

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*  
**Ecole Nationale Polytechnique**



**Département d'hydraulique**

*Mémoire de fin*  
*d'études en vue de l'obtention d'un diplôme d'ingénieur d'état*  
*en hydraulique*

**Intitulé**

**ETUDE DES PHENOMENES PHYSIQUES EN  
ECOULEMENT DIPHASIQUE**

**Réalisé par:**  
**Mr: S.SOUICI**

**Dirigé par:**  
**Mr: R.MESSAHLI**

**Promotion 2006**

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi El - Harrach - Alger

# Remerciement

*Ce travail m'a été proposé puis dirigé par Mr R. MESSAHLI ; je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance, et je le remercie profondément pour son suivi, ses conseils et remarques pertinentes.*

*Je tiens à remercier aussi notre chef de département hydraulique Mr. BEN ZIADA Et Melle .BENMAMAR et MOURAD SERIKMA .*

# dédicaces

*Je dédie ce mémoire à :*

*Mes très chers parents en reconnaissance de leurs sacrifices incessants*

*A mes sœurs ainsi que mes oncles et à toute la famille « SOVICI »*

*A mes amis ; Hadj Bouasria Mohamed, Ider Samir, Hamse Ahmed el*

*hadi, Medouini Mehdi, Anane lakhdar, Soltan Mehdi, et à tous les*

*étudiants du département hydraulique.*

## ملخص

الهدف من هذه الدراسة يتلخص في محورين أساسيين: من جهة حاولنا أن نتطرق لكل الجوانب التي تخص السيلان ثنائي الطور ( الأشكال، طبيعة السيلان، التحولات و الخواص ). من جهة أخرى، كان اهتمامنا مركزا على أهم الحوادث الفيزيائية للسيلان ثنائي الطور (الالتحام،التدريية،التسييل )،مع إجراء تطبيقات رقمية خاصة بالشكل ذو الفقائيع على النموذجين المتجانس و المتفرق.

## كلمات مفتاحية

سيلان ثنائي الطور، علم حركة من الجسيمات، مزيج غاز وسائل، أنبوب ، الظواهر الفيزيائية.

## Résumé

L'objectif de ce travail est double, d'une part, on a essayé de reproduire tout ce qui concerne l'écoulement diphasique (les configurations, les régimes d'écoulement, les transitions et les définitions de ces paramètres caractéristiques).

D'autre part, nous nous sommes intéressés aux principaux phénomènes physiques de l'écoulement diphasique (la coalescence, l'atomisation, le flooding et la fluidisation des particules), en faisant des applications numériques dans le cas d'une configuration à bulles en considérant deux modèles (homogène et séparé).

## Mots clés :

Écoulement diphasique, dynamique des particules, mélange gaz-liquide, conduite, les phénomènes physiques.

## Summary

The objective of this work is double, on the one hand, one tried to reproduce all that relates to the biphasic flow (configurations, modes of flow, transitions and definitions of these characteristic parameters). In addition, we were interested in the principal physical phenomena of the biphasic flow (coalescence, atomization, the flooding and the fluidization of the particles), by making numerical applications in the case of a configuration to bubbles by considering two models (homogeneous and separated).

## Key words:

Flow diphasic, dynamics of the particles, mix gas and liquid, led, Physical phenomena.

# Sommaire

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

## ***Chapitre I : généralités sur l'écoulement diphasiques***

I-1-Présentation générale .....	5
I-2- Régimes d'écoulement.....	7
I-3- Transition .....	9
I-4 -Critères de transition .....	9
I-5- Cartes d'écoulement .....	11
I-6- Définition des paramètres caractéristiques .....	12

## ***Chapitre II : les phénomènes diphasiques***

II-1-Coalescence .....	15
II-2- Atomisation .....	18
II-3- Fluidisation des particulaires.....	21
II-4- Le flooding .....	25

## ***Chapitres III : Caractéristiques de l'écoulement***

III-1-Formulation des équations de conservation intégrées dans une section.....	31
III-2-Résolution du système d'équations complet .....	33
III-3-Equations pour le mélange.....	33
III-4- Glissement.....	34

## ***Chapitres IV : Configuration à bulles***

IV-1-Effet des contraintes de cisaillement sur la taille de bulle .....	36
IV-2-La vitesse d'ascension d'une bulle simple .....	36
IV-3-Critères de déformation des bulles .....	40

***Chapitres V : Les modèles (homogène+séparé)***

V-1-Définition d'un modèle .....42  
V-2-Le modèle homogène .....42  
V-3-Le modèle séparé.....44  
V-4-Le calcul de gradient de pression .....46

***Chapitres VI : Application numérique***

VI-1-Organigramme pour un modèle homogène ( $U_l = U_g$ ).....49  
VI-2-Organigramme pour un modèle séparé ( $U_l \neq U_g$ ).....50  
VI-3- Application numérique et discussion.....51  
  
Conclusion .....57

Bibliographie

*Nomenclature*

**Latines**

A : Aire de la conduite

$\frac{dp}{dx}$  : Gradient de pression

D : Diamètre de la conduite

d : Diamètre de bulles

$d_{max}$  : Diamètre maximal des bulles stables (m)

$d_{crit}$  : Diamètre critique des bulles (m)

j : vitesse superficielle (m/s)

J : vitesse superficielle moyennée sur la section du tube (m / s)

$\chi$  : Titre massique

$L_E$  : Longueur d'établissement de l'écoulement à poches (m)

$C_d$  : Coefficient de traînée

$\tau$  : Force de surface (N / m)

$\tau_w$  : Contrainte pariétale (N/m<sup>2</sup>)

$\sigma$  : Tension de surface (N/m)

G : flux massique  $\frac{kg}{m^2 \cdot s}$

U : vitesse (m/s)

$u_m$  : Vitesses du mélange diphasique (m/s)

$C_0$  : Paramètre de distribution de Zuber et Findlay

E : Energie totale d'un électron (Mev)

$\bar{E}$  : Énergie moyenne totale des électrons (Mev)

Ec : Energie cinétique d'un électron (Mev)

Esp : Energie spectrale

$f_1, f_2$  : Force par unité de volume de la phase 1 et 2.

g : Accélération de la pesanteur

L : Longueur de la conduite

$M_k^d$  : Forces de traînée totale

M : Débit massique

$M_1$  : Débit massique de la phase 1

$M_2$  : Débit massique de la phase 2

$M_o$  : Nombre de Morton

$M_m$  : Source de quantité de mouvement du mélange

$q_L$  : Débit du liquide

$R_e$  : Nombre de Reynolds

$E_0$  : Nombre d'Eotvos

$W_e$  : Nombre de weber

$V_i$  : Nombre de viscosité

$v_m$  : Vitesse du mélange

$V^\infty$  : Vitesse infini

### **Grecques**

$\rho$  : Masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_m$  : Masse volumique du mélange diphasique (kg/m<sup>3</sup>)

$\alpha$  : Taux de vide

$\alpha_c$  : Taux de vide de la phase continue ou rapport de cisaillement

$\alpha_m$  : Taux de vide moyenné sur la section totale d'écoulement

$\langle \alpha \rangle$  : Taux de vide moyenné sur la section totale d'écoulement

$\bar{\alpha}$  : Taux de vide local moyenné dans le temps

$\tau^T$  : Tenseur de pression turbulente du mélange

$\tau^d$  : Tenseur de pression de diffusion

$\tau_{w\beta}$  : Contrainte de cisaillement pariétal

$\tau_{is}$  : Contrainte de cisaillement interfaciale

$\tau_w$  : Cisaillement à la paroi mélange

$\sigma$  : Tension superficielle.

$\mu_1$  : Viscosité dynamique de la phase 1

$\mu_2$  : Viscosité dynamique de la phase 2

$\delta_e$  : Épaisseur de gaz entraîné

$\dot{\epsilon}$  : Taux de dissipation d'énergie (kJ/kg .s)

$\epsilon$  : Fraction du vide (porosité)



---

$$E_0 \quad \text{Nombre d'Eotvos} \quad \left( \frac{g(\rho_l - \rho_g) \times d_g^2}{\sigma} \right)$$

$$M \quad \text{nombre de Morton} \quad \left( \frac{g(\rho_l - \rho_g) \times \mu_l^4}{\rho_l^2 \sigma^3} \right)$$

$$Re \quad \text{nombre de Reynolds} \quad \left( \frac{\rho_l \times d_g \times \mu_g}{\mu_l} \right)$$

$$Vi \quad \text{nombre de viscosité} \quad \left( \frac{\mu_g}{\sqrt{\rho_g \cdot \sigma \cdot d_g}} \right)$$

$$We \quad \text{nombre de weber} \quad \left( \frac{\rho_l \cdot u^2 \cdot d_g}{\sigma} \right)$$

## *Introduction*

---

### **Pourquoi développe-t-on la modélisation des écoulements diphasiques ?**

Pour permettre le calcul des paramètres de l'écoulement : vitesse, pression, densité et température. La détermination de ces paramètres requiert de la précision des calculs particulièrement dans les secteurs stratégiques : circuits de refroidissement des centrales nucléaires, conduites de transport du pétrole entre autres. Ainsi, selon l'objectif recherché un niveau de modélisation est développé. On retient deux intérêts essentiels :

Pratique :- Détermination du gradient de pression  $dP/dx$  : facteur énergétique nécessaire au dimensionnement des conduites.

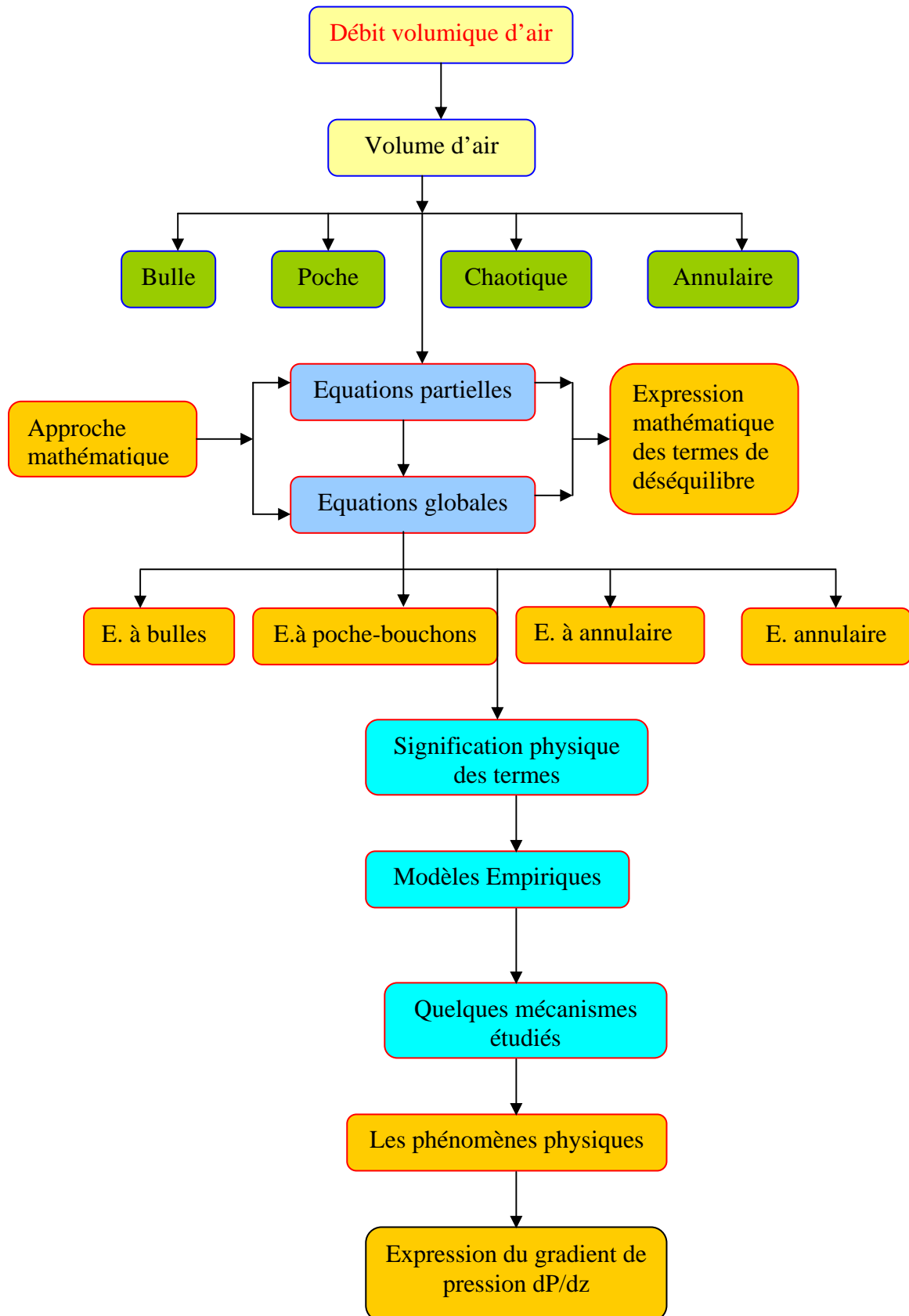
- Optimisation des transferts de masse, de quantités de mouvements et d'énergie à travers les interfaces.
- Maîtriser le contrôle des installations de refroidissement.

Théorique : - Acquisition de connaissance théorique suffisantes et nécessaire pour une modélisation mathématique plus rigoureuse.

- Comprendre leur fonctionnement afin de prédire les situations dangereuses.

On remarque que ces deux intérêts sont interdépendants et que l'un entraîne l'autre. Seulement, l'avancement de la théorie peut épargner beaucoup de désagréments au côté pratique et permettre une économie du temps et de l'argent.

Celui s'accomplit par la proposition de schémas et de modèle mathématique susceptible de prendre en compte tous les détails et qui traduit au mieux la situation de l'écoulement en s'appuyant sur les principes de la mécanique.



Plusieurs schémas ont été formulé dépendant du degré de l'accouplement des deux phases , allant du degré de liberté le plus fort c-à-d un modèle plus simple ou les deux phases sont en parfait état d'équilibre mécanique et thermodynamique ( l'écoulement diphasique se confondant parfaitement avec le mélange homogène monophasique à un détail près , celui de la variation du taux de vide  $\alpha$  ) au plus faible degré de liberté correspondant à une situation totalement aléatoire beaucoup plus compliquée ou les deux phases sont entièrement libre l'une de l'autre et ne s'apprête pas aisément à l'étude .

La modélisation revient alors à écrire un système d'équation qui est de quatre pour un monophasique et d'un système de huit équations lorsque c'est un fluide diphasique ou les phases sont entièrement séparées.

On souligne que l'attention est portée sur le mouvement relatif des deux phases et qui devient le facteur déterminant du mouvement d'ensemble. Ainsi, la détermination et l'analyse des vitesses des deux composantes deviennent importantes. et le raccordement adéquat des deux phases s'effectue principalement sur le plan cinématique.

La liaison des deux phases s'exprime par des lois appelées de fermeture du système d'équations .vu leur importance, on comprend à ce stade pourquoi l'on doit exploiter et performer (rendre les fonctions continues et intégrables là ou ils ne sont pas par exemple) le maximum de lois théoriques de part leur niveau de validité universelle. Cela épargnera à l'utilisateur certains efforts supplémentaires inutiles. et contribue à la détermination exacte des différents facteurs qui y interagissent réellement (carte d'écoulement : choix des coordonnées des axes). Les dites lois ne peuvent toujours pas avoir un sens physique. Pour se faire, la formulation mathématique adoptée doit être assez représentative de tous les phénomènes physiques.

Comme pour un fluide seul, les lois de l'écoulement c-à-d les équations de conservation et les phénomènes physiques referment des coefficients partiels ou globaux tels que celui de : la viscosité, de la conductivité thermique, de la traînée, de symétrie des profils de vitesses ainsi que les nombre adimensionnel qui représentant les différents domaines de la dynamique des fluides .....etc. Il est claire que leur nombre est important en écoulement à deux phases et constitue les éléments de base du calage d'un modèle mathématique donné.

Les valeurs de ces facteurs sont déterminées par des données des expériences organisées dans ce sens. On les retrouve dans les lois de vitesses tel que  $U = 1.2 U_m + 0.35 \sqrt{gD}$

Ou sous forme de courbes de variation comme  $C_d=f(R_e)$  .D'autres coefficients sont obtenus par un traitement statistique des valeurs ou même un traitement de signal d'une sonde de mesure (sonde optique, laser ..... etc. (voir PFE ziani, Fethi Aloui).

Ainsi chaque expressions de lois de fermeture d'un modèle nécessite une expérimentation particulière et dans le cas diphasique on autant de lois diverse et variées que ne le procure le nombre de phénomènes à analyser et qui sont nombreux.

C'est pourquoi, le champ de l'étude devient aussi vaste et complexe si l'on ajoute encore les interactions internes de ces phénomènes au sein de l'écoulement dont toute tentative de délimitation des domaines repose sur l'observation expérimentale.

