



# THESE

en vue de l'obtention du titre de

**Docteur en Sciences**  
**En Génie Electrique**

par

**Djaafer LALILI**

Maître assistant chargé de cours à l'université de Jijel  
Magister en Electronique de Puissance et Commande de l'ENSP

**Intitulé**

**MLI Vectorielle et Commande Non Linéaire du Bus Continu des  
Onduleurs Multiniveaux.**

**Application à la Conduite de la Machine Asynchrone.**

Soutenue publiquement le 18 Avril 2009 devant le jury composé de :

M.O. MAHMOUDI	Professeur à l'ENSP	Président
E. M. BERKOUK	Professeur à l'ENSP	Rapporteur
F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENSP	Rapporteur
B. HEMICI	Maître de conférences à l'ENSP	Examineur
I. HABI	Maître de conférences à l'Université de Boumerdes	Examineur
A. TALHA	Maître de conférences à l'USTHB	Examineur
S. LABIOD	Maître de conférences à l'Université de Jijel	Examineur

## *Avant-propos*

Louange à dieu qui nous a donné la force morale et physique qui nous a permis d'achever les travaux de cette thèse.

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire de Commande des Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENSP).

Je tiens d'abord à exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à Monsieur **E.M. BERKOUK**, Professeur à IENSP, pour m'avoir encadré et soutenu durant ces années de thèse. Je le remercie aussi pour son aide précieuse, les conseils et les connaissances dont il a su me faire profiter. Il m'est difficile d'exprimer en quelques mots toute l'admiration que je lui porte.

Je suis extrêmement reconnaissant à Monsieur **F. BOUDJEMA**, Professeur à l'ENSP, pour avoir accepté d'être mon co-directeur de thèse. Ses très nombreux commentaires et suggestions ont considérablement amélioré à la fois le contenu et la présentation de cette thèse. Qu'il reçoit ici le témoignage de toute ma gratitude pour ses grandes qualités humaines et pour son soutien moral.

J'ai été profondément honoré que Monsieur **M.O. MAHMOUDI**, Professeur à l'ENSP, a accepté la présidence de mon jury de thèse. Je tiens à le remercier vivement de la confiance qu'il place dans mes travaux.

J'exprime ma plus profonde gratitude à Monsieur **B. HEMICI**, Maître de conférences à l'ENSP, de m'avoir honoré en acceptant d'être examinateur.

Que Monsieur **I. HABI**, Maître de conférences à l'Université de Boumerdes, trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'intérêt qu'il a voulu porter à ce travail en acceptant de l'examiner.

Je remercie Monsieur **A. TALHA**, Maître de conférences à l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, pour l'honneur qu'il ma fait en participant à l'évaluation de ce travail.

Je tiens également à remercier Monsieur **S. LABIOD**, Maître de conférences à l'Université de Jijel, pour m'avoir fait l'honneur de participer dans le jury d'évaluation de mon travail.

Je voudrais remercier très chaleureusement Monsieur **T. TALEB**, Docteur à l'université Jijel, et Monsieur **J. PETZOLDT**, Professeur à l'université technique d'Ilmenau, pour leur aide inestimable durant mes stages.

Je souhaite remercier également mes collègues membres du laboratoire de modélisation en Electrotechnique (LAMEL) à l'université de Jijel, chacun avec son nom, et en particulier **N. LOURCI**, **B. MEDJAHED**, **A. MELLIT**, **O. BOUHALI** et **C. BOUBAKIR**, pour leurs aides et encouragements incessants pour l'élaboration de ce travail.

Que ceux qui se sentent oubliés, trouvent dans cette phrase ma profonde gratitude et mes remerciements pour l'aide et le soutien apporté durant ces années.

*Je dédie ce travail à mon père, ma mère, ma femme, mes enfants et à tous les membres de ma famille.*

## ملخص :

إن الهدف من هذا العمل هو دراسة التركيبية مقوم- مناوب- محرك كهربائي لا متزامن، والتحكم في هذه التركيبية. في البداية تم عرض كيفية وضع نموذج وكذا كيفية التحكم في المناوبات ثنائية المستوى، ثلاثية المستوى وخماسية المستوى على التوالي. درسنا بعد ذلك طريقتين لكيفية التحكم عن طريق التمثيل الشعاعي للمناوب: طريقة كلاسيكية وطريقة مبسطة، مع إعطاء دراسة مقارنة بين الطريقتين. بعدها قمنا بدراسة وحل مشكل التوازن بين التوترات المستمرة عند مدخل المناوب ثلاثي المستوى وخماسي المستوى، وهذا عن طريق الاختيار المناسب للأشعة التكرارية، و قمنا أيضا بتطبيق نظرية التحكم غير الخطي من أجل تثبيت قيمة التوتر المستمر المتواجد في منطقة الربط بين المناوب والمقوم. بالإضافة إلى تثبيت هذا التوتر، يسمح لنا هذا النوع من التحكم بتقليص كمية الاستطاعة المتفاعلة المستقاة من الشبكة الكهربائية المغذية، ومن ثم الحصول على معامل استطاعة أحادي في هذه الشبكة. في الأخير قمنا بتطبيق نظرية التحكم غير الخطي من أجل التحكم في متغيرات المحرك اللامتزامن الذي يتم تغذيته بواسطة تركيبية المقوم والمناوب المتعدد المستويات.

**الكلمات المفتاحية:** مناوبات متعددة المستويات، ماكينة متزامنة، التحكم بالتمثيل الشعاعي، الأشعة التكرارية، التوازن، الجسر المستمر، التحكم غير الخطي.

## Résumé :

L'objectif de ce travail a été d'étudier la commande de la cascade redresseur- onduleur multiniveaux-machine électrique. La modélisation et la commande par MLI vectorielle de l'onduleur à deux, à trois et à cinq niveaux ont été exposées. Ainsi, une méthode générale et une méthode simplifiée de la modulation vectorielle ont été exposées, suivies d'une étude comparative. Le problème d'équilibrage des sources continues de l'onduleur à trois niveaux et à cinq niveaux a été étudié et résolu par un choix approprié des vecteurs redondants. La théorie de la commande non linéaire par retour d'état linéarisant est appliquée pour l'asservissement de la tension du bus continu reliant le redresseur à deux niveaux à l'onduleur multiniveaux. En plus de la stabilisation de cette tension continue, cette commande linéarisante permet de réduire l'appel de puissance réactive du réseau électrique d'alimentation, et d'avoir ainsi un facteur de puissance unitaire. La commande par retour d'état linéarisant est appliquée pour la commande de la machine asynchrone alimentée par la cascade.

**Mots clés:** Onduleurs multiniveaux, machine asynchrone, Modulation vectorielle, vecteurs redondants, Equilibrage, Bus continu, Commande non linéaire, Retour d'état linéarisant.

## Abstract :

This work deals with the control of a cascade of two level rectifier- Multilevel inverter- induction motor. Modelling and space vector PWM control of two level inverter, three level inverter and five level inverter are presented. A general method and a simplified method of space vector PWM are treated, with a comparative study between them. The balancing problem of dc link voltages of the three level and five level inverters is studied and resolved using a judicious choice of redundant vectors. Feedback linearization control is applied to enslave the DC link voltage between the two level rectifier and the multilevel inverter. In addition to stabilizing this voltage, feedback control allow us to reduce the reactive power in the supplying network, and hence to have a unity power factor. Feedback linearization control is also applied for controlling the induction motor supplied by the rectifier- inverter cascade.

**Keywords:** Multilevel inverters, Induction motor, Space vector PWM, Redundant vectors, Balancing, DC bus, Nonlinear control, Feedback linearization.

# TABLE DES MATIERES

# Table des matières

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## Chapitre 1: Modulation vectorielle

Introduction.....	5
1. Modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux.....	6
1.1 Fonctions de commutation.....	6
1.2 Etats d'un bras de l'onduleur.....	7
1.3 Etats de l'onduleur.....	7
1.4 Tensions de sortie de l'onduleur.....	8
1.5 Vecteur tension de sortie et diagramme vectoriel.....	9
1.6 Vecteur tension de référence.....	9
1.7 Période d'échantillonnage.....	11
1.8 Séquence des états de l'onduleur.....	12
1.9 Modèle de la charge de l'onduleur.....	16
1.10 Simulation numérique.....	17
2. Modulation vectorielle de l'onduleur à 3 niveaux.....	21
2.1 Topologies des onduleurs multiniveaux.....	21
2.1.1 Onduleur à sources séparées.....	21
2.1.2 Onduleur à capacités flottantes.....	22
2.1.3 Onduleur à diodes de flottantes.....	22
2.2 Description de l'onduleur à trois niveaux.....	23
2.3 Fonctions de commutation.....	24
2.4 Etats d'un bras de l'onduleur.....	24
2.5 Etats de l'onduleur.....	25
2.6 Tensions de sortie.....	25
2.7 Vecteur tension de sortie et diagramme vectoriel.....	27
2.8 Vecteur tension de référence.....	29
2.9 Séquence des états de l'onduleur.....	31
2.10 Simulation numérique.....	36
3. Modulation vectorielle de l'onduleur à 5 niveaux.....	40
3.1 Structure de l'onduleur à cinq niveaux.....	40
3.2 Fonctions de commutation.....	40
3.3 Etats des bras et de l'onduleur.....	41
3.4 Tension de sortie.....	42
3.5 Vecteurs de tension et diagramme vectoriel .....	43
3.6 Séquence des états de l'onduleur.....	46
3.7 Simulation numérique.....	50
Conclusion.....	54

## Chapitre 2: Méthode simplifiée de la modulation vectorielle

Introduction.....	55
1. Méthode simplifiée de la modulation vectorielle de l'onduleur à 3 niveaux...	56
1.1 Principe de la méthode.....	56
1.2 Sélection d'un hexagone.....	57
1.3 Correction du vecteur tension de référence.....	57
1.4 Séquence des états de l'onduleur.....	59
1.5 Simulation numérique.....	60
2. Méthode simplifiée de la modulation vectorielle de l'onduleur à 5 niveaux...	64
2.1 Sélection d'un hexagone à trois niveaux.....	65

2.2	Première correction du vecteur tension de référence .....	65
2.3	Sélection d'un hexagone à deux niveaux.....	67
2.4	Deuxième correction du vecteur tension de référence .....	67
2.5	Séquence des états de l'onduleur.....	68
2.6	Simulation numérique.....	69
	Conclusion.....	73

### **Chapitre 3: Equilibrage des tensions par vecteurs redondants**

	Introduction.....	74
1.	Equilibrage dans le cas de l'onduleur à trois niveaux.....	75
1.1	Relation entre courants des condensateurs et courants de charge...	75
1.2	Effets des vecteurs redondants sur les tensions des condensateurs..	77
1.3	Choix de la redondance à appliquer.....	77
1.4	Simulation numérique.....	78
2.	Equilibrage dans le cas de l'onduleur à cinq niveaux .....	84
2.1	Relation entre courants des condensateurs et courants de charge...	84
2.2	Groupes des vecteurs redondants.....	85
2.3	Effets des vecteurs redondants sur les tensions des condensateurs..	89
2.4	Critère de choix des redondances.....	91
2.5	Simulation numérique.....	91
	Conclusion.....	98

### **Chapitre 4: Commande non linéaire de la cascade redresseur- onduleur- machine asynchrone**

	Introduction.....	99
1.	Modélisation du redresseur .....	100
2.	Commande linéarisante appliquée au redresseur.....	102
2.1	Mise en forme d'équation d'état.....	102
2.2	Degré relatif.....	103
2.3	Boucle de linéarisation.....	104
2.4	Boucle de réglage linéaire.....	106
2.5	Simulation numérique.....	107
2.5.1	Cas d'une charge résistive.....	107
2.5.2	Cascade redresseur–onduleur à 2 niveaux- machine.....	111
2.5.3	Cascade redresseur–onduleur à 3 niveaux- machine .....	115
2.5.4	Cascade redresseur–onduleur à 5 niveaux- machine .....	119
3.	Commande linéarisante appliquée à la machine asynchrone.....	124
3.1	Modèle d'état de la machine.....	124
3.2	Degré relatif.....	125
3.3	Boucle de linéarisation.....	127
3.4	Boucle de réglage linéaire.....	129
3.5	Extension au réglage de la vitesse.....	129
3.6	Simulation numérique.....	132
	Conclusion.....	134
	Conclusion générale.....	135
	Bibliographie.....	137
	Annexe 1 : Paramètres de la machine asynchrone et du réseau électrique.....	146
	Annexe 2 : Théorie de la commande par retour d'état linéarisant.....	147

# INTRODUCTION GENERALE

## Introduction Générale

Avec le développement industriel, il est devenu une nécessité d'utiliser des machines électriques de puissance de plus en plus forte afin de développer les couples exigés par les différentes applications. Ces machines exigent une forte tension d'alimentation. Les machines électriques étant actuellement alimentées à travers des convertisseurs de puissance, ces derniers doivent être dimensionnés et commandés de manière à supporter des tensions d'alimentation élevées, de qualité convenable.

L'utilisation d'un convertisseur classique à deux niveaux dans le domaine des applications de forte puissance ne convient pas, car elle exige des composants électroniques capables de supporter de forte tension inverse et de fort courant. Un autre inconvénient lié à ce convertisseur est le problème des interférences magnétiques engendrées par le passage brusque de la tension de sortie de l'onduleur d'une valeur nulle à une forte valeur.

L'amélioration de la forme de la tension de sortie des convertisseurs est un axe de recherche très actif, qui ne cesse de se développer. L'objectif de cet axe de recherche est d'améliorer la qualité de la tension de sortie, ainsi que de contourner les problèmes liés aux onduleurs à deux niveaux. L'objectif d'amélioration de la tension de sortie de l'onduleur peut être atteint soit par modification du circuit de l'onduleur lui-même, soit par le choix de la stratégie de sa commande. Plusieurs topologies des onduleurs sont proposées dans la littérature, telles que les onduleurs multiniveaux et les convertisseurs matriciels. L'onduleur multiniveaux, proposé pour la première fois par [Naba 81], permet de générer une tension de sortie à plusieurs niveaux de tension, en augmentant le nombre des interrupteurs composant l'onduleur, et en multipliant le nombre de sources continues à l'entrée, soit artificiellement par des condensateurs, soit réellement en utilisant des sources séparées [Koya 92] [Berk 95] [Lai 96].

Il existe trois topologies d'onduleurs multiniveaux : les onduleurs à diodes flottantes, les onduleurs à capacités flottantes et les onduleur en cascade [Lai 96]. L'onduleur à diodes flottantes est celui qui attire le plus d'attention, vue sa structure plus simple. D'ailleurs, on trouve dans la littérature des travaux de recherches sur deux principaux types d'onduleurs multiniveaux : les onduleurs à trois niveaux et les onduleurs à cinq niveaux. En augmentant le niveau de l'onduleur, on gagne en terme de qualité de la tension de sortie, au détriment du coût et de l'ergonomie de l'installation.

La forme de la tension de sortie dépend également de la méthode utilisée pour la commande de l'onduleur. Il existe plusieurs stratégies de la commande par la modulation des largeurs



d'impulsions, telles que la modulation triangulo- sinusoïdale, la modulation par hystérésis, et la modulation vectorielle [Berk 95][Khok 07][Imar 07][Talh 05-2][Gher 01][Gher 02][Zaim 05][Bark 08-1][Bark 08-2]. La modulation vectorielle, proposée par [Van 88] est reconnue comme étant la plus performante et la plus utilisée parmi ces méthodes de modulation. Néanmoins, avec l'augmentation du niveau de l'onduleur, ce type de modulation devient de plus en plus compliquée, à cause de l'augmentation en exponentielle du nombre des positions possible pour le vecteur tension de sortie.

Plusieurs travaux de recherche appliquent la modulation vectorielle sur les onduleurs à trois niveaux [Koya 92][Mong 04] [Hu 07] et à cinq niveaux [Bata 02] [Oh 07] [Wei 03]. Ces travaux utilisent une méthode typique qui consiste à approximer le vecteur tension de sortie de l'onduleur par une combinaison des vecteurs limitants la région contenant ce vecteur de tension. Cette méthode peut provoquer des changements brusques dans la tension de sortie, dus au passage du vecteur tension de référence d'une région à une autre lors de sa rotation dans le plan complexe. Ces changements brusques sont alors à l'origine de l'augmentation du taux d'harmoniques. En plus, avec cette méthode typique, on a besoin de calculer à chaque période d'échantillonnage les séquences des états de l'onduleur et les durées pendant lesquelles on doit appliquer chaque séquence, ce qui provoque une augmentation considérable du temps de calcul dans le cas des onduleurs à niveaux élevés.

Récemment, plusieurs travaux essaient de proposer des versions simples, rapides et universelles de la modulation vectorielle des onduleurs multiniveaux. Ces approches consistent à transformer les équations de la modulation vectorielle en une nouvelle forme en utilisant un système de coordonnées convenables [Cela01] [Wei 03] [Seo 01] [Prat 02] [Pera 05][Chek 07][Bouh 05][Bouh 07][Ghen 07]. Dans [Cela 01], il a été proposée une méthode qui représente le vecteur tension de sortie dans un système de coordonnées euclidiennes à trois dimensions. Une autre approche proposée dans [Wei 03], transforme le diagramme vectoriel des coordonnées cartésiennes en coordonnées à  $60^\circ$  (angle entre les deux axes du nouveau système). Dans [Seo 01], certaines manipulations permettent de simplifier le diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux en diagramme vectoriel d'un onduleur à deux niveaux. Dans [Prat 02], l'hexagone représentant le diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux est aplatie, et le vecteur de tension est normalisé afin de réduire le volume des calculs de l'algorithme. La méthode utilisée dans [Pera 05] ajoute à la modulation vectorielle une boucle de commande prédictive du courant. Le courant de la charge est prédit pour chaque position du vecteur de tension. L'erreur de courant est alors calculée, et l'état des interrupteurs de l'onduleur qui minimise cette erreur est imposé. Bien que ces méthodes proposent des algorithmes universels applicables à tous les onduleurs multiniveaux, leurs algorithmes restent compliquées à cause des transformations des coordonnées utilisées.

L'inconvénient majeur des onduleurs multiniveaux est le déséquilibre qui se produit entre les tensions aux bornes des condensateurs se trouvant dans le côté continu de l'onduleur. Ce déséquilibre est provoqué par les courants circulant dans ces condensateurs, en causant le chargement de certaines capacités et le déchargement des autres. Ce déséquilibre se répercute sur la tension de sortie de l'onduleur, en augmentant son taux d'harmoniques, et en provoquant une composante continue de cette tension, qui risque de saturer la machine alimentée par l'onduleur. Le problème du déséquilibre s'aggrave davantage dans le cas des onduleurs de niveaux élevés, à cause de la multiplication des points milieux entre les condensateurs d'entrée.

Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature pour résoudre le problème du déséquilibre des sources continues de l'onduleur multiniveau. Certaines méthodes sont basées sur l'idée d'ajouter des séquences à tension nulle ou des offsets continus au vecteur de sortie [Lee 03-1] [Newt 97]. La méthode utilisée dans [Lee 98] et [Joua 02] ajoute des circuits d'électronique de puissance à l'onduleur pour pouvoir redistribuer la charge électrique entre les condensateurs. Une méthode basée sur la minimisation d'une fonction quadratique dépendant des tensions aux bornes des condensateurs est proposée dans [Pou 04]. Cette fonction quadratique est définie positive, et atteint zéro lorsque les tensions aux bornes des différentes condensateurs seraient égales. D'autres méthodes appliquent les théories des commandes automatiques telles que la commande par logique floue, La commande par réseaux de neurones et la commande par mode de glissement [Chib 02] [Bark 06][Bark 08-2][Bouh 04][Bouc 04][Bouc 07][Talh 05\_2][Beri 04][Gher 99]. Ces différentes méthodes ont toujours des inconvénients, tels que le coût élevé de réalisation, la complexité de l'installation ou l'utilisation des réglages en boucle ouverte seulement.

L'énergie alimentant la cascade onduleur- machine est généralement obtenue à partir d'un réseau électrique alternatif en utilisant un redresseur commandé en modulation de largeurs d'impulsions (MLI). La commande en MLI du redresseur permet, entre autres, d'avoir une tension continue stable à sa sortie, d'avoir un écoulement bidirectionnel de puissance entre le réseau et la machine, d'avoir un facteur de puissance unitaire et de réduire les harmoniques de courant dans le réseau électrique. Plusieurs méthodes de commande du redresseur et de la cascade redresseur-onduleur multiniveaux sont proposées dans la littérature [Berk 98][Gher 03][Berk 04][Chi 05][Talh 05-1][Bouc 06-1][Bouc 06-2][Gued 07]. Dans [Blas 97] et [Tsa 99], une stratégie de commande basée sur la linéarisation par le Jacobien autour d'un point de fonctionnement est proposée. Cette stratégie a certaines limites, telles que la limitation du domaine de fonctionnement et la nécessité d'une grande capacité à la sortie du redresseur pour assurer la constance de la tension de sortie en présence des variations de la charge. D'autres travaux appliquent les méthodes d'automatique pour la commande du redresseur, telles que la logique floue, les réseaux de neurones, la technique de backstepping ou le mode de glissement [Hoff 98] [Zhao 04] [Valo 97] [Hamm 06] [Mats 98].

Le modèle mathématique du redresseur étant un modèle non linéaire, on peut alors lui appliquer la commande non linéaire. Le fondement théorique de cette commande est basé sur la transformation de chaque système non linéaire en plusieurs sous systèmes linéaires, et d'appliquer par la suite les méthodes de réglage linéaires [Isid 98] [Slot 91] [Nijm 90] [Krst 95]. Cette théorie est appliquée généralement pour la commande des machines et actionneurs électriques [Gren 97] [Meht 98] [Kadd 00] [Feki 04] [Kale 04] [Pire 04] [Wlas 05]. L'application de cette théorie pour la commande du redresseur MLI a été proposée pour la première fois par [Riou 94]. Par la suite, d'autres travaux ont donné plus de détails sur l'application de cette méthode de commande [Espi 99] [Kana 02] [Lee 02-2] [Lee 03-2] [Liut 05] [Yaco 01] [Yaco 02] [Yaco 05-1] [Yaco 05-2]. Ces travaux considèrent une charge résistive du redresseur.

Le sujet de la thèse consiste à étudier la cascade d'alimentation d'une machine asynchrone, et de commander cette cascade d'une manière à obtenir les performances requises, que ce soit du point de vue qualité de la tension fournie par la cascade, ou du point de vue effet de la cascade sur le réseau triphasé d'alimentation.

Dans le premier chapitre, nous allons étudier la commande en modulation de largeur d'impulsion de l'onduleur, et en particulier la modulation vectorielle. Nous développerons l'algorithme de la modulation vectorielle dans le cas de l'onduleur à deux niveaux, à trois niveaux et à cinq niveaux.

Dans le deuxième chapitre, on va développer un algorithme simplifié de la modulation vectorielle, suivi d'une étude comparative avec la méthode classique traitée dans le premier chapitre.

Dans le troisième chapitre, On va traiter le problème de déséquilibre des sources de tension des onduleurs multiniveaux. Nous allons profiter des états redondants de l'onduleur pour assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs de la source continue. Ces états redondants produisent le même vecteur tension de sortie, mais qui ont des effets opposés sur les tensions des condensateurs à l'entrée de l'onduleur.

Dans le quatrième chapitre, nous allons appliquer la théorie du réglage non linéaire, pour la commande du redresseur fournissant la tension continue nécessaire à l'alimentation de l'onduleur. On présentera le cas d'une charge résistive du redresseur, de la cascade redresseur- onduleur à deux niveaux- machine asynchrone, de la cascade redresseur- onduleur à trois niveaux- machine asynchrone et de la cascade redresseur- onduleur à cinq niveaux- machine asynchrone. Par suite, nous appliquerons la commande non linéaire sur la machine asynchrone alimentée par la cascade : redresseur à deux niveaux- onduleur multiniveaux.

# CHAPITRE 1

## MODULATION VECTORIELLE

## Chapitre 1:

# Modulation vectorielle

## Introduction

La machine électrique alternative est alimentée à travers un convertisseur de puissance. Pour obtenir le fonctionnement optimal de cette machine, on doit l'alimenter par une source de tension aussi proche que possible d'une forme sinusoïdale.

L'amélioration de la forme de la tension de sortie des convertisseurs est un axe de recherche très actif, qui ne cesse de se développer en profitant de la technologie des semi-conducteurs et des calculateurs numériques.

Pour améliorer la tension de sortie d'un onduleur, on peut agir sur sa structure ou sur la méthode de sa commande. Plusieurs topologies d'onduleurs sont proposées dans la littérature telles que les onduleurs multiniveaux [Nabae 81] [Koya 92] (Berk 95) [Lai 96]. Les onduleurs multiniveaux génèrent une tension de sortie à plusieurs niveaux de tension, en augmentant le nombre des interrupteurs de l'onduleur, et en multipliant le nombre de sources continues à l'entrée, soit artificiellement par des condensateurs, soit réellement en utilisant des sources séparées.

La forme de la tension de sortie dépend également de la méthode utilisée pour la commande de l'onduleur. Généralement on utilise des commandes par modulation de largeurs d'impulsions. On rencontre plusieurs stratégies de ce type de commande, telles que la modulation triangulo-sinusoïdale, la modulation par hystérésis, et la modulation vectorielle. La modulation vectorielle est reconnue comme étant la plus performante et la plus utilisée. L'algorithme de cette modulation devient de plus en plus compliqué lors de son application sur les onduleurs multiniveaux.

Dans ce chapitre, on applique la modulation vectorielle pour la commande de l'onduleur à deux, à trois puis à cinq niveaux, en faisant une étude comparative.

## 1. Modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux [Van 88]

L'onduleur de tension triphasé à deux niveaux est composé de trois bras. Chaque bras a deux interrupteurs bidirectionnels, qui fonctionnent de manière complémentaire pour éviter le court-circuit de la source de tension continue à l'entrée de l'onduleur, ou l'ouverture de la charge de l'onduleur considérée comme une source de courant (Fig.1.1). L'interrupteur bidirectionnel peut être réalisé par un transistor de puissance en antiparallèle avec une diode de puissance. La source de tension continue à l'entrée de l'onduleur peut être obtenue à la sortie d'un redresseur lié à un réseau alternatif, en passant par un filtre capacitif. La charge de l'onduleur est une machine asynchrone.

### 1.1. Fonctions de commutation

Pour chaque interrupteur  $S_{ij}$  ( $i=1,2, j=1,2,3$ ), on définit une fonction de commutation  $F_{ij}$  :

$$F_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } s_{ij} \text{ est fermé} \\ 0 & \text{si } s_{ij} \text{ est ouvert} \end{cases} \quad (1.1)$$

La complémentarité entre les deux interrupteurs de chaque bras impose l'équation suivante:

$$F_{2j} = 1 - F_{1j}, j = 1-3 \quad (1.2)$$

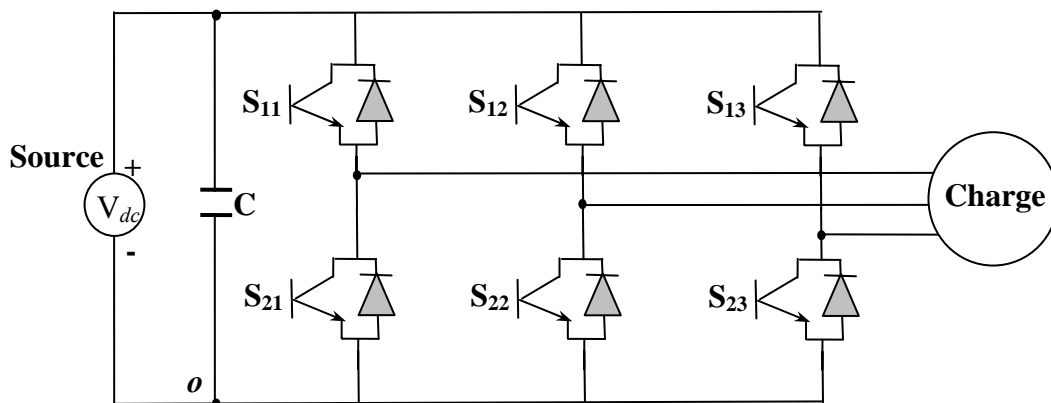


Fig.1. 1: Structure de l'onduleur à deux niveaux.

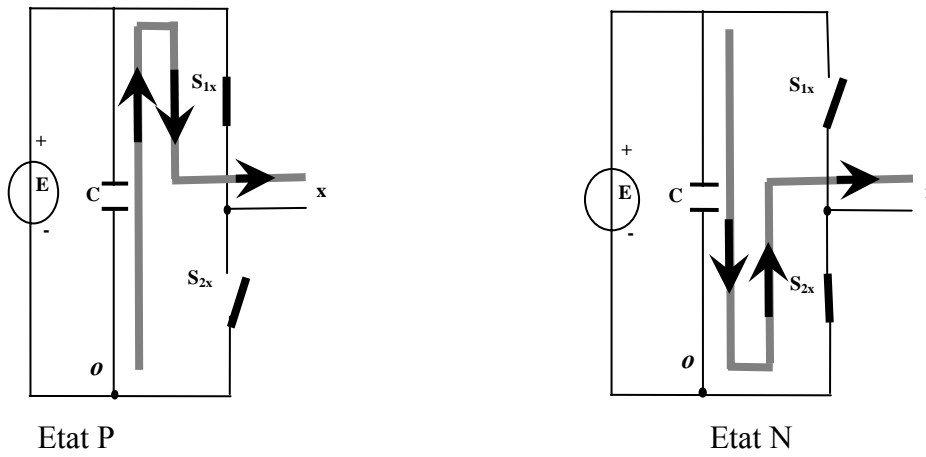


Fig.1.2: Etats de fonctionnement d'un bras de l'onduleur à deux niveaux.

Etat	Bras 1		Bras 2		Bras3		Tensions de sortie		
	$F_{11}$	$F_{21}$	$F_{12}$	$F_{22}$	$F_{13}$	$F_{23}$	$v_{1o}$	$v_{2o}$	$v_{3o}$
P	1	0	1	0	1	0	$V_{dc}$	$V_{dc}$	$V_{dc}$
N	0	1	1	0	1	0	0	0	0

Tableau 1.1: Etats d'un bras de l'onduleur ( $x=1,2$  ou  $3$ )

### 1.2. Etats d'un bras de l'onduleur

Chaque bras de l'onduleur a deux états possibles (Fig.1.2):

**Etat P:** L'interrupteur du haut  $S_{1x}$  ( $x=1,2$  ou  $3$ ) est fermé, tandis que l'interrupteur du bas  $S_{2x}$  ( $x=1,2$  ou  $3$ ) est ouvert. La tension de sortie par rapport au neutre ( $o$ ) de la source est  $V_{dc}$

**Etat N:** L'interrupteur du bas  $S_{2x}$  ( $x=1,2$  ou  $3$ ) est fermé, tandis que l'interrupteur du haut  $S_{1x}$  ( $x=1,2$  ou  $3$ ) est ouvert. La tension de sortie par rapport au neutre ( $o$ ) de la source est  $0V$

Le tableau 1.1 donne la correspondance entre les états des bras, les états des interrupteurs et la tension de sortie.

### 1.3 Etats de l'onduleur

Etant donné que chaque bras peut avoir deux états, l'onduleur entier possède  $2^3 = 8$  états: PPP, PPN, PNN, PNP, NNN, NNP, NPP et NPN. Ils sont identifiés en indiquant les états des trois bras de l'onduleur (état P ou état N). Par exemple, l'état PNN indique que le premier bras est à l'état P ( $v_{1o} = E$ ), le deuxième est à l'état N ( $v_{2o} = 0$ ) et le troisième est à l'état N ( $v_{3o} = 0$ ). La configuration de l'onduleur pour chacune de ces états est représentée à la Fig.1.3.

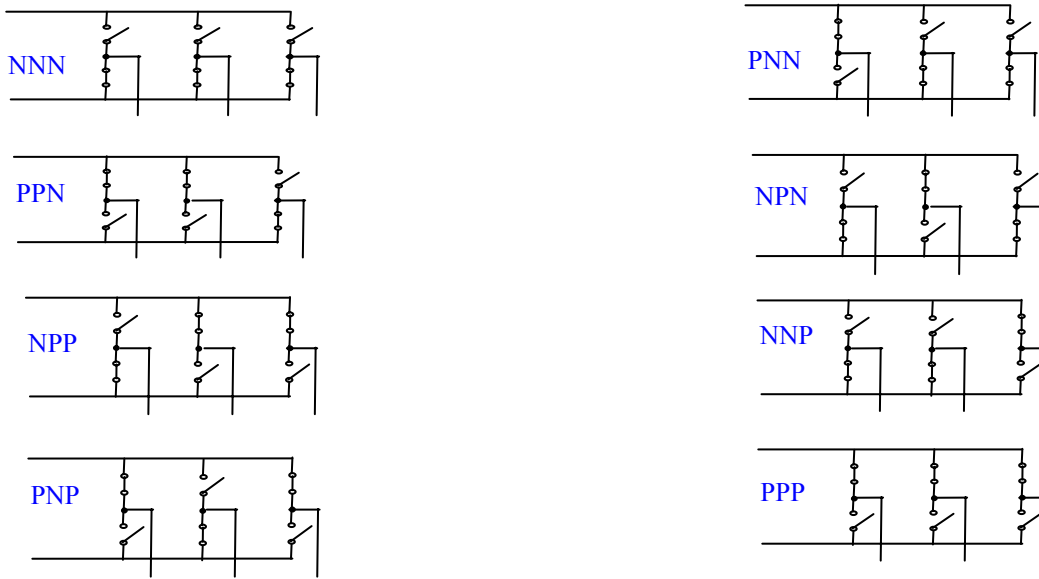


Fig.1.3: Les huit états de l'onduleur à deux niveaux.

### 1.4 Tensions de sortie de l'onduleur

Les tensions triphasées de sortie par rapport à la référence de la source continue ( $o$ ) peuvent être exprimées par :

$$\begin{pmatrix} v_{1o} \\ v_{2o} \\ v_{3o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \end{pmatrix} V_{dc} \tag{1.3}$$

$V_{dc}$  étant la tension continue d'alimentation de l'onduleur.

Les tensions composées entre les phases sont données par:

$$\begin{pmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1o} - v_{2o} \\ v_{2o} - v_{3o} \\ v_{3o} - v_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} - F_{12} \\ F_{12} - F_{13} \\ F_{13} - F_{11} \end{pmatrix} V_{dc} \tag{1.4}$$

En supposant que la charge triphasée est équilibrée, on déduit les tensions triphasées de sortie par rapport au point neutre de la charge triphasée:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_{12} - v_{31} \\ v_{23} - v_{12} \\ v_{31} - v_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2F_{11} - F_{12} - F_{13} \\ -F_{11} + 2F_{12} - F_{13} \\ -F_{11} - F_{12} + 2F_{13} \end{pmatrix} V_{dc} \tag{1.5}$$



A partir des équations (1.3), (1.4) et (1.5), on déduit que:

- Les tensions triphasées par rapport au neutre de la source  $v_{1o}, v_{2o}$  et  $v_{3o}$  peuvent prendre deux valeurs:  $V_{dc}$  et 0, ce qui est à l'origine de l'appellation : *onduleur à deux niveaux*
- Les tensions composées  $v_{12}, v_{23}$  et  $v_{31}$  peuvent prendre trois valeurs:  $-V_{dc}, V_{dc}$  et 0.
- Les tensions triphasées par rapport au neutre de la charge  $v_1, v_2$  et  $v_3$  peuvent prendre cinq valeurs:  $-2/3V_{dc}, -1/3V_{dc}, 0, 1/3V_{dc}$  et  $2/3V_{dc}$ .

### 1.5 Vecteur tension de sortie et diagramme vectoriel:

On définit le vecteur tension de sortie  $v_s$  par:

$$v_s = v_{1o} e^{j0} + v_{2o} e^{-j2\pi/3} + v_{3o} e^{j2\pi/3} \quad (1.6)$$

On effectue le passage du plan triphasé au plan biphasé stationnaire  $d-q$  :

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1o} \\ v_{2o} \\ v_{3o} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Dans le repère stationnaire  $d-q$ , le vecteur  $v_s$  s'écrit:

$$v_s = v_d + jv_q \quad (1.8)$$

Ce vecteur prend huit positions discrètes dans le plan  $d-q$ . Ces positions correspondent aux huit états de l'onduleur: six positions à tensions non nulles, correspondantes aux états PNN, PPN, NPN, NPP, NNP et PNP, et deux positions à tensions nulles correspondantes aux états PPP et NNN. Les positions du vecteur  $v_s$  dans le plan  $d-q$  sont représentées sur le diagramme vectoriel de la Fig.1.4. Les six positions à tensions non nulles divisent le plan  $d-q$  en six secteurs triangulaires égaux de largeur  $60^\circ$ .

### 1.6 Vecteur tension de référence

L'objectif de la commande de l'onduleur est de rendre les tensions de sortie  $v_1, v_2$  et  $v_3$  aussi proches que possible des trois tensions de référence sinusoïdales  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ .

Pour atteindre cet objectif, à partir des tensions de référence  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ , on définit le vecteur tension de référence  $v_s^*$  par l'équation suivante:

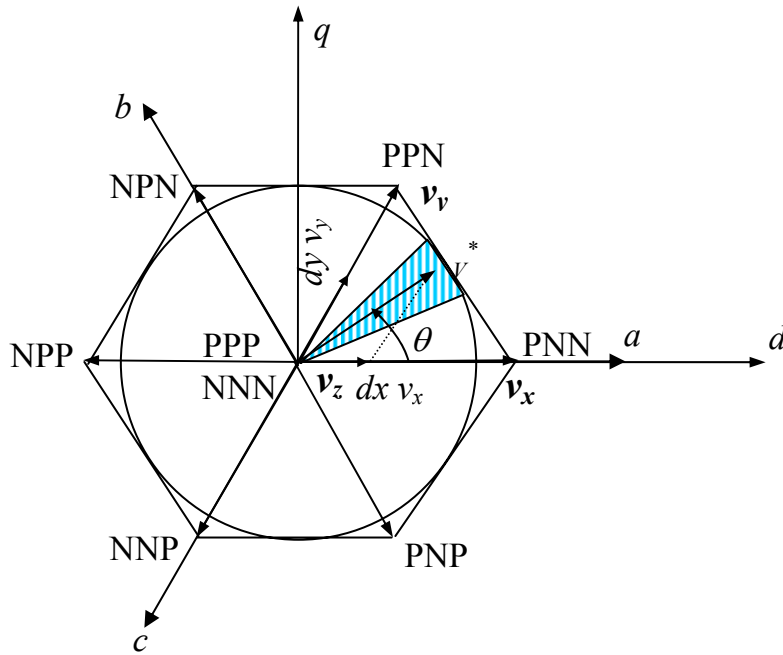


Fig.1.4: Diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux.

$$\begin{aligned}
 v_s^* &= v_1^* e^{j0} + v_2^* e^{-j2\pi/3} + v_3^* e^{j2\pi/3} \\
 &= v_d^* + j v_q^* \\
 &= m \cdot V_{\max} \cdot e^{j\theta}
 \end{aligned}
 \tag{1.9}$$

avec:

$v_d^*, v_q^*$ : composantes du vecteur  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$ ;

$m$ : taux de modulation ( $0 \leq m \leq 1$ );

$\theta$ : position angulaire du vecteur  $v_s^*$ .

Le vecteur  $v_s^*$  tourne dans le plan  $d-q$  à une vitesse angulaire égale à la pulsation des tensions  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ . Sur le diagramme de la Fig.1.4, on a représenté une position arbitraire du vecteur  $v_s^*$  et on a indiqué l'angle  $\theta$  correspondant à cette position. A partir de l'angle  $\theta$ , on déduit le secteur triangulaire contenant ce vecteur de la manière suivante:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta < 2\pi/3 \\ 3 & \text{si } 2\pi/3 \leq \theta < \pi \\ 4 & \text{si } \pi \leq \theta < 4\pi/3 \\ 5 & \text{si } 4\pi/3 \leq \theta < 5\pi/3 \\ 6 & \text{si } 5\pi/3 \leq \theta < 2\pi \end{cases}
 \tag{1.10}$$

Les interrupteurs de l'onduleur doivent être commandés de sorte que le vecteur tension de référence  $v_s^*$  coïncide avec la moyenne, sur la période d'échantillonnage de l'onduleur  $T_s$ , du vecteur tension de sortie, généré par les trois vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$ , représentant les sommets du secteur triangulaire contenant le vecteur  $v_s^*$ :

$$\overline{v_s} = v_s^* = M V_{\max} e^{i\alpha} = dx v_x + dy v_y + dz v_z \quad (1.11)$$

avec:

$\alpha$ : position angulaire du vecteur  $v_s^*$  à l'intérieur du secteur:  $\alpha = \theta[\pi/3]$ .

$$dx = T_x / T_s, \quad dy = T_y / T_s, \quad dz = T_z / T_s;$$

$T_s$ : période d'échantillonnage de l'onduleur;

$T_x, T_y, T_z$ : durées d'application des vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  respectivement à la sortie de l'onduleur.

On a:

$$T_x + T_y + T_z = T_s \quad \text{et} \quad d_x + d_y + d_z = 1 \quad (1.12)$$

Dans ces conditions, l'ensemble des lieux possibles pour le vecteur  $v_s^*$  constitue la forme hexagonale délimitée par les six positions discrètes du vecteur tension de sortie  $v_s$  (Fig.1.4). Pour éviter les harmoniques de tension résultantes de la forme non circulaire de cet hexagone, on impose au vecteur  $v_s^*$  de se positionner à l'intérieur du cercle délimité par l'hexagone, comme indiqué sur la Fig.1.4. Ainsi, le module maximal admissible du vecteur  $v_s^*$  est

$$V_{\max} = V_{dc} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{dc} \quad (1.13)$$

L'amplitude de la tension simple de sortie de l'onduleur se déduit du module  $V_{\max}$  par l'expression  $V_{\max} / (1.5\sqrt{2})$  [Trzy 94], ce qui donne  $V_{dc} / \sqrt{6} \approx 0.408 V_{dc}$ . L'amplitude de la tension composée est alors:  $V_{dc} / \sqrt{2} \approx 0.707 V_{dc}$ .

## 1.7 Période d'échantillonnage

La période d'échantillonnage  $T_s$  représente une fraction minimale de la période  $T$  des tensions de référence  $v_1^*, v_1^*$  et  $v_1^*$ . Elle correspond à un intervalle de largeur  $(T_s / T) \cdot 2\pi$  sur le diagramme vectoriel, appelé intervalle d'échantillonnage. Cet intervalle est représenté par la partie hachurée de la Fig.1.4.

La fréquence d'échantillonnage ( $1/T_s$ ) est beaucoup plus grande que la fréquence de la tension et du courant de sortie ( $1/T$ ). La qualité de la tension de sortie de l'onduleur s'améliore proportionnellement à la fréquence de commutation. En revanche, l'augmentation exagérée de la fréquence de commutation provoque des pertes excessives dans les interrupteurs de l'onduleur. Ainsi, on doit faire un compromis entre la qualité de la tension de sortie et la limitation des pertes dans les interrupteurs de l'onduleur.

### 1.8 Séquence des états de l'onduleur

Les vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  utilisés pour décomposer le vecteur de sortie dépendent de la position du vecteur de référence  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$ . Par exemple, pour le cas représenté à la Fig.1.4, le vecteur  $v_s^*$  est contenu dans le premier secteur ( $S=1$  dans l'équation (1.10)), ce qui signifie que le vecteur  $v_x$  est celui généré par l'état PNN (appelé alors état X), le vecteur  $v_y$  est celui généré par l'état PPN (appelé état Y) et le vecteur  $v_z$  est celui généré par l'état PPP (appelé  $Z_1$ ) ou l'état NNN (appelé  $Z_2$ ). La Fig.1.5 indique les états X, Y et Z pour chacun des six secteurs.

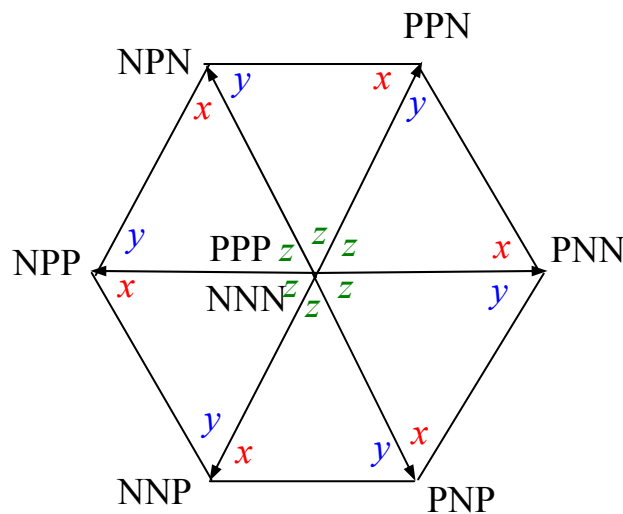


Fig.1.5: Etats X, Y et Z pour chaque secteur

Pour déduire les rapports  $d_x, d_y$  et  $d_z$ , on décompose l'équation (1.11) suivant les deux axes  $d$  et  $q$  ce qui donne les deux équations suivantes:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} m \cdot \cos \alpha &= d_x + \frac{1}{2} d_y \\ \frac{\sqrt{3}}{2} m \cdot \sin \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{2} d_y \end{aligned} \quad (1.14)$$

La résolution du système des équations (1.12) et (1.14) permet de déterminer  $d_x, d_y$  et  $d_z$ :

$$\begin{aligned}
 d_x &= m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \\
 d_y &= m \cdot \sin \alpha \\
 d_z &= 1 - d_x - d_y
 \end{aligned}
 \tag{1.15}$$

L'équation (1.15) s'applique à tous les secteurs composant le diagramme vectoriel, étant donné que le repère stationnaire  $d - q$  peut être orienté sur n'importe quelle position discrète du vecteur tension  $v_s$ .

Ainsi, pour générer des tensions de sortie  $v_1, v_2$  et  $v_3$  aussi proches que possible des tensions de référence  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ , durant chaque période d'échantillonnage  $T_s$ , on applique l'état X pendant une durée  $d_x T_s$ , l'état Y pendant une durée  $d_y T_s$ , et l'état Z pendant le reste de la période  $d_z T_s$ .

L'état Z peut prendre deux valeurs:  $Z_1 = PPP$  ou  $Z_2 = NNN$ . Les deux valeurs génèrent une tension de sortie identique et nulle. On peut choisir alors l'une ou l'autre des deux valeurs (pendant la durée  $d_z T_s$ ) pour générer la tension de sortie. Ce choix peut être géré par plusieurs critères. Un critère qui permet de minimiser le nombre des interruptions par période et d'améliorer la forme de la tension de sortie [Trzy 94] implique la séquence suivante des états durant chaque période d'échantillonnage:

$$\begin{aligned}
 &|Z_2 - X - Y - Z_1|Z_1 - Y - X - Z_2|L L \text{ si } s = 1, 3 \text{ ou } 5 \\
 &|Z_2 - Y - X - Z_1|Z_1 - X - Y - Z_2|L L \text{ si } s = 2, 4 \text{ ou } 6
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

Cette succession des états consiste à:

- appliquer les trois états dans un ordre donné durant la demi période, puis dans l'ordre inverse durant le reste de la période;
- d'appliquer les états  $Z_1$  et  $Z_2$  par alternance;
- d'utiliser le même état au début et à la fin de la période d'échantillonnage;
- d'inverser l'ordre des états  $X$  et  $Y$  par alternance entre les six secteurs.

A partir de cette séquence des états, on déduit les fonctions logiques associées aux interrupteurs  $F_{ij}$ . Leurs formes sur une période d'échantillonnage dans les différents secteurs constituant le diagramme vectoriel sont indiquées sur la Fig.1.6. On remarque que chaque interrupteur change son état deux fois seulement par période d'échantillonnage.

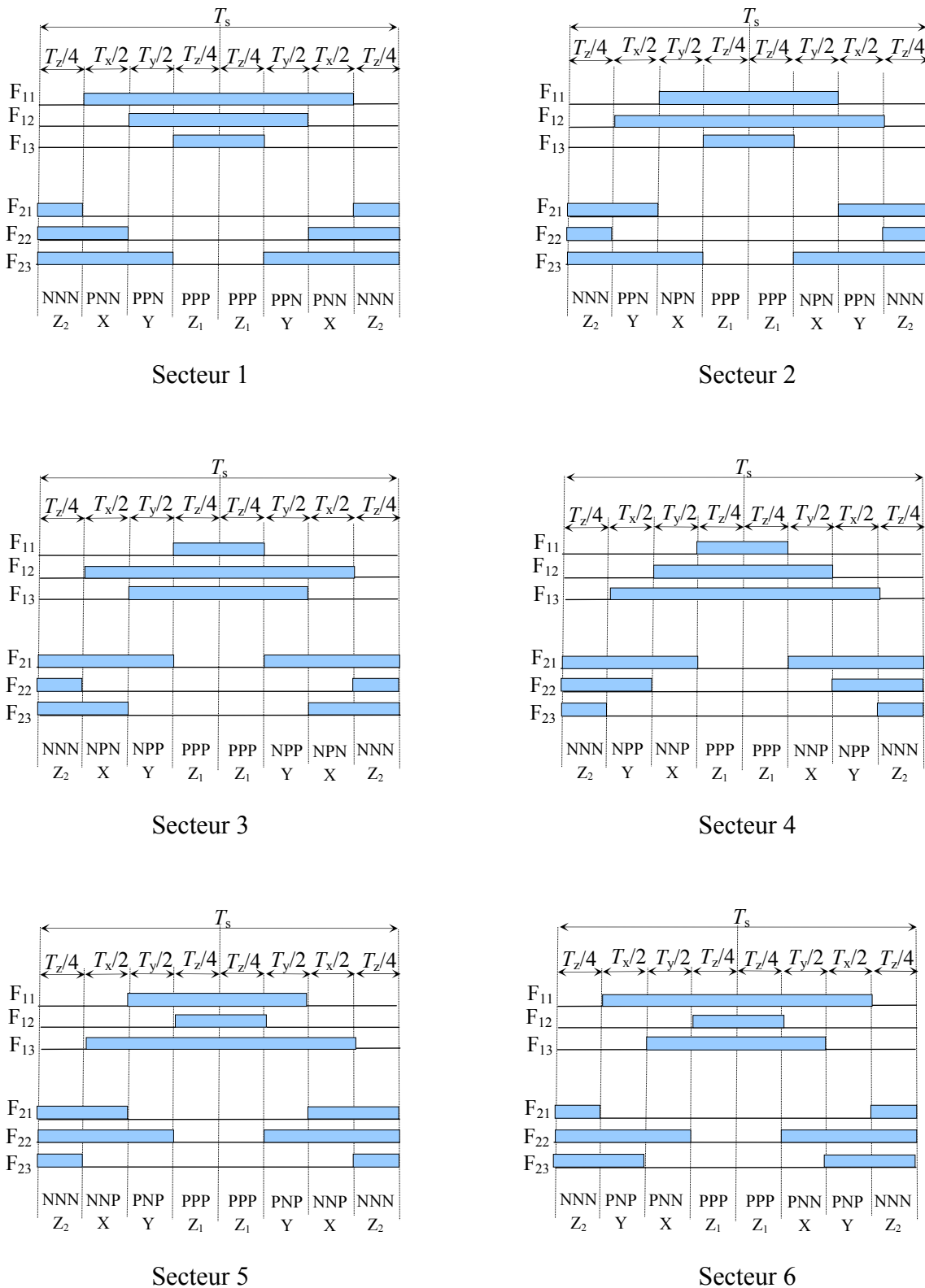


Fig.1.6: Forme des fonctions logiques  $F_{ij}$  pour les six secteurs

A partir de la Fig.1.6, on déduit les durées de fermeture des six interrupteurs durant la période d'échantillonnage  $T_s$ , dans chacun des six secteurs. Ces durées sont résumées dans le tableau1.2.

Secteur	Interrupteurs du haut $S_{11}, S_{12}, S_{13}$	Interrupteurs du bas $S_{21}, S_{22}, S_{23}$
1	$S_{11}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{12}: T_y+T_z/2$ $S_{13}: T_z/2$	$S_{21}: T_z/2$ $S_{22}: T_x+T_z/2$ $S_{23}: T_x+T_y+T_z/2$
2	$S_{11}: T_y+T_z/2$ $S_{12}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{13}: T_z/2$	$S_{21}: T_x+T_z/2$ $S_{22}: T_z/2$ $S_{23}: T_x+T_y+T_z/2$
3	$S_{11}: T_z/2$ $S_{12}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{13}: T_y+T_z/2$	$S_{21}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{22}: T_z/2$ $S_{23}: T_x+T_z/2$
4	$S_{11}: T_z/2$ $S_{12}: T_x+T_z/2$ $S_{13}: T_x+T_y+T_z/2$	$S_{21}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{22}: T_x+T_z/2$ $S_{23}: T_z/2$
5	$S_{11}: T_y+T_z/2$ $S_{12}: T_z/2$ $S_{13}: T_x+T_y+T_z/2$	$S_{21}: T_x+T_z/2$ $S_{22}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{23}: T_z/2$
6	$S_{11}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{12}: T_z/2$ $S_{13}: T_y+T_z/2$	$S_{21}: T_z/2$ $S_{22}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{23}: T_x+T_z/2$

Tableau 1.2: Durées de fermeture des interrupteurs par secteur

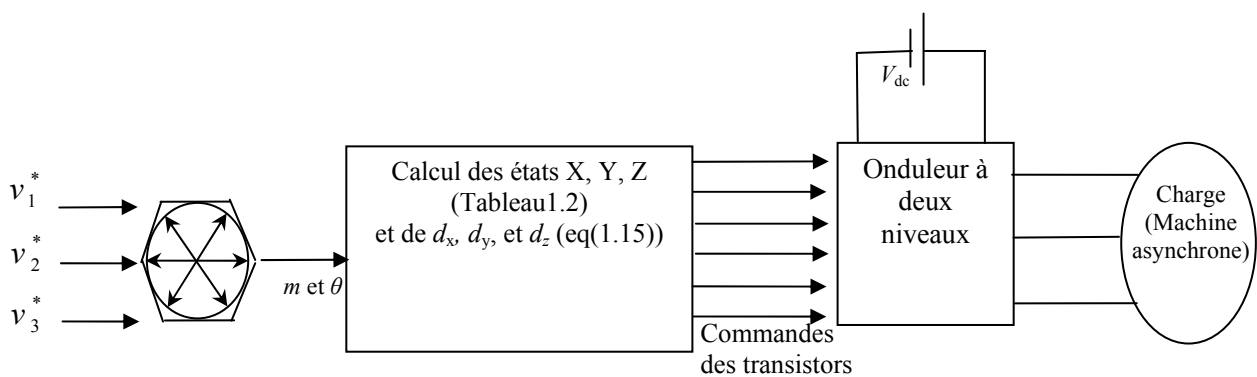


Fig.1.7: Schéma bloc de la modulation vectorielle.

Le schéma bloc de la modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux est représenté à la Fig.1.7. A partir des tensions de références  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$  on calcule le vecteur tension de référence  $v_s^*$ , et on déduit le taux de modulation  $m$  et la position angulaire  $\theta$  dans le diagramme

vectoriel (équation(1.9). On déduit par la suite le secteur  $S$  contenant le vecteur de référence (équation(1.10), et on déduit les états  $X, Y$  et  $Z$  à appliquer (Tableau 1.1) et leur durées d'application pendant la période d'échantillonnage (équation(1.15)). A partir des états à appliquer, on déduit les états ouvert ou fermé des interrupteurs de chaque bras (section 1.1), ainsi que leurs durées de fermeture (tableau 1.2).

## 1.9 Modèle de la charge de l'onduleur

La charge de l'onduleur est une machine asynchrone modélisée par un système de trois équations de tensions statoriques, trois équations de tensions rotoriques et une équation mécanique. L'application de la transformation de Park sur ce système permet d'obtenir un système de deux équations de tension statoriques, deux équations de tensions rotoriques, en plus de l'équation mécanique. Le modèle de la machine asynchrone s'écrit sous la forme d'état suivant:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u_1$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \\ \Omega \end{pmatrix}; \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma x_1 + \omega x_2 + \frac{k}{T_r} x_3 + p k x_4 x_5 \\ -\omega x_1 - \gamma x_2 + \frac{k}{T_r} x_4 - p k x_3 x_5 \\ \frac{L_m}{T_r} x_1 - \frac{x_3}{T_r} + (\omega - p x_5) x_4 \\ \frac{L_m}{T_r} x_2 - \frac{x_4}{T_r} - (\omega - p x_5) x_3 \\ \frac{p L_m}{j L_r} (x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{T_r}{j} \end{pmatrix}; \quad g(x) = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

avec:

$$T_r = \frac{L_r}{r_r}; \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

$$k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}; \quad \gamma = \frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{r_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} \quad (1.18)$$

$L_s, L_r, L_m, r_s, r_r, p, j$  sont les paramètres électriques et mécaniques de la machine, et  $\omega$  c'est la pulsation du repère choisi pour la transformation de Park. Pour un repère lié au stator:  $\omega = 0$ , et pour un repère tournant à la vitesse synchrone:  $\omega = \omega_s$ . ( $\omega_s$  c'est la pulsation des tensions triphasées d'alimentation).



## 1.10 Simulation numérique

A l'aide de l'outil Matlab/Simulink, On simule l'association de l'onduleur à deux niveaux commandé par modulation vectorielle à une machine asynchrone triphasé de puissance 1 MW. Les paramètres de la machine sont indiqués dans l'annexe 1.

Pour pouvoir obtenir une tension de sortie de l'onduleur à l'échelle de la tension nominale de la machine (791V), on a besoin d'alimenter l'onduleur par une source continue de valeur  $V_{dc} = 791\sqrt{2}/0.408 \approx 1400V$  [Trzy 94].

La modulation vectorielle est caractérisée par le taux de modulation  $m$ , et la période (ou la fréquence) d'échantillonnage  $T_s$  ( $f_s = 1/T_s$ ). On simule le système pour un taux de modulation  $m = 0.9$  et une période d'échantillonnage  $T_s = 166,6 \cdot 10^{-6}$  secondes, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage  $f_s = 1/T_s = 6 \text{ kHz}$ . La période des tensions de sortie étant  $T = 0.02$  secondes, on déduit que le nombre d'intervalles d'échantillonnage par période est  $N = 0.02/(166.6 \cdot 10^{-6}) = 120$  intervalles.

On présente la forme de la tension entre phase et neutre de la source  $v_{1o}$ , de la tension entre phases  $v_{12}$ , et de la tension entre phase et neutre de la charge  $v_1$  (Fig. 1.8). Comme prévue, la tension  $v_{1o}$  possède deux niveaux de tension,  $v_{12}$  possède trois niveaux, et  $v_1$  a cinq niveaux. La tension  $v_1$  enveloppe la référence  $v_1^*$ , de sorte que le fondamental de  $v_1$  coïncide avec  $v_1^*$ . On présente la trajectoire du vecteur tension de référence  $v_1^*$  et les états utilisés pour la composition des sorties (Fig.1.9). La trajectoire du vecteur  $v_1^*$  est enveloppée par l'hexagone constitué par les états de sortie. Les Fig.1.10 et 1.11 montrent que pour la même période d'échantillonnage ( $N = 120$  et  $T_s = 166 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ ), l'amplitude du fondamental est proportionnel au taux de modulation  $m$ , tandis que le THD est inversement proportionnel au taux de modulation  $m$ . L'analyse d'harmonique de la tension de sortie  $v_1$  (Fig.1.12) montre que les harmoniques sont centrées autour des multiples du rapport  $N$  entre la période d'échantillonnage et la période de la tension de sortie. Plus ce rapport est grand, plus les harmoniques sont poussées vers des ordres élevés. La Fig.1.13 montre que pour le même taux de modulation ( $m = 0.9$ ), l'amplitude du fondamentale de la tension  $v_1$  n'est pas affectée par la variation de la période d'échantillonnage. Le facteur de distorsion (THD) - mesuré de l'harmonique 2 jusqu'à l'harmonique 1000- est inversement proportionnel à la période d'échantillonnage. Les variables de la machine asynchrone sont présentées à la fig.1.14. La montée de la vitesse est effectuée dans un temps d'environ 0.5 secondes pour atteindre une valeur nominale de 104.7 rd/sec. Le couple est nul en régime permanent du fait

que la machine n'est pas chargée. Le module de flux a une valeur d'environ 2.5 weber. Le module de courant prend la même allure que le couple. Le courant de phase en régime permanent s'approche à une forme sinusoïdale avec des harmoniques qui se pousse vers des ordres élevés proportionnellement à la fréquence d'échantillonnage.

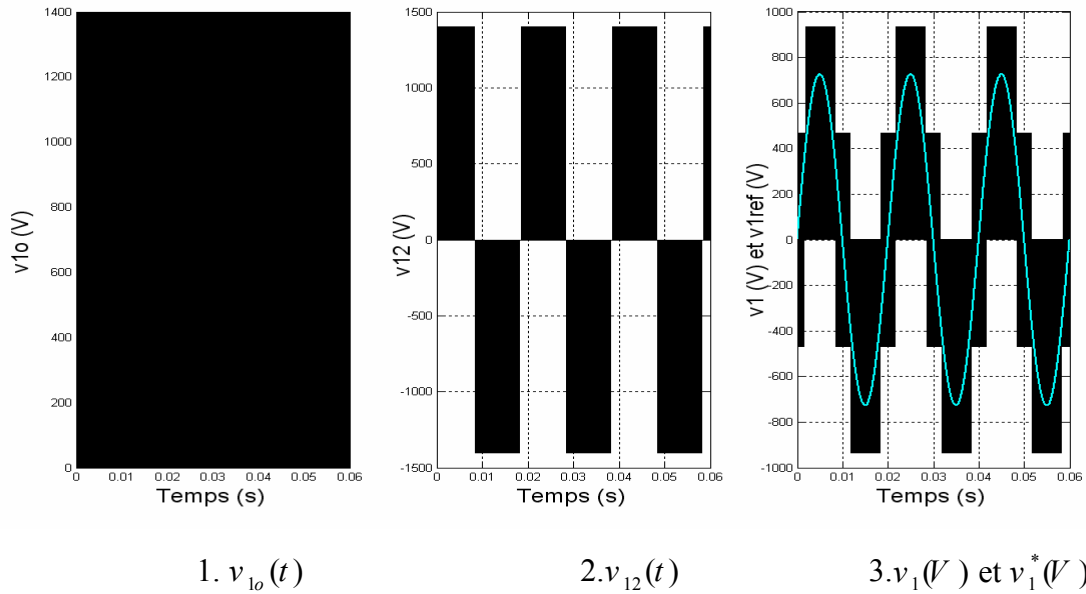


Fig.1.8: Tensions de sortie

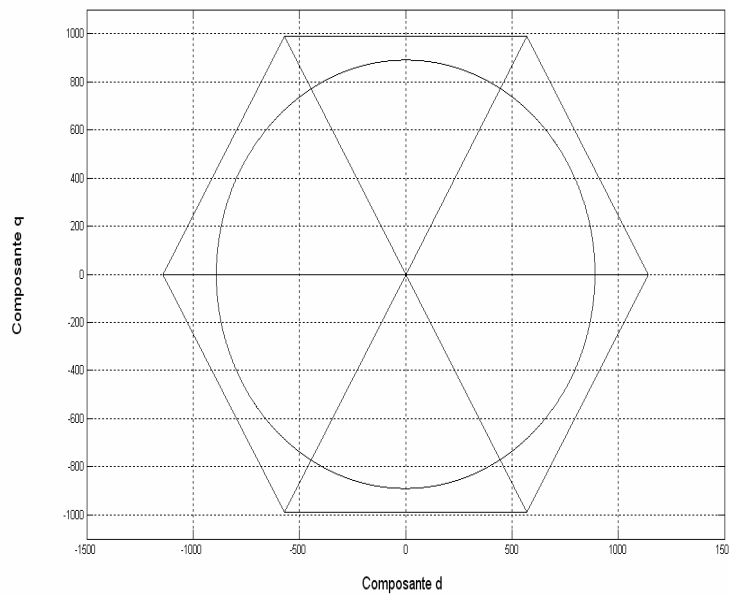


Fig.1.9: Trajectoire du vecteur de référence et états utilisés ( $m = 0.9$ ).

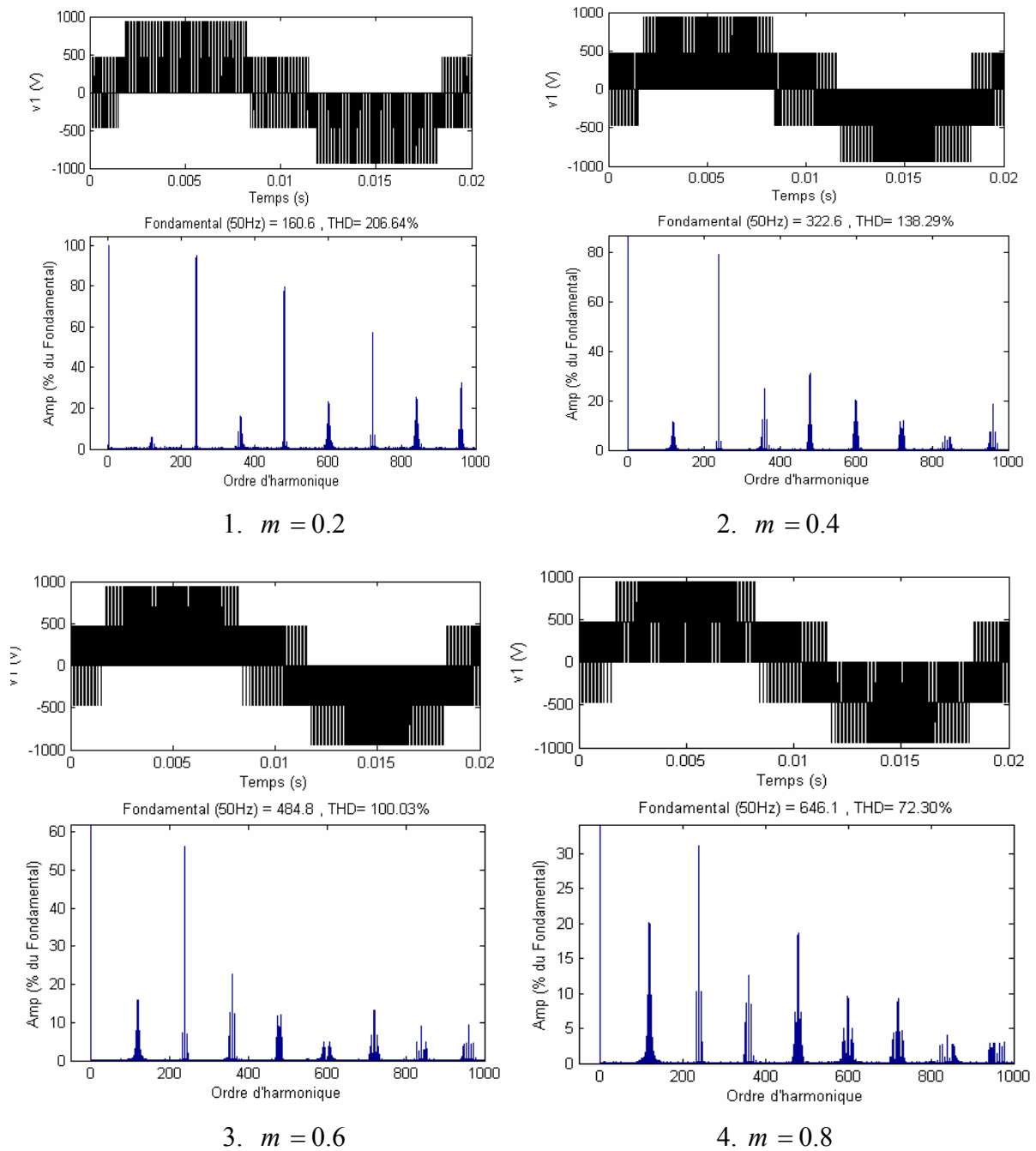


Fig.1.10: Analyse harmonique de la sortie pour différentes valeurs du taux de modulation  $m$

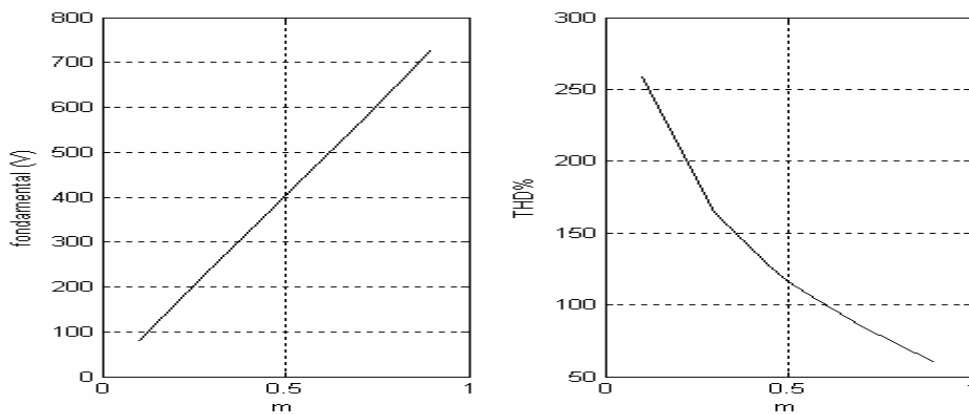


Fig.1.11: Evolutions du fondamental et du THD avec le taux de modulation  $m$ .

