

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

*Département d'Hydraulique
Projet de fin d'étude
Pour l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat*

Thème :

*Analyse comparative des
modèles numériques
Interaction fluide-structure*

Proposé par :

-Mr.O-BELHADJ

Etudié par :

-Mr.L- ANANE

PROMOTION : 2005/2006

*Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach
16200 Alger (Algérie)*

Tel :213 21 52 53 01/03 — Fax :213 21 52 29 73

Remerciements

Je remercie Dieu qui m'a donné la force et le courage pour terminer ce modeste travail.

Je tiens à présenter mes plus vifs remerciements à :

Monsieur. M. O.Belhadj, pour avoir suivi et dirigé ce travail.

Mes remerciements vont également à Monsieur Y.Mouloudi, pour ses conseils et ses encouragements.

Notre gratitude va également aux membres du jury pour honorer notre soutenance et pour l'effort fourni afin juger ce travail.

Qu'il me soit permis de remercier toutes les personnes qui ont contribuées de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

إهداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى:

الوالدين الكريمين اللذين ما ادخرا جهدا للدعاء و النصح لنا وبذلا النفس و

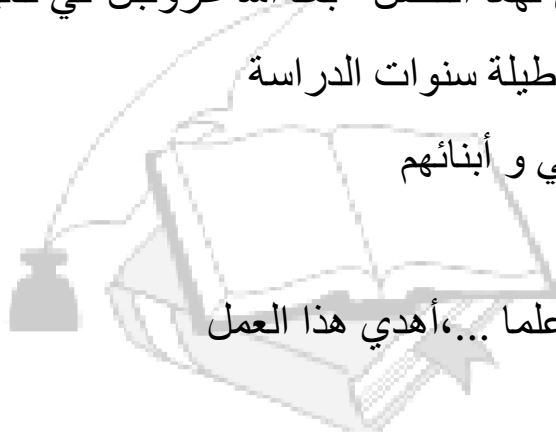
النفيس في سبيل ذلك وكان لهما الفضل -بعد الله عزوجل- في تذليل كثير

من الصعاب التي واجهتنا طيلة سنوات الدراسة

إلى إخوتي- إلى كل أخواتي و أبنائهم

إلى كل من علمني حرفا

إلى كل أستاذ تعلمت عنه علما ...، أهدي هذا العمل



لخضر عنان

العنوان:

مقارنة نموذجين لفعل متبادل بين مائع و منشأ (حالة سد ثقلي خرساني)
ملخص: تم وضع نموذجين للتحليل الزلزالي لسد ثقلي خرساني باعتبار عدة أشكال لهذا السد و هاذين
النموذجين هما:

-طريقة التقارب المتباعد (FORTRON)

-طريقة النموذج الثنائي الأبعاد (MATLAB)

بعد هذا التحليل نقوم بمقارنة هذين النموذجين و كذلك مع نموذج زنقار
كلمات مفتاحية: سد، زلزال، الاستقرار، فعل متبادل، سائل

Sujet:

Analyse comparative des modèles numériques interaction fluide-structure

Cas d'un barrage poids en béton

Résumée : Deux méthodes mises en oeuvre pour l'analyse sismique d'un
barrage poids en béton avec différentes formes des barrages :

- 1)- Méthode des éléments finis (logiciel utilisé MATLAB)
- 2)- Méthode des différences finies (langage utilisé FORTRON)

Après cette analyse, on compare ces résultats entre eux et avec le modèle de
Zangar.

Mots clés: Barrage, séisme, Stabilité, interaction, Fluide.

Subject:

Comparative analysis of the digital models interaction fluid-structure

Case of the dam's weight out of concrete

Summarized: two methods put for the analysis seismic of a dams weight out of
concrete with various forms of the dams:

- 1) - Finite element method (software used MATLAB)
- 2) - Method the finite differences (language used FORTRON)

After this analysis we compare these results between them and with the model
of Zangar.

Key words: Dams, seismic, stability, interaction.

Introduction

1. La problématique	1
2. Organisation de la thèse	2

Chapitre I : Généralité sur les séismes

I.1 Cause de séismes	4
I.2 Caractéristiques du séisme	5
I.2.1. L'épicentre et l'hypocentre	5
I.2.2. Les Ondes sismiques	5
I.2.2.1. Les Ondes de volume	6
♣ Ondes longitudinales ou primaires (P)	6
♣ Ondes transversales ou secondaires (S)	6
I.2.2.2. Les Ondes de surface	7
♣ Les ondes de Love	7
♣ L'onde de Rayleigh	8
I.2.3 Les échelles	9
♣ Echelle MSK (Medvedev Sponheuer Karnik)	9
♣ Echelle de Richter	9
♣ Echelle de magnitude de moment	9
I.2.4. Le sismographe	9

Chapitre II : les barrages en béton et leurs calculs

II.1 Introduction	11
II.2 Historique des barrages poids	11
II.3 Recensement des grands barrages	12
II.4 Forces agissant sur un barrage	13

II.4.1 Cas statique	13
II.4.1.1.Poids propre	13
II.4.1.2. Poussée de l'eau	13
II.4.2. Cas dynamique	14
II.4.2.1.Interaction sol — structure	15
II.4.2.2.Interaction fluide-structure	16
▪ Formulation de westergaard	17
II.4.2.3 Action sur la masse du barrage ou Force d 'Inertie du barrage	18
II.5 Stabilité externe des barrages poids	19
II.5.1 Introduction	19
II.5.2 Définition	20
II.5.3 Hypothèses	20
♣ Stabilité au renversement	21
♣ Stabilité au glissement	21
♣ Condition de non extension	21
♣ Condition de Maurice-Lévy	21
Chapitre III: utilisation du logiciel MATLAB	
III.1 Introduction	22
III. 2 Utilisation de la boîte à outils (toolbox) de PDE	22
III.3 Les problèmes qu'on peut Résoudre	24
III.4 Définition d'un problème de PDE dans le GUI	25
III.5 Résolution d'un problème PDE	25
III.6 Exemple d'application	26
III.7 Conclusion	36

Chapitre IV : La méthode des différences finies et principe de résolution

IV.1 Introduction	37
IV.2 L'analyse numérique des équations aux dérivées partielles	37
IV.2. 1-Description et résolution numérique	37
IV.2 .2- Modélisation	38
IV.2 .3- Analyse mathématique	38
IV.2 .4- Discrétisation et résolution numérique	38
IV.2 .5- Analyse numérique	38
IV.2 .6- Mise en œuvre, programmation et analyse des résultats	39
IV.3 Principe des équations aux dérivées partielles	39
IV.4 Discrétisation spatiale et temporelle	39
IV.5 Méthode des Différences finies	40
♣ Le développement de Taylor	41
♣ Cas d'une approximation à deux dimensions	42
IV.6 Analyse de l'approximation	43
IV.6.1 Erreur de troncature	43
IV.6-2 Stabilité d'un schéma aux différences finies	44
IV.6.3 Convergence d'un schéma aux différences finies	45
IV.6.4-Consistance d'un schéma aux différences finies	45
IV.7 Classification des systèmes physiques	45
A. Les systèmes linéaire et non linéaire	46
B. Système stationnaire	46

C. Système non stationnaire	46
D. Système discret	46

Chapitre V : Applications, validation et interprétation des résultats

V.1 Introduction	56
V.2 L'influence de la variation de l'inclinaison du parement amont type1	57
a) Inclinaison du parement amont $\alpha=0^\circ$	57
b) Inclinaison du parement amont $\alpha=15^\circ$	58
c) Inclinaison du parement amont $\alpha=30^\circ$	58
d) Inclinaison du parement amont $\alpha=45^\circ$	59
V.3 La variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2	60
V.4 L'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2	62
V.5 L'influence de la largeur du réservoir	62
V.6 Interprétation des résultats	63
♣ L'influence de la variation de l'inclinaison du parement Amont type1	63
♣ La variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2	64
♣ L'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2	65
♣ L'influence de la longueur du réservoir	65
Conclusion	66

Introduction

Introduction

1- la problématique

Les barrages représentent des systèmes constructifs complexes à caractères économiques et stratégiques importants. Les construire en zone sismique peut provoquer d'importants dégâts matériels et humains. En effet, lors de leur rupture, l'énergie libérée par le réservoir est si importante qu'elle engendre une catastrophe à l'aval. C'est pour cela que beaucoup de ces ouvrages sont implantés dans des zones faiblement ou non sismiques. De plus, si on doit tenir compte du problème de faible pluviométrie comme c'est le cas de l'Algérie; les sites d'implantation de barrages ne sont pas nombreux, d'où la nécessité d'une analyse dynamique du barrage.

Du point de vue analyse, les barrages diffèrent d'autres classes de structures dans un important sens: une procédure d'analyse complète doit considérer les effets du réservoir d'eau sur les propriétés et réponses dynamiques du barrage. Les mouvements du terrain et les déformations de la face amont du barrage engendrent des ondes de pression dans le réservoir qui contribuent, au retour, aux déformations de la structure, et influencent ainsi la répartition du champ de pression sur le parement amont. Pour tenir compte de ce cycle fermé de cause à effet, la formulation du problème doit reconnaître l'interaction dynamique entre le barrage et l'eau.

Le but est la détermination des pressions générées par la propagation des ondes dans le milieu continu en n'importe quel point de ce domaine limité par des conditions aux limites.

En conséquence, il est important, voire nécessaire, de développer des outils de calcul indispensables pour l'analyse dynamique des barrages en vue de l'évaluation de leur performance et leur sécurité sous l'effet des séismes. Ces

outils doivent être capables d'évaluer de manière fiable et efficiente les déformations et les contraintes dynamiques qui se développent dans un barrage, soumis à l'action d'un mouvement sismique donné, compte tenu des phénomènes d'interaction sismique Sols-Structures et Fluide-Structures, susceptibles de compliquer sérieusement l'analyse du comportement dynamique des barrages en béton.

De plus, l'expérience a montré que les meilleurs résultats sont ceux pris à partir de plusieurs outils.

Le présent travail consiste à mettre en oeuvre une analyse comparative des modèles numériques de l'interaction fluide-structure pour déterminer le comportement dynamique d'un système couplé constitué par un barrage poids en béton et sa retenue, par deux méthodes différentes:

- différences finies (FORTRAN);
- éléments finis (MATLAB).

L'analyse par la méthode des différences finies a été faite par un programme en FORTRAN que nous avons élaboré, et celle par les éléments finis à partir d'une application déjà existante sur MATLAB.

L'apport dans ce travail est la prise en considération – en plus du cas rectangulaire traité en 1992 [10] de différentes inclinaisons et hauteurs du parement amont et aussi les inclinaisons du parement amont et la fondation simultanément.

2- Organisation de la thèse

La thèse est organisée en cinq (5) chapitres. Chaque chapitre dans cette étude traite une partie spécifique et nécessaire ou complémentaire pour les autres chapitres. On commence par:

Introduction

Chapitre 1 : Généralités sur le séisme,

Chapitre 2 : Les barrages en béton et leurs calculs,

Chapitre 3 : Utilisation du logiciel MATLAB,

Chapitre 4 : Présentation de la méthode des différences finies et principe de résolution,

Chapitre 5 : Applications, validation et interprétation des résultats, et on termine enfin par une **conclusion générale**.

Chapitre I
Généralités sur les
séismes

Chapitre I : Généralités sur les séismes

Les tremblements de terre font posent de graves menaces sur les populations vivantes dans les régions sismiques. Ils peuvent être la cause de la destruction des habitations, des **barrages**, des ponts, et des grands glissements des terrains.

Ces dégâts généralement engendrent la mort des milliers de personnes. Pour cela, la prise en compte du risque sismique dans le calcul et le dimensionnement d'ouvrages stratégiques tels que les centrales nucléaires, les ponts de grandes portées ou les **barrages** est une nécessité absolue.

Pour être en mesure de construire en zone sismique, il est nécessaire d'identifier ces zones, donc de comprendre le mécanisme générateur des séismes, puis de caractériser un séisme par un certain nombre de grandeurs directement utilisable par l'ingénieur. L'objet de ce chapitre est de fournir ces éléments.

I.1 Cause des séismes

Les tremblements de terre se produisent lors d'un relâchement brutal des tensions (de part et d'autre d'une faille, par exemple) à l'intérieur de la croûte terrestre ; la rupture qui s'ensuit provoque des vibrations, légères ou fortes, de la surface du sol. Le foyer du séisme est le point initial de la rupture. Immédiatement au-dessus, l'épicentre est le lieu d'intensité maximale du choc en surface. Ces ondes de choc se propagent en cercles concentriques à partir du foyer et de l'épicentre, diminuant d'intensité à mesure qu'elles s'en éloignent. Ces ondes sismiques sont les ondes primaires (ondes P) qui sont les premières que l'on reçoit lors d'un séisme, car elles se propagent plus vite que les ondes secondaires (ondes S).

I.2 Caractéristiques du séisme

I.2.1. L'épicentre et l'hypocentre

Les ondes sismiques semblent provenir d'une région déterminée, appelée foyer ou hypocentre du séisme. Le point de la surface du sol à la verticale du foyer est son épicentre. La détermination de ces positions est un problème complexe et donne des résultats plus ou moins précis car la libération d'énergie n'est un événement ni ponctuel, ni instantané.

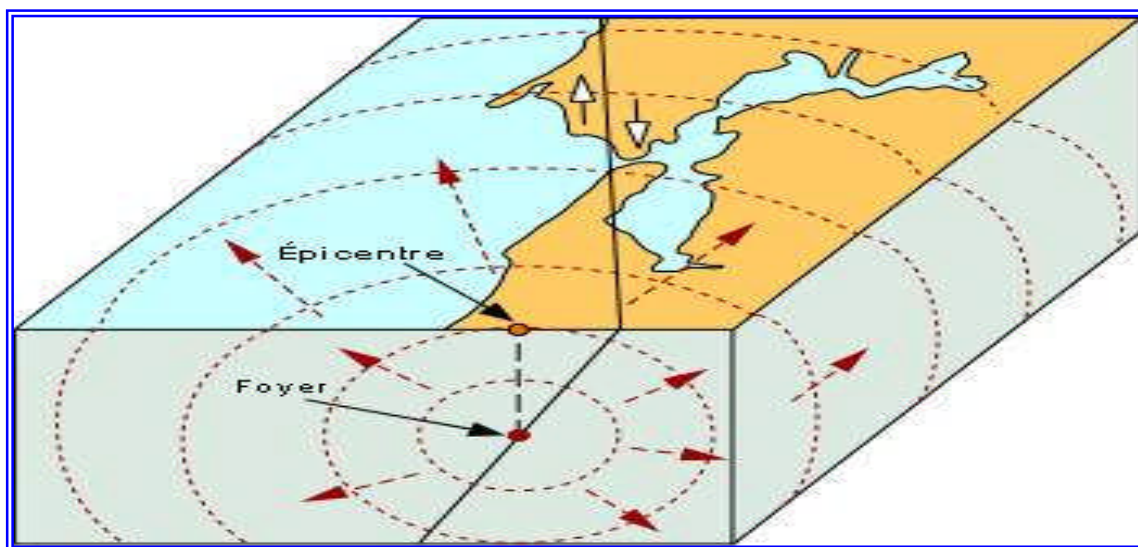


Figure I.1 : L'épicentre et l'hypocentre

I.2.2. Les Ondes sismiques :

Les tremblements de Terre sont à l'origine de la création d'ondes sismiques, enregistrées à l'aide sismographes ou un accélérographe. Ces ondes sismiques sont des ondes élastiques. Elles se propagent dans toutes les directions.

On distingue les ondes de volume qui se propagent dans toute la direction et les ondes de surface qui se propagent parallèlement à sa surface. Elles se succèdent et se superposent sur les enregistrements des sismographes.

I.2.2.1. les Ondes de volume :

Il existe deux types d'ondes dites de volume :

- ❖ **Ondes longitudinales ou primaires (P)** : ces ondes se propagent comme une onde sonore suivant des cycles de compression dilatation du sol. Ces ondes se propagent plus rapidement que les autres et sont généralement peu destructrices. Elles annoncent avec quelques secondes d'avant l'arrivée les d'ondes, les plus destructrices (6km.s^{-1} près de la surface).

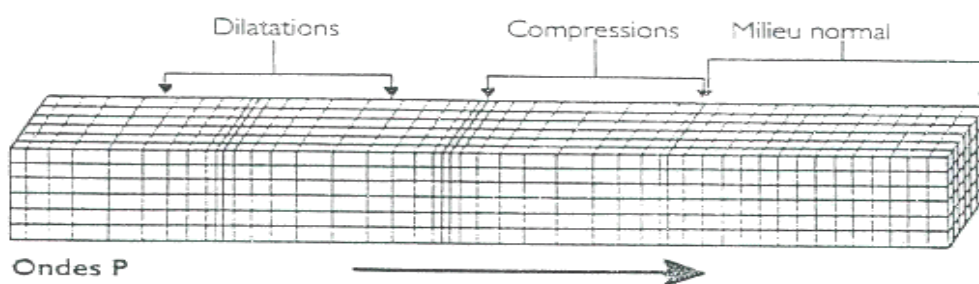


Figure I.2 : L'effet des ondes P sur les milieux traversés

- ❖ **Ondes transversales ou secondaires (S)** : à leur passage, les mouvements du sol s'effectuent perpendiculairement au sens de propagation de l'onde. Ces ondes ne se propagent pas dans les milieux liquides car il est impossible de déformer un liquide par cisaillement.

Leur vitesse est plus lente que celle des ondes P.

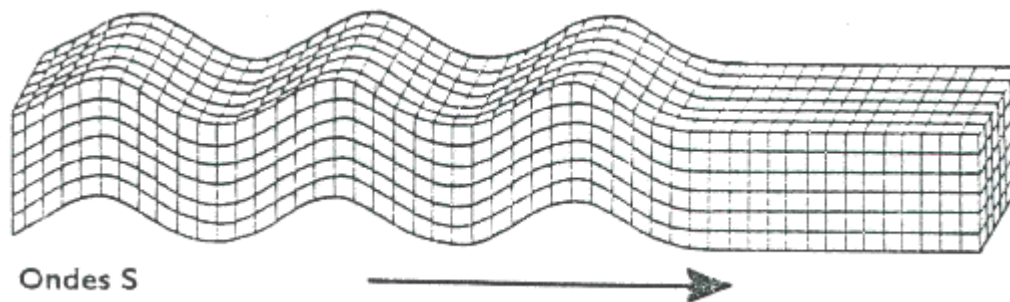


Figure I.3 : L'effet des ondes S sur les milieux traversés.

La différence de vitesse des ondes P et S explique la différence des temps d'arrivée des ondes P et S. On peut, connaissant leur vitesse, calculer la distance à l'hypocentre.

I.2.2.2. les Ondes de surface :

Ce sont des ondes guidées par la surface de la Terre. Elles sont moins rapides que les ondes de volume mais leur amplitude est généralement plus forte et elles concentrent le maximum d'énergie.

✦ Les ondes de Love

Elles se propagent est seulement dans les solides non homogènes. Ce sont des ondes onde transversales polarisée dans le plan horizontal. Le déplacement est essentiellement le même que celui des ondes S mais sans mouvement vertical. Les ondes de Love provoquent donc un ébranlement horizontal, cause de nombreux dégâts par cisaillement des fondations des édifices.

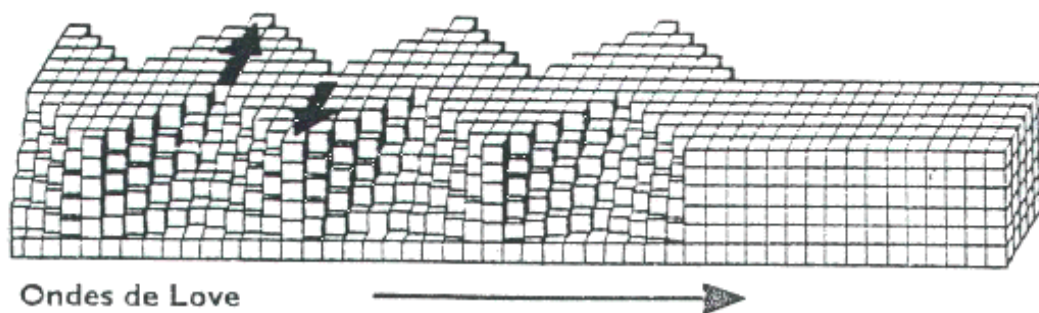


Figure I.4 : L'effet des ondes de Love sur les milieux traversés.

