

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Ecole Nationale Polytechnique
Laboratoire de Recherche des Sciences de l'EAU
Ecole Doctorale Sciences de l'Eau et Développement
Durable



MEMOIRE DE MAGISTER EN
SCIENCES DE L'EAU ET DEVELOPPEMENT DURABLE

Option : Sciences de l'eau

Présenté par :

DOUAIBIA Rochdi

Ingénieur d'Etat en Hydraulique
(ENP)

Thème

MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS DANS UN
MILIEU POREUX, SIMULATION NUMÉRIQUE
PAR LA MÉTHODE DE MONTÉ CARLO

Mémoire soutenu le 30 Septembre 2012 devant le jury composé de :

Pr. HARIK DJAMILA	Professeur à l'ENP	Présidente
Pr. KETTAB-MITICHE RATIBA	Professeur à l'ENP	Directrice du mémoire
Pr. BERMAD ABDELMALEK	Professeur à l'ENP	Examinateur
Dr. MORSLI MERIEM	Maître de conférences (A)	Examinatrice

à l'ENP

Dédicaces

A mes chers parents,

A qui je dois ce que je suis,

*Qu'ils trouvent dans ce site, le fruit de leurs sacrifices consentis pour mon
éducation, et l'expression de mon amour et de ma gratitude pour la bienveillance
avec laquelle ils m'ont toujours entouré.*

Que Dieu leur préserve longue vie et bonne santé.

A mes sœurs,

A mes frères,

A toute ma famille,

A tous mes amis.

Rochdi

Remerciements

Merci à notre bon Dieu, notre guide, notre force, notre bonheur, et la raison de notre existante. C'est lui qui nous a fait comprendre le but de cette vie, et qui nous a donné le pouvoir d'aimer les gens et d'apprécier les choses. Merci d'être là dans les moments les plus difficiles.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance et ma gratitude à Mme KETTAB-MITICHE Ratiba professeur à l'ENP, pour son soutien et les moyens qu'elle a mis à ma disposition.

Mes vifs remerciements vont au Professeur Djamila HARIK, pour avoir accepté de me faire l'honneur de présider le jury.

Je tiens aussi à remercier Mr Abdelmalek BERMAD, professeur à l'ENP d'avoir accepté d'examiner et de juger notre travail.

Je tiens également à remercier Madame Meriem MORSLI, Maitre de conférences à l'ENP, d'avoir accepté d'examiner et de juger notre travail.

Une grande reconnaissance et un grand merci aux enseignants du département d'hydraulique et aux responsables du laboratoire LRS EAU, qui ont contribué à ma formation et de m'avoir donné la chance d'apprendre, et de nous faire partager leurs savoirs, sans eux je ne serai jamais arrivé à ce stade.

Pour finir, je tiens à remercier l'ensemble de mes amis et collègues pour leurs sympathies, gentillesse et aides.

ملخص

الغرض من هذه المذكرة هو إنشاء مقارنة لمحاكاة السيلان في الوسط المسامي باستعمال طريقة مونت كارلو التي تهدف إلى حساب دقة قياسات النفاذية والتدفق. الهدف من ذلك، هو إعطاء قيمة لقياسات هذه الوسائط المأخوذة لنوعين من الرمل (بني عباس و تاغيت).

هذه القياسات ستسمح بمتابعة تطور التلوث بطريقة صارمة للمياه الجوفية لمنطقة بشار.

هذه الدراسة تكشف عن مجالين رئيسيين هما :

- دراسة مرجعية تسمح لنا بتحصيل فكرة عن مختلف المقاربات المعتمدة في دراسة السيلان في الوسط المسامي.
- دراسة عددية تركز على النمذجة من خلال طريقة مونت كارلو.

كلمات البحث : وسط مسامي، سيلان، نمذجة، مونت كارلو، محاكاة.

Résumé

L'objectif de ce mémoire est de réaliser une approche de simulation des écoulements en milieu poreux en utilisant la méthode de Monte Carlo qui vise à déterminer la précision des mesures de perméabilité et de débit. Le but donc, est de valoriser les mesures de ces paramètres pris sur deux types de sable (Béni Abbès et Taghit).

Ces mesures vont permettre de suivre d'une manière plus rigoureuse l'évolution de la pollution des eaux souterraines de la zone de Béchar.

Cette étude fait apparaître deux axes principaux :

- Une étude bibliographique qui nous a permis d'avoir une idée sur les différentes approches adoptées pour étudier les écoulements en milieu poreux.
- Une étude numérique basée sur la modélisation par la méthode de Monte Carlo.

Mots clés : Milieu poreux, écoulement, modélisation, Monte Carlo, simulation.

Abstract

The objective of this memory is to carry out an approach of simulation of the flows in porous ground by using the Monte Carlo method which aims at determining the precision of measurements of permeability and flow. The goal thus, is to improve the measurements of these parameters taken on two types of sand (Béni Abbes and Taghit).

These measurements enable us to follow the evolution of the underground water pollution of the zone of Béchar.

This study reveals two principal axes:

Résumé

- A bibliographical study which enables us to have an idea on the various approaches adopted to study the flows in porous ground.
- A numerical study based on modeling by the method of Monte Carlo.

Key words: Porous ground, flow, modeling, Monte Carlo, simulation.

Sommaire :

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale1

Chapitre I

Les écoulements dans le milieu poreux

1. Introduction	3
2. Caractéristiques physiques des milieux poreux	4
2.1. L'analyse granulométrique.....	4
2.2. La notion de texture du sol	5
2.3. La notion de structure du sol	5
2.4. Masse volumique sèche	6
2.5. La porosité	6
2.6. La teneur en eau volumique.....	6
2.7. Le potentiel de pression :	7
2.8. Relations $\theta(h)$ et $K(h)$:	7
2.9. Relation teneur en eau et potentiel de pression :	7
2.10. La teneur en eau et méthodes de détermination	8
3. Propriétés physiques de l'eau intervenant en mécanique des fluides	10
3.1 Viscosité	11
3.2 Modèle d'écoulement monophasique saturé/non saturé :.....	12
4. Conclusion.....	13

Chapitre II

Modélisation des écoulements à travers un milieu poreux

1. Introduction	14
2. Les Modèles	14
3. Processus d'écoulement et de transport	16
4. Conception, développement et application du modèle	17

5. Calage du modèle numérique	19
6. Erreurs des modèles	21
7. Modélisation des transferts	25
8. Hétérogénéité, milieux aléatoires, et géostatistique.....	26
9. Conclusion.....	26

Chapitre III

Méthode de calcul numérique de Monté Carlo

1. Introduction	28
2. L'objet d'étude principal de la méthode Monte Carlo	29
3. Temps machine et mémoire limités	29
4. Erreurs statistiques et autres	30
5. Concept fondamental	30
6. Génération des nombres aléatoires uniformément distribués	32
7. Génération des nombres aléatoires normaux standards	33
8. Génération des nombres aléatoires normaux	34
9. Génération des nombres aléatoires log-normaux	35
10. Procédure générale pour produire des nombres aléatoires d'une distribution arbitraire ...	35
11 .Nombre de simulations requises	36
12. Simulation des variables aléatoires normales corrélées	38
13. Méthodologie d'exécution	40
14. Conclusion	41

Chapitre IV

Propriété hydrodynamique et approche statistique des écoulements

1. Introduction	42
2. Expérience de Darcy	42
3. Perméabilité, conductivité hydraulique et transmissivité.....	43
4. Variabilité spatiale des propriétés des matériaux	44
5. Anisotropie et tenseur des paramètres	44
6. Hétérogénéité et volume élémentaire représentatif (VER)	45

7. Effet d'échelle	47
8. Approche statistique de la variabilité spatiale.....	49
9. Approche géostatistique de la variabilité spatiale	52
10. Conclusion	55

Chapitre V

Simulation numérique et interprétation des résultats

1. Introduction	56
2. Milieu poreux étudiés	56
3. Modélisation du transport en milieu poreux	56
3.1. Modèle mathématique.	56
3.2. Lits filtrants	57
3.3. Hypothèses de simulations	60
3.4. Confrontation résultats expérimentaux et simulation	61
4. Simulation numérique	62
4.1. Simulation numérique de la perméabilité, cas du sable de Béni Abbès	62
4.1. Simulation numérique de la perméabilité, cas du sable de Taghit	64
5. Conclusion	67
Conclusion et perspectives.....	68
Bibliographie	70
Annexe I.....	73
Annexe II	81

Liste des figures :

Figure I.1 . Schéma de mesure de la viscosité dynamique.....	11
Fig.II.1. Courbes de restitution représentative	23
Figure III.1 . Schéma de la méthode de Monte Carlo	31
Figure III.2. Génération des variables aléatoires normaux standards	34
Figure III.3. Convergence de l'estimateur de probabilité de succès de Monte Carlo en fonction du nombre d'échantillon N pour une loi log normale	37
Figure III.4. Schéma fonctionnel pour la simulation sur ordinateur	40
Figure IV.1 .Appareil de Darcy destiné à déterminer les paramètres de l'écoulement de l'eau à travers une colonne de sable	42
Figure IV.2 . Dépendance des volumes élémentaires représentatifs (VER) à l'égard des propriétés et échelles d'homogénéité.....	46
Figure IV.3. volume élémentaires représentatifs (VER) de la porosité efficace des formations sableuses limoneuses et argileuses constituant un aquifère alluvial hétérogène.....	48
Figure IV.4. Courbe enveloppe des dispersivités logarithmiques couramment observées à différentes échelles.....	48
Figure IV.5. Distribution des valeurs de conductivité hydraulique obtenues pour des échantillons de différentes surfaces de mesure.....	53
Figure IV.6. Mise en évidence des échelles d'homogénéité des conductivités hydrauliques au moyen des portées	54
Figure. V.1 .Géométrie et Maillage du milieu poreux étudié, 18200 cellules quadrilatérales	57
Figure V.2.Variation de la vitesse en fonction du temps de filtration (Sable de Béni abbès).....	58
Figure V.3. Variation de la vitesse en fonction du temps de filtration (Sable de Taghit).....	58
Figure V.4 . Tendance de la perméabilité mesurée du sable de Beni abbés en fonction du temps.....	59
Figure V.5. Tendance de la perméabilité mesurée du sable de Taghit en fonction du temps.....	59
Figure V.6. Variation de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon.....	62

Figure V.7. Courbe de tendance de l'écart type de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon	63
Figure V.8. Ajustement de la courbe de la perméabilité à la loi statistique normale	63
Figure V.9. Ajustement de la courbe de débit à la loi statistique normale	64
Figure V.10. Variation de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon	65
Figure V.11. Courbe de tendance de l'écart type de débit moyen	65
Figure V.12. Ajustement de la courbe de la perméabilité à la loi statistique normale	66
Figure V.13. Ajustement de la courbe de débit à la loi statistique normale	66

Liste des tableaux :

Tableau III.1. Valeurs simulées de la variable aléatoire uniformément distribuée (valeurs entre 0 et 1)	33
Tableau V.1. Comparaison des perméabilités expérimentale et approximé Taghit et Beni Abbès.....	60
Tableau V.2. Comparaison des débits simulé et mesuré de Taghit et Beni Abbes.....	61
Tableau V.3. Récapitulatif des résultats de simulation numérique, sable de Béni Abbès	64
Tableau V.4. Récapitulatif des Résultats de simulation numérique, sable de Taghit	67

Introduction générale

À travers les époques et les différentes régions du monde, une source a souvent été considérée comme le bien le plus précieux que pouvait posséder une personne. Que ce soit pour sa propre alimentation, celle de son bétail ou pour l'irrigation des cultures, les gens se sont battus pour l'usage des sources. Cette richesse était, bien entendu, d'autant plus importante que l'eau était rare ou que celle disponible était de médiocre qualité.

Le but des études hydrogéologiques consiste à estimer le potentiel d'alimentation en eau des aquifères ainsi que le transport de soluté. De plus, ces vingt dernières années ont connu une avancée technologique majeure en hydrologie souterraine. Une part de ces nouvelles technologies concerne l'utilisation des modèles numériques pour simuler les écoulements dans les systèmes d'aquifères.

Ces développements, se sont effectués en parallèle avec l'évolution et la disponibilité grandissante des systèmes informatiques à capacité de mémoire plus grande, plus performants et moins chers.

Ce travail de recherche est un volet complémentaire d'une étude portant sur les procédés de filtration sur sable. En effet, le but est d'analyser les résultats obtenus auparavant au moyen d'une modélisation qui consiste à fiabiliser les mesures de terrain via un modèle de simulation numérique.

Le modèle de simulation adopté est celui de Monté Carlo, basé sur des algorithmes dits de «Monte Carlo». Cette méthode consiste à générer un ensemble de répliques de milieux aléatoires, conditionnels ou non, qui obéissent à des règles statistiques prédéfinies (moyenne, écart-type, structure spatiale d'hétérogénéité, longueur de corrélation). Dont un outil de simulation numérique est élaboré et qui est fondé sur une approche articulée sur la formulation de la loi de Darcy pour un milieu homogène à faible granulométrie.

Ce mémoire est composé de cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, nous présentons une revue bibliographique sur les écoulements dans le sol, sa structure, les paramètres caractérisant le milieu hydrogéologique.

Dans le deuxième chapitre, sont présentés les principes de la modélisation et les processus d'écoulement et de transports de masse dans le milieu souterrain.

Le troisième chapitre de ce mémoire est consacré à la présentation de la méthode statistique de simulation de Monté Carlo, son domaine d'application et la méthodologie d'exécution.

L'ensemble des propriétés hydrodynamiques et approches statistiques d'un milieu souterrain seront traités dans le quatrième chapitre.

Dans le dernier chapitre, sont montrés les résultats de simulation, l'analyse et l'interprétation de ces résultats.

Enfin, une conclusion sur tout le travail est faite.

Chapitre I

Les écoulements dans le milieu poreux

1. Introduction

Dans la nature, la matière existe sous deux formes: solide et fluide. Par définition un fluide est un corps physique soumis à des déformations non élastique sous l'action des forces extérieures faibles. Cette propriété, appelée fluidité, est due à une grande mobilité des particules fluides. Les forces extérieures provoquent l'écoulement des fluides dans le sens d'actions des forces. Les fluides sont considérés comme des milieux déformables et continus. C'est-à-dire que leurs propriétés physiques sont des fonctions continues de trois coordonnées de l'espace, x , y et z et du temps t . Parmi les fluides, on distingue les liquides et les gaz. Un liquide est un fluide pratiquement incompressible. L'eau est un liquide qui peut se trouver aussi à l'état gazeux, la vapeur d'eau (le comportement de la vapeur d'eau est en générale très éloignée de celui des gaz parfaits), ou aussi à l'état solide, la glace (avec plusieurs variétés polymorphes, de masse volumique allant de 0.92 à 1.3 g/m^3). [Olivier B, Lumony M. Bangoy, 1999]

La mécanique des fluides fait partie de la mécanique des milieux continus et concerne la description de l'écoulement d'un fluide et des effets mécaniques, thermiques et autres. Ses débuts remontent au XVII^{ème} siècle, quand les mathématiciens commençaient à énoncer les lois fondamentales qui régissent l'écoulement des fluides. C'est le cas de Bernoulli, puis d'Euler, qui s'occupèrent principalement des écoulements incompressibles.

La partie de la mécanique de fluide qui s'occupe des liquides concerne l'hydraulique. Elle traite de l'équilibre (hydrostatique) et du mouvement (hydrocinématique et hydrodynamique) des liquides.

L'hydrostatique étudie les conditions d'équilibre des liquides, soit au repos, soit accélérés en bloc. Puisqu'il n'y a pas sous cette hypothèse, de mouvement relatif entre les particules liquides, la force d'inertie est nulle et la force due à la viscosité ne se manifeste pas.

La force de pression s'exerce alors perpendiculairement à toute surface immergée. L'hydrocinématique étudie le mouvement d'un liquide en utilisant les notions des lignes de courant et de champ des vitesses, sans faire intervenir les forces qui entrent en jeu.

L'hydrodynamique, quand à elle, consiste à étudier les mouvements des particules d'un fluide soumise à un système de forces. Les forces de compressibilités sont dans ce cas négligées.

Dans l'hydrodynamique des fluides parfaits, les forces de viscosité ne se manifestent pas, il n'y a donc pas de mouvement relatif entre les particules de liquide, l'écoulement d'un liquide réel engendre par contre des forces de frottement dues à la viscosité et la turbulence. La présence de ces forces induit une perte de charge qui est une transformation irréversible de l'énergie mécanique en énergie thermique.

L'objectif de ce chapitre est de rappeler les bases théoriques des écoulements ainsi que leurs comportements dans le milieu poreux.

2. Caractéristiques physiques des milieux poreux

Le milieu poreux présente des caractéristiques physiques et mécaniques diverses. La définition et la quantification des propriétés des milieux poreux sont faites généralement suivant deux approches ; une approche par un volume élémentaire représentatif (VER) et une approche par fonction aléatoire [**Marsily G (de)**, 1981]. On s'intéressera à certaines de ces propriétés et surtout à celles intervenant directement dans les phénomènes de transfert d'eau en milieu poreux.

2.1. L'analyse granulométrique

Elle consiste à la détermination de la distribution de la taille des particules du sol. Elle permet alors de déterminer ce qu'on appelle la composition granulométrique du sol. La séparation des particules par classes de tailles est généralement effectuée par tamisage à travers de tamis de diamètre calibre jusqu'à un diamètre de particules d'environ 0,05 mm [**Hillel D**, 1988]. Pour séparer et classer des particules plus fines, la méthode généralement utilisée est celle de la sédimentation. L'utilisation des résultats de l'analyse granulométrique permet dans certains cas de déterminer une autre propriété, cette fois hydrodynamique du milieu poreux non saturé.

2.2. La notion de texture du sol

L'analyse granulométrique fournit la composition granulométrique de l'échantillon de sol considéré. Elle montre que la taille des particules élémentaires d'un sol peut varier fortement. La notion de texture renseigne dès lors sur la taille prédominante ou la gamme de tailles des particules de sol d'une manière qualitative et quantitative. Qualitativement, pour le praticien, les sols sableux sont qualifiés de légers car facile à travailler. Les sols argileux sont qualifiés de lourds tandis que les sols limoneux sont réputés battants et asphyxiants lorsqu'ils sont acides et pauvres en humus. Pour les spécialistes du sol, il existe des familles de granulométrie ou encore des classes de textures caractérisées par des variations limitées et connues des teneurs en sables, limons et argiles. Pour l'agronome ou le pédologue, la texture peut être définie par l'impression tactile laissée par le malaxage d'un échantillon de sol entre le pouce et l'index. Quantitativement, La texture du sol décrit les proportions relatives des diverses tailles des particules d'un sol donné. Généralement, la caractérisation de la taille des particules se fait en les divisant en trois catégories de tailles ou classes texturales; sable, limon et argile. La détermination des classes texturales se fait en se référant à un diagramme dit triangle de texture.

2.3. La notion de structure du sol

Le concept de structure du sol englobe tout ce qui a trait à l'assemblage, à l'arrangement et à l'orientation des constituants élémentaires du sol. Comme l'arrangement des particules du sol est en général complexe pour permettre une caractérisation géométrique simple, il n'y a pas de méthode pratique de mesure directe de la structure du sol. Par conséquent, le concept de la structure du sol est utilisé de façon qualitative. Alors que la texture d'un sol est relativement constante pour un sol donné, la structure est hautement dynamique et peut beaucoup varier au cours du temps à cause des fluctuations des conditions naturelles, de l'activité biologique et des pratiques culturales. L'influence de l'hydrodynamique est prise en compte au niveau de l'analyse de la stabilité texturale. Facteur essentiel du rapport ruissellement-infiltration, donnée première d'un sol pour les pédologues et les géomorphologues, la stabilité texturale est au centre des questionnements sur les relations sol-eau.

2.4. Masse volumique sèche

La masse volumique sèche ρ_d est définie comme le rapport entre la masse des solides et le volume total de sol.

$$\rho_d = \frac{M_s}{V_t} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (\text{I.1})$$

Où M_s est la masse de la phase solide [kg] et V_t le volume total apparent [m^3].

Elle est, en général de l'ordre de 1,4 à 1,7 (g.cm^{-3}) pour les sols sableux et de 1 à 1,5 (g.cm^{-3}) pour les sols argileux.

2.5. La porosité

La porosité ε , constitue un indice du volume relatif des vides dans le sol et est définie comme le rapport du volume des vides au volume total de sol.

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} \quad (\text{I.2})$$

Où : ρ_s représente la masse volumique des solides.

2.6. La teneur en eau volumique

Dans les milieux non saturés, nous définissons la teneur en eau volumique à l'échelle d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER).

$$\theta = \frac{\text{volume d'eau contenu dans un VER}}{\text{volume total du VER}} \quad (\text{I.3})$$

La teneur en eau d'un sol varie entre une valeur minimale (la teneur en eau résiduelle, θ_r), et une valeur maximale (la teneur en eau à saturation, θ_s). Ce dernier est en principe égal à la porosité, toutefois, dans les conditions naturelles, un sol ne parvient jamais à la saturation totale, car il reste toujours de l'air piégé. [Musy et Soutter, 1991]

2.7. Le potentiel de pression :

Dans le milieu poreux, à chaque teneur en eau, correspond une répartition des phases air et eau à l'intérieur du VER [Marsily G, 1980]. La phase d'eau étant continue, les pressions s'y égalisent à une côte donnée et il en résulte un potentiel de pression (h) unique :

$$h = \frac{P_{\text{eau}}}{\rho g} \quad (\text{I.4})$$

Où P_{eau} est la pression de l'eau dans le sol [$\text{kg/m}^2/\text{s}^2$], ρ est la masse volumique de l'eau [kg/m^3], g est l'accélération de la pesanteur [m/s^2].

On distingue deux domaines du potentiel de pression. Par définition, la pression est nulle, c'est-à-dire, égale à la pression atmosphérique au toit de la nappe (surface libre). Dans la zone saturée, la pression est positive, et dans la zone non saturée négative (par convention).

Le potentiel total est décrit par la notion de charge hydraulique H , et ses composantes sont le potentiel de pression (h) et charge de gravité (z).

$$H = h + z \quad (\text{I.5})$$

2.8. Relations $\theta(h)$ et $K(h)$:

Le fonctionnement hydrodynamique d'un sol est contrôlé par deux caractéristiques macroscopiques dépendant à la fois de sa texture et de sa structure :

- La courbe de rétention hydrique, qui relie la teneur en eau volumique (θ) au potentiel de pression (h), et qui exprime la capacité du sol à retenir l'eau à un état énergétique donné.
- La courbe de conductivité hydraulique, qui exprime la capacité du sol à transmettre l'eau en fonction de son état de saturation mesuré par h ou θ .

2.9. Relation teneur en eau et potentiel de pression :

Dans la zone non saturée du sol, la teneur en eau et le potentiel de pression varient de manière concomitante. La relation existant entre ces deux paramètres constitue dès lors un élément essentiel de la description de l'état hydrique du milieu poreux non saturé. Cette relation exprime les variations d'intensité des forces de capillarité en fonction de la teneur en

eau. Graphiquement, cette relation $\theta(h)$ est représentée par une courbe, dénommée courbe caractéristique d'humidité du sol ou courbe de rétention hydrique. [Musy et Soutter, 1991].

On peut définir deux types de modèles nous permettant de paramétrer $\theta(h)$: ceux à fondement mathématique et ceux à fondement physique.

Les modèles physiques [Arya et Paris, 1981 ; Assouline et al, 199] utilisent directement certaines caractéristiques physiques du sol (granulométrie, densité,...) pour estimer les propriétés hydrodynamiques.

Plusieurs auteurs [Brooks et Corey, 1964 ; Campbell, 1974 ; Van Genuchten, 1980] ont proposé des expressions mathématiques de la courbe de rétention en eau, $\theta(h)$.

Les modèles mathématiques doivent être suffisamment souples pour s'adapter à la texture et à la structure des différentes sortes de sol.

L'expression du modèle de Van Genuchten (1980) pour la courbe de rétention $h(\theta)$ est :

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot (1 + |\alpha h|^{1/(1-m)})^{-m} & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad (I.6)$$

où θ_r est la teneur en eau résiduelle [m^3/m^3], θ_s est la teneur en eau à saturation [m^3/m^3], h est le potentiel de pression [m], α est un paramètre empirique [m^{-1}], n est un paramètre empirique (supérieur à 1), $m = 1 - (1/n)$, est un paramètre empirique.

La forme analytique du modèle de Van Genuchten (1980) permet de mieux rendre compte de l'existence du point d'inflexion sur les courbes $\theta(h)$ et des changements de pente autour de celui-ci. [Bastet et al, 1998]

2.10. La teneur en eau et méthodes de détermination

Elle exprime la quantité d'eau contenue dans le milieu poreux. Elle est définie alors pour un échantillon donné comme étant le rapport entre la quantité d'eau contenue dans l'échantillon et le volume total de ce dernier. Nous parlerons alors de teneur en eau volumique qui est utilisée en règle générale en hydrogéologie.

Elle s'exprime par la relation suivante:

$$\theta(\%) = \frac{V_e}{V_t} \cdot 100 \quad (\text{I.7})$$

θ : Teneur en eau [m^3/m^3]

V_e : volume d'eau dans l'échantillon [m^3]

V_t : volume total de l'échantillon [m^3]

Nous la notion de teneur en eau à saturation qui représente la valeur maximale de θ quand le milieu poreux considéré est à saturation, et la notion de teneur en eau résiduelle qui est la valeur de la teneur en eau pour une succion infiniment grande. Nous retrouverons ces deux notions dans les expressions permettant de décrire les relations entre les variables du milieu poreux non saturé. Le besoin de déterminer la quantité d'eau présente dans un sol donné se manifeste fréquemment dans beaucoup d'études notamment hydrogéologiques et agronomiques.

Cette information est indispensable pour l'étude des transferts d'eau en milieu poreux non saturé. Pour sa détermination, on a plusieurs méthodes; les méthodes directes et celles dites indirectes.

a. Les méthodes directes: la méthode granulométrique:

Cette méthode représente la méthode traditionnelle de mesure de la teneur en eau. Elle est déterminée par pesée d'un échantillon de sol humide de poids P_1 puis dessiccation de l'échantillon à l'étuve à 10°C pendant 24 heures et pesée à l'état sec donnant un second poids P_2 . On obtient ainsi la teneur en eau massique qui est donnée par la relation:

$$\theta_m = \frac{P_1 - P_2}{P_2} \quad (\text{I.8})$$

P_1 : poids humide de l'échantillon

P_2 : poids sec de l'échantillon.

La teneur en eau volumique est obtenue en multipliant la teneur en eau massique par la densité apparente du sol à la profondeur de prélèvement.

Cette méthode est laborieuse (nécessité de pesées très précises et des précautions pour ne pas réhydrater les échantillons passés à l'étuve) et demande un temps assez long car on alloue généralement une période de vingt-quatre heures pour le séchage complet des échantillons. Actuellement, on constate une orientation beaucoup plus importante des chercheurs vers les méthodes indirectes qui permettent des mesures fréquentes ou continues et présentent également l'avantage d'être non destructives contrairement à la méthode gravimétrique.

b. Les méthodes indirectes: la méthode neutronique.

Cette méthode est largement utilisée maintenant pour la détermination des profils hydriques au champ. Son avantage est de permettre des mesures rapides et périodiques de la teneur en eau d'un volume représentatif de sol aux mêmes endroits et profondeurs.

L'instrument utilisé est connu sous le nom d'humidimètre à neutrons. Cet appareil a été décrit par plusieurs auteurs dont Hillel, (1988). Il est essentiellement constitué de deux parties:

- Une sonde que l'on descend dans un tube d'accès placé verticalement dans le sol et qui contient une source de neutrons rapides et un détecteur de neutrons lents;
- Un compteur ou fréquencesmètre pour déterminer le flux de neutrons lents.

La méthode utilise les propriétés présentées par l'hydrogène de ralentir les neutrons rapides émis par la source radioactive. La presque totalité des ions H^+ du sol provenant de l'eau, il existe une relation étroite entre l'humidité du sol et la densité de neutrons ralentis.

La mesure consiste donc à compter pendant un temps déterminé de l'ordre d'une minute en moyenne selon les appareils, le nombre de neutrons lents rétrodiffusés qui est approximativement proportionnel à la teneur en eau volumique.

3. Propriétés physiques de l'eau intervenant en mécanique des fluides

Dans l'établissement des principes de la mécanique de fluides, certaines propriétés de fluide jouent un rôle important, d'autres seulement un rôle mineur, voire aucun rôle.

En hydrostatique le poids volumique est la propriété la plus importante, tandis qu'en hydrodynamique, la masse volumique et la viscosité sont les propriétés dominantes.

L'eau présente un certain nombre de comportements anormaux tel que la solidification avec augmentation de volume. Par ailleurs, certaines propriétés présentent des maximums ou, plus fréquemment des minimums pour certaines valeurs de la température ou de la pression. C'est notamment le cas de la masse volumique, du coefficient de compressibilité, de la viscosité et de la chaleur spécifique.

3.1 Viscosité

La viscosité d'un fluide est la propriété exprimant sa résistance à une force tangentielle. Elle est due principalement à l'interaction entre les molécules de fluide.

Considérant une plaque plane se déplace dans un fluide parallèlement à elle-même et induisant un écoulement de ce fluide en couches parallèles (écoulement laminaire) comme montre la figure (I.1).