Dans ce projet qui s'intéresse à l'écoulement diphasique air-eau dans une conduite cylindrique est composé de cinq chapitres. On rencontre :

Au chapitre I, les définitions générales et descriptions relatives aux écoulements diphasiques dans les conduites.

Au chapitre II, on donne les explications concernant les phénomènes cités et les mécanismes les régissant.

Au chapitre III, caractéristiques de l'écoulement diphasique eau –air.

Au chapitre IV, configuration à bulles

Au chapitre V, les modèles mathématique (homogène+séparé).

Au chapitre VI, application numérique avec représentation graphique des facteurs déterminants et discussion générale.

Enfin une conclusion générale.

# chapitre I

Généralités sur les écoulements diphasiques

## Généralités sur les écoulements diphasiques

### I-1-Présentation générale :

La propriété la plus importante d'un écoulement diphasique est sa configuration, c'est-à-dire les caractéristiques géométriques des interfaces séparant gaz et liquide.

On distingue les configurations suivantes :

- **configuration dispersée** : la phase dispersée forme de petites inclusions (bulles si c'est du gaz, gouttes si c'est du liquide) dans l'autre phase appelée phase continue.

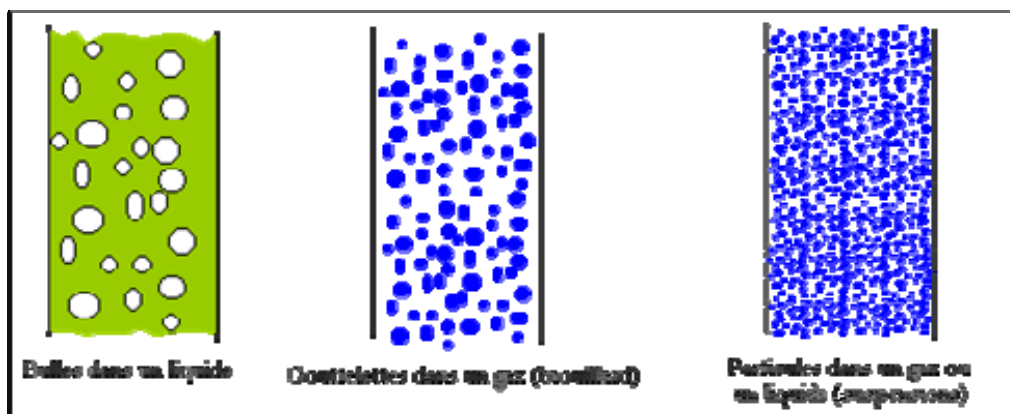


Fig. I-1 : Écoulements à phase dispersée .voir [7].

- **configuration séparée (ou stratifiée)** : les deux phases n'ont qu'une seule interface commune ; dans une conduite on distingue le cas où les deux phases sont en contact avec la paroi (stratifiée) ou seulement l'une d'elles (annulaires).

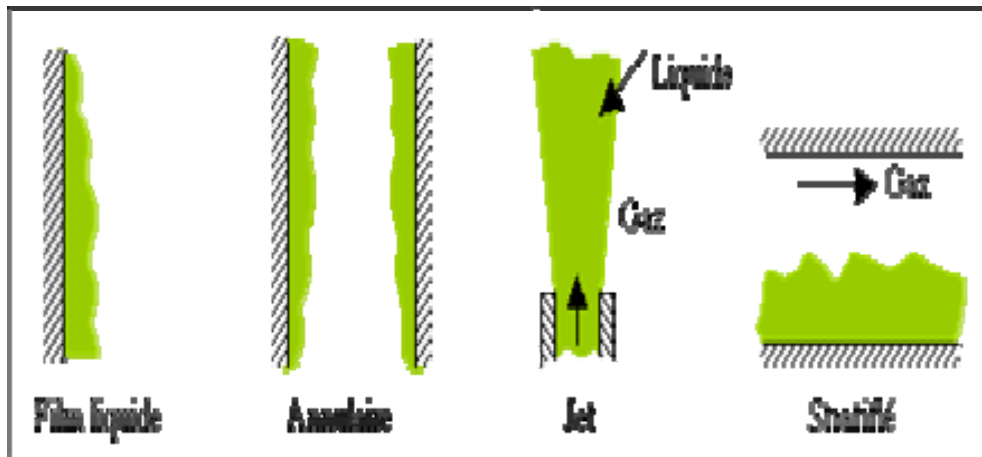


Fig. I-2 : Écoulements à phases séparées .voir [7].

- **configuration intermittent (à bouchons, à poches)** : c'est le régime où les deux phases gaz et liquide sont distribuées alternativement en configuration à séparées.

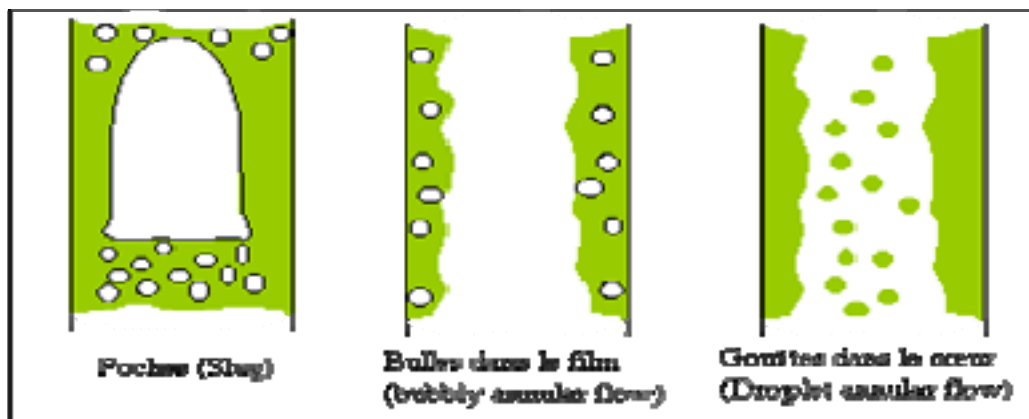
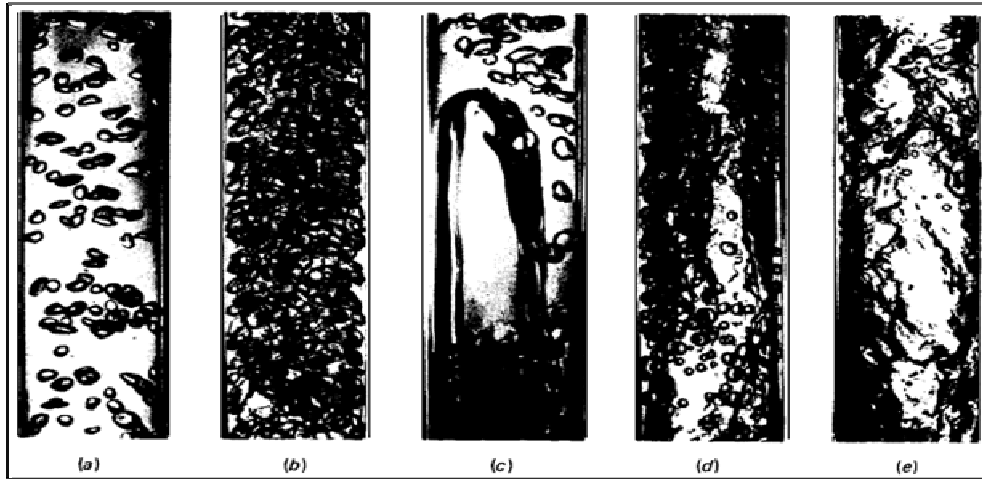


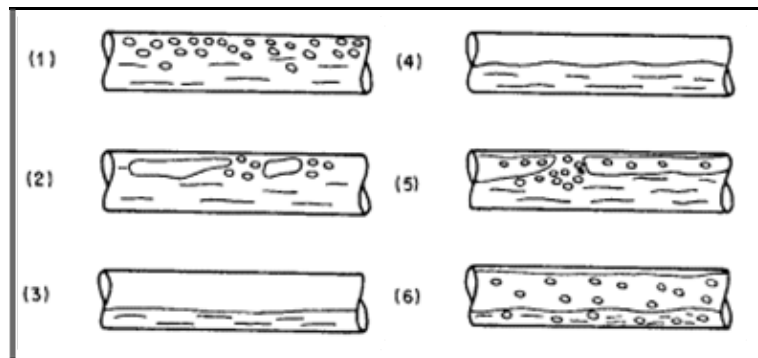
Fig. I-3 : Écoulements intermittents. Voir [7].

En écoulement diphasique gaz-liquide, les calculs et les descriptions sont effectués pour une configuration donnée de l'écoulement. Ces configurations qu'on appelle aussi " régimes d'écoulement " sont basées sur la description d'interface, et qu'on peut prévoir avec ce qu'on appelle « des cartes d'écoulement ».





**Fig. I-4 :** Exemples de régimes d'écoulements diphasiques air-eau verticaux co-courants (Roumy, 1969) : (a) : Bulles séparées; (b) : Lit dense de bulles; (c) : Poches; (d) : Churn; (e) : Annulaire. Voir [7].

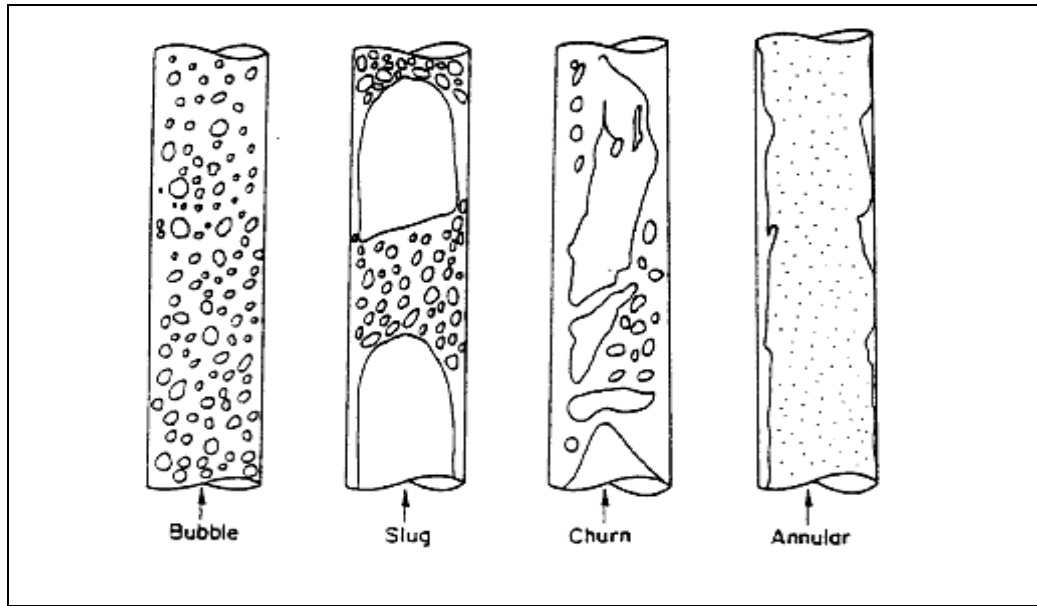


**Fig. I-5:** Exemples de régimes d'écoulements diphasiques eau air en conduites horizontales (Delhaye, 1981): (1): Bulles; (2): Bulles allongées; (3): Stratifié lisse; (4): Stratifié ondulé; (5): Poches; (6): Annulaire .Voir [7].

## I-2- Régimes d'écoulements

D'une façon générale, un régime d'écoulement dépend des variables opératoires (débit liquide, débit gaz, pression,...), des propriétés physiques des phases (densité, viscosité,...) et de la géométrie du système (la forme, dimension,.....).

Barnea, Taitel et Dukler ont proposé les définitions suivantes pour les principales configurations typiques des écoulements diphasiques verticaux dans des canalisations circulaires (Taitel, 1980), figure (6).



**Fig. I-6** : Régimes d'écoulement diphasiques verticaux. Voir [11].

**I-2.1. Régime à bulles** : Apparaît pour une quantité de gaz relativement faible mélangé au liquide. La phase gazeuse est distribuée de manière uniforme sous forme de petites bulles discrètes dans la phase liquide continue.

**I-2.2. Régime à poches** : En augmentant le débit de gaz, les bulles coalescents pour donner lieu à des poches séparées par des bouchons de liquide de sections voisines de celle de la conduite.

**I-2.3. Régime à churn (écume)** : C'est un stade avancé de l'écoulement à bulle et à poche, les poches de gaz sont fortement distribuées et le film tombant présente de fortes discontinuités d'épaisseur, par conséquent, le caractère aléatoire semble beaucoup plus prononcé. et l'écoulement à film tombant : dans ce cas le liquide s'écoule le long des parois sous forme de film épais. au centre de la conduite, on a un courant de gaz.

**I-2.4. Régime annulaire** : Le gaz circule à grande vitesse au centre de la conduite et provoque la formation d'un film liquide ondulé à la paroi.

### I-3. Transition

La notion de transition qui varie les critères utilisés est de première importance, si sa prédiction s'avère être rigoureuse est relativement précise.

L'établissement de cartes universelles décrivant les mécanismes de passage d'un régime d'écoulement à un autre a fait l'objet de plusieurs recherches. « TAITEL » et « AI » décrivent quelques mécanismes à l'aide des propriétés de l'écoulement et du diamètre de la conduite, ainsi que par une modélisation mathématique de la transition :

#### I-3.1. La transition bulle – poche

A des faibles débits de gaz, la transition bulles – poches s'effectue alors par le phénomène de coalescence. L'expérience montre que les poches produites ont un diamètre presque égal à celui de la conduite et une longueur d'une à deux fois le diamètre.

La poche s'agrandit par multiplication de la coalescence et comme le débit de gaz augmente la densité des bulles augmente aussi. Cependant tout accroissement du débit liquide conduit à des fluctuations des poches.

#### I-3.2. La transition poche -écume

Lorsque l'écoulement est lent, le bouchon entre deux phases a une vitesse constante et constitue un pont étroit et stable entre celle-ci, le film fin autour de la bulle pénètre dans le liquide et crée une agitation en aérant et désintégrant celui-ci, ceci nous amène à observer des oscillations du filet liquide.

#### I-3.3. La transition écume -annulaire

Pour des débits de gaz élevés, la structure du mélange devient annulaire et le film liquide adjacent à la paroi s'écoule vers le haut et le gaz occupe le noyau de la conduite.

### I-4 -Critères de transition

En fonction des instruments de mesures expérimentales, des critères de transition ont été définis par certains auteurs :

#### I-4-1- La transition bulle – poche

- à faible débit liquide, la transition bulle – poche se fait alors par coalescence pour  $\alpha_t = 25\%$ .

$\alpha_t$  : Taux de gaz global à la transition.

$$j_l = 3 \times j_g - 1,5 \left[ \frac{g \times (\rho_l - \rho_g) \times \sigma}{\rho_l^2} \right]^{0,25} \quad (1)$$

- A débits liquide important, le caractère turbulent du liquide détruit les bulles « HINZE (1955) » a interprète le phénomène en posant la relation suivante :

$$j_l + j_g = 4 \left( \frac{D^{0.419} \left( \frac{\sigma}{\rho_l} \right)^{0.089}}{j_l^{0.072}} \times \left( \frac{g \Delta \rho}{\rho_l} \right)^{0.446} \right) \quad (2)$$

Cette transition demeure valable tant que  $\alpha_l$  reste inférieur au taux de tassement des bulles qui est égal a  $\alpha_l = 52\%$ .

#### I-4-2- La transition poche -écume

Dans ce cas, le film fin auteur de la bulle pénètre dans le liquide et créer une agitation en aérant et désintégrant celui-ci, ceci amènera à observer des oscillations de filet liquide, oscillations qui sont les caractéristiques d'identification de l'écoulement.

La transition vers cet écoulement est traduire par la relation :

$$\frac{L_E}{D} = 40,6 \left( \frac{U_m}{\sqrt{gD}} + 0,22 \right) \quad (3)$$

Ceci montre que la longueur d'entrée adimensionnelle de l'écoulement à poches dépend du paramètre  $\left[ \frac{j}{(g \times D)^{0,5}} \right]$ .

