

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Supérieure Polytechnique



Département de Génie Electrique

Laboratoire de Commande des Processus

## Thèse

présentée en vue de l'obtention du titre de

**Docteur en Sciences**

en Automatique par

**Rachid ILLOUL**

Ing. ENP M.Sc. University of Wisconsin-Madison (U.S.A.)

## Thème

**Modélisation, simulation et commande par  
logique floue d'une colonne d'absorption**

Soutenue le

Devant le jury :

M.S. BOUCHERIT, Professeur ENSP

Président

A. SELATNIA, Professeur ENSP

Rapporteur

M. TADJINE, Professeur ENSP

Examineur

H. AIT-AMAR, Professeur USTHB

Examineur

H. SAARI, maître de conférences INSM Bou-Ismaïl

Examineur

N. BALI, maître de conférences USTHB

Examineur

## *Dédicaces*

*A ma chère épouse Djamila et à mes trois enfants Nazim, Rym et Hassine*

*A mes parents Paulette et Jana*

*Ainsi qu'à tous mes amis qui se reconnaîtront*

## Remerciements

*Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Laboratoire de Commande des Processus (L.C.P) et du département de Génie Electrique de l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger sous la direction de Monsieur Ammar Selatnia, Professeur auprès du département de Génie Chimique à l'ENSP auquel je tiens à exprimer ma gratitude pour sa proposition de sujet, sa disponibilité et les conseils prodigués au long de ce travail.*

*Je remercie Mr le professeur Boucherit qui me fait l'honneur de présider mon jury ainsi que les professeurs Tadjine et Aït Amar qui me font l'honneur d'y participer. Je remercie également Mrs Les docteurs Bati et Saari qui me font également l'honneur de participer à ce jury.*

*J'exprime également mes sincères remerciements à tous mes collègues du département du Génie Electrique et particulièrement à ceux de l'Automatique pour leur soutien moral le long de ce travail.*

*Je tiens finalement à remercier tous les étudiants qui m'ont aidé à développer ce travail et sans qui ce mémoire n'aurait pas vu le jour et notamment M<sup>me</sup> Souad Sezzaoucha.*

# Table des matières

<b><u>Introduction</u></b>	1
<b><u>Chapitre I</u></b> Modélisation et simulation de la Colonne d’Absorption	6
I.1 Description et fonctionnement de la colonne d’absorption	6
I.2. Modélisation de la colonne d’absorption en régime dynamique	8
I.2.1 Principe du transfert de matière avec réaction chimique	8
I.2.2 Bilan de matière dans le sens longitudinal	10
I.3 Simulation en boucle ouverte de la colonne d’absorption	15
I.3.1 Equations aux dérivées partielles (EDP)	15
I.3.2 Validation du modèle mathématique développé	16
I.3.3 Simulation en boucle ouverte du régime dynamique de la colonne d’absorption	17
I.3.4 Interprétation des résultats	21
I.3.5 Evolution de la concentration de CO <sub>2</sub> le long de la colonne en régime dynamique	22
I.4 Simulation de la régulation PI	24
I.4.1 Régulation autour du premier point de fonctionnement	24
I.4.2 Régulation autour du second point de fonctionnement	28
I.4.3 Interprétation des résultats	31
I.5. Conclusion	31

<b><u>Chapitre II</u></b> Commande par Logique floue, Neuro-floue et LESDF	33
II.1 Présentation de la logique floue	33
II.1.1 Historique de la commande par logique floue et plan de travail	34
II.2 Notions de base de la logique floue	36
II.2.1 Variables linguistiques	36
II.2.2 Ensembles flous	37
II.2.3 Fonctions d'appartenance	38
II.2.4 Opérations sur les ensembles flous	39
II.3 Structure d'un système flou	40
II.4 Réseaux de neurones et logique neuro-floue	42
II. 4.1 Réseau neuro-flou	44
II.4.2 Apprentissage du contrôleur neuro-flou	46
II.5 Propriétés d'une représentation floue particulière des systèmes discrets	47
II.5.1 Représentation entrée-sortie floue	47
II.5.2 Synthèse de la loi de commande par inversion du système	49
II.5.3 Choix des fonctions d'appartenance en entrée	49
II.5.4 Propriétés structurelles d'un système flou à deux entrées	50
II.5.5 Généralisation des propriétés structurelles à un système à n entrées	55
II.5.6 affinité du système par rapport aux entrées	57
II.6 Linéarisation entrée-sortie discrète floue (LESDF)	58
II.6.1 Synthèse d'une loi de commande	58
II.7 Conclusion	60

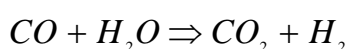
<b><u>Chapitre III</u></b> Application des stratégies de commande à la colonne d'absorption	62
III.1 Présentation des applications de la commande	62
III.1.1 Régulateur flou simple	62
III.1.2 Régulateur neuro-flou adaptatif	63
III.1.3 Linéarisation entrée-sortie Discrète Floue (L.E.S.D.F)	64
III.2 Résultats de simulation	67
III.2.1 Régulateur flou simple	68
III.2.2 Régulateur neuro-flou adaptatif	76
III.2.3 Commande L.E.S.D.F	83
III.3 Discussion des résultats et conclusion	90
<b><u>Conclusion générale et perspectives</u></b>	92
<b><u>Bibliographie</u></b>	94
<b><u>Annexe A</u></b> Calcul du facteur d'accélération E	101
A.1 Expression de $C_{AL}$ et des densités de flux en phase liquide	102
A.1.1 Cas d'une réaction de pseudo premier ordre ( $C_{BL}(x)$ constant)	102
A.1.2 Cas d'une réaction du deuxième ordre	106
A.2 Expression de Kishinevskii [KIS79]	109
<b><u>Annexe B</u></b> Nomenclature	111

# Introduction

Les risques de changement climatique font l'objet de nombreux débats ces dernières années. Actuellement, la plupart des experts estiment que ces risques sont réels et directement reliés aux émissions de gaz à effet de serre, et tout particulièrement de CO<sub>2</sub>, ces émissions sont dues principalement à l'utilisation de combustibles fossiles et ont fortement augmenté au cours des récentes décennies. Elles entraînent une augmentation de la teneur de ce gaz dans l'atmosphère qui serait responsable de la tendance au réchauffement climatique observée, et pourrait avoir dans l'avenir des conséquences beaucoup plus dramatiques si aucune mesure n'est prise [IFP03].

A côté des indispensables mesures de réduction des consommations d'énergie et de développement des énergies renouvelables, la capture et le stockage du CO<sub>2</sub> dans des formations géologiques s'avère une option très intéressante [WEC04]. Les techniques de capture du CO<sub>2</sub> appartiennent à trois catégories générales : La séparation précombustion, l'oxycombustion et la séparation postcombustion ou absorption.

♦ Dans la capture en précombustion, on produit un gaz de synthèse riche en monoxyde de carbone (CO) et en hydrogène, puis le monoxyde de carbone est transformé en CO<sub>2</sub> par la réaction suivante :



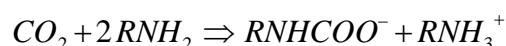
Le CO<sub>2</sub> est alors séparé de l'hydrogène qui est utilisé comme combustible.

♦ Dans l'oxycombustion, on brûle le combustible avec de l'oxygène pur, ainsi le gaz de combustion contiendra essentiellement du CO<sub>2</sub> et de l'eau. La séparation de CO<sub>2</sub> sera alors aisée, mais la production d'oxygène pur ou enrichi est coûteuse en termes de capital et d'énergie.

La principale technique de capture utilisée est la séparation postcombustion ou absorption ; c'est le procédé le plus répandu dans le secteur pétrolier lors du traitement des gaz acides (contenant de l'H<sub>2</sub>S et/ou du CO<sub>2</sub>) et dans l'industrie. Elle se base sur l'absorption chimique du CO<sub>2</sub> par un solvant dans une colonne d'absorption où le gaz à traiter et la solution de solvant circulent à contre-courant. Les principaux solvants utilisés sont le di-2-propanolamine (DIPA), le méthyl-diéthanolamine (MDEA), le diéthanolamine (DEA) et

finalement le monoéthanolamine (MEA). A noter que les amines primaires et secondaires comme le MEA et le DEA sont très réactives et se distinguent par leur taux d'absorption de  $\text{CO}_2$  très élevé ce qui explique que leur utilisation soit très répandue [IDE06] ; nous considérerons dans notre étude le monoéthanolamine (MEA) comme solvant.

Le principe de l'absorption est de faire circuler dans une colonne du gaz chargé en  $\text{CO}_2$  du bas vers le haut (sens ascendant). Une solution aqueuse de liquide de lavage, ici le MEA est introduite en haut de la colonne et circule par gravité sur le garnissage utilisé pour améliorer la surface de contact entre phases. Lors du contact entre phase liquide et gazeuse, le  $\text{CO}_2$  passe de la phase gazeuse vers la phase liquide ; cette diffusion est accélérée par la réaction chimique du  $\text{CO}_2$  avec le liquide de lavage qui se déroule dans la phase liquide, le liquide se chargera ainsi en gaz carbonique et nous obtenons en tête de colonne du gaz épuré. Le liquide sortant de la colonne ainsi chargé en  $\text{CO}_2$  sera alors chauffé vers  $100\text{-}120^\circ\text{C}$  et la réaction d'absorption qui avait lieu à basse température [TON92, PIN93] :



sera inversée ; le  $\text{CO}_2$  pur se dégageant de la solution sera facilement récupéré et le solvant régénéré sera réinjecté dans la colonne pour continuer le cycle. Le débit de MEA et la concentration du  $\text{CO}_2$  dans le mélange gazeux en sortie de colonne seront respectivement sélectionnés dans notre étude comme variables de commande et de contrôle.

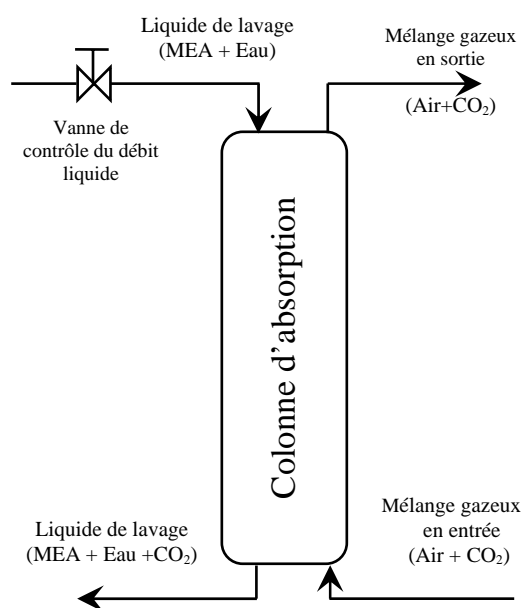


Schéma de fonctionnement de la colonne d'absorption



La modélisation des colonnes d'absorption n'est pas un sujet nouveau. Les modèles de ce type de réacteur sont bien connus et repose principalement sur les équations du bilan de matière ; on arrive ainsi à un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Ce type de modèle faisant intervenir des dérivées partielles est appelé système aux paramètres répartis car les variables dépendent du temps et de l'espace. Leur utilisation à des fins de commande est peu fréquente car ce modèle est difficile à manipuler étant équivalent à un modèle d'état d'ordre infini.

Dans le domaine de la modélisation et de la simulation des colonnes d'absorption différentes études ont été menées. Bradley et André [BRA72] ont présenté une analyse dynamique de la colonne d'absorption en utilisant une solution aqueuse de MEA et en supposant un écoulement ponctuel pour les phases gazeuses et liquides avec d'autres hypothèses simplificatrices. Suenson et al. [SUE85] puis Marini et al. [MAR85] améliorèrent les performances de la modélisation dynamique et statique de la colonne d'absorption utilisant comme absorbant une solution chaude de DEA et de carbonate de potassium. Deleye et Froment [DEL86] proposent une méthodologie de conception pour les colonnes d'absorption en utilisant cette fois ci comme absorbant une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium et d'amine. Peu d'études par contre ont été publiées sur la modélisation et la simulation de colonnes d'absorption de CO<sub>2</sub> par une solution aqueuse de MEA [TON92, PIN93, ALA94] et ceci qu'elles soient pilotes ou industrielles. On peut noter le travail récent de Liu & al. [LIU06] qui proposent une simulation effectuée en utilisant un modèle basé sur le 'computational mass transfer' (CMT).

Peu d'études ont été également menées sur la commande des colonnes d'absorptions. Crosby [CRO76] a étudié la performance d'un contrôleur d'état sur une colonne à garnissage. Roffel [ROF76] a développé un contrôleur de sortie sous-optimal avec contrainte inégalité sur l'état. Darwish et Fantin [DAR80] ont utilisé une commande décentralisée avec placement de pôles. Petrovsky [PET80] a développé un régulateur multivariable PI. Najim [NAJ91] a développé un régulateur auto-ajustable dans le cas de l'absorption de CO<sub>2</sub> par une solution de diéthanamine. Il a ultérieurement repris le problème avec une commande prédictive [NAJ95]. Nous avons nous-mêmes dans des travaux précédents appliqué la commande prédictive généralisée linéaire [ILL02] ainsi que la commande par logique floue et neuro-floue [ILL03] à un premier modèle de notre colonne d'absorption.

Dans notre étude, nous développons un modèle mathématique décrivant le fonctionnement en régime dynamique de la colonne d'absorption à garnissage opérant à contre courant. Ce dernier est élaboré à partir des bilans de matière dans chaque phase

gazeuse et liquide. Le modèle obtenu est un système aux paramètres répartis fortement non linéaire. Les techniques de commande classiques (régulateurs PI) actuellement utilisées dans l'industrie repose sur la théorie des systèmes linéaires ; cependant, la nécessité d'obtenir de meilleures performances impose des techniques de commande plus adaptées aux systèmes fortement non linéaires. Parmi les techniques les plus performantes, nous pouvons citer la logique floue [LAB98].

C'est en 1965 que L. Zadeh [ZAD65] publie le premier article concernant une nouvelle méthode non probabilistes pour décrire les incertitudes. Dans cette méthode, ensemble flou et théorie des possibilités sont à la base d'une méthodologie de représentation et d'utilisation de connaissances imprécises, vagues, et incertaines que Zadeh appelle théorie du raisonnement approché ou logique floue. Les premiers développements en commande floue ont été initialisés par Mamdani [MAM74, MAM75, MAM76]. L'idée de base consistait à exploiter l'expérience des opérateurs humains pour construire une loi de commande. Un jeu de règles floues traduit alors le comportement des opérateurs en terme de stratégie de commande. Une telle approche permet d'éviter la phase de modélisation nécessaire à la mise en oeuvre des techniques de synthèse de l'automatique conventionnelle. Pour des procédés non linéaires, difficiles à modéliser, l'économie du modèle peut s'avérer importante tant en temps qu'en coût. Depuis, diverses applications ont été développées avec succès pour des processus industriels dans le domaine de la supervision de procédés, du diagnostic et du calcul de commande [GAD03, ALB04].

L'avancement des recherches dans le domaine du flou a prouvé la capacité et la puissance des modèles flous dans l'identification (apprentissage) des procédés non linéaires. Plusieurs chercheurs utilisent cette puissance d'apprentissage pour représenter la dynamique des procédés non linéaires [TAK85, BAB94]. Cette puissance est basée sur la propriété d'approximation universelle des systèmes flous. En effet, ceux-ci sont capables d'approximer, avec un degré de précision arbitraire fixé, n'importe quelle dynamique non linéaire sur un ensemble compact [WAN92, BUC93].

Les travaux que nous allons présenter dans cette thèse portent sur l'utilisation de trois stratégies de commande basées sur la logique floue et notamment sur les systèmes flous de Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Nous utiliserons d'abord un régulateur flou de type Takagi-Sugeno avec des fonctions d'appartenance gaussiennes en entrée, un régulateur neuro-flou adaptatif et finalement une stratégie de placement de pôles basée sur la L.E.S.D.F.

Le premier chapitre de notre thèse sera consacré à la modélisation de notre système en régime dynamique ; nous utiliserons pour cela les principes fondamentaux concernant le

transfert de matière et les équations de bilan de matière. Pour pouvoir valider notre modèle, une comparaison entre les résultats expérimentaux [SED04] et ceux obtenus par simulation sera effectuée. Nous présenterons également des résultats de simulation en boucle ouverte, puis en boucle fermée en utilisant un régulateur PI classique, et ce dans le but de comparer les résultats donnés par une approche classique de commande à ceux donnés par nos trois stratégies de commande floue.

Dans le deuxième chapitre de notre thèse nous donnerons un bref historique de la logique floue, ses principes ainsi que les notions de base rattachées, nous présenterons ensuite de manière détaillée les trois stratégies de commande floue choisies et notamment la LESDF qui peut s'avérer très intéressante pour des systèmes non affines en la commande.

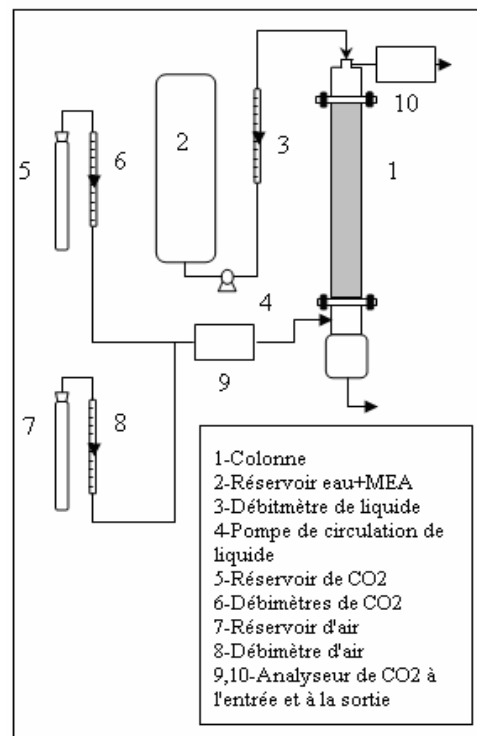
Enfin, dans le dernier chapitre de notre thèse, nous présenterons les résultats de simulation obtenus pour chacune des commandes développées dans la partie précédente et ce pour différents types de perturbation ainsi que pour une variation de consigne; ceci pour deux points de fonctionnement différents. Une discussion des résultats obtenus sera finalement présentée.

Nous terminerons notre thèse par une conclusion générales et des perspectives pour les travaux à venir.

## Chapitre I

# Modélisation et simulation de la Colonne d'Absorption

### I.1. Description et fonctionnement de la colonne d'absorption



**Figure I.1** Schéma de la colonne d'absorption

La colonne d'absorption utilisée dans notre étude est une colonne à garnissage en verre, mesurant 1,26 m de hauteur et 75 mm de diamètre intérieur. La colonne possède deux tronçons superposés ayant chacun 63 cm de hauteur dont le but est de recentrer le liquide et de permettre la prise d'échantillons liquides et gazeux. Chaque tronçon contient des grains de garnissage destiné avant tout à améliorer la surface de contact entre phases. Le choix du garnissage est dicté par son prix, les pertes de charge induites et surtout par la surface de contact offerte entre le gaz et le liquide utilisé. Les garnissages peuvent être de formes variées

(anneaux, selles...), utiliser différents matériaux (céramique, verre, métal...) et être ordonnés ou bien disposés en vrac. Dans notre étude, le garnissage est du type anneaux de Raschig de dimension caractéristique 10mm et est disposé en vrac. La pression et la température de travail sont respectivement de 1 bar et de 25 ou 40°C. L'amplitude des perturbations sur la concentration de CO<sub>2</sub> dans le mélange à traiter est de l'ordre de 10 à 20%. Cette colonne est utilisée pour réduire la concentration du CO<sub>2</sub> à une valeur désirée [SED04].

La circulation du liquide à travers toute la colonne est assurée à l'aide d'une pompe qui assure des débits compris entre 5 et 260 l/h. Le dispositif est équipé d'un compresseur qui assure l'alimentation en air, quant au CO<sub>2</sub>, il provient d'une bouteille destinée à l'usage industriel.

Le principe du processus est de faire circuler le mélange gazeux (air+CO<sub>2</sub>) dans la colonne du bas vers le haut (sens ascendant). Une solution aqueuse de liquide de lavage, ici la MEA circule à contre-courant, par gravité sur le garnissage. Lors du contact entre phase liquide et gazeuse sur la surface des anneaux de Raschig, le CO<sub>2</sub> passe de la phase gazeuse vers la phase liquide ; cette diffusion est accélérée par réaction chimique du CO<sub>2</sub> avec la MEA dans la phase liquide. La MEA est ainsi un absorbant. Le liquide va se charger en gaz carbonique et nous aurons donc en tête de colonne du gaz épuré. Par mesure d'économie, le MEA est régénérée (épurée du CO<sub>2</sub> quelle contient) par élévation de température (110°C) puis recyclé dans le pilote. Le débit de MEA et la concentration du CO<sub>2</sub> dans le mélange gazeux sont respectivement sélectionnés comme variables de commande et de sortie.

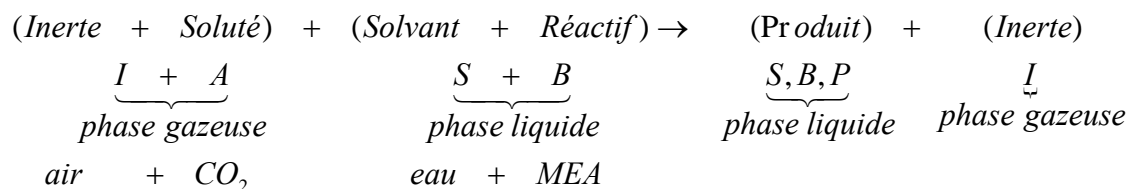


**Figure I.2** La colonne d'absorption du département de Génie Chimique

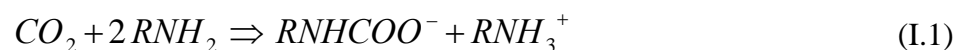
## I.2. Modélisation de la colonne d'absorption en régime dynamique

### I.2.1 Principe du transfert de matière avec réaction chimique

L'absorption d'un gaz accompagnée d'une réaction chimique dans la phase liquide permet d'améliorer l'efficacité de séparation (par exemple l'absorption du  $\text{CO}_2$  dans une solution aqueuse de soude) et la sélectivité de séparation comme l'absorption du  $\text{CO}_2$  et de l'hydrogène sulfuré  $\text{H}_2\text{S}$  dans des solutions d'éthanolamine [SED04]. Une absorption avec réaction chimique va également accélérer le transfert du soluté de la phase gazeuse vers la phase liquide. La réaction est la suivante :



Au cours de laquelle le soluté (A), dans notre cas le  $\text{CO}_2$  réagit avec le réactif (B), ici la MEA en solution pour donner le produit (P) d'après la réaction [TON92,PIN93] :



Cette réaction a un double effet :

- ♦ L'augmentation de la capacité d'absorption du liquide puisque le réactif fait disparaître le soluté absorbé ce qui accroît la force motrice du transfert.
- ♦ L'accroissement de la vitesse avec laquelle le soluté franchit l'interface pour passer dans le liquide, ainsi le coefficient de transfert de matière augmente.

Ce dernier effet est pris en compte dans les expressions du flux spécifique d'absorption en multipliant le coefficient de transfert de matière en phase liquide sans réaction chimique par un facteur appelé facteur d'accélération, noté E. Le flux spécifique d'absorption avec réaction chimique s'écrira [TRA84] :

$$\varphi = a \cdot N_A = a \cdot E K_{AL} \cdot (C_{ALi} - C_{AL}) \quad (I.2)$$

Avec :

$\varphi$  : Flux volumique d'absorption du composé A ( $mol / m^3 \cdot s$ )

$N_A$  : Flux surfacique du composé A, dans les cas de transfert de matière avec réaction chimique ( $mol / m^2 \cdot s$ )

$a$  : Aire interfaciale ( $m^2 / m^3$ )

$C_{ALi}$  : Concentration du composé A à l'interface coté liquide ( $mol / m^3$ )

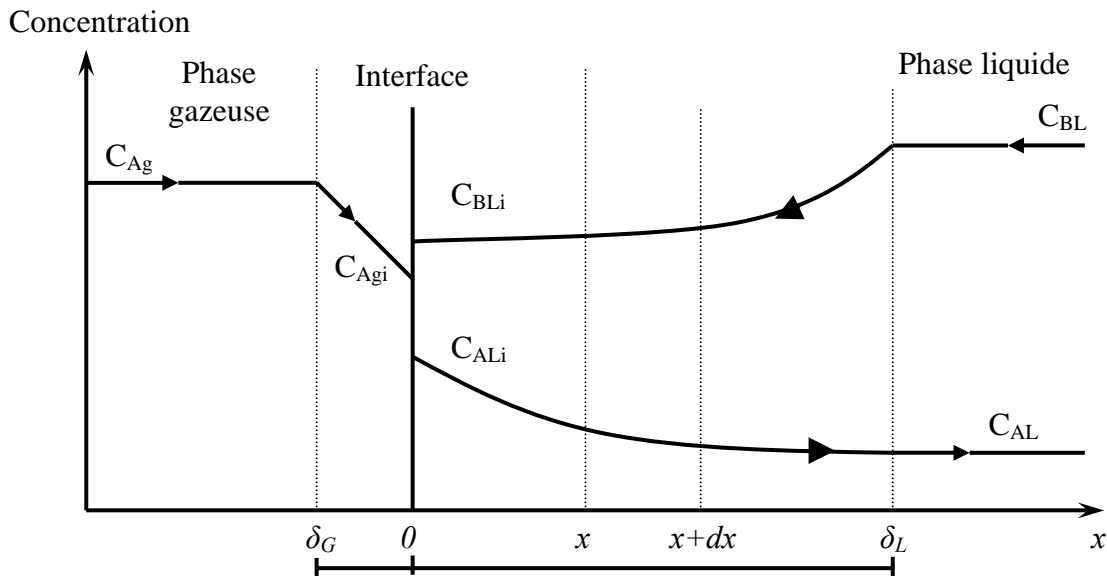
$C_{AL}$  : Concentration du composé A dans la phase liquide ( $mol / m^3$ )

$K_{AL}$  : Coefficient de transfert de matière du composé A sans réaction chimique dans la phase liquide (m/s)

La procédure de calcul du facteur d'accélération E est détaillée dans l'annexe A. Comme toute opération de transfert de matière, l'absorption avec réaction chimique peut être décomposée en plusieurs étapes [SED04] :

- ♦ Transfert de A de la phase gazeuse vers l'interface gaz/liquide ;
- ♦ Transfert de A de l'interface vers la phase liquide ;
- ♦ Transfert du réactif dans la phase liquide vers le site réactionnel ;
- ♦ Réaction entre A et B

Ces différentes étapes sont schématisées dans la figure I.3.



**Figure I.3.** Profils des concentrations dans le sens transversal pour le transfert de matière gaz-liquide

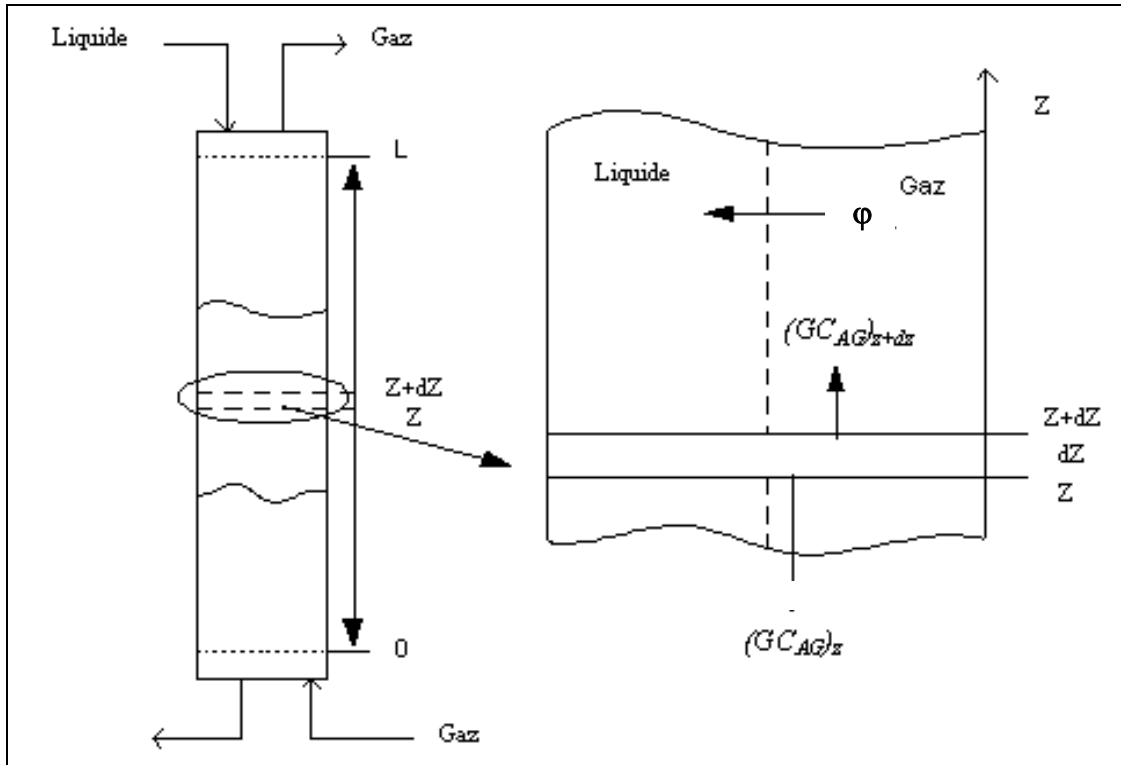
### I.2.2 Bilan de matière dans le sens longitudinal

Dans le but d'alléger le modèle et de simplifier le traitement numérique, nous faisons les hypothèses suivantes [SEL02] :

- ♦ Il n'y a pas de résistance en phase gazeuse,
- ♦ Toutes les propriétés physiques du gaz et du liquide sont constantes le long de la colonne et au cours du temps,
- ♦ Le processus est isotherme.
- ♦ La réaction entre le  $\text{CO}_2$  et le MEA est rapide ( $Ha > 5$ ).
- ♦ La dispersion axiale est négligeable dans la phase gazeuse et dans la phase liquide.

Dans ces conditions, les équations du modèle se réduisent à l'écriture des bilans de matière partiels dans chaque phase, auxquelles s'ajoutent les relations traduisant les conditions aux limites et d'équilibre. Nous effectuerons le bilan de matière sur un élément  $dz$  pour le  $\text{CO}_2$  dans la phase gazeuse et dans la phase liquide et pour le MEA uniquement en phase liquide car il ne peut pas passer dans la phase gazeuse (figure I.4).





**Figure I.4.** Bilan de matière sur une tranche élémentaire ( $dz$ ) dans le sens longitudinal

Le bilan de matière pour le  $\text{CO}_2$  dans la phase gazeuse pour une tranche élémentaire de hauteur  $dz$  et de largeur  $(z+dz)$  s'écrit [SED04] :

Quantité de soluté à l'entrée  $z$  = quantité de soluté à la sortie  $z+dz$  + quantité de soluté transféré de la phase gazeuse à la phase liquide + accumulation

Ce qui donne :

$$(GC_{Ag})_z = (GC_{Ag})_{z+dz} + \phi S dz + S \frac{dC_{Ag}}{dt} dz \quad (\text{I.3})$$

Avec :

$G$  : débit volumique du gaz ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$C_{Ag}$  : Concentration du  $\text{CO}_2$  dans la phase gazeuse ( $\text{mol}/\text{m}^3$ )

$S$  : Section de la colonne d'absorption ( $\text{m}^2$ )

En notant  $U_g = G/S$  ( $\text{m}/\text{s}$ ) la vitesse moyenne d'écoulement du gaz on obtient :

$$U_g \frac{dC_{Ag}}{dz} + \varphi = -\frac{dC_{Ag}}{dt} \quad (I.4)$$

Dans la phase liquide, le CO<sub>2</sub> réagit avec la monoéthanolamine (MEA) suivant la formule (I.1), la vitesse  $r_A$  de cette réaction du deuxième ordre est donnée par :

$$r_A = k C_{AL} C_{BL} \quad (I.5)$$

Avec :

$C_{BL}$  : Concentration du composé B dans la phase liquide ( $mol/m^3$ )

$k$  : constante de la vitesse de la réaction ( $m^3/mol.s$ ) donné par :

$$\log_{10} k = 10,99 - \frac{2152}{T} \quad (I.6)$$

T : Température (°K)

En tenant compte de l'expression de  $r_A$ , le bilan de matière pour le CO<sub>2</sub> dans la phase liquide donne :

Quantité de soluté à l'entrée z = quantité de soluté à + quantité de soluté transféré de la phase + quantité de soluté apparaissant +accumulation  
l a sortie z+dz gazeuse à la phase liquide ou disparaissant par unité de temps

$$(LC_{AL})_z = (LC_{AL})_{z+dz} + \varphi S dz - [k C_{AL} C_{BL}] S dz + S \frac{dC_{AL}}{dt} dz \quad (I.7)$$

Avec :

$C_{AL}$  : Concentration du CO<sub>2</sub> dans la phase liquide ( $mol/m^3$ )

L : débit volumique du liquide ( $m^3/s$ )

Ce qui donne :

$$\frac{d}{dz} (LC_{AL})_z + \varphi.S.dz - (k.C_{AL}.C_{BL}).S.dz + S \frac{dC_{AL}}{dt} dz = 0 \quad (I.8)$$

En notant  $U_L = L/S$  (m/s) la vitesse moyenne d'écoulement du flux liquide, on obtient :

$$U_L \frac{dC_{AL}}{dz} + \varphi - [k C_{AL} C_{BL}] + \frac{dC_{AL}}{dt} = 0 \quad (\text{I.9})$$

D'une manière générale, la réaction entre le  $\text{CO}_2$  et la MEA est considérée comme une réaction rapide (nombre de Hatta  $> 5$ ) [TRA84], la quantité de  $\text{CO}_2$  présente dans le liquide est ainsi négligeable, ce qui implique qu'il n'y a pas d'accumulation du  $\text{CO}_2$  dans la phase liquide et donc pas de variation de la concentration en fonction de la hauteur, on peut donc écrire :

$$\begin{cases} \frac{dC_{AL}}{dz} = 0 \\ \frac{dC_{AL}}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_A = [k C_{AL} C_{BL}] \quad (\text{I.10})$$

Ce qui signifie que le  $\text{CO}_2$  transférée dans la phase liquide réagit totalement et instantanément avec la MEA. Le bilan de matière sur la MEA dans la phase liquide, en tenant compte du coefficient stoechiométrique de la réaction (I.1) et du fait que la MEA ne peut pas passer dans la phase gazeuse, donne :

$$(LC_{BL})_z = (LC_{BL})_{z+dz} - 2[k C_{AL} C_{BL}] S dz - S \frac{dC_{BL}}{dt} dz \quad (\text{I.11})$$

$$\Rightarrow U_L \frac{dC_{BL}}{dz} - 2[k C_{AL} C_{BL}] = \frac{dC_{BL}}{dt} \quad (\text{I.12})$$

D'après (I.10), on obtient :

$$U_L \frac{dC_{BL}}{dz} - 2 \varphi = \frac{dC_{BL}}{dt} \quad (\text{I.13})$$

Le flux volumique  $\varphi$  est donné par (I.2) avec :

$$[N_A] = E \cdot [N'_A] = E \cdot K_{AL} \cdot (C_{ALi} - C_{AL}) \quad \text{avec : } C_{AL} \approx 0 \quad (\text{réaction rapide}) \quad (\text{I.14})$$

L'expression du flux volumique  $\varphi$  est donc :

$$\varphi = a E K_{Al} C_{ALi} \quad (\text{I.15})$$

La procédure de calcul du facteur d'accélération  $E$  est détaillée dans l'annexe A et l'aire interfaciale  $a$  est calculée d'après la formule de Onda et Col [OND68]:

$$a = 469,1[1 - \exp(-3,3.U_L^{0,4})] \quad (\text{I.16})$$

En admettant que l'équilibre est établi à l'interface gaz – liquide et pour des faibles concentrations du CO<sub>2</sub>, nous pouvons écrire :

$$C_{Agi} = m. C_{ALi} \quad (\text{I.17})$$

$$[N_A] = k_{Ag} (C_{Ag} - m.C_{ALi}) = E.K_{AL}.C_{ALi} \quad (\text{I.18})$$

D' où :

$$C_{ALi} = \frac{K_{Ag} C_{Ag}}{E K_{AL} + m K_{Ag}} \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$C_{Agi}$  : Concentration du composé A à l'interface coté gaz ( $mol/m^3$ )

$K_{Ag}$ : Coefficient de transfert de matière du composé A dans la phase gazeuse (m/s)

$m$  : pente d'équilibre de la droite entre les phases.

Il faut finalement tenir compte des conditions aux limites qui sont pour le gaz la concentration du CO<sub>2</sub> en bas de la colonne ou concentration d'entrée  $C_{A_{ge}}$  et pour le liquide la concentration de la MEA en haut de la colonne ou concentration d'entrée  $C_{BL}$ . Notre colonne d'absorption est finalement décrite par le système d'équations aux dérivées partielles suivantes:

$$\begin{cases} U_g \frac{dC_{Ag}}{dz} + \varphi = -\frac{dC_{Ag}}{dt} \\ U_L \frac{dC_{BL}}{dz} - 2\varphi = \frac{dC_{BL}}{dt} \end{cases} \quad (\text{I.20.a})$$

Avec les conditions aux limites suivantes:

$$\begin{cases} C_{Ag} \Big|_{z=0} = C_{Age} \\ C_{BL} \Big|_{z=h} = C_{BLE} \end{cases} \quad (\text{I.20.b})$$

Les valeurs des différents paramètres utilisés lors de la simulation sont données dans le tableau suivant :

S	= 0,0044 m <sup>2</sup> ;	
log <sub>10</sub> (k)	= 10,99 – 2152 / T	
m	= 1,18	(T=25°C)
m	= 1.2	(T=40°C)
k	= 5,9 m <sup>3</sup> .mol <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=25°C)
k	= 13 m <sup>3</sup> .mol <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=40°C)
D <sub>AL</sub>	= 1,51.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=25°C) [HIK77]
D <sub>AL</sub>	= 1,54.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=40°C) [HIK77]
D <sub>BL</sub>	= 1,1 .10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=25°C) [HIK77]
D <sub>BL</sub>	= 1,15 .10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	(T=40°C) [HIK77]
K <sub>AL</sub>	= 2.10 <sup>-3</sup> . (U <sub>L</sub> ) <sup>0.67</sup>	[OND68]
K <sub>Ag</sub>	= 5,81.10 <sup>-2</sup> . (U <sub>g</sub> ) <sup>0.7</sup>	[OND68]
a	= 469,11( 1-exp(3,3. U <sub>L</sub> <sup>0.4</sup> ))	[OND68]

**Tableau 1.1.** Paramètres du modèle pour T=25°C et T=40°C

### I.3 Simulation en boucle ouverte de la colonne d'absorption

#### I.3.1 Equations aux dérivées partielles (EDP)

Nous avons vu dans la section précédente que notre système est décrit par des équations aux dérivées partielles (EDP) ; ce type d'équation apparaît dans de nombreux modèles où il y a propagation de grandeurs physiques comme le transfert de chaleur, la dynamique des fluides, la propagation des ondes, ... [RAP01]. La propagation concerne ici la circulation à contre courant du gaz et du liquide. Ce type de modèle mathématique faisant intervenir des dérivées partielles est appelé système aux paramètres répartis car contrairement aux systèmes à paramètres localisés où les variables dépendent uniquement du temps, les variables dépendent ici du temps et de l'espace ;i.e.,le profil de concentration varie le long de la

colonne. Si les équations ne comportent pas de dérivée partielle du deuxième ordre, le système est dit hyperbolique, ce qui est le cas ici.