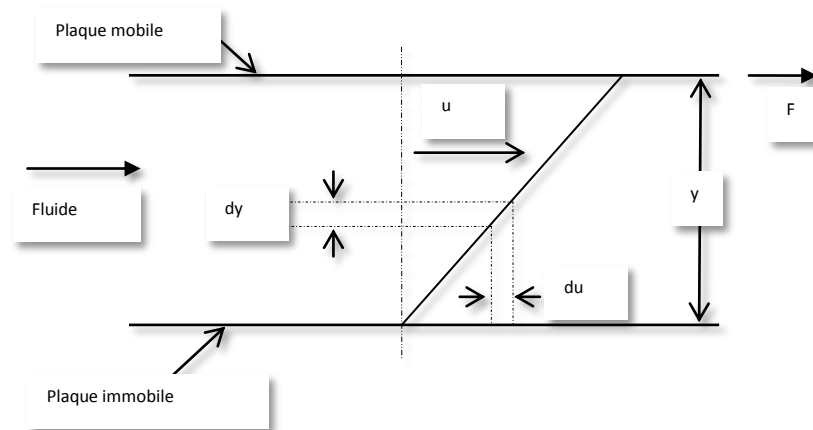


Figure I.1 : Schéma de mesure de la viscosité dynamique

Soit v la vitesse de fluide engendrée à une distance y proche de la plaque. L'évolution de la vitesse avec la distance à la plaque suit une loi linéaire. Il s'exerce ainsi entre un filet fluide donné et un filet fluide infiniment voisin. Une tension de frottement τ (force par unité de surface), qui agit dans le sens opposé de l'écoulement et peut être exprimé par :

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}] \quad (\text{I.9})$$

Où μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide à la température et à la pression considérée.

On peut rapprocher la valeur de la viscosité avec la formule de Helmholtz. [Schoeller. H, 1962]

$$\mu = \frac{0,0178}{1+0,0337T+0,000221T^2} \quad ; \text{ en centipoises} \quad (\text{I.10})$$

Les fluides qui obéissent à la loi de viscosité de Newton ou de Stokes sont appelés des fluides newtoniens (dont l'eau fait partie). Pour ces fluides la contrainte imposée par la force tangentielle est proportionnelle au gradient des vitesses ou au taux de déformation tangentielle. Les fluides non newtoniens (plastique liquide et suspension concentrées par exemple) se déforment de telle manière que la contrainte tangentielle n'est pas proportionnelle au taux de variation de la déformation tangentielle, sauf peut-être pour les forces tangentielles faibles. La déformation de ces fluides est plastique et l'étude de leurs propriétés constitue le domaine de la rhéologie. [Olivier B , Lumony M. Bangoy, 1999]

3.2 Modèle d'écoulement monophasique saturé/non saturé :

L'équation de Richards (1931) décrit les transferts d'eau dans un milieu poreux variablement saturé. Elle découle de la combinaison de la loi de Darcy généralisée avec l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad (\text{I.11})$$

En combinant la loi expérimentale de Darcy et l'équation de continuité sous l'hypothèse d'un fluide incompressible de masse volumique et de viscosité dynamique constante, on obtient l'équation de Richards dans un milieu mono, bi et tridimensionnel et variablement saturé :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div}[-\bar{K}(h) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(H(x, y, z, t))] \quad (\text{I.12})$$

Où θ est la teneur en eau volumique [$L^3 L^{-3}$], $H(x, y, z, t)$ est la charge hydraulique totale ($h+z$) avec h le potentiel de pression [L], $\bar{K}(h)$ est le tenseur de conductivité [LT^{-1}] et t le temps [T].

Sa résolution nécessite la connaissance de deux fonctions décrivant les propriétés hydrodynamiques du sol (la courbe de rétention hydrique, $h(\theta)$, et la courbe de conductivité hydraulique, $K(h)$).

L'équation de Richards est une équation non-linéaire dont la résolution nécessite en général des moyens numériques.

Elle permet de déterminer les champs de potentiels (charge hydraulique totale) et la répartition de la teneur en eau dans le sol, la position de la nappe étant déterminée comme étant la zone où la pression de l'eau est supérieure à la pression atmosphérique.

La résolution de l'équation est néanmoins très sensible à la détermination des relations décrivant les paramètres hydrodynamiques, en particulier au voisinage de la saturation. [Vogel et al, 2001]

4. Conclusion

L'étude théorique des écoulements souterrains est une étape fondamentale et essentielle pour pouvoir établir un modèle numérique de terrain, quoique la modélisation permet aux hydrogéologues, bien évidemment de quantifier et analyser le comportement de l'eau et anticiper les différents problèmes liés à la ressource. Les concepts de la modélisation et les processus d'écoulement et de transports de soluté dans le milieu souterrain seront présentés dans le prochain chapitre.

Chapitre II

Modélisation des écoulements à travers un milieu poreux

1. Introduction

L'étude des systèmes hydrogéologiques est depuis longtemps une préoccupation majeure de la recherche. Cependant, la compréhension d'un système hydrogéologique permet en effet d'agir sur son comportement naturel et de lui imposer une autre conduite répondant à des performances souhaitées par l'utilisateur.

2. Les Modèles

Le mot " modèle " a tellement de définitions et est si couramment utilisé qu'il est parfois difficile de cerner sa signification [Konikow et Bredehoeft, 1992]. Un modèle peut être le plus simplement défini comme la représentation d'un système ou d'un processus réel. Le modèle conceptuel correspond à une hypothèse sur le mode de fonctionnement d'un système ou d'un processus. Cette hypothèse peut être exprimée quantitativement sous la forme d'un modèle mathématique. Les modèles mathématiques sont des modèles abstraits qui assimilent les processus à des équations, les propriétés physiques à des constantes ou des coefficients intervenant dans ces équations, et les mesures de l'état du système à des variables.

La plupart des modèles hydrogéologiques utilisés aujourd'hui sont des modèles mathématiques déterministes. Ils sont basés sur les principes de la conservation de la masse, de la force d'impulsion et de l'énergie et décrivent des relations de causes à effets. L'hypothèse sous-jacente consiste à considérer que si on a un bon niveau de compréhension des processus qui entraînent une réponse à une perturbation sur un système, on peut prévoir les réponses de ce système sous l'effet de n'importe quelles perturbations, même si l'intensité de la nouvelle perturbation n'entre pas dans la gamme de celles observées historiquement.

Ces modèles nécessitent généralement la résolution d'équations différentielles partielles. Des solutions exactes peuvent souvent être obtenues analytiquement, mais les modèles analytiques nécessitent que les paramètres et les limites du système soient fortement idéalisés. Certains modèles déterministes considèrent les propriétés des milieux poreux de manière empirique (essentiellement comme une boîte noire), cela ne permet donc pas de représenter des propriétés hydrauliques hétérogènes dans le modèle. Or l'hétérogénéité, ou la

variabilité des propriétés aquifères, sont les caractéristiques de tout système géologique et l'ont sait maintenant qu'elles jouent un rôle clef dans les processus d'écoulement des eaux souterraines et du transport de masse. Il est donc bien souvent préférable d'utiliser des modèles à paramètres distribués, qui permettent une représentation plus réaliste de la distribution spatiale des propriétés du système. Les méthodes numériques donnent des solutions approchées de l'équation de base, à travers la discrétisation de l'espace et du temps. A l'intérieur du domaine discrétisé, les valeurs, variables, des propriétés internes, des conditions aux limites et des perturbations du système sont approximées. Les modèles numériques déterministes, à paramètres distribués, peuvent assouplir les conditions trop idéalisées des modèles analytiques ou empiriques, et ils peuvent ainsi être plus réalistes et flexibles pour simuler les conditions réelles (à condition de savoir les appliquer correctement).

Le type et le nombre d'équations à résoudre sont déterminés par les concepts des processus dominants. Les coefficients des équations sont des paramètres mesurés tels que les propriétés, les limites et les perturbations du système; les variables dépendantes des équations sont les mesures de l'état du système et sont mathématiquement déterminées par la résolution des équations. Quand un algorithme numérique est intégré dans un code informatique pour résoudre une ou plusieurs équations partielles différentielles, le code informatique résultant est considéré comme un modèle générique. Quand le maillage, les conditions aux limites et d'autres paramètres (comme la perméabilité ou le coefficient d'emmagasinement), sont définis dans l'application du modèle générique pour caractériser une zone géographique particulière, le programme informatique résultant est alors appelé modèle spécifique du site. On démontre typiquement la capacité des modèles génériques à résoudre avec précision les équations de base avec des exemples d'applications sur des problèmes simplifiés. Le même niveau de précision n'est donc pas garanti quand on utilise le modèle pour résoudre des problèmes d'ordre plus complexe.

Si l'utilisateur du modèle n'est pas averti ou ignore les détails de la méthode numérique, comme les approximations de dérivée, l'échelle de discrétisation, et les techniques de résolutions matricielles, des erreurs importantes peuvent être introduites et demeurent indétectables. Par exemple, si l'équation de l'hydrodynamique souterraine est résolue par itération, mais que le critère de convergence n'est pas assez fin, les solutions numériques risquent de converger vers une solution éloignée de la solution exacte. L'imprécision de la solution sera ou non répercutée sur l'erreur sur le bilan de masse. Les erreurs non détectées

dans les modèles hydrogéologiques numériques sont de plus en plus courantes à cause d'interfaces graphiques conviviaux qui facilitent l'utilisation (et la mauvaise utilisation) des modèles. Ces interfaces mettent effectivement une grande distance entre l'utilisateur et les méthodes numériques qui constituent le cœur du modèle.

Les modèles mathématiques stochastiques et statistiques Ils ressemblent dans leur concept aux « boîtes noires ». Il s'agit de trouver des relations corrélatives entre les « entrées » et les « sorties » en utilisant des méthodes statistiques fondées sur des échantillons significatifs de données observées dans le passé. Bien entendu, les limitations concernant les capacités prédictives de tels modèles restent identiques à celles émises pour les « boîtes noires » : toute modification du « système » ou des « entrées » hors la plage des observations antérieures invalide en principe les résultats obtenus.

3. Processus d'écoulement et de transport

On admet généralement que le processus d'écoulement des eaux souterraines est gouverné par les relations issues de la loi de Darcy et du principe de conservation de masse. La loi de Darcy a cependant des limites d'application qui doivent être évaluées pour chaque utilisation.

L'objectif d'un modèle de simulation de transport de masse dans les eaux souterraines est de calculer à tout moment et en tout point de l'aquifère la concentration d'une espèce chimique dissoute. La base théorique de l'équation qui décrit les transports de masse a été bien décrite dans la littérature [Bear 1979; Domenico et Schwartz 1998]. [Reilly et al, 1987] fournissent un cadre conceptuel pour l'analyse et la modélisation des processus physiques de transport de masse dans les eaux souterraines. L'évolution des concentrations chimiques ont lieu au sein d'un système aquifère dynamique essentiellement sous l'effet de quatre processus distincts :

- a) Le transport par advection, au cours duquel les composés chimiques dissous suivent l'écoulement de l'eau souterraine;
- b) La dispersion hydrodynamique, lors de laquelle la diffusion moléculaire et ionique et les variations à l'échelle microscopique des vitesses d'écoulement à travers le milieu poreux, entraînent une divergence et un étalement des trajectoires des ions et molécules dissous par rapport à la direction moyenne du flux;

c) L'origine du fluide, lorsqu'une eau d'une composition chimique donnée est introduite dans le système et mélangée à une eau de composition différente;

d) Les réactions au cours desquelles une certaine quantité d'une espèce chimique donnée peut être ajoutée ou retirée des eaux souterraines suite à des réactions chimiques, biologiques ou physiques dans l'eau ou entre l'eau et les matériaux constituant le réservoir ou d'autres phases liquides.

La zone de sub-surface constitue un cadre hydrogéologique complexe, tri-dimensionnel et hétérogène. Cette variabilité influence fortement les écoulements souterrains et le transport, et une telle réalité ne peut être décrite avec précision qu'au travers d'une étude hydrogéologique rigoureuse sur le terrain. Cependant, quelque soit le nombre de données collectées, il y aura toujours des incertitudes concernant les propriétés et limites du système aquifère étudié. Les approches stochastiques ont entraîné des progrès significatifs en ce qui concerne la caractérisation de l'hétérogénéité de la zone de sub-surface et les problèmes d'incertitudes. [Gelhar, 1993]

4. Conception, développement et application du modèle

La première étape dans la conception et l'application d'un modèle est de définir la nature du problème et l'objectif du modèle. Bien que cela paraisse évident, c'est une première étape importante qui est parfois oubliée pour un passage trop rapide à l'action. Cette étape est étroitement associée à l'élaboration d'un modèle conceptuel, qui est là encore une étape préliminaire à l'élaboration d'un modèle de simulation. Lors de l'élaboration du modèle conceptuel, l'analyste doit évaluer quels processus sont significatifs dans le système étudié pour le problème considéré. Certains processus pourront être considérés comme importants à une certaine échelle de temps et d'espace, alors qu'ils seront négligeables et hors de propos à d'autres échelles. L'analyste doit de façon similaire décider du dimensionnement adéquat du modèle numérique. Un bon jugement est nécessaire pour évaluer et peser les priorités entre la précision et les coûts, tout en respectant à la fois les exigences du modèle et des données. La clef de l'efficacité et de la précision lors de la modélisation d'un système dépend probablement plus de l'élaboration d'un modèle conceptuel adapté que du choix d'une méthode ou d'un code numérique particulier.

Lorsqu'on prend la décision de concevoir un modèle, il faut sélectionner (modifier ou construire) un code (ou modèle générique) adapté au problème donné. Ensuite, il faut que le code générique soit adapté au site ou à la région concernée par la simulation. Le développement d'un modèle de simulation numérique déterministe, à paramètres distribués, implique de sélectionner ou de concevoir un maillage spatial et des accroissements de temps permettant de produire une solution précise au système ou problème donné. L'analyste doit ensuite déterminer les propriétés du système (et leurs distributions), les perturbations intervenant sur le système (comme les taux de pompage et de recharge), les conditions aux limites, et les conditions initiales (pour les problèmes en régime transitoire). Toute la partie détermination des paramètres et des conditions aux limites est de l'ordre du modèle conceptuel du système, et le modèle numérique initial doit être le reflet de ce modèle conceptuel.

Il faut toujours se rappeler qu'un modèle est l'approximation d'une réalité complexe, et que l'utilisation du modèle a pour but de simplifier cette réalité de façon à ne représenter que les caractéristiques et processus essentiels liés au problème considéré. Lors du développement d'un modèle déterministe hydrogéologique pour une zone et un objectif particulier, il faut choisir un degré de complexité adapté (ou, plutôt de simplicité). Bien qu'une résolution plus fine permette une plus grande précision, il existe aussi des contraintes pratiques qui font que même si des données appropriées sont disponibles, il se peut qu'un modèle numérique finement discrétisé, à trois dimensions soit trop lourd pour fonctionner sur les ordinateurs actuels, en particulier si on prend en compte des processus de transport. La détermination d'un modèle approprié et d'un degré de complexité approprié reste subjective et dépend du jugement et de l'expérience de l'analyste, des objectifs de l'étude, et de la qualité des informations antérieures sur le système étudié. Même s'il s'agit d'une tâche difficile, le choix entre la précision et le coût d'un modèle devra toujours être fait. Dans tous les cas, les gestionnaires de l'eau et autres utilisateurs des résultats du modèle doivent être avertis des choix et des priorités retenus qui risquent d'affecter la fiabilité du modèle.

En général, un modèle de transport de soluté est plus difficile à caler qu'un modèle d'écoulement souterrain. Dans un modèle d'écoulement souterrain, le calcul des distributions de charge ne nécessite pas de définir autant de paramètres que pour calculer les variations de concentration. Comme la vitesse d'écoulement des eaux souterraines dépend de la distribution des charges, et comme le transport par advection et la dispersion hydrodynamique sont deux

phénomènes dépendant de la vitesse d'écoulement, on cale souvent un modèle d'écoulement souterrain avant de développer un modèle de transport de soluté. En fait, dans la réalité la clef essentielle pour comprendre un problème de transport de soluté réside dans la définition précise (ou modèle) du système d'écoulement. Ceci est particulièrement vrai pour le transport dans les roches fracturées, pour lequel la simulation est souvent basée sur des concepts propres aux milieux poreux. Bien que la surface de potentiel (ou charge) puisse souvent être simulée, le champ de vitesse pourra, lui, être fortement erroné.

5. Calage du modèle numérique

Les modèles de simulation hydrogéologiques déterministes impliquent des exigences importantes en matière de données si on veut définir tous les paramètres à tous les noeuds d'un maillage. Uniquement pour déterminer la distribution des paramètres dans le cas d'un problème pratique, cela demanderait des tests sur le terrain tellement onéreux, que c'est rarement réalisable aussi bien économiquement que techniquement. Par conséquent, en fait, le modèle représente un essai de résolution d'un large assortiment d'identités remarquables, comportant plus d'inconnues que d'équations. Il est fondamentalement impossible d'obtenir une solution unique à un tel problème.

Une incertitude sur les paramètres, conduit logiquement à un manque de confiance dans les interprétations et prédictions issues d'une modélisation, à moins qu'il puisse être démontré que le modèle constitue une représentation suffisamment fiable du système réel. Pour démontrer qu'un modèle de simulation hydrogéologique déterministe est réaliste, on compare généralement les réponses de l'aquifère observées sur le terrain (comme des variations de niveaux d'eau s'il s'agit d'un problème d'écoulement ou des variations de concentrations s'il s'agit d'un problème de transport) aux valeurs correspondantes calculées par le modèle. L'objectif de cette opération de calibration est de minimiser les différences entre les données observées et les valeurs calculées. Généralement on considère que le modèle est calé quand il reproduit des données historiques avec un degré de précision acceptable. Le niveau d'acceptabilité est, bien entendu, déterminé de façon subjective. Bien qu'une correspondance faible soit un signe évident d'erreurs, une bonne correspondance ne montre pas à elle seule la validité ou la pertinence du modèle [Konikow et Bredehoeft, 1992].

Le calage ne produira pas un jeu unique de paramètres à cause du nombre important de variables dans l'ensemble d'identités remarquables représentées dans un modèle. Si la

correspondance est faible, cela suppose (i) une erreur dans le modèle conceptuel, (ii) une erreur dans la solution numérique, ou (iii) un jeu de paramètre de mauvaise qualité.

Il n'est pas forcément possible de distinguer les différentes sources d'erreurs [Konikow et Bredehoeft, 1992]. Même lorsque l'adéquation avec les données historiques est bonne, le modèle pourra encore échouer à prédire de manière fiable des évolutions futures, en particulier lorsqu'on a à faire à des perturbations nouvelles ou plus longues que la période de calage du modèle.

Le calage d'un modèle hydrogéologique déterministe s'effectue à l'aide d'un ajustement par approximations successives des données d'entrée du modèle (les propriétés de l'aquifère, les sources et les exutoires, et les conditions initiales et aux limites) de façon à modifier les données de sortie, produites par le modèle. Comme un nombre important de facteurs interdépendants affecte les sorties, la procédure peut s'avérer totalement subjective et inefficace. Les progrès dans les procédures d'identification des paramètres permettent d'éliminer un peu de la subjectivité propre au calage du modèle. Les nouvelles approches ont tendance à traiter le calage d'un modèle comme une procédure statistique. Ainsi, les approches à régressions multiples permettent simultanément de construire, d'appliquer et de caler un modèle en utilisant des données incertaines, de sorte que les incertitudes soient assimilées à des incertitudes estimées sur les sorties du modèle et donc sur les prédictions ou estimations futures du modèle. [Cooley et al, 1986]

Cependant, même avec la modélisation par régression, le jugement et l'expérience en hydrologie du modélisateur restent des facteurs majeurs pour le calage à la fois précis et efficace d'un modèle, même si on utilise des procédures automatisées. Dans tous les cas, le modélisateur doit bien connaître la zone d'étude pour savoir si la base de données aussi bien que le modèle numérique représentent correctement les principales conditions de terrain. Le modélisateur doit aussi admettre que les incertitudes concernant la détermination des sources, exutoires, conditions initiales et aux limites doivent être évaluées lors de la phase de calage de la même manière que les incertitudes sur les propriétés de l'aquifère. Ne pas reconnaître l'incertitude liée aux données entrantes et aux données du calage risque de conduire à un "peaufinage" du modèle par des ajustements de paramètres artificiellement précis améliorant seulement l'adéquation entre les variables observées et calculées. Cela servira uniquement à augmenter faussement la confiance dans le modèle sans pour autant augmenter la précision de ses prévisions.

Dans l'analyse des problèmes hydrogéologiques. L'intérêt de l'approche par modélisation réside dans sa capacité à intégrer des données propres au site avec des équations représentant les processus dominants, et de s'en servir comme une base quantitative pour la prévision des changements ou des impacts dans un système aquifère. Lorsqu'on arrive au stade des résultats de l'interprétation du modèle, il faut savoir revenir à la phase de collecte et d'analyse des données et à la conceptualisation et la formulation mathématique des processus de base pertinents. Un des objectifs du calage du modèle doit être l'amélioration du modèle conceptuel du système. Comme le modèle intègre numériquement les effets des nombreux facteurs qui affectent l'écoulement ou le transport de masse souterrain, les résultats calculés doivent à l'intérieur être cohérents avec toutes les données d'entrée, et on pourra déterminer si des éléments du modèle conceptuel doivent être modifiés. En fait, les concepts et interprétations antérieurs des variables ou paramètres de l'aquifère, représentés par des cartes équipotentielles ou la détermination des conditions aux limites, peuvent être révisés lors de la phase de calage suite à un retour à partir des données de sortie du modèle.

Les techniques d'estimation de paramètre automatisées améliorent l'efficacité du calage du modèle et présentent deux composantes majeures, une partie qui calcule le meilleur ajustement (parfois appelée adéquation automatique à l'historique) et une deuxième partie qui évalue les propriétés statistiques de l'ajustement. L'objectif de l'adéquation automatique avec l'historique est d'obtenir les estimations des paramètres du système qui engendrent l'adéquation la plus fine (minimise les déviations) entre les données observées et les calculs du modèle. La déviation des moindres carrés est généralement retenue comme critère. La procédure de minimisation fait intervenir des coefficients de sensibilité basés sur le rapport des variations des valeurs calculées sur les variations des paramètres. Pour l'écoulement souterrain, par exemple, cela peut prendre la forme $\partial h/\partial t$, qui est la variation de charge en fonction des variations de transmissivité. Les coefficients de sensibilité eux-mêmes peuvent s'avérer utiles pour envisager la collecte de données supplémentaires.

6. Erreurs des modèles

Des décalages entre les réponses observées et calculées d'un système révèlent des erreurs dans le modèle mathématique. Lorsqu'on applique les modèles hydrogéologiques à des problèmes réels, on distingue trois sources d'erreurs [Konikow et Bredehoeft, 1992]. Une première correspond aux erreurs conceptuelles--c'est-à-dire, des erreurs dans la conception théorique des processus de base incorporés dans le modèle. Les erreurs conceptuelles

comprennent à la fois l'oubli de processus pertinents et la représentation de processus inappropriés. De telles erreurs sont par exemple l'application d'un modèle basé sur la loi de Darcy dans des milieux ou environnements qui ne répondent pas aux critères d'application de cette loi, ou encore l'utilisation d'un modèle à deux dimensions dans des cas où il y a des écoulements ou des transports importants dans une troisième dimension. Une deuxième source d'erreur implique les erreurs numériques survenant dans l'algorithme de résolution des équations. Ceci comprend les erreurs de troncatures, les erreurs successives, et la dispersion numérique. Une troisième source d'erreur provient d'incertitudes et d'inadéquations dans les données d'entrée ce qui reflète notre incapacité à décrire de façon complète et exclusive les propriétés, les perturbations, et les limites de l'aquifère. Dans la plupart des applications de modèle, les sources les plus courantes d'erreurs sont les problèmes de conceptualisation et l'incertitude concernant les données.

Les méthodes numériques donnent généralement des solutions approximatives de l'équation de base. Il y a beaucoup de sources possibles d'erreurs numériques dans la solution. Si le modélisateur est conscient de la source et de la nature de ces erreurs, il peut les contrôler et interpréter les résultats en connaissance de cause. Lors de la résolution des problèmes de transport dominés par le phénomène d'advection, pour lesquels un front relativement net (ou fort gradient de concentration) se déplace à travers un système, il est numériquement difficile de conserver la netteté du front. Si la largeur du front est plus petite que l'espacement des nœuds, alors il est fondamentalement impossible de calculer les valeurs correctes de concentration dans la zone du front. Cependant, même dans les situations où le front est moins net, la technique de la solution numérique peut aboutir à un flux dispersif plus grand que celui qui serait dû au seul phénomène de dispersion ou serait donné par la solution exacte de l'équation de base. Cette partie de la dispersion calculée introduite uniquement par la résolution numérique de l'algorithme est appelée dispersion numérique, comme cela est illustré sur la figure (II.1). Comme l'interprétation hydrologique des données isotopiques est sensible aux phénomènes de mélange dans un aquifère, le mélange numérique (ou dispersion) peut avoir les mêmes effets sur l'interprétation des valeurs isotopiques calculées par le modèle. C'est pourquoi il faut s'appliquer à évaluer et minimiser de telles erreurs numériques qui ajoutent artificiellement du mélange "numérique" en plus du mélange calculé dû aux processus physiques et chimiques.

La figure II.1 montre des courbes de restitution calculées pour un cas hypothétique d'écoulement et de transport uniforme vers la droite, à un certain temps et à une certaine distance après l'injection en amont du cours d'eau, d'un traceur de concentration relative de 1.0. La courbe A représente la courbe de restitution et la position d'un front net pour un cas sans dispersion (écoulement de chasse). La courbe B représente une solution analytique exacte pour une dispersivité non nulle. La courbe C représente la courbe breakthrough calculée en utilisant une méthode numérique qui prend en compte la dispersion numérique.

La dispersion numérique peut être contrôlée en réduisant l'espacement des mailles (Δx et Δy). Cependant, une réduction jusqu'à un niveau tolérable nécessitera peut être, suivant les cas, un nombre trop important de mailles pour un secteur particulier à simuler et risque d'engendrer des coûts de calculs trop élevés [Peaceman, 1977]. On peut aussi la contrôler avec les méthodes en éléments finis en utilisant des fonctions de base d'ordre plus grand ou en ajustant la formulation des équations de différence

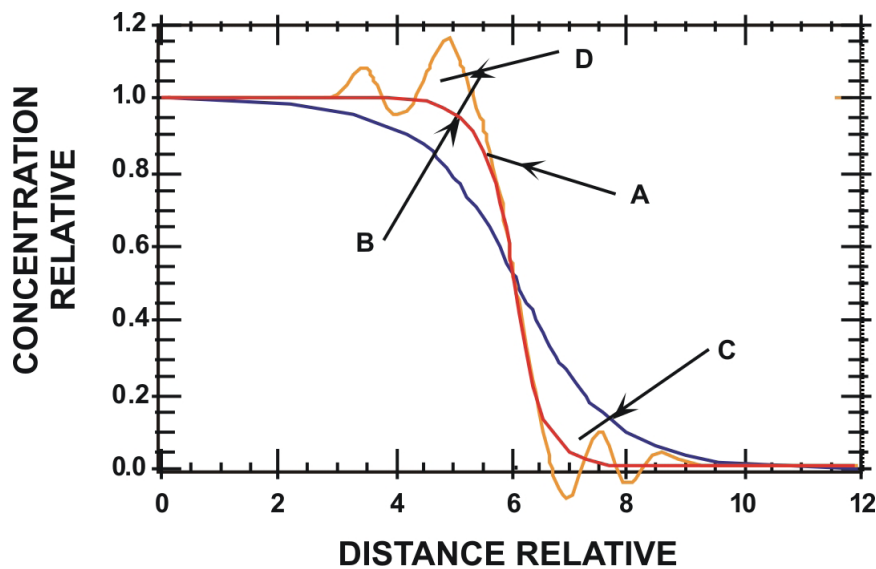


Fig.II.1. Courbes de restitution représentative

Dans le cas d'un problème simple d'écoulement et de transport pour illustrer les types d'erreurs numériques pouvant apparaître dans les solutions numériques de l'équation de transport: (A) flux de chasse sans dispersion, (B) solution "exacte" pour un transport avec dispersion, (C) solution numérique pour le cas B qui montre les effets de la dispersion numérique, et (D) solution numérique pour le cas B montrant un comportement oscillatoire. [Konikow, 1996]

En utilisant plusieurs combinaisons amont, aval, centré dans le temps et/ou dans l'espace, ou en utilisant différentes fonctions pondérées.

Malheureusement, la plupart des approches qui éliminent ou minimisent la dispersion numérique introduisent un comportement oscillatoire, entraînant sur la courbe une dérive vers le haut, en arrière du front de déplacement et une dérive vers le bas, à l'avant du front (voir courbe D sur la Fig.II.1, et vice versa).

La dérive vers le bas peut être due au calcul de concentrations négatives, ce qui est évidemment irréaliste. Cependant, la dérive vers le haut peut introduire des erreurs d'égale importance qui resteront indétectées parce que la valeur est de signe positif (bien qu'elle soit plus élevée que la concentration source, ce qui est encore irréaliste). Les oscillations s'amortissent souvent avec le temps et n'introduisent généralement pas d'erreurs dans le bilan de masse. Cependant, dans certains cas, le comportement oscillatoire peut devenir illimité, et entraîne une solution instable ou un échec de la convergence numérique.