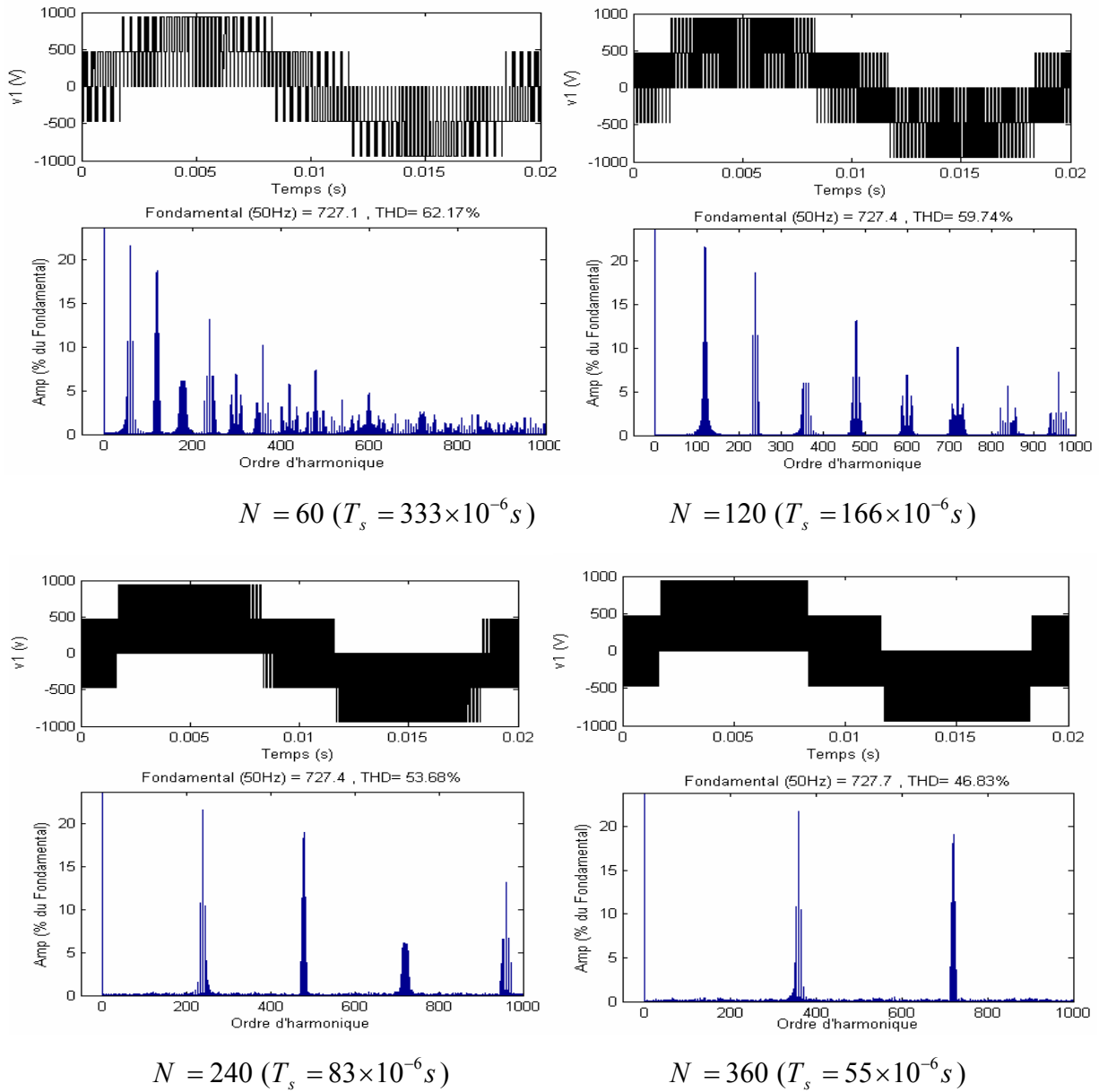


Fig.1.12: Analyse harmonique de la sortie pour différentes valeurs de la fréquence de commutation.

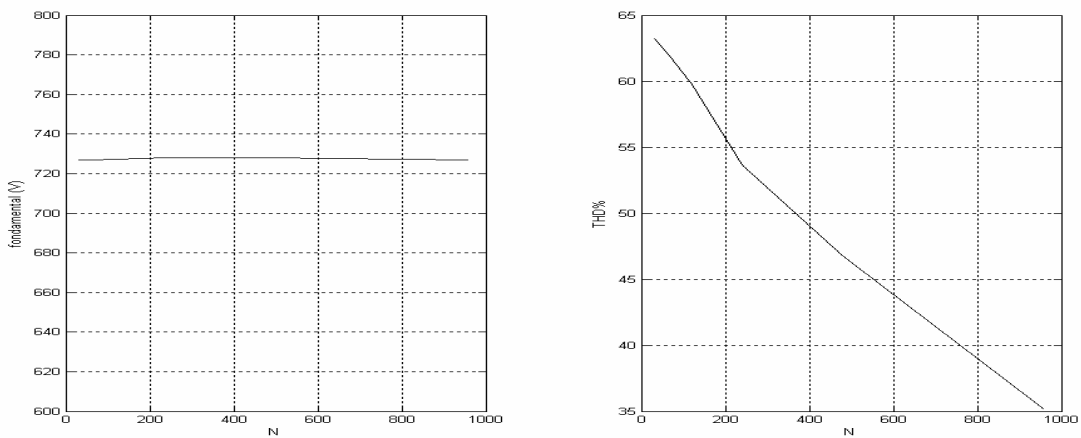


Fig.1.13: Evolutions du fondamental et du THD avec la fréquence de commutation.

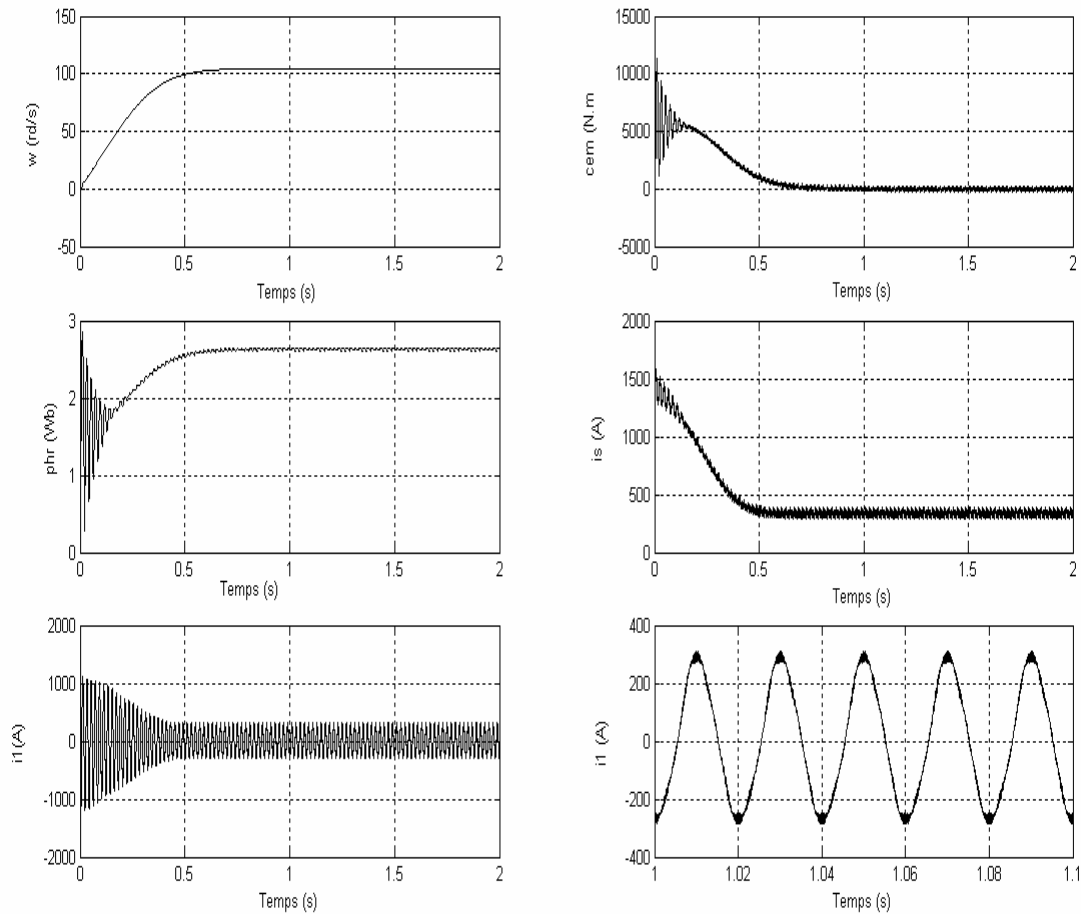


Fig.1.14: Variables de sortie de la machine asynchrone.

## 2. Modulation vectorielle de l'onduleur à trois niveaux

### 2.1 Topologies des onduleurs multiniveaux [Lai 96]

Plusieurs topologies des onduleurs multiniveaux sont proposées dans la littérature. Les trois topologies qui attirent le plus d'intérêts sont les suivantes:

#### 2.1.1 Onduleur à sources séparées

La structure de l'onduleur à sources séparées est présentée à la Fig.1.15. Elle consiste à mettre en cascade, pour chaque phase, plusieurs onduleurs monophasés à deux niveaux, alimentés par des sources continues séparées. L'inconvénient de cette topologie est la nécessité d'isolation des sources continues des trois phases, ainsi que le nombre élevé des composants utilisés.

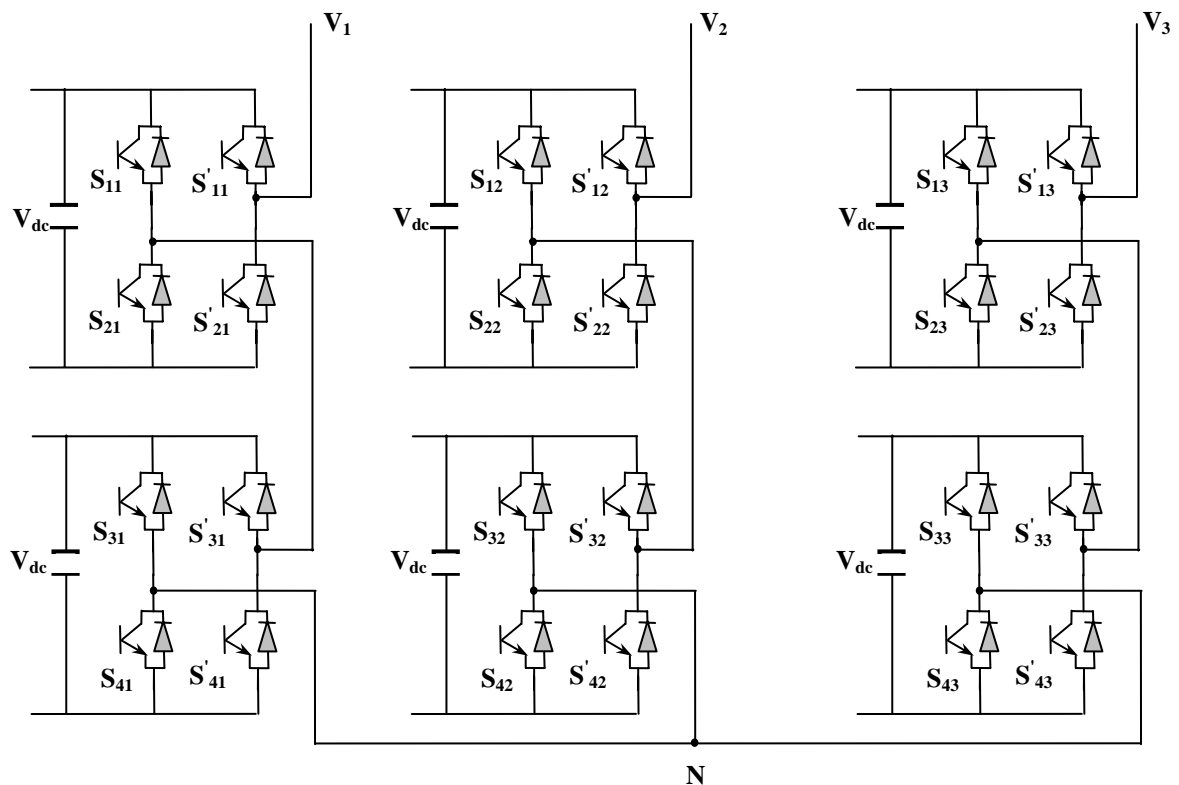


Fig.1.15. Onduleur multiniveaux à sources séparées.

### 2.1.2 Onduleur à capacités flottantes

La topologie d'un onduleur multiniveaux à capacités flottantes est présentée à la Fig.1.16. Les interrupteurs de chaque phase sont reliés par des condensateurs pour pouvoir appliquer différents niveaux de tension à la sortie. Par rapport à l'onduleur à sources séparées, cet onduleur a l'avantage d'utiliser un nombre plus réduit des composants. La contrainte appliquée au composants pendant la commutation ( $dv/dt$ ) est réduite. Mais il exige d'équilibrer les tensions des capacités des trois bras, ce qui complique son circuit de commande. En plus, il présente le risque d'avoir une résonance parasite entre les différentes capacités [Cela 01] [Cela 02].

### 2.1.3. Onduleur à diodes flottantes

La structure de ce type d'onduleurs est présentée à la Fig.1.17. Cette structure est la plus utilisée. On associe à chaque phase des diodes appelées diodes flottantes, qui sert à appliquer les différents niveaux de tension de la source continue. Par rapport à l'onduleur à capacités flottantes, on n'a pas besoin d'utiliser des capacités pour chaque phase, ce qui élimine les risques des résonances parasites. Néanmoins, Il se pose le problème d'équilibrage des tensions aux bornes des capacités de source continue. La résolution de ce problème est plus simple dans le cas de l'onduleur à diodes flottantes par rapport au cas de l'onduleur à capacités flottantes, vu le nombre réduit des capacités utilisées. A la suite de ce travail, on se limite à l'étude de l'onduleur multiniveaux à diodes flottantes.

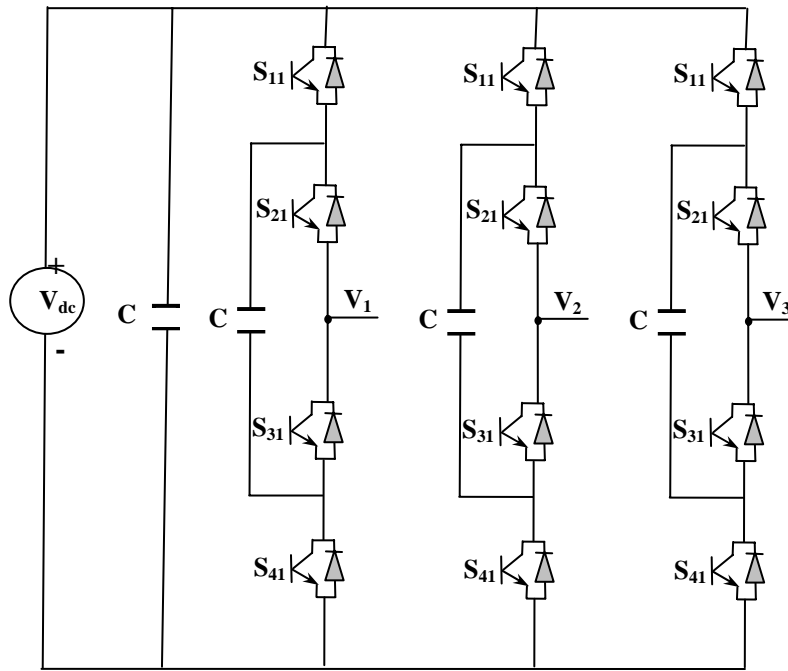


Fig.1.16: Onduleur multiniveaux à capacités flottantes.

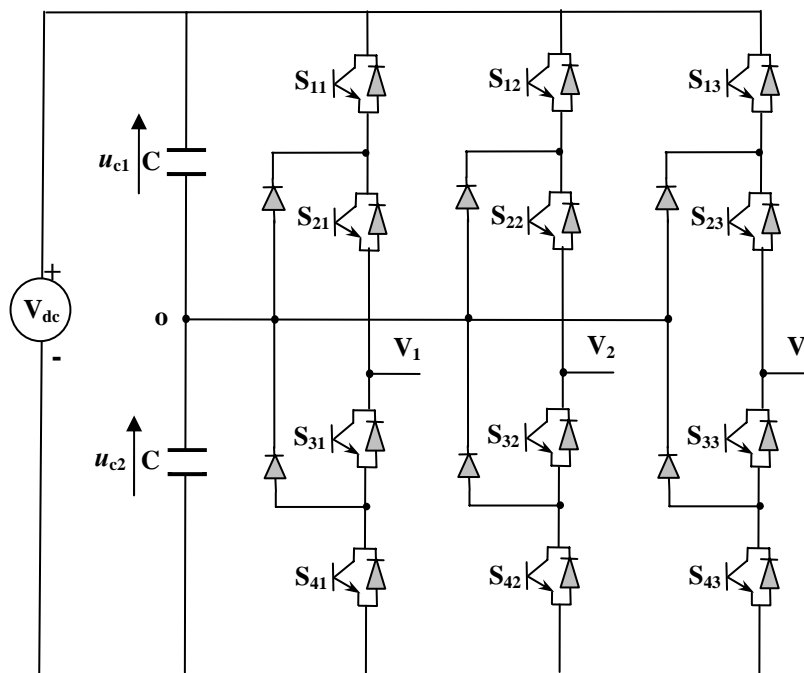


Fig.1.17: Onduleur à trois niveaux à diodes flottantes.

## 2.2. Description de l'onduleur à trois niveaux

L'onduleur à trois niveaux (Fig.1.17) est composé de trois bras, chaque bras ayant quatre interrupteurs bidirectionnels, réalisés par la mise en antiparallèle d'un transistor et une diode. Pour éviter le court-circuit de la source continue à l'entrée de l'onduleur, ou l'ouverture de la charge alternative à la sortie, on doit éviter de fermer ou d'ouvrir simultanément les quatre interrupteurs

d'un bras. On suppose que la tension  $V_{dc}$  est divisée en égalité entre les deux capacités:  $u_{c1} = u_{c2} = E/2$

### 2.3. Fonctions de commutation

Pour chaque interrupteur  $S_{ij}$  ( $i=1,2,3,4$   $j=1,2,3$ ), on définit une fonction de commutation  $F_{ij}$  de la manière suivante:

$$F_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } S_{ij} \text{ est fermé} \\ 0 & \text{si } S_{ij} \text{ est ouvert} \end{cases} \quad (1.19)$$

Les interrupteurs de chaque bras sont complémentaires deux à deux:

$$F_{ij} = 1 - F_{(i-2)j} \quad i = 3,4 \quad j = 1,2,3 \quad (1.20)$$

### 2.4. Etats d'un bras de l'onduleur

En mode commandable, chaque bras de l'onduleur a trois états possibles (Fig.1.18):

**Etat P:** Les deux interrupteurs du haut  $S_{1x}$  et  $S_{2x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont fermés, tandis que les deux interrupteurs du bas  $S_{3x}$  et  $S_{4x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont ouverts. La tension de sortie par rapport au neutre de la source ( $o$ ) est  $V_{dc}/2$ .

**Etat O:** Les deux interrupteurs du milieu  $S_{2x}$  et  $S_{3x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont fermés, tandis que les deux interrupteurs des extrémités  $S_{1x}$  et  $S_{4x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont ouverts. La tension de sortie par rapport au neutre de la source ( $o$ ) est  $0$ .

**Etat N:** Les deux interrupteurs du bas  $S_{3x}$  et  $S_{4x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont fermés, tandis que les deux interrupteurs du haut  $S_{1x}$  et  $S_{2x}$  ( $x = 1,2$  ou  $3$ ) sont ouverts. La tension de sortie par rapport au neutre de la source ( $o$ ) est  $-V_{dc}/2$ .

La correspondance entre les états du bras, les états des interrupteurs et la tension de sortie est résumée au tableau 1.3.

On définit pour chaque bras ( $j$ ) trois fonctions de connections, correspondantes au trois états du bras:

$$\begin{aligned} F_{c1j} &= F_{1j} \cdot F_{2j} \\ F_{c2j} &= F_{2j} \cdot F_{3j} \\ F_{c3j} &= F_{3j} \cdot F_{4j} \end{aligned} \quad j = 1,2,3 \quad (1.21)$$



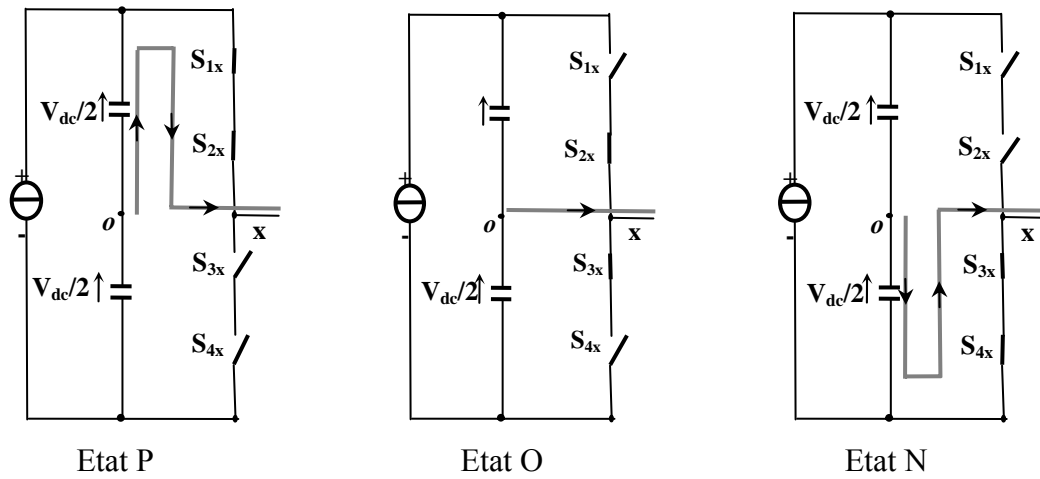


Fig.1.18. Etats d'un bras de l'onduleur à trois niveaux

Etat du bras	Etat d'interrupteurs du bras				Tension de sortie $V_{xo}$
	$S_{x1}$	$S_{x2}$	$S_{x3}$	$S_{x4}$	
P	1	1	0	0	$V_{dc}/2$
O	0	1	1	0	0
N	0	0	1	1	$-V_{dc}/2$

Tableau 1.3: Etats d'uns bras de l'onduleur ( $x = 1,2$  ou  $3$ ).

### 2.5. Etats de l'onduleur

Chaque bras de l'onduleur peut prendre trois états. Ainsi l'onduleur triphasé a  $3^3 = 27$  états possibles. Ces états sont identifiés en indiquant les états des trois bras. Par exemple, l'état PON indique que le premier bras est à l'état P, le deuxième est à l'état O, et le troisième est à l'état N. La Fig.1.19 résume les états de l'onduleur triphasé à trois niveaux:

### 2.6. Tensions de sortie

Les tensions de sortie par rapport au point neutre de la source continue ( $o$ ) sont exprimées par:

$$\begin{pmatrix} v_{1o} \\ v_{2o} \\ v_{3o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{c11} & F_{c21} & F_{c31} \\ F_{c12} & F_{c22} & F_{c32} \\ F_{c13} & F_{c23} & F_{c33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc}/2 \\ 0 \\ -V_{dc}/2 \end{pmatrix} \tag{1.22}$$

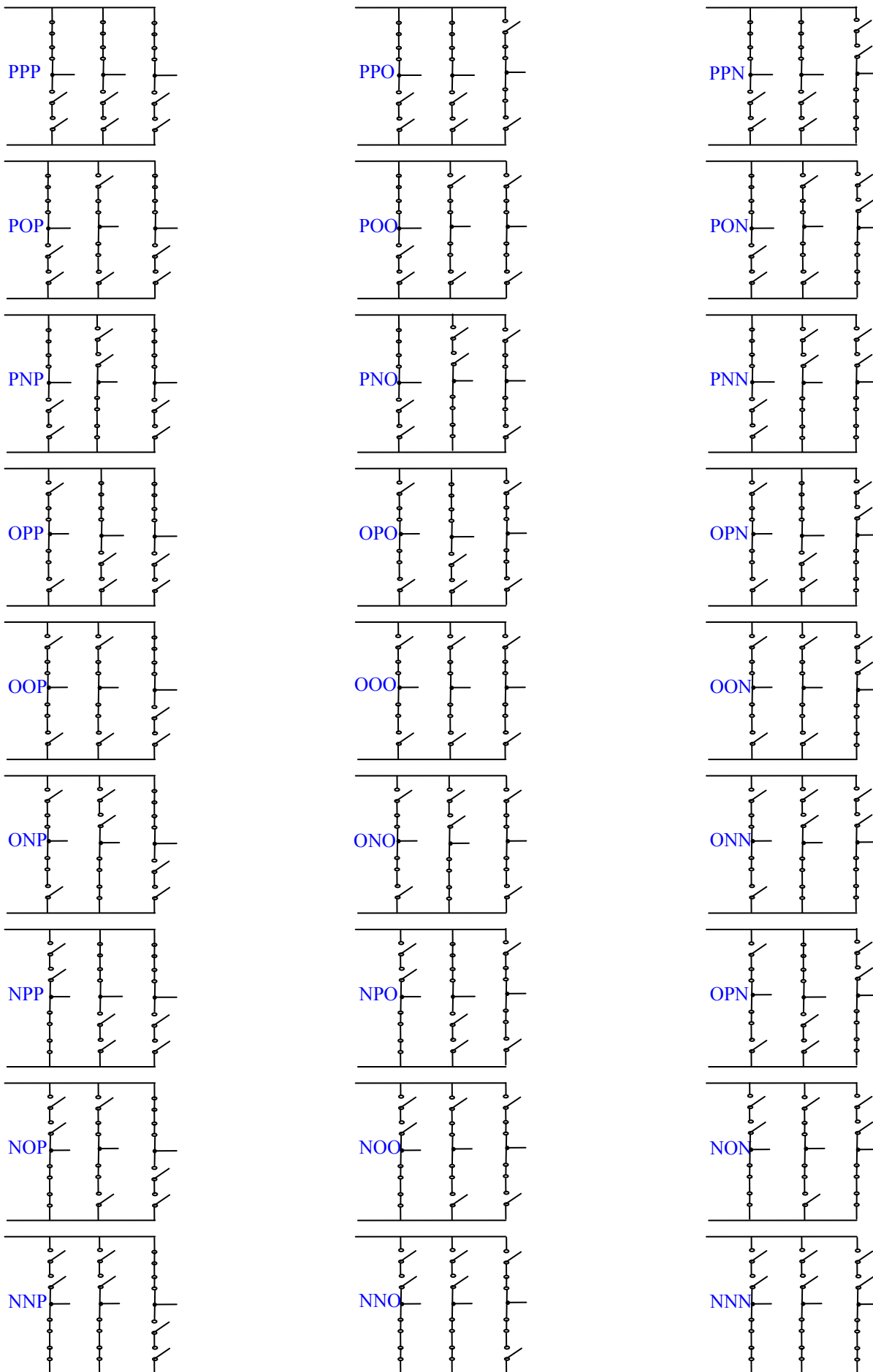


Fig.1.19: Etats de l'onduleur

A un instant donné, une seule des trois fonctions de connexions des bras prend la valeur 1. Les autres fonctions sont à zéro. Ainsi, On peut avoir trois niveaux de tension pour chacune des tensions  $v_{1o}$ ,  $v_{2o}$  et  $v_{3o}$ , ce qui est à l'origine de l'appellation: *onduleur à trois niveaux*.

Les tensions composées entre les phases de la charge sont:

$$\begin{pmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1o} - v_{2o} \\ v_{2o} - v_{3o} \\ v_{3o} - v_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{c11} - F_{c12} & F_{c21} - F_{c22} & F_{c31} - F_{c32} \\ F_{c12} - F_{c13} & F_{c22} - F_{c23} & F_{c32} - F_{c33} \\ F_{c13} - F_{c11} & F_{c23} - F_{c21} & F_{c33} - F_{c31} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc} / 2 \\ 0 \\ -V_{dc} / 2 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Dans le cas d'une charge équilibrée, les tension de sortie par rapport au neutre de la charge sont exprimées par:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_{12} - v_{31} \\ v_{23} - v_{12} \\ v_{31} - v_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2F_{c11} - F_{c12} - F_{c13} & 2F_{c21} - F_{c22} - F_{c23} & 2F_{c31} - F_{c32} - F_{c33} \\ 2F_{c12} - F_{c11} - F_{c13} & 2F_{c22} - F_{c21} - F_{c23} & 2F_{c32} - F_{c31} - F_{c33} \\ 2F_{c13} - F_{c11} - F_{c12} & 2F_{c23} - F_{c21} - F_{c22} & 2F_{c33} - F_{c31} - F_{c32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc} / 2 \\ 0 \\ -V_{dc} / 2 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

## 2.7. Vecteur tension de sortie et diagramme vectoriel

On rappelle le vecteur tension de référence, défini par les équations (1.6) et (1.8):

$$v_s = v_{1o} e^{j0} + v_{2o} e^{-j2\pi/3} + v_{3o} e^{j2\pi/3} = v_d + j v_q \quad (1.25)$$

$v_d$  et  $v_q$  sont les composantes du vecteur  $v_s$  dans le plan  $d$ - $q$ .

Ce vecteur prend dix-huit positions discrètes dans le plan  $d$ - $q$  suivant les états de l'onduleur. Ces positions sont indiquées sur le diagramme vectoriel de l'onduleur (Fig.1.20). Ils sont rangées sur deux hexagones: douze positions sur l'hexagone externe (correspondantes aux états PNN, PON, PPN, OPN, NPN, NPO, NPP, NOP, NNP, ONP, PNP et PNO), six positions sur l'hexagone interne (correspondantes aux états (POO-ONN), (PPO-oon), (OPO-NON), (OPP-NOO), (OOP-NNO) et (POP-ONO)), en plus d'une position à l'origine du diagramme, correspondante aux états PPP, OOO et NNN. Chaque position sur l'hexagone interne est produite par deux états distincts. Ces états sont appelés *états redondants*, et les vecteurs correspondants sont appelés *vecteurs redondants*.

Les positions discrètes du vecteur de tension de sortie  $v_s$  divise le diagramme vectoriel en six secteurs triangulaires, les sommets de ces secteurs triangulaires étant l'origine du diagramme vectoriel et les apex de l'hexagone externe. Chaque secteur est composé de quatre régions triangulaires (Fig.1.21). On a ainsi 24 régions dans la totalité du diagramme vectoriel.

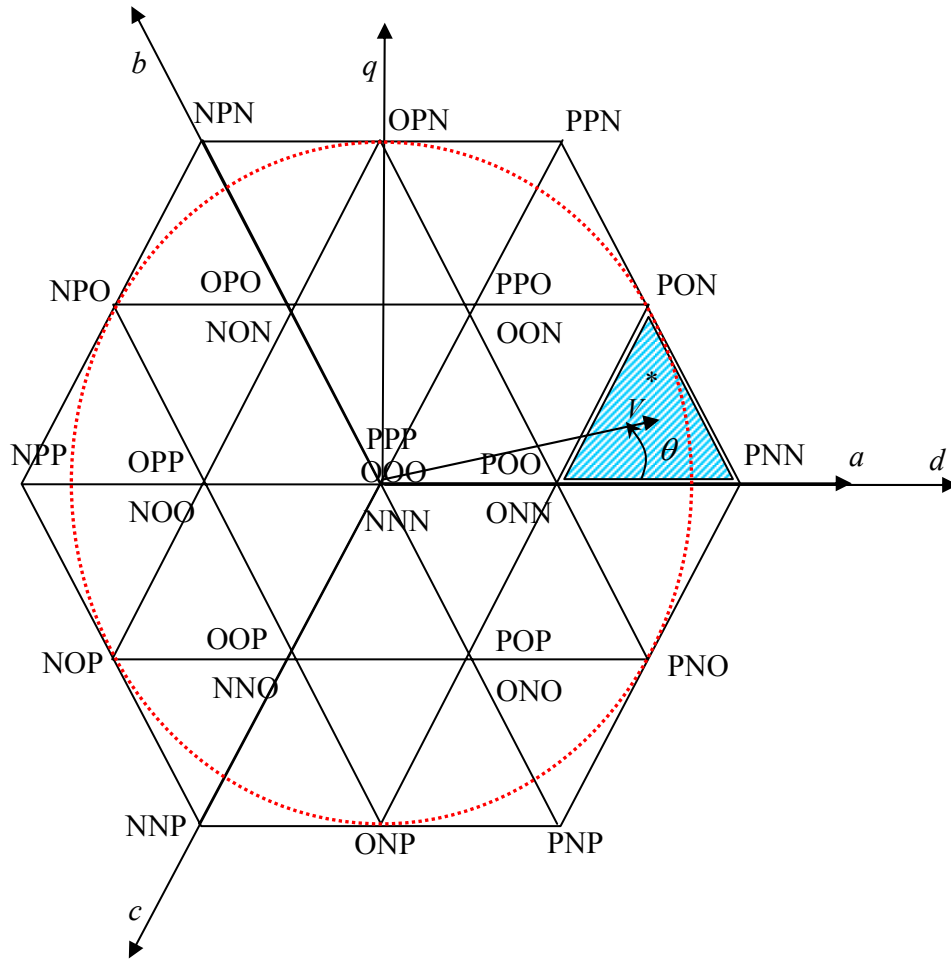


Fig.1.20: Diagramme vectoriel de l'ondeur à trois niveaux

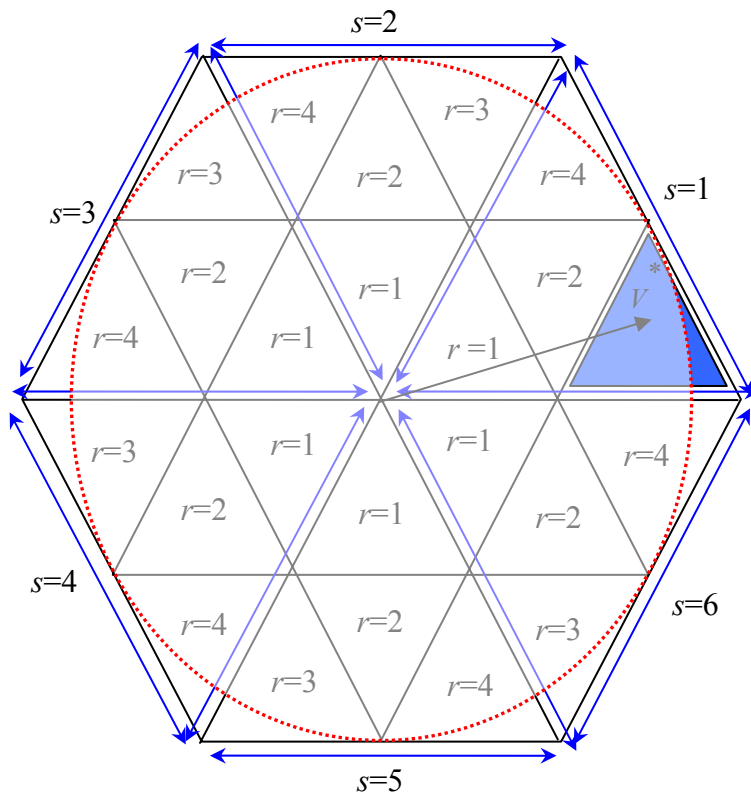


Fig.1.21: Secteurs et régions du diagramme vectoriel.

## 2.8. Vecteur tension de référence

A partir des tensions de référence triphasées  $v_1^*$ ,  $v_2^*$  et  $v_3^*$ , on définit le vecteur tension de référence:

$$\begin{aligned} v_s^* &= v_1^* e^{j0} + v_2^* e^{-j2\pi/3} + v_3^* e^{j2\pi/3} \\ &= v_d^* + j v_q^* \\ &= m \cdot V_{\max} \cdot e^{j\theta} \end{aligned} \quad (1.26)$$

$v_d^*$  et  $v_q^*$  : composantes du vecteur  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$ .

$m$  ( $0 \leq m \leq 1$ ): taux de modulation

$V_{\max}$  : Amplitude maximale du vecteur  $v_s^*$

$\theta$  : Position angulaire du vecteur  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$ .

A partir des coordonnées  $v_d^*$ ,  $v_q^*$  et de la position angulaire  $\theta$ , on déduit dans quel secteur ( $s$ ), et dans quelle région ( $r$ ) se situ le vecteur  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$  (Fig.1.21). Le secteur triangulaire  $s$  se déduit de la manière suivante:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta < 2\pi/3 \\ 3 & \text{si } 2\pi/3 \leq \theta < \pi \\ 4 & \text{si } \pi \leq \theta < 4\pi/3 \\ 5 & \text{si } 4\pi/3 \leq \theta < 5\pi/3 \\ 6 & \text{si } 5\pi/3 \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (1.27)$$

La région triangulaire  $r$  à l'intérieur de chaque secteur se déduit en utilisant les équations des ses trois cotés. Par exemple, les cotés de la région  $r = 3$  à l'intérieur du secteur  $s = 1$  (région hachurée dans la Fig.1.21), ont les équations suivantes (on désigne par  $v_d^*$  et  $v_q^*$  leurs grandeurs relatives

$v_d^*/\sqrt{(v_d^*)^2 + (v_q^*)^2}$  et  $v_q^*/\sqrt{(v_d^*)^2 + (v_q^*)^2}$ ):

$$\begin{cases} v_{q_{p.u}}^* = 0 \\ v_{q_{p.u}}^* = \sqrt{3} v_d^* \\ v_{q_{p.u}}^* = -\sqrt{3} v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases} \quad (1.28)$$

Ainsi, le vecteur  $v_s^*$  se situ dans la région  $r = 3$  du secteur  $s = 1$  lorsque les deux composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  vérifient les inéquations suivantes:

$$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3} \end{cases} \quad (1.29)$$

De la même manière on déduit les équations des autres régions. Ces équations sont résumées dans le tableau 1. 4.

	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$
$s = 1$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq \sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3} \end{cases}$
$s = 2$	$\begin{cases} v_q^* \leq \sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$
$s = 3$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq \sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq \sqrt{3/4} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq 0 \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$
$s = 4$	$\begin{cases} v_q^* \leq \sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq 0 \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3} \end{cases}$
$s = 5$	$\begin{cases} v_q^* \geq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq -\sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq -\sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$
$s = 6$	$\begin{cases} v_q^* \leq 0 \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \geq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq -\sqrt{3/4} \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* \end{cases}$	$\begin{cases} v_q^* \leq 0 \\ v_q^* \geq \sqrt{3}v_d^* - \sqrt{3/2} \\ v_q^* \geq -\sqrt{3}v_d^* + \sqrt{3/2} \end{cases}$

Tableau 1.4: Inéquations définissant les régions du diagramme vectoriel.

Afin de minimiser les harmoniques de tension de sortie, on impose au vecteur tension de référence de ce localiser à l'intérieur du cercle délimité par l'hexagone externe, ce qui donne:

$$V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{dc} \tag{1.30}$$

### 2.9. Séquence des états de l'onduleur

Sur une période d'échantillonnage  $T_s$ , le vecteur tension de référence  $v_s^*$  doit coïncider avec la moyenne des vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  représentant les apex du triangle contenant  $v_s^*$ :

$$\overline{v_s} = v_s^* = M V_{\max} e^{i\alpha} = \frac{T_x v_x + T_y v_y + T_z v_z}{T_s} = dx v_x + dy v_y + dz v_z \tag{1.31}$$

$\alpha$  c'est la position angulaire du vecteur  $v_s^*$  à l'intérieur d'un secteur:  $\alpha = \theta[\pi/3]$ .

$T_x, T_y, T_z$  sont les durées d'application des vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  respectivement à la sortie de l'onduleur. Ils sont reliés par l'équation:

$$T_x + T_y + T_z = T_s \quad \text{et} \quad d_x + d_y + d_z = 1 \tag{1.32}$$

Les vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  dépendent de la position du vecteur  $v_s^*$  dans le plan  $d-q$ . Par exemple, le vecteur  $v_s^*$  représenté sur le diagramme vectoriel de la Fig.1.20 se situ dans la région  $r = 4$  du secteur  $s = 1$ . Ainsi, le vecteur  $v_x$  est celui généré par l'état PNN (appelé alors état X), le vecteur  $v_y$  est celui généré par l'état PON (appelé état Y) et le vecteur  $v_z$  est celui généré par l'état POO (appelé Z<sub>1</sub>) ou l'état ONN (appelé Z<sub>2</sub>). La Fig.1.22 indique les états X, Y et Z pour les différentes régions du diagramme vectoriel.

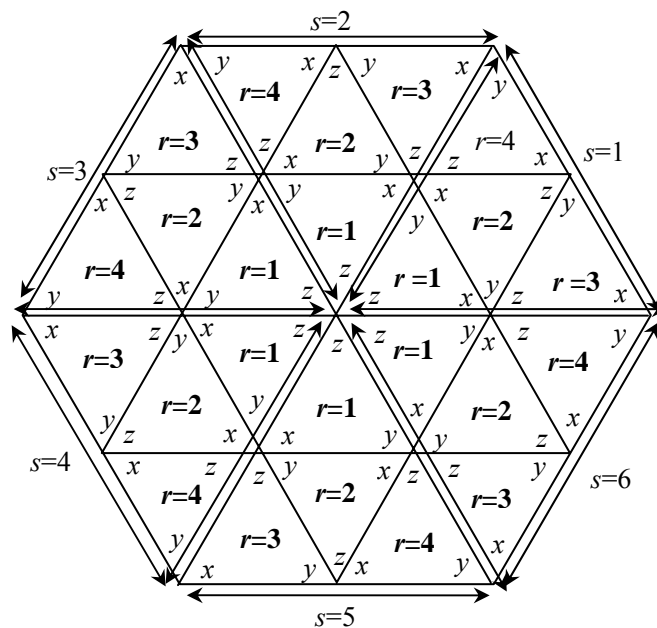


Fig.1.22: Etats X, Y et Z pour les différentes régions du diagramme vectoriel.

L'équation (1.32) et la décomposition de l'équation (1.31) suivant les deux axes  $d-q$  permet de déduire les rapports  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$ , et par suite les durées  $T_x$ ,  $T_y$  et  $T_z$ . Le tableau 1.5 donne la décomposition de l'équation (1.31) pour les quatre régions d'un secteur donné. Cette décomposition s'applique pour tous les secteurs du diagramme vectoriel : pour passer d'un secteur à l'autre, il suffit de positionner l'axe  $d$  sur le début du secteur concerné.

Région	Décomposition
$r = 1$	$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\cos\theta = \frac{1}{2}d_x + \frac{1}{4}d_y \\ \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}d_y \end{cases}$
$r = 2$	$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\cos\theta = \frac{1}{4}d_x + \frac{1}{2}d_y + \frac{3}{4}d_z \\ \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}(d_x + d_z) \end{cases}$
$r = 3$	$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\cos\theta = d_x + \frac{3}{4}d_y + \frac{1}{2}d_z \\ \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}d_y \end{cases}$
$r = 4$	$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\cos\theta = \frac{3}{4}d_x + \frac{1}{2}d_y + \frac{1}{4}d_z \\ \frac{\sqrt{3}}{2}.m.\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}(d_x + d_z) + \frac{\sqrt{3}}{2}d_y \end{cases}$

Tableau 1.5: Décomposition de l'équation (1.31)

La résolution du système formé par l'équation (1.32) et les deux équations issues de la décomposition de (1.31) donne les expressions de  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$  indiquées dans le tableau 1.6.

	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$	$r = 4$
$d_x$	$2.m.\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)$	$1-2.m.\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)$	$2.m.\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)-1$	$2.m.\sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)-1$
$d_y$	$2.m.\sin\alpha$	$1-2.m.\sin\alpha$	$2.m.\sin\alpha$	$2.m.\sin\alpha-1$
$d_z$	Pour toute les régions: $1-d_x-d_y$			

Tableau 1.6: Les expressions de  $d_x$ ,  $d_y$  et  $d_z$  pour les différentes régions d'un secteur.



Ainsi, pour avoir des tensions de sortie  $v_1, v_2$  et  $v_3$  aussi proche que possible des tensions de références sinusoïdales triphasées  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ , on applique l'état X pendant une durée  $d_x T_s$ , l'état Y pendant une durée  $d_y T_s$ , et l'état Z pendant le reste de la période  $d_z T_s$ .

Certains états X, Y et Z sont des états redondants. Ils produisent les mêmes tensions de sortie  $v_1, v_2$  et  $v_3$ . Dans ce cas, on peut choisir l'état redondant à appliquer suivant plusieurs critères:

- La minimisation des pertes de puissance dans l'onduleur par la minimisation du nombre d'interruptions par période;
- L'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs au côté continu de l'onduleur. En effet, ces condensateurs se chargent ou se déchargent suivant les états redondants appliqués. Ce problème sera traité ultérieurement dans le deuxième chapitre.

Afin de minimiser les pertes dans l'onduleur et de réduire les harmoniques de la tension de sortie, on choisit une séquence des états X, Y et Z qui consiste à:

- appliquer les trois états dans un ordre donné durant la demi période, puis dans l'ordre inverse durant le reste de la période;
- de diviser le temps approprié à chaque état sur toute les redondances;
- d'utiliser le même état au début et à la fin de la période d'échantillonnage;
- d'inverser l'ordre de succession des états par alternance entre les six secteurs.

Le tableau 1.7 résume la succession des états pendant une demi période d'échantillonnage dans toutes les régions du diagramme vectoriel. Ces états s'appliquent dans la prochaine demi période dans l'ordre inverse. A partir de cette succession, on déduit les fonctions logiques  $F_{ij}$  associées aux interrupteurs de l'onduleur. La Fig.1.23 indique la forme des fonctions logiques associées aux interrupteurs des demi bras supérieurs, sur une période d'échantillonnage  $T_s$  dans les quatre régions du premier secteur du diagramme vectoriel. Les fonctions logiques des interrupteurs des demi bras inférieurs se déduisent par complémentarité. On remarque que chaque interrupteur change son état deux fois seulement durant la période d'échantillonnage.

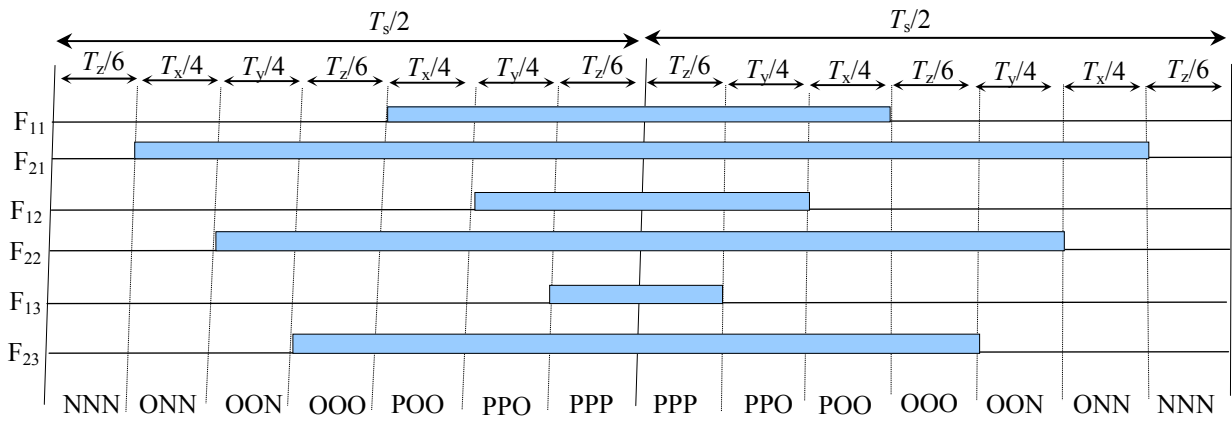
Secteur	Région 1				Région 2				Région 3				Région 4							
1	N	O	O	O	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O	P	P	P
	N	N	O	O	O	P	P	N	O	O	O	P	N	N	O	O	O	O	P	P
	N	N	N	O	O	O	P	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O
2	P	P	O	O	O	N	N	P	O	O	O	N	P	P	O	O	O	O	N	N
	P	P	P	O	O	O	N	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O
	P	O	O	O	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O	N	N	N
3	N	N	N	O	O	O	P	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O
	N	O	O	O	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O	P	P	P
	N	N	O	O	O	P	P	N	O	O	O	P	N	N	O	O	O	O	P	P
4	P	O	O	O	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O	N	N	N
	P	P	O	O	O	N	N	P	O	O	O	N	P	P	O	O	O	O	N	N
	P	P	P	O	O	O	N	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O
5	N	N	O	O	O	P	P	N	O	O	O	P	N	N	O	O	O	O	P	P
	N	N	N	O	O	O	P	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O
	N	O	O	O	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O	P	P	P
6	P	P	P	O	O	O	N	P	P	P	O	O	P	P	P	O	P	P	P	O
	P	O	O	O	N	N	N	O	O	N	N	N	O	N	N	N	O	N	N	N
	P	P	O	O	O	N	N	P	O	O	O	N	P	P	O	O	O	O	N	N

Tableau 1.7: Séquences des états dans les différentes régions du diagramme vectoriel.

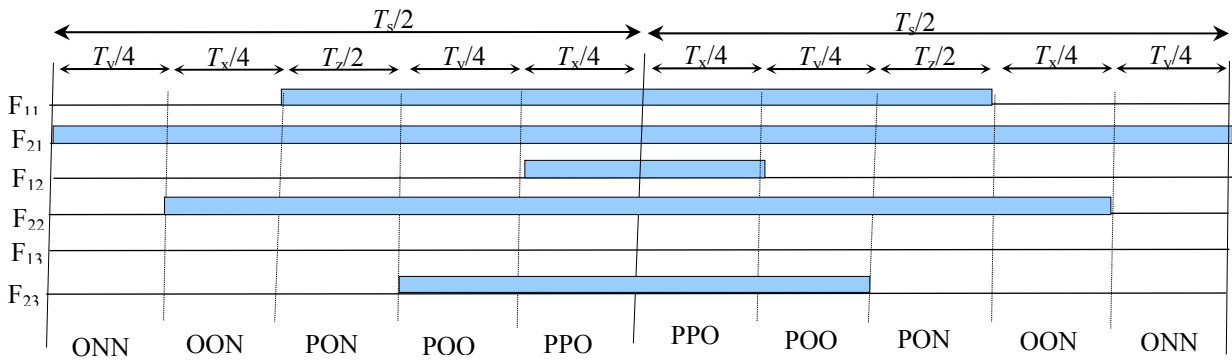
A partir de la Fig.1.23, on déduit les durées de fermeture des interrupteurs durant la période d'échantillonnage  $T_s$ , dans chaque région. Par exemple, pour les quatre régions du premier secteur, les durées de fermeture des interrupteurs des demi bras supérieurs sont résumées dans le tableau 1.8. Les durées de fermeture des autres interrupteurs se déduisent par complémentation.

Région	Demi bras 1	Demis bras 2	Demis bras 3
1	$S_{11}: T_x/2+T_y/2+T_z/3$ $S_{21}: T_x+T_y+2 T_z/3$	$S_{12}: T_y/2+T_z/3$ $S_{22}: T_x/2+T_y+2 T_z/3$	$S_{13}: T_z/3$ $S_{23}: T_x/2+T_y/2+2 T_z/3$
2	$S_{11}: T_x/2+T_y/2+T_z$ $S_{21}: T_x+T_y+T_z$	$S_{12}: T_x/2$ $S_{22}: T_x+T_y/2+ T_z$	$S_{13}: 0$ $S_{23}: T_x/2+T_y/2$
3	$S_{11}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{21}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{12}: 0$ $S_{22}: T_y+ T_z/2$	$S_{13}: 0$ $S_{23}: T_z/2$
4	$S_{11}: T_x+T_y+T_z/2$ $S_{21}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{12}: T_y+T_z/2$ $S_{22}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{13}: 0$ $S_{23}: T_z/2$

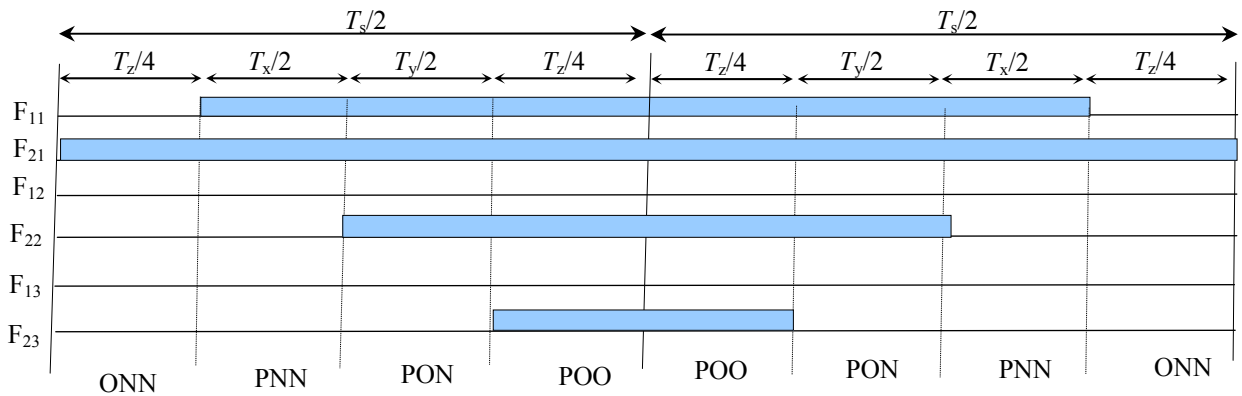
Tableau 1.8: Durées de fermeture des interrupteurs dans le cas du premier secteur.



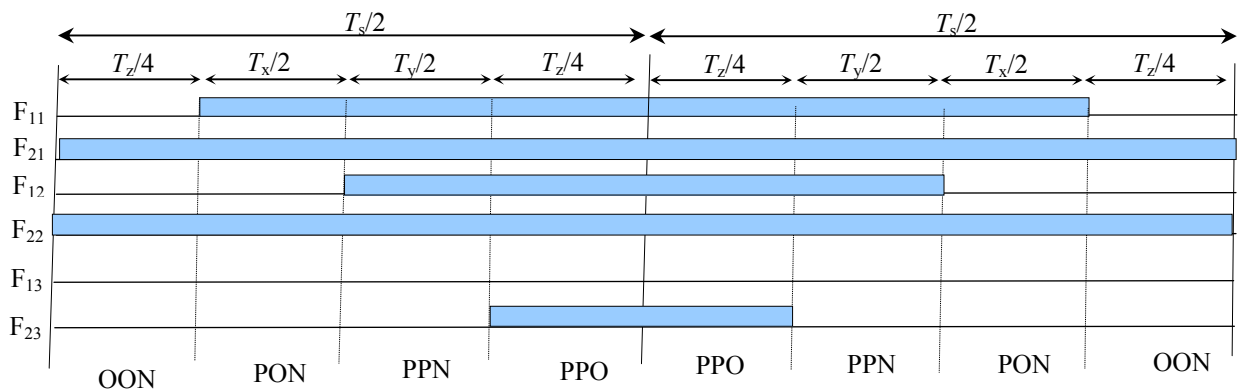
a. Région 1



b. Région 2



c. Région 3



d. Région 4

Fig.1.23: Fonctions logiques  $F_{ij}$  dans les quatre régions du premier secteur.

On résume l'algorithme de la modulation vectorielle de l'onduleur à trois niveaux. Cet algorithme consiste à effectuer les étapes suivantes:

- A partir des tensions de références  $v_1^*$ ,  $v_1^*$  et  $v_1^*$  on déduit le vecteur tension de référence  $v_s^*$  et ces composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$ , ainsi que ses coordonnées polaires  $m$  et  $\theta$  (équation (1.26)).
- A partir de  $m$  et  $\theta$  on déduit le secteur  $s$  (équation (1.27)) et la région (tableau 1.4) du diagramme vectoriel contenant le vecteur  $v_s^*$ .
- On déduit (Fig.1.22) les états  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  qu'on doit appliquer pour générer les tensions de sortie
- On déduit (tableau 1.6) la durée d'application de chaque état.
- A partir du tableau 1.7, on déduit la séquence des états durant chaque période d'échantillonnage.
- A partir de cette séquence, on déduit l'état ouvert ou fermé de chaque interrupteur, à tout instant.

## 2.10. Simulation numérique

L'onduleur à trois niveaux commandé par modulation vectorielle est associé à un moteur asynchrone triphasé, dont les paramètres sont indiqués dans l'annexe 1. La tension continue à l'entrée de l'onduleur est de 1400 V, divisée en deux parties égales, à l'aide de deux capacités de 0.08 Farads chacune.

On simule le système pour un taux de modulation  $m = 0.9$  et une fréquence d'échantillonnage  $T_s = 166,6 \cdot 10^{-6}$  secondes, ce qui correspond à la division du diagramme vectoriel à 120 intervalles de commutation. La Fig. 1.24 montre la forme de la tension entre les phases et le neutre de la source  $v_{10}$ , de la tension entre phases  $v_{12}$  et de la tension entre phases et neutre de la charge  $v_1$ . La tension  $v_{10}$  possède trois niveaux de tension, la tension  $v_{12}$  possède cinq niveaux, et la tension  $v_1$  possède neuf niveaux. La tension  $v_1$  enveloppe la référence  $v_1^*$ , de sorte que le fondamentale de  $v_1$  coïncide avec  $v_1^*$ .

La fig.1.25 présente le vecteur tension de référence  $v_1^*$  et les états utilisés pour la composition des sorties pour deux valeurs du taux de modulation:  $m = 0.9$  et  $m = 0.3$ . Pour  $m = 0.9$ , le lieu du vecteur de référence se situe dans le secteur hexagonal externe du diagramme vectoriel. Pour  $m = 0.3$ , le lieu de ce vecteur de référence se situe dans le secteur hexagonal interne du diagramme vectoriel. Dans ce dernier cas, l'onduleur à trois niveaux se rassemble à un onduleur à deux niveaux. La fig.2.6 montre la tension de sortie et son spectre

d'harmoniques pour différentes valeurs du taux de modulation. On constate que les harmoniques sont centrées autour des multiples de la fréquence d'échantillonnage. La Fig.1.27 présente la variation de l'amplitude du fondamentale et du taux d'harmoniques en fonction du taux de modulation. On remarque que le taux d'harmoniques est inversement proportionnel, tandis que l'amplitude du fondamentale est proportionnelle avec le taux de modulation. La Fig.1.28 présente la tension de sortie et son spectre d'harmoniques pour différentes valeurs de la fréquence de commutation, tandis que la Fig 1.29 montre l'évolution de l'amplitude du fondamentale de la sortie, et de son taux d'harmoniques en fonction de la fréquence de commutation. L'amplitude du fondamentale est pratiquement insensible à la variation de la fréquence de commutation, tandis que le taux d'harmonique diminue avec l'augmentation de cette fréquence. En comparant avec le cas de l'onduleur à deux niveaux, on constate que pour le même taux de modulation ou de la fréquence de commutation, le taux d'harmoniques de la sortie de l'onduleur à trois niveaux est plus faible. La Fig.1.30 indique les variables de sortie de la machine asynchrone. Les différentes variables atteignent leur régimes permanents au bous d'une demi seconde.