Le domaine de définition i.e. la région géométrique dans laquelle l'EDP est définie, est dans la plupart des cas une région fermée dans l'espace. Les conditions aux limites dans un problème d'EDP spécifient le comportement du modèle aux limites du domaine.

Matlab [MAT6.5] propose une subroutine de calcul nommée pdepe qui résout les EDPs dynamiques de type elliptique et parabolique dans un espace unidimensionnel, la variable dépendante pouvant être aussi bien scalaire que vectorielle. La méthode de résolution repose sur un travail d'analyse numérique développé par Skeel [SKE90] qui est du type 'éléments finis' car on ramène le système d'EDPs à un système d'équations différentielles ordinaires (ODEs). On définit d'abord un maillage d'espace sur un intervalle  $[a, b]$  par un vecteur  $x_{\text{mesh}}$  ; on définit de même un maillage temporel par un vecteur  $t_{\text{span}}$ . La condition initiale est à donner sous la forme d'une fonction définie par l'utilisateur nommée  $ic_{\text{fun}}$ , les conditions aux limites sont définies de même par une fonction nommée  $bc_{\text{fun}}$ .

### I.3.2 Validation du modèle mathématique développé

Afin de tester la validité de notre modèle et en l'absence d'une instrumentation adéquate permettant l'acquisition des données en temps réel, nous comparons les résultats expérimentaux obtenus en boucle ouverte [SED04] avec ceux obtenus par notre modèle uniquement en régime permanent. Les résultats sont présentés dans le tableau I.2 où 20 points de fonctionnement ont été considérés et ce pour deux températures distinctes qui sont 40 °C et 25 °C.  $C_{\text{Age}}$  and  $C_{\text{BLe}}$  représentent respectivement les concentrations en entrée de  $\text{CO}_2$  dans la phase gazeuse et de MEA dans la phase liquide et  $C_{\text{Ags}}$  et  $C_{\text{BLs}}$  les concentrations en sortie. Le débit de gaz est la somme des débits d'air et de  $\text{CO}_2$ .

En ce qui concerne la concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie de la colonne, l'erreur entre la valeur théorique et la valeur expérimentale est inférieure à 3% excepté pour les tests n°13 et 17, en ce qui concerne la concentration de la MEA, les erreurs restent inférieures à 10% sauf pour l'essai 13.

Nous constatons donc que les concentrations théoriques obtenues en sortie de la colonne pour la MEA et le  $\text{CO}_2$  sont en accord avec les résultats expérimentaux. Pour la suite du travail, nous avons choisi les points de fonctionnement n°14 et n° 20 du Tableau I 2 où les erreurs sur les concentrations en sortie relatives au  $\text{CO}_2$  et la MEA sont minimales et nous effectuerons des test de régulation autour de ces points de fonctionnement.

Les erreurs entre les résultats de la simulation et ceux trouvés expérimentalement sont probablement dues aux différentes corrélations utilisées pour déterminer les paramètres physiques (l'aire interfaciale  $a$  a été estimée à partir de la corrélation d'Onda et col et cette dernière est valable à 20-30% près [SED04]).

Test	T (°C)	Débit d'air (m <sup>3</sup> /s) 10 <sup>-3</sup>	Débit CO <sub>2</sub> (m <sup>3</sup> /s) 10 <sup>-4</sup>	Débit liquide (m <sup>3</sup> /s) 10 <sup>-3</sup>	$a$ (m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )	C <sub>BLe</sub> (mol/m <sup>3</sup> ) 10 <sup>3</sup>	C <sub>BLs</sub> expér. (mol/m <sup>3</sup> ) 10 <sup>3</sup>	C <sub>BLs</sub> modèle (mol/m <sup>3</sup> ) 10 <sup>3</sup>	C <sub>Age</sub> (mol/m <sup>3</sup> )	C <sub>Ags</sub> expér. (mol/m <sup>3</sup> )	C <sub>Ags</sub> modèle (mol/m <sup>3</sup> )
1	40	1.65	1.43	0.0151	135.5	0.500	0.175	0.165	3.25	1.80	1.83
2	40	1.65	2.73	0.0151	135.5	0.500	0.110	0.094	5.79	4.26	4.20
3	40	1.65	4.00	0.0151	135.5	0.500	0.095	0.075	7.97	6.48	6.40
4	40	1.65	5.00	0.0151	135.5	0.500	0.085	0.068	9.50	8.08	7.98
5	40	1.65	1.43	0.0151	135.5	1.00	0.500	0.491	3.25	1.15	1.14
6	40	1.65	2.73	0.0151	135.5	1.00	0.310	0.283	5.79	3.06	2.98
7	40	1.65	4.00	0.0151	135.5	1.00	0.230	0.208	7.97	5.10	5.05
8	40	1.65	5.00	0.0151	135.5	1.00	0.213	0.181	9.50	6.73	6.62
9	40	1.65	1.43	0.0213	151.9	0.500	0.210	0.206	3.25	1.53	1.51
10	40	1.65	2.73	0.0213	151.9	0.500	0.127	0.114	5.79	3.73	3.65
11	40	1.65	4.00	0.0213	151.9	0.500	0.100	0.085	7.97	5.89	5.82
12	40	1.65	5.00	0.0213	151.9	0.500	0.090	0.074	9.50	7.47	7.39
13	25	1.65	1.43	0.0213	151.9	0.500	0.260	0.350	3.25	1.82	1.73
14	25	1.65	2.73	0.0213	151.9	0.500	0.165	0.171	5.79	3.93	3.98
15	25	1.65	4.00	0.0213	151.9	0.500	0.120	0.130	7.97	5.99	6.05
16	25	1.65	5.00	0.0213	151.9	0.500	0.097	0.111	9.50	7.50	7.58
17	25	1.65	1.43	0.0213	151.9	1.00	0.650	0.678	3.25	1.17	1.34
18	25	1.65	2.73	0.0213	151.9	1.00	0.470	0.487	5.79	2.86	2.95
19	25	1.65	4.00	0.0213	151.9	1.00	0.360	0.375	7.97	4.64	4.73
20	25	1.65	5.00	0.0213	151.9	1.00	0.308	0.321	9.50	6.03	6.15

**Tableau I.2.** Valeurs des concentrations expérimentales et théoriques de la MEA et du CO<sub>2</sub> à la sortie de la colonne

### I.3.3 Simulation en boucle ouverte du régime dynamique de la colonne d'absorption

Notre modèle validé par ces résultats en régime permanent, nous procédons à des simulations en boucle ouverte de la colonne d'absorption, et ce pour les deux points test considérés, nous envisageons d'abord des perturbations de +/- 20% sur la concentration de gaz en entrée, ce qui correspond aux valeurs maximales usuelles et de +/-30% sur le débit de gaz en entrée, ce qui nous paraît une hypothèse raisonnable. Nous procédons également à une variation de +20% sur la concentration de MEA en entrée. Les résultats en régime dynamique sont présentés dans les figures ci-dessous.

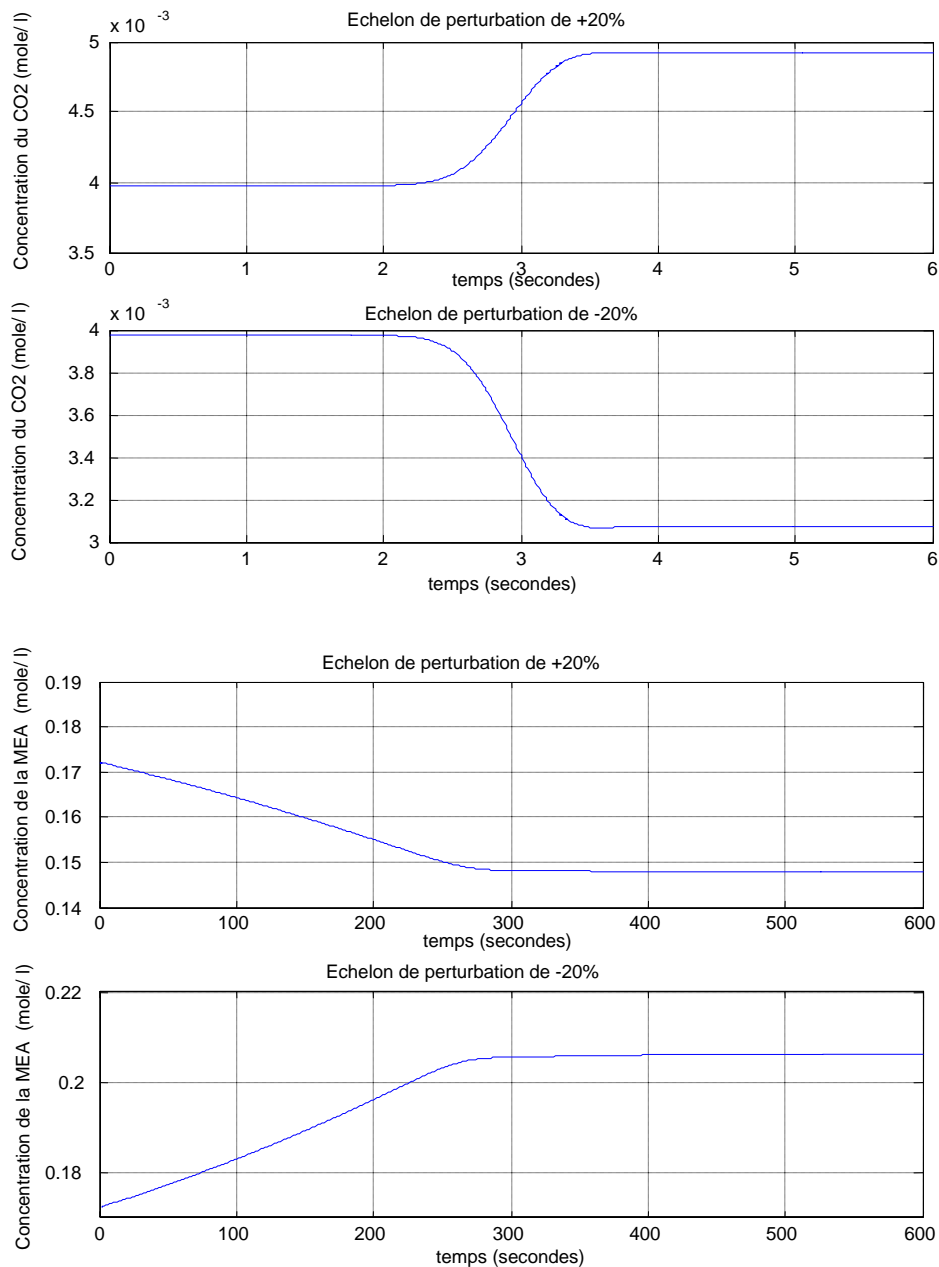
### 1.3.3.a Premier point de fonctionnement

Concentration de CO<sub>2</sub> en entrée : 5.79 mole/m<sup>3</sup>.

Valeur obtenue en régime permanent : 3.97 mole/m<sup>3</sup>.

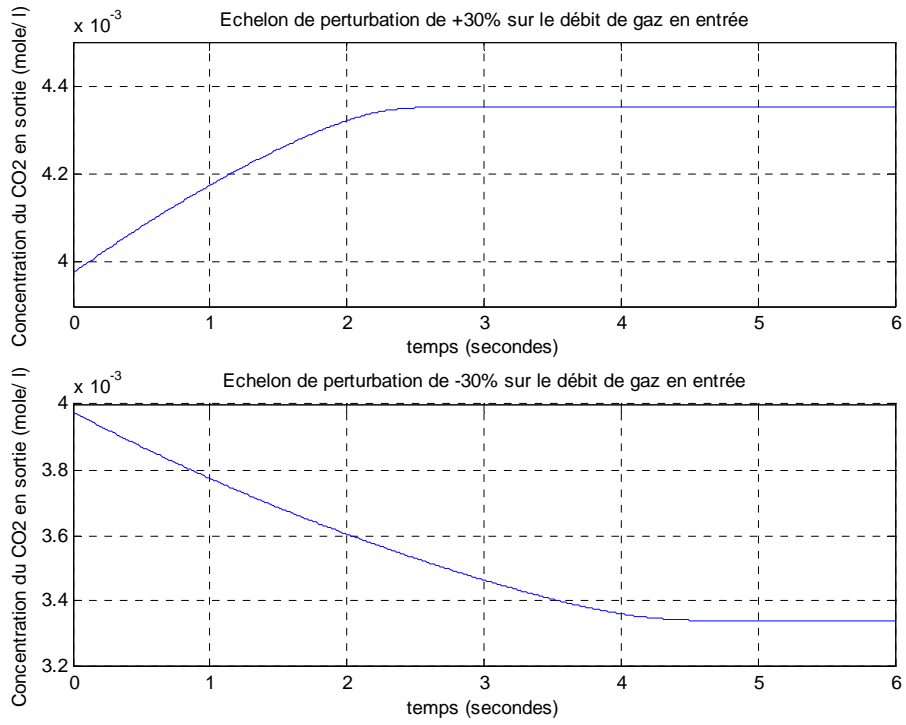
Débit de gaz nominal : 1.92 l/s

Débit de liquide nominal : 0.0213 l/s

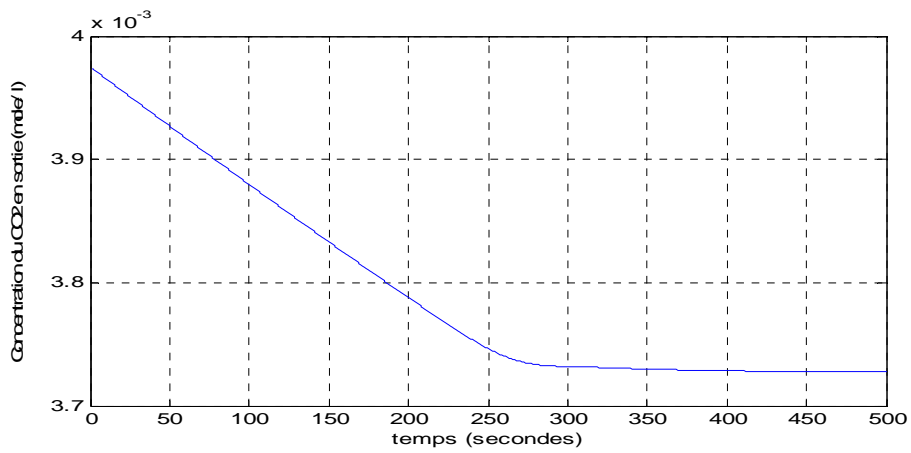


**Figure I.5.** Concentration du CO<sub>2</sub> et de la MEA en sortie pour un échelon de perturbation de +/- 20% sur la concentration de gaz en entrée





**Figure I.6** Echelon de perturbation de +/- 30% sur le débit de gaz en entrée



**Figure I.7** Concentration du CO<sub>2</sub> en sortie de la colonne pour un échelon de perturbation de + 20% sur  $C_{Be}$

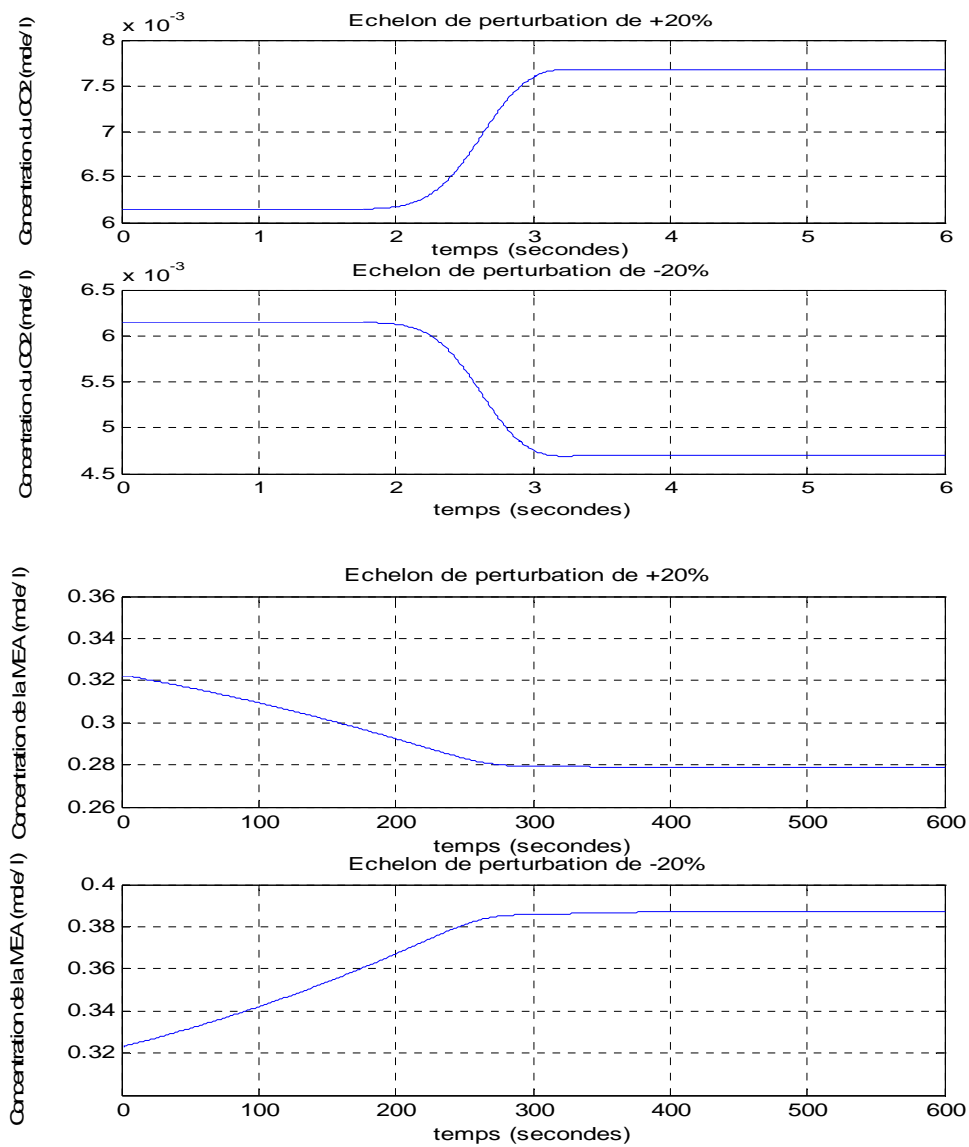
### I.3.3.b Second point de fonctionnement

Concentration de CO<sub>2</sub> en entrée : 9.5 mole/m<sup>3</sup>.

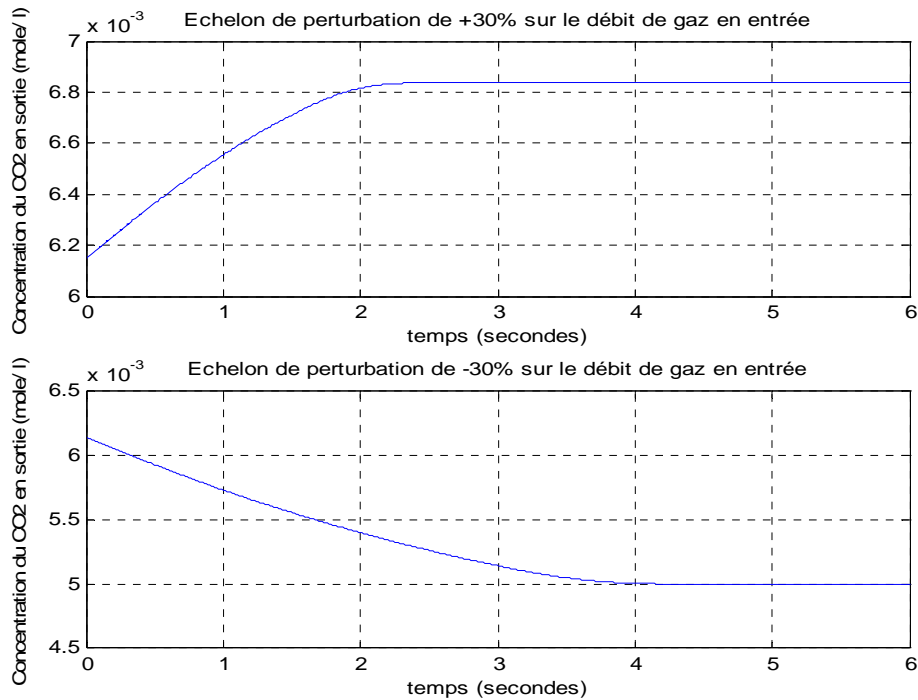
Valeur obtenue en régime permanent : 6.15 mole/m<sup>3</sup>.

Débit de gaz nominal : 2.15 l/s

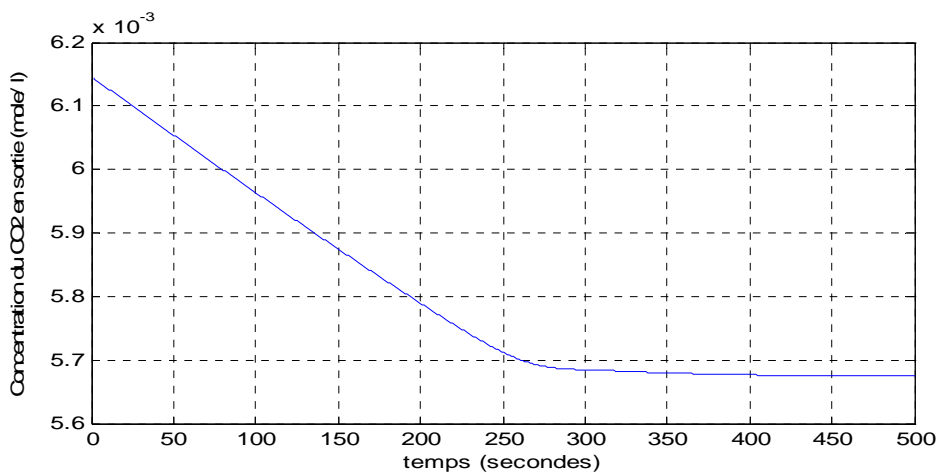
Débit de liquide nominal : 0.0213 l/s



**Figure I.8** Concentration du CO<sub>2</sub> et de MEA en sortie pour un échelon de perturbation de +/- 20% sur la concentration de gaz en entrée



**Figure I.9** Echelon de perturbation de +/- 30% sur le débit de gaz en entrée



**Figure I.10** Concentration du CO<sub>2</sub> en sortie de la colonne pour un échelon de perturbation de + 20% sur  $C_{Be}$

### I.3.4 Interprétation des résultats

Le système est stable en boucle ouverte avec une réponse non oscillatoire. L'application de perturbations sur le débit de CO<sub>2</sub> en entrée induit une augmentation ou une diminution instantanée de la concentration de CO<sub>2</sub> de même sens en sortie de la colonne (figures I.6 et I.9). Les perturbations sur la concentration de CO<sub>2</sub> en entrée de la colonne influencent également dans le même sens la concentration de CO<sub>2</sub> en sortie de la colonne mais on observe

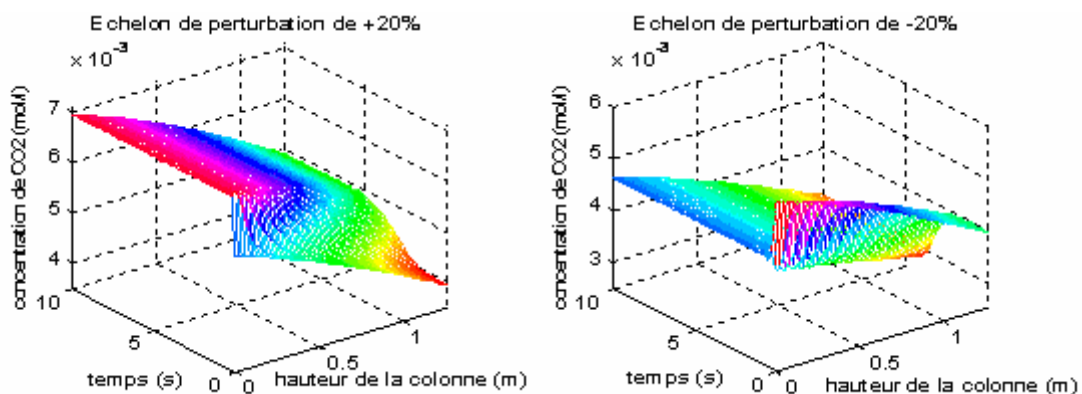
également un temps de retard dans la réponse en sortie de la colonne (figures I.5 et I.8) dû à la propagation du gaz le long de la colonne d'absorption.

On remarque que la dynamique du MEA est très lente par rapport à celle du  $\text{CO}_2$  pour des perturbations en entrée sur la concentration de  $\text{CO}_2$  (figures I.5 et I.8). Réciproquement la dynamique du  $\text{CO}_2$  est très lente pour des variations sur la concentration de la MEA (figure I.7 et I.10) et de plus les variations induites de concentration en  $\text{CO}_2$  sont minimales. Cette lenteur est due au fait que la dynamique du processus provient de la circulation des fluides ; or, la vitesse du liquide est ici en moyenne cent fois plus faible que la vitesse du gaz. Nous ne considérerons donc pas dans la suite du travail des échelons de perturbations sur la concentration de la MEA car cette dynamique très lente est aisément prise en charge par les régulateurs.

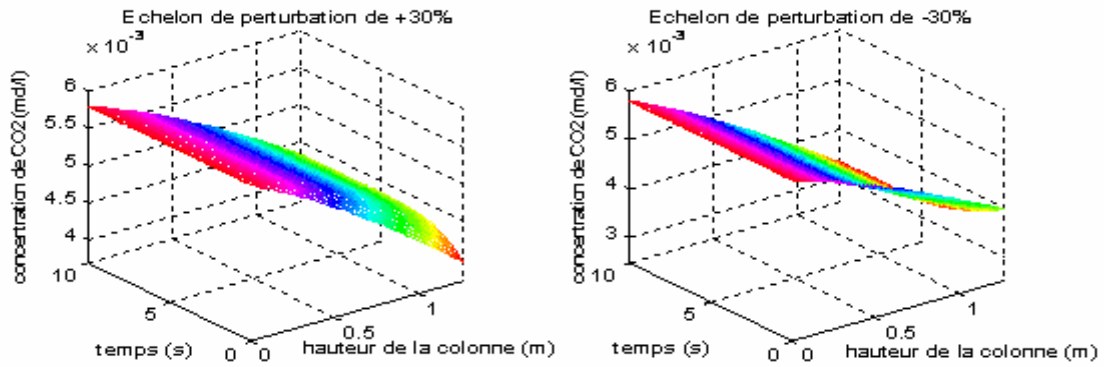
### I.3.5 Evolution de la concentration de $\text{CO}_2$ le long de la colonne en régime dynamique

Notre colonne d'absorption étant un système aux paramètres répartis, il nous paraît intéressant de mettre en évidence l'évolution en fonction du temps de la concentration en  $\text{CO}_2$  le long de la colonne d'absorption.

#### I.3.5.a Premier point de fonctionnement

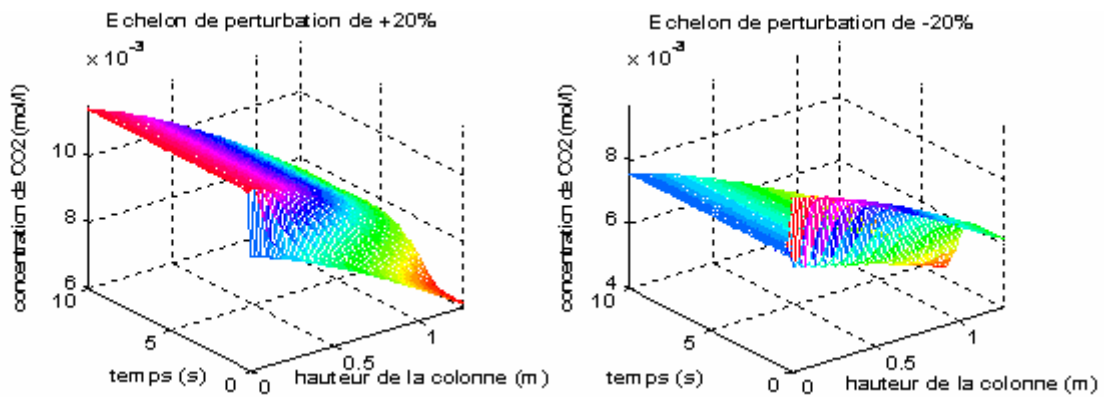


**Figure I.11** Evolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  le long de la colonne pour un échelon de perturbation de +/- 20% sur la concentration de gaz en entrée

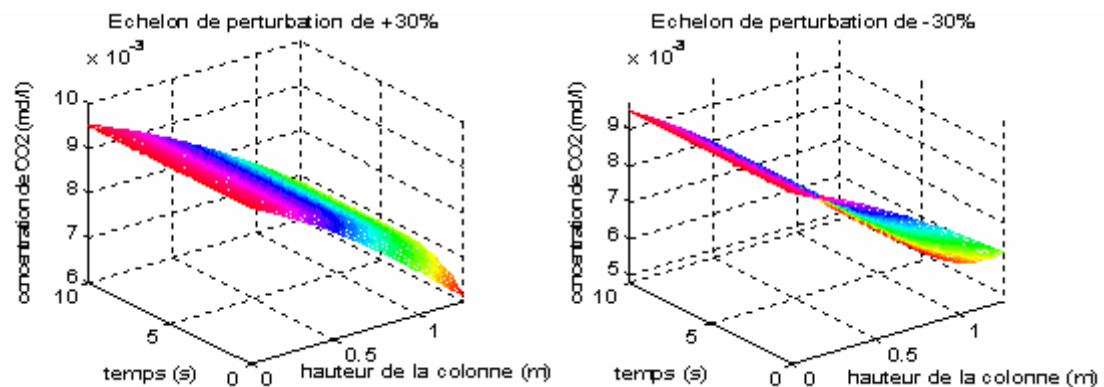


**Figure I.12** Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> le long de la colonne pour un échelon de perturbation de +/- 30% sur le débit de gaz en entrée

### 1.3.5.b Second point point de fonctionnement



**Figure I.13** Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> le long de la colonne pour un échelon de perturbation de +/- 20% sur la concentration de gaz en entrée



**Figure I.14** Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> le long de la colonne pour un échelon de perturbation de +/- 30% sur le débit de gaz en entrée

## I.4 Simulation de la régulation PI

Nous avons appliqué une Régulation PI au modèle dynamique de notre colonne d'absorption développé dans la partie modélisation. A cause de la structure de résolution des équations aux dérivées partielles introduite par la routine pdepe de Matlab, nous utilisons une commande échantillonnée. La période a été choisie égale à 0.5 seconde car cela permet de maîtriser correctement la dynamique du système [BUH88]. La référence est prise égale à  $3.97 \cdot 10^{-3}$  mole de  $\text{CO}_2$  par litre de gaz pour le premier point de fonctionnement, et à  $6.15 \cdot 10^{-3}$  mole de  $\text{CO}_2$  par litre de gaz pour le second point de fonctionnement.

Les perturbations appliquées au système sont :

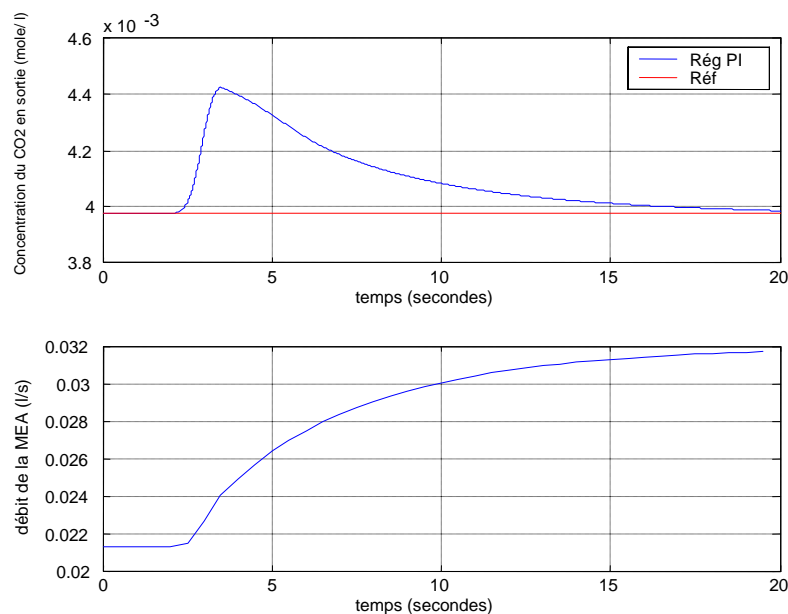
- ◆ Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée
- ◆ Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée
- ◆ Nous présenterons également un changement de la consigne, bien que ce ne soit pas le but de la commande

Les paramètres du régulateur PI ont été optimisés de manière empirique et sont :

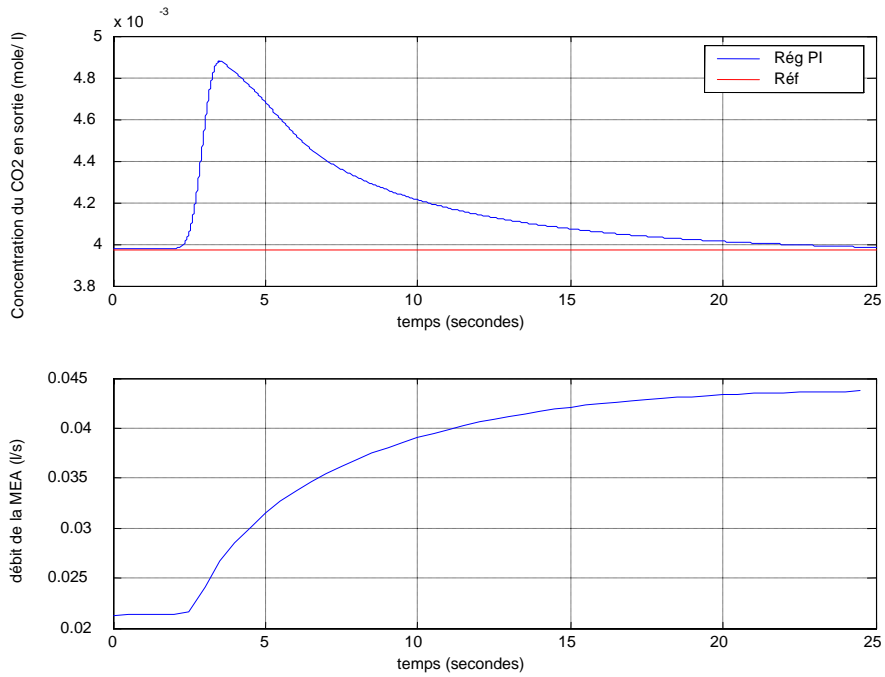
$$\begin{cases} K_p = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^6 / \text{mol.s} \\ T_I = 0,5 \text{ seconde} \end{cases}$$

### 1.4.1 Régulation autour du premier point de fonctionnement

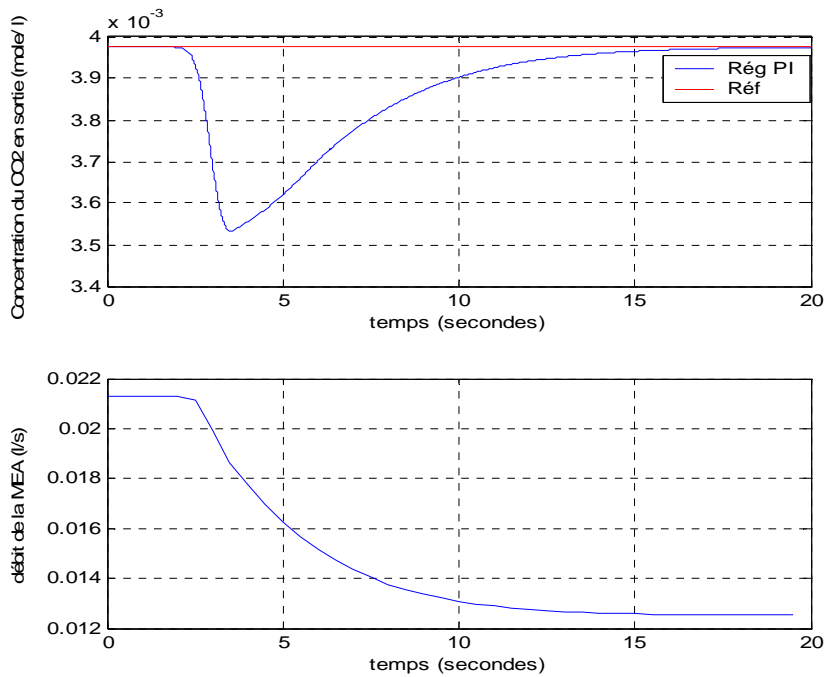
#### 1.4.1.a Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



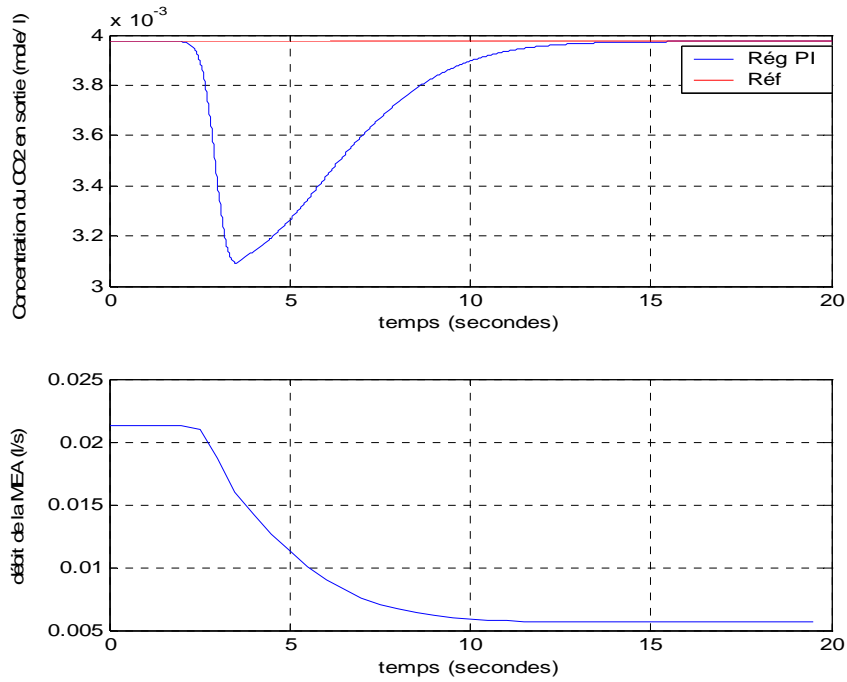
**Figure I.15** Concentration en sortie du  $\text{CO}_2$  et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure I.16** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