#### I-4-3-La transition vers l'écoulement annulaire

Pour des débits élevés de gaz, l'écoulement devient annulaire, cette transition est introduite par le critère de TURNER selon lequel l'écoulement du film est stables si le débit gaz est suffisant pour lifter les gouttes de liquide .la relation traduisant ce phénomène est donne par :

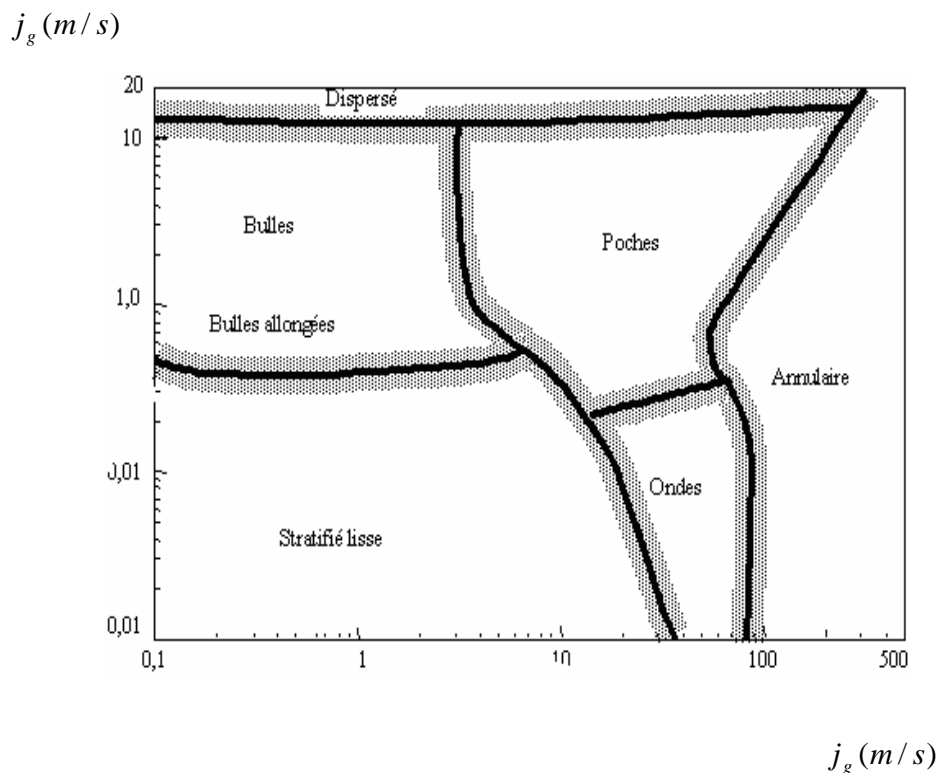
$$\frac{j_g \times \rho_g^{0,5}}{(\sigma \times g \times (\rho_l - \rho_g))^{\frac{1}{4}}} = 3,1 \quad (4)$$

Donc la transition est indépendante :

- ✓ du débit liquide ;
- ✓ du diamètre de la conduite ;

### I-5. Cartes d'écoulement

On porte en abscisse la vitesse superficielle du gaz et en ordonnée la vitesse superficielle du liquide. On peut alors déterminer les différents types d'écoulements susceptibles d'apparaître.



**Fig. I-7** : Carte des différents régimes lors d'un écoulement horizontal

(Mandhane et Al, 1974)

On observe bien pour de la faible vitesse liquide et de gaz, le régime stratifié lisse, celui-ci se transformant en stratifié à vagues lorsque la vitesse du gaz augmente. La transition vers le régime intermittent s'obtient pour des vitesses intermédiaires. Cette zone représente la majeure partie de la carte, ainsi pour cette configuration, le régime intermittent est le plus fréquemment rencontré. Pour des débits de liquide très importants le régime dispersé apparaît.

On peut remarquer l'apparition d'une zone aberrante qui prévoit un régime à phases séparées à des fortes vitesses de liquide après être passé par un régime à phases dispersées.

### I-6. Définition des paramètres caractéristiques :

Un mélange diphasique circulant dans une canalisation peut présenter différentes géométries interfaciales telles que des bulles, des poches ou des films de liquide en paroi. Pourtant, cette géométrie n'est pas toujours clairement définie ce qui empêche les configurations d'écoulements d'être précisément et objectivement décrites.

En écoulement monophasique, les écoulements laminaires et turbulents sont modélisés différemment. Les écoulements laminaires sont décrits par des quantités instantanées, les solutions des équations de Navier Stokes alors que les écoulements turbulents sont décrits par des quantités moyennées dans le temps ou statistiquement qui sont les solutions des équations de Reynolds (auxquelles s'ajoutent des équations de fermeture). Les paramètres qui gouvernent l'hydrodynamique d'un écoulement monophasique sont la vitesse  $u$ , la pression  $p$  et la température  $T$ .

Dans les écoulements diphasiques, les paramètres qui gouvernent l'apparition d'une configuration donnée sont les champs de vitesse des deux phases  $u_g$  et  $u_l$  et les forces. D'autres paramètres pertinents tels que les débits volumiques  $Q_g$  et  $Q_l$ , les vitesses superficielles  $j_g$  et  $j_l$ , le titre massique  $\chi$  et le taux de vide interviennent afin de mieux décrire les écoulements diphasiques.

Le premier paramètre usuel est le débit volumétrique total (en m<sup>3</sup>/s) représenté par la lettre  $Q$ . c'est un paramètre facilement mesurable en phase gazeuse par des débitmètres précis (1%) et le plus souvent converti en débit massique total  $m$  (kg/s). Ainsi en introduisant les quantités propres à chaque phase, il vient :

$$\begin{aligned}
 Q &= Q_g + Q_l \\
 M &= m_g + m_l = \rho_g \times Q_g + \rho_l \times Q_l \\
 m &= \rho_m \times Q
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

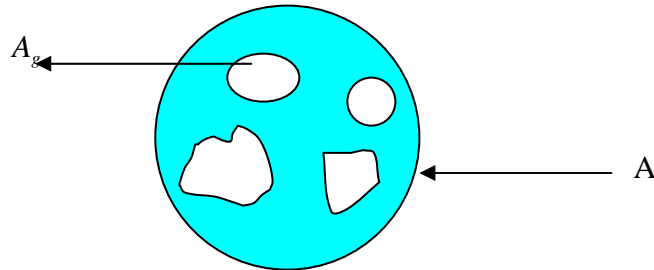
Où  $Q_g$  est le débit volumétrique de gaz,  $Q_l$  celui du liquide,  $m_g$  le débit massique de gaz,  $m_l$  celui du liquide et  $\rho_m$  la masse volumique du mélange.

Chaque partie du champ d'écoulement est occupée soit par l'une ou l'autre des deux phases. On définit alors ( $\alpha$ ) la fraction d'un élément de surface occupé par la phase gazeuse.

La valeur moyenne de  $\alpha$ , appelée taux de vide  $\langle \alpha \rangle$ , est donc définie par:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{A_g}{A} = \frac{\iint \alpha(r,t) \bullet dr \bullet dt}{\int dr \int dt} \quad (6)$$

Considérons le volume matériel représenté par la figure ci-dessous.



**Fig. I-8 :** Schéma de définition de la fonction caractéristique de phase : cas d'une phase continue (liquide) contenant des inclusions dispersées (gaz).

Où,  $A_g$  est la surface totale occupée par le gaz dans la section du tube A.

Il est également pratique, particulièrement dans des conditions d'ébullition, de mesurer la fraction du débit massique total occupée par la phase gazeuse, pour une section donnée. Le titre massique  $\chi$  est alors :

$$\chi = \frac{m_g}{m} \quad (7)$$

où,  $m_g$  est le débit massique de gaz et  $m$  le débit massique total. Lorsque l'écoulement est non uniforme ou instable, le titre est moyenné sur une surface et un temps donnés :

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\int G_g \bullet dA \bullet dt}{\int G \bullet dA \bullet dt} \quad (8)$$

où,  $G_g$  et  $G$  sont les flux massiques de gaz et total explicités ci-dessous.

Les autres paramètres utilisés pour définir ces écoulements diphasiques sont :

➤ Le flux massique total par unité de section :

$$G = \frac{m}{A} \quad (9)$$

Pour chaque phase, les flux massiques de gaz et de liquide sont respectivement définis par :

$$G_g = \frac{\chi \times m}{A} \quad \text{et} \quad G_l = \frac{(1 - \chi) \times m}{A} \quad (10)$$

➤ Les vitesses superficielles de gaz et de liquide :

$$j_g = \frac{Q_g}{A} = \alpha \times u_g$$
$$j_l = \frac{Q_l}{A} = (1 - \alpha) \times u_l \quad (11)$$

où,  $u_g$  et  $u_l$  sont respectivement les vitesses de la phase gazeuse et liquide,

➤ Le glissement :

$$S = \frac{u_g}{u_l} = \frac{\chi}{1 - \chi} \times \frac{1 - \alpha}{\alpha} \times \frac{\rho_l}{\rho_g} \quad (12)$$



# chapitre II

Les phénomènes physiques

## Les phénomènes physiques

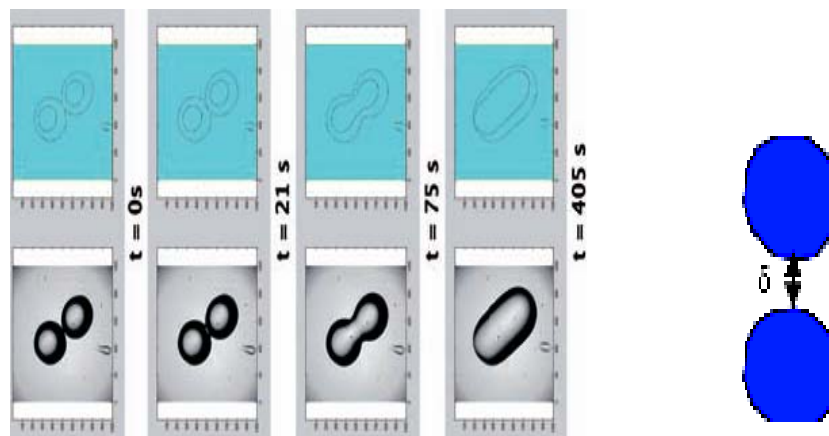
### • Introduction :

Dans de nombreuses phénomènes physiques qui existent dans le domaine diphasique on est satisfait à comprendre en général certains phénomènes qui sont (la coalescence, l'atomisation, le flooding, la fluidisation).

### II-1-Coalescence :

La coalescence c'est une condensation ou assemblage entre deux ou plusieurs bulles et pour celle des particules d'un liquide en suspension dans une émulsion est l'union de deux ou plusieurs particules pour en former une plus grosse. Ce processus est décrit par **Hodgson** et **Woods** comme suit : deux particules, où une particule et une phase continue s'approchent de plus en plus près, jusqu'à une distance  $\delta$  où le film de la phase continue présent entre les deux se brise et la coalescence se produit..

Sur la (**Fig.II-1**), on a le schéma du phénomène de la coalescence entre deux bulles.



**Fig. II-1:** coalescence entre deux bulles.

Plusieurs facteurs influencent le temps de coalescence des bulles.

Les principaux sont:

- la dimension des particules
- la force de l'impact
- la viscosité des particules

- l'action des forces externes
- la viscosité de la phase continue
- les champs électrostatiques

De plus, si les vitesses relatives entre les particules sont au-delà d'un certain seuil, le choc sera fort et elles peuvent rebondir sans qu'il y ait coalescence.

### **II-1.1.Régime turbulent de la phase liquide et coalescence des bulles :**

#### **➤ Turbulence et bulles**

Dans un écoulement à bulles turbulent, des petites bulles coexistent avec d'autres plus grosses. Ces dernières s'élèvent, en général, au coeur de l'écoulement mais également au niveau de la paroi. Dans cette région, elles sont déformées par les forts gradients de contrainte de cisaillement et de vitesse, et la production d'énergie de turbulence est importante. Par ailleurs, l'intensité de la turbulence augmente avec le titre en gaz car les gros tourbillons présents dans l'écoulement (du fait même de la turbulence) sont cassés en plus petites structures sous l'effet de l'agitation des bulles de plus en plus nombreuses [Sato, 1995].

La théorie de l'éclatement des bulles par la turbulence de l'écoulement a été développée par Hinze [Hinze, 1955]. Hinze a montré que les forces de pression dynamique créées par la turbulence constituent le facteur déterminant la taille des plus grosses bulles et sont donc responsables de l'éclatement des bulles.

On peut exprimer le diamètre maximum  $d_{\max}$  que la bulle puisse avoir par :

$$\frac{\rho_l \times d_{\max}}{\sigma} \times C_1 \times (\varepsilon' \times d_{\max})^{2/3} = \text{constante} = (W_e)_{\text{crit}} \quad (13)$$

$$d_{\max} = C \times \left( \frac{\sigma}{\rho_l} \right)^{3/5} \times (\dot{\varepsilon})^{-2/5} \quad (14)$$

Où  $d_{\max}$  est le diamètre maximum stable de la phase dispersée (dans notre cas, il s'agit de la phase gazeuse). La valeur de la constante C qui apparaît dans la formule précédente a été

déterminée expérimentalement par plusieurs scientifiques dont Hinze grâce aux données de Clay [Clay, 1950] et Sevik et Park [Sevik, 1973]. Tous ont trouvé une même valeur de  $C$  égale à 0,725.

Par ailleurs, les bulles issues de la turbulence sont sphériques et ont un mouvement rectiligne uniforme ascendant, et ceci n'est vrai que si le nombre d'Eötvös (Bond) associé est théoriquement inférieur à 1. Brodkey [Brodkey, 1967] a comparé expérimentalement le comportement d'une sphère rigide et d'une gouttelette d'eau. La déviation entre ces deux comportements commencent à être remarquable dès que  $Eo = 0,4$ . On peut donc en conclure que:

La protection contre la coalescence apportée par la turbulence cesse si le nombre d'Eötvös associé à  $E_0$  est supérieur à 0,4. On en tire un deuxième diamètre limite de bulles qui s'ajoute à l'information apportée par  $d_{max}$ . Il vient en effet :

$$\frac{\rho_l - \rho_g}{\sigma} \times d_g^2 \times g \geq 0,4 \quad (15)$$

Soit

$$d_g \leq d_{crit} = \sqrt{\frac{0,4 \times \sigma}{(\rho_l - \rho_g) \times g}} \quad (16)$$

L'analyse en termes de diamètre et de mouvement ne doit pas faire oublier un dernier point essentiel :

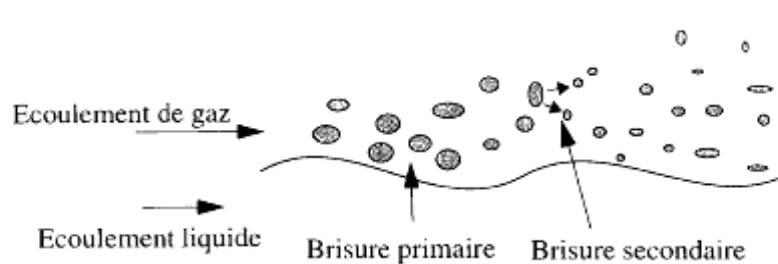
- Pour que la coalescence des bulles ait lieu, les particules doivent, dans un premier temps, entrer en collision et dans un second temps, rester en contact durant une période suffisante pour que les processus de drainage du film, de rupture du film et donc de coalescence aient lieu [Das, 1987]. Durant ces étapes, un tourbillon peut séparer les particules et empêcher la coalescence.

## II-2. Atomisation

On parle d'atomisation assistée lorsqu'un écoulement de fluide lourd est entraîné par un écoulement de fluide léger. On retrouve par exemple ce phénomène lors d'un frottement entre un écoulement gazeux et un écoulement liquide (dans la majorité des cas de l'eau).

La figure (II-3) schématise les différents aspects d'une atomisation dans le cas d'une géométrie plane. Le jet de gaz rapide s'écoule sur le liquide lent et le cisaillement qui en résulte va générer une instabilité à l'interface des deux fluides. Celle-ci peut alors croître et former des structures transversales à l'écoulement, sous forme de nappes, qui peuvent se fragmenter en filaments cylindriques ou en gouttes. Ces derniers peuvent être à leur tour entraînés et soumis aux forces inertielles contenues dans l'écoulement de gaz et éventuellement se briser en gouttelettes. L'ensemble de ce système forme alors une zone de mélange (ou spray) entre les deux fluides.

L'atomisation peut donc être divisée en deux domaines : un régime d'atomisation primaire qui décrit la croissance des instabilités interfaciales, la création de nappes, l'épluchage du liquide et la formation de gouttes ou de filaments primaires et un régime secondaire qui concerne la rupture des filaments (ou gouttes) en gouttelettes.



**Fig II-3** : Esquisse bidimensionnelle de l'atomisation d'un écoulement liquide.

La déformation de la bulle peut également être examinée, pour des écoulements laminaires, au travers d'autres nombres [Hinze, 1955] :

- **Le nombre de Weber  $W_e$** , rapport des forces externes (forces de traînée) et des forces de tension de surface :

$$W_e = \frac{\rho \times u^2 \times d_g}{\sigma} = \frac{\rho \times u^2}{\left(\frac{\sigma}{d_g}\right)} \quad (17)$$

Où  $\rho \times u^2$  est la pression dynamique de l'écoulement liquide.