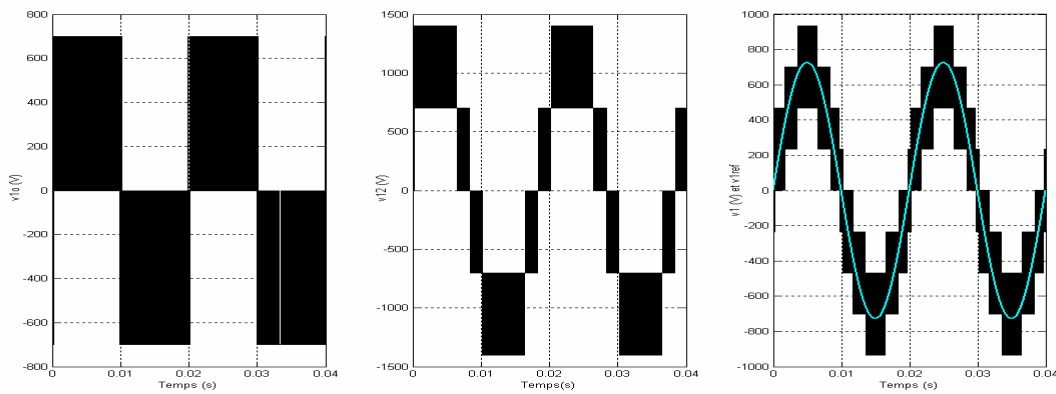
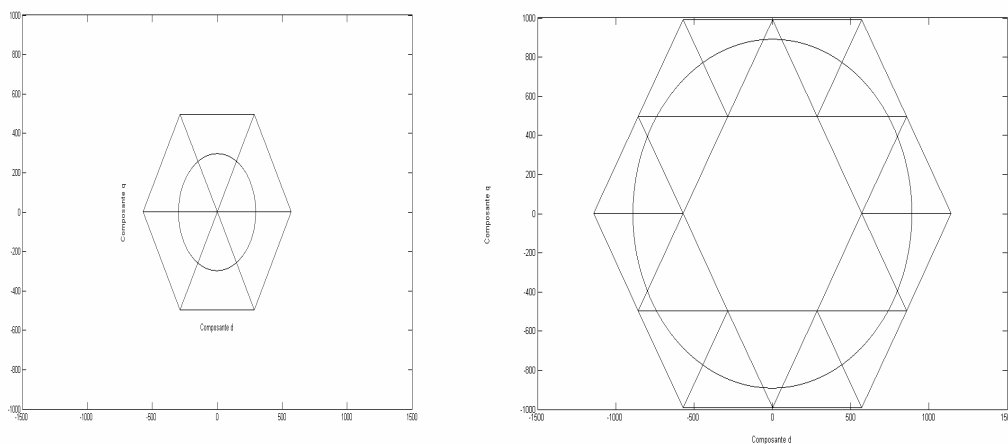


Fig.1.24: Tensions de sortie



$m = 0.3$

$m = 0.9$

Fig.1.25: Trajectoire du vecteur de référence et états utilisés

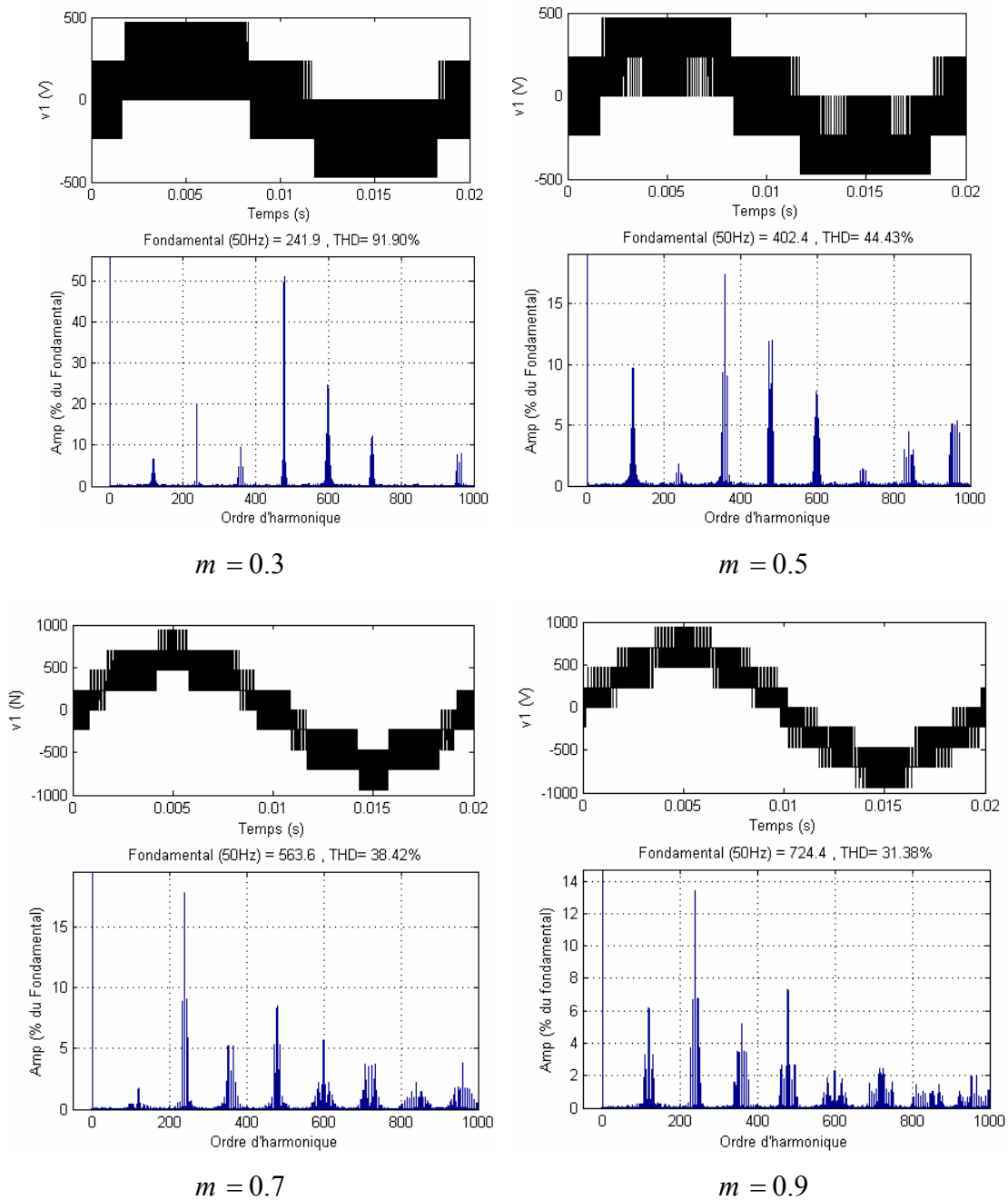


Fig.1.26: Analyse harmonique pour différentes valeurs du taux de modulation ( $N = 120$ )

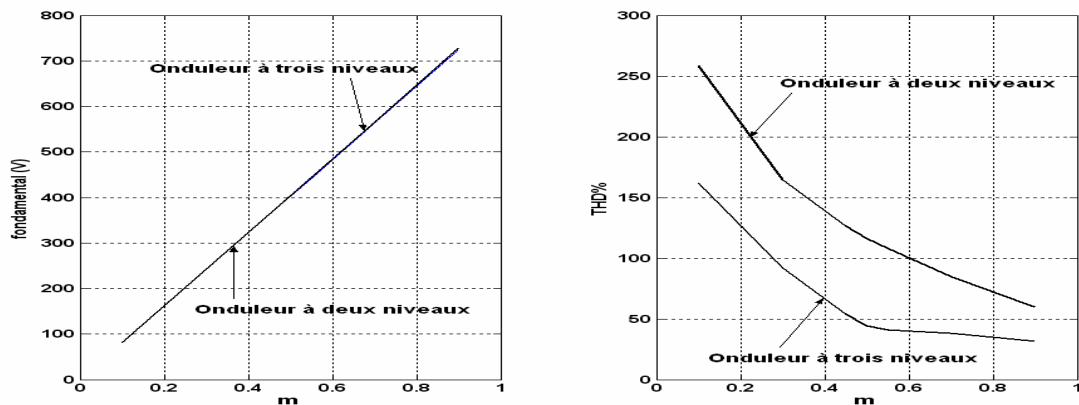


Fig.1.27: Evolutions du fondamental et du THD en fonction du taux de modulation

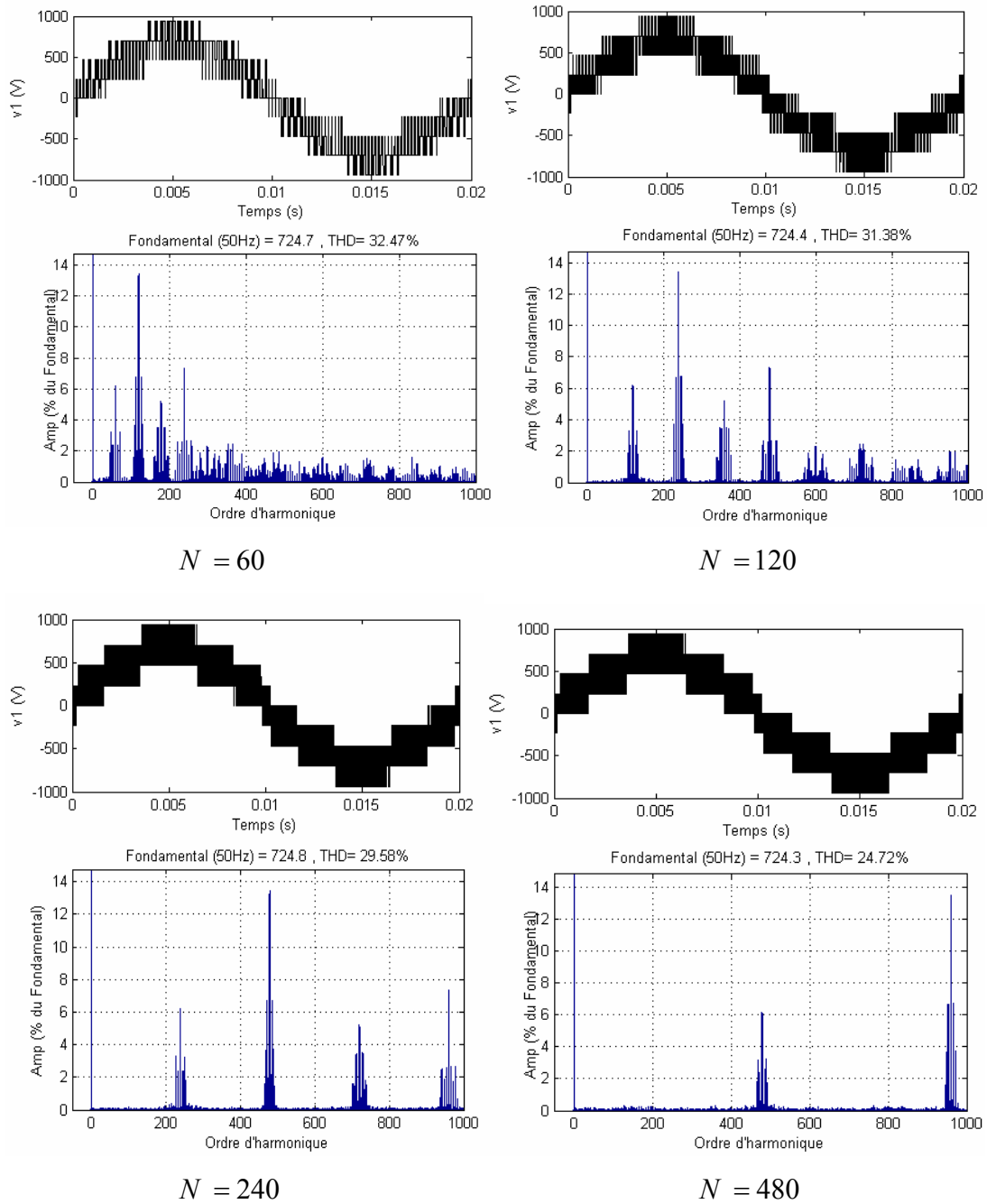


Fig.1.28: Analyse harmonique pour différentes valeurs de la fréquence de commutation ( $m = 0.9$ )

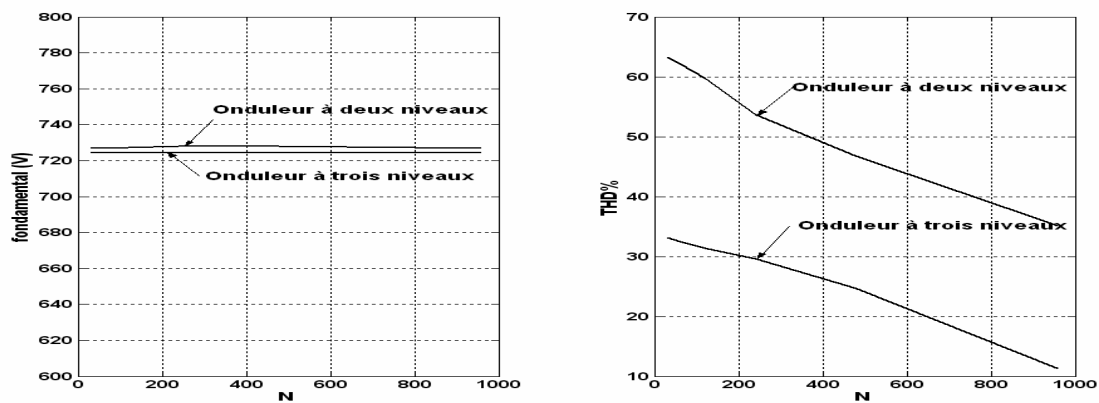


Fig.1.29: Evolutions du fondamental et du THD en fonction de la fréquence de commutation

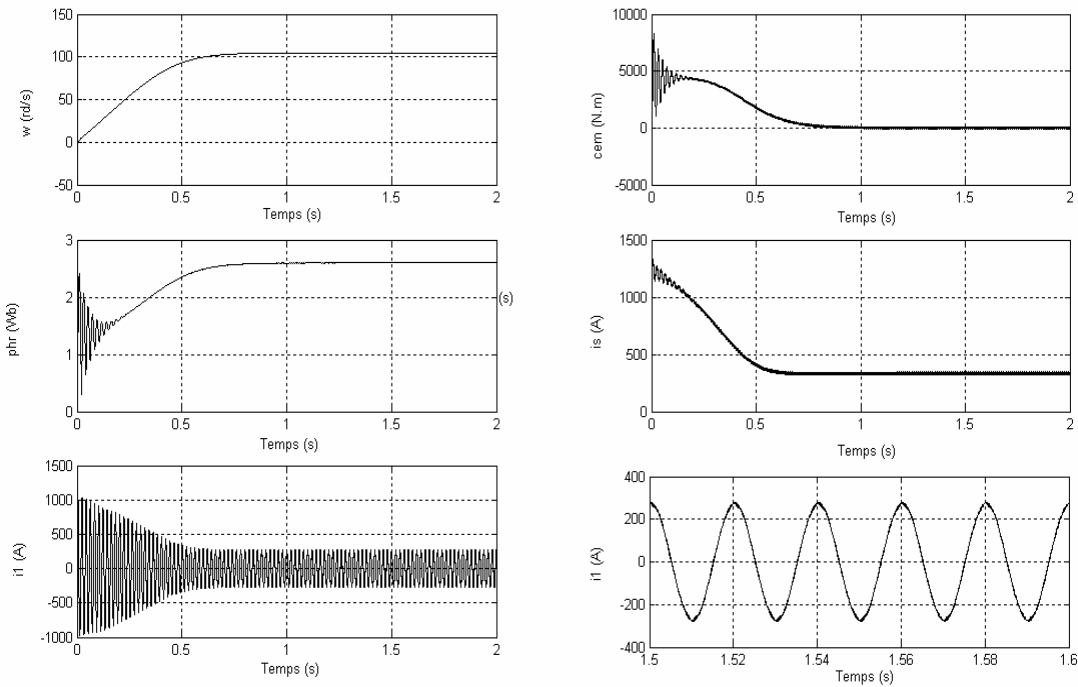


Fig.1.30: Variables de sortie de la machine asynchrone.

### 3. Modulation vectorielle de l'onduleur à cinq niveaux

#### 3.1 Structure de l'onduleur à cinq niveaux

Chaque bras de l'onduleur triphasé à cinq niveaux est composé de huit interrupteurs bidirectionnels (Fig.1.31). Ces interrupteurs ne doivent pas être ouverts ou fermés simultanément, afin d'éviter le court-circuit de la source continue de l'entrée de l'onduleur, ou l'ouverture du circuit inductif de sa charge. Chaque interrupteur est composé d'un transistor en antiparallèle avec une diode. Les diodes flottantes (six par bras) assurent l'application des différents niveaux de tension à la sortie de chaque bras. La tension d'entrée continue est divisée en quatre parties égales en utilisant quatre condensateurs.

#### 3.2: Fonctions de commutation

Pour chaque interrupteur  $S_{ij}$  ( $i = \overline{1-8}$   $j = \overline{1-3}$ ), on définit une fonction de commutation  $F_{ij}$  de la manière suivante:

$$F_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } s_{ij} \text{ est fermé} \\ 0 & \text{si } s_{ij} \text{ est ouvert} \end{cases} \quad (1.33)$$

Les interrupteurs des demi bras inférieurs sont complémentaires aux interrupteurs des demi bras supérieurs:

$$F_{ij} = 1 - F_{(i-4)j} \quad i = \overline{5-8} \quad j = \overline{1-3} \quad (1.34)$$



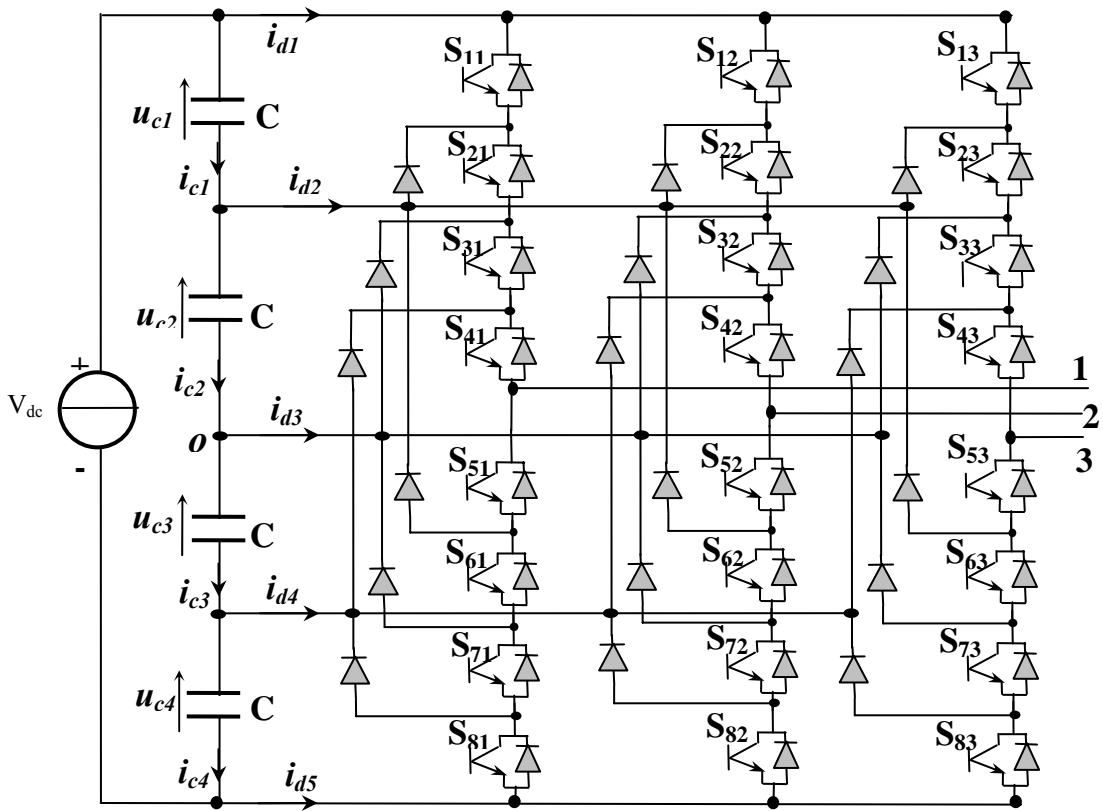


Fig.1.31: Structure de l'onduleur à cinq niveaux à diodes flottante.

### 3.3: Etats des bras et de l'onduleur

Chaque bras de l'onduleur peut avoir un des cinq états possibles suivants (Fig.1.32):

**Etat P<sub>2</sub>:** Les quatre interrupteurs du demi bras supérieur  $S_{1j}, S_{2j}, S_{3j}$  et  $S_{4j}$  sont fermés, tandis que les quatre interrupteurs du demi bras inférieur  $S_{5j}, S_{6j}, S_{7j}$  et  $S_{8j}$  sont ouverts. La tension de sortie du bras par rapport au point  $o$  est alors  $V_{dc}/2$ .

**Etat P<sub>1</sub>:** Les quatre interrupteurs  $S_{2j}, S_{3j}, S_{4j}$  et  $S_{5j}$  sont fermés, tandis que les quatre interrupteurs  $S_{1j}, S_{6j}, S_{7j}$  et  $S_{8j}$  sont ouverts. La tension de sortie du bras par rapport au point  $o$  est alors  $V_{dc}/4$ .

**Etat O:** Les quatre interrupteurs  $S_{3j}, S_{4j}, S_{5j}$  et  $S_{6j}$  sont fermés, tandis que les quatre interrupteurs  $S_{1j}, S_{2j}, S_{7j}$  et  $S_{8j}$  sont ouverts. La tension de sortie du bras par rapport au point  $o$  est alors 0.

**Etat N<sub>1</sub>:** Les quatre interrupteurs  $S_{4j}, S_{5j}, S_{6j}$  et  $S_{7j}$  sont fermés, tandis que les quatre interrupteurs  $S_{1j}, S_{2j}, S_{3j}$  et  $S_{8j}$  sont ouverts. La tension de sortie du bras par rapport au point  $o$  est  $-V_{dc}/4$ .

**Etat N<sub>2</sub>:** Les quatre interrupteurs du demi bras inférieur  $S_{5j}, S_{6j}, S_{7j}$  et  $S_{8j}$  sont fermés, tandis que les quatre interrupteurs du demi bras supérieur  $S_{1j}, S_{2j}, S_{3j}$  et  $S_{4j}$  sont ouverts. La tension de sortie du bras par rapport au point  $o$  est alors  $-V_{dc}/2$ .

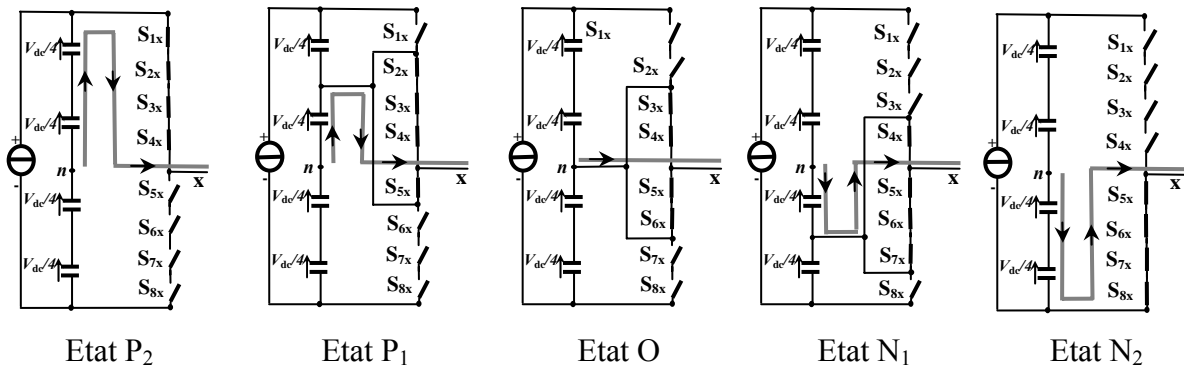


Fig.1.32: Etats d'un bras de l'onduleur à trois niveaux

Le tableau 1.9 résume la correspondance entre les états de chaque bras, les états de ses interrupteurs et sa tension de sa sortie.

Pour chaque bras de l'onduleur, on définit cinq fonctions de connections, chacune associée à un des cinq états du bras:

$$\begin{aligned}
 F_{c1j} &= F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot F_{3j} \cdot F_{4j} \\
 F_{c2j} &= F_{2j} \cdot F_{3j} \cdot F_{4j} \cdot F_{5j} \\
 F_{c3j} &= F_{3j} \cdot F_{4j} \cdot F_{5j} \cdot F_{6j} \quad j = 1, 2 \text{ ou } 3. \\
 F_{c4j} &= F_{4j} \cdot F_{5j} \cdot F_{6j} \cdot F_{7j} \\
 F_{c5j} &= F_{5j} \cdot F_{6j} \cdot F_{7j} \cdot F_{8j}
 \end{aligned}
 \tag{1.35}$$

Etat	$S_{x1}$	$S_{x2}$	$S_{x3}$	$S_{x4}$	$S_{x5}$	$S_{x6}$	$S_{x7}$	$S_{x8}$	$v_{xo}$
$P_2$	1	1	1	1	0	0	0	0	$V_{dc}/2$
$P_1$	0	1	1	1	1	0	0	0	$V_{dc}/4$
$O$	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$N_1$	0	0	0	1	1	1	1	0	$-V_{dc}/4$
$N_2$	0	0	0	0	1	1	1	1	$-V_{dc}/2$

Tableau 1.9: Etats d'uns bras de l'onduleur à cinq niveaux ( $x = 1,2$  ou  $3$ ).

Etant donné que chaque bras possède cinq états possibles, l'onduleur à cinq niveaux possède  $5^3 = 125$  états, identifiés par la combinaison des états des trois bras. Par exemple, l'état  $P_1N_2O$  signifie que le premier bras est à l'état  $P_1$ , le deuxième est à l'état  $N_2$  et le troisième est à l'état  $O$ .

### 3.4 Tension de sortie

Les tensions triphasées de sortie de l'onduleur à cinq niveau par rapport au point neutre de la source  $o$  sont exprimées par:

$$\begin{pmatrix} v_{1o} \\ v_{2o} \\ v_{3o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{c11} & F_{c21} & F_{c31} & F_{c41} & F_{c51} \\ F_{c12} & F_{c22} & F_{c32} & F_{c42} & F_{c52} \\ F_{c13} & F_{c23} & F_{c33} & F_{c43} & F_{c53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc}/2 \\ V_{dc}/4 \\ 0 \\ -V_{dc}/4 \\ -V_{dc}/2 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

Chacune de ces tensions peut avoir cinq niveaux de tensions:  $V_{dc}/2$ ,  $V_{dc}/4$ ,  $0$ ,  $-V_{dc}/4$  ou  $-V_{dc}/2$ , ce qui est à l'origine de l'appellation : *onduleur à cinq niveaux*.

Les tensions composées entre les bras de l'onduleur sont:

$$\begin{pmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1o} - v_{2o} \\ v_{2o} - v_{3o} \\ v_{3o} - v_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{c11} - F_{c12} & F_{c21} - F_{c22} & F_{c31} - F_{c32} & F_{c41} - F_{c42} & F_{c51} - F_{c52} \\ F_{c12} - F_{c13} & F_{c22} - F_{c23} & F_{c32} - F_{c33} & F_{c42} - F_{c43} & F_{c52} - F_{c53} \\ F_{c13} - F_{c11} & F_{c23} - F_{c21} & F_{c33} - F_{c31} & F_{c43} - F_{c41} & F_{c53} - F_{c51} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc}/2 \\ V_{dc}/4 \\ 0 \\ -V_{dc}/4 \\ -V_{dc}/2 \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

Les tensions de sortie des bras par rapport au neutre de la charge, dans le cas d'une charge équilibrée, sont exprimées par:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} v_{12} - v_{31} \\ v_{23} - v_{12} \\ v_{31} - v_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2F_{c11} - F_{c12} - F_{c13} & 2F_{c21} - F_{c22} - F_{c23} & 2F_{c31} - F_{c32} - F_{c33} & 2F_{c41} - F_{c42} - F_{c43} & 2F_{c51} - F_{c52} - F_{c53} \\ 2F_{c12} - F_{c11} - F_{c13} & 2F_{c22} - F_{c21} - F_{c23} & 2F_{c32} - F_{c31} - F_{c33} & 2F_{c42} - F_{c41} - F_{c43} & 2F_{c52} - F_{c51} - F_{c53} \\ 2F_{c13} - F_{c11} - F_{c12} & 2F_{c23} - F_{c21} - F_{c22} & 2F_{c33} - F_{c31} - F_{c32} & 2F_{c43} - F_{c41} - F_{c42} & 2F_{c53} - F_{c51} - F_{c52} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{dc}/2 \\ V_{dc}/4 \\ 0 \\ -V_{dc}/4 \\ -V_{dc}/2 \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

### 3.5. Vecteurs de tension et diagramme vectoriel

A partir des tensions de sortie  $v_{1o}$ ,  $v_{2o}$  et  $v_{3o}$ , on définit le vecteur tension de sortie:

$$\begin{aligned} v_s &= v_{1o} e^{j0} + v_{2o} e^{-j2\pi/3} + v_{3o} e^{j2\pi/3} \\ &= v_d + j v_q \end{aligned} \quad (1.39)$$

Suivant les états de l'onduleur, ce vecteur peut prendre plusieurs positions dans le plan  $d-q$ . Ces positions sont indiquées sur le diagramme vectoriel de la Fig.1.33. On distingue 60 positions discrètes, distribuées sur quatre hexagones, en plus d'une position au centre de l'hexagone. Certaines positions sont créées par plusieurs *états redondants*. De l'hexagone externe vers l'hexagone interne, les positions du vecteur  $v_s$  sont créées respectivement par un, deux, trois ou quatre états redondants. La position du centre de l'hexagone, qui correspond à une tension de sortie nulle, est créée par cinq états redondants. On distingue ainsi 24 positions à une seule redondance, 18 positions à deux redondances, 12 positions à trois redondances et 6 positions à quatre redondances.

Les 61 positions du vecteur tension de sortie divisent le diagramme vectoriel en six secteurs triangulaires. Chaque secteur est composé de 16 régions triangulaires (Fig.1.34). On a ainsi 96 régions triangulaires dans le diagramme vectoriel complet.

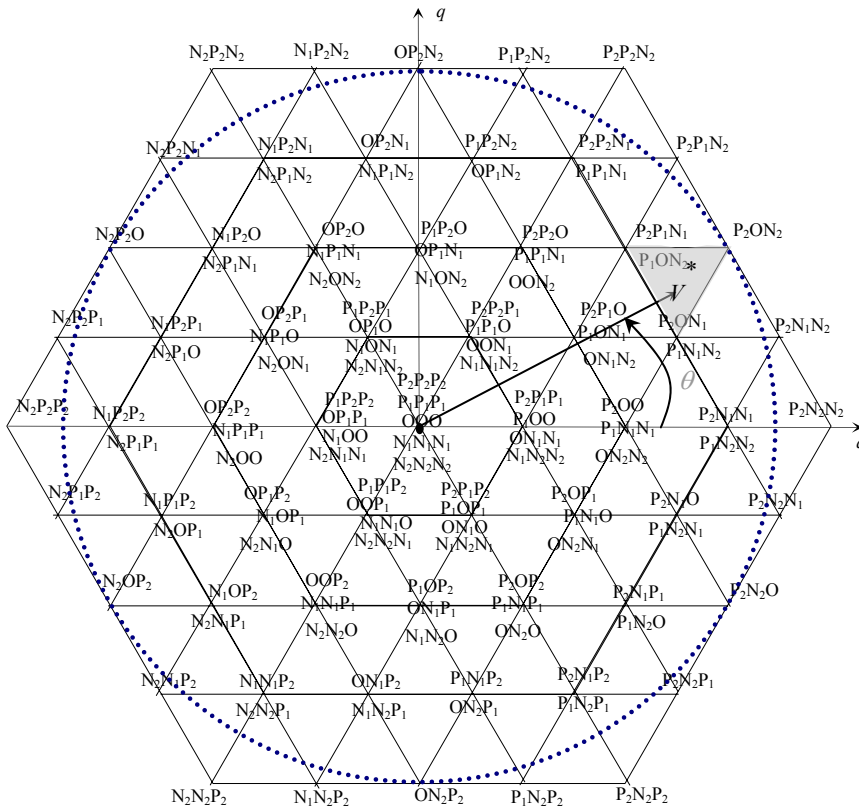


Fig.1.33. Diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux

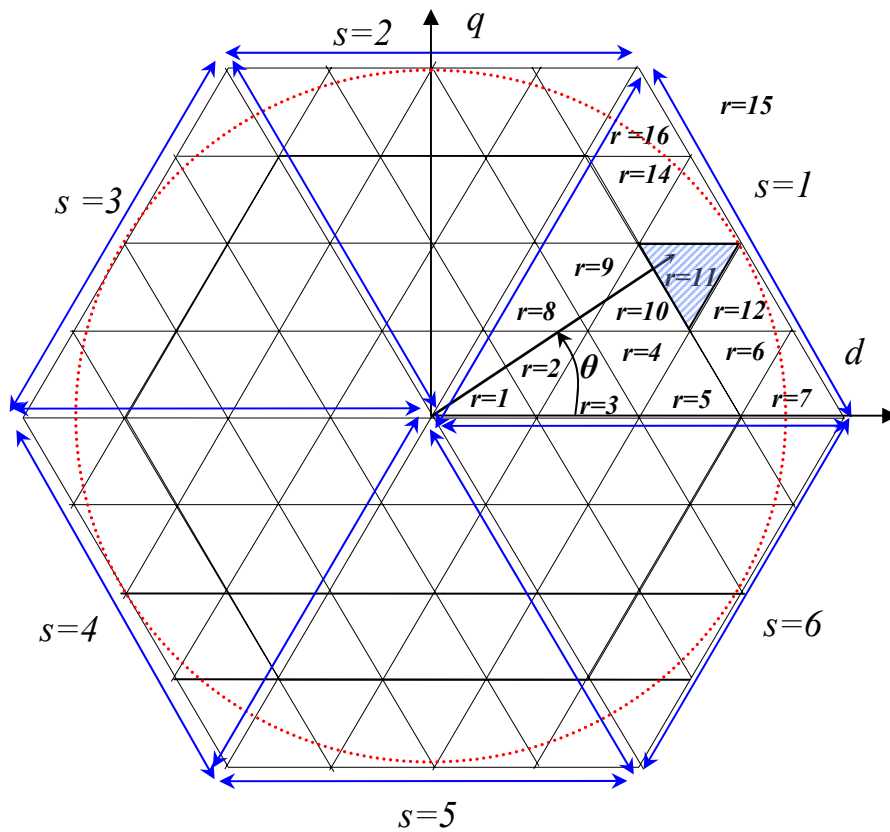


Fig.1.34: Secteurs et régions du diagramme vectoriel.

A partir des tensions de référence  $v_1^*, v_2^*$  et  $v_3^*$ , on définit le vecteur tension de référence:

$$\begin{aligned} v_s^* &= v_1^* e^{j0} + v_2^* e^{-j2\pi/3} + v_3^* e^{j2\pi/3} \\ &= v_d^* + j v_q^* \\ &= m \cdot V_{\max} \cdot e^{j\theta} \end{aligned} \quad (1.40)$$

Le vecteur  $v_s^*$  est un vecteur tournant dans le diagramme vectoriel, Le secteur  $s$  contenant ce vecteur se déduit à partir de sa position angulaire de la manière suivante:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \theta < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta < 2\pi/3 \\ 3 & \text{si } 2\pi/3 \leq \theta < \pi \\ 4 & \text{si } \pi \leq \theta < 4\pi/3 \\ 5 & \text{si } 4\pi/3 \leq \theta < 5\pi/3 \\ 6 & \text{si } 5\pi/3 \leq \theta < 2\pi \end{cases} \quad (1.41)$$

A l'intérieur de chaque secteur, la région  $r$  contenant le vecteur  $v_s^*$  se déduit en utilisant les deux composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$ . Chaque région est définie par les équations de ses trois cotés. Par exemple, les cotés de la région hachurée de la Fig.1.34 (région  $r = 11$  du secteur  $s = 1$ ) ont les trois équations suivantes (en utilisant les grandeurs relatives:  $v_d^*$  et  $v_q^*$  désignent leurs grandeurs relatives  $v_d^*/\sqrt{(v_d^*)^2 + (v_q^*)^2}$  et  $v_q^*/\sqrt{(v_d^*)^2 + (v_q^*)^2}$ ):

$$\begin{cases} v_q^* = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ v_q^* = \sqrt{3}v_d^* - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ v_q^* = -\sqrt{3}v_d^* + \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{cases} \quad (1.42)$$

Ainsi, le vecteur  $v_s^*$  se situe dans la région  $r = 11$  du secteur  $s = 1$  lorsque ses deux composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  vérifient les inéquations suivantes:

$$\begin{cases} v_q^* \leq \frac{\sqrt{3}}{4} \\ v_q^* \leq \sqrt{3}v_d^* - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ v_q^* \leq -\sqrt{3}v_d^* + \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{cases} \quad (1.43)$$

De la même manière on déduit les équations relatives aux autres régions.

Afin de minimiser les harmoniques de la tension de sortie, on impose au vecteur tension de référence de se localiser à l'intérieur du cercle délimité par l'hexagone externe, ce qui donne:

$$V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{dc} \quad (1.44)$$

### 3.6. Séquence des états de l'onduleur

Le vecteur tension de référence  $v_s^*$  doit coïncider, sur chaque période d'échantillonnage  $T_s$ , avec la moyenne des vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  représentant les sommets de la région triangulaire lui contenant.

$$\overline{v_s} = v_s^* = m V_{\max} e^{i\alpha} = \frac{T_x v_x + T_y v_y + T_z v_z}{T_s} = d_x v_x + d_y v_y + d_z v_z \quad (1.45)$$

avec:

$\alpha$  : la position angulaire du vecteur  $v_s^*$  à l'intérieur d'un secteur:  $\alpha = \theta[\pi/3]$ .

$T_x, T_y, T_z$  : les durées d'application des vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  respectivement à la sortie de l'onduleur.

$d_x, d_y$  et  $d_z$  : les durées  $T_x, T_y$  et  $T_z$  en grandeurs relatives:

$$d_x = \frac{T_x}{T_s}; \quad d_y = \frac{T_y}{T_s}; \quad d_z = \frac{T_z}{T_s} \quad (1.46)$$

$T_x, T_y$  et  $T_z$  sont reliées par l'équation:

$$\begin{aligned} T_x + T_y + T_z &= T_s \quad \text{ou} \\ d_x + d_y + d_z &= 1 \end{aligned} \quad (1.47)$$

Les vecteurs  $v_x, v_y$  et  $v_z$  utilisés pour approximer le vecteur  $v_s^*$  dépendent de sa position dans le diagramme vectoriel. Par exemple, le vecteur  $v_s^*$  représenté sur le diagramme vectoriel de la Fig.1.33 (ou la Fig.1.34) se situe dans la région  $r=11$  du secteur  $s=1$ . Ainsi, le vecteur  $v_x$  est généré par un des deux états redondants  $P_2P_1N_1$  ou  $P_1ON_2$  (appelé état  $X$ ), le vecteur  $v_y$  est généré par un des deux états redondants  $P_2ON_1$  ou  $P_1N_1N_2$  (appelé état  $Y$ ), et le vecteur  $v_z$  est généré par l'état  $P_2ON_2$  (appelé état  $Z$ ). La désignation des états  $X, Y$  et  $Z$  pour les différentes régions du secteur 1 est indiquée sur la Fig.1.35. On désigne les états des cinq autres secteurs de la même façon.

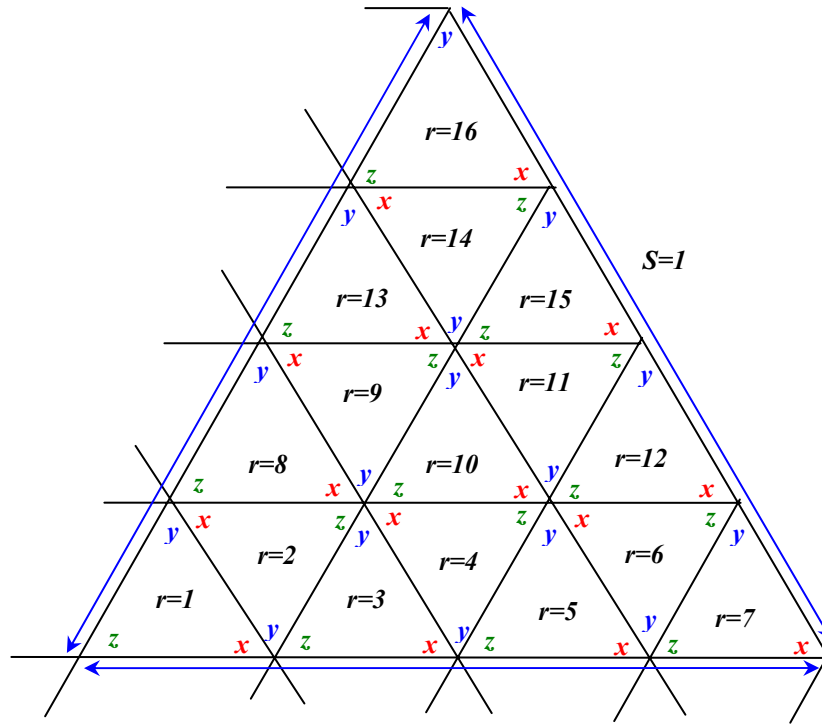


Fig.1.35: Désignation des états X, Y et Z pour les différentes régions du premier secteur.

Pour calculer les durées relatives  $d_x, d_y$  et  $d_z$  correspondantes à chaque région, on décompose l'équation (1.45) suivant les deux axes  $d$  et  $q$ , et on utilise l'équation(1.47). On obtient ainsi un système de trois équations à trois inconnus. La résolution de se système donne  $d_x, d_y$  et  $d_z$  et par conséquence  $T_x, T_y$  et  $T_z$  en utilisant l'équation(1.46). Par exemple pour la région  $r = 11$  du secteur  $s = 1$ , la décomposition de l'équation (1.45) donne:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} . m . \cos \theta = \frac{1}{2} d_x + \frac{5}{8} d_y + \frac{3}{4} d_z \\ \frac{\sqrt{3}}{2} . m . \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{4} . (d_x + d_z) + \frac{\sqrt{3}}{8} d_y \end{cases} \quad (1.48)$$

La résolution donne:

$$\begin{cases} d_x = 2 - 4 . m . \sin(\frac{\pi}{3} - \theta) \\ d_y = 2 - 4 . m . \sin \theta \\ d_z = 1 - d_x - d_y \end{cases} \quad (1.49)$$

Les expressions analytiques de  $d_x, d_y$  et  $d_z$  pour les différentes régions sont résumées dans le tableau 1.10. Ces expressions sont valables quelque soit le secteur contenant le vecteur de référence, car on peut orienter l'axe  $d$  du système d'axes  $d - q$  au début de n'import quel secteur.

	Region 1	Region 2	Region 3	Region 4
$d_x$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$1-4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-1$	$2-4.m.\sin(\pi/3-\theta)$
$d_y$	$4.m.\sin\theta$	$1-4.m.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta$	$1-4.m.\sin\theta$
	Region 5	Region 6	Region 7	Region 8
$d_x$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-2$	$3-4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-1$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)$
$d_y$	$4.m.\sin\theta$	$1-4.m.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta-1$
	Region 9	Region 10	Region 11	Region 12
$d_x$	$1-m.k.\sin(\pi/3-\theta)$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-1$	$2-4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-2$
$d_y$	$2-m.k.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta-1$	$2-4.m.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta-1$
	Region 13	Region 14	Region 15	Region 16
$d_x$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$1-4.m.\sin(\pi/3-\theta)$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)-1$	$4.m.\sin(\pi/3-\theta)$
$d_y$	$4.m.\sin\theta-2$	$3-4.m.\sin\theta$	$4.m.\sin\theta-2$	$4.m.\sin\theta-3$
$d_z$	<b>Pour tout les régions : <math>d_z = 1-d_x - d_y</math></b>			

Tableau 1.10: Durées relatives d'applications des états.

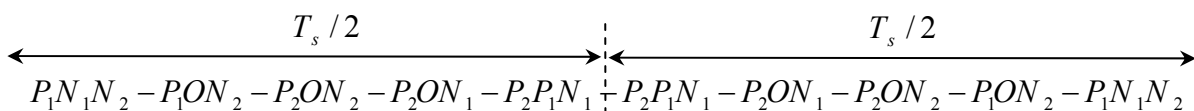
Ainsi, pendant chaque période d'échantillonnage  $T_s$ , et dans chaque région du diagramme vectoriel, les états  $X, Y$  et  $Z$  seront appliquer durant les fractions  $d_x T_s$ ,  $d_y T_s$  et  $d_z T_s$  respectivement.

La séquence des états et le choix entre les redondances de chaque état peuvent être effectués selon le critère de minimisation des harmoniques et des pertes, ou celui d'équilibrage des tensions continues d'entrée. Ce deuxième critère sera traité ultérieurement dans le deuxième chapitre.

Une séquence des états  $X, Y$  et  $Z$  qui vérifient les exigences du premier critère consiste à:

- appliquer les trois états dans un ordre donné durant la demi période, puis dans l'ordre inverse durant le reste de la période;
- de diviser le temps approprié à chaque état sur toute les redondances;
- d'utiliser le même état au début et à la fin de la période d'échantillonnage;
- et d'inverser l'ordre de succession des états par alternance entre les six secteurs.

Par exemple, si le vecteur de référence se situ dans la région  $r = 11$  du secteur  $s = 1$ , pendant la période d'échantillonnage, on applique successivement les états suivants:



La forme des fonctions logiques associées aux demi bras supérieurs, qui correspondent à cette séquence des états, est indiquée à la Fig.1.36. Les fonctions logiques des interrupteurs des demis bras inférieurs se déduisent par complémentation. Il est clair que chaque interrupteur change son état deux fois seulement durant la période d'échantillonnage.



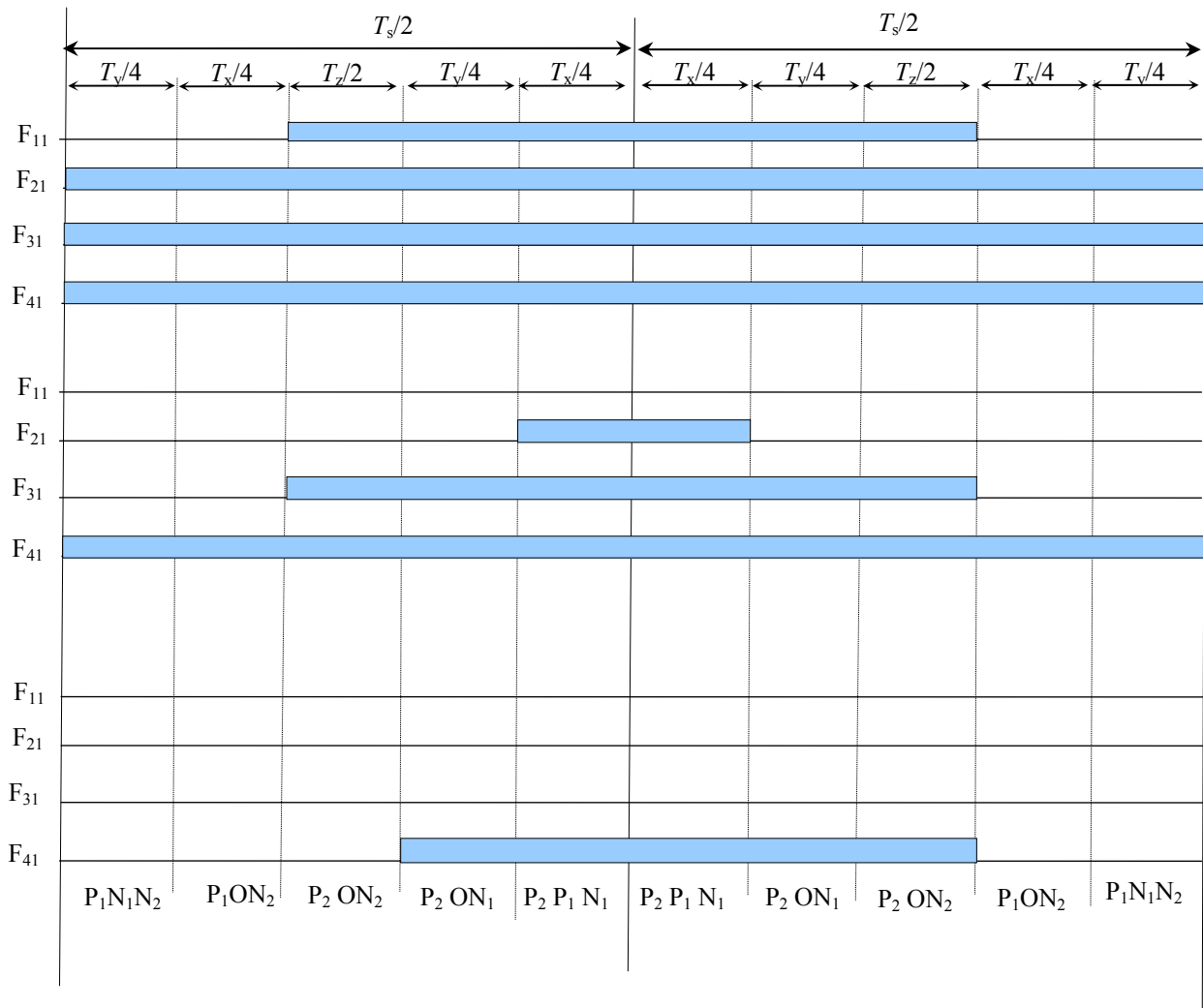


Fig.1.36: Fonctions logiques  $F_{ij}$  dans le cas de la région  $r = 11$  du premier secteur.

A partir de la Fig.1.36, on déduit les durées de fermeture des interrupteurs durant la période d'échantillonnage  $T_s$ , dans chaque région. Dans notre exemple (région  $r = 11$  du secteur  $s = 1$ ), les durées de fermeture des interrupteurs des demis bras supérieurs sont résumées dans le tableau 1.11. Les durées de fermeture des autres interrupteurs se déduisent par complémentation.

Demi bras 1	Demis bras 2	Demis bras 3
$S_{11}: T_x/2+T_y/2+T_z$	$S_{12}: 0$	$S_{13}: 0$
$S_{21}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{22}: T_x/2$	$S_{23}: 0$
$S_{11}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{11}: T_x/2+T_y/2+T_z$	$S_{11}: 0$
$S_{11}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{11}: T_x+T_y+ T_z$	$S_{11}: T_x/2+T_y/2$

Tableau 1.11: Durées de fermeture des interrupteurs dans le cas de la région  $r = 11$  du premier secteur.

L'algorithme de la modulation vectorielle de l'onduleur à cinq niveaux se résume dans les étapes suivantes:

- A partir des tensions de référence  $v_1^*$ ,  $v_1^*$  et  $v_1^*$  on déduit le vecteur tension de référence  $v_s^*$  et ces composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$ , ainsi que ses coordonnées polaires  $m$  et  $\theta$  (équation (1.40)).
- A partir de  $m$  et  $\theta$  on déduit le secteur  $s$  (équation (1.41)) et la région (équation (1.43)) du diagramme vectoriel contenant le vecteur  $v_s^*$ .
- On déduit (Fig.1.35) les états  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  qu'on doit appliquer pour générer les tensions de sortie.
- On déduit (tableau 1.10) la durée d'application de chaque état.
- On déduit la séquence des états durant chaque période d'échantillonnage.
- A partir de cette séquence, on déduit l'état ouvert ou fermé de chaque interrupteur, à chaque instant (Fig.1.36).

### 3.7. Simulation numérique

La charge de l'onduleur est une machine asynchrone (voire Annexe 1). La tension d'entrée de l'onduleur est 1400 V, divisée en égalité entre quatre condensateurs.

La Fig. 1.37 montre la forme de la tension entre phases et neutre de la source  $v_{1o}$ , de la tension entre phases  $v_{12}$  et de la tension entre phases et neutre de la charge  $v_1$ , pour une fréquence d'échantillonnage  $T_s = 166,6 \cdot 10^{-6}$  secondes ( $N = 120$ ) et un taux de modulation  $m = 0.9$ . La tension  $v_{1o}$  possède cinq niveaux de tension,  $v_{12}$  possède neuf niveaux, et  $v_1$  possède dix sept niveaux. La tension  $v_1$  enveloppe la référence  $v_1^*$ , de sorte que le fondamentale de  $v_1$  coïncide avec  $v_1^*$ .

La fig. 1.38 présente le vecteur tension de référence  $v_1^*$  et les états utilisés pour la composition des tensions de sorties, pour quatre valeurs du taux de modulation:  $m = 0.20$ ,  $m = 0.45$ ,  $m = 0.70$  et  $m = 0.95$ . Pour le premier cas ( $0 \leq m \leq 0.25$ ), le vecteur tension de référence se situe dans le secteur hexagonal le plus interne dans le diagramme vectoriel. Dans ce cas l'onduleur à cinq niveaux se comporte comme un onduleur à deux niveaux. Pour le cas  $0.25 \leq m \leq 0.50$ , l'onduleur à cinq niveaux se comporte comme un onduleur à trois niveaux. Pour le cas  $0.50 \leq m \leq 0.75$ , l'onduleur à cinq niveaux se comporte comme un onduleur à quatre niveaux. Les figs.1.39, 1.40, 1.41 et 1.42 indiquent la forme de la tension de sortie et de son spectre d'harmonique, ainsi que l'évolution du module du fondamental et du taux d'harmoniques, pour différentes valeurs de la période d'échantillonnage et du taux de modulation. On constate que le

taux d'harmoniques est inversement proportionnel à la période d'échantillonnage et au taux de modulation, tandis que le module du fondamentale augmente avec l'augmentation du taux de modulation, et reste pratiquement insensible à la variation de la période d'échantillonnage. En comparant les performances obtenues dans le cas de l'onduleur à cinq niveaux avec celles de l'onduleur à deux et à trois niveaux, on constate que sous les mêmes conditions de fonctionnement (même fréquence d'échantillonnage et même taux de modulation), l'onduleur à cinq niveaux produit une tension de sortie contenant moins d'harmoniques. Les variables de sorties de la machine indiquées à la fig.1.43 ont effectivement la forme reconnue des variables d'une machine asynchrone.

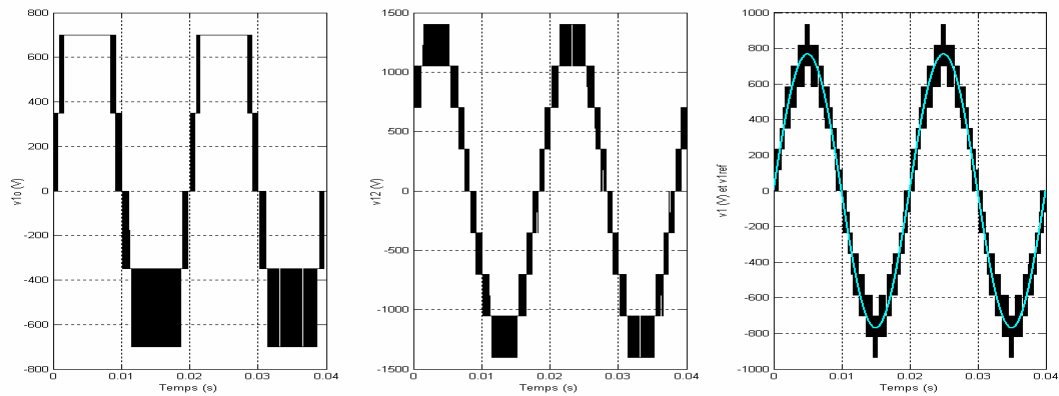


Fig.1.37: Tensions de sortie.

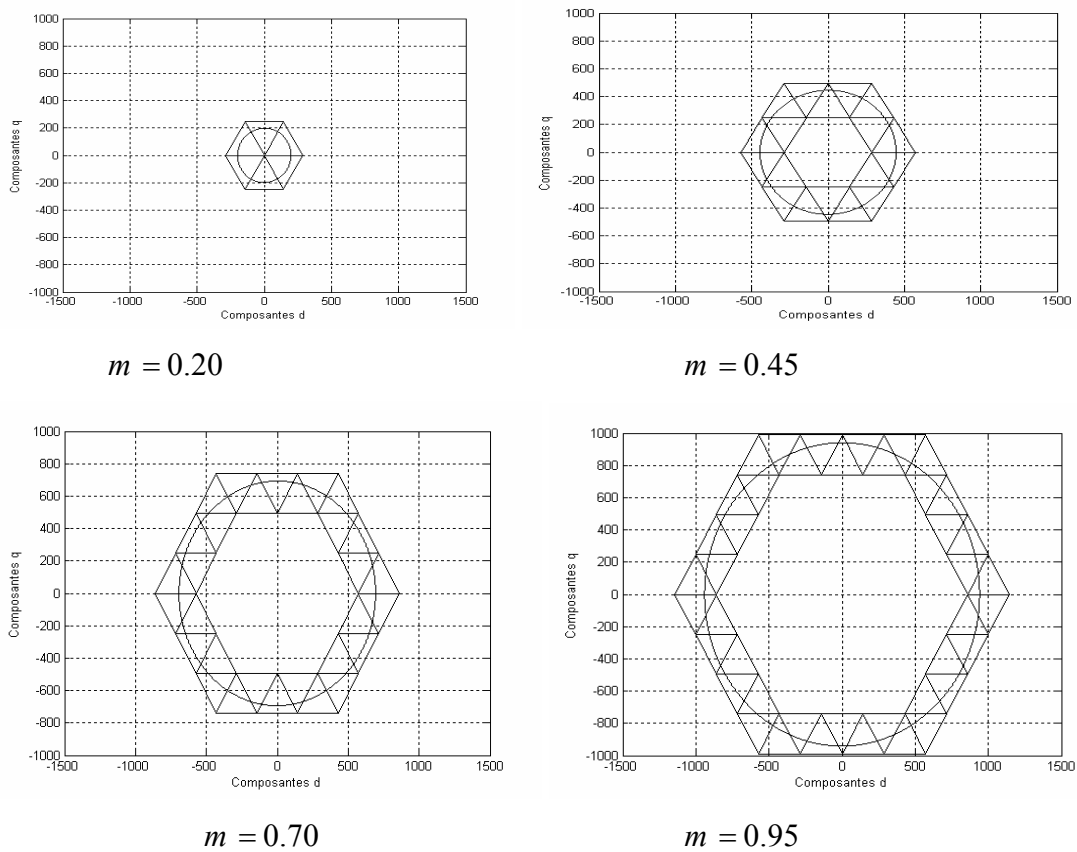


Fig.1.38: Trajectoire du vecteur de référence et les états utilisés pour différentes valeurs de  $m$ .

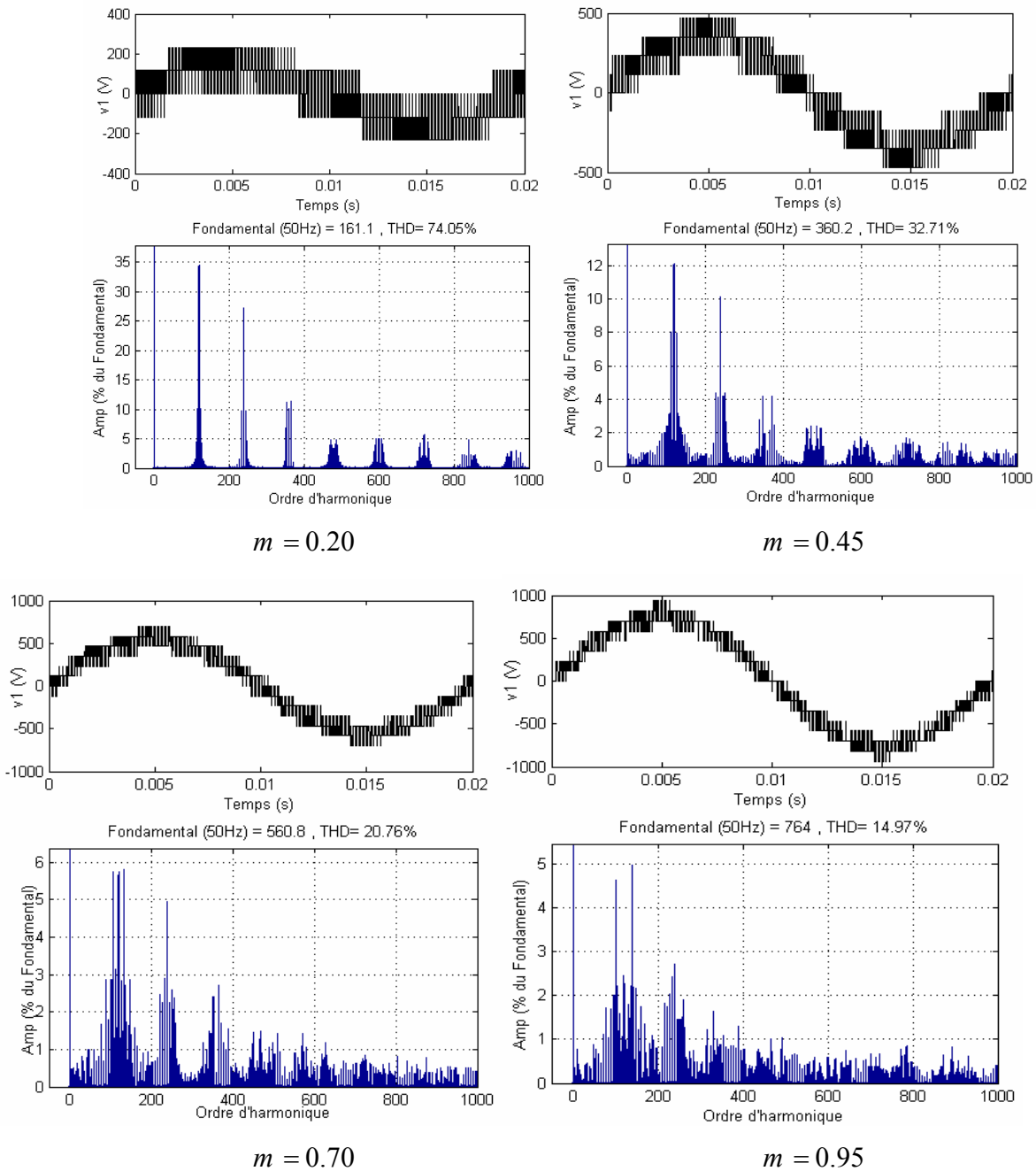


Fig.1.39: Analyse harmonique pour différentes valeurs du taux de modulation ( $N = 120$ )

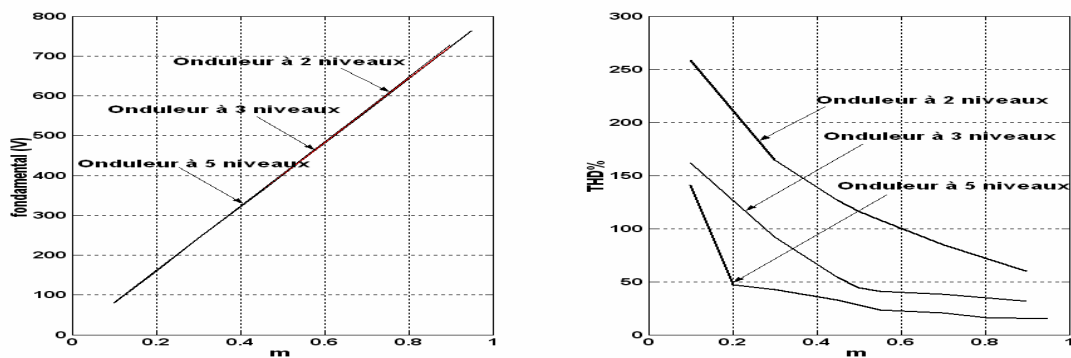


Fig.1.40: Evolutions du fondamental et du THD avec le taux de modulation.

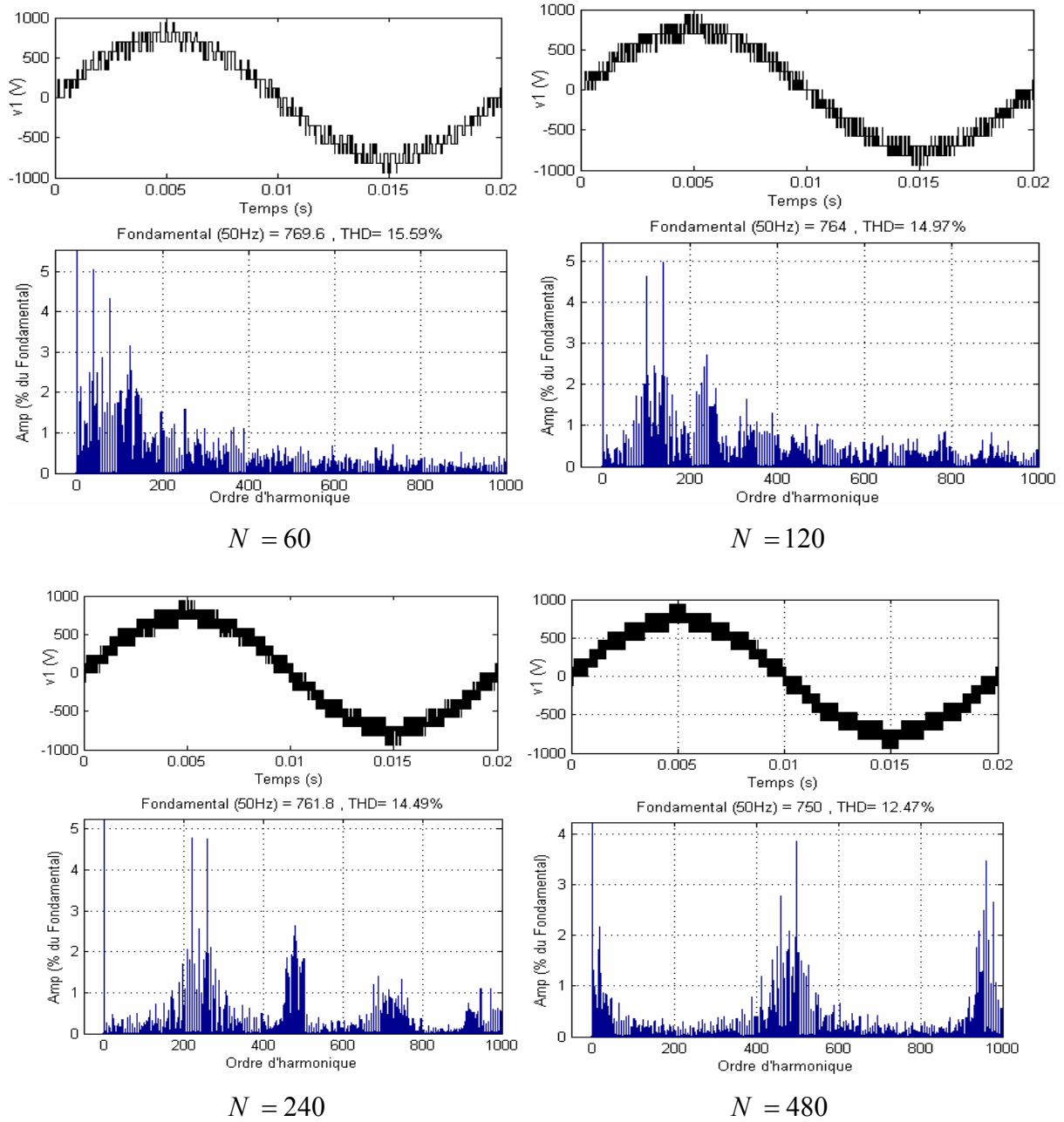


Fig.1.41: Analyse harmonique pour différentes valeurs de la fréquence de commutation ( $m = 0.95$ )

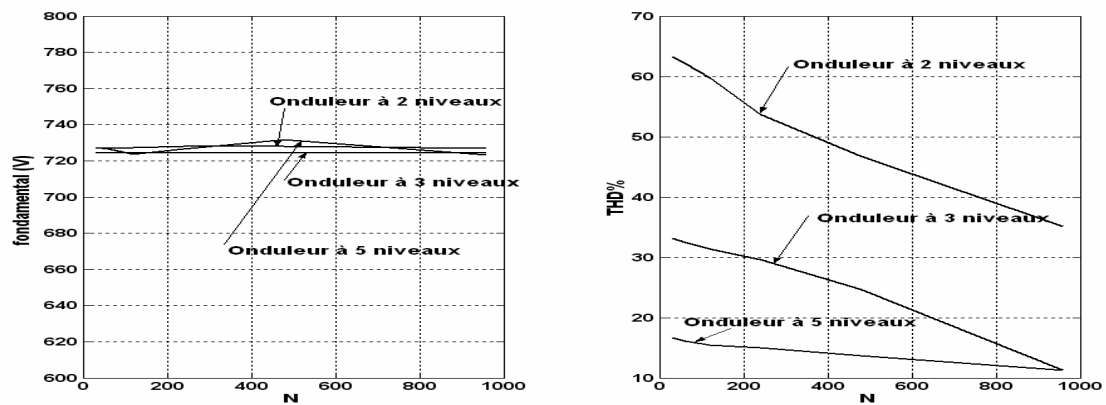


Fig.1.42: Evolutions du fondamental et du THD avec la fréquence de commutation.

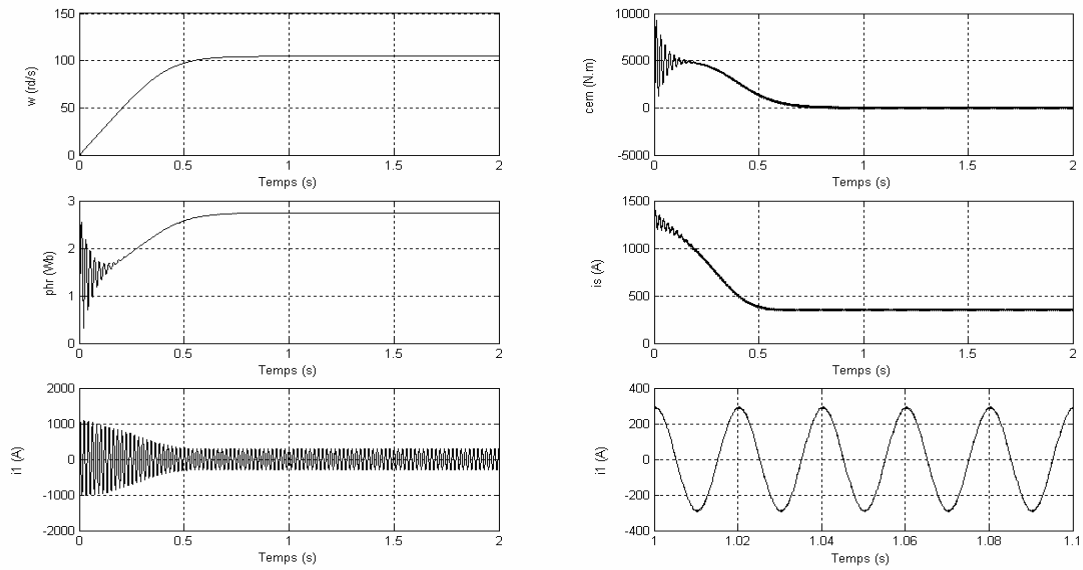


Fig.1.43: Variables de sortie de la machine asynchrone.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué la modulation vectorielle sur les onduleurs à deux, à trois et à cinq niveaux. Nous avons remarqué que la qualité du signal de sortie de l'onduleur s'améliore dans le cas des onduleurs multiniveaux par rapport à l'onduleur à deux niveaux. Néanmoins, l'algorithme de la modulation vectorielle se complique de plus en plus pour les onduleurs de niveaux plus élevés. Dans le chapitre suivant, on va proposer une méthode simplifiée de la modulation vectorielle afin de réduire la complexité de l'algorithme dans le cas des onduleurs multiniveaux.

# CHAPITRE 2

## METHODE SIMPLIFIEE DE LA MODULATION VECTORIELLE

**Chapitre 2:****Méthode simplifiée de la modulation vectorielle****Introduction**

Dans la méthode classique de la modulation vectorielle, exposée dans le chapitre précédent, on approxime le vecteur tension de sortie de l'onduleur par une combinaison des vecteurs limitants la région triangulaire contenant ce vecteur. Le passage du vecteur de tension entre les régions du diagramme vectoriel peut provoquer des changements brusques dans la tension de sortie. Ces changements sont à l'origine de l'augmentation du taux d'harmoniques. Un autre inconvénient de la méthode classique est la nécessité du calcul de la séquence des états et de leurs durées d'application pendant chaque période d'échantillonnage, ce qui augmente le temps de calcul et complique l'algorithme dans le cas des onduleurs à niveaux élevés.

Dans ce chapitre, on va développer une méthode simplifiée de la modulation vectorielle, permettant de contourner les inconvénients de la méthode classique.



## 1. Méthode simplifiée de la modulation vectorielle de l'onduleur à trois niveaux

### 1.1. Principe de la méthode

Le diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux peut être vu comme étant composé de six hexagones, chacun étant le diagramme vectoriel d'un onduleur à deux niveaux [Lali 06 -2]. Les centres de ces six hexagones sont les apex de l'hexagone interne du diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux comme indiqué à la Fig.2.1. Cette décomposition géométrique du diagramme vectoriel peut être exploitée pour simplifier l'algorithme de la modulation vectorielle de l'onduleur à trois niveaux à celui de la modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux. Pour atteindre cet objectif, on doit effectuer deux étapes:

- Suivant la position du vecteur tension de référence  $v_s^*$ , on sélectionne un des six hexagones indiqués précédemment;
- On fait une translation de l'origine du vecteur  $v_s^*$  vers le centre de l'hexagone sélectionné à la première étape.

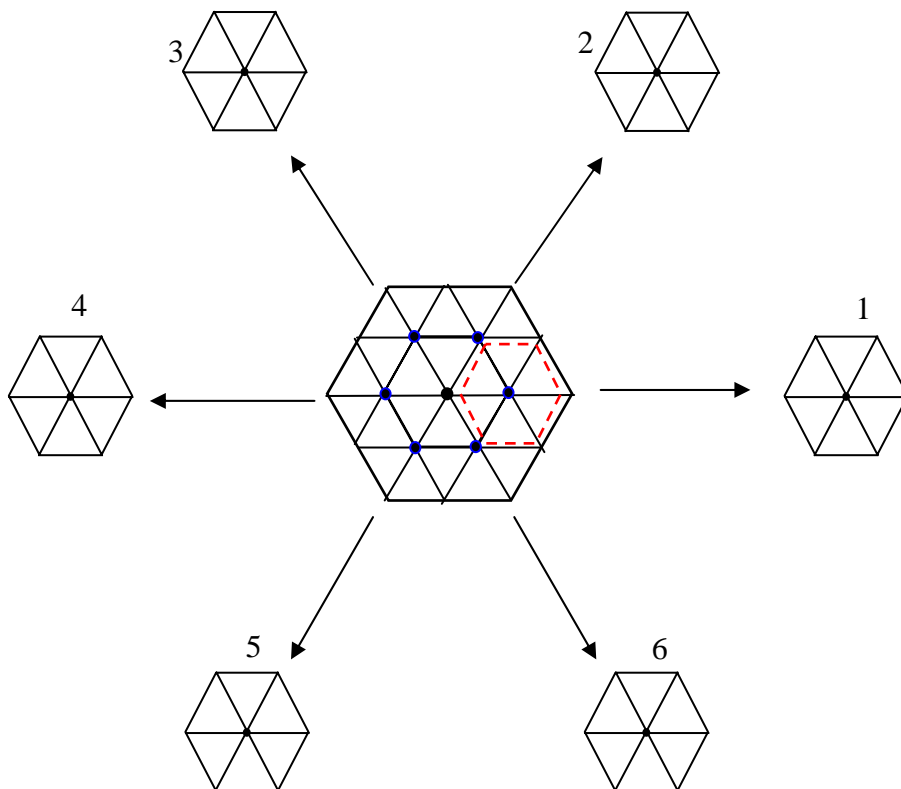


Fig.2.1: Décomposition du diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux.