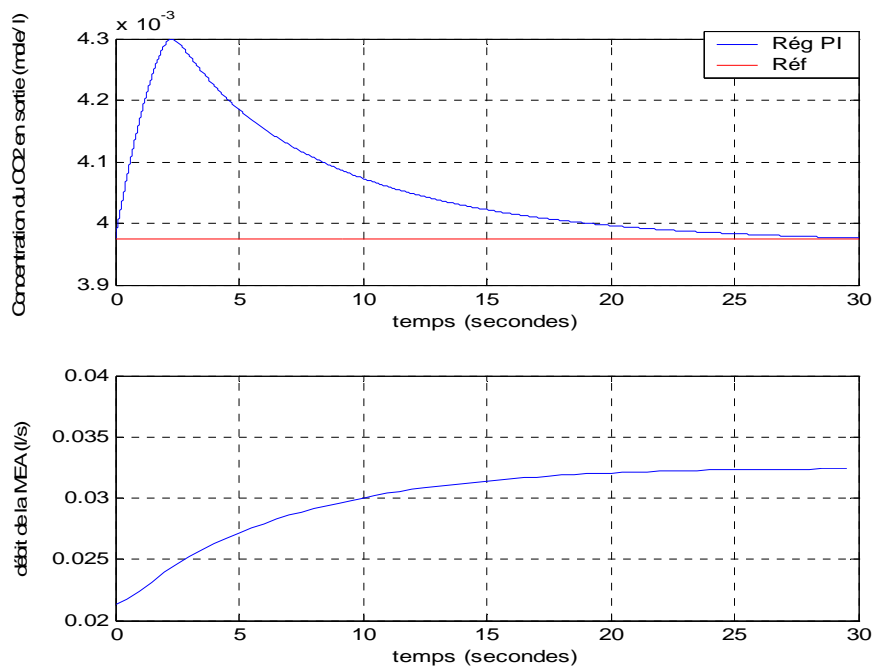


**Figure I.17** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %



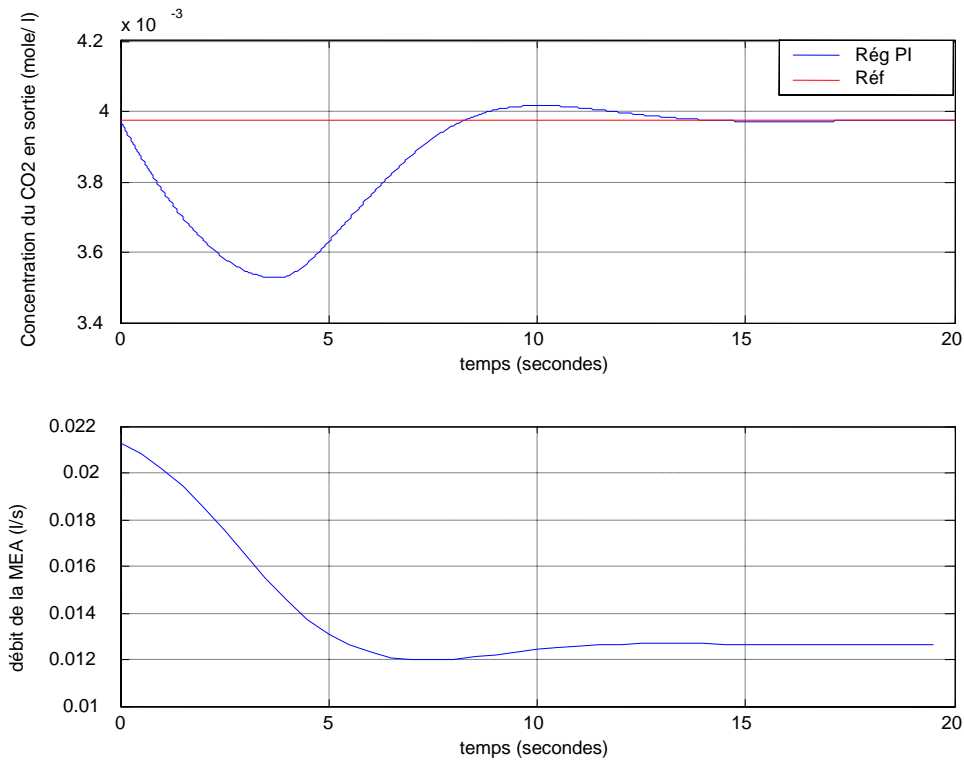
**Figure I.18** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

*1.4.1.b Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée*



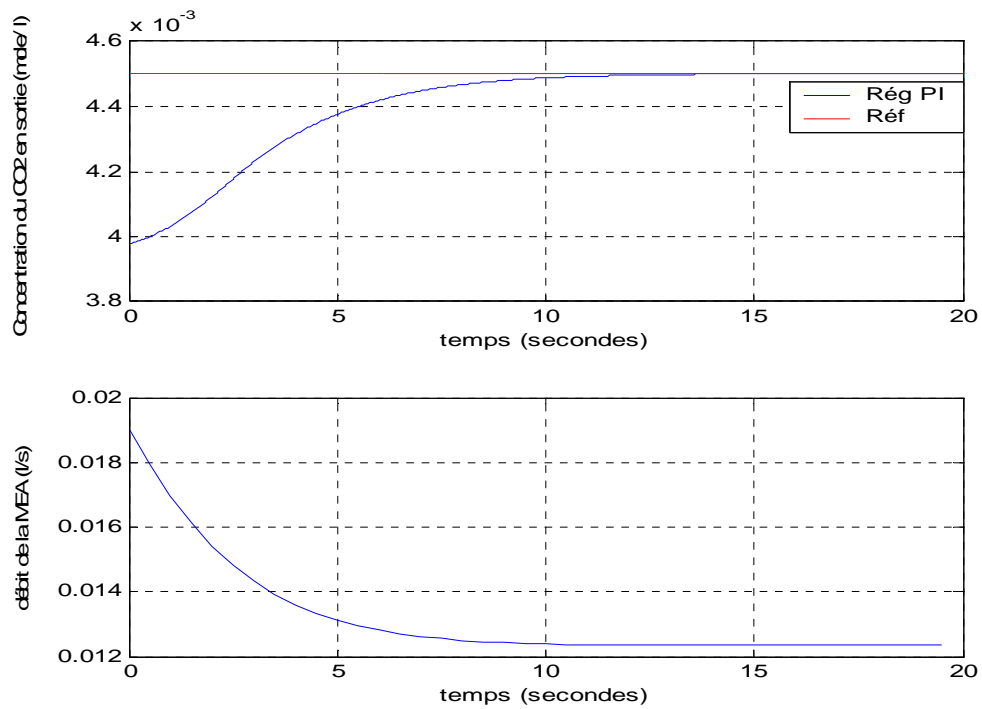
**Figure I.19** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %





**Figure I.20** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

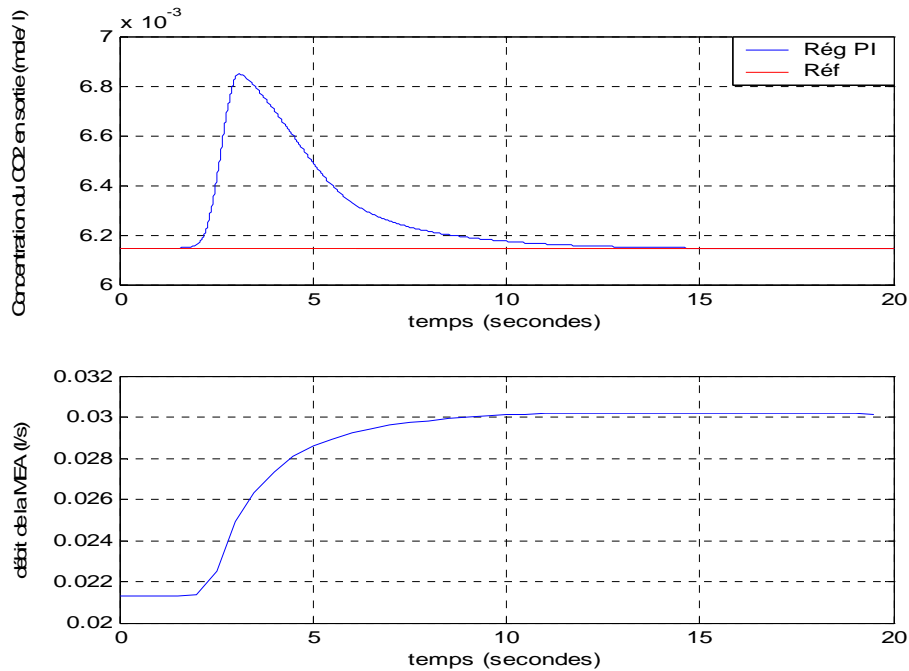
1.4.1c Variation de consigne



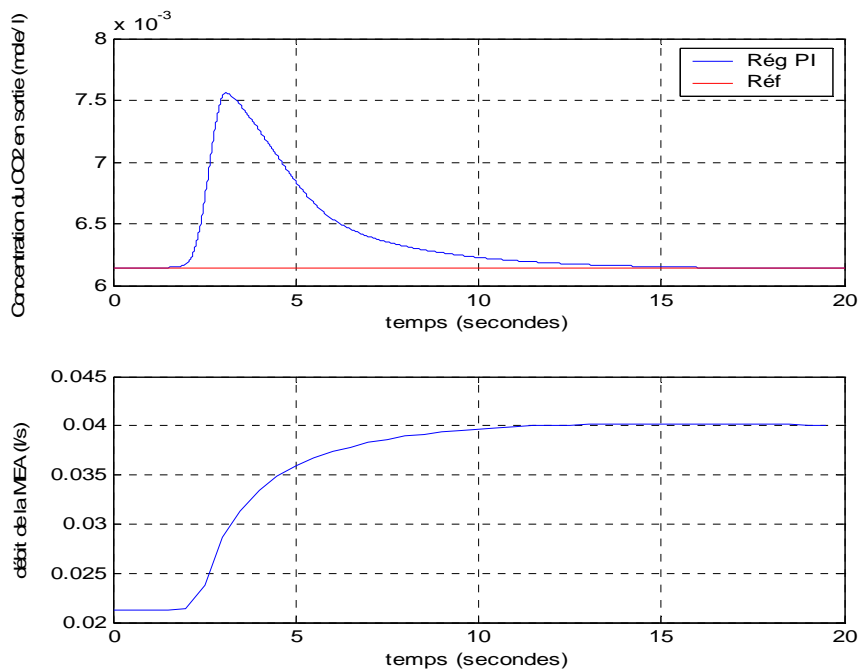
**Figure I.21** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne de  $3.97 \times 10^{-3}$  à  $4.5 \times 10^{-3}$  mol/l

## I.4.2 Régulation autour du second point de fonctionnement

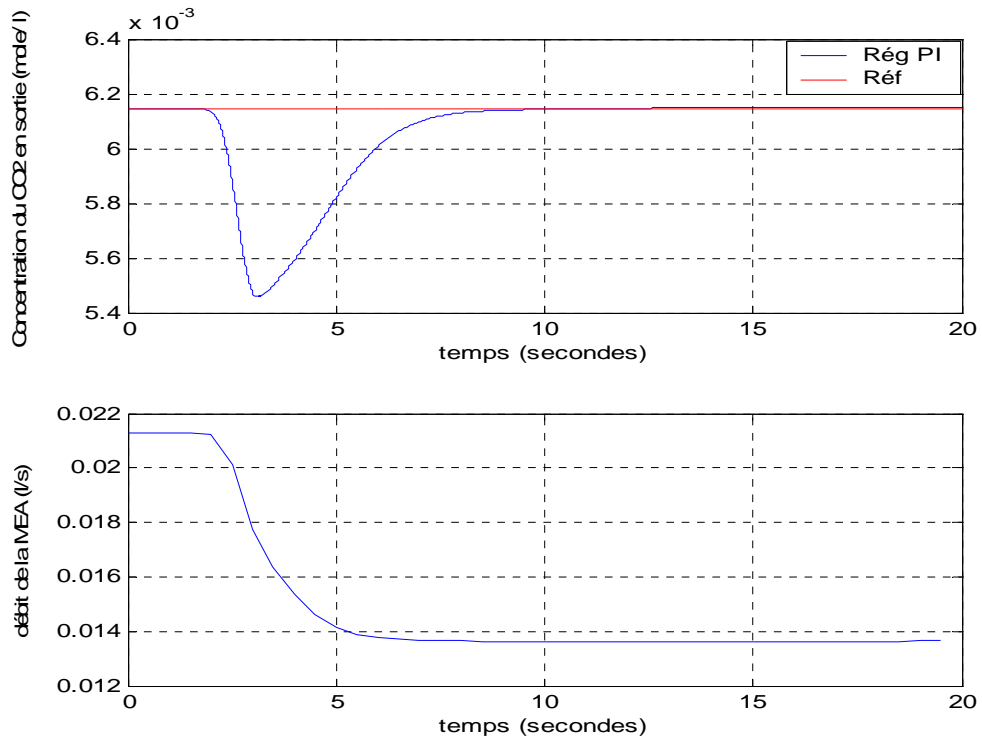
### I.4.2.a Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



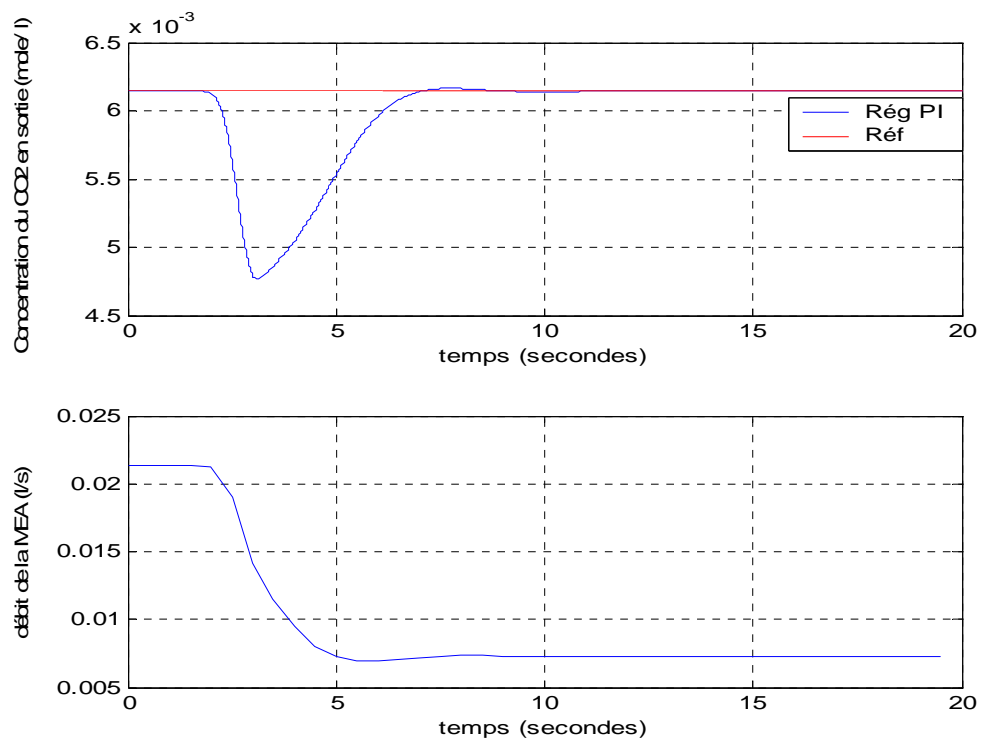
**Figure I.22** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure I.23** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

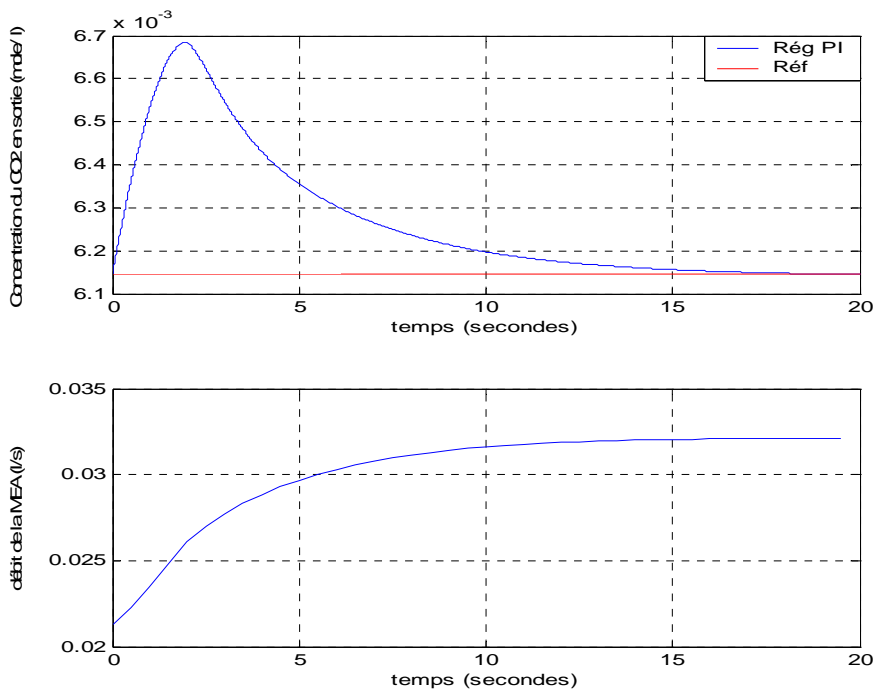


**Figure I.24** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

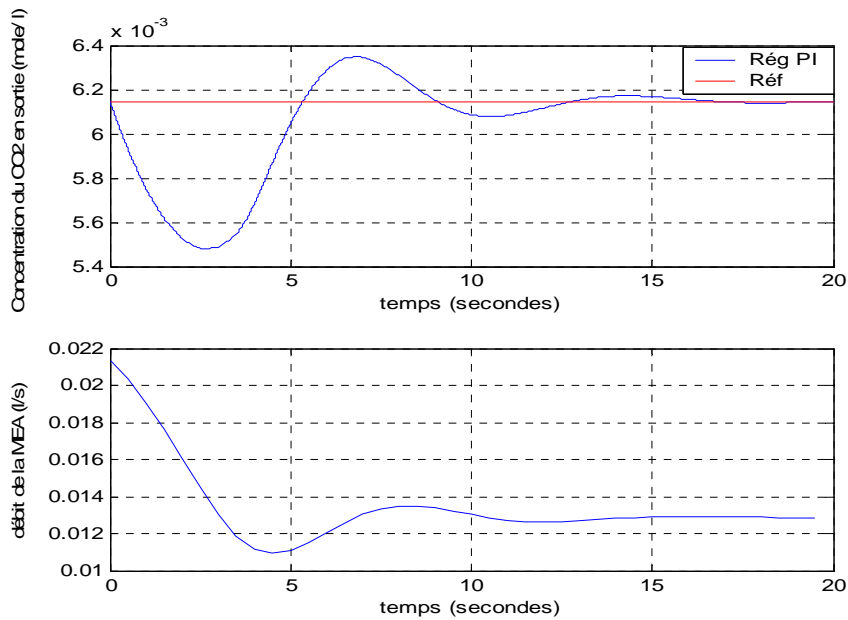


**Figure I.25** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

I.4.2.b Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée

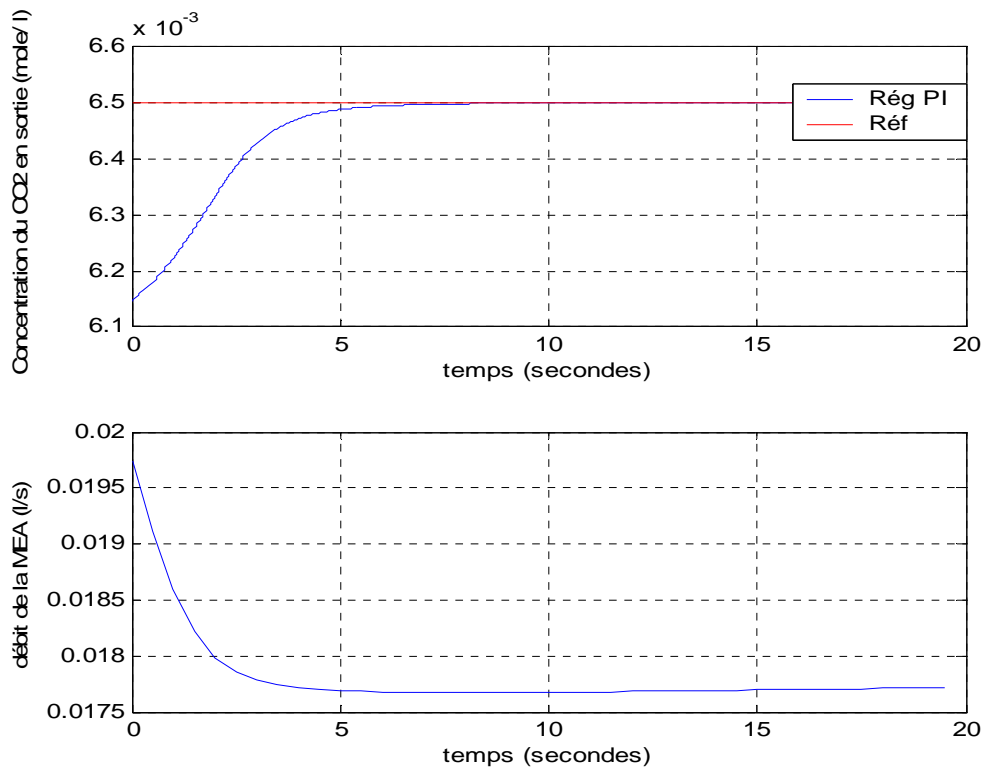


**Figure I.26** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure I.27** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

### I.4.2.c Variation de consigne



**Figure I.28** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne  $6.15 \cdot 10^{-3}$  à  $6.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l

### I.4.3 Interprétation des résultats

Les résultats obtenus en simulation en régulation PI sont satisfaisants, la sortie du système suit la référence, et ce pour différents types de perturbations. La variation de consigne est également correctement prise en charge, bien que ce ne soit pas l'objectif de la commande. On notera quand même la nette dissymétrie de comportement entre les échelons de perturbations positifs et négatifs.

## I.5. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons développé en premier lieu un modèle mathématique dynamique décrivant le processus d'absorption de CO<sub>2</sub> dans une colonne à garnissage opérant à contre courant. La particularité de ce modèle réside par la prise en compte d'une réaction du deuxième ordre, c'est-à-dire en considérant que la concentration en MEA, n'était pas constante le long de la colonne ni dans le sens transversal. Les simulations réalisées en boucle

ouverte permettent d'obtenir en régime permanent des résultats théoriques très proches des résultats expérimentaux et ce pour les 20 essais considérés.

Les simulations numériques réalisées en boucle ouverte montrent que le système, bien que non linéaire est stable en boucle ouverte. On note une nette dissymétrie de comportement entre les échelons de perturbations positifs et négatifs. Le système présente un temps mort sur les perturbations en concentration dû à la propagation du gaz le long de la colonne d'absorption et une dynamique très lente dans le cas d'une perturbation sur la concentration de MEA car la dynamique du système dépend de la circulation des fluides, circulation qui est très lente pour la MEA.

Les résultats obtenus en simulation pour la régulation PI sont satisfaisants, ce qui montre qu'on peut se contenter de ce type de régulateur dans de nombreuses applications industrielles.

Nous ferons remarquer finalement que notre système, bien qu'étant aux paramètres répartis réagit instantanément au signal de commande qui est le débit de MEA, car dans notre étude les débits gazeux et liquides sont implicitement supposés varier instantanément ; hypothèse qui nous paraît correcte car les débits sont reliés aux vitesses d'écoulement moyennes  $U_g$  et  $U_L$  qui se propagent comme des ondes dans un milieu continu et donc avec une vitesse de propagation égale à celle du son dans le milieu considéré.

## **Chapitre II**

# **Commande par Logique floue, Neuro-floue et LESDF**

---

### **II.1 Présentation de la logique floue**

Les prémisses de la logique floue sont apparues dans les années 1940, avec les premières études du concept d'incertitude par des chercheurs américains, mais c'est Lotfi Zadeh [ZAD65] qui développe une nouvelle méthodologie pour décrire les incertitudes non probabilistes. Dans cette vision, ensemble flou et théorie des possibilités sont à la base d'une méthodologie de représentation et d'utilisation de connaissances imprécises et incertaines que Zadeh appelle théorie du raisonnement approché ou logique floue. Son intérêt réside dans sa capacité à traiter l'imprécis et l'incertain, elle se rapproche ainsi du raisonnement humain qui peut décider et agir de façon pertinente malgré le flou des informations disponibles. La logique floue trouve sa justification dans un certain nombre de constatations :

- La connaissance que l'être humain a d'une situation quelconque est généralement imparfaite, souvent incertaine.
- L'être humain résout souvent des problèmes complexes à l'aide de données approximatives ; ainsi, dans le monde technique ou industriel, les opérateurs résolvent souvent des problèmes complexes de manière relativement simple et sans avoir besoin de modéliser le système.
- Plus la complexité d'un système augmente, moins il est possible de faire des affirmations précises sur son comportement. Ainsi, la majorité des systèmes industriels complexes sont difficiles à contrôler. Cette difficulté découle de la complexité du système dynamique dont il faut assurer la conduite, des non linéarités, des contraintes et des objectifs de commande multiples et souvent contradictoires, des erreurs de modélisation, des bruits de mesure, etc. Il est donc difficile, voire impossible d'élaborer des modèles sous forme

d'équations mathématiques, et de ce fait, le calcul d'une loi de commande qui répond aux objectifs désirés devient de plus en plus difficile [JAN95].

Une alternative à la détermination explicite du modèle d'un système est ainsi l'utilisation des systèmes flous, basés sur la notion d'ensembles flous et sur le raisonnement approximatif proche du raisonnement humain. L'idée de base consiste à exploiter l'expérience des opérateurs humains pour construire une loi de commande du processus. Une telle approche permet d'éviter la phase de modélisation nécessaire à la mise en oeuvre des techniques de synthèse de l'automatique conventionnelle.

### **II.1.1 Historique de la commande par logique floue et plan de travail**

En 1965, Zadeh [ZAD65] publie le premier article concernant une nouvelle méthode pour décrire les incertitudes non-probabilistiques, c'est ce qu'il appellera les ensembles flous [JAN95]. Il établit dans cette méthode le lien entre les ensembles flous et la modélisation non- probabilistique de l'incertitude grâce à la théorie des possibilités dans laquelle les ensembles flous servent à représenter les notions de valeur incomplètement spécifiées ou mal connues.

Les premiers développements en commande floue ont été initialisés par Mamdani [MAM74, MAM75, MAM76]. L'idée de base consistait à exploiter l'expérience des opérateurs humains pour construire une loi de commande. Un jeu de règles floues traduit alors le comportement des opérateurs en terme de stratégie de commande. Pour des procédés non linéaires difficiles à modéliser, l'économie du modèle peut s'avérer importante tant en temps qu'en coût. Depuis, diverses applications ont été développées avec succès pour des processus industriels dans le domaine de la supervision de procédés, du diagnostic et du calcul de commande telle la régulation de fours de cimenterie réalisée par la société F.L.Smidt-Fuller [LAN92], une revue exhaustive des principaux travaux est faite dans [GAD03, ALB04].

Dans les années 80, on note l'apparition d'un nouveau type de contrôleurs flous: les contrôleurs flous de Takagi-Sugeno-Kang (T.S.K) [TAK83, TAK85, SUG86] où les conclusions sont fonctionnelles. De par leur structure, ceux-ci fournissent une expression analytique simple de la sortie générée en fonction des entrées considérées. Cette propriété permet alors d'exploiter des mécanismes d'optimisation numérique pour la synthèse de contrôleurs flous. De par leur très grande capacité d'adaptation et d'intégration avec la majorité des méthodes de l'automatique classique (méthodes des moindres carrés récursifs, filtrage de Kalman, commande adaptative, commande prédictive, etc...), les



systèmes flous de Takagi-Sugeno occupent actuellement une place prépondérante dans la synthèse de contrôleurs flous [TSA99]. De nombreux travaux ont été publiés sur l'utilisation des ces derniers dans la commande des procédés non linéaires. Wang [WAN93, WAN94] utilise les systèmes de Takagi-Sugeno pour synthétiser un contrôleur linéarisant adaptatif. Su et al. [SU94] combine la commande par mode de glissement avec la synthèse de Lyapunov dans la conception d'un contrôleur flou adaptatif stable.

Si la base de connaissance est incomplète, peu fiable, ou carrément inexistante la synthèse des régulateurs flous peut s'avérer délicate et nécessiter des essais de simulation assez longs à cause des tâtonnements indispensables pour dimensionner correctement le contrôleur flou. La première voie explorée a été l'association de la logique floue et des réseaux de neurones qui permettent d'ajuster les paramètres du régulateur flou, et ce grâce aux facultés d'apprentissage des réseaux de neurones. Cela permet d'introduire des capacités d'auto-régulation et d'adaptation dans les systèmes flous [HER94, JAN93, JAN95, CHE99]. L'autre voie explorée est l'optimisation par algorithmes génétiques [REN95, GLO99].

La géométrie différentielle, en particulier la technique de linéarisation entrée-sortie a connu un grand succès dans le développement de contrôleurs pour une classe particulière de systèmes non linéaires [ISI 89, SLO91]. L'idée de base est de transformer le système non linéaire en un système linéaire par la technique de linéarisation entrée-sortie (L.E.S.). Le système linéaire ainsi transformé peut être alors commandé par les méthodes classiques de l'automatique linéaire. La méthode de L.E.S. est normalement applicable à des systèmes affines en la commande, cette hypothèse est assez courante pour les systèmes continus mais peu commune pour les systèmes discrets [SLO91], ce qui est le cas du modèle utilisé pour notre colonne d'absorption. La technique dite de linéarisation entrée-sortie discrète floue (L.E.S.D.F) développée par Boukezzoula [BOU00, BOU01, BOU03] permet en utilisant des fonctions d'appartenance triangulaire d'approximer localement notre modèle par un système flou affine en la commande.

Dans ce chapitre, nous exposerons les principales notions de logique floue ainsi que l'application de ces notions à la représentation des expressions linguistiques et leur application dans la commande. Après une brève introduction aux réseaux de neurones, nous nous intéresserons à la combinaison logique floue réseaux de neurones qui permet d'obtenir des réseaux neuro-flous. Pour terminer, nous présenterons la linéarisation entrée-sortie discrète floue ou L.E.S.D.F.

## II.2 Notions de base de la logique floue

La logique floue, introduite par Zadeh en 1965 peut être vue comme une extension de la logique booléenne, elle permet de traiter des variables linguistiques dont les valeurs sont des mots ou expressions du langage naturel. Les grandeurs utilisées dans un système de réglage étant généralement générées par des capteurs, il est nécessaire de convertir ces grandeurs en variables floues. Pour ce faire on définit les trois notions suivantes :

- ♦ Les variables linguistiques ou floues, qui permettent de décrire les variables de façon naturelle
- ♦ Les ensembles flous qui caractérisent les variables floues
- ♦ Les fonctions d'appartenance qui permettent de définir le degré de vérité de la variable floue en fonction de la valeur de la grandeur d'entrée.

### II.2.1 Variables linguistiques

Ce sont des variables dont les valeurs ne sont pas des nombres, mais des mots ou phrases exprimés en langage naturel [WAN94, MEN95, PAS98]. Cette représentation est utilisée à cause de son caractère linguistique moins spécifique que le caractère numérique d'où des capacités de représentation plus étendues.

Une variable linguistique  $x$  est généralement caractérisée par un triplet  $t \{x, T(x), X\}$  où  $x$  désigne le nom de la variable linguistique,  $T(x)$  l'ensemble de termes ou valeurs linguistiques qui sont utilisées pour caractériser  $x$ , et  $X$  son univers de discours, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs numériques sur lesquelles  $x$  est défini.

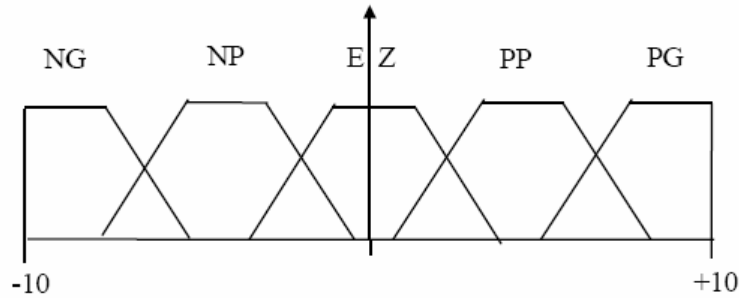
Par exemple, si l'erreur est considérée comme une variable linguistique définie dans un domaine (ou univers du discours)  $X = [-10; 10]$ , on peut définir comme suit les valeurs linguistiques:

$T(\text{erreur}) = \{\text{Négatif grand}, \text{Négatif moyen}, \text{Environ zéro}, \text{Positif moyen}, \text{Positif grand}\}$ .

Symbole	Signification
NG	Négatif grand
NM	Négatif moyen
EZ	Environ zéro
PM	Positif moyen
PG	Positif grand

**Tableau II.1.** Valeurs linguistiques

Ces valeurs linguistiques peuvent être considérées comme des ensembles flous dont les fonctions d'appartenance sont montrées en Figure II.1



**Figure II.1.** Fonction d'appartenance pour T (erreur)

### II.2.2 Ensembles flous

♦ Ensemble net: Un ensemble est une collection d'objets. La description d'un ensemble net  $A$  sur un référentiel  $U$  (dit aussi univers de discours) consiste en un énoncé des éléments qui appartiennent à cet ensemble, chaque élément  $u$  de  $U$  appartient à 100% à  $A$ , ou n'appartient pas à 100% à  $A$  [LAB98]. Ceci peut être mieux décrit par une fonction caractéristique donnée par :

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 1 & u \in A \\ 0 & u \notin A \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

♦ Ensemble flou: La notion d'ensemble flou provient du constat que 'très souvent les classes d'objets rencontrés dans le monde physique ne possèdent pas de critères d'appartenance bien définis' [MEN95]. Mathématiquement, un ensemble flou  $A$  est défini sur un référentiel  $U$ , par une fonction d'appartenance notée  $\mu_A$ , qui appliquée à un élément  $u$  de  $U$ , retourne un degré d'appartenance  $\mu_A(u)$  de  $u$  à  $A$ . Un ensemble flou, peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées  $A = \{ (u, \mu_A(u)) / u \in U \}$

Si  $U$  est discret,  $A$  est représenté par :

$$A = \sum_{u_i \in U} \mu(u_i) / u_i \quad (\text{II.2})$$

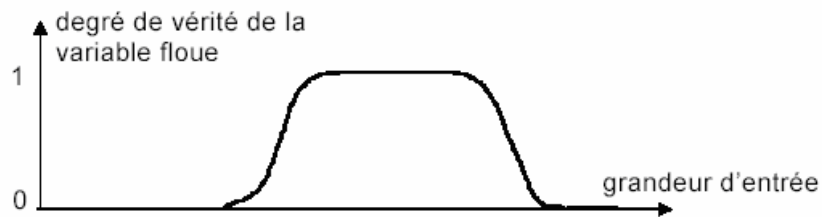
Si  $U$  est continu,  $A$  est représenté par :

$$A = \int_U \mu(u) / u \quad (\text{II.3})$$

Les ensembles flous ont le grand avantage de constituer une représentation mathématique des termes linguistiques largement utilisés dans l'expression de connaissance expertes, qualitatives et qui sont manipulées par la logique floue [LAB98].

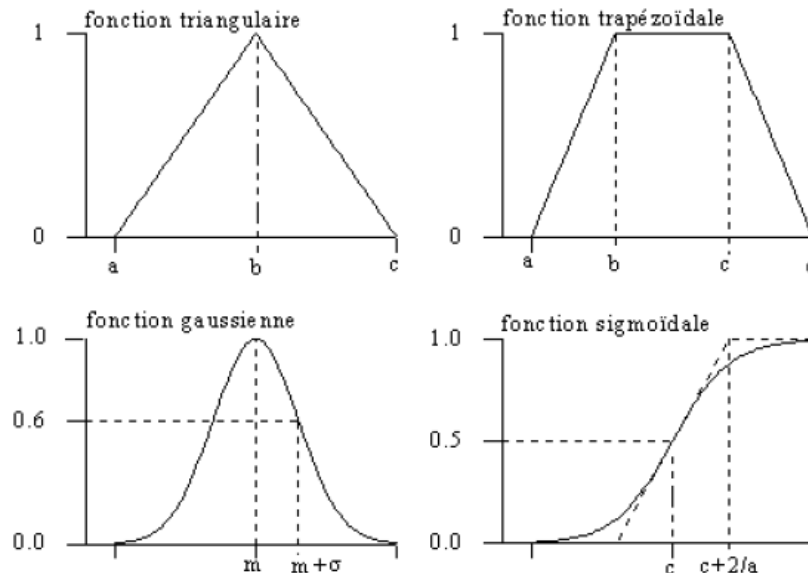
### II.2.3 Fonctions d'appartenance

Il s'agit d'établir une relation entre le degré de vérité de la variable floue et la grandeur d'entrée correspondante. On parle de fuzzification.



**Figure II.2.** Fonction d'appartenance

On peut évidemment choisir diverses formes pour les fonctions d'appartenance. Cependant, en pratique, pour des raisons de simplicité, les fonctions d'appartenance les plus souvent utilisées sont les fonctions triangulaires, trapézoïdales, gaussiennes et sigmoïdes [JAN93, WAN94, JAN95] représentées sur la figure II.3



**Figure II.3.** Fonctions d'appartenance usuelles

### II.2.4 Opérations sur les ensembles flous

Disposant d'une représentation formelle des ensembles flous sous la forme de fonctions d'appartenance, il est naturel d'étendre la notion d'opérateurs définis pour les ensembles nets à ces ensembles. Les opérateurs appliqués aux ensembles flous sont définis à partir de leurs fonctions d'appartenance.

Soient A et B deux ensembles flous définis dans le référentiel U avec les fonctions d'appartenance  $\mu_A$  et  $\mu_B$  respectivement. On définit les opérateurs suivants : union, intersection, complémentation, produit cartésien et implication.

- ♦ Union (Disjonction) : La fonction d'appartenance  $\mu_{A \cup B}$  de l'union  $A \cup B$ , ou A OR B, est définie pour tout  $u \in U$  par :

$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \dot{+} \mu_B(u) \quad (\text{II.4})$$

Le symbole «  $\dot{+}$  » représente la co-norme triangulaire [LEE90]. La co-norme triangulaire la plus utilisée dans le domaine de la commande est la fonction max :

$$\mu_A(u) \dot{+} \mu_B(u) = \max(\mu_A(u), \mu_B(u)) \quad (\text{II.5})$$

- ♦ Intersection (Conjonction) : La fonction d'appartenance  $\mu_{A \cap B}$  de l'intersection  $A \cap B$ , ou A AND B, est définie pour tout  $u \in U$  par :

$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) * \mu_B(u) \quad (\text{II.6})$$

Le symbole «  $*$  » représente la norme triangulaire [LEE90]. Deux normes triangulaires sont le plus souvent utilisées pour évaluer l'intersection floue :

Min :

$$\mu_A(u) * \mu_B(u) = \min(\mu_A(u), \mu_B(u)) \quad (\text{II.7})$$

Produit algébrique :

$$\mu_A(u) * \mu_B(u) = \mu_A(u) \times \mu_B(u) \quad (\text{II.8})$$

- ♦ Complémentation : La fonction d'appartenance  $\mu_{\bar{A}}$  du complément de l'ensemble A ; notée  $\bar{A}$  ou NOT A, est définie pour tout  $u \in U$  par :

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u) \quad (\text{II.9})$$

- ♦ Produit cartésien : Soient  $A_1, A_2, \dots, A_n$  des ensembles flous respectivement définis sur les Univers de discours  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , le produit cartésien de  $A_1, A_2, \dots, A_n$  est un ensemble flou défini sur  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  de fonction d'appartenance :

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, \dots, u_n) = \mu_{A_1}(u_1) * \dots * \mu_{A_n}(u_n) \quad (\text{II.10})$$

- Implication floue : L'implication floue est un opérateur qui permet d'évaluer le degré de vérité d'une règle R de la forme 'Si x est A alors y est B' à partir des valeurs de la prémisse x d'une part, et de celle de la conclusion y d'autre part.

$$\mu_R(x, y) = \text{Imp } p(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (\text{II.11})$$

Les implications les plus utilisées en commande floue sont celles de Mamdani et de Larsen :

Implication de Mamdani :

$$\mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (\text{II.12})$$

Implication de Larsen :

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) * \mu_B(y) \quad (\text{II.13})$$

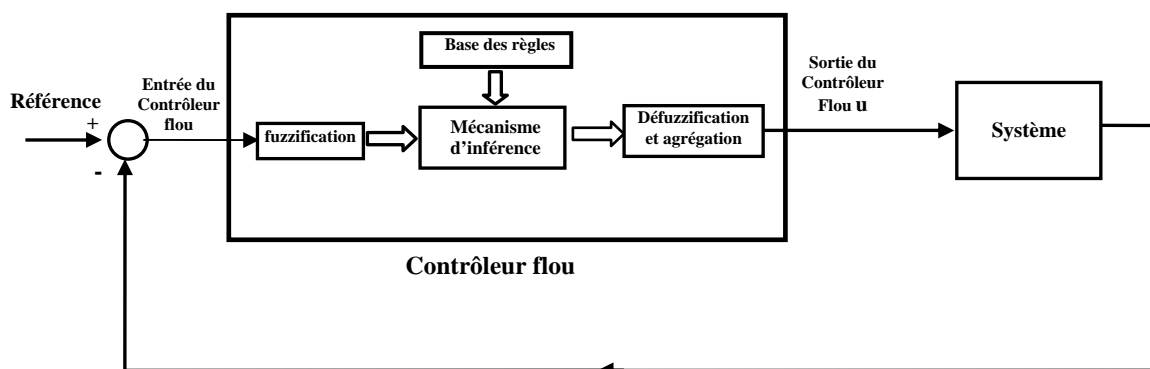
### II.3 Structure d'un système flou

Un système flou peut être interprété selon deux points de vue : mathématique ou logique. D'un point de vue mathématique, un système flou est une fonction non linéaire reliant un vecteur de données d'entrée à un vecteur de sortie et, de point de vue logique, un système flou est un système de prise de décisions, à base de connaissances particulières

composé de quatre modules principaux, à savoir : la base de règles, la fuzzification, le moteur d'inférence et la défuzzification [BUH94, WAN94, JAN95, MEN95]. Le régulateur flou n'est qu'un cas particulier de systèmes flou destiné à calculer la commande.