* L'onde de Rayleigh

Elle se propage au voisinage de la surface de milieux homogènes et non homogènes. Elle résulte d'interférences entre les composantes verticales des ondes P et S. Comme le montre le schéma.

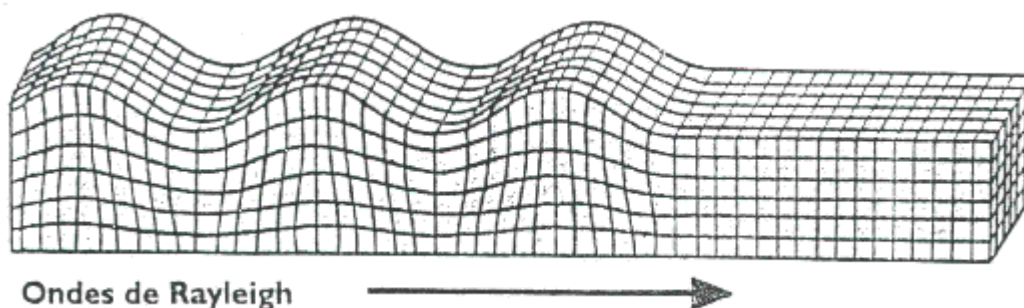


Figure I.5 : L'effet des ondes de Rayleigh sur les milieux traverser.

Les ondes de Love se propagent à environ 4 km/s, elles sont plus rapides que les ondes de Rayleigh.

Restant en surface, les ondes de Love et de Rayleigh n'y subissent qu'un faible amortissement, ce qui fait qu'on les reçoit avec des amplitudes très supérieures à celles

des ondes de volume, et elles sont parfois encore détectables après avoir fait plusieurs fois le tour de la terre.

I.2.3 Les échelles :

- ♣ **Echelle MSK** (Medvedev Sponheuer Karnik) : échelle d'intensité de séismes qui comporte douze degrés. Le degré I correspond à une secousse seulement détectée par les instruments, les dégâts matériels ne sont importants qu'à partir de VIII, et XII caractérise une catastrophe. C'est actuellement l'échelle de référence en Europe.
- ♣ **Echelle de Richter** : échelle de référence qui évalue l'énergie des séismes par la valeur de la magnitude, qu'il a définie en 1935 et qui est fonction de l'amplitude maximum qu'enregistrerait un sismographe étalon placé à cent kilomètres de l'épicentre.
- ♣ **Echelle de magnitude de moment** : cette échelle est en fonction du phénomène physique au cœur du séisme : le glissement de la roche sur un plan de faille. Cette échelle repose sur l'intensité du couple des forces qui provoquent la déformation.

I.2.4 Le sismographe :

Lors d'un séisme (tremblement de terre) les vibrations dues au mouvement du sol sont appelées ondes sismiques. Les instruments qui enregistrent ces ondes sismiques sont appelés des sismographes. Un sismographe enregistre les mouvements du sol. Il comprend une feuille de papier associée à un support solidaire du sol et un stylo suspendu par un ressort et au contact avec le papier. Le stylo dessine les vibrations sur le papier qui vibre quand le sol vibre (le stylo restant immobile au-dessus du papier).

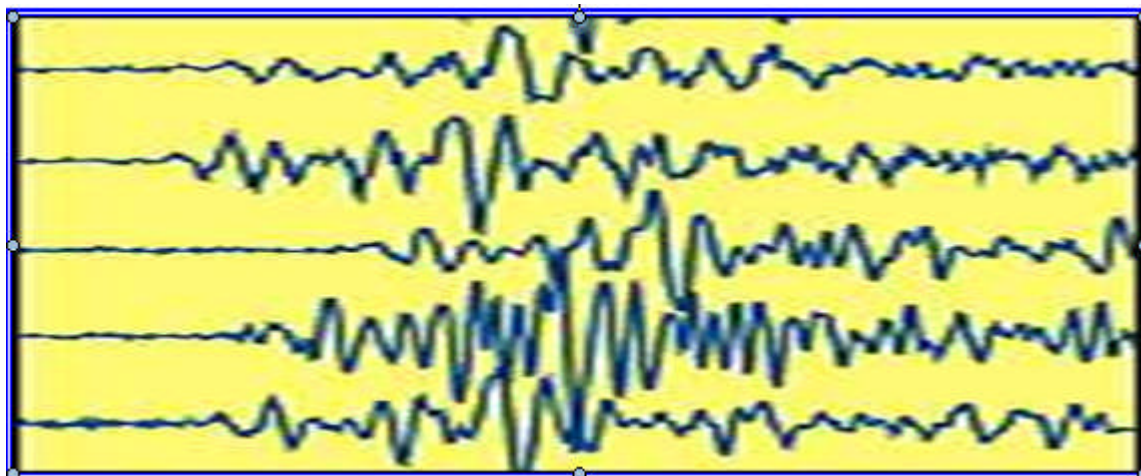


Figure I.6 : mouvement d'une onde sismique

Le sismographe était inventé au XIXe siècle et a permis dès 1920 de montrer que la source des séismes, est au foyer, se trouve à l'intérieur de la Terre à des centaines de kilomètres au-dessous de l'épicentre.

L'enregistrement obtenu est appelé un sismogramme. L'analyse des sismogrammes renseigne les géophysiciens sur la magnitude du séisme et les coordonnées de son foyer. Ci-dessous contre un extrait de sismogrammes.

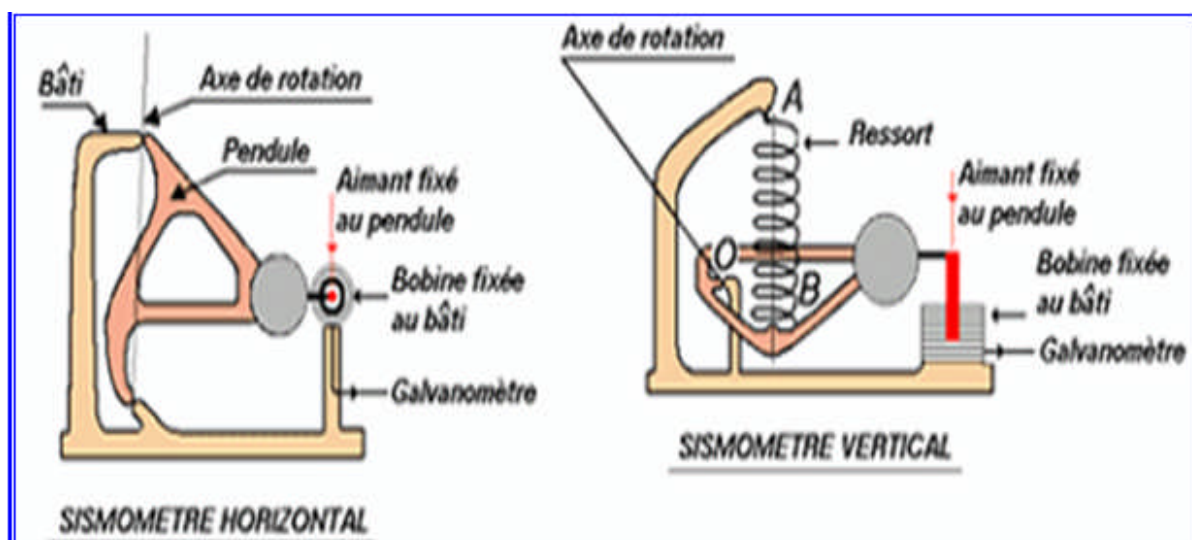


Figure I.7 : Sismomètre

Chapitre II

Les barrages en

béton et leurs calculs

Chapitre II : les barrages en béton et leurs calculs

II.1 Introduction

Un barrage est un ouvrage artificiel destiné à retenir et à stocker de l'eau pour la restituer à des utilisations diverses.

Les barrages sont des ouvrages hydrauliques souvent importants, très délicats du point de vue de leur conception, de leur réalisation, de leur exploitation et qui nécessitent un entretien très soigné.

Le but principal du barrage est l'accumulation qui sert à compenser l'inégalité des apports et à adapter l'utilisation et la consommation de l'eau aux besoins.

Les barrages poids en béton sont construits par tranches verticales ou plots indépendants les uns des autres. Ces derniers sont séparés par des joints de dilatation verticaux étanches qui permettent les mouvements dus aux variations de température. En effet, le béton est un matériau qui se dilate quand la température augmente et se contracte en cas contraire.

II.2 Historique des barrages poids

Les premiers barrages-poids en maçonnerie sont des barrages d'origine romaine et arabe. Aux XVI^e et XVII^e siècles, les Espagnols ont construit des barrages en maçonnerie de hauteur importante par rapport aux ouvrages existants - avec une hauteur d'une vingtaine de mètres. Ces barrages présentaient un profil, de parement amont vertical, se rapprochant en général du rectangle, avec parfois un parement aval en gradins. Ils s'écartaient donc beaucoup du profil triangulaire, plus rationnel et plus économique. Parmi ces barrages, on peut citer les barrages d'Alicante (1500), Puentes (1790), Nijar (1850).

Sur 500 barrages répertoriés depuis 1830, 16 seulement étaient en maçonnerie; 20 ans plus tard, on n'en comptait encore que 22 sur 579. Ces barrages avaient de profils divers

qui ont donné lieu à des incidents variés. Depuis, des recherches ont été effectuées dans ce sens, et c'est vers la deuxième moitié du XIX^e siècle que la théorie statique des barrages-poids basée sur l'équilibre du profil au renversement autour de l'arête aval, et sur l'équilibre au glissement de la base ou d'une assise quelconque, a été introduite dans les recherches de Sazilly (1853), Delocre (1865) et Rankine (1872-1873). Ces dernières ont ainsi conduit à l'établissement d'un profil plus rationnel ou profil d'égalité de résistance défini de manière qu'en aucun point les maçonneries et le sol n'aient à supporter de pressions trop fortes et que le mur ne puisse glisser sur sa base.

II.3 Recensement des grands barrages

Des études récentes, on peut estimer qu'il existe dans le monde environ 3.0 000 barrages de plus de 15 mètres de hauteur, Chine incluse qui comprend à elle seule 13517 (dont 12 006 barrages en remblai). Pour avoir un ordre d'idée des barrages existants dans le monde de hauteur dépassant 120 mètres nous donnons le tableau suivant:

Hauteur maximum	120 à 139 m	140 à 159 m	160 à 179 m	180 à 199 m	200 à 219	220 à 239 m	240 à 259m	Sup à 260 m (1)
Poids contreforts	23	11	5	3	2	1	-	1
voûtes V.multiples	27	21	8	7	7	5	1	2
barrages en terre	10	5	5	4	1	1	1	2
Enrochement	19	16	6	2	1	1	-	1
total	79	53	24	16	11	8	2	6

Tableau II-1 : Classification des barrages selon le type et leur hauteur:

(1) désigne les barrages suivants:

Barrage poids: Grande Dixence (Suisse): 285 mètres.

Barrages voûtes: Inguri (URSS) 272 mètres.

 Vaiont (Italie) 262 mètres.

Barrages terre: Rogun (URSS) 325 mètres.

 Nurek (URSS) 300 mètres.

II.4 Forces agissant sur un barrage

II.4.1 Cas statique

Deux forces sont prédominantes dans les barrages poids, et elles sont:

- a] le poids propre du barrage.
- b] la poussée de l'eau.

II.4.1.1 Poids propre

Le poids propre P (**Figure II.1**) du barrage dépend essentiellement de la qualité du béton mis en place (compacité, poids spécifique des grains solides, et de la dimension des agrégats, ...)

II.4.1.2 Poussée de l'eau (Q)

b.1 — Elle s'exerce sur le parement en contact avec l'eau, et est perpendiculaire aux surfaces de contact

b.2 — S'il y a risque d'envasement, on peut changer de la masse volumique de l'eau, par la masse volumique de l'eau chargée (matériaux en suspension) ou en ajoutant à la

poussée de l'eau une poussée de terre (la vase en dépôt).

b.3 — On doit ajouter ces deux forces, la force de sous pression π qui est une force de soulèvement.

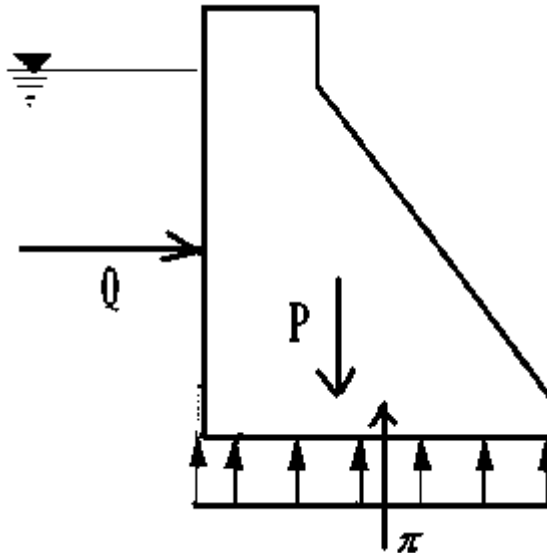


Figure II.1 : les forces appliquées sur le barrage dans le cas statique

II.4.2 Cas dynamique

On parle de cas dynamique, lorsque la structure et le réservoir d'eau sont soumis à un mouvement (tremblement de terre,...).

Les tremblements de terre engendrent donc des forces supplémentaires, dues aux accélérations de ce dernier, ces forces ne sont que passagères (durée du séisme), mais leurs dégâts sont importants.

Les accélérations d'intensités variables développées se propagent dans toutes les directions.

Les composantes verticales des secousses ne modifient pas les conditions de stabilité au glissement et au renversement de manière notable, mais les composantes horizontales

de secousses provoquent une augmentation des forces horizontales, sans augmentation des forces verticales (risque de glissement).

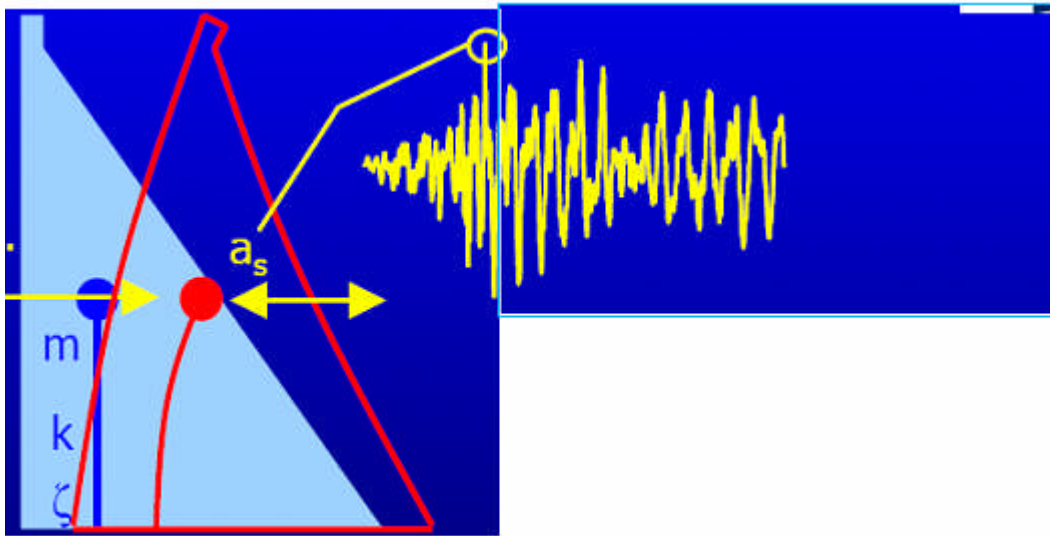


Figure II.2 : l'influence de la force de séisme sur l'écran vertical

La masse du Barrage est influencée dans ce cas, par les mouvements de la masse du réservoir d'eau et la masse de fondation. On parlera alors de l'interaction sol—structure, l'interaction fluide—structure et de l'action sur la masse du Barrage.

II.4.2.1 Interaction sol — structure

Lors d'un séisme, les perturbations du mouvement du sol modifient la réponse de la structure d'où l'analyse complète d'interaction sol—structure, celle—ci doit prendre en considération :

- le comportement non linéaire du sol;
- le schéma complexe de propagation des ondes engendrant le mouvement;
- l'interaction avec les structures avoisinantes.

On remarque bien qu'une pareille étude nécessite un travail de recherche plus poussé, c'est pour cela que certaines simplifications sont effectuées, (la nature du sol de fondation, les ondes incidentes, ...). Cette interaction n'est pas traitée par ce présent travail.

II.4.2.2 interaction fluide-structure

Cette interaction est l'objet de notre travail et elle va être traitée dans les chapitres suivants. La première solution au problème des pressions hydrodynamiques sur les barrages ayant un parement amont vertical exposé à un mouvement horizontal et harmonique a été publiée pour la première fois par WESTERGAARD en 1933. Depuis, beaucoup de recherches sont apparues sur ce sujet dans lesquelles différents aspects du problème ont été pris en compte. Parmi ces aspects, on peut citer la déformabilité du barrage, la forme du parement amont (surface de contact entre le barrage et l'eau), la compressibilité de l'eau et la génération ou production de vagues de surface.

Les études théoriques sur les pressions hydrodynamiques sont basées sur des hypothèses pour décrire le mouvement du liquide qui se traduit par des vibrations au bord du réservoir. Le critère de validité de ces hypothèses, comme dans n'importe quel problème de mécanique quantique, est la conformité des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux pour un nombre typique de cas.

Un bref aperçu sur les recherches concernant les vibrations des structures hydrauliques montre que différents auteurs démarrent à partir des différentes hypothèses, et c'est la raison pour laquelle les solutions obtenues concernent seulement des problèmes particuliers d'hydrodynamique.

Dans la plupart des cas, on considère les hypothèses suivantes:

- * Le liquide est considéré comme homogène, non visqueux et incompressible.
- * Le phénomène des ondes de surface est négligé.
- * Le mouvement du liquide est considéré comme irrotationnel.
- * Aucun changement n'intervient dans la configuration géométrique de la région occupée par le liquide durant les vibrations.
- * Seules vibrations de petit ordre sont prises en considération.

En pratique beaucoup de problèmes ont été résolus à partir de ces hypothèses par T. KARMAN, C. ZANGAR, L.S.JACOBSEN, et d'autres. A première vue, cette approche paraît très simplifiée, cependant, il apparaît que le modèle d'un liquide idéal incompressible comme simple formulation théorique, décrit suffisamment la nature de l'action dynamique de l'eau sur les structures dans la plupart des cas intéressants.

♣ Formulation de westergaard

Monsieur Westergaard, a calculé la répartition des pressions sur un écran vertical limitant un réservoir semi fini, de profondeur constante avec l'hypothèse d'un mouvement horizontal harmonique de l'écran de période T.

Il a trouvé la solution suivante

$$P(y) = \frac{7}{8} \mathbf{a} \gamma_{\omega} \sqrt{h^* y} \dots\dots\dots(\text{III.1})$$

$$F = \frac{7}{12} \mathbf{a} \gamma_{\omega} h^2 \dots\dots\dots(\text{III.2})$$

D'où :

a: accélération sismique / accélération de la pesanteur.

h: hauteur de la retenue

y: hauteur d'eau entre le niveau de l'eau et un point submergé.

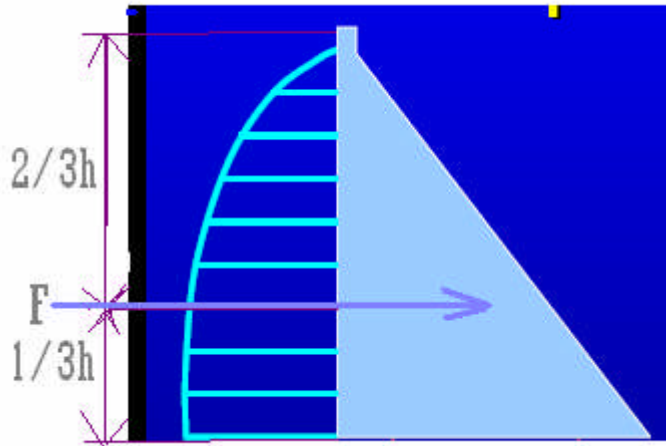


Figure II.3 : la répartition des pressions sur un écran vertical d'un barrage

Westergwaard suppose qu'une certaine partie de l'eau se déplace avec le barrage alors que le reste du réservoir reste inactif. On peut avoir aussi la formule de **ZANGAR** qui prend en compte l'inclinaison du Parement amont d'un angle ' θ '.

$$p(y) = \frac{1}{2} a \gamma_w h c_M \left[\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right) + \sqrt{\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right)} \right] \dots \dots \dots \text{(III.3)}$$

c_M : Fonction de ' θ ' par un abaque.

