

M0031/04B

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DÉPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE- FILIÈRE ÉLECTROTECHNIQUE

LABORATOIRE DE MACHINES ÉLECTRIQUES

MEMOIRE DE MAGISTER

PRÉSENTÉ PAR :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Mlle AMIMER RATIBA

INGÉNIEUR D'ÉTAT EN ÉLECTROTECHNIQUE

INTITULÉ

**CALCUL NUMÉRIQUE DES PERFORMANCES EN RÉGIME SATURÉ
D'UN MOTEUR ASYNCHRONE À ROTOR MASSIF LISSE**

SOUTENUE PUBLIQUEMENT LE MERCREDI 17 NOVEMBRE 2004 À 10 H

MEMBRES DE JURY

PRESIDENT :	S. MEKHTOUB MC A L'ENP
RAPPORTEUR :	R. IBTIOUEN PR A L' ENP
EXAMINATEURS:	O. TOUHAMI PR A L' ENP Y. OUAZIR CC A L'USTHB L. HADJOUT CC A L'USTHB

Résumé —

Un calcul en régime permanent des performances d'un moteur asynchrone à rotor massif, basée sur la méthode des éléments finis complexes est effectué. L'effet de la saturation est pris en considération par introduction de la notion de perméabilité effective. On suppose que seul le fondamental d'espace intervient. Le calcul à rotor bloqué, permet de résoudre les équations du champ dans un repère fixe. Les résultats théoriques sont confrontés à des relevés expérimentaux sur un prototype construit localement.

Mots clés : Moteur asynchrone à rotor massif, Equations de Maxwell, problème magnétodynamique, Eléments finis, saturation magnétique, Premier harmonique d'espace, La réductivité équivalente, Schéma équivalent.

Abstract —

A computation of steady state performances of a solid rotor induction motor, based on a non-linear complex two dimensional dynamic finite element method coupled circuit approach is effected. The saturation effect is taken into account by using an equivalent spatial dependent permeability. The main assumption is that only fundamental space component of flux is present. This model allows motor performances predictions at any load condition without involving the rotor movement.

Key words: Solid rotor Induction motor, Maxwell equations, Magnetodynamic problem, finite elements, magnetic saturation, First harmonic of space, Equivalent reluctivity, Equivalent circuit

ملخص

— حساب أثناء الحالة المستقرة لمميزات للمحرك الكهربائي بدوار متجانس معتمد على طريقة العناصر المنتهية المعقدة قد تم. تأثير التشبع قد أخذ بعين الاعتبار و ذلك بإدخال مفهوم السماحية الفعلية. نأخذ بعين الاعتبار فقط الأساسية الفضائية. الحساب في حالة الدوار الساكن يسمح بحل جملة المعادلات للحقل المغناطيسي في معلم ساكن. النتائج النظرية تم مطابقتها مع النتائج المحصل عليها تجريبيا بواسطة نموذج مصنوع محليا.

Remerciements

Ce travail à été effectué au laboratoire de machines électriques du département de génie-électrique de l'école nationale polytechnique d'Alger, sous la direction de monsieur le Professeur R. IBTIOUEN, auquel je tiens à exprimer toute ma sincère gratitude pour l'effort déployé à mon égard. Ses conseils et recommandations, m'ont été d'un apport capital dans la réalisation de ce travail.

Mes remerciements vont également à :

Monsieur S. MEKHTOUB, maître de conférence à l'ENP, pour avoir accepté de présider le jury d'examen de soutenance. Je le remercie vivement pour ces encouragements et son soutien durant tout mon cursus de magister.

Je ne saurais oublier de remercier monsieur O. TOUHAMI, Professeur à l'ENP pour ses judicieuses et fructueuses discussions et son soutien indéfectible durant mes études de PG. Aussi pour l'honneur qu'il me fait d'accepter de participer au jury.

Que monsieur L. HADJOUT, chargé de cours à l'USTHB pour l'honneur et le plaisir qu'il me fait d'avoir accepté de participer au jury de soutenance.

Que monsieur Y. OUAZIR, chargé de cours à l'USTHB pour l'honneur et le plaisir qu'il me fait d'avoir accepté de participer au jury de soutenance, et pour son aide et ses précieux conseils.

Mes remerciements sont adressés à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation en particulier ceux du département de génie-électrique de l'ENP

J'exprime aussi ma reconnaissance à mes collègues de la PG pour leur soutien et leur sympathie

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé et soutenu au long de mes études.

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I. Différents types de machines à rotors massifs et formulation des équations de diffusion du champ électromagnétique

I.1. Introduction	3
I.2. Différents types de machines asynchrones à rotors massifs	4
I.2.1. Rotor massif lisse	4
I.2.2. Rotor massif rainuré.....	5
I.2.3. Rotor massif à cage.....	6
I.3. Modélisation électromagnétique d'une machine tournante.....	7
I.3.1. Equations de MAXWELL.....	8
I.3.2. Lois constitutives des milieux.....	9
I.3.2. Conditions d'interfaces.....	9
I.3.2. Conditions aux limites	10
I.4. Formulation en potentiel vecteur.....	12
I.5. Description 2D du champ électromagnétique au niveau de la machine	13
I.6. Conclusion	15

Chapitre II Modélisation électromagnétique du moteur asynchrone à rotor massif

II.1. Introduction	16
II.2. Modélisation électromagnétique de la machine étudiée.....	22
II.2.1. Hypothèses simplificatrices	22
II.2.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique complexe	25
II.2.2.2. Perméabilité magnétique équivalente	25
II.2.2.3. Résolution numérique des équations de la magnétodynamique complexe par la méthode des éléments fini.....	27
II.2.2.4. Calcul des performances du moteur asynchrone à rotor massif en régime permanent	32
II.3. Résolution des équations matricielles	33
II.4. Déterminations des grandeurs électromagnétiques	35

II.5. Identification des paramètres du circuit équivalent	38
II.6. Conclusion	40

Chapitre III Résultats théoriques et validation expérimentale

III.1. Introduction	41
III.2. Validation du modèle éléments finis	41
III.2.1. Présentation de la machine	41
III.2.2. Présentation de l'outil de calcul utilisé	43
III.3. Résultats obtenus	43
III.3.1. Les grandeurs électromagnétiques	43
III.3.2. Les paramètres de circuit équivalent	46
III.4. Conclusion	48
Conclusion générale	49
Bibliographie	50

De nombreuses installations nécessitent un entraînement en rotation à grande vitesse. Et, de tous les moteurs électriques, le moteur à induction est le plus répandu. Ce moteur fait encore l'objet de nombreux travaux de recherche pour améliorer sa modélisation et optimiser sa conception. En dépit de sa simplicité de fabrication et de mise en œuvre, le calcul complet du moteur à induction demeure complexe [1].

Les moyens informatiques se développant sans cesse, il est maintenant possible de mettre en œuvre des modélisations mathématiques complexes avec un temps et un coût de calcul raisonnables. Ces simulations numériques permettent de réduire le nombre de prototypes à construire pour développer une nouvelle gamme de moteurs tout en apportant des résultats fiables. Elles permettent en outre de mieux connaître les divers modes de fonctionnement ainsi que les différentes grandeurs intrinsèques des machines (puissance, couple, courant, force électromotrice, rendement...) [2].

Du point de vue électromagnétique, les modèles externes permettent d'avoir une approche globale des performances des machines asynchrones par des considérations sur les flux, les énergies, etc... Basés sur la théorie des circuits couplés (schémas équivalents), ces modèles ne sont pas satisfaisants au niveau des grandeurs locales (saturation, courants induits, harmoniques d'espace, etc...) sans un certain nombre d'hypothèses [3].

On s'est limité au cas d'une alimentation sinusoïdale en fonction du temps et au premier harmonique d'espace pour les grandeurs électromagnétiques. En effet, pour un calcul en régime permanent, la représentation complexe apparaît comme une alternative fort intéressante car ne nécessitant pas d'itérations dans le temps. L'avantage principal de cette procédure est le gain appréciable en temps de calcul. Malheureusement, on ne peut traiter en toute rigueur que des problèmes linéaires mais toutefois, dans notre étude, la saturation est prise en considération en introduisant la notion perméabilité équivalente.

Le calcul est effectué en résolvant à un instant donné les équations de Maxwell, en considérant que toutes les grandeurs électromagnétiques varient avec la même pulsation que celle de la source. Les équations de diffusion électromagnétique du champ sont par conséquent résolues dans un domaine fixe (maillage fixe). Les effets de la rotation du rotor sont induits en utilisant une transformation appropriée. Tout se passe alors au rotor comme si

ce domaine avait une conductivité égale à sa conductivité propre multipliée par le glissement (méthode de rotor bloqué) [2].

Le but de notre travail est d'établir un modèle, pour calculer les performances électromagnétiques de la machine et déduire les paramètres de schéma équivalent en régime saturé ou seul le premier harmonique d'espace est pris en considération.

Notre travail s'articule autour de trois chapitres :

Dans le premier Chapitre, on a présenté les différents types de machines asynchrones à rotor massif ainsi que leurs avantages et leurs contraintes. Ce Chapitre porte aussi sur le traitement des équations de Maxwell dans des domaines comportant des matériaux ferromagnétiques et/ou des matériaux conducteurs.

Nous présentons dans le deuxième Chapitre, une méthode de calcul de ces machines en régime permanent, basée sur la méthode des éléments finis. Cette méthode repose donc sur une hypothèse fondamentale, seul le premier harmonique d'espace est pris en considération. L'emploi des éléments finis complexes conduit cependant à une prise en considération de la saturation par l'introduction de la notion perméabilité effective.

Nous présentons donc, dans ce Chapitre, une méthode alternative de couplage des équations de champs et le schéma équivalent.

Dans le troisième Chapitre de notre travail, nous présentons les résultats et les validations des modèles numériques développés précédemment dans le cas des machines à induction calculés à l'aide du logiciel FEMM [4] et du langage de programmation LUA [5].

Cette validation des résultats issus du modèle basé sur la méthode des éléments finis où le rotor est considéré comme bloqué est réalisée en effectuant une comparaison expérimentale avec les résultats issus d'un prototype de moteur asynchrone à rotor massif lisse.

Chapitre I

Différents types de machines à rotors massifs
et formulation des équations de diffusion du
champ électromagnétique

I.1.Introduction

Il existe des besoins industriels pour de grandes puissances à vitesse élevée qui peuvent être couverts par des machines à courant alternatifs alimentées à fréquence variable. Dans la solution synchrone, on rencontre toujours une certaine hétérogénéité du rotor : dissymétrie des machines à réluctance, existence de circuits électriques entraînés. Pour toutes ces solutions, on rencontre une limite mécanique. Une solution possible pour les applications à grande vitesse est alors d'utiliser des machines asynchrones à rotor massif : le fer a le double rôle de canaliser le flux magnétique et de conduire les courants induits [2].

L'évolution de l'informatique et l'abaissement du coût en temps de calcul ont conduit les concepteurs à un usage de calculateurs de plus en plus intensif (CAO). Le développement des méthodes de résolutions numériques a permis l'étude locale de la diffusion des champs électromagnétique et thermique ainsi que le calcul des contraintes mécaniques. L'élaboration de ces modèles internes permet désormais de prédéterminer avec une grande fiabilité les conditions de fonctionnement des prototypes et des machines définitives [6].

Les machines électriques à courant alternatif ont fait et font encore l'objet de nombreux travaux de recherche visant à améliorer leur modélisation et optimiser leur conception, ce qui fait partie du thème de notre travail. Si les modèles externes permettaient d'avoir une approche globale des performances de ces machines par des considérations globales sur les flux, les énergies, les couples etc., ils ne pouvaient donner des résultats appréciables au niveau des grandeurs locales (saturation, échauffements, courants induits, etc.) sans une somme considérable de travail et de réflexion [6].

Dans le monde industriel, une demande de moteurs électriques de grandes puissances à vitesses de rotation élevées (supérieure à 3600tr/min). Ces moteurs, permettant l'entraînement direct, peuvent se substituer aux machines utilisant les énergies fossiles telles que les turbines à vapeur ou à gaz, etc. Ils apportent non seulement une bonne tenue mécanique mais également une compacité, donc une réduction de taille et du poids avec une amélioration du rendement des systèmes entraînés et une réduction de l'entretien [2].

La machine asynchrone à rotor massif possède un stator identique à celui d'une machine asynchrone classique. Le rotor en forme d'un cylindre plein en acier ferromagnétique, offre de meilleures caractéristiques mécaniques pour des puissances importantes à vitesses assez élevées.

Contrairement au rotor bobiné ou à cage, les courants induits dans le rotor se développent dans un milieu continu non linéaire et la modélisation d'une telle machine est relativement plus complexe [7].