- **Le nombre de viscosité  $V_i$**  traduisant l'influence de la viscosité du liquide sur la bulle :

$$V_i = \frac{\mu_g}{\sqrt{\rho_g \times \sigma \times d_g}} \quad (18)$$

Physiquement, plus le nombre de Weber est élevé, plus la force externe  $\tau$  est importante comparée à la force de tension interfaciale qui s'oppose à cette force externe, plus la déformation est grande. Pour une valeur critique du nombre de Weber,  $(W_e)_{crit}$ , l'éclatement de la bulle se produit.

Dans le processus d'éclatement, l'effet de viscosité apparaît minorant. On peut donc postuler une relation du type :

$$(W_e)_{crit} = C \times [1 + F(V_i)] \quad (19)$$

où,  $(W_e)_{crit}$  correspond à la valeur de  $W_e$  pour laquelle a lieu l'éclatement de la bulle,  $F(V_i)$  tend vers 0 quand  $V_i$  tend vers 0,  $C$  est la valeur de  $(W_e)_{crit}$  lorsqu'on néglige l'effet de viscosité.

Plus le nombre de viscosité est grand, plus  $(W_e)_{crit}$  est grand. Pour un effet important de la viscosité ( $V_i > 0,5$ ), le taux de déformation est si faible que la vitesse relative du milieu environnant diminue durant le processus de déformation et d'éclatement. Expérimentalement, lorsque  $V_i > 2$ , l'éclatement n'a plus lieu.

Notons que ce nombre de Weber dépend non seulement de  $V_i$  mais également de la manière dont varie la vitesse dans l'écoulement dans le cas où les forces externes de pression dynamique sont beaucoup plus importantes que les forces externes de viscosité. En effet, lorsque  $We$  augmente (c'est-à-dire quand la vitesse  $u$  augmente), les processus de déformation et l'éclatement de la bulle deviennent plus chaotiques. Dans ce cas, la distribution de pression devient non uniforme ce qui entraîne une accélération de la bulle. Les forces d'accélération agissent sur la bulle et produisent une déformation qui s'ajoute à celle engendrée par la pression.

### II-3. Fluidisation des particulaires

Si quelques particules d'une taille donnée sont mises dans un canal vertical et un fluide d'une plus faible densité est sujet à l'écoulement vers le haut à travers les particules avec une vitesse suffisamment élevée, les particules deviennent fluidisées.

Dans une fluidisation particulaire, les particules sont uniformément dispersées dans le mélange étendu. Dans quelques circonstances la fluidisation particulaire ne peut pas être réalisée et le fluide est conduit à travers des régions de basse résistance ou formes de bulles qui se lèvent par le lit plutôt comme des bulles de gaz dans les liquides.

#### II-3.1. La vitesse minimale de fluidisation

Le flux volumétrique du fluide auquel le lit devient d'abord fluidisé est connu comme vitesse minimum de fluidisation. À la vitesse minimum de fluidisation les forces de traînée et de pression sur les particules égalent juste leur poids.

L'équation (20) :  $\varepsilon^{4.7} = \frac{3 C_{Ds} \times R_e^2}{4 N_f^2}$  est valide à la fluidisation naissante et dans toute

l'expansion du lit aussi longtemps que les particules demeurent uniformément dispersées.

La valeur de  $\varepsilon$  pour les particules sphériques qui sont aléatoirement pleines est environ 0,4.

La vitesse minimum de fluidisation est alors indiquée implicitement par l'équation (20) comme suit :

$$(C_{Ds} Re_s^2)_{mf} = 0.018 N_f^2 \quad (21)$$

Tel que  $Re_e = \frac{\rho_f \times j_{f0} \times d}{\mu_f}$  (22)

$$N_f^2 = \frac{d^3 \times \rho_f \times g \times (\rho_s - \rho_f)}{\mu_f^2} \quad (23)$$

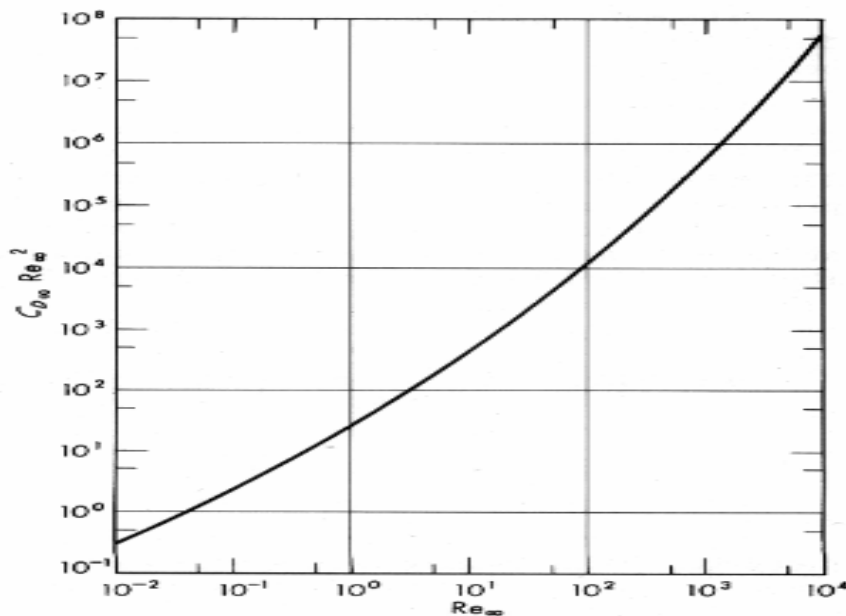


En connaissant les valeurs de  $(C_{D_s}, Re_s^2, Re_s)$ , est déterminer en utilisant les équations suivantes :

$$C_{D_\infty} = \frac{24}{Re_\infty^2} \left( 1 + 0.15 Re_\infty^{0.687} \right) \quad (24)$$

Puisque  $C_{D_\infty}$  est une fonction  $Re_e$  alors le terme  $Re_e C_{D_\infty}$  peut être exprimé analytiquement et graphiquement (**fig. II-4**) en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\infty$  tel que :

$$C_{D_\infty} Re_\infty^2 = 24 \left( 1 + 0.15 Re_\infty^{0.687} \right) \quad (25)$$



**Fig. II-4** : Variation de  $Re_e C_{D_\infty}$  avec  $Re_e$  pour les sphères.

Pour les nombres Reynolds supérieur à 1000, le coefficient de traînée est constant et sa valeur est approximativement :

$$C_{D_\infty} = 0.44 \quad (26)$$

Le coefficient dans l'équation (21) qui donne la vitesse minimale de fluidisation est assimilé à 0,01954.

La valeur de  $\varepsilon$  à laquelle les particules non sphériques sont en contact, peut être aussi haute que 0,8. Si cette information est connue, elle peut être utilisée dans l'équation (20) pour estimer la vitesse minimum de fluidisation.

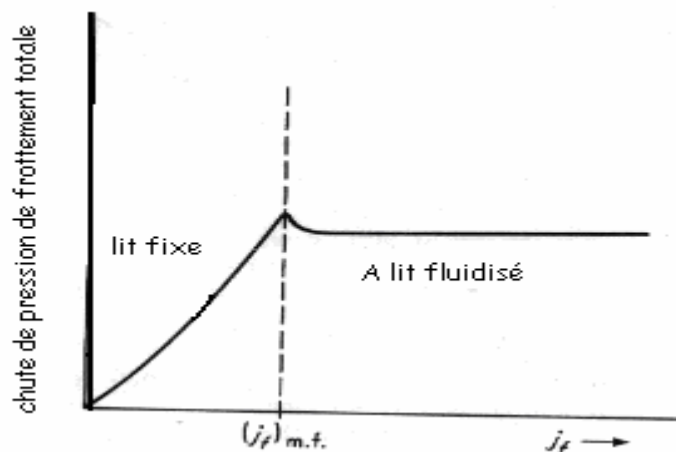
### II-3.2.L'état fluidisé

Dans l'état fluidisé l'état de l'équilibre pour une part du lit parallèle à l'horizontal est

$$-\frac{dp}{dz} = g [\varepsilon \rho_f + (1 - \varepsilon) \rho_s] \quad (27)$$

et donc le gradient de pression peut être calculé si  $\varepsilon$  est connu.

Pour un lit fluidisé dans un tuyau vertical droit toute la chute de pression de frottement est constante et est simplement égale au poids submergé de toutes les particules dans le lit, divisé par toute la surface de la section droite. Si toute la chute de pression de frottement est tracée contre l'écoulement du fluide, des courbes comme ceux montrées dans la (fig II-5) sont obtenues. Le point où les courbes s'aplatissent en dehors correspond à la fluidisation naissante.



**Fig II-5 :** Chute de pression de frottement totale contre l'écoulement du fluide pour un lit fluidisé.

### **III-3.3.Problèmes pratiques de la fluidisation**

Dans la pratique quatre phénomènes sont fréquents dans le fonctionnement d'un lit fluidisé :

- **Le bullage** : des bulles se forment dans la région de la grille de distribution de gaz au bas de la colonne, s'élèvent dans le lit, grossissent par coalescence et viennent finalement éclater en surface comme dans le cas d'un liquide à ébullition. En réalité ce phénomène est très complexe et très étudié. La plupart des réacteurs fonctionnent sous ce régime.
- **Le pistonnage** : le diamètre des bulles atteint cette fois des dimensions comparables à celles de la colonne. Il y a alternance dans le lit de passage de grosses bulles et de lit stable. La surface du lit se soulève et retombe de manière très régulière.
- **le renardage** : les particules s'accolent et créent des passages préférentiels pour le gaz.
- **L'entraînement de particules** : dans le cas d'un lit catalytique, l'érosion mécanique et les contraintes thermiques finissent par aboutir à la formation de particules plus fines même si initialement la distribution était uniforme. Ces particules peuvent donc être entraînées hors du lit.

### **II-4.Le flooding**

Le phénomène du « flooding » limite la stabilité du film liquide qui écoule sur les parois de la conduite dans laquelle le gaz est en mouvement ascendant.

Dans ce qui suit, on va essayer de décrire brièvement le phénomène du « flooding ».

Si un film liquide existe le long de la périphérie d'un tube vertical, il s'écoule en mouvement descendant sur les parois de la conduite sous l'influence de la gravité.

Le film liquide n'est pas lisse mais il contient des ondulations sur sa surface qui n'affectent pas sa stabilité. Ces ondulations ne croient pas beaucoup et le film liquide peut être soutiré au bas de la conduite.

Si maintenant un gaz est introduit au bas du canal avec un débit qui augmente progressivement depuis le zéro, l'écoulement du liquide continue à exister mais devient plus perturbé jusqu'à une valeur critique du débit du gaz. Une portion du liquide va prendre un mouvement inverse ascendant le long du tube .Le phénomène qui a causé cette transition s'appelle le « flooding ».

Le « flooding » est très important dans les processus industriels, et par conséquent il devient un sujet de base à étudier dans le but de construire des méthodes par lesquelles les conditions du « flooding » sont calculées.

Il existe actuellement un très grand nombre d'équations de corrélations à la disposition de l'ingénieur qui souhaite prédire la vitesse du gaz de « flooding » dans une situation donnée.

Ces corrélations sont de deux types. Le premier groupe se base sur les résultats expérimentaux du « flooding » pour lesquelles on ajoute des analyses dimensionnelles .Ce type de corrélations empiriques doit être utilisé avec précautions, surtout lorsque les résultats ont été obtenus dans des conditions différentes ou avec des fluides autre que celles utilisées pour déterminer la corrélation.

Le deuxième groupe d'équations est basé sur la modélisation physique et mathématique du « flooding » et par conséquent elles seront largement utilisées par la suite.

Le terme « flooding » dans un écoulement diphasiques contre-courant est utilisé pour décrire la transition d'un régime d'écoulement dans lequel l'interaction entre le gaz et le liquide est insignifiante vers un régime d'écoulement dans lequel l'écoulement du gaz résulte d'un écoulement de liquide co-courant.

Pratiquement, pour un débit du liquide constant, cette transition se produit brusquement.

Au dessous de la vitesse de flooding, le gaz a quelques effets sur les ondulations de l'écoulement du liquide mais n'affecte pas le profil de vitesse du film liquide. Par contre la transition est accompagnée par une croissance de la résistance interfaciale et l'épaisseur du film liquide et le renversement de la direction du liquide.

de la même façon on peut dire que le phénomène du « flooding » constitue dans un écoulement co-courant à une transition d'un écoulement séparé avec interactions négligeables entre le gaz et le liquide à un écoulement annulaire avec des ondes et probablement une croissance brusque significative de cisaillement interfaciale.

L'étude du « flooding » est très intéressante dans plusieurs industries tel que les condenseurs, les réacteurs nucléaires et leurs sécurités.

#### **II-4.1. Le flooding dans un écoulement à contre-courant**

Dans ce qui suit on va présenter avec plus de détails les corrélations et les différentes formulations du « flooding ».

La corrélation qui est la plus adaptée parmi les corrélations concernant le flooding c'est celle de Wallis :

$$U_{gs}^* \frac{1}{2} + U_{fs}^* \frac{1}{2} = c$$

Avec

$$U_{gs}^* = \frac{U_{gs}}{\sqrt{gD} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g}}}$$

et

$$U_{fs}^* = \frac{U_{fs}}{\sqrt{gD}} \quad \text{Tant que } \rho_f \gg \rho_g$$

Pour un film liquide de faible épaisseur, on peut écrire :

$$U_g = U_{gs}$$

$$U_f = U_{fs} \frac{D}{4\delta}$$

L'équation de Wallis peut être réduite à la forme :

$$U_g = \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g}} \sqrt{gD} \left[ c - \left( \frac{4 g \rho_f \delta^3}{3 \mu D \sqrt{gD}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

### Autres corrélations :

- Corrélation de Kutateladze :

$$U_g = 3.2 \left( \frac{g \sigma}{\rho_f} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g}}$$

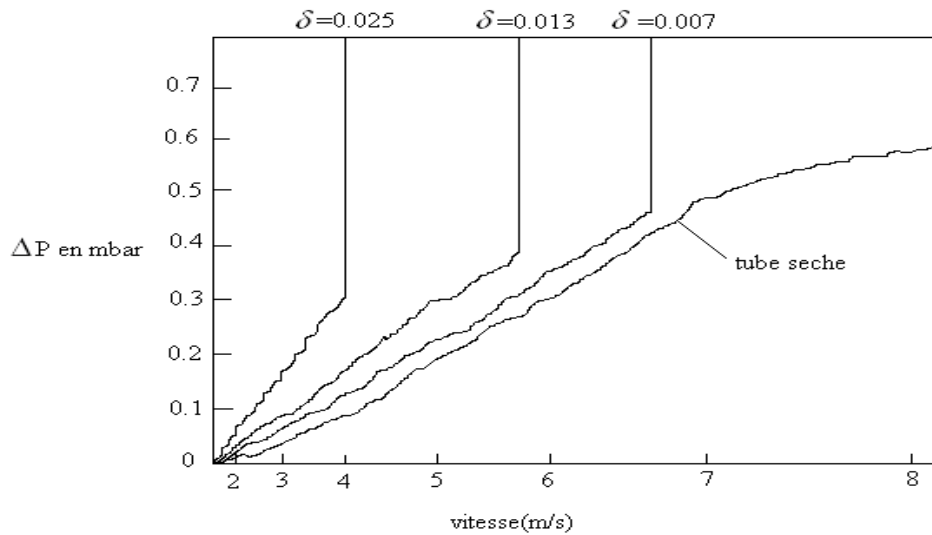
- Corrélation de Tobilevich :

$$U_g = \frac{1}{b} \left( \frac{g \sigma}{\rho_f} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g}} \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0.2} \ln \left\{ \frac{3 c \mu \sqrt{gD}^3}{\delta^3 \rho_g} \right\}$$

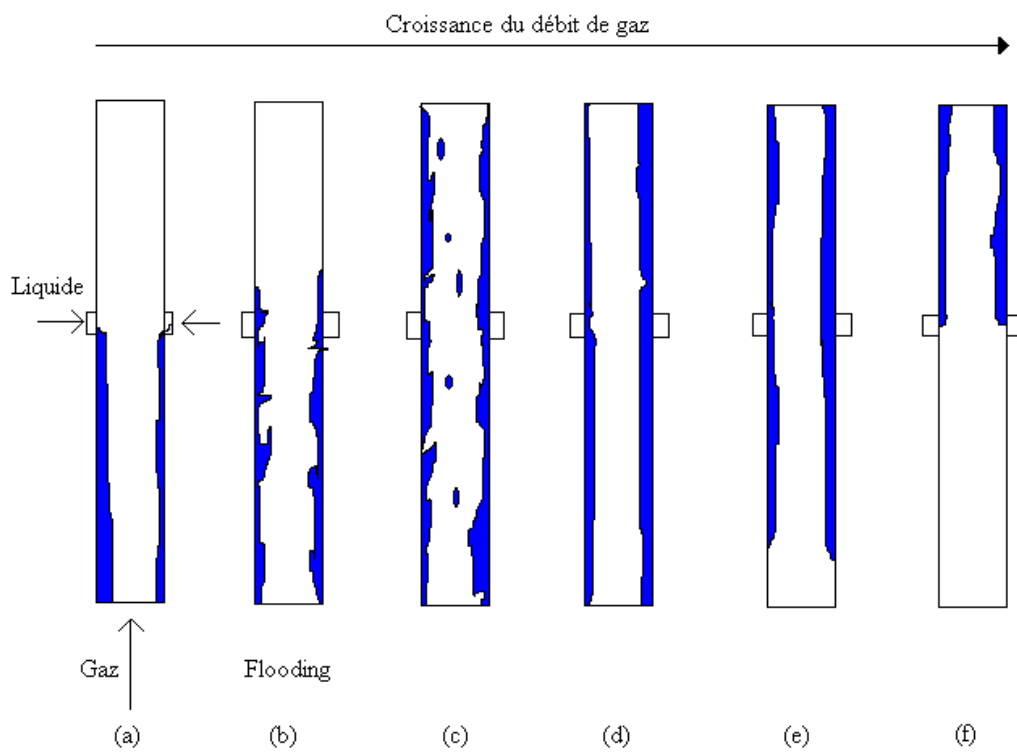
### II-4.2. Test expérimental concernant le flooding

Le flooding est causé par une croissance de la vitesse du gaz avec un débit de liquide constant.