II.4.2.3 Action sur la masse du barrage ou Force d 'Inertie du barrage:

Le Tremblement de Terre provoque, l'apparition d'une force horizontale, dite force d'inertie de valeur : $F = a P$

tq: a: accélération du séisme/ accélération de pesanteur

P : Poids propre du barrage.

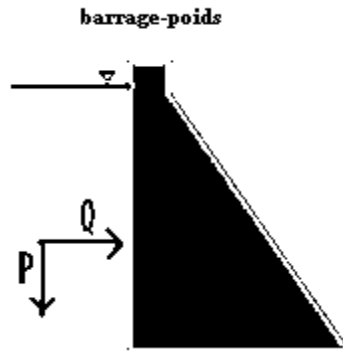


Figure II.4 : la force de tremblement de terre.

*****Remarque:**

1/ Lorsqu'il y a tremblement de Terre, le poids propre du barrage provoque sur le sol de fondation une variation de contraintes due à l'inertie du barrage, il faut s'attendre à une fissuration du rocher, et peut être même du béton.

Pour y remédier, il faut que les fondations soient plus profondes puisque les effets du tremblement de Terre diminuent rapidement en profondeur.

2/ Notons bien qu'au lieu des forces dynamiques qu'exercent les tremblements de terre, on a substitué ces dernières par des forces statiques équivalentes (approches) produisant, dans le corps de l'ouvrage des contraintes de même grandeur que celles provoquées par les forces dynamiques. Cette substitution a toutefois, l'inconvénient de calculer l'ouvrage pour des forces supplémentaires permanentes alors qu'elles sont passagères et de courtes durées.

II.5 stabilité externe des barrages poids

II.5.1 Introduction

Le barrage poids comme son nom l'indique, résiste à la poussée de l'eau par son poids. Ce sont des barrages de grandes dimensions dont il faut vérifier la stabilité au renversement, et la stabilité au glissement, et aussi les conditions de non extension, et Maurice-Levy.

II.5.2 Définition:

La stabilité externe ou d'ensemble des barrages poids est l'étude de l'équilibre de ces ouvrages vis-à-vis des forces extérieures.

II.5.3 Hypothèses:

- a) On se place dans les cas externes
- b) On calcule le barrage poids par tranches inclinées d'épaisseur unité, supposées indépendantes les unes des autres.

On se fixe les densités suivantes :

$$\delta = 1000 \text{kg/m}^3 \text{ (eau)}$$

$$\Delta = 2400 \text{kg/m}^3 \text{ (béton)}$$

Les pentes amont et aval sont données respectivement :

$$\begin{cases} n = \text{tg}\alpha \\ m = \text{tg}\beta \end{cases}$$

La hauteur de barrage : H

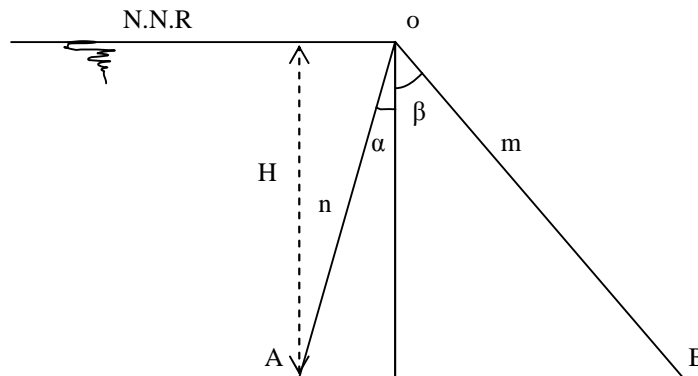


Figure II.4 : les caractéristiques d'un barrage.

Poussée d'eau	Condition pour m
Sans sous pression	$m \geq \sqrt{\frac{\delta}{2\Delta}} = 0,456$
Répartition uniforme des sous pression	$m \geq \sqrt{\frac{\delta}{2(\Delta - \delta)}} = 0,597$
Répartition triangulaire des sous pression	$m > \sqrt{\frac{\delta}{2\Delta - 3\delta}} = 0,745$

♣ **Stabilité au glissement :**

Poussée d'eau	Condition pour m
Sans sous pression	$m \geq \frac{4\delta}{3\Delta} = 0,555$
Répartition uniforme des sous pression	$m \geq \frac{4\delta}{3\Delta - 2\delta} = 3,33$
Répartition triangulaire des sous pression	$m \geq \frac{4\delta}{3(\Delta - \delta)} = 0,952$

♣ **Condition de non extension :**

Elle s'exprime par : $m \geq \sqrt{\frac{\delta}{\Delta}} = 0,645$

♣ **Condition de Maurice-Lévy :**

Cette règle repose sur le principe que la fatigue élastique sur un joint horizontal doit rester supérieur à une pression hydrostatique de façon à refermer toute fissure.

Cette condition peut s'exprimer concrètement par :

$$m \geq \sqrt{\frac{\delta}{\Delta - \tau\delta}}$$

Chapitre III

Utilisation du logiciel

MATLAB

Chapitre III: Utilisation du logiciel MATLAB

III.1 Introduction

MatLab est un système interactif de programmation scientifique, pour le calcul numérique et la visualisation graphique. Il possède un langage de programmation puissant et simple à utiliser.

Développé pour le calcul matriciel (le nom *MatLab* est l'abréviation de *Matrix Laboratory*), il offre aujourd'hui bien d'autres possibilités, dont certaines seront décrites par la suite. Il contient des bibliothèques spécialisées (*toolbox*) qui répondent à des besoins spécifiques : analyse numérique, calculs mathématiques, traitement d'image, etc.

Les objectifs de la boîte à outils (*toolbox*) de *PDE* (Partial Differential Equation) permet de :

- Définir un problème de *PDE specification*, par exemple, définir les surfaces 2-D, états de frontière, et coefficients de PDE.
- Résoudre numériquement le problème de PDE, par exemple, produire des mailles non structurées, discrétiser les équations, et produire une approximation de la solution.
- Visualiser les résultats.

III.2 Utilisation de la boîte à outils (*toolbox*) de PDE

La boîte à outils (*toolbox*) de type PDE est conçue pour les débutants et les utilisateurs avancés.

La condition minimale est que vous pouvez formuler un problème de PDE sur le papier (dessiner le domaine, écrire les conditions de frontière, et le *PDE*).

III.3 Les problèmes qu'on peut Résoudre

Sur la boîte à outils (**toolbox**) on peut également manipuler:

- **Le PDE elliptique (elliptic)**

$$-\nabla \cdot (c \nabla u) + au = f \dots\dots\dots(\text{III. 1})$$

- **Le PDE parabolique (parabolic)**

$$d \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f \dots\dots\dots (\text{III. 2})$$

- **Le PDE de valeur propre (eigenmodes)**

$$-\nabla \cdot (c \nabla u) + au = \lambda du \dots\dots\dots (\text{III. 3})$$

- **Le PDE hyperbolique (hyperbolic)**

$$d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f \dots\dots\dots(\text{III. 4})$$

Parmi les quatre **PDE**, on s'intéresse au PDE hyperbolique, tel que les coefficients c , a , f , et d peuvent dépendre du temps.

Les conditions aux limites:

Les conditions de frontière suivante sont définies pour u scalaire :

$$\textit{Dirichlet} : h * u = r \dots\dots\dots (\text{III. 5})$$

- **Neumann:**

$$\vec{n} \cdot (c \nabla u) + qu = g \quad \text{Sur } \partial\Omega \dots\dots\dots(\text{III. 6})$$

\vec{n} : est la normale unitaire.

g , q , h , et r sont des fonctions complexes définis sur $\partial\Omega$

Dans le cas non-linéaire, les coefficients g , q , h , et r peuvent dépendre de u , et pour le PDE **hyperbolique**, les coefficients peuvent dépendre du temps.

Les états de frontière de Dirichlet s'appellent également les états de frontière *essentiels*, et des états de frontière de *Neumann* s'appellent également la frontière normale.

III.4 Définition d'un problème de PDE dans le GUI

Il y a trois modes qui correspondent aux différentes étapes de définition d'un problème de PDE en utilisant le GUI:

- Dans le **mode draw** on trouve Un ensemble de formes (**rectangle, cercle, l'ellipse, et le polygone**) qui nous permet de créer la géométrie Ω
- Dans **Boundary mode** on indique les conditions de frontière. On peut avoir différents types des conditions de frontière sur différents segments de frontière.
- Dans le **mode de PDE**, tu indiques interactivement le **type de PDE** et les coefficients c , a , f , et d . pour indiquer les coefficients pour chaque

Sub-domaine indépendamment.

III.5 Résolution d'un problème PDE

La plupart des problèmes peuvent être résolus par **GUI**. Il y a deux modes principaux pour résoudre un problème :

- **Mesh mode** : avec cette fonction on peut générer, tracer des mailles et changer les paramètres des mailles.
- **Solve mode** : pour des problèmes elliptiques, paraboliques et hyperboliques, vous pouvez indiquer les valeurs initiales, et le temps de résolution. Après la résolution de l'équation définie vous pouvez retourner au *mesh* mode pour raffiner (*refiner*) encore notre maille pour augmenter la précision de la solution.

III.6 Exemple d'application :

Dans ce qui suit, on va résoudre l'équation différentielle de type hyperbolique suivante :

$$d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f \dots\dots\dots (IV. 7)$$

Cette dernière qui représente le type général de l'équation hyperbolique, peut être remplacé par :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \dots\dots\dots (IV. 8)$$

L'équation (IV. 8) représente l'équation de propagation d'onde sonore dans un milieu bidimensionnel isotrope avec une célérité C.

Pour l'eau : $C \approx 1440 \text{ m/s}$

Nous comparons l'équation (IV. 7) avec (IV. 8) , on trouve :

$$d = \frac{1}{C^2}$$

$$c = 1$$

$$a = 0$$

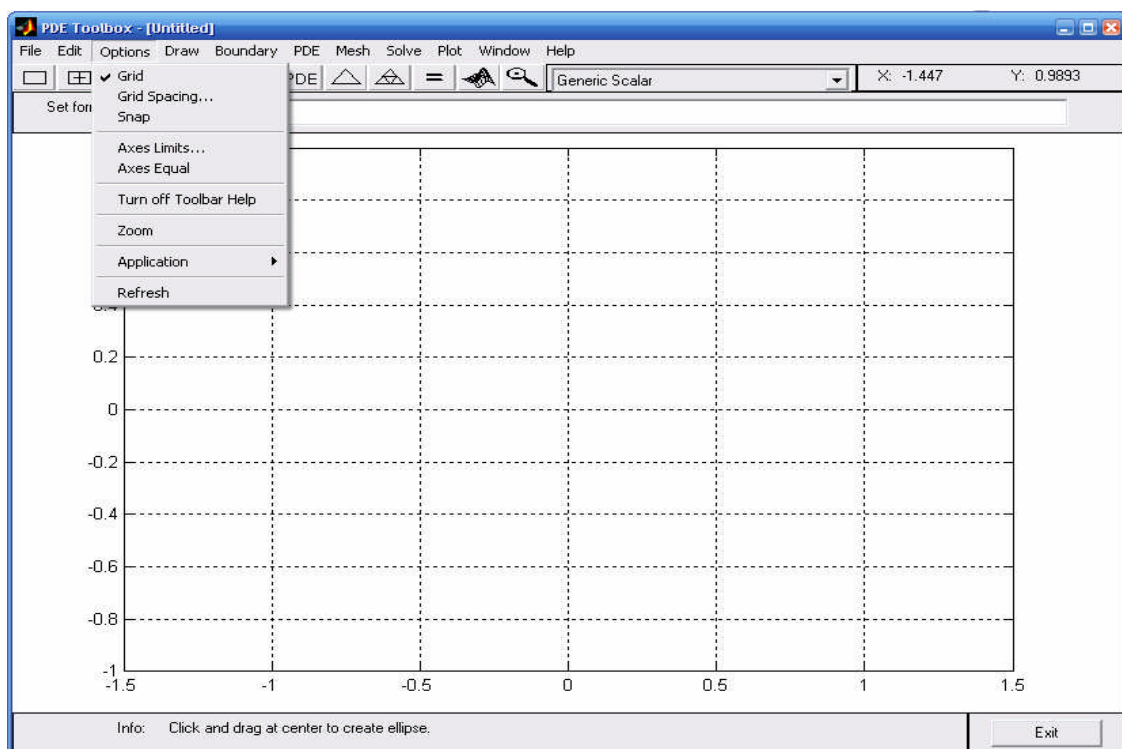
$$f = 0.$$

Dans notre travail on va résoudre l'équation ci-dessus pour les différentes formes du barrage où on a varié progressivement l'angle d'inclinaison de la structure rigide-eau ce-ci Pour trois valeurs de la hauteur du barrage $h, (\frac{1}{4}h, \frac{1}{2}h, \frac{3}{4}h, h)$ Après on étudie le cas d'une double inclinaison (fond et structure rigide –eau)
Pour bien illustrer on va étudier un exemple détaillé avec toutes les étapes de résolution par MATLAB :

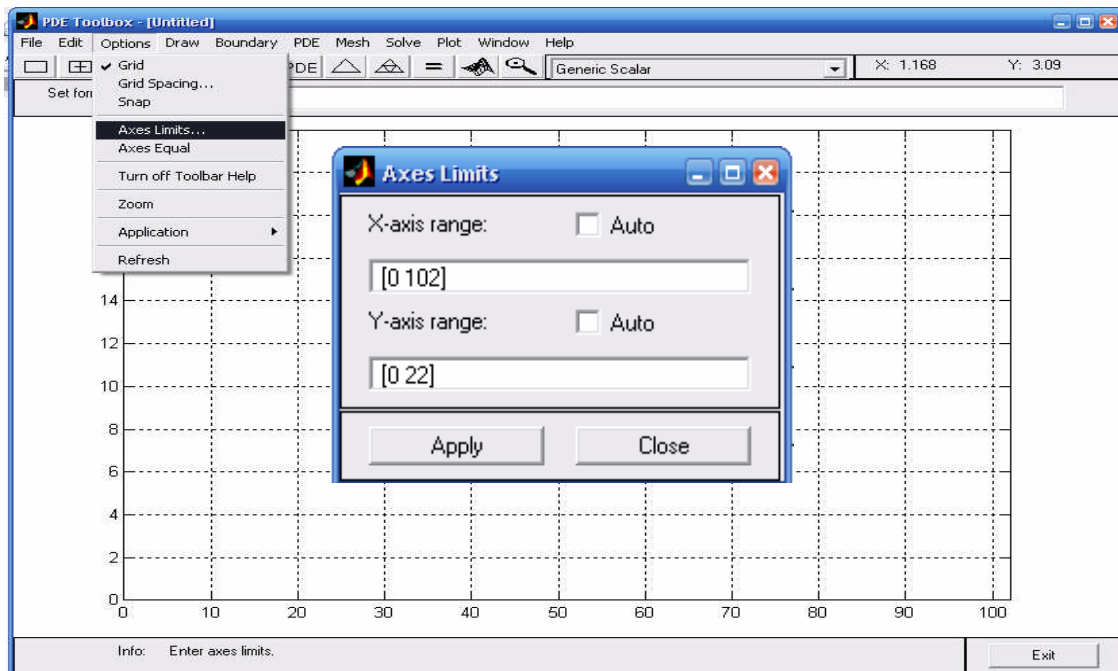
Cas d'une inclinaison amont :

Les conditions de frontière sont des types *de Dirichlet* et *de Neumann*.

- Pour mettre en marche le **GUI**, il faut appeler MATLAB, le **GUI** peut prendre au départ une minute ou deux pour qu'il fonctionne
- Pour Allumer la grille en choisissant **la Grid** à partir du menu **d'options**.



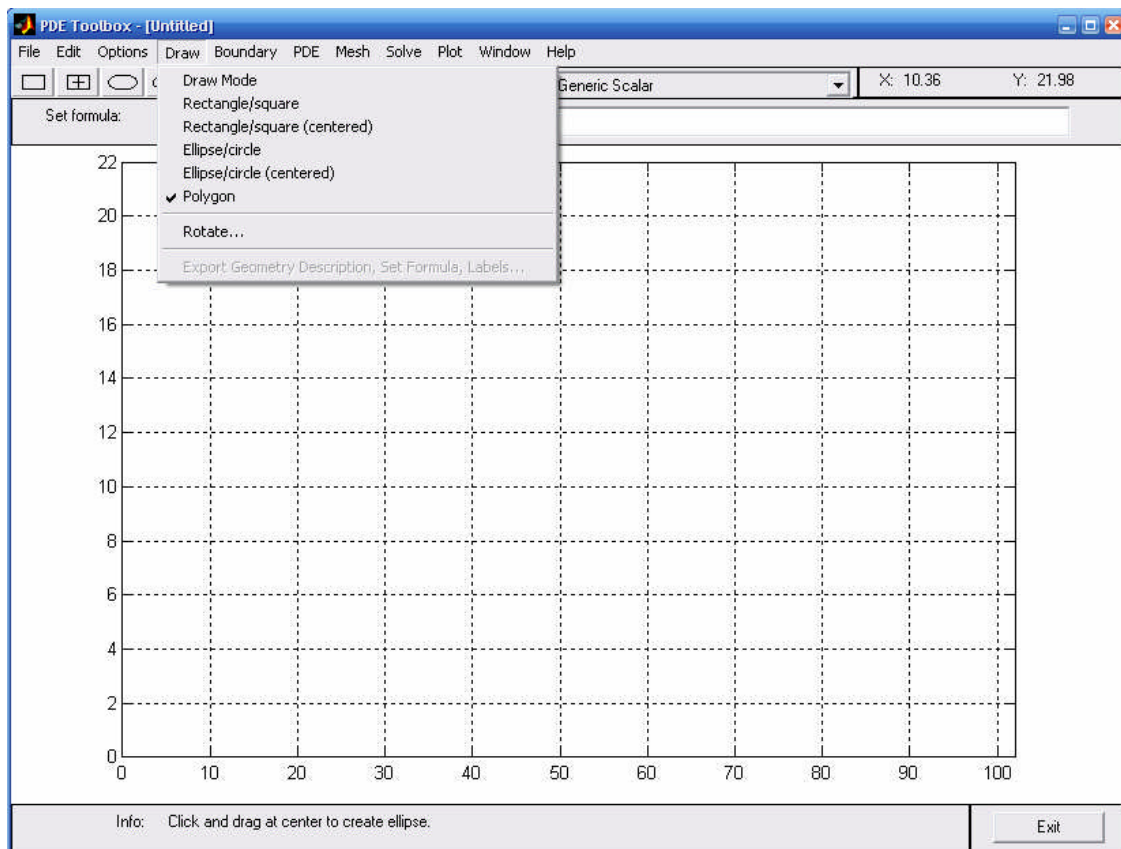
- La première étape consiste à la détermination de la dimension nécessaire pour créer la géométrie à partir **axes limits** :



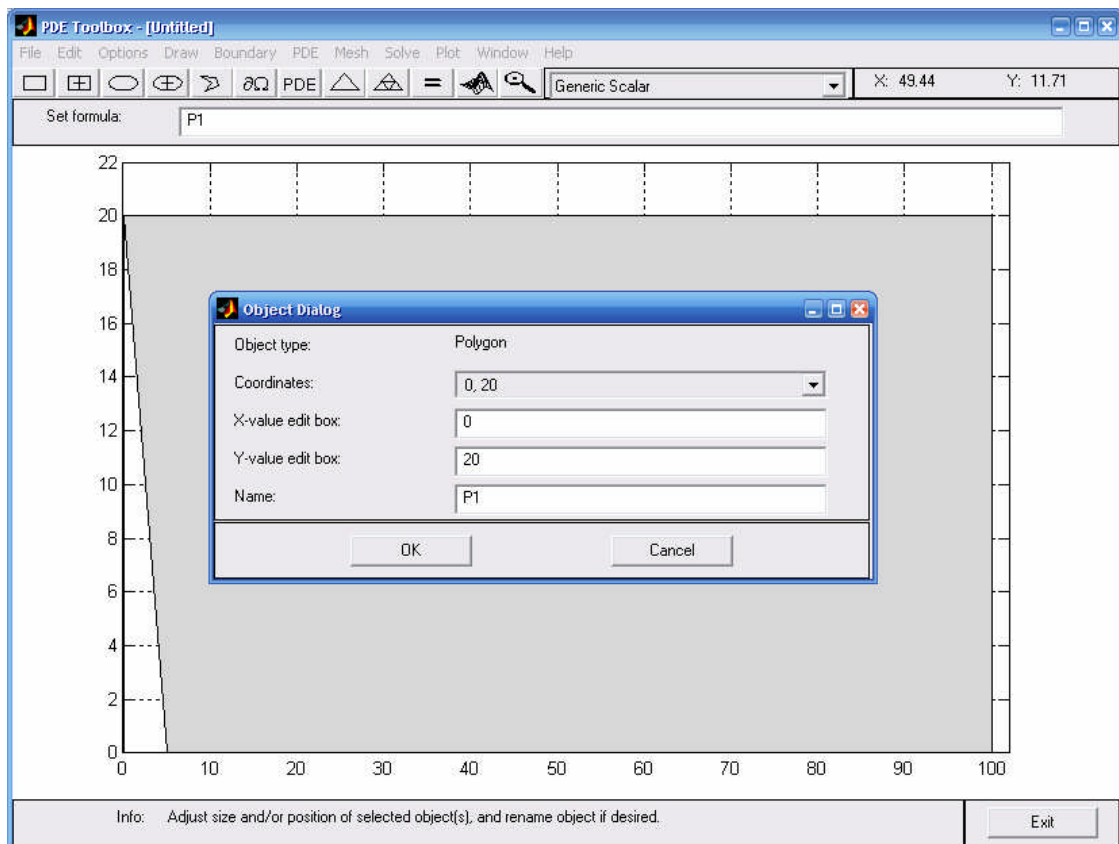
- La deuxième étape on dessine la géométrie sur laquelle on veut résoudre le PDE.