I. 2. Différents types de machines asynchrones à rotors massifs

Les rotors de ce type de machines peuvent avoir différentes configurations :

1. Rotor massif lisse ;
2. Rotor massif rainuré ;
3. Rotor massif avec cage d'écureuil.

I.2.1. Machine asynchrone à rotor massif lisse

Dans ce type de machines asynchrones, les courants induits ne sont plus engendrés dans des conducteurs classiques (barres ou bobinage) et guidés sur toute la partie active du rotor (figure (I.1)). Ils peuvent donc se refermer avant d'avoir atteint les extrémités du rotor et ce, à la manière des courants de Foucault. Les effets d'extrémités sont très importants pour ce type de structure.

Dans le cas d'un rotor massif, la résistance aux courants rotoriques dépend du glissement d'où des caractéristiques mécaniques différentes de celles des moteurs asynchrones à cage classiques. Le moteur asynchrone à rotor massif lisse offre un bon couple/Ampère au démarrage. La construction du rotor est simple donc son coût est réduit [7].

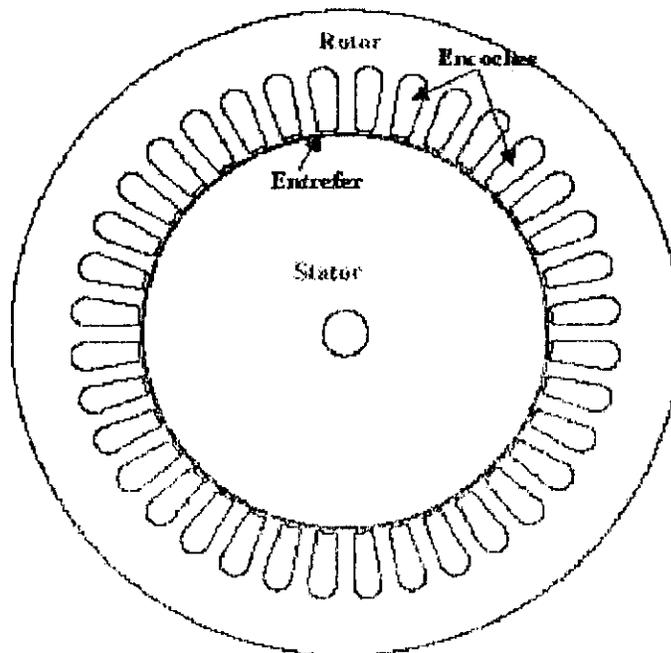


Fig.1.1 Machine asynchrone à rotor massif lisse

1.2.2. Machine asynchrone à rotor massif rainuré

La présence de rainures permet de mieux guider les courants induits parallèlement à l'axe de rotation et ainsi de diminuer les effets d'extrémités tout en obligeant les lignes de champ à pénétrer plus profondément dans l'acier rotorique et, donc permet d'augmenter le volume actif du rotor [7]. Ainsi, les pertes superficielles diminuent, le couple, le facteur de puissance et le rendement sont améliorés [1,7].

L'étude du fonctionnement d'une machine asynchrone à rotor massif rainuré (figure (1.2)) est complexe. Elle nécessite la résolution des équations de diffusion du champ électromagnétique dans le rotor [7].

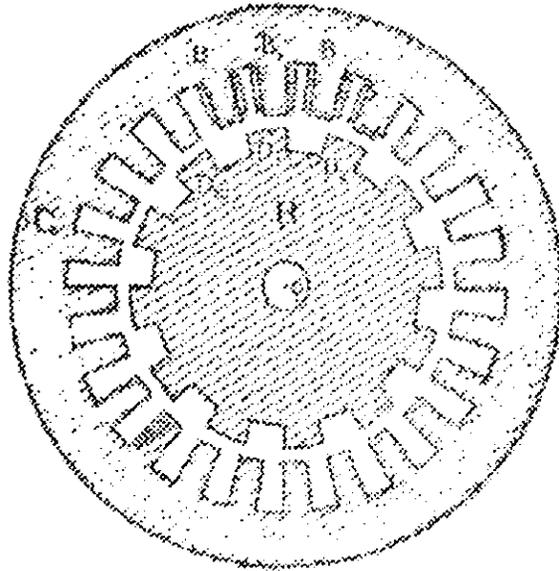


Fig. 1. 2. Machine asynchrone à rotor massif rainuré

1.2.3. Machine asynchrone à rotor massif à cage

Une cage d'écureuil réalisée dans des encoches fermées à l'intérieur du rotor massif (figure (1.3)) permet de supprimer la plupart des problèmes mécaniques puisque le rotor a un comportement beaucoup plus homogène. Néanmoins la fermeture des encoches implique la possibilité pour le flux de se reboucler directement au droit des barres [6]. Pour affiner le comportement électrique d'une telle machine, il peut être judicieux de concevoir le rotor avec un acier facilement saturable. Ainsi les lignes de flux, après avoir saturer l'isthme, contournent l'encoche et créent un courant induit dans les barres. Le problème délicat, lors de cette étude, reste le calcul de la profondeur à laquelle on doit disposer les barres afin d'obtenir un compromis entre les comportements électrique et mécanique de la machine [1,6].

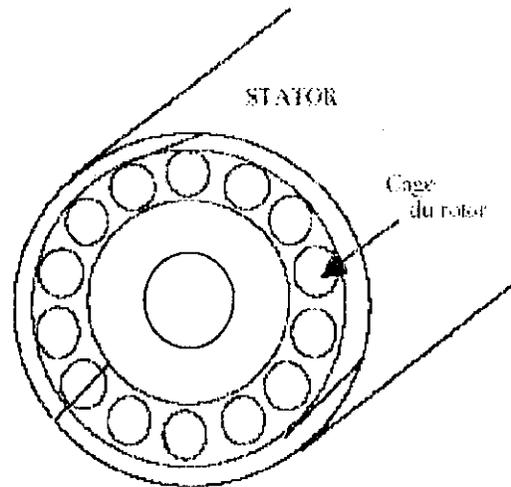


Fig .1.3. Machine asynchrone à rotor massif à cage d'écureuil (encoches fermées)

1. 3. Modélisation électromagnétique d'une machine électrique tournante

Les machines électriques sont des systèmes électromagnétiques de conversion d'énergie. L'étude des systèmes électromagnétiques fait appel, principalement, à l'analyse des circuits électriques et magnétiques ainsi qu'à la conversion électromagnétique. Traités dans un domaine macroscopique, ces aspects sont caractérisés par l'ensemble des équations de Maxwell. En conséquence, il est fait abstraction de la structure atomique et moléculaire des matériaux. Seuls les effets de cette structure sont pris en considération.

Des nouvelles techniques sont fondées sur le calcul du champ électromagnétique à l'intérieur de la machine et reposent sur la résolution par des méthodes numériques des équations de Maxwell [7].

I. 3. 1. Equations de MAXWELL

L'étude de diffusion du champ électromagnétique dans les machines électriques et en particulier dans les conducteurs massifs repose sur la formulation des équations de Maxwell [7]. Ces équations définissent les propriétés macroscopiques locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles. Il s'agit du vecteur champ électrique \vec{E} , du vecteur champ magnétique \vec{H} , du vecteur déplacement électrique \vec{D} et du vecteur d'induction magnétique \vec{B} . Dans un référentiel lié au milieu étudié, ces équations prennent la forme suivante [7], [8], [9]:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (I-1)$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (I-2)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (I-3)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (I-4)$$

avec :

\vec{D} : Induction électrique	[C/m ²]
\vec{B} : Induction magnétique	[T]
\vec{H} : Champ magnétique	[A/m]
\vec{E} : Champ électrique	[V.m ⁻¹]
\vec{J} : Densité de courant	[A.m ⁻²]
ρ : Densité de charges	[c.m ⁻³]

En tenant compte des fréquences de travail utilisées en Electrotechnique, les courants de déplacements $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ sont négligeables devant les courants de conduction. En outre, il n'existe aucune densité volumique de charge dans le domaine considéré, donc $\rho=0$.

Les équations de Maxwell se réduisent alors à :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{I-5}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{I-6}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}$$

I.3.2. Lois constitutives des milieux

Les équations de Maxwell doivent être associées à des équations caractérisant les matériaux :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{I-7}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{I-8}$$

Où σ représente la conductivité électrique [$\Omega \cdot m$]⁻¹ et μ la perméabilité magnétique absolue [H / m].

Dans le cas général, la perméabilité magnétique, la permittivité et la conductivité électrique sont des tenseurs. Dans le cas où les matériaux utilisés sont supposés isotropes, σ et μ sont des fonctions scalaires. Toutefois, les matériaux magnétiques sont saturables et la relation constitutive du milieu magnétique devient :

$$\vec{B} = \mu(H) \vec{H}$$

Où :

$$\vec{H} = \nu(B) \vec{B}$$

ν représente la réductivité magnétique ($\nu = \frac{1}{\mu}$).

I.3.3. Conditions d'interfaces

Vu que les machines électriques sont constituées de matériaux différents et comme les lignes de champs sont continues à travers la machine, il est utile de définir les

conditions de passage du champ entre les interfaces communes entre deux domaines différents.

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \quad (1-9)$$

$$\vec{n} \bullet (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (1-10)$$

Ces conditions peuvent être expliquées ainsi :

$$H_{t1} - H_{t2} = J_s \quad (1-11)$$

Cette dernière équation traduit la discontinuité du champ magnétique.

L'équation (1.10) devient :

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (1-12)$$

L'équation (1.12) traduit la continuité de la composante normale de l'induction au passage d'un milieu à un autre.

1. 3. 4. Conditions aux limites

1.3.4.a. Condition de Dirichlet

Cette condition nous informe sur la valeur de l'inconnue sur la frontière du domaine de résolution. Elle apparaît souvent sur les axes de symétrie du domaine d'étude :

$$A = g_0 \quad (1-13)$$

Où A est la fonction inconnue et g_0 représente une constante.

I.3.4.b. Condition de Neumann

Elle nous renseigne sur la valeur de la composante normale de l'inconnue sur la limite du domaine à étudier. Elle apparaît aussi souvent sur les plans de symétrie :

$$\frac{\partial U}{\partial n} = g_0 \quad (I-14)$$

I.3.4.c. Condition mixte Dirichlet - Newman

C'est une combinaison des deux conditions aux limites de type Dirichlet et Newman qui s'exprime comme suit :

$$a.U + b. \frac{\partial U}{\partial n} = g \quad (I-15)$$

où g est la valeur de l'inconnue sur les frontières, a et b sont les coefficients définis sur le domaine d'étude et où U est la fonction inconnue.

I.3.4.d. Condition de Périodicité et d'anti-périodicité

Dans le cas des machines électriques tournantes, par exemple, on se retrouve non seulement avec une symétrie géométrique mais aussi avec une symétrie dans la distribution du champ magnétique. Cette périodicité du champ peut être utilisée pour définir un autre type de conditions aux limites qui permet de réduire la taille du modèle numérique. On parle alors des conditions cycliques (périodicité) ou anti-cyclique (anti-périodicité). Elle s'expriment comme suit:

$$A \Big|_{\Gamma} = K.A \Big|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (I-16)$$

où $d\Gamma$ désigne la période spatiale (suivant le contour Γ) :

si : $K=1$, condition cyclique

si : $K=-1$, condition anti-cyclique.

1. 4. Formulation en potentiel vecteur

Afin de réduire le nombre d'inconnues dans les équations précédentes, en présence de sources de courants et plus particulièrement en 2D, la formulation du problème en termes de potentiel vecteur magnétique est fréquemment utilisée. Le potentiel vecteur \vec{A} est alors la seule inconnue intervenant dans la résolution du problème décrit par les équations ci-dessus [2].

L'équation (1-3) traduit le fait que le flux de l'induction est conservatif ; \vec{B} est alors le rotationnel d'un potentiel vecteur magnétique \vec{A} :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (1-17)$$

On est donc conduit à :

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = \vec{J} \quad (1-18)$$

L'équation (1-6) devient :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} V \quad (1-19)$$

où V représente le potentiel scalaire électrique.

Dans tout l'espace :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_0 \quad (1-20)$$

Avec $\sigma=0$ dans les milieux sans courants induits, $\vec{J}_0=0$ dans les milieux sans sources extérieures.

Avec cette notation, les courants induits ont la densité $\sigma \vec{E}$.

Dans le cas général :

$$\vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma g \vec{\text{rad}}V + \vec{J}_0 \quad (I-21)$$

Dans les parties actives de la machine, la densité de courant s'écrit alors :

$$\vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_0 \quad (I-22)$$

L'étude se ramène alors à la résolution de :

$$\text{rot}(v(\omega t \vec{A})) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_0 \quad (I-23)$$

1.5. Description 2D du champ électromagnétique au niveau de la machine

Le calcul du champ magnétique dans une machine électrique tournante est un problème tridimensionnel. Néanmoins, sur une longueur importante de la machine, on peut considérer que les champs magnétiques sont situés dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la machine et que les courants inducteurs et induits sont parallèles à cet axe [2].