Le début du flooding est déterminé visuellement et par des mesures directes du gradient de pression. Ces observations ont indiqué que le flooding et la transition débute au bas de la conduite (entrée du gaz, sortie du liquide). Cette transition d'un écoulement contre-courant vers des conditions de flooding est brusque comme illustre la figure ci-dessous :



**Fig II-6 :** Écoulement contre-courant d'un mélange eau-nitrogène dans un tube de 6 mm de diamètre.



**Fig II-7:** Transition d'un écoulement a contre-courant vers un écoulement co-courant

**Remarques :**

1. Une autre analyse nous permet d'avoir la vitesse critique du flooding comme suit :

$$U_g = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_g}} \frac{\sqrt{g \delta}}{\sqrt{f_{2\phi}}}$$

Avec :

Représente le coefficient de frottement interfacial à la transition.  $f_{2\phi}$

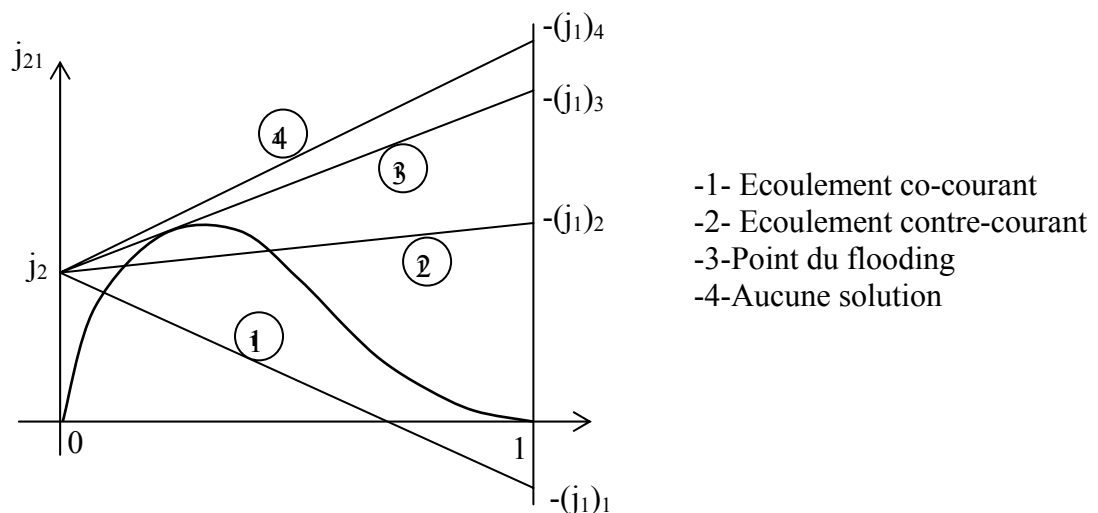
2. L'analyse du flooding dans un écoulement à contre-courant montre que le diamètre et le rapport L/D n'affectent pas beaucoup la vitesse critique du gaz, par contre elle est

reliée directement au rapport  $\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}}$ .

**II-4.3. Autre représentation**

D'après l'expression du modèle Drift-flow, le flux volumétrique relatif de chaque composante par rapport à la vitesse volumétrique moyenne de surface  $j$  qui peut être exprimé en terme de vitesse relative  $v_{21}$  comme :  $j_{21} = v_{21} \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha)$  ou en terme de flux par :

$$j_{21} = (1 - \alpha) \cdot j_2 - \alpha \cdot j_1 \quad \text{et comme } j = j_1 + j_2, \text{ il vient : } j_1 = (1 - \alpha) \cdot j - j_{21} \quad \text{et } j_2 = \alpha \cdot j + j_{21}.$$



**Fig II-8 :** Représentation graphique des équations



Effet pour des débits  $Q_1$  et  $Q_2$  donnés,  $j_1$  et  $j_2$  peuvent être calculés. D'après son expression, le flux volumétrique relatif  $j_{21}$  représente une droite qui varie de  $j_2$  pour  $\alpha=1$  et  $-j_1$  pour  $\alpha=0$  et l'intersection entre la courbe et la droite détermine les valeurs à prendre par  $\alpha$  en pratique.

Cette méthode graphique de résolution des équations convient parfaitement comme moyen de visualisation de la variation des débits  $Q_1$  et  $Q_2$  car le comportement de l'écoulement en co-courant ou en contre-courant et dans toutes les directions peuvent être prédites simplement par le déplacement de la droite. La courbe a été tracée pour le cas de bulles suspendues dans un liquide en conduite verticale. Selon que l'écoulement est co-courant ou contre-courant, il existe toujours une solution possible. Pour l'écoulement contre-courant ou le gaz s'écoule du haut en bas, il n'existe pas de solution tandis que pour l'écoulement du bas vers le haut ou non seulement il y a deux solutions mais aussi elles dépendent des débits.

# chapitre III

Caractéristiques de l'écoulement

## Caractéristiques de l'écoulement

L'établissement des modèles mathématique a conduit l'écriture des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, décrivant le comportement des phases (eau-air) en écoulement diphasique.

### III-1-Formulation des équations de conservation intégrées dans une section :

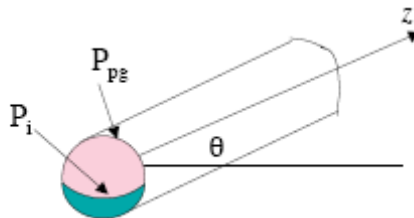
#### III-1.a. Equations de conservation de la masse

- Vapeur  $\frac{\partial \rho_g R_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial z} = \Gamma$
- Liquide  $\frac{\partial \rho_l (1 - R_g)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial z} = -\Gamma$

$\Gamma = (Kg / m^3 / s)$  : Taux de vaporisation

- Mélange  $\frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) + \rho_g R_g)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) U_l + \rho_g R_g U_g)}{\partial z} = 0$

#### III-1.b. Equations de conservation de la quantité de mouvement



- Vapeur

$$\frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2 A}{\partial z} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} - \rho_g R_g g \cos \theta + \Gamma U_i$$

- Liquide

$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l^2 A}{\partial z} = -(1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \rho_l (1 - R_g) g \cos \theta - \Gamma U_i$$

- Mélange

$$\frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) U_l + \rho_g R_g U_g)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) U_l^2 A + \rho_g R_g U_g^2 A)}{\partial z} =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{(\tau_{pl} + \tau_{pg}) S_p}{A} - (\rho_l (1 - R_g) + \rho_g R_g) g \cos \theta$$

$$\tau_{ig} = -\tau_{il} = \tau$$

$$\text{Enthalpie (J/Kg)} : \dot{h}_k = h_k + \frac{U_k^2}{2} - gz \sin \theta$$

Source volumique Q (W/Kg), densité de flux q (W/m<sup>2</sup>)

### III-1.c. Equations de conservation de l'enthalpie totale

- Vapeur

$$\frac{\partial \rho_g R_g \dot{h}_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g \dot{h}_g U_g A}{\partial z} = R_g Q_g + \frac{q_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{q_{ig} S_i}{A} + \Gamma \dot{h}_{ig} + R_g \frac{\partial p}{\partial t} + \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

- Liquide

$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l U_l A}{\partial z} = (1 - R_g) Q_l + \frac{q_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{q_{il} S_i}{A} + \Gamma \dot{h}_{il} + (1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial t} - \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

- Mélange

$$\frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l + \rho_g R_g \dot{h}_g)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l U_l A + \rho_g R_g \dot{h}_g U_g A)}{\partial z} =$$

$$(1 - R_g) Q_l + R_g Q_g + \frac{q_p S_p}{A} + \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\text{Donc} \quad \Gamma (h_{ig} - h_{il}) + \frac{S_i}{A} (q_{ig} + q_{il}) = 0$$

### III-2. Résolution du système d'équations complet

Système complet à 6 équations

$$\frac{\partial \rho_g R_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial z} = \Gamma$$

$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial z} = -\Gamma$$

$$\frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2 A}{\partial z} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} - \rho_g R_g g \cos \theta + \Gamma U_i$$

$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l^2 A}{\partial z} = -(1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \rho_l (1 - R_g) g \cos \theta - \Gamma U_i$$

$$\frac{\partial \rho_g R_g \dot{h}_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g \dot{h}_g U_g A}{\partial z} = R_g Q_g + \frac{q_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{q_{ig} S_i}{A} + \Gamma \dot{h}_{ig} + R_g \frac{\partial p}{\partial t} + \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) \dot{h}_l U_l A}{\partial z} = (1 - R_g) Q_l + \frac{q_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{q_{il} S_i}{A} + \Gamma \dot{h}_{il} + (1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial t} - \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

6 inconnues principales  $R_g, U_g, U_l, p, \dot{h}_l, \dot{h}_g$

Inconnues à modéliser  $\Gamma, \tau_{pl}, \tau_{pg}, \tau_{ig}, U_i, q_{pg}, q_{pl}, q_{il}, S_{pg} / S, S_i$

### III-3. Equations pour le mélange

➤ Si les 2 phases sont en équilibre thermodynamique

Remarque : Généralement une phase au moins est en équilibre

$$\dot{h}_k \approx h_k$$

$$h_l(T_{sat}), h_g(T_{sat})$$

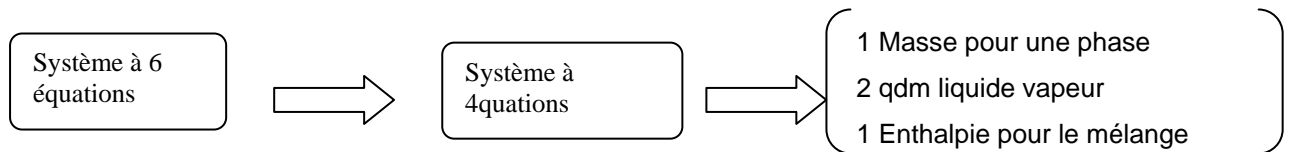
Connues

L'équation de l'enthalpie du mélange permet de calculer le titre massique  $x$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_g R_g h_g U_g + \rho_l (1 - R_g) h_l U_l)}{\partial Z} = \frac{q_p S_p}{A}$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial (m x \dot{h}_{g,sat} + m(1-x) \dot{h}_{l,sat})}{\partial z} \approx \frac{m(h_{g,sat} - h_{l,sat})}{A} \frac{dx}{dz} \Rightarrow \frac{m h_{lg}}{A} \frac{dx}{dz} = \frac{q_p P_p}{A}$$

Equations de conservation de la masse et de l'enthalpie du mélange sont liées



➤ Si les vitesses des 2 phases sont liées

2 équations de quantité de mouvement sont remplacées par :

1 équation de quantité de mouvement du mélange

$$\frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_l (1 - R_g) U_l^2 + \rho_g R_g U_g^2) A}{\partial z} = \frac{1}{A^2} \frac{d}{dz} \left( \frac{m^2 x^2}{\rho_g R_g} + \frac{m^2 (1-x)^2}{\rho_l (1 - R_g)} \right) =$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_p P_p}{A} - (\rho_l (1 - R_g) + \rho_g R_g) g \cos \theta$$

1 relation  $f(U_g, U_l, R_g) = 0$

modèle homogène  $U_g, U_l$  système à 3 équations

### III-4. Glissement :

Le glissement est un paramètre qui caractérise le mouvement relatif de la phase gaz par rapport à la phase liquide, il se définit en fonction des vitesses liquides et gaz par relation suivante :

$$G = U_l - U_g$$

Dans le cas d'un écoulement à bulles d'air dans l'eau, toutes ces relations donnent des valeurs se glissement autour de 0,2 -0,25 m/s .ce qui représente la vitesse ascensionnelle d'une bulle de gaz (d=2-5 mm) dans un fluide stagnant.

Cependant pour les écoulements comportant des grosses bulles ou encore des poches, les corrélations suivantes ont été proposées.

➤ ISHII :

$$G = 0,35 \left( \frac{(g \times d \times \Delta\rho)}{\rho_l} \right)^{\frac{1}{2}}$$

➤ PEEBLES et GARBER :

$$G = 1,18 \left( \frac{\sigma \times g}{\rho_l} \right)^{\frac{1}{4}}$$

# chapitre IV

Configuration à bulles



## Configuration à bulles

### • Introduction

Le modèle à bulles compte parmi de nombreuses configurations que peut présenter un couple de fluides gaz-liquide : poches-bouchons, chaotique, annulaire entre autre. Il se caractérise par une dispersion de bulles dans un liquide continu .

L'interaction entre les forces de la tension superficielle, la viscosité, l'inertie, et la poussée d'Archimède constitue une variété d'effets qui toute à la fois sont équilibrées par les bulles en présentant des formes variées et exécutant différentes trajectoires.

### IV-1.Effet des contraintes de cisaillement sur la taille de bulle

Dans la convection forcée ou les systèmes mécaniquement agités la taille de bulle est déterminée par des efforts de cisaillement. Ces efforts influencent la taille des bulles qui sont cisailées et emportées loin de leur point de formation et également la taille maximum de bulle qui est stable dans le domaine d'écoulement.

On s'attendrait à ce que la taille critique de bulle dans les deux situations serait régit par l'équilibre entre les forces de tension superficielle et les efforts de cisaillement du liquide, c.-à-d. par un nombre convenablement choisi de Weber. Peu le travail bien fondé semble avoir été effectué dans ce domaine mais la formule de Hinze peut être utile pour estimer la taille de bulle, à savoir :

$$d = 0.725 \left( \frac{\sigma}{\rho_f} \right)^{3/5} \left( \frac{P}{M} \right)^{-2/5} \quad (\text{IV -1})$$

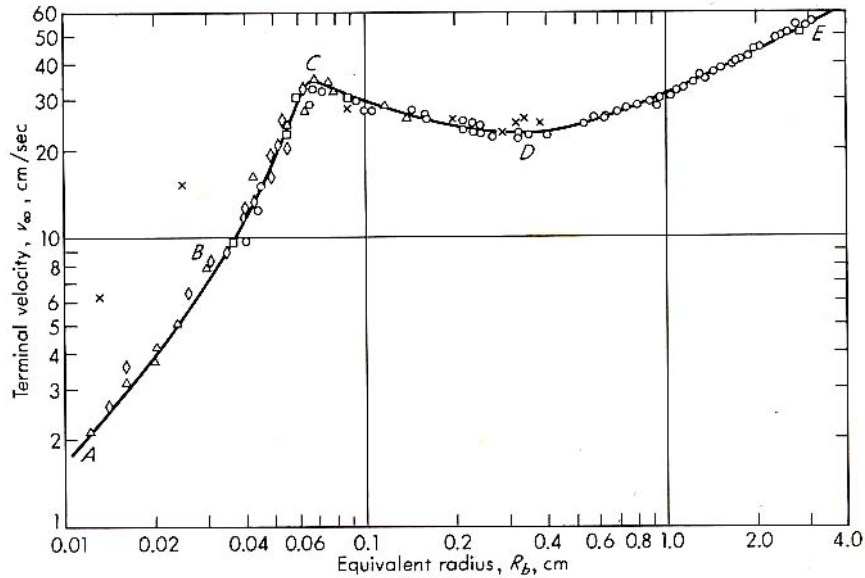
La quantité P/M représente le travail mécanique absorbé par unité de masse.

### IV-2.La vitesse d'ascension d'une bulle simple

La dépendance de la vitesse terminale d'ascension d'une bulle simple  $v_\infty$  des propriétés liquides a été déterminée expérimentalement par Peebles et Garber, Haberman et Morton. La dépendance de la vitesse d'ascension à l'égard d'une bulle d'air dans l'eau est démontrée dans la figue IV-1. Pour les plus petites bulles, qui sont des sphères approximativement parfaites en raison de l'effet dominant de la tension superficielle sur leur forme, la solution de stokes fournit une description raisonnablement précise :

$$v_\infty = \frac{1}{18} \frac{d^2 g (\rho_f - \rho_g)}{\mu_f} \quad (\text{IV -2})$$

L'équation est valable pour les sphères pleines et on suppose que la vitesse liquide tend vers zéro sur la surface de bulle.