Le GUI fournit quatre types de base *d'objets pleins* : **polygones**, **rectangles**, **cercles**, et **ellipses**. Les objets sont employés pour créer une géométrie de polygone.

En choisissant **polygone** à partir du menu **Draw** :



Avec le bouton de souris *gauche*, on crée un polygone avec les longueurs latérales désirées, puis avec double-clic on ouvre une zone de dialogue, où vous pouvez insérer l'endroit exact des coordonnées.



Vous pouvez maintenant définir les conditions de frontière pour les frontières externes. Entrer le **Boundray** en cliquant l'icône ou en choisissant le **Boundray mode**, vous pouvez maintenant avec double-clique sur chaque segment de frontière indiquer le type de condition limite (*Dirichlet* ou *Neumann*).

L'état de frontière est paramétrée sur le long de la frontière.

Chaque valeur de g , q , h , et r peut être également une fonction de x et de y , ou simplement une constante. Par défaut, l'état de frontière est de type :

✓ **Dirichlet** : $u = 0$ sur la surface libre.

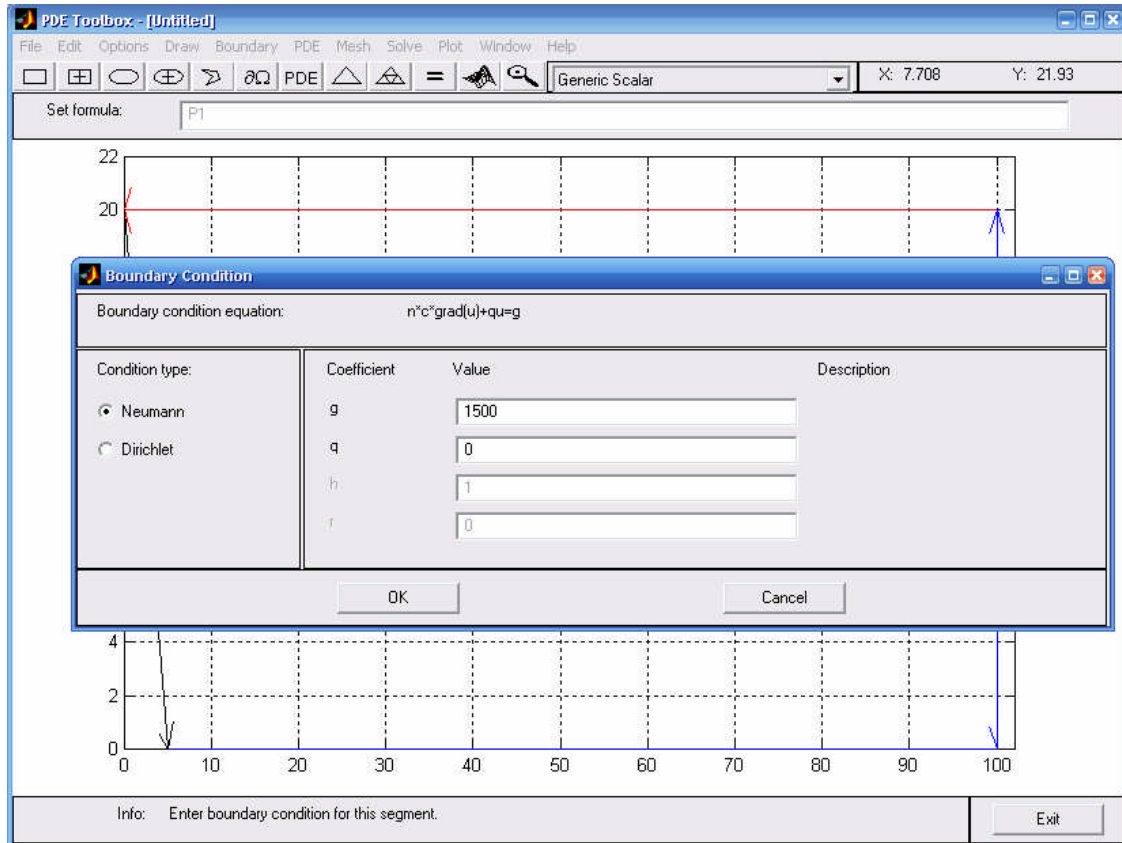
✓ **Neumann** :

$$\text{Grad}(p) = \rho * a = 1500 \text{ sur le parement amont.}$$

ρ : La masse volumique de l'eau.

a : l'accélération de séisme.

$Grad(p) = 0$ sur la fondation et amont de réservoir.



Des états de frontière de *Dirichlet* sont indiqués par couleur rouge. La frontière des conditions peut également être d'un *Neumann* généralisé (bleu) ou de type (vert) mélangé.

Tous les états de frontière sont ou de *Dirichlet* ou type généralisé de *Neumann*.

Pour changer les conditions des frontières on cliquant deux fois sur ce segment, pour choisir une nouvelle valeur sur le segment de frontière.

Après, indiquer le PDE lui-même par une zone de dialogue qui est consultée on cliquant le bouton avec l'icône de *PDE* ou on choisissant *PDE specification*.

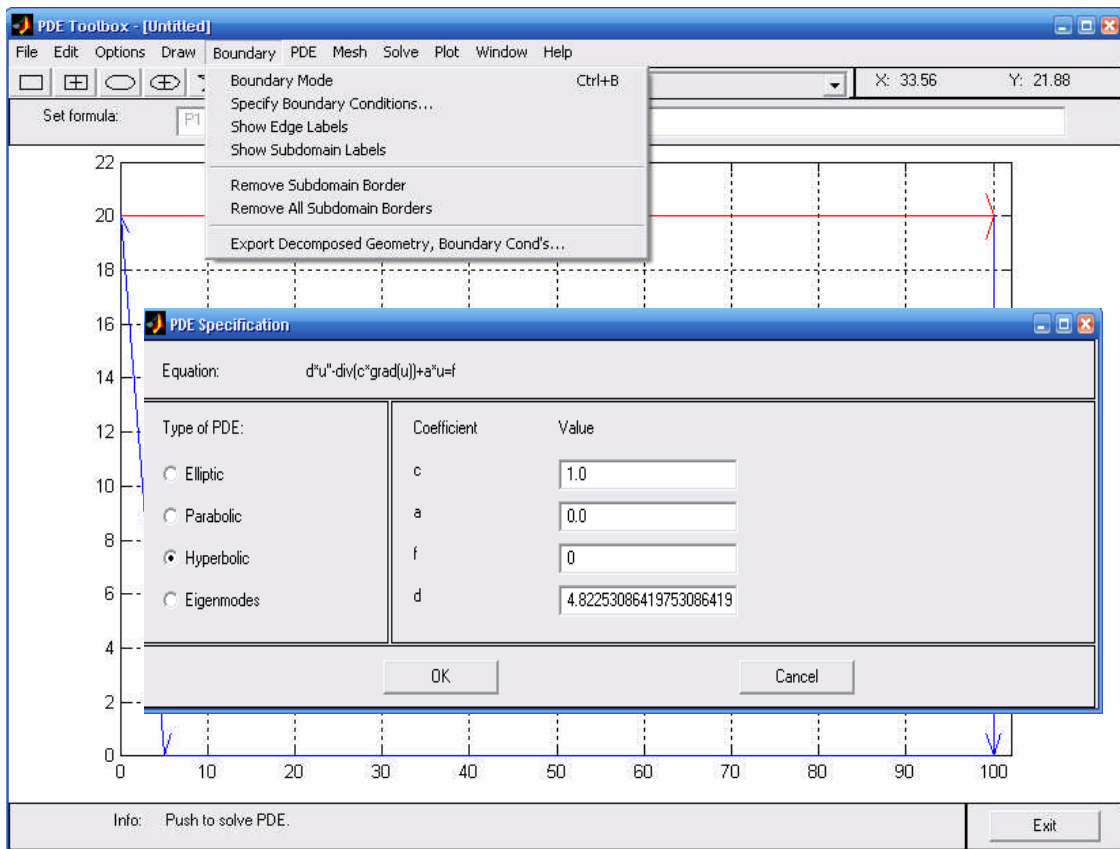
De cette façon, peuvent avoir différentes valeurs pour chaque coefficient de PDE.

Dans la zone de dialogue *PDE specification*, tu peux choisir le type de *PDE* (elliptique, parabolique, hyperbolique) et définissent les coefficients applicables selon le type de *PDE*.

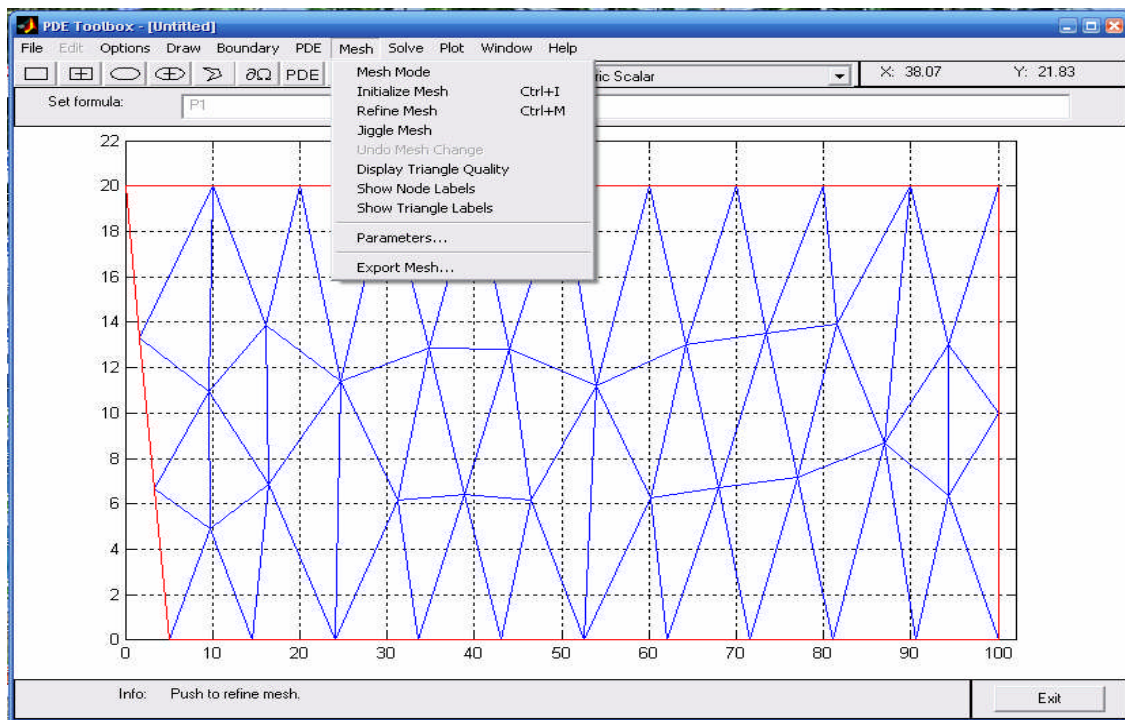
Ce problème se compose d'un *PDE hyperbolique* défini par l'équation

$$d \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla \cdot (c \nabla u) + au = f \dots\dots\dots (IV. 9)$$

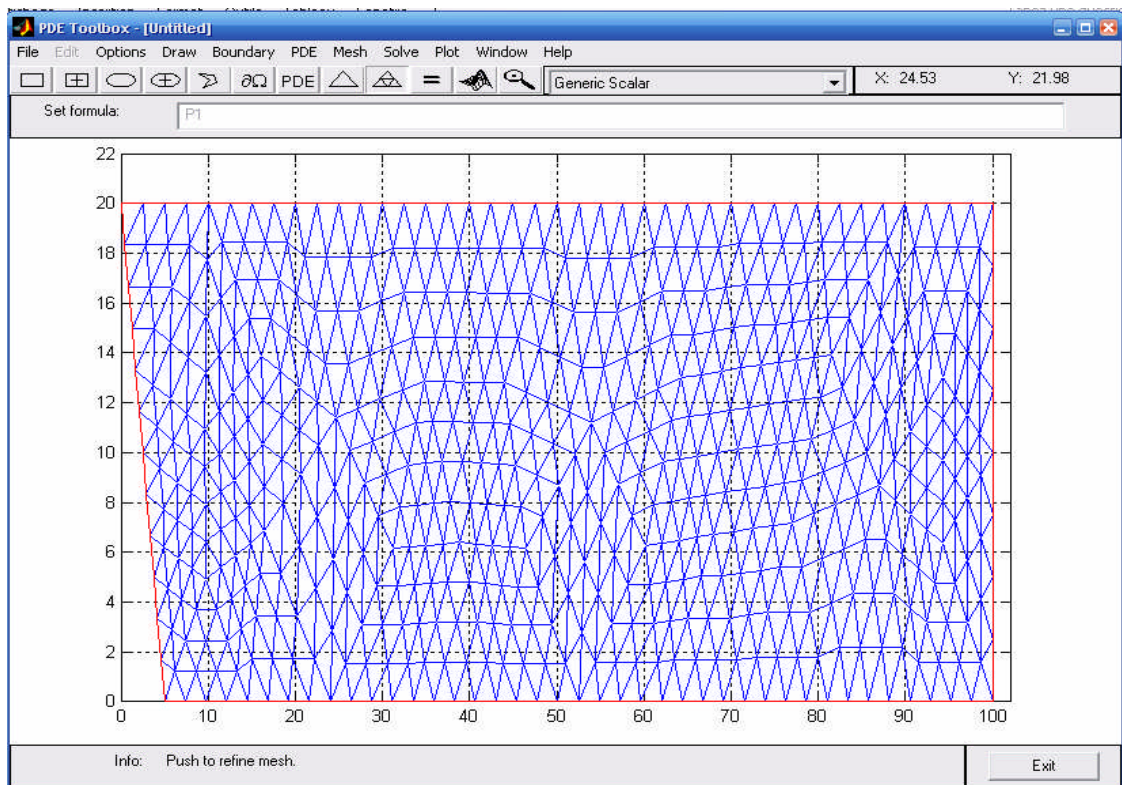
Avec $c= 1.0$, $a = 0.0$, et $f=0.0, d= \frac{1}{C^2}=4.8225308641975308641975308641975e-7$



En conclusion, on crée des mailles triangulaires à partir de la zone de dialogue *Mesh*, et en choisissant le *Mesh mode*.

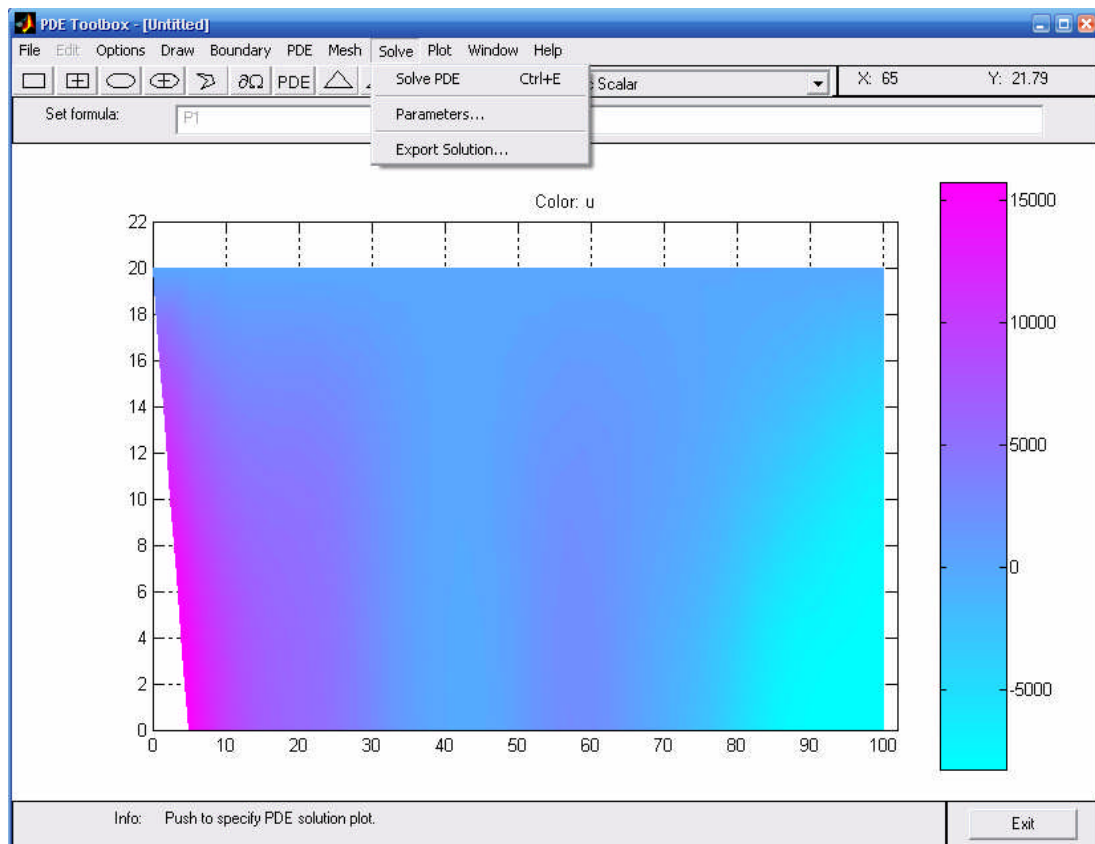


Si vous voulez solution plus précise, la maille peut être successivement raffiné en cliquant le bouton avec l'icône de *quatre triangles* ou *refine Mesh (ctrl+M)*

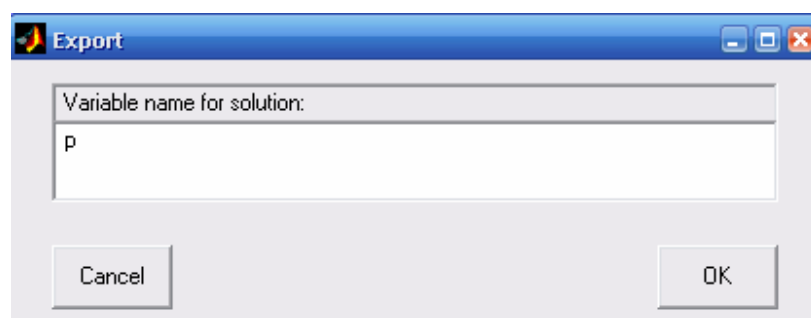


Nous sommes maintenant prêts à résoudre le problème. Cliquer sur le bouton $=$ ou choisi *solve PDE*.