- ♦ La première étape, appelée fuzzification, consiste à attribuer à la valeur numérique de chaque entrée sa fonction d'appartenance à un sous ensemble flou. Les fonctions d'appartenance sont choisies de manière à couvrir l'univers du discours.
- ♦ Le second module, base des règles floues ou base de connaissance, contient les règles floues décrivant le comportement du système. C'est le cœur du système car grâce à ces règles on peut passer des grandeurs d'entrées aux grandeurs de sortie.
- ♦ Le troisième module consiste en l'application de règles de type 'Si- Alors'. Ces règles vont permettre de passer d'un degré d'appartenance d'une grandeur d'entrée ou réglante au degré d'appartenance d'une grandeur de sortie ou commande.
- ♦ Le quatrième et dernier module décrit l'étape de défuzzification qui est la transformation inverse de la première. Il permet de passer d'un degré d'appartenance d'une commande à la valeur à donner à cette commande. Si l'on choisit des systèmes de type Sugeno d'ordre zéro, cette étape peut être sautée car les conclusions sont directement numériques. Une agrégation sera également nécessaire pour les règles ayant les mêmes conclusions.

Le schéma de la régulation floue est le suivant :

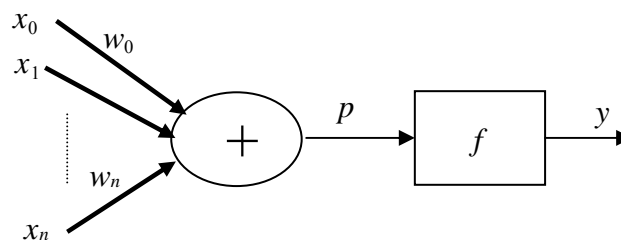


**Figure II.4** Schéma de base de la régulation floue

En fonction de l'expression des conclusions des règles, on distingue deux grandes familles de systèmes flous: systèmes flous à conclusions symboliques (systèmes de Mamdani) [MAM74,MAM75,MAM76] et systèmes flous à conclusions fonctionnelles (systèmes flous de Takagi-Sugeno-Kang) [TAK83, TAK85, SUG86]. Ces deux types de systèmes flous sont basés sur une collection de règles 'Si -. Alors'. Dans les deux cas, les prémisses de règles sont exprimées symboliquement mais alors que les systèmes de Mamdani utilisent des conclusions symboliques de même nature que les prémisses, les systèmes de Sugeno en général utilisent des conclusions fonctionnelles et les systèmes de Sugeno d'ordre zéro exploitent en particulier des conclusions numériques. Une défuzzification ne sera pas ainsi nécessaire dans le cas des systèmes de Sugeno d'ordre zéro utilisés dans notre travail. Pour ce qui est de l'agrégation, bon nombre de contrôleurs flous exploités repose sur des bases de règles antidiagonale, dites bases de Mac Vicar-Whelan [MAC77].

#### II.4 Réseaux de neurones et logique neuro-floue

- Neurone formel [HER94]: Un neurone formel ou simplement neurone est avant tout un opérateur mathématique qui calcule une sortie à partir des entrées présentées. Le neurone formel est modélisé par deux opérateurs comme le montre la figure II.5, un opérateur de sommation en entrée, suivi d'un opérateur non linéaire.



**Figure II.5 :** Modèle formel d'un neurone

La première action du neurone est l'activation du potentiel somatique  $p$ , elle consiste à calculer une somme des entrées  $x_i$  pondérées respectivement par les poids  $w_i$ , à laquelle s'ajoute un terme constant ou 'biais'  $w_0$ .



$$p = \sum_{i=1}^n w_i x_i + w_0 \quad (\text{II.14})$$

Avec :

$p$  : Potentiel somatique

$x_i$  : Entrée du neurone  $i$

$w_i$  : Poids synaptiques

$w_0$  : Biais

La sortie du neurone  $y$  est ensuite donnée par la fonction de seuil ou d'activation  $f$  et est égale à  $f(p)$ .  $f$  doit être saturable en règle générale car l'apprentissage ne peut se faire correctement que sur un domaine compact.. Elle est souvent non linéaire, ce qui rend les réseaux de neurones capables de simuler des fonctions complexes. Les fonctions d'activation les plus utilisées sont les fonctions linéaires : signe, à seuil , log-sigmoïde ou tan- sigmoïde.

- Réseaux de neurones: Le neurone en lui-même n'a aucun pouvoir. La force et l'efficacité des neurones consistent en leur regroupement en réseaux de neurones, où toutes les unités coopèrent pour accomplir une tâche déterminée. Il existe différents types d'architecture pour les réseaux de neurones, mais les plus simples et à notre avis les plus utilisés sont les réseaux multi-couches à propagation directe qui comprennent: une couche d'entrée, des couches cachées et une couche de sortie et où l'information circule dans un seul sens, de la couche d'entrée vers la couche de sortie.
- Apprentissage des réseaux de neurones: Dans un apprentissage supervisé, on calcule les poids  $w_i$  des neurones de manière à ce que la sortie du réseau de neurones soit aussi proche que possible de la sortie souhaitée. La plupart des algorithmes d'apprentissage des réseaux de neurones formels sont des algorithmes d'optimisation : Ils cherchent à minimiser une fonction de coût qui constitue une mesure de l'écart entre les réponses du réseau et les réponses désirées. L'algorithme le plus ancien est le plus connu est celui de la rétropropagation du gradient [NAR90] appelé ainsi car le calcul du gradient s'effectue en propageant le signal d'erreur de la sortie vers l'entrée. Dans sa version initiale, il s'agit d'un simple algorithme de descente du gradient. On peut également utiliser des méthodes d'optimisation plus sophistiquées comme les méthodes d'optimisation du second ordre et notamment l'algorithme de Levenberg-Maquardt [HAG94].

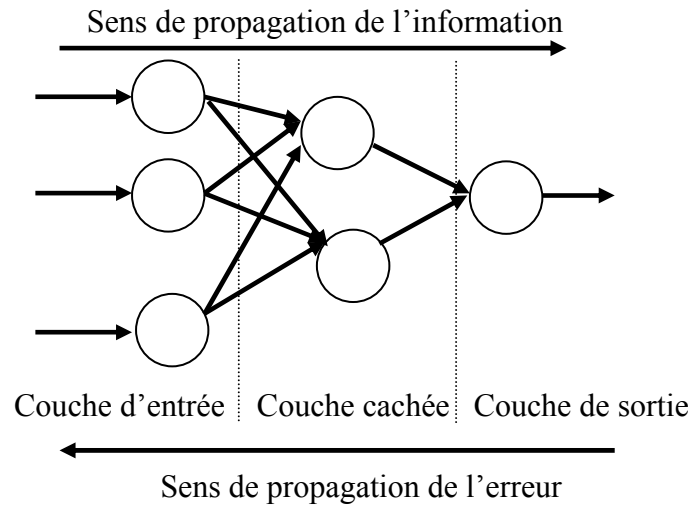
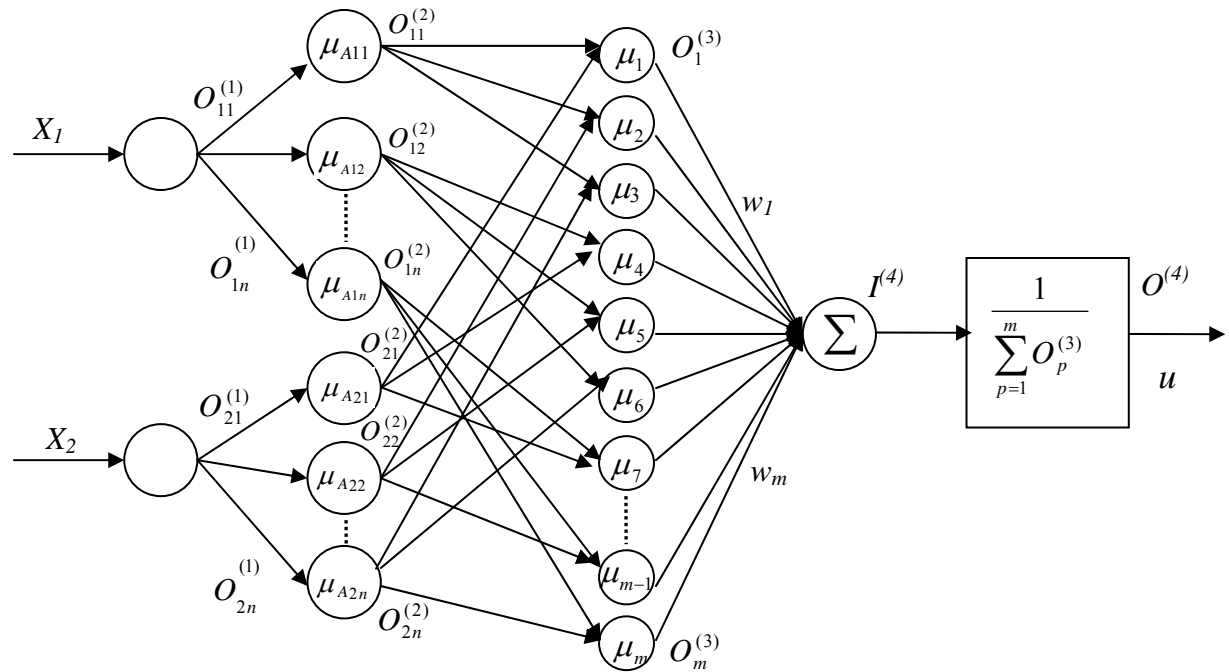


Figure II.6 : Réseau multi-couches à propagation directe

Si les bases de connaissance sur le système sont peu fiables, incomplètes ou carrément inexistantes, la synthèse des régulateurs flous peut s'avérer délicate ; or, on sait que la principale caractéristique des réseaux de neurones est leur capacité d'apprentissage et de généralisation. L'idée est donc venue de combiner logique floue et réseaux de neurones pour obtenir des réseaux neuro-flous. Ces derniers sont constitués de 4 couches [JAN93, JAN95], 1 couche d'entrée, 2 couches cachées et 1 couche de sortie. Les paramètres des neurones à ajuster correspondent aux paramètres inconnus du système flou, à savoir le centre et l'écart type des fonctions d'appartenance ainsi que la valeur des conclusions numériques car le système flou considéré est de type Sugeno d'ordre zéro.

Pour illustrer la méthode, nous considérons le réseau neuro-flou suivant à deux entrées  $X_1$  et  $X_2$ . Pour chaque entrée, il y a  $n$  valeurs floues avec chacune une fonction d'appartenance gaussienne et les conclusions sont numériques



(1) Couche d'entrée (2) Couche de fuzzification (3) Couche des règles (4) Couche de sortie

**Figure II.7.** Structure du contrôleur neuro-flou

- ♦ Couche d'entrée : Les entrées de cette couche sont  $X_1$  et  $X_2$ . Les neurones de cette couche ne font que transmettre les valeurs des entrées vers la deuxième couche.

Entrée :

$$I_i^{(1)} = x_i, \quad i = 1, 2 \tag{II.15.a}$$

Sortie :

$$O_{ij}^{(1)} = I_i^{(1)}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{II.15.b}$$

- ♦ Couche de fuzzification (2<sup>ème</sup> couche) : Cette couche reçoit, les signaux de la couche d'entrée et utilise des fonctions gaussiennes comme fonctions d'appartenance pour déterminer la contribution relative du signal observé. La relation entrée/sortie de cette couche est définie comme suit :

Entrée :

$$I_{ij}^{(2)} = -\frac{(O_{ij}^{(1)} - a_{ij})^2}{b_{ij}^2}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{II.16.a}$$

Sortie :

$$O_{ij}^{(2)} = \exp(I_{ij}^{(2)}), \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{II.16.b})$$

Où  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  sont respectivement le centre et l'écart type des fonctions gaussiennes.

- ♦ Couche des règles (3<sup>ème</sup> couche) : Elle calcule le degré d'activation de chaque règle. On a donc :

Entrée :

$$I_{(j-1)n+l}^{(3)} = O_{1j}^{(2)} \cdot O_{2l}^{(2)}, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (\text{II.17.a})$$

Sortie :

$$O_i^{(3)} = w_i I_i^{(3)}, \quad i = 1, 2, \dots, m = n^2 \quad (\text{II.17.b})$$

La sortie est donc le produit de la fonction d'activation  $I_i^{(3)}$  pondérée par la conclusion de la règle.

- ♦ Couche de sortie (4<sup>ème</sup> couche) : Elle effectue l'agrégation des règles et calcule la commande  $u$ .

Unité d'entrée :

$$I^{(4)} = \sum_{p=1}^m O_p^{(3)} \cdot w_p \quad (\text{II.18.a})$$

Unité de sortie :

$$O^{(4)} = u = \frac{I^{(4)}}{\sum_{p=1}^m O_p^{(3)}} \quad (\text{II.18.b})$$

#### II.4.2 Apprentissage du contrôleur neuro-flou

Le but de l'apprentissage est d'optimiser les valeurs des paramètres des fonctions d'appartenance  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$ , ainsi que les poids des conclusions  $w_p$ .

Après initialisation, l'apprentissage est assuré par la méthode de rétro propagation qui ajuste les paramètres du contrôleur neuro-flou. Le critère à minimiser est :

$$E = \frac{1}{2}(y - y_d)^2 \quad (\text{II.19})$$

Les paramètres du régulateur sont ajustés par un simple algorithme du gradient:

$$w_p(k+1) = w_p(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_p}, \quad p = 1, 2, \dots, m \quad (\text{II.20})$$

$$a_{ij}(k+1) = a_{ij}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial a_{ij}}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{II.21})$$

$$b_{ij}(k+1) = b_{ij}(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial b_{ij}}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{II.22})$$

Le terme  $\frac{\partial E}{\partial w_p}$  est donné par

$$\frac{\partial E}{\partial w_p} = \frac{\partial E}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial w_p} = (y - y_d) \frac{\partial y}{\partial u} \frac{O_p^{(3)}}{\sum_{i=1}^m O_i^{(3)}} \quad (\text{II.23})$$

L'équation précédente suppose que l'on connaisse la dérivée partielle  $\frac{\partial y}{\partial u}$ , ce qui souvent n'est pas le cas. Si on connaît le sens de variation de cette dérivée, on peut la remplacer par son signe  $\pm 1$ . Cette approximation n'est valable que si le pas  $\eta$  est assez petit.

## II.5 Propriétés d'une représentation floue particulière des systèmes discrets

Dans cette partie, nous nous intéresserons à une représentation floue particulière des systèmes non linéaires discrets, un modèle entrée-sortie est préféré au modèle d'état car on obtient ainsi une relation directe entre la commande et la sortie, cela permet la construction d'un système inverse et ainsi la résolution du problème de commande, [FRA74, TOM87, SAI96, BOU00].

### II.5.1 Représentation entrée-sortie floue

L'hypothèse d'affinité en la commande du système qui est une hypothèse fréquente pour des systèmes non linéaires continus est rarement vérifiée dans le cadre discret [SLO91]. Pour pouvoir contourner cette difficulté, Boukezzoula [BOU00, BOU01, BOU03] a développé une représentation entrée-sortie floue adéquate basée sur un système de Takagi-Sugeno à conclusion constante. Nous considérons un système non linéaire discret qui peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$y(k+1) = \psi_d[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1)] \quad (\text{II.24})$$

Avec  $m \leq n$

Pour chaque  $y(k-p+1)$  et  $u(k-q+1)$ , on définit  $N_p$  et  $M_q$  fonctions d'appartenance  $A_p^{ip}$  et  $B_q^{jq}$ ,  $p=1, \dots, n$  et  $q=1, \dots, m$  définies sur les univers de discours  $I_1, \dots, I_n, J_1, \dots, J_m$

Et :  $\phi_{fd}(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m)$  est une constante réelle associée à la conclusion numérique de la règle indexée  $(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m)$

La fonction non linéaire  $\psi_d$  donnée par (II.24) est approximée par un système flou de Takagi-Sugeno à conclusion constante dont la base de règles est définie sur  $I = I_1 \times \dots \times I_n \times J_1 \times \dots \times J_m$  par une collection de règles de la forme :

$$\begin{aligned} & R^{(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m)} : \\ & \text{Si } y(k) \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et } \dots \text{ et } y(k-n+1) \text{ est } A_n^{i_n} \\ & \text{et } u(k) \text{ est } B_1^{j_1} \text{ et } \dots \text{ et } u(k-m+1) \text{ est } B_m^{j_m} \\ & \text{Alors } y_f(k+1) = \phi_{fd}(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m) \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

Dans notre cas, la base de règles complète est composée de  $\prod_{p=1}^n N_p \prod_{q=1}^m M_q$  règles floues,

L'ensemble des indices  $i_p$  et  $j_q$  est donné par :

$$i_p \in I_p = \{1, \dots, N_p\}; p=1, \dots, n \quad \text{et} \quad j_q \in J_q = \{1, \dots, M_q\}; q=1, \dots, m \quad (\text{II.26})$$

Pour une entrée  $Z(k) \equiv [y(k), \dots, y(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m+1)] \in R^{n+m}$ , la sortie générée par le système flou est donnée par :

$$y_f(k+1) = \sum_{(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m) \in I} \xi^{(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m)}(Z) \cdot \phi_{fd}(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m) = \xi^T(Z) \cdot \phi_{fd} \quad (\text{II.27})$$

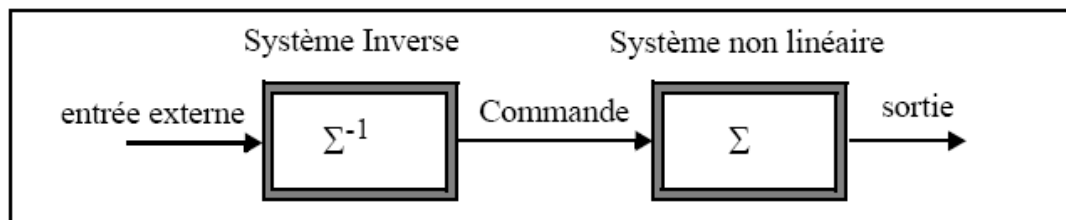
Où  $\xi(Z)$  est le vecteur correspondant aux degrés de validité des prémisses de règles et  $\phi_{fd}$  est le vecteur correspondant aux conclusions des règles. Si  $\psi_{fd}$  représente l'approximation floue optimale de  $\psi_d$ , l'équation (II.24) peut être réécrite comme suit :

$$y(k+1) = \psi_{fd}[Z(k)] + \Delta = \xi^T(Z) \cdot \phi_{fd} + \Delta \quad (\text{II.28})$$

Où  $\Delta$  représente l'erreur globale, somme des erreurs de modélisation et d'identification.

### II.5.2 Synthèse de la loi de commande par inversion du système

Intuitivement, un système placé en cascade avec son inverse, comme le montre la figure II.8, délivre une relation d'identité entre la sortie du système et l'entrée de son inverse, sous couvert de respect de la causalité.



**Figure II.8** Inversion en boucle ouverte

Afin de répondre à nos objectifs de commande, nous supposons qu'il existe un système inverse capable en présence d'une valeur désirée, de fournir une entrée (commande) qui, appliquée au système, conduit à la convergence de sa sortie vers la valeur désirée. Dans ce cas, la synthèse d'un contrôleur est ramenée à un problème de construction d'un système inverse [BOU00], la commande appliquée à ce système sera également stable si le système est à phase minimale (ou à inverse stable).

Pour synthétiser un contrôleur flou capable de répondre aux objectifs de commande, une représentation floue de la dynamique du système non linéaire sera adoptée et dans ce cas, le contrôleur flou sera choisi comme l'inverse du modèle flou de cette dynamique.

### II.5.3 Choix des fonctions d'appartenance en entrée [BOU00]

D'une manière générale, le problème de l'identification floue consiste à choisir une forme de règles floues appropriées puis à concevoir des lois d'ajustement de paramètres afin que pour une entrée donnée, la sortie du modèle flou obtenu approche la sortie du procédé de manière satisfaisante.

La procédure d'identification des modèles flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante peut être décomposée en une première phase d'identification des structures (nombre de symboles flous et leur répartition sur les univers de discours des entrées, choix des fonctions d'appartenance) suivie d'une seconde phase d'identification des paramètres qui suppose une structure de base de règles figées. Si l'identification des paramètres porte sur la conclusion numérique des règles floues, le système sera linéaire en paramètres.

Pour la représentation développée par Boukezzoula, on choisira comme fonction d'appartenance en entrée des fonctions triangulaires, ce choix sera motivé subséquemment. Considérons une variable floue définie sur l'univers du discours  $[a_1, a_n]$ . Pour  $n$  règles floues, ( $n$  fonctions triangulaires), nous avons  $(n-1)$  intervalles, et seul deux règles sont activées à la fois dans chaque intervalle, nous pouvons réécrire l'équation (2.27) sur l'intervalle  $[a_i, a_{i+1}]$  :

$$y_f = \phi_i \mu_{a_i}(x) + \phi_{i+1} \mu_{a_{i+1}}(x) \quad (\text{II.29})$$

Avec les fonctions d'appartenance :

$$\mu_{a_i}(x) = \frac{a_{i+1} - x}{a_{i+1} - a_i} \quad (\text{II.30})$$

$$\mu_{a_{i+1}}(x) = 1 - \mu_{a_i}(x)$$

En combinant (II.29) et (II.30), on trouve :

$$y_f = \frac{\phi_i a_{i+1} - \phi_{i+1} a_i}{a_{i+1} - a_i} + \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{a_{i+1} - a_i} x \quad (\text{II.31})$$

Ce qui montre que  $y_f$  est affine en  $x$  sur  $[a_i, a_{i+1}]$ .

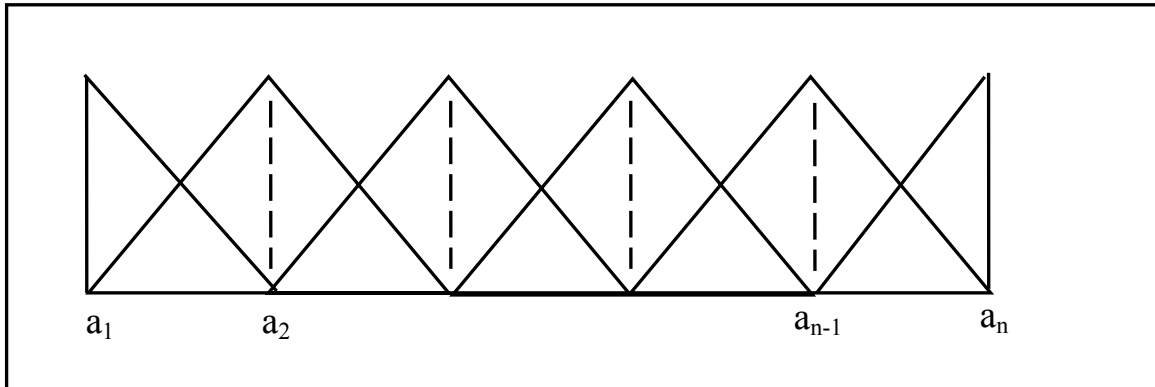


Figure II.9 Intervalles flous

#### II.5.4 Propriétés structurelles d'un système flou à deux entrées

Pour deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  avec  $n_1$  fonctions d'appartenance pour  $e_1$  et  $n_2$  pour  $e_2$ , le système flou de Takagi-Sugeno est donné par une collection de règles sous la forme :

$$R^{(i_1, i_2)} : \text{Si } e_1 \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et } e_2 \text{ est } A_2^{i_2} \text{ Alors } s = \phi(i_1, i_2) \quad (\text{II.32})$$

La sortie générée par ce système est donnée par :



$$s = \sum_{(i_1, i_2)} \xi^{(i_1, i_2)T}(e) \phi(i_1, i_2) \quad \text{avec : } e = [e_1, e_2] \quad (\text{II.33})$$

$e_1$  étant définie sur l'univers de discours  $E_1 = [\alpha_1^{e_1}, \beta_1^{e_1}]$ , et  $e_2$  sur l'univers de discours  $E_2 = [\alpha_2^{e_2}, \beta_2^{e_2}]$ , le système flou défini par les règles (II.32) est défini sur l'univers de discours  $E^2$ :

$$E^2 = E_1 \times E_2 = [\alpha_1^{e_1}, \beta_1^{e_1}] \times [\alpha_2^{e_2}, \beta_2^{e_2}] \quad (\text{II.34})$$

$\alpha_p^{ep}, \beta_p^{ep}$ ;  $p=1, 2$ , sont respectivement la valeur minimale et maximale de l'intervalle définissant l'univers de discours  $E_p$ . Les deux univers de discours peuvent être décomposés comme suit :

$$\begin{aligned} E_1 &= [\alpha_1^{e_1}, \beta_1^{e_1}] = \bigcup_{i_1=1}^{N_1-1} [a_1^{i_1}, a_1^{i_1+1}]; \alpha_1^{e_1} = a_1^1, \beta_1^{e_1} = a_1^{N_1} \\ E_2 &= [\alpha_2^{e_2}, \beta_2^{e_2}] = \bigcup_{i_2=1}^{N_2-1} [a_2^{i_2}, a_2^{i_2+1}]; \alpha_2^{e_2} = a_2^1, \beta_2^{e_2} = a_2^{N_2} \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Où  $a_p^{ip}$  est la valeur modale de l'ensemble flou  $A_p^{ip}$  vérifiant :

$$\mu_{A_1^{i_1}}(a_1^{i_1}) = \mu_{A_2^{i_2}}(a_2^{i_2}) = 1 \quad (\text{II.36})$$

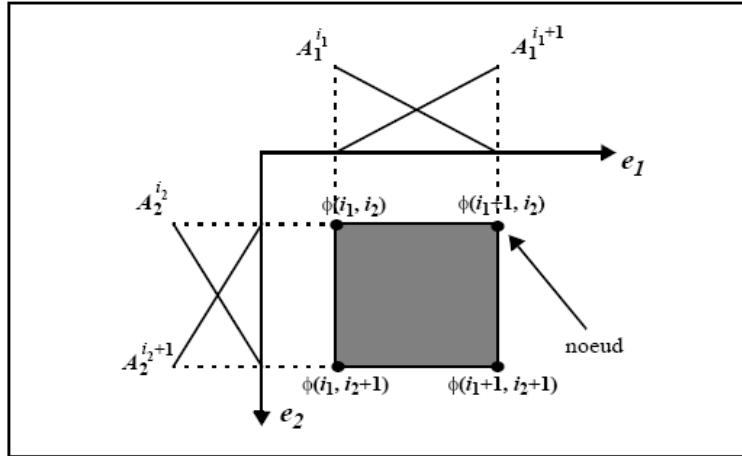
La décomposition des deux univers de discours conduit à mettre en évidence un domaine rectangulaire encadré par 4 nœuds que l'on appellera maille floue élémentaire notée  $E_{(i_1, i_2)}^2$  telque  $E_{(i_1, i_2)}^2 = [a_1^{i_1}, a_1^{i_1+1}] \times [a_2^{i_2}, a_2^{i_2+1}]; p=1, 2; i_p=1, \dots, N_p-1$ . (figure II.10).

Dans ce cas, l'univers de discours global  $E$  est l'union des différentes mailles floue élémentaires le composant qui sont au nombre de  $(N_1-1) \times (N_2-1)$ . Les règles floues activées pour chaque maille floue élémentaire  $E_{(i_1, i_2)}^2$  sont au nombre de 4 :  $(i_1, i_2)$ ,  $(i_1, i_2+1)$ ,  $(i_1+1, i_2)$ ,  $(i_1+1, i_2+1)$ . Soit  $IS = \{(\nu_1, \nu_2) / \nu_1 \in \{0,1\}, \nu_2 \in \{0,1\}\}$ , ainsi les 4 règles floues activées sur  $E_{(i_1, i_2)}^2$  peuvent s'écrire :  $(i_1 + \nu_1, i_2 + \nu_2)$ ,  $\nu_1 \in \{0,1\}, \nu_2 \in \{0,1\}$ . On considérera que sur  $E_{(i_1, i_2)}^2$  le système flou global est équivalent à un sous système flou où on ne considère que les 4 règles activées. Ces règles peuvent s'écrire:

$$R_{(i_1, i_2)}^{(\nu_1, \nu_2)} : \text{Si } e_1 \text{ est } A_1^{i_1 + \nu_1} \text{ et } e_2 \text{ est } A_2^{i_2 + \nu_2} \text{ Alors } s_{(i_1, i_2)} = \phi(i_1 + \nu_1, i_2 + \nu_2) \quad (\text{II.37})$$

$$\text{Avec : } p=1,2, \nu_p \in \{0,1\}$$

Où  $(\nu_1, \nu_2)$  indice une règle particulière de ce système.



**Figure II.10.** Maille floue élémentaire

Pour une entrée  $e$  appartenant à la maille  $E_{(i_1, i_2)}^2$ , la sortie générée par le sous système flou est donnée par :

$$s_{(i_1, i_2)} = \sum_{(\nu_1, \nu_2) \in \{0,1\}} \xi^{(i_1 + \nu_1, i_2 + \nu_2)} \phi(i_1 + \nu_1, i_2 + \nu_2) \quad (\text{II.38})$$

Pour une entrée  $e$  quelconque, la sortie du système global défini par les règles de la forme (II.32) est égale à la sortie générée par le sous système défini par les règles de la forme (II.37) sur la maille à laquelle appartient  $e$ . En développant l'équation (II.38) par rapport à  $\nu_2$ , la sortie du sous système flou peut être réécrite comme suit :

$$s_{(i_1, i_2)} = \sum_{\nu_1 \in \{0,1\}} \mu_{A_1}^{i_1 + \nu_1}(e_1) \mu_{A_2}^{i_2}(e_2) \phi(i_1 + \nu_1, i_2) + \sum_{\nu_1 \in \{0,1\}} \mu_{A_1}^{i_1 + \nu_1}(e_1) \mu_{A_2}^{i_2 + 1}(e_2) \phi(i_1 + \nu_1, i_2 + 1) \quad (\text{II.39})$$

Avec :

$$\mu_{A_1}^{i_1}(e_1) = \frac{a_1^{i_1 + 1} - e_1}{a_1^{i_1 + 1} - a_1^{i_1}}; \mu_{A_1}^{i_1 + 1}(e_1) = 1 - \mu_{A_1}^{i_1}(e_1); \quad (\text{II.40a})$$

$$\mu_{A_2}^{i_2}(e_2) = \frac{a_2^{i_2 + 1} - e_2}{a_2^{i_2 + 1} - a_2^{i_2}}; \mu_{A_2}^{i_2 + 1}(e_2) = 1 - \mu_{A_2}^{i_2}(e_2); \quad (\text{II.40b})$$

En remplaçant (II.40) dans (II.39), on trouve :

$$s_{(i_1, i_2)} = \Psi_{fd}^{(i_1, i_2)}(e_1, e_2) = \Psi_1^{(i_1, i_2)}(e_1) + \Psi_2^{(i_1, i_2)}(e_1) e_2 \quad (\text{II.41})$$

Avec :

$$\Psi_1^{(i_1, i_2)}(e_1) = \sum_{v_1 \in \{0,1\}} \mu_{A_1}^{i_1+v_1}(e_1) \left[ \frac{a_2^{i_2+1} \phi(i_1 + v_1, i_2) - a_2^{i_2} \phi(i_1 + v_1, i_2 + 1)}{a_2^{i_2+1} - a_2^{i_2}} \right] \quad (\text{II.42})$$

Et :

$$\Psi_2^{(i_1, i_2)}(e_1) = \sum_{v_1 \in \{0,1\}} \mu_{A_1}^{i_1+v_1}(e_1) \left[ \frac{\phi(i_1 + v_1, i_2 + 1) - \phi(i_1 + v_1, i_2)}{a_2^{i_2+1} - a_2^{i_2}} \right] \quad (\text{II.43})$$

L'équation (II.41) montre que le sous système (II.38) est affine en  $e_2$ . On conclut donc que le système global est affine en  $e_2$  par morceaux.

♦ Exemple illustratif

Le but de cet exemple d'illustrer les propriétés structurelles développées précédemment. Le système utilisé est un procédé de pression dynamique. Le modèle flou de ce système est donné par SOUSA dans [SOU95]. Il est exprimé par un système de Takagi-Sugeno à 2 entrées à conclusions constantes dont la base de règles est une collection de règles de la forme:

$$R^{(i_1, i_2)} : \text{Si } y(k) \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et } u(k) \text{ est } A_2^{i_2} \text{ Alors } y(k+1) = \phi(i_1, i_2) \quad (\text{II.44})$$

$$i_1 = 1, \dots, 4 ; i_2 = 1, \dots, 4$$

Dans cet exemple, les deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  sont représentées respectivement par  $y(k)$  et  $u(k)$ . La sortie du système  $s$  est  $y(k+1)$ . La base de règles complète du système est illustrée dans le tableau II.2. Les nombres situés dans les cases représentent la conclusion numérique de la règle correspondante.

$y \backslash u$	$A_2^1$	$A_2^2$	$A_2^3$	$A_2^4$
$A_1^1$	1,06	1,05	1,07	1,11
$A_1^2$	1,13	1,19	1,23	1,33
$A_1^3$	1,46	1,51	1,63	1,79
$A_1^4$	1,84	2,03	2,12	2,34

**Tableau II.2.** Base de règles du système flou

Le système flou proposé est composé de 9 sous-systèmes flous définis sur 9 mailles floues élémentaires (figure II.11), dans chaque maille, seules 4 règles sont activées à la fois. La sortie de chaque sous-système flou est donnée par l'expression suivante:

$$s_{(i_1, i_2)} = \sum_{(v_1, v_2) \in \{0,1\}^2} \xi^{(i_1+v_1, i_2+v_2)} \phi(i_1 + v_1, i_2 + v_2) \quad (\text{II.45})$$

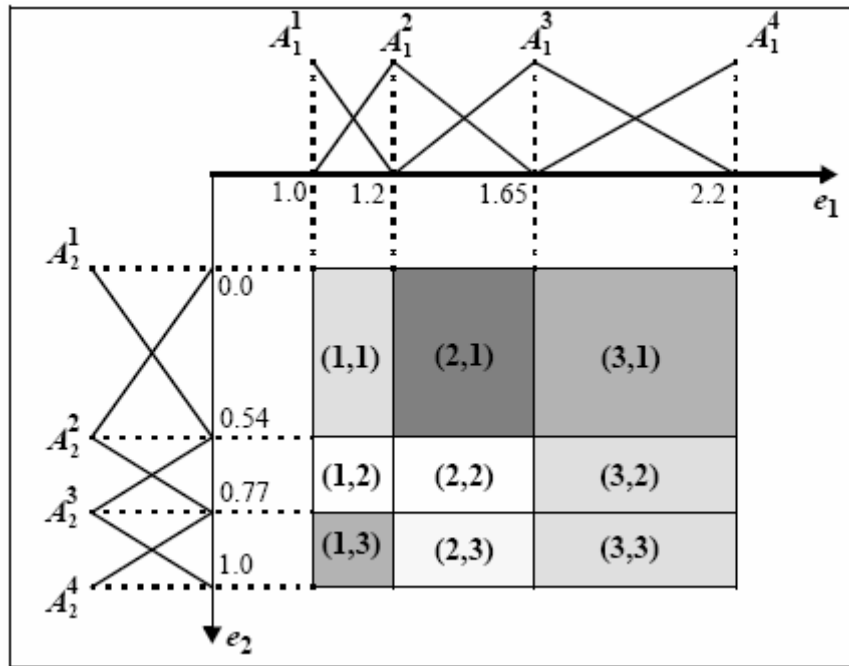
$$i_1 = 1, \dots, 3; i_2 = 1, \dots, 3$$

Ainsi la sortie du sous-système défini sur la maille floue élémentaire (1,1) est donnée par l'expression suivante:

$$s_{(1,1)} = \sum_{(v_1, v_2) \in \{0,1\}^2} \xi^{(1+v_1, 1+v_2)} \phi(1 + v_1, 1 + v_2) \quad (\text{II.46})$$

$$= (0.350 y(k) + 0.710) + (0.648 y(k) - 0.666) u(k) =$$

$$0.710 + 0.350 y(k) + (-0.666 + 0.648 y(k)) u(k)$$



**Figure II.11** Mailles floues élémentaires du système

Les sorties des autres sous-systèmes flous sont illustrées sur le tableau II.3 :

Maille floue	Sortie générée par le sous système flou
(1,1)	$0.710 + 0.350 y(k) + (-0.666 + 0.648 y(k)) u(k)$
(1,2)	$0.537 + 0.465 y(k) + (-0.347 + 0.434 y(k)) u(k)$
(1,3)	$1.140 - 0.204 y(k) + (-1.130 + 1.304 y(k)) u(k)$
(2,1)	$0.250 + 0.733 y(k) + (0.160 - 0.041 y(k)) u(k)$
(2,2)	$0.743 + 0.293 y(k) + (-0.753 + 0.772 y(k)) u(k)$
(2,3)	$0.364 + 0.442 y(k) + (-0.260 + 0.579 y(k)) u(k)$
(3,1)	$0.320 + 0.690 y(k) + (-0.685 + 0.471 y(k)) u(k)$
(3,2)	$-0.543 + 1.073 y(k) + (0.913 - 0.237 y(k)) u(k)$
(3,3)	$0.226 + 0.525 y(k) + (-0.086 + 0.474 y(k)) u(k)$

**Tableau II.3.** Sortie sur chaque maille floue élémentaire

On note que la sortie de chaque sous-système est affine en  $u(k)$  et  $y(k)$ . Comme la sortie du système global est toujours égale à la sortie d'un sous-système sur  $E^2$ , on en déduit que la sortie du système global est affine en  $u(k)$  et  $y(k)$  par morceaux. L'approximation d'une fonction non linéaire par un système flou de Takagi-Sugeno à conclusion constante revient à l'approximation par une fonction affine en chacune des entrées sur une maille élémentaire.