Les vecteurs induction \vec{B} et champ magnétique \vec{H} étant contenus dans le plan de l'étude, on peut choisir un potentiel vecteur \vec{A} n'ayant qu'une composante suivant l'axe de la machine. Cette composante ne dépend que des coordonnées x et y et du temps t :

$$\vec{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A(x, y, t) \end{bmatrix}$$

\vec{A} est complètement défini en ajoutant une condition supplémentaire. Pour assurer son unicité, le choix de la jauge de Coulomb est naturel dans la mesure où l'on passera par la suite à l'approximation bidimensionnelle [2].

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad (I-24)$$

L'étude se ramène alors à la résolution de :

$$\operatorname{rot}(\nu \operatorname{rot} \vec{A}) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_{0z} \quad (I-25)$$

Ou bien

$$\operatorname{div}(\nu \operatorname{grad}(\Lambda)) - \sigma \frac{\partial \Lambda}{\partial t} + J_{0z} = 0 \quad (I-26)$$

La culasse de la machine étudiée est supposée suffisamment large pour pouvoir estimer qu'aucun flux ne sort de son enceinte. Aussi, le potentiel vecteur magnétique est considéré nul sur la surface extérieure du stator :

$$\Lambda = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{\text{ext}} \quad (I-27)$$

La condition sur la frontière extérieure étant définie, les équations précédentes forment a priori un système complet pour déterminer le potentiel vecteur magnétique Λ .

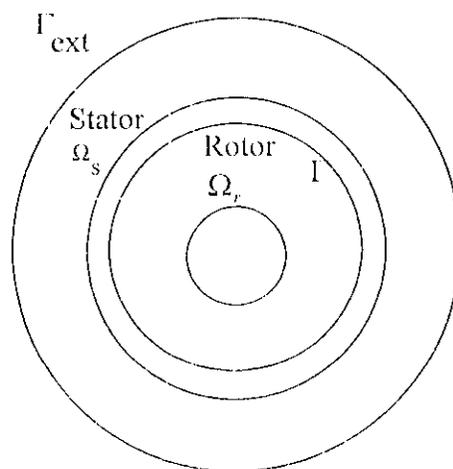


Fig. 1. 4. Différents domaines de la machine étudiée

Enfin, nous avons à résoudre l'équation de diffusion du champ où la conductivité (au niveau de rotor) n'est pas nulle.

La prochaine étape concerne la résolution numérique du système d'équations de diffusion du champ électromagnétique au niveau d'une machine asynchrone à rotor massif lisse.

I. 6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents types de machines asynchrones à rotor massif. On s'intéresse à la machine à rotor massif lisse. La modélisation et le calcul de ce type de machine sont complexes. En principe il faut effectuer un couplage électromagnétique et thermique dans un milieu hétérogène et non linéaire d'autant plus que l'alimentation par l'intermédiaire d'un dispositif d'électronique de puissance doit être prise en compte.

Nous allons maintenant s'intéresser à la partie modélisation du point de vue électromagnétique qui est fondée sur la résolution par des méthodes numériques les équations de Maxwell présentées dans ce chapitre.

II. 1. Introduction

Afin d'améliorer la fiabilité de leur production de réduire les coûts et satisfaire les exigences de leurs clients, les producteurs de machines électriques investissent dans la conception assistée par ordinateur (CAO).

Ces moyens de calcul, dont le développement est favorisé par l'évolution rapide des ordinateurs, permettent de nos jours de résoudre des systèmes à plusieurs milliers d'inconnues dans un temps relativement court. Ils sont ainsi une alternative aux techniques actuelles de calcul des machines qui sont basées sur le schéma équivalent ou sur la transformation de Park, et qui, si elles permettent d'obtenir des renseignements globaux sur les performances, ne sont pas suffisantes pour bien appréhender tous les phénomènes électromagnétiques que l'on rencontre dans les machines (saturation, courant de Foucault,...) [6].

Les nouvelles techniques sont fondées sur le calcul du champ électromagnétique à l'intérieur de la machine et reposent sur la résolution par des méthodes numériques des équations de Maxwell, dont la formulation est exposée dans le premier chapitre. Les difficultés inhérentes au calcul 2D des machines sont trois types : le mouvement, les harmoniques d'espace et la saturation des matériaux ferromagnétiques [3].

Pour l'étude en régime permanent, le modèle découplant le temps est plus approprié. C'est le modèle magnétodynamique complexe, qui permet d'éliminer le temps dans les équations. Le calcul en régime permanent est alors effectué en résolvant à un instant donné les équations et en considérant que toutes les grandeurs électromagnétiques varient avec la même pulsation que celle de la source : les équations du champ sont par conséquent résolues dans un domaine fixe. Une interprétation équivalente est que le mouvement est modélisé en multipliant la conductivité rotorique par le glissement g [2].

Cette méthode permet de calculer les performances du moteur en régime permanent sans faire intervenir la dimension temps, puisque les dérivées temporelles sont remplacées par des représentations complexes. En outre, dans le cas particulier de l'étude à rotor bloqué, les paramètres du circuit équivalent se déduisent du calcul par éléments finis.

II. 2. Méthodes de résolution en régime linéaire

Le calcul des machines asynchrones en général et ceux à rotor massif en particulier nécessite l'utilisation de méthodes numériques de résolution des équations de diffusion du champ électromagnétique dans des milieux non-linéaires [6], sans oublier que le calcul doit

être effectués en 3D. Parmi les méthodes numériques de résolution, les suivantes sont utilisées :

II. 2. 1. Méthodes des intégrales de frontières

La méthode des intégrales de frontières constitue un outil efficace lorsqu'on s'intéresse à l'optimisation d'une structure à symétrie cylindrique dans la mesure où on peut admettre en première analyse que les domaines ferromagnétiques sont à caractéristique linéaire [6].

C'est une application numérique de l'identité de Green.

Pour deux fonctions F et G :

$$\int_D (F \Delta G - G \Delta F) ds = \int_L \left(F \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial F}{\partial n} \right) dl \quad (\text{II-1})$$

Cette expression permet d'obtenir une relation liant le potentiel vecteur dans un domaine D et sa dérivée normale le long de la frontière L du domaine. Elle repose sur une formulation intégrale du problème à résoudre [1].

Les avantages d'une telle méthode sont [6] :

- Recherche des inconnues uniquement sur la frontière ;
- Méthode assez précise pour peu d'inconnues ;
- Programmation facile en particulier pour une géométrie simple ;
- Possibilité d'introduire de façon très simple une solution analytique partielle.

Les inconvénients inhérents à cette méthode sont :

- La programmation est plus difficile pour des structures complexes et des domaines multiples.
- La prise en compte de la saturation ne peut être que globale.

La méthode des équations intégrales de frontières peut être couplée à une méthode des éléments finis pour les matériaux ferro-magnétiques (rotor ou stator).

II. 2. 2. Méthodes des différences finies

La résolution de l'équation de diffusion par le biais de la méthode des différences finies, en ayant recours aux représentations complexes, permet de tenir compte des sources des courants sinusoïdaux et de la présence de courants induits dans les parties massives et conductrices de la structure étudiée [1], [6].

Dans cette méthode, le mode d'approximation est basé sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences finies où chaque dérivée est remplacée par une différence de valeur de l'inconnue à déterminer, en un certain nombre de points du domaine de résolution.

La discrétisation spatiale de l'équation du champ aboutit alors à un système algébrique de premier ordre :

$$MA + N \frac{dA}{dt} = S \quad (\text{II-2})$$

avec :

A : vecteur des valeurs inconnues du potentiel vecteur aux nœuds du maillage

S : vecteur second membre, constitué des conditions aux limites et des sources du problème

M et N : matrices carrées dont les termes dépendent de A, si l'on tient compte de l'effet de saturation, et du temps.

- **Avantages principaux de la méthode**

- Mise en œuvre relativement simple ;
- Prise en considération des non linéarités ;
- Préparation et introduction des données relativement simples.

- **Inconvénients principaux de la méthode**

- Difficultés pour considérer les géométries complexes donc impact sur la précision des calculs;
- Temps de calcul relativement important en régime saturé ;

II. 2. 3. Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis a été introduite en grande partie par ZIENKIEWICZ et développée pour le calcul des dispositifs électromagnétiques par P. P. SILVESTER et M.V.K CHARI en 1970 [10].

Elle semble être la plus puissante des méthodes numériques. D'un point de vue mathématique, elle consiste à écrire le problème physique (équations de diffusion du champ et conditions aux limites) sous forme variationnelle et à discrétiser spatialement la forme obtenue [11].

Cette méthode consiste à découper le domaine étudié en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les sommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. L'opération de la décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations prévues par un programme. Il faut donc adopter une méthode systématique ou numérique des éléments et des nœuds [10].

Dans chaque élément, l'inconnue (potentiel vecteur magnétique, par exemple) est donc approximée par des polynômes de degré un ou deux. L'approximation vérifie les équations aux dérivées partielles à résoudre de manière faible. Ces équations sont alors transformées en un système d'équations algébriques qu'il convient de résoudre pour obtenir la solution du problème posé.

Pour obtenir le système d'équations algébriques, on peut utiliser soit la méthode variationnelle soit la méthode des résidus pondérés. La méthode variationnelle consiste à rendre extrémale une fonctionnelle définie par une intégrale faisant appel à la fonction inconnue et à ses dérivées. Souvent, cette fonctionnelle est désignée par la fonctionnelle énergie. La deuxième méthode, celle des résidus pondérés, consiste à chercher la solution du problème en partant directement des équations aux dérivées partielles.

Du point de vue mathématique, les deux méthodes sont équivalentes, la solution de l'une vérifie l'autre. On se limitera dans ce qui suit à la présentation de la méthode variationnelle qui sera systématiquement employée lors de notre étude [10].

Discrétisation spatiale par éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine d'étude en petits éléments de forme triangulaire (Fig.II.1). Chaque triangle est repéré par ses trois sommets (Fig.II.2.). Cette subdivision exclusivement triangulaire de premier ordre [4] a l'avantage de s'adapter à

toute configuration géométrique et permet un numérotage systématique des points à l'aide d'algorithmes simples.

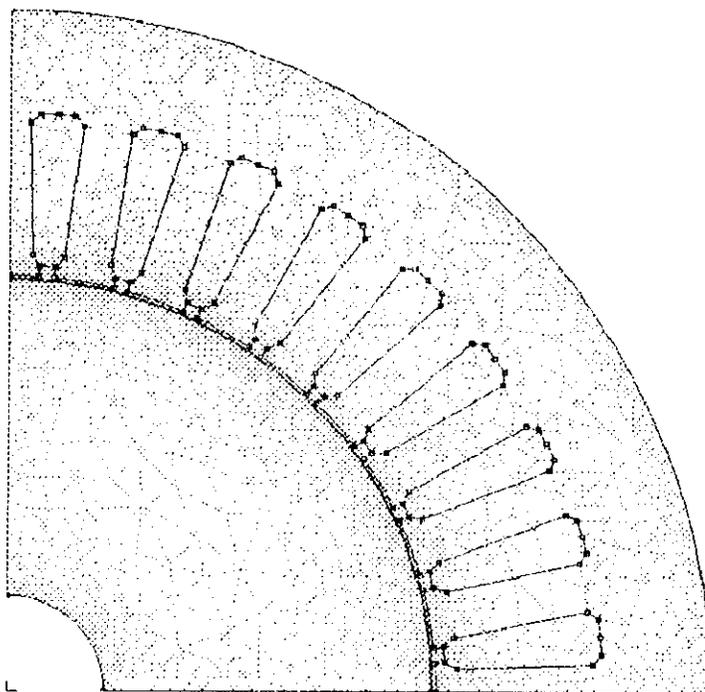


Fig . II. 1. Maillage d'un quart de la structure étudiée

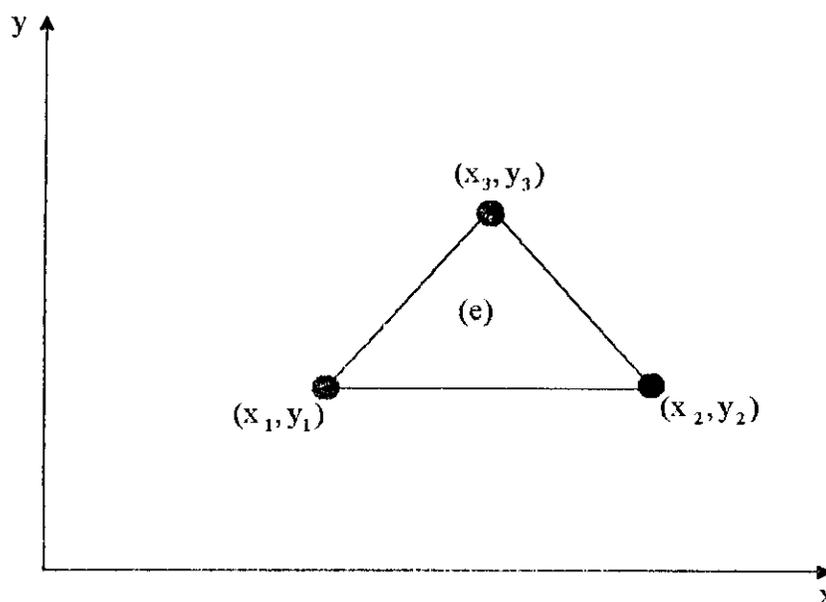


Fig. II. 2. Élément fini à trois noeuds

Au niveau de chaque élément (e) (Fig. II. 2), le potentiel vecteur magnétique est approché par un polynôme d'interpolation de premier degré en x et y sous la forme suivante [10, 11, 12, 13] :

$$N_i(x, y) = a_i + b_i x + c_i y \quad (i=1, 2, 3) \quad (II-3)$$

Où a_i , b_i et c_i sont des coefficients qui dépendent des coordonnées des sommets du triangle et des potentiels correspondants.