**Fig. IV-1** : Vitesse terminal des bulles d'air dans l'eau distillée ou filtrée en fonction de la taille de la bulle.

En l'absence complète des impuretés, qui tendent à se rassembler sur la surface de bulle et lui donnent une certaine résistance à l'effort de cisaillement, Cependant, dans la plupart des cas pratiques la contamination est présente et la vitesse d'ascension de la bulle se situe entre les valeurs qui sont indiquées par l'équation (IV-2).

À l'autre extrémité, quand les bulles sont très grandes, les effets de la tension superficielle et la viscosité sont négligeables et la vitesse d'ascension est indiquée par l'équation de Davies et Taylor :

$$v_{\infty} = \frac{2}{3} \sqrt{gR_c} \quad (\text{IV -3})$$

Où  $R_c$  est le rayon de courbure dans la région du nez de la bulle.

La forme de la bulle est approximativement un chapeau sphérique avec un angle inclus environ de  $100^\circ$  et d'une queue relativement plate.

Pour la bulle de taille intermédiaire, les effets d'inertie du liquide, de la tension superficielle, de la viscosité, et de la propreté sont importants, aussi bien que les bulles montent dans les lignes droites, oscillent, ou décrivent un chemin en spirale.

Beaucoup de corrélations existent dans la littérature. Les plus complètes parmi celles-ci sont celles dues à Peebles et Garber, qui suggèrent les équations montrées dans le tableau IV-2 (pour une densité de gaz négligeable comparé à celle du liquide). Le domaine d'application de chacune des équations est déterminé en termes de groupes sans dimensions suivants :

$$R_{eb} = \frac{2\rho_f v_{\infty} R_b}{\mu_f} \quad (\text{IV -4})$$

$$G_1 = \frac{g\mu_f^4}{\rho_f \sigma^3} \quad (\text{IV-5})$$

$$G_2 = \frac{gR_b^4 v_\infty^4 \rho_f^3}{\sigma^3} \quad (\text{IV -6})$$

**Tableau IV-2** : La vitesse terminale d'ascension d'une bulle du gaz simple dans les liquides (selon Peebles et Garber) :

	Vitesse terminale	Domaine d'application
Région 1	$v_\infty = \frac{2R_b^2(\rho_f - \rho_g)g}{9\mu_f}$	$R_{eb} < 2$
Région 2	$v_\infty = 0.33g^{0.76} \left(\frac{\rho_f}{\mu_f}\right)^{0.52} R_b^{1.28}$	$2 < R_{be} < 4.02G_1^{-0.214}$
Région 3	$v_\infty = 1.35 \left(\frac{\sigma}{\rho_f R_b}\right)^{0.5}$	$4.02G_1^{-0.214} < R_{eb} < 3.10G_1^{-0.25}$ ou $16.32G_1^{0.144} < G_2 < 5.75$
Région 4	$v_\infty = 1.18 \left(\frac{g\sigma}{\rho_f}\right)^{0.25}$	$3.01G_1^{-0.25} < R_{eb}$ $5.75 < G_2$

Il est à remarquer que dans la région 4 la vitesse d'ascension de bulle est indépendante de sa taille. Harmathy suggère qu'une meilleure valeur pour la constante (1.18) soit 1.53 dans cette région. La limite supérieure de la région 4 est atteinte quand la vitesse d'ascension est comparable à la valeur indiquée par équation (IV-3), c.-à-d., pour

$$R_b \geq 2 \left(\frac{\sigma}{g\rho_f}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV -7})$$

Ce qui définit une autre région 5 dans laquelle équation (IV-3) est valable.

### IV-2.1. Influence des parois

Quand une bulle remonte dans un tube fini, sa vitesse est généralement inférieure à la valeur prévue par Table IV-2. Pour un tube de diamètre D, la vitesse de bulle dans un tube long peut être exprimé en fonction de d/D, où d=2R<sub>b</sub>.

Collins a étudié la vitesse terminale pour des bulles non visqueuses correspondant à la région 5. Une bonne approximation à ses résultats sont données par :

$$\frac{d}{D} < 0.125 \quad \frac{V_b}{v_\infty} = 1 \quad (\text{IV -8})$$

$$0.125 < \frac{d}{D} < 0.6 \quad \frac{V_b}{v_\infty} = 1.13e^{-d/D} \quad (\text{IV -9})$$

$$0.6 < \frac{d}{D} \quad \frac{V_b}{v_\infty} = 0.496 \left( \frac{d}{D} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{IV -10})$$

L'équation IV-10 est équivalente à l'équation régissant la vitesse d'ascension des poches dans un fluide visqueux.

## IV-2.2. Influence du taux de vide

L'influence de la fraction vide est commodément représentée par l'équation suivante  $j_{gf} = v_\infty \alpha (1 - \alpha)^n$ . Il est simplement nécessaire d'utiliser des valeurs appropriées pour l'indice n.

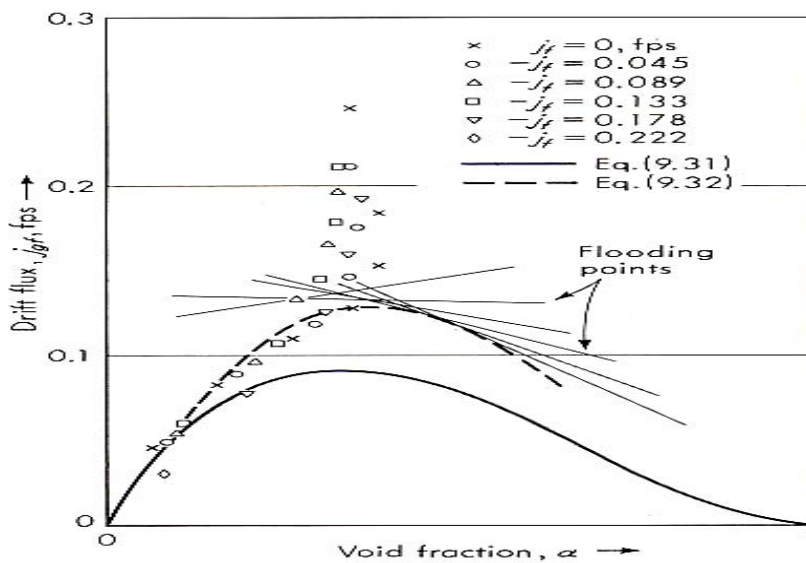
Wallis prévoit simplement que la vitesse relative varie linéairement avec la concentration et a recommandé une valeur de n égale à 2. En utilisant l'expression de la vitesse d'ascension d'une bulle donnée par Peebles correspondant à la région 4 (table IV-2), Garber a été mené au résultat :

$$j_{gf} = 1.18 \alpha (1 - \alpha)^2 \rho_f^{-\frac{1}{2}} \left[ \sigma g (\rho_f - \rho_g) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (\text{IV -11})$$

Harmathy recommande à la place du coefficient 1.18 d'équation (IV-11) la valeur de 1.53 :

$$j_{gf} = 1.53 \alpha (1 - \alpha)^2 \rho_f^{-\frac{1}{2}} \left[ \sigma g (\rho_f - \rho_g) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (\text{IV -12})$$

Une comparaison entre les prévisions des équations (IV-11), (IV-12) et des résultats expérimentaux de Shulman et de Molstad pour l'écoulement à contre courant d'air et d'eau est montrée dans la figure IV-3. Encore la valeur de Harmathy de la constante est supérieure à celle Peebles et à Garber et est recommandée à l'usage pour des couples gaz-liquide.



**Fig. IV-3 :** les résultats de Shulman et de Molstad pour un couple air- eau en écoulement vertical à bulles.

### IV-3. Critères de déformation des bulles

La bulle prend des formes variées qui résultent de l'équilibre entre les nombreuses forces dues aux liquides et pour citer quelques paramètres qui influencent sur la forme du bulle on est amené à analyser les nombre suivant :

- Le nombre d'Eötvös  $E_0$  : rapport des forces d'inertie  $\Delta\rho \cdot g \cdot d_g$  et des forces de tension de surface  $\frac{\sigma}{d_g}$  :

$$E_0 = \left( \frac{g(\rho_l - \rho_g) \times d_g^2}{\sigma} \right) \quad (\text{IV-13})$$

- Le nombre de Morton  $M$  défini par les propriétés du fluide :

$$M = \left( \frac{g(\rho_l - \rho_g) \times \mu_l^4}{\rho_l^2 \sigma^3} \right) \quad (\text{IV-14})$$

- Le nombre de Reynolds  $Re$  attaché à la bulle :

$$R_e = \left( \frac{\rho_l \times d_g \times u_g}{\mu_l} \right) \quad (\text{IV-15})$$

L'une de ces propriétés, la viscosité dynamique  $\mu_l$ , apparaît dans deux des trois nombres et son rôle peut être surtout significatif pour des grosses bulles. Ces trois nombres sont représentés dans un diagramme reporté figure IV-4 pour des cas raisonnables qui excluent en particulier les valeurs extrêmes de rapport de densité  $\gamma = \frac{\rho_d}{\rho_c}$  et de rapport de

viscosité  $\kappa = \frac{\mu_d}{\mu_c}$  que l'on peut trouver notamment pour des gouttelettes de liquide tombant à travers un gaz.

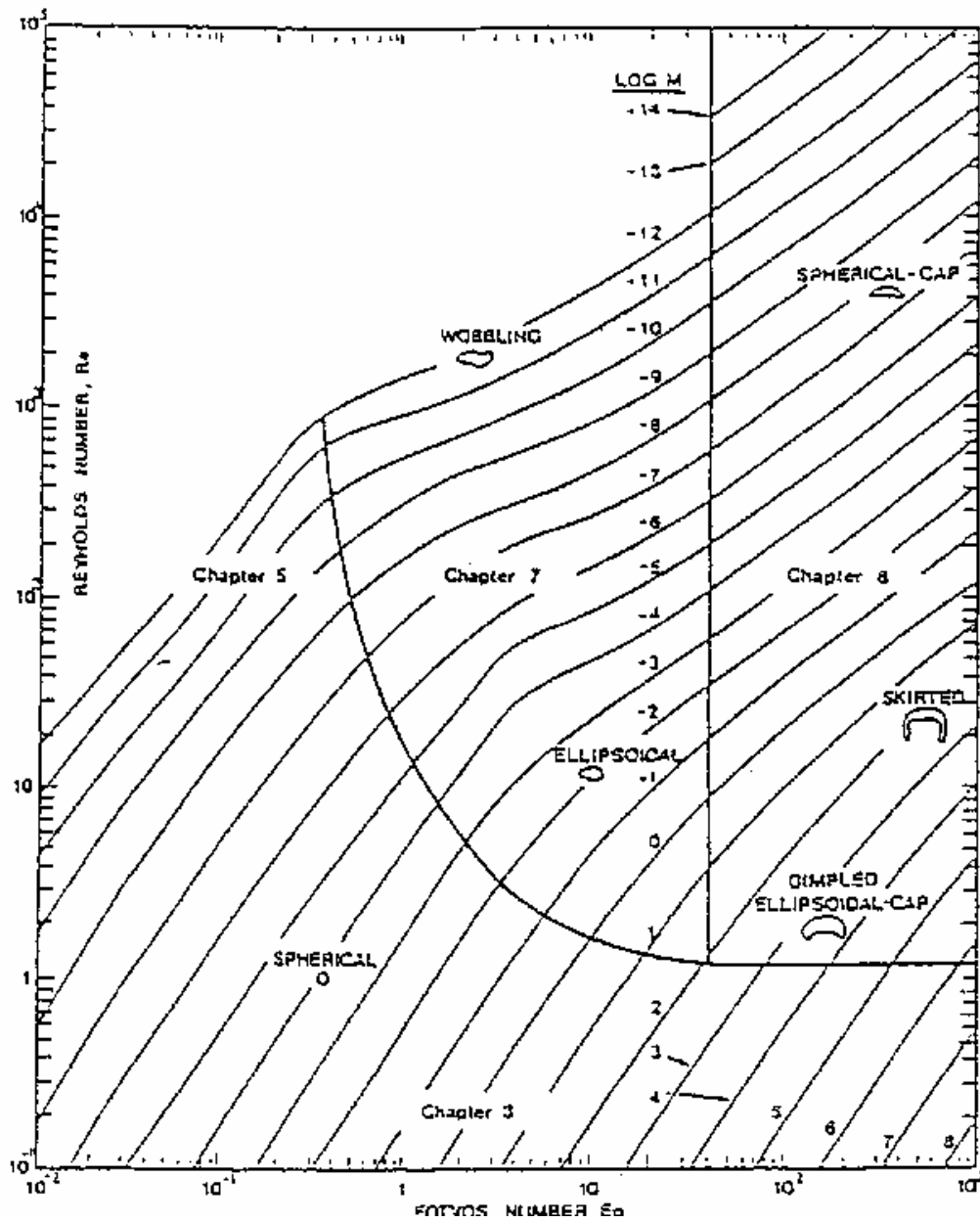


Fig. IV-4 : Régimes de formes de bulles lors d'un mouvement libre gravitationnel dans un liquide [Clift, 1978].

# chapitre V

Les modèles (homogène+séparé)

## Les modèles (homogène+séparé)

---

### V-1. Définition d'un modèle

Un modèle mathématique est un ensemble d'équations présumé représenter le comportement d'un phénomène physique considéré dans des conditions données.

### V-2. Le modèle homogène

Dans ce modèle, on définit des propriétés moyennes telles que la vitesse, les propriétés thermodynamiques (température, densité), les propriétés de transport (viscosité) en fonction des propriétés de chacune des phases. Si l'une des phases est finement dispersée, les transferts d'énergie et de moment sont suffisamment rapides pour que les vitesses et les températures moyennes soient égales :

$$U_l = U_g = U_M$$

$$T_l = T_g = T$$

On suppose que le fluide se comporte comme un mélange homogène dont la masse volumique et la vitesse sont constantes dans tout le tube. La masse volumique  $\rho$  du mélange diphasique peut alors s'exprimer en fonction du titre massique :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1 - \chi}{\rho_l} + \frac{\chi}{\rho_g}$$

Ou en fonction du taux de vide :

$$\rho_m = (1 - \alpha)\rho_l + \alpha\rho_g$$

La définition de la viscosité est plus délicate et on adopte, selon les auteurs, des pondérations massiques ou volumiques. Ainsi, par exemple, celle proposée par [Wallis, 1969] :

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{\chi}{\mu_g} + \frac{1 - \chi}{\mu_l}$$

Quant aux flux massiques des deux phases, ils s'écrivent maintenant comme :

$$G_l = (1 - \chi)G = \frac{\rho_l \times u_l \times A_l}{A} = \rho_l \times u_l \times (1 - \alpha)$$

$$G_g = \chi \times G = \rho_g \times u_g \times \alpha$$



Dans ces expressions, les vitesses de chaque phase sont égales par hypothèse à la vitesse dite « homogène »  $u_m$  donnée par :

$$m = \rho_m \times u_m \times A$$

Ou encore

$$u_m = \frac{G_l + G_g}{\rho_m} = \frac{G}{\rho_m}$$

On peut réécrire le taux de vide et on obtient:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1-\chi}{\chi} \times \frac{\rho_g}{\rho_l}}$$

Rappelons que lorsque l'écoulement n'est pas homogène, on a une autre expression du taux de vide qui fait intervenir le taux de glissement, et il vient :

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1-\chi}{\chi} \times \frac{\rho_g}{\rho_l} \times \frac{u_g}{u_l}}$$

- Dynamique de l'écoulement homogène :

La conservation de la quantité de mouvement permet d'exprimer le gradient de pression total sous la forme:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p}{A} \tau_w - \frac{m}{A} \frac{du}{dz} - \rho_m g \cos \theta$$

Avec :

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_{fr} = \frac{p}{A} \tau_w \rightarrow \text{Le terme dû à la friction } \tau_w \text{ étant spécifique de l'écoulement.}$$

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_A = \frac{m}{A} \frac{du}{dz} \rightarrow \text{Le terme dû aux accélérations possibles qui dépendent des changements}$$

de section et des variations de  $\rho_m$  le long de la conduite

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_G = \rho_m g \cos \theta \rightarrow \text{Le terme dû à la gravité faisant apparaître } \rho_m$$

- Fermeture des frottements pariétaux :

Hypothèse :  $U_l = U_g = U_m \implies$  Ecoulement dispersés avec faible vitesse de glissement  
 $/U_l$

$$\frac{\partial(\rho_l(1-R_g)U_l + \rho_g R_g U_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l(1-R_g)U_l^2 + \rho_g R_g U_g^2)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_p S_p}{A} - (\rho_l(1-R_g) + \rho_g R_g)g \cos\theta$$

$$\frac{d}{dz}(\rho_m U_m^2) = \frac{d}{dz}\left(\frac{\dot{m}^2}{\rho_m}\right) = -\frac{dp}{dz} + \frac{\tau_p S_p}{A} - \rho_m g \cos\theta \quad \dot{m} = \frac{m}{A} = cte$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{fr} = \frac{\tau_p S_p}{A} = -\frac{S_p}{A} \frac{1}{2} f_{pm} \frac{\dot{m}^2}{\rho_m} = -\frac{S_p}{A} \frac{1}{2} f_{pm} \rho_m U_m^2 \quad \text{Avec } \rho_m = \rho_g R_g + \rho_l(1-R_g)$$

Donc :

$$\left(-\frac{dp}{dz}\right)_t = \frac{S_p}{A} \frac{1}{2} f_{pm} \rho_m U_m^2 + g \rho_m \cos\theta = \frac{2 f_{pm} \rho_m U_m^2}{D} + g \rho_m \cos\theta$$

$f_{pm}$  Coefficient de frottement pariétal :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{pm} = \frac{16}{Re_m} \text{ si } Re_m \leq 2000 \\ f_{pm} = 0,079 Re_m^{-0,25} \text{ si } Re_m \geq 2000 \end{array} \right\} \text{ Avec } Re_m = \frac{\dot{m}D}{\mu_m} \text{ et } \mu_m = R_g \mu_g + (1-R_g) \mu_l$$

### V-3. Le modèle séparé

Ce modèle d'écoulement prend en considération le fait que les deux phases peuvent avoir des propriétés différentes ainsi des vitesses différentes.