. La solution est alors tracée. Par défaut, la parcelle de terrain emploie la coloration interpolée et une carte couleur linéaire. Un colorbar est également Fourni pour tracer les différentes nuances aux valeurs numériques de la solution.



Si vous voulez, exporté la solution p vers l'espace de travail de MATLAB, on utilise la zone de dialogue *Export solution* à partir *solve*, ou en cliquant sur chaque cordonné de x,y le résultat donne au dessous le schéma coloré.



III.7 Conclusion :

La résolution d'une équation différentielle par MATLAB est économique, elle est facile et applicable directement.

En outre, elle ne devrait pas exiger de gros moyens de calcul.

Le but est de la comparer avec la méthode des différences finies.

Chapitre IV

La méthode des différences finies et principe de résolution

Chapitre IV : La méthode des différences finies et principe de résolution.

IV.1 Introduction

La résolution numérique des équations aux dérivées partielles s'est considérablement développée depuis 1950 avec la mise au point d'ordinateurs de plus en plus rapides et ayant une taille mémoire à chaque fois plus grande.

Lorsqu'on s'intéresse à une méthode de résolution numérique, on doit d'abord résoudre les équations aux dérivées partielles (**PDE**), les techniques privilégiées pour les modélisations sont :

- ♣ Méthode des différences finies ;
- ♣ Méthode des éléments finis ;
- ♣ Méthode des volumes finis.

Parmi les différentes méthodes citées ci-dessus, on optera pour la méthode des différences finies.

Quelle que soit la méthode numérique choisie il faut que le problème soit bien posé, c'est-à-dire que les conditions aux limites en temps et en espace soient compatibles avec le problème à traiter.

IV.2 L'analyse numérique des équations aux dérivées partielles

Pour résoudre numériquement un problème "réel", on passe par les étapes suivantes :

IV.2. 1-Description et résolution numérique

Cette étape est effectuée par des spécialistes des phénomènes que l'on veut quantifier (ingénieurs hydrauliques, chimistes, biologistes etc...)

IV.2 .2- Modélisation

Il s'agit, à partir de la description quantitative précédente, d'écrire un modèle mathématique. On supposera ici que ce modèle amène à un système d'PDE (Partial Differential Equation). Dans la plupart des cas, on ne saura pas calculer une solution analytique du modèle ; on fait appel à des techniques de résolution approchée.

IV.2 .3- Analyse mathématique

Même si l'on ne sait pas trouver une solution analytique du modèle, il est important d'en étudier les propriétés mathématiques, dans la mesure du possible.

Il est bon de se poser les questions suivantes :

- Le problème est-il bien posé ? C'est-à-dire y a-t-il existence et unicité de la solution?
- Les propriétés physiques auxquelles on s'attend sont-elles satisfaites par les solutions du modèle mathématique ?
- Y a-t-il continuité de la solution par rapport aux données ?

IV.2 .4- Discrétisation et résolution numérique

Un problème posé sur un domaine continu (espace - temps) n'est pas résoluble par un ordinateur, qui ne peut être traité que par un nombre fini d'inconnues.

Pour se ramener à un problème en dimension finie, on **discrétise** l'espace et/ou le temps. Si le problème original est linéaire on obtient un système linéaire. Si le problème original est non linéaire (par exemple s'il s'agit de la minimisation d'une fonction) on aura un système non linéaire.

IV.2 .5- Analyse numérique

Une fois le problème discret obtenu, il est raisonnable de se demander si la solution de ce problème est proche, et en quel sens, du problème continu. De

même, si on doit mettre en oeuvre une méthode itérative pour le traitement des non-linéarités, il faut étudier la convergence de la méthode itérative proposée.

IV.2 .6- Mise en œuvre, programmation et analyse des résultats

La partie "mise en œuvre" nécessite un temps important de calcul. Actuellement, de nombreux codes commerciaux existent. Ils permettent en théorie de résoudre "tous" les problèmes. Il faut cependant procéder à une analyse critique des résultats obtenus par ces codes qui ne sont pas toujours compatibles avec les propriétés physiques attendues.

IV.3 Principe des équations aux dérivées partielles

Au de-là des équations différentielles ordinaires, où les inconnues dépendent d'une seule variable (souvent le temps), de nombreux modèles s'expriment au moyen d'équations aux dérivées partielles, et ce dès que les inconnues dépendent d'au moins deux variables : ces variables peuvent être des variables d'espace seulement (cas d'un problème stationnaire multidimensionnel) ou des variables d'espace et de temps (cas d'un problème **hyperbolique** mono ou multidimensionnel).

On distingue habituellement trois grands types de **PDE**, comme il y a trois types de coniques :

- ***Problème elliptique**
- ***Problème parabolique**
- ***Problème hyperbolique**

Parmi ces problèmes, on utilise le problème hyperbolique pour résoudre l'équation d'ondes.

IV.4 Discrétisation spatiale et temporelle

Les méthodes numériques les plus utilisées en mécanique des fluides sont les différences finies, les éléments finis et les volumes finis.

Ces méthodes transforment le problème continu en un problème discret : l'intervalle d'étude en temps $[0, t_{\max}]$ est découpé en intervalles plus réduits en considérant

$0 = t_0 < \dots < t_i < \dots < t_{N-1} < t_N = t_{\max}$. Lorsque la discrétisation temporelle est régulière on a :

$$t_{i+1} - t_i = \Delta t = \text{constante.}$$

De même, en espace, un ensemble de points est introduit :

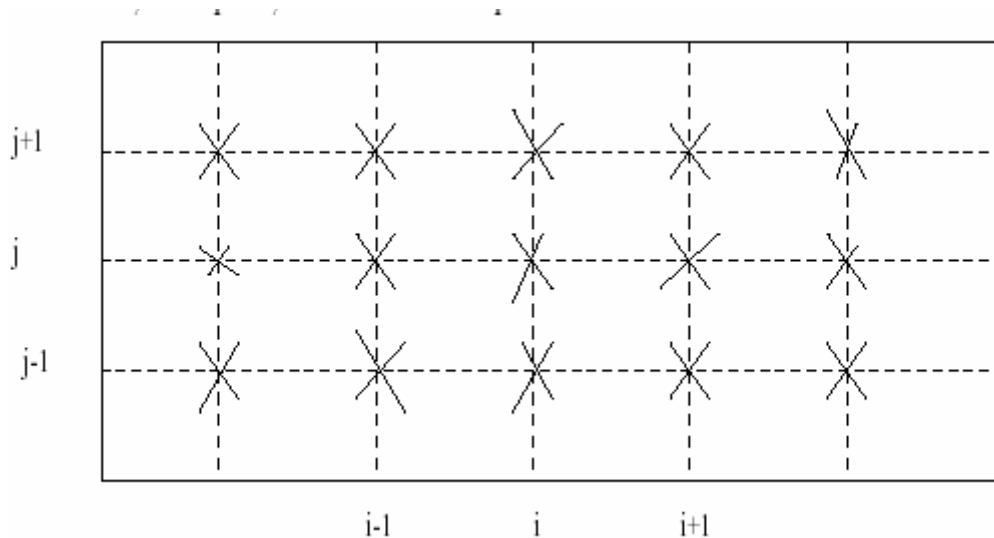


Figure IV.1 : Discrétisation spatiale

Une fonction inconnue $f(x, y, t)$ sera représentée par l'ensemble de ces valeurs aux différents points et aux différents instants de la discrétisation ($f(x_i, y_j, t_k)$). L'objet Des méthodes numériques est de déterminer ces valeurs.

IV.5 Méthode des Différences finies

La méthode des différences finies est basée sur l'approximation d'une fonction par son développement de Taylor autour d'un point. Elle permet de remplacer les équations aux dérivées partielles par des équations algébriques linaires à résoudre numériquement, et aussi les conditions aux limites sont remplacés par des combinaisons linéaires de valeurs prises la fonction en certains nœuds, le problème aux limites de l'équation différentielle se transforme alors en un système d'équations algébriques.

Les approximations plus précises d'ordre supérieur sont obtenues, soit en augmentant le nombre d'itérations dans l'expression de dérivée, soit en utilisant des formules implicites.

Dans la présente étude, nous allons appliquer la méthode des différences finies pour résoudre l'équation d'onde partielle aux points du maillage par des développements de Taylor :

♣ Le développement de Taylor:

Soit une fonction $f(x)$ continue et différentiable, le développement en série de Taylor autour du point x s'écrit comme suit:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + \frac{\Delta x^2}{2!} f''(x_i) + \frac{\Delta x^3}{3!} f'''(x_i) + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} f^n(x_i) + O(\Delta x)^{n+1} \dots \dots \dots (IV.1)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i - \Delta x) = f(x_i) - \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + \frac{\Delta x^2}{2!} f''(x_i) - \frac{\Delta x^3}{3!} f'''(x_i) + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} f^n(x_i) + O(\Delta x)^{n+1} \dots \dots \dots (IV.2)$$

Avec:

- Δx : pas d'espace.
- f^n : la dérivée n^{ème}.
- $O(\Delta x)^{n+1}$: l'erreur de troncature.

Le développement en série de Taylor à l'ordre 1 ($n=1$) est :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + O(\Delta x)^2 \dots \dots \dots (IV.3)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i - \Delta x) = f(x_i) - \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + O(\Delta x)^2 \dots \dots \dots (IV.4)$$

En soustrayant (IV.3) de (IV.4) et en divisant par $2 \Delta x$. On obtient un problème unidimensionnel (différence centrale), on doit écrire alors :

$$f'(x_i) = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \dots \dots \dots (IV.5)$$

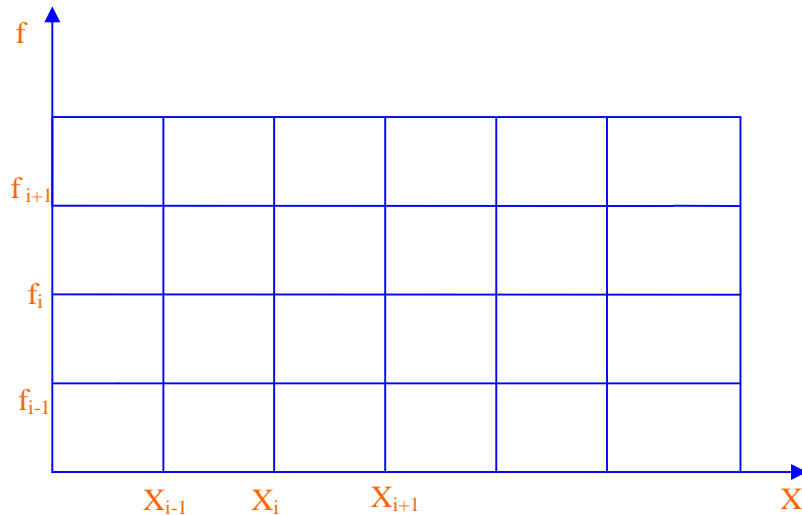


Figure IV.2 : maillage élémentaire

Ainsi : le développement en série de Taylor à l'ordre 2 (n=2) est :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + \frac{\Delta x^2}{2!} f''(x_i) + O(\Delta x)^3 \dots\dots\dots(IV.6)$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i - \Delta x) = f(x_i) - \frac{\Delta x}{1!} f'(x_i) + \frac{\Delta x^2}{2!} f''(x_i) + O(\Delta x)^3 \dots\dots\dots(IV.7)$$

Pour obtenir une approximation de la dérivée seconde de f(x), en faisant l'addition des équations (IV.6) et (IV.7) :

$$f''(x_i) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{\Delta x^2} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(IV.8)$$

♣ Cas d'une approximation à deux dimensions

Par ailleurs, la méthode des différences finies peut être facilement étendue au cas où la fonction **f** considérée est de deux ou plusieurs variables. Ainsi, si **f** dépend de variables (x, y) ; et si dans le plan oxy on trace une série de droites parallèles aux axes, déterminant de la sorte un réseau de points (i,j) auxquels correspondent les coordonnées de la fonction inconnue f_{i,j} ; on peut écrire pour les différences centrales : (figure V.2)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{m+1,n} - f_{m-1,n}}{2\Delta x} \dots\dots\dots(IV.9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{f_{m,n+1} - f_{m,n-1}}{2\Delta y} \dots\dots\dots(IV.10)$$

De la même manière, on peut construire les dérivées d'ordre 2 (différence centrale):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f_{m+1,n} - 2f_{m,n} + f_{m-1,n}}{\Delta x^2} \dots\dots\dots (IV.11)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{f_{m,n+1} - 2f_{m,n} + f_{m,n-1}}{\Delta y^2} \dots\dots\dots (IV.12)$$

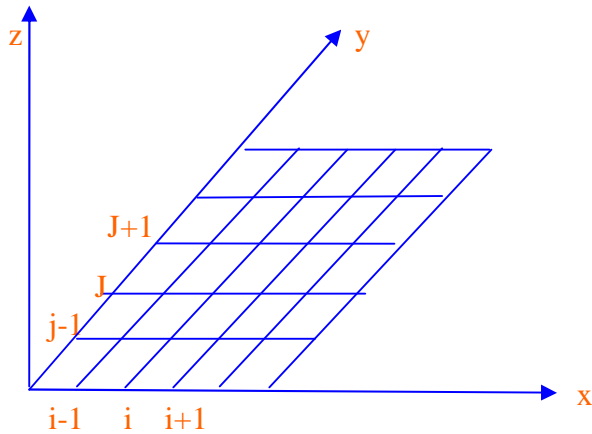


Figure IV.3: maillage correspondant à une fonction dépendant de deux variables

IV.6 Analyse de l'approximation

IV.6.1 Erreur de troncature

L'erreur de troncature vient du fait qu'on a tronqué le développement en série de Taylor de la fonction f . l'erreur de troncature par pas est la différence entre la valeur calculée et la valeur exacte, en considérant la fonction $f(x)$ elle est définie sur un domaine D , x_i et x_{i+1} étant des points distincts et appartenant au domaine D . le développement en série de Taylor au point x_i donne:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x_i} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{x_{i+1} - x_i} - \frac{x_{i+1} - x_i}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{x_i} + \dots\dots\dots (IV.13)$$

Soustrayant le terme $\frac{\Delta f_i}{\Delta x_i}$ des deux membres de l'équation (V.13), on obtient :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x_i} - \frac{\Delta f_i}{\Delta x_i} = -\frac{\Delta x_i}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{x_i} - \frac{(\Delta x_i)^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_{x_i} + \dots \dots \dots (IV.14)$$

Donc, l'approximation aux différences finies introduit une erreur.

$$ET = -\frac{\Delta x_i}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{x_i} - \frac{(\Delta x_i)^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\right)_{x_i} + \dots \dots \dots (IV.15)$$

Cette erreur dite erreur de troncature, pour diminuer l'erreur de troncature il nous suffit de diminuer le pas Δx le plus petit possible.

IV.6-2 Stabilité d'un schéma aux différences finies

Bien entendu, les opérations des algorithmes ne sont jamais effectuées exactement. Lors de la résolution d'un algorithme, on n'attaque pas le pas $j \rightarrow j+1$ dans les mêmes conditions que le pas $0 \rightarrow 1$, car on l'aborde avec un lourd handicap : la lourde charge est constituée par la somme des erreurs qui sont donc petites à chaque opération, mais comme il y a beaucoup d'opérations leur accumulation peut avoir un effet désastreux. Ainsi un coureur qui a déjà fait « trois cent mètres » dans sa journée n'aborde pas le quatrième de la même forme que le premier !

Par conséquent, on dira qu'un schéma numérique est stable s'il est peu sensible à l'accumulation des erreurs de discrétisation et d'arrondis. Donc, la condition de stabilité assure qu'une petite perturbation sur les données numériques du schéma (valeurs initiales...) n'entraîne qu'une petite perturbation sur la solution approchée. Il est clair que cette notion est indispensable compte tenu des erreurs d'arrondis systématiques des calculateurs.

IV.6.3 Convergence d'un schéma aux différences finies

Le schéma numérique est convergent si la solution du problème discrétisée tend, en un certain sens, vers la solution du problème aux dérivées partielles, lorsque chaque Δx , Δy et Δt tendent simultanément vers zéro.

Dans notre étude, on peut contrôler la convergence par l'analyse des résultats du comportement de l'erreur d'une étape à l'autre. En supposant une boucle variée de **1** jusqu'à **g** valeurs, on varie **g** pour trouver des résultats, on répète l'opération plusieurs fois avec la condition que l'intervalle de variation ne soit grand, et on prend la valeur de **g** qui nous donne l'erreur la plus petite. Dans ce cas **g** est le nombre nécessaire pour obtenir la convergence.

Cette technique présente l'avantage d'éviter la construction de systèmes matriciels.

IV.6.4-Consistance d'un schéma aux différences finies

On dit qu'un schéma est consistant (ou compatible), si les équations aux différences sont construites à partir d'une expression équivalente à l'équation de départ.

En d'autres termes, ce-ci veut dire que les dérivées partielles sont remplacées par des différences finies effectivement voisines. La qualité de cette consistance s'appelle la précision des schémas. Cela signifie que l'erreur de troncature tend vers zéro, lorsque les dimensions du maillage tendent vers zéro.

IV.7 Classification des systèmes physiques

Un système physique est caractérisé par un ensemble de variables qui peuvent dépendre des coordonnées d'espace $X=(x, y, z)$ et du temps

A. Les systèmes linéaire et non linéaire :

Les systèmes vibrants peuvent être classés selon leurs comportements en deux types : linéaires et non linéaires.

La classification se fait en inspectant le système d'équations différentielles associé. Ainsi, si ce système ne contient que des variables à une puissance et il n'existe aucun produit entre elles, il est dit linéaire, sinon il est non linéaire.

B. système stationnaire:

Le système est dit *permanent* ou *stationnaire* si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ..), ont une valeur constante au cours du temps.

C. Système non stationnaire:

Le système est dit *non permanent* ou *non stationnaire* si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ..), ont une valeur variable au cours du temps.

D. Système discret:

Un système est discret s'il possède un nombre de degré de liberté fini.

E. Système continu :

Un système est continu s'il possède un nombre de degré de liberté infini.

IV.8 Résolution de l'équation d'onde

L'équation des ondes fournit un des exemples les plus simples de système hyperbolique. Voyons cet aspect en détail. Les ondes se propagent selon l'équation:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \dots\dots\dots(IV.16)$$

C : la célérité d'onde dans milieu isotrope.

L'équation (IV.16) est l'équation de propagation des ondes dans les milieux solides ou liquides. C'est l'une des équations fondamentales de la physique et

des mathématiques appliquées, c'est le prototype des équations « hyperboliques », non stationnaires linéaires et homogènes.

La résolution de l'équation (IV.16) dans un domaine (D) de frontière Γ , revient à déterminer la fonction $P(x, y, t)$ en chaque point du domaine (D) connaissant les valeurs de $P(x, y, t)$ sur la frontière et aux temps antérieurs.

La procédure de résolution consiste d'abord, à choisir le pas de discrétisation, en suite une approximation aux différences finies de l'équation (IV.16) est écrite en termes de valeurs nodales qu'on notera $P(x_i, y_j, t_k) \equiv P_{i,j,k}$

Pour obtenir un problème bien posé, il faut bien choisir les conditions initiales (amorce) pour converger rapidement, et aussi associer à chaque équation une condition à la limite en chaque point de la frontière du domaine (D), pour cela on adopte généralement une des deux possibilités suivantes :

- problème de **Dirichlet** où on impose $P=f$ sur la frontière
- problème de Newman où $\frac{\partial p}{\partial n}=g$ est imposé sur la frontière f et g étant deux fonction données.