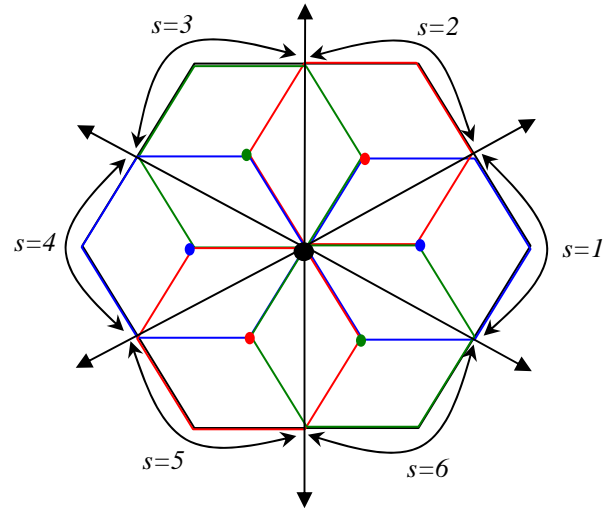
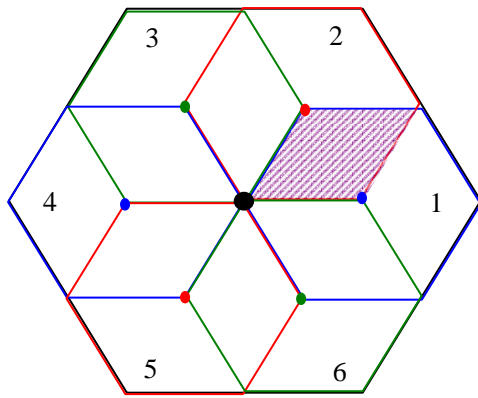


Fig.2.2: Chevauchement entre les hexagones. Fig.2.3: Méthode de sélection d'un hexagone.

### 1.2. Sélection d'un hexagone

Parmi les six hexagones composant le diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux, on sélectionne celui qui contient le vecteur tension de référence  $v_s^*$ . Chaque deux hexagones adjacents se chevauchent. Par exemple, la région hachurée de la Fig.2.2 représente le chevauchement entre le premier et le deuxième hexagone. On divise les régions de chevauchement par égalité entre les différents hexagones (Fig2.3). Ainsi, chaque hexagone est indiqué par un numéro  $s$  défini de la manière suivant:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/3 \leq \theta < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta < \pi/2 \\ 3 & \text{si } \pi/2 \leq \theta < 5\pi/6 \\ 4 & \text{si } 5\pi/6 \leq \theta < 7\pi/6 \\ 5 & \text{si } 7\pi/6 \leq \theta < 3\pi/2 \\ 6 & \text{si } 3\pi/2 \leq \theta < 11\pi/6 \end{cases} \quad (2.1)$$

$\theta$  est la position angulaire du vecteur  $v_s^*$  mesurée par rapport à l'axe  $d$ .

### 1.3. Changement d'origine du vecteur tension de référence

On fait une translation de l'origine du vecteur tension de référence  $v_s^*$  vers le centre de l'hexagone sélectionné. La Fig.2.4 indique un exemple de translation dans le cas d'un vecteur  $v_s^*$  situé dans le deuxième hexagone ( $s = 2$ ). Le vecteur résultant après la translation est noté  $v_s^{*'}$ .

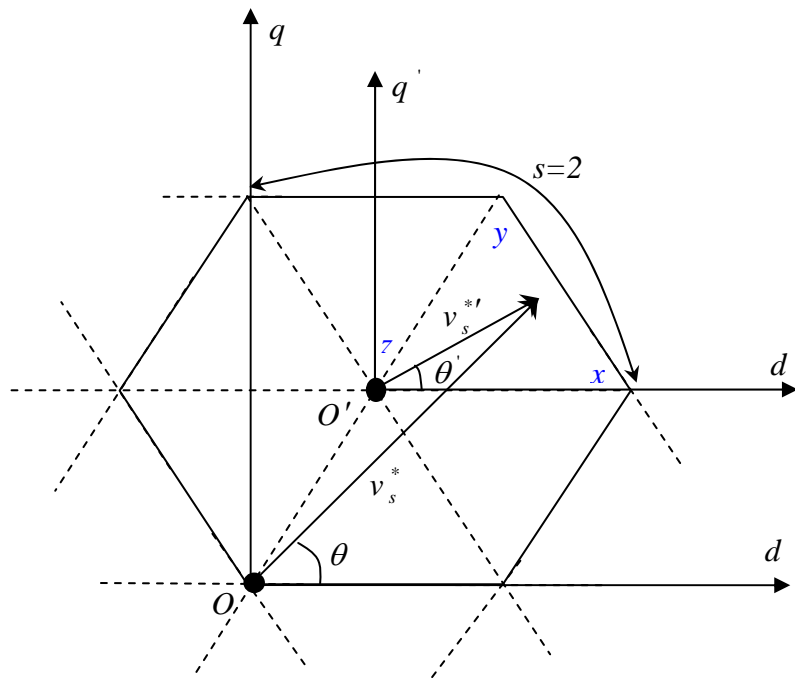


Fig.2.4: Changement d'origine du vecteur tension de référence.

On considère le système d'axes  $d' - q'$ , dont l'origine  $O'$  est positionnée au centre de l'hexagone sélectionné (Fig.2.4). On a la relation vectorielle:

$$v_s^* = v_s^{*'} + \overline{OO'} \tag{2.2}$$

Les projections de cette équation sur les axes  $d$  et  $q$  permettent d'exprimer les composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$  du vecteur  $v_s^{*'}$  dans le système d'axes  $d' - q'$ , en fonction des composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  du vecteur  $v_s^*$  dans le système d'axes  $d - q$ .

Le tableau 2.1 résume les expressions des composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$  en fonction des composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  pour les six hexagones (en grandeurs relatives).

Numéro d'hexagone $s$	Composante $v_d^{*'}$	Composante $v_q^{*'}$
1	$v_d^* - 1/2$	$v_q^*$
2	$v_d^* - 1/4$	$v_q^* - \sqrt{3}/4$
3	$v_d^* + 1/4$	$v_q^* - \sqrt{3}/4$
4	$v_d^* + 1/2$	$v_q^*$
5	$v_d^* + 1/4$	$v_q^* + \sqrt{3}/4$
6	$v_d^* - 1/4$	$v_q^* + \sqrt{3}/4$

Tableau 2.1: Coordonnées du vecteur de tension après translation  $v_s^{*'}$ .

A partir des composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$ , on déduit la position angulaire  $\theta'$  du vecteur  $v_s^{*'}$  par rapport à l'axe  $d$  :

$$\theta' = \text{arctg} \left( v_q^{*'} / v_d^{*'} \right) \quad (2.3)$$

#### 1.4. Séquence des états de l'onduleur

Après la sélection d'un hexagone et le changement d'origine du vecteur tension de référence, on obtient un système équivalent à celui indiqué à la Fig.1.4, représentant le diagramme vectoriel d'un onduleur à deux niveaux. Par conséquence, la détermination de la séquence des états  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  utilisés pour générer les tensions de sortie, ainsi que leurs durées d'application, se fait de la même manière que pour le cas de la modulation vectorielle appliquée à l'onduleur à deux niveaux, expliquée à la section 1 de ce chapitre.

Les durées relatives des états  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sur la période d'échantillonnage sont données par:

$$\begin{aligned} d_x &= m' \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} - \alpha' \right) \\ d_y &= m' \cdot \sin \alpha' \\ d_z &= 1 - d_x - d_y \end{aligned} \quad (2.4)$$

$\alpha' = \theta' [\pi/3]$ : c'est la position angulaire du vecteur  $v_s^{*'}$  à l'intérieur des secteurs de l'hexagone sélectionné.

$m'$ : c'est le taux de modulation relatif au vecteur  $v_s^{*'}$ :

$$v_s^{*'} = m' V'_{\max} e^{i\theta'} \quad (2.5)$$

$V'_{\max}$ : c'est l'amplitude maximal possible du vecteur  $v_s^{*'}$ , à l'intérieur de l'hexagone sélectionné.

Pour exprimer le taux de modulation  $m'$  en fonction du taux de modulation  $m$  lié au vecteur de référence  $v_s^*$ , on fait la projection de l'équation (2.5) sur l'axe  $d$ , ce qui donne, en grandeurs relatives:

$$m \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \cos \theta = m' \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \theta' + \Delta x \quad (2.6)$$

On déduit l'expression de  $m'$ :

$$m' = 2 \cdot m \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} - \frac{4 \cdot \Delta x}{\sqrt{3} \cdot \cos \theta'} \quad (2.7)$$

Notons que  $\Delta x$  c'est la projection du vecteur  $\overline{OO'}$  sur l'axe  $d$ . Elle dépend de l'hexagone sélectionné. Son expression est:

$$\Delta x = \begin{cases} 1/2 & \text{si } s = 1 \\ 1/4 & \text{si } s = 2 \text{ ou } s = 6 \\ -1/4 & \text{si } s = 3 \text{ ou } s = 5 \\ -1/2 & \text{si } s = 4 \end{cases} \quad (2.8)$$

## 1.5. Simulation numérique

On simule le fonctionnement de l'onduleur commandé par cette méthode simplifiée, associé à une machine asynchrone. Les paramètres sont indiqués en annexe 1. On présente dans les Figs.2.5 à 2.10 les résultats de simulations. Les formes de la tension de sortie (Fig.2.5) et des vecteurs de tension (Fig.2.6) sont similaires à ceux obtenues par la méthode précédente. Les Figs.2.7 et 2.8 montrent que pour des faibles valeurs du taux de modulation ( $m \leq 0.5$ ), la modulation vectorielle classique est préférable, car elle donne un taux d'harmoniques plus faible par rapport à la méthode simplifiée, tandis que pour des valeurs élevées du taux de modulation ( $m \geq 0.5$ ), on préfère utiliser la méthode simplifiée, à cause du taux d'harmonique plus faible dans ce cas. Les Figs.2.9 et 2.10 montrent que pour une fréquence de commutation donnée, Le taux d'harmoniques est nettement plus faible que celui trouvé dans le cas de la méthode classique de modulation. Ainsi, l'intérêt de la méthode simplifiée est qu'elle permet d'obtenir des performances similaires, voir meilleures, par rapport à la méthode classique, avec un temps de calcul plus court. En effet, Avec cette méthode, on n'a pas besoin de calculer les équations déterminant chaque région dans le diagramme vectoriel, les séquences des états dans chaque région, ainsi que la durée d'application de chaque état, ce qui constitue un gain considérable dans le temps d'exécution de l'algorithme. Les variables de sortie du moteur (Fig.2.11) sont similaires à celles obtenues dans le cas de la méthode classique, indiquées à la Fig.1.30.

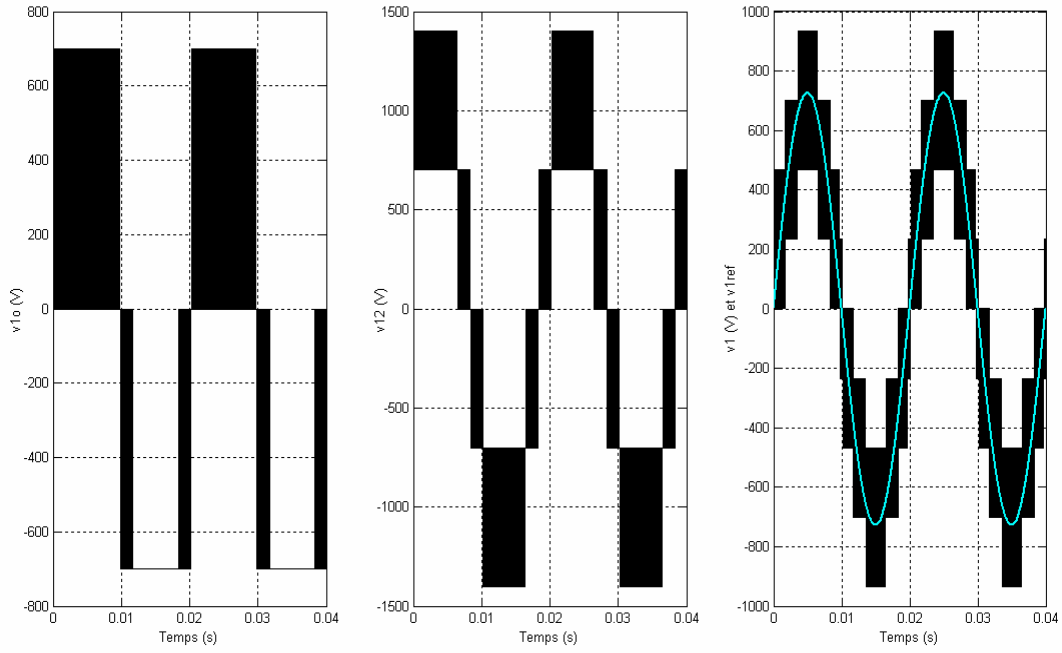


Fig.2.5: Tensions de sortie

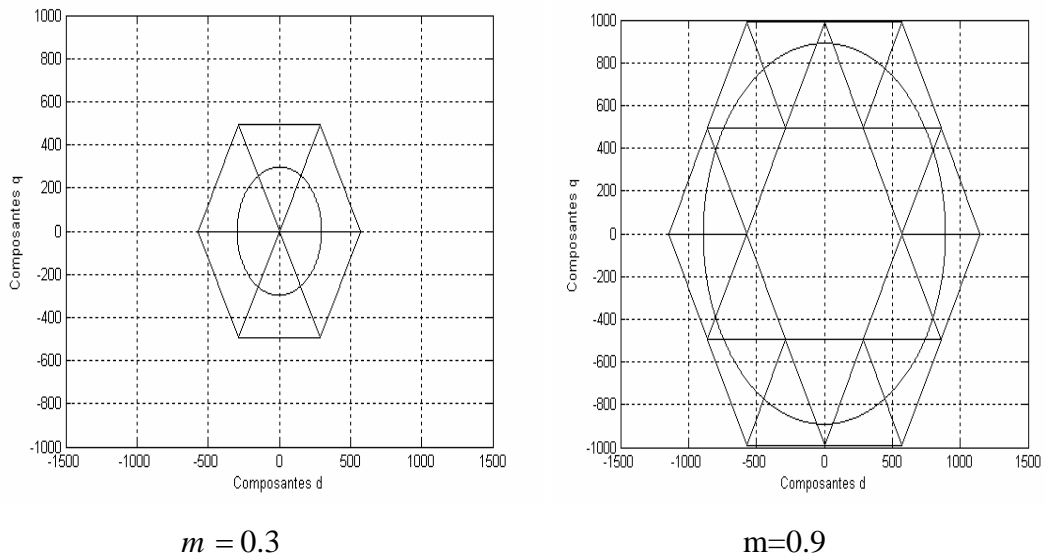


Fig.2.6: Trajectoire du vecteur de référence et états utilisés pour sa génération.

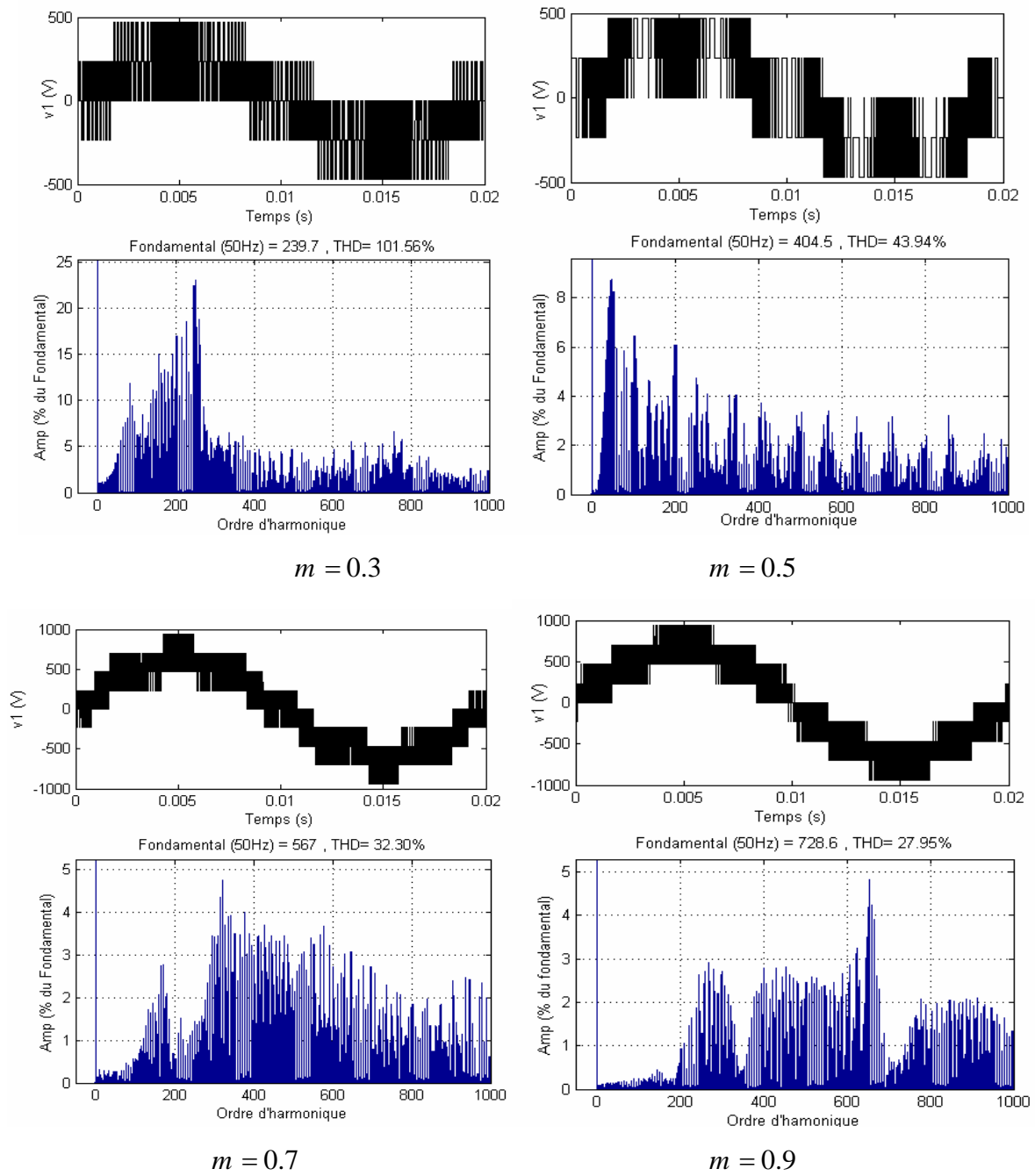


Fig.2.7: Analyse harmonique pour différentes valeurs du taux de modulation ( $N = 120$ )

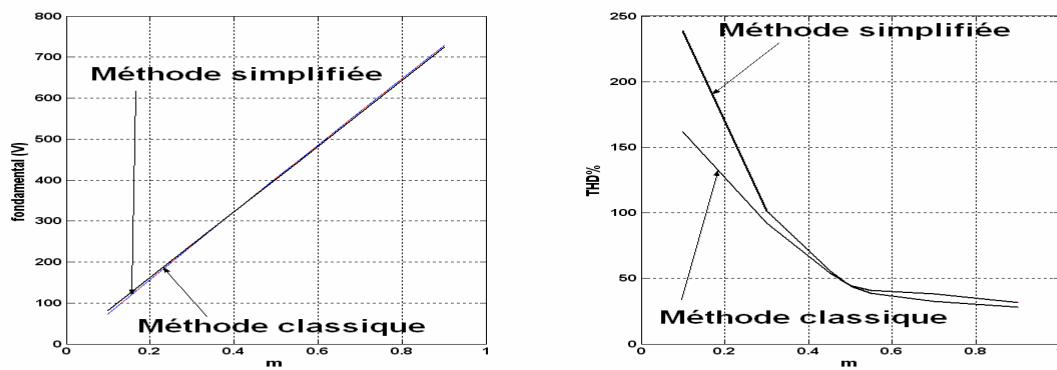


Fig.2.8: Evolutions du fondamental et du THD avec le taux de modulation.

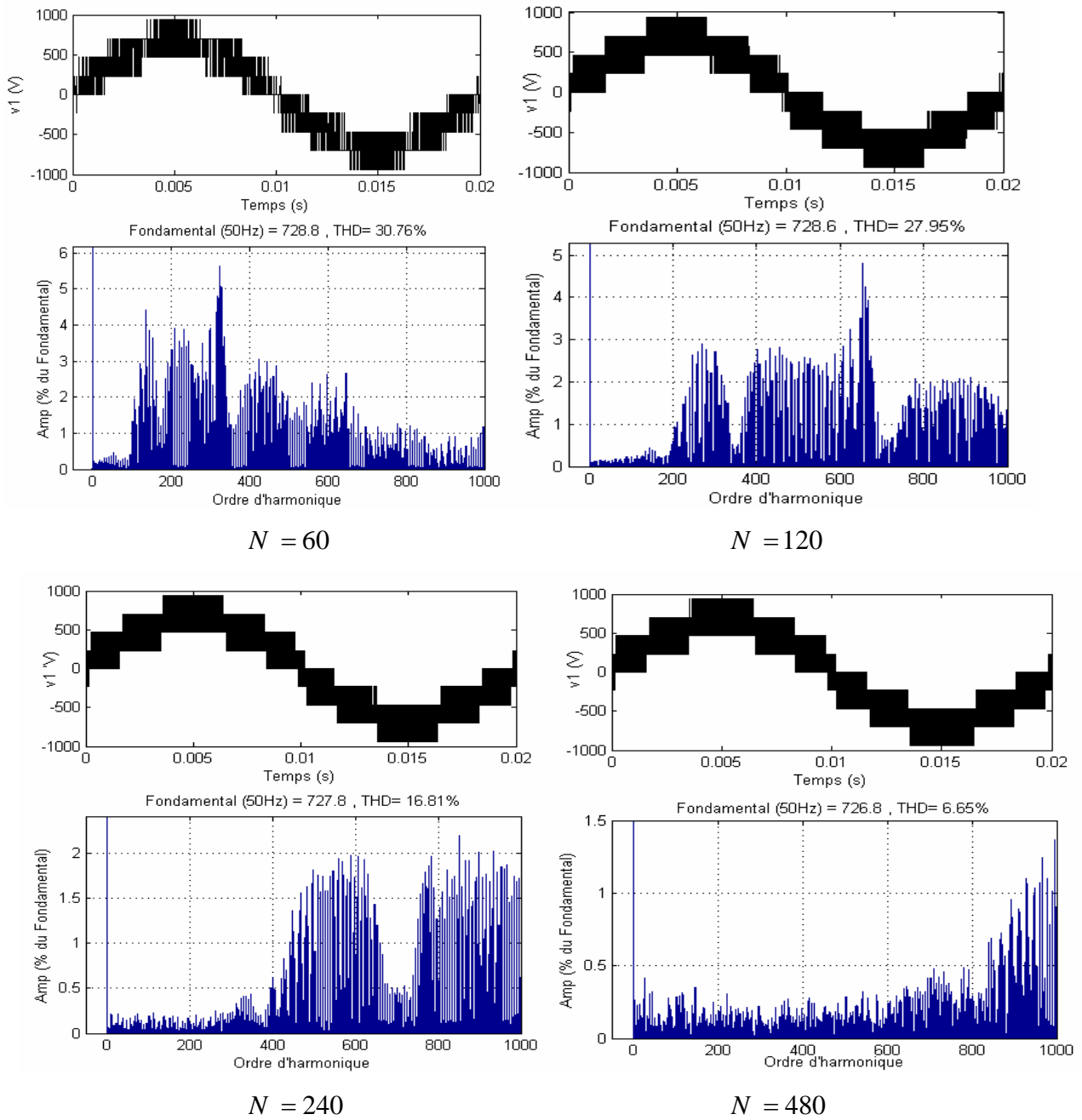


Fig.2.9: Analyse harmonique pour différentes valeurs de la fréquence de commutation ( $m = 0.9$ )

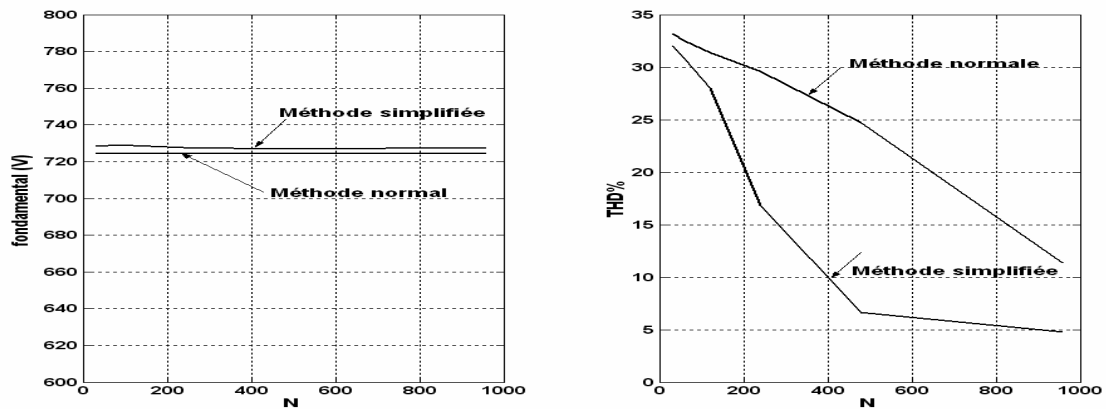


Fig.2.10: Evolutions du fondamental et du THD avec la fréquence de commutation



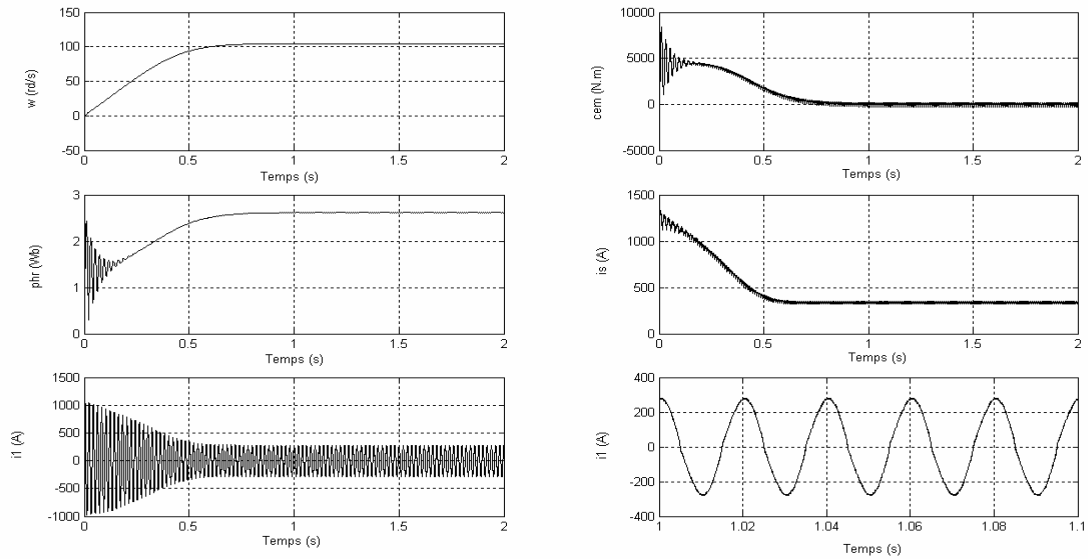


Fig.2.11: Variables de sortie de la machine asynchrone.

## 2. Méthode simplifiée de la modulation vectorielle de l'onduleur à cinq niveaux

On fait l'extension au cas de l'onduleur à cinq niveaux, de la méthode simplifiée expliquée dans la section 1 de ce chapitre [Lali 06-1][Lali 07-3]. On rappelle que cette méthode est basée sur la décomposition géométrique du diagramme vectoriel en plusieurs hexagones représentant des diagrammes vectoriels des onduleurs à niveaux plus réduits. En effet, Le diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux peut être décomposé en six hexagones, chacun forme du diagramme vectoriel d'un onduleur à trois niveaux (Fig.2.12). A leur tour, chaque diagramme vectoriel d'un onduleur à trois niveaux peut être décomposé en six hexagones, chacun étant le diagramme vectoriel d'un onduleur à deux niveaux. Ainsi, le diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux est décomposé en trente six diagrammes vectoriels d'onduleurs à deux niveaux.

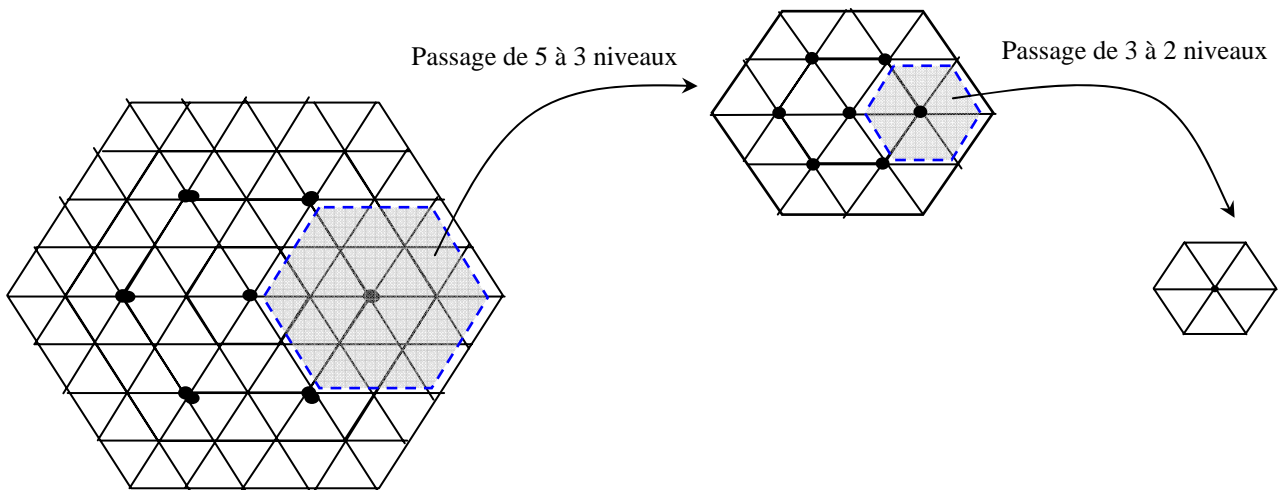


Fig.2.12: Décomposition du diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux.

L'algorithme de la méthode se résume en deux étapes: la sélection d'un des hexagones composant le diagramme vectoriel, et le changement d'origine du vecteur tension de référence vers le centre de cet hexagone sélectionné.

## 2.1. Sélection d'un hexagone à trois niveaux

Suivant la position du vecteur tension de référence dans le diagramme vectoriel de l'onduleur cinq niveaux, on sélectionne un des six hexagones équivalents à des diagrammes d'onduleurs à trois niveaux (passage de 5 à 3 niveaux indiqué sur la Fig.2.12). Chaque deux hexagones adjacents se chevauchent. En divisant les régions de chevauchement par égalité entre les différents hexagones, chaque hexagone est indiqué par un numéro  $s$  défini de la manière suivant:

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/3 \leq \theta < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta < \pi/2 \\ 3 & \text{si } \pi/2 \leq \theta < 5\pi/6 \\ 4 & \text{si } 5\pi/6 \leq \theta < 7\pi/6 \\ 5 & \text{si } 7\pi/6 \leq \theta < 3\pi/2 \\ 6 & \text{si } 3\pi/2 \leq \theta < 11\pi/6 \end{cases} \quad (2.9)$$

$\theta$  est la position angulaire du vecteur  $v_s^*$  dans le diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux, mesurée par rapport à l'axe  $d$ .

## 2.2. Première changement d'origine du vecteur tension de référence

L'origine du vecteur tension de référence  $v_s^*$  est transférée vers le centre de l'hexagone sélectionné. Un exemple illustratif est indiqué sur la Fig.2.13, dans le cas d'un vecteur  $v_s^*$  situé dans le premier hexagone ( $s=1$ ). Le vecteur résultant après la translation est noté  $v_s^{*'}$ . On note  $O'$  l'origine de l'hexagone sélectionné, et on considère le système d'axes  $d' - q'$ , dont l'origine est  $O'$ . Les vecteurs  $v_s^*$  et  $v_s^{*'}$  sont reliés par:

$$v_s^* = v_s^{*'} + \overline{OO'} \quad (2.10)$$

Les composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$  du vecteur  $v_s^{*'}$  dans le système  $d' - q'$  se déduisent en faisant les projections de la relation vectorielle (2.10) sur les deux axes  $d'$  et  $q'$ . Les composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$  en fonction des composantes  $v_d^*$  et  $v_q^*$  pour les six hexagones (en grandeurs relatives) sont résumées dans le tableau 2.2.

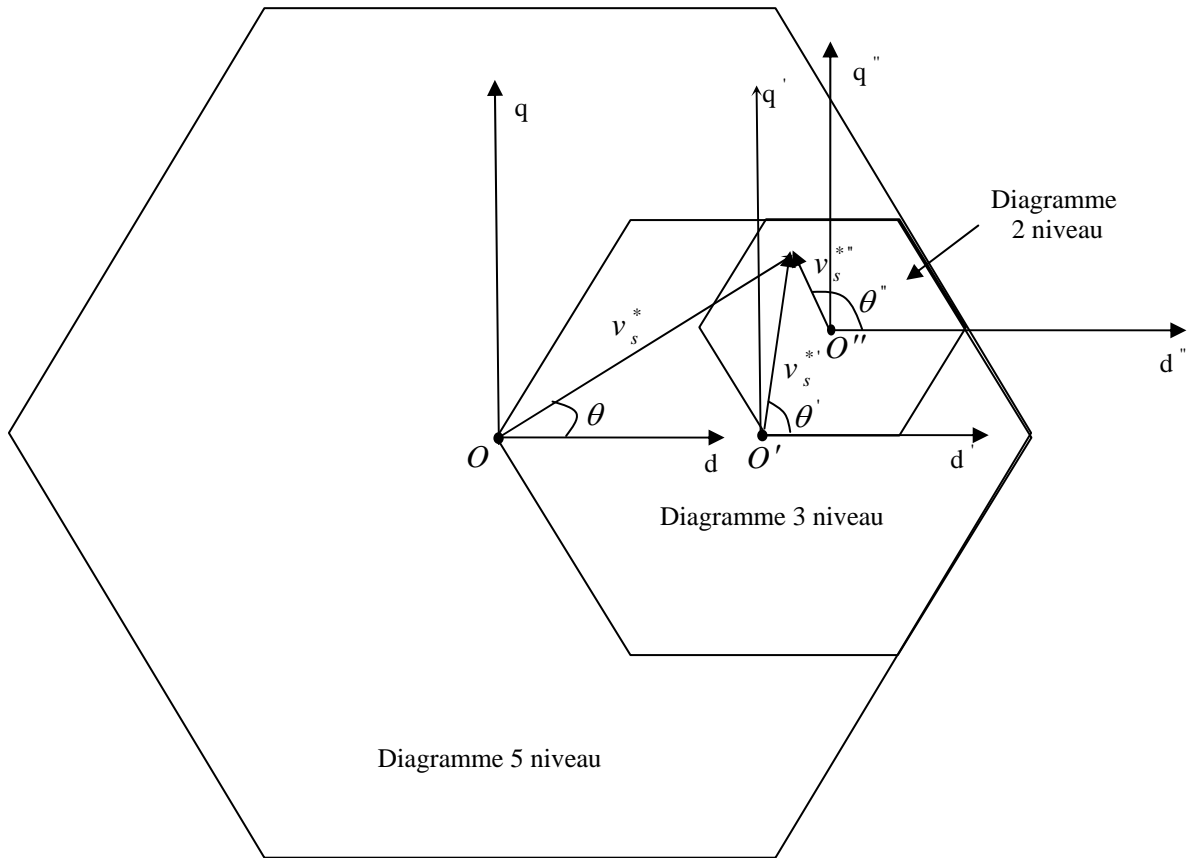


Fig.2.13: Changement d'origine du vecteur tension de référence.

Numéro d'hexagone $s$	Composante $v_d^{*'}$	Composante $v_q^{*'}$
1	$v_d^* - 1/2$	$v_q^*$
2	$v_d^* - 1/4$	$v_q^* - \sqrt{3}/4$
3	$v_d^* + 1/4$	$v_q^* - \sqrt{3}/4$
4	$v_d^* + 1/2$	$v_q^*$
5	$v_d^* + 1/4$	$v_q^* + \sqrt{3}/4$
6	$v_d^* - 1/4$	$v_q^* + \sqrt{3}/4$

Tableau 2.2: Coordonnées du vecteur de tension corrigé  $v_s^{*'}$ .

Les composantes  $v_d^{*'}$  et  $v_q^{*'}$  permettent de déduire la position angulaire  $\theta'$  du vecteur  $v_s^{*'}$  dans le plan  $d' - q'$ , mesurée par rapport à l'axe  $d'$  :

$$\theta' = \text{arctg} \left( v_q^{*'}/v_d^{*' } \right) \tag{2.11}$$

### 2.3. Sélection d'un hexagone à deux niveaux

Le diagramme vectoriel de l'onduleur à trois niveaux sélectionné dans le paragraphe précédent est composé de six hexagones, chacun représente le diagramme vectoriel d'un onduleur à deux niveaux.

L'hexagone contenant le vecteur  $v_s^{*'}$ , indiqué par un indice  $s'$ , est sélectionné de la manière suivante:

$$s' = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/3 \leq \theta' < \pi/3 \\ 2 & \text{si } \pi/3 \leq \theta' < \pi/2 \\ 3 & \text{si } \pi/2 \leq \theta' < 5\pi/6 \\ 4 & \text{si } 5\pi/6 \leq \theta' < 7\pi/6 \\ 5 & \text{si } 7\pi/6 \leq \theta' < 3\pi/2 \\ 6 & \text{si } 3\pi/2 \leq \theta' < 11\pi/6 \end{cases} \quad (2.12)$$

### 2.4. Deuxième changement d'origine du vecteur tension de référence

L'origine du vecteur  $v_s^{*'}$  est transférée vers le centre du diagramme vectoriel à deux niveaux sélectionné, comme indiqué à la Fig.2.13 dans le cas de la sélection de l'hexagone  $s' = 2$ . Le vecteur résultant après la translation est noté  $v_s^{*''}$ . On note  $O''$  l'origine de l'hexagone sélectionné, et on considère le système d'axes  $d''-q''$ , d'origine  $O''$ . Les vecteurs  $v_s^{*'}$  et  $v_s^{*''}$  sont liés par :

$$v_s^{*'} = v_s^{*''} + \overline{O'O''} \quad (2.13)$$

Les composantes  $v_d^{*''}$  et  $v_q^{*''}$  du vecteur  $v_s^{*''}$  dans le système  $d''-q''$  se déduisent en faisant les projections de la relation (2.13) sur les deux axes  $d'$  et  $q'$ . Le tableau 2.3 résume les expressions relatives de  $v_d^{*''}$  et  $v_q^{*''}$  pour les différents hexagones.

Numéro d'hexagone $s'$	Composante $v_d^{*''}$	Composante $v_q^{*''}$
1	$v_d^{*'} - 1/4$	$v_q^{*'}$
2	$v_d^{*'} - 1/8$	$v_q^{*'} - \sqrt{3}/8$
3	$v_d^{*'} + 1/8$	$v_q^{*'} - \sqrt{3}/8$
4	$v_d^{*'} + 1/4$	$v_q^{*'}$
5	$v_d^{*'} + 1/8$	$v_q^{*'} + \sqrt{3}/8$
6	$v_d^{*'} - 1/8$	$v_q^{*'} + \sqrt{3}/8$

Tableau 2.3: Coordonnées du vecteur de tension  $v_s^{*''}$ .

La position angulaire  $\theta''$  du vecteur  $v_s^{*''}$  dans le plan  $d''-q''$  se déduisent des composantes  $v_d^{*''}$  et  $v_q^{*''}$  :

$$\theta'' = \arctg \left( v_q^{*''} / v_d^{*''} \right) \quad (2.14)$$

## 2.5. Séquence des états de l'onduleur

Les étapes précédentes nous amènent au cas de la Fig.1.4 qui représente le diagramme vectoriel de l'onduleur à deux niveaux, ce qui signifie qu'on peut généraliser l'algorithme de la modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux au cas de l'onduleur à cinq niveaux. La détermination des séquences des états et leur durées d'application se fait de la même manière que celle expliquer dans la section 1 de ce chapitre. Les expressions des durées relatives  $d_x, d_y, d_z$  sont:

$$\begin{aligned} d_x &= m'' \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} - \alpha'' \right) \\ d_y &= m'' \cdot \sin \alpha \\ d_z &= 1 - d_x - d_y \end{aligned} \quad (2.15)$$

$\alpha'' = \theta'' [\pi/3]$ : c'est la position angulaire du vecteur  $v_s^{*''}$  à l'intérieur des secteurs de l'hexagone sélectionné.

$m''$ : c'est le taux de modulation relatif au vecteur de référence  $v_s^{*''}$  :

$$v_s^{*''} = m'' \cdot V_{\max}'' \cdot e^{i\theta''} \quad (2.16)$$

$V_{\max}''$ : c'est l'amplitude maximal possible du vecteur  $v_s^{*''}$ , à l'intérieur de l'hexagone sélectionné.

Pour exprimer le taux de modulation  $m''$ , on fait la projection de l'équation (2.13) sur l'axe  $d'$ , ce qui donne:

$$m' \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \cos \theta = m'' \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos \theta' + \Delta x' \quad (2.17)$$

On déduit l'expression de  $m''$  en fonction de  $m'$  :

$$m'' = 2 \cdot m' \cdot \frac{\cos \theta'}{\cos \theta''} - \frac{8 \cdot \Delta x'}{\sqrt{3} \cdot \cos \theta''} \quad (2.18)$$

La grandeur  $\Delta x'$  c'est la projection du vecteur  $\overline{O'O''}$  sur l'axe  $d'$ . Elle dépende de l'hexagone sélectionné. Son expression est:

$$\Delta x' = \begin{cases} 1/4 & \text{si } s' = 1 \\ 1/8 & \text{si } s' = 2 \text{ ou } s' = 6 \\ -1/8 & \text{si } s' = 3 \text{ ou } s' = 5 \\ -1/4 & \text{si } s' = 4 \end{cases} \quad (2.19)$$

Nous avons vu (équation (2.7)) que le taux de modulation  $m'$ , lié au vecteur  $v_s^{*s'}$ , est exprimé en fonction du taux  $m$ , lié au vecteur  $v_s^*$ , par l'expression:

$$m' = 2.m \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} - \frac{4.\Delta x}{\sqrt{3}.\cos \theta'} \quad (2.20)$$

Des équations (2.18) et (2.20) on déduit l'expression de  $m''$  en fonction de  $m$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta x'$ ,  $\theta$  et  $\theta''$ :

$$m'' = 4.m \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta''} - \frac{8.(\Delta x + \Delta x')}{\sqrt{3}.\cos \theta''} \quad (2.21)$$

## 2.6. Simulation numérique

On applique cette modulation vectorielle simplifiée sur l'association de l'onduleur à cinq niveaux avec la machine asynchrone indiquée en Annexe 1. Les résultats de simulation sont montrés dans les Fig.2.14 à Fig.2.20. La forme de la tension de sortie (Fig.2.14) et des vecteurs de tension de référence et de sortie (Fig.2.15) prennent les mêmes allures que celles des Fig.1.37 et 1.38 trouvées dans le cas de la modulation vectorielle classique. L'analyse harmonique (Fig.2.16 et 2.18) montre que le spectre n'est pas centré autour des multiples de la fréquence de commutation, mais il est distribué sur une large étendue de l'axe horizontale. En outre, les amplitudes des harmoniques sont nettement plus faibles par rapport au cas de la méthode classique. La comparaison indiquée à la Fig.2.17 montre que pour des faibles valeurs du taux de modulation, la méthode classique donne un signal de sortie moins pollué, tandis que pour des valeurs élevées du taux de modulation ( $m \geq 0.3$ ), on obtient un tau d'harmoniques plus faible avec la méthode simplifiée. La Fig.2.19 montre que pour un fort taux de modulation, la méthode simplifiée est préférable à la méthode classique, sur toute la plage de variation de la fréquence de commutation. Ces avantages s'ajoutent au fait que l'exécution de cette méthode nécessite un temps de calcul plus court. Les variables de sortie de la machine (Fig.2.20) ont des formes similaires à ceux obtenues dans le cas de la modulation vectorielle classique.

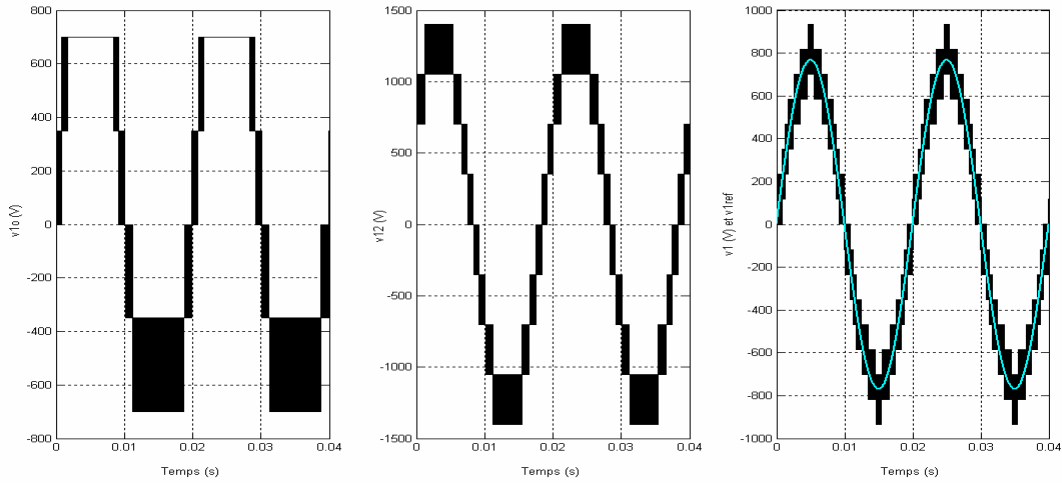


Fig.2.14: Tensions de sortie.

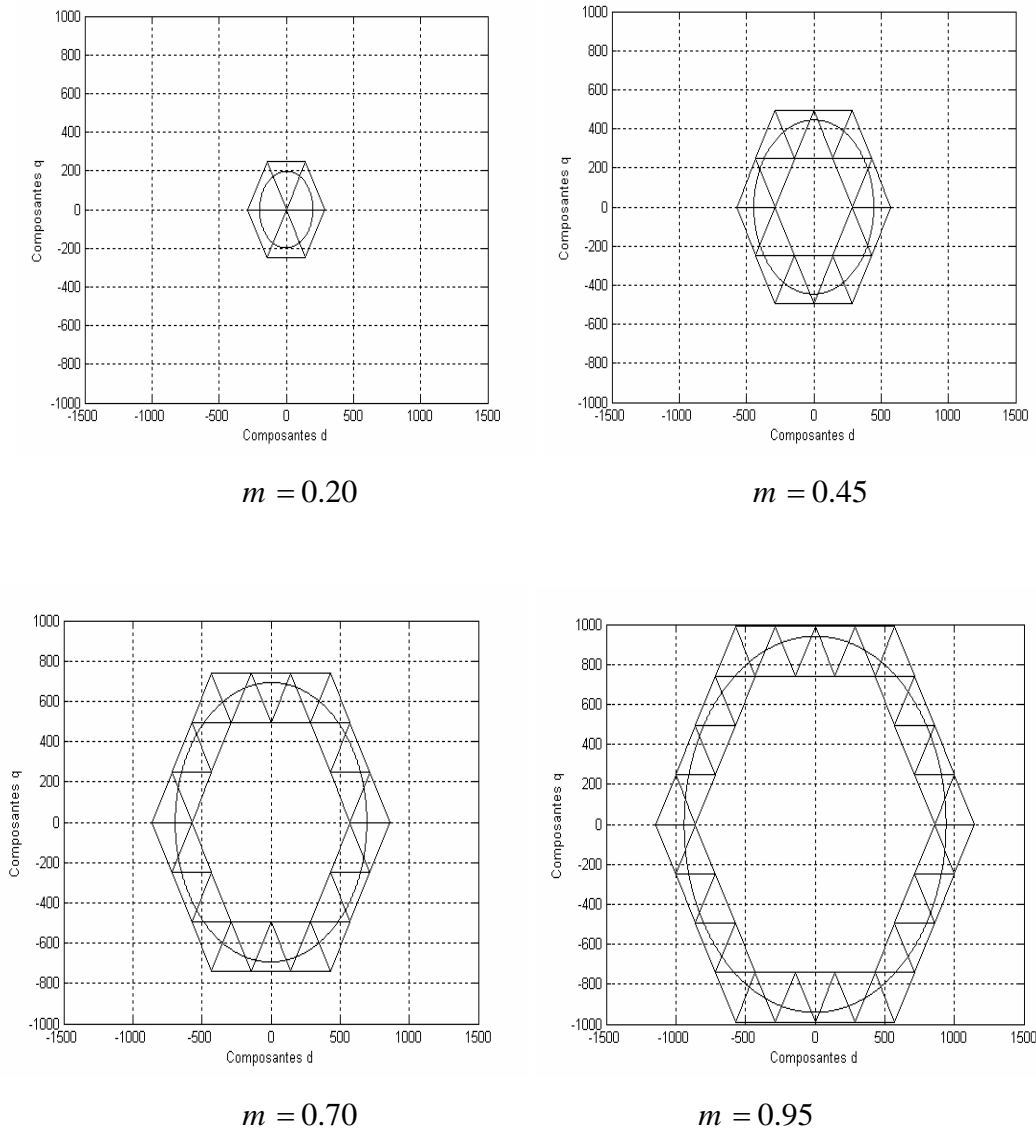


Fig.2.15: Trajectoire du vecteur de référence et états utilisés pour différentes valeurs de  $m$

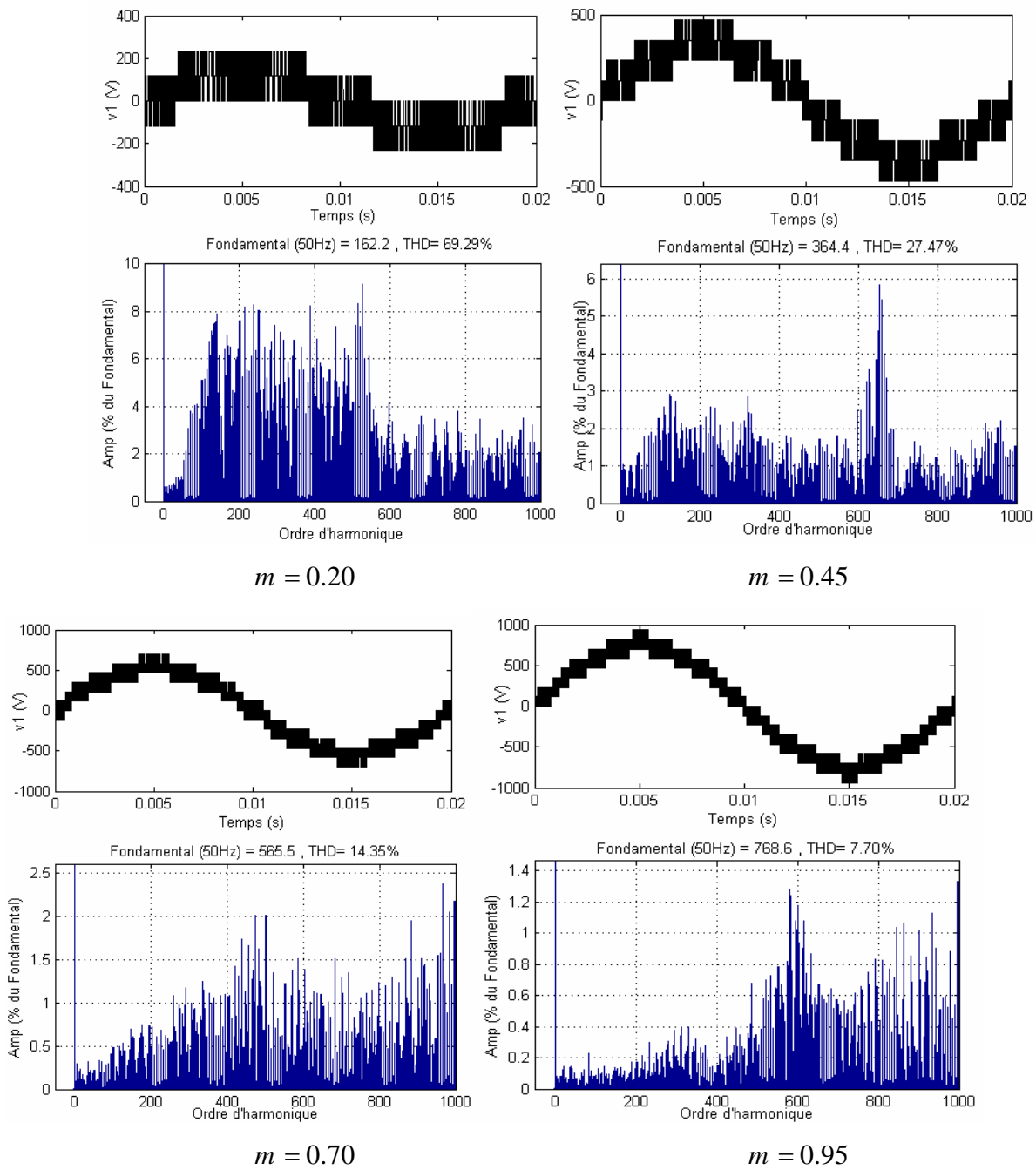


Fig.2.16: Analyse harmonique pour différentes valeurs du taux de modulation ( $N = 120$ ).

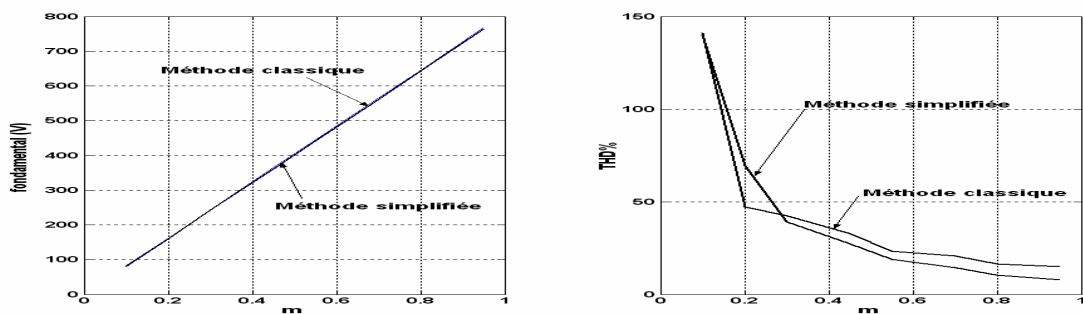


Fig.2.17: Evolutions du fondamental et du THD avec le taux de modulation ( $N = 120$ ).



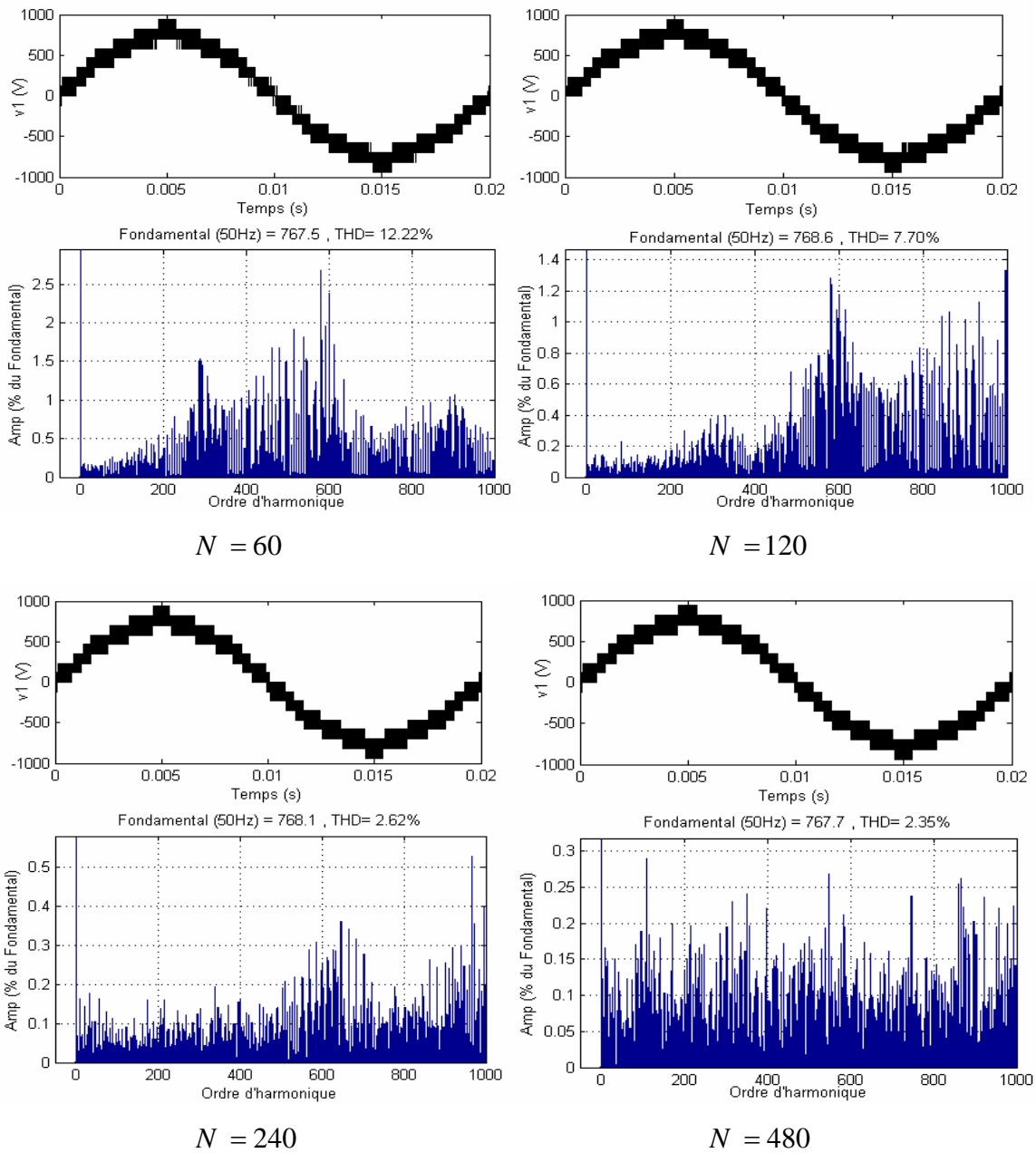


Fig.2.18: Analyse harmonique pour différentes valeurs de la fréquence de commutation ( $m = 0.95$ )

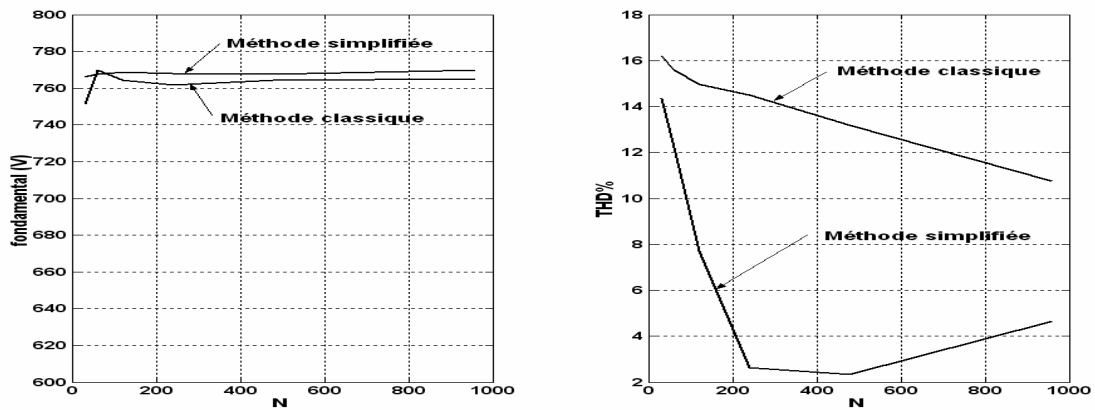


Fig.2.19: Evolutions du fondamental et du THD avec la fréquence de commutation ( $m = 0.95$ ).

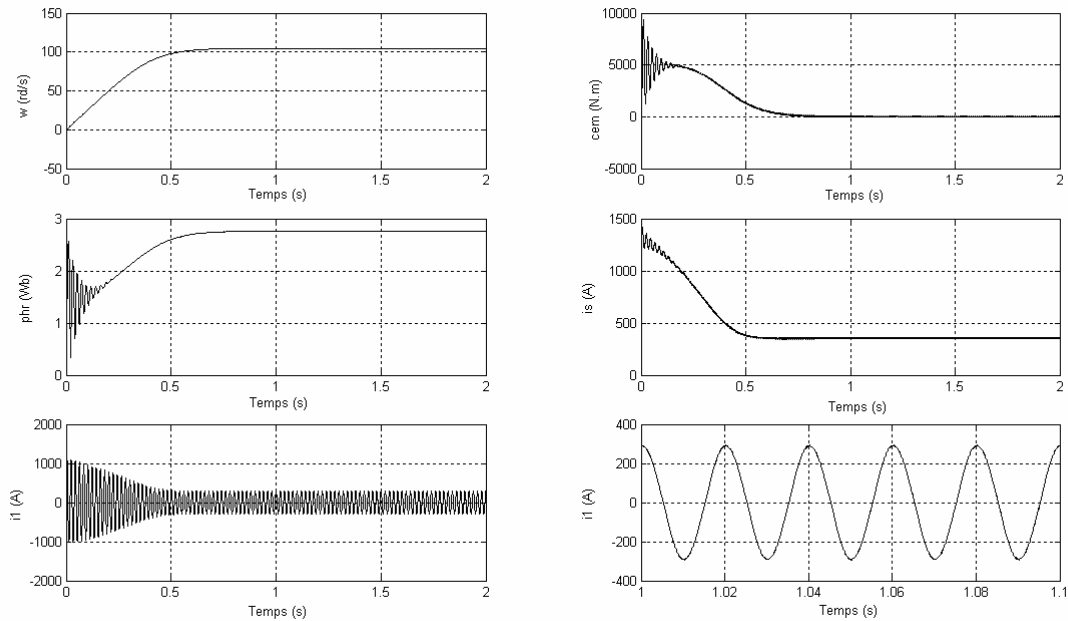


Fig.2.20: Variables de sortie de la machine asynchrone.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué une méthode simplifiée de la modulation vectorielle des onduleurs à trois et à cinq niveaux, nous avons remarqué que l'algorithme de cette méthode est beaucoup plus simple que l'algorithme de la méthode classique. Il se ressemble au cas de la modulation vectorielle appliquée aux onduleurs à deux niveaux. La comparaison entre la méthode classique et la méthode simplifiée montre que sous les mêmes conditions de la charge, la qualité de la tension de sortie s'améliore dans le cas de l'application de la méthode simplifiée.

Nous avons supposé jusqu'à présent que la source continue à l'entrée de l'onduleur est constante, et divisée en égalité entre les condensateurs. En réalité cette supposition n'est pas valable dans toutes les conditions de fonctionnement de l'onduleur. Dans certaines conditions, si on ne prend pas des précautions, il se produit un déséquilibre au niveau des tensions continues à l'entrée de l'onduleur. Ce problème sera traité dans le chapitre suivant.

# CHAPITRE 3

EQUILIBRAGE DES TENSIONS  
PAR VECTEURS  
REDONDANTS

## Chapitre 3:

# Equilibrage des tensions des condensateurs par vecteurs redondants

## Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié la modulation vectorielle en supposant que la source de tension à l'entrée de l'onduleur est parfaitement constante est divisée en égalité entre les condensateurs. En fait, sans prendre des mesures d'équilibrage et d'asservissement, cette supposition est exagérée. Suivant le sens de leurs courants, les condensateurs placés dans le coté continu de l'onduleur peuvent se charger ou se décharger, ce qui provoque une augmentation ou une diminution de leurs tensions.

Le sens des courants dans les condensateurs dépendent de deux facteurs : l'état de l'onduleur, et les courants triphasés de la charge. Certains états de l'onduleur sont des états redondants, qui produisent le même vecteur de tension de sortie, c'est-à-dire le même courant triphasé dans la charge, mais qui ont des effets opposés sur les tensions des condensateurs d'entrée de l'onduleur.

On profite de ce degré de liberté, en permutant entre les redondances du même état de l'onduleur, pour assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs [Lali 06-2] [Lali 07-1] [Lali 07-2] [Lali 08].

## 1. Equilibrage des tensions des condensateurs

### 1.1. Equilibrage dans le cas de l'onduleur à trois niveaux

#### 1.1.1. Relation entre courants des condensateurs et courants de charge

L'équation de tension du côté continu de l'onduleur à trois niveaux (Fig.3.1) est la suivante :

$$\begin{aligned} v_{dc} &= u_{c1} + u_{c2} \\ &= \frac{1}{C} \int i_{c1} dt + \frac{1}{C} \int i_{c2} dt \end{aligned} \tag{3.1}$$

$v_{dc}$  c'est la tension de la source continue, supposée constante,

$u_{ci}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les tensions aux bornes des condensateurs,

$i_{ci}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les courants dans les condensateurs,

$v_{dc}$  étant supposée constante, on déduit que :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{d(u_{c1} + u_{c2})}{dt} = i_{c1} + i_{c2} = 0 \tag{3.2}$$

En appliquant la loi des mailles :

$$i_{c1} - i_{c2} = i_{d2} \tag{3.3}$$

$i_{d2}$  c'est le courant sortant du point milieu entre les deux condensateurs :

$$i_{d2} = F_{c21} \cdot i_1 + F_{c22} \cdot i_2 + F_{c23} \cdot i_3 \tag{3.4}$$

avec :  $F_{c2j}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) sont les fonctions de connexions (équation (1.21)):

$$F_{c2j} = F_{2j} \cdot F_{3j} \quad j = 1, 2, 3 \tag{3.5}$$

$i_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) sont les courants des phases de la charge .