De l'équation (II-3), on constate que l'induction est constante à l'intérieur de chaque élément et, par conséquent, la perméabilité magnétique l'est également. Le potentiel en tout point de l'élément (e) est parfaitement défini à partir de la relation (II-4) :

$$\bar{A}^e(x, y) = \sum_1^3 N_i(x, y) \bar{A}_i \quad (II-4)$$

Les éléments (e) sont des triangles de premier ordre, d'où on peut écrire :

$$N_i(x, y) = \frac{1}{2\Delta_e} (a_i + b_i x + c_i y) \quad i = (1, 2, 3) \quad (II-5)$$

Δ_e représente l'aire d'un élément (e), définie par ces trois sommets 1, 2, 3, on peut l'écrire sous la forme :

$$2\Delta_e = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) \quad (II-6)$$

La relation (II-4) peut se mettre sous la forme matricielle : $A = \langle N \rangle \{A_e\}$ où $\langle N \rangle$ est un vecteur ligne N_i ($i=1, 2, 3$) et $\{A_e\}$ est un vecteur colonne défini aux noeuds A_i ($i=1, 2, 3$).

L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction des valeurs de l'inconnue aux noeuds de cet élément; il s'agit alors de l'interpolation nodale, celle-ci a la propriété d'imposer la continuité de l'inconnue :

$$N_i(x_j, z_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (II-7)$$

Tous calcul est effectué en désignant par i, k, l toute permutation circulaire des indices 1, 2, 3 assignés dans le sens trigonométrique. Ces fonctions s'écrivent sous la forme suivante [6] :

$$N_i = \frac{P_i + Q_i x + R_i y}{\Delta_e} \quad (\text{II-8})$$

Les paramètres P_i, Q_i, R_i et Δ_e sont des fonctions des coordonnées des nœuds :

$$P_i = x_k y_l - x_l y_k \quad (\text{II-9})$$

$$Q_i = y_k - y_l \quad (\text{II-10})$$

$$R_i = x_l - x_k \quad (\text{II-11})$$

$$\Delta_e = \frac{1}{2}(P_i + P_k + P_l) \quad (\text{II-12})$$

II. 3. Modélisation électromagnétique de la machine étudiée

II. 3. 1. Hypothèses simplificatrices

La diffusion du champ électromagnétique dans les machines asynchrones à rotors massifs est un problème tridimensionnel complexe. Nous admettons dans ce qui suit, des hypothèses simplificatrices, de façon à se ramener à un problème bidimensionnel. Ces hypothèses sont les suivantes :

- L'étude du moteur asynchrone est effectuée dans un plan perpendiculaire à la direction axiale. Comme nous l'avons précisé, le problème est donc invariant dans toute translation parallèle à l'axe de rotation de la machine. Les effets d'extrémités sont de ce fait négligés.
- Le stator est constitué de tôles feuilletées qui empêchent la circulation des courants induits.
- La conductivité électrique est supposée nulle au niveau de la culasse statorique.
- Les densités de courant dans les bobinages statoriques sont supposées sinusoïdales et uniformément réparties. Pour une encoche de section S_e comportant N conducteurs et traversée par un courant instantané de valeur complexe \bar{I} , la densité de courant complexe s'écrit ainsi :

$$\vec{J}_s = \frac{N\vec{I}}{S_e}$$

- Le phénomène d'hystérésis et les frottements sont négligés.
- Toutes les grandeurs électromagnétiques sont supposées à variation sinusoïdale.
- Pour une machine convenablement conçue, on peut donc admettre que les harmoniques d'espace sont négligeables devant le fondamental [4] :

$$\vec{A} = \text{Re}(\bar{a}(\cos \omega t + j \sin \omega t)) = \text{Re}(\bar{a} e^{j\omega t})$$

Où \bar{a} représente l'amplitude complexe du premier harmonique temporel du potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

II. 3. 2. Formulation en potentiel vecteur magnétique complexe

La notation complexe permet de passer d'un problème spatio-temporel à un problème de la magnétodynamique complexe où le temps et l'espace sont découplés. Le calcul du potentiel vecteur en régime permanent est alors effectué en résolvant, à un instant donné, l'équation suivante [6] :

$$\text{div}\left(\frac{1}{\mu_{\text{eff}}}\text{grad}(\vec{A})\right) - jg\sigma\omega\vec{A} + \vec{J}_0 = 0 \quad (\text{II-13})$$

Le bobinage statorique est alimenté par des courants triphasés équilibrés d'amplitude complexe \vec{I} . En notation complexe, ces courants s'écrivent [3]:

$$\vec{I}_q = \vec{I} \exp(-j2\pi(q-1)/3) \quad q=1, 2, 3 \quad (\text{II-14})$$

Les densités de courants dans les encoches statoriques sont liées aux courants de phases par une matrice de connexion des encoches par rapport aux phases :

$$\{\bar{\mathbf{J}}_{\theta}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{J}}_1 \\ \bar{\mathbf{J}}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\mathbf{J}}_{N_s} \end{Bmatrix} = \frac{n_c}{S_e} [C] \{\bar{\mathbf{I}}_q\} \quad (\text{II-15})$$

où :

n_c est le nombre de conducteurs en série par faisceau

N_s est le nombre d'encoches au stator

S_e est la section d'une encoche au stator

$\{\bar{\mathbf{J}}_s\}$ est le vecteur des densités de courant dans les encoches

$\{\bar{\mathbf{I}}_q\}$ est le vecteur des courants de phase

$[C]$ est la matrice de connexion des encoches par rapport aux phases de dimension $(N_s \times 3)$

Le potentiel vecteur magnétique est considéré nul sur la surface extérieure du stator (Fig.I.4.),

soit :

$$\bar{\mathbf{A}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{\text{ext}} \quad (\text{II-16})$$

On considère comme si le domaine rotorique avait une conductivité $g\sigma$ et que les grandeurs électromagnétiques étaient de pulsation ω [2].

On peut alors résoudre les équations du champ dans un seul repère fixe où toutes les grandeurs ont la même pulsation ω . Cette méthode est classique dans les modèles externes qui représentent la machine asynchrone comme un transformateur avec secondaire en court-circuit fermé sur une résistance $\frac{R_2}{g}$. Le calcul à rotor bloqué est une adaptation numérique du

schéma équivalent. La résistance secondaire par phase R_2 et la conductivité électrique du rotor sont liées par la relation [2] :

$$\frac{R_2}{g} = \frac{1}{g\sigma} \frac{L}{S}$$

Le problème du mouvement relatif d'un domaine par rapport à l'autre étant ainsi surmonté, la résolution du système d'équations en utilisant la méthode des éléments finis donne la valeur de potentiel vecteur en tout point du maillage.

Cette méthode permet donc de calculer les performances du moteur en régime permanent sans faire intervenir la dimension temps puisque les dérivées temporelles sont remplacées par des représentations complexes. En outre, pour le cas particulier de l'étude à rotor bloqué, les paramètres du circuit équivalent se déduisent du calcul par éléments finis.

II. 3. 3. Perméabilité magnétique équivalente

La saturation magnétique est un problème crucial lors du calcul des machines à induction. La seule démarche indiscutable consiste à utiliser une méthode de calcul pas à pas avec suivi instantané du mouvement et de l'état de saturation de la machine.

L'utilisation de la représentation complexe pour un calcul en régime permanent n'étant rigoureuse qu'en régime linéaire, des modèles approximatifs sont envisagés pour incorporer la saturation magnétique. On définit ainsi la notion de réductivité effective ou équivalente. Notons que l'hystérésis peut être prise en considération par la définition d'une perméabilité complexe [14], [15], mais nous ne nous intéresserons pas à ce phénomène dans le cadre de ce travail.

Le choix d'une réductivité effective n'est pas unique, et on rencontre différentes définitions suivant les auteurs [15], [16]. Lorsque le moteur est alimenté par des sources à variation sinusoïdale par rapport au temps ni le champ magnétique ni l'induction magnétique ne sont, en général, à variation temporelle sinusoïdale. L'utilisation de la représentation complexe conduit alors à des calculs compliqués, où les harmoniques supérieurs interviennent. En générale, on adopte l'une ou l'autre des deux hypothèses : soit le champ est à variation temporelle sinusoïdale, soit c'est l'induction qui l'est.

Une définition proposée par B.Laporte [6], [3] suppose que l'induction et le champ magnétiques peuvent être approximés par leur premier harmonique de temps et se mettent sous la forme :

$$b(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\bar{B} \exp(j\omega t)) \quad (\text{II-17})$$

$$h(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\bar{H} \exp(j\omega t)) \quad (\text{II-18})$$

Le problème est alors de déterminer la réductivité équivalente ν_{eq} rapport des harmoniques temporels du champ et de l'induction magnétique. La réductivité magnétique ν_{eq} du milieu ferromagnétique est exprimée sous la forme d'un polynôme pair fonction du carré de l'induction magnétique $b(t)$ [17] :

$$\nu_{eq} = \sum_{i=0}^n a_i b^{2i} \quad (II-19)$$

Une approximation d'ordre 6 ($n=6$) conduit à l'expression suivante :

$$\nu_{eq} = a_0 + a_1 b^2 + a_2 b^4 + a_3 b^6 + a_4 b^8 + a_5 b^{10} + a_6 b^{12} \quad (II-20)$$

Les coefficients a_i peuvent être déterminés par une méthode des moindres carrés.

En considérant une variation temporelle sinusoïdale pour $h(t)$ ou pour $b(t)$, on peut définir des réductivités effectives comme suit :

- rapport des valeurs efficaces de $h(t)$ et de $b(t)$ [15]
- rapport des premiers harmoniques temporels de $h(t)$ et de $b(t)$ [14]
- valeur moyenne du rapport $h(t)$ sur $b(t)$ [16]
- valeur efficace du rapport $h(t)$ sur $b(t)$ [18]

Dans le cadre de ce travail, on a adopté la définition proposée par Jack et Mecrow [14], qui est adoptée par le logiciel utilisé FEMM [4].

La courbe de magnétisation est donné sous la forme d'un tableau de points $(h_i; b_i)$ que l'on approxime par $b=f(h)$. le champ magnétique $h(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps [20] :

$$h(t) = H\sqrt{2} \sin(\phi) \quad (II-21)$$

Où $\phi = \omega_s t$ au stator et $\phi = g \omega_s t$ au rotor.

L'induction magnétique b est périodique son développement en série de Fourier est :

$$b(t) = B\sqrt{2} \sin(\phi) + \dots \quad (\text{II-22})$$

Avec :

$$B\sqrt{2} = \frac{4}{\pi} \int_0^{2\pi} f(H\sqrt{2} \sin(\phi)) \sin(\phi) d\phi \quad (\text{II-23})$$

D'où

$$v_{eq} = \frac{H\sqrt{2}}{\frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(H\sqrt{2} \sin(\phi)) \sin(\phi) d\phi} \quad (\text{II-24})$$

II. 3. 4. Résolution numérique des équations de la magnétodynamique complexe par la méthode des éléments finis

L'équation de la magnétodynamique complexe se prête difficilement à un traitement numérique direct par la méthode des éléments finis. Cette équation doit être réécrite sous forme intégrale dite faible grâce à la méthode des résidus pondérés ou à celle des fonctionnelles. La méthode des résidus pondérés ou méthode de Galerkin suppose que l'on peut trouver une solution approchée $\tilde{\bar{A}}$ minimisant un résidu que l'on définit sous la formulation générale [6]:

$$\bar{\text{Res}} = \text{div}\left(\frac{1}{\mu_s} \text{grad}(\tilde{\bar{A}}_s)\right) - jg\sigma\omega\tilde{\bar{A}} + \bar{J}_o = 0 \quad (\text{II-25})$$

On se contente généralement d'une solution approchée. L'approximation $\tilde{\bar{A}}$ peut être rendue proche de la solution du problème \bar{A} , en projetant ce résidu sur une base de fonctions complexe \bar{v} , soit :

$$\iint_{\Omega} (\bar{v} \bar{\text{Res}}) dx dy = 0 \quad (\text{II-26})$$

L'intégration par parties de la relation (II-26), conduit à la forme intégrale faible (II-27) suivante :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} \bar{v} \cdot \text{grad} \tilde{A}_s \, dx \, dy + j \iiint_{\Omega} g \sigma \omega \tilde{A} \, dx \, dy - \iint_{\Omega} \bar{v} \bar{J}_0 \, dx \, dy - \int_{\partial \Omega} \bar{v} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial n} \, d\Gamma = 0 \quad (\text{II-27})$$

où n est la normale sortante vis-à-vis de la frontière du domaine considérée.