### II.5.5 Généralisation des propriétés structurelles à un système à $n$ entrées

Supposons un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro avec  $n$  entrées  $e_1, e_2, \dots, e_n$  donné par une collection de règles de la forme :

$$R^{(i_1, i_2, \dots, i_n)} : \text{Si } e_1 \text{ est } A_1^{i_1} \text{ et } e_2 \text{ est } A_2^{i_2} \text{ et } \dots \text{ et } e_n \text{ est } A_n^{i_n} \text{ Alors } s = \phi(i_1, i_2, \dots, i_n) \quad (\text{II.47})$$

La sortie générée par ce système flou est donnée par :

$$s = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_n) \in I^n} \xi^{(i_1, i_2, \dots, i_n)}(e) \phi(i_1, i_2, \dots, i_n) \quad (\text{II.48})$$

$$e = [e_1, \dots, e_n]; I^n = I_1 \times \dots \times I_n$$

Le système flou (II.47) est défini sur l'univers de discours d'entrée  $E^n$  suivant:

$$E^n = E_1 \times \dots \times E_n = [\alpha_1^{e_1}, \beta_1^{e_1}] \times \dots \times [\alpha_n^{e_n}, \beta_n^{e_n}] \quad (\text{II.49})$$

Chaque sous-univers de discours  $E_p$  peut être décomposé comme suit:

$$E_p = [\alpha_p^{ep}, \beta_p^{ep}] = \bigcup_{i_p=1}^{N_p-1} [a_p^{i_p}, a_p^{i_p+1}]; \alpha_p^{ep} = a_p^1, \beta_p^{ep} = a_p^{N_p}, p = 1, \dots, n \quad (\text{II.50})$$

Où  $a_p^{i_p}$  est la valeur modale de l'ensemble  $A_p^{i_p}$  vérifiant :

$$\mu_{A_p^{ip}}(a_p^{ip}) = 1 \quad (\text{II.51})$$

On définit la maille floue élémentaire  $E^n_{(i_1, \dots, i_n)}$  :

$$\begin{aligned} E^n_{(i_1, \dots, i_n)} &= [a_1^{i_1}, a_1^{i_1+1}] \times \dots \times [a_n^{i_n}, a_n^{i_n+1}]; (i_1, \dots, i_n) \in I^{n*} \\ I^{n*} &= \{(i_1, \dots, i_n) / p = 1, \dots, n; i_p = 1, \dots, N_p - 1\} \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

Pour chaque entrée  $e_p$  on définit  $N_p$  fonctions d'appartenance triangulaires, nous aurons donc  $N_p-1$  intervalles avec sur chacun 2 règles activées pour  $e_p$ . La maille floue élémentaire  $E^n_{(i_1, \dots, i_n)}$  est donc ici un hypercube où  $2^n$  règles floues sont activées. L'univers de discours  $E^n$  est l'union des mailles floues élémentaires  $E^n_{(i_1, \dots, i_n)}$  :

$$E^n = \bigcup_{(i_1, \dots, i_n) \in I^{n*}} E^n_{(i_1, \dots, i_n)} \quad (\text{II.53})$$

Le système flou est composé de  $\prod_{p=1}^n (N_p - 1)$  sous systèmes flous  $\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$ , chaque sous système est défini par les  $2^n$  règles floues suivantes :

$$\begin{aligned} R_{(i_1, \dots, i_n)}^{(v_1, \dots, v_n)} : \text{Si } e_1 \text{ est } A_1^{i_1+v_1} \text{ et } \dots \text{ et } e_n \text{ est } A_n^{i_n+v_n} \text{ Alors :} \\ s_{(i_1, \dots, i_n)} = \phi(i_1 + v_1, \dots, i_n + v_n); p = 1, \dots, n; v_p = \{0, 1\} \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

Où dans  $R_{(i_1, \dots, i_n)}^{(v_1, \dots, v_n)}$ ,  $(i_1, \dots, i_n)$  fait référence au sous-système  $\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$  et  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$  désigne une règle particulière. Le sous-système flou  $\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$  est défini sur le sous-espace  $E^n_{(i_1, \dots, i_n)}$ . L'ensemble des indices d'un sous-système est donné par:

$$IS = \{(v_1, \dots, v_p) / p = 1, \dots, n; v_p = \{0, 1\}\} \quad (\text{II.55})$$

Dans ce cas, pour une entrée  $e$  appartenant à la maille floue  $E^n_{(i_1, \dots, i_n)}$ , la sortie générée par le sous-système flou  $\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$  est donnée par:

$$s_{(i_1, \dots, i_n)} = \sum_{(v_1, \dots, v_n) \in IS} \xi^{(i_1+v_1, \dots, i_n+v_n)} \phi(i_1 + v_1, \dots, i_n + v_n) \quad (\text{II.56})$$

Finalement, on note que sur l'univers du discours  $E^n$  et pour une entrée  $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T$  donnée un et un seul sous-système flou  $\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$  est activé.

### II.5.6 affinité du système par rapport aux entrées

En développant (II.56) par rapport à  $\nu_n$ , la sortie du sous système flou peut être réécrite comme suit :

$$s_{(i_1, \dots, i_n)} = \sum_{(\nu_1, \dots, \nu_{n-1}) \in IS^*} \xi^{(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1})} (Z_1) \mu_{A_n}^{i_n} (e_n) \phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n) + \sum_{(\nu_1, \dots, \nu_{n-1}) \in IS^*} \xi^{(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1})} (Z_1) \mu_{A_n}^{i_n+1} (e_n) \phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n + 1) \quad (II.57)$$

Avec :

$$\mu_{A_n}^{i_n} (e_n) = \frac{a_n^{i_n+1} - e_n}{a_n^{i_n+1} - a_n^{i_n}} ; \mu_{A_n}^{i_n+1} (e_n) = 1 - \mu_{A_n}^{i_n} (e_n) ; Z_1 \equiv [e_1, \dots, e_{n-1}] \quad (II.58)$$

Et :

$$IS^* = \left\{ (\nu_1, \dots, \nu_{p-1}) / p = 1, \dots, n-1 ; \nu_p = \{0, 1\} \right\} \quad (II.59)$$

Par substitution des expressions (II.58) dans (II.57), on trouve :

$$s_{(i_1, \dots, i_n)} = \Psi_{fd}^{(i_1, \dots, i_n)} (e) = \Psi_1^{(i_1, \dots, i_n)} (Z_1) + \Psi_2^{(i_1, \dots, i_n)} (Z_1) e_n \quad (II.60)$$

Avec :

$$\Psi_1^{(i_1, \dots, i_n)} (Z_1) = \sum_{(\nu_1, \dots, \nu_{n-1}) \in IS^*} \xi^{(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1})} (Z_1) \cdot \left[ \frac{a_n^{i_n+1} \phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n) - a_n^{i_n} \phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n + 1)}{a_n^{i_n+1} - a_n^{i_n}} \right] \quad (II.61)$$

Et :

$$\Psi_2^{(i_1, \dots, i_n)} (Z_1) = \sum_{(\nu_1, \dots, \nu_{n-1}) \in IS^*} \xi^{(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1})} (Z_1) \cdot \left[ \frac{\phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n + 1) - \phi(i_1 + \nu_1, \dots, i_{n-1} + \nu_{n-1}, i_n)}{a_n^{i_n+1} - a_n^{i_n}} \right] \quad (II.62)$$

L'équation (II.60) montre que le sous-système flou défini par (II.54) est affine en  $e_n$ . Sachant que la sortie du système global est toujours égale à la sortie d'un sous-système, on en déduit que la sortie du système global est affine en  $e_n$  par morceaux. Comme nous n'avons fait aucune hypothèse particulière sur  $e_n$ , on peut montrer de manière similaire que le sous-système (II.62) est affine en  $e_1$  ou  $e_2$ , ... ou  $e_n$ , c'est-à-dire en chacune de ses entrées. On voit donc que l'approximation du système non linéaire par un système flou de Takagi-Sugeno à conclusion constante revient à l'approximation du système sur une maille élémentaire par une fonction affine en chacune des entrées.

## II.6 Linéarisation entrée-sortie discrète floue (LESDF)

La linéarisation entrée-sortie (L.E.S.) a suscité beaucoup d'intérêt pour les systèmes non linéaires continus, comme en témoigne le nombre de travaux publiés dans la littérature [ISI85, SAS89, SLO91, MAR95] ; cependant, dans la cadre discret, on dispose de très peu de travaux de recherches sur le sujet. Cela est dû au fait que la L.E.S est particulièrement bien adaptée aux systèmes affines en la commande, hypothèse fréquemment rencontrée dans le domaine continu mais peu valide pour les systèmes discrets [SLO91].

D'une manière générale, si une classe de systèmes non linéaires discrets peut être transformée en une classe de systèmes linéaires à travers la linéarisation entrée-sortie discrète (L.E.S.D) ; alors le système linéaire transformé peut être commandé par des méthodes courantes de l'automatique (placement de pôles discrets, synthèse quadratique, ...) [BOU00]. La linéarisation entrée-sortie discrète floue (L.E.S.D.F) est une L.E.S.D qui emploie un modèle flou pour représenter la dynamique d'un système non linéaire discret. Notre objectif est d'appliquer le concept de la L.E.S.D.F. à la synthèse d'une loi de commande.

### II.6.1 Synthèse d'une loi de commande

L'objectif de la linéarisation entrée- sortie discrète floue est de déterminer une loi de commande  $u(k)$  telle que la boucle fermée reste stable et l'écart entre la sortie du système et la sortie désirée converge vers zéro.

L'implantation de la L.E.S.D classique nécessite la connaissance de la fonction non linéaire  $\psi_d$  représentant la relation entrée-sortie du système considéré et son inversion ; cette fonction sera approximée par un système flou de Takagi-Sugeno à conclusion constante. La sortie générée par le système flou est donnée par :



$$y_f(k+1) = \psi_{fd}[Z(k)] = \psi_{fd}[Z_1(k), u(k)]$$

$$Z(k) \equiv [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1)] \quad (\text{II.63})$$

$$Z_1(k) \equiv [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]$$

Où  $\psi_{fd}$  est l'approximation par le système flou de la fonction  $\psi_d$  et  $Z_1$  est le vecteur d'entrée regroupant les sorties présente et passées et les commandes passées. Nous avons montré précédemment que la sortie générée par un système flou de Takagi-Sugeno peut être réécrite comme un système affine en une entrée sur une maille floue élémentaire. Dans ce cas, la sortie (II.63) peut être mise sous la forme affine en la commande suivante :

$$y_f(k+1) = \psi_{fd}[Z_1, u(k)] = \psi_1[Z_1(k)] + \psi_2[Z_1(k)] u(k) \quad (\text{II.64})$$

Où  $\psi_1$  et  $\psi_2$  sont données par (II.61) et (II.62). Selon le principe de la L.E.S.D, en considérant une référence de trajectoire  $y_r(k+1)$  et en égalant  $y_f(k+1)$  à cette valeur, on obtient la loi de commande pour  $u(k)$ :

$$u(k) = -\frac{\psi_1}{\psi_2} + \frac{y_r(k+1)}{\psi_2} \quad (\text{II.65})$$

La valeur de  $u(k)$  trouvée n'a de sens que si  $u(k)$  calculé est bien dans la maille floue considérée, si ce n'est pas le cas, il faut chercher  $u(k)$  sur une autre maille floue [BOU00]. En prenant en considération (II.28), nous avons :

$$y(k+1) = y_f(k+1) + \Delta = y_r(k+1) + \Delta \quad (\text{II.66})$$

Où  $\Delta$  représente l'erreur d'identification et/ou de modélisation, si on considère que  $\Delta$  est bornée par une certaine constante  $\Delta_0$ , cela entraîne la convergence de  $y(k+1)$  vers un voisinage de  $y_r(k+1)$  de rayon  $\Delta_0$ .

Cette loi permet d'obtenir l'égalité de  $y_f(k+1)$  et  $y_r(k+1)$  en un pas de calcul, ce qui risque d'entraîner un effort de commande important. Une stratégie de placement de pôles peut être adoptée pour imposer une dynamique de régulation et diminuer ainsi l'effort de commande. La nouvelle référence de trajectoire à prendre en considération est alors :

$$y_d(k+1) = y_r(k+1) + \eta[y_r(k) - y(k)] = y_r(k+1) + \eta e(k) \quad (\text{II.67})$$

Où  $e(k) = y_r(k) - y(k)$  représente l'erreur de suivi de trajectoire. En remplaçant  $y_r(k+1)$  par  $y_d(k+1)$  dans la loi de commande (II.65), l'équation d'erreur (II.66) se réécrit :

$$e(k+1) + \eta e(k) = -\Delta \quad (\text{II.68})$$

On montre dans [ILL08] que  $y(k+1)$  converge vers un voisinage de  $y_r(k+1)$  de rayon  $\frac{\Delta_0}{1-|\eta|}$ , si on suppose toujours  $\Delta$  borné par une constante  $\Delta_0$ .

## II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions de base de la théorie de la logique floue et la structure d'un régulateur flou. Comme il n'existe pas un seul type de système flou, c'est à l'utilisateur de décider de l'architecture du système flou, notamment le type et le nombre des fonctions d'appartenance en entrée, le contenu de la base des règles, le type et la valeur des conclusions des règles floues, éventuellement la stratégie de défuzzification et d'agrégation.

L'application des systèmes flous exige la disponibilité d'une expertise, si celle-ci est limitée, peu fiable ou carrément inexistante, on peut combiner logique floue et réseaux de neurones et obtenir des réseaux neuro-flous ayant une capacité d'apprentissage permettant l'ajustement du régulateur flou. L'apprentissage se fera de manière similaire à celle d'un réseau de neurones classique, par un algorithme de type rétropropagation du gradient avec éventuellement des variantes plus sophistiquées comme l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons une stratégie de linéarisation entrée-sortie originale, la LESDF qui repose sur l'approximation d'un système non linéaire discret par un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro avec des fonctions d'appartenance triangulaires en entrée. On montre que sur une maille floue élémentaire l'approximation précédente revient à l'approximation par une fonction affine en chacune des entrées, on obtient ainsi une inversion locale du système avec une précision dépendant de l'erreur d'approximation. Cette méthode permet d'appliquer une commande linéarisante à des systèmes non affines en la commande. On peut noter que l'identification des systèmes flous

de Takagi-Sugeno d'ordre zéro peut être effectuée par des méthodes classiques car ils sont linéaires en paramètres par rapport aux conclusions.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons l'application des stratégies de commande développées précédemment à notre colonne d'absorption pilote avec les résultats de simulation obtenus.

## **Chapitre III**

# **Application des stratégies de commande à la colonne d'absorption**

---

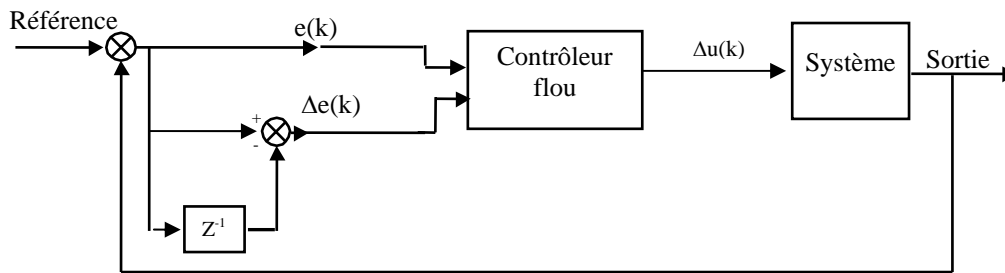
Nous présentons dans ce chapitre les résultats de simulation obtenus en appliquant les stratégies de commande exposées dans le chapitre II, à savoir la commande floue classique, neuro-floue, et la L.E.S.D.F. Nous présentons également des résultats de simulation relatifs à l'influence de la taille de la base des règles sur les performances du régulateur flou classique, cette étude sera complétée par une discussion des résultats obtenus dans les simulations et finalement par une conclusion.

### **III.1 Présentation des applications de la commande**

#### **III.1.1 Régulateur flou simple**

Le régulateur flou synthétisé dans notre application est de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, il possède deux entrées : l'erreur en sortie du système (référence-sortie)  $e(k)$  et l'approximation de sa dérivée  $\Delta e(k) = e(k) - e(k-1)$ , la sortie est l'incrément de commande  $\Delta u(k)$ .

Chacune des deux entrées possède 7 variables linguistiques (7 prédicats) {GN, MN, PN, Z, PP, MP, GP}, où les termes GN, MN, ....., et PP sont les abréviations des termes 'grand négatif', 'moyen négatif', ..., et 'petit positif', respectivement. Nous aboutissons donc ainsi à une base de règles comprenant 49 règles. Les fonctions d'appartenance choisies pour chaque prédicat sont des fonctions gaussiennes. Leurs centres et leurs écarts types sont choisis de manière à couvrir l'univers du discours.



**Figure III.1** Structure de la boucle de régulation floue

Les valeurs attribuées aux conclusions numériques ont été choisies après de nombreux essais ; pour simplifier la mise en œuvre, l'agrégation des règles est effectuée d'après la table III.1, c'est une base de règles antidiagonale à 49 règles utilisée par bon nombre de contrôleurs flous pour sa simplicité et sa fiabilité, dite base de Mac Vicar-Whelan [MAC77].

e de		Partition						
		← négatif			positif →			
		GN	MN	PN	Z	PP	MP	GP
Partition ↑ négatif ↓ positif	GN	GN	GN	MN	MN	PN	PN	Z
	MN	GN	MN	MN	PN	PN	Z	PP
	PN	MN	MN	PN	PN	Z	PP	PP
	Z	MN	PN	PN	Z	PP	PP	MP
	PP	PN	PN	Z	PP	PP	MP	MP
	MP	PN	Z	PP	PP	MP	MP	GP
	GP	Z	PP	PP	MP	MP	GP	GP

GN= grand négatif MN=moyen négatif Z=zéro PP=petit positif...

**Tableau III.1** Valeur des conclusions des règles utilisées

### III.1.2 Régulateur neuro-flou adaptatif

Ce régulateur possède les mêmes entrées que le régulateur flou précédent, à savoir  $e(k)$  et  $\Delta e(k)$ , et la même sortie  $\Delta u(k)$ . Chacune des deux variables d'entrée (l'erreur en sortie du système et sa dérivée) est décrite par 3 variables linguistiques, ce qui nous donnera un total de 9 règles ; il se présente sous la forme d'un réseau connexionniste à quatre couches où les couches 1 et 2 correspondent à la partie prémisse des règles floues, et les couche 3 et 4 à la partie conclusion de ces dernières (voir paragraphe 2.4.1). Grâce à l'apprentissage, le régulateur neuro-flou possède la faculté d'adaptation des paramètres. Pour illustrer l'intérêt des réseaux neuro-flous, nous l'utilisons pour adapter en ligne le paramètre le plus important, à savoir la conclusion des règles  $w_j$  ; nous obtenons ainsi un régulateur adaptatif. L'adaptation

s'effectue suivant l'équation (II.23) et consiste donc à minimiser en temps réel le critère  $E = \frac{1}{2}(y - y_d)^2$ , qui représente l'erreur en sortie du système, par rapport à  $w_j$ . Le pas d'adaptation  $\eta$  doit être choisi assez petit. Les fonctions d'appartenance en entrée sont de type gaussiennes, leurs paramètres sont constants et ont été choisis de manière à couvrir l'univers du discours

Le schéma de la commande est donné par la figure suivante :

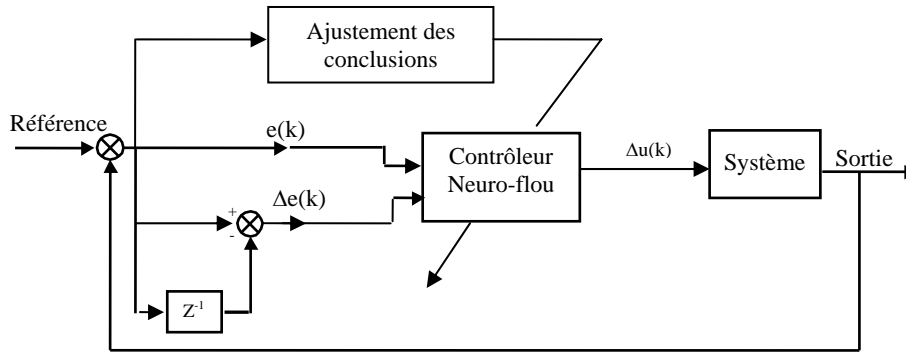


Figure III.2. Schéma de la stratégie de commande neuro-floue

### III.1.3 Linéarisation entrée-sortie Discrète Floue (L.E.S.D.F)

Notre objectif est de déterminer une loi de commande basée sur la L.E.S.D.F afin que le système reste stable en boucle fermée et que l'erreur en sortie du système converge vers zéro. Les variables d'entrée seront cette fois ci  $e(k)$ ,  $\Delta e(k)$  ainsi que l'incrément de commande  $\Delta u(k)$ , la sortie sera l'erreur de prédiction à un pas  $e(k+1)$  la fonction non linéaire considérée  $\psi_d$  sera ainsi :

$$e(k+1) = \psi_d(e(k), \Delta e(k), \Delta u(k)) \quad (\text{III.1})$$

Les fonctions d'appartenance sont des fonctions triangulaires, pour des raisons de simplicité nous n'avons considéré pour chaque entrée que 3 fonctions d'appartenance dont les centres sont en 0 1 et -1 sur l'univers de discours normalisé [-1, 1], nous aurons ainsi 27 règles au total. La sortie  $e_f$  du système flou est donnée sous la forme :

$$e_f(k+1) = \xi^T \cdot \phi_{fd} \quad (\text{III.2})$$

Où :  $\xi$  est le vecteur correspondant aux degrés de validité des règles au point considéré et  $\phi_{fd}$  est le vecteur des paramètres correspondant aux conclusions des règles.  $\xi$  est donné par :

$\xi^T = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m, \dots, \xi_{27}]$  où  $\xi_m$  est le degré d'appartenance du triplet  $(e, \Delta e, \Delta u)$  à la règle  $m$ .

Si on prend pour l'inférence l'opérateur produit, en notant par  $\mu_{ie}$  les fonctions d'appartenance pour  $e(k)$  ( $i = 1, 2, 3$ ), par  $\mu_{j\Delta e}$  les fonctions d'appartenance pour  $\Delta e(k)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) et par  $\mu_{l\Delta u}$  les fonctions d'appartenance pour  $\Delta u(k)$  ( $l = 1, 2, 3$ ); alors les différents  $\mu_m$  seront obtenus comme suit :

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \mu_{1e} \cdot \mu_{1\Delta e} \cdot \mu_{1\Delta u} \\ \xi_m &= \mu_{ie} \cdot \mu_{j\Delta e} \cdot \mu_{l\Delta u} \\ \xi_{27} &= \mu_{3e} \cdot \mu_{3\Delta e} \cdot \mu_{3\Delta u}\end{aligned}\quad (III.3)$$

Avec  $m = 9(i-1) + 3(j-1) + 1$

Les fonctions d'appartenance étant fixées, le seul paramètre à identifier est le vecteur conclusions des règles  $\phi_{fd}$  de dimension 27. Le système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro étant linéaire par rapport aux conclusions, l'identification peut être effectuée par des méthodes classiques. Nous obtenons  $\phi_{fd}$  par un algorithme des moindres carrés de type batch et ce en faisant varier de manière aléatoire la concentration de gaz en entrée:

$$\phi_{fd} = \left( \sum_{k=0}^{n-1} \xi(k) \cdot \xi^T(k) \right)^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} \xi(k) \cdot e(k+1) \quad (III.4)$$

Où  $n$  représente le nombre d'échantillons considérés.

Avec 27 règles, le système global est décomposé en 8 sous systèmes, il y aura donc au total 8 mailles floues élémentaires et sur chacune 8 règles seront activées. La sortie générée par le système flou est donnée par :

$$e_f(k+1) = \psi_{fd}[e(k), \Delta e(k), \Delta u(k)] = \psi_{fd}[Z_1, \Delta u(k)]; Z_1(k) \equiv [e(k), \Delta e(k)] \quad (III.5)$$

Nous avons montré dans le chapitre précédent que la sortie générée par un système flou de Takagi-Sugeno peut être considérée comme un système affine en une entrée. Dans ce cas,  $e(k+1)$  peut être mise sous la forme affine en la commande suivante :

$$e_f(k+1) = \psi_1[Z_1(k)] + \psi_2[Z_1(k)] \Delta u(k) \quad (III.6)$$

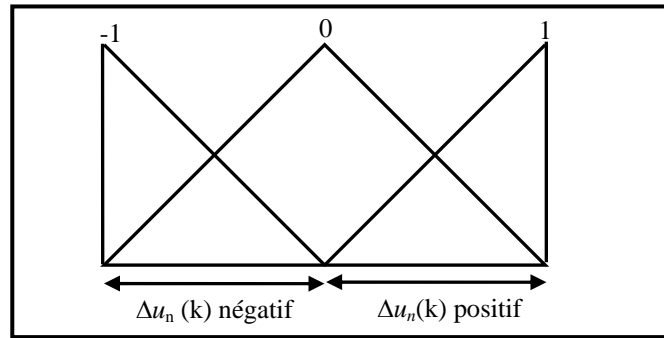
Où  $\psi_1$  et  $\psi_2$  représentent les fonctions analytiques permettant d'exprimer la sortie du système flou sur la maille activée. Une stratégie de placement de pôles peut être adoptée pour imposer une dynamique à la boucle fermée et diminuer l'effort de commande. La nouvelle entrée  $e_d(k+1)$  du système linéarisé est alors choisie comme suit (dans notre application,  $e_r$  est égal à 0 car il s'agit d'un problème de régulation et  $\eta$  à -0.75) :

$$e_d(k+1) = e_r(k+1) + \eta e(k) = -0.75 e(k) \quad (\text{III.7})$$

On en déduit la loi de commande floue :

$$\Delta u = -\frac{\psi_1}{\psi_2} + \frac{\eta \cdot e(k)}{\psi_2} = -\frac{\psi_1}{\psi_2} - \frac{0.75 \cdot e(k)}{\psi_2} \quad (\text{III.8})$$

Concrètement, une fois connu  $Z_1(k) \equiv [e(k), \Delta e(k)]$ , l'incrément de commande  $\Delta u(k)$  ne peut se trouver que sur deux mailles floues élémentaires et donc seulement deux sous systèmes flous sont possibles ; si on considère la valeur normalisée de  $\Delta u(k)$ ,  $\Delta u_n(k)$ , l'un correspond à  $\Delta u_n(k) \in [-1, 0]$  et l'autre à  $\Delta u_n(k) \in [0, 1]$  (voir figure III.3)



**Figure III.3** Valeurs possibles pour  $\Delta u_n(k)$

On calcule  $\Delta u_n(k)$  en fonction des deux expressions possibles :

$$\Delta u_{n-}(k) = -\frac{\psi_{1n}}{\psi_{2n}} + \frac{\eta e(k)}{\psi_{2n}} ; \quad \Delta u_{n+}(k) = -\frac{\psi_{1p}}{\psi_{2p}} + \frac{\eta e(k)}{\psi_{2p}} \quad (\text{III.9})$$

Où  $\psi_{1n}$ , et  $\psi_{2n}$  correspondent aux valeurs de  $\psi_1$  et  $\psi_2$  pour  $\Delta u_n(k) \in [-1, 0]$  et  $\psi_{1p}$  et  $\psi_{2p}$  aux valeurs de  $\psi_1$  et  $\psi_2$  pour  $\Delta u_n(k) \in [1, 0]$ . Trois cas sont à envisager :



- $\Delta u_n(k)$  se trouve sur  $[-1,0]$  et  $\Delta u_{n+}(k)$  se trouve sur  $[0,1]$ , la solution n'est pas univoque ; dans ce cas là, on ne tiendra pas compte des valeurs calculées et  $\Delta u(k)$  sera la sortie d'un simple régulateur intégrateur.
- $\Delta u_n(k)$  se trouve sur  $[-1,0]$  ou (ou exclusif)  $\Delta u_{n+}(k)$  se trouve sur  $[0,1]$ , on a bien une et une seule solution que l'on prendra en compte.
- $\Delta u_n(k)$  se trouve à l'extérieur de  $[-1,0]$  et  $\Delta u_{n+}(k)$  se trouve à l'extérieur de  $[0,1]$  aucune solution n'existe, on ne tiendra pas compte des valeurs calculées et  $\Delta u(k)$  sera la sortie d'un simple régulateur intégrateur.

La L.E.S.D.F synthétisée est déterminée à partir d'un modèle flou nominal et ne prend pas en compte les erreurs de modélisation. Elle ne peut donc pas assurer la robustesse de la structure de commande vis-à-vis d'incertitudes de modélisation et l'erreur ne converge pas vers zéro mais vers une balle centrée autour de zéro. Pour compenser l'influence de l'erreur d'approximation floue sur les performances de commande et ainsi assurer la robustesse de la structure de commande, on introduit un régulateur intégrateur linéaire de fin de course. Ainsi, dès que l'erreur de suivi de trajectoire entre dans une plage de  $\pm 3\%$  autour de la référence, le régulateur de fin de course prendra le relais et annulera l'erreur due aux incertitudes causées par l'approximation floue.

### III.2 Résultats de simulation

Dans ce qui suit, nous exposons les résultats de simulation obtenus pour les différentes stratégies de commande exposées précédemment et ce pour les deux points de fonctionnement choisis au départ. Ces programmes ont été réalisés sous MATLAB 6.5 [MAT6.5].

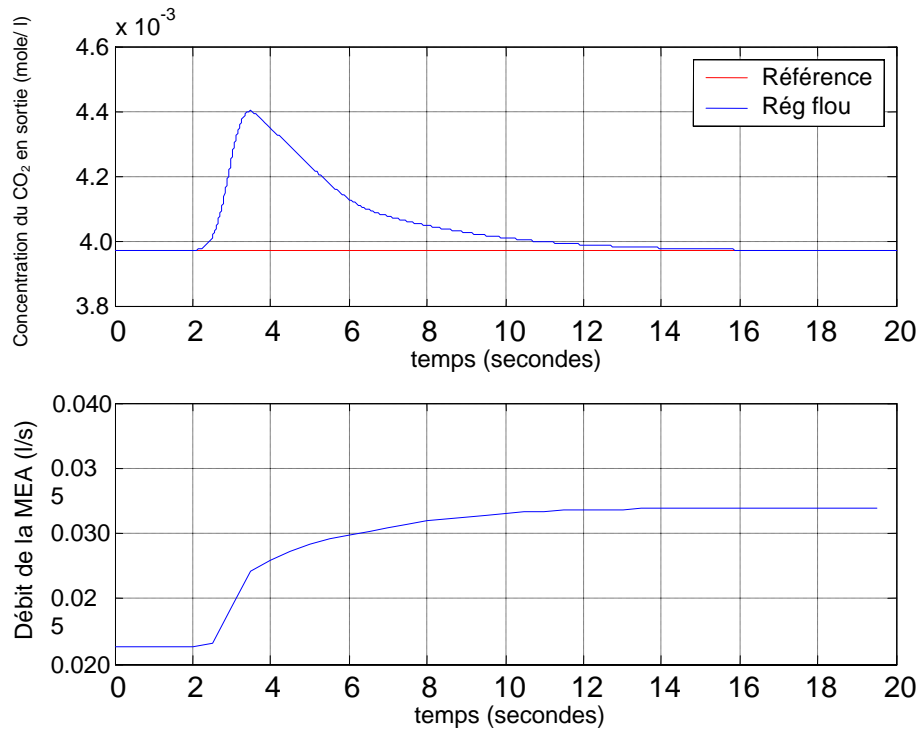
Nous présentons les réponses du système correspondant aux différents niveaux de perturbations sur le débit du gaz et la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne ; Nous présentons également les résultats de simulation en cas de changement de consigne.

Nous illustrerons également l'influence de la taille de la base de règles sur les performances du régulateur flou en procédant à un essai pour comparer les performances obtenues avec 9 règles correspondant à 3 fonctions d'appartenances sur  $e$  et  $de$ , 25 règles correspondant à 5 fonctions d'appartenances sur  $e$  et  $de$ , et finalement 49 règles correspondant au régulateur flou définitivement choisi.

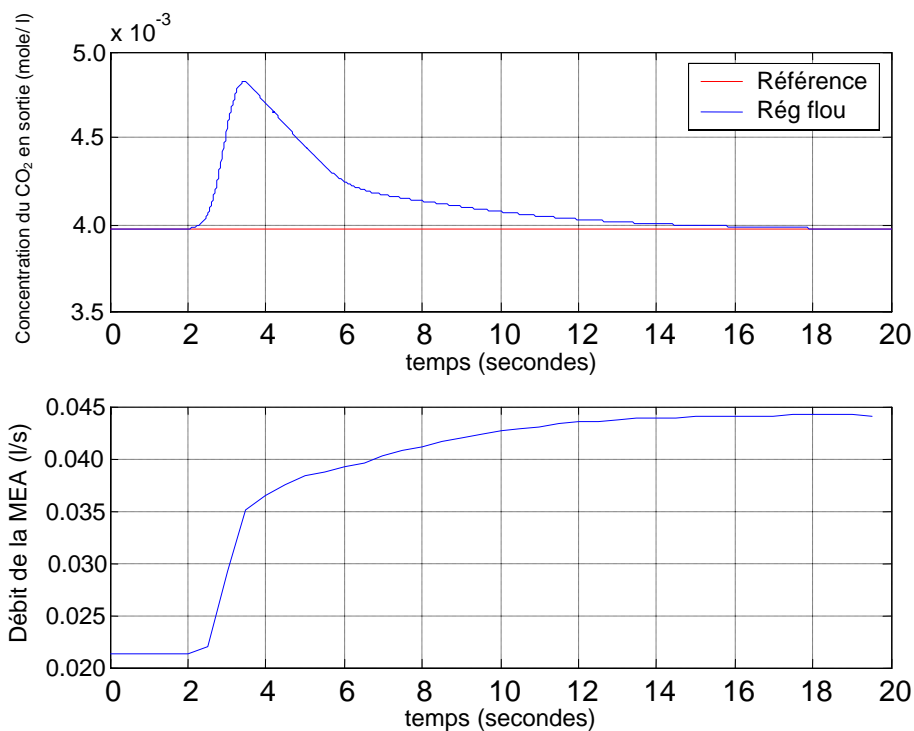
### III.2.1 Régulateur flou simple

#### III.2.1.a Régulation autour du premier point de fonctionnement

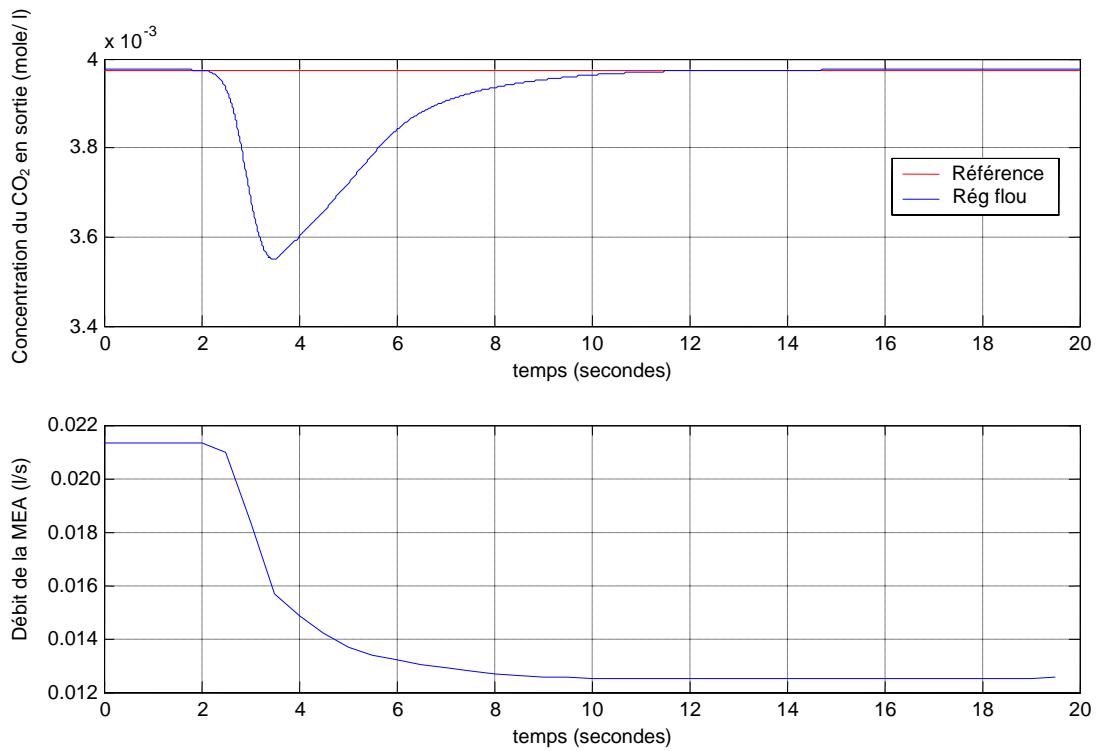
- ◆ Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



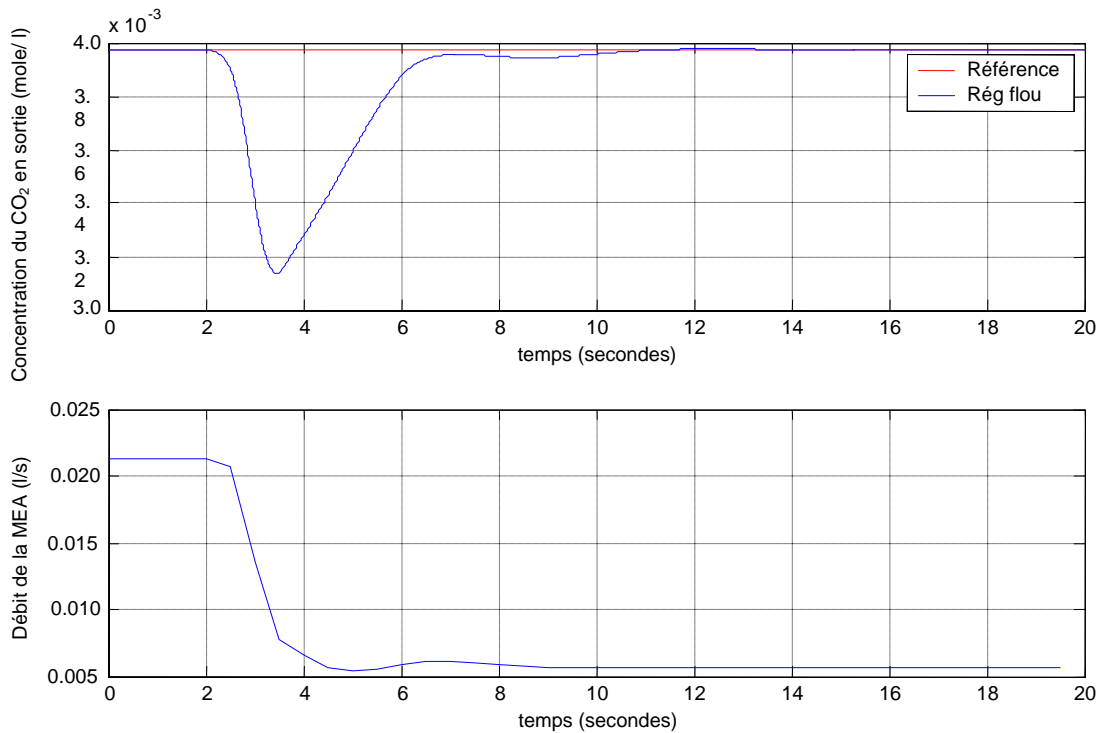
**Figure III.4** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.5** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