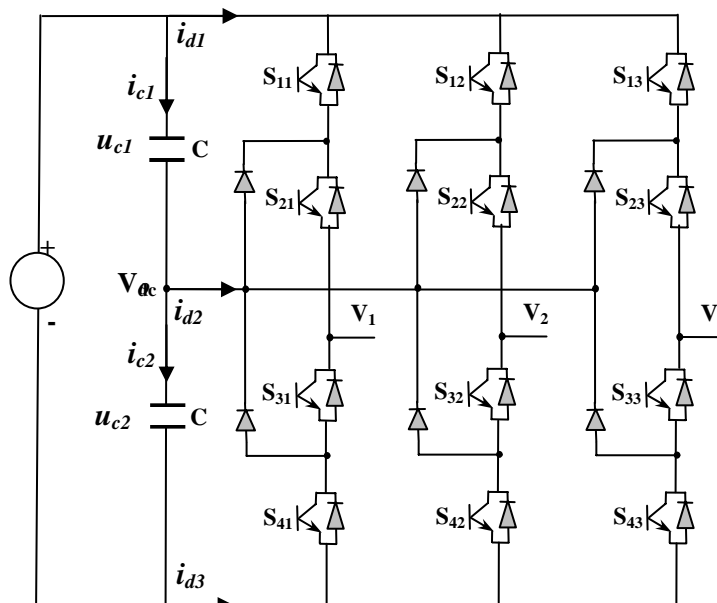


Fig.3.1 : Structure de l'onduleur à trois niveaux.

Des équations (3.2) et (3.3) on déduit les expressions de  $i_{c1}$  et  $i_{c2}$  :

$$\begin{aligned} i_{c1} &= \frac{i_{d2}}{2} \\ i_{c2} &= \frac{-i_{d2}}{2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

On déduit que :

$$\begin{pmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} F_{c21} & F_{c22} & F_{c23} \\ -F_{c21} & -F_{c22} & -F_{c23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Cette équation montre que les relations entre les courants des condensateurs et les courants de charges dépendent des valeurs des fonctions de connexion  $F_{cij}$ , c'est-à-dire des états de commutation de onduleur. L'onduleur à trois niveaux a six états redondants, indiqués sur le diagramme vectoriel de la Fig.1.20. Le tableau 3.1 donne, pour chaque état redondant, la relation explicite entre les courants de condensateurs et les courants de charge.

Etat redondant			$2.i_{c1}$	$2.i_{c2}$	
$v_1$	a	POO	$E$	$-E$	$E = -i_1$
	b	ONN	$-E$	$E$	
$v_2$	a	PPO	$E$	$-E$	$E = i_3$
	b	OON	$-E$	$E$	
$v_3$	a	OPO	$E$	$-E$	$E = -i_2$
	b	NON	$-E$	$E$	
$v_4$	a	OPP	$E$	$-E$	$E = i_1$
	b	NOO	$-E$	$E$	
$v_5$	a	OOP	$E$	$-E$	$E = -i_3$
	b	NNO	$-E$	$E$	
$v_6$	a	POP	$E$	$-E$	$E = i_2$
	b	ONO	$-E$	$E$	

Tableau 3.1 Relation entre les courants des condensateurs et les courants de charge.

Les relations entre les courants des condensateurs et les courants de charge peuvent être résumées sous la forme unifiée suivante :

Pour la première redondance (a) :  $2.i_{c1} = E$  ;  $2.i_{c2} = -E$

Pour la deuxième redondance (b) :  $2.i_{c1} = -E$  ;  $2.i_{c2} = E$

La valeur de  $E$  pour les différents états redondants est indiquée à la dernière colonne du tableau 3.1.

### 1.1.2. Effets des vecteurs redondants sur les tensions des condensateurs

Le tableau 3.1 indique que pour chaque état redondant, si la première redondance provoque un courant positif dans une des deux condensateurs, l'autre redondance provoque le même courant mais de sens opposé.

Pour chaque redondance, le sens du courant dans les condensateurs dépend de la valeur  $E$ , c'est-à-dire des courants de la charge. On définit une fonction logique  $P$  dépendante de la polarité de  $E$  :

$$P = \begin{cases} 1 & \text{si } E \geq 0 \\ 0 & \text{si } E < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Chaque redondance peut provoquer la croissance ou la décroissance des tensions aux bornes des capacités, suivant la fonction logique  $P$ . Le tableau 3.2 résume l'effet de chaque redondance sur les deux tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ . Le signe + indique la croissance de la tension, et le signe - indique sa décroissance.

	Redondance a		Redondance b	
	$u_{c1}$	$u_{c2}$	$u_{c1}$	$u_{c2}$
$P = 1$	+	-	-	+
$P = 0$	-	+	+	-

Tableau 3.2: effet des redondances sur les tensions des condensateurs.

Le tableau 3.2 montre que :

- si  $P = 1$  ( $E > 0$ ), la redondance a de chaque vecteur redondant provoque la croissance de la tension  $u_{c1}$  et la décroissance de la tension  $u_{c2}$ , tandis que la redondance b provoque la décroissance de  $u_{c1}$  et la croissance de  $u_{c2}$ .
- si  $P = 0$  ( $E < 0$ ), la redondance a de chaque vecteur redondant provoque la décroissance de la tension  $u_{c1}$  et la croissance de la tension  $u_{c2}$ , tandis que la redondance b provoque la croissance de  $u_{c1}$  et la décroissance de  $u_{c2}$ .

### 1.1.3. Choix de la redondance à appliquer

Pour chaque état redondant, on applique la redondance qui tend à supprimer le déséquilibre entre les tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ . Pour cela, on doit mesurer à tout instant les tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  et la différence  $u_{c1} - u_{c2}$

On définit une fonction logique  $C$  dépendante de la différence  $u_{c1} - u_{c2}$  :

$$C = \begin{cases} 1 & \text{si } u_{c1} - u_{c2} \geq 0 \\ 0 & \text{si } u_{c1} - u_{c2} < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Connaissant les deux variables logiques  $C$  et  $P$ , et à la base du tableau 3.2, on choisit la redondance qui tend à augmenter la plus faible et à diminuer la plus forte des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ . Par exemple, si  $C = 1$  et  $P = 1$ , on doit choisir la redondance  $b$  pour diminuer  $u_{c1}$  et augmenter  $u_{c2}$ . Le tableau 3.3 résume le choix de la redondance à appliquer pour toutes les conditions possibles. A partir de ce tableau, on peut exprimer la redondance à appliquer ( $Red$ ) par la formule logique suivante :

$$Red = [C.P + (1-C).(1-P)].a + [C.(1-P) + P.(1-C)].b \quad (3.10)$$

	$P = 1$	$P = 0$
$C = 1$	a	b
$C = 0$	b	a

Tableau 3.3. Choix de la redondance à appliquer

On résume les étapes à suivre pour le choix de la redondance qui effectue l'équilibrage des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  :

- La mesure des courants de charge  $i_1, i_2, i_3$  et la déduction de la fonction logique  $P$
- La mesure des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  et la déduction de la fonction logique  $C$
- Le choix de la redondance  $a$  ou  $b$  suivant l'équation (3.10)

La mesure des courants et des tensions se fait soit par des capteurs, soit par des observateurs.

#### 1.1.4. Simulation numérique

On simule le comportement des tensions et courants dans le côté continu de l'onduleur sans puis avec application de l'algorithme d'équilibrage, sous différentes conditions de fonctionnement. On suppose comme conditions initiales que les deux tensions sont équilibrées:  $u_{c1} = u_{c2} = 700V$ . La capacité de chacune des deux condensateurs étant  $C = 500mF$ .

On présente les tensions des condensateurs, les courants des condensateurs et les courants d'entrée de l'onduleur, sans application de l'algorithme d'équilibrage. On constate que les deux tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  se divergent rapidement des conditions d'équilibre (Fig.3.2). Ce déséquilibre est expliqué par le fait que les courants des condensateurs et le courant du point milieu entre les deux condensateurs ( $i_{d2}$ ) ne sont pas centrés autour de zéro (Fig.3.3 et 3.4).

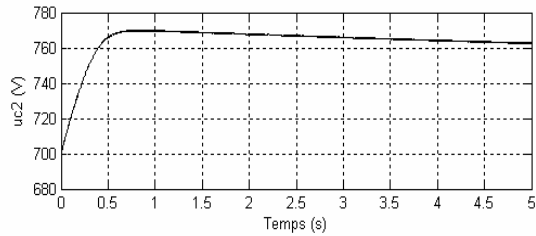
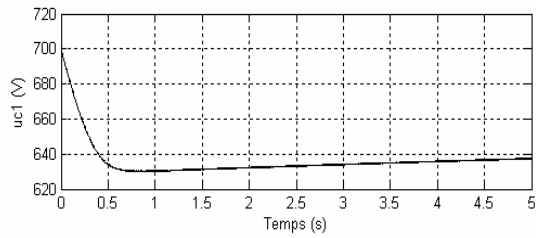
On simule l'application de l'algorithme d'équilibrage. Les tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  (Fig.3.5) gardent leurs conditions initiales correspondantes à l'équilibre, avec des petites oscillations d'ordre de  $0.2V$  qui sont dues aux changements des redondances d'un instant à l'autre. Les courants des



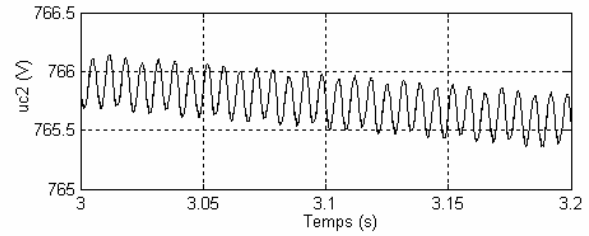
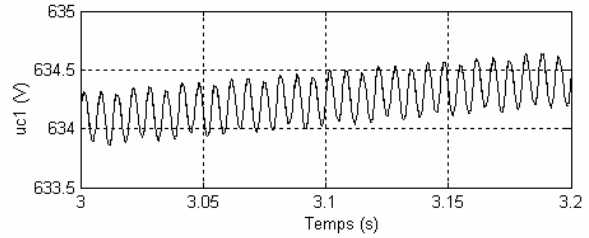
condensateurs et le courant du point milieu entre les deux condensateurs ( $i_{d2}$ ) sont obligés par l'algorithme d'équilibrage d'être centrés autour de zéro (Fig.3.6 et 3.7).

Pour étudier l'effet de la valeur de la capacité  $C$  sur les tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ , on simule l'équilibrage pour différentes valeurs de celle-ci (Fig.3.8). On constate que les oscillations des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  diminuent avec l'augmentation de la capacité  $C$ . Leurs amplitudes passent de  $10V$  pour  $C = 10\text{ mF}$  à  $0.1V$  pour  $C = 900\text{ mF}$ . Néanmoins, les contraintes de coût ne permettent pas d'augmenter davantage la capacité  $C$ . On doit ainsi faire un compromis entre la minimisation des oscillations des tensions et la minimisation du coût du montage.

Pour tester la robustesse de l'algorithme d'équilibrage, on simule un changement de couple résistant de la charge, un changement du taux de modulation et un changement de la fréquence des tensions de sortie de l'onduleur. La Fig.3.9 montre le comportement des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  après l'application d'un couple de charge de  $900\text{ N.m}$  à l'instant  $t = 5$  secondes. Sans application d'équilibrage (Fig.3.9.a), on constate que le couple de charge accroît le déséquilibre et le divergence des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ . En appliquant l'algorithme d'équilibrage (Fig.3.9.b), on aperçu que le couple de charge provoque des faibles perturbations sur les tensions mais ne provoque pas le déséquilibre. Les Fig.3.10 et 3.11 montrent que la variation du taux de modulation ou de la fréquence des tensions de sortie provoque une accentuation du déséquilibre si on n'applique pas l'algorithme d'équilibrage. En introduisant l'équilibrage, ces perturbations n'affectent que les amplitudes des oscillations des tensions autour du point d'équilibre.

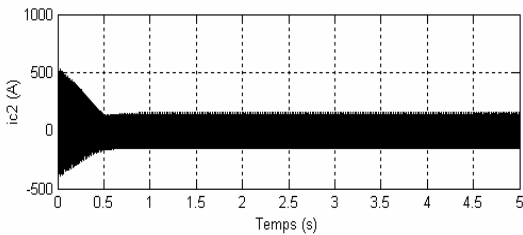
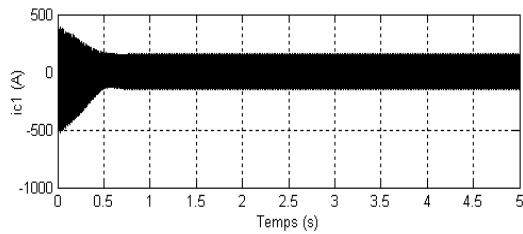


a. Régime transitoire

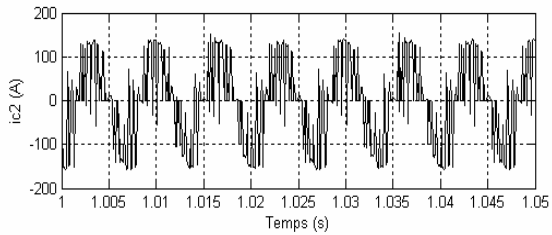
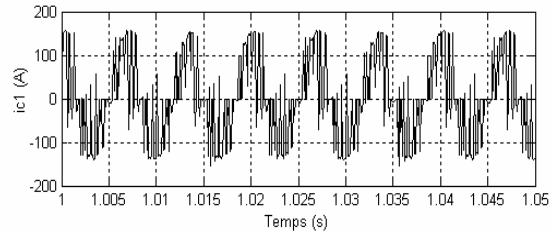


b. Régime permanent

Fig.3.2: Tensions des condensateurs sans application de l'algorithme d'équilibrage.

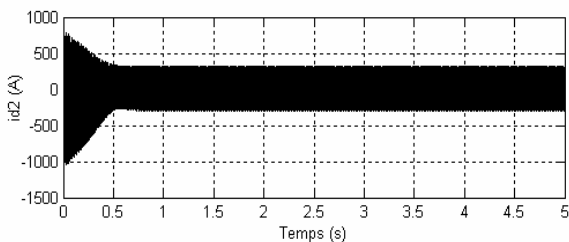
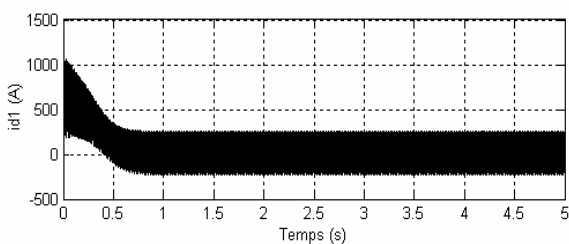


a. Régime transitoire

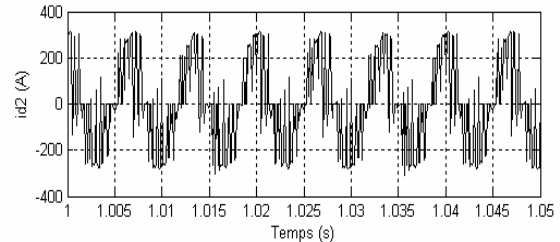
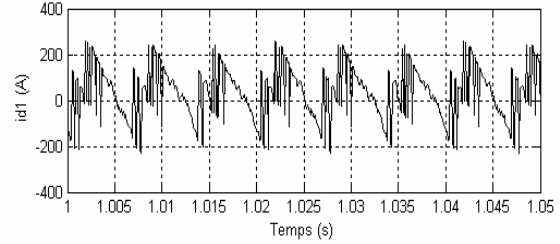


b. Régime permanent

Fig.3.3: Courants des condensateurs sans application de l'algorithme d'équilibrage.

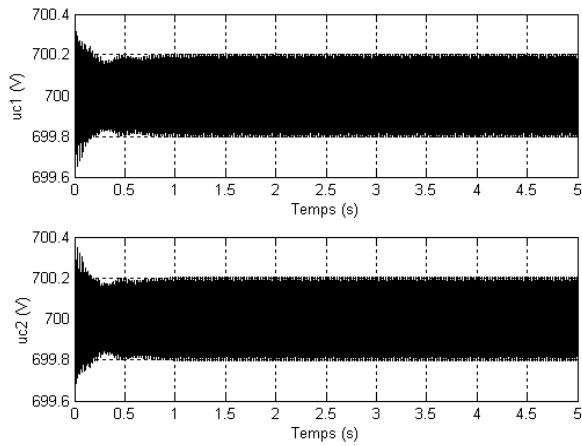


a. Régime transitoire

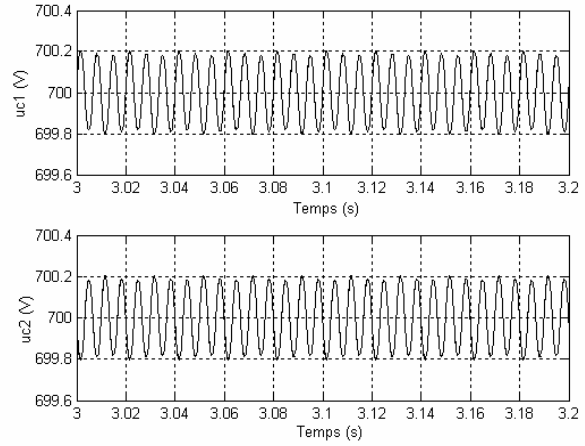


b. Régime permanent

Fig.3.4: Courants d'entrée de l'onduleur sans application de l'algorithme d'équilibrage.

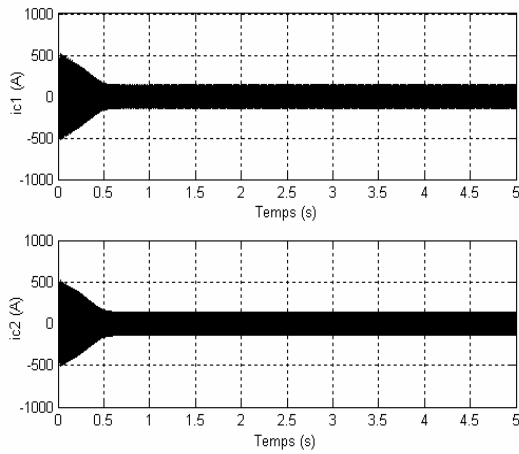


a. Régime transitoire

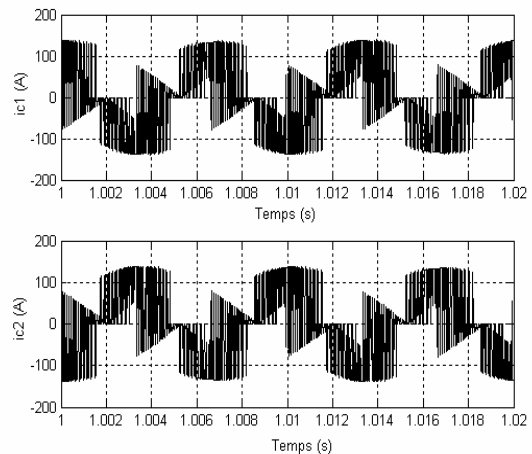


b. Régime permanent

Fig.3.5: Tensions des condensateurs après application de l'algorithme d'équilibrage.

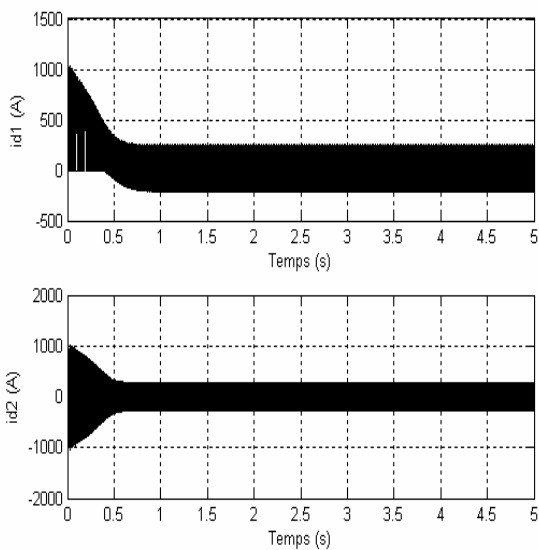


a. Régime transitoire

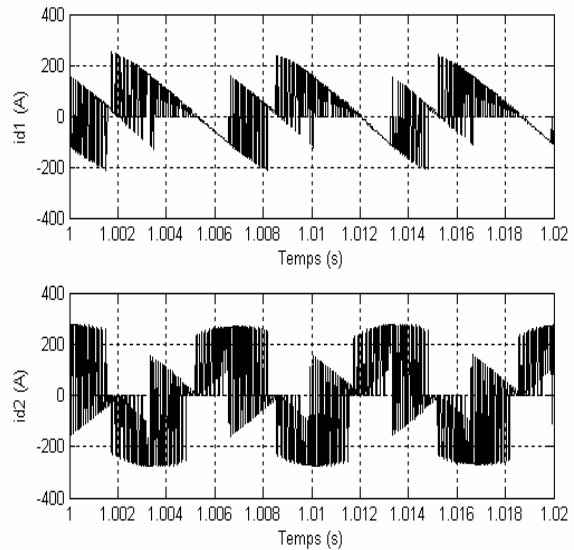


b. Régime permanent

Fig.3.6: Courants des condensateurs après application de l'algorithme d'équilibrage.



a. Régime transitoire



b. Régime permanent

Fig.3.7: Courants d'entrée de l'onduleur après application de l'algorithme d'équilibrage.

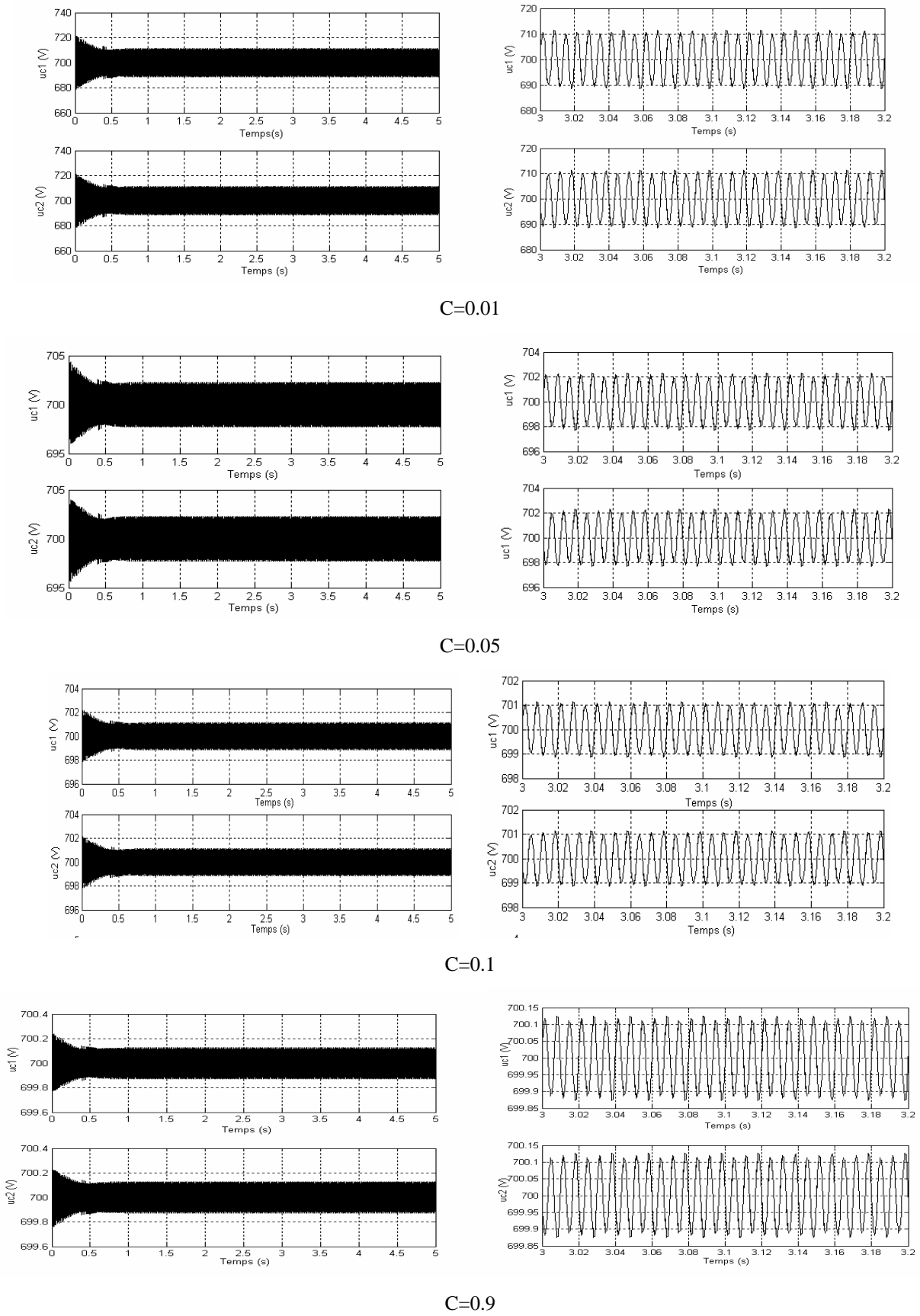
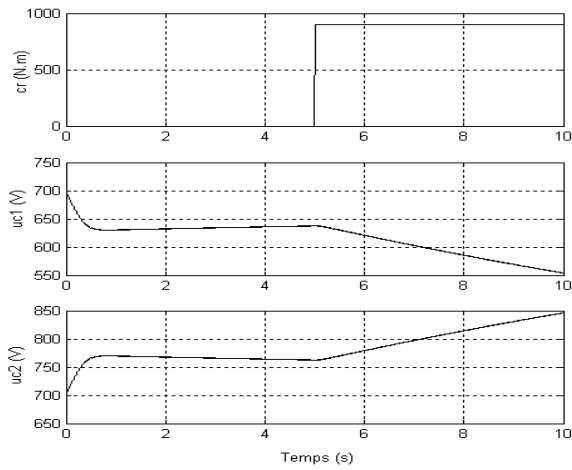
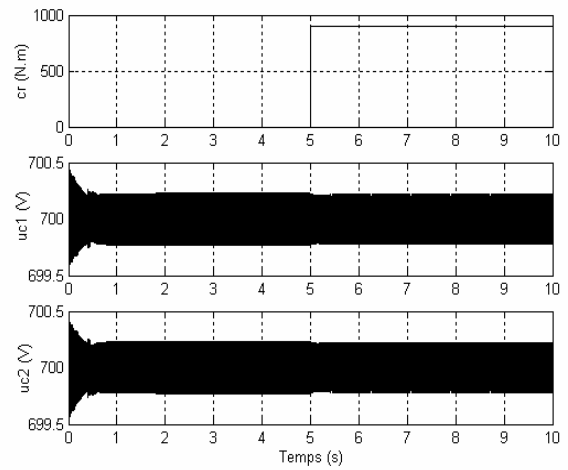


Fig.3.8 : Régimes transitoires et permanents des tensions des condensateurs pour différentes valeurs des capacités.

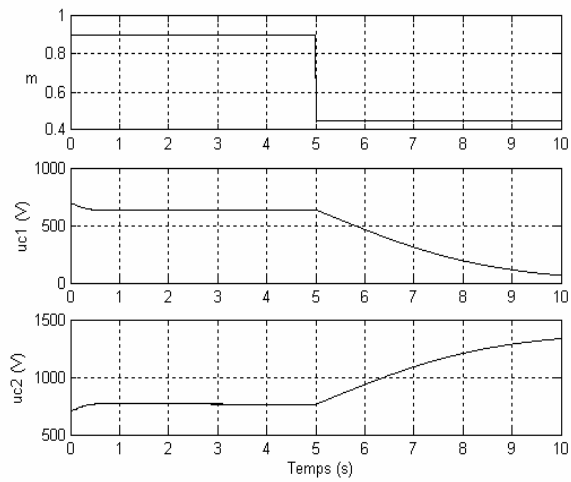


a. Sans équilibrage

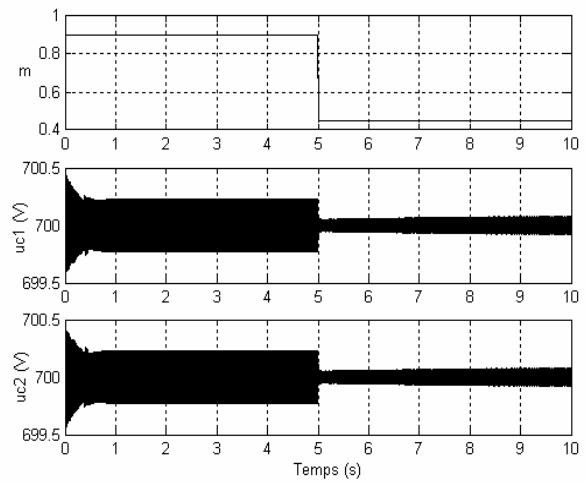


b. Avec équilibrage

Fig.3.9 Teste de variation du couple résistant.

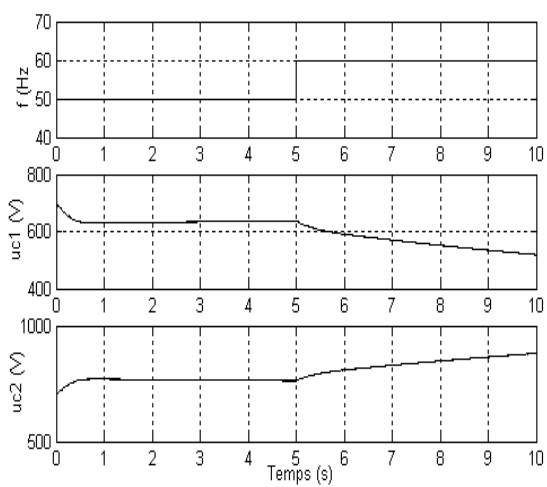


a. Sans équilibrage

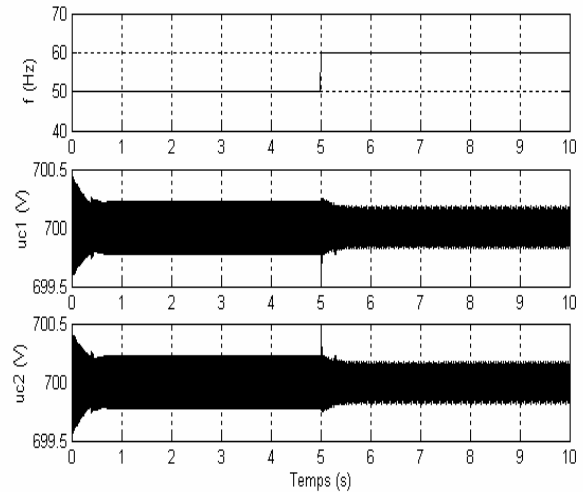


b. Avec équilibrage

Fig.3.10 : Test de variation du taux de modulation.



a. Sans équilibrage



b. Avec équilibrage

Fig.3.11 : Test de variation de la fréquence des tensions de sortie.

## 1.2. Equilibrage dans le cas de l'onduleur à cinq niveaux [Lali 08]

### 1.2.1. Relation entre courants des condensateurs et courants de charge

Le coté continu de l'onduleur est régi par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} v_{dc} &= u_{c1} + u_{c2} + u_{c3} + u_{c4} \\ &= \frac{1}{C} \int i_{c1} dt + \frac{1}{C} \int i_{c2} dt + \frac{1}{C} \int i_{c3} dt + \frac{1}{C} \int i_{c4} dt \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec :

$v_{dc}$  : tension de la source continu, supposée constante.

$u_{ci}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) : tensions aux bornes des condensateurs.

$i_{ci}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) : courants dans les condensateurs.

La tension  $v_{dc}$  de la source continue est supposée constante, ce qui donne :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{d(u_{c1} + u_{c2} + u_{c3} + u_{c4})}{dt} = i_{c1} + i_{c2} + i_{c3} + i_{c4} = 0 \quad (3.12)$$

On appliquant les lois de Kirchhoff, et en tenant compte de l'équation(3.12), on obtient les expressions suivantes des courants dans les quatre condensateurs :

$$\begin{aligned} i_{c1} &= \frac{3.i_{d2} + 2.i_{d3} + i_{d4}}{4} \\ i_{c2} &= \frac{-i_{d2} + 2.i_{d3} + i_{d4}}{4} \\ i_{c3} &= \frac{-i_{d2} - 2.i_{d3} + i_{d4}}{4} \\ i_{c4} &= \frac{-i_{d2} - 2.i_{d3} - 3.i_{d4}}{4} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Les courants  $i_{dk}$  ( $k = 1, 2, 3, 4, 5$ ) sont les courants d'entrée de l'onduleur, exprimés en fonction des courants de charge  $i_1, i_2$  et  $i_3$  par :

$$i_{dk} = F_{ck1}.i_1 + F_{ck2}.i_2 + F_{ck3}.i_3 \quad k = 1, 2, 3, 4 \text{ ou } 5 \quad (3.14)$$

$F_{ck1}, F_{ck2}$  et  $F_{ck3}$  sont les fonctions de connexion des trois bras de l'onduleur (Equation (1.43)):

$$\begin{aligned} F_{c1j} &= F_{1j} \cdot F_{2j} \cdot F_{3j} \cdot F_{4j} \\ F_{c2j} &= F_{2j} \cdot F_{3j} \cdot F_{4j} \cdot F_{5j} \\ F_{c3j} &= F_{3j} \cdot F_{4j} \cdot F_{5j} \cdot F_{6j} \\ F_{c4j} &= F_{4j} \cdot F_{5j} \cdot F_{6j} \cdot F_{7j} \\ F_{c5j} &= F_{5j} \cdot F_{6j} \cdot F_{7j} \cdot F_{8j} \end{aligned} \quad j = 1, 2 \text{ ou } 3. \quad (3.15)$$

On déduit les expressions des courants des condensateurs en fonction des courants de charge :

$$\begin{pmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \\ i_{c3} \\ i_{c4} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

avec:

$$A = \begin{pmatrix} 3F_{c21} + 2F_{c31} + F_{c41} & 3F_{c22} + 2F_{c32} + F_{c42} & 3F_{c23} + 2F_{c33} + F_{c43} \\ -F_{c21} + 2F_{c31} + F_{c41} & -F_{c22} + 2F_{c32} + F_{c42} & -F_{c23} + 2F_{c33} + F_{c43} \\ -F_{c21} - 2F_{c31} + F_{c41} & -F_{c22} - 2F_{c32} + F_{c42} & -F_{c23} - 2F_{c33} + F_{c43} \\ -F_{c21} - 2F_{c31} - 3F_{c41} & -F_{c22} - 2F_{c32} - 3F_{c42} & -F_{c23} - 2F_{c33} - 3F_{c43} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Les équations (3.16) et (3.17) montrent que les relations entre les courants des condensateurs et les courants de charges dépendent des valeurs des fonctions de connexion  $F_{cij}$ . Pour pouvoir équilibrer les tensions des condensateurs, on doit expliciter la relation (3.16) pour chacune des états redondants. Les tableaux 3.4, 3.5 et 3.6 résument les relations entre les courants dans les condensateurs et les courants de charge, pour tout les états redondants indiqués sur le diagramme vectoriel de l'onduleur à cinq niveaux (Fig.1.33). Le tableau 3.4 est réservé aux états ayant deux redondances, le tableau 3.5 est réservé aux états à trois redondances, tandis que le tableau 3.6 est réservé aux états à quatre redondances.

### 1.2.2. Groupes des vecteurs redondants

Suivant la forme de la relation entre les courants des condensateurs et les courants de charge (équations  $E_1, E_2$  et  $E_3$  dans les dernières colonnes des trois tableaux), On peut distinguer entre plusieurs groupes des vecteurs redondants [Bouh 07]:

**Groupe 1:** Il est composé des vecteurs à deux redondances  $v_1, v_4, v_7, v_{10}, v_{13}$  et  $v_{16}$  (tableau 3.4). Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide d'une seule équation  $E_1$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a):  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = -3.E_1$

Pour la deuxième redondance (b):  $i_{c1} = -3.E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = E_1$

**Groupe 2:** Il est composé des vecteurs à deux redondances  $v_2, v_6, v_8, v_{12}, v_{14}$  et  $v_{18}$  (tableau 3.4). Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide de trois équations  $E_1, E_2$  et  $E_3$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a):  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_2; i_{c3} = E_2; i_{c4} = E_3$

Pour la deuxième redondance (b) :  $i_{c1} = E_3; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_2; i_{c4} = E_2$

Vector			$4.i_{c1}$	$4.i_{c2}$	$4i_{c3}$	$4.i_{c4}$	$E_1=$	$E_2=$	$E_3=$
$v_1$	a	$P_2N_1N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$-i_1$		
	b	$P_1N_2N_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_2$	a	$P_2ON_1$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$-i_1+i_2$	$-i_1-3i_2$	$3i_1+i_2$
	b	$P_1N_1N_2$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			
$v_3$	a	$P_2P_1N_1$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$-i_1+2i_2$	$-i_1-2i_2$	$3i_1+2i_2$
	b	$P_1ON_2$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_4$	a	$P_2P_2N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$-(i_1+i_2)$		
	b	$P_1P_1N_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_5$	a	$P_1P_2N_1$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$2i_1-i_2$	$-2i_1-i_2$	$2i_1+3i_2$
	b	$OP_1N_2$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_6$	a	$OP_2N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$i_1-i_2$	$-3i_1-i_2$	$i_1+3i_2$
	b	$N_1P_1N_2$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			
$v_7$	a	$N_1P_2N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$-i_2$		
	b	$N_2P_1N_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_8$	a	$N_1P_2O$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$-i_1-2i_2$	$3i_1+2i_2$	$-i_1+2i_2$
	b	$N_2P_1N_1$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			
$v_9$	a	$N_1P_2P_1$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$-2i_1-3i_2$	$2i_1+i_2$	$-2i_1+i_2$
	b	$N_2P_1O$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_{10}$	a	$N_1P_2P_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$i_1$		
	b	$N_2P_1P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{11}$	a	$N_1P_1P_2$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$i_1+3i_2$	$i_1-i_2$	$-3i_1-i_2$
	b	$N_2OP_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_{12}$	a	$N_1OP_2$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$i_1+2i_2$	$i_1-2i_2$	$-3i_1-2i_2$
	b	$N_2N_1P_1$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			
$v_{13}$	a	$N_1N_1P_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$i_1+i_2$		
	b	$N_2N_2P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{14}$	a	$ON_1P_2$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$2i_1+i_2$	$-2i_1+i_2$	$-2i_1-3i_2$
	b	$N_1N_2P_1$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			
$v_{15}$	a	$P_1N_1P_2$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$3i_1+i_2$	$-i_1+i_2$	$-i_1-3i_2$
	b	$ON_2P_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_{16}$	a	$P_2N_1P_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$i_2$		
	b	$P_1N_2P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{17}$	a	$P_2N_1P_1$	$E_1$	$E_2$	$E_2$	$E_3$	$-3i_1-2i_2$	$i_1+2i_2$	$i_1-2i_2$
	b	$P_1N_2O$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_2$			
$v_{18}$	a	$P_2N_1O$	$E_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$-2i_1-i_2$	$2i_1+3i_2$	$2i_1-i_2$
	b	$P_1N_2N_1$	$E_3$	$E_1$	$E_1$	$E_2$			

Tableau 3.4 Relations entre les courants des condensateurs et les courants de charges pour tous les états à deux redondances.



Vector		$4.i_{c1}$	$4.i_{c2}$	$4i_{c3}$	$4.i_{c4}$	$E_1=$	$E_2=$	$E_3=$	
$v_{19}$	a	$P_2OO$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$-2i_1$		
	b	$P_1N_1N_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$ON_2N_2$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{20}$	a	$P_2P_1O$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$-2i_1+i_2$	$-2i_1-3i_2$	$2i_1+i_2$
	b	$P_1ON_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$ON_1N_2$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			
$v_{21}$	a	$P_2P_2O$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$-2i_1-2i_2$		
	b	$P_1P_1N_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$OON_2$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{22}$	a	$P_1P_2O$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$i_1-2i_2$	$-3i_1-2i_2$	$i_1+2i_2$
	b	$OP_1N_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$N_1ON_2$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			
$v_{23}$	a	$OP_2O$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$-2i_2$		
	b	$N_1P_1N_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$N_2ON_2$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{24}$	a	$OP_2P_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$-i_1-3i_2$	$3i_1+i_2$	$-i_1+i_2$
	b	$N_1P_1O$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$N_2ON_1$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			
$v_{25}$	a	$OP_2P_2$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$2i_1$		
	b	$N_1P_1P_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$N_2OO$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{26}$	a	$OP_1P_2$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$2i_1+3i_2$	$2i_1-i_2$	$-2i_1-i_2$
	b	$N_1OP_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$N_2N_1O$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			
$v_{27}$	a	$OOP_2$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$2i_1+2i_2$		
	b	$N_1N_1P_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$N_2N_2O$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{28}$	a	$P_1OP_2$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$3i_1+2i_2$	$-i_1+2i_2$	$-i_1-2i_2$
	b	$ON_1P_1$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$N_1N_2O$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			
$v_{29}$	a	$P_2OP_2$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$	$-E_1$	$2i_2$		
	b	$P_1N_1P_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$			
	c	$ON_2O$	$-E_1$	$-E_1$	$E_1$	$E_1$			
$v_{30}$	a	$P_2OP_1$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_3$	$-3i_1-i_2$	$i_1+3i_2$	$i_1-i_2$
	b	$P_1N_1O$	$E_3$	$E_1$	$E_2$	$E_3$			
	c	$ON_2N_1$	$E_3$	$E_3$	$E_1$	$E_2$			

Tableau 3.5 Relations entre les courants pour tous les états à trois redondances.

Vector		$4.i_{c1}$	$4.i_{c2}$	$4i_{c3}$	$4.i_{c4}$	$E1=$	$E2=$	$E3=$
$v_{31}$	a	$P_2P_1P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$i_1$	
	b	$P_1OO$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$ON_1N_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_1N_2N_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$		
$v_{32}$	a	$P_2P_2P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$i_1+i_2$	
	b	$P_1P_1O$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$OON_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_1N_1N_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$		
$v_{33}$	a	$P_1P_2P_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$i_2$	
	b	$OP_1O$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$N_1ON_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_2N_1N_2$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-E_1$		
$v_{34}$	a	$P_1P_2P_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-i_1$	
	b	$OP_1P_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$N_1OO$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_2N_1N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$		
$v_{35}$	a	$P_1P_1P_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-i_1-i_2$	
	b	$OOP_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$N_1N_1O$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_2N_2N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$		
$v_{36}$	a	$P_2P_1P_2$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-i_2$	
	b	$P_1OP_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$	$E_1$		
	c	$ON_1O$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$	$E_1$		
	d	$N_1N_2N_1$	$E_1$	$E_1$	$E_1$	$-3E_1$		

Tableau 3.6 Relations entre les courants pour tous les états à quatre redondances.

**Groupe 3:** Il est composé des vecteurs à deux redondances  $v_3, v_5, v_9, v_{11}, v_{15}$  et  $v_{17}$ . (tableau 3.4).

Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide de trois équations  $E_1, E_2$  et  $E_3$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_2; i_{c3} = E_2; i_{c4} = E_3$

Pour la deuxième redondance (b) :  $i_{c1} = E_3; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_2; i_{c4} = E_2$

**Groupe 4:** Il est composé des vecteurs à trois redondances  $v_{19}, v_{21}, v_{23}, v_{25}, v_{27}$  et  $v_{29}$  (tableau 3.5). Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide d'une seule équation  $E_1$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = -E_1; i_{c4} = -E_1$

Pour la deuxième redondance (b) :  $i_{c1} = -E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = -E_1$

Pour la troisième redondance (c) :  $i_{c1} = -E_1; i_{c2} = -E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = E_1$

**Groupe 5:** Il est composé des vecteurs à trois redondances  $v_{20}, v_{22}, v_{24}, v_{26}, v_{28}$  et  $v_{30}$  (tableau 3.5). Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide de trois équations  $E_1, E_2$  et  $E_3$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_2; i_{c3} = E_3; i_{c4} = E_3$

Pour la deuxième redondance (b) :  $i_{c1} = E_3; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_2; i_{c4} = E_3$

Pour la troisième redondance (c) :  $i_{c1} = E_3; i_{c2} = E_3; i_{c3} = E_1; i_{c4} = E_2$

**Groupe 6:** Il est composé des vecteurs à quatre redondances  $v_{31}, v_{32}, v_{33}, v_{34}, v_{35}$  et  $v_{36}$  (tableau 3.6). Pour ces vecteurs, les relations entre les courants peuvent être exprimées à l'aide d'une seule équation  $E_1$ , de la manière suivante :

Pour la première redondance (a) :  $i_{c1} = -3.E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = E_1$

Pour la deuxième redondance (b) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = -3.E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = E_1$

Pour la troisième redondance (c) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = -3.E_1; i_{c4} = E_1$

Pour la quatrième redondance (d) :  $i_{c1} = E_1; i_{c2} = E_1; i_{c3} = E_1; i_{c4} = -3.E_1$

### 1.2.3. Effets des vecteurs redondants sur les tensions des condensateurs

Les quatre condensateurs à l'entrée de l'onduleur peuvent se charger ou se décharger suivant l'état de l'onduleur et les conditions de la charge. On veut analyser l'effet des différents groupes des vecteurs redondants sur ces tensions de sortie, sous différentes conditions des courants de charge.

Pour les groupes gérés par une seule équation  $E_1$  (groupes 1, 4 et 6), on a deux possibilités pour les conditions de la charge, chaque possibilité est associée à une fonction logique de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P_1 &= 1 \text{ si } E_1 > 0 \text{ sinon } P_1 = 0 \\ P_2 &= 1 \text{ si } E_1 \leq 0 \text{ sinon } P_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pour les groupes gérés par trois équations (groupes 2, 3 et 5), on a six possibilités pour les conditions de la charge, associées à six fonctions logiques définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P_1 &= 1 \text{ si } E_1 < 0, E_2 < 0 \text{ et } E_3 > 0, \text{ sinon } P_1 = 0 \\ P_2 &= 1 \text{ si } E_1 < 0, E_2 > 0 \text{ et } E_3 < 0, \text{ sinon } P_2 = 0 \\ P_3 &= 1 \text{ si } E_1 < 0, E_2 > 0 \text{ et } E_3 > 0, \text{ sinon } P_3 = 0 \\ P_4 &= 1 \text{ si } E_1 > 0, E_2 < 0 \text{ et } E_3 < 0, \text{ sinon } P_4 = 0 \\ P_5 &= 1 \text{ si } E_1 > 0, E_2 < 0 \text{ et } E_3 > 0, \text{ sinon } P_5 = 0 \\ P_6 &= 1 \text{ si } E_1 > 0, E_2 > 0 \text{ et } E_3 < 0, \text{ sinon } P_6 = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Les autres possibilités ne se présentent pas car les équations  $E_1, E_2$  et  $E_3$  ne peuvent pas être tous positives ou tous négatives en même temps.

	Redondance a				Redondance b			
	$u_{c1}$	$u_{c2}$	$u_{c3}$	$u_{c4}$	$u_{c1}$	$u_{c2}$	$u_{c3}$	$u_{c4}$
$P_1$	+	+	+	-	-	+	+	+
$P_2$	-	-	-	+	+	-	-	-

Tableau 3.7: Effet des redondances du premier groupe sur les tensions des condensateurs

	a				b			
	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$
$P_1$	-	-	-	+	+	-	-	-
$P_2$	-	-	+	-	-	-	-	+
$P_3$	-	-	+	+	+	-	-	+
$P_4$	+	+	-	-	-	+	+	-
$P_5$	+	+	-	+	+	+	+	-
$P_6$	+	+	+	-	-	+	+	+

Tableau 3.8: Effet des redondances du deuxième groupe sur les tensions des condensateurs

	a				b			
	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$
$P_1$	-	-	-	+	+	-	-	-
$P_2$	-	+	+	-	-	-	+	+
$P_3$	-	+	+	+	+	-	+	+
$P_4$	+	-	-	-	-	+	-	-
$P_5$	+	-	-	+	+	+	-	-
$P_6$	+	+	+	-	-	+	+	+

Tableau 3.9: Effet des redondances du troisième groupe sur les tensions des condensateurs

	a				b				c			
	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$
$P_1$	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+
$P_2$	-	-	+	+	+	-	-	+	+	+	-	-

Tableau 3.10: Effet des redondances du quatrième groupe sur les tensions des condensateurs

	a				b				c			
	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$
$P_1$	-	-	+	+	+	-	-	+	+	+	-	-
$P_2$	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+
$P_3$	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	+
$P_4$	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+	-
$P_5$	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-
$P_6$	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+

Tableau 3.11: Effet des redondances du cinquième groupe sur les tensions des condensateurs

	a				b				b				d			
	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c3}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$	$i_{c1}$	$i_{c2}$	$i_{c3}$	$i_{c4}$
$P_1$	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-
$P_2$	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+

Tableau 3.12: Effet des redondances du sixième groupe sur les tensions des condensateurs

Les effets des différents vecteurs redondants sur les condensateurs dépendent des fonctions logiques  $P_i$ . Ces effets sont résumés dans les tableaux 3.7 à 3.12 pour les six groupes des vecteurs

redondants. Dans ces tableaux, le signe plus (+) indique que les vecteurs redondant du groupe concerné provoquent le chargement du condensateur et par conséquent l'augmentation de la tension à ses bornes, tandis que le signe moins (-) indique que les vecteurs redondant provoquent le déchargement du condensateur et par conséquent la diminution de la tension à ses bornes. Par exemple, pour le premier groupe des vecteurs redondants, (tableau 3.7), si la charge est sous la condition  $P_1$  ( $E_1 > 0$ ), le choix de la première redondance (a) provoque l'augmentation des tensions  $u_{c1}, u_{c2}$  et  $u_{c3}$ , et la diminution de la tension  $u_{c4}$ . Par contre, le choix de la deuxième redondance (b) provoque la diminution des tensions  $u_{c1}, u_{c2}$  et  $u_{c3}$ , et l'augmentation de la tension  $u_{c4}$ .

#### 1.2.4. Critère de choix des redondances

Pour chaque vecteur redondant, on choisi toujours la redondance qui tend à éliminer le déséquilibre entre les quatre tensions  $u_{c1}, u_{c2}, u_{c3}$  et  $u_{c4}$ . On d'autre termes on choisi la redondances qui tend à augmenter les tensions les plus faibles, et à diminuer les tensions les plus fortes. Pour se faire, on doit mesurer à chaque instant les quatre tensions  $u_{c1}, u_{c2}, u_{c3}$  et  $u_{c4}$  et déduire leur cas de déviltions. Etant donné qu'on a quatre tensions, on obtient  $4 \times 3 \times 2 = 24$  cas de déviltions. On associe à chaque cas de déviltion une fonction logique  $C_i$  ( $i = \overline{1-24}$ ). Par exemple le premier cas de déviltion :  $u_{c1} < u_{c2} < u_{c3} < u_{c4}$  est associé a la fonction logique  $C_1$  définie de la manière suivante :

$$C_1 = 1 \text{ si } u_{c1} < u_{c2} < u_{c3} < u_{c4}, \text{ sinon } C_1 = 0 \quad (3.20)$$

Pour chaque vecteur redondant, connaissant les conditions de la charge  $P_i$  et le cas de déviltions des tensions  $u_{ci}$ , on choisie la redondance qui tend à diminuer la plus grande des quatre tensions, et à augmenter la plus faible. Par exemple on suppose qu'on a dans le premier cas de déviltion (équation(3.20)), et qu'on doit appliquer un vecteur du premier groupe (tableau 3.7). La tension la plus faible est alors  $u_{c1}$ , tandis que la tension la plus forte est  $u_{c4}$ . On doit choisir la redondance qui augmente  $u_{c1}$  et diminue  $u_{c4}$ . Si la charge est sous la condition  $P_1$ , la redondance convenable est *a*, tandis que si la charge est sous la condition  $P_2$ , c'est la redondance *b* qui convient. Le tableau 3.13 résume le choix de la redondance convenable pour tous les vecteurs redondants et tous les cas de déviltion.

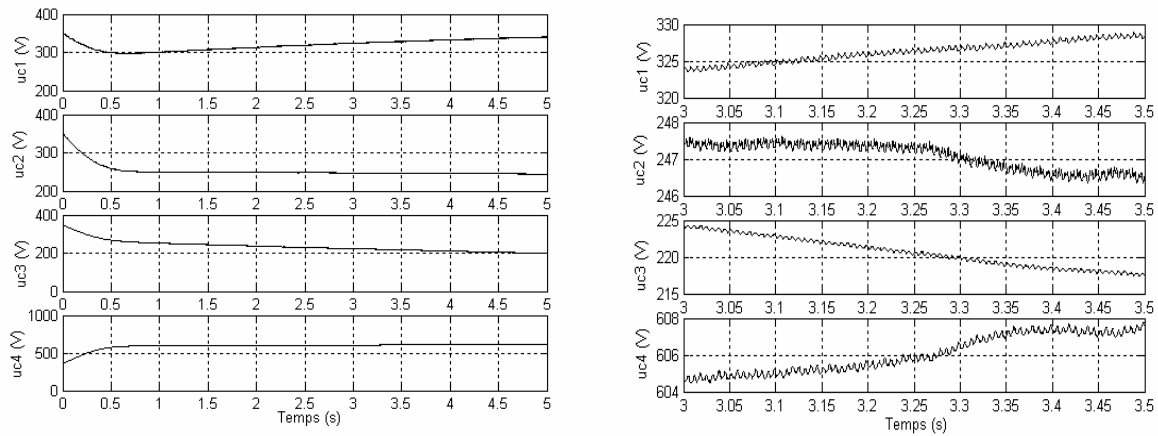
Group		1		2						3						4		5						6	
		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>
Possibilité																									
Cas de déviation																									
C <sub>1</sub>	$u_{c1} < u_{e2} < u_{c3} < u_{e4}$	a	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	a	c	c	a	c	a	c	a	d	a
C <sub>2</sub>	$u_{c1} < u_{e2} < u_{e4} < u_{c3}$	a	b	b	b	b	a	a	a	b	a	b	a	b	a	a	c	c	a	c	a	b	a	c	a
C <sub>3</sub>	$u_{c1} < u_{c3} < u_{e2} < u_{e4}$	a	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	a	c	c	b	b	a	c	a	d	a
C <sub>4</sub>	$u_{c1} < u_{c3} < u_{e4} < u_{e2}$	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	b	a	a	a	a	b	b	b	b	a	a	a	b	a
C <sub>5</sub>	$u_{c1} < u_{e4} < u_{e2} < u_{c3}$	a	b	b	b	b	a	a	a	b	b	b	a	a	a	a	b	c	c	a	b	a	c	a	
C <sub>6</sub>	$u_{c1} < u_{e4} < u_{c3} < u_{e2}$	a	b	b	b	b	a	a	a	b	b	b	a	a	a	a	b	c	b	a	a	a	b	a	
C <sub>7</sub>	$u_{e2} < u_{c1} < u_{c3} < u_{e4}$	a	b	b	a	b	a	b	a	b	a	a	b	b	a	a	c	c	a	c	b	b	a	d	b
C <sub>8</sub>	$u_{e2} < u_{c1} < u_{e4} < u_{c3}$	a	b	b	b	b	a	a	a	b	a	a	b	b	a	a	c	c	a	c	b	c	a	c	b
C <sub>9</sub>	$u_{e2} < u_{c3} < u_{c1} < u_{e4}$	a	b	b	a	a	b	b	a	b	a	a	b	b	a	b	c	c	a	a	b	c	b	d	b
C <sub>10</sub>	$u_{e2} < u_{c3} < u_{e4} < u_{c1}$	b	a	a	a	a	b	b	b	a	a	a	b	b	b	b	c	c	a	a	b	b	b	a	b
C <sub>11</sub>	$u_{e2} < u_{e4} < u_{c1} < u_{c3}$	b	a	a	b	b	a	a	b	a	a	a	b	b	b	a	c	c	a	c	b	b	a	c	b
C <sub>12</sub>	$u_{e2} < u_{e4} < u_{c3} < u_{c1}$	b	a	a	b	a	b	a	b	a	a	a	b	b	b	b	c	c	a	a	b	c	b	a	b
C <sub>13</sub>	$u_{c3} < u_{c1} < u_{e2} < u_{e4}$	a	b	b	a	a	b	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	a	b	b	c	a	b	d	c
C <sub>14</sub>	$u_{c3} < u_{c1} < u_{e4} < u_{e2}$	a	b	b	a	a	b	b	a	b	b	b	a	a	a	c	a	a	b	b	c	c	c	b	c
C <sub>15</sub>	$u_{c3} < u_{e2} < u_{c1} < u_{e4}$	a	b	b	a	a	b	b	a	b	a	a	b	b	a	b	a	a	b	a	c	c	b	d	c
C <sub>16</sub>	$u_{c3} < u_{e2} < u_{e4} < u_{c1}$	b	a	a	a	a	b	b	b	a	a	a	b	b	b	b	a	a	b	a	c	a	b	a	c
C <sub>17</sub>	$u_{c3} < u_{e4} < u_{c1} < u_{e2}$	b	a	a	a	a	b	b	b	a	b	b	a	a	b	c	a	a	b	b	c	a	c	b	c
C <sub>18</sub>	$u_{c3} < u_{e4} < u_{e2} < u_{c1}$	b	a	a	a	b	a	b	b	a	b	a	b	a	b	b	a	a	b	a	c	a	b	a	c
C <sub>19</sub>	$u_{e4} < u_{c1} < u_{e2} < u_{c3}$	b	a	a	b	b	a	a	b	a	b	b	a	a	b	c	b	b	c	c	a	b	c	c	d
C <sub>20</sub>	$u_{e4} < u_{c1} < u_{c3} < u_{e2}$	b	a	a	b	b	a	a	b	a	b	b	a	a	b	c	b	b	c	b	a	a	c	b	d
C <sub>21</sub>	$u_{e4} < u_{e2} < u_{c1} < u_{c3}$	b	a	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	c	b	b	c	c	b	b	c	c	d
C <sub>22</sub>	$u_{e4} < u_{e2} < u_{c3} < u_{c1}$	b	a	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	a	c	a	b	b	c	a	d
C <sub>23</sub>	$u_{e4} < u_{c3} < u_{c1} < u_{e2}$	b	a	a	b	a	b	a	b	a	b	b	a	a	b	c	a	a	c	b	c	a	c	b	d
C <sub>24</sub>	$u_{e4} < u_{c3} < u_{e2} < u_{c1}$	b	a	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	c	a	a	c	a	c	a	c	a	d

Tableau 3.13: Choix des redondances.

### 1.2.5. Simulation numérique

Pour voir le comportement des tensions et courants du côté continu, on simule le fonctionnement de l'onduleur à cinq niveaux alimentant une machine asynchrone. Chacune des quatre condensateurs vaut  $C = 500 \text{ mF}$ . La tension de la batterie d'alimentation est  $v_{dc} = 1400 \text{ V}$ . On suppose que, sous les conditions initiales, les tensions d'entrées sont équilibrées ( $u_{c1} = u_{c2} = u_{c3} = u_{c4} = 350 \text{ V}$ ). La Fig.3.13 montre les quatre tensions aux bornes des condensateurs lorsque on simule le fonctionnement sans application de l'algorithme d'équilibrage. On constate que les tensions divergent des conditions d'équilibre. Les Fig. 3.14 et 3.15 montrent le comportement des courants des condensateurs et des courants d'entrée de l'onduleur. On s'aperçoit que les valeurs moyennes approximatives de ces courants sont différentes de zéro, ce qui explique le déséquilibre introduit. La Fig.3.16 montre les tensions des condensateurs en introduisant l'algorithme d'équilibrage. Après un régime transitoire d'environ 2.8 seconds, les tensions se stabilisent, avec des faibles oscillations d'amplitude  $0.5 \text{ V}$  autour du point d'équilibre. Les courants des condensateurs et les courants d'entrée de l'onduleur sont centrés autour de zéro (Fig.3.17 et 3.18). L'écart maximal entre le point d'équilibre et l'amplitude maximale que peut prendre les tensions, ainsi que l'amplitude des oscillations en régime permanent, dépend de la capacité  $C$  du condensateur, comme montré à la Fig.3.19. Pour des faibles valeurs de la capacité, Les tensions prennent des amplitudes très grandes en régime transitoire, par rapport au point d'équilibre ( $1500 \text{ V}$  pour le cas d'une capacité  $C = 10 \text{ mF}$ ). L'amplitude des oscillations est importante pour des faibles capacités ( $30 \text{ V}$  pour une capacité  $C = 10 \text{ mF}$ ). Avec l'augmentation de la capacité, on aperçoit une diminution des amplitudes maximales des tensions en régime transitoire, ainsi qu'une diminution des amplitudes des oscillations en régime permanent. Par exemple, pour une large capacité  $C = 900 \text{ mF}$ , l'amplitude maximale de la tension en régime transitoire est limitée à  $380 \text{ V}$ , alors que l'amplitude des oscillations en régime permanent est limitée à  $0.4 \text{ V}$ . Les contraintes économiques obligent de faire un compromis entre la minimisation des oscillations des tensions et la minimisation du coût du montage. On teste la robustesse de l'algorithme vis-à-vis un changement du couple résistant de la charge, un changement du taux de modulation et un changement de la fréquence des tensions de sortie de l'onduleur. La Fig.3.20 montre le comportement des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$  après l'application d'un couple de charge de  $900 \text{ N.m}$  à l'instant  $t = 5$  secondes. Sans application d'équilibrage (Fig.3.20.a), on constate que le couple de charge accroît le déséquilibre et la divergence des tensions  $u_{c1}$  et  $u_{c2}$ . En appliquant l'algorithme d'équilibrage (Fig.3.20.b), on aperçoit que l'équilibre est maintenu malgré l'application du couple de charge. La variation du taux de modulation (Fig.3.21) et de la fréquence des tensions de sortie de

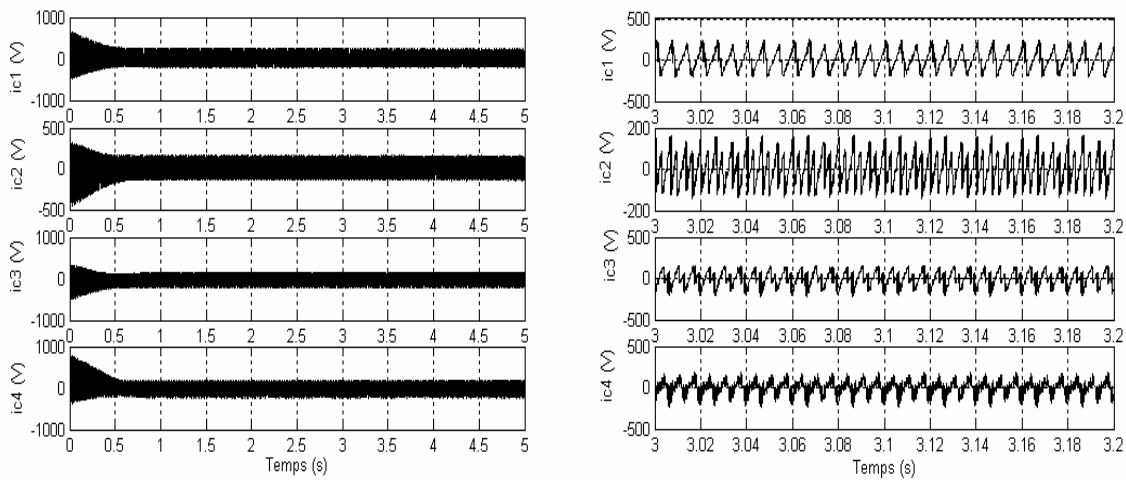
l'onduleur (Fig.3.22) est accompagnée d'une aggravation du déséquilibre si on n'applique pas l'algorithme d'équilibrage (Fig.3.21.a et 3.212.a). En appliquant cet algorithme d'équilibrage (Fig.3.21.b et 3.22.b), l'équilibre est maintenu.



a. Régime transitoire

b. Régime permanent

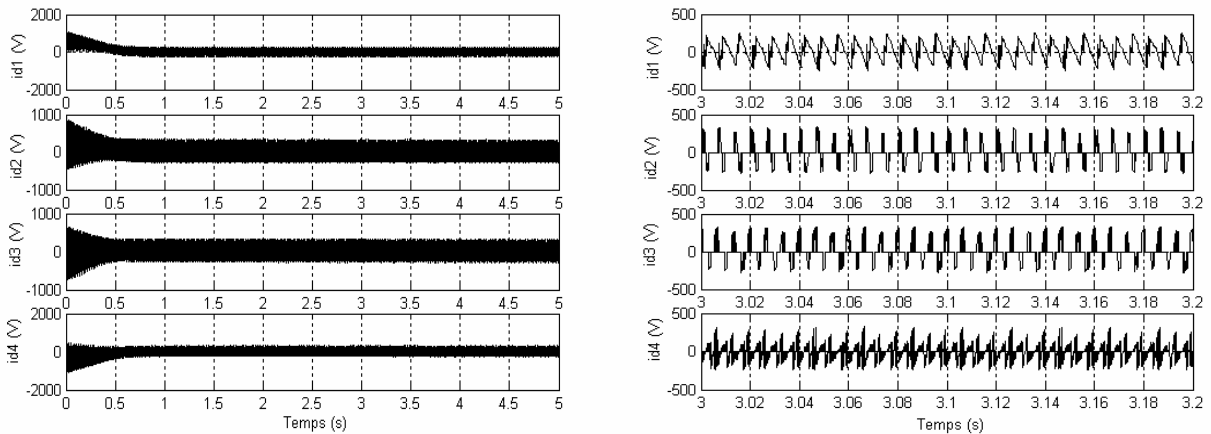
Fig.3.13: Tensions des condensateurs sans application de l'algorithme d'équilibrage.



a. Régime transitoire

b. Régime permanent

Fig.3.14: Courants des condensateurs sans application de l'algorithme d'équilibrage.

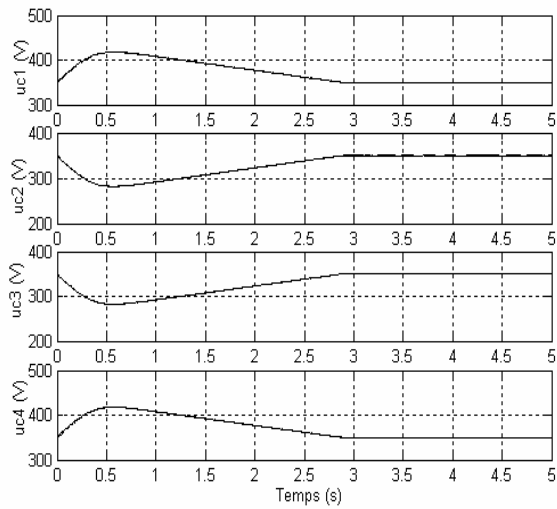


a. Régime transitoire

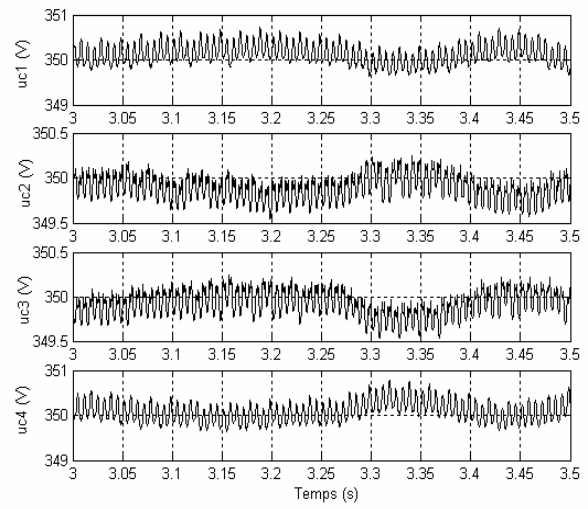
b. Régime permanent

Fig.3.15: Courants d'entrée de l'onduleur sans application de l'algorithme d'équilibrage.