En choisissant la trace de la fonction poids \bar{v} nulle sur la frontière du domaine d'étude, la relation ci-dessus se réduit à la relation (II-27) :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad} \bar{v} \cdot \text{grad} \tilde{A}_s \, dx \, dy + j \iiint_{\Omega} g \sigma \omega \tilde{A} \, dx \, dy - \iint_{\Omega} \bar{v} \bar{J}_0 \, dx \, dy = 0 \quad (\text{II-28})$$

La méthode variationnelle (Ritz), procède d'une façon à chercher la fonctionnelle associée au problème de diffusion.

En choisissant les fonctions de projection \bar{v} identiques à la première variation de l'approximation \tilde{A} , soit :

$$v = \delta \tilde{A}$$

L'équation (II-27) représenterait alors la première variation de la fonctionnelle I qui est définie par [20] :

$$I = \iint_{\Omega} \left(\int_0^B (h \, db - J_0 A + j \omega g \sigma A^2) \, dx \, dy \right) \quad (\text{II-29})$$

On représente A par une approximation A^* sous la forme d'une combinaison linéaire des fonctions d'approximations telle que :

$$\bar{A}^*(x, y) = \sum_{i=1}^{NN} \varphi_i(x, y) \bar{A}_i \quad (\text{II-30})$$

L'optimisation de la fonctionnelle I par rapport à la fonction A^* consiste à chercher l'ensemble des coefficients A_i qui rendent cette fonctionnelle optimale.

En effet, I peut s'écrire sous la forme [20] :

$$I = \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{2} \int_0^{\beta} (v d\beta - J_0 A + j \omega g \sigma A^2) dx dy \right) \quad (II-31)$$

avec β qui est le carré du module de l'induction \vec{B} .

La relation entre B et A , et donc A^* qui, dans le cas magnétodynamique vectoriel, est de type rotationnel, ou gradient, entraîne que [12]:

$$\beta = |\vec{B}|^2 = \left(\frac{\partial A^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A^*}{\partial y} \right)^2 \quad (II-32)$$

En remplaçant A^* par sa valeur définie dans l'équation (II-23), on obtient :

$$\beta = \sum_{i=1}^{NN} \sum_{j=1}^{NN} A_i A_j \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \right) \quad (II-33)$$

Ce qui montre que β est une fonction quadratique des coefficients A_i .

Ecrivons que le vecteur $\{A_1, \dots, A_i, \dots, A_{NN}\}$ rend minimale la fonctionnelle I (éq. II. 24).

Cela implique l'application de la condition nécessaire suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial A_i} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, NN \quad (II-34)$$

Cette relation peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial A_i} = \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{2} v \frac{\partial \beta}{\partial A_i} - J_0 \varphi_i + 2j \omega g \sigma A_i^2 \varphi_i^2 \right) dx dy \quad (II-35)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial A_i} = 2 \sum_{j=1}^{NN} A_j \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} \right) \quad (\text{II-36})$$

ou bien :

$$\frac{\partial \beta}{\partial A_i} = 2 \sum_{j=1}^{NN} A_j \text{ grad } \varphi_i \text{ grad } \varphi_j \quad (\text{II-37})$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\sum_{j=1}^{NN} A_j \iint_{\Omega} (\nu \text{ grad } \varphi_i \text{ grad } \varphi_j) dx dy + \sum_{j=1}^{NN} A_j \iint_{\Omega} (jg \sigma \omega \varphi_i \varphi_j) dx dy - \iint_{\Omega} \varphi_i J_0 dx dy = 0 \quad (\text{II-38})$$

Cette relation peut se mettre sous la forme matricielle suivante [19] :

$$\sum_{j=1}^{NN} \nu [S] \{ \overline{A} \} + jg \sigma \omega [\Gamma] \{ \overline{A} \} - [Q] \{ \overline{J_0} \} = \{ \overline{0} \} \quad (\text{II-39})$$

$$[S_{ij}] = \iint_{\Omega} (\text{ grad } \varphi_i \text{ grad } \varphi_j) dx dy \quad (\text{II-40})$$

$$[\Gamma_{ij}] = \iint_{\Omega} \varphi_i \varphi_j dx dy \quad (\text{II-41})$$

$$[Q_i] = \iint_{\Omega} \varphi_i dx dy \quad (\text{II-42})$$

ou bien :

$$[S_{ij}] = \frac{1}{2\Delta_e} (b_i b_j + c_i c_j) \quad (i=1, 2, 3 ; j=1, 2, 3)$$

$$[\Gamma] = \frac{\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \frac{\Delta_e}{3} [1 \quad 1 \quad 1]$$

La résolution numérique de l'équation aux dérivées partielles (II-11) revient à la résolution du système linéaire complexe suivant :

$$[\nu[S] + jg\sigma\omega[T]] \{\bar{A}\} = [Q] \{J\} \quad (II-43)$$

La réponse à une induction magnétique sinusoïdale n'est pas un champ magnétique sinusoïdal si les matériaux ne sont plus linéaires. Un moyen de contourner ce problème dans le cadre des représentations complexes est de définir une réductivité magnétique effective en définissant une loi pour le milieu équivalent [14].

$$|B| = \sqrt{|B_x|^2 + |B_y|^2} \quad (II-44)$$

$$\nu_{\text{eff}} = f(|B|^2) \quad (II-45)$$

On peut ainsi rechercher une approximation limitée au premier harmonique du potentiel vecteur afin de conserver les notations complexes qui ont l'avantage d'éliminer la variable temps.

II. 4. Calcul des performances du moteur asynchrone à rotor massif lisse en régime permanent

La présence des courants induits dans le rotor massif rend la modélisation par des circuits couplés imprécise. Le recours à un modèle numérique tel que celui des éléments finis s'est avéré donc nécessaire. La résolution du système d'équations doit être menée en parallèle avec l'équation électrique par phase du moteur étudié (Fig. II. 4). Cette équation peut s'écrire ainsi [6], [21], [22], [23]:

$$\bar{V} = r_1 \bar{I} + jx_1 \bar{I} + \bar{E} \quad (II-46)$$

où \bar{V} désigne la tension efficace complexe appliquée à la phase statorique considérée, \bar{I} est le courant efficace complexe absorbé, r_1 la résistance par phase du bobinage statorique, x_1 la réactance de fuite, r_2 la résistance rotorique ramenée au stator, x_2 la réactance

rotorique, X_m la réactance de magnétisation, R_f la résistance équivalente aux pertes fer et \bar{E} la force électromotrice ($\bar{E} = \bar{Z}\bar{I}$).

La résistance et la réactance de fuite de la phase statorique sont déterminées expérimentalement.

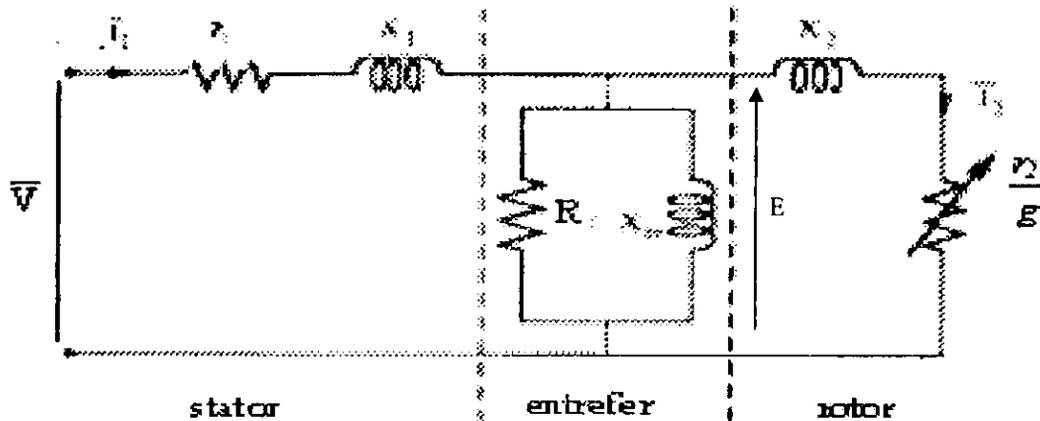


Fig . II. 4. Schéma équivalent par phase de la machine étudiée

La méthode itérative qu'on va utiliser pour définir le courant statorique, est la méthode de Newton-Raphson, du fait de sa simplicité de mise en œuvre. Cette méthode présente également l'avantage de converger très vite si la solution de départ I_0 est assez proche du résultat à atteindre. Pour cela, une résolution en considérant les domaines linéaires sera initialement effectuée, puis l'algorithme de Newton-Raphson permettra d'atteindre la solution du problème non-linéaire [12].

Le processus itératif de résolution fait appel aux trois étapes suivantes (sous l'environnement de LUA) [24] :

- 1- Calcul de l'impédance \bar{Z} ($\bar{Z} = \frac{\bar{E}}{\bar{I}}$) par la méthode des éléments finis en utilisant le code FEMM [4] et en considérant les milieux ferromagnétiques linéaires pour une

valeur donnée du courant statorique. Détermination de la valeur estimée du courant statorique grâce à la relation (II-46).

- 2- Utilisation de ce courant comme une source du champ électromagnétique dans le modèle éléments finis et calcul de la nouvelle impédance \bar{Z} résultante du calcul du champ.
- 3- Calcul à nouveau du courant statorique absorbé par phase et comparaison du résultat au courant estimé initialement et vérification de la convergence. Si la convergence est satisfaite, calcul du couple, de la puissance absorbée, etc.

$$\bar{I}_{(\text{nouveau})} = \bar{V} / \bar{Z}_{(\text{tot})}$$

$$\bar{Z}_{(\text{tot})} = \bar{Z} + (r_1 + jx_1)$$

et vérifier la convergence. Si la convergence est satisfaite, calculer le couple, puissance absorbée, etc. à partir du schéma équivalent.

Sinon retour à l'étape 2.

II. 4. 1. Résolution des équations matricielles

Parmi les méthodes de résolution, on trouve les méthodes directes, qui conduisent à une solution en un nombre d'opérations connues à l'avance, et les méthodes indirectes qui donnent une solution par un processus itératif [23].

La méthode la plus utilisée, dans le cas de systèmes non-linéaires, est la méthode de Newton-Raphson, du fait de sa simplicité de mise en œuvre. Cette méthode présente également l'avantage de converger très vite si la solution de départ A_0 est assez proche du résultat à atteindre. Pour cela, une résolution en considérant les domaines linéaires sera initialement effectuée, puis l'algorithme de Newton-Raphson permettra d'atteindre la solution du problème non-linéaire [12].

Dans le cadre de ce travail, le code de calcul utilisé FEMM [4] est basé sur la méthode du gradient conjugué (appelée aussi méthode de la plus grande pente), du fait de sa convergence

rapide. Le principe consiste à résoudre le système d'équations en cherchant le minimum de A^* de la fonction $G(A)$ par l'itération [24] :

$$A^{(k+1)} = A^{(k)} + t^{(k)} \nabla G(A^{(k)}) \quad (\text{II-47})$$

On donc d'un estimé $A^{(k)}$ à l'estimée suivante $A^{(k+1)}$ de A^* , en suivant la direction de la plus grande pente de $G(A)$ au point $A^{(k)}$. $\nabla G(A^{(k)})$ définit une direction de descente, $t^{(k)}$ est le pas de descente.

On peut chercher $t^{(k)}$ minimisant $G(A^{(k+1)})$ tel que :

$$\frac{d}{dt}(A^{(k)} - t \nabla G(A^{(k)})) = 0 \quad (\text{II-48})$$

La recherche de la valeur de $t^{(k)}$ minimisant $G(A^{(k+1)})$ effectuée sur la droite $(A^{(k)} - t \nabla G(A^{(k)}))$ est une recherche unidimensionnelle.

Comme on peut s'y attendre l'utilisation de la méthode faisant appel aux équations (II-47) et (II-48) peut demander un effort de calcul important car il faut, à chaque itération (k) , évaluer le gradient $\nabla G(A^{(k)})$ et déterminer $t^{(k)}$ par une méthode de la recherche unidimensionnelle. Généralement, on évite de faire un grand effort de calcul pour évaluer $t^{(k)}$, car la direction $\nabla G(A^{(k)})$ n'est que localement la meilleure direction.