Et \vec{n} : la normale à la frontière

Dans le cas présent, pour la résolution du problème considéré, on adoptera un problème mixte **Dirichlet-Neumann** :

- **Sur Γ_1**

$$P = f \dots\dots\dots(IV.17)$$

- **Sur Γ_2**

$$\frac{\partial p}{\partial n} = g \dots\dots\dots(IV.18)$$

Où \vec{n} est la normale à la paroi considérée
 Γ_1, Γ_2 deux parties régulières du domaine.

IV.9 Le maillage

Le maillage est un élément très important dans la modélisation numérique. Il influence directement la solution puisque tout schéma numérique comporte une erreur proportionnelle aux dimensions caractéristiques du maillage. On peut même affirmer que le maillage est lui même une partie de la solution. Ce dernier doit être choisi de façon adéquate afin de bien cerner les structures spéciales et temporelles du problème à solutionner.

Le maillage doit donc épouser la forme du problème et, à la limite, sa solution. De plus, il faut s'assurer que le maillage est suffisamment fin pour que les erreurs de discrétisation du schéma numérique soient négligeables.

Et aussi, il doit respecter l'orthogonalité du maillage pour s'assurer qu'il n'introduira pas d'erreurs numériques.

IV.10 Discrétisation de l'équation d'onde

Nous discrétisons le problème pour les deux dimensions spatiales et la dimension temporelle.

Soit une fonction $p(x, y, t)$ satisfaisante à une équation du type (IV.16). En appliquant les différences centrales à la dérivée par rapport à x et y successivement, on obtient:

$$\frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial x^2} = \frac{p(x + \Delta x, y, t) - 2 p(x, y, t) + p(x - \Delta x, y, t)}{\Delta x^2} + O(\Delta x)^2 \dots\dots\dots(IV.19)$$

$$\frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{p(x, y + \Delta y, t) - 2 p(x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t)}{\Delta y^2} + O(\Delta y)^2 \dots\dots\dots(IV.20)$$

Le **Laplacien** s'écrit alors, en supposant Δx et Δy des pas infiniment petits.

$$\Delta p(x, y, t) = \frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{p(x + \Delta x, y, t) - 2 p(x, y, t) + p(x - \Delta x, y, t)}{\Delta x^2} + \frac{p(x, y + \Delta y, t) - 2 p(x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t)}{\Delta y^2} + O(\Delta x, \Delta y)^2 \dots \dots \dots (IV.21)$$

De la même manière, on discrétisera l'opérateur différentiel par rapport au temps:

$$\frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial t^2} = \frac{p(x, y, t + \Delta t) - 2 p(x, y, t) + p(x, y, t - \Delta t)}{\Delta t^2} + O(\Delta t)^2 \dots \dots \dots (IV.22)$$

On considérant la notation : $p(x, y, t) \equiv p_{i,j,k}$, l'équation (IV.2) devient alors:

$$\frac{p_{i+1,j,k} - 2 p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1,k} - 2 p_{i,j,k} + p_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + O(\Delta x, \Delta y) = \frac{1}{C^2} \frac{p_{i,j,k+1} - 2 p_{i,j,k} + p_{i,j,k-1}}{\Delta t^2} + O(\Delta t)^2 \dots \dots \dots (IV.23)$$

Si nous cherchons l'inconnue p aux seuls points du maillage, il semble naturel d'imposer à \tilde{p} l'équation aux différences finies:

$$\frac{\tilde{p}_{i+1,j,k} - 2 \tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{\tilde{p}_{i,j+1,k} - 2 \tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\tilde{p}_{i,j,k+1} - 2 \tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i,j,k-1}}{\Delta t^2} \dots \dots \dots (IV.24)$$

IV.11 Discrétisation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites du type de **Dirichlet** sont introduites directement dans le système obtenu.

Les conditions aux limites du type **Neumann** nécessitent un traitement particulier qui consiste à intégrer l'équation sur les volumes finis situés sur les frontières. On obtient ainsi des équations algébriques supplémentaires qui s'ajoutent aux équations algébriques déterminées sur les nœuds intérieurs du domaine pour former le système final à résoudre.

♣ Cas d'une condition de Dirichlet

Dans le cas d'un domaine borné par des droites parallèles aux axes de coordonnées, l'écriture des conditions aux limites ne pose pas de problème.

La condition de Dirichlet $P|_{\Gamma} = f$, où f est une fonction donnée, c'est à dire :

- **Sur Γ_5**

$$\tilde{P}_{i,j,k} = f$$

♣ Cas d'une condition de Neumann

**Dans le cas d'un domaine polygonal, les conditions de Neumann sont:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma} = g(x, y) \dots \dots \dots (IV.25)$$

- **Sur Γ_1**

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_1} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{\Gamma_1} = g_1(x, y) \dots \dots \dots (IV.26)$$

- **Sur Γ_2**

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_2} = \frac{1}{\sin(\theta)} \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{\Gamma_2} = g_2(x, y) \dots \dots \dots (IV.27)$$

- **Sur Γ_3**

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_3} = \cos(\beta) \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{\Gamma_3} = g_3(x, y) \dots \dots \dots (IV.28)$$

- **Sur Γ_4**

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_4} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{\Gamma_4} = g_4(x, y) \dots \dots \dots (IV.29)$$

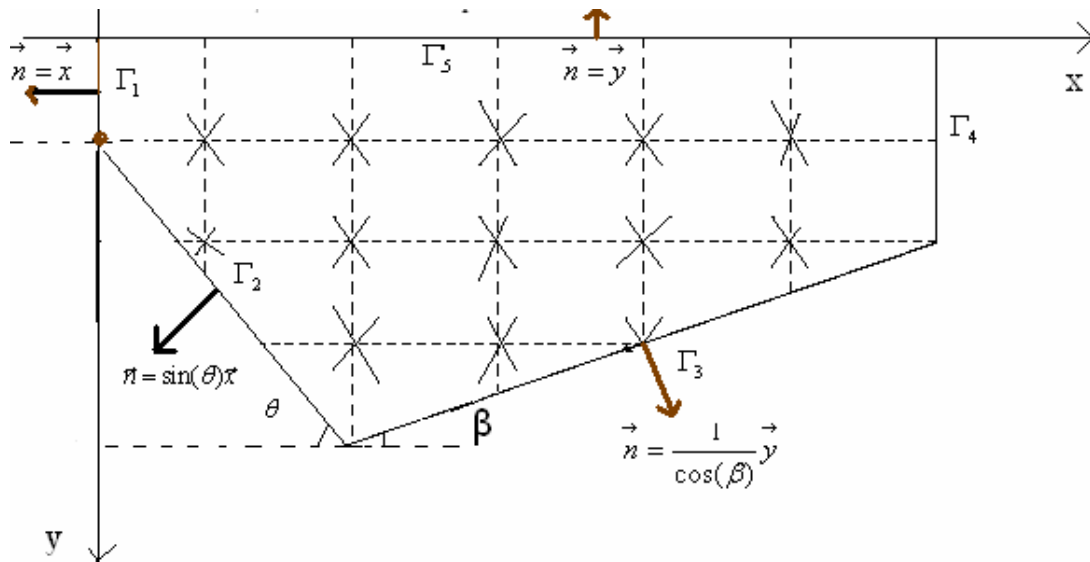


Figure IV.4: La discrétisation par différences en point de la frontière

La discrétisation par différences finies centrales au point de la frontière donne:

- **Sur Γ_1**

$$\frac{P_{i+1,j,k} - P_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 = g_1(x,y) \dots\dots\dots(IV.30)$$

- **Sur Γ_2**

$$\frac{1}{\sin(\theta)} \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 = g_2(x,y) \dots\dots\dots(IV.31)$$

- **Sur Γ_3**

$$\cos(\beta) \frac{P_{i,j+1,k} - P_{i,j-1,k}}{2\Delta y} + O(\Delta y)^2 = g_3(x,y) \dots\dots\dots(IV.32)$$

- **Sur Γ_4**

$$\frac{P_{i+1,j,k} - P_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 = g_4(x,y) \dots\dots\dots(IV.33)$$

Il faut donc imposer à \tilde{p} de vérifier en tous points de la frontière concernée la condition:

- **Sur** Γ_1

$$\frac{\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = \tilde{g}_1(x, y) \dots\dots\dots(IV.34)$$

- **Sur** Γ_2

$$\frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = \tilde{g}_2(x, y) \dots\dots\dots(IV.35)$$

- **Sur** Γ_3

$$\frac{\tilde{p}_{i,j+1,k} - \tilde{p}_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = \tilde{g}_3(x, y) \dots\dots\dots(IV.36)$$

- **Sur** Γ_4

$$\frac{\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = \tilde{g}_4(x, y) \dots\dots\dots(IV.37)$$

Où $\tilde{g}_1(x, y)$, $\tilde{g}_2(x, y)$, $\tilde{g}_3(x, y)$ et $\tilde{g}_4(x, y)$ sont les restrictions respectives de $g_1(x, y)$, $g_2(x, y)$, $g_3(x, y)$ et $g_4(x, y)$ à ces mêmes points.

Dans le cas d'un domaine rectangulaire, les conditions de **Neumann sur parement amont vertical seront :

$$\frac{\tilde{p}_{i+1,j,k} - \tilde{p}_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = \tilde{g}_1(x, y) \dots\dots\dots(IV.38)$$

Les autres conditions sont inchangées.

IV.12 Etude du système obtenu par discrétisation

L'équation d'onde discrétisée donne lieu à un système **linéaire, instationnaire**.

Les pas suivants x et y de cette grille sont définis par:

$$x_i - x_{i-1} = \frac{1}{\tan(\beta)} \dots\dots\dots i = 1, m \dots\dots\dots(IV.39)$$

$$y_j - y_{j-1} = \tan(\theta) \dots\dots\dots j = 1, n$$

Considérons le domaine $D = [1, m] * [1, n]$ dans le plan (xoy), et soit:

$$m = \frac{L}{\Delta x} + 1 \dots\dots\dots(IV.40)$$

$$n = \frac{h}{\Delta y} + 1$$

m et n sont des entiers, Cette même grille sera reprise plusieurs fois, selon l'axe Z qui représente l'axe de temps avec un pas de temps constant:

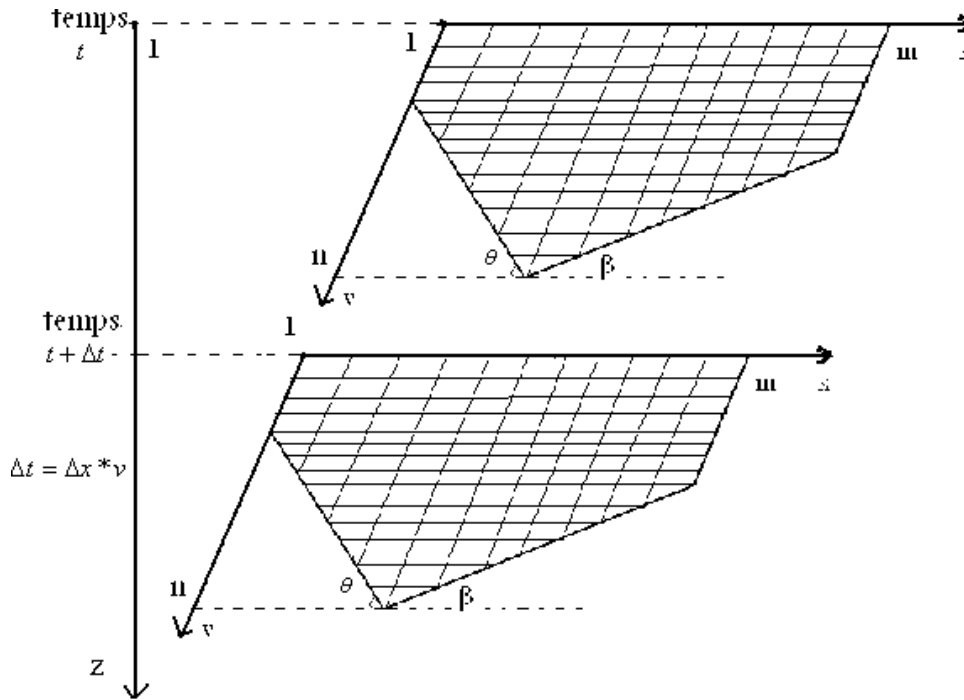


Figure IV.5: présentation de la variation des temps

$$\begin{cases} \Delta t = \Delta x * v \\ \Delta x = s * \Delta y \\ s = \frac{1}{\tan(\theta) \tan(\beta)} \end{cases} \dots\dots\dots(IV.41)$$

v étant un réel à déterminer
 s : le rapport de pas Δx sur Δy
 L'équation (IV.23) devient :

$$\tilde{p}_{i+1,j,k} - 2\tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i-1,j,k} + s^2 * (\tilde{p}_{i,j+1,k} - 2\tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k}) = \frac{1}{C^2 * v^2} (\tilde{p}_{i,j,k+1} - 2\tilde{p}_{i,j,k} + \tilde{p}_{i,j,k-1}) \dots \dots \dots (IV.42)$$

Toute transformation faite, on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_{i,j,k} = \frac{1}{2(1+s^2 - \frac{1}{C^2 v^2})} (\tilde{p}_{i+1,j,k} + \tilde{p}_{i-1,j,k} + s^2 (\tilde{p}_{i,j+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k})) - \frac{1}{C^2 * v^2} * (\tilde{p}_{i,j,k+1} + \tilde{p}_{i,j,k-1}) \\ i = 1, m \\ j = 1, n \\ k = 1, K \text{ max} \end{array} \right. \quad (IV.43)$$

L'approximation par différences finies centrales sur les conditions aux limites sont données sur tout le contour du domaine :

Sur Γ_1

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho a \bar{n} \dots \dots \dots (IV.44)$$

a : l'accélération absolue de la structure supposée rigide

ρ : la masse volumique

\bar{n}_i : est la normale à Γ_i , $i=1,2$

Les équations (IV.34), (IV.43) et (IV.44) donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_{i,j,k} = \frac{1}{2(1+s^2 - \frac{1}{C^2 v^2})} (2 * \tilde{p}_{i-1,j,k} - 2a\rho + s^2 (\tilde{p}_{i,j+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k})) - \frac{1}{C^2 * v^2} * (\tilde{p}_{i,j,k+1} + \tilde{p}_{i,j,k-1}) \end{array} \right. \dots \dots \dots (IV.45)$$

▪ **Sur** Γ_2

$$\frac{1}{\sin(\alpha)} \frac{\partial P}{\partial x} = \rho a \bar{n} \dots \dots \dots (IV.46)$$

Les équations (IV.35), (IV.43) et (IV.46) donnent :

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{p}_{i,j,k} &= \frac{1}{2(1+s^2 - \frac{1}{C^2 v^2})} (2 * \tilde{p}_{i-1,j,k} - 2a\rho \sin(\alpha) + s^2 (\tilde{p}_{i,j+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k})) - \frac{1}{C^2 * v^2} * \\ & (\tilde{p}_{i,j,k+1} + \tilde{p}_{i,j,k-1}) \dots\dots\dots(IV.47) \end{aligned} \right.$$

▪ **Sur** Γ_3

$$\cos(\beta) \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(IV.48)$$

Les équations (IV.36), (IV.43) et (IV.48) donnent :

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{p}_{i,j,k} &= \frac{1}{2(1+s^2 - \frac{1}{C^2 v^2})} (\tilde{p}_{i+1,j,k} + \tilde{p}_{i-1,j,k} + 2s^2 \tilde{p}_{i,j-1,k} - \frac{1}{C^2 * v^2} * \\ & (\tilde{p}_{i,j,k+1} + \tilde{p}_{i,j,k-1})) \dots\dots\dots(IV.49) \end{aligned} \right.$$

▪ **Sur** Γ_4

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(IV.50)$$

Les équations (IV.38), (IV.43) et (IV.50) donnent :

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{p}_{i,j,k} &= \frac{1}{2(1+s^2 - \frac{1}{C^2 v^2})} (2 * \tilde{p}_{i+1,j,k} s^2 (\tilde{p}_{i,j+1,k} + \tilde{p}_{i,j-1,k})) - \frac{1}{C^2 * v^2} * \\ & (\tilde{p}_{i,j,k+1} + \tilde{p}_{i,j,k-1}) \dots\dots\dots(IV.51) \end{aligned} \right.$$

▪ **Sur** Γ_5

$$P=0 \dots\dots\dots(IV.52)$$

$$\{ \tilde{p}_{i,j,k} = 0$$

IV.13 conclusion

Sur la base des formules établis, un programme en langage FORTRAN on utilisant la méthode des différences finies a été établit pour la résolution du problème.

Chapitre V

**Applications, validation et
interprétation des résultats**

Chapitre V : Applications, validation et interprétation des résultats

V.1 Introduction

Dans ce chapitre nous étudions la distribution de la pression hydrodynamique sur le parement amont d'un barrage qui sera représentée par la variation du coefficient de pression $C_p = P/\rho ah$ en fonction du rapport de la profondeur considérée à la profondeur totale du réservoir y/h .

Nous avons utilisé deux types de parement amont:

- Type1:un parement à une seule surface droite.
- Type2:Un parement composé de deux surfaces droites (une verticale et l'autre inclinée).

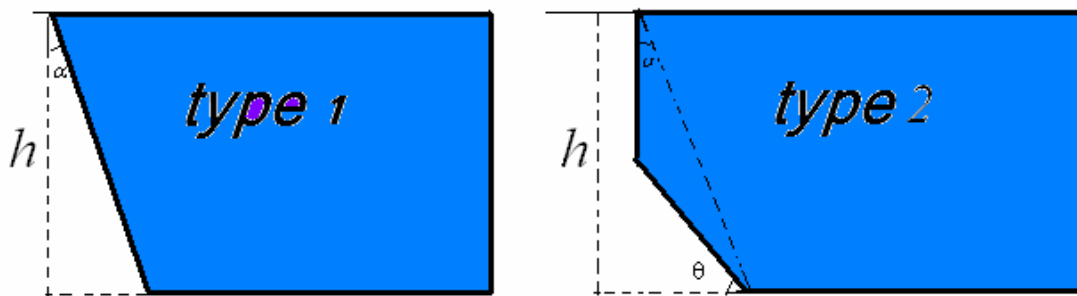


Figure V.1 : Type de parements

On aborde l'étude du phénomène d'interaction, l'accent est mis sur deux modèles différents (éléments finis (MATLAB) et différences finies (FORTRAN)), on analysera l'influence des paramètres suivants:

- ♣ la variation de l'inclinaison du parement par l'utilisation de différents angles α (0° , 15° , 30° , 45°), pour le type 1.

α : représente toujours l'angle entre la verticale correspondant à h et la base du parement amont. Figure (V.1)

- ♣ Pour le type 2, la variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont ($0h$, $1/4h$, $1/2h$, $3/4h$).

- ♣ l'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2.
- ♣ L'influence de la longueur du réservoir.

La hauteur du barrage considérée dans l'application est $h=20\text{m}$.