Les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour ce modèle d'écoulement sont écrites pour chaque phase donc on a six équations à résoudre simultanément ensemble avec la paroi de la conduite à noter les lois d'interaction.

Dans le cas le plus simple, seulement un paramètre comme la vitesse est susceptible d'être différent pour les deux phases, tandis que les équations de conservation sont seulement écrites pour d'écoulement combine.

- **Equation de conservation de masse**

$$m = m_1 + m_2 = \text{constante.}$$

$$m_l = \rho_l \times U_l \times A_l$$

$$m_g = \rho_g \times U_g \times A_g$$

Le flux massique de chaque filet est :

$$G_l = \rho_l U_l (1 - \alpha)$$

$$G_g = \rho_g U_g \alpha$$

- **Equation de conservation de quantité de mouvement**

Plusieurs formes alternatives des équations de quantité de mouvement peuvent être tirées en manipulant les relations entre  $(\alpha, \chi, U_l, U_g, G)$  et d'autres variables. Pour un écoulement stable dans une conduite circulaire par exemple on a :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right) = 4 \frac{\tau_p}{D} + G \frac{d}{dz} (\chi U_g + (1 - \chi) U_l) + (\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l) \cos \theta$$

- **Equation d'énergie**

$$\frac{1}{m} \left( \frac{dq_e}{dz} - \frac{dm}{dz} \right) = \frac{d}{dz} (\chi h_g + h_l (1 - \chi)) + \frac{d}{dz} \left( \chi \frac{U_g^2}{2} + (1 - \chi) \frac{U_l^2}{2} \right) + g \cos \theta$$

Avec :

$$\chi = \frac{m_g}{m_g + m_l} = \frac{G_g}{G}$$

$$\alpha = \frac{Q_g}{Q_g + Q_l} = \frac{j_g}{j} \quad \text{Fraction de vide}$$

## V-4. Le calcul de gradient de pression

### V-4.1. Cas d'écoulement à bulles

#### V-4-1.1. modèle homogène

Le modèle homogène se caractérise par un glissement nul, les vitesses du gaz et du liquide sont alors égales et le gradient de pression par frottement s'écrit :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_{f(l+g)} = \frac{4\tau_p}{D} = \frac{2f_{pm} \times \rho_m \times U_m^2}{D}$$

avec :

$$\rho_m = (1 - R_g) \rho_l + R_g \rho_g$$

$$U_m = U_l + U_g = \frac{U_l}{1 - R_g} \quad \text{et} \quad R_{em} = \frac{\rho_m U_m D}{\mu_m}$$

Dans le cas où  $\rho_l \gg \rho_g$ , on suppose que  $f_{pm}$  est le même pour la phase liquide que pour le mélange, on aura :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_{f(l+g)} = \frac{2f_{pl} \times \rho_l \times U_l}{D} \frac{1}{1 - R_g}$$

Et donc le gradient de pression totale est égal :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_t = \frac{2f_{pl} \times \rho_l \times U_l}{D} \frac{1}{1 - R_g} + g \rho_m \cos \theta$$

avec :

$$R_g = \frac{U_g}{U_g + U_l}$$

$$R_{el} = \frac{\rho_l U_l D}{\mu_l}$$

$$f_{pm} = 0,079 R_{el}^{-0,25}$$

#### V-4.1.2. Modèle à phase séparé

Il s'agit de considérer que chacune des deux phases étudiées circule seule dans un cylindre imaginaire, le diamètre  $D_L$  du cylindre correspondant à la phase liquide est tel que :

$$D_l = (1 - R_g)^{0,5}$$

Le gradient de pression par frottement s'écrit alors :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_{f(l+g)} = \frac{2 \times f_{pm} \times \rho_l \times V_l}{D_l}$$

avec :

$$V_l = \frac{U_l}{1 - R_g} \quad \text{Vitesse réelle du liquide.}$$

$$f_{pm} = 0,079 R_{em}^{-0,25}$$

Soit :

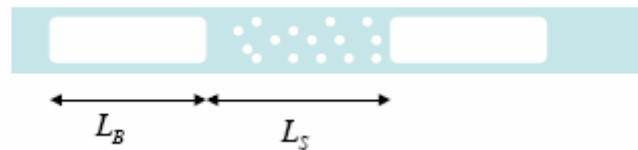
$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_{f(l+g)} = 2 f_{pm} \rho_l \frac{U_l^2}{(1 - R_g)^4 D}$$

Cependant WALLIS a noté que la formule suivante concorde mieux avec les résultats expérimentaux :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_t = 2 f_{pm} \rho_l \frac{U_l^2}{(1 - R_g)^4 D} + g \rho_m \cos \theta$$

#### V-4.2 .Cas d'écoulement à bulles et à poches

Dans ce type d'écoulement, on est ramené à définir le taux de zone de la phase dispersée (bouchon) et de la phase séparée (poche), il s'écrit comme suit :



**Fig. V-1:** Écoulement à poches et bouchons

$$\alpha_p = \frac{R_g - R_{gB}}{R_{gp} - R_{gB}}$$

$\alpha_p$  : Taux de zone de la phase dispersée

avec :

$R_g$  : Taux de gaz global ;

$R_{gB}$  : Taux de gaz dans les bouchons ;

$R_{gp}$  : Taux de gaz dans les poches ;

$$R_{gp} = 1 - R_{LS} \quad \text{Où} \quad R_{LS} = \frac{\delta}{D}$$

$\delta$  : Épaisseur du film liquide entourant la poche.

Le cisaillement pariétal s'exprime alors de la manière suivant :

$$\tau_{p(l+g)} = \alpha_p \tau_{pp} + (1 - \alpha_p) \tau_{pB}$$

$\tau_{pp}$  : Cisaillement pariétal dans la zone à phase séparée.

$\tau_{pB}$  : Cisaillement pariétal dans la zone à phase dispersée.

On a alors :

$$\left( -\frac{dp}{dz} \right)_{f(l+g)} = \frac{4((1 - \alpha_p) \tau_{pB} + \alpha_p \tau_{pp})}{D}$$

La détermination du taux de gaz dans les bouchons  $R_{gB}$  a fait l'objet de plusieurs travaux, parmi les corrélations proposées dans la littérature on cite :

- Corrélation de FERSHNEIDER : Elle s'écrit :

$$R_{gB} = \frac{1}{\left( 1 + \frac{(U_l + U_g)^2}{\frac{\Delta\rho}{\rho_l} gD} \left( \frac{A}{B} \right)^2 \right)^2}$$

avec  $\left( \frac{A}{B} \right)$  évalué expérimentalement = 1,20 ; 1,29.

- Corrélation de GARCIA : fondée sur banque de données, cette corrélation s'écrit :

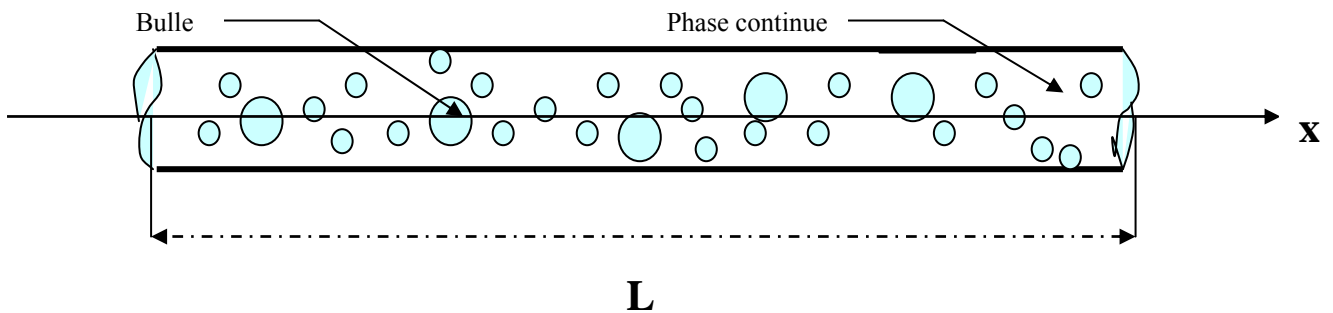
$$R_{gB} = 0,0735 \frac{(U_l + U_g)}{(gD)^{0,5}} - 0,1705$$

# chapitre VI

Application numérique

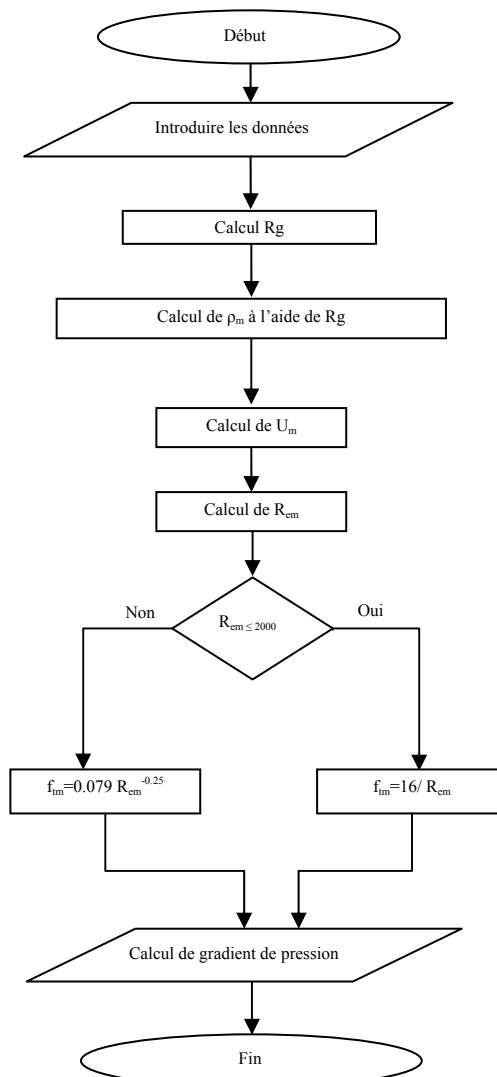
## Application numérique

D'après le schéma ci-joint et les formules du chapitre V, on a élaboré deux programmes FORTRAN concernant les deux modèles étudiés (homogène et séparé), afin de déterminer le gradient de pression et le taux de vide, pour cela on a construit leurs organigrammes.

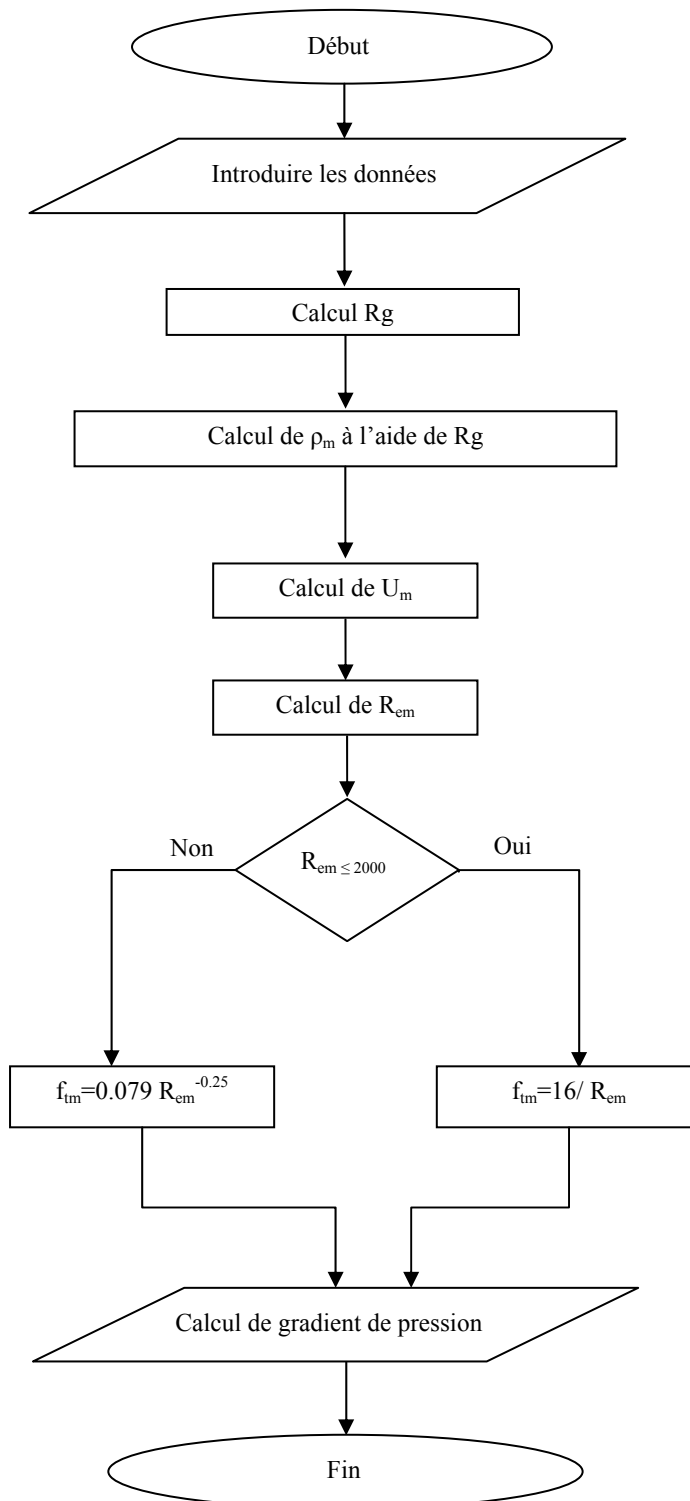


**Fig. VI.1** : Ecoulement à bulles.

### VI-1. Organigramme pour un modèle homogène ( $U_l = U_g$ )





**VI-2. Organigramme pour un modèle séparé ( $U_l \neq U_g$ )**

### VI-3. Application numérique

Les deux modèles séparé et homogène qui suivent sont établis pour un écoulement à bulles d'un mélange d'air et d'eau dont les caractéristiques sont les suivantes :

- *Propriétés de la conduite :*

Diamètre :  $d=0.07\text{m}$

Rugosité absolue :  $K_w=3\text{mm}$

- *Propriétés de liquide :*

Viscosité dynamique :  $\mu_l = 0.001\text{Kg/m.s}$

Viscosité cinématique :  $\nu_L = 0.000001\text{m}^2/\text{s}$

Masse volumique :  $\rho_l = 1000\text{Kg/m}^3$

- *Propriétés du gaz (air) :*

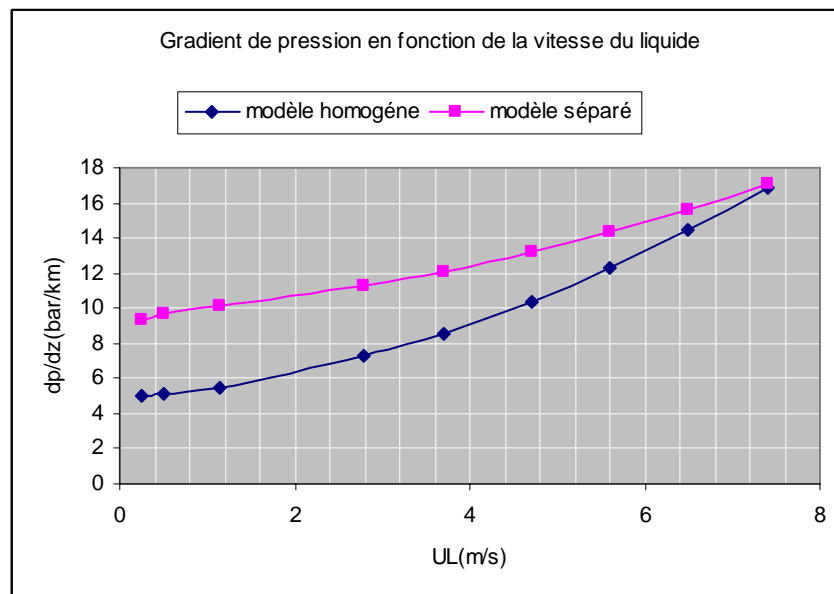
Viscosité dynamique :  $\mu_G = 0.0000195\text{ Kg/m.s}$

