFCHITZ Théorie des champs.
- 17)- TAYLOR, WHEELER A la découverte de l'espace - temps.
- 18)- L. BROGLIE Certitudes et incertitudes de la science.
- 19)- A. MARCH La physique moderne et ses théories.
- 20)- R. BOSSUT Mathématiques modernisées.
- 21)- POUR LA SCIENCE Revue n°6 Avril 1978.
- 22)- V.KELER Univers des physiciens.
- 23)- L. BARNET Einstein et l'Univers.
- 24)- B.KOUNETSOV Einstein, sa vie, sa théorie.
- 25)- La RECHERCHE N° 82 Octobre 1977.