V.2 L'influence de la variation de l'inclinaison du parement amont type1

Les résultats de l'étude de la variation de la distribution des pressions hydrodynamiques sont représentés dans les figures suivantes:

a) Inclinaison du parement amont $\alpha=0^\circ$

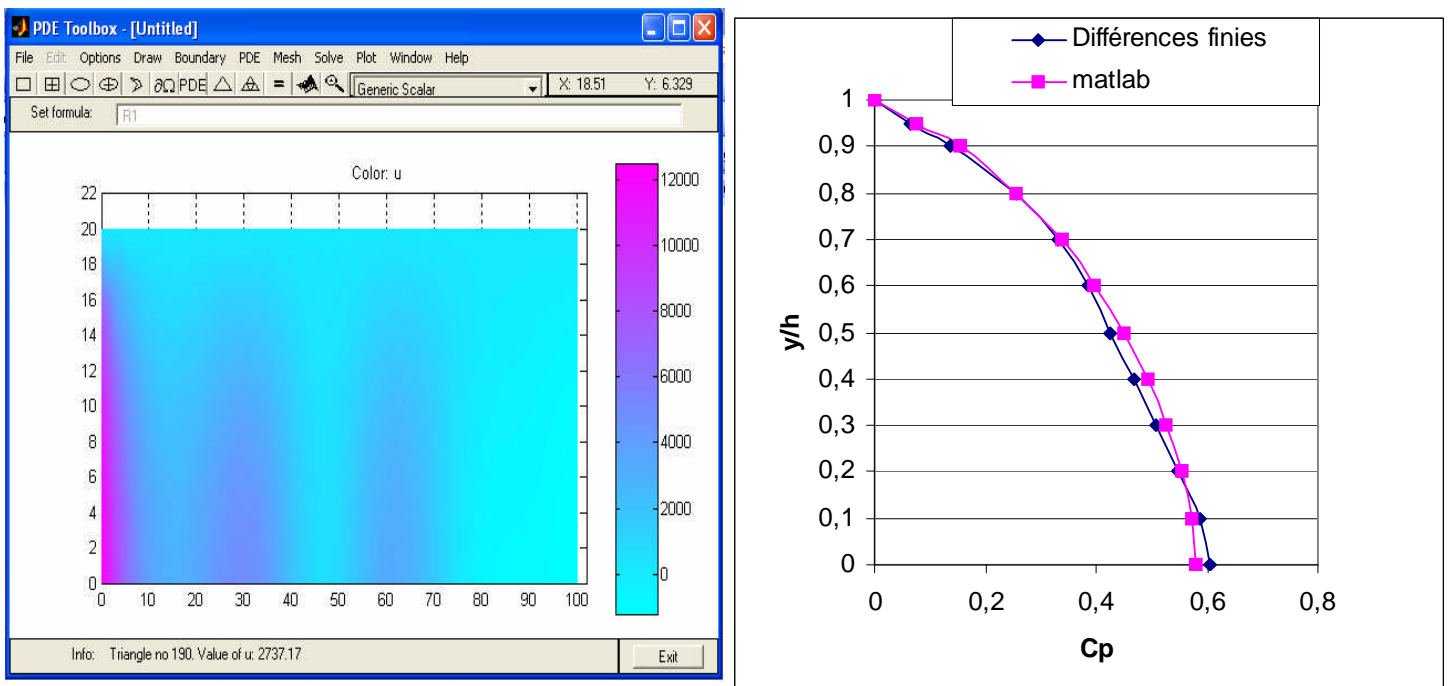


Figure V.2 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport Y/h par les deux modèles et pour $\alpha=0^\circ$

b) Inclinaison du parement amont $\alpha=15^\circ$

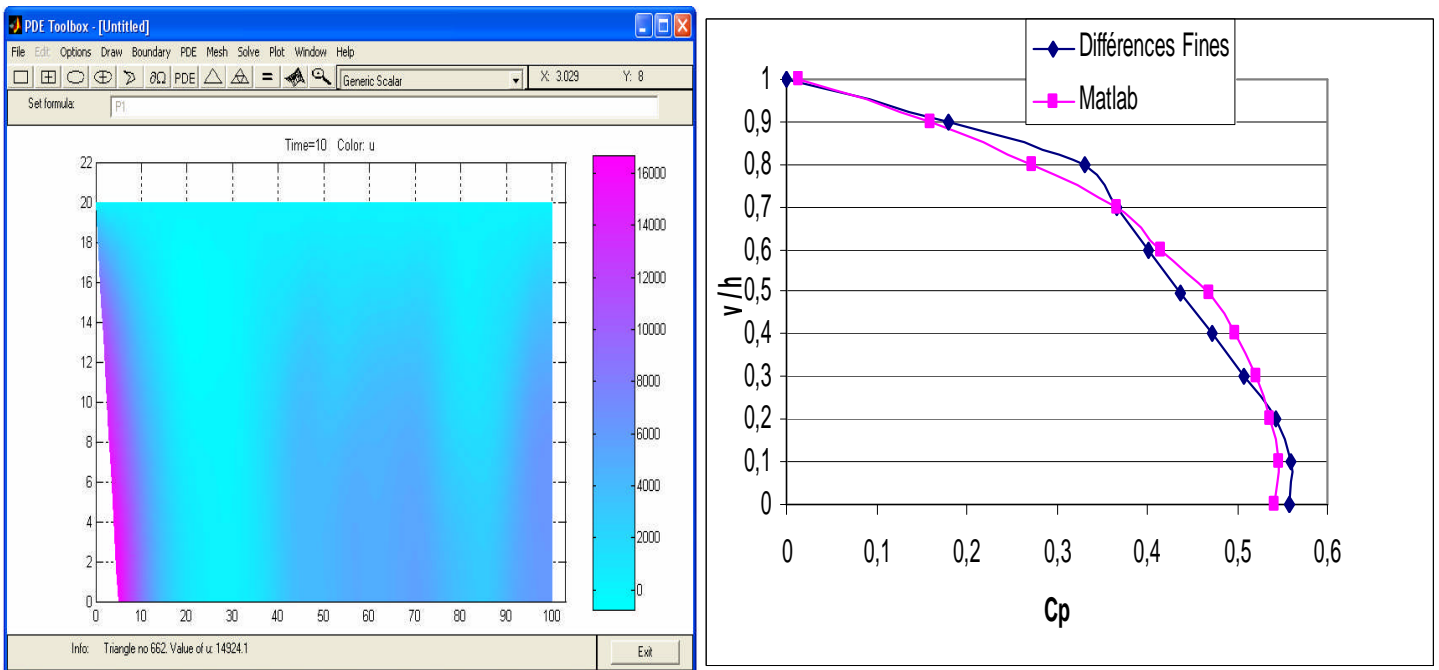


Figure V.3 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport Y/h par deux modèles pour $\alpha=15^\circ$

c) Inclinaison du parement amont $\alpha=30^\circ$

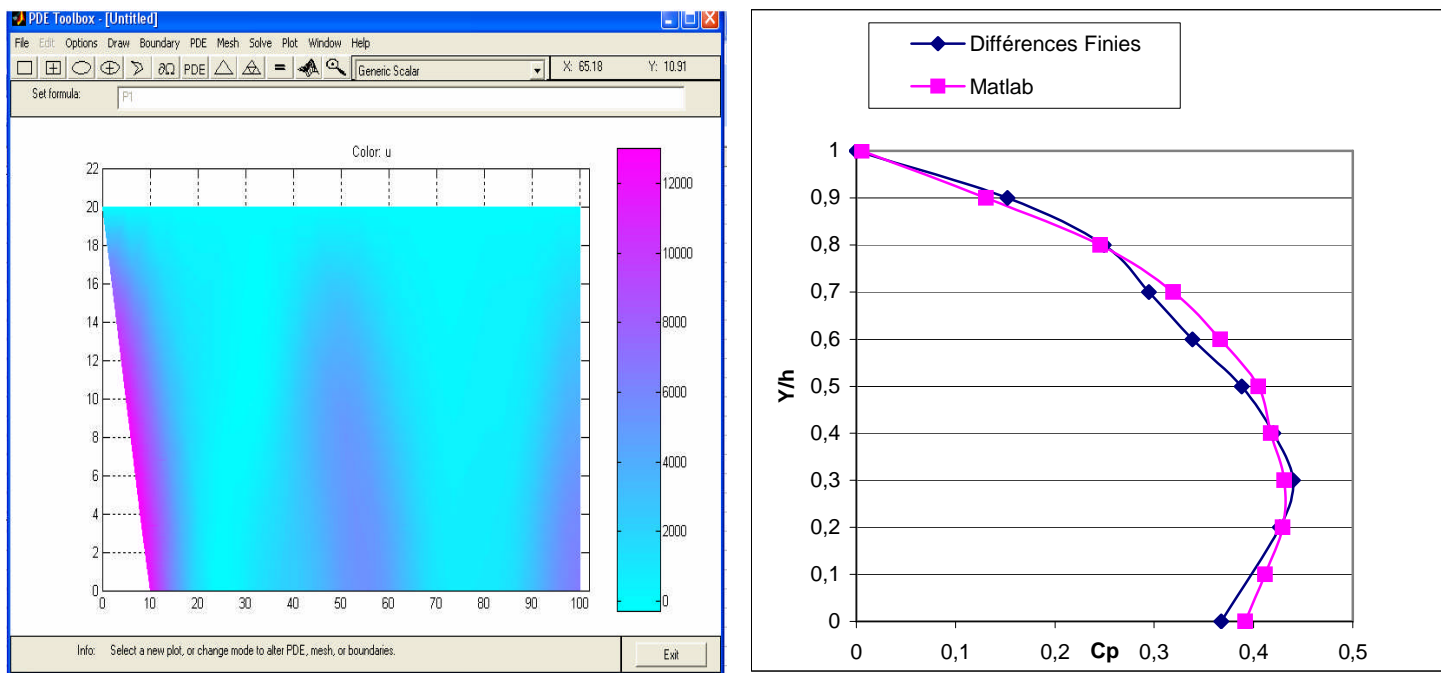


Figure V.4 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport Y/h par deux modèles pour $\alpha=30^\circ$

d) Inclinaison du parement amont $\alpha = 45^\circ$

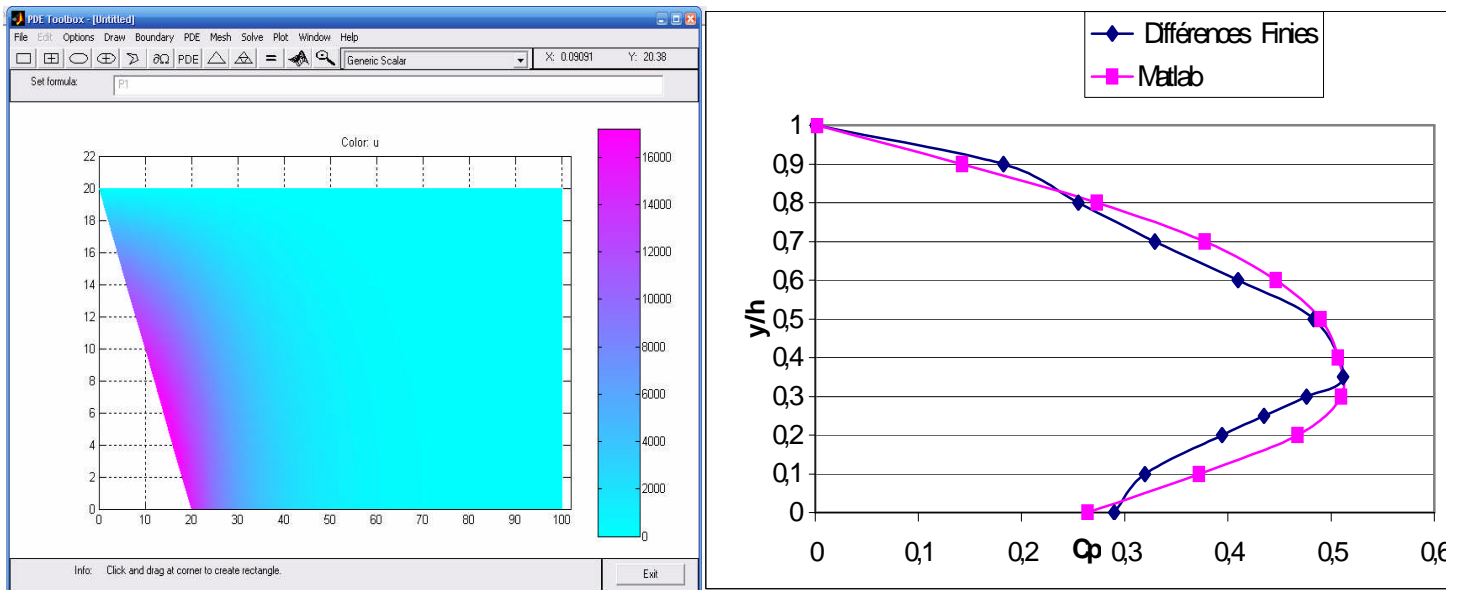


Figure V.5 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport Y/h par deux modèles pour $\alpha = 45^\circ$

La **Figure (V.6)** récapitule les différentes inclinaisons du parement amont en les comparant au modèle de Zangar pour $l=100m$.

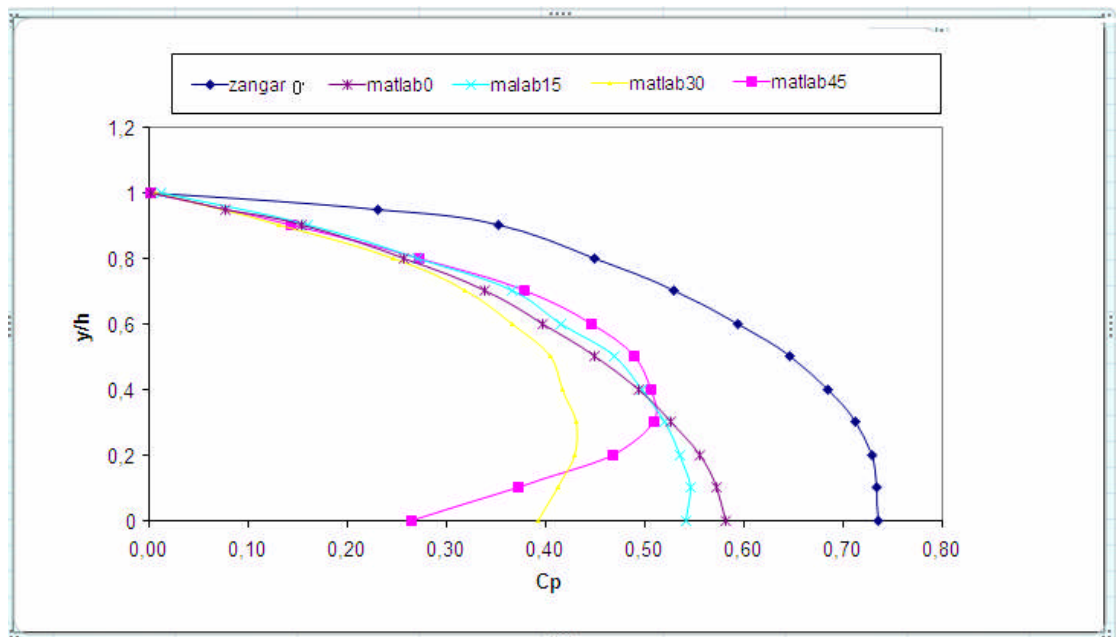


Figure V.6 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport Y/h pour les différentes inclinaisons du parement amont et modèle de Zangar ($l=100m$).

V.3 La variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2

♣ Pour 1/4h

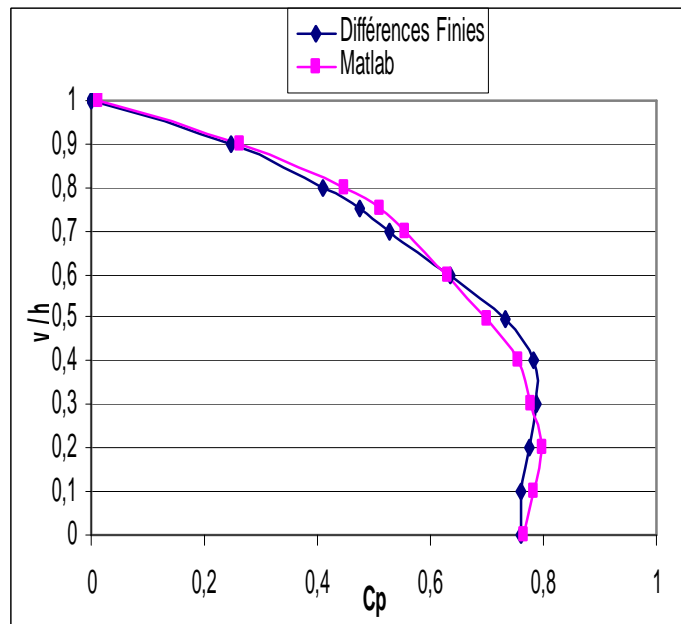
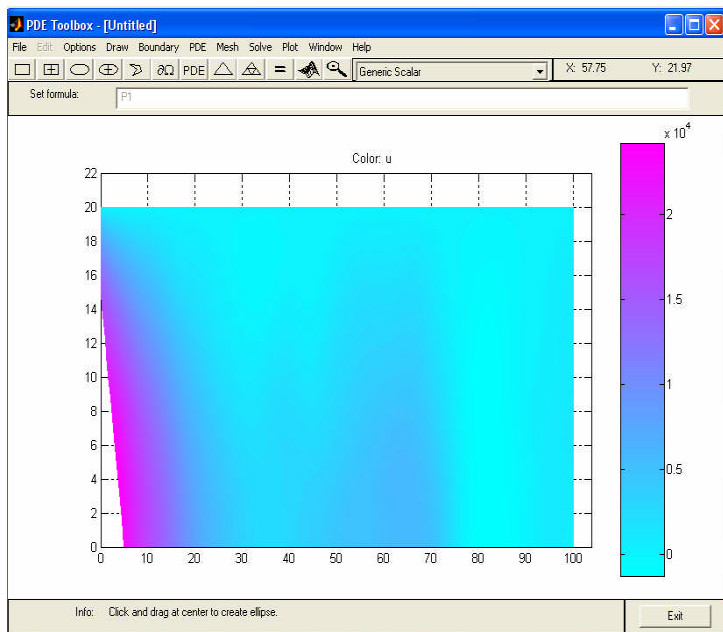


Figure V.7 : Variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont (1/4h) pour le type 2

♣ Pour 1/2h

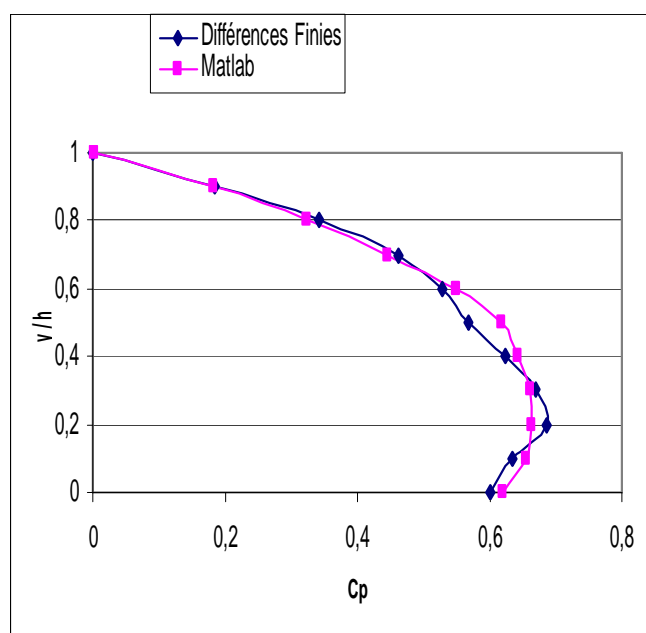
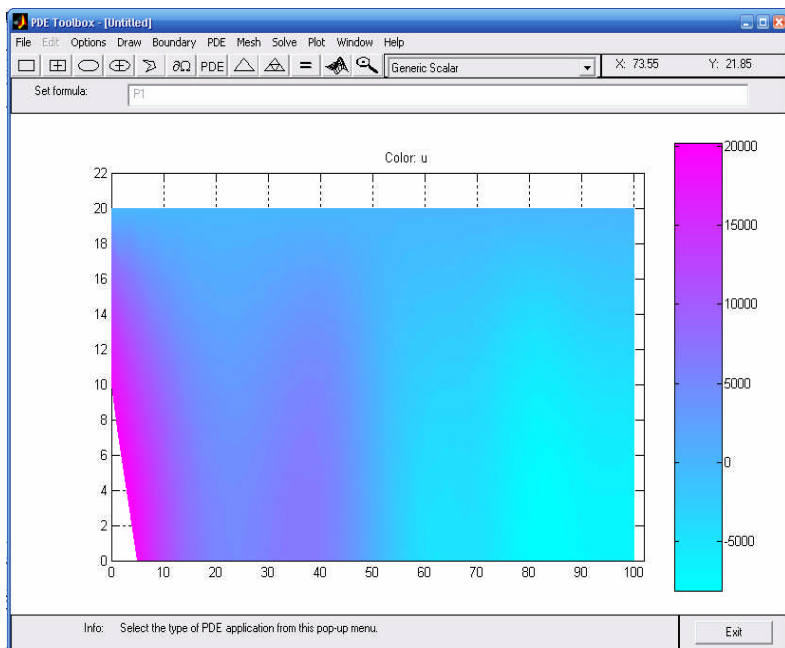