Lors de la résolution de l'équation de transport advectif-dispersif, quelques erreurs numériques (principalement des oscillations) peuvent être liées à deux groupes de paramètres sans dimension (ou nombres). L'un est le nombre de Peclet (Pe), qui peut être défini par $Pe = \Delta l / \alpha$, où Δl est l'espacement caractéristique des nœuds (bien que l'on doive signaler qu'il existe plusieurs façons, essentiellement équivalentes, de définir (Pe)). [Anderson et Woessner, 1992] recommandent que le maillage soit conçu de sorte que $\Delta l < 4\alpha$ (soit $Pe < 4$), alors que [Ségol, 1994] recommande comme critère $Pe \leq 2$ [Anderson et Woessner, 1992; Ségol, 1994].

De façon similaire, la discrétisation du temps peut être liée au nombre de Courant, Co , qui peut être défini comme $Co = V\Delta t / \Delta l$ [Anderson et Woessner, 1992], ils recommandent également que le pas de temps soit déterminé de telle sorte que $\Delta t < \Delta l / V$ (soit $Co < 1.0$), ce qui revient à considérer que le déplacement de soluté par convection, se fait pour un incrément de temps, dans un la limite d'une cellule ou d'un élément. Les déviations des courbes C et D par rapport à la solution exacte peuvent être importantes à certains endroits, même si de telles erreurs ont tendance à être faibles au centre d'un front (concentration relative de 0.5). Lors de la résolution de l'équation de transport, les méthodes numériques classiques montrent les erreurs numériques les plus fortes là où les concentrations relatives (ou sans dimensions) (C/C_{max}) sont les plus faibles.

[Dougherty et Bagtzoglou,1993] montrent que le rapport erreur / valeur du signal (ou bruit de fond/signal) peut devenir très grand (>0.1) lorsque les concentrations relatives sont inférieures à 0.01. En ce qui concerne les analyses isotopiques sur les systèmes hydrogéologiques, les échantillons des zones étudiées ont souvent des concentrations inférieures à 0.01 de la concentration source, c'est pourquoi la prudence est de rigueur.

Dans les modèles de transport l'orientation du maillage peut également avoir un effet; ainsi, la distribution du soluté, calculée à partir des mêmes propriétés et conditions aux limites va varier suivant l'angle de l'écoulement par rapport au maillage. Ce phénomène est fortement lié aux termes de produits croisés dans l'équation de base, et même s'il n'est généralement pas une source d'erreur importante, les utilisateurs du modèle doivent en avoir connaissance.

7. Modélisation des transferts

La description des composantes de l'hydro-système à étudier doit se faire à l'aide de modèles mathématiques qui expriment, au minimum, les principes physiques de conservation de masse et de conservation d'énergie, mais ceci avec différents degrés de détail selon les modèles. Plus précisément, les modèles varient en complexité, depuis les modèles « globaux » qui considèrent seulement des bilans globaux, aux modèles mécanistes et spatialement distribués, qui décrivent le comportement du système à l'aide d'Equations aux Dérivés Partielles (EDP) résolues à l'aide de méthodes qui sont numériques dans les cas les plus réalistes.

En résumé, on pourrait distinguer essentiellement deux types de modèles :

- Modèles mécanistes et distribués (EDP) ;
- Modèles « globaux », par exemple modèles réservoirs ou modèles de bilan (non distribués en espace) et s'appuyant sur des modèles phénoménologiques empiriques.

Cependant, cette ligne de séparation entre modèles distribués ou non, mécanistes ou non, est relativement floue et subjective, d'autant plus qu'actuellement, il devient possible de coupler de façon « hétérogène » ces différents types de modèles. Dans ce travail, nous privilégions l'approche distribuée (comme indiqué plus loin).

8. Hétérogénéité, milieux aléatoires, et géostatistique

En plus de l'interaction inter-composant, plusieurs échelles d'hétérogénéité existent dans chacun de ces systèmes (intra-composants). Les milieux souterrains sont fortement hétérogènes, et incertains, parce qu'il est impossible de mesurer de façon déterministe leurs caractéristiques [Gelhar, 1993]. L'évaluation des caractéristiques se fait à l'aide de méthodes statistiques appliquées à des mesures multi supports (ponctuelles par perméamétrie, linéaires par forage, surfaciques par analyse de faciès). Trois types de méthodes statistiques sont utilisés pour la construction de milieux ou de surfaces hétérogènes :

- Les méthodes géostatistiques d'interpolation, de Krigeage [Delhomme J.P, 1979] ;
- La génération conditionnelle de milieux aléatoires [Matheron, 1973 ; Tompson et al, 1989] ;
- La génération d'objets discrets aléatoires ou déterministes.

Les eaux de surface évoluent aussi dans des paysages fortement hétérogènes comprenant des 'objets' multiples (topographie, haies, parcelles, canaux, rivières, etc.). Une des informations nécessaires pour le couplage est la surface de séparation des composantes des écoulements (par exemple la topographie, le lit des rivières). La modélisation numérique de la topographie – hors réseaux hydrographiques – est facilitée par l'abondance de données mises à disposition (mesures topographiques, télédétections) et par les méthodes géostatistiques (interpolation statistique, krigeage) très adaptées à ce type de données.

Il n'en est pas de même pour les lits des rivières, qui sont essentiellement des « singularités » topographiques (lignes de courbure). Celles-ci devraient nécessiter des mesures particulièrement.

9. Conclusion

En hydrogéologie, il existe de nombreux modèles génériques statistiques, basés sur des méthodes numériques et des modèles conceptuels variés. Le choix d'une méthode numérique ou d'un modèle générique pour un problème de terrain particulier, dépend de plusieurs facteurs, dont la précision est un facteur qui est principalement lié à la nature du problème considéré, à la disponibilité des données, et à l'étendue des investigations.

La facilité d'utilisation d'une méthode va en partie dépendre des compétences mathématiques du modélisateur.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter la méthode de simulation numérique de Monté Carlo.

Chapitre III

Méthode de calcul numérique de Monté Carlo

1. Introduction

La méthode de simulation de Monte Carlo peut être vue comme une méthode d'approximation, même s'il s'agit d'approximations au sens statistique du terme. Il n'y a pas un consensus absolu sur une définition précise de ce qu'est une technique de type Monte Carlo, mais la description la plus habituelle consiste à dire que les méthodes de ce type se caractérisent par l'utilisation du hasard pour résoudre des problèmes centrés sur un calcul. Elles sont en général applicables à des problèmes de type numérique, ou bien à des problèmes de nature elle-même probabiliste.

Du point de vue des applications, ces méthodes sont aujourd'hui indispensables dans des domaines aussi variés et différents que la finance, la mise au point de nouveaux microcomposants électroniques, la sismologie, les télécommunications, en ingénierie ou en physique, mais aussi en biologie, en sciences sociales, etc. Par exemple, en chimie, en physique, ou même en biologie, de nombreux problèmes exigent l'analyse des propriétés dynamiques d'un nombre tellement grand d'objets (particules atomiques, atomes, molécules ou macromolécules), que ceci ne peut se faire que par des techniques de type Monte Carlo.

La résolution de nombreux problèmes scientifiques nécessite de calculer des sommes, des intégrales, ou encore de résoudre des équations ou des problèmes d'optimisation. Les techniques de calcul direct, encore appelées techniques analytiques, sont très vite dépassées par la complexité des modèles, elles nécessitent souvent des hypothèses trop fortes, de sorte qu'on ne peut pas les appliquer, ou alors, comme dans le cas de calcul de sommes, le nombre d'opérations requises peut être trop important pour être réalisé en un temps raisonnable. On doit alors nécessairement faire appel à des méthodes d'approximation. Cependant, celles-ci requièrent également des hypothèses fortes, bien que moins fortes que pour les méthodes analytiques. De plus, ces méthodes s'avèrent rapidement inefficaces dès que la dimension mathématique du problème augmente. [Rubino G et Tuffin B, 2007]

2. L'objet d'étude principal de la méthode Monte Carlo

L'objet d'étude principal de la méthode Monte Carlo est les phénomènes stochastiques. Ceci n'exclut pas qu'on s'intéresse à d'autres phénomènes, la grande souplesse de la méthode Monte Carlo permettant parfois d'obtenir des conclusions à propos d'un phénomène très complexe, conclusions qui seraient inabordables par une approche classique. Dans l'un et l'autre cas, l'étude du phénomène se fait par la mesure de ses manifestations ou par la mesure du comportement du modèle associé. Même s'il présente des aspects aléatoires, « fortuits », il reste qu'on peut tenter de décrire le phénomène en question, d'établir des régularités, de fixer certaines caractéristiques à travers les mesures prises. Pour la plupart des phénomènes qui sont objet d'étude en sciences pures ou appliquées, en biologie, en administration, en économie ou en sciences humaines, leur complexité commande que l'on s'intéresse à plusieurs mesures à la fois, à plusieurs aspects conjoints; dans d'autres cas, un seul aspect, une seule mesure peut suffire. C'est cette mesure (unique ou multiple) d'un phénomène ou d'un modèle stochastique qu'on désigne sous le nom de « variable aléatoire »: c'est une quantité susceptible de présenter des valeurs différentes, et elle est « aléatoire » en ce sens qu'elle redonne les mesures présumant changeantes d'un aspect d'un phénomène stochastique. [Laurencelle L, 2001]

Pour étudier le comportement en échantillon fini des statistiques de test, on utilise des méthodes de simulations stochastiques, en mettant à profit la grande capacité de calcul des ordinateurs. Les Méthodes de Monte Carlo sont certainement les techniques de simulations les plus répandues et, ce sont celles que nous utiliserons pour étudier les performances numériques des différents tests. [Barbe P et Bertail P, 1995]

3. Temps machine et mémoire limités

En raison des limites sur la vitesse d'ordinateur il y a quelques problèmes qui sont en soi non adaptés à la simulation sur ordinateur. Une simulation a besoin de temps processeur de quelque machine soit disponible est simplement impraticable. De même un calcul qui exige la mémoire qui dépasse de loin ce qui est disponible peut être effectué seulement en utilisant les techniques de programmation très sophistiquées qui ralentissent des vitesses courantes et considérablement augmenter la probabilité des erreurs. Il est donc important que l'utilisateur considère d'abord les conditions de la mémoire et du temps processeur avant l'embarquement sur un projet pour s'assurer s'il y a une possibilité réaliste d'obtenir les

ressources pour simuler un problème correctement. Naturellement, avec les avances rapides fait par l'industrie d'ordinateurs, il peut être nécessaire d'attendre seulement quelques années des installations informatiques pour rattraper aux besoins.

Parfois la traçabilité d'un problème peut exiger l'invention d'un nouvel algorithme de simulation, plus efficace. Naturellement, développer des nouvelles stratégies pour surmonter de telles difficultés constitue une zone passionnante de recherche par lui-même.

4. Erreurs statistiques et autres

Supposant que le projet peut être fait, ils restent des sources possibles d'erreur qui doivent être considérées. Ces difficultés surgiront dans beaucoup de différentes situations avec différents algorithmes ainsi nous souhaitons les mentionner brièvement à ce moment sans référence à n'importe quel élan particulier de simulation. Tous les ordinateurs fonctionnent avec la longueur de mot limitée et par conséquent la précision limitée pour des valeurs numériques de variable. La troncation et les erreurs approximatives peuvent dans certains cas mener aux problèmes graves. En outre il y a des erreurs statistiques qui surgissent comme dispositif inhérent de l'algorithme de simulation dû au nombre fini de membres dans l'échantillon statistique produit. Ces erreurs doivent être estimées et est-ce qu'alors décision d'une politique doit être prise, c.-à-d. plus de temps processeur est employé pour réduire les erreurs statistiques ou devrait le temps processeur disponible être utilisée pour étudier les propriétés du système dans d'autres conditions. Pour finir il peut y avoir des erreurs systématiques. En ce texte nous ne nous concernerons pas par dépister des erreurs dans la programmation par ordinateur - bien que le praticien doit faire un effort spécial d'éliminer des telles erreurs ! - mais avec des problèmes plus fondamentaux. Un algorithme peut pour traiter un détail correctement, par exemple en raison du nombre fini de particules qui sont simulées, etc.

5. Concept fondamental

Supposer que nous avons l'information de l'essai N , et supposer que nous mettons tous les résultats de test de N dans un sac suivant les indications de la figure (III.1). Supposer maintenant que nous avons besoin d'un échantillon de résultats de test n . Au lieu de faire les essais supplémentaires de n , nous pourrions aléatoirement choisir n des résultats de test de N à

partir du sac. Sur le figure (III.1), cette technique d'échantillonnage désigné sous le nom de la technique spéciale.

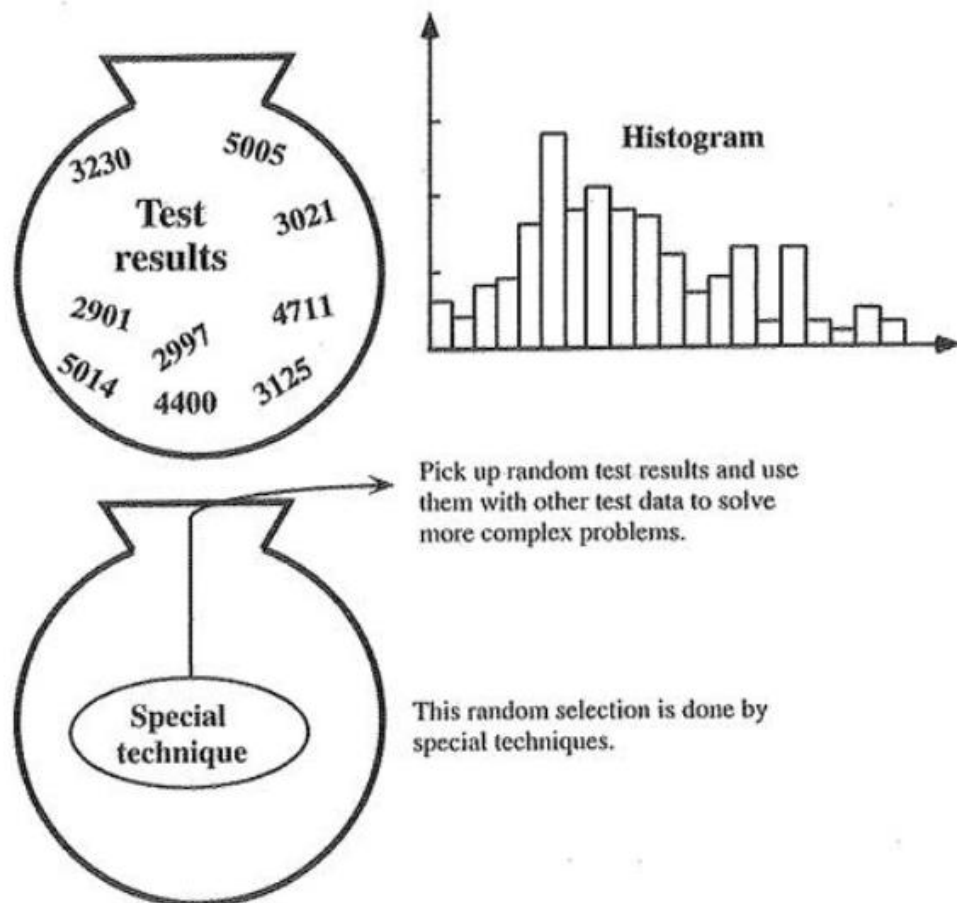


Figure III.1 : Schéma de la méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo est une technique spéciale que nous pouvons employer pour produire des résultats numériquement sans faire réellement aucun test physique. Nous pouvons employer des résultats d'essai précédent (ou de toute autre information) pour établir l'information de distribution de probabilité pour produire des échantillons de données numériques. [Rubino G et Tuffin B, 2007]

La méthode de Monte Carlo est souvent appliquée dans trois situations :

- a. Elle est employée pour résoudre les problèmes complexes pour lesquels les solutions sont non possibles ou extrêmement difficile. Par exemple, des problèmes probabilistes concernant les modèles d'élément fini non linéaires compliqués peuvent être résolus par la

simulation de Monte Carlo à condition que la puissance de calcul nécessaire soit disponible et l'information requière d'entrée est savent.

- b. Qu'elle résolvait les problèmes complexes dont peut être résolu (au moins approximativement) si beaucoup de suppositions de simplification sont faites. En utilisant la simulation de Monte Carlo, le problème initial peut être étudié sans ces suppositions, et des résultats plus réalistes peuvent être obtenus
- c. Elle est employée pour contrôler les résultats d'autres techniques de solution.

6. Génération des nombres aléatoires uniformément distribués

La base de toutes les procédures de simulation de Monte Carlo est la génération des nombres aléatoires qui sont uniformément distribution entre 0 et 1.

Les Tableaux des nombres aléatoirement produits sont variables de même que les sous broutines d'ordinateur, et beaucoup de programmes mathématiques populaires ont de telles sousbroutines établies dans le tableau (III.1) est un exemple d'une table des variables aléatoires uniformes qui a été produite par un tableau électronique standard.

Une fois que nous avons une certaine réalisation u de U à nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1, nous pouvons produire des réalisations x de X à nombre aléatoire uniformément distribué entre deux valeurs quelconques a et b ($a < x < b$) donné par la formule suivante :

$$x = a + (b - a)u \quad (\text{III.1})$$

Nous pouvons également produire des valeurs simples i pour un nombre entier aléatoire uniformément distribué I entre deux valeurs entières a et b (valeurs y compris a et b) en utilisant la formule suivante :

$$i = a + \text{TRUNC} [(b - a + 1)u] \quad (\text{III.2})$$

TRUNC est une fonction qui tronque son argument (enlève les retours fractionnaires de partie la pièce de nombre entier du vrai nombre)

0.050203	0.269082	0.442000	0.390912	0.084078	0.597430	0.249519	0.892361
0.619129	0.472640	0.833705	0.876064	0.821741	0.149907	0.653035	0.908841
0.872402	0.422864	0.412275	0.462844	0.444990	0.774895	0.345225	0.834681
0.376568	0.467299	0.145451	0.926969	0.337626	0.648000	0.323649	0.656117
0.139927	0.415784	0.849178	0.307840	0.059633	0.498886	0.433912	0.320231
0.318491	0.523667	0.598193	0.005036	0.132786	0.892575	0.835353	0.666829
0.987671	0.243629	0.561388	0.414869	0.378796	0.301706	0.328349	0.937925
0.033265	0.741569	0.169408	0.118229	0.195227	0.515915	0.575213	0.709037
0.234626	0.408673	0.967040	0.398450	0.730552	0.411115	0.703421	0.591021
0.623157	0.021790	0.864834	0.319895	0.726890	0.023835	0.073214	0.012818
0.957884	0.547472	0.332286	0.970153	0.762535	0.055788	0.118198	0.082675
0.518906	0.749779	0.849239	0.173711	0.586932	0.554094	0.767510	0.751549
0.442305	0.681600	0.834803	0.406201	0.803613	0.162908	0.224067	0.956908
0.445845	0.140538	0.885769	0.760491	0.132450	0.866573	0.869015	0.663656
0.834284	0.888607	0.359783	0.297708	0.564196	0.141392	0.706259	0.199316
0.811213	0.105136	0.607227	0.119755	0.449202	0.731407	0.930631	0.250893
0.935728	0.067202	0.705435	0.150792	0.448347	0.502579	0.392346	0.740989
0.450423	0.864772	0.841975	0.671010	0.403912	0.711509	0.072970	0.974548
0.579058	0.363628	0.781091	0.455458	0.431471	0.579272	0.923032	0.748009
0.662648	0.863948	0.491226	0.011902	0.905759	0.806421	0.929014	0.749077
0.039918	0.858242	0.557054	0.278726	0.593005	0.191778	0.047029	0.050478
0.414075	0.432234	0.934263	0.173040	0.358684	0.660817	0.372265	0.925138
0.103214	0.412091	0.087985	0.395398	0.606067	0.401349	0.596393	0.385754
0.112308	0.749199	0.242988	0.543260	0.649922	0.168065	0.111393	0.986175
0.821833	0.260933	0.012574	0.562700	0.402142	0.109256	0.144383	0.030641

Tableau III.1 : Valeurs simulées de la variable aléatoire uniformément distribuée (valeurs entre 0 et 1)

Avant de laisser le sujet de produire des variables aléatoires uniformes, deux commentaires sont en règle. D'abord, plus (sinon tous) à nombre aléatoire les générateurs exigent de l'utilisateur d'entrer une valeur de graine. Ce nombre est un nombre entier qui est employé par le sous-programme pour commencer la simulation algorithm.by choisir une graine différente, vous peut produire d'un ensemble différent de nombres uniformément distribués. Généralement si vous utilisez la même graine maintes et maintes fois, vous produirez du même ensemble de nombres aléatoires maintes et maintes fois uniformément distribués. En second lieu, les générateurs intégrés trouvés dans beaucoup de progiciels devraient être utilisés avec prudence. Quelques algorithmes de génération à nombre aléatoire fonctionnent mieux que d'autres.

7. Génération des nombres aléatoires normaux standards

Les distributions de probabilité normale jouent un rôle si important dans l'analyse de fiabilité structurale, la capacité pour simuler des variables aléatoires normalement distribuées

est importante. Pour commencer, considérons une distribution normale standard. Pour produire un ensemble de nombres aléatoires normaux standard z_1, z_2, \dots, z_n les premiers besoins de produire un ensemble correspondant de variables aléatoires uniformément distribuées u_1, u_2, \dots, u_n , entre 0 et 1. Alors pour chaque u , nous pouvons produire une valeur z par :

$$z_i = \Phi^{-1}(u_i) \quad (\text{III.3})$$

Où Φ^{-1} est l'inverse de la fonction de répartition cumulative

8. Génération des nombres aléatoires normaux

Dans la section précédente, nous avons discuté comment produire des valeurs d'échantillon d'une variable aléatoire normalement distribuée suivant une norme de distribution normale. Supposer que nous avons une variable aléatoire normalement distribuée X avec une moyenne u_x et l'écart type σ_x . La principale relation entre X et la variable aléatoire normale standard Z est :

$$X = u_x + Z\sigma_x \quad (\text{III.4})$$

La valeur correspondante de x_i peut être calculé par :

$$x_i = u_x + z_i\sigma_x \quad (\text{III.5})$$

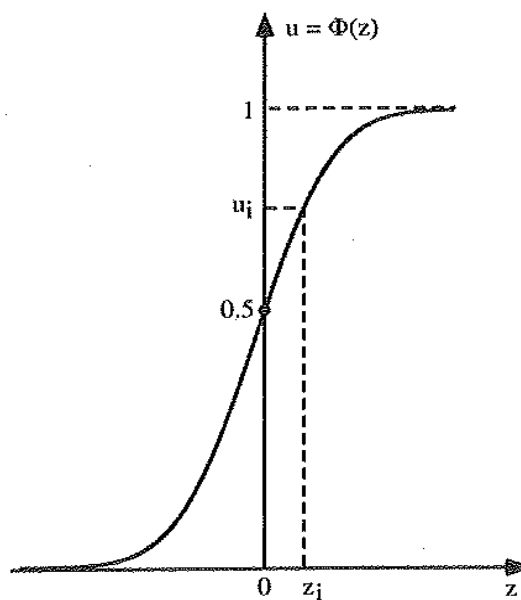


Figure III.2. Génération des variables aléatoires normaux standards

9. Génération des nombres aléatoires log-normaux

Soit X une variable aléatoire log-normale avec moyen u_x et l'écart type σ_x . Pour produire une valeur u_i d'échantillon d'un à nombre aléatoire uniformément distribué tels que $0 < u_i < 1$. Alors, une valeur z d'échantillon d'une distribution normale standard est calculée par l'équation (III.3). En conclusion, en utilisant le rapport entre la variable normale et log-normale, nous obtenons x par :

$$x_i = \exp\left[\ln u_x + z_i \sigma_{\ln X}\right] \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Ou : } \sigma_{\ln X}^2 = \ln(V_x^2 + 1) \quad (\text{III.7})$$

$$\approx V_x^2 \quad (\text{pour } V_x < 0.2)$$

$$u_{\ln X} = \ln(u_x) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2 \quad (\text{III.8})$$

$$\approx \ln(u_x) \quad (\text{pour } V_x < 0.2)$$

10. Procédure générale pour produire des nombres aléatoires d'une distribution arbitraire

Dans la section précédente, nous avons considéré la génération des valeurs d'échantillon des variables aléatoires pour une partie de la distribution la plus commune utilisée dans l'analyse de fiabilité structurale. On peut formuler un procédé général qui, s'applique théoriquement à n'importe quel type de fonction de répartition

Considérant une variable aléatoire X avec une distribution cumulative $F_X(x)$. Pour produire des valeurs d'échantillon X pour la variable aléatoire, les étapes suivantes peut être pris :

- a) produire une valeur u_i d'échantillon pour la variable aléatoire uniformément distribuée entre 0 et 1
- b) calculer une valeur x_i d'échantillon de la formule suivante :
- c)

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \quad (\text{III.10})$$

Ou $F_x^{-1}c$ est l'inverse de F_x

11. Nombre de simulations requises

La simulation de Monte Carlo implique l'échantillonnage aléatoirement pour simuler artificiellement un grand nombre d'expériences et d'observer les résultats, par exemple le cas d'analyse de fiabilité des structures, chaque valeur simulée aléatoirement X donne une valeur d'expérience x , si la fonction limite $G(x) \leq 0$, « qu'on peut l'utiliser pour définir l'état de la fiabilité pour la variable aléatoire x », on est dans l'état de succès, par contre, si $G(x) \geq 0$, on est dans l'état d'échec. [Rubino G et Tuffin B, 2007]

$$\bar{P} = \frac{n}{N} \quad (\text{III.11})$$

Où N est le nombre de simulations et n est le nombre de fois (hors des simulations de N) qu'un critère particulier a été réalisé. Par exemple, des simulations du type 100 sont conduites pour voir combien de fois $Y < 0$. Ainsi $n=5$ et $N=100$, ainsi notre évaluation de la probabilité $P(Y < 0)$ est $5/100=0.05$. Supposons maintenant que des simulations complètement nouvelles sont faites avec $N=100$. Cette fois nous obtenons $n=7$ et notre prévision de $P(Y < 0)$ est $7/100=0.07$ que le point est que la probabilité prévue \bar{P} est une « évaluation d'échantillon ». Donc, la probabilité prévue elle-même peut être traitée en tant qu'une variable aléatoire avec son propre écart type et moyen, et coefficient de variation.

Soit P_{true} être la probabilité théoriquement correcte que nous essayons d'estimer en calculant le \bar{P} . Il peut afficher (par exemple, Soong et Grigoriu, 1993) la valeur prévue, la variance, et coefficient de la variation de la probabilité prévue \bar{P} sont comme suit :

$$E[\bar{P}] = P_{true}; \quad \sigma_{\bar{P}}^2 = \frac{1}{N} [P_{true} (1 - P_{true})]; \quad V_{\bar{P}} = \sqrt{\frac{(1-P_{true})}{N(P_{true})}} \quad (\text{III.12})$$

En se basant sur le théorème de central limite est appliqué l'intervalle de confiance peut être donné par :

$$P(-k\sigma < \bar{P} - P_{true} < +k\sigma) = c \quad (\text{III.13})$$

Donc pour l'intervalle de confiance $C=95\%$, $k=1.96$:

$$P_{true} - k\sigma < \bar{P} < P_{true} + k\sigma = c \quad (III.14)$$

[Broding et al, 1946], suggère que le nombre de simulation nécessaire est plus de 3000 simulations, d'autre suggère que le nombre de simulation est de l'ordre de 10000 -20000 pour approximativement un intervalle de confiance de 95%. Les règles ci-dessus souvent utiliser, n'indiquent pas l'analyse beaucoup au sujet de l'exactitude dans n'importe quelle analyse particulière de Monte Carlo, un outil utile a cette fin est tracer les valeurs de l'estimateur de P_{true} et de l'estimateur sur leur écart type.