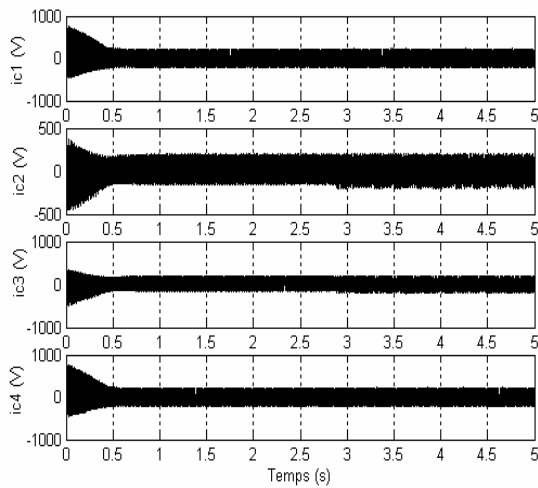


a. Régime transitoire

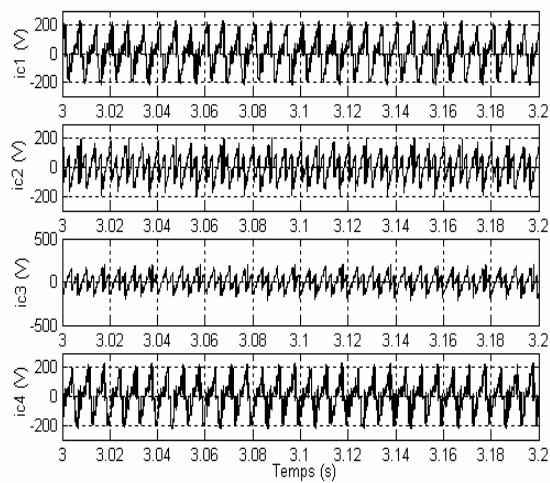


b. Régime permanent

Fig.3.16: Tensions des condensateurs avec application de l'algorithme d'équilibrage.

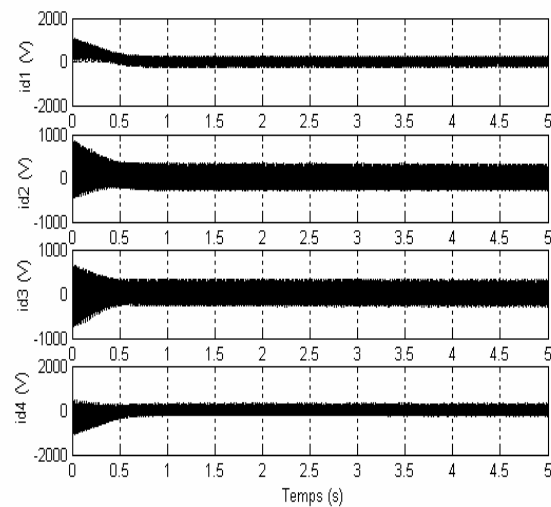


a. Régime transitoire

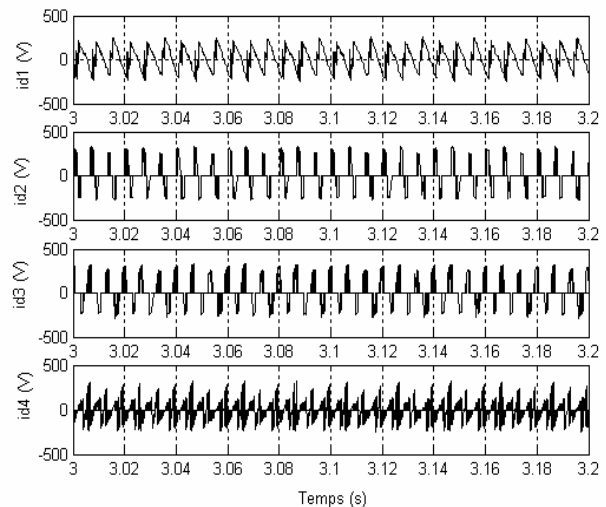


b. Régime permanent

Fig.3.17: Courants des condensateurs avec application de l'algorithme d'équilibrage.

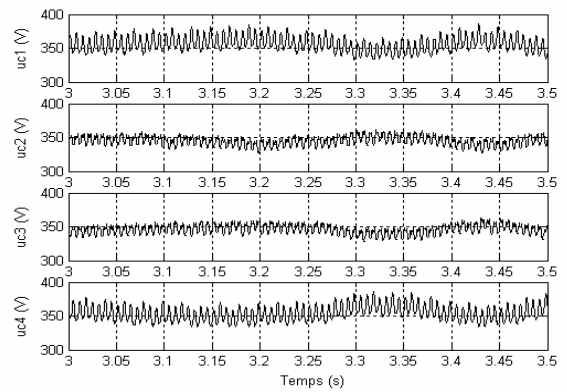
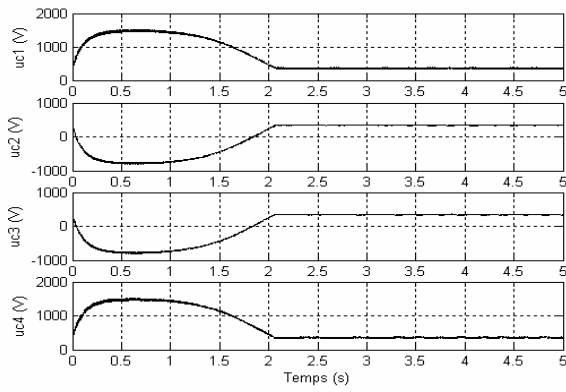


a. Régime transitoire

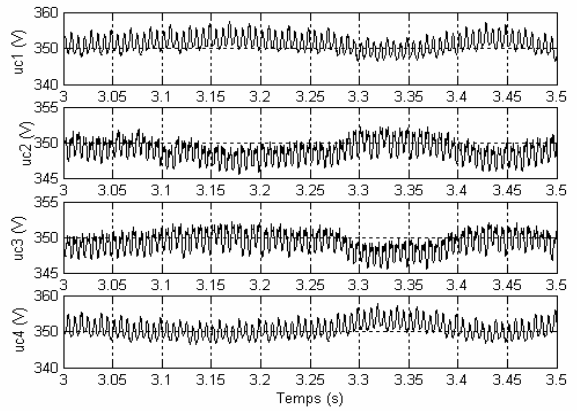
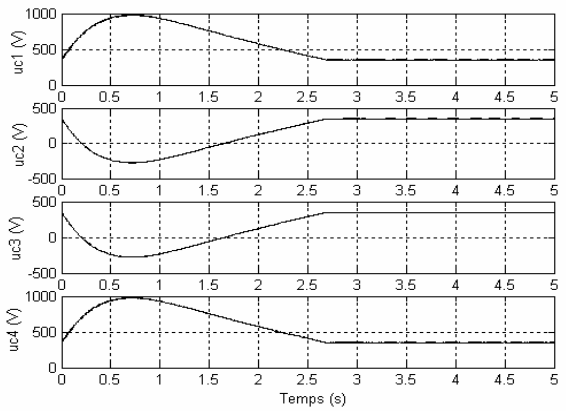


b. Régime permanent

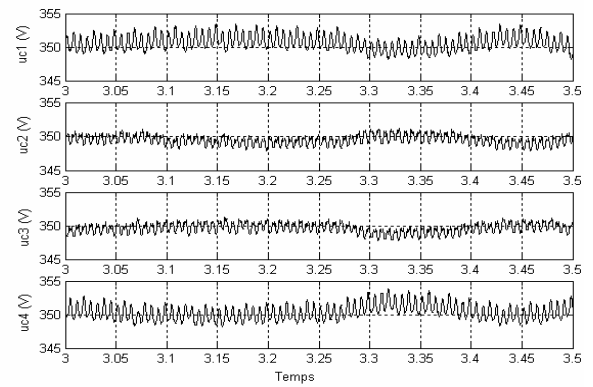
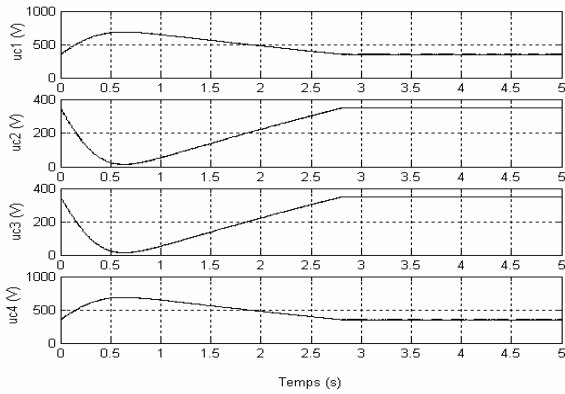
Fig.3.18: Courants des condensateurs avec application de l'algorithme d'équilibrage.



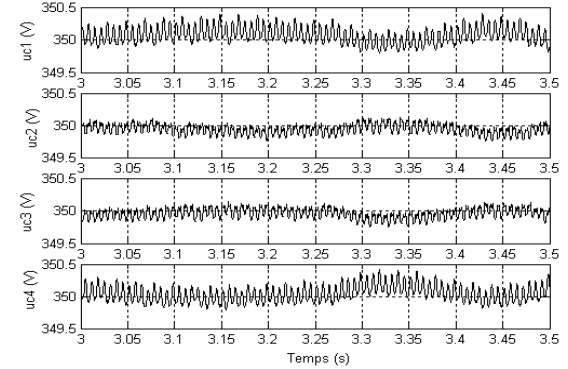
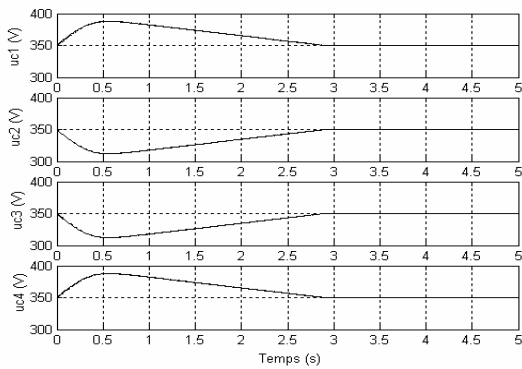
C=0.01



C=0.05



C=0.1



C=0.9

Fig.3.19. Régimes transitoires et permanents des tensions des condensateurs pour différentes valeurs de C.

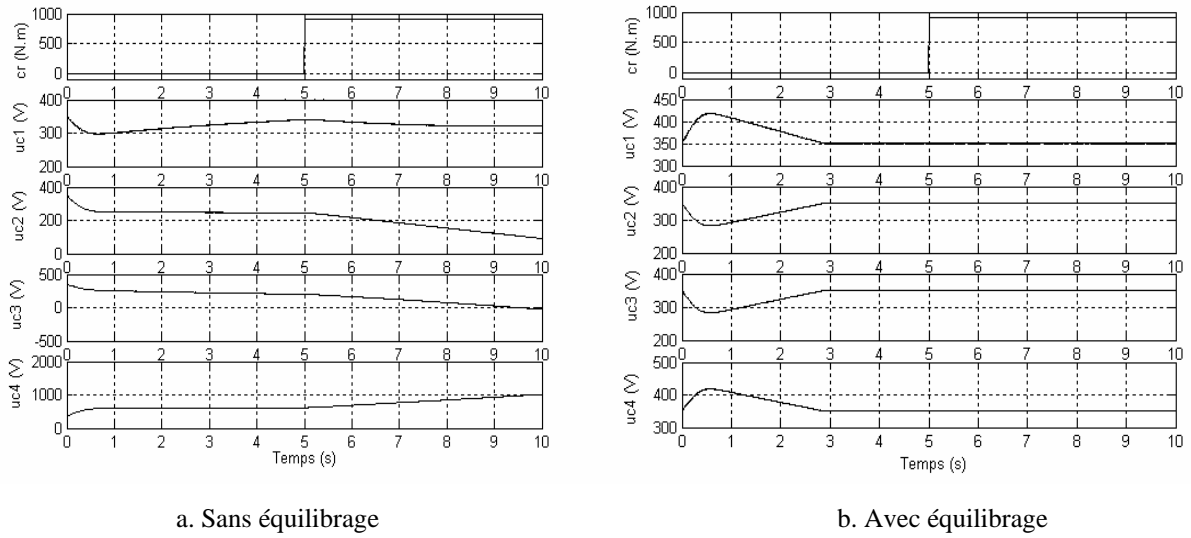


Fig.3.20: Teste de variation du couple résistant.

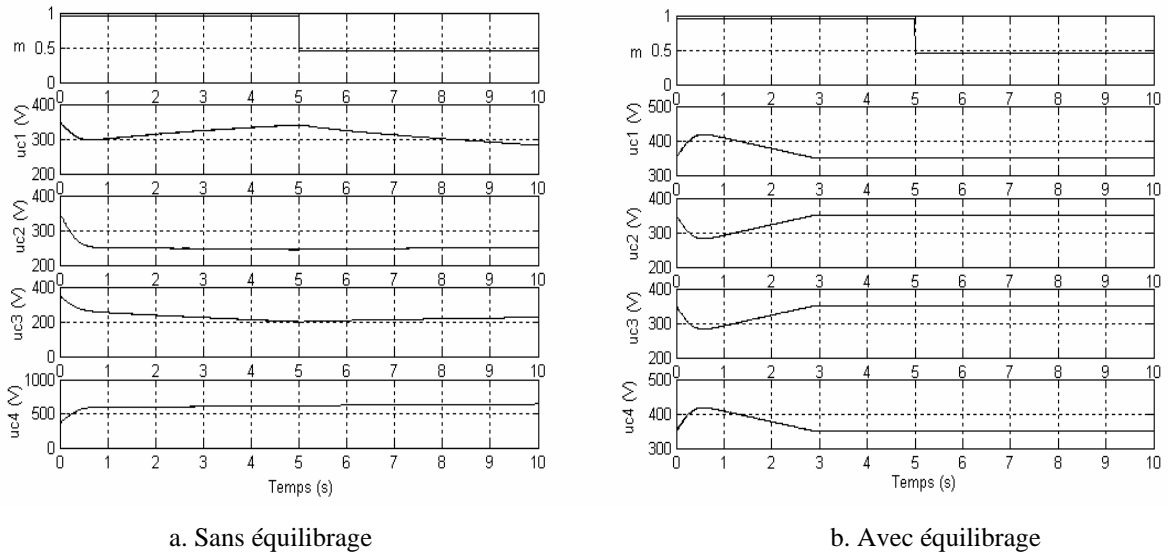


Fig.3.21: Teste de variation du taux de modulation.

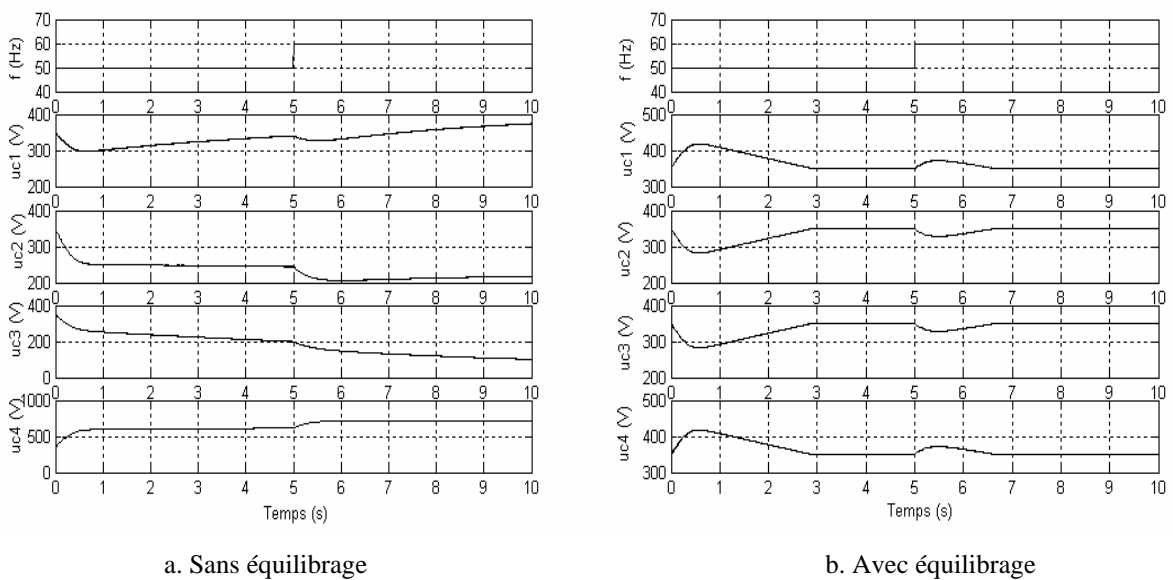


Fig.3.22: Teste de variation de la fréquence des tensions de sortie.

## **Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons traité le déséquilibre des tensions continues à l'entrée de l'onduleur multiniveaux. Nous avons vu que les allures de ces tensions dépendent des états utilisés pour générer les tensions de sortie de l'onduleur. En profitant de la redondance de certains états de l'onduleur, on a pu équilibrer ces tensions. La robustesse de cet équilibrage est vérifiée à travers des tests de variations des conditions de fonctionnement.

Nous avons supposé jusqu'à maintenant que l'alimentation de l'onduleur est assurée par une batterie fournissant une tension constante et stable. Dans le chapitre suivant, on va considérer que l'alimentation de l'onduleur est assurée par un redresseur, afin d'étudier l'asservissement de sa tension redressée qui sert comme source stable à l'entrée d'un onduleur multiniveau.

# CHAPITRE 4

COMMANDE NON LINEAIRE  
DE LA CASCADE : REDRESSEUR-  
ONODULEUR- MACHINE ASYNCHRONE

## Chapitre 4 :

# Commande non linéaire de la cascade redresseur - onduleur – machine asynchrone

## Introduction

Jusqu'à présent, nous avons supposé que la source continue à l'entrée de l'onduleur est fournie par une batterie. En réalité, cette source continue est généralement obtenue à partir d'un réseau électrique alternatif en utilisant un redresseur commandé en MLI. La commande MLI de ce redresseur permet d'avoir une tension redressée stable, un écoulement bidirectionnel de la puissance, un facteur de puissance unitaire et un taux d'harmoniques réduit dans le réseau électrique.

Le modèle mathématique du redresseur est un modèle non linéaire multi-entrées multi-sorties. Plusieurs stratégies de sa commande sont proposées dans la littérature. Une commande basée sur la linéarisation par le Jacobien autour d'un point de fonctionnement a été proposée [Blas 97][Tsa 99]. Cette stratégie a certaines limites, telles que la limitation du domaine de fonctionnement et la nécessité d'une grande capacité à la sortie du redresseur pour assurer la constance de la tension de sortie en présence des variations de la charge.

D'autres travaux proposent des approches non linéaires pour la commande du redresseur, en se basant sur la théorie de la logique floue, des réseaux de neurones ou du mode de glissement [Zhao 04]. L'application de la théorie du retour d'état linéarisant pour la commande du redresseur a été proposée pour la première fois dans [Riou 94]. D'autres travaux donnent plus de détails sur l'application de cette méthode de commande [Espí 99] [Kana 02] [Kana 04] [Lee 02-2] [Lee 03-2] [Liu 05] [Yaco 01]. Ces travaux considèrent toujours une charge résistive du redresseur. Nous allons développer dans ce chapitre la commande par retour d'état linéarisant appliquée sur la cascade redresseur- onduleur- moteur asynchrone. La théorie de la commande par retour d'état linéarisant est exposée dans l'annexe 2.

### 1. Modélisation du redresseur

Afin d’appliquer la théorie de commande par retour d’état linéarisant, on doit développer un modèle mathématique du redresseur, sous forme d’équations d’état.

Le schéma du redresseur est présenté à la fig.4.1. Il est composé de trois bras. Chaque bras est composé de deux interrupteurs bidirectionnels. Les trois bras sont reliés au réseau triphasé d’alimentation. Chaque phase du réseau d’alimentation est modélisée par une source alternative, une résistance  $R$  et une inductance  $L$ . La capacité  $C$  à la sortie du redresseur sert au filtrage de la tension redressée  $V_{dc}$ .

Le coté alternatif du redresseur est géré par le système triphasé d’équations suivant :

$$\begin{cases} e_{1res} = R.i_{1res} + L.\frac{di_{1res}}{dt} + v_{1res} \\ e_{2res} = R.i_{2res} + L.\frac{di_{2res}}{dt} + v_{2res} \\ e_{3res} = R.i_{3res} + L.\frac{di_{3res}}{dt} + v_{3res} \end{cases} \quad (4.1)$$

avec :

$e_{1res,2res,3res}$  : Tensions d’alimentation fournies par le réseau électrique ;

$v_{1res,2res,3res}$  : Tensions d’entrée du redresseur ;

$i_{1res,2res,3res}$  : Courants dans les phases du réseau d’alimentation ;

$R, L$  : Paramètres des lignes du réseau d’alimentation.

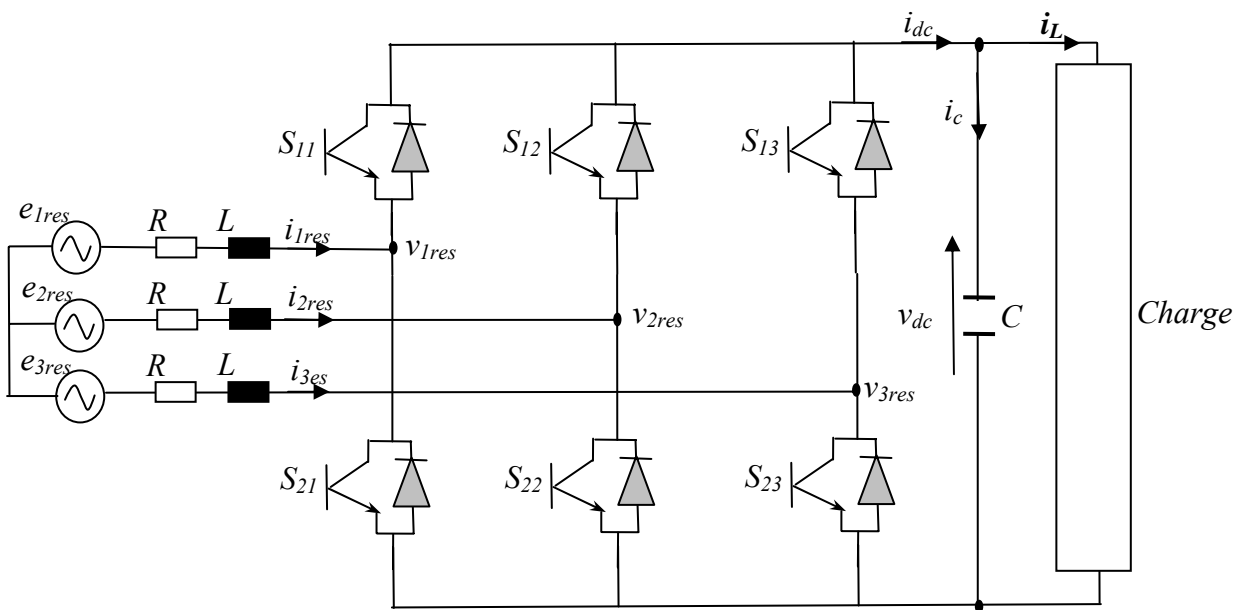


Fig.4.1 : Structure d’un redresseur triphasé.

On applique la transformation de Park à l'équation (4.1) pour passer du système triphasé  $(a,b,c)$  au système biphasé  $(d,q)$ , en supposant que le système triphasé d'alimentation est équilibré :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \cos(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega t + 2\pi/3) & -\sin(\omega t + 2\pi/3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ q \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

avec :

$\omega$  : Vitesse de rotation du repère  $(d,q)$ , égale à la fréquence de la tension triphasée d'alimentation;

$\theta = \omega t$  : Angle entre l'axe  $a$  du repère  $(a,b,c)$  et l'axe  $d$  du repère  $(d,q)$ .

On obtient le système d'équations suivant dans le repère  $(d,q)$  :

$$\begin{cases} e_d = v_d + R.i_d + L.\frac{di_d}{dt} - \omega.L.i_q \\ e_q = v_q + R.i_q + L.\frac{di_q}{dt} + \omega.L.i_d \end{cases} \quad (4.3)$$

avec :  $e_d, e_q$  : Composantes  $d$  et  $q$  de la tension d'alimentation;

$v_d, v_q$  : Composantes  $d$  et  $q$  de la tension d'entrée du redresseur;

$i_d, i_q$  : Composantes  $d$  et  $q$  du courant dans le réseau;

Le coté continu du redresseur est géré par l'équation suivante, obtenue en appliquant les lois de Kirchoff (fig.4.1):

$$\begin{aligned} i_c &= i_{dc} - i_L \\ C.\frac{dv_{dc}}{dt} &= i_{dc} - i_L \\ \frac{dv_{dc}}{dt} &= \frac{1}{C}(i_{dc} - i_L) \end{aligned} \quad (4.4)$$

avec :

$V_{dc}, i_{dc}$  : Tension et courant redressés ;

$i_L$  : courant dans la charge du redresseur.

En négligeant les pertes de puissance dans les interrupteurs du redresseur, l'égalité de puissance entre les deux cotés du redresseur impose l'équation suivante :

$$e_d.i_d + e_q.i_q = v_{dc}.i_{dc} \quad (4.5)$$

A partir des équations(4.3), (4.4) et (4.5) on déduit un système de trois équations différentielles représentant le modèle mathématique du redresseur. :



$$\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{dv_{dc}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}i_d + \omega i_q + \frac{e_d}{L} \\ -\frac{R}{L}i_q - \omega i_d + \frac{e_q}{L} \\ \frac{1}{Cv_{dc}}(e_d i_d + e_q i_q) - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

L'angle de la transformation de Park est choisi de sorte que le vecteur tension du réseau coïncide avec l'axe  $q$  du système  $(d, q)$ , ce qui signifie que la composante  $e_d$  de la tension est nulle. On a alors les simplifications suivantes dans le modèle (4.6) :

$$\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{dv_{dc}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}i_d + \omega i_q \\ -\frac{R}{L}i_q - \omega i_d + \frac{e_q}{L} \\ \frac{e_q i_q}{Cv_{dc}} - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Notons que ce modèle présente une non linéarité par rapport à la variable  $v_{dc}$  indiquée sur la troisième équation. Il présente aussi un couplage entre les deux variables  $i_d$  et  $i_q$ . Il est alors utile d'appliquer la théorie de la commande linéarisante, qui permet de supprimer le couplage et de rendre le système linéaire.

## 2. Commande linéarisante appliquée au redresseur

### 2.1. Mise sous forme d'équations d'état

Pour pouvoir appliquer la commande par retour d'état linéarisant sur le modèle du redresseur, on doit écrire ce modèle sous forme d'équations d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x).u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4.8)$$

avec:

$x$ : vecteur d'état ;

$u$ : vecteur d'entrées de commande ;

$y$ : vecteur de sortie ;

$h$ : fonction différentiable ;

$f$  et  $g$ : champs de vecteurs .

Par identification entre la forme d'état (4.8) et le modèle (4.7), on déduit les expressions suivantes des vecteurs  $x$ ,  $u$ ,  $f$  et  $g$  :

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ v_{dc} \end{pmatrix}; \\
 f &= \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}i_d + \omega i_q \\ -\frac{R}{L}i_q - \omega i_d + \frac{e_q}{L} \\ \frac{e_q i_q}{C v_{dc}} - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}x_1 + \omega x_2 \\ -\frac{R}{L}x_2 - \omega x_1 + \frac{e_q}{L} \\ \frac{e_q x_2}{C x_3} - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix}; \\
 g &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Le vecteur de sortie  $y$  est choisi suivant l'objectif de la commande. Dans notre cas, nous avons besoin de contrôler la tension redressée et le facteur de puissance du réseau. On choisit alors comme sorties, la tension redressée  $v_{dc}$ , qui doit être imposée constante, ainsi que la composante  $i_d$  du courant du réseau, qui doit être imposée égale à zéro pour assurer un déphasage nul entre la tension et le courant dans le réseau :

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d \\ v_{dc} \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

## 2.2. Degré relatif

On calcule le degré relatif associé à chacune des deux sorties  $y_1$  et  $y_2$ , en effectuant des dérivations successives par rapport au temps, jusqu'à l'apparition d'une des entrées  $u_1$  ou  $u_2$ .

**Sortie  $y_1$  :**

$$\dot{y}_1 = \frac{dy_1}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = f_1 + g_{11}u_1 = -\frac{R}{L}x_1 + \omega x_2 - \frac{1}{L}u_1$$

L'entrée  $u_1 = v_d$  apparaît après la première dérivation de la sortie  $y_1$ . Ainsi, le degré relatif associé à cette sortie est égal à 1 :

$$r_1 = 1 \tag{4.11}$$

**Sortie  $y_2$ :**

$$\dot{y}_2 = \frac{dy_2}{dt} = \frac{dx_3}{dt} = f_3 = \frac{e_q \cdot x_2}{C \cdot x_3} - \frac{i_L}{C}$$

Aucune des deux entrées n'est apparue dans cette expression. On doit effectuer une deuxième dérivation :

$$\begin{aligned} \ddot{y}_2 &= \frac{d^2y_2}{dt^2} = \frac{df_3}{dt} = \frac{df_3}{dx_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{df_3}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \frac{df_3}{dx_3} \cdot \frac{dx_3}{dt} \\ &= \frac{e_q}{C \cdot x_3} \cdot \left( f_2 - \frac{1}{L} u_2 \right) - \frac{e_q \cdot x_2}{C \cdot x_3^2} f_3 - \frac{\dot{i}_L}{C} \end{aligned}$$

$\dot{i}_L$  est la dérivée du courant de charge.

On constate l'apparition de l'entrée  $u_2$  dans cette expression. Ainsi, le degré relatif associé à la sortie  $y_2$  est égal à 2 :

$$r_2 = 2 \tag{4.12}$$

La somme des degrés relatifs associés aux deux sorties est égale à 3 :

$$r_1 + r_2 = 3 \tag{4.13}$$

Donc l'application du retour d'état linéarisant conduit à une linéarisation exacte du système. Ainsi, aucune dynamique interne n'est associée à cette linéarisation.

**2.3. Boucle de linéarisation**

On utilise les dérivées successives des deux sorties pour effectuer le changement des coordonnées suivant :

$$\begin{cases} z_1 = y_1 = x_1 \\ z_2 = y_2 = x_2 \\ z_3 = \dot{y}_2 = f_3 \end{cases} \tag{4.14}$$

Dans ces nouvelles coordonnées, le modèle du redresseur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = f_1 - \frac{1}{L} u_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = \dot{f}_3 = \frac{e_q}{C \cdot x_3} \cdot \left( f_2 - \frac{1}{L} u_2 \right) - \frac{e_q \cdot x_2}{C \cdot x_3^2} f_3 - \frac{\dot{i}_L}{C} \end{cases} \tag{4.15}$$

Regroupant la première et troisième équations, contenant les entrées  $u_1$  et  $u_2$ , sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + D \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ \frac{e_q}{C \cdot x_3} f_2 - \frac{e_q \cdot x_2}{C \cdot x_3^2} f_3 - \frac{\dot{i}_L}{C} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$D$  est la matrice de découplage :

$$D = \begin{pmatrix} \frac{-1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-e_q}{L \cdot C \cdot x_3} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Pour linéariser le système(4.16), on applique le retour d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = D^{-1} \cdot \begin{pmatrix} v_1 - b(1) \\ v_2 - b(2) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \frac{e_q}{C \cdot L^2 \cdot x_3} \begin{pmatrix} \frac{-e_q}{L \cdot C \cdot x_3} \cdot (v_1 - f_1) \\ \frac{-1}{L} \cdot (v_2 - \frac{e_q \cdot f_2}{C \cdot x_3} + \frac{e_q \cdot x_2 \cdot f_3}{C \cdot x_3} + \frac{\dot{i}_L}{C}) \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Pour que ce retour d'état existe, il faut que la matrice  $D$  soit non singulière. Son déterminant  $\det D$  doit alors être non nul :

$$\text{Det } D = \frac{e_q}{L^2 \cdot C \cdot x_3} \quad (4.21)$$

Le réseau électrique assure en continuité la fourniture de la puissance vers le redresseur, ce qui signifie que la composante  $e_q$  de la tension d'alimentation soit toujours différente de zéro, puisque la composante  $e_d$  est nulle. Ainsi le déterminant donné par l'équation (4.21) est toujours non nul, et par conséquent la matrice de découplage  $D$  est non singulière. Le retour d'état linéarisant (4.19) est alors valable. L'application de ce retour d'état permet d'avoir deux sous systèmes linéaires, d'ordres 1 et 2 successivement :

$$\dot{z}_1 = v_1 \quad (4.22)$$

et

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = v_2 \end{cases} \quad (4.23)$$

Ces deux sous systèmes sont identiques à deux intégrateurs d'ordres 1 et 2 respectivement (Fig.4.2).

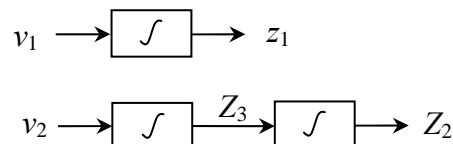


Fig.4.2 : Sous systèmes linéaires équivalents au modèle non linéaire du redresseur.

## 2.4. Boucle de réglage linéaire

Pour imposer aux sorties  $y_1$  et  $y_2$  de poursuivre leurs références  $y_{1ref} = z_{1ref} = i_{dref}$  et  $y_{2ref} = z_{2ref} = v_{dcref}$ , on applique la boucle de réglage linéaire suivante :

$$\begin{aligned} v_1 &= k_{11} \cdot (z_{1ref} - z_1) + k_{12} \cdot \int (z_{1ref} - z_1) dt + \dot{z}_{1ref} \\ v_2 &= k_{21} \cdot (z_{2ref} - z_2) + k_{22} \cdot (\dot{z}_{2ref} - \dot{z}_3) + k_{23} \cdot \int (z_{2ref} - z_2) dt + \dot{z}_{2ref} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Les termes d'intégrales dans le système (4.24) sont ajoutés dans le but d'annuler les erreurs statiques en présence d'incertitudes sur les paramètres du modèle.

Notons  $e_1 = y_{1ref} - y_1$  et  $e_2 = y_{2ref} - y_2$  les erreurs entre les références et les grandeurs à régler. En appliquant la boucle de réglage(4.24), les dynamiques de ces erreurs sont régies par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + k_{11} \dot{e}_1 + k_{12} e_1 &= 0 \\ \ddot{e}_2 + k_{21} \dot{e}_2 + k_{22} e_2 + k_{23} e_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Les polynômes correspondants à ces équations sont respectivement :  $k_{12} + k_{11}s + s^2$  et  $k_{23} + k_{22}s + k_{21}s^2 + s^3$ . Pour que les erreurs de poursuite  $e_1$  et  $e_2$  convergent vers zéro, les coefficients  $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$  et  $k_{23}$  doivent être choisis de sorte que ces polynômes sont des polynômes d'hurwitz (polynômes ayant des racines à parties réelles négatives). Ainsi ces coefficients doivent être positifs. Leurs valeurs sont choisies de manière à avoir des pôles qui assurent à la fois la stabilité et la poursuite des références.

Le polynôme  $k_{12} + k_{11}s + s^2$  a deux racines  $-s_1$  et  $-s_2$  ( $s_1 > 0$  et  $s_2 > 0$ )

$$k_{12} + k_{11}s + s^2 = 0 \Rightarrow s = -s_1 \text{ ou } s = -s_2$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} k_{12} + k_{11}s + s^2 &= (s + s_1) \cdot (s + s_2) \\ &= s_1 s_2 + (s_1 + s_2) s + s^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Par identification, on déduit les expressions des coefficients  $k_{11}$  et  $k_{12}$  en fonction de  $s_1$  et  $s_2$  :

$$\begin{cases} k_{11} = s_1 + s_2 \\ k_{12} = s_1 s_2 \end{cases} \quad (4.27)$$

Le polynôme  $k_{23} + k_{22}s + k_{21}s^2 + s^3$  possède trois racines  $-s_1$ ,  $-s_2$  et  $-s_3$  ( $s_1 > 0$ ,  $s_2 > 0$  et  $s_3 > 0$ )

$$k_{23} + k_{22}s + k_{21}s^2 + s^3 = 0 \Rightarrow s = -s_1, s = -s_2 \text{ ou } s = -s_3$$

On peut écrire donc :

$$\begin{aligned} k_{23} + k_{22}s + k_{21}s^2 + s^3 &= (s + s_1) \cdot (s + s_2) \cdot (s + s_3) \\ &= s_1 s_2 s_3 + (s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3) s + (s_1 + s_2 + s_3) s^2 + s^3 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Par identification, on déduit les expressions des coefficients  $k_{21}, k_{22}$  et  $k_{23}$  :

$$\begin{cases} k_{21} = s_1 + s_2 + s_3 \\ k_{22} = s_1 \cdot s_2 + s_2 \cdot s_3 + s_1 \cdot s_3 \\ k_{23} = s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 \end{cases} \quad (4.29)$$

Le schéma bloc de la commande non linéaire du redresseur MLI est représenté à la Fig.4.3. La boucle de réglage linéaire (la plus externe) fournit les commandes  $v_1$  et  $v_2$  à la boucle de réglage non linéaire (boucle interne). Celle-ci fournit les composantes de la tension de référence  $v_d$  et  $v_q$ , qui servent à la commande MLI vectorielle du redresseur.

## 2.5. Simulation numérique

### 2.5.1 Cas d'une charge résistive

On considère en premier lieu que la charge du redresseur est une charge résistive  $R_L$  (fig.4.3). Le courant de charge est alors exprimé par :

$$i_L = \frac{v_{dc}}{R_L} = \frac{x_3}{R_L} \quad (4.30)$$

et sa dérivée est exprimée par :

$$\dot{i}_L = \frac{1}{R_L} \cdot \frac{dx_3}{dt} = \frac{f_3}{R_L} \quad (4.31)$$

Le réseau d'alimentation a une tension de phase de 220 V, une inductance de ligne  $L = 2 \text{ mH}$  et une résistance de ligne de  $R = 2 \Omega$  (voir Annexe 1). La capacité de sortie du redresseur est  $C = 10 \text{ mF}$ . La résistance de charge du redresseur est  $R_L = 100 \Omega$ . Les paramètres des régulateurs linéaires sont les suivants :

$$\begin{aligned} k_{11} &= 50000, k_{12} = 4 \\ k_{21} &= 1000000, k_{22} = 10000 \text{ et } k_{23} = 5000. \end{aligned} \quad (4.32)$$

La Fig.4.4 montre les deux composantes  $i_d$  et  $i_q$  du courant dans le réseau, la tension redressée  $v_{dc}$  et la forme d'onde du courant dans le réseau  $i_{1res}$  comparé à la forme d'onde de la tension d'alimentation  $e_{1res}$ . On constate qu'après un régime transitoire de 0.05 secondes, la tension redressée suit sa référence de  $v_{dc\text{ref}} = 1400V$ , la composante directe du courant dans le réseau  $i_d$  tend vers sa référence nulle et la composante en quadrature  $i_q$  prend une valeur qui dépend de la résistance de charge du redresseur  $R_L$ . Le courant  $i_{1res}$  est en phase avec la tension du réseau  $e_{1res}$ , ce qui confirme que le facteur de puissance dans le réseau est unitaire.

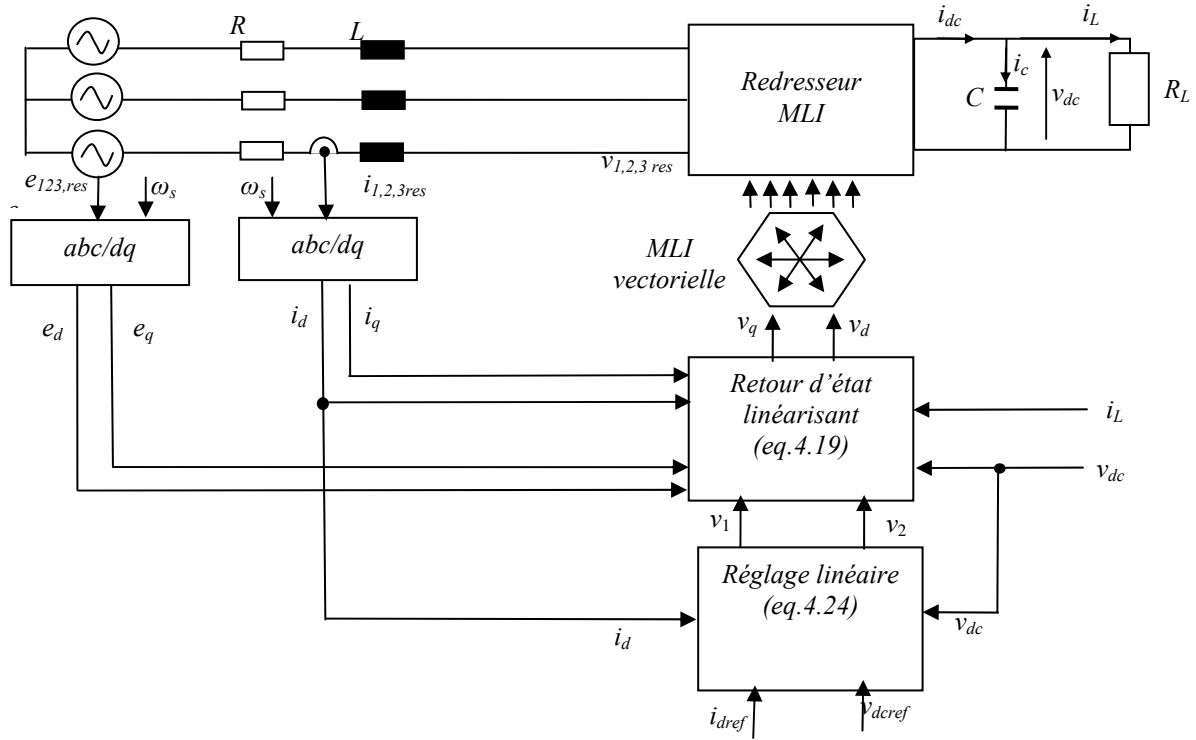


Fig.4.3 : Schéma bloc de la commande non linéaire d'un redresseur MLI avec charge résistive.

La Fig.4.5 montre le courant redressé  $i_{dc}$ , le courant dans le condensateur  $i_c$  et courant de charge  $i_L$ . On constate que le courant de charge a la même allure que la tension redressée  $v_{dc}$ . On remarque que le courant redressé  $i_{dc}$  se décompose en deux parties : une partie continue  $i_L$  passe à travers la charge, et une partie de perturbée  $i_c$  passe à travers le condensateur. Les Fig. 4.6 et 4.7 montrent les résultats de simulations en cas de variation en échelon de la charge du redresseur, qui passe à l'instant 0.2 secondes de la valeur  $R_L = 100\Omega$  à la valeur  $R_L = 50\Omega$ . On constate que ce changement de la charge n'affecte pas le facteur de puissance dans le réseau. La composante directe du courant  $i_d$  reste nulle, et le courant  $i_{1res}$  est toujours en phase avec la tension  $e_{1res}$ . On remarque aussi que la tension redressée  $v_{dc}$  n'est pas affectée par la variation de la charge. Les Fig.4.8 et 4.9 montrent la simulation de la variation en échelon de la référence de la tension redressée de la valeur  $v_{dc\ ref} = 1400V$  à la valeur  $v_{dc\ ref} = 1500V$ , à l'instant 0.4 secondes. On constate que la tension redressée  $v_{dc}$  suit la nouvelle référence après 0.05 secondes. La composante directe  $i_d$  et la forme du courant  $i_{1res}$  dans le réseau ne sont pas affectées par la variation de la référence de la tension redressée, ce qui confirme que le facteur de puissance du réseau est gardé unitaire.

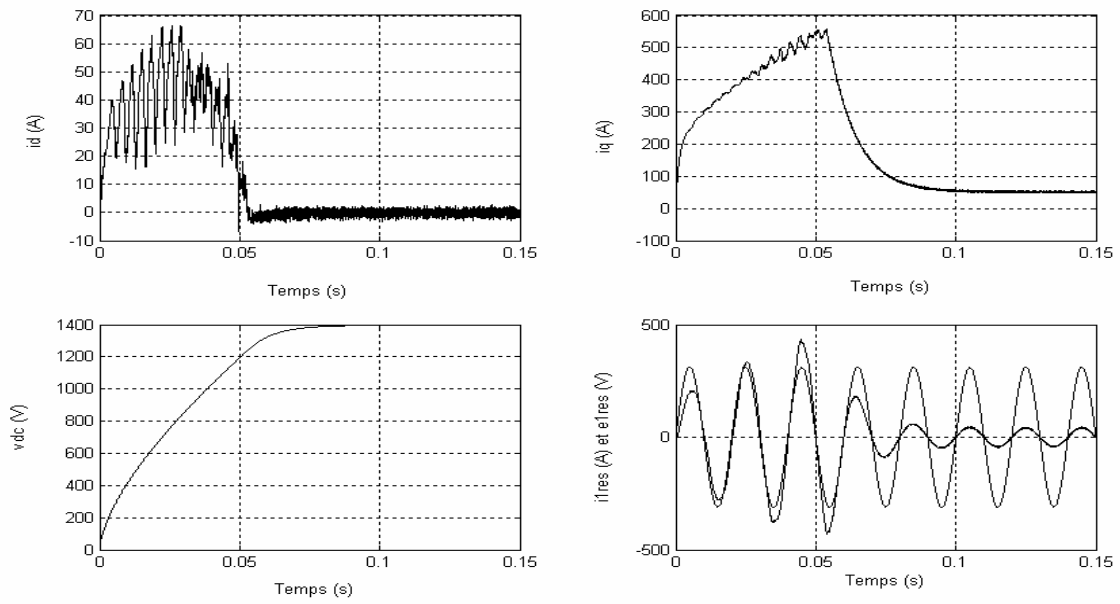


Fig.4.4 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau en régime de démarrage.

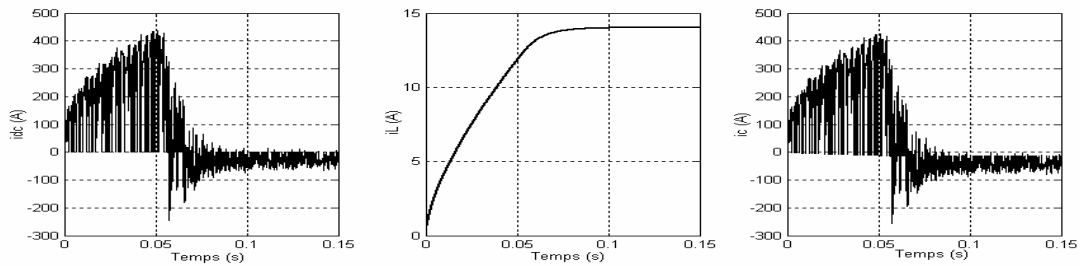


Fig.4.5 : Courants redressé, de charge et du condensateur en régime de démarrage.

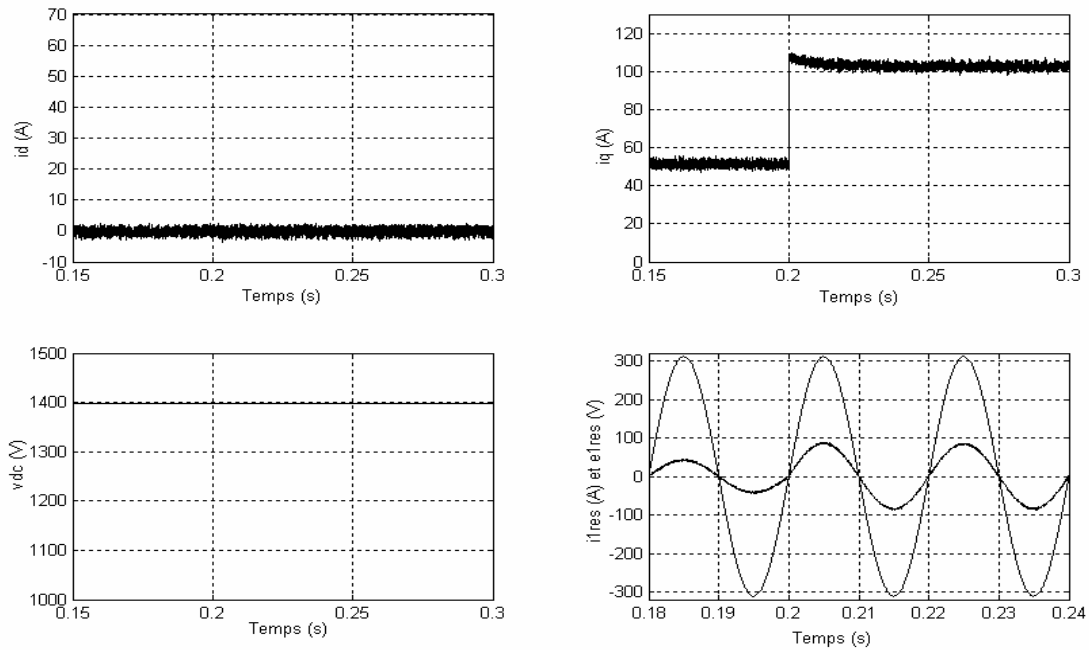


Fig.4.6 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de la charge.



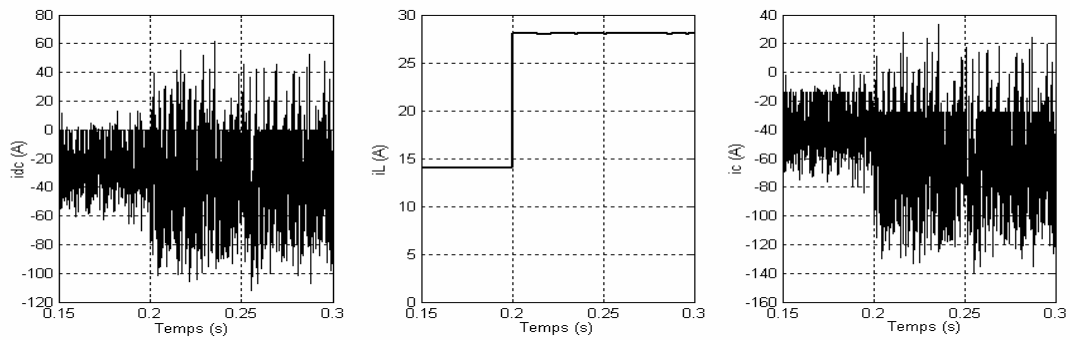


Fig.4.7 : Courants redressé, de charge et du condensateur lors d'un échelon de la charge.

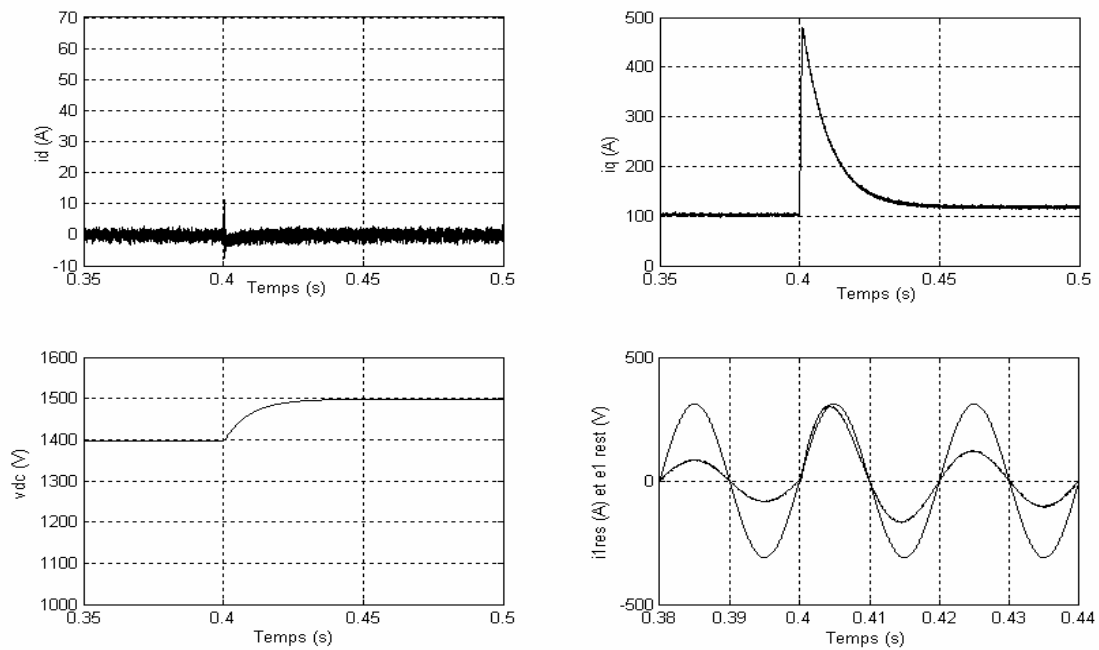


Fig.4.8 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de  $v_{dc ref}$ .

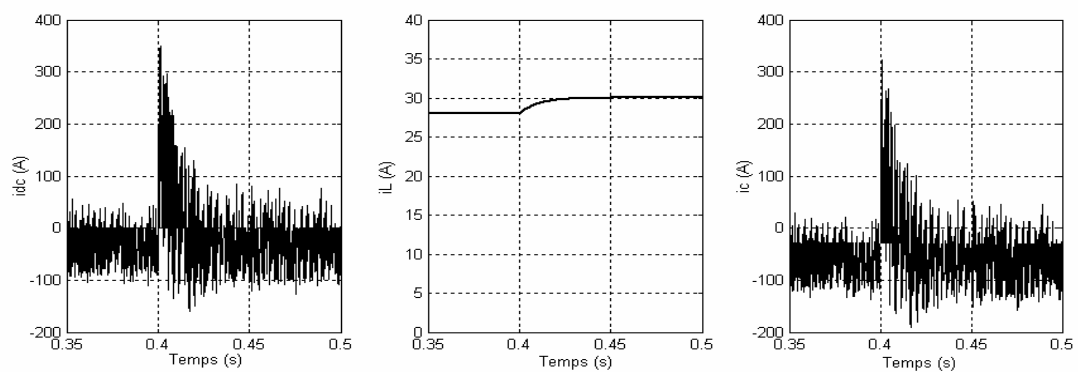


Fig.4.9 : Courants : redressé, de charge et du condensateur lors d'un échelon de  $v_{dc ref}$ .

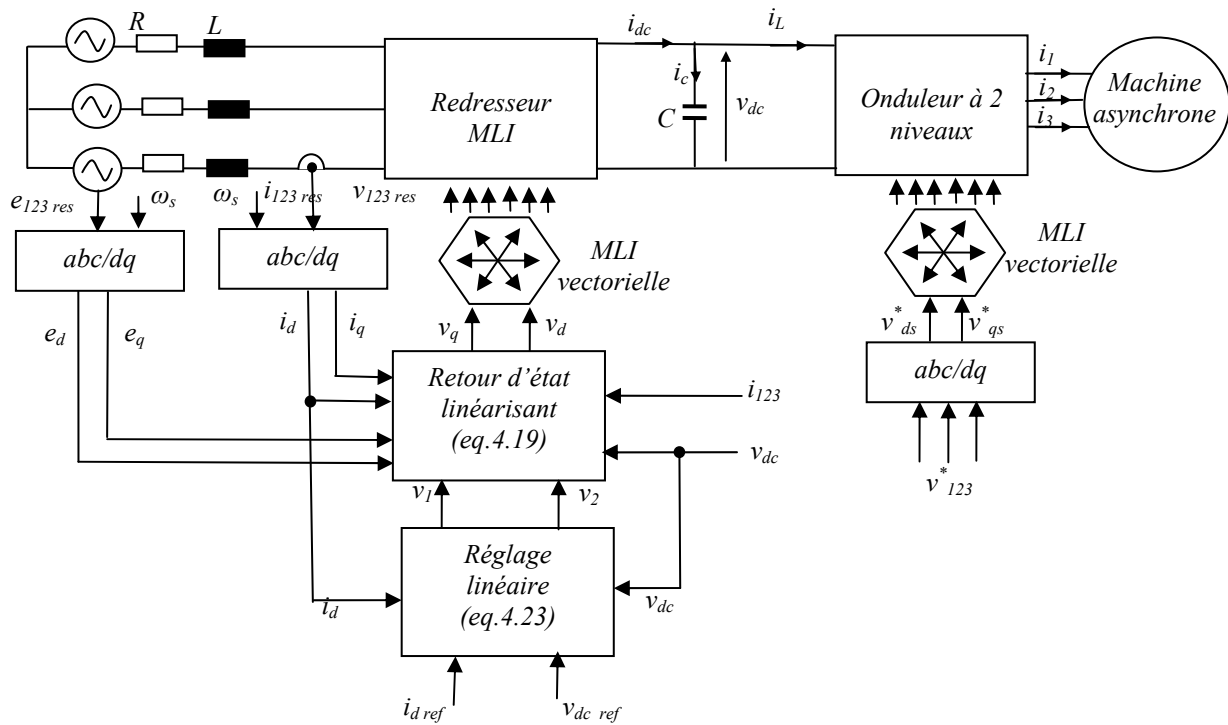


Fig.4.10 : Schéma de commande de la cascade réseau triphasé- redresseur à 2 niveaux- onduleur à 2 niveaux- machine asynchrone.

### 2.5.2 Cascade redresseur 2 niveaux- onduleur 2 niveaux- moteur asynchrone

On considère la cascade d'un réseau électrique triphasé, un redresseur à deux niveaux, un onduleur à deux niveaux et une machine asynchrone (Fig.4.10). Le redresseur et l'onduleur sont commandés en modulation vectorielle. La loi de commande linéarisante (équation(4.20)) exige la connaissance du courant de charge  $i_L$  et de sa dérivée  $\dot{i}_L$ . Le courant de charge  $i_L$  est identique au courant d'entrée de l'onduleur. Il est exprimé en fonction des courants de phase de la machine asynchrone et des fonctions de commutation des interrupteurs de l'onduleur :

$$i_L = F_{11}.i_1 + F_{12}.i_2 + F_{13}.i_3 \tag{4.33}$$

Les paramètres du réseau électrique et de la machine asynchrone sont indiqués dans l'annexe 1. Les paramètres des régulateurs linéaires sont les suivants :

$$\begin{aligned} k_{11} &= 5000000, & k_{12} &= 4; \\ k_{21} &= 100000000, & k_{22} &= 50000, & k_{23} &= 5000 \end{aligned} \tag{4.34}$$

La Fig.4.11 montre les deux composantes  $i_d$  et  $i_q$  du courant dans le réseau, la tension redressée  $v_{dc}$  et la forme d'onde du courant dans le réseau  $i_{1res}$  pendant le régime de début de fonctionnement de la cascade. On constate qu'après un régime transitoire de 2 secondes, la tension

redressée suit sa référence de  $v_{dc\ ref} = 1400V$  , la composante directe du courant dans le réseau  $i_d$  tend vers sa référence nulle et la composante en quadrature  $i_q$  prend une valeur dépendante du couple de charge de la machine asynchrone. Par comparaison avec le cas d'une charge résistive, on remarque que le temps de réponse de la tension redressée et du courant dans le réseau est nettement plus grand dans le cas de la cascade. Ce temps de réponse est imposé d'un côté par la montée de la vitesse de la machine asynchrone pendant le démarrage, d'une valeur initiale nulle à  $104\ rad / s$  . Une autre raison de cette lenteur est le fait que la tension redressée est très grande par rapport à la tension du réseau d'alimentation. On remarque aussi que le courant de phase dans le réseau est beaucoup plus pollué et déformé en cas de la cascade par rapport au cas d'une charge résistive. Cette déformation est provoquée par les interruptions successives au niveau de l'onduleur.

La Fig.4.12 montre le résultat de simulation de la variation en échelon du couple de charge de la machine asynchrone, à l'instant 4 secondes, de la valeur  $0\ N.m$  à la valeur  $1000\ N.m$  . Ce changement du couple résistant n'affecte pas la tension redressée  $v_{dc}$  qui reste égale à sa référence. La composante  $i_d$  du courant dans le réseau garde sa valeur nulle et n'est pas affectée par la variation du couple résistant. Le courant du réseau  $i_{1res}$  est en phase avec la tension du réseau  $e_{1res}$  . La composante  $i_q$  du courant du réseau subit une légère augmentation, en proportion avec le couple résistant appliqué.

La Fig.4.13 montre la simulation de la variation en échelon de la référence de la tension redressée, à l'instant 6 secondes, de la valeur  $v_{dc\ ref} = 1400V$  à la valeur  $v_{dc\ ref} = 1500V$  . On constate que la tension redressée  $v_{dc}$  suit la nouvelle référence. La composante directe  $i_d$  et la forme du courant  $i_{1res}$  dans le réseau ne sont pas affectées par la variation de la référence de la tension redressée, ce qui confirme que le facteur de puissance du réseau est gardé unitaire.

La Fig.4.14 montre les différents courants du bus continu entre le redresseur et l'onduleur : le courant redressé  $i_{dc}$  , le courant dans le condensateur  $i_c$  , le courant d'entrée de l'onduleur  $i_L$  ainsi que le courant de phase de la machine asynchrone  $i_1$  . Le zoom montre la nature périodique de ces courants. Les courants du bus continu ont une fréquence égale à six fois la fréquence du courant de phase de la machine asynchrone.

La Fig.4.15 montre l'allure des variables de la machine asynchrone : la vitesse de rotation, le couple électromagnétique, le module du flux rotorique et le module du courant statorique. L'application du couple résistant à l'instant 4 secondes et la variation de la tension de référence à l'instant 6 secondes provoquent des variations de la vitesse de rotation, du fait qu'il n'y a aucune boucle de réglage de cette vitesse.

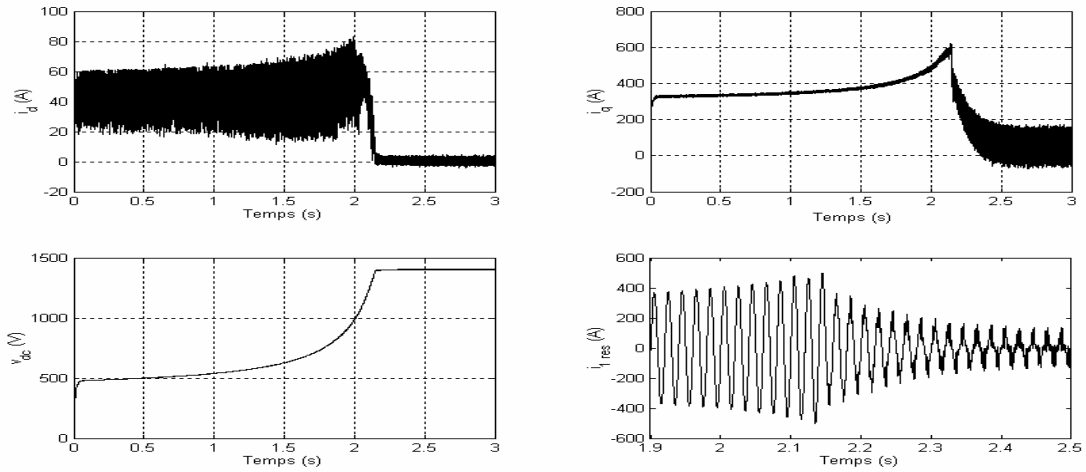


Fig.4.11 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau en régime de démarrage.

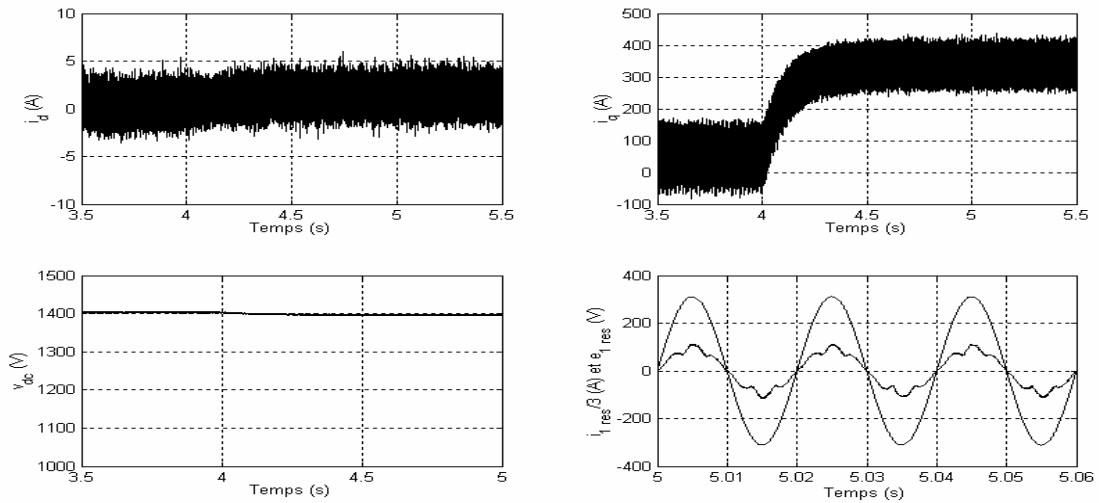


Fig.4.12 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de la charge.

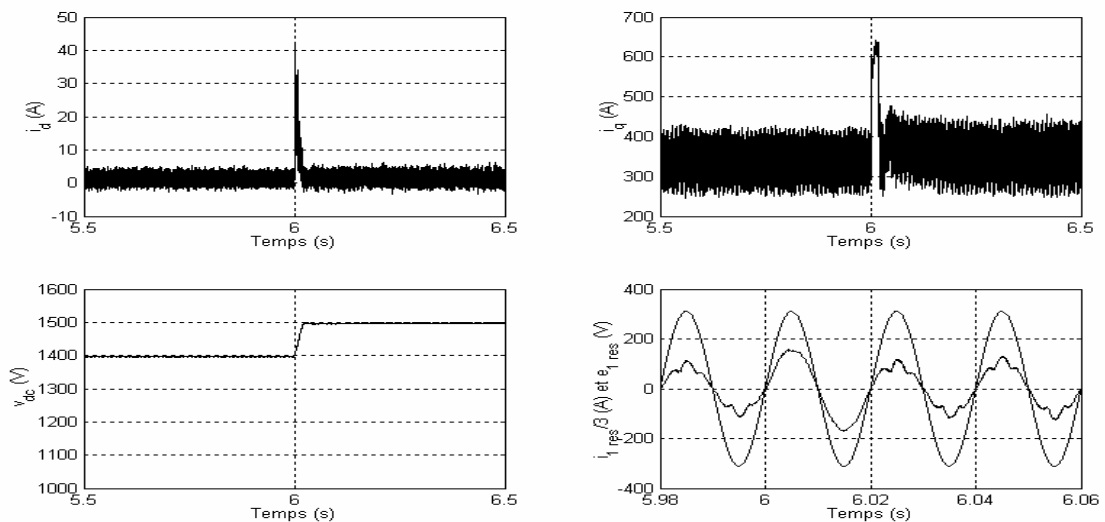


Fig.4.13 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon  $dev_{dc\ ref}$ .

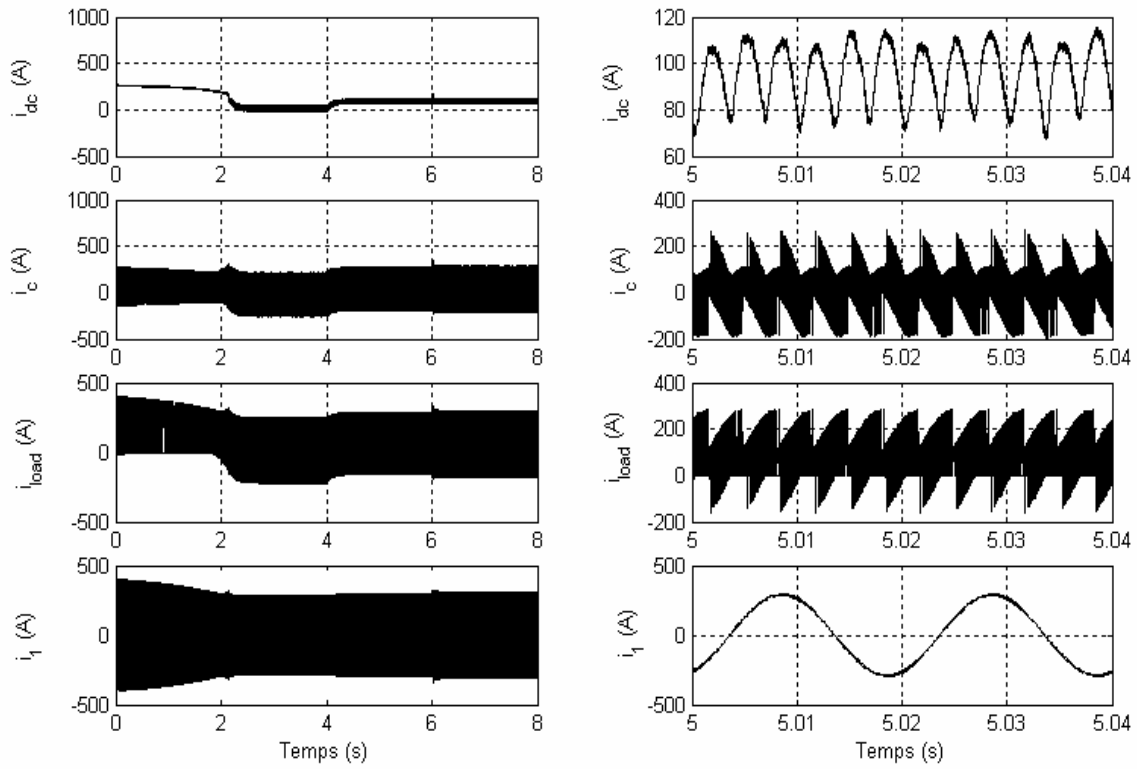


Fig.4.14 : Courants : redressé, du condensateur, d'entrée de l'onduleur et de la machine asynchrone.