Figure V.8 : Variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont (1/2h) pour le type 2

♣ Pour 3/4h

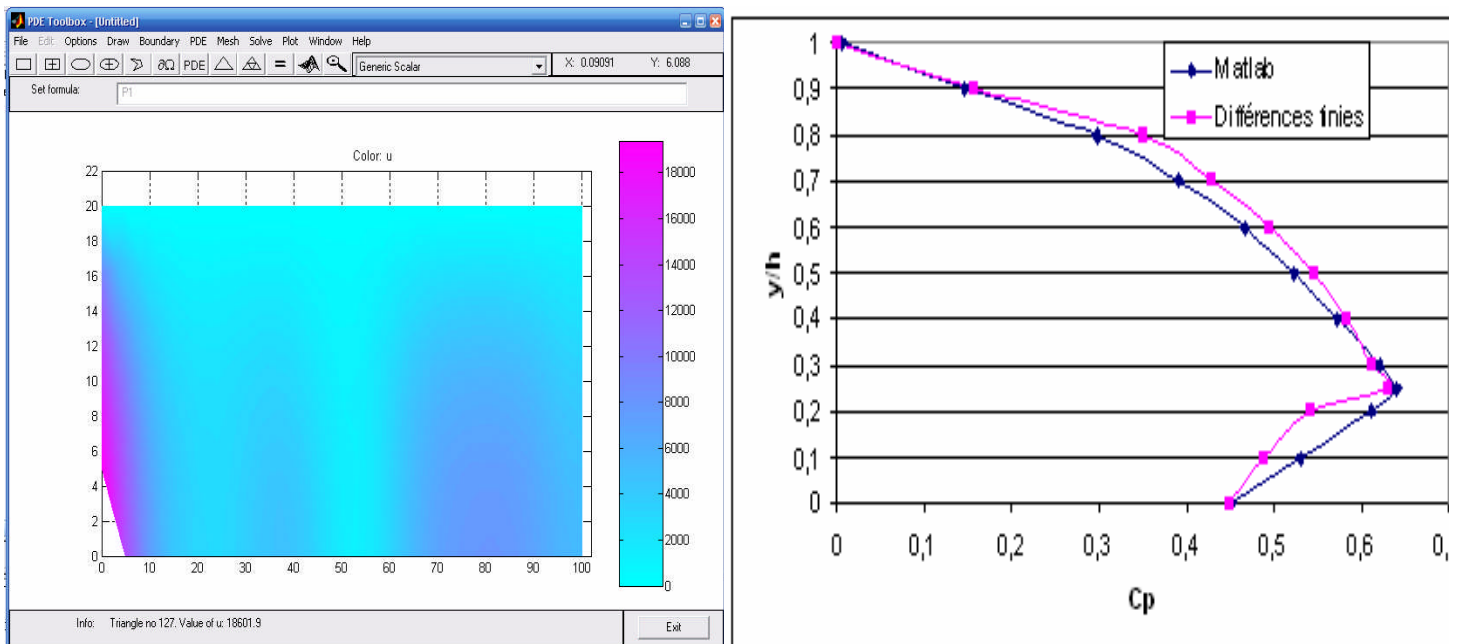


Figure V.9: Variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont (3/4h) pour le type 2

La **Figure (V.10)** récapitule La variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2 et l=100

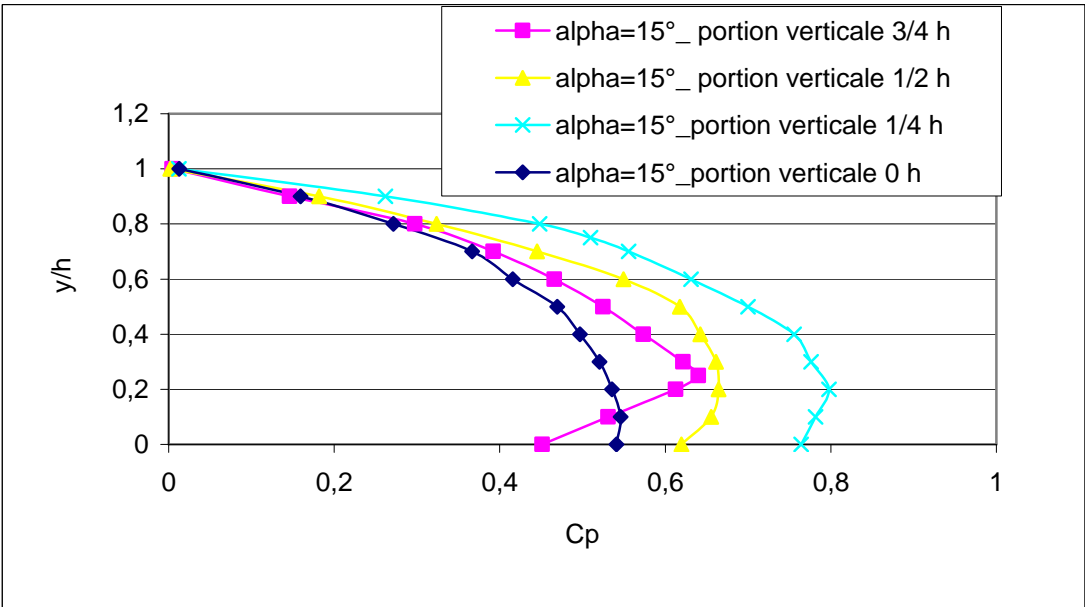


Figure V.10: Variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2 (l=100m)

V.4 L'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2

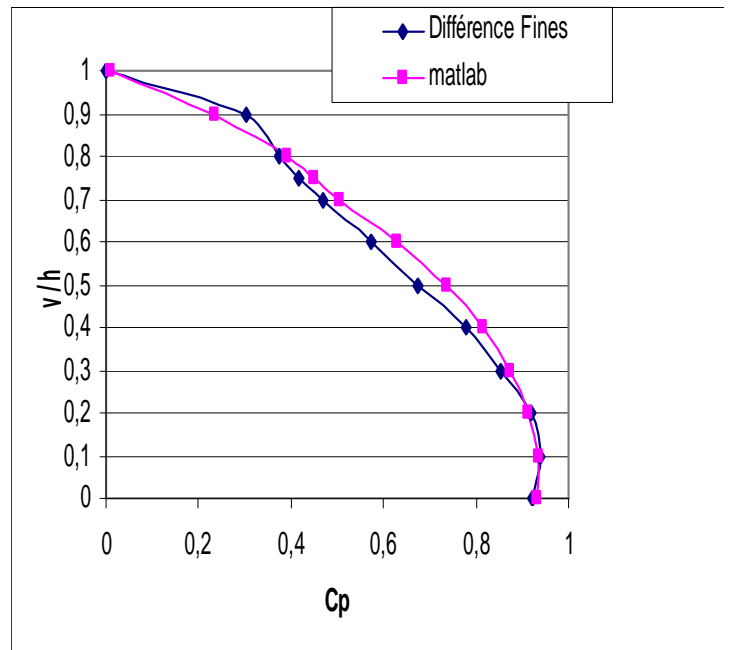
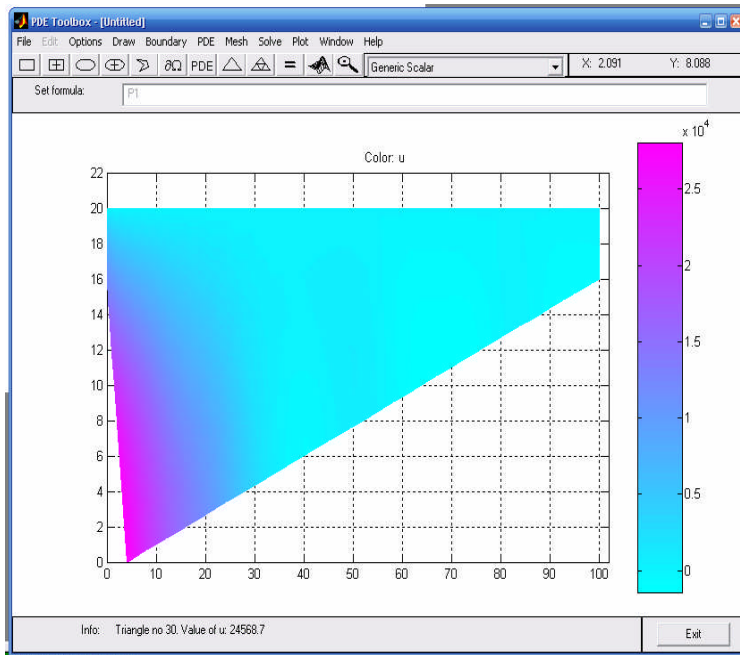


Figure V.11 : l'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2

V.5 L'influence de la longueur du réservoir

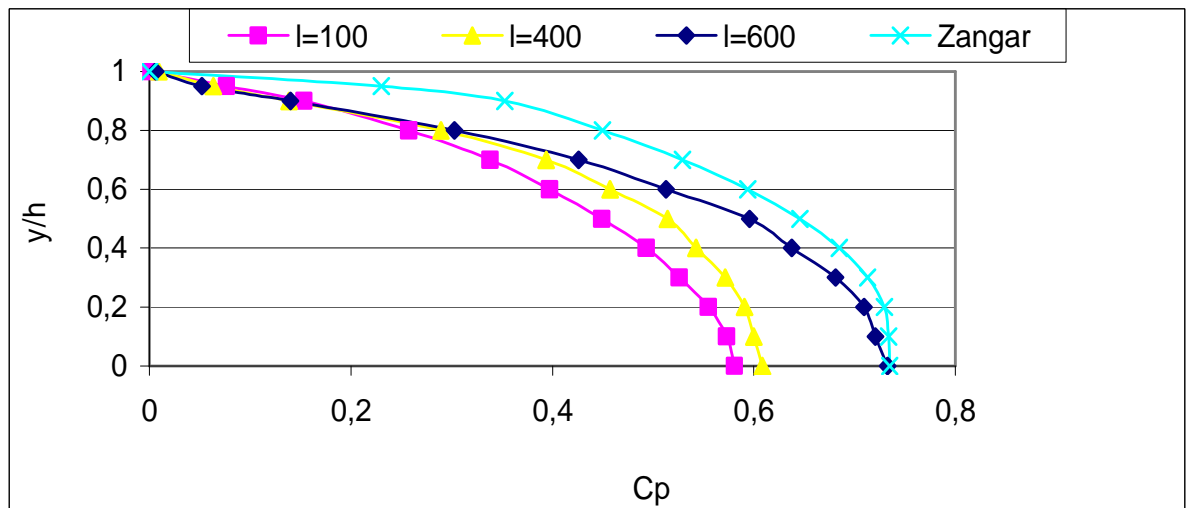


Figure V.12 : L'influence de la longueur du réservoir (l=100, 400,600) m

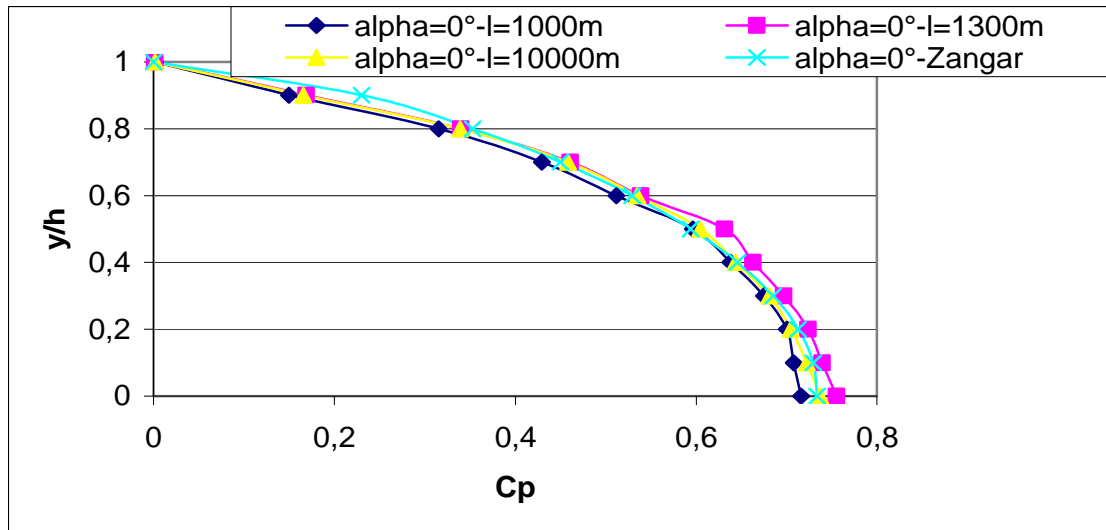


Figure V.13 : L'influence de la longueur du réservoir (l=1000, 1300,10000) m

V.6 Interprétation des résultats:

♣ L'influence de la variation de l'inclinaison du parement amont type1

La **Figure (V.6)** montre que le coefficient de pression C_p diminue avec l'augmentation de l'inclinaison du parement (la valeur la plus petite de C_p est celle correspondant à $\alpha=45^\circ$). Cela est justifié par la théorie en effectuant le bilan des forces appliquées sur le barrage. En effet, la force sismique appliquée est donnée par l'expression suivante:

$$T = \frac{1}{h_T} (F \times h_F \times \cos \alpha + P \times l_p) \dots\dots\dots(V.1)$$

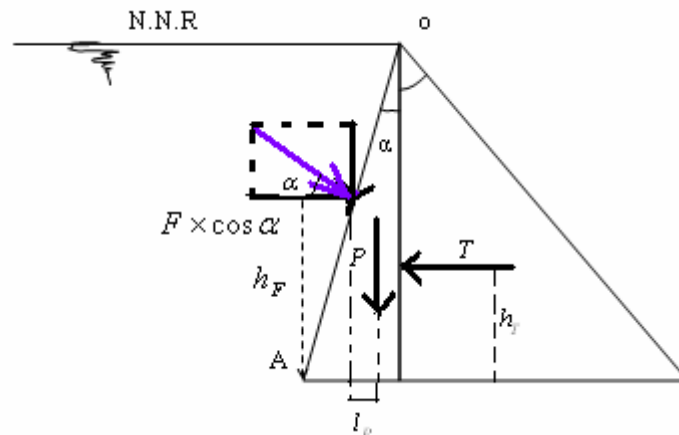


Figure V.14 : Les forces appliquées sur le barrage

Il est clair que la force sismique augmente quand l'inclinaison diminue.

Les résultats obtenus sont plus petits que ceux correspondant au modèle de Zangar. Cela est dû à l'hypothèse de calcul statique considérée dans le modèle de Zangar (la force sismique calculée statiquement est toujours plus grande que la force sismique calculée dynamiquement).

NB: Dans la pratique, l'inclinaison du parement amont est limitée à 10° .

♣ La variation de la hauteur de la surface verticale du parement amont pour le type 2

Les graphes de la **Figure (V.10)** montrent que la meilleure alternative est celle du parement amont à une seule surface inclinée (parement de type1 avec une hauteur nulle de la surface verticale). La force sismique maximale correspond au parement amont de surface verticale. Au fur et à mesure qu'une portion de la surface totale s'incline la force sismique diminue jusqu'à arriver à sa valeur minimale qui correspond à une inclinaison de la surface totale du parement.

Mais cette variante risque de compromettre la condition de stabilité du barrage. En pratique, pour améliorer la stabilité et minimiser la force sismique, on utilise des bermes.

Si on augmente la longueur de réservoir on constate qu'au point de jonction (l'interaction entre le parement horizontal et le parement vertical) Le coefficient de CP diminue à cause de la variation considérable de la force de poussée de l'eau.

♣ L'influence de l'inclinaison de la fondation pour le type 2

On remarque pour cette **figure (V.11)** que le coefficient de pression au niveau de fondation est inférieur que sa valeur au niveau $h=18m$ où il présente un maximum, car la force de poussée se décroît au fur-et-a mesure qu'on descend vers la fondation inclinée. Et qu'il y a une différence entre la méthode des différences finis et MATLAB ce qui montre l'efficacité de ce dernier.

♣ L'influence de la longueur du réservoir

On remarque que le coefficient de pression C_p pour un réservoir de longueur 100m est inférieur à celle de 400 et celle de 600m.

La force de poussée d'eau augmente avec l'augmentation de la longueur de réservoir et par conséquent la force de séisme augmente. Ce qui est en accord avec l'équation (V.1) qui correspond à $\alpha=0$.

Mais cette augmentation n'est pas toujours vraie par ce que pour les grandes longueurs telque 1000 m, 1300 m ,10000 m on constate que les grandes longueurs des barrages n'influence pas sur C_p et leurs graphes (FigureV.13) sont presque convergent ver le model de Zangar (pour $\alpha =0$).

Conclusion générale

Conclusion générale

L'importance des barrages en béton est énorme et nécessite des budgets énormes,

On essaye toujours d'économiser au maximum les matériaux ect... ;

La méthode usuelle maintenant pour déterminer la force sismique est la méthode basée sur la méthode statique équivalente $T=a*P$, cette dernière technique n'est pas économique.

Mais avec l'évolution des méthodes numériques on peut calculer cette force avec une bonne précision.

Dans notre travail on a calculé le coefficient de pression C_p avec deux modèles (différences finies et éléments finis), et on l'a trouvé inférieur au coefficient de Zangar. Ce qui montre l'efficacité technico-économique de cette technique.

Les courbes générées par MATLAB sont plus régulières que les courbes générées par la méthode des différences finies du fait des erreurs de manipulation sur les graphes et le choix de l'amorce, mais en général leurs régularités sont acceptables, ce qui montre que ces résultats sont acceptables.

Nous avons choisi pour le travail en différences finies des valeurs initiales et par la suite on cherche la convergence des résultats.

Cette technique est répandue dans les calculs hydrauliques comme le calcul des charges ou des débits dans les réseaux maillés qui utilise le choix des charges ou des débits initiaux. Et par la suite on cherche la convergence des résultats, comme la méthode de Newton-Raphson.

Bibliographie

- [1] **françois Axisa**
Interaction fluide structure Tome 3
- [2] **Benoit Perthame** 2003-2004
Théorie et méthodes numériques
- [3] **A.GOURDIN M.BOUMAHRAT**
Méthodes numériques appliquées
- [4] **Jean-Marc Huré and Didier Pelat**
METHODES NUMERIQUES
Eléments d'un premier parcours
DEA Astrophysique & Méthodes associées| 2002/2003
Ecole doctorale d'Ile-de-France
- [5] **CGIB**
Sismicité et conception des barrages
- [6] **CGIB**
Barrages de stériles et sismicité
- [7] **cours ENSTA Mf 307**
Initiation à la simulation en mécanique des fluides
- [8] **MICHELLE SCHATZMAN**
Visite guidée des équations aux dérivées partielle et leur approximation
numériques
- [9] **VASSILISSA LEBACQUE ET DIDIER HEBERT**
Projet de deuxième année ENSIMAG
Calcul Scientifique Juin 2003
- [10] **FILALI**
Modélisation numérique par différences finies-cas barrage poids en béton
Thèse d'ingénieur d'état ENP 1992
- [11] **JULIEN REVEILLON**
Maîtrise de Mécanique, Université de Rouen
Reveillon @coria.fr
Simulation et modélisation numérique.
- [12] **eric.cabrol.free.fr/analyse numerique/ans.nxml**
- [13] **S.GUELLATI**
Résolution des problèmes hyperboliques par la méthode
MARKER AND CELL
Application aux barrages
Thèse d'ingénieur d'état ENP 2001
- [14] **DAVIDOVICCI**
'Génie parasismique'
Presse de l'école nationale des ponts et chaussés (1985)

[15] EUVRAR

'Résolution numérique des équations aux dérivées de la physique, de la mécanique et des sciences de l'ingénieur. Différences finies, éléments finis, méthode des singularités '
2^{ème} Ed. Masson, Paris (1990).

[16] DJBOURIDER

Etude des effets d'interaction dynamique sur un barrage poids en béton
Thèse d'ingénieur d'état ENP 2004 Hydraulique

[17] SEGHIR

Investigation des effets d'interaction sismique fluide-structure par couplage
éléments finis
Thèse magister 1999 Génie civil