La fonction limite $G(x)$ est choisie de telle façon, que les valeurs des réponses sont dans l'intervalle $u_x \pm \sigma_x$

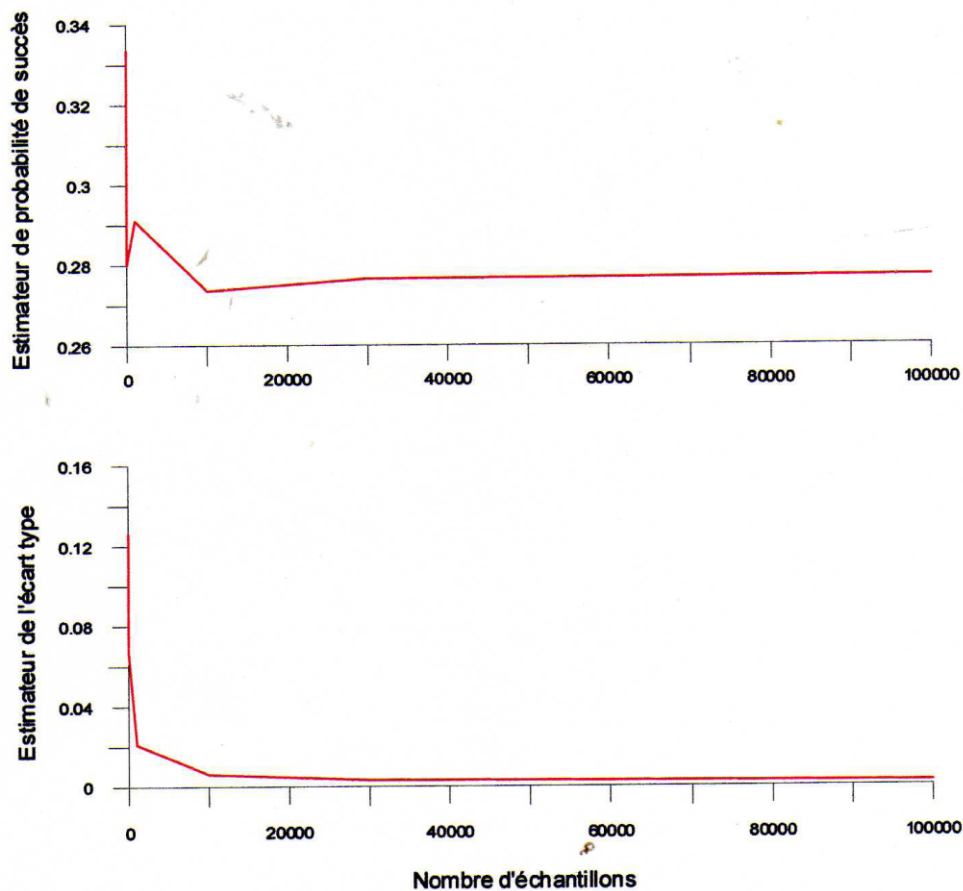


Figure III.3. Convergence de l'estimateur de probabilité de succès de Monte Carlo (MC) en fonction du nombre d'échantillon N pour une loi log normale

Typiquement de telles graphes, montrent que ces mesures sont réduits à mesure que le nombre d'échantillons est augmenté et qu'un degré de stabilité est atteint à un nombre suffisamment élevé d'échantillons. Le taux de convergence et leur stabilité dépendent de la qualité du générateur de nombre aléatoire étant employé. [Li H, et G. S. Maddala, 1996]

12. Simulation des variables aléatoires normales corrélées

Dans la section de précédant, nous avons découvert la simulation des variables aléatoires, et on l'a implicitement supposé que les variables étaient non-corrélatives. Dans la pratique, les variables peuvent être corrélées, ainsi notre procédé de simulation doit pouvoir simuler la corrélation. Une technique de transformation pour simuler des variables aléatoires normales corrélées est couverte dans cette section. Bien qu'elle soit strictement valide pour des variables aléatoires normales seulement, elle peut être utilisée pour d'autres types de variables aléatoires comme approximation.

Soit X_1, X_2, \dots, X_n des variables aléatoires normales corrélées. Les valeurs moyennes et la matrice de covariance sont indiquées par

$$\{u_x\} = \{u_{x1}, u_{x1}, \dots, u_{xn}\} \quad (\text{III.15})$$

$$[C_X] = \begin{bmatrix} \text{Cov}(X_1, X_1) & \text{Cov}(X_1, X_1) & \dots & \dots & \text{Cov}(X_1, X_1) \\ \text{Cov}(X_1, X_1) & \text{Cov}(X_1, X_1) & & & \text{Cov}(X_1, X_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_1, X_1) & \text{Cov}(X_1, X_1) & \dots & \dots & \text{Cov}(X_1, X_1) \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

La génération des nombres aléatoires corrélé pour X_1, X_2, \dots, X_n , il est nécessaire tout d'abord la génération d'un ensemble de nombres aléatoires non-corrélés Y_1, Y_2, \dots, Y_n donné par les techniques discuté plus tôt. Puis X_1, X_2, \dots, X_n sont calculés par la transformation variable

$$\{X\} = [T]\{Y\} \quad (\text{III.17})$$

Où $[T]$ est la matrice de transformation. Pour appliquer cet élan, nous devons déterminer la matrice $[T]$ aussi bien que les valeurs de moyen et de variance pour la variable non-corrélative de Y_i . Pour faire ceci, nous devons employer quelques concepts d'algèbre linéaire.

Soit $[A]$ une matrice $n \times n$ qui est symétrique. Une matrice diagonale $[D]$ et une matrice carrée $[T]$ peuvent être trouvées telles que les rapports suivants se tiennent :

$$[D] = [T]^T [A] [T] \quad (\text{III.18})$$

$$[A] = [T] [D] [T]^T \quad (\text{III.19})$$

L'exposant T dénote transposé. La matrice $[T]$ contient les vecteurs propres orthogonaux correspondant aux valeurs propres de la matrice $[A]$. La matrice diagonale $[D]$ contient les valeurs propres de $[A]$.

Dans le contexte actuel de simulation des variables aléatoires, la matrice $[A]$ est la matrice de covariance $[C_X]$ de l'original, les variables corrélées $\{X\}$. La matrice $[T]$ se compose des vecteurs propres orthonormaux correspondant aux valeurs propres de la matrice $[C_X]$. Ainsi $[T]$ contient le vecteur propre orthonormal correspondant à la première valeur propre, la deuxième contient le vecteur propre correspondant à la deuxième valeur propre, et ainsi de suite. La matrice $[T]$ est une matrice orthogonale, signifiant que son inverse est égale à son transposé. La matrice diagonale $[D]$ correspond à la matrice de covariance $[C_Y]$ des variables incorrélées $\{Y\}$. Avec ces changements de notation les équations (III.18) et de (III.19) devient :

$$[C_Y] = [T]^T [C_X] [T] = \begin{bmatrix} \sigma_{Y1}^2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{Y2}^2 & & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \sigma_{Yn}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

$$[C_X] = [T] [C_Y] [T]^T \quad (\text{III.21})$$

Les éléments diagonaux de la $[C_Y]$ contiennent les variances des variables non-corrélatives requises pour faire la simulation. Les valeurs moyennes des variables de Y peuvent être obtenues par :

$$\{u_Y\} = [T]^T \{u_X\} \quad (\text{III.22})$$

Une fois que des valeurs simulées de $\{Y\}$ sont obtenues, l'équation (III.17) peuvent être employés pour obtenir des valeurs simulées de $\{X\}$

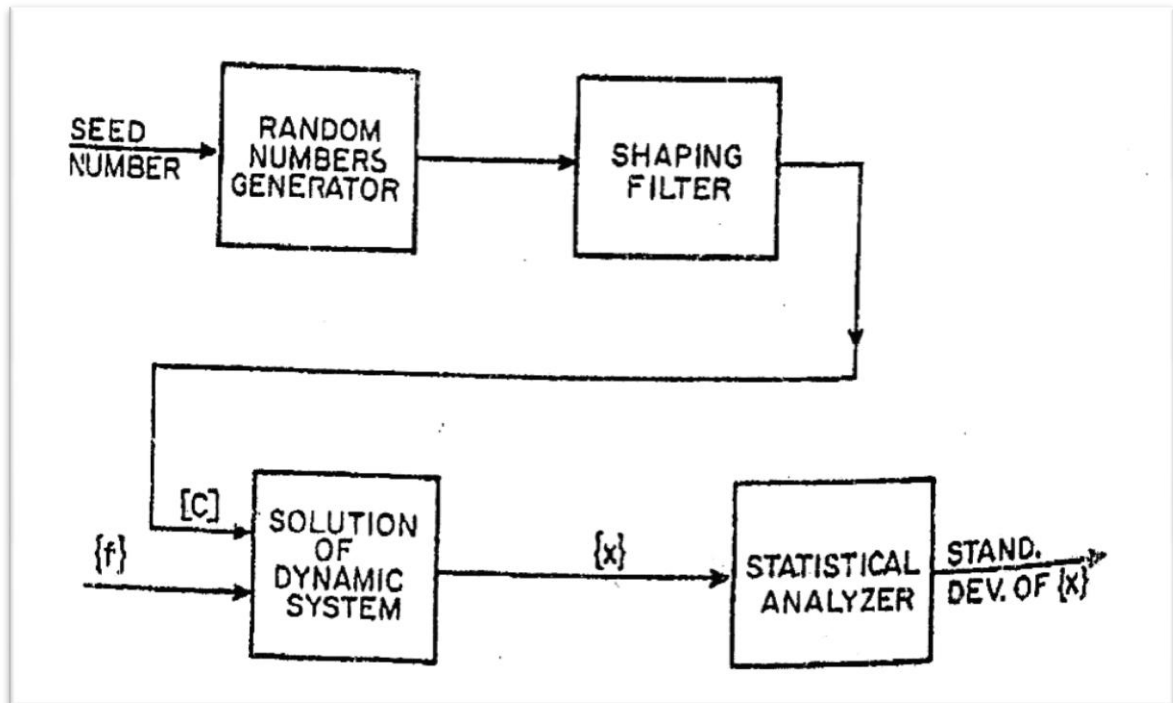


Figure III.4. Schéma fonctionnel pour la simulation sur ordinateur

13. Méthodologie d'exécution

La Simulation de Monte Carlo est une méthode habituelle pour l'évaluation d'un modèle déterministe utilisant un ensemble de nombres aléatoires comme intrants. Cette méthode est souvent utilisée lorsque le modèle est complexe, non linéaire, ou implique quelques paramètres incertains. Elle peut généralement faire intervenir plus de 10000 évaluations du modèle, tâche qui dans le passé était seulement pratique en utilisant super calculateurs.

Les étapes à suivre sont les suivants :

1. Créer un modèle paramétrique $y = f(x_1, x_2, \dots, x_q)$;
2. Générer un ensemble de données aléatoires $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iq}$;
3. Évaluer le modèle y ;
4. Répéter l'expérience n fois ;
5. Analyser les résultats à l'aide des histogrammes.

14. Conclusion

La méthode de Monte Carlo est simple à mettre en œuvre à l'aide de nombreux logiciels, qui possèdent des fonctions de génération de nombres aléatoires des lois quelconques.

Si le calcul des tendances centrales d'une distribution par analyse de sensibilité ne nécessite qu'un petit nombre de réalisations, en revanche la recherche de valeurs fiables de probabilité est extrêmement coûteuse.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude des propriétés hydrodynamiques des écoulements et leurs différentes approches statistiques.

Chapitre IV

Propriété hydrodynamique et approche statistique des écoulements

1. Introduction

En milieux hydrogéologiques, les propriétés physiques et hydrodynamiques des matériaux sont variables, ces variations sont généralement régies par des lois de probabilité, vu le caractère aléatoire des paramètres de l'écoulement. A cet effet, nous traitons dans ce chapitre, les propriétés physiques des écoulements souterrains ainsi que leurs approches statistiques correspondantes.

2. Expérience de Darcy

En 1856, dans le cadre d'une étude sur l'alimentation en eau potable de la ville de Dijon (France), Henry Darcy réalise une expérience sur le débit de l'eau s'écoulant à travers une colonne de sable, cette première expérience scientifique constitue la naissance de l'hydrogéologie quantitative. Utilisant une colonne de 3,5 m de hauteur et de 0,35 m de diamètre, ouvert à son extrémité inférieure et remplie de sable de grossier (figure IV.1).

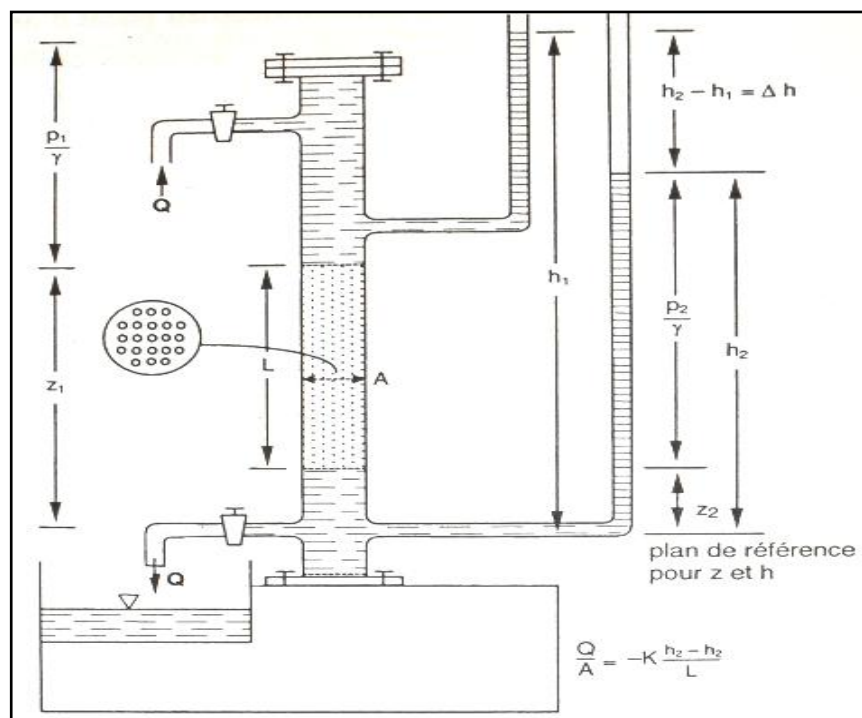


Figure IV.1 : Appareil de Darcy destiné à déterminer les paramètres de l'écoulement de l'eau à travers une colonne de sable

Darcy remarqua que le débit d'écoulement de l'eau dans la colonne était proportionnel à la différence de pression entre l'entrée et la sortie de la colonne d'eau, H , et inversement proportionnel à la longueur de la colonne de sable, L , selon une relation de la forme :

$$Q = KA \frac{H}{L} \quad (\text{IV.1})$$

Où Q est le débit en sortie de la colonne, K un coefficient de proportionnalité et A la section de la colonne. Cette relation, appelée loi de Darcy.

3. Perméabilité, conductivité hydraulique et transmissivité

La conductivité hydraulique d'un matériau représente son aptitude à laisser circuler l'eau à travers lui. Cette conductivité hydraulique correspond au coefficient de proportionnalité, K , de la loi de Darcy (équation IV.1), son unité est celle d'une vitesse (LT^{-1}).

La conductivité hydraulique est une caractéristique du matériau. Cependant, ce n'est pas une propriété propre ou intrinsèque de celui-ci, puisqu'elle est aussi dépendante du fluide. Elle est en effet proportionnelle.

La perméabilité intrinsèque d'un matériau est une caractéristique propre de ce matériau représentant son aptitude à laisser circuler un fluide quelconque (l'eau par exemple) à travers lui son unité est celle d'une surface (L^2), ou plus physiquement celle d'un volume par unité de charge hydraulique (L^3L^{-1}).

Parfois la conductivité hydraulique est aussi appelée abusivement perméabilité ou coefficient de perméabilité. Cet usage, bien que très fréquent devrait être évité du fait du risque de confusion entre les deux coefficients, K et k , et entre leurs unités respectives.

La transmissivité d'un aquifère est le produit de la conductivité hydraulique du matériau aquifère par son épaisseur (équation IV.2). L'unité de la transmissivité est celle d'une surface par unité de temps (L^2T^{-1}), ou plus physiquement celle d'un débit par largeur unitaire d'aquifère ($\text{L}^2\text{T}^{-1}\text{L}^{-1}$).

$$T = K \cdot b \quad (\text{IV.2})$$

Où T est la transmissivité de l'aquifère, b son épaisseur et K la conductivité hydraulique du matériau le constituant. La transmissivité est plus communément déterminée en hydrogéologie, particulièrement dans le cas des essais de pompage.

4. Variabilité spatiale des propriétés des matériaux

Dans tous les milieux géologiques, les propriétés physiques et hydrodynamiques des matériaux varient de façon plus ou moins importante dans l'espace. Ainsi, même à l'intérieur d'un matériau géologique homogène, les différentes propriétés présentent une variation selon l'endroit de leur observation, selon la direction ou le plan de leur mesure et selon la dimension de l'échantillon physique sur lequel est réalisée cette mesure. L'importance de cette variation dépend de plusieurs phénomènes attribuables à différentes causes dont les principales sont l'hétérogénéité du matériau et l'anisotropie. [Olivier B , Lumony M, Bangoy, 1999]

5. Anisotropie et tenseur des paramètres

Les caractéristiques physiques et hydrodynamiques de l'espace tridimensionnel sont représentées par des paramètres unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels. Un volume est par exemple une grandeur tridimensionnelle alors qu'une vitesse est unidimensionnelle. Par ailleurs, certains paramètres sont adimensionnels, mais leur mesure est généralement dimensionnelle. Les valeurs des contenus en eau et des capacités au champ sont, par exemple, adimensionnelles (puisque ce sont des rapports de volume eau/ matériau), mais leur mesure elle-même tridimensionnelle (puisque c'est celle de volumes).

Dans l'espace tridimensionnel, il est nécessaire de préciser l'axe ou le plan pour lequel sont quantifiées les grandeurs unidimensionnelles ou bidimensionnelles, c'est-à-dire sur lequel sont effectuées leurs mesures. Par exemple, l'ouverture des pores, qui est un paramètre unidimensionnel (diamètre) ou bidimensionnel (section), n'est pas la même suivant le plan de mesure. De même, la conductivité hydraulique qui représente l'aptitude de matériau à laisser s'écouler l'eau, n'est pas nécessairement identique dans les trois directions de l'espace. Dans le cas de matériau constitué d'un empilement de feuillets ou d'une alternance de couches plus ou moins perméables, l'eau s'écoule plus facilement de façon parallèle aux feuillets ou dans les couches plus perméables, et le matériau présente alors une conductivité hydraulique plus élevée dans ce plan que perpendiculairement à celui-ci.

Un matériau isotrope lorsqu'il présente une propriété identique dans toutes les directions et anisotrope lorsque cette propriété est différente suivant les directions considérées. Bien entendu, un matériau peut être isotrope pour certaines propriétés et anisotrope pour d'autres. Par ailleurs, seules les propriétés dont les mesures sont unidimensionnelles ou bidimensionnelles peuvent présenter une anisotropie. En effet, les mesures tridimensionnelles sont identiques quelle que soit l'orientation du repère de référence.

Dans le cas d'une anisotropie, il est alors nécessaire de quantifier le paramètre dans toutes les directions de l'espace. Le paramètre n'est plus défini par une valeur unique, mais par un ensemble des valeurs représentatives du paramètre dans une direction ou dans un plan donné.

Un paramètre unidimensionnel (telle la conductivité hydraulique) est alors représenté sous la forme d'un tenseur du second ordre constitué d'une matrice carré à neuf coefficients. Ces neuf coefficients représentent les composantes selon les trois directions de l'espace de la conductivité hydraulique sur les trois plans orthogonaux à ces axes. Par exemple, le coefficient K_{XY} représente la composante selon l'axe y de la conductivité hydraulique dans le plan perpendiculaire à l'axe x. Un tel tenseur est généralement symétrique ($K_{XY} = K_{YX}$; $K_{XZ} = K_{ZX}$; $K_{YZ} = K_{ZY}$) et peut se réduire à trois composantes diagonales (K_{XX} , K_{YY} , K_{ZZ}) pour une orientation des axes conforme à l'écoulement

6. Hétérogénéité et volume élémentaire représentatif (VER)

Même pour le matériau géologique le plus homogène, les propriétés de ce matériau présentent une variation naturelle de leurs valeurs dans l'espace où celles-ci sont mesurées. L'importance de la variation observées est dépendante à la fois du degré d'homogénéité du matériau et de la propriété caractérisée. Considérons par exemple un matériau poreux (tel que du sable grossier) pour nous désirons caractériser la porosité. La dimension des pores et la conductivité hydraulique (figure IV.2). Pour la mesure de ces paramètres, nous utilisons différentes dimensions d'échantillons physique du matériau et pour chaque dimension plusieurs échantillons physiques différents.

Comme le montre la figure (IV.2), les valeurs des paramètres présentent une dispersion importante pour les petites dimensions d'échantillon de matériau. Cette dispersion n'est cependant pas la même pour les trois paramètres. Ainsi les valeurs de la porosité semblent plus homogène et plus proche de leur moyenne, alors que les valeurs de l'ouverture des pores

semblent plus dispersées autour de leur moyenne; celle de la conductivité hydraulique étant encore plus dispersées et non centrées sur leur moyenne. Lorsque la taille de l'échantillon physique augmente, les valeurs mesurées se rapprochent et tendent vers leur moyenne respective. La taille pour laquelle les valeurs mesurées sont presque semblables définit le volume élémentaire représentatif (VER) de la propriété caractérisée. La taille du VER d'un matériau est ainsi différente selon la propriété mesurée. Plus une porosité présente une grande variation dans ses valeurs, plus le VER qui s'y rapporte est grande.

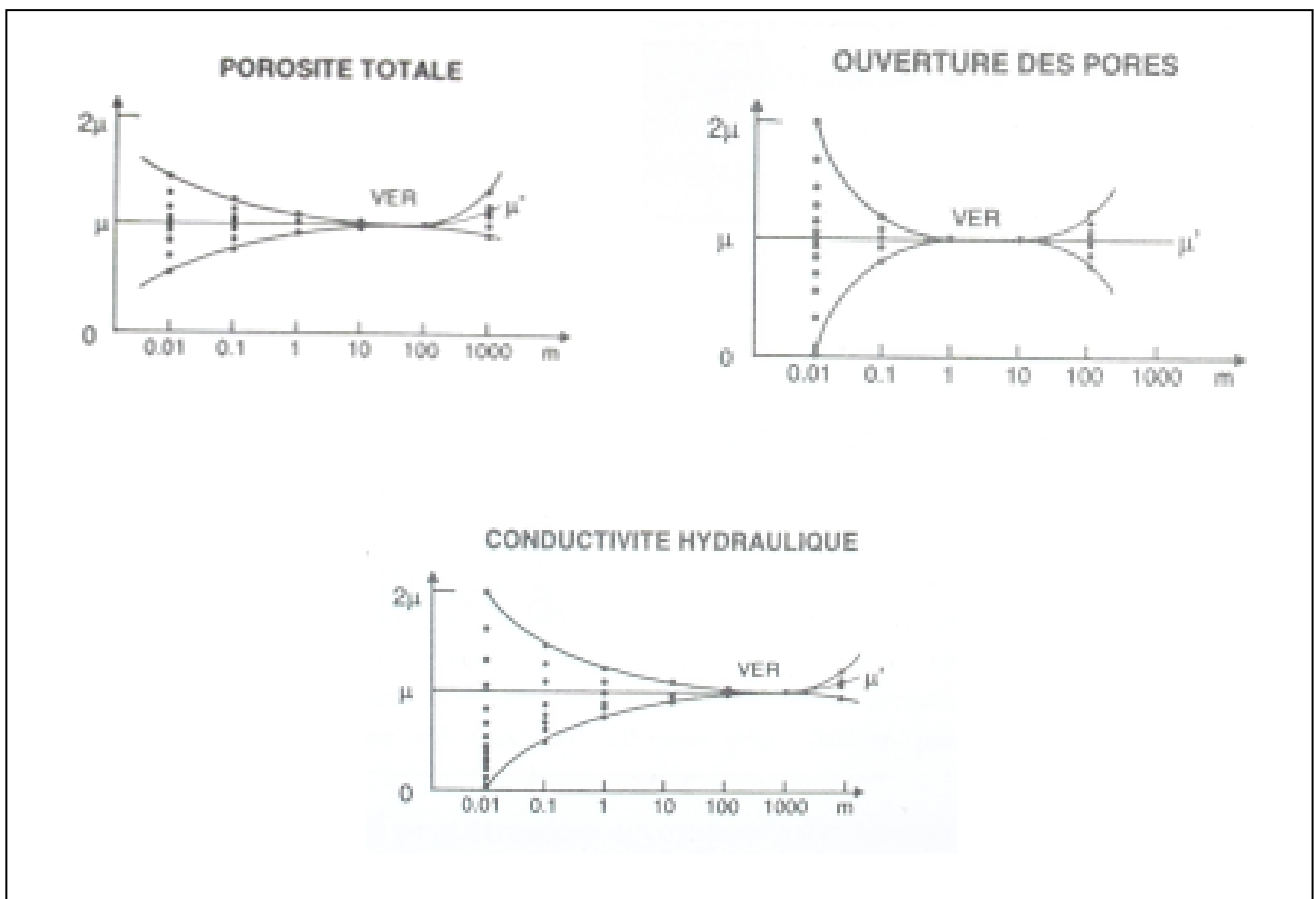


Figure IV.2 : Dépendance des volumes élémentaires représentatifs (VER) à l'égard des propriétés et échelles d'homogénéité [Olivier B , Lumony M, Bangoy, 1999]

Si la taille de l'échantillon physique est encore plus grande, la mesure implique alors des hétérogénéités d'échelle supérieure. Ces hétérogénéités peuvent être le résultat par exemple d'un changement de matériau, de son degré de mélange, de son degré de compaction ou de sa densité de fissuration. Considérons par exemple un aquifère de plaine alluviale constitué d'un agencement quasi aléatoire d'unités métriques à hectométriques de sable grossier, de limon fin et d'argile peu perméable. Pour des faibles tailles d'échantillons physiques, les valeurs de porosité efficace mesurées tendent vers les trois valeurs

respectivement caractéristiques d'un sable grossier, d'un limon fin et d'une argile peu perméable (figure IV.2). Lorsque la taille des échantillons physiques augmente, les valeurs de porosité efficace présentent alors une nouvelle dispersion induite par des échantillons composites. Lorsque la taille de l'échantillon physique s'approche de celle des unités texturales d'alluvions, un échantillon est alors presque toujours constitué de deux types de texture d'alluvions. Les valeurs tendent vers une nouvelle moyenne commune et leur dispersion diminue au fur et à mesure que la taille de l'échantillon physique augmente jusqu'à l'atteinte d'un nouveau VER, représentatif de cette échelle d'hétérogénéité. Les discontinuités de matériau induisent ainsi des VER de tailles différentes et d'échelles de taille différentes, ainsi que des valeurs différentes de propriété pour les différents VER. On parle souvent, dans ce cas, de VER imbriqués.

Le concept de VER s'applique donc à la recherche et à l'obtention d'une valeur représentative d'une propriété donnée d'un matériau. En fait, toute valeur est représentative de cette propriété mais pour une échelle de représentation donnée et pour un point donné de l'espace. Le concept de VER n'est donc applicable qu'à la caractérisation de la valeur moyenne de cette propriété. Si la taille de l'échantillon physique, le lequel est mesurée la propriété, est égale ou supérieure au VER, alors la valeur obtenue est la valeur moyenne de la propriété du matériau. Si la taille de l'échantillon physique est inférieure au VER, alors plusieurs valeurs sont nécessaires pour le calcul de la valeur moyenne de la propriété.

7. Effet d'échelle

Il a par ailleurs été que certains paramètres varient grandement selon l'échelle de leur observation. La dispersivité est l'un de ceux-ci pour lequel le phénomène est plus marquant et le plus important. Lorsque la mesure est effectuée sur des colonnes du matériau d'échelle métrique, les dispersivités longitudinales observées sont généralement de quelque centimètre. Les études de terrains réalisées sur des échelles hectométriques présentent des dispersivités longitudinales d'ordre métrique, alors que celles effectuées à l'échelle régionale (plusieurs Kilomètres) montrent des dispersivités longitudinales de plusieurs dizaines de mètres (figure IV.3).