On se contente le plus souvent de choisir $t^{(k)}$ vérifiant :

$$G(A^{(k+1)}) < G(A^{(k)}) \quad (\text{II-49})$$

En résumé :

Soit

$$R(\bar{A}) = [v[S] + jg\sigma\omega[\Gamma]] \{\bar{A}\} - [Q]\{\bar{J}\} \quad (\text{II-50})$$

$$G(A) = R^t(A) R(A) \quad (\text{II-51})$$

l'estimé $A^{(0)}$, ε_1 , ε_2 , k_{\max}

$$1- A^{(k+1)} = A^{(k)} + t^{(k)} \nabla G(A^{(k)})$$

Avec :

$$t^{(k)} \text{ tel que } G(A^{(k+1)}) < G(A^{(k)}) \quad (\text{II-52})$$

2- on arrête si :

$$\left| A_i^{(k+1)} - A_i^{(k)} \right| < \varepsilon_1 \quad i = 1, n \quad k=0, \dots, k_{\max} \quad (\text{II-53})$$

La méthode de résolution des problèmes linéaires avec les matrices symétriques complexes par la méthode de gradient conjugué est très bien expliqué par Freund [25].

II. 4. 2. Déterminations des grandeurs électromagnétiques

Les grandeurs électromagnétiques caractérisant le fonctionnement de la machine étudiée peuvent être déterminées une fois que le potentiel vecteur magnétique complexe est déterminé dans les domaines statorique et rotorique.

II. 4. 2. 1. Flux embrassé par encoche et par phase

Le flux complexe, embrassé par encoche et par phase, est calculé en utilisant la relation suivante [1], [2], [6] :

$$\bar{\varphi} = \frac{L}{S} \iint_S \bar{A} \, ds \quad (\text{II-54})$$

S représente la surface d'une encoche statorique.

L la longueur utile de la machine.

Le flux de phase est obtenu par :

$$\bar{\psi} = N.[C]^t . \bar{\varphi} \quad (\text{II-55})$$

Où N et $[C]$ représentent respectivement le nombre de conducteurs en série par encoche et la matrice de connexion des encoches par rapport aux phases.

II. 4. 2. 2. Force électromotrice

La force électromotrice est donnée par [3] :

$$\bar{E} = -j\omega \cdot \bar{\Psi} \quad (\text{II-56})$$

II. 4. 2. 3. Pertes Joules

Les pertes joules dans la machine sont de deux types : Celles dissipées dans les conducteurs du stator et celles dues aux courants induits dans les matériaux conducteurs du rotor. Pour une machine triphasée, les expressions des pertes Joule statoriques et rotoriques sont respectivement données par :

$$\begin{aligned} P_{j_s} &= 3 \cdot r_1 \cdot |\bar{I}_1|^2 \\ P_{j_r} &= L \iint \frac{|\bar{J}_r|^2}{2\sigma} ds \end{aligned} \quad (\text{II-57})$$

avec $\bar{J}_r = jg\omega\sigma\bar{A}_r$

II. 4. 2. 4. Puissances

Des grandeurs importantes dans le cahier de charge d'une machine électrique telles les puissances active et réactive peuvent être évaluées grâce aux expressions suivantes :

$$P(\text{abs}) = 3 \cdot \text{Re}(\bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^*) \quad (\text{II-58})$$

$$P(\text{réact}) = 3 \cdot \text{Im}(\bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^*) \quad (\text{II-59})$$

\bar{I}_1^* est le conjugué du courant \bar{I}_1

La puissance apparente est déterminée comme suit :

$$S = (P(\text{abs})^2 + P(\text{réact})^2)^{0.5} \quad (\text{II-60})$$

En absence des frottements, la puissance mécanique coïncide avec la puissance utile sur l'arbre. Elle est donnée par la relation suivante :

$$P(\text{méc}) = P(\text{trans}) - P_{jr} \quad (\text{II-61})$$

avec :

$$P(\text{trans}) = 3 \cdot \text{Re}(\bar{E} \cdot \bar{I}_1^*) \quad (\text{II-62})$$

II. 4. 2. 5. Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique, développé par la structure étudiée, est déterminé en utilisant la relation suivante :

$$\Gamma = 2pL_u r^2 \sum_{i=1}^{N_{el}} H_t B_r \quad (\text{II-63})$$

où p représente le nombre de paires de pôles et où N_{el} représente le nombre d'éléments sur le rayon considéré, L_u la longueur utile de la machine et r le rayon d'alésage.

II. 4. 2. 6. Facteur de puissance

Le facteur de puissance est calculé à partir du rapport des puissances active et apparente.

$$\cos(\varphi) = \frac{P(\text{abs})}{S} \quad (\text{II-64})$$

II. 4. 2. 7. Rendement

Le rendement est calculé en utilisant l'expression suivante :

$$\eta = \frac{P(\text{méc})}{P(\text{abs})} \quad (\text{II-65})$$

II.5. Identification des paramètres du circuit équivalent

Les circuits équivalents sont l'un des outils les plus traditionnels utilisés pour optimiser la conception des moteurs. En effet, le lien entre les modèles établis par la méthode des éléments finis et le circuit équivalent est profondément appréciable pour engendrer les changements souvent évalués en termes d'effets qu'ils auront sur les paramètres de circuit équivalent. Il est très difficile de prendre en compte les géométries complexes, saturation magnétique et l'effet de peau. L'utilisation de la méthode des éléments finis dans la modélisation des machines électriques tournantes a apporté une avance significative dans le degré de l'exactitude des modèles élaborés pour prévoir leur fonctionnement [22].

Pour déterminer les paramètres par phase de circuit équivalent, il faut d'abord déterminer le courant statorique complexe \bar{I}_1 (équation (II-46)).

En se référant au schéma équivalent de la figure (II-4), les différents paramètres sont définis comme suit [22]:

II.5.1. La réactance de magnétisation

Pour déterminer la réactance de magnétisation, un calcul à vide est effectué ($g=0$), à partir des équations électriques déduites de schéma équivalent, on peut écrire la formule suivante :

$$x_m = \frac{|\bar{E}(\text{à vide})|}{|\bar{I}_1|} \quad (\text{II-66})$$

II.5.2. le courant de magnétisation

Une fois la réactance de magnétisation est déterminée, on peut déduire le courant magnétisant pour les différents glissements :

$$\bar{I}_m = \frac{\bar{E}}{jX_m} \quad (\text{II-67})$$

II.5.3. Le courant rotorique

Le courant rotorique est défini par la formule suivante :

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 - \bar{I}_m \quad (\text{II-68})$$

II.5.4. La résistance rotorique

La résistance rotorique ramenée au stator peut être déduite à partir des pertes joules calculées au niveau de rotor :

$$r_2 = \frac{P_{jr}}{3|\bar{I}_2|^2} \quad (\text{II-69})$$

On peut la calculer aussi par la formule suivante :

$$\underline{r_2} = \operatorname{Re}\left(\frac{\bar{E}}{\bar{I}_2}\right) \quad (\text{II-70})$$

II.5.5. La réactance magnétique

La réactance magnétique rotorique est déterminé comme suit :

$$x_2 = \operatorname{Im}\left(\frac{\bar{E}}{\bar{I}_2}\right) \quad (\text{II-71})$$

II. 6. Conclusion

Une méthode de résolution numérique du problème de diffusion du champ électromagnétique a été développée dans le cas d'une machine asynchrone à rotor massif.

Le modèle établi, sur la base d'éléments finis complexes, permet la détermination des performances des moteurs à induction en régime permanent. Ce modèle se repose sur l'hypothèse que le premier harmonique d'espace est prépondérant. Les équations de la magnétodynamique complexe sont résolues par rapport à des référentiels fixes et la saturation est prise en compte dans un sens moyen. La prise en compte du mouvement, par un changement de conductivité électrique rotorique (méthode de rotor bloqué). Cette méthode permet la simulation du mouvement tout en évitant le remaillage ce qui permet un gain de temps de calcul appréciable.

L'analyse complexe implique que la solution du problème ne nécessite pas d'itérations temporelles donc plus rapide en la comparant avec le modèle pas à pas. Cette méthode permet donc de calculer le potentiel vecteur en régime permanent à un instant donné. En outre, pour le cas particulier de l'étude à rotor bloqué, les paramètres du circuit équivalent se déduisent du calcul par éléments finis, en le couplant aux équations électriques déduites de schéma équivalent.

III. 1. Introduction

Nous avons présenté, dans le Chapitre précédent, le calcul électromagnétique de la machine asynchrone à rotor massif lisse. Dans le présent Chapitre, nous cherchons à valider les résultats obtenus, dans le cas du prototype étudié, par des essais expérimentaux.

III. 2. Validation du modèle éléments finis

III.2.1. Présentation de la machine étudiée

On a effectué des relevés expérimentaux sur une machine asynchrone dont le stator, de type classique, est fabriqué par le constructeur Algérien MEI à Fréha (Azazga) et dont le rotor est conçu à l'ENP. Les caractéristiques de la machine étudiée (Fig. III. 1) sont données dans le Tableau 1.

Le rotor est constitué d'un cylindre homogène en acier XC18, dont la longueur et le diamètre sont donnés dans le Tableau 1. La caractéristique magnétique de l'acier rotorique, Fig. III.2, a été relevée au Laboratoire de Machines Electriques de l'ENP [26] en utilisant un perméamètre d'Illioviçi. Cette caractéristique peut être approximée par un polynôme impair de degré 11, dont l'équation est la suivante :

$$H = 15.127B^{11} - 5.175B^9 + 1512.7B \quad (\text{III-1})$$

Le banc d'essais, est constitué du moteur étudié accouplé mécaniquement à une machine à courant continu servant de charge et qui débite sur des résistances réglables. Les mesures électriques sont réalisées avec des appareils classiques.

Nous nous intéresserons dans ce qui suit, à la comparaison des résultats de mesure. Le moteur est alimenté par une tension 220 V entre phases à 50 Hz.

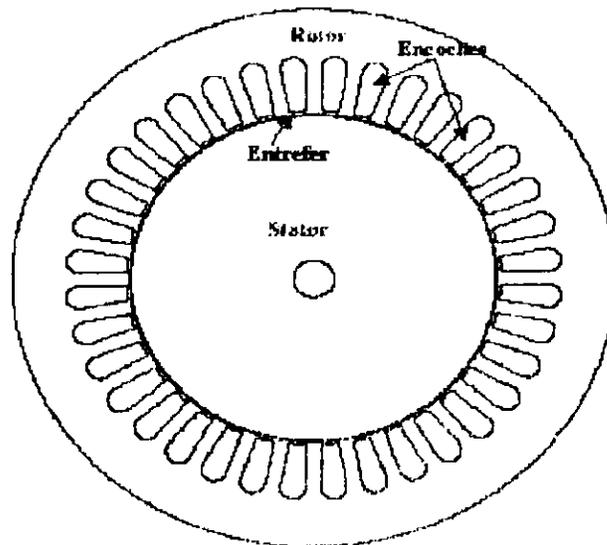


Fig. III. 1. Coupe transversale de la machine asynchrone à rotor massif lisse étudiée

Tableau III. 1. Paramètres de la machine étudiée

Tension d'alimentation	220/ 380 V
Nombre de poles	4
Connexion	étoile
Diamètre interne	88.50 mm
Diamètre externe	145.00 mm
Longueur du noyau	110 mm
Nombre de conducteurs par encoche et par phase	37
Réactance de fuite statorique à 50 Hz	10.00 Ω
Résistance statorique par phase à 75°C	3.40 Ω
Type d'acier rotorique	Acier XC18
Conductivité rotorique	$5.38 \cdot 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$
Nombre d'encoches statoriques	36

III. 2 .2. Présentation de l'outil de calcul utilisé

Les calculs dans ce mémoire, sont effectués à l'aide d'un logiciel 2D basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM (Finite Element Method Magnetics) [4]. Le langage de programmation utilisée est spécifique à ce code (LUA) [25]. Le processus de calcul, comme c'est généralement le cas, comporte les étapes suivantes :

- 1- Introduction de la géométrie de la machine en définissant les différentes parties avec les conditions aux limites. Nous introduisons des calculs spécifiques pour le cas de la machine étudiée en effectuant des programmes et des sous programmes sous le langage LUA [25].
- 2- On exécute le pré-processeur sur Femm, tout en exploitant en même temps les résultats obtenus à l'aide d'un autre programme (post-processeur) (LUA), comme par exemple les flux d'encoches ou le calcul du couple.

III. 3. Résultats obtenus

III.3.1. Les grandeurs électromagnétiques

La figure (III.3) représente les lignes de champs, à vide ($g \sim 0$) et au démarrage ($g = 1$). Elle montre l'effet de la vitesse rotorique sur la pénétration des lignes de champs au niveau du rotor.