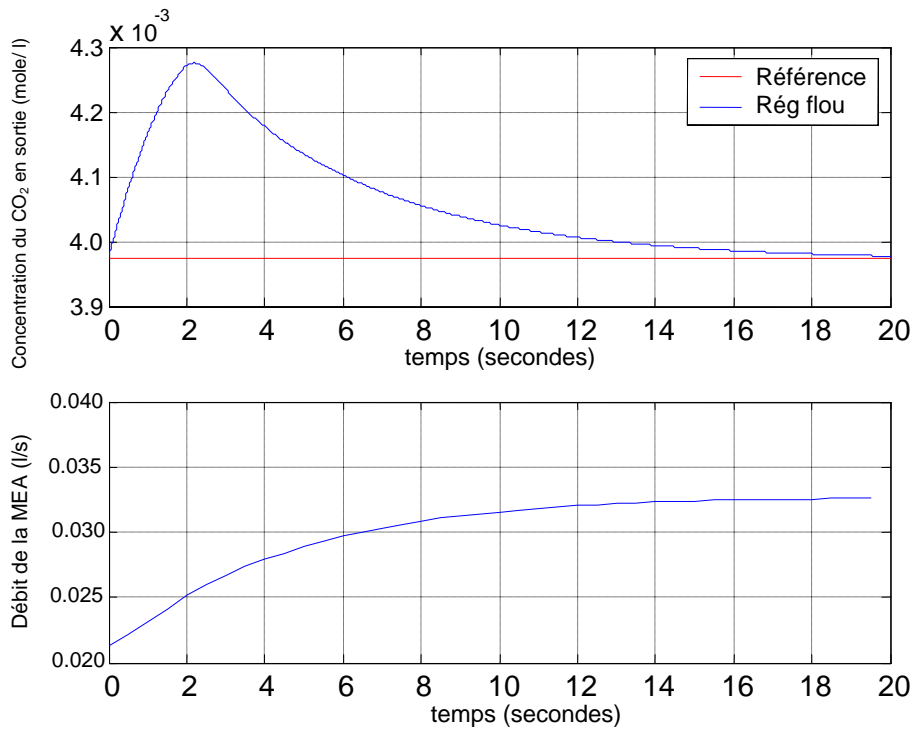


**Figure III.6** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

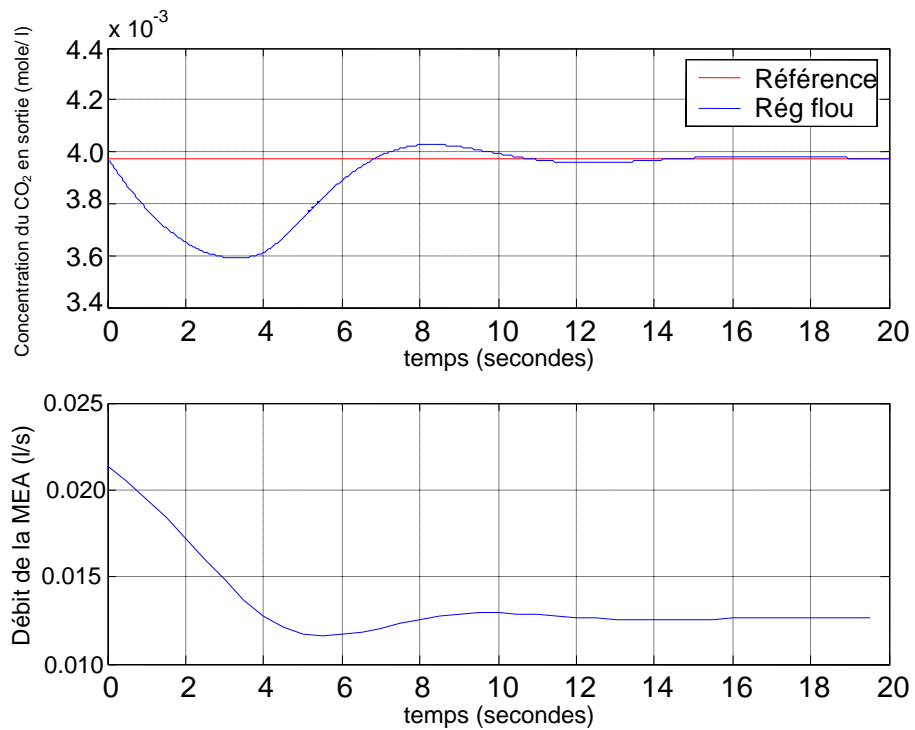


**Figure III.7** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

♦ Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée

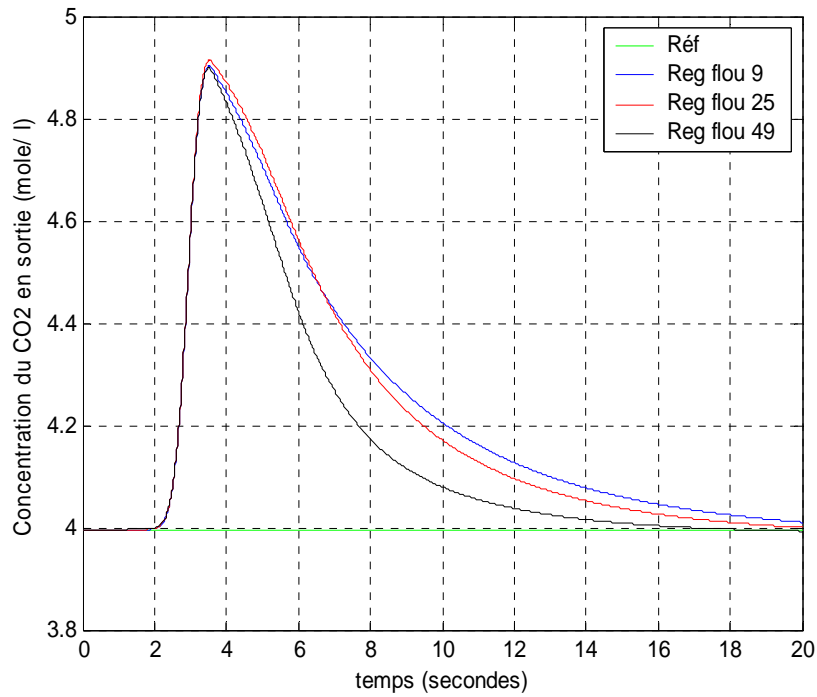


**Figure III.8** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



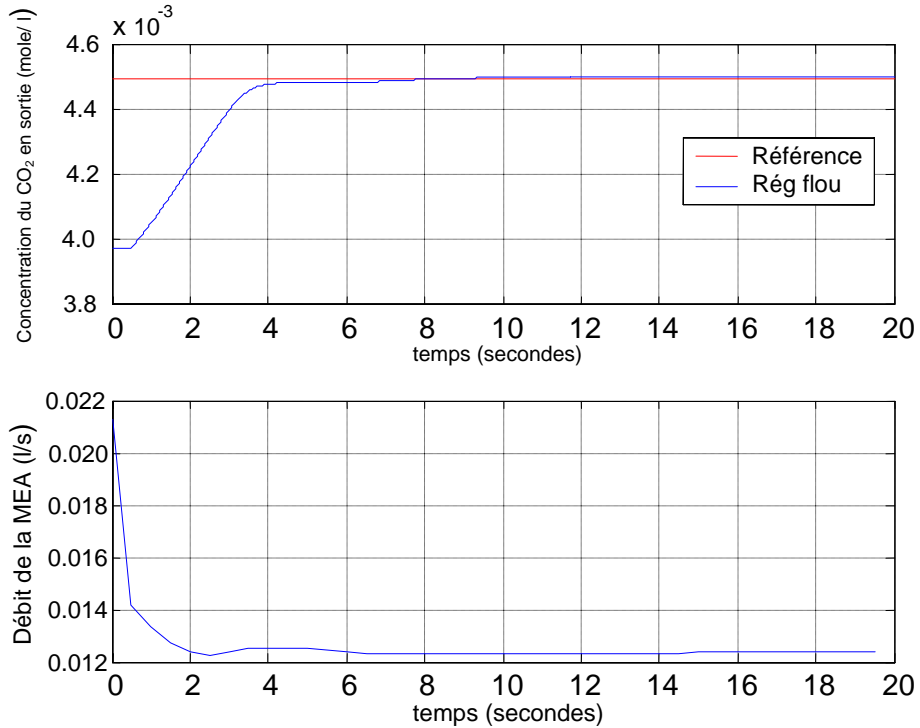
**Figure III.9** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

♦ *Influence de la taille de la base des règles*



**Figure III.10** Influence de la taille de la base des règles sur la sortie pour un échelon de perturbation de +20% sur la concentration de CO<sub>2</sub>

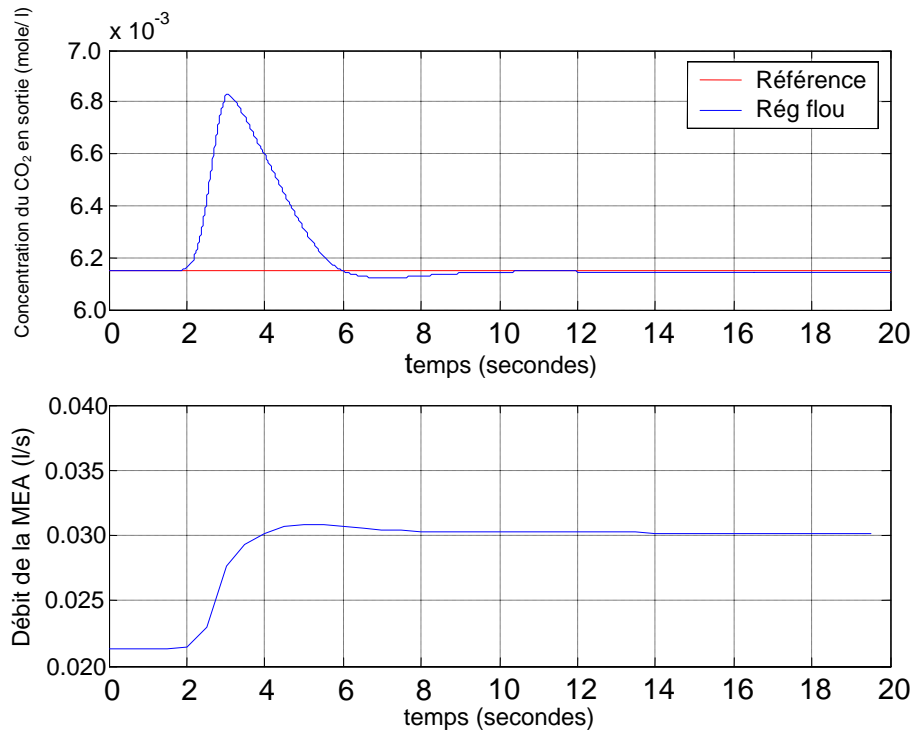
♦ *Variation de consigne*



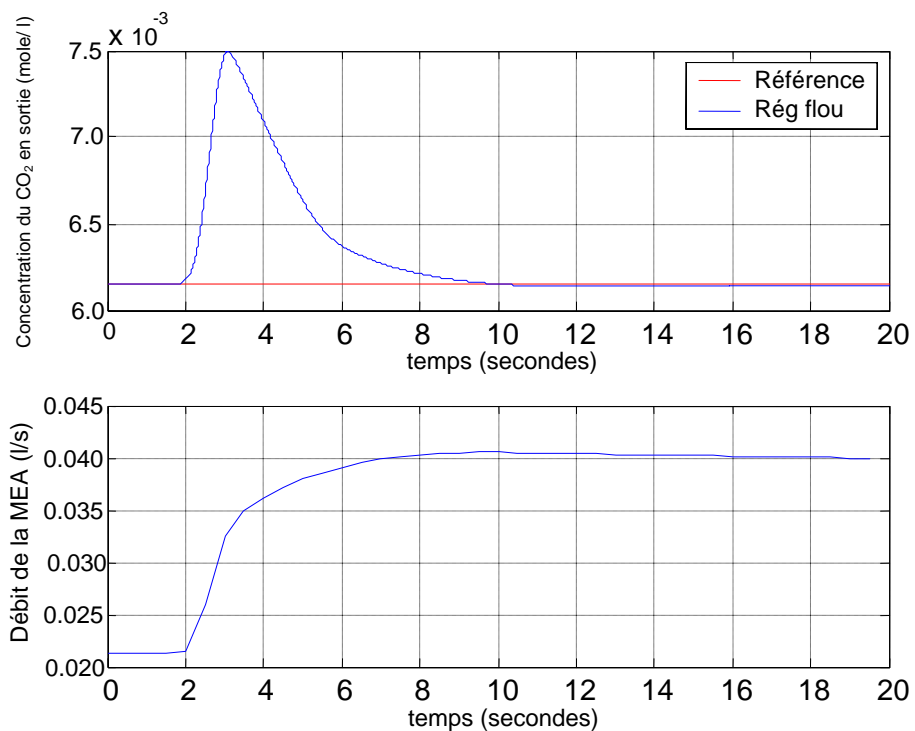
**Figure III.11** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne de  $3.97 \cdot 10^{-3}$  à  $4.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l

### III.2.1.b Régulation autour du second point de fonctionnement

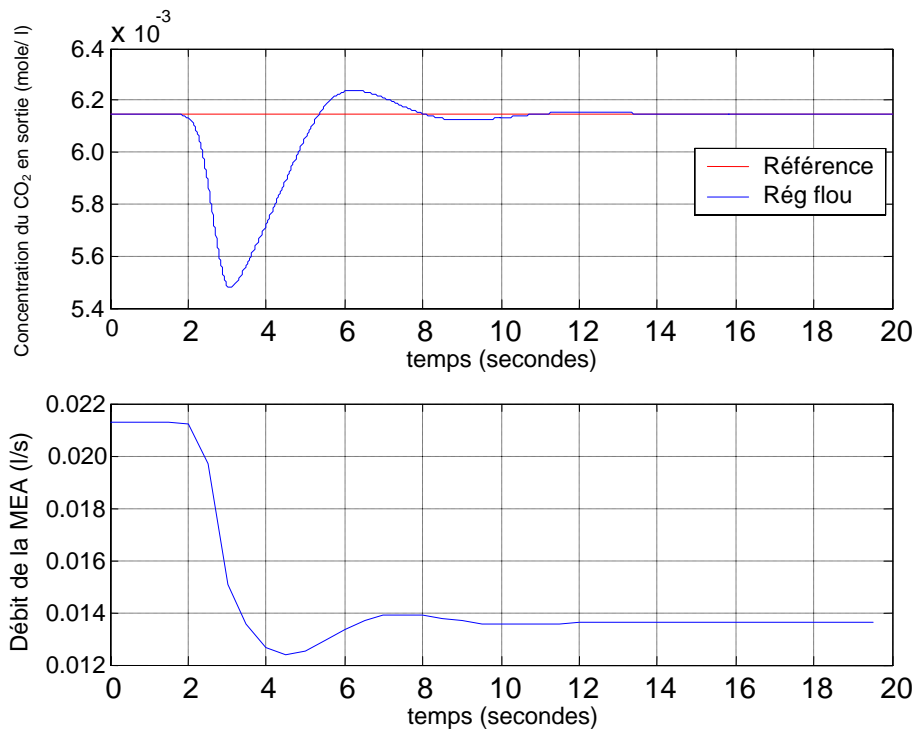
- Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



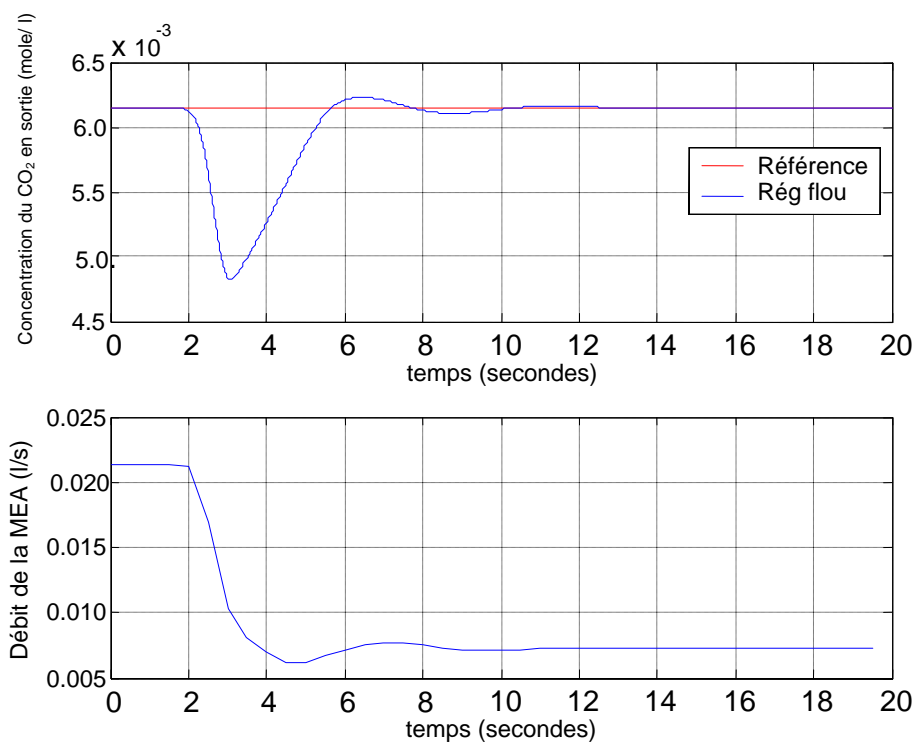
**Figure III.12** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.13** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

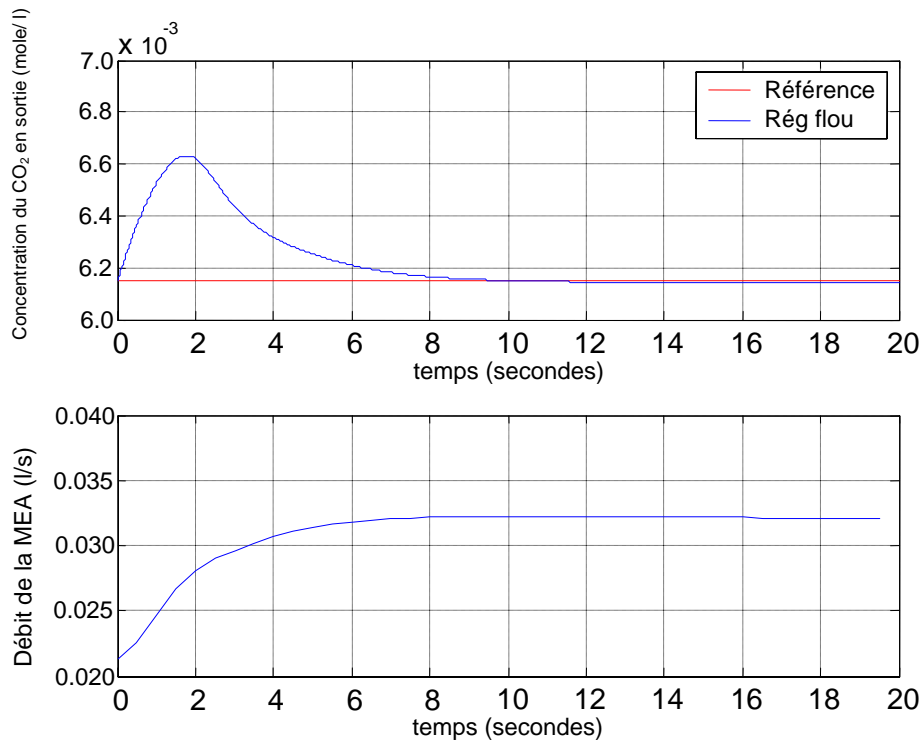


**Figure III.14** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

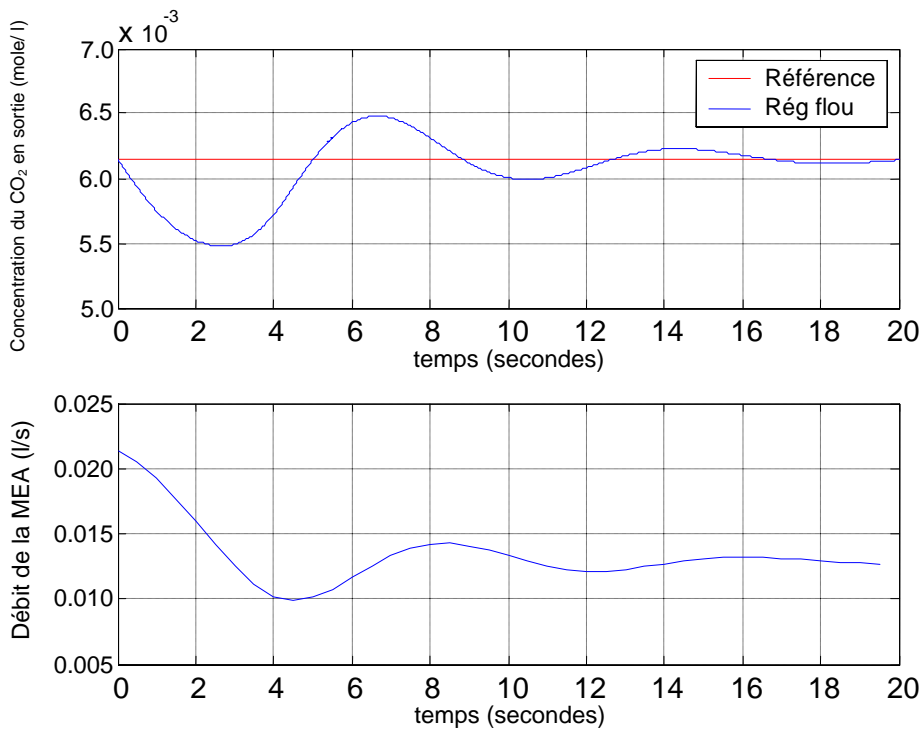


**Figure III.15** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

- *Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée*



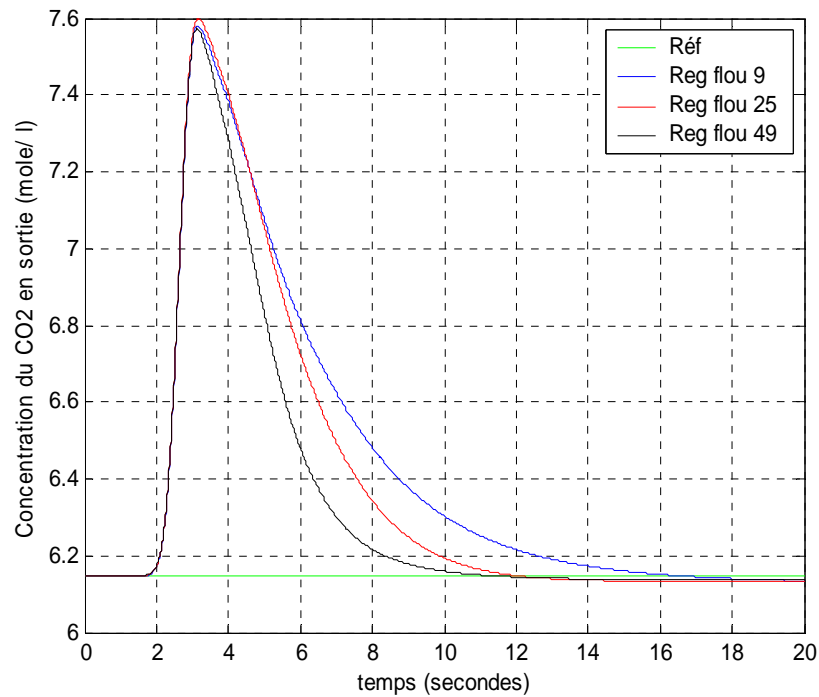
**Figure III.16** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure III.17** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

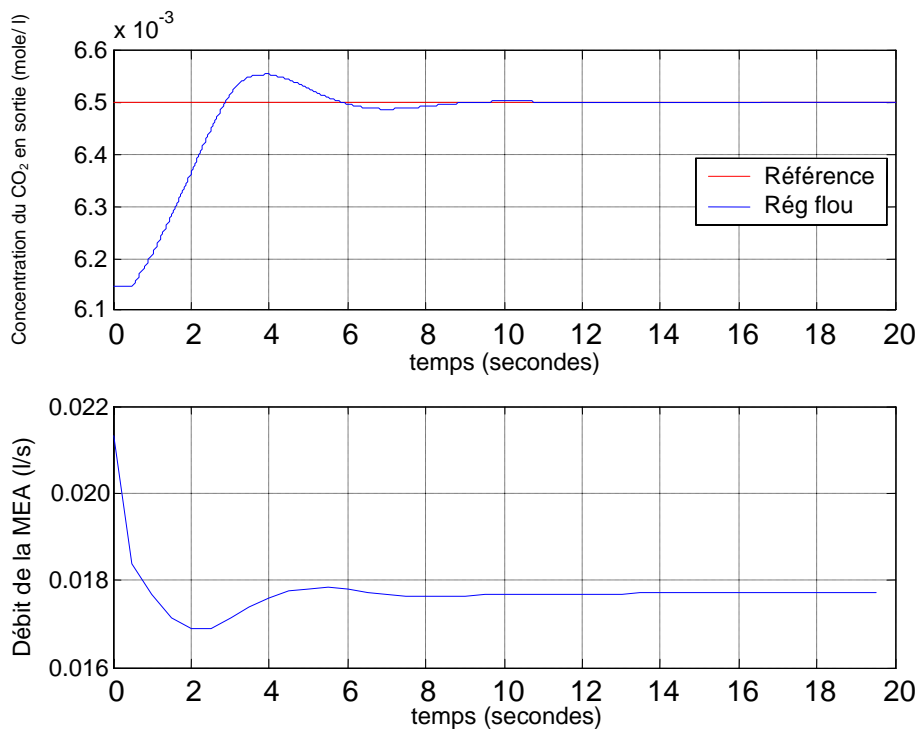


- *Influence de la taille de la base des règles*



**Figure III.18** Influence de la taille de la base des règles sur la sortie pour un échelon de perturbation de +20% sur la concentration de CO<sub>2</sub>

- *Variation de consigne*

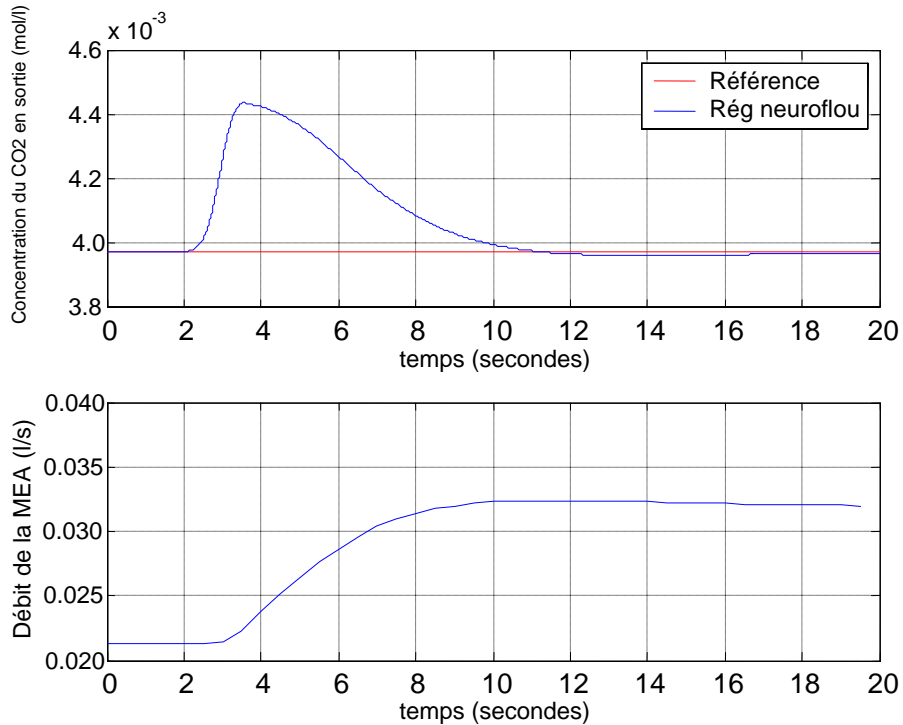


**Figure III.19** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne  $6.15 \cdot 10^{-3}$  à  $6.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l

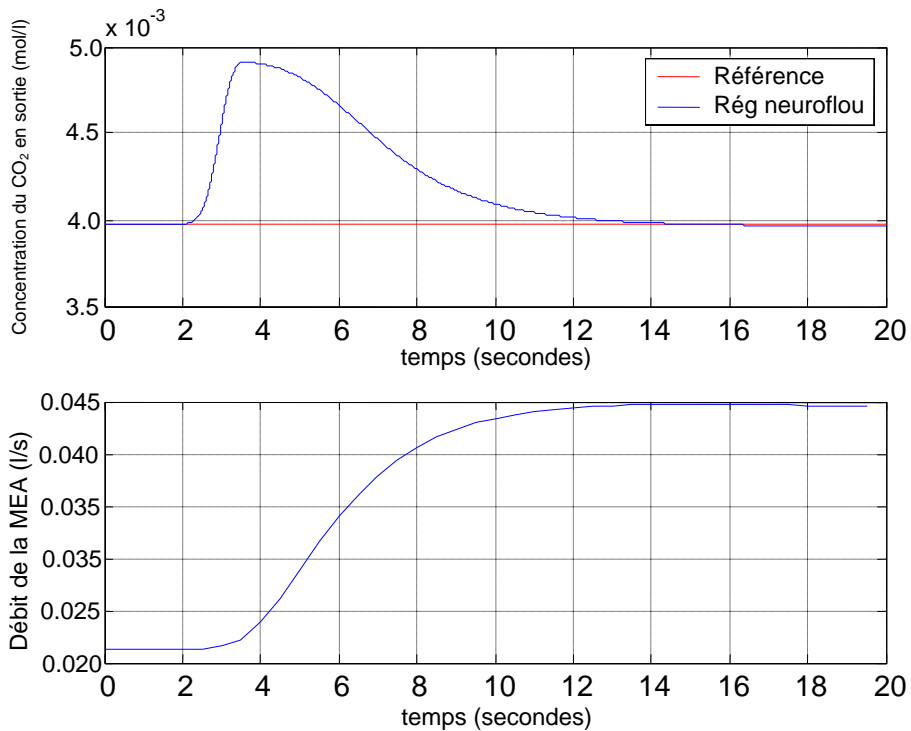
### III.2.2 Régulateur neuro-flou adaptatif

#### III.2.2.a Régulation autour du premier point de fonctionnement

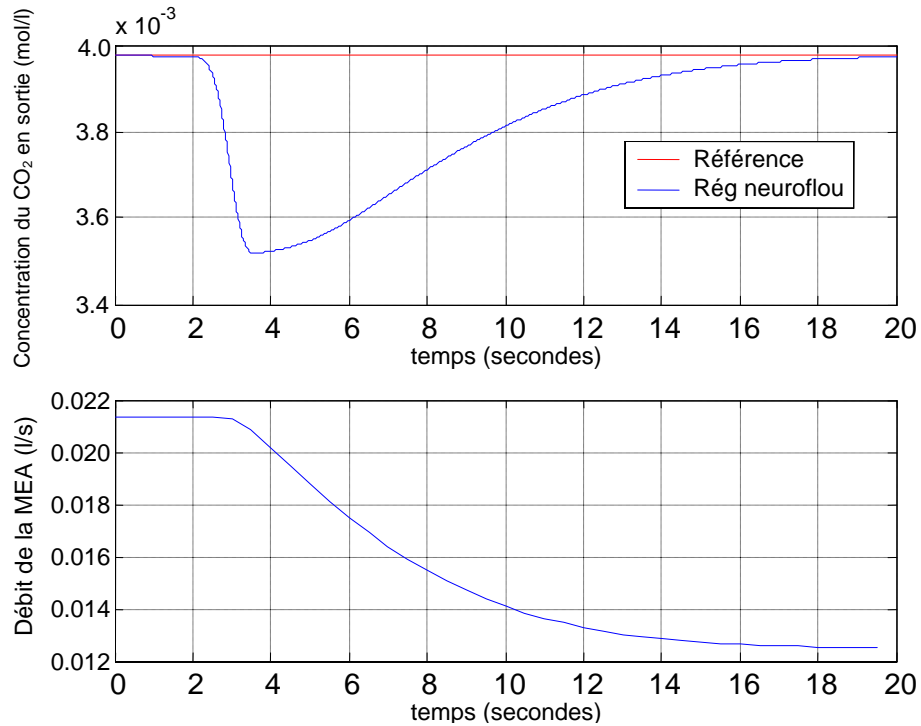
- Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



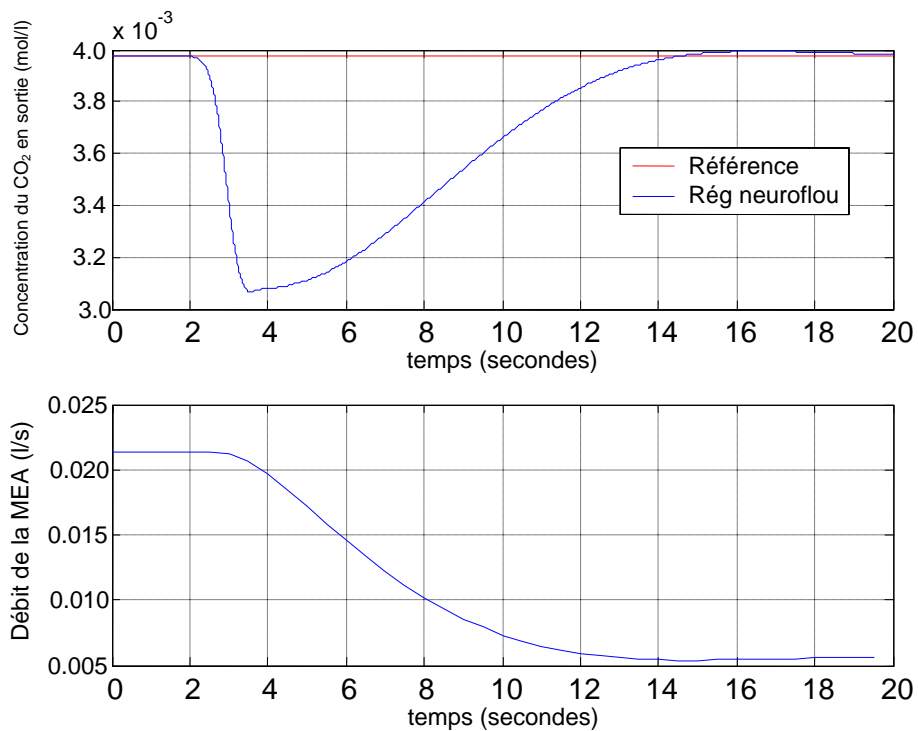
**Figure III.20** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.21** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

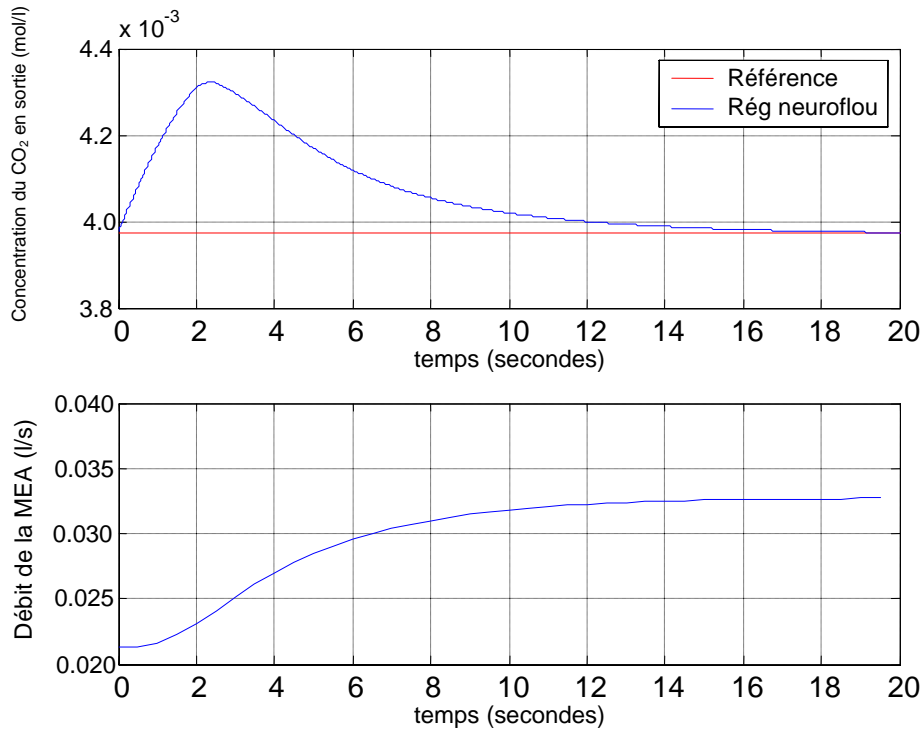


**Figure III.22** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

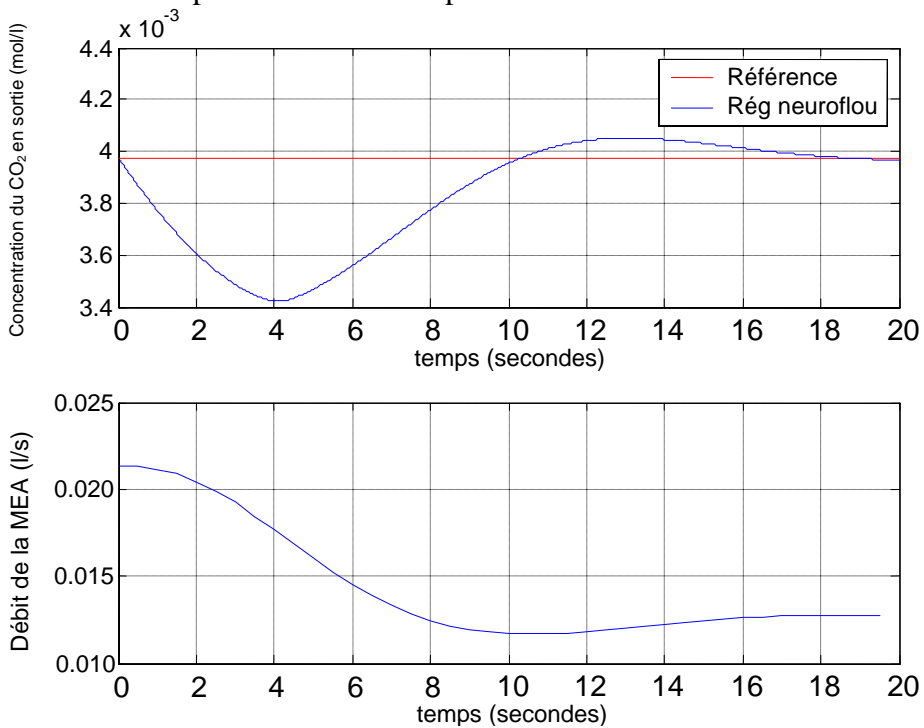


**Figure III.23** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

- Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée

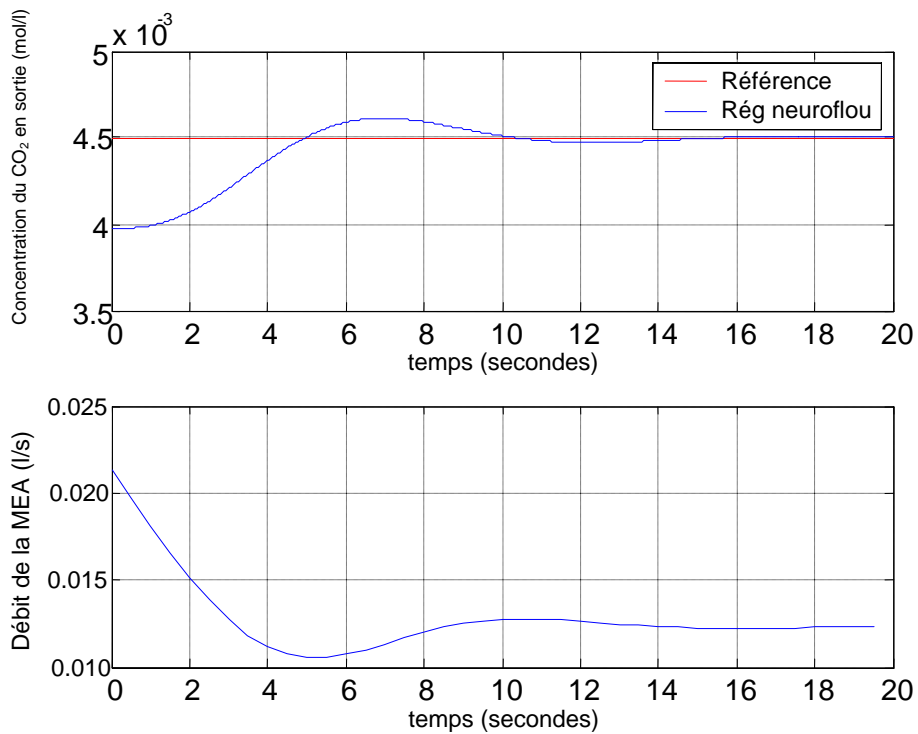


**Figure III.24** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure III.25** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