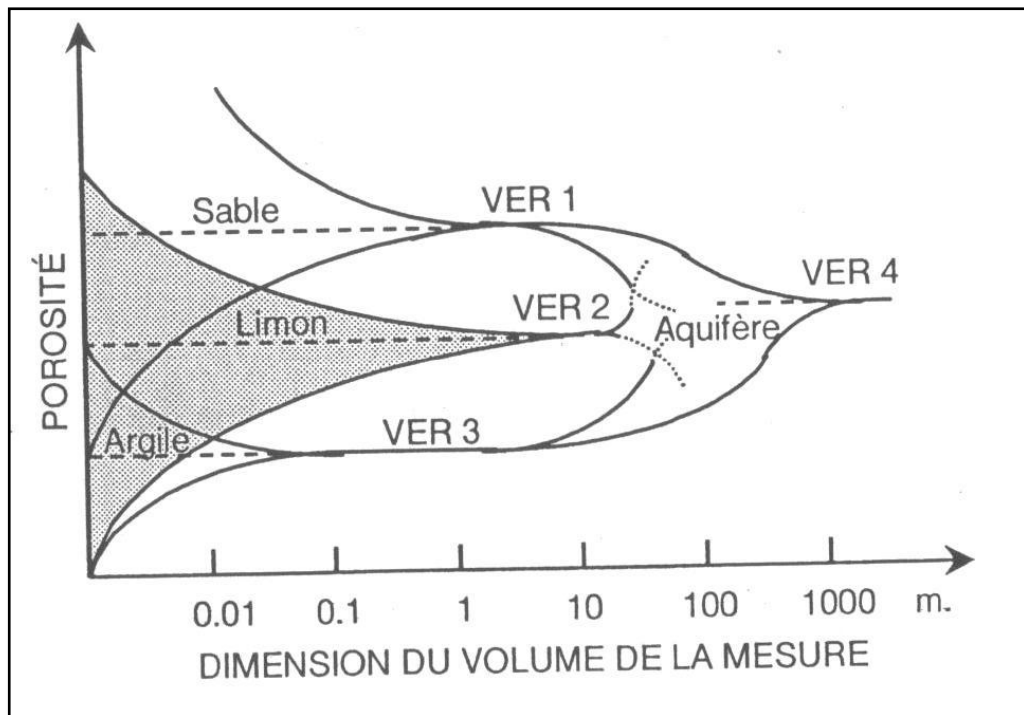


Figure IV.3: volume élémentaires représentatifs (VER) de la porosité efficace des formations sableuses limoneuses et argileuses constituant un aquifère alluvial hétérogène. [Olivier B , Lumony M, Bangoy, 1999]

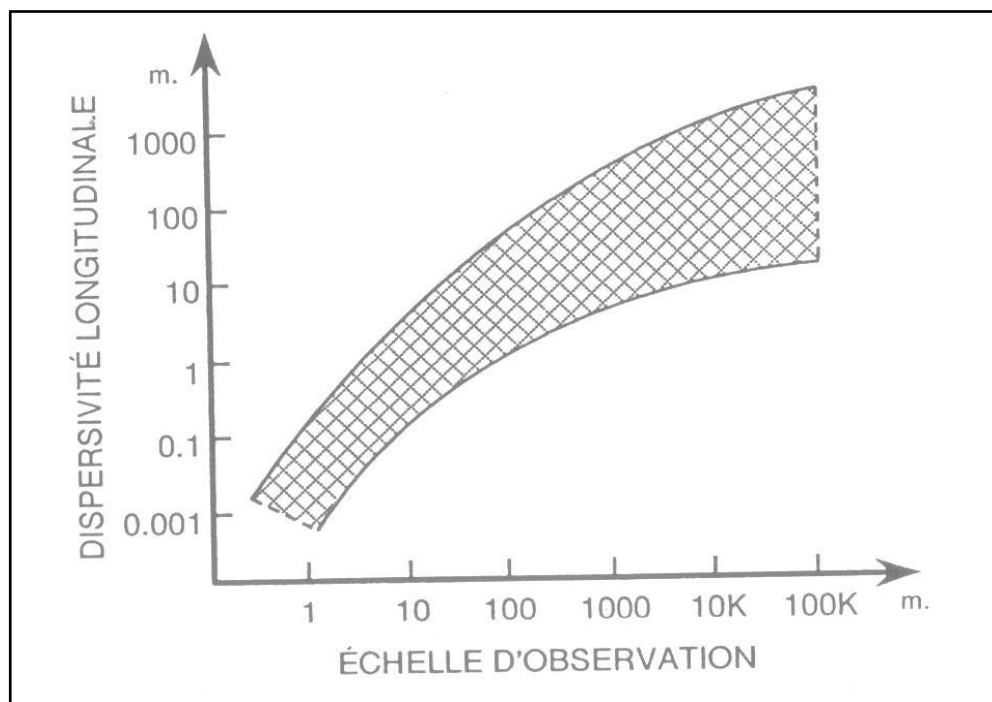


Figure IV.4. Courbe enveloppe des dispersivités logarithmiques couramment observées à différentes échelles.

Aux échelles macroscopiques, la dispersion est très fortement reliée à la variabilité spatiale des conductivités hydrauliques. Plus le milieu est hétérogène, plus la variabilité spatiale des conductivités hydrauliques est importante, ainsi que celle des vitesses qui en sont dépendantes. La variabilité spatiale des conductivités hydrauliques explique ainsi en grande partie le phénomène de dispersion observé et leurs valeurs de dispersivité mesurées. Les comparaisons statistiques réalisées entre l'importance de la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique et celle de la dispersivité présentent généralement une bonne corrélation. Cette cause de dispersion est d'autant plus importante que la conductivité hydraulique est un paramètre présentant une très grande variabilité spatiale.

8. Approche statistique de la variabilité spatiale

Nous avons utilisé dans les paragraphes précédents les notions d'homogénéité et d'hétérogénéité du milieu. Dans le langage courant, des alluvions sont qualifiés homogènes s'ils sont constitués d'un même type de matériau textural, du sable par exemple. Si des passées argileuses sont intercalées dans le sable, les alluvions sont alors considérées hétérogènes. Cette notion d'homogénéité texturale n'implique cependant pas que tous les grains aient partout la même taille moyenne, ni que la proportion des grains supérieurs à 1 millimètre (par exemple) soit partout la même. La notion d'homogénéité indique plutôt que le matériau présente en moyenne la même texture sans qu'une variation nette et franche de celle-ci puisse être observée dans l'espace. Il en est de même des principales propriétés du matériau pour que celui-ci soit considéré comme homogène. Si les propriétés étaient identiques en tout point de l'espace, le matériau serait qualifié d'uniforme.

La notion d'homogénéité peut être approchée de manière plus rigoureuse au moyen de la statistique probabiliste. Prenons un matériau considéré homogène (un sable alluvial par exemple) est une propriété physique de ce matériau (le diamètre moyen de ces grains). Nous savons que cette propriété est variable dans l'espace (pour des tailles d'échantillons physiques inférieures au VER). Par ailleurs, il est probable que les tailles des grains soient réparties plus au moins au hasard dans l'espace, au gré des conditions de dépôt des alluvions. Le diamètre moyen des grains constitue donc une variabilité aléatoire du milieu étudié. Cette variable aléatoire possède une loi de probabilité caractérisée par différents paramètres.

Les paramètres de position ou de tendance centrale (moyennes, médiane et mode) caractérisent l'ordre de grandeur des valeurs de variable aléatoire. Les paramètres de

dispersion (variance, écart type, coefficient de variation, etc.) quantifie la variabilité des valeurs autour d'un paramètre de position, alors que les paramètres de dissymétrie et d'aplatissement caractérisent la répartition de ces valeurs autour de cette position. L'espérance mathématique (usuellement dénommée moyenne et notée μ) est le moment d'ordre 1 par rapport à l'origine:

$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_1^N x_i \quad (\text{IV.3})$$

Où x_i est une valeur du paramètre x et N le nombre total de valeurs X_i . La variance, σ , (dont la racine carrée est l'écart type, σ), est le moment centré d'ordre 2:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_1^N (x_i - \mu_x)^2 = \left(\frac{1}{N} \sum_1^N x_i^2 \right) - \mu_x^2 \quad (\text{IV.4})$$

Les moments centrés d'ordres impairs supérieurs sont des paramètres de dissymétrie ou d'aplatissement alors que ceux d'ordres pairs sont des paramètres de dispersion.

Si la loi de probabilité de cette variable aléatoire est identique en tout point du matériau (mêmes caractéristiques statistiques en tout lieu, c'est-à-dire même probabilité d'y retrouver une certaine valeur), la loi est alors qualifiée de stationnaire. On parle de stationnarité forte lorsque tous les moments statistiques sont constants dans l'espace et de stationnarité faible lorsque seuls ceux d'ordre 1 et 2 le sont. De plus, si la loi de distribution spatiale de cette variable aléatoire (caractérisée à partir d'une mesure de la variable en un certain nombre de points dans l'espace) représente correctement sa loi de probabilité (probabilité de réalisation de cette variable en tout point de l'espace), alors le milieu est qualifié d'ergodique. Un matériau homogène présente ces deux statistiques de stationnarité et d'ergodicité. Ces propriétés sont nécessaires et suffisantes.

La connaissance des principaux paramètres statistiques permet de caractériser de façon appropriée la loi de probabilité d'une propriété. Pour les propriétés physiques et hydrodynamiques étudiées, il est admis que leurs lois de probabilité suivent généralement la loi normale ou la loi log normale. La plupart des propriétés présentent une loi de distribution normale dont la fonction de densité de probabilité est:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right] \quad (\text{IV.5})$$

On considère qu'un paramètre (par exemple, la conductivité hydraulique) suit une loi de distribution log normale lorsque le logarithme de ses valeurs suit une loi normale; la fonction de densité de probabilité est alors:

$$p(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2\pi\sigma_{\ln(x)}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(\ln(x) - \mu_{\ln(x)})^2}{\sigma_{\ln(x)}^2}\right] \quad (\text{IV.6})$$

Où x est le paramètre distribué log normale, $\mu_{\ln(x)}$ la moyenne de ses logarithmes et $\sigma_{\ln(x)}^2$ leur variance. Les moyennes et variances du paramètre x et de ses logarithmes sont reliées entre elles par:

$$\mu_{\ln(x)} = \ln\left(\frac{\mu_x^2}{\sqrt{\mu_x^2 + \sigma_x^2}}\right) \quad (\text{IV.7})$$

$$\sigma_{\ln(x)}^2 = \ln\left(\frac{\mu_x^2 + \sigma_x^2}{\mu_x^2}\right) \quad (\text{IV.8})$$

$$\mu_x = \exp\left(\mu_{\ln(x)} + \frac{\sigma_{\ln(x)}^2}{2}\right) \quad (\text{IV.9})$$

$$\sigma_x^2 = \exp(2\mu_{\ln(x)} + 2\sigma_{\ln(x)}^2) - \exp(2\mu_{\ln(x)} + \sigma_{\ln(x)}^2) \quad (\text{IV.10})$$

Le coefficient de variation (CV) est le rapport de l'écart type sur la moyenne. Ce coefficient adimensionnel quantifie la dispersion relative des valeurs autour de leur moyenne, Etant adimensionnel, il permet de comparer directement la dispersion d'un paramètre à celle d'un autre paramètre. Un paramètre est ainsi considéré peu variable lorsque la valeur du CV est généralement inférieure à 0,2 et très variable pour des valeurs de CV voisines ou supérieures à 1,0. Bien entendu, la valeur de CV observée dépend aussi de la taille de l'échantillon physique par rapport à celle du VER. Dans l'ensemble, cependant, les CV conservent le même ordre de grandeur quelle que soit l'échelle d'observation. La porosité totale et la masse volumique sont généralement des paramètres très variables, alors que la conductivité hydraulique est un paramètre très variable qui suit une loi de distribution log normale.

Dans le cas des paramètres distribués log-normale, la valeur du CV est grandement affectée par la taille de l'échantillon physique sur lequel est effectuée la mesure. Lorsque le

volume physique impliqué par la mesure augmente, c'est-à-dire lorsqu'il se rapproche du VER, la dispersion des valeurs observées diminue rapidement ainsi que l'asymétrie de la distribution de ces valeurs [Banton, 1993]. La figure (IV.5) montre l'effet de la taille de l'échantillon physique sur les caractéristiques statistiques des distributions observées pour la conductivité hydraulique d'un sable moyen.

9. Approche géostatistique de la variabilité spatiale

Dans un exemple précédent, nous avons considéré que le diamètre moyen des grains d'un sable alluvial est une variable distribuée aléatoirement dans l'espace au gré des conditions de dépôt des alluvions. Les conditions sédimentologiques relatives aux modes de dépôt des alluvions suggèrent cependant que les diamètres moyens, observables en deux points très rapprochés, ont des chances d'être plus semblables que si ces deux points étaient plus éloignés l'un de l'autre. Ainsi, si le diamètre moyen des grains est très petit en un point donné de l'espace, alors tout autour de ce point les diamètres moyens risquent aussi d'être très petits. Un phénomène de voisinage ou de proximité peut donc exister dans la distribution spatiale des valeurs. Le domaine d'étude de ce phénomène de proximité est la géostatistique, discipline que l'on peut globalement définir comme de la statistique spatialisée. Le développement de cette discipline est principalement dû aux travaux de Krige (1951) et de Matheron (1965).

Les bases de l'étude géostatistique d'un paramètre sont l'autocovariance, l'autocorrélation, le corrélogramme et le variogramme. L'autocovariance est définie comme la covariance d'un paramètre avec lui-même pour des distances L données de séparation des points d'observations:

$$cov_L = \left(\frac{1}{N_L} \sum_1^N x_i x_{i+L} \right) - \mu_{x_i} \mu_{x_{i+L}} \quad (\text{IV.11})$$

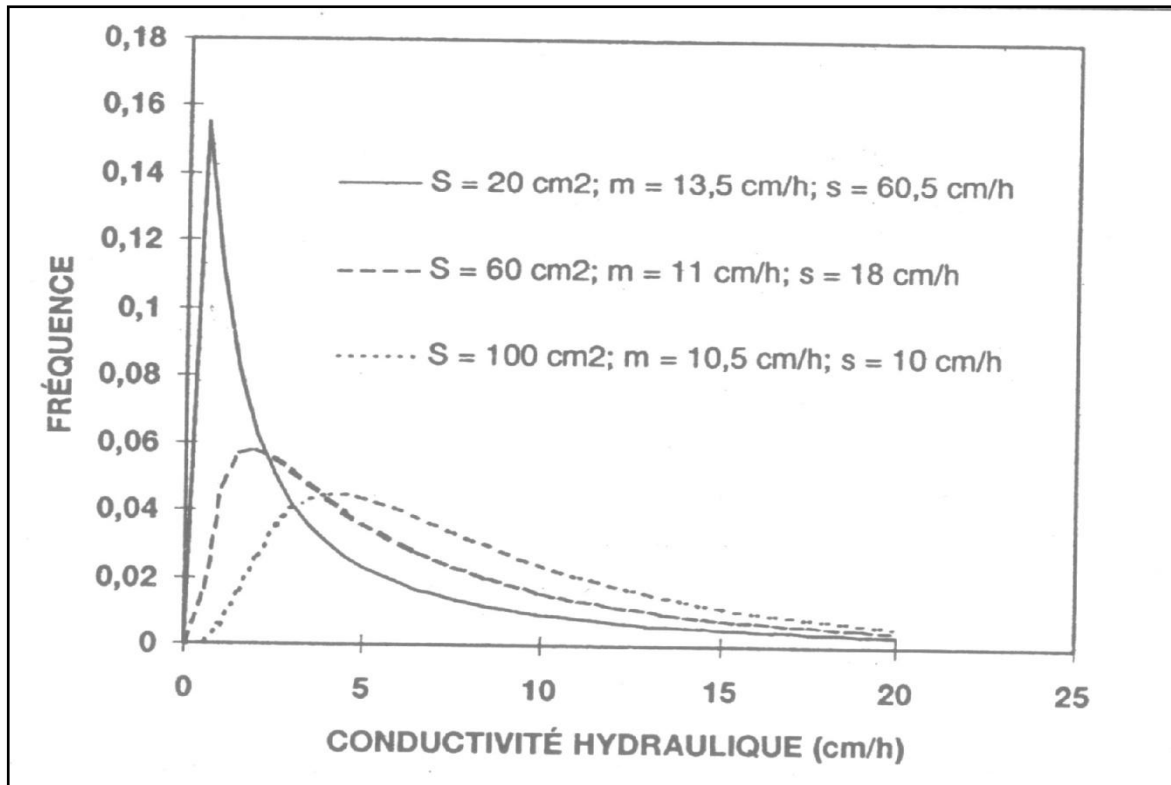


Figure IV.5. Distribution des valeurs de conductivité hydraulique obtenues pour des échantillons de différentes surfaces de mesure

On remarque que $COV_0 = \sigma^2$, la variance du paramètre. L'autocorrélation est définie par le rapport de l'auto-covariance sur la variance :

$$r_L = \frac{cov_l}{\sigma^2} = \frac{(\sum_1^N x_i x_{i+L}) - \mu_{x_i} \mu_{x_{i+L}}}{\sum_1^N (x_i - \mu_x)^2} \quad (IV.12)$$

L'autocorrélogramme ou corrélogramme est le graphique de $r(L)$, c'est-à-dire de r_L en fonction de L . Les valeurs d'autocovariance varient entre $+\sigma^2$ et $-\sigma^2$, les valeurs d'autocorrélation varient entre +1 et -1.

La semi-variance ou semi-autovariance γ_L , qui varie complémentirement à l'autocovariance COV_L , c'est-à-dire $\gamma_L + COV_L = \sigma^2$; est alors :

$$\gamma_L = \frac{\sum_1^N (x_i - x_{i+L})^2}{2N} \quad (IV.13)$$

Le variogramme, représentant l'évolution de γ_L en fonction de L , permet entre autres de quantifier la portée, une distance caractéristique de l'autocorrélation spatiale de la propriété, à partir de laquelle la semi-variance tend vers la variance. Cette portée représente la distance moyenne d'éloignement de deux points au-delà laquelle les valeurs de la propriété deviennent statistiquement indépendantes, c'est-à-dire non corrélées entre elles (figure IV.6). Plus la portée est courte, plus la propriété peut être considérée comme spatialement non auto-corrélée et donc aléatoire. La conductivité hydraulique, par exemple, présente des valeurs de portée relativement grande, parfois d'ordre kilométrique, dans les formations géologiques homogènes.

Bien entendu, la valeur de la portée est liée à la structure et à l'échelle d'hétérogénéité du matériau. C'est pour quoi elle est aussi dépendante de la taille du volume d'espace soumis à la mesure et des VER observés (Figure IV.6).

Cette dépendance devient ainsi importante dans le cas de la conductivité hydraulique puisque ce paramètre est à la fois très variable dans l'espace et fortement dépend des méthodes de mesure qui peuvent soumettre des volumes de matériaux très différents (et non toujours connus, comme dans le cas des essais de pompage).

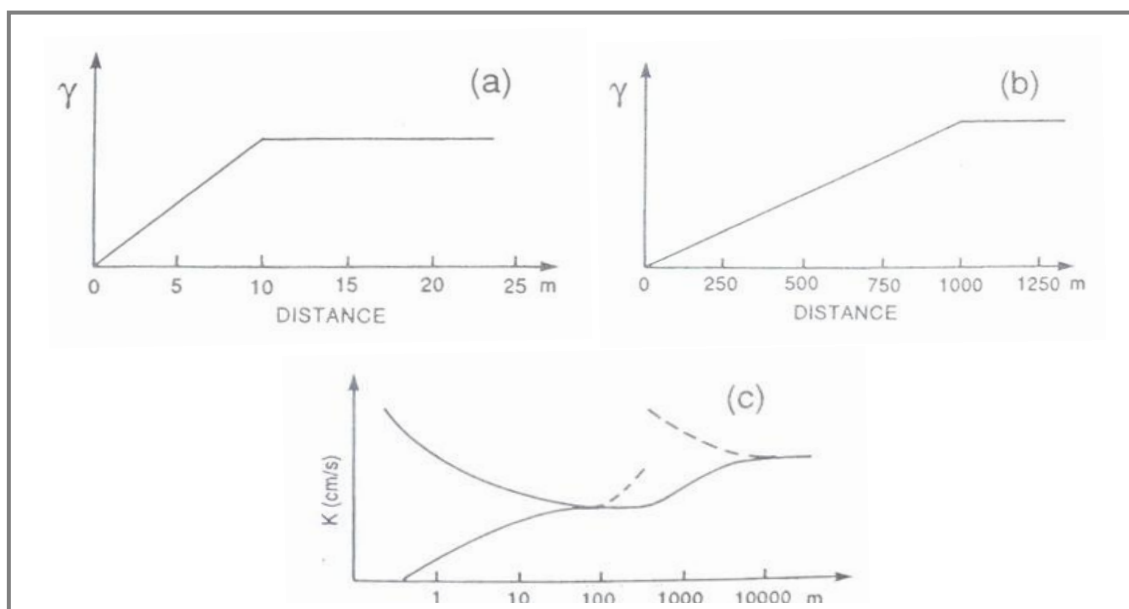


Figure IV.6. Mise en évidence des échelles d'homogénéité des conductivités hydrauliques au moyen des portées (C'est-à-dire distances de corrélation) des variogramme (a et b) et des volumes élémentaires représentatifs (c).

10. Conclusion

Effectuer une simulation consiste à générer des données qui sont des réalisations de variables déterministes ou aléatoires selon des lois données, afin d'étudier et de comprendre le fonctionnement d'un système.

Une simulation permet de provoquer le déroulement d'une expérience de façon rapide et économique, et permet aussi d'éviter les dangers liés à la réalisation de certaines expériences à l'échelle réelle. Elle permet aussi de répéter l'expérience en faisant varier les paramètres. En fin, elle aide à l'élaboration de techniques de prévision et d'amélioration.

Les méthodes de Monte Carlo que nous allons utiliser, sont des méthodes approchées de calcul d'une valeur. Comme pour toute méthode de cette sorte, il est important de disposer d'outils numériques permettant de connaître la précision obtenue.

Chapitre V

Simulation numérique et interprétation des résultats

1. Introduction

Les procédés de filtration sont largement utilisés dans différents procédés de traitement ou prétraitement des eaux à usage humain, agricole et industriel suivant la nature des différents effluents à traiter.

L'étude de procédés de filtration sur sable est pour but d'établir une carte de qualité des eaux souterraines des régions de Bechar, et par la suite contribue à élaborer un modèle mathématique permettant de quantifier le débit filtré ainsi la durée de filtration.

Une série des analyses sur plusieurs types de sables qui ont été effectués par la procédée de filtration ont été entrepris au sein du laboratoire pour pouvoir suivre l'évolution des paramètres physicochimiques de l'eau à traitée pendant l'étape de filtration.

Après avoir finalisé le calage du modèle numérique, nous passons à la phase de validation qui consiste à comparer les résultats issus de notre modèle aux résultats expérimentaux. A la fin, l'écart produit représente l'erreur entre les résultats du modèle et le terrain.

2. Milieu poreux étudiés

Deux types de supports filtrant sont utilisés, il s'agit du sable de Taghit (Ta), Béni abbés (Be). Les deux types de sable proviennent directement des dunes formant le grand Erg Occidental.

3. Modélisation du transport en milieu poreux

3.1. Modèle mathématique.

Les dimensions caractéristiques du modèle du milieu poreux étudié sont identiques au dispositif expérimental de notre travail. Un modèle en deux dimensions est pris en considération

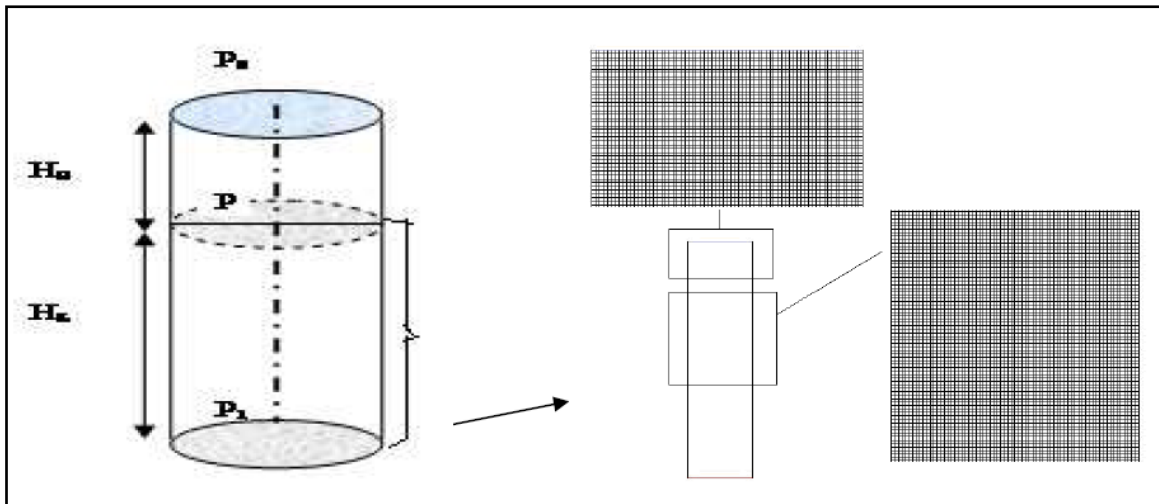


Figure. V.1 : Géométrie et Maillage du milieu poreux étudié, 18200 cellules quadrilatérales
[Maazouzi A, 2009]

Pour la ville de Béchar, un échantillon d'une eau souterraine provient d'un puits d'une profondeur de 53m et un échantillon eau de surface venant du barrage Djorf tourba 50 Km de la ville de Bechar est filtré dans le sable de Taghit et Béni abbés.

3.2. Lits filtrants

Comme il a été énoncé précédemment, deux types de supports filtrants ont été utilisés, il s'agit du sable de Béni abbés et Taghit, ces deux types de sables proviennent des dunes.

Perméabilité des échantillons des lits filtrants.

La loi de Darcy, reste de nos jours un élément essentiel de la description mathématique de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux. Elle est toujours largement utilisée dans de nombreux domaines : hydrologie, génie chimique, exploitation des gisements hydrocarbures. Henry Darcy l'a formulée pour l'écoulement d'eau à travers un cylindre rempli de sable, d'axe vertical, la valeur du débit Q d'eau qui s'écoule verticalement à travers un certain volume de sable soumis à un plan d'eau en surface est donné par la loi de Darcy.

$$Q = \alpha \cdot S \cdot \frac{H}{L}$$

Où :

S : est la surface spécifique du sol soumise au plan d'eau,

H : La hauteur du niveau du plan d'eau par rapport à un plan de référence,

L : La hauteur de l'échantillon de sol par rapport au même plan de référence.

α : Les dimensions d'une vitesse et s'exprime en mètres par seconde si Q est évalué en mètres cubes par seconde.

Comme le montre la figure V.2 et V.3 la variation progressive de la vitesse de filtration en fonction du temps.

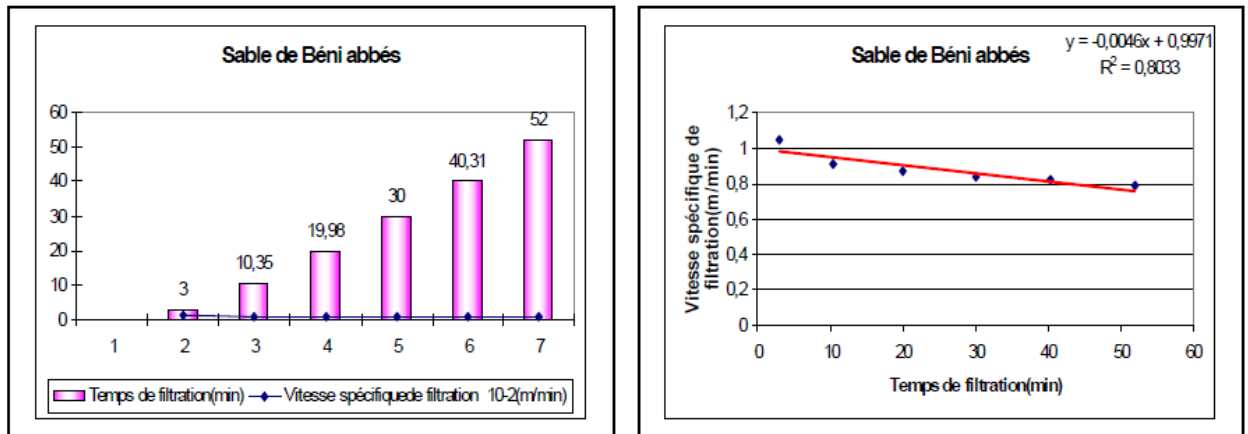


Figure V.2: Variation de la vitesse en fonction du temps de filtration (Sable de Béni abbès)

[Maazouzi A, 2009]

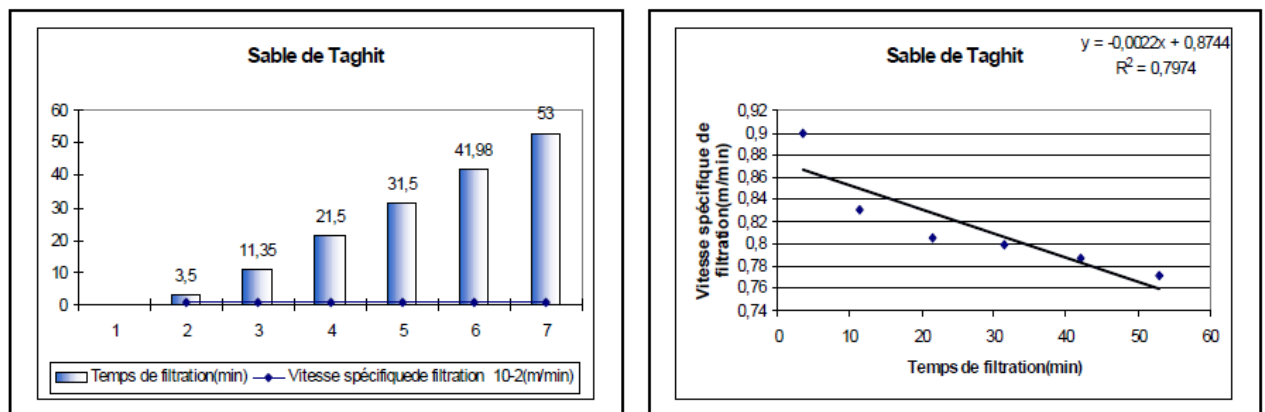


Figure V.3: Variation de la vitesse en fonction du temps de filtration (Sable de Taghit)

[Maazouzi A, 2009]

Une approximation linéaire de la perméabilité du banc d'essais pour les deux échantillons testés celui de Béni Abbés et Taghit est obtenue en fonction du temps figures V.4 et V.5.