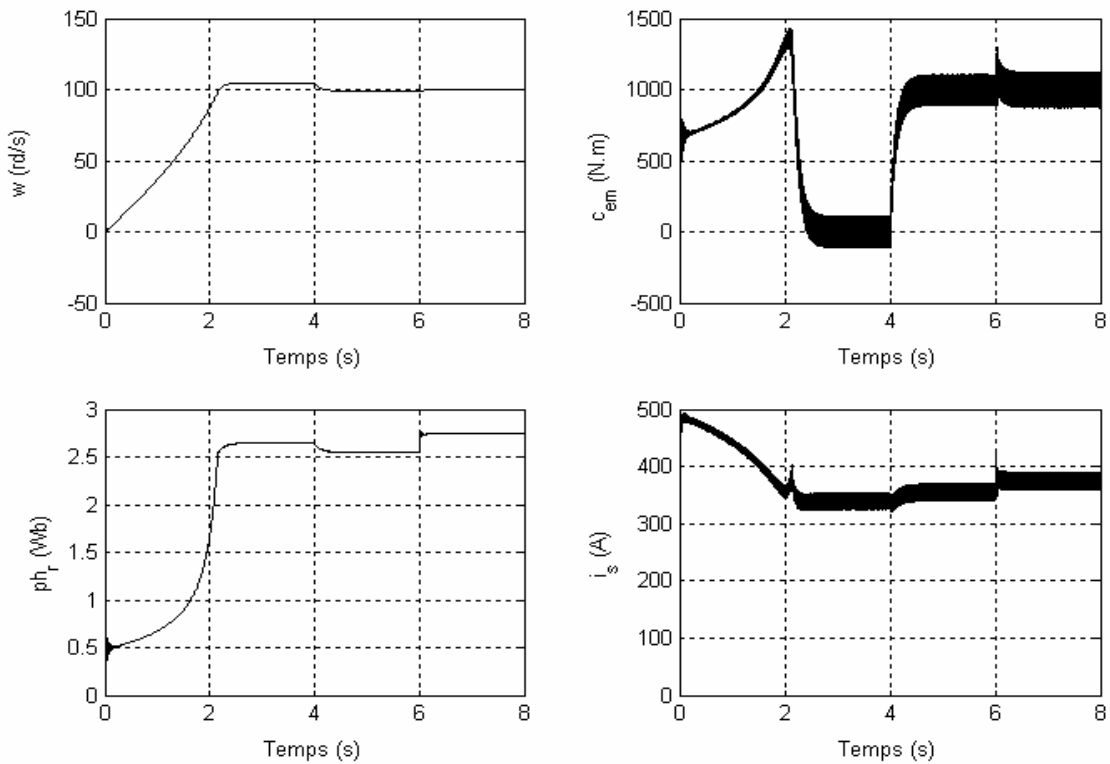


Fig.4.15 : Vitesse, couple, module de flux et module de courant de la machine asynchrone.

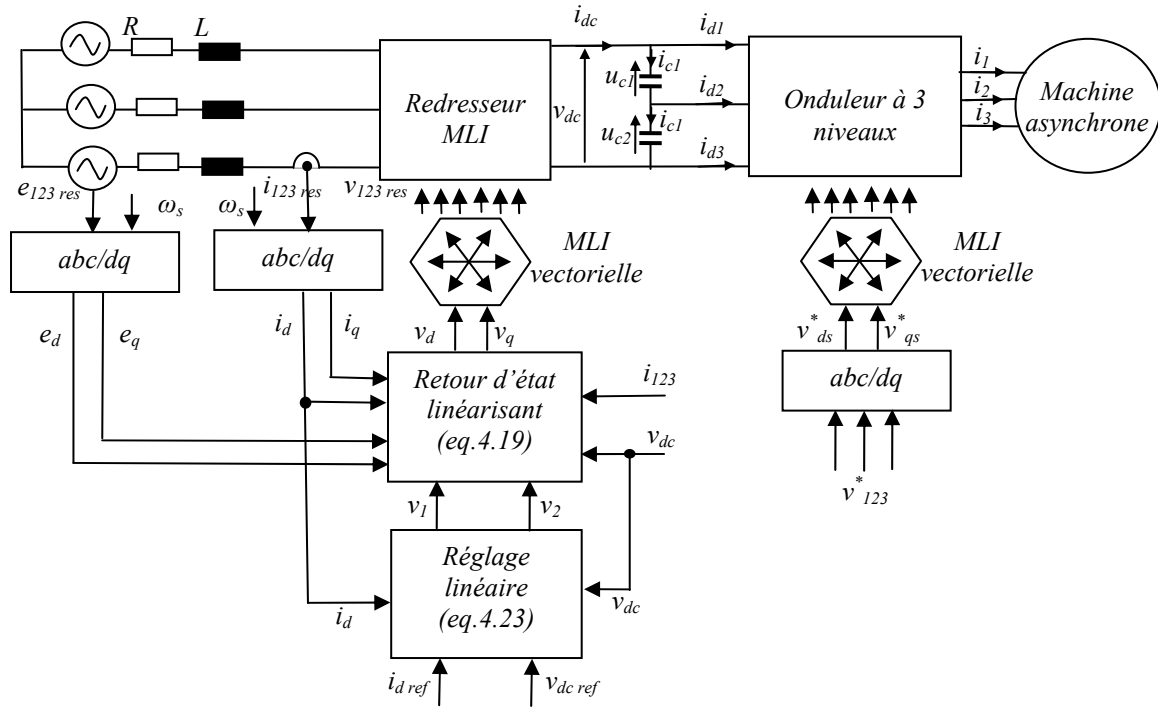


Fig.4.16 : Schéma de commande de la cascade réseau triphasé- redresseur à 2 niveaux- onduleur à 3 niveaux- machine asynchrone.

### 2.5.3 Cascade redresseur à 2 niveaux- onduleur à 3 niveaux- moteur asynchrone

On considère la cascade d'un réseau électrique triphasé, un redresseur à deux niveaux, un onduleur à trois niveaux et une machine asynchrone (Fig.4.16). Le redresseur et l'onduleur sont commandés en modulation vectorielle. En appliquant les lois de Kirchhoff, on peut déduire l'équation différentielle qui gère le fonctionnement du bus continu entre les deux convertisseurs. La loi des nœuds donne :

$$\begin{aligned} i_{c1} &= i_{dc} - i_{d1} \\ i_{c2} &= i_{c1} - i_{d2} = i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} \end{aligned} \tag{4.35}$$

Les dérivées des tensions des condensateurs sont exprimées par :

$$\begin{aligned} \frac{du_{c1}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c1} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1}) \\ \frac{du_{c2}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c2} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1} - i_{d2}) \end{aligned} \tag{4.36}$$

On déduit l'expression de la dérivée de la tension du bus continu  $v_{dc}$  :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{d(u_{c1} + u_{c2})}{dt} = \frac{1}{C} \cdot (2 \cdot i_{dc} - 2 \cdot i_{d1} - i_{d2}) \tag{4.37}$$

Par analogie avec l'équation (4.4), on exprime le courant de charge par :  $i_L = 2 \cdot i_{d1} + i_{d2}$

On a alors l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{1}{C} \cdot (2 \cdot i_{dc} - i_L) \tag{4.38}$$

Cette équation remplace l'équation (4.4) pendant la phase d'écriture du modèle du redresseur. Ainsi le modèle (4.7) sera remplacé par :

$$\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{dv_{dc}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}.i_d + \omega.i_q \\ -\frac{R}{L}.i_q - \omega.i_d + \frac{e_q}{L} \\ \frac{2.e_q.i_q}{C.v_{dc}} - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Et la loi de commande (4.20) sera remplacée par :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \frac{2.e_q}{C.L^2.x_3} \begin{pmatrix} \frac{-2.e_q}{L.C.x_3}.(v_1 - f_1) \\ \frac{-1}{L}.(v_2 - \frac{2.e_q.f_2}{C.x_3} + \frac{2.e_q.x_2.f_3}{C.x_3} + \frac{\dot{i}_L}{C}) \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Les paramètres du réseau électrique et de la machine asynchrone sont indiqués dans l'annexe 1. Les paramètres des régulateurs linéaires sont les suivants :

$$\begin{aligned} k_{11} &= 5000000, & k_{12} &= 4; \\ k_{21} &= 200000000, & k_{22} &= 50000, & k_{23} &= 5000 \end{aligned} \quad (4.41)$$

La Fig.4.17 montre la les deux composantes  $i_d$  et  $i_q$  du courant dans le réseau, la tension redressée  $v_{dc}$  et la forme d'onde du courant dans le réseau  $i_{1res}$  pendant le régime de début de fonctionnement de la cascade. La tension redressée suit sa référence de  $v_{dc\ ref} = 1400V$  après un régime transitoire, la composante directe du courant dans le réseau  $i_d$  tend vers sa référence nulle et la composante en quadrature  $i_q$  prend une valeur dépendante du couple de charge de la machine asynchrone.

La Fig.4.18 présente le courant du réseau et la tension redressée suite à une variation en échelon du couple résistant de la machine asynchrone, à l'instant 4 secondes, de la valeur  $0\ N.m$  à la valeur  $900\ N.m$ . La tension redressée  $v_{dc}$  reste égale à sa référence. La composante  $i_s$  du courant dans le réseau garde sa valeur nulle. Le courant du réseau  $i_{1res}$  est en phase avec la tension du réseau  $e_{1res}$ . La composante  $i_q$  du courant du réseau subit une légère augmentation, suivant le couple résistant appliqué.

La Fig.4.19 montre la simulation de la variation en échelon de la référence de la tension redressée, à l'instant 6 secondes, de la valeur  $v_{dc\ ref} = 1400V$  à la valeur  $v_{dc\ ref} = 1500V$ . La tension redressée  $v_{dc}$  suit la nouvelle référence. La composante directe  $i_d$  reste nulle. Le courant  $i_{1res}$  dans le réseau reste en phase avec la tension du réseau.

La Fig.4.20 montre les différents courants du bus continu entre le redresseur et l'onduleur, ainsi que le courant de phase de la machine asynchrone. Le zoom de ces courants montre leur nature périodique. Les courants du bus continu ont une fréquence égale à six fois la fréquence du courant de phase de la machine asynchrone.

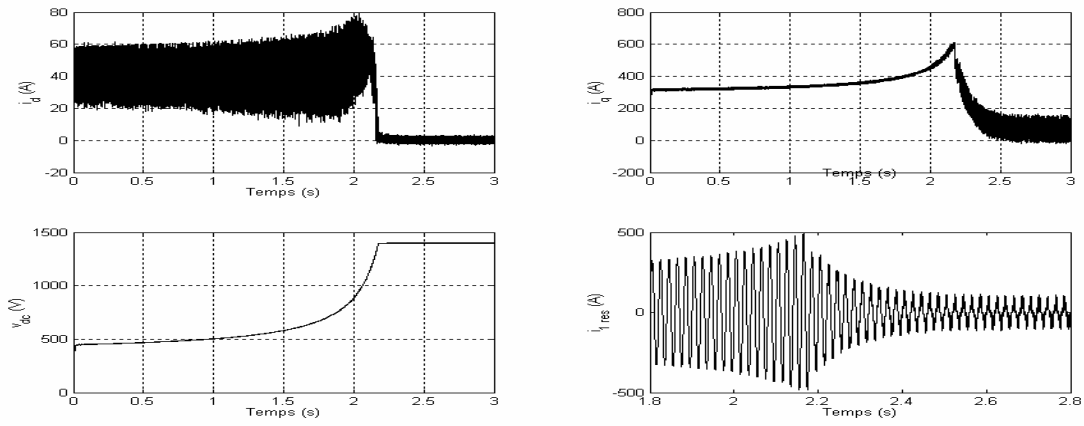


Fig.4.17 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau en régime de démarrage.

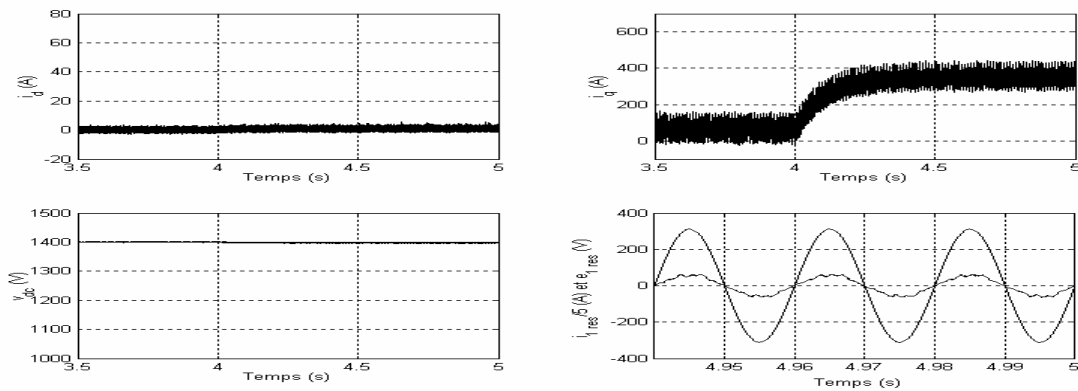


Fig.4.18 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de la charge.

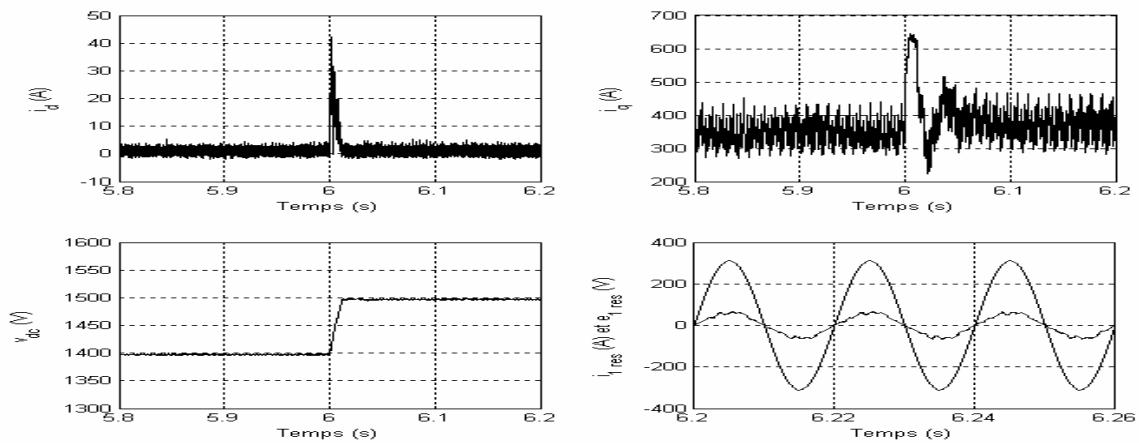


Fig.4.19 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de  $v_{dc\ ref}$ .

La Fig.4.21 montre l'allure des variables de la machine asynchrone. On constate que l'application d'un couple résistant à 4secondes provoque des variations de la vitesse de rotation, à cause de l'absence de la boucle de réglage pour les variables de la machine asynchrone.



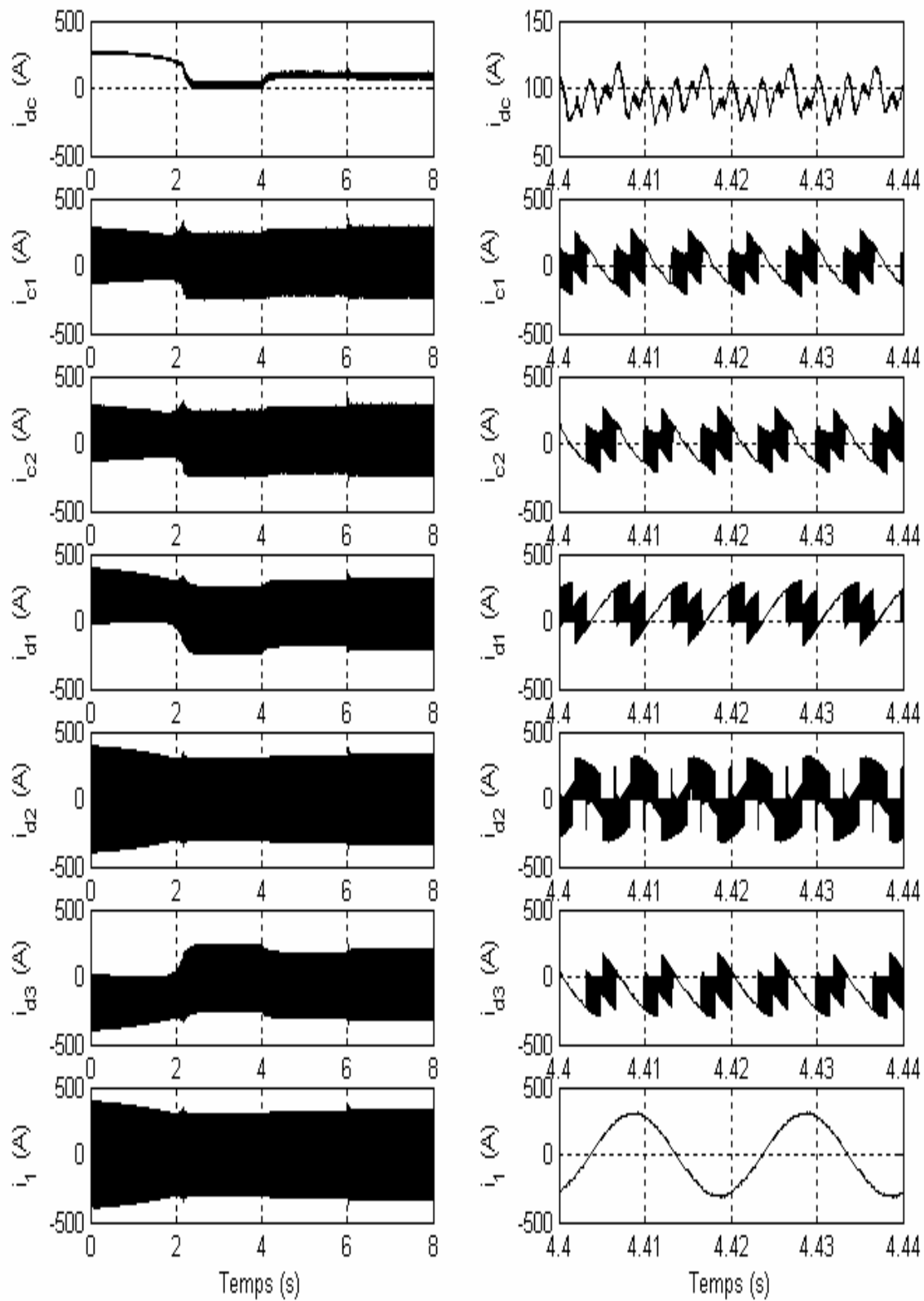


Fig.4.20 : Courants redressé, du condensateur, d'entrée de l'onduleur et de la machine asynchrone.

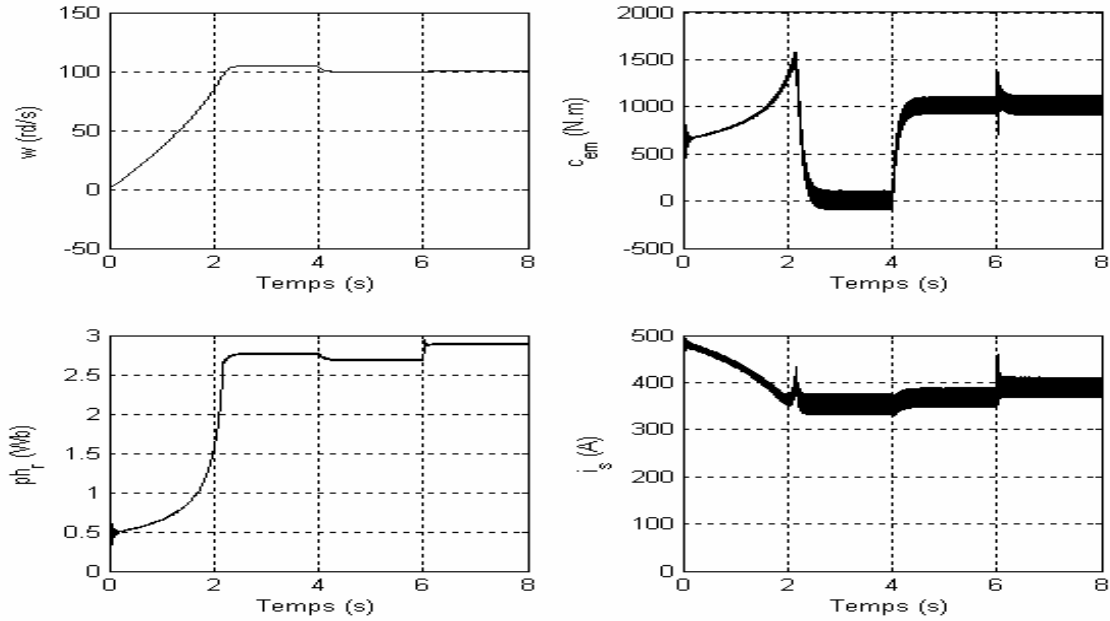


Fig.4.21 : Vitesse, couple, module de flux et module de courant de la machine asynchrone.

### 2.5.4 Cascade redresseur 2 niveaux- onduleur 5 niveaux- moteur asynchrone

La Fig.4.22 montre le schéma de commande de a cascade d'un réseau électrique triphasé, un redresseur à deux niveaux, un onduleur à trois niveaux et une machine asynchrone. Le redresseur et l'onduleur sont commandés en modulation vectorielle. L'équation différentielle qui gère le fonctionnement du bus continu entre les deux convertisseurs est obtenue en appliquant les lois de Kirchhoff. La loi des nœuds donne :

$$\begin{aligned}
 i_{c1} &= i_{dc} - i_{d1} \\
 i_{c2} &= i_{c1} - i_{d2} = i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} \\
 i_{c3} &= i_{c2} - i_{d3} = i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} - i_{d3} \\
 i_{c4} &= i_{c3} - i_{d4} = i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} - i_{d3} - i_{d4}
 \end{aligned}
 \tag{4.42}$$

Les dérivées des tensions des condensateurs sont exprimées par :

$$\begin{aligned}
 \frac{du_{c1}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c1} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1}) \\
 \frac{du_{c2}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c2} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1} - i_{d2}) \\
 \frac{du_{c3}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c3} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} - i_{d3}) \\
 \frac{du_{c4}}{dt} &= \frac{1}{C} \cdot i_{c4} = \frac{1}{C} \cdot (i_{dc} - i_{d1} - i_{d2} - i_{d3} - i_{d4})
 \end{aligned}
 \tag{4.43}$$

On déduit l'expression de la dérivée de la tension du bus continu  $v_{dc}$  :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = u_{c1} + u_{c2} + u_{c3} + u_{c4} = \frac{1}{C} \cdot (4i_{dc} - 4i_{d1} - 3i_{d2} - 2i_{d3} - i_{d4})
 \tag{4.44}$$

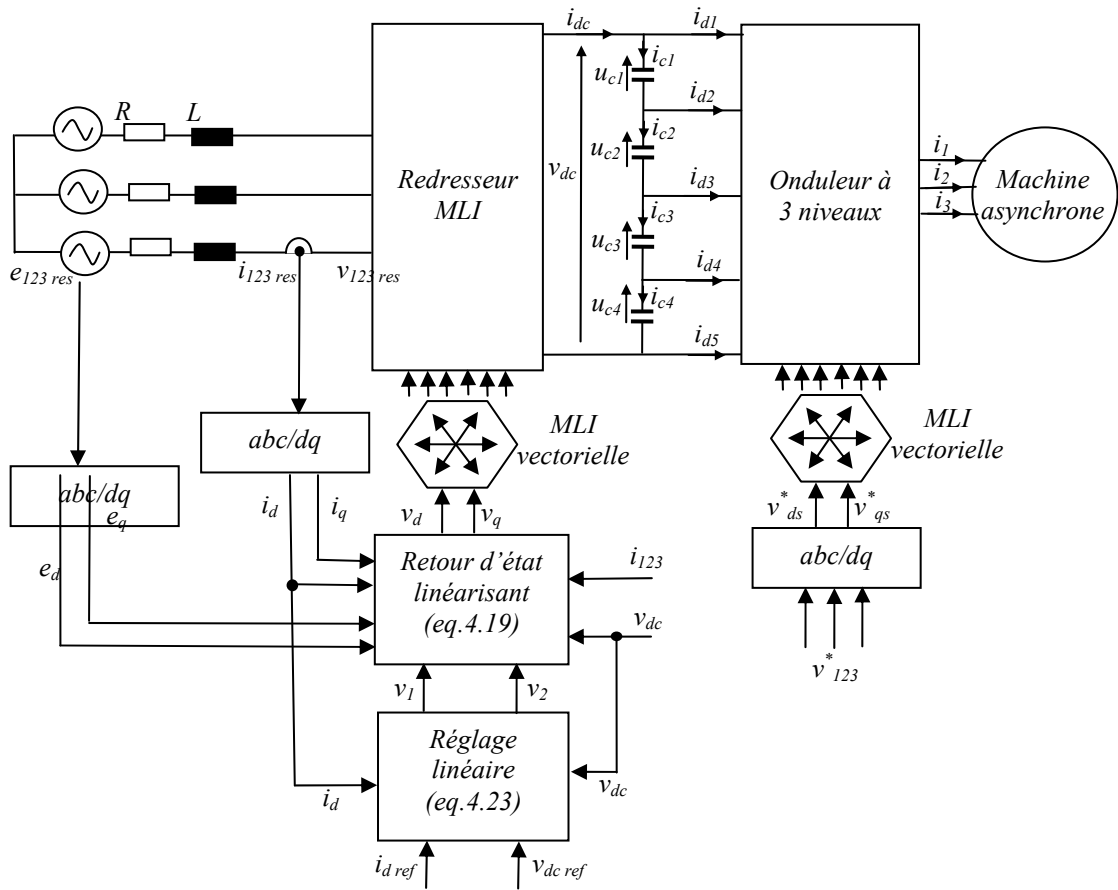


Fig.4.22 : Schéma de commande de la cascade réseau triphasé- redresseur à 2 niveaux- onduleur à 5 niveaux- machine asynchrone.

Par analogie avec l'équation (4.4), on exprime le courant de charge par :  $i_L = 4.i_{d1} + 3.i_{d2} + 2.i_{d3} + i_{d4}$

On a alors l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{1}{C} \cdot (4.i_{dc} - i_L) \tag{4.45}$$

Cette équation remplace l'équation (4.4) pendant la phase d'écriture du modèle du redresseur. Ainsi le modèle (4.7) sera remplacé par :

$$\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{dv_{dc}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} \cdot i_d + \omega \cdot i_q \\ -\frac{R}{L} \cdot i_q - \omega \cdot i_d + \frac{e_q}{L} \\ \frac{4e_q \cdot i_q}{C v_{dc}} - \frac{i_L}{C} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \tag{4.46}$$

et la loi de commande (4.20) sera remplacée par :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \frac{4e_q}{C.L^2.x_3} \begin{pmatrix} \frac{-4e_q}{L.C.x_3} \cdot (v_1 - f_1) \\ \frac{-1}{L} \cdot (v_2 - \frac{4e_q.f_2}{C.x_3} + \frac{4e_q.x_2.f_3}{C.x_3} + \frac{\dot{i}_L}{C}) \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Les paramètres du réseau électrique et de la machine asynchrone sont indiqués dans l'annexe 1. Les paramètres des régulateurs linéaires sont les suivants :

$$\begin{aligned} k_{11} &= 5000000, & k_{12} &= 4, \\ k_{21} &= 300000000, & k_{22} &= 60000, & k_{23} &= 5000. \end{aligned} \quad (4.48)$$

La Fig.4.23 montre le régime transitoire de début de fonctionnement de la cascade. Par comparaison avec le cas de l'onduleur à deux et à trois niveaux (Fig.4.11 et 4.17), on constate des fortes perturbations sur la tension redressée  $v_{dc}$  et les deux composantes  $i_d$  et  $i_q$  du courant dans le réseau. Ces perturbations sont dues à la forme des quatre tensions des condensateurs. Ces tensions prennent des valeurs importantes en ce régime transitoire avant de se stabiliser (Fig.2.19). Après ce régime transitoire, la tension redressée suit sa référence de  $v_{dc\,ref} = 1400V$ , la composante directe du courant dans le réseau  $i_d$  tend vers sa référence nulle et la composante en quadrature  $i_q$  prend une valeur dépendante du couple de charge de la machine asynchrone.

Les Fig.4.24 et 4.25 montrent les tests de variation du couple résistant et de la référence de la tension redressée. La variation du couple résistant à l'instant 4 secondes (Fig.4.24) n'affecte pas la forme de la tension redressée  $v_{dc}$  et de la composante directe  $i_d$  du courant dans le réseau. Ce courant  $i_{1res}$  reste en phase avec la tension de phase  $e_{1res}$ , et le facteur de puissance est gardé unitaire. La variation de la référence de la tension redressée à l'instant 6 secondes (Fig.4.25) n'affecte pas le déphasage nulle entre le courant et la tension du réseau d'alimentation. La Fig.4.26 montre le caractère périodique des courants dans le bus continu intermédiaire. La Fig.4.27 montre la forme des variables de la machine asynchrone. L'application d'un couple de charge (à 4 secondes) et la variation de la référence de tension redressée (à 6 secondes) provoquent des variations sur la vitesse de rotation. Si on veut garder cette vitesse constante, on doit ajouter une boucle de réglage des variables de la machine, ce qui est l'objet du paragraphe suivant.

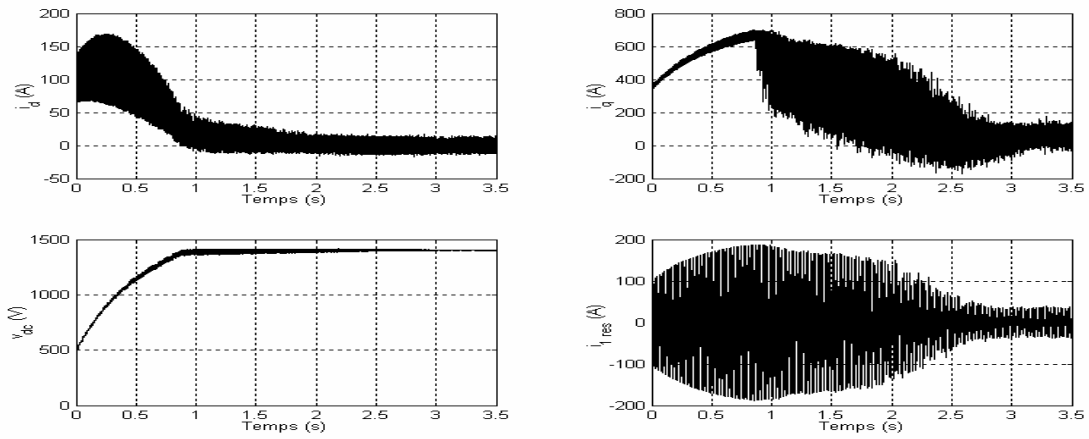


Fig.4.23 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau en régime de démarrage.

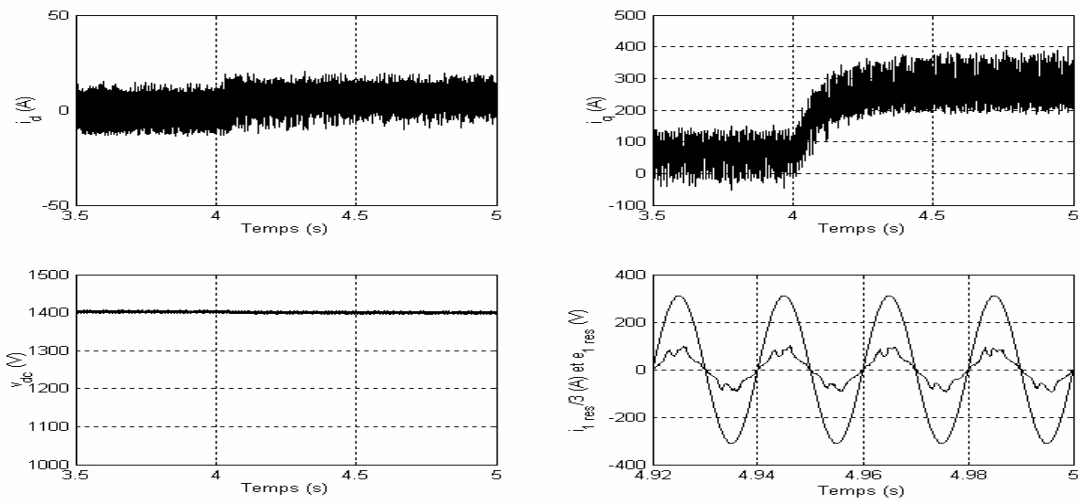


Fig.4.24 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon de la charge.

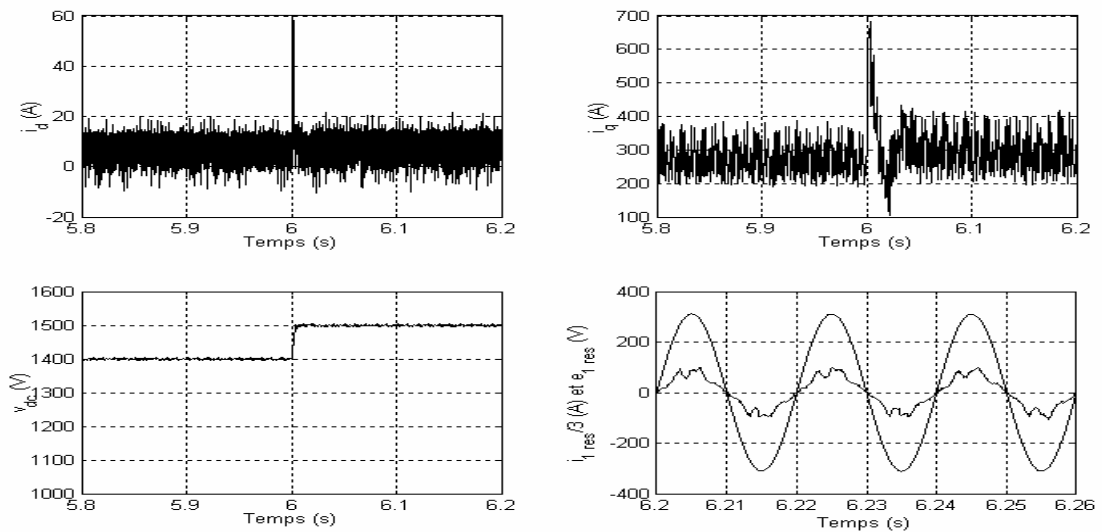


Fig.4.25 : Tension redressée  $v_{dc}$  et courant du réseau lors d'un échelon  $dev_{dc\ ref}$ .

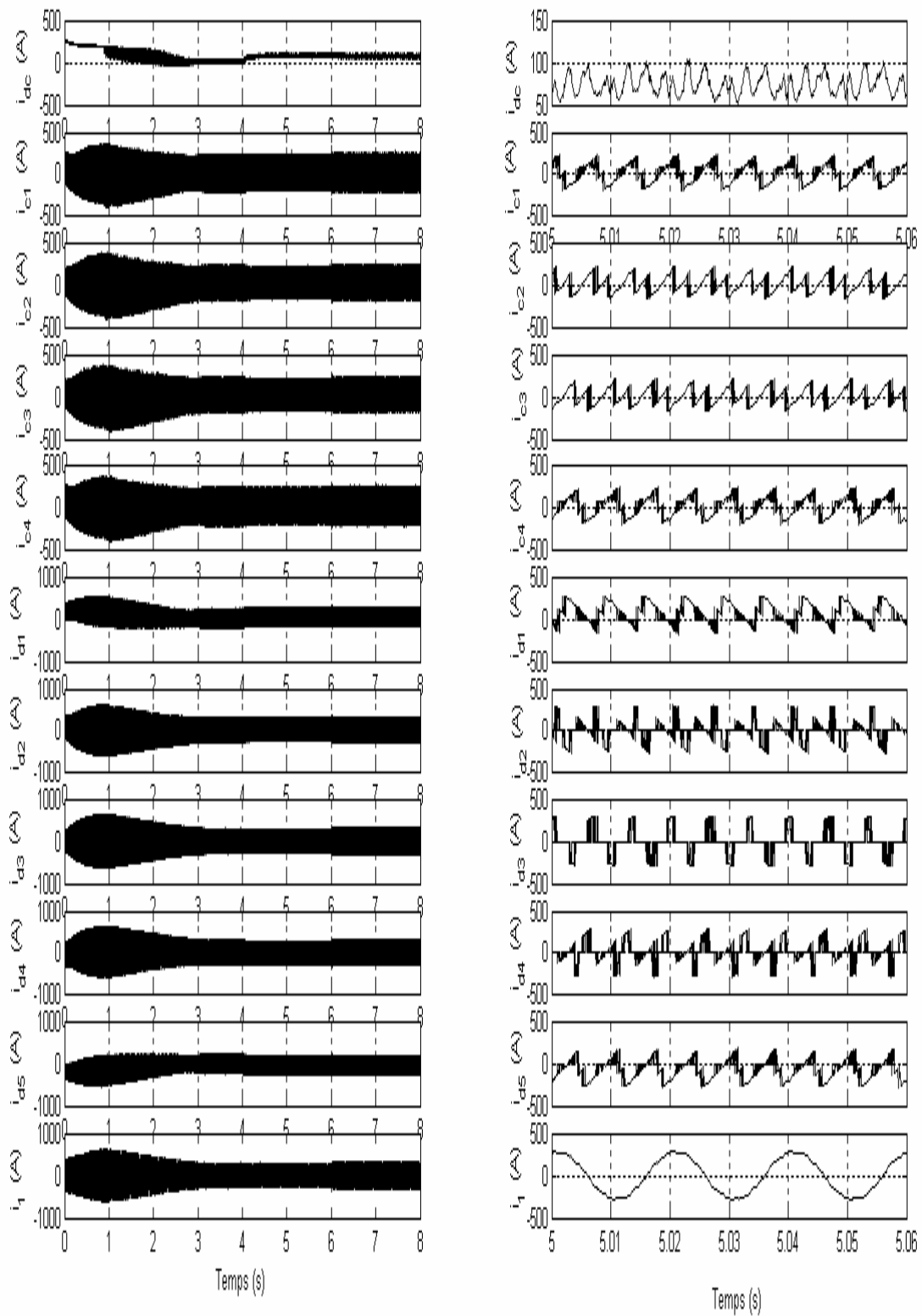


Fig.4.20 : Courants redressé, du condensateur, d’entrée de l’onduleur et de la machine asynchrone.

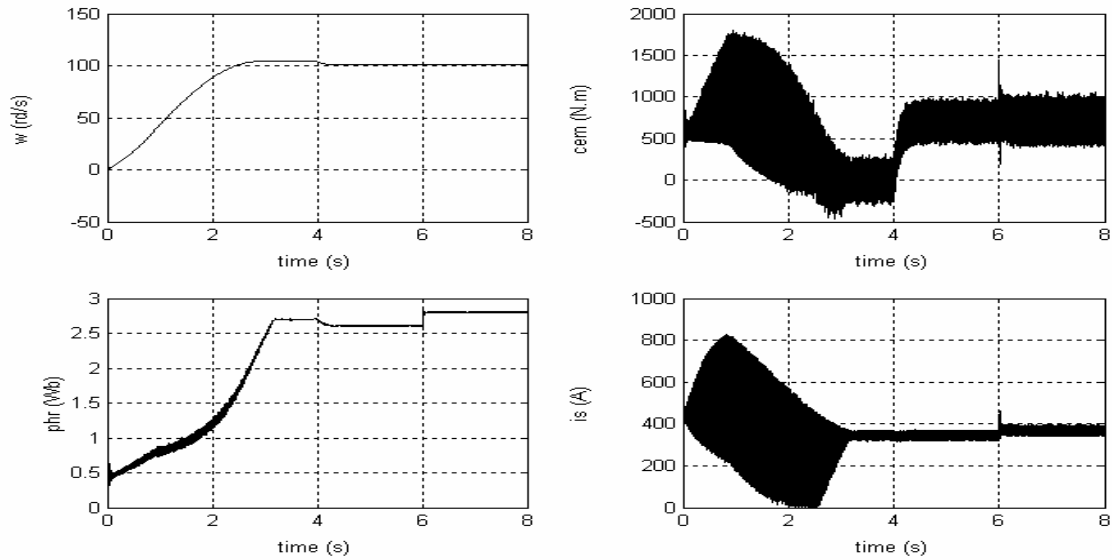


Fig.4.21 : Vitesse, couple, module de flux et module de courant de la machine asynchrone.

### 3. Commande linéarisante appliquée à la machine asynchrone

#### 3.1. Modèle d'état de la machine

La machine asynchrone est modélisée dans le repère de Park par un système de cinq équations différentielles. On choisie comme variables d'état les deux composantes du courant statorique  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ , les deux composantes du flux magnétique rotorique  $\phi_{dr}$  et  $\phi_{qr}$ , ainsi que la vitesse angulaire de rotation  $\Omega$ . Les deux variables d'entrée du modèle sont les deux composantes de la tension startorique  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  (équation 1.17 du chapitre 1):

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_1$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \\ \Omega \end{pmatrix}; \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma x_1 + \omega x_2 + \frac{k}{T_r} x_3 + p k x_4 x_5 \\ -\omega x_1 - \gamma x_2 + \frac{k}{T_r} x_4 - p k x_3 x_5 \\ \frac{L_m}{T_r} x_1 - \frac{x_3}{T_r} + (\omega - p x_5) x_4 \\ \frac{L_m}{T_r} x_2 - \frac{x_4}{T_r} - (\omega - p x_5) x_3 \\ \frac{p L_m}{j L_r} (x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{C_r}{j} \end{pmatrix}; \quad g(x) = (g_1 \quad g_2) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

avec:

$$T_r = \frac{L_r}{r_r} ; \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

$$k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} ; \gamma = \frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{r_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}$$
(4.50)

$L_s, L_r, L_m, r_s, r_r, p, j$  sont les paramètres électriques et mécaniques de la machine, et  $\omega$  c'est la pulsation du repère choisi pour la transformation de Park. On choisi un repère lié au stator :  $\omega = 0$  .

Le modèle (4.49) devient alors :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u_1$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \\ \Omega \end{pmatrix} ; u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma x_1 + \frac{k}{T_r} x_3 + p k x_3 x_5 \\ -\gamma x_2 + \frac{k}{T_r} x_4 - p k x_4 x_5 \\ \frac{L_m}{T_r} x_1 - \frac{x_3}{T_r} - p x_5 x_4 \\ \frac{L_m}{T_r} x_2 - \frac{x_4}{T_r} + p x_5 x_3 \\ \frac{p L_m}{j L_r} (x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{C_r}{j} \end{pmatrix} ; g(x) = (g_1 \quad g_2) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(4.51)

Ce système présente une non linéarité par rapport aux variables d'état. On peut alors appliquer la théorie de la commande linéarisante. On choisi le couple électromagnétique et la norme du flux rotorique comme grandeurs de sorties :

$$y_1 = h_1(x) = \phi_r^2 = \phi_{\alpha r}^2 + \phi_{\beta r}^2 = x_3^2 + x_4^2$$

$$y_2 = h_2(x) = c_{em} = \frac{p L_m}{L_r} (x_2 x_3 - x_1 x_4)$$
(4.52)

### 3.2. Degré relatif

On calcule le degré relatif associé à chacune des deux sorties  $y_1$  et  $y_2$  , en effectuant des dérivations successives par rapport au temps, jusqu'à l'apparition d'une des entrées.



**Sortie  $y_1$  :**

*Première derivation:*

$$- \dot{y}_1 = L_f h_1(x) + L_{g_1} h_1(x) u_1 + L_{g_2} h_1(x) u_2$$

avec

$$L_f h_1(x) = 2(x_3 f_3 + x_4 f_4)$$

$$L_{g_1} h_1(x) = L_{g_2} h_1(x) = 0$$

*Deuxième derivation :*

$$- \ddot{y}_1 = L_f^2 h_1(x) + L_{g_1} L_f h_1(x) u_1 + L_{g_2} L_f h_1(x) u_2$$

avec :

$$L_f^2 h_1(x) = 2 \frac{L_m}{T_r} (x_3 f_1 + x_4 f_2) - \frac{2}{T_r} (x_3 f_3 + x_4 f_4) - 2 p x_5 (x_3 f_4 - x_4 f_3) + 2(f_3^2 + f_4^2)$$

$$L_{g_1} L_f h_1(x) = \frac{2 L_m}{\sigma L_s T_r} x_3$$

$$L_{g_2} L_f h_1(x) = \frac{2 L_m}{\sigma L_s T_r} x_4$$

Les entrées  $u_1 = v_{ds}$  et  $u_2 = v_{qs}$  apparaissent après la deuxième dérivation de la sortie  $y_1$ . Ainsi, le degré relatif associé à cette sortie est égal à 2 :

$$r_1 = 2 \tag{4.53}$$

**Sortie  $y_2$ :**

*Première derivation:*

$$\dot{y}_2 = L_f h_2(x) + L_{g_1} h_2(x) u_1 + L_{g_2} h_2(x) u_2$$

avec :

$$L_f h_2(x) = \frac{p L_m}{L_r} (x_2 f_3 + x_3 f_2 - x_4 f_1 - x_1 f_4)$$

$$L_{g_1} h_2(x) = \frac{-p L_m}{\sigma L_s L_r} x_4$$

$$L_{g_2} h_2(x) = \frac{p L_m}{\sigma L_s L_r} x_3$$

Les entrées  $u_1 = v_{ds}$  et  $u_2 = v_{qs}$  apparaissent après la première dérivation de la sortie  $y_2$ . Ainsi, le degré relatif associé à cette sortie est égal à 1 :

$$r_2 = 1 \tag{4.54}$$

La somme des degrés relatifs ( $r_1 + r_2 = 3$ ) est alors inférieur à l'ordre du système ( $n = 5$ ). La linéarisation est donc associée à une dynamique interne d'ordre deux ( $n - r_1 - r_2 = 5 - 3 = 2$ ).

### 3.3. Boucle de linéarisation

On utilise les dérivées successives des deux sorties pour effectuer le changement des coordonnées suivant :

$$\begin{cases} z_1 = y_1 \\ z_2 = \dot{y}_1 \\ z_3 = y_2 \end{cases} \quad (4.55)$$

On ajoute deux autres variables arbitraires, indépendantes des entrées, pour représenter la dynamique interne [Raum 94] :

$$\begin{aligned} z_4 &= \arctg\left(\frac{x_4}{x_3}\right) \\ z_5 &= x_5 \end{aligned} \quad (4.56)$$

Dans ces nouvelles coordonnées ( $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$ ), le modèle d'état de la machine s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= L_f^2 h_1(x) + L_{g_1} L_f h_1(x) u_1 + L_{g_2} L_f h_1(x) u_2 \\ \dot{z}_3 &= L_f h_2(x) + L_{g_1} h_2(x) u_1 + L_{g_2} h_2(x) u_2 \\ \dot{z}_4 &= p z_5 + \frac{r_r}{p} \frac{z_2}{z_1} \\ \dot{z}_5 &= \frac{1}{j} (z_2 - C_r) \end{aligned} \quad (4.57)$$

On regroupe la deuxième et la troisième équations, contenant les entrées  $u_1$  et  $u_2$ , sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + D \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

avec :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f h_2(x) \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

$D$  est la matrice de découplage :

$$D = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Pour linéariser le système, on applique le retour d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = D^{-1} \cdot \begin{pmatrix} v_1 - b(1) \\ v_2 - b(2) \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f h_1(x) & L_{g_2} L_f h_1(x) \\ L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} v_1 - L_f^2 h_1(x) \\ v_2 - L_f h_2(x) \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

Le calcul explicite des lois de commande  $u_1$  et  $u_2$  donne :

$$u_1 = \frac{\sigma L_s L_r T_r}{2.p.L_m.(x_3^2 + x_4^2)} \cdot \left[ \frac{p x_3}{L_r} \cdot (v_1 - 2 \frac{L_m}{T_r} (x_3 f_1 + x_4 f_2) + \frac{2}{T_r} (x_3 f_3 + x_4 f_4) + 2 p x_5 (x_3 f_4 - x_4 f_3) - 2(f_3^2 + f_4^2)) - \frac{2 x_4}{T_r} \cdot (v_2 - \frac{p L_m}{L_r} (x_2 f_3 + x_3 f_2 - x_4 f_1 - x_1 f_4)) \right] \quad (4.63)$$

et:

$$u_2 = \frac{\sigma L_s L_r T_r}{2.p.L_m.(x_3^2 + x_4^2)} \cdot \left[ \frac{p x_4}{L_r} \cdot (v_1 - 2 \frac{L_m}{T_r} (x_3 f_1 + x_4 f_2) + \frac{2}{T_r} (x_3 f_3 + x_4 f_4) + 2 p x_5 (x_3 f_4 - x_4 f_3) - 2(f_3^2 + f_4^2)) + \frac{2 x_3}{T_r} \cdot (v_2 - \frac{p L_m}{L_r} (x_2 f_3 + x_3 f_2 - x_4 f_1 - x_1 f_4)) \right] \quad (4.64)$$

Pour que ces lois de commande soient valables, il faut que la matrice  $D$  soit non singulière. Son déterminant  $\det D$  doit alors être non nul :

$$Det D = \frac{2.p.L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \cdot (x_3^2 + x_4^2) = \frac{2.p.L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \cdot \phi_r^2 \quad (4.65)$$

A cause du flux rémanent de la machine, on a toujours  $\det D > 0$ ; la matrice  $D$  est donc non singulière, et les commandes (4.63) et (4.64) sont valables.

L'application du retour d'état linéarisant (4.62) permet d'avoir deux sous systèmes linéaires, d'ordres 2 et 1 successivement :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v_1 \end{cases} \quad (4.66)$$

et

$$\dot{z}_3 = v_2 \quad (4.67)$$

Ces deux sous systèmes sont identiques à deux intégrateurs d'ordres 2 et 1 respectivement (Fig.4.22).

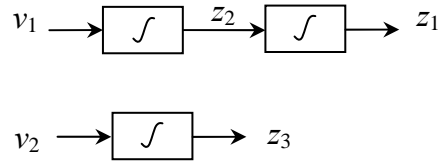


Fig.4.22 : Sous systèmes linéaires équivalents au modèle non linéaire.

On doit ajouter à ces deux sous systèmes, les deux équations qui représentent la dynamique interne associée à la linéarisation :

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= p z_5 + \frac{r_r}{p} \frac{z_2}{z_1} \\ \dot{z}_5 &= \frac{1}{j} (z_2 - C_r) \end{aligned} \tag{4.68}$$

### 3.4. Boucle de réglage linéaire

Pour imposer aux sorties  $y_1$  et  $y_2$  de poursuivre leurs références  $y_{1ref} = z_{1ref} = \phi_r^2$  et  $y_{2ref} = z_{3ref} = C_{emref}$ , on applique la boucle de réglage linéaire suivante :

$$\begin{aligned} v_1 &= k_{11} \cdot (z_{1ref} - z_1) + k_{12} \cdot (\dot{z}_{1ref} - \dot{z}_2) + k_{13} \cdot \int (z_{1ref} - z_1) dt + \dot{z}_{1ref} \\ v_2 &= k_{21} \cdot (z_{3ref} - z_3) + k_{22} \cdot \int (z_{3ref} - z_3) dt + \dot{z}_{3ref} \end{aligned} \tag{4.69}$$

avec

$$\begin{aligned} z_{1ref} &= \phi_r^2 : \text{référence du carré du flux rotorique ;} \\ z_{3ref} &= C_{emref} : \text{référence du couple électromagnétique.} \end{aligned}$$

Les termes d'intégrales dans le système (4.69) sont ajoutés dans le but d'annuler l'erreur statique en présence d'incertitudes sur les paramètres du modèle. Les coefficients  $k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{21}$  et  $k_{22}$  se calculent selon la procédure indiquée dans le paragraphe 2.4.

### 3.5. Extension au réglage de la vitesse

Le réglage du flux et du couple est étendu au réglage de la vitesse. Le couple de référence  $z_{3ref}$  est fourni par un régulateur *PI* de la vitesse :

$$z_{3ref} = k_p (\Omega_{ref} - \Omega) + k_i \int (\Omega_{ref} - \Omega) dt \tag{4.70}$$

$\Omega_{ref}$  c'est la vitesse de référence, et  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la machine asynchrone. Les paramètres  $k_p$  et  $k_i$  du régulateur *PI* se déduisent en considérant le schéma fonctionnel équivalent à la boucle de réglage de la vitesse (Fig.4.23) :

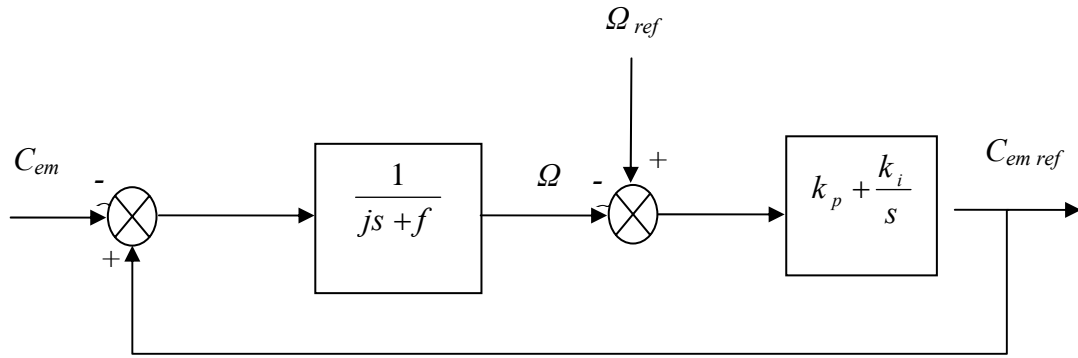


Fig.4.23 : Schéma fonctionnel de la boucle de réglage de la vitesse

La fonction de transfert en boucle ouverte entre le couple électromagnétique de référence  $C_{em\ ref}$  et le couple électromagnétique est :

$$\frac{C_{em\ ref}}{C_{em}} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \cdot \left(\frac{1}{js + f}\right) \quad (4.71)$$

En boucle fermée, cette fonction de transfert devienne :

$$\begin{aligned} \frac{C_{em\ ref}}{C_{em}} &= \frac{\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \cdot \left(\frac{1}{js + f}\right)}{1 + \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \cdot \left(\frac{1}{js + f}\right)} \\ &= \frac{k_p \cdot s + k_i}{j \cdot s^2 + (f + k_p) \cdot s + k_i} \\ &= \frac{\frac{k_i}{j} \left(1 + \frac{k_p}{k_i} \cdot s\right)}{s^2 + \frac{(f + k_p)}{j} \cdot s + \frac{k_i}{j}} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Le dénominateur de cette fonction de transfert est identique à celui d'un système linéaire du deuxième ordre :

$$s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 = s^2 + \frac{f + k_p}{j} \cdot s + \frac{k_i}{j} \quad (4.73)$$

$\xi$  et  $\omega_n$  sont respectivement le coefficient d'amortissement et la pulsation naturelle du système. Par identification on trouve :

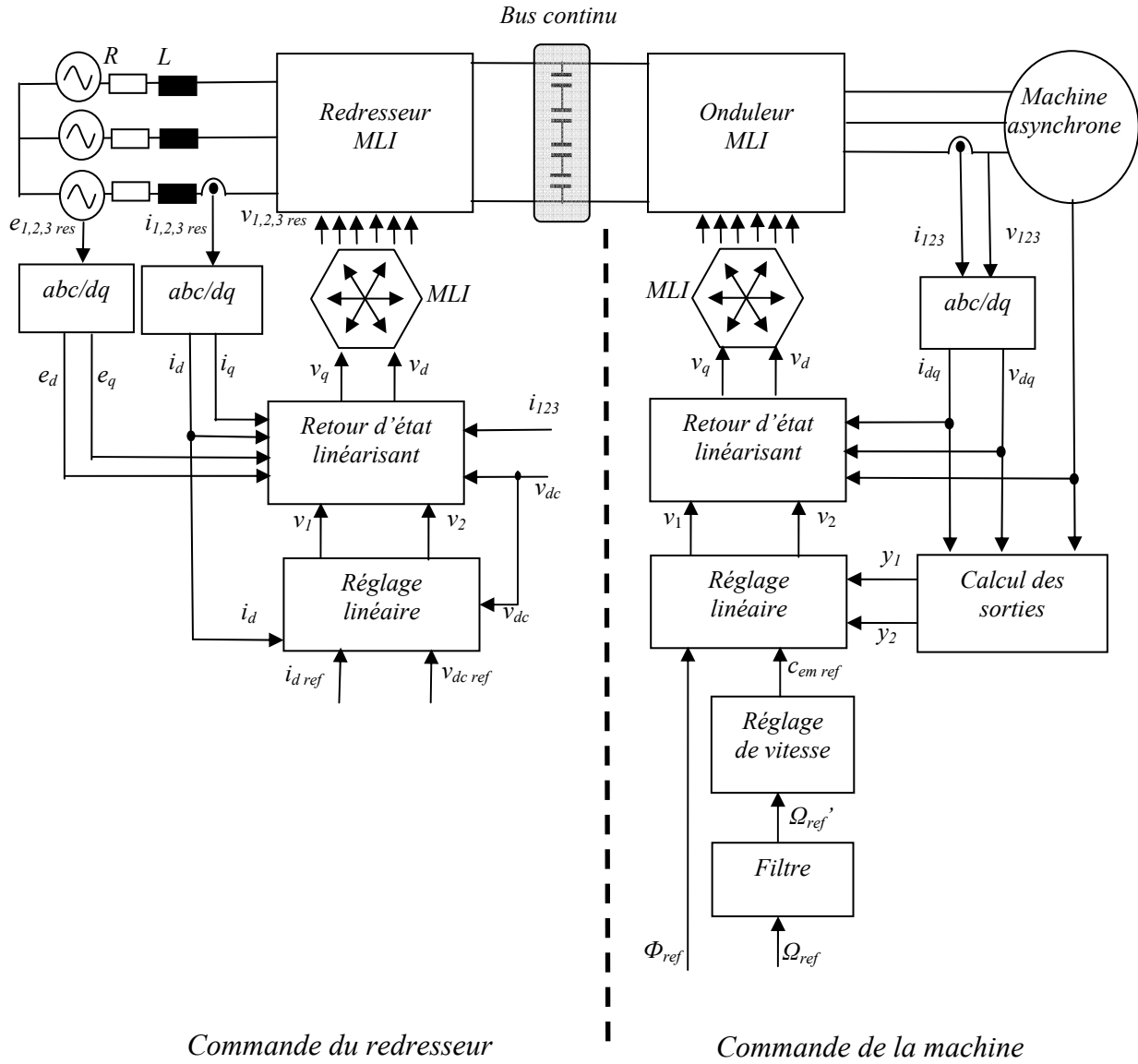


Fig.4.24 : Commande non linéaire de la cascade redresseur- onduleur - machine asynchrone.

$$2.\xi.\omega_n = \frac{f + k_p}{j}; \quad \omega_n^2 = \frac{k_i}{j} \tag{4.74}$$

d'où :

$$k_p = 2.j.\xi.\omega_n - f; \quad k_i = j.\omega_n^2 \tag{4.75}$$

On choisi les paramètres  $\xi$  et  $\omega_n$  - et par conséquence  $k_p$  et  $k_i$  - de manière à imposer la forme convenable de la réponse indicielle de la vitesse.

Pour compenser le zéro de la fonction de transfert (4.72) et atténuer les dépassements de la vitesse, on introduit un filtre du premier ordre pour la vitesse de référence :

$$\frac{\omega_{ref}'}{\omega_{ref}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{T_f}} \quad (4.76)$$

$T_f$  c'est la constante de temps du filtre.

Le schéma de commande est indiqué sur la Fig.4.24. L'onduleur peut être à deux, à trois ou à cinq niveaux. La forme du bus continu varie en conséquence.

### 3.6. Simulation numérique

On simule l'application de la commande non linéaire sur la machine asynchrone alimentée à travers un onduleur à deux, à trois puis à cinq niveaux. Les paramètres de réglage sont les suivantes :

Constante de temps du filtre de la vitesse :  $T_f = 0.1$

Paramètres du régulateur *PI* de la vitesse :  $k_p = 1000$ ;  $k_i = 7000$

Paramètres pour la boucle de réglage du flux :  $k_{11} = 2500000$ ;  $k_{12} = 10000$ ;  $k_{13} = 50$

Paramètres de la boucle de réglage du couple :  $k_{21} = 12900$ ;  $k_{22} = 32$

Les Figs.4.25, 4.25 et 4.26 montrent les résultats de simulation de la commande de la machine alimentée par un onduleur à deux, à trois et à cinq niveaux respectivement. La vitesse atteint sa valeur de référence après un régime transitoire d'environ 0.4 secondes (Fig.4.25.a, 4.26.a et 4.27.a). Ce régime transitoire de démarrage exige des fortes valeurs du couple électromagnétique et du courant statorique. La réponse du flux rotorique est nettement plus rapide que la réponse de la vitesse. L'application d'un couple résistant de 5000N.m entre les instants 1.5 secondes et 2.5 secondes provoque une perturbation transitoire sur la vitesse de rotation (Fig.4.25.b, 4.26.b et 4.27.b). Cette perturbation est rapidement rejetée par la boucle de commande. Ce couple de charge est compensé par un couple moteur de même valeur. Le flux rotorique est légèrement diminué par ce couple résistant. Après l'inversion de l'échelon de la vitesse de référence à l'instant 3.5 secondes (Fig.4.25.c, 4.26.b et 4.27.b), la vitesse de la machine suit cette nouvelle référence au bout de 0.2 secondes. Le flux subit une petite perturbation transitoire, et des fortes couple et courant sont engendrés par cette inversion de la vitesse. On constate que les amplitudes des oscillations du couple et du courant sont nettement atténuées dans les cas des onduleurs à trois niveaux par rapport au cas de l'onduleur à deux niveaux. Ces oscillations sont atténuées davantage dans le cas de l'onduleur à cinq niveaux.

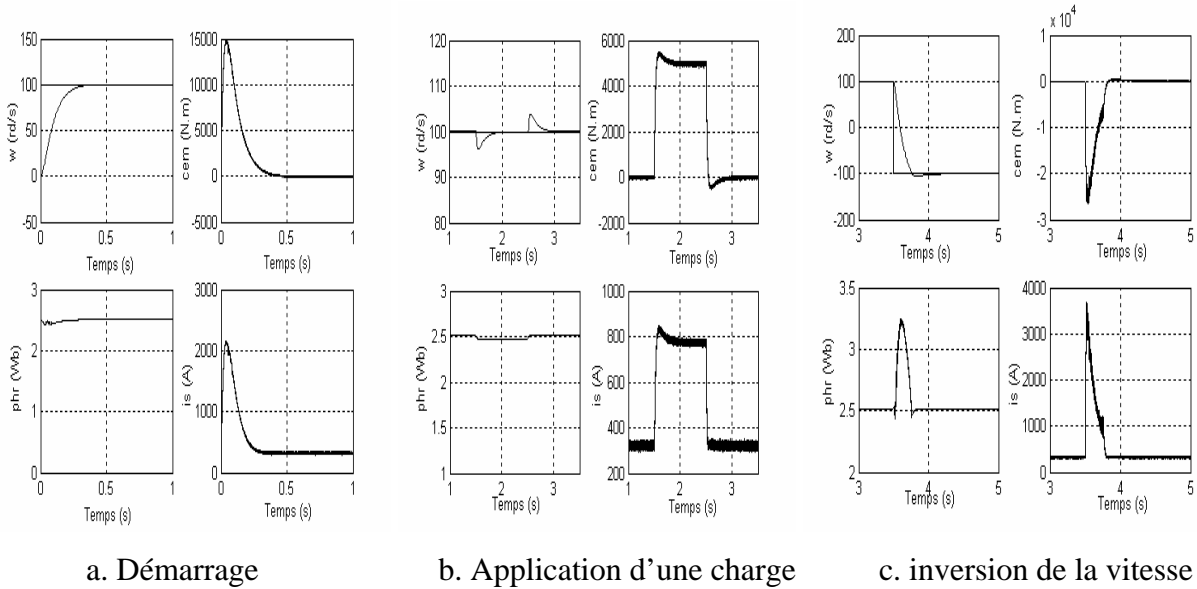


Fig.4.25 : Commande non linéaire de la machine asynchrone alimentée par un onduleur à 2 niveaux.

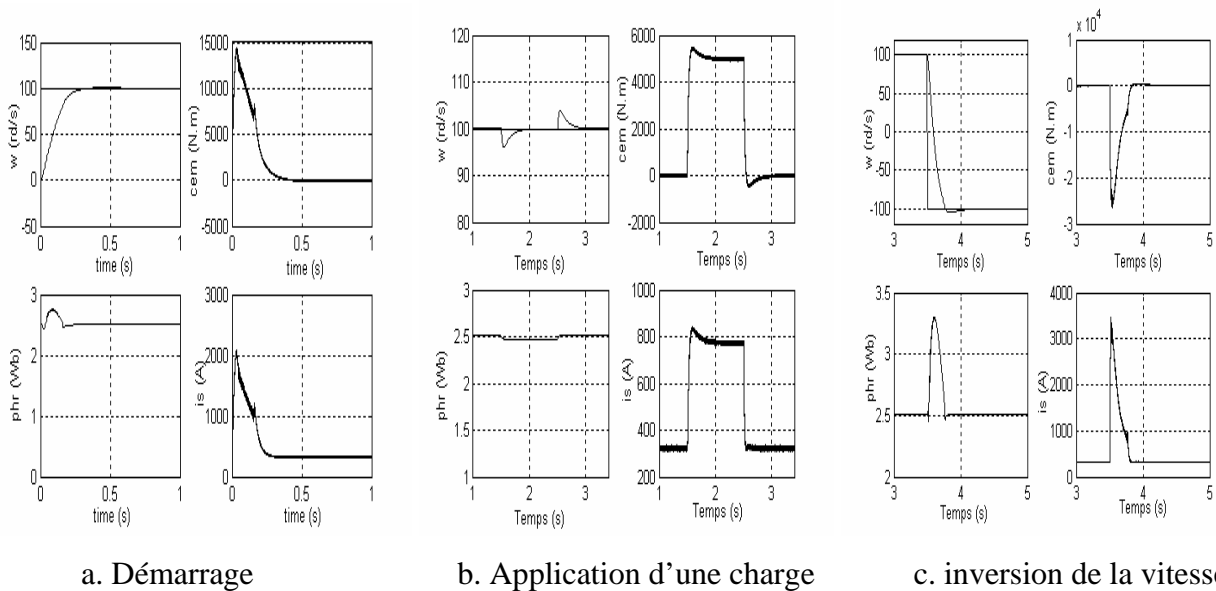


Fig.4.26 : Commande non linéaire de la machine asynchrone alimentée par un onduleur à 3 niveaux.