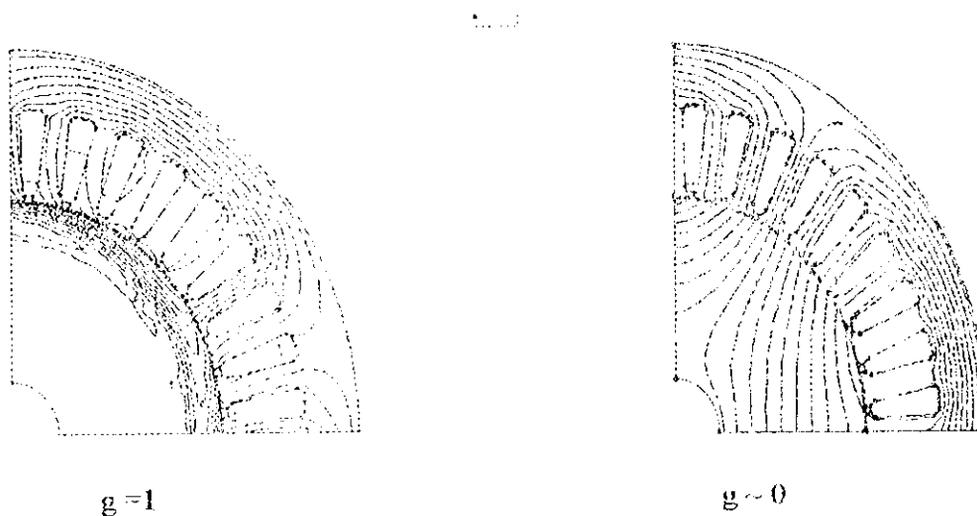


Fig. III. 3. Lignes de champs au démarrage et à vide

La figure (III. 4) montre la variation du courant statorique en fonction du glissement (caractéristique électromécanique de courant) sous tension et fréquence fixes ($U = 220 \text{ V}$, 50 Hz). Les caractéristiques calculée et mesurée varient de la même manière (forme identique au niveau des points accessibles aux mesures) toutefois, les résultats expérimentaux sont plus optimistes que les résultats théoriques (on observe une différence moyenne, suivant la vitesse de rotation, de 30%). Pour une ~~glissement~~ ^{glissement} plus importante, l'erreur commise devient plus grande, l'hypothèse que nous avons prise (un seul harmonique d'espace) n'est donc plus adaptée car les harmoniques d'espace de rang supérieur ne sont plus négligeables devant le fondamental.

La figure (III. 5) représente la caractéristique mécanique pour le moteur asynchrone à rotor massif lisse étudié et ce, sous une tension de $220 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$. Pour des glissements inférieurs à 20%, cette caractéristique montre la bonne concordance entre les résultats théoriques et les relevés expérimentaux (12% de différence en moyenne). Par contre, pour le cas des glissements supérieurs à 20%, l'écart entre les points calculés et mesurés devient plus important.

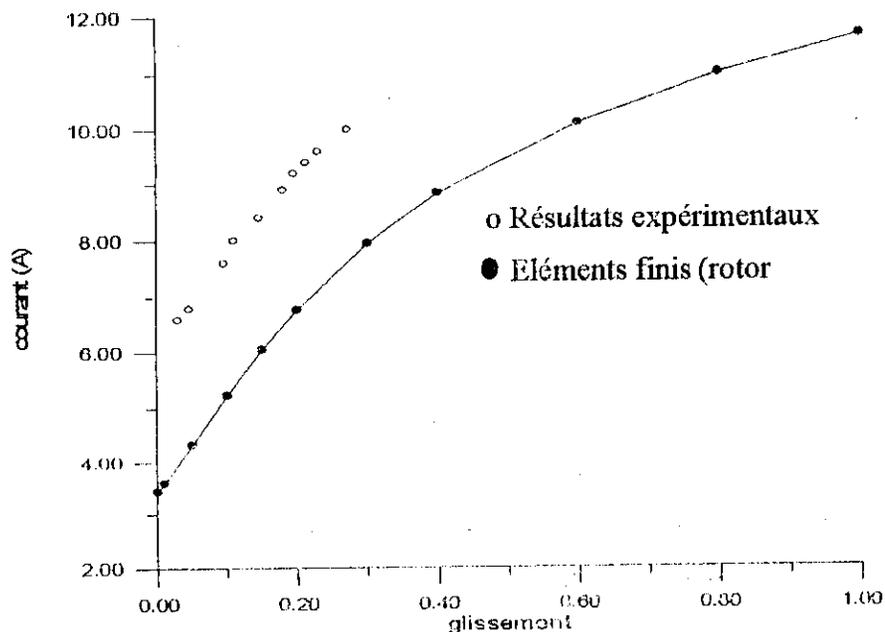


Fig.III.4. Courant statorique en fonction du glissement
($U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

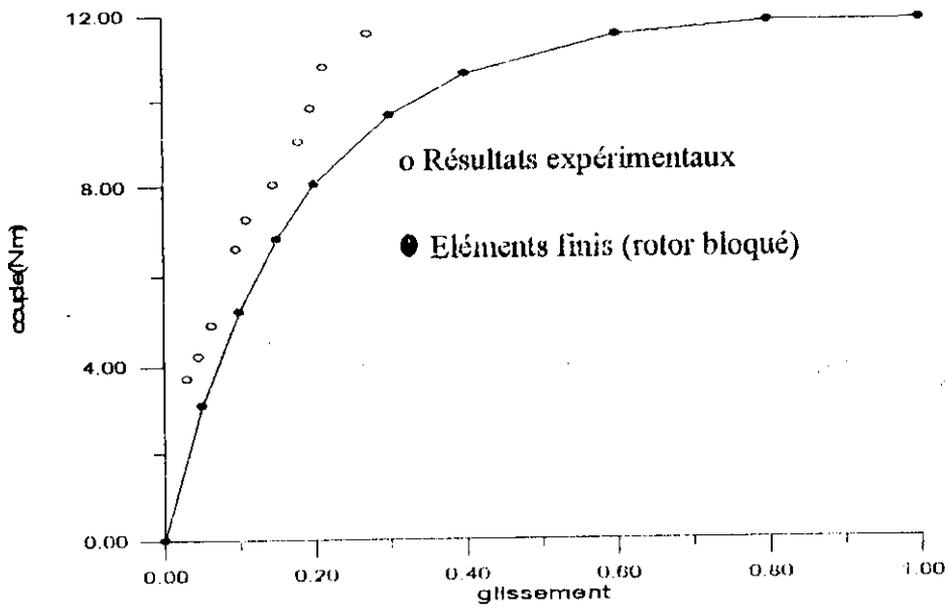


Fig.III.5. Couple en fonction du glissement
(U = 220 V, f = 50 Hz)

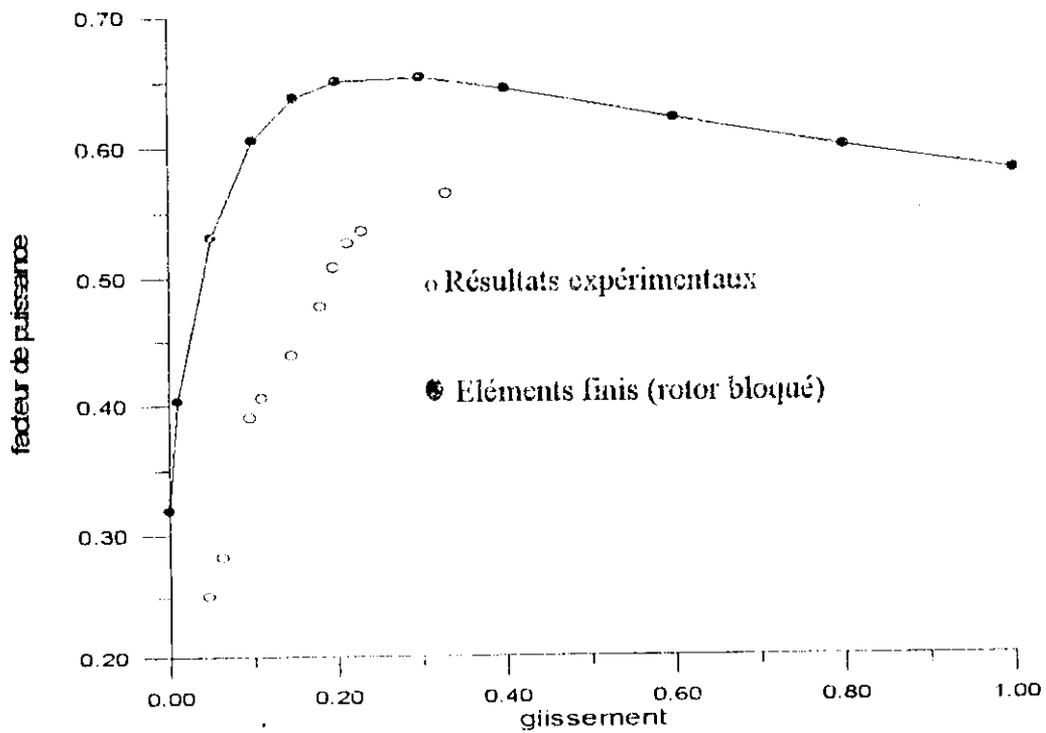


Fig.III. 6. Facteur de puissance en fonction de glissement U = 220 V
f = 50 Hz

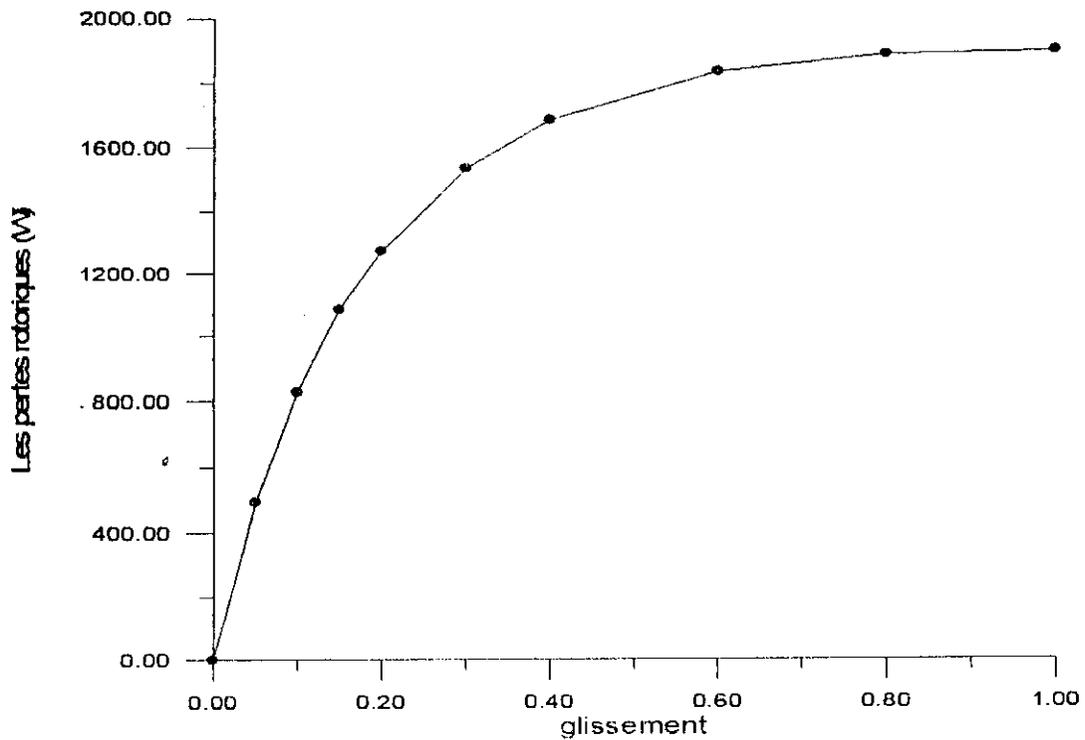


Fig.III.7. Pertes par effet Joule rotatives en fonction de glissement
($U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

On peut constater à partir des figures (III.7) que le rotor lisse, bien qu'il représente la meilleure solution du point de vue mécanique, que la tôle rotative présente des échauffements importants proportionnelles à la vitesse de rotation. En effet, pour le glissement nominal, les pertes rotatives sont très fortes. En plus, le couple n'a pas un maximum au faible glissement.

III. 3.2. Paramètres du circuit équivalent

En couplant les résultats issus de la résolution par la méthode des éléments finis et les équations électriques déduites à partir de circuit équivalent, les paramètres déterminés sont représentées dans les figures (III.8) et (III.9). Pour la réactance de magnétisation, nous nous sommes limité à une seule valeur.