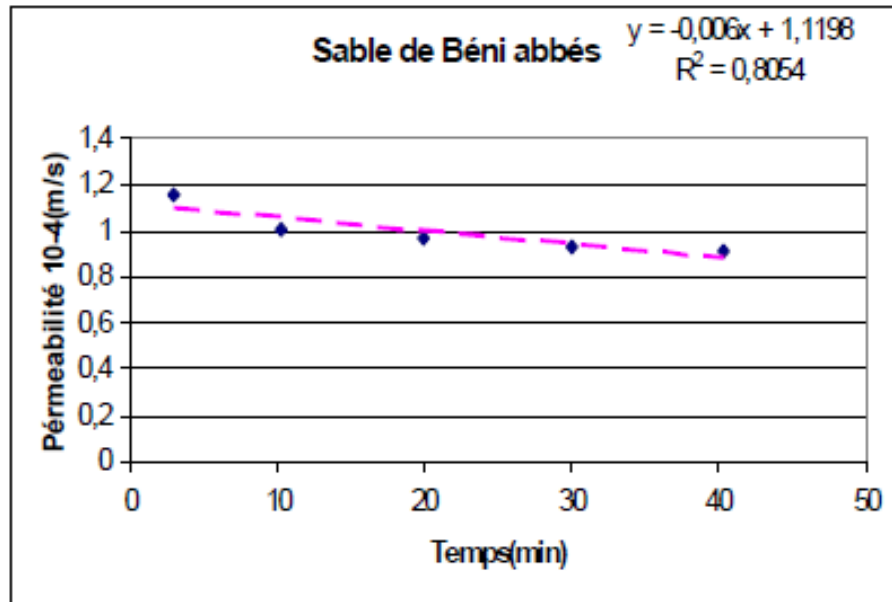


Figure V.4 : Tendence de la perméabilité mesurée du sable de Beni abbés en fonction du temps. [Maazouzi A, 2009]

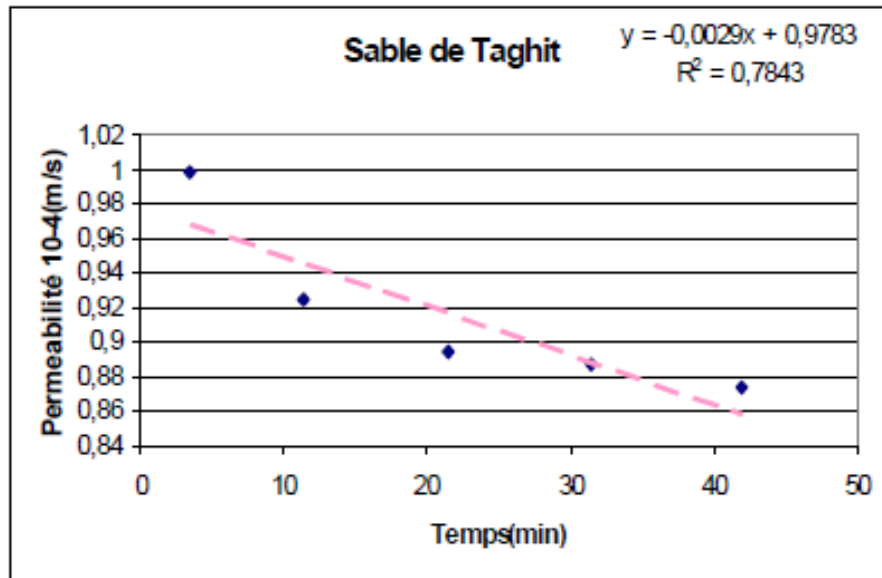


Figure V.5 : Tendence de la perméabilité mesurée du sable de Taghit en fonction du temps. [Maazouzi A, 2009]

La variation de la perméabilité des échantillons testés en fonction du temps ainsi que leurs tendances d'approximation sont des fonctions linéaires de ce paramètre hydrodynamique.

Elles décrivent l'influence du dépôt des retenus dans le milieu poreux dans le temps.

Tableau V.1. Comparaison des perméabilités expérimentale et approximé Taghit et Beni Abbès. [Maazouzi A, 2009]

Temps (min)		Perméabilité approximée		Perméabilité mesurée	
		10^{-4} m/s		10^{-4} m/s	
Beni abbès	Taghit	Beni abbès	Taghit	Beni abbès	Taghit
3	3.5	0.8872	0.9226	1.16	0.998
10.35	11.35	0.77401	0.66198	1.01	0.924
19.98	21.5	0.625708	0.325	0.97	0.894
30	31.5	0.4714	0.007	0.932	0.887
40.31	41.98	0.312626	0.354936	0.91	0.874

Sur la base des résultats montrés ci-dessus, nous pouvons intervenir au niveau des valeurs de la perméabilité puisque elle représente des fonctions linéaires permettant ainsi de calculer via notre code de calcul (code de simulation numérique établi sous Matlab) la fiabilité de ces mesures en faisant simuler chaque valeurs de la perméabilité par la génération des nombres aléatoires.

Ces résultats nous permettent par conséquent de déduire que le débit de filtration dépend de la turbidité de l'eau qui influe directement sur la porosité du filtre et par conséquence son coefficient de perméabilité, Plus la porosité du filtre est faible, (cas des trois filtres) plus le débit de filtration est moins important.

3.3. Hypothèses de simulations

Le lit de matériau granulaire (sable), dans une colonne de verre, est soumis à une charge hydraulique constante. On considère l'écoulement de l'eau à travers un milieu poreux de porosité identique à celle du matériau pris en considération dans l'expérimentation.

Dans le milieu poreux considéré, l'écoulement est supposé laminaire. L'effet de la gravitation est pris en considération renforcée par la pression de la colonne d'eau sous la pression atmosphérique. Les conditions aux limites telles que la vitesse d'écoulement est un paramètre hydrodynamique important dans le transport dans un milieu poreux.

3.4. Confrontation résultats expérimentaux et simulation

Les résultats exploités montrent une analogie entre les débits simulés et mesuré pour des conditions de pression de 100660 Pa représentant la pression atmosphérique plus la charge hydraulique sur la colonne d'essai. Le débit estimé par les tendances données à la figure pour une porosité de 41%, 42% respectivement pour le sable de Beni Abbés et Taghit sont sensiblement proche de la valeur mesurée pour un temps de 3 min, dans le code de calcul utilisé.

Le phénomène de réduction du débit dû essentiellement au fait du colmatage progressive du lit filtrant est représenté par la figure. Comme il est clair à partir de la figure le débit a tendance de se réduire linéairement en fonction du temps du très probablement au colmatage. Le modèle proposé présente une limitation quant aux hypothèses simplificatrices proposées, une filtration sans réaction chimique.

Tableau V.2. Comparaison des débits simulé et mesuré de Taghit et Beni Abbés

[Maazouzi A, 2009]

Temps (min)		Débit simulé (m ³ /min) 10 ⁻⁶		Débit mesuré (m ³ /min) 10 ⁻⁶		Erreur relative %	
Béni abbés	Taghit	Béni abbés	Taghit	Béni abbés	Taghit	Béni abbés	Taghit
3	3,5	64	67,8	66,67	57,14	4,00	15,72
10,35	11,35	62,4	66,2	57,97	52,86	7,09	20,15
19,98	21,5	60,9	64,51	55,05	51,16	9,61	20,69
30	31,5	59,4	62,9	53,33	50,79	10,22	19,25
40,31	41,98	57,9	61,25	52,1	50,02	10,02	18,33
52	53	56,3	59,9	50	49,05	11,19	18,11

L'étude comparative vise essentiellement les valeurs de débits, et comme déjà visé dans les sections précédentes que la perméabilité est une variable aléatoire c'est-à-dire le calcul de l'incertitude sur cette variable implique de faire sortir une précision sur les débits, donc la valeur moyenne de l'erreur qui va être simulée par le code de calcul est prise égale à 20 %.

4. Simulation numérique

Les valeurs de la perméabilité correspondent issues par moyen de mesure sur le sable de Béni Abbès et celui de Taghit feront l'objet d'une simulation.

Le nombre d'échantillons n choisi comme paramètre d'entrée du code de calcul et utilisé pour calculer le débit correspondant, et cela est obtenu lorsque l'allure de la courbe de tendance se stabilise, ce qui se traduit bien évidemment par la convergence de la méthode de calcul employée.

4.1. Simulation numérique de la perméabilité, cas du sable de Béni Abbès

Ci-dessous, sont présentés les résultats de simulation de la perméabilité obtenus en faisant varier le nombre d'échantillons (Détail de simulation sera présenté en annexe I).

Pour une valeur de la perméabilité $k = 1,6 \times 10^{-4}$ m/s, la stabilité de la méthode de Monté Carlo est apparue pour un nombre d'échantillons supérieur ou égale à 40 000.

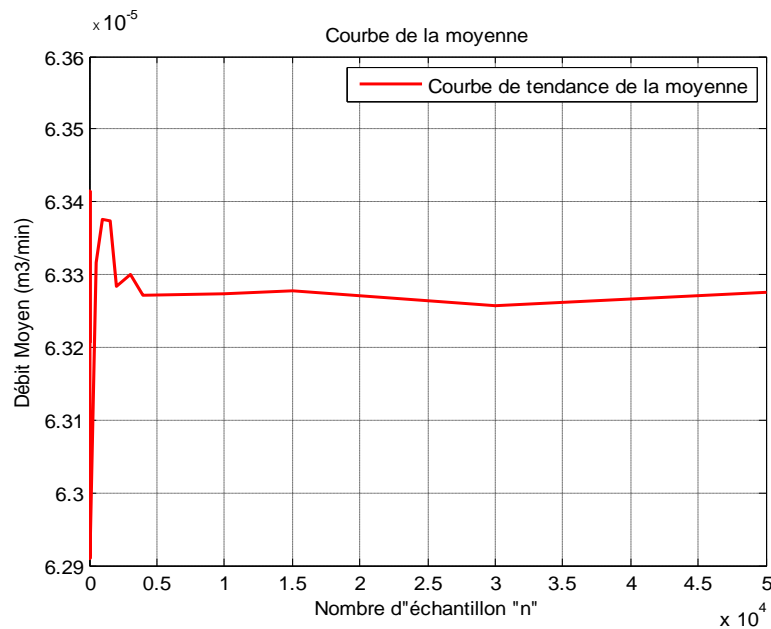


Figure V.6. Variation de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon

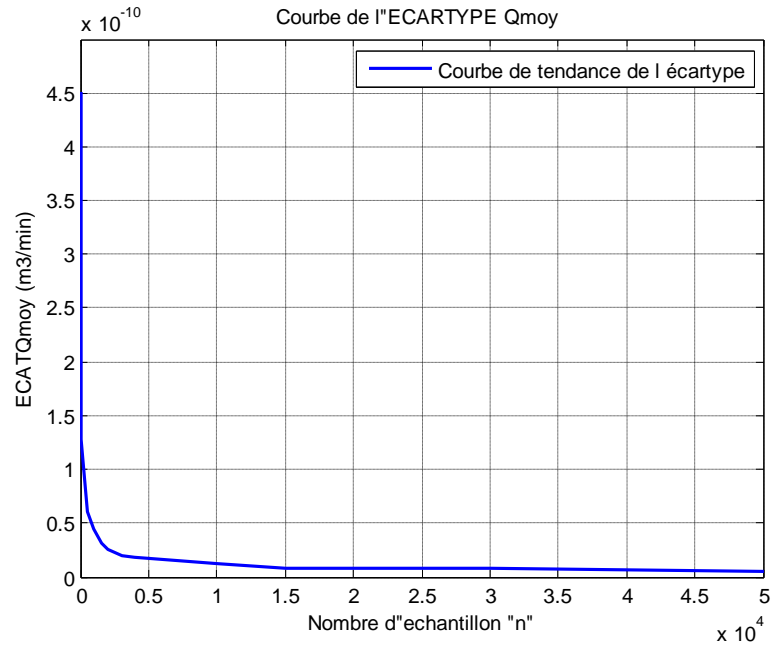


Figure V.7. Courbe de tendance de l'écart type de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon

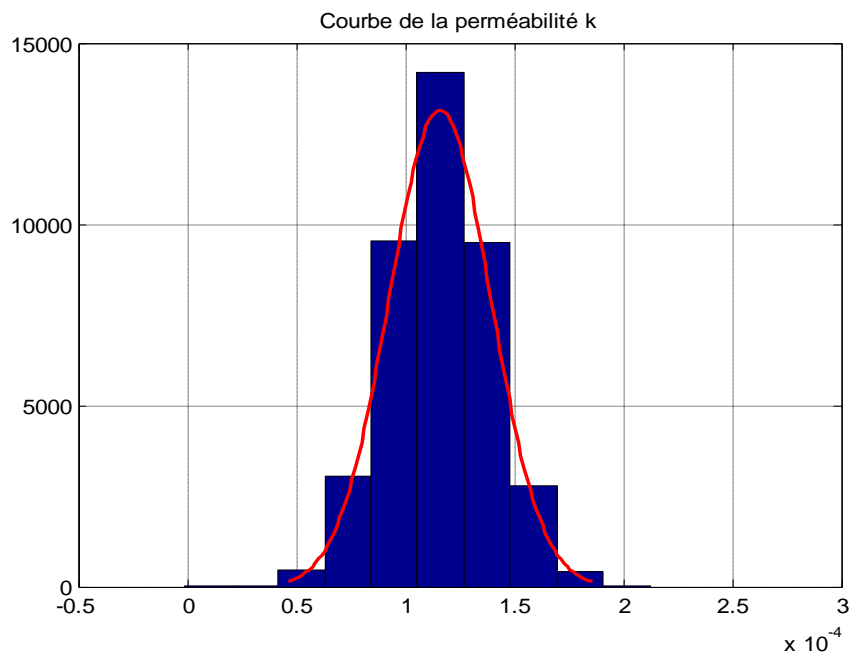


Figure V.8. Ajustement de la courbe de la perméabilité à la loi statistique normale

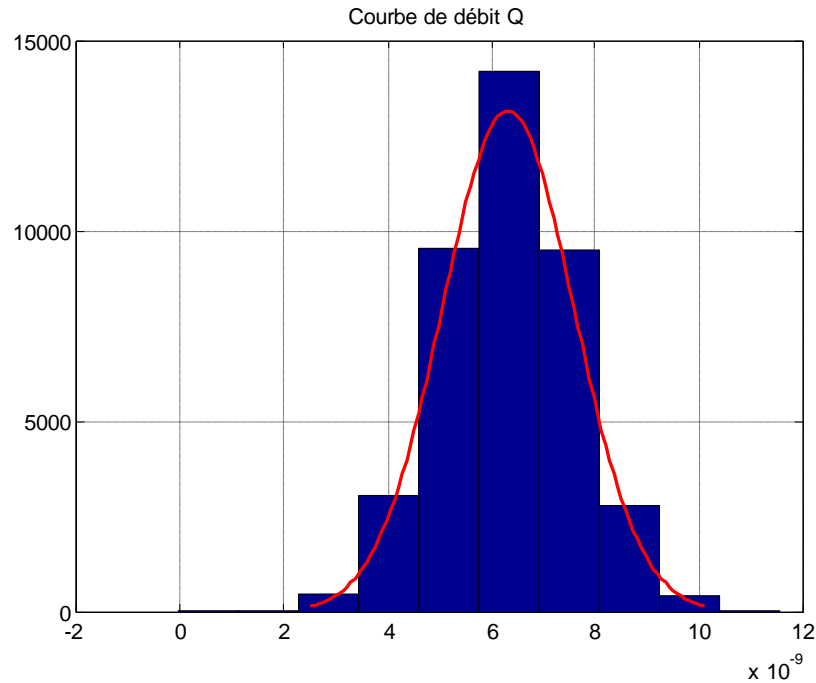


Figure V.9. Ajustement de la courbe de débit à la loi statistique normale

L'histogramme de la perméabilité montre que les valeurs obtenues via la simulation s'ajustent à l'allure d'une loi normale, dont la valeur du débit correspondant est de l'ordre de $Q_{moy} = 6,3202 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}$, avec une incertitude qui vaut $\sigma Q = 1,2682 \cdot 10^{-9}$.

Le tableau suivant montre les résultats de simulation numérique du sable de Béni Abbès.

Tableau V.3. Récapitulatif des résultats de simulation numérique, sable de Béni Abbès

$K \times 10^{-4} \text{ (m/s)}$	n	$Q_{moy} \times 10^{-5} \text{ (m}^3/\text{min)}$
1,6	40000	6,3202
1,01	45000	5,5059
0,97	25000	5,2860
0,932	40000	5,0901
0,91	40000	4,9630

4.1. Simulation numérique de la perméabilité, cas du sable de Taghit

Les résultats de simulation de la perméabilité sont obtenus en faisant varier le nombre d'échantillons n (voir détail de simulation en annexe II).

Pour une perméabilité $k= 0,998 \times 10^{-4}$ m/s , la stabilité de la méthode de Monté Carlo est apparue pour un nombre d'échantillons supérieur ou égale à 30 000.

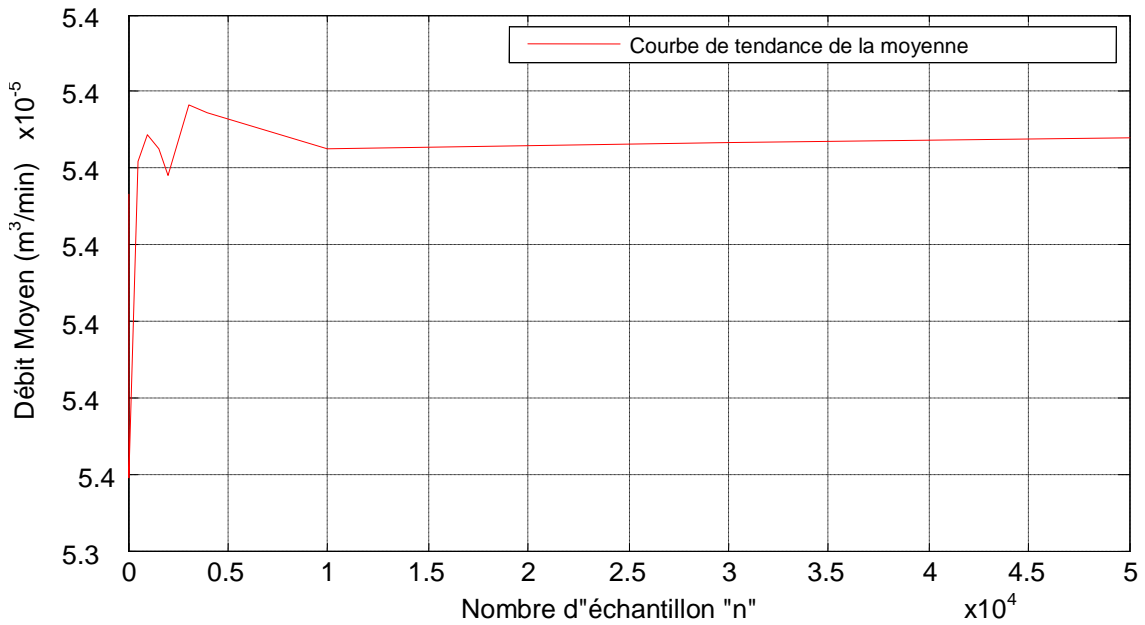


Figure V.10. Variation de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon

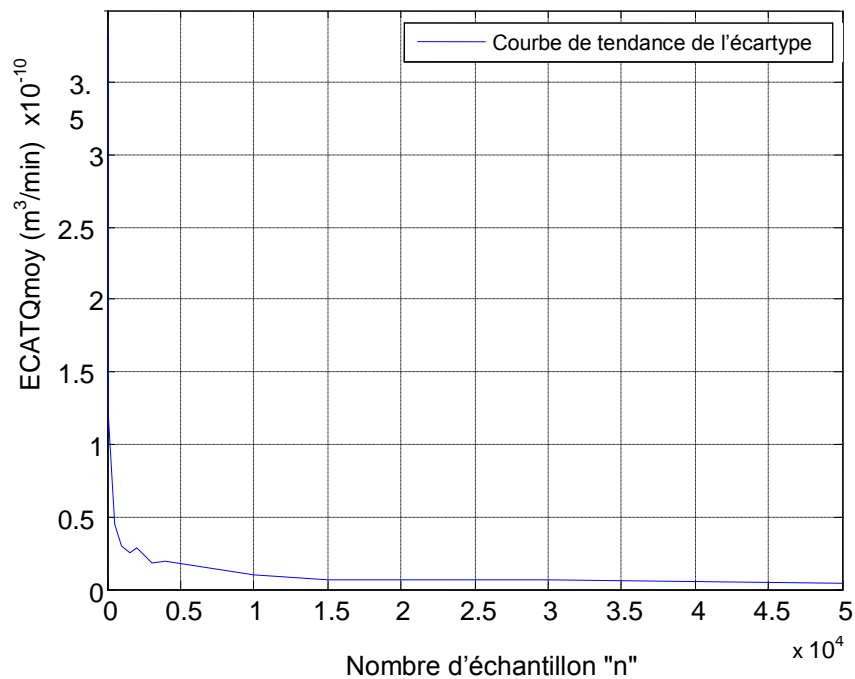


Figure V.11. Courbe de tendance de l'écart type de débit moyen en fonction du nombre de l'échantillon

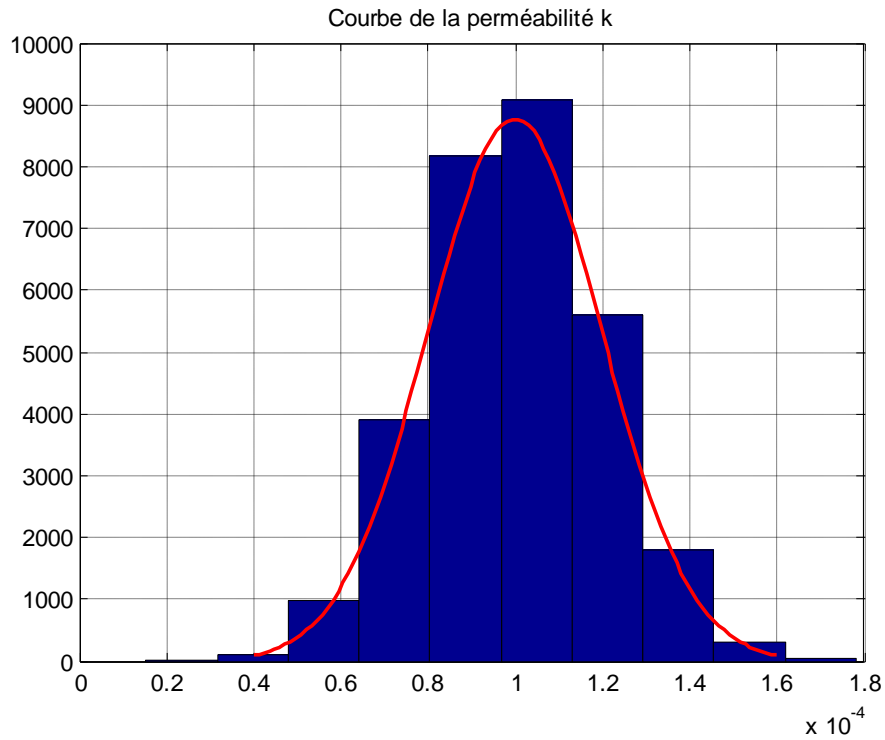


Figure V.12. Ajustement de la courbe de la perméabilité à la loi statistique normale

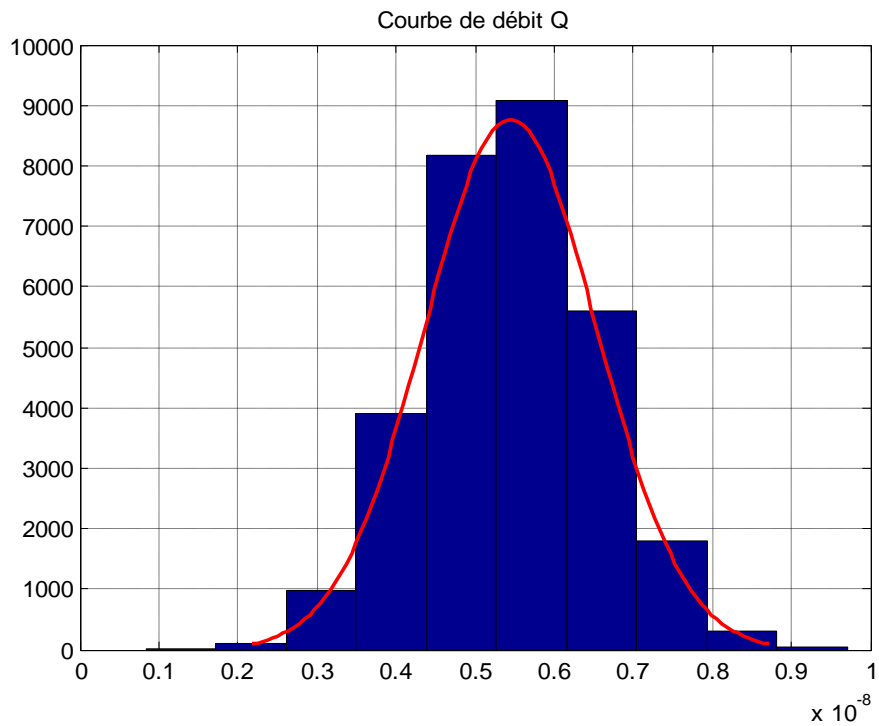


Figure V.13. Ajustement de la courbe de débit à la loi statistique normale

La courbe de la perméabilité s'ajuste à l'allure d'une loi normale, dont la valeur du débit correspondant est de l'ordre de $Q_{moy} = 5,4498 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}$.

Les résultats de simulation numérique du sable de Taghit sont montrés dans le tableau ci-dessous.

Tableau V.4. Récapitulatif des Résultats de simulation numérique, sable de Taghit

$K \times 10^{-4}$ (m/s)	n	$Q_{moy} \times 10^{-5}$ (m^3/min)
0,998	30000	5,4498
0,924	40000	5,0460
0,894	30000	4,8746
0,88	45000	4,8357
0,874	50000	4,7633

5. Conclusion

Si on fait une analyse des résultats de simulation, nous pouvons constater une certaine adéquation entre les résultats issus de notre modèle et les résultats expérimentaux. En effet, le modèle élaboré a pu reproduire les mêmes valeurs. En d'autres termes, les mesures réalisées semblent être plus au moins fiables, avec une moindre incertitude.

Nous remarquons également à travers les résultats de simulation que la variation de l'écart type du débit en fonction du nombre d'échantillon n tend vers à une valeur proche de zéro et ce quand la courbe de la moyenne de débit se stabilise et donne par conséquent pour une nouvelle valeur du débit.

Conclusion et perspectives

Lorsqu'on veut savoir à quel degré de pollution le milieu souterrain a été touché, il est utile d'affiner d'avantage le calcul des grandeurs physiques des écoulements souterrains et leurs précisions. C'est pourquoi, notre étude s'est basée sur la détermination de la précision des mesures de la perméabilité.

En effet, le rejet direct des eaux usées en milieu naturel des agglomérations de la wilaya de Béchar, provoque la dégradation de la qualité des eaux souterraines. Dans ce contexte, et pour donner suite à l'étude de valorisation du sable de Bénis Abbes et Taghit de la ville de Béchar, nous avons pu établir un outil de simulation basé sur la méthode de Monté Carlo qui vise à calculer les valeurs de la perméabilité mesurées au niveau du laboratoire.

Les variables de Monte Carlo supposent que les processus étudiés sont indépendants les uns des autres et que chaque valeur est un tirage aléatoire d'une distribution. Cependant, la relation entre les variables est généralement complexe vue la difficulté de déterminer explicitement leurs distributions. A cet effet, il est nécessaire de reproduire de nouvelles valeurs par le biais d'une simulation Monte Carlo et ce, quand la variable ne peut pas être estimée ou dans le cas où l'information n'est pas disponible.

L'approche qui a été utilisée s'articule sur la formulation de la loi de Darcy pour un milieu poreux à faible granulométrie, le nombre d'échantillons choisis comme paramètres d'entrée est utilisé pour calculer la perméabilité ainsi que le débit correspondant, et cela est obtenu lorsque l'allure de la courbe de tendance se stabilise, ce qui se traduit par la convergence de la méthode de calcul employée.

De ce fait, une série de simulation sur la perméabilité a été effectuée via le modèle élaboré, les résultats obtenus ont été comparés avec ceux mesurés au laboratoire.

Par rapport aux données expérimentales, les valeurs de la perméabilité et du débit générées en fonction du nombre d'échantillon montrent une similitude presque parfaite et s'ajustent à une loi statistique normale et ce, quand la convergence de la méthode est observée.

Au stade final, nous pouvons conclure que l'estimation de l'incertitude sur les mesures de l'étude antérieure est relativement fiable, malgré certains écarts qui sont souvent causés par

des facteurs difficiles à prendre en compte dans le modèle ou simplement des difficultés de caractérisation physique des sols.

D'autre part, si on veut générer plusieurs variables aléatoires à la fois par la méthode de Monte Carlo, il est raisonnable d'utiliser une distribution lognormale afin d'affiner la précision sur les paramètres du milieu étudié.

Bibliographie :

Anderson, M.P, Woessner, W.W, (1992). « Applied Groundwater Modelling ». Academic Press, San Diego, 381 pages.

Arya, L.M. et Paris, J.F, (1981). « A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data ». Soil Science Society of America Journal, 1030 pages.

Assouline, S., Tessier, D. et Bruand, A., (1998). « A conceptual model of the soil water retention curve ». Water Resources Research, 231 pages.

Banton, O, (1993). « Field-determined and laboratory-determined hydraulic conductivities considering anisotropy and core surface area ». Soil Sci. Soc. Am. J., 57 pages

Barbe, P et P. Bertail (1995). « The Weighted Bootstrap ». New York : Springer-Verlag.