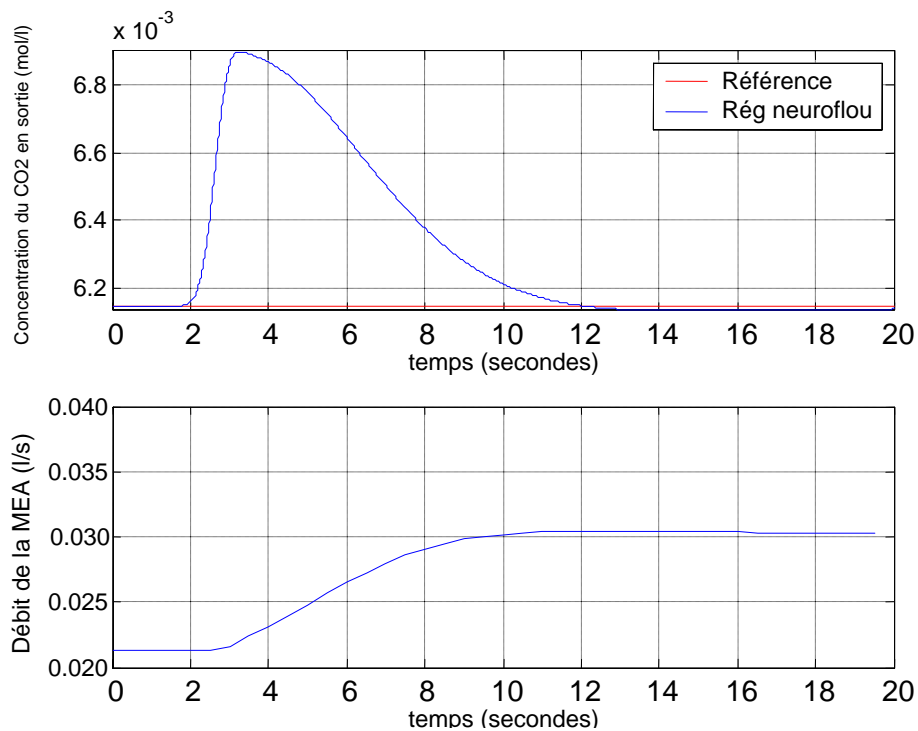
- Variation de consigne



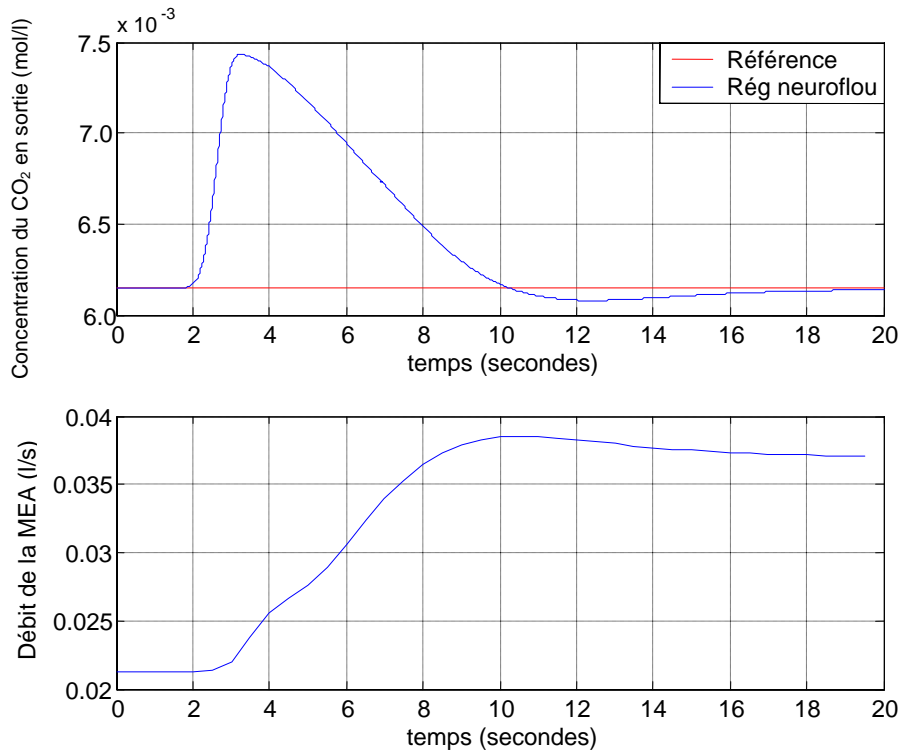
**Figure III.26** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne de  $3.97 \cdot 10^{-3}$  à  $4.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l

III.2.2.b Régulation autour du second point de fonctionnement

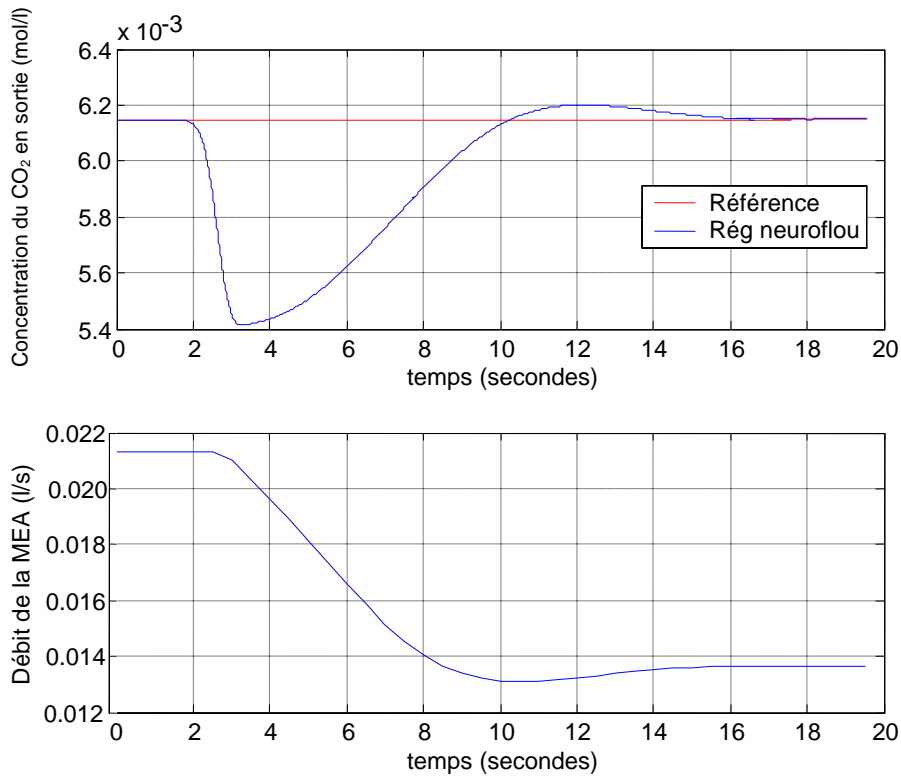
- Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



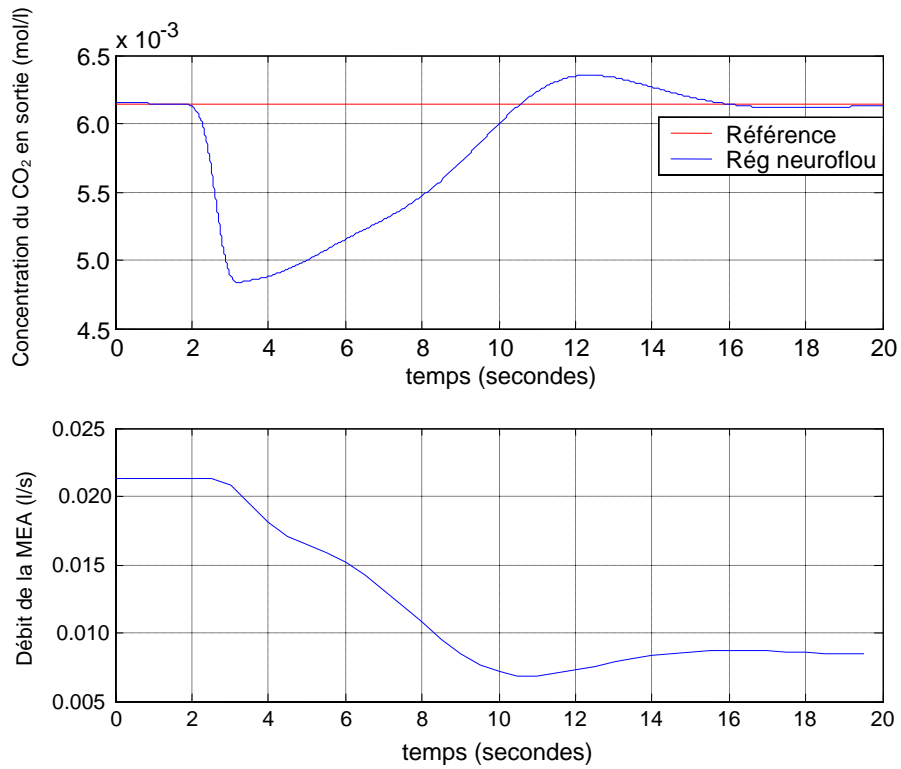
**Figure III.27** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.28** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

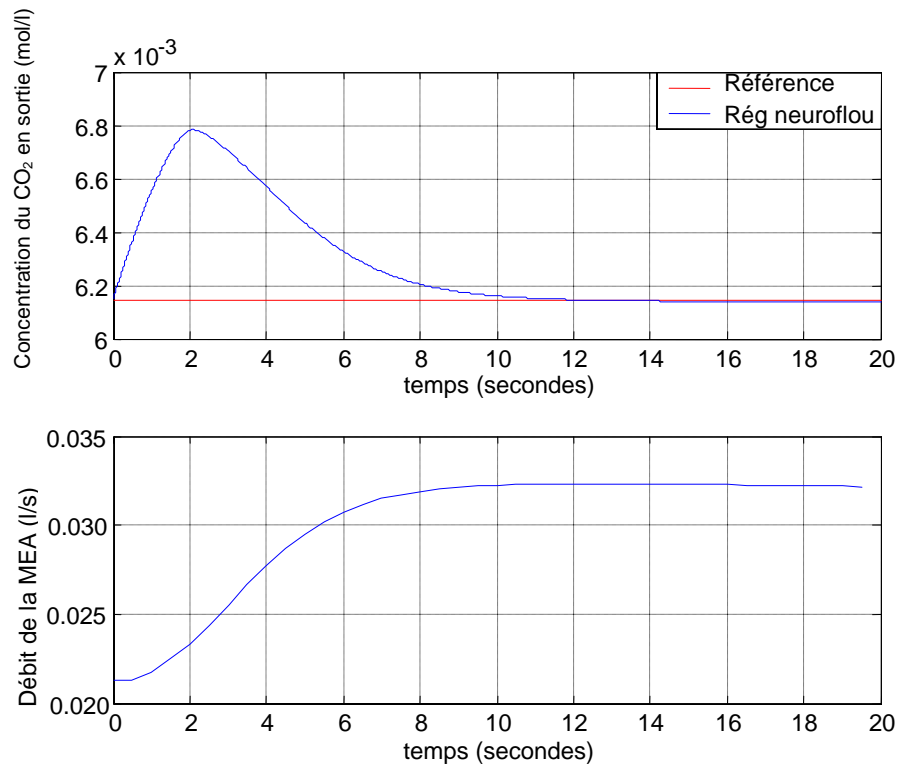


**Figure III.29** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

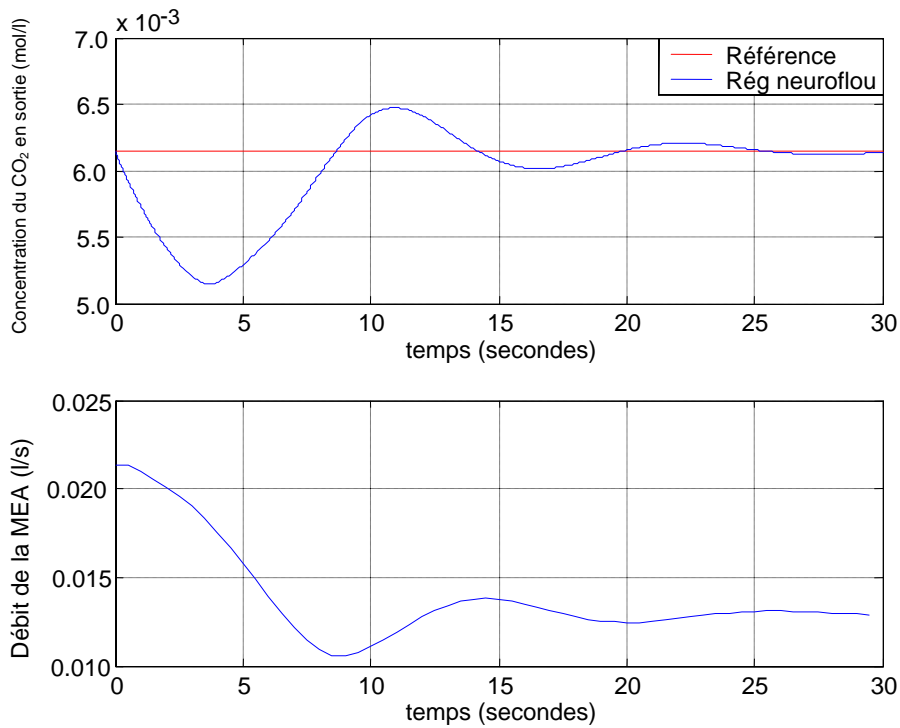


**Figure III.30** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

- *Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée*

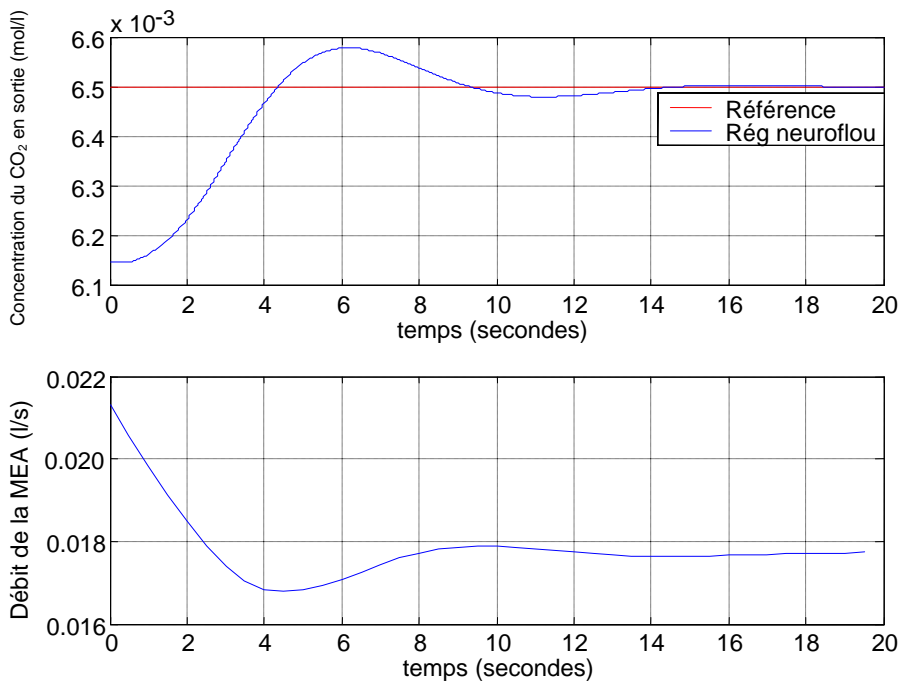


**Figure III.31** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure III.32** Concentration en sortie du  $\text{CO}_2$  et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

- *Variation de consigne*



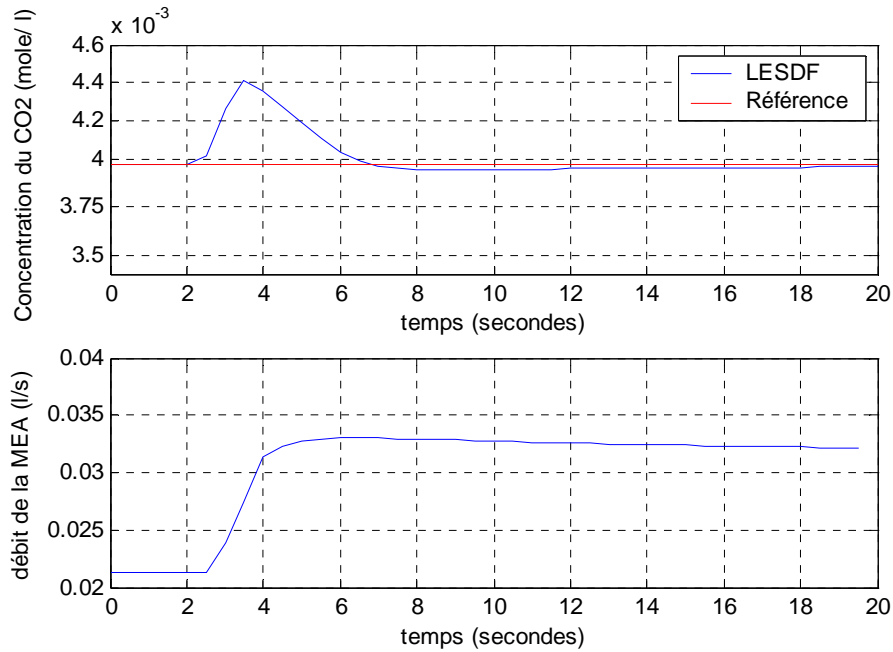
**Figure III.33** Concentration en sortie du  $\text{CO}_2$  et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne  $6.15 \cdot 10^{-3}$  à  $6.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l



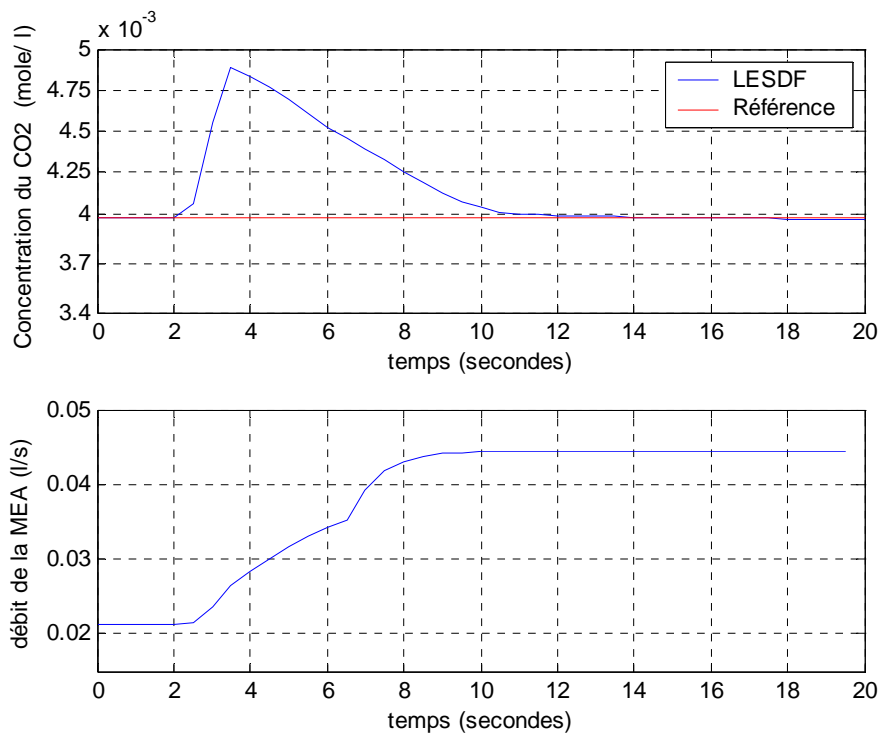
### III.2.3 Commande L.E.S.D.F

#### III.2.3 a Régulation autour du premier point de fonctionnement

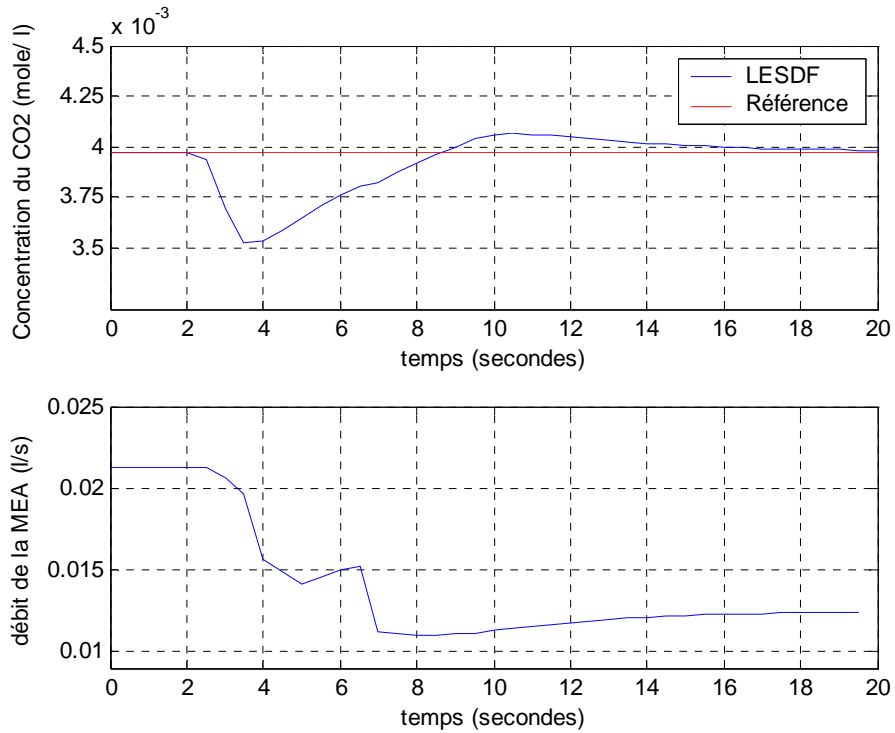
- Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée



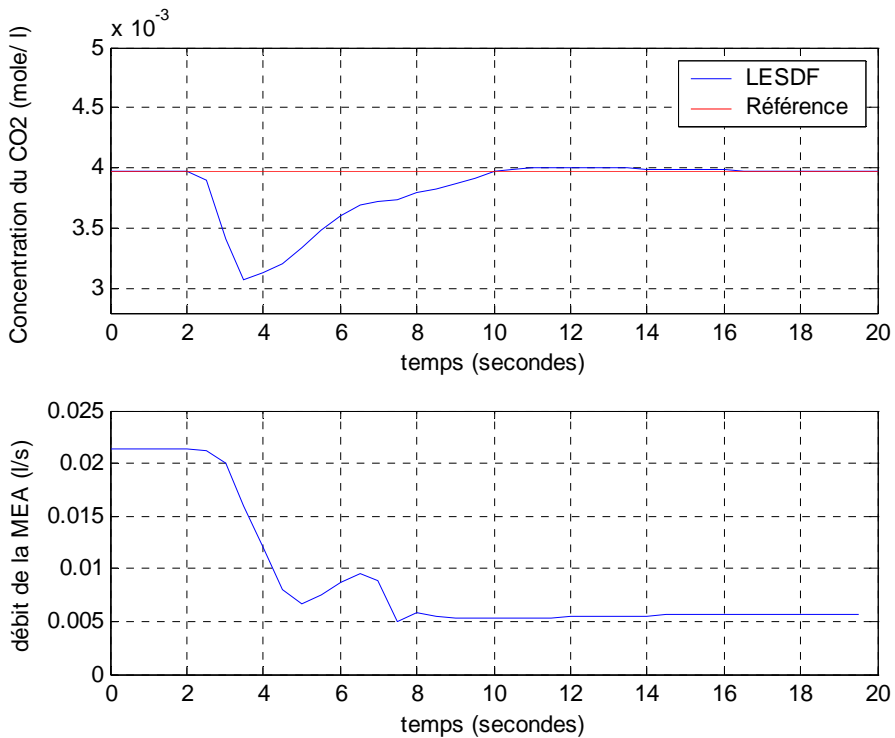
**Figure III.34** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.35** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

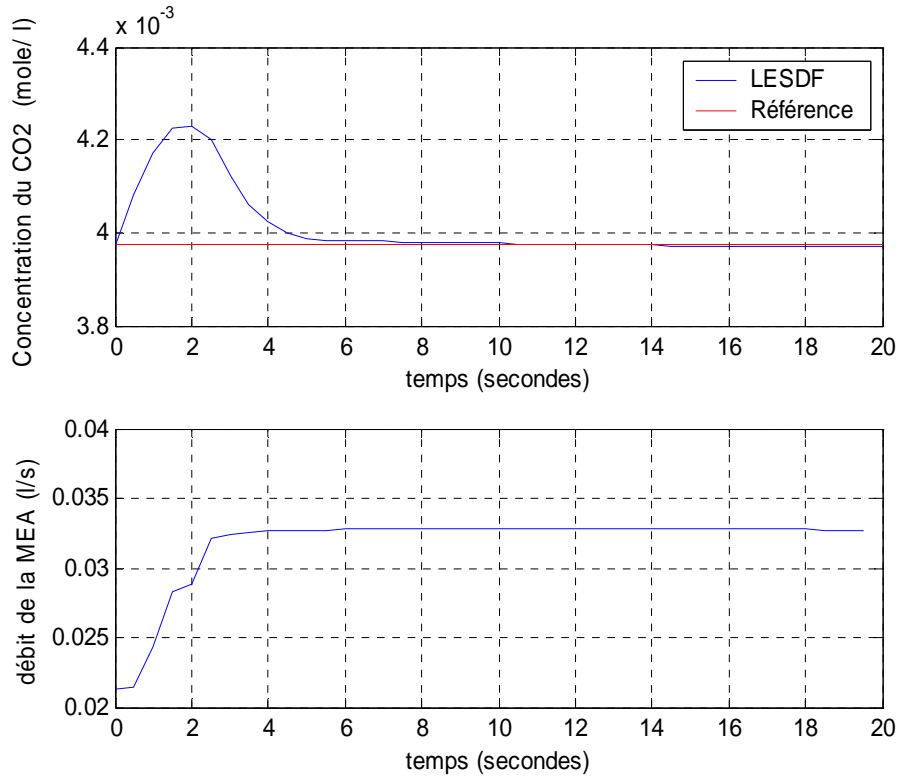


**Figure III.36** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

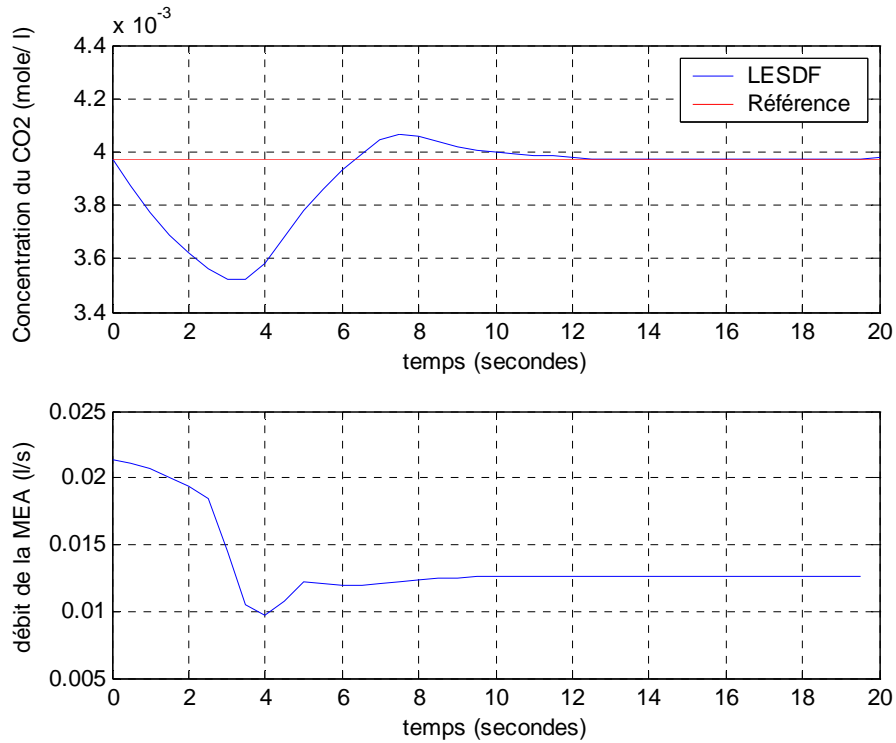


**Figure III.37** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

- Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée

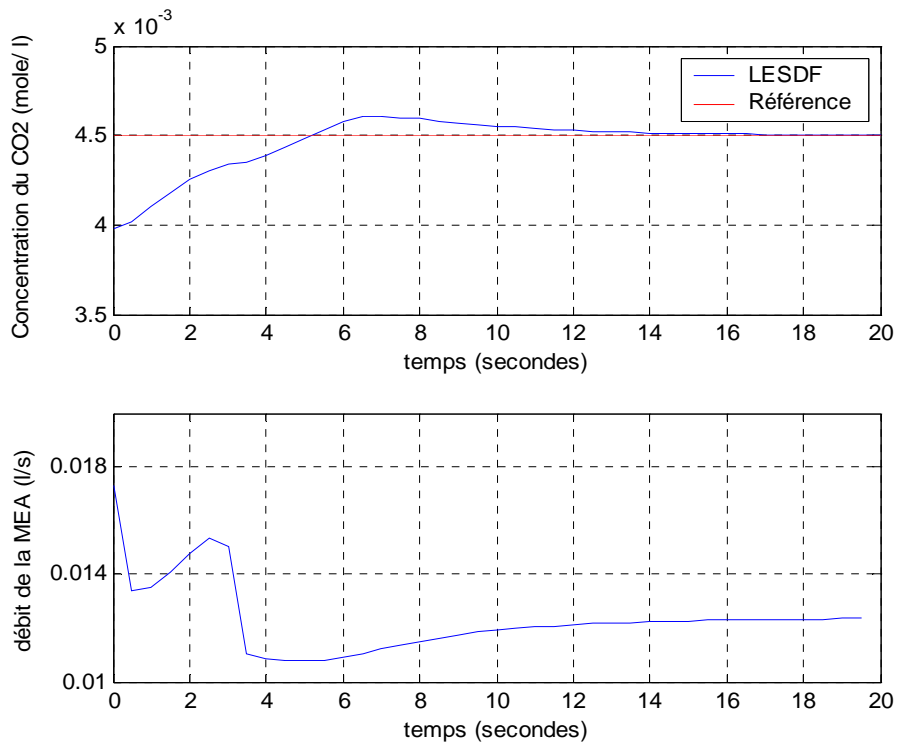


**Figure III.38** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure III.39** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

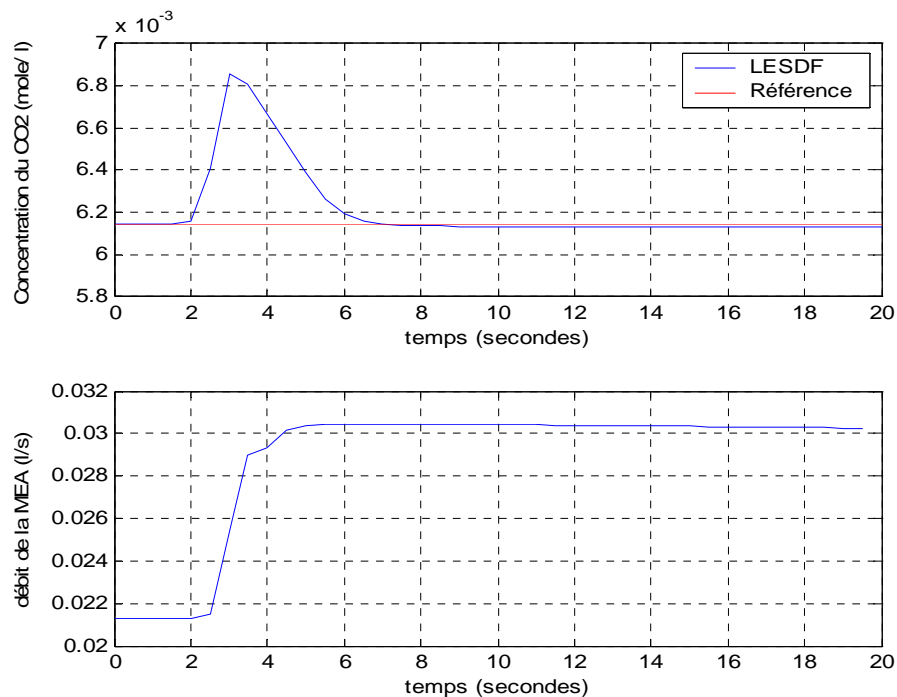
- *Variation de consigne*



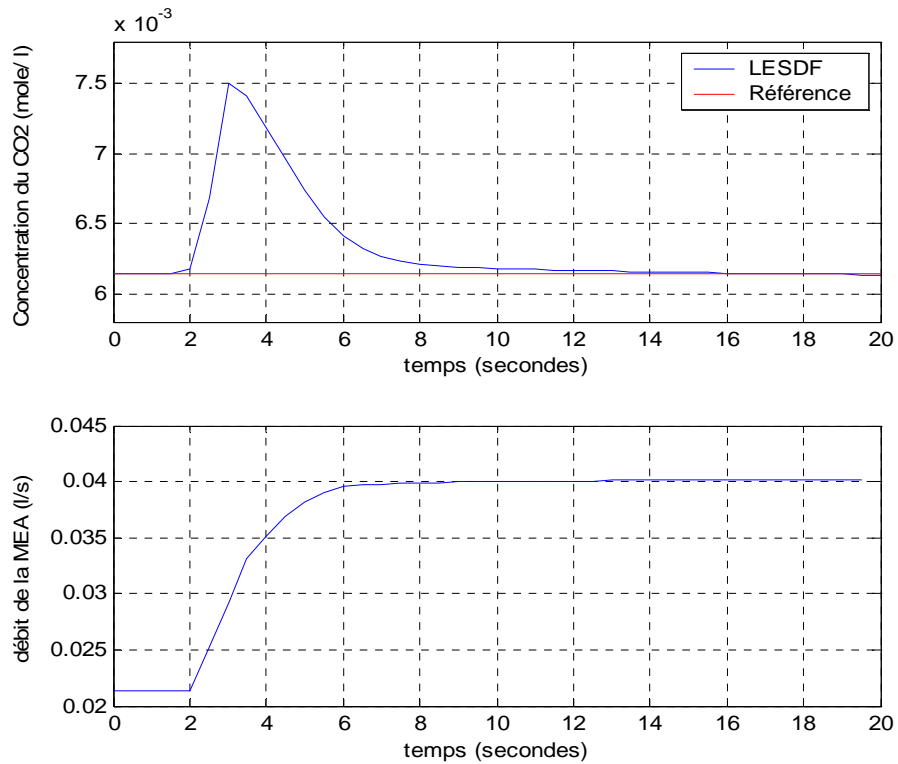
**Figure III.40** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne de  $3.97 \cdot 10^{-3}$  à  $4.5 \cdot 10^{-3}$  mol/l

*III.2.3.b Régulation autour du second point de fonctionnement*

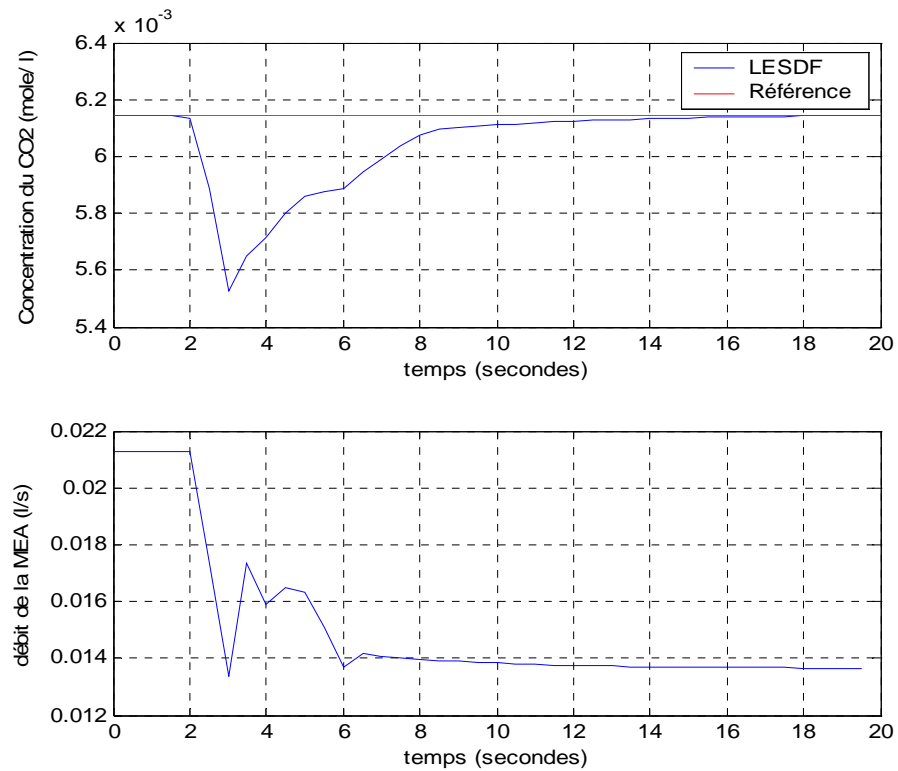
- *Echelon de perturbation sur la concentration de gaz en entrée*



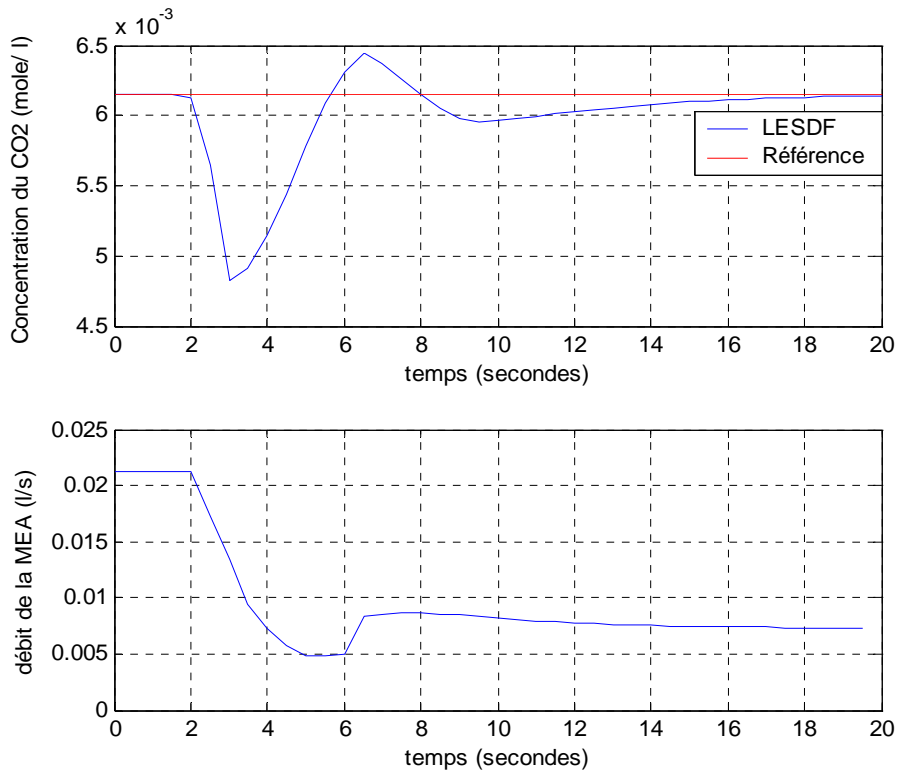
**Figure III.41** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +10 %