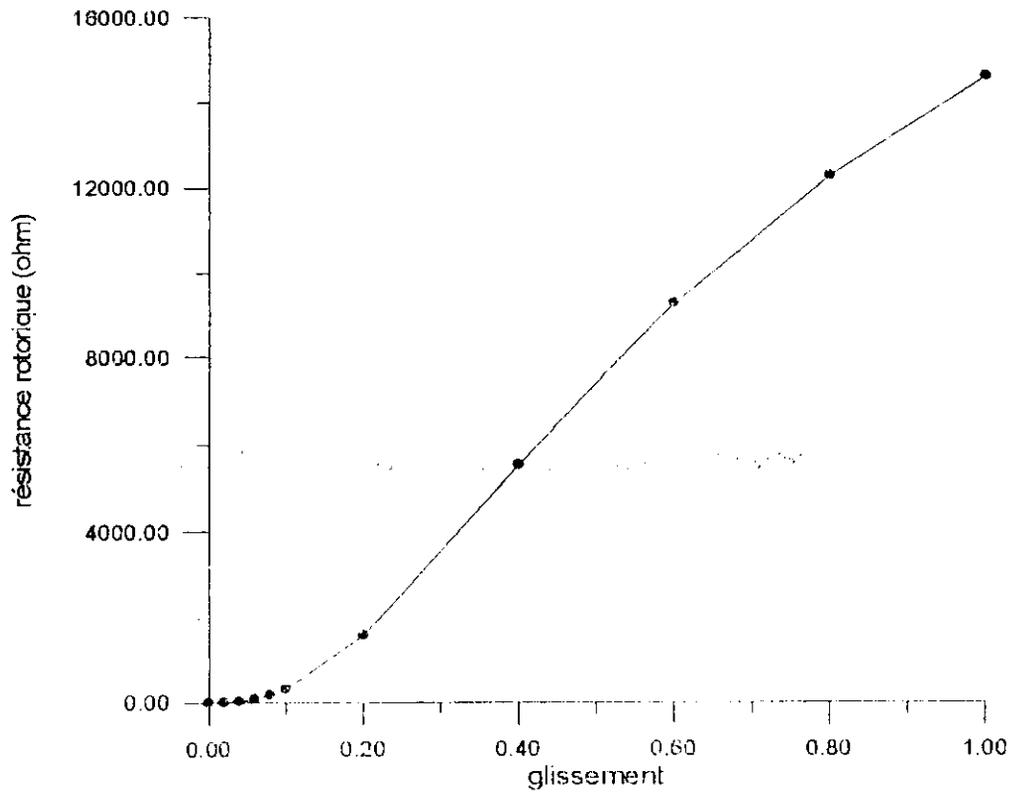


Fig. III.8. Résistance rotorique en fonction de glissement

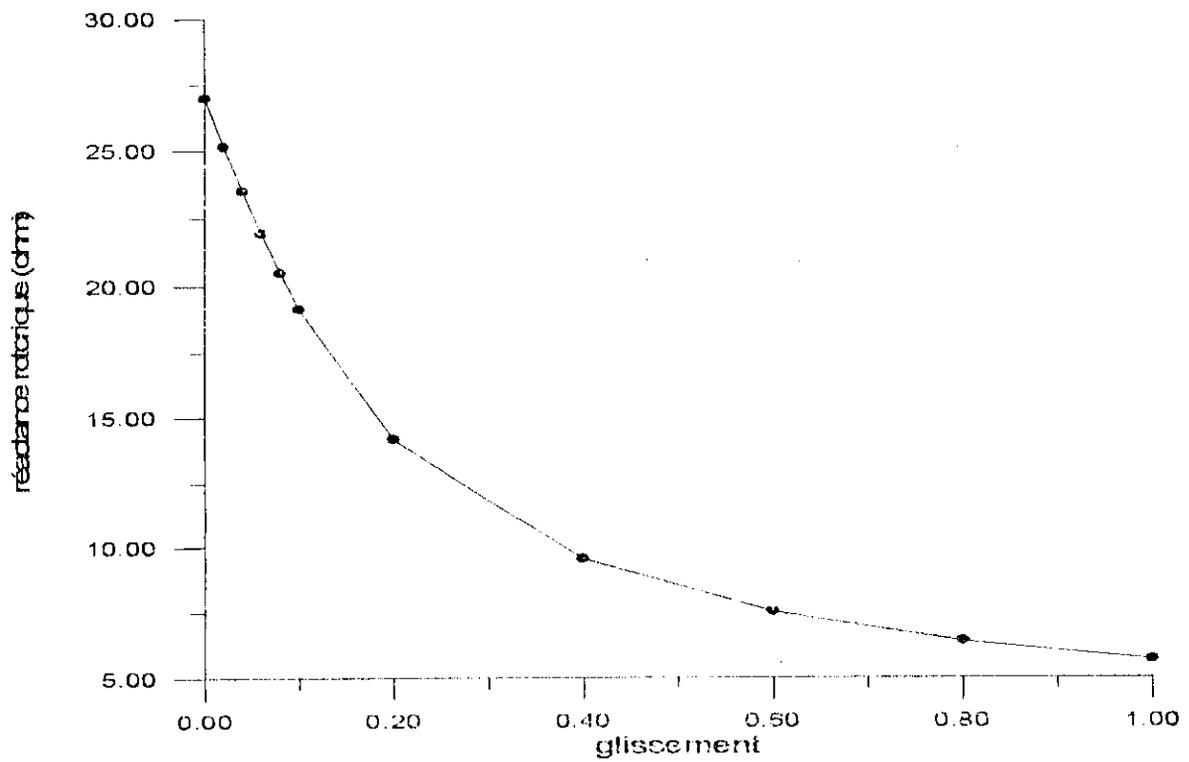


Fig. III.9. Réactance rotorique en fonction de glissement

Les figures (III.8) et (III.9) montrent l'effet de la saturation magnétique sur les paramètres du circuit équivalent (résistance et réactance rotorique). Ces paramètres sont en fonction du glissement.

III. 5. Conclusion

A l'aide du code de calcul de champ gratuit FEMM, basé sur la méthode des éléments finis 2D, nous avons pu résoudre les équations de la magnétodynamique complexe dans le cas d'un moteur asynchrone à rotor massif lisse en tenant compte de la saturation. Pour les calculs spécifiques à notre étude, nous avons effectué les programmes nécessaires en utilisant le langage LUA compatible avec ce dernier code. La prédétermination des performances et la détermination des paramètres du circuit équivalent du moteur étudié, à rotor bloqué en régime saturé sous l'hypothèse de l'approximation du premier harmonique d'espace, s'avère peu précise comparativement aux relevés expérimentaux et plus particulièrement pour les glissements élevés. La machine asynchrone à rotor massif présente donc des harmoniques d'espace importants et il est nécessaire de les prendre en considération pour améliorer la précision des résultats.

Du point de vue électromagnétique, les modèles internes, basés sur la résolution des équations aux champs électromagnétique par la méthode des éléments finis, sont largement utilisés. Les méthodes temporelles donnent de très bons résultats, mais restent coûteuses en temps de calcul. Les méthodes fréquentielles sont alors plus attractives, mais elles ne s'appliquent en toute rigueur que pour les problèmes linéaires. Les difficultés liées au mouvement, à la saturation magnétique et aux harmoniques spatiaux se posent de manière cruciale.

Nous avons développé un calcul électromagnétique d'un moteur à induction à rotor massif en utilisant le code de calcul de champ gratuit FEMM. Celui-ci est basé sur la résolution par la méthode des éléments finis 2D des équations du champ. Nous avons adopté la représentation complexe des grandeurs à variation sinusoïdale par rapport au temps. Le mouvement du rotor, nous l'avons pris en compte en faisant varier la conductivité électrique rotorique (la conductivité électrique rotorique est multipliée par le glissement).

Afin de traiter la saturation, nous avons adopté une approche qui permet d'introduire la réductivité équivalente sous l'hypothèse que le premier harmonique d'espace est prépondérant dans l'entrefer de la machine. Avec cette approximation, le temps de résolution diminue considérablement.

La technique proposée permet ainsi de déterminer les performances électromagnétiques de la structure étudiée tout en gardant le maillage de celle-ci figé. Elle peut constituer de ce fait un outil efficace lors de la simulation dynamique des machines électriques.

Le couplage entre la méthode des éléments finis et les équations électriques, issues du schéma équivalent de la machine (méthode de rotor bloqué), a permis de déterminer les paramètres du circuit équivalent. La machine est supposée alimentée par des courants sinusoïdaux, triphasés et équilibrés.

Une comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux calculés par éléments finis (rotor bloqué) a été effectuée. Pour des faibles glissements, la concordance obtenue est bonne. Par contre, pour les forts glissements, l'approximation du premier harmonique d'espace n'est plus valide.

Ce travail peut être appliqué pour étudier une machine asynchrone à rotor massif à cage.

- [1] J.C..Mercier, « Contribution à l'étude par élément finis du comportement électromagnétique des machines rapide », Thèse de doctorat de l'INPLorraine, Septembre, 1993.
- [2] C. Barnetche, « Calcul numérique de machines asynchrones en régime transitoire, en tenant compte de la saturation magnétique », Thèse de doctorat de l'INPL, Nancy, Octobre, 1997.
- [3] S.MEZANI, « Modélisation Electromagnétique et Thermique des Moteurs à Induction, en tenant Compte des Harmoniques D'espace », Thèse de doctorat de l'INP Lorraine, Juillet 2004.
- [4] D.Meeker, «Manual of Finite Element Method Magnetics FEMM », <http://femm.foster-miller.net>.
- [5] R. Ierusalimschy, « Programming in Lua », January 22, 2003, <http://www.lua.org>.
- [6] R. Kechroud, « Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange », Thèse de doctorat d'état, ENP, Avril, 2002.
- [7] R. Ibtouen, « conception de machines électriques », Cours de la première année post-graduation, ENP, 2002-2003.
- [8] M.Berlin, J.P.Faroux, J.Renault: «Electromagnétisme 2 : phénomènes d'induction et électrocinétique », Dunod édition 1979.
- [9] M.JUFER « Circuits magnétiques », Techniques de l'ingénieur, D 1050, 1989.
- [10] P.Silvester, R.L.Ferrari: « Finite elements for electrical engineers », Cambridge University Press, Third edition 1996.
- [11] G.Touzot, G.Dhatt: «Une représentation matricielle de la méthode des éléments finis », Maloine éditeur, deuxième édition 1984.

- [12] J. C. Sabonnadière, J.L.Coulomb, « Calcul des champs électromagnétiques », Techniques de l'ingénieur, D 3020, 1989.
- [13] M.N.O.Sadiku: « Numerical techniques in electromagnetics », C.R.C Press 1992.
- [14] A. G. Jack, B.C. Mecrow, « Methods for magnetically nonlinear problems involving significant hysteresis and eddy currents », IEEE Transactions on magnetics, vol .26, n°2, pp 424-429, March 1990.
- [15] D.Lederer, A.Kost, « Modelling of nonlinear magnetic material using a complex effective reluctivity », IEEE Transactions on magnetics, vol. 34, n°5, pp 3060- 3063, September 1998.
- [16] Du Terrail, J.C.Sabonnadière, « Nonlinear complex finite elements of Electromagnetic field in steady state AC devices », IEEE Transactions on magnetics, vol .Mag-20, n°4, pp 549-552, July 1984.
- [17] M.E.Zaïm, « Application of a nonlinear complex finite element method to the design of solid rotor reluctance machines », IEEE Transactions on magnetics, vol .34, n°5, pp 3592-3595, September 1998.
- [18] G.Paoli, O.Biro, G.Buchgraber, « Complex representation in nonlinear time harmonic eddy current problems », IEEE Transactions on magnetics, vol .34, n°5, pp 2625-2628, September 1998.
- [19] E. E. Kriezis, T. D. Tsiboukis, S. M. Panas, J. Tegopoulos, « Eddy currents: Theory and applications », IEEE Transactions on magnetics, vol .80, n°10, pp. 1559-1589, Octobre 1992.
- [20] M.V.K. Chari, G. Bedrosian, J. D'Angelo, « Finite element applications in Electrical Engineering », IEEE Transactions on magnetics, vol .29, n°2, pp 1306-1314, March 1993.

- [21] R. Ibtouen, R. Kechroud, O. Touhami, S. Mektoub: « Complex Finit Element Analysis of Solid Rotor Induction Motor », IEEE Transactions on magnetics, vol .30,n°5, pp. 1606-1610, 2003.
- [22] P. Zhou, J. Gilmore, Z. Badics, Z.J. Cendes, « Finite element analysis of induction motors based on computing detailed equivalent circuit parameters», IEEE Transactions on magnetic, vol .34,n°5,September 1998, pp 3499-3502.
- [23] J.Hervé SAÏAC, « Mathématiques pour l'électricien », Techniques de l'ingénieur, D 36,1989.
- [24] A.Gourdin, M.Boumahrat, « Méthodes numériques appliquées » , Technique et documentation – Lavoisier , deuxième édition 1989.
- [25] R.W. Freund, « Conjugate gradient-type methods for linear systems with complex symmetric coefficient matrices », SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, 13(1):425-448, January 1992.
- [26] R.IBTIOUEN,« Etude d'un moteur d'induction à rotor massif lisse pour différentes largeurs d'entrefer : Performances sous divers régimes d'alimentation- Comportement thermique », Thèse de Magister, ENP, Mai 1984, Alger.