Bastet, G., Bruand, A., Quétin, P. et Cousin, I., (1998). « Estimation des propriétés de rétention en eau des sols à l'aide de fonctions de pédotransfert (FPT): Une analyse bibliographique ». Etude et Gestion des Sols, 28 pages.

Bear, J., Verruyt, A., (1987). « Modelling Groundwater Flow and Pollution ». Reidel Publishing Co., Dordrecht, Holland: 414 pages.

Bear, J., (1979). « Hydraulics of Groundwater ». McGraw-Hill, New York: 569 pages.

Brooks, R.H. et Corey, A.T., (1964). « Hydraulic properties of porous media, Hydrology Paper 3 ». Colorado State Univ., Fort Collins, CO.

Campbell, G.S., (1974). « A simple method for determining unsaturated conductivity moisture retention data ». Soil Science, 314 pages.

Cooley, R.L., Konikow, L.F., Naff, R.L., (1986). « Nonlinear-regression groundwater flow modelling of a deep regional aquifer system ». Water Resources Res. 562 pages.

Domenico, P.A., Schwartz, F.W., (1998). « Physical and Chemical Hydrogeology ». John Wiley & Sons, New York [2nd Ed.]: 506 pages.

Dougherty, D.E., Bagtzoglou, A.C., (1993). « A caution on the regulatory use of numerical solute transport models ». Ground Water 1010 pages.

Gelhar, L.W., (1993). « Stochastic Subsurface Hydrology ». Prentice-Hall, Englewood Cliffs: 390 pages.

Hillel D, (1988). « L'eau et le sol: principes et processus physiques ». Ed Vander, Bruxelles, 288 pages.

Konikow, L.F., Bredehoeft, J.D., (1992). « Ground-water models cannot be validated ». *Advances in Water Resources*: 83 pages.

Konikow, L.F., (1996). « Numerical models of groundwater flow and transport ». In: *Manual on Mathematical Models in Isotope Hydrogeology*, International Atomic Energy Agency Rept. IAEA-TECDOC-910, Vienna, Austria: 112 pages.

Laurencelle L, (2001). « Hasard, nombres aléatoires et méthode de Monté Carlo ». *Presse de l'Université du Québec*, 249 pages.

Li, H. et G. S. Maddala (1996). « Bootstrapping time series models ». *Econometric Reviews* 158 pages.

Maazouzi. A, (2009) « Etude de procédés de filtration sur sable (sud ouest algérien) : application a la production d'eau potable en filtration frontale. Étude de cas sur colonne a l'échelle laboratoire.». Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 164 pages

Marsily (de), G. (1981). « Hydrogéologie quantitative». Masson, Paris, 215 pages.

Marsily, G., (1980). « Cours d'hydrogéologie, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris ». Centre d'infomation géologique, Fontainebleau.

Matheron, G. (1965) « les variables régionalisé et leur estimation ». Thèse Masson & Cie, Paris.

Musy, A. et Soutter, M., (1991). « Physique du sol ». Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 335 pages.

Olivier B., Lumony M. Bangoy, (1999). « HYDROGEOLOGIE Multiscience environnementale des eaux souterraines ». Universités Francophones, Presse de l'Université de Québec PUQ/ AUPELF, 445 pages.

Peaceman, D.W., (1977). « Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation ». Elsevier, Amsterdam:176 pages.

Reilly, T.E., Franke, O.L., Buxton, H.T., Bennett, G.D., (1987). « A conceptual framework for ground-water solute-transport studies with emphasis on physical mechanisms of solute movement ». U.S. Geol. Survey Water-Res. Inv. Rept.

Rubino G, Tuffin B , (2007). « Simulations et méthodes de Monte Carlo ». Institut national de recherche en informatique et en automatique (INRIA), Institut de recherche en informatique et systèmes aléatoires (IRISA), Rennes.

Schoeller, H (1962). « Les eaux souterraines ». Masson & Cie, Paris.

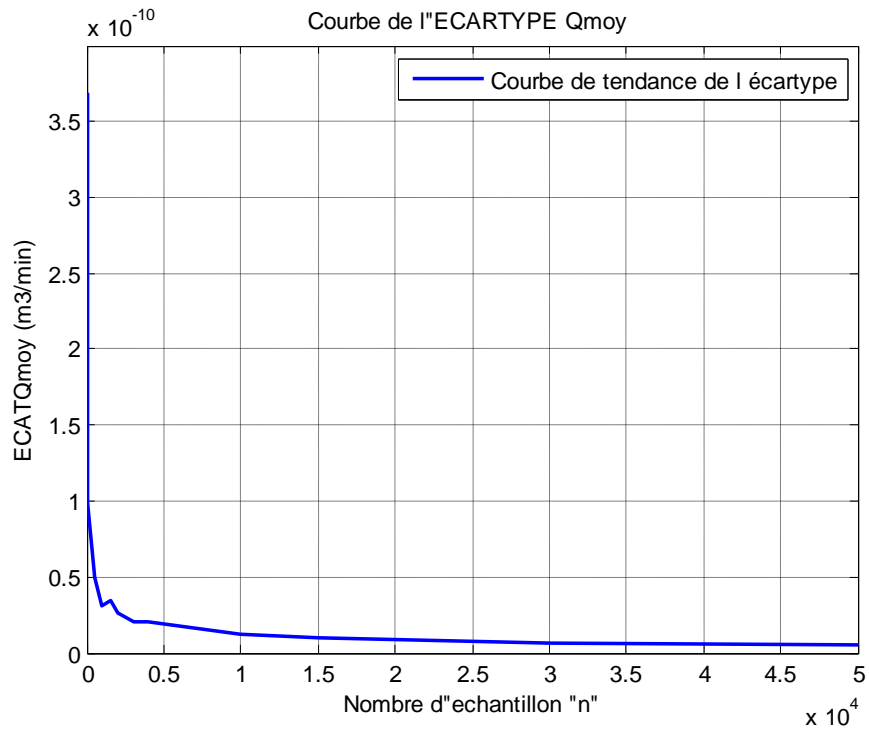
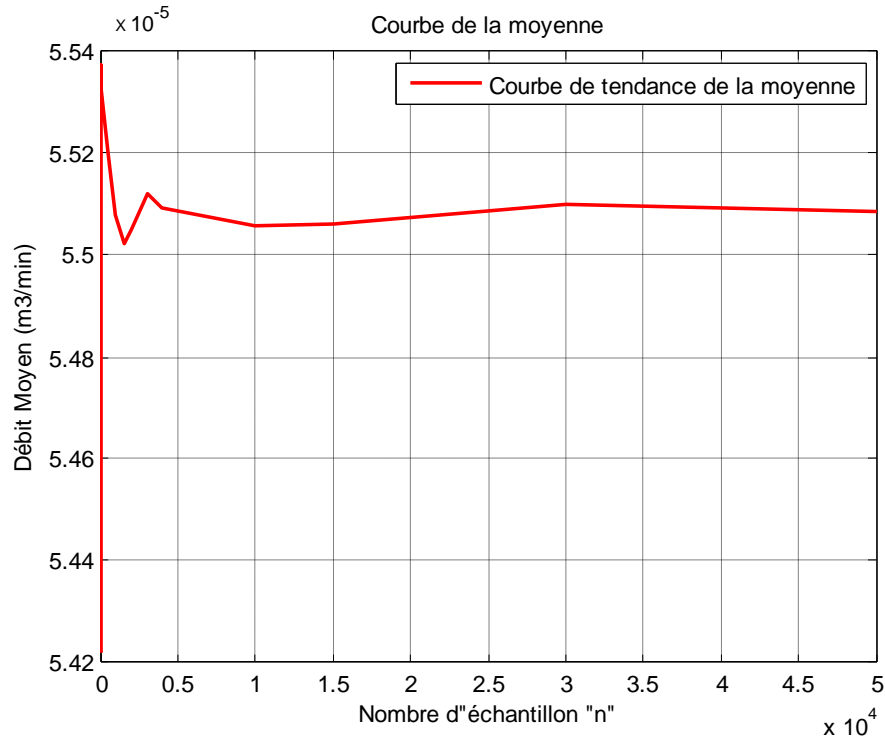
Séglol, G., (1994). « Classic Groundwater Simulations: Proving and Improving Numerical Models ». PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs: 531 pages.

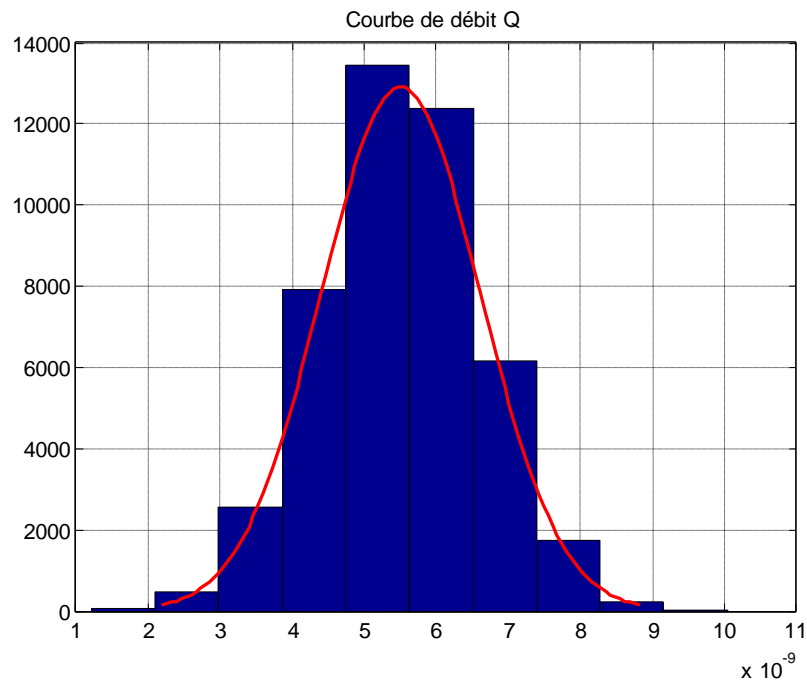
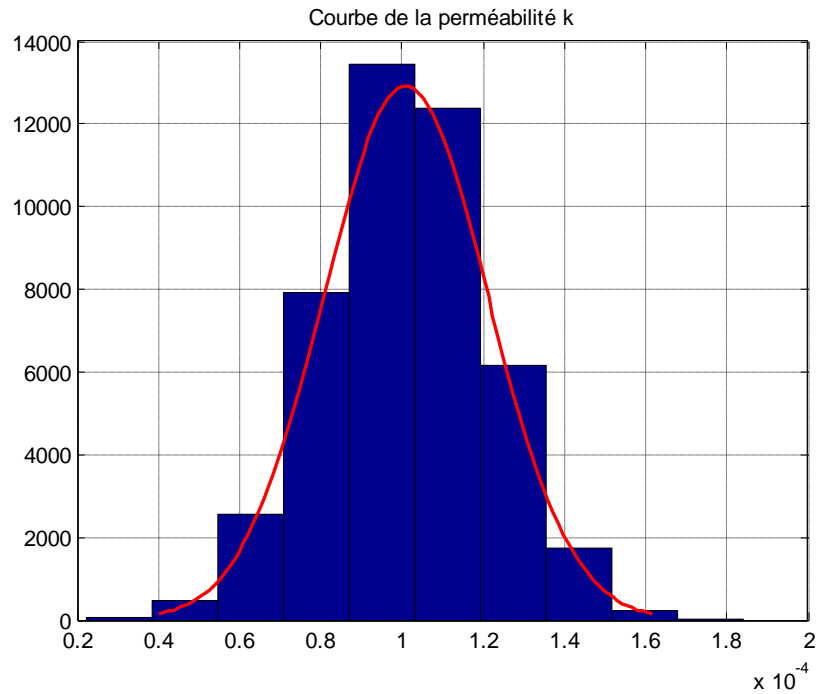
Van Genuchten, M.T., (1980). « A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils ». Soil Science Society of America Journal, 898.

Vogel, T., Genuchten, M.T.v. et Cislerova, M., (2001). « Effect of the shape of the soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions ». Advances in Water Resources, 144.

Simulation numérique de la perméabilité du sable de Béni Abbès

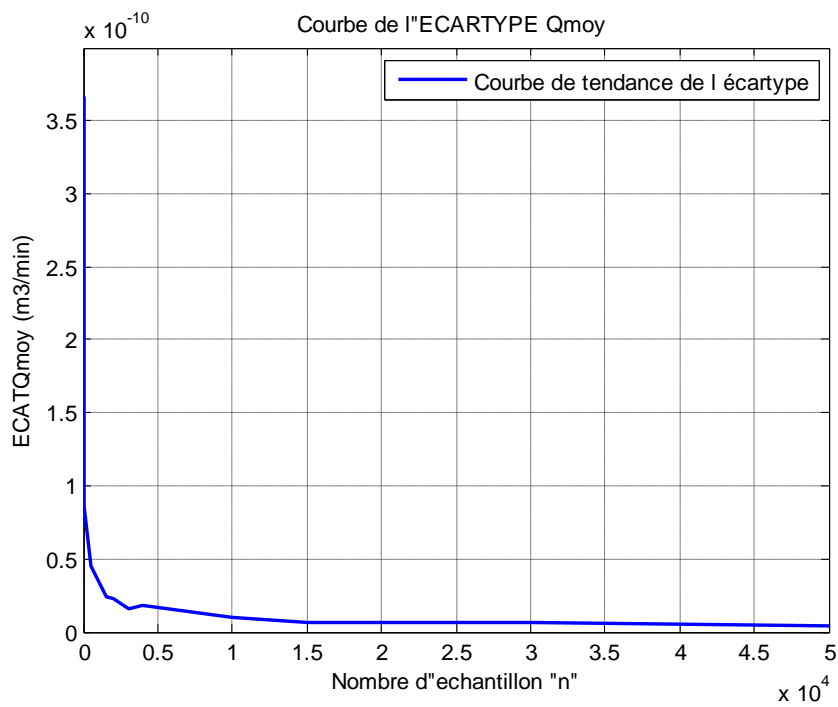
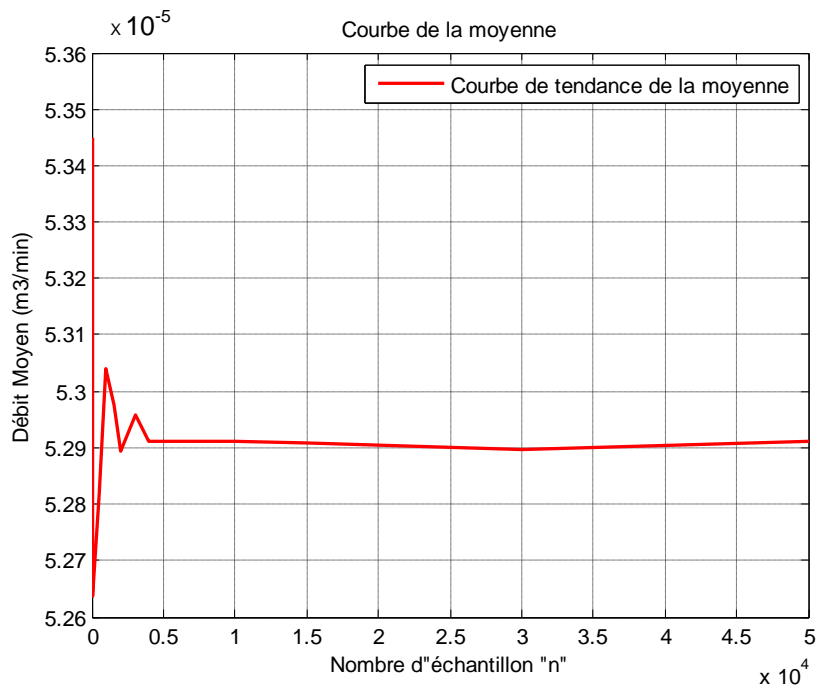
Pour $k= 1,01 \times 10^{-4}$ m/s , l'allure de la courbe de tendance de l'écart type se stabilise pour une valeur de n proche de 45000

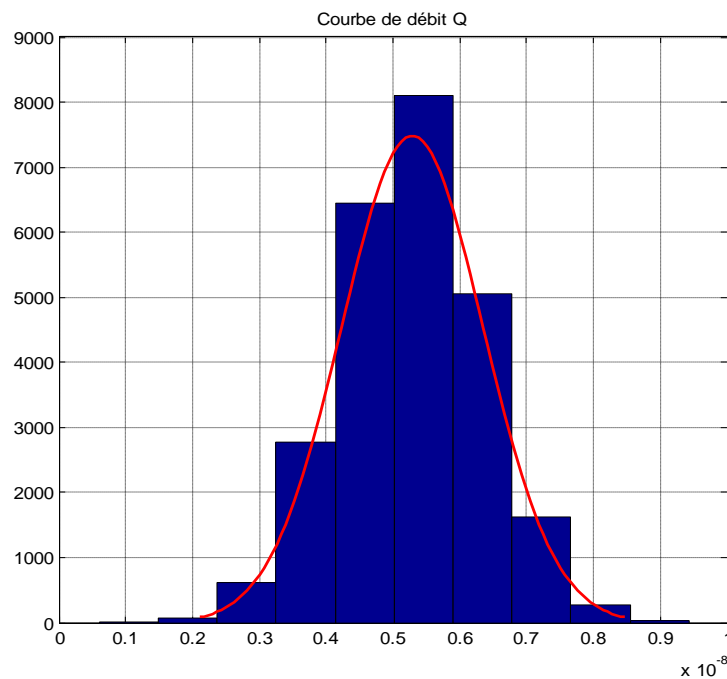
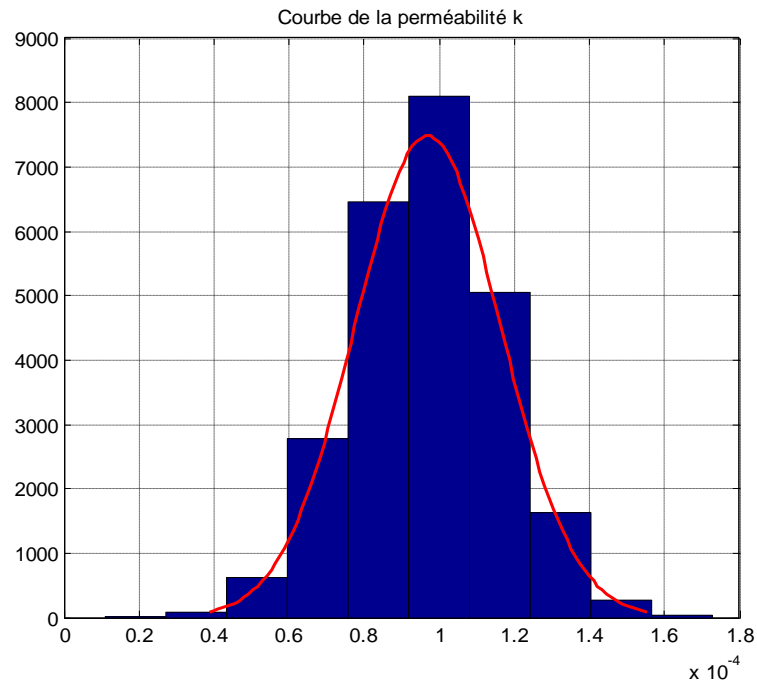




De même, les valeurs de la perméabilité générées par moyen de simulation s'ajustent à l'allure d'une loi normale, le débit correspondant est de l'ordre de $Q_{moy} = 5,5059 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}$ soit une incertitude de $\sigma_Q = 1,1048 \cdot 10^{-9}$.

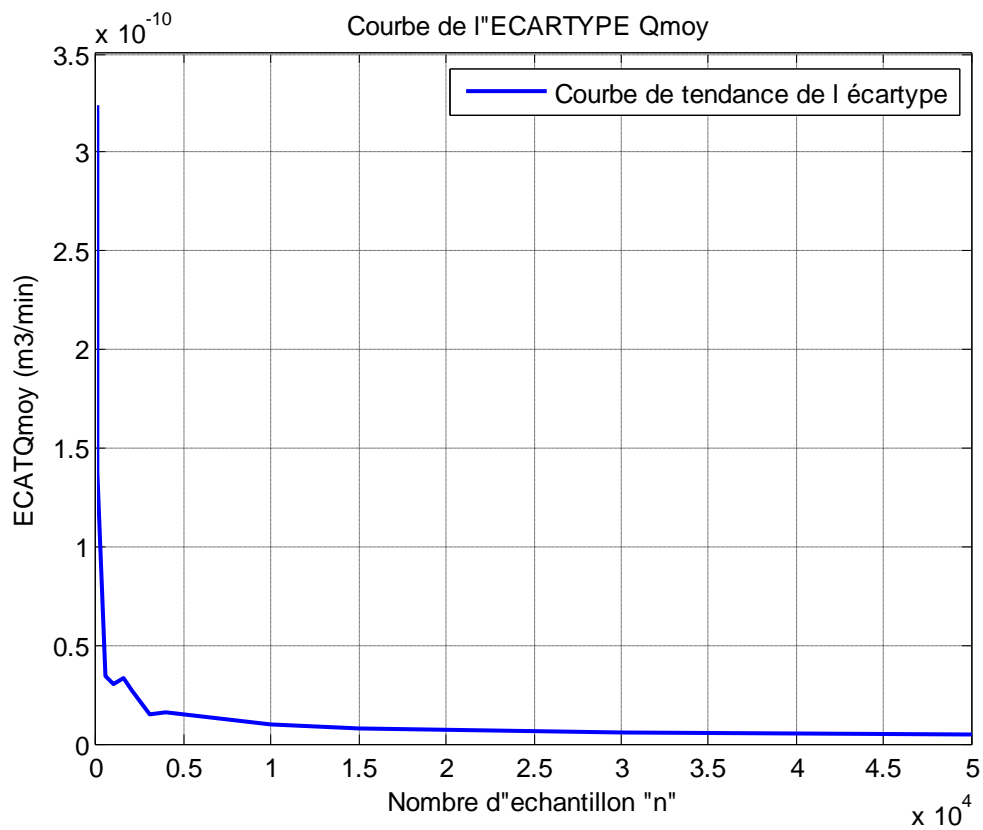
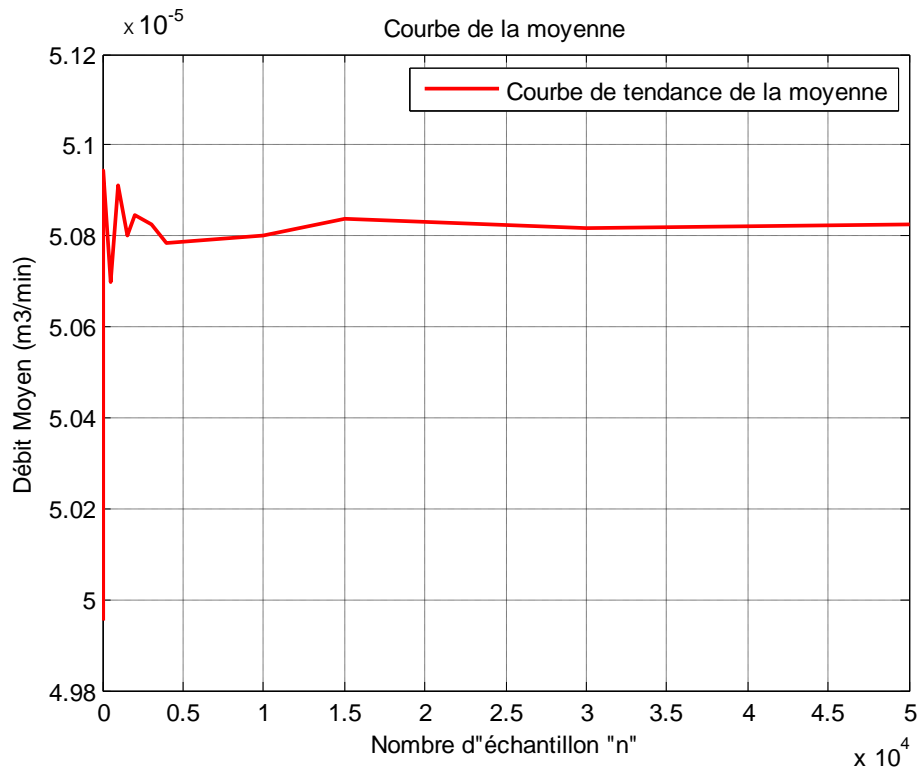
Pour $k = 0,97 \cdot 10^{-4}$ m/s, le nombre d'échantillon qui correspond à une stabilité parfaite de l'allure de la courbe de tendance est de l'ordre de 25000.

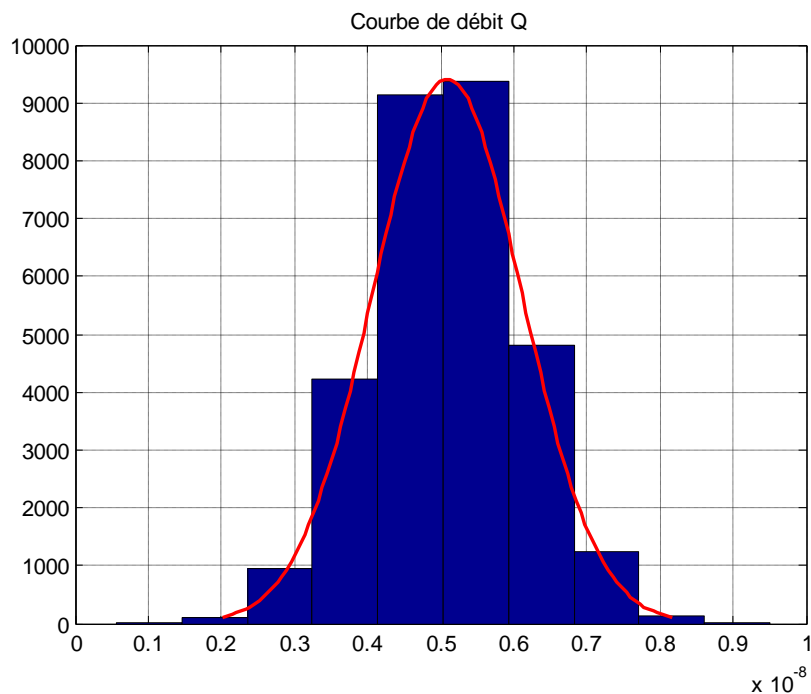
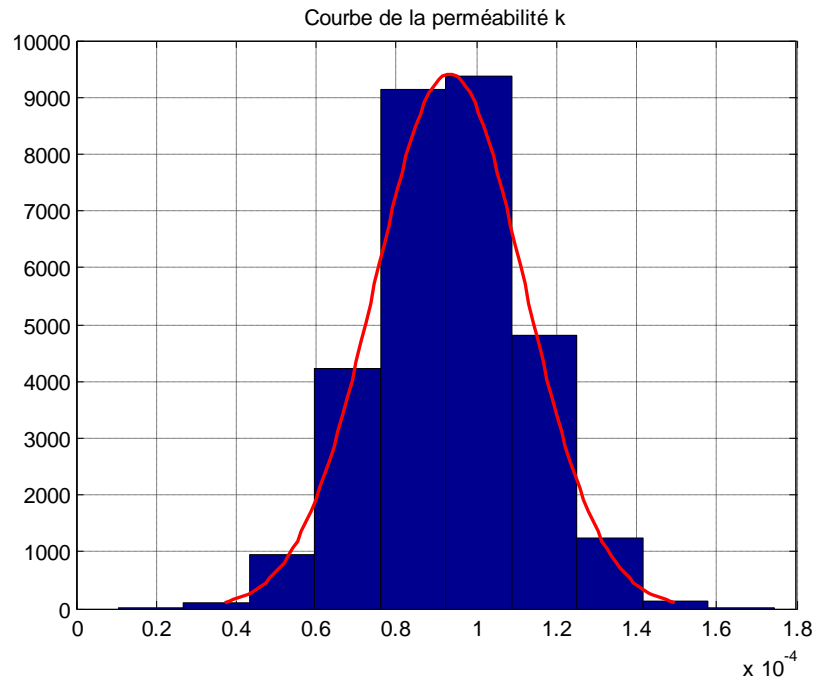




Nous pouvons constater à travers l'histogramme de la perméabilité que la série des valeurs générées est ajustée bien évidemment à une loi normale soit un débit moyen de $Q_{\text{moy}} = 5,2860 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}$; dont l'incertitude correspond à $\sigma_Q = 1,0584 \cdot 10^{-9}$