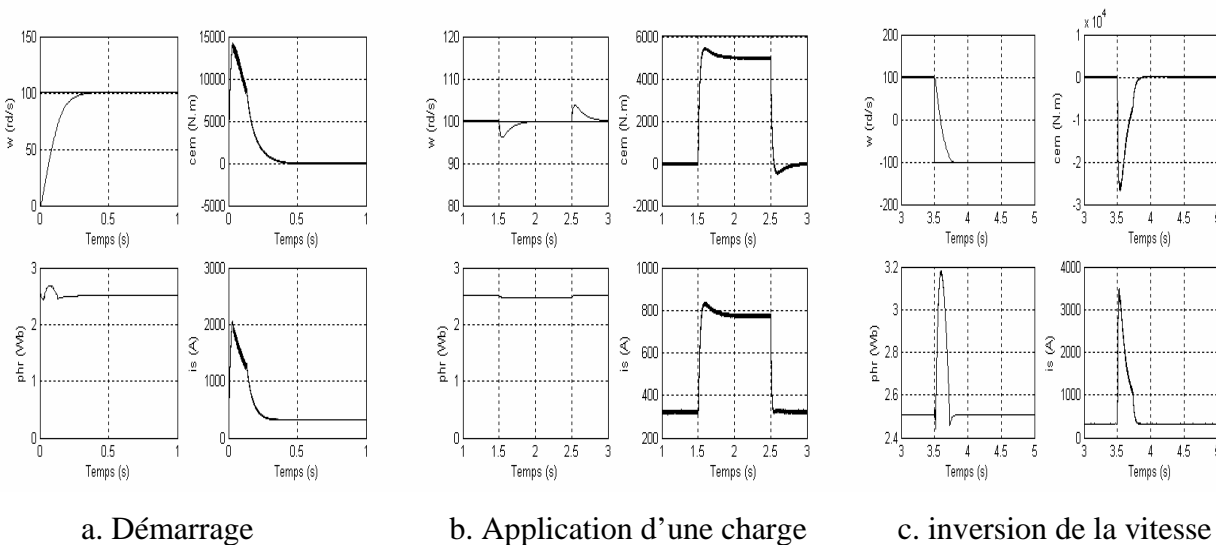


Fig.4.26 : Commande non linéaire de la machine asynchrone alimentée par un onduleur à 5 niveaux.



## **Conclusion**

Dans ce chapitre, il a été constaté que le redresseur à deux niveaux constitue un système couplé et non linéaire. Ainsi, l'application de la théorie de la commande par retour d'état linéarisant permet d'avoir une linéarisation exacte du modèle du redresseur, sans dynamique interne associée. Cette commande a permis d'avoir une tension redressée constante et égale à la référence imposée, avec une certaine période transitoire due en partie à l'algorithme d'équilibrage des tensions des capacités intermédiaires entre les deux convertisseurs de la cascade. En plus du contrôle de la tension redressée, cette commande nous a permis d'imposer la valeur de la composante directe du courant du réseau, et d'obtenir ainsi un facteur de puissance unitaire, afin de minimiser l'appel de puissance réactive du réseau électrique d'alimentation. L'application de la théorie de la commande non linéaire sur la machine asynchrone nous a permis d'avoir une linéarisation partielle du modèle de la machine. Une dynamique interne est alors associée à la linéarisation. La commande non linéaire de la machine asynchrone permet de découpler le réglage du couple et du flux.

# CONCLUSION GENERALE

## Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons étudié la commande de la cascade d'un redresseur à MLI à deux niveaux- onduleur multiniveaux- machine asynchrone. Notre objectif était de fournir une tension aussi proche que possible d'une sinusoïde pour alimenter la machine, et de réduire les effets de la cascade sur le réseau électrique.

Nous avons commencé par l'étude de la modulation vectorielle de l'onduleur. Nous avons vu que la qualité de la tension de sortie dépend des paramètres de la modulation. L'augmentation de la fréquence de commutation repousse les harmoniques vers des ordres élevés, au détriment de l'augmentation des pertes dans les interrupteurs.

Nous avons vu que la qualité de la tension de sortie s'améliore en passant d'un onduleur à faible niveau à un onduleur de niveau plus élevé. Pour les onduleurs à trois et à cinq niveaux, certains états de l'onduleur sont redondants, ce qui nous donne un degré de liberté additionnel, que nous pouvons exploiter pour minimiser davantage les harmoniques de sortie. En plus, l'utilisation des onduleurs à trois et à cinq niveaux nous permet d'alimenter des installations de moyenne et forte puissances, sans provoquer des contraintes additionnelles sur les interrupteurs de l'onduleur.

On a constaté que la modulation vectorielle se complique dans le cas des onduleurs à niveaux élevés, à cause de l'augmentation exponentielle du nombre des états que peut prendre le vecteur tension de sortie de l'onduleur. Nous avons proposé un algorithme de simplification, qui permet de généraliser la modulation vectorielle de l'onduleur à deux niveaux à un onduleur à N niveaux. Cet algorithme donne des performances comparables à l'algorithme habituel, tout en réduisant la complexité et le temps de calcul.

Les multiples états redondants du vecteur tension de sortie nous ont permis de résoudre le problème épineux du déséquilibre des tensions aux bornes des condensateurs du côté continu de l'onduleur. Nous avons vu que ce problème est étroitement lié au choix des états redondants du vecteur tension de sortie : Un choix convenable de ces redondances permet de résoudre ce problème et d'avoir des tensions équilibrées et égales aux bornes des condensateurs.

Nous avons montré que le redresseur triphasé à deux niveaux, lié d'un côté au réseau triphasé, et de l'autre coté à un onduleur, peut être modélisé par un système d'équations d'état non linéaires d'ordre trois. Ce fait nous a permis de lui appliquer la théorie de la commande non linéaire. En choisissant la tension redressée et une des composantes du courant dans le réseau comme sorties, nous avons abouti à une linéarisation exacte du modèle du redresseur, sans aucune dynamique interne associée. Le modèle du redresseur était alors réduit en deux sous systèmes

linéaires indépendants d'ordre un et deux respectivement. L'application de la commande par placement des pôles sur ce modèle linéarisé nous a permis d'avoir une tension redressée stable qui suit sa référence, et d'avoir un courant sinusoïdale dans le réseau, et en phase avec la tension, ce qui signifie un facteur de puissance unitaire.

L'application de la théorie de la commande non linéaire sur la machine asynchrone nous a permis d'avoir une linéarisation partielle du modèle de la machine. Une dynamique interne est associée à la linéarisation.

Dans notre étude de l'équilibrage des tensions des condensateurs du bus continu, nous avons vu que l'équilibrage peut être atteint en utilisant plusieurs redondances. Comme perspectives, nous proposons d'introduire un autre critère dans le choix des redondances, qui consiste, en plus d'équilibrage, de réduire les pertes par commutation dans l'onduleur. Nous avons limité notre étude au cas d'un redresseur à deux niveaux, associé à un onduleur à deux, à trois ou à cinq niveaux. Cette étude peut être étendue au cas de l'association d'un redresseur multiniveaux et d'un onduleur multiniveaux. En plus, on peut considérer que l'ensemble de la cascade redresseur- onduleur-machine constitue un modèle non linéaire unique d'ordre huit, et d'appliquer par la suite la théorie de la commande non linéaire sur ce modèle global.

# BIBLIOGRAPHIE

## Bibliographie

- [Bark 06] S. Barkati, E. M. Berkouk, M. S. Boucherit, "Control of the DC-buses of a seven-level diode-clamped inverter using type- 2 fuzzy systems", *The Mediterranean Journal of Measurement and Control*, Vol. 2, No. 4, October 2006, pp.161-168.
- [Bark 08-1] S. Barkati, L. Baghli, E. Berkouk, M. S. Boucherit, "Harmonic elimination in diode-clamped multilevel inverter using evolutionary algorithms", *Electric Power Systems Research*, Vol 78/10 p 1736-1746, March 2008.
- [Bark 08-2] S. Barkati , E. M. Berkouk , M. S. Boucherit, "Application of type-2 fuzzy logic controller to an induction motor drive with seven-level diode-clamped inverter and controlled infeed", *Electrical Engineering*, Volume 90, Number 5, May 2008 , pp.347-359.
- [Bark 08-3] S. Barkati, "Modélisation et commande d'un onduleur à sept niveaux à diodes flottantes : Application à la conduite d'une machine asynchrone", thèse de doctorat en électrotechnique, ENSP Alger, Juin 2008.
- [Berk 95] E. M. Berkouk, "Contribution to the Drive of the Single Phase and Three-Phase Induction Machines Fed by Direct and Indirect Converters. Application to The AC Regulators and Multilevel Inverters", PHD Thèse CNAM, France, 8 Dec. 1995, pp.1-265.
- [Berk 98] E. M. Berkouk, G. Manesse. "Multilevel PWM Rectifier-multilevel Inverter Cascade Application to the Speed Control of the PMSM". *Proceedings on IEEE ICCA.98*, 1998, pp 1031-1035.
- [Beri 04] D. Beriber, E. M. Berkouk, A. Talha and M. O. Mahmoudi, "Study and control of two two - level pwm rectifiers - clamping bridge - two three - level npc vsi cascade. Application to double stator induction machine," in *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, 2004, pp. 3894-3899.
- [Bata 02] M. Batao, L. Congwei, Z. Yang, L. Fahai, "New SVPWM control scheme for three-phase diode clamping multilevel inverter with balanced DC voltages", *Proc. IEEE 28th Annual Conf. off the Industrial Electronics Society, IECON'02*, 5-8 Nov. 2002, Vol. 2. pp. 903-907.
- [Bend 06] A. Bender, G. Venkataramanan, "Neutral Current Ripple Minimization in a Three-Level Rectifier", *IEEE Transactions on Industrial Applications*, Vol.42 No.2, March/April 2006, pp. 582-590.
- [Blas 97] V. Blasco, V. Kaura, "A new mathematical model and control of a three-phase ac-dc voltage source converter", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, pp. 116-123, January 1997.
- [Bouh 04] O. Bouhali, E. M. Berkouk, B. Francois, C. Saudemont, "Direct generalized modulation of electrical conversions including self stabilization of the DC-link for a single phase multilevel inverter based AC grid interface ", *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, Vol. 2, pages. 1385-1391, ISBN. 0275-9306, 6-2004.
- [Bouc 04] F. Bouchafa , A. Talha, E. M. Berkouk, M. S. Boucherit " Feedback control of the three-level pwm rectifier. Application to stabilisation of the input DC voltages of multilevel inverter", *2004 IEEE International conference on industrial technology , Hammamet, Tunisia*, December 8-10, 2004.
- [Bouc 06] F. Bouchafa, "Etude et commande de différentes cascades à onduleur à neuf niveaux à structure NPC. Application à la conduite d'une MSAP", these de doctorat en Automatique à l'ENSP Alger, Fevrier 2006.

- [Bouh 05] O. Bouhali, B. Francois, E.M. Brkouk, C. Saudement, "A general modelling and control algorithm of a three-phase multilevel diode clamped inverter by means of a direct space vector control", *European Physical Journal Applied Physics*, Vol. 31, April 2005, pp. 53-62.
- [Bouc 06-1] F. Bouchafaa, E. M. Berkouk, M. S. Boucherit, "Linear feedback control of multi DC bus link voltages of multilevel NPC inverter cascade", *WSEAS-Transactions-on-Advances-in-Engineering-Education*. May 2006; 3(5): 329-36.
- [Bouc 06-2] F.Bouchafaa, E.M.Berkouk, M.S.Boucherit, "Control and Enslavement of Input DC Voltages of multilevel NPC inverter cascade", *Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Applied Mathematics*, Istanbul, Turkey, May 27-29, 2006 (pp157-162).
- [Bouc 07] F. Bouchafa, E. M. Berkouk, M. S. Boucherit, "Feedback control of DC link voltage of the back-to-back PWM multilevel converter", *Journal of Electrical Engineering*, VOL. 58, NO. 6, 2007, pp.318–325.
- [Bouh 07] O. Bouhali, B. Francois, E. M. Berkouk & C. Saudemont, "DC Link Capacitor Voltage Balancing in a three-Phase Diode Clamped Inverter Controlled by a Direct Space Vector of Line-to-Line Voltages", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol.22, No. 5, September 2007, pp.1636-1648.
- [Bouk 04] T. K. Boukas, T. G. Habetler, "High performance induction motor speed control using exact feedback linearization with state and state derivative feedback", *IEEE Transactions on power Electronics*, Vol. 19, No. 4, July 2004, pp. 1022-1028.
- [Burg 05] R. P. Burgos, E. P. Wiechmann, J. Holtz, "Complex State-Space Modeling and Nonlinear Control of Active Front- End Converters", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.52 No.2, April 2005, pp. 363-377.
- [Carr 92] G. Carrara, S. Gardella, M. Marchesoni, R. Salutari, G. Sciuotto, "A new multilevel PWM method: A theoretical analysis", *Transactions on Power Electronics*, Vol.7, No.3, July 1992., pp.497-505.
- [Cela 01] N. Celanovic, D. Boroyevich, "A fast space-vector modulation algorithm for multilevel three-phase converters", *IEEE Transactions On industry Applications*, Vol. 37, No.2, March/April 2001, pp. 637-641.
- [Cela 02] N. Celanovic, , "Space vector modulation and control of multilevel converters", PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 2000.
- [Chek 07] H. Chekireb, E. M. Berkouk, "Generalised algorithm of novel space vector modulation: for N-level three-phase voltage source inverter", *European Transactions on Electrical Power*, Volume 18 Issue 2, pp. 127 – 150.
- [Chia 95] J. Chiasson, "Anew approach to dynamic feedback linearisation control of induction motor", *Proceedings of the 34th conference on decision & control*, New Orleans, December 1995, pp 2173-2178.
- [Chib 02] R. Chibani, G. Manesse, E. M. Berkouk, "A new solution to the unbalance problem of the input DC voltages of a five levels NPC-VSI by using sliding mode regulation", *10thInternational Power Electronics and Motion Control, EPEPEMC2002*, Cavtat and Dubrovnik, Croatia, 2002.
- [Chib 05] R. Chibani, E. M. Berkouk, "Five-level PWM current rectifier - Five-level NPC VSI - Permanent magnet synchronous machine cascade", *EPJ Applied Physics*, 2005, Vol 30; N° 2, pages 135-148.

- [Chib 07] R. Chibani, "Application de l'automatique aux cascades à onduleur à cinq niveaux à structure NPC", thèse de doctorat à l'ENSP Alger, 2007.
- [Espi 99] J. R. Espinoza, G. Joos, L. Moran, "Decoupled control of the active and reactive power in three-phase PWM rectifiers based on nonlinear control strategies", 30th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'99, vol. 1, August 1999, pp. 131-136.
- [Feki 04] A. Fekih, F. N. Chowdhury, "On nonlinear control of induction motor: comparison of two approaches", Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts, June 30 – July 2, 2004, pp. 1135-1140.
- [Geor 92] G. Georgiou, "Sur des Méthodes de Commande Non Linéaire Adaptative", thèse de doctorat, Orsay, France, 1994.
- [Gher 99] H. Gheraia, E. M. Berkouk, G. Manesse, "Feedback Control of the Input dc Voltage Sources of the Seven Levels NPC Voltage Source Inverter", Proceedings on IEEE AFRICON.99, pp 691-696.
- [Gher 01] H. Gheraia, E. M. Berkouk, G. Manesse, "Modelling and control of a seven level NPC voltage source inverter. Application to high power induction drive", the European Physical Journal, Vol. 15 No.2, 2001, pp.105-115.
- [Gher 02] H. Gheraia, E.M. Berkouk, A. Talha, C. Larbes, G. Manesse, "Control strategies for the three-phase seven-level neutral-point-clamping voltage-source inverter", Electromotion, Vol 9, N° 1, January-March 2002, p.41.
- [Gher 03] H. Gheraia, E. M. Berkouk, G. Manesse, "High Voltage Three PWM Rectifier – Seven-Level NPC Voltage Source Inverter Cascade. Application to Induction Machine Drive", Proceeding of the IEEE Electric Machines and Drives Conference 2003, 1-4 June 2003, Vol. 3, pp. 1802 – 1807.
- Gher 08] H. Gheraia, "Etude de différentes cascades à onduleur NPC à sept niveaux. Application à la conduite de la machine asynchrone triphasée", thèse de doctorat à l'ENSP Alger, 2008.
- [Ghen 07] T. Ghennam, E.M. Berkouk, B. Francois, "A dc-link voltage balancing algorithm using a new space-vector hysteresis current control for three-level VSI applied for wind power conversion", 12th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'2007, Aalborg, 9-2007.
- [Gren 97] D. Grenier, L. A. Dessaint, O. Akhrif, Y. Bonnassieux, B. Le pioufle, "Experimental nonlinear torque control of a permanent magnet synchronous motor using saliency", IEEE Trans. Ind. Electron., October 1997, pp 680-687.
- [Gued 07] R. Guedouani, B. Fiala, E.M. Berkouk, M.S. Boucherit, "A New Algorithm Control for Three-Phase AC/DC Pulse Width Modulation Voltage Source Rectifier", WSEAS Transactions on Circuits and Systems, Issue 1, Volume 1, January 2007.
- [Hadr 06] A. Hadri-Hamida, A. Allag, S. M. Mimoune and S. Zerouali, "Nonlinear Control of AC-DC-PWM Converter Feeding Induction Heating", On Proc. of The 4th International Conference on Electrical Engineering CEE'06, 06-08 November 2006, Batna, Algeria, pp.432-436.
- [Hamm 06] M. Y. Hammoudi, A. Allag, S. M. Mimoune, M. Y. Ayad, M. becherif and A. Miraoui, "Tracking Control via Adaptive backstepping approach for a Three phase PWM AC-DC Converter", ISIE'07, June 4-7, 2007, Vigo, Spain, pp.1676-1681..



- [Hem 98] B. Hemici, M. O. Mahmoudi, **D. Lalili**, “Commande non linéaire avec adaptation de la constante de temps rotorique de la MAS alimentée en courant”, Proceeding CISSA’99, Blida, Algeria, pp.534-538.
- [Hoff 98] K. Hoffman, “Instantaneous switch state fuzzy vector controller for 3-phase switch controlled rectifier”, 29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC’98, vol. 1, May 1998, pp. 524-530.
- [Hu 07] H. Hu, W. Yao, Z Lu, “Design and implementation of three level space vector PWM IP core for FPGAs”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 22, no.6, November 2007, pp. 2234-2244.
- [Imar 07] K.Imarazene, H.Chekireb, E.M. Berkouk, “Elimination Harmonics of a Seven Levels Inverter Voltage Control of Asynchronous Motor. Using the Artificial Neural Network”, WSEAS Transactions on Circuits and Systems, Issue 1, Volume 1, January 2007.
- [Isid 89] A. Isidori, Nonlinear control systems. Springer Verlag, 1989.
- [Joua 02] A. V. Jouanne, S. Dai, & H. Zhang, “A multilevel inverter approach providing DC-link balancing, ride-through enhancement, and common-mode voltage elimination”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, No. 4, August 2002, pp. 739-745.
- [Jung 99] J. Jung, S. Lim, and K. Nam, “A Feedback Linearizing Control Scheme for a PWM Converter-Inverter Having a Very Small DC-Link Capacitor”, IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol.35 No.5, September/October 1999, pp. 1124-1131.
- [Kadd 00] A. Kaddouri, “Etude d’une commande non linéaire adaptative d’une machine synchrone à aimants permanents”, Thèse de doctorat à l’université Laval, Canada, Novembre 2000.
- [Kim 97] K. C. Kim, R. Ortega, A. Charar, J. P. Vilain, “Theoretical and experimental comparison of two nonlinear controllers for current-fed induction motors”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 5, No. 3, May 1997, pp. 338-348.
- [Kale 04] A. Kaletsanos, F. Xepapas, S. N. Manias, “A novel nonlinear and intelligent control technique for induction motor drive systems”, 39th IEEE Industry Applications Conference IAS’04, 3-7 October 2004, Seattle, USA, pp. 1335-1341.
- [Kana 02] H. Y. Kanaan, K. Al-Haddad, “A New Multiple-Loops Control Scheme for a Three-Phase/Switch/Level PWM Rectifier Based on the Input/Output Feedback Linearization Technique”, in Proc. IEEE APEC’02, Dallas, TX, March 10-14, 2002, vol. 2, pp. 1047-1053.
- [Kana 04] H. Y. Kanaan, K. Al-Haddad and F. Fnaiech, "Comparative Analysis of Multiple-Loops Linear And Non-linear Control Schemes Applied to a Three-Phase Three-Switch Three-Level Rectifier", in Proc. IEEE IAS’04 Annual Meeting, Seattle, Washington, USA, October 3-7, 2004.
- [Khal 96] H. K. Khalil, “ Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models”, IEEE Trans. Aut. Cont. February 1996, pp 177-188.
- [Khok 07] I. Khoukha, H. Chekireb, E. M. Berkouk, “ ANN control of nine level NPC voltage inverter based on selective harmonics elimination”, International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics, ACEMP’07, 10-12 Sept. 2007 pp.587 – 591.
- [Koya 92] M. Koyama, T. Fujii, R. Uchida, T. Kawabata, “Space voltage vector-based new PWM method for large capacity three-level GTO inverter”, Proc. IEEE International Conf. on Power Electronics and Motion Control, IECON’92, 9-13 Nov 1992, Vol.1, pp. 271-276.

- [Krst 95] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. Kokotovic, "Nonlinear and adaptive control design", John Wiley & Sons, Inc, 1995.
- [Lai 96] J. S. Lai, & F. Z. Peng, "Multilevel converters- A new breed of power converters", Transactions on Industry Applications, Vol.32, No. 3, May/June 1996, pp.509-517.
- [Lali 06-1] **Lalili D.**, Lourci N., Berkouk E. M. , Boudjema F., Petsoldt J. and Dali M. Y., "A simplified space vector pulse width modulation algorithm for five-level diode clamping inverter", International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM06, May 323-26, 2006, pp. 1349-1354.
- [Lali 06-2] **Lalili D.**, Lourci N., Berkouk E. M. , Boudjema F. and Petsoldt J., "Simplified space vector pulse width modulation algorithm for three-level diode clamping inverter", On CD of the the First International Meeting on Electronics & Electrical Science and Engineering, IMESE'06, Nov. 4-6, 2006, Djelfa, Algeria, paper ref. EE-PEA-013.
- [Lali 06-3] **Lalili D.**, Berkouk E. M., Boudjema F., Lourci N., "Space vector pulse width modulation algorithm for three-level diode clamped inverter", 4th International Conference on Electrical Engineering, 07-08 November 2006, Batna, Algeria, pp. 443-448.
- [Lali 07-1] **Lalili D.**, Berkouk E. M., Boudjema F. , Lourci N., Taleb T. and Petzold, J., "Simplified space vector PWM algorithm for three-level inverter with neutral point potential control", The Mediterranean Journal of Measurement and Control, Vol.3, No. 1, January 2007, pp. 30-39.
- [Lali 07-2] **Lalili D.**, Berkouk E. M., Boudjema F., Lourci N. and Ikhlef N., "Neutral point potential control for three-level inverter using simplified space vector PWM", On CD of the Fourth International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices, IEEE SSD07, March 19-22, 2007, Hammamat, Tunisia, paper reference: SSD07-PES-2064.
- [Lali 07-3] **Lalili D.**, "Simplified space vector PWM algorithm for five-level inverter", The European Physical Journal, Applied Physics, vol. 40, December 2007, pp. 335-342.
- [Lali 08] **Lalili D.**, Berkouk E. M., Boudjema F. and Lourci N., "Self balancing of DC-link capacitor voltages using redundant vectors for SVPWM controlled five-level inverter", On CD of the Fifth International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices, IEEE SSD08, July 20-23, 2008, Amman, Jordan, paper reference: SSD08-1569117326.
- [Lee 98] D. H. Lee, S. R. Lee, & F. C. Lee, "An analysis of midpoint balance for the neutral-point-clamped three-level VSI", 29th Annual IEEE Power Electronics Specialist Conference, PESC 98 record, 17-22 May 1998, Vol.1, pp. 193-199.
- [Lee 99] Y. H. Lee, R. Y. Kim, D. S. Hyun, "A novel SVPWM strategy considering DC-link balancing for a multi-level voltage source inverter", Fourteenth Annual IEEE on Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC'99, 14-18 Mar. 2003, Vol.1, pp.509-514.
- [Lee 00-1] D.-C. Lee, G. Myoung and K.-D. Lee, "DC-Bus Voltage Control of Three-Phase AC/DC PWM Converters Using Feedback Linearization", IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol.36 No.3, May/June 2000, pp. 826-833.
- [Lee 00-2] D.-C. Lee, "Advanced Nonlinear Control of Three-phase PWM rectifiers", IEE Proc. – Electric Power Applications, Vol. 147, No. 5, September 2000.
- [Lee 03-1] T.-S. Lee, "Input-Output Linearization and Zero-Dynamics Control of Three-Phase AC/DC Voltage-Source Converters", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.18 No.1, January 2003, pp. 11-22.

- [Lee 03-2] T-S. Lee, "Nonlinear state Feedback Control Design for Three Phase PWM Boost Rectifiers Using Extended Linearization", IEE Proc. –Electric Power Application, Vol. 150, No. 5, September 2003.
- [Leo 07] A. E. Leon, J. A. Solsona, C. Busada, H. Chiacchiarini and M. I. Valla, "A Novel Feedback/Feedforward Control Strategy for Three-Phase Voltage-Source Converters", ISIE'07, June 4-7, 2007, Vigo, Spain, pp.3391-3396.
- [Liu 91] H. L. Liu, N. S. Choi, G. H. Cho, "DSP based space vector PWM for three-level inverter with dc-link voltage balancing", Proc. IEEE International Conf. on Power Electronics and Motion Control, IECON'91, 28 Oct-1Nov 1991, pp.271-203.
- [Liu 02] Y. Liu, X. Wu, L. Huang, "Implementation of three-level inverter using a novel Space vector modulation algorithm", Proc. IEEE Conf. on Power System Technology, PowerCon 2002, 13-17 Oct. 2002, Vol.1, pp. 606-610.
- [Liu 03] W. H. Liu, Q. Song, "6kV/1800kVA Medium voltage drive with NPC Three-level inverter using IGCTs", Proc. IEEE Applied Power Electronics Conference And Exposition – APEC2003, 9-13 Feb 2003, Vol.1, pp.223-227.
- [Liut 05] P. Liutanakul, S. Pierfederich and F. Meibody-Tabar, "Application of SMC with I/O Feedback Linearization to the Control of the Cascade Controlled-Rectifier-Rectifier/Inverter- Motor Drive System with a Small DC- Link Capacitor", IEEE 36th Power Electronics Society Conference, PESC'05, pp. 922-928.
- [Mari 95-1] R. Marino, S. Persada and P. Tomei, "Nonlinear adaptive control of permanent magnet stepp motors", Automatica, 1995, pp 1595-1604.
- [Mari 95-2] R. Marino and P.Tomei, Nonlinear Control Design. Printic Hall, 1995.
- [Mats 98] K.Matsuse, K. Sugita, T. Kitahata and L. Huang, "A Control Method of a Three Phase Five-Level PWM Converter", 24th Annual conference of industrial electronics society, IECON'98, August 31- September 1998, Aachen, Germany, pp. 750-754.
- [McGa 03] B. P. McGrath, D. G. Holmes, T. Lipo, "Optimized space vector switching sequences for multilevel inverters", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, No. 6, November 2003, pp. 1293-1301.
- [Meht 98] S. Mehta and J. Chiasson, "Nonlinear control of a series DC Motor: Théory and experiment" IEEE Trans. Indl. Electron. February 1998, pp 134-141.
- [Mong 04] S. B. Mong, J. Bordonau, D. Boroyevich and S. Somavilla, "The nearest three virtual space vector PWM – A modulation for the comprehensive neutral-point balancing in the three-level NPC inverter", IEEE Power Electronics Letters, vol. 2, no. 1, March 2004, pp. 11-15.
- [Miya 02] T. Miyamoto, T. Ishida, K. Matsuse, K. Sasagawa and L. Huang, "Control Strategy of a THREE Phase Five-Level Double Converter with Adjustabe DC Voltage for Induction Motor Drives", Power Conversion Conference PCC'02, Ossaka 2002, Vol.2, pp. 378-383.
- [Naba 81] A. N. Nabae, I. Takahashi, H. Akagi, "A new neutral-point-clamped PWM inverter", IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol.1A-12, Sep./Oct. 1981, pp.518-323.
- [Newt 98] C. Newton, M. Summer, "Neutral point control for multi-level inverters: theory, design and operational limitations", IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, New Orleans, Louisiana, October 5-7, 1997, pp. 1336-1343.

- [Nijm 90] H. Nijmeijer, "Nonlinear Dynamic Control Systems", Springer Vrelag, 1990.
- [Oh 07] Oh J. S., Jin S. H. and Lee J. H., "Fast space vector modulation without NTV identification for multilevel inverters", 2nd Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA'07, 23-25 May 2007, Harbin, China, pp.2415-2420.
- [Peng 96] F. Z. Peng, J. S. Lai, J. W. Mckeever, & J. VanCoevering, "A multilevel voltage source inverter with separate DC source for static Var generation", Transactions on Industry Applications, Vol.32, No. 5, Sep/Oct 1996, pp. 1130-1138.
- [Pen 05] Z. Pen, F. Z. Pen, K. A. Corzine, V. R. Stefanovic, J. M. Leuthen, S. Gataric, "Voltage Balancing of Diode-Clamped Multilevel Rectifier/Inverter Systems", IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol.41 No.6, November/December 2005, pp. 1968-1706.
- [Pera 05] G. S. Perantzakis, F. H. Xepapas, S. N. Manias, "Efficient predictive current control technique for multilevel voltage source inverters", Proc. 11th EPE European Conference on Power Electronics and Applications, Dresden, 2005.
- [Pire 04] Pires R. Z., Pereira L. F. A., Magnus M. C. and Scharlau C. C., « Adaptive control of nonlinear systems applied to the three-phase induction motor with unknown mechanical parameters", The 30th Annual conference of the IEEE Industrial Electronics Society, ovelber 2 -6, 2004, usan, Korea, pp. 1105-1110.
- [Pou 04] J. Pou, R. Pindado, D. Boroyevich, P. Rodriguez, & J. Vicente, "Voltage-balancing strategies for diode-clamped multilevel converters", 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, Aachen, Germany, 2004, pp. 3988-3993.
- [Prat 02] M. M. Prats, R. Portillo, J. M. Carrasco, & L. G. Franquelo, "New fast space-vector modulation for multilevel converters based on geometrical considerations", 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, IECON'02, 5-8 Nov 2002, Vol. 4, pp. 3134-3138.
- [Raum 94] T. V. Raumer, "Commande Adaptative Non Linéaire de Machine Asynchrone", Thèse de doctorat, INP Grenoble, France, 1994.
- [Riou 94] P. Rioual, H. Pouliquen, "Non Linear Control of PWM Rectifier by State Feedback linearisation and Exact PWM Control", IEEE PESC Conference Record, Taipei, 1994, pp. 1095-1102.
- [Sace 07] M. Sacedifard, R. Iravani and J. Pou, "A Space Vector Modulation Approach for a Back-to-Back Connected Four-Level Converter", IEEE PESC'07, June 17-21, 2007, Orlando, USA, pp.-2043-2049.
- [Sala 06] J. Salaet, A. Gilabert, J. Bordonau, S. Alepuz, A. Cano and L. M. Gimeno, "Nonlinear Control of Neutral Point in Three-Level Single-phase Converter by Means of Switching Redundant States", Electronics Letters, 2nd March 2006, Vol. 42, No. 5.
- [Seo 01] J. H. Seo, C. H. Choi, & D. S. Hyun, "A new simplified space vector PWM method for Three-level inverters", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.16, No. 4, July 2001, pp. 545-550.
- [Sero 95] M. M. Seron, D. J.Hill and A. L. Fradkov, "Nonlinear adptive control of feedback passive systems", Automatica, 1995 pp.1053-1060.
- [Slot 91] J. J. E. Slotine and W. Li , "Applied Non Linear Control", Printic Hall, 1991.

- [Talh 04] A. Talha, "Etude de différentes cascades de l'onduleur à sept niveaux à structure NPC. Application à la conduite d'une machine synchrone à aimants permanents", these de doctorat, ENSP Alger, Décembre 2004.
- [Talh 05-1] A. Talha, E. M. Berkouk, M. S. Boucherit, "Study and control of two-level PWM rectifier-clamping bridge-seven-level NPC VSI cascade: application to PMSM speed control", *European Transactions on Electrical Power*, Vol. 16, Issue 1, Oct. 05, pp. 93-107.
- [Talh 05-2] A. Talha, E. M. Berkouk, F. Bouchafaa, M. S. Boucherit, "New algebraic PWM strategy of a seven – level NPC voltage source inverter", *AMSE*, Rouen, France– 22 th – 24 th november – 2005.
- [Tama 93] S. Tamai, M. Koyama, T. Fujii, S. Mizoguchi, T. Kawabata, "3-level GTO Converter-inverter pair system for large capacity induction motor drives", *Fifth European Conf. and Exposition*, 13-16 Sep. 1993, Vol.5, pp. 45-50.
- [Trzy 94] A. M. Trzynadlowski, "The field orientation principle in control of induction motors", *Kluwer Academic Publishers*, 1994, ISBN: 0-7923-9420-8.
- [Tsa 99] M.-T. Tsa and W. I. Tsa, "Analyse and design of three-phase ac-to-dc converters with high power factor and near-optimum feedforward", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 46, pp. 535-543, June 1999.
- [Valo 97] V. Valouch, "Fuzzy Power Control in PWM Voltage- Type Rectifier", *IEEE International Conference on Intelligence and Security Informatics ISIE'97*, July 7-11 1997, Guimaraes, Portugal, pp. 1162-1167.
- [Van 88] H. W. Van Der Broeck, H. C. Skudelny, G. V. Stanke, "Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors," *IEEE Transactions On Industrial Applications*, Vol. 24, No. 1, Jan./Feb. 1988, pp. 142-150.
- [Wei 03] S. Wei, B. Wu, "A General space vector PWM control algorithm for multilevel inverters", *Eighteenth Annual IEEE on Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC'03*, 9-13 Feb, 2003, Vol.1, pp.562-568.
- [Wenx 04] Y. Wenxi, L. Zhengyu, F. Wanmin and M. Zheng, "Three-level SVPWM method based on two-level PWM cell in DSP", *19th Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC'04*, 22-26 February 2004, Anaheim CA, USA, pp.1720-1724.
- [Wlas 05] M. Wlas, Z. Krzemenski, J. Uzinski, H. Abu-rub and H. A. Toliyat, "Artificiel-neural-network-based sensorless nonlinear control of induction motor", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 20, No. 3, September 2005, pp. 520-528.
- [Wu 02] X. Wu, Y. Liu, L. Huang, "A Novel space vector modulation algorithm for three-level PWM voltage source inverter", *Proc. IEEE Conf. on Computers, Communications, Control and Power Engineering*, 28-31 Oct 2002, TENCON'02, Vol.3, pp. 1974-1977.
- [Yaco 01] L. Yacoubi, F. Fnaiech, L. A. Dessaint, K. Al-Haddad, "Adaptive nonlinear control of a three-phase three-level neutral point clamped rectifier", *Industrial Applications Coferece, IEEE IAS'01*, Sep 30-Oct 04 2001, Chicago, USA, pp. 619-625.
- [Yaco 02] L. Yacoubi, K. Al-Haddad, F. Fnaiech, L. A. Dessaint, "Adaptive nonlinear control law applied to a three-phase NPC boost rectifier operating under severe conditions", *Annual 33th Power Electronics Specialists Conference, PESC*, 2002, Vol.2, pp. 785-790.
- [Yaco 05-1] L. Yacoubi, K. Al-Haddad, F. Fnaiech and L-A. Dessaint, "A DSP-Based Implementation of a New Nolinear Control for a Three-Phase Neutral Point Clamped Boost Rectifier

Prototype”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.52, No.1, February 2005, pp. 197-205.

- [Yaco 05-2] L.Yacoubi, K. Al-Haddad, L-A. Dessaint and F. Fnaiech, ”A DSP-Based Implementation of a Nolinear Model reference Adaptive Control for a Three-Phase Three-Level NPC Boost Rectifier Prototype”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.20, No.5, September 2005, pp. 1084-1092.
- [Zaim 05] R. Zaimeddine, E. M. Berkouk, “Switching strategies in direct torque control using a three-level voltage source inverter”, WSEAS-Transactions-on-Systems. June 2005; 4(6): 736-44.
- [Zhao 04] J. X. Zhao, L. Luo, X. Ma, S. Wan, “A new control strategy <sup>2</sup>of unity power factor for three phase pwm rectifier system”, 30th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics society, 2004, IECON 2004, vol. 1, pp.709-714, November 2004.

# ANNEXES

## Annexe 1

### Paramètres de la machine asynchrone utilisée pour la simulation :

Puissance nominale	$P_u = 1 \text{ MW}$
Tension nominale	$V_n = 791 \text{ V}$
Couple nominale	$C_{em} = 6500 \text{ N.m}$
Flux nominal	$\phi_n = 2.48 \text{ Wb}$
Résistance statorique	$R_s = 0.228 \text{ } \Omega$
Résistance rotorique	$R_r = 0.332 \text{ } \Omega$
Inductance statorique	$L_s = 0.0084 \text{ H}$
Inductance rotorique	$L_r = 0.0082 \text{ H}$
Inductance mutuelle	$M = 0.0078 \text{ H}$
Moment d'inertie	$J = 20 \text{ Kg.m}^2$
Nombre de paire de pôles:	$P = 3$
Fréquence nominale	$f = 60 \text{ Hz}$

### Paramètres du réseau d'alimentation utilisé pour la simulation :

Tension de phase	$V_n = 220 \text{ V}$
Résistance de ligne	$R_s = 2 \text{ } \Omega$
Inductance de ligne	$L_s = 0.002 \text{ H}$



## Annexe 2

### Théorie de la commande par retour d'état linéarisant

La commande par retour d'état linéarisant permet de transformer le modèle mathématique non linéaire d'un système donné en modèle linéaire équivalent. Cette linéarisation se fait en deux étapes :

- une transformation de coordonnées ;
- et un retour d'état non linéaire.

Suivant le choix des sorties du système, la linéarisation est soit exacte soit partielle. Pour la linéarisation partielle, une partie du système est rendue inobservable. La stabilité de cette partie non observable doit être mise en compte.

Dans la théorie de la commande non linéaire, on utilise souvent des notions de géométrie différentielle et de topologie telles que la dérivée de Lie, le crochet de Lie, le difféomorphisme, la distribution, et l'involutivité.

## 1. Notions de la géométrie différentielle

Nous donnons ici certaines notions de géométrie différentielle en vue de les utiliser dans la théorie de commande par retour d'état linéarisant. Ces notions sont détaillées dans [Isid 89] [Slot 91] et [Nijm 91].

### 1.1. Difféomorphisme

Une fonction  $\phi$

$$\begin{array}{ccc} \phi : \Omega & \longrightarrow & \mathcal{R}^n \\ (x_1, x_2, \dots, x_n)^T & \longrightarrow & (z_1, z_2, \dots, z_n)^T \end{array} \quad (1)$$

définie dans une région  $\Omega$  est un difféomorphisme local si :

- 1-  $\phi(x)$  est une bijection
- 2-  $\phi(x)$  et  $\phi^{-1}(x)$  sont différentiables.

Si ces conditions sont vérifiées pour tout  $x \in \mathcal{R}^n$  ( $\Omega = \mathcal{R}^n$ ), le difféomorphisme est dit globale.

### 1.2. Champ de vecteurs

Un champ de vecteurs  $f$  est une application qui assigne à chaque point  $p$  dans une région  $\Omega \subseteq \mathcal{R}^n$  une fonction  $f_p$  dans  $\mathcal{R}^n$  :

$$\begin{array}{ccc} f : \Omega & \longrightarrow & \mathcal{R}^n \\ p & \longrightarrow & f_p \end{array}$$

### 1.3. Gradient

Etant donnée une fonction scalaire  $h(x)$  de l'état  $x$ . Le gradient de  $h$  est donné par :

$$\nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

$\nabla h$  représente un vecteur colonne d'éléments :  $\nabla h_i = \partial h / \partial x_i$

### 1.4. Jacobien

Le jacobien d'un champ de vecteur  $f(x)$  est donné par :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (3)$$

$\nabla f$  représente une matrice d'éléments :  $\nabla f_{ij} = \partial f_i / \partial x_j$

### 1.5. Dérivée de Lie

On considère une fonction scalaire  $h : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$  et deux champs de vecteurs :  $f, g : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ . La dérivée de Lie de  $h$  suivant le champ de vecteur  $f$  est une fonction scalaire définie par :

$$L_f h = \nabla h f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} f_i(x) \quad (4)$$

Les dérivées de Lie d'ordre supérieur sont donnée par :

$$\begin{aligned} L_f^0 h &= h \\ L_f^i h &= L_f(L_f^{i-1} h) = \nabla(L_f^{i-1} h) f, i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

La dérivée de la fonction  $L_f h$  suivant le champ de vecteur  $g$  est donnée par :

$$L_g L_f h = \nabla(L_f h) g = \sum_{i=1}^n \frac{\partial(L_f h(x))}{\partial x_i} g_i(x) \quad (6)$$

### 1.6. Crochet de Lie

Soit  $f$  et  $g$  deux champs de vecteurs dans  $\mathcal{R}^n$ . Le crochet de Lie de  $f$  et  $g$  est un troisième champ de vecteur défini par :

$$ad_f g = [f, g] = \nabla g f - \nabla f g \quad (7)$$

Le crochet de Lie d'ordre supérieur est défini comme suit :

$$\begin{aligned} ad_f^0 g &= g \\ ad_f^i g &= [f, ad_f^{i-1} g] \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Le croché de Lie a les propriétés suivantes :

### 1. *Bilinéarité*

$$\begin{aligned} [\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2, g] &= \alpha_1 [f_1, g] + \alpha_2 [f_2, g] \\ [f, \alpha_1 g_1 + \alpha_2 g_2] &= \alpha_1 [f, g_1] + \alpha_2 [f, g_2] \end{aligned} \quad (9)$$

avec

$\alpha_1, \alpha_2$  : des constantes réelles  
 $f_i, g_i$  : des champs de vecteurs. ( $i=1,2$ )

### 2. *Anti-commutativité*

$$[f, g] = -[g, f] \quad (10)$$

### 3. *Identité de Jacobi*

$$L_{ad_f g} h = L_f L_g h - L_g L_f h \quad (11)$$

## 1.7. Distribution

Une distribution  $D$  est un espace ou sous-espace vectoriel engendré par une base formée par les champs de vecteurs  $f_1, f_2, \dots, f_d$ :

$$D = \text{span} \{ f_1, f_2, \dots, f_d \}.$$

## 1.8. Involutivité

La distribution  $D$  est dite involutive si et seulement si elle est stable par crochet de Lie :

$$\forall x, y \in D : [x, y] \in D.$$

## 2. Commande non linéaire d'un Système mono- entrée mono- sortie

On considère le système mono- entrée mono- sortie suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) \cdot u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (12)$$

avec:

$x = (x_1 \ x_2 \dots \ x_n)^T$ : vecteur d'état ;

$u(y)$ : entrée (sortie) du système ;

$h(x)$  : fonction analytique de  $x$  ;

$f, g$  : champs de vecteurs supposés infiniment différentiables.

### 2.1. Degré relatif

Le système (12) est dit de degré relatif  $r$  si :

$$\begin{aligned} L_g L_f^i h(x) &= 0 & 0 \leq i < r - 1 \\ L_g L_f^{r-1} h(x) &\neq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

avec  $L_f h$  : dérivée de Lie de  $h$  suivant le champ de vecteurs  $f$  :

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} f_i \quad (14)$$

#### Remarque 1

Le degré relatif représente le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie du système pour faire apparaître explicitement l'entrée [Isid 89] :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} (f(x) + g(x) \cdot u) \\ &= L_f h(x) + L_g h(x) \cdot u \end{aligned} \quad (15)$$

Si le degré relatif est supérieur à 1, on a :  $L_g h(x) = 0$ . Donc :  $\dot{y} = L_f h(x)$

et on montre que :

$$\begin{aligned} y^{(i)} &= L_f^i h(x) \quad 0 \leq i < r \\ y^{(r)} &= L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u \end{aligned} \quad (16)$$

### Remarque 2 [Isid 89] [Slot 91]

Pour un système commandable, on a toujours  $r \leq n$ . Si l'entrée n'apparaît pas après  $n$  dérivations de la sortie, le système est non commandable.

Pour  $r = n$ , le système admet une linéarisation exacte.

Pour  $r < n$ , le système admet une linéarisation partielle. L'ordre du sous-système linéarisé est égal à  $r$ .

### Remarque 3. Analogie avec les systèmes linéaires [Isid 89]

Le degré relatif  $r$  d'un système linéaire :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + b u \\ y &= c x \end{aligned} \quad (17)$$

est caractérisé par :

$$\begin{aligned} cA^i b &= 0 \quad 0 \leq i < r-1 \\ cA^{r-1} b &\neq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

L'entier  $r$  qui satisfait ces conditions est égale à la différence entre le degré du dénominateur et celui de numérateur de la fonction de transfert du système:

$$H(s) = c(sI - A)^{-1}b \quad (19)$$

### Remarque 4

Les fonctions  $h, L_f h, L_f^2 h, \dots, L_f^{r-1} h$  (dérivées successives de la sortie  $y$ ) ont une importance particulière ; Elles peuvent être choisies comme base d'un nouveau système de coordonnées. Ce choix apporte une simplification importante au modèle.

## 2.2. Conditions de linéarisation exacte

Le système (12) admet une linéarisation exacte par retour d'état si et seulement si :

- 1- Les vecteurs  $\{ g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g, ad_f^{n-1} g \}$  sont linéairement indépendants.
- 2- La distribution  $D = \text{span} \{ g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g \}$  est involutive et de rang constant.

On désigne par  $ad_f g$  le crochet de Lie des vecteurs  $f$  et  $g$  :

$$ad_f g = \nabla g f - \nabla f . g \quad (20)$$

### Remarque [Slot 91]

La première condition reflète la condition de commandabilité : pour le système linéaire (17), la matrice  $(g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g, ad_f^{n-1} g)$  devient :  $(b, Ab, A^2 b, \dots, A^{n-1} b)$  qui est la matrice de commandabilité.

## 2.3. Linéarisation exacte par retour d'état

Si les conditions de linéarisation exacte sont vérifiées, il existe au moins une sortie  $y=h(x)$ , n'ayant pas forcément un sens physique, pour laquelle le degré relatif  $r$  est égal à  $n$ , et le système admet une linéarisation exacte. Cette linéarisation se fait en deux étapes ; la mise du système sous la forme normale, et le retour d'état linéarisant.

### 2.3.1. Forme normale

Pour mettre le système sous sa forme normale, on applique la transformation des coordonnées (difféomorphisme)  $\phi$  suivante :

$$\begin{aligned} z_1 &= \phi_1(x) = h(x) \\ z_2 &= \phi_2(x) = L_f h(x) \\ &\dots\dots\dots \\ z_n &= \phi_n(x) = L_f^{n-1} h(x) \end{aligned} \quad (21)$$

Dans les nouvelles coordonnées  $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , le système (12) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_n &= b(z) + a(z)u \end{aligned} \quad (22)$$

avec

$$\begin{aligned} a(z) &= L_g L_f^{n-1} h(x) \\ b(z) &= L_f^n h(x) \end{aligned} \quad (23)$$

### 2.3.2. Retour d'état linéarisant

L'entrée  $u$  du système est une fonction des états :

$$u = \alpha(z) + \beta(z)v \quad (24)$$

avec  $v$ : nouvelle entrée pour laquelle le système est linéaire.

On choisit  $\alpha$  et  $\beta$  pour que la dernière équation de (22) devienne :

$$\dot{z}_n = v \tag{25}$$

Par identification, on trouve :

$$\alpha(z) = \frac{1}{a(z)}$$

$$\beta(z) = \frac{-b(z)}{a(z)} \tag{26}$$

Le système (22) s'écrit alors :

$$\dot{z} = Az + bv$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{27}$$

L'équation (27) représente un intégrateur d'ordre  $n$  (Fig 3.1).

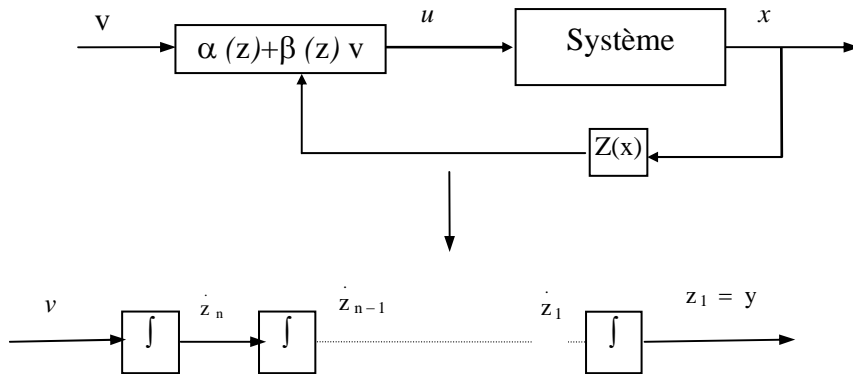


Fig 3.1. Linéarisation exacte par retour d'état. Forme canonique de Brunovsky

L'entrée  $v$  est obtenue en appliquant un réglage linéaire (retour d'état, régulateur classique..etc)(Fig 3.2).

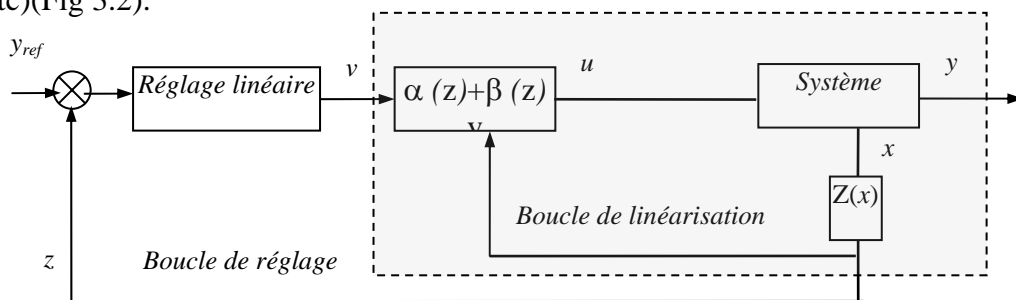


Fig. 3.2. Boucles de réglage et de linéarisation.

## 2.4. Linéarisation partielle par retour d'état

La linéarisation partielle correspond à un degré relatif inférieur à l'ordre du système :  $r < n$ .

### 2.4.1. Forme normale

Les fonctions  $h, L_f h, L_f^2 h, \dots, L_f^{r-1} h$  donnent les  $r$  premières composantes du difféomorphisme  $\phi$ .

Les  $(n-r)$  composantes restantes sont choisies de sorte que :

$$L_g \phi_i(x) = 0 \quad r+1 \leq i \leq n \quad (28)$$

pour que leurs dérivées soient indépendantes de l'entrée  $u$  [Isid 89].

Dans le nouveau système de coordonnées, le système (12) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= b(z) + a(z)u \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned} \quad (29)$$

avec

$$\begin{aligned} a(z) &= L_g L_f^{r-1} h(\phi^{-1}(z)) \\ b(z) &= L_f^r h(\phi^{-1}(z)) \\ q_i(z) &= L_f \phi_i \quad r+1 \leq i \leq n \end{aligned} \quad (30)$$

### 2.4.2. Retour d'état linéarisant

Le retour d'état :

$$u = \frac{1}{a(z)}(v - b(z)) \quad (31)$$



transforme le système (12) en une partie linéaire sous forme canonique de Brunowsky (équation(32)) et une partie non observable (équation(33)) :

$$\dot{\zeta} = A z + b v \tag{32}$$

$$\dot{\eta} = q(\zeta, \eta) \tag{33}$$

Avec :

$$\zeta = (\zeta_1 \dots \dots \zeta_r)^T = (z_1 \dots \dots z_r)^T \tag{34}$$

$$\eta = (\eta_1 \dots \dots \eta_{n-r})^T = (z_{r+1} \dots \dots z_n)^T$$

$$A(r,r) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} ; \quad b(r) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{35}$$

L'entrée  $v$  est obtenue par un réglage linéaire (Fig 3.3) :

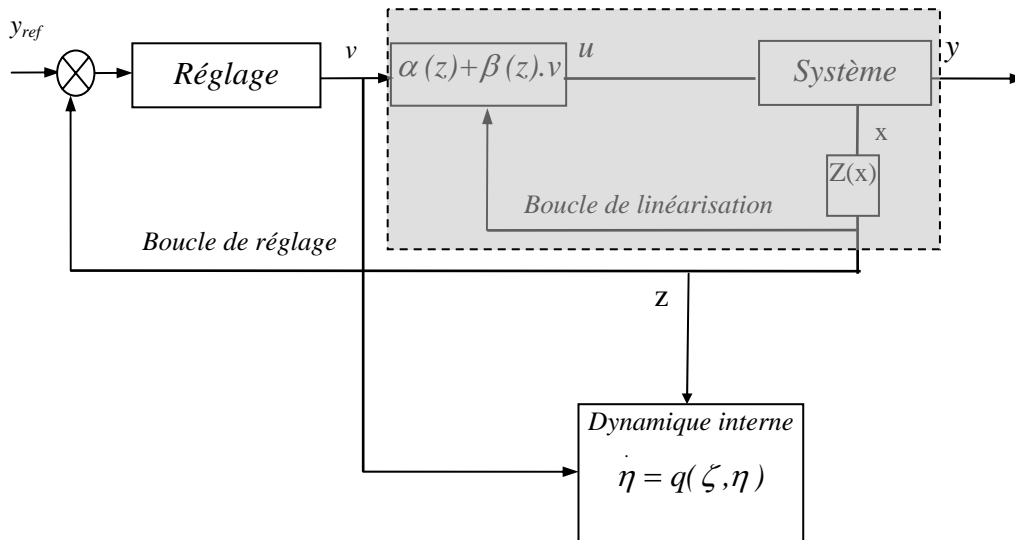


Fig 3.3 Linéarisation partielle et dynamique interne.

### 2.4.3. Dynamique interne

La dynamique de la partie non observable (33) est appelée la dynamique interne. La stabilité de cette dynamique est exigée pour la conception de la commande. Pour un système linéaire, la dynamique interne est stable si les zéros de la fonction de transfert se situent dans le demi-plan gauche du domaine complexe (système à phase minimale). Par analogie, on introduit la notion de la dynamique des zéros pour étudier la stabilité de la dynamique interne d'un système non linéaire.

### 2.4.4. Dynamique des zéros

La dynamique des zéros est la dynamique interne lorsque l'entrée du système est choisie de manière à ramener la sortie à zéro à l'instant  $t=t_0$ , et la forcer à y rester [Isid 89]. Si la sortie  $y$  est maintenue nulle, ces dérivées doivent être nulles aussi. En imposant cette condition au système (32) (33), on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= 0 \\ \dot{\xi} &= q(0, \eta) \\ \eta(0) &= \eta_0\end{aligned}\quad (36)$$

et l'entrée  $u$  est égale à :

$$u(x) = -\frac{L_f^r h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)}$$

La dynamique des zéros décrit l'évolution de l'état du système dans la surface de dimension  $(n-r)$  défini par la condition  $\zeta = 0$ . La Fig 3.4 donne l'illustration de la dynamique des zéros pour un système d'ordre  $n = 3$  et de degré relatif  $r = 1$ .

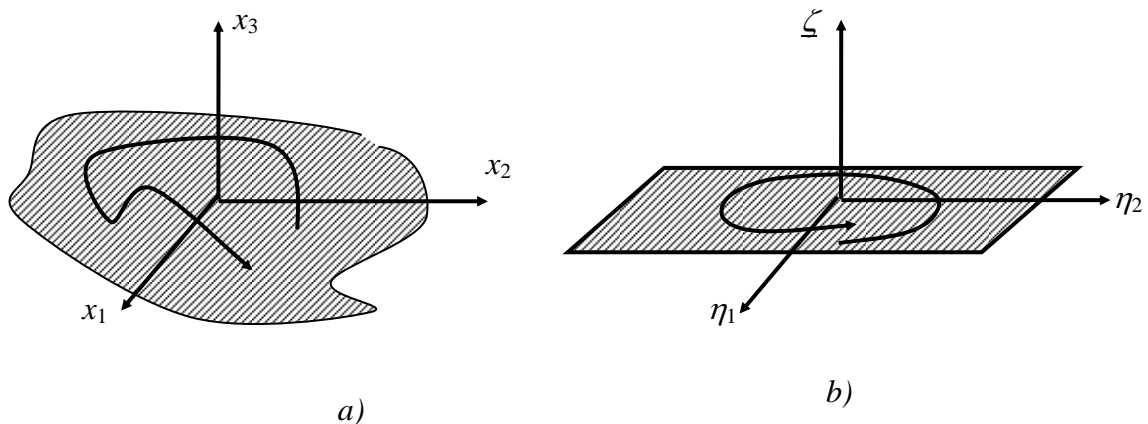


Fig 3.4. Evolution de l'état du système dans l'espace de la dynamique des zéros pour le cas  $n = 3, r = 1$

a- dans les coordonnées originales

b- dans les coordonnées normales.

### 3. Système multi-entrée multi-sortie (MIMO)

On considère le système carré (nombre d'entrées et de sorties égales) :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y_j &= h_j(x) \quad 0 \leq j \leq m \end{aligned} \quad (37)$$

avec :

$x = (x_1 x_2 \dots x_n)^T$  : vecteur d'état.

$f, g_1, g_2, \dots, g_m$  : champs de vecteurs.

$h_1, h_2, \dots, h_m$  : des fonctions analytiques au voisinage  $\Omega$  d'un point  $x_I$  de  $\mathcal{R}_n$ .

#### 3.1. Degré relatif vectoriel

Le système (37) a le degré relatif vectoriel  $(r_1, r_2, \dots, r_m)$  si :

$$1. L_{g_i} L_f^k h_j(x) = 0 \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq m, \quad k < r_i - 1 \quad (38)$$

2. La matrice de découplage :

$$D(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1 & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1 \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2 & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2 & \dots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m & L_{g_2} L_f^{r_m-1} h_m & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m \end{pmatrix} \quad (39)$$

est non singulière.

#### Remarque 1

Le degré relatif  $r_i$  lié la sortie  $y_i$  représente le nombre de fois qu'il faut dériver cette sortie pour faire apparaître explicitement au moins une des entrées  $u_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ).

#### Remarque 2

Le fait que chaque sortie  $y_i$  ayant le degré relatif  $r_i$  ne signifie pas toujours la non singularité de la matrice  $D(x)$ . En effet, la singularité de cette matrice peut être due au fait qu'une colonne de celle-ci soit nulle.

### 3.2. Conditions de linéarisation exacte

On construit les distributions (sous espaces) suivantes :

$$G_0 = \text{span} \{g_i, \quad 1 \leq i \leq m\}$$

$$G_1 = \text{span} \{g_i, ad_f g_i, \quad 1 \leq i \leq m\}$$

.....

$$G_{n-2} = \text{span} \{g_i, ad_f^j g_i, \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n-2\}$$

$$G_{n-1} = \text{span} \{g_i, ad_f^j g_i, \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n-1\}$$

Le système (37) admet une linéarisation exacte si et seulement si :

- la distribution  $G_{n-1}$  est de rang  $n$ ,
- Les distributions  $G_k$  ( $0 \leq k \leq n-2$ ) sont involutives et de rangs constants.

### 3.3. Linéarisation exacte par retour d'état

On considère que les conditions de linéarisation exacte sont vérifiées. Le degré relatif vectoriel satisfait la condition :

$$\sum_{i=1}^m r_i = n \quad (40)$$

#### 3.3.1. Forme normale

Le système est mis sous la forme normale par application du difféomorphisme suivant :

$$\begin{aligned} z_i^1 &= \phi_i^1(x) = h_i(x) \\ z_i^2 &= \phi_i^2(x) = L_f h_i(x) \\ &\dots\dots\dots \\ z_i^{r_i} &= \phi_i^{r_i}(x) = L_f^{r_i-1} h_i(x) \quad 1 \leq i \leq m \end{aligned} \quad (41)$$

Dans ces coordonnées, le système (37) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_i^1 &= z_i^2 \\ \dot{z}_i^2 &= z_i^3 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_i^{r_i-1} &= z_i^{r_i} \\ \dot{z}_i^{r_i} &= b_i(z) + \sum_{j=1}^m d_{i,j}(z) u \quad 1 \leq i \leq m \end{aligned} \quad (42)$$

avec :

$$\begin{aligned} b_i(z) &= L_f^{r_i} h_i(\phi^{-1}(z)) \\ d_{i,j}(z) &= L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) \quad 1 \leq i, j \leq m \end{aligned} \quad (43)$$

Les éléments  $d_{ij}$  de l'équation (43) sont identiques aux éléments de la matrice de découplage  $D(x)$  donnée par l'équation (39).

**3.3.2. Retour d'état linéarisant**

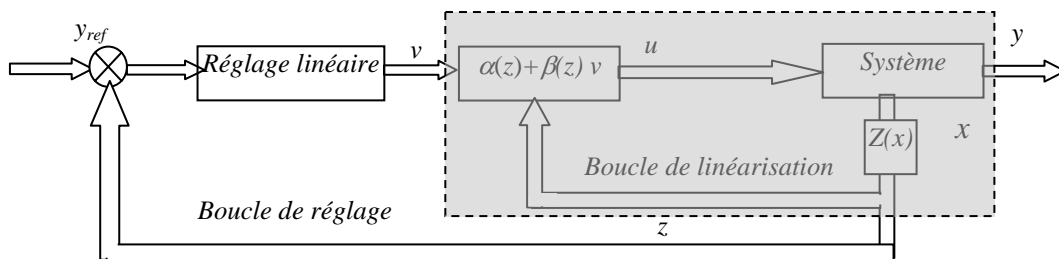
En admettant que la matrice de découplage  $D$  soit non singulière, on applique le retour d'état suivant sur le système (42) :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix} = D^{-1}(z) \begin{pmatrix} v_1 - b_1 \\ v_2 - b_2 \\ \dots \\ \dots \\ v_m - b_m \end{pmatrix} \tag{44}$$

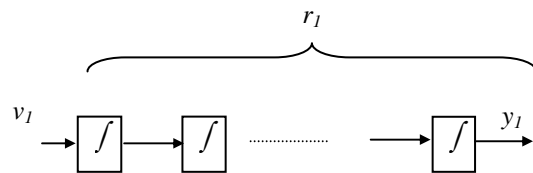
On obtient :

$$\begin{aligned} \dot{z}_i^1 &= z_i^2 \\ \dot{z}_i^2 &= z_i^3 \\ &\dots \\ \dot{z}_i^{r_i-1} &= z_i^{r_i} \\ \dot{z}_i^{r_i} &= v_i \quad 1 \leq i \leq m \end{aligned} \tag{45}$$

Le système (45) représente n intégrateurs indépendants en parallèle (Fig 3.5). Les entrées  $v_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) sont obtenues par un réglage linéaire.



a)



b)

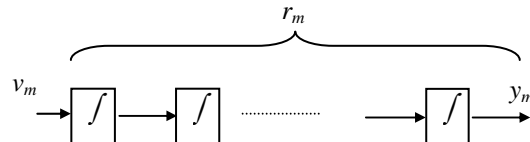


Fig 3.5. Linéarisation exacte (systèmes MIMO) :  
 a. Boucles de linéarisation et de réglage. b. Forme canonique de Brunovsky.

### 3.4. Linéarisation partielle par retour d'état

La linéarisation partielle correspond à la condition :

$$\sum_{i=1}^m r_i < n \quad (46)$$

#### 3.4.1. Forme normale

On doit ajouter  $(n-r)$  fonctions  $\phi_j(x)$  aux fonctions (41) pour compléter le difféomorphisme. Le système (37) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{z}_i^1 &= z_i^2 \\ \dot{z}_i^2 &= z_i^3 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_i^{r_i-1} &= z_i^{r_i} \\ \dot{z}_i^{r_i} &= b_i(z) + \sum_{j=1}^m d_{i,j}(z) u_j \quad 1 \leq i \leq m \end{aligned}$$

$$\dot{z}_k = q_k(\eta, \zeta) + p_k(\eta, \zeta) u \quad r+1 \leq k \leq n \quad (48)$$

avec

$$\begin{aligned} b_i(z) &= L_f^{r_i} h_i(\phi^{-1}(z)) \\ d_{i,j}(z) &= L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) \quad 1 \leq i, j \leq m \\ q_k(\eta, \zeta) &= L_f \phi_k(x) \\ p_k(\eta, \zeta) &= L_g \phi_k(x) \end{aligned} \quad (49)$$

Les éléments  $d_{ij}$  correspondent aux éléments de la matrice de découplage  $D(x)$  (équation (39)).

#### 3.4.2. Retour d'état linéarisant

L'application du retour d'état :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix} = D^{-1}(z) \begin{pmatrix} v_1 - b_1 \\ v_2 - b_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ v_m - b_m \end{pmatrix} \quad (50)$$

met le système (37) sous la forme canonique de Brunowsky (51) avec la dynamique interne (52) (Fig 3.6.) :

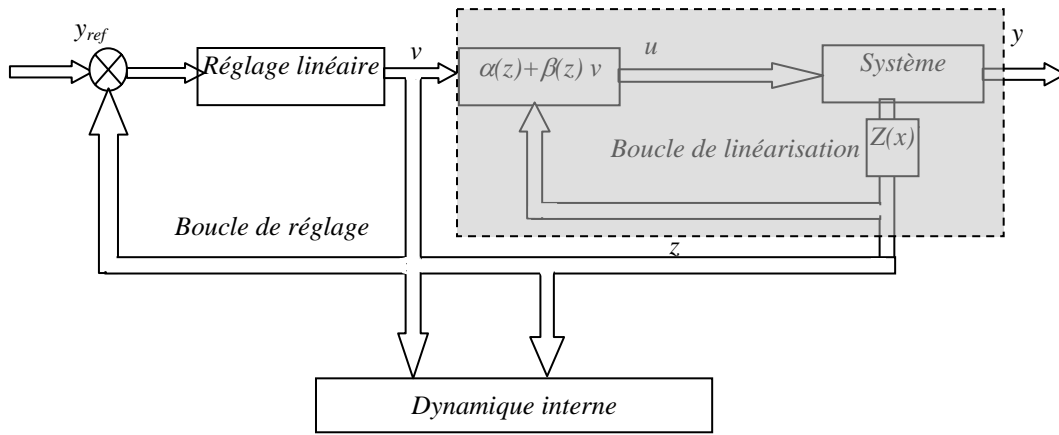


Fig 3.6. Systèmes MIMO. Linéarisation partielle et dynamique interne.

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_i^1 &= z_i^2 \\
 \dot{z}_i^2 &= z_i^3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 \dot{z}_i^{r_i-1} &= z_i^{r_i} \\
 \dot{z}_i^{r_i} &= v_i \quad 1 \leq i \leq m
 \end{aligned} \tag{51}$$

$$\dot{z}_k(z) = q_k(\phi^{-1}(z)) + p_k(\phi^{-1}(z))[D^{-1}(\phi^{-1}(z))(v - b)] \quad r + 1 \leq k \leq n \tag{52}$$

**3.4.3. Dynamique interne**

La dynamique interne est représentée par L'équation (52). La dynamique des zéros est la dynamique interne lorsque les entrées sont choisies de façon à maintenir les sorties à zéro.

$$y_i(t) = h_i(t) = 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad 1 \leq i \leq m \tag{53}$$

L'application de (53) sur (51) donne :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_i^1 &= \dot{z}_i^2 = \dots\dots\dots = \dot{z}_i^{r_i} = 0 \quad 1 \leq i \leq m \\
 \dot{z}_k &= p_k(z) + q_k(z)D^{-1}(-b) \quad r + 1 \leq k \leq m, \quad r + 1 \leq j \leq n \\
 z_k(0) &= z_0 \quad (\text{conditions initiales})
 \end{aligned} \tag{54}$$