Viscosité cinématique :  $\nu_G = 0.00001508\text{ m}^2/\text{s}$

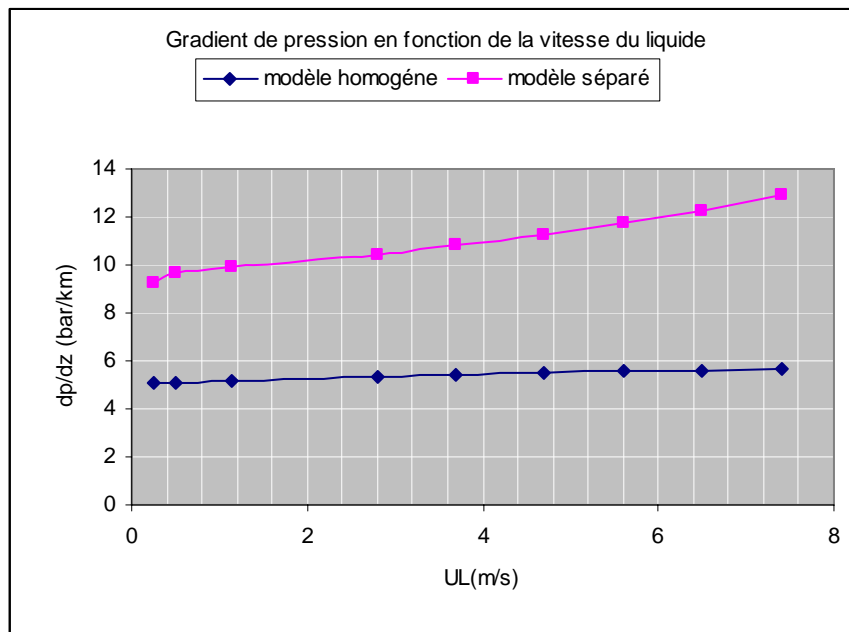
Masse volumique :  $\rho_G = 1.293\text{ Kg/m}^3$

Tension superficielle :  $\sigma = 0.034\text{N/m}$

L'accélération de la pesanteur :  $g=9.8\text{m/s}^2$



**Fig VI-1 :** Evolution du gradient de pression en fonction de la vitesse du liquide pour ( $D=5\text{cm}$  et  $\theta=0^\circ$ ).

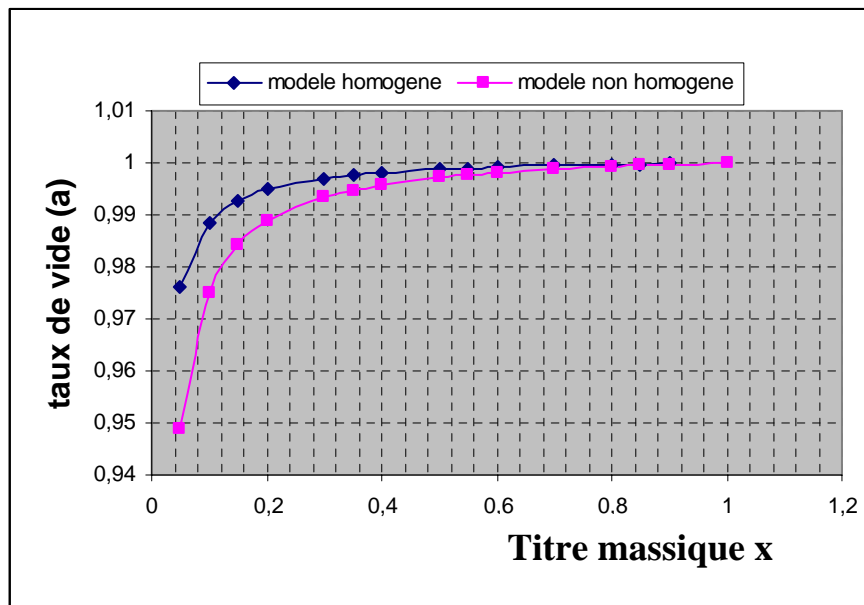


**Fig. VI-1 :** Evolution du gradient de pression en fonction de la vitesse du liquide pour ( $D=10\text{cm}$  et  $\theta=0^0$ ).

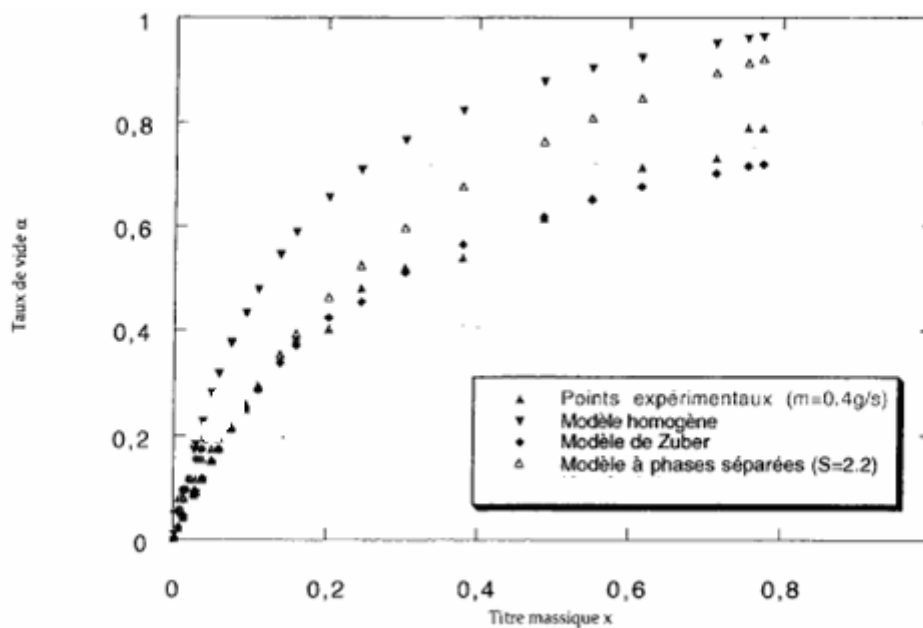
**✚ discussion dans le cas ou le gradient de pression en fonction de la vitesse superficielle du gaz :**

Les courbes représentant l'évolution du gradient de pression en fonction de la vitesse du liquide pour les deux modèles ont permis de retenir les points suivants :

- Toutes les courbes ont les mêmes tendances pour des valeurs croissantes pour la vitesse du liquide.
- On remarque que les grandes valeurs du gradient de pression sont obtenues pour les grandes vitesses du liquide.



**Fig VI-2 :** Évolution du taux de vide en fonction du titre massique : résultats de ( $m=0.4g/s$ ) modèles.



**Fig VI-3:** Évolution du taux de vide en fonction du titre massique : points expérimentaux obtenus avec le capteur à électrons.

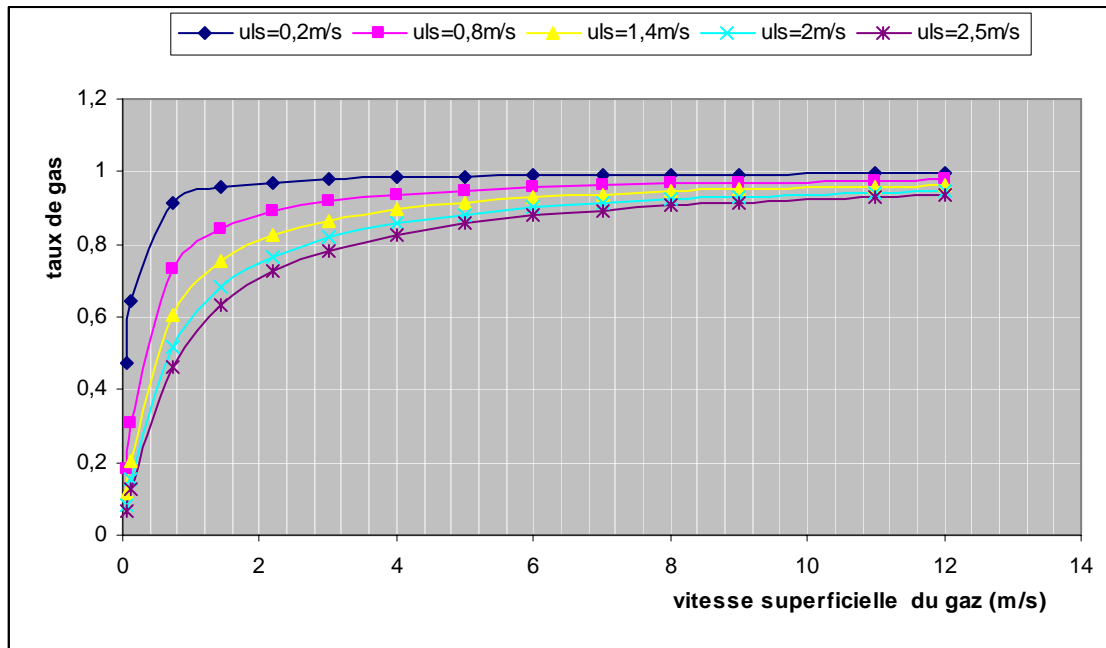
### ✚ *discussion dans le cas ou le taux de vide en fonction du titre massique :*

#### 1) le modèle homogène:

L'homogénéisation de l'écoulement conduit à des résultats bien au dessus des données expérimentales (sauf pour  $x < 2\%$ ) même dans le cas des écoulements à bulles qui sont des écoulements assez homogènes au moins spatialement.

## 2) le modèle à phases séparées avec un glissement S fixé :

On peut remarquer que tant que le titre est inférieur à 20% (écoulements à bulles et écoulement de transition), le modèle est proche des résultats expérimentaux. Au delà, le glissement diffère de la valeur considérée dans le modèle et il y a divergence entre le modèle et l'expérience.



**Fig VI-6 :** Evolution du taux de gaz global en fonction de la vitesse superficielle du gaz pour  $U_{ls}$  donnée.

### discussion dans le cas ou le taux de gaz global en fonction de la vitesse superficielle du gaz :

On remarque l'augmentation du taux de gaz global au fur et à mesure que la vitesse superficielle du gaz augmente.

- Plus la vitesse superficielle du gaz augmente, plus la courbe tend vers une horizontale.
- A vitesse de liquide croissante, toutes les courbes donnent presque la même allure sans sensibilité remarquable à la vitesse superficielle du liquide, donc on peut déduire que le contenu de gaz global n'est pas fortement influencé par la vitesse superficielle du liquide.
- Le minimum du taux de gaz global est observé pour la vitesse superficielle du liquide la plus faible.
- Vis-à-vis de la vitesse superficielle du gaz le contenu gaz global tend vers un minimum proche de (0), celui-ci (minimum) devient de plus en plus important au fur et à mesure que la vitesse superficielle du liquide diminue

- Du point de vue débit de gaz initial nécessaire au fonctionnement du système est plus important pour des vitesses superficielles du liquide faibles, c'est-à-dire vers une situation stagnante.

---

## Discussion générale

---

1. La turbulence du liquide joue un rôle négatif sur la coalescence des bulles surtout près de la paroi là où les gradients de cisaillement dans le liquide sont importants.
2. Le processus de dislocation des bulles favorise la turbulence et induit un effet contraire à la coalescence.
3. Hinze attribue l'effet aux forces de pression dynamique responsable de la dislocation des grosses bulles.
4. Les bulles perturbent l'état de cisaillement du liquide contre la paroi. Cet effet induit des variations de vitesses telle qu'au retour accentue les effets de la turbulence sur une distance égale au moins le diamètre de la bulle.
5. La protection contre la coalescence apportée par la turbulence cesse si le nombre d'Eotvôs associé à  $E_0$  est supérieur à 0,4.
6. La coalescence dépend du diamètre acquis par la bulle et surtout de l'intensité de la turbulence qui joue un rôle défavorable car elle perturbe le processus de celle-ci (Das.1987).
7. En régime laminaire de la phase liquide, la coalescence est lieu pour des taux de vide au delà de 0,3.
8. L'atomisation se produit en deux étapes, primaire : croissance des instabilités de surface et secondaire : un régime secondaire qui concerne la rupture des filaments (ou gouttes) en gouttelettes.
9. Le flux volumétrique du fluide auquel le lit devient d'abord fluidisé est connu comme vitesse minimum de fluidisation.

## Conclusion

---

Nous nous sommes proposé dans le présent travail à tout ce qui concerne l'écoulement diphasique en allant des généralités vers les phénomènes physiques et les caractéristiques de l'écoulement, tout en faisant des applications numériques sur la configuration à bulles en prenant les deux modèles (homogène et séparé) comme exemples.

- La formulation d'un modèle « homogène », et d'un modèle « séparé » est proposée, ces modèles permettent de prédéterminer le gradient de pression et le taux de présence de phases.
- On peut dire que les deux modèles (homogène et séparé) nous fournissent un outil appréciable pour la validation de certaines lois empiriques sur les différentes caractéristiques de l'écoulement.

Il est a noté aussi que l'établissement de cette thèse a nécessité beaucoup de travail et de recherches. Le parcours du travail , la diversité et la multitude d'informations concernant le domaine des écoulements diphasiques nous a obligé de voir beaucoup de choses qui n'apparaissent pas dans le contenu de la thèse mais sans lesquelles on ne pouvait pas arriver au but désiré.



# BIBLIOGRAPHIE

- [1] Bensid.K, Laouni.K « Résolution d'un écoulement autour d'une poche d'air dans une conduite verticale en mouvement ascendant », Thèse d'ingénieur d'état à l'école nationale polytechnique (E.N.P), **département hydraulique**, Promotion 2000.
- [2] Boutekdjiret.H.A.R, haboussi.M : « une approche mathématique et numérique pour l'étude des écoulement diphasiques dans les conduites », thèse d'ingénieur d'état à l'école nationale polytechnique, **département génie Mécanique**. Promotion juillet1992.
- [3] Comolet .R: « Le mouvement d'une bulle de gaz dans un liquide », revue la houille blanche, numéro 1, année 1979.
- [4] Chesters. A.K, Hofman «bubble coalescence in pure liquides », Laboratoire de l'aéro-et hydrodynamique Université de technologie Delft, Pays bas, 1982.
- [5] Duckler.AE Taitel.Y: «Two phases gaz-liquide flow », document Internet
- [6] Fethi Aloui : « Ecoulement Gaz- Liquide dans les conduites », document Internet [« www.univ-nantes.fr »](http://www.univ-nantes.fr)
- [7] Fabre J: «Écoulement diphasique »; INPT 1985.
- [8] Ishii.M"thermo-fluide dynamic theory of two phase flow ", edition eyrolles 1975.

- [9] Liné.A, Masbernat. "Écoulements intermittents de gaz et de liquide en conduite verticale ; Thèse de docteur-ingénieur, institut nationale polytechnique de Toulouse, 1983.
- [10] Laurence augyround : contribution a l'étude des écoulements verticaux d'hélium diphasiques. Thèse doctorat 1998, université pierre et marie curie, Spécialité : **Mécanique-Énergétique**.
- [11] Picchi Stéphane: Modélisation de l'explosion de vapeur en géométrie stratifiée. Thèse doctorat 1992, université joseph Fourier, Spécialité : **Mécanique**.
- [12] Sophie galinat : étude expérimentalement de la rupture de gouttes dans un écoulement turbulent. Thèse doctorat1995, institut national polytechnique de Toulouse, Spécialité : **Génie des Procédés et de l'Environnement**.
- [13] Sahbane.K : Contribution à l'étude des écoulements diphasiques gaz-liquide en conduite horizontale; Thèse de magister à l'université des sciences et de la technologie HOUARI BOUMEDIENE, institut de physique.
- [14] Techniques de l'ingénieur A722 : écoulement diphasique gaz-liquide, document Internet
- [15] Wallis .G.B, "one dimensional two phase flow ", edition McGraw-hill 1969.
- [16] Ziani hamid : étude d'un écoulement diphasiques air-eau dans un conduite cylindrique par le modèle cellulaire. Thèse d'ingénieur d'état a l'école nationale polytechnique, **département hydraulique**. Promotion 2005.