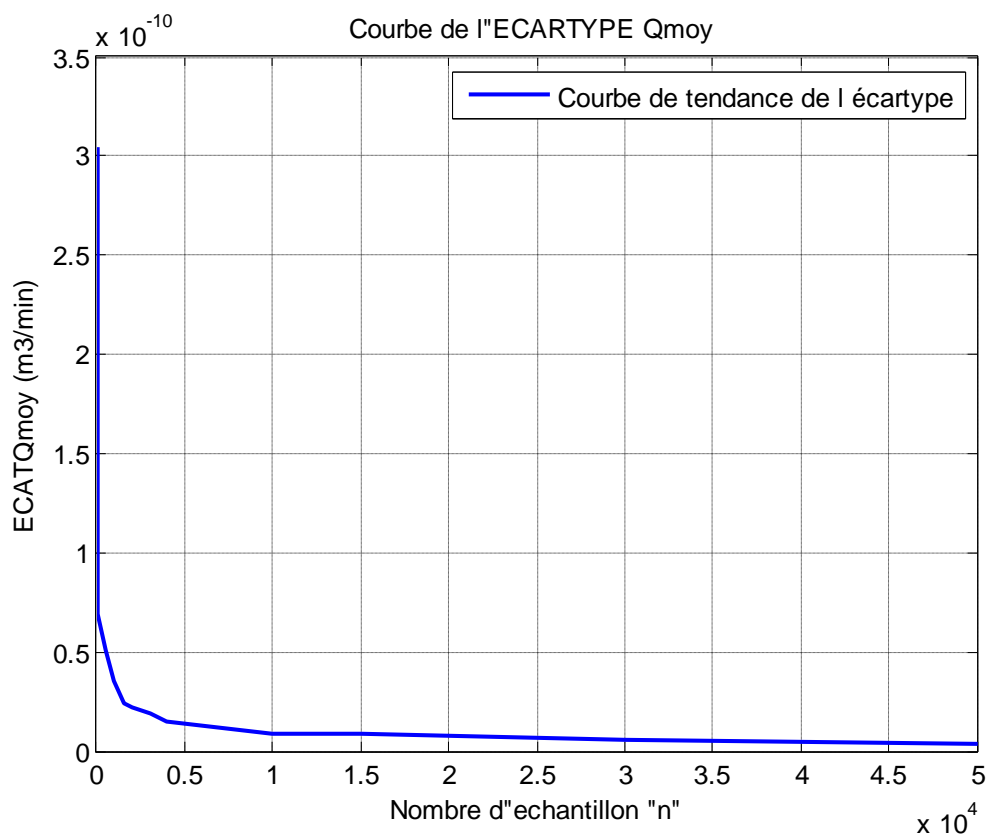
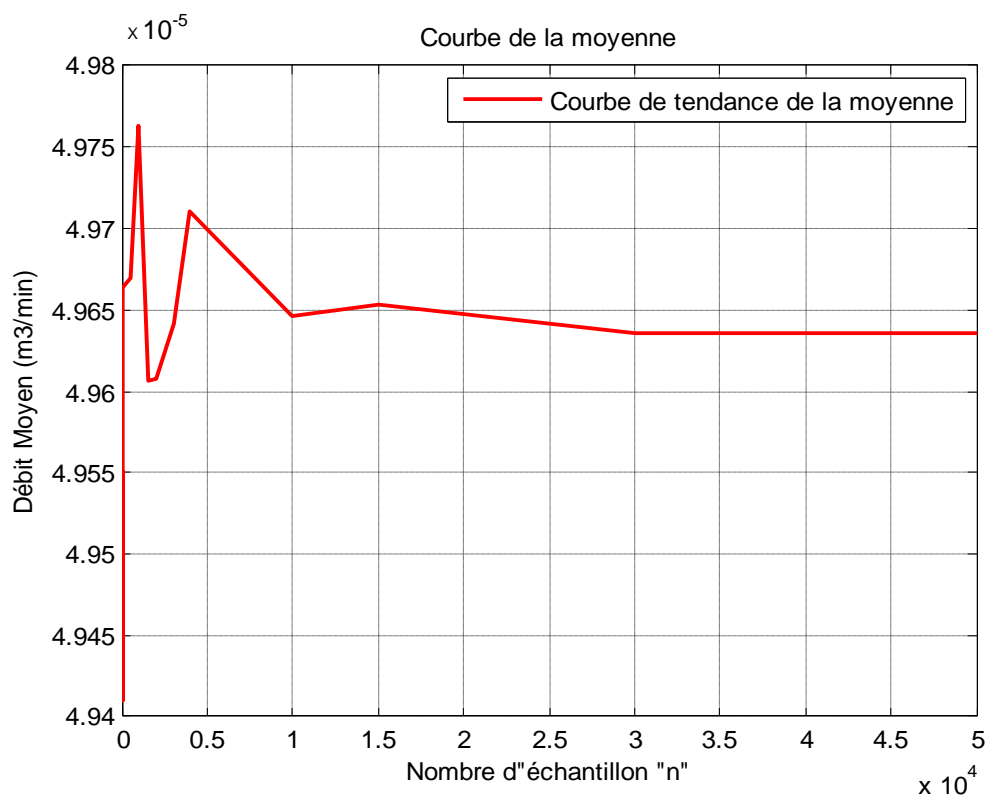
Pour $k = 0,932 \cdot 10^{-4}$ m/s , la stabilité s'obtient pour un nombre d'échantillon égal à 40000

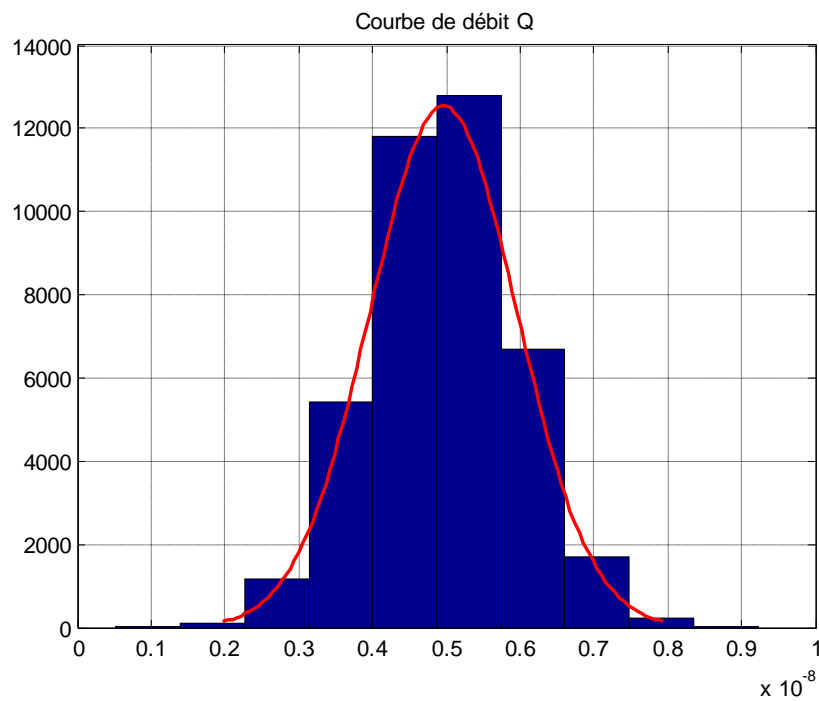
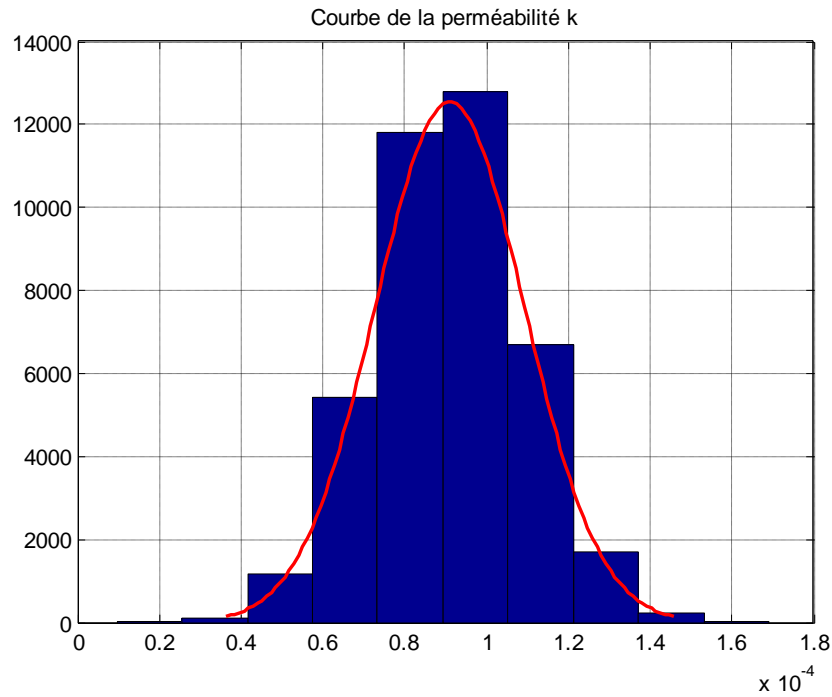




A travers l'histogramme ci-dessus, l'ajustement des valeurs simulées de la perméabilité a une loi normale est bien observé, la valeur du débit correspondant est égale a $Q_{moy} = 5,0901.10^{-5}$ soit une incertitude de l'ordre de $\sigma_Q = 1,0224.10^{-9}$.

Pour $k = 0,91 \cdot 10^{-4}$ m/s, la convergence est observée quand l'allure de la moyenne et de l'écart type se stabilisent dont le nombre d'échantillon était de l'ordre de 40000

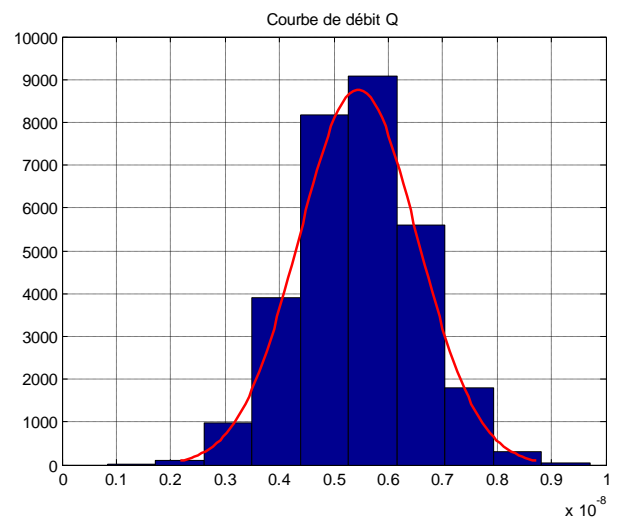
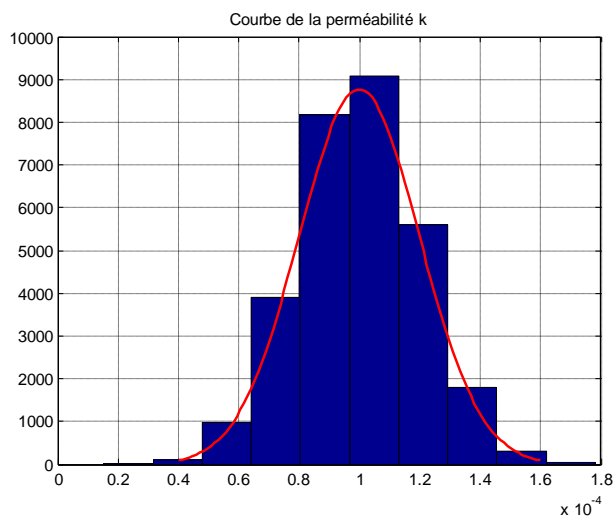
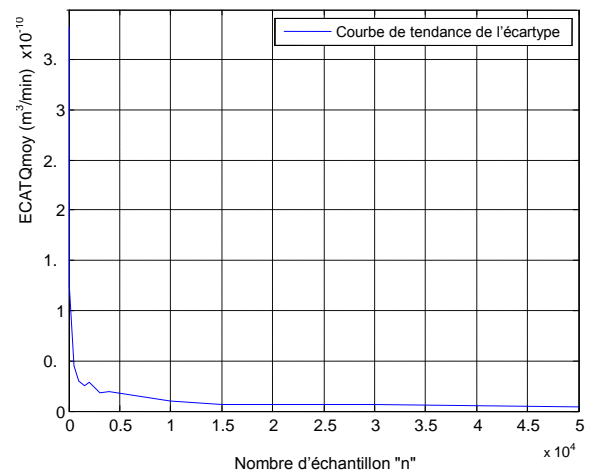
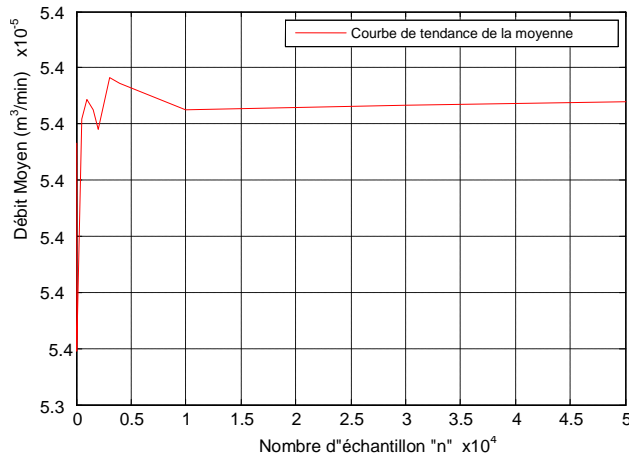




De même pour les cas précédents, la série des valeurs de la perméabilité s'ajustent à une loi normale, dont le débit moyen correspondant vaut $Q_{\text{moy}} = 4,9630 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}$; l'incertitude sur ce dernier est de l'ordre de $\sigma_Q = 9,9497 \cdot 10^{-10}$.

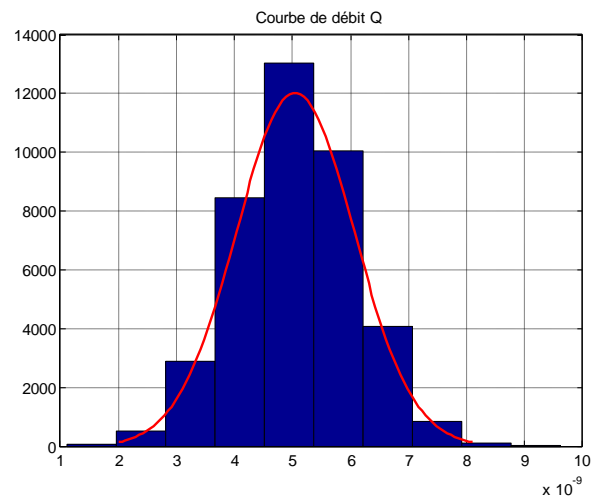
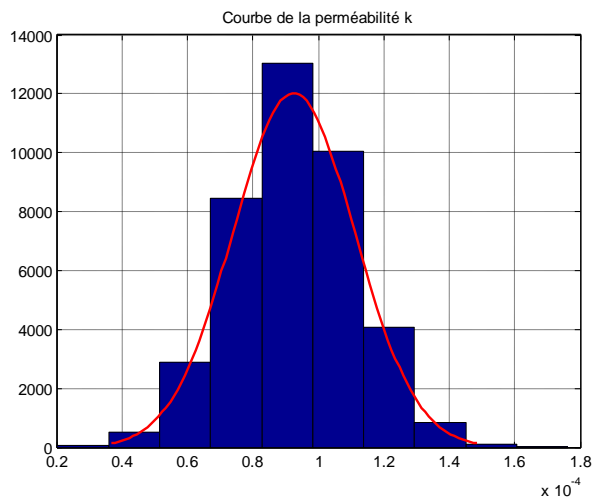
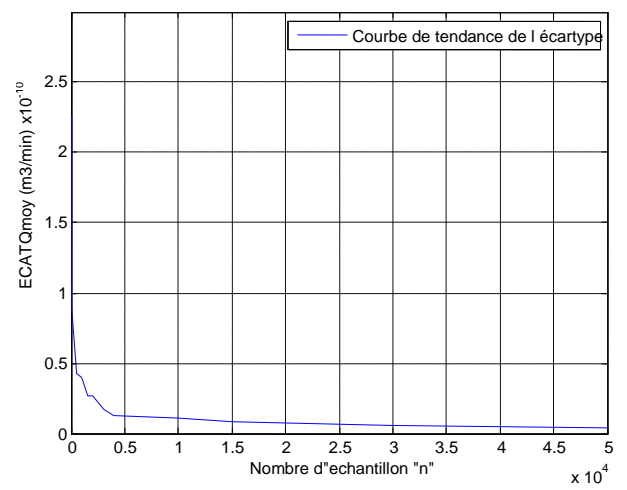
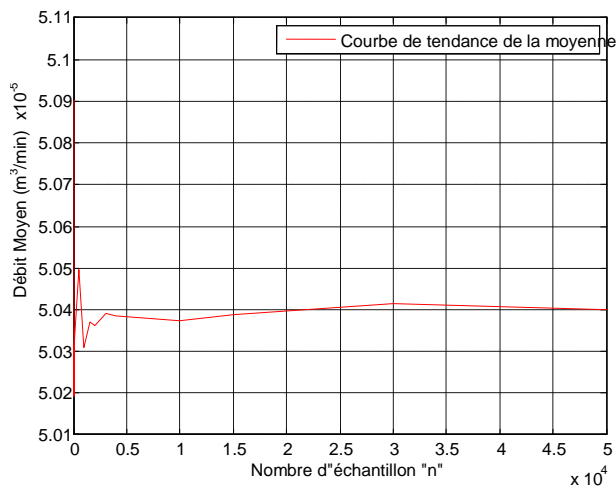
Simulation numérique de la perméabilité du sable de Taghit

Pour $k = 0,998 \cdot 10^{-4}$ m/s, $n = 30000$



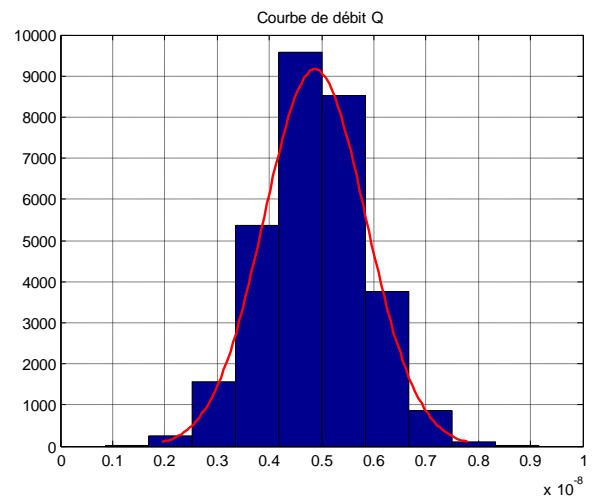
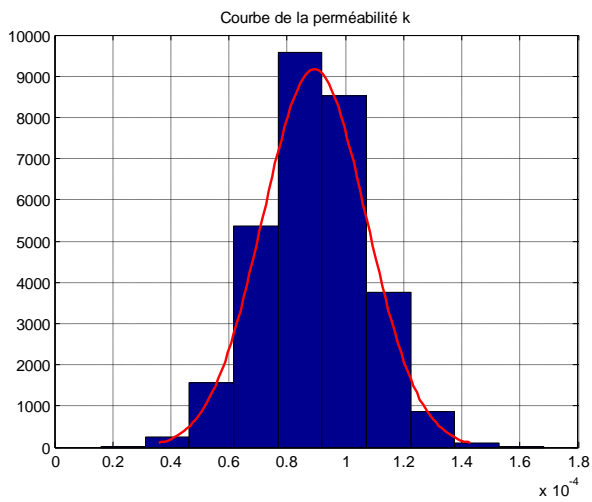
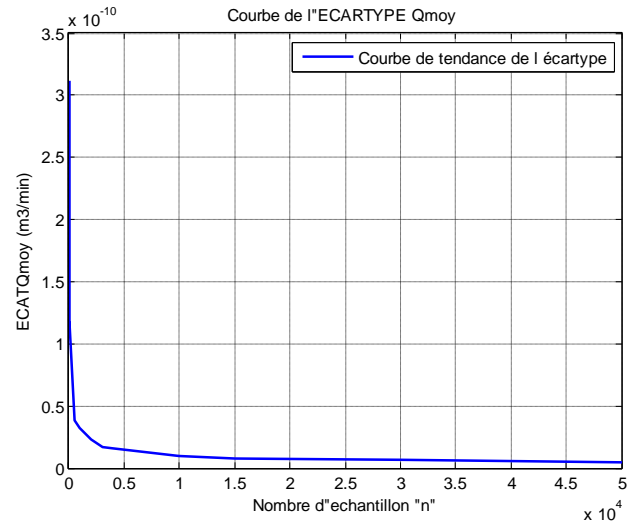
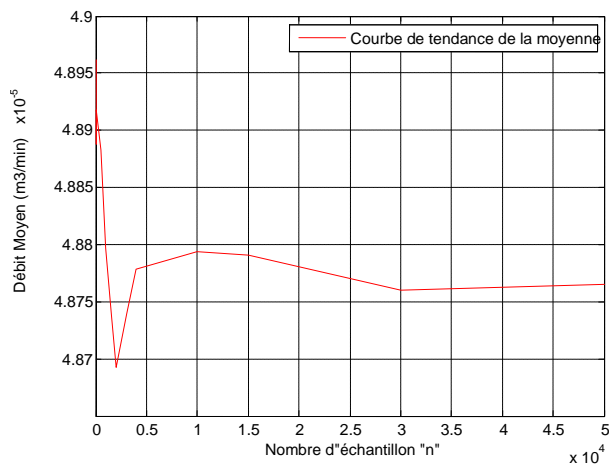
$$Q_{\text{moy}} = 5.4498 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min}.$$

Pour $k=0,924 \cdot 10^{-4}$ m/s ; $n=40000$



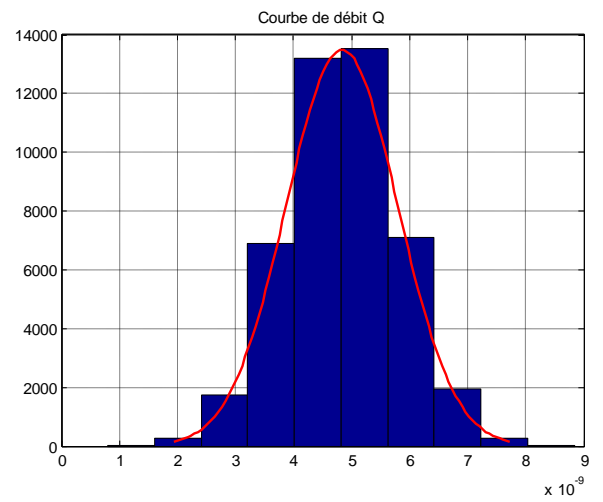
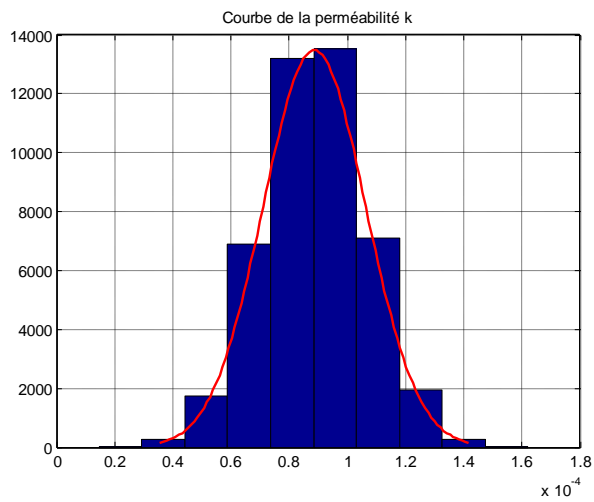
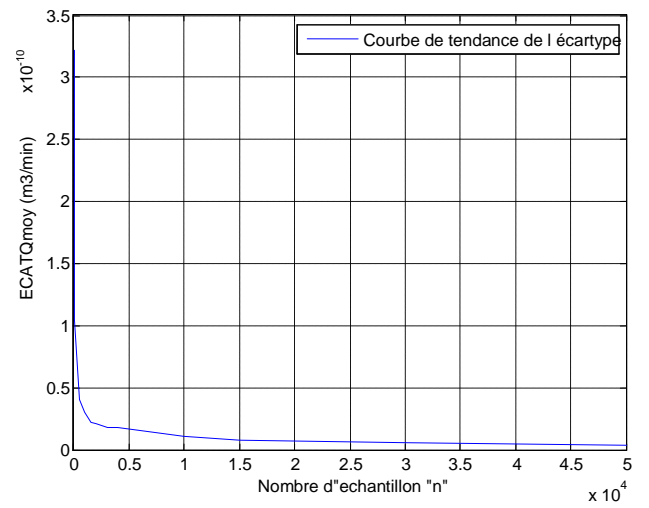
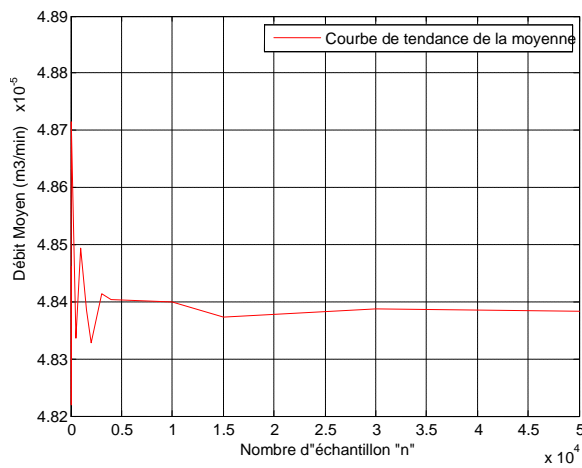
$$Q_{moy} = 5.0460 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min} ;$$

Pour $k = 0,894 \cdot 10^{-4}$ m/s : $n = 30000$



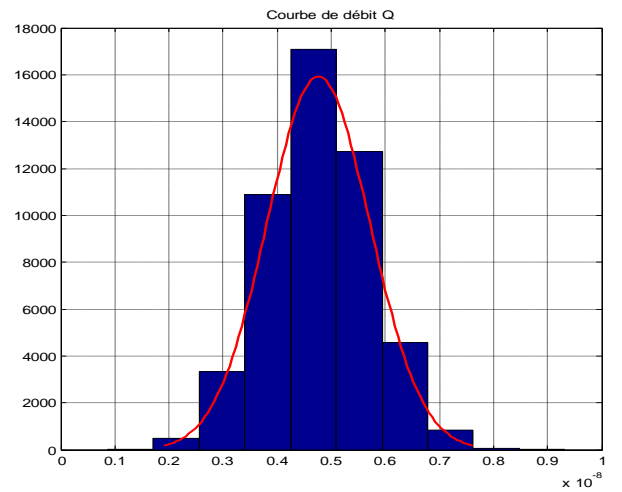
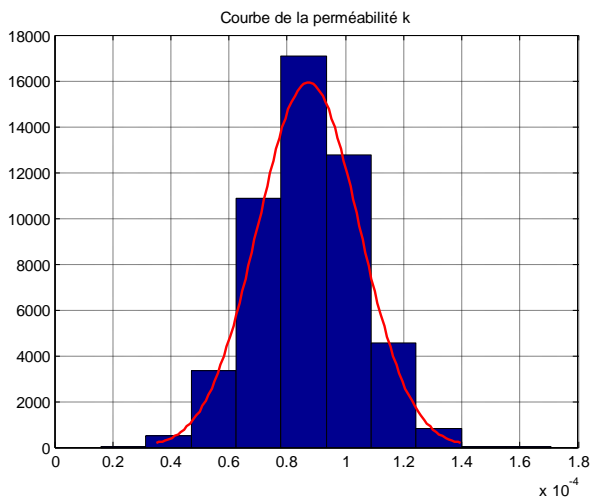
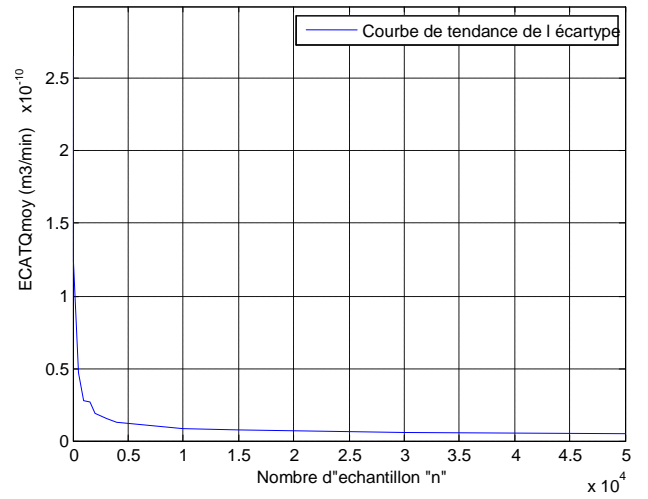
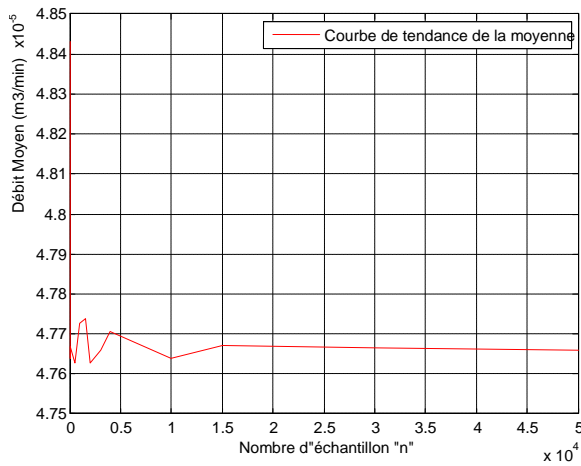
$$Q_{\text{moy}} = 4.8746 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min} ;$$

Pour $k = 0,887 \cdot 10^{-4}$ m/s : $n = 45000$



$Q_{moy} = 4.8357 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min} ;$

Pour $k = 0,874 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$; $n = 50000$



$$Q_{\text{moy}} = 4.7633 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{min} .$$