**Figure III.42** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +20 %

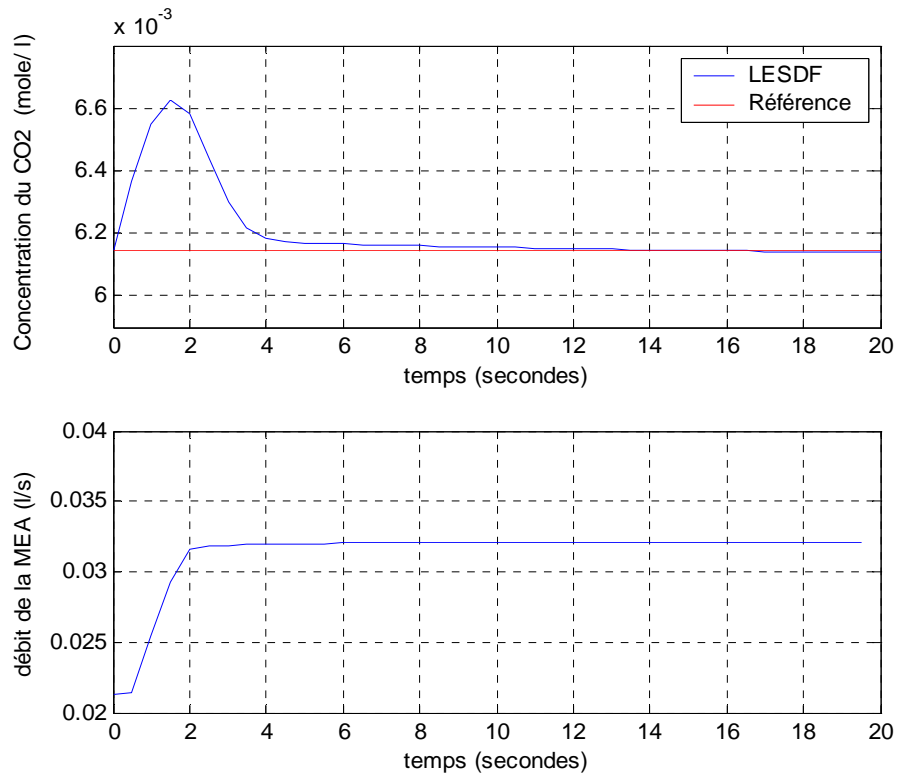


**Figure III.43** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -10 %

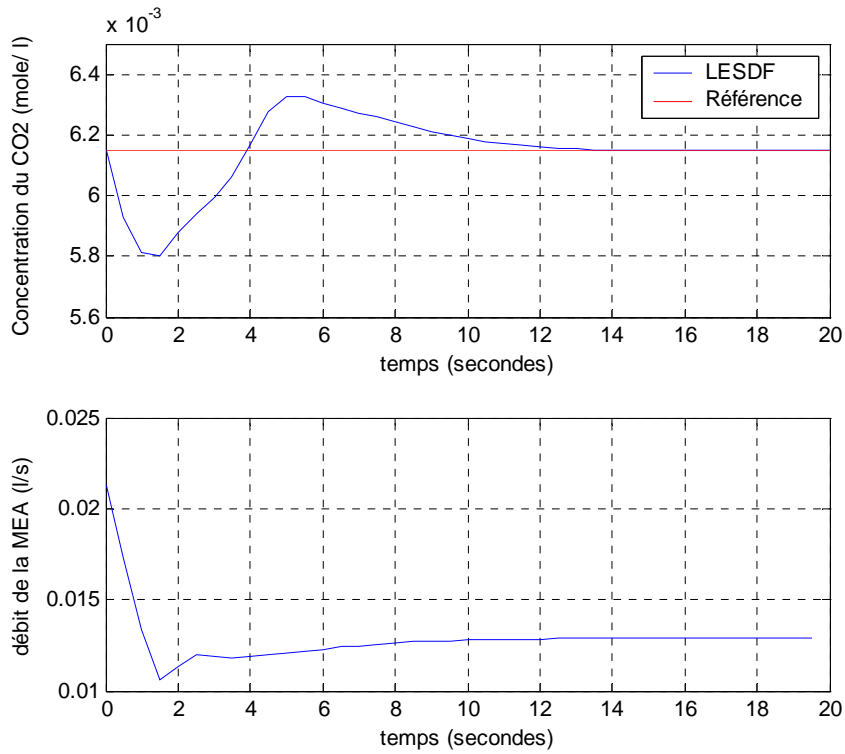


**Figure III.44** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -20 %

- *Echelon de perturbation sur le débit de gaz en entrée*

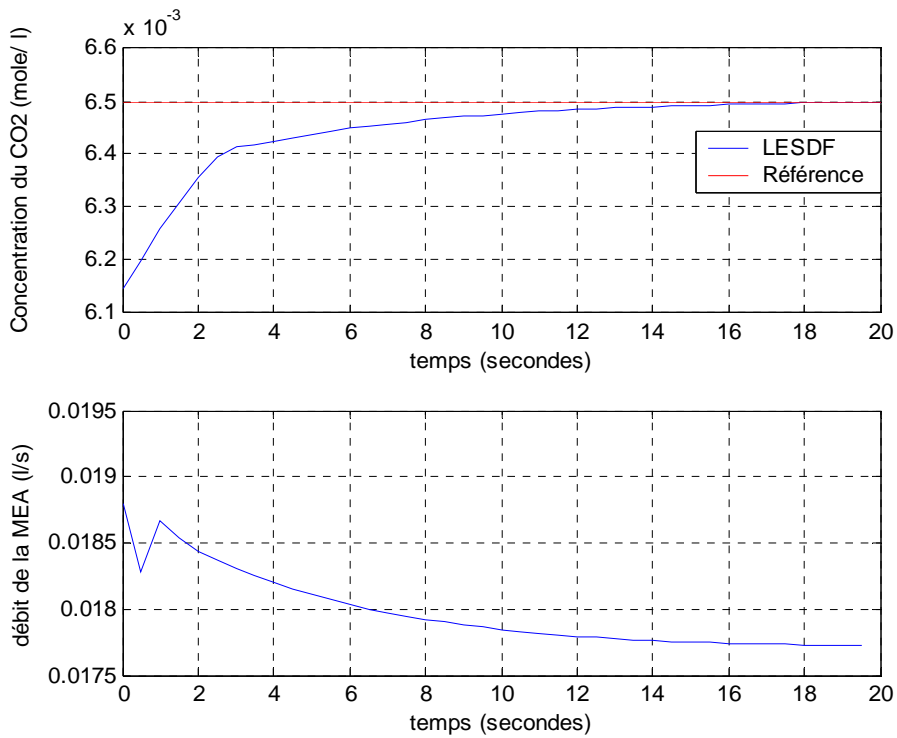


**Figure III.45** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de +30 %



**Figure III.46** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour un échelon de perturbation de -30 %

*Variation de consigne*



**Figure III.47** Concentration en sortie du CO<sub>2</sub> et débit du liquide de lavage pour une variation de consigne de 6.15 10<sup>-3</sup> à 6.5 10<sup>-3</sup> mol/l

### III.3 Discussion des résultats et conclusion

- Régulateur flou : Les figures III.4 à III.19 montrent que la tâche de régulation est correctement assurée. Par rapport à la régulation PI, le régulateur flou garantit des dynamiques plus rapides pour les échelons de perturbation positifs et notamment pour le premier point de fonctionnement où la dynamique est plus lente qu'au second. L'amélioration des performances pour les échelons de perturbation négatifs est moins évidente. On note également que la régulation floue apporte une certaine homogénéité entre les réponses aux perturbations positives et négatives. La prise en charge des variations de consigne est également assurée avec une dynamique satisfaisante.

En ce qui concerne l'influence de la taille de la base des règles sur la sortie, on voit clairement sur les figures III.10 et III.18 qu'une augmentation de la taille de la base des règles entraîne une amélioration des performances du régulateur flou, ce qui est tout à fait logique.

- Régulateur neuro-flou adaptatif: Les figures III.20 à III.34 montrent que la tâche de régulation est toujours correctement assurée. Les résultats sont moins bons que pour le régulateur flou, ceci est normal car l'adaptation en ligne des conclusions ne peut que dégrader les performances. Il faut également faire remarquer que sans adaptation (i.e.  $\eta=0$  dans (III.1)) le régulateur aurait des performances médiocres et pourrait être même carrément instable.

- Commande L.E.S.D.F : D'après les figures III.35 à III.47 c'est le régulateur qui offre de notre point de vue les meilleures performances, car il assure des dynamiques très rapides pour les échelons de perturbation positifs. On peut noter que les commandes présentent parfois de rapides variations d'amplitude.

Les résultats obtenus sont satisfaisants et illustrent l'intérêt de l'application de la logique floue à la commande des systèmes non linéaires. Ces résultats obtenus montrent dans tous les cas une amélioration des performances pour des échelons de perturbations positifs par rapport à la régulation PI. Ce sont des méthodes relativement simples à mettre en œuvre, simples à implémenter et assez robustes. On peut le cas échéant donner au régulateur flou une capacité d'apprentissage grâce aux réseaux neuro-flous.

La commande par LESDF illustre l'intérêt de ce genre de méthode pour des systèmes non affines en la commande ; en même temps son application nous permet de saisir les



problèmes se posant dans sa mise en œuvre due au fait que la LESDF n'assure plus une inversion globale mais locale ce qui entraîne souvent la non unicité voir l'absence de solution sur une maille floue élémentaire. Pour parer à ce problème et pour pallier aux erreurs de modélisation inhérentes à l'approximation floue, une combinaison de cette commande avec une régulation linéaire classique s'impose.

# Conclusion générale et perspectives

Au cours de ce travail, nous avons développé en premier lieu un modèle mathématique dynamique décrivant le processus d'absorption de  $\text{CO}_2$  dans une colonne à garnissage opérant à contre courant. La particularité de ce modèle réside par la prise en compte d'une réaction du deuxième ordre, c'est-à-dire en considérant que la concentration en MEA  $C_{BL}$  n'était pas constante aussi bien dans le sens transversal dans le film que le long de la colonne.

Les simulations réalisées en boucle ouverte permettent d'obtenir en régime permanent des résultats théoriques très proches des résultats expérimentaux et ce pour les 20 essais considérés. Ces simulations montrent également que le système est stable en boucle ouverte. On note une nette dissymétrie de comportement entre les échelons de perturbations positifs et négatifs. Le système présente un temps mort sur les perturbations en concentration dû à la propagation du gaz le long de la colonne d'absorption et une dynamique très lente dans le cas d'une perturbation sur la concentration de MEA car la dynamique du système dépend de la circulation des fluides, circulation qui est très lente pour le liquide de lavage.

Les résultats de simulation pour la régulation PI sont satisfaisants et ce malgré le fait que les mêmes valeurs de  $K_p$  et  $T_i$  sont utilisées pour les deux points de fonctionnement ; ceci illustre la robustesse de ce type de régulateur et montre qu'on peut s'en satisfaire dans de nombreuses applications industrielles.

Dans le deuxième chapitre, nous exposons d'abord les principes et les notions de base rattachées à la logique floue ; nous présentons ensuite les réseaux de neurones ainsi que la logique neuro-floue et en dernier lieu une technique d'approximation d'un modèle par un système flou de type Takagi-Sugeno avec des fonctions d'appartenance triangulaires en entrée. Ce système présente la particularité d'être localement affine en la commande ce qui nous permet de synthétiser une loi de commande linéarisante par inversion du système avec éventuellement un placement de pôles, c'est la L.E.S.D.F. On peut noter que l'identification de ce système peut être effectuée par des méthodes classiques car ils sont linéaires en paramètres par rapport aux conclusions.

Nous appliquons ensuite à notre système les trois techniques de régulation présentées précédemment. La régulation par logique floue classique apporte une amélioration certaine

pour les perturbations positives. La régulation par logique neuro-floue illustre l'intérêt de l'utilisation d'un réseau neuro-flou pour l'apprentissage des paramètres d'un régulateur flou. La commande par LESDF illustre l'intérêt de ce genre de méthode pour des systèmes non affines en la commande ; en même temps son application nous permet de saisir les problèmes se posant dans sa mise en œuvre due au fait que la LESDF n'assure plus une inversion globale mais locale ce qui entraîne souvent la non unicité voire l'absence de solution sur une maille floue élémentaire. Pour parer à ce problème et pour pallier aux erreurs de modélisation inhérentes à l'approximation floue, une combinaison de cette commande avec une régulation linéaire classique s'impose. Ces résultats illustrent l'intérêt d'utiliser des stratégies de commande basées sur la logique floue pour des systèmes non linéaires, Ce sont des méthodes relativement simples à mettre en œuvre, simples à implémenter et assez robustes.

Comme perspectives nous nous proposons dans le futur d'optimiser les paramètres du régulateur flou en utilisant des algorithmes génétiques et d'appliquer à notre système des stratégies de commande basées sur les réseaux de neurones qui constitue l'autre grande classe de techniques pour assurer l'identification et la commande des systèmes non linéaires ; il serait également intéressant de développer la LESDF pour des systèmes non affines en la commande, et ceci que ce soit en poursuite ou en régulation.

# Bibliographie

---

- [ALA94] I. Alatiqi, M. Sabri, F. W. Bouhamra & E. Alper, '*Steady state rate based modelling for CO<sub>2</sub> / Amine absorption-desorption system*', Gas Separation and Purification, Vol. 8, n°1, pp. 3-11, (1994).
- [ALB04] P. Albertos et A. Sala, '*Perspectives of fuzzy control: lights and shadows*', Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International IEEE Conference on Intelligent Systems, Vol.1, pp. 25-32, (2004).
- [BAB94] R. Babuska et H.B. Verbruggen, '*Fuzzy Modeling and Its Application to Nonlinear Control*', Proc. of the 2nd IFAC Symp. on Intelligent Components and Instruments for Control Applications (SICICA'94), Budapest, Hungary, (1994).
- [BOU00] R Boukezzoula, '*Commande floue d'une classe de systèmes non linéaires : application au problème de suivi de trajectoire*', Thèse de Doctorat, Université de Savoie, France, 2000.
- [BOU01] R Boukezzoula, S. Galichet & L. Foulloy, '*Exact inversion of Takagi-Sugeno fuzzy models*', Joint 9<sup>th</sup> IFSA World Congress and 20<sup>th</sup> NAFIPS International Conference, Vol.4, pp. 2108 – 2113, (2001).
- [BOU03] R. Boukezzoula, S. Galichet, & L. Foulloy, '*Fuzzy adaptive control for non-affine systems*', in Proc. IEEE Internat. Conf. Fuzzy Systems, pp. 543–548, (2003).
- [BOU08] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'saad, & M. Farza, '*Adaptive fuzzy controller for non affine systems with zero dynamics*', Int. J. of systems sciences, accepted paper, (2008).
- [BRA72] K., J. Bradley et H. Andre, '*Dynamic analysis of a packed gas absorber*', Can. J. Chem. Eng., Vol. 50, pp. 528-533, (1972).
- [BUC93] J. Buckley, '*Sugeno type Controllers are Universal Controllers*', Fuzzy sets and Systems, North-Holland Publishing Company, pp. 299-303, 1993.
- [BUH88] H.R. Bühler, '*Conception des Systèmes Automatiques*', Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1988.
- [BUH94] H.R. Bühler, '*Le réglage par logique floue*', Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse, 1994.

- [CHE99] C.T. Chen, et S.T. Peng, '*Intelligent process control using neural fuzzy techniques*', Journal of process control, Vol. 9, pp. 59-65 (1999).
- [CHE03] H. Chekireb, M. Tadjine & D. Bouchaffra, '*Direct adaptive fuzzy control of a non linear system class with applications*', Control and Intelligent Systems, vol. 31, n°2, pp. 1-11, (2003).
- [CRO76] J.E. Crosby et L.D. Durbin, '*Design and application of state variable feedback controller for a packed trickle bed column with carbon dioxide absorption*', Joint Automatic Control Conference, West Lafayette, IN, Etats-Unis (1976).
- [DAR80] M. Darwish, et J. Fantin, '*Stabilization and control of absorber tower chemical Process*'. Third IFAC/IFIP/IFORS Conference on System Approach for Development, Rabat, Maroc, (1980).
- [DEL86] L. Deleye et G.F. Froment, '*Rigorous simulation and design of columns for gas absorption and chemical reactions packed columns*', Comp. Chem. Eng., Vol. 10, n° 5, pp. 493-504, (1986).
- [FRA74] M. Frank, '*Entwurf von regelkreisen mit vorgeschriebenem verhalten*', Braun Verlag, Berlin, Allemagne, pp. 234-245, 1974.
- [GAD 03] A. Gad, et M. Farooq, '*An overview of fuzzy logic in power and control systems*', Proceedings of the 46<sup>th</sup> IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems, Vol. 3, pp. 1047-1050, (2003).
- [GLO99] P.Y. Glorennec, '*Algorithmes d'apprentissages pour les systèmes d'inférences floues*', Ed. Hermes, 1999.
- [HAG94] M.T. Hagan et M. Menhaj '*Training feedforward networks with the Marquardt algorithm*', IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 5, n° 6, pp. 989-993, (1994).
- [HER94] J. Hérault et C. Jutten, '*Réseaux de neurones et traitement du signal*', Ed. Hermes, 1994.
- [HIK77] H. Hikita, S. Asai, H. Ishikawa & M. Honda, Chemical Engineering Journal, Vol.13, p. 7, (1977),
- [IDE06] R. Idem, M. Wilson, P. Tontiwachwuthikul & A. Chakma, '*Pilot Plant Studies of the CO<sub>2</sub> Capture Performances of Aqueous MEA and Mixed MEA/MDEA Solvents at the University of Regina CO<sub>2</sub> Capture Technology Development Plant and the Boundary Dam CO<sub>2</sub> Capture Demonstration Plant*', Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 45, pp. 2414-2420, (2006).
- [IFP03] Conférence de presse de l'Institut Français du Pétrole, '*Réduction des émissions de CO<sub>2</sub> : les solutions*', IFP, France, (2003).

- [ILL02] R. Illoul, A. Selatnia & A. Boulerouah, '*Commande Prédicative Généralisée d'une colonne d'absorption*', 4<sup>ème</sup> Journées Francophones sur les Réacteurs Gaz-Liquide, Liège, Belgique, (2002).
- [ILL03] R. Illoul, A. Selatnia, S. Aberkane & D. Baba Ammi, '*Simulation de la commande par logique floue et neuro-floue d'une colonne d'absorption réactive*', 9<sup>ème</sup> Congrès SFGP, Saint-Nazaire, France, (2003).
- [ILL08] R. Illoul, A. Selatnia & S. Bezzaoucha, '*Regulation of an Absorption Packed Column of CO<sub>2</sub> Using Discrete Fuzzy Input-Output Linearization*', Archives of Control Sciences, Volume 18(LIV), n° 3, pp. 277–293, (2008).
- [ISI85] A. Isidori, '*Nonlinear Control System: an Introduction*', Springer Verlag, Berlin, Allemagne, 1985.
- [ISI89] A. Isidori, '*Nonlinear Control Systems*', Springer Verlag, New York, (1989).
- [JAG98] S. Jagannathan, '*Adaptive Fuzzy Logic Control of Feedback Linearizable Discrete-Time Dynamical Systems Under Persistence Excitation*', Automatica, Vol. 34, n°11, pp.1295-1310, (1998).
- [JAN93] J.R. Jang, '*ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system*'. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 23, n° 3, pp. 665-685, (1993).
- [JAN95] J.S.R. Jang et C.T. Sun, '*Neuro fuzzy modelling and Control*', Proc. IEEE, Vol 83, n° 3, pp 378-406, (1995).
- [KIS79] M.K. Kishinevskii., '*Theory and fundamentals of chemical engineering*', Vol. 5, n° 4, p. 641 (1979).
- [LAB98] S. Labiod, '*Commande adaptative par les systèmes flous : application aux robots manipulateurs*', Thèse de Magister, ENP, Alger, 1998.
- [LAB04] S. Labiod, '*Contribution à la commande adaptative floue des systèmes non linéaires*', Thèse de doctorat, ENP, Alger, 2004.
- [LAB05] S. Labiod, M.S. Boucherit, & T. M. Guerra, '*Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear system*', Fuzzy Sets and Systems, vol. 151, pp. 59–77, (2005).
- [LAB07] S. Labiod et T.M. Guerra, '*Adaptive fuzzy control for a class of SISO non affine nonlinear systems*', Fuzzy Sets and Systems, vol. 177, pp. 3901-3917, (2007).
- [LAN92] O. Landolt, P. Marchal & E. Vittoz (CSEM), '*Principes de la Logique Floue*', publication, MSM, n° 4, (1992).
- [LEE90] C.C. Lee, '*Fuzzy logic in control system: Fuzzy logic control- Part I and part II*', IEEE Trans. Syst. Man., Cybern., vol 20, n° 2, pp. 404-435, (1990).
- [LEV92] A.U. Levin, '*Neural Networks in Dynamical Systems*', Thèse de Doctorat, Yale University, Etats Unis, 1992.

- [LIU06] G.B. Liu, K.T.Yu, X.G.Yuan, , C.J. Liu & Q.C.Guo , ‘*Simulations of chemical absorption in pilot-scale and industrial-scale packed columns by computational mass transfer*’, Chemical Engineering Science, Vol.61, pp.6511–6529, (2006).
- [MAC77] P.J. Mac Vicar Whelan, ‘*Fuzzy Sets for Man Machine Interaction*’, Int. Journal of Man-Machine Studies, n° 8, pp. 687-697, 1977.
- [MAM74] E.H. Mamdani, ‘*Application of Fuzzy Algorithms for Control of a simple Dynamic Plant*’, Proc. of the IEE Control and Science, Vol.121, n° 12, pp. 1585-1588, (1974).
- [MAM75] E.H. Mamdani et S. Assilian, ‘*An experiment in Linguistic Synthesis with a fuzzy logic Controller*’, Int. Journal of Man-Machines Studies, Vol. 7, pp. 1-13, (1975).
- [MAM76] E.H. Mamdani, ‘*Advances in the Linguistic of Fuzzy Controllers*’, Int. Journal of Man-Machines Studies, Vol. 8, pp. 669-678, (1975).
- [MAR85] L. Marini, K.Clement, C. Georgakis, & M.Suenson , ‘*Experimental and theoretical investigation of an absorber-stripper pilot plant under non equilibrium conditions*’, Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 24, pp. 296-301, (1985).
- [MAR95] R Marino et P. Tomei , ‘*Nonlinear Control Design*’, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1995.
- [MAT6.5] Matlab Version 6.5, Release 13, (2002).
- [MEN95] J. M. Mendel, ‘*Fuzzy systems for engineering: A tutorial*’, Proc. IEEE, vol. 83, n°3, pp. 347-377, (1995).
- [NAJ91] K. Najim, ‘*Modelling and self-ajusting control of an absorption column*’, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing , Vol. 5, pp. 335-345, (1991).
- [NAJ95] K. Najim et V. Ruiz, ‘*Long range predictive control of an absorption packed column*’, Applied Mathematical Modelling Journal, Vol.19 n°1, pp. 39-45, (1995).
- [NAR90] K. S. Narendra et K. Parthasarathy, ‘*Identification and Control of Dynamical Systems using Neural Networks*’, IEEE Trans. Neural Networks, Vol.1, n° 1, pp. 4-27, (1990).
- [OND68] T. Onda, E. Sada, & T.Y. Okumoto , J. Chem. Eng. Japan, Vol 1, p. 63 , (1968).
- [PAR04] J. H. Park et S. H. Kim, ‘*Direct adaptive output feedback fuzzy controller for a non affine of nonlinear system*’, IEE Proc. Control .Theory Appl., vol. 151, n° 1, pp. 65-72, 2004.
- [PAS98] K.M. Passino et S. Yurkovich, ‘*Fuzzy Control*’, Addison-Wesley Longman Inc., 1998.

- [PET80] D. Petrovski , ‘*A design scheme for multivariable output constrained PI regulators with applications to absorption column*’, Automatic Control Theory Applications, Vol. 8, pp. 61-69, (1980).
- [PIN93] T. Pintola , P.Tontiwathwuthikul, & A. Meisen , ‘*Simulation of pilot plant and industrial CO<sub>2</sub>-MEA absorbers*’, Gas separation and purification, Vol.7, n° 1, pp. 47-52, (1993).
- [RAY81] W.H. Ray, ‘*Advanced Process Control*’, McGraw-Hill Chemical Engineering, 1981.
- [REN95] J.M Renders, ‘*Algorithmes génétiques et Réseaux de neurones*’, Ed. Hermes, 1995.
- [ROF76] B. Roffel, ‘*Control of processes with a state variable inequality constraint*’, Journal A, Vol. 17, pp. 19-28, (1976).
- [SAI96] L. Saïdi, ‘*Commande à modèle interne: inversion et équivalence structurelle*’, Thèse de doctorat, Université de Savoie, France, 1996.
- [SAS89] S. Sastry et M. Bodson , ‘*Adaptive Control, Stability, Convergence and Robustness*’, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1989.
- [SED04] S. Seddari, ‘*Simulation d’une colonne à garnissage d’absorption du CO<sub>2</sub> par une solution aqueuse de monoéthanolamine à 25°C et 40 °C*’, Thèse de Magister, ENP, Alger, 2004.
- [SEL02] A. Selatnia, ‘*Communication au congrès sur les réacteurs polyphasiques*’, Louvain, Belgique (2002).
- [SKE90] R.D Skeel et M. Berzins ‘*A method for the spatial discretization of parabolic equations in one space variable*’, SIAM Journal Science of Statistics and Computing, Vol.11, n° 1, pp.1-32 (1990).
- [SLO91] J.E. Slotine, W. Li, ‘*Applied nonlinear control*’, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1991.
- [SOU95] J. Soussa, R Babuska. & H.B. Verbruggen, ‘*Adaptive Fuzzy Model-Based Control*’, Proc. of the 3rd European Congress on Fuzzy Intelligent Technologies, pp. 865-869, Aix la Chapelle, Allemagne, (1995).
- [SU94] C.Su et Y.Stepanenko, ‘*Adaptive Control of a Class of Nonlinear Systems with Fuzzy Logic*’, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 2, n° 4, pp. 285-294, (1994).
- [SUE85] M. Suenson, C. Georgakis & L. B Evans, ‘*Steady state and dynamic modelling of a gas absorber-stripper system*’, Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 24, pp. 288-295, (1985).
- [SUG86] M. Sugeno et G.T. Tang, ‘*Fuzzy Modelling and Control of Multilayer Incinerator*’, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 18, p. 329 , 1986.



- [TAK83] T. Takagi et M. Sugeno, '*Derivation of Fuzzy Control Rules From Human Operator's Control Actions*', Proc. of the IFAC Symposium on Fuzzy Information, pp. 55-60, Marseille, France, (1983).
- [TAK85] T. Takagi et M. Sugeno, '*Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modeling and Control*', IEEE Trans. on Syst. Man and Cybernetics, Vol. 15, pp.116-132, (1985).
- [TAN97] T.Tanaka, T. Ikeda & H.O.Wang, '*An LMI Approach to Fuzzy Controller Designs Based on Relaxed Stability Conditions*', Proc. of the IEEE Conf. on Fuzzy Systems (Fuzz IEEE 97), pp. 171-176, Barcelone, Espagne, (1997).
- [TOM87] M Tomizuka., '*Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control*', ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 109, pp. 65-68, (1987).
- [TON92] P.Tontiwachwuthikul, A.Meisen, & C.J.Lim , '*CO<sub>2</sub> Absorption by NaOH, MEA and AMP solutions to packed columns*', Chemical Engineering Science , Vol. 47, n° 2, pp.381-390, (1992).
- [TON02] S. Tong et H.X. Li, '*Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems*' , Fuzzy Sets and Systems, vol. 128, pp. 107-115, 2002.
- [TRA84] P.Trambouze, H.V. Landegheim & J.P Wauquier, '*Les réacteurs chimiques, conception/ calcul/mise en œuvre*', Ed. Technip, Paris, France, 1984.
- [TSA99] D.L.Tsang, H.Y.Chang & C.J.Lee, '*The Adaptive Control of Nonlinear Systems Using the Sugeno-Type of Fuzzy Logic*', IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 7, n°. 2, pp. 225-229, (1999).
- [TSE99] G. E. Tsekouras, A. V. Taprantzis & G. V. Bafas, '*Fuzzy logic control of a continuous fermentor reactor using input-output linearization*', Systems Analysis Modelling Simulation, Vol. 35 , n°3, pp. 239 - 255 , (1999).
- [VAN95] M.Vandergrift, F.L.Lewis, S. Jagannathan & K. Liu, '*Adaptive Fuzzy Logic Control of Discrete Time Dynamical Systems*', Proc. IEEE Int. Conference on Intelligent Control, pp. 395-401, (1995).
- [VAN96] J.H.Van Der Psek, W.J.R Velthuis, P.H. Veltink & T.J. A. De Vries, '*Neuro-Fuzzy Control of the FES Assisted Swinging of Paraplegic Subjects*', Proc. 18<sup>th</sup> Int. Conf. IEEE Eng In Med. & Biol. Soc., Amsterdam, Pays Bas, (1996).
- [VEN02] A. N. Venkat et R. D. Gudi, '*Fuzzy Segregation Based Identification and Control of Nonlinear Dynamic Systems*', Ind. Eng. Chem. Res, Vol. 41, pp. 538-552, (2002).
- [WAN92] L.X.Wang et J.M. Mendel , '*Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least-Squares Learning*', IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.3, n°5, pp. 807-814, (1992).

- [WAN93] L.X. Wang, '*Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems*', IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 1, pp. 146–155, (1993).
- [WAN94] L.X. Wang, '*Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1994.
- [WEC04] 19<sup>th</sup> World Energy Congress, Sydney, Australie, pp. 5-9, (2004).
- [ZAD65] L. Zadeh, '*Fuzzy set*', Information and Control, Vol. 8, (1965).

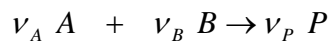


L'intégration de l'équation (A.2) est plus ou moins complexe suivant la forme de l'équation de vitesse.

### A.1 Expression de $C_{AL}$ et des densités de flux en phase liquide

#### A.1.1 Cas d'une réaction de pseudo premier ordre ( $C_{BL}(x)$ constant)

Soit une réaction d'ordre 1 par rapport à chacun des deux réactifs A et B :



La vitesse de réaction peut s'écrire en supposant  $C_{BL}(x)$  constant dans le film,  $C_{BL}(x) \approx C_{BL}$  :

$$r_A = kC_{AL}(x)C_{BL}(x) = k' C_{AL}(x) \quad (\text{A.4})$$

Avec :

$k$  = Constante de vitesse de réaction ( $m^3 / mol.s$ )

$k' = k \cdot C_{BL}$  constante de réaction de pseudo premier ordre ( $s^{-1}$ );

$C_{AL}(x)$  = Concentration du composé A dans le film ( $mol / m^3$ )

$C_{BL}(x)$  = Concentration du composé B dans le film ( $mol / m^3$ )

En considérant que  $\nu_a = -1$  et que  $C_{BL}(x) = C_{BL}$  l'équation (A.2) s'écrira :

$$D_{AL} \left[ \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right] - k C_{AL}(x) C_{BL} = 0 \quad (\text{A.5})$$

Avec les conditions aux limites données par (A.3).

La solution générale de l'équation (A.5) s'écrit :

$$C_{AL}(x) = \beta_1 \exp(\alpha x) + \beta_2 \exp(-\alpha x) \quad (\text{A.6})$$

$$\text{Avec } \alpha = \left[ \frac{kC_{BL}}{D_{AL}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Les conditions aux limites (A.3) nous permettent de calculer les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  :

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = C_{ALi} \\ \beta_1 \exp(\alpha\delta_L) + \beta_2 \exp(-\alpha\delta_L) = C_{AL} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

En résolvant ces deux équations, la concentration  $C_{AL}(x)$  dans le film aura pour expression :

$$C_{AL}(x) = \frac{C_{AL} \operatorname{sh}(\alpha x) + C_{ALi} \operatorname{sh}(\alpha(\delta_L - x))}{\operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \quad (\text{A.8})$$

Et le gradient de  $C_{AL}(x)$  s'exprime alors par :

$$\frac{dC_{AL}(x)}{dx} = \frac{\alpha C_{AL} \operatorname{ch}(\alpha x) - \alpha C_{ALi} \operatorname{ch}(\alpha(\delta_L - x))}{\operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \quad (\text{A.9})$$

On en déduit le flux traversant l'interface :

$$[N_A]_{x=0} = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=0} = \frac{D_{AL} \alpha \delta_L \operatorname{ch}(\alpha\delta_L)}{\delta_L \operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \left\{ C_{ALi} - \frac{C_{AL}}{\operatorname{ch}(\alpha\delta_L)} \right\} \quad (\text{A.10})$$

On peut également exprimer le flux à l'autre extrémité du film, pour  $x = \delta_L$  :

$$[N_A]_{x=\delta_L} = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=\delta_L} = K_{AL} \frac{\alpha \delta_L}{\operatorname{th}(\alpha\delta_L)} \left\{ \frac{C_{ALi}}{\operatorname{ch}(\alpha\delta_L)} - C_{AL} \right\} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Avec : } K_{AL} = \frac{D_{AL}}{\delta_L}$$

Le terme ( $\alpha \delta_L$ ) représente un nombre adimensionnel, appelé nombre de HATTA ( $Ha$ ), qui est défini par la formule suivante :

$$\alpha \delta_L = Ha = \frac{\sqrt{k C_{BL} D_{AL}}}{K_{AL}} \quad (\text{A.12})$$

Avec :

$D_{AL}$  : Coefficient de diffusion du composé A dans la phase liquide ( $m^2 / s$ )

$\delta_L$  : Epaisseur du film coté liquide ( $m$ )

$K_{AL}$  : Coefficient de transfert de matière du composé A dans la phase liquide, pour le cas de transfert de matière sans réaction chimique ( $m / s$ )

On peut alors exprimer la vitesse d'absorption de A, par unité de temps et par unité d'aire interfaciale, en présence de réaction chimique en fonction du nombre de HATTA :

$$[N_A]_{x=0} = K_{AL} \frac{Ha}{th(Ha)} \left\{ C_{ALi} - \frac{C_{AL}}{ch(Ha)} \right\} \quad (\text{A.13})$$

On sait que le flux surfacique sans réaction chimique a pour formule :

$$[N'_A]_{x=0} = K_{AL} (C_{ALi} - C_{AL}) \quad (\text{A.14})$$

La grandeur  $E$  est le rapport des flux avec et sans réaction chimique, c'est à dire :

$$E = \frac{[N_A]_{x=0}}{[N'_A]_{x=0}} = \frac{Ha}{th(Ha)} \frac{1 - \frac{\lambda}{ch(Ha)}}{1 - \lambda} \quad (\text{A.15})$$

Avec :

$$\lambda = \frac{C_{AL}}{C_{ALi}} \quad (\text{A.16})$$

A partir de cette relation, on peut dire que si  $Ha \geq 0.3$  alors  $E \neq 1$ .

Pour examiner la valeur du flux de A à  $x = \delta_L$ , puis rapporter sa valeur à celle du flux à  $x=0$ , on fait le rapport suivant :

$$J = \frac{[N_A]_{x=\delta_L}}{[N_A]_{x=0}} = \frac{1 - \lambda ch(Ha)}{ch(Ha) - \lambda} \quad (A.17)$$

Suivant les valeurs du nombre de HATTA, en utilisant les rapports  $E$  et  $J$ , trois cas se rencontrent :

1.  $Ha < 0.3 \rightarrow$  Réaction lente :  $ch(Ha)$  et  $J$  tendent vers 1, il n'y a pratiquement pas de réaction dans le film, celle-ci se déroule essentiellement au cœur de la phase liquide. Dans ce cas :

$$[N_A]_{x=0} \approx [N'_A]_{x=0} = K_{AL}(C_{ALi} - C_{AL}) \quad (A.18)$$

C'est-à-dire :  $E \approx 1$ .

2.  $0.3 < Ha < 5 \rightarrow$  cas intermédiaire : on utilise l'expression (A.15).

3.  $Ha > 5 \rightarrow$  réaction rapide .La valeur de  $\lambda = C_{AL}/C_{ALi}$  sera faible car  $C_{AL}$  tend vers zéro, la réaction se passera quasi entièrement dans le film liquide. Dans ce cas :

$$J = \frac{1}{ch(Ha)} \quad \text{et} \quad E \approx Ha \quad (A.19)$$

Le flux d'absorption par unité d'aire interfaciale  $N_A$  pourra être calculé avec la formule suivante :

$$[N_A]_{x=0} \approx C_{ALi} \cdot K_{AL} \cdot Ha = C_{ALi} \sqrt{k C_{BL} D_{AL}} \quad (A.20)$$

### A.1.2 Cas d'une réaction du deuxième ordre

Les relations précédentes ont pu être établies en considérant que  $C_{BL}(x)$  était constante

dans le film,  $C_{BL}(x) \approx C_{BL}$  et donc  $\frac{dC_{BL}(x)}{dx} = 0$ , si cette hypothèse n'est pas vérifiée, il n'est pas possible dans ce cas d'obtenir une expression analytique pour  $[N'_A]_{x=0}$ . On peut toutefois obtenir une solution numérique car l'expression (A.2) s'écrit pour les composés A et B de la manière suivante :

$$D_{AL} \left[ \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right] + \nu_A k C_{AL}(x) C_{BL}(x) = 0 \quad (\text{A.21a})$$

$$D_{BL} \left[ \frac{d^2 C_{BL}(x)}{dx^2} \right] + \nu_B k C_{AL}(x) C_{BL}(x) = 0 \quad (\text{A.21.b})$$

On utilise les conditions aux limites suivantes pour les intégrations :

$$x = 0 \quad C_{AL} = C_{ALi} \quad \frac{dC_{BL}(x)}{dx} = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$x = \delta \quad C_{AL}(\delta) = C_{AL} \quad C_{BL}(\delta) = C_{BL} \quad (\text{A.23})$$

Remarque : La condition  $\frac{dC_{BL}(x)}{dx} = 0$  donnée dans (A.22) résulte du non transfert du composé considéré vers la phase gazeuse, c'est-à-dire il n'y a pas désorption de la MEA. En combinant les équations (A.21a) et (A.21b) on obtient :

$$\frac{d^2 C_{BL}(x)}{dx^2} = \frac{\nu_B D_{AL}}{\nu_A D_{BL}} \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \quad (\text{A.24})$$

En intégrant deux fois et en utilisant les conditions aux limites, on obtient :

$$\frac{dC_{BL}(x)}{dx} = \frac{\nu_B D_{AL}}{\nu_A D_{BL}} \frac{dC_{AL}(x)}{dx} + C_1 \quad (\text{A.25})$$

$$\text{pour } x=0, \frac{dC_{BL}(x)}{dx} = 0, \text{ alors } \frac{\nu_B D_{AL}}{\nu_A D_{BL}} \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} + C_1 = 0 \Rightarrow$$

$$C_1 = - \frac{\nu_B D_{AL}}{\nu_A D_{BL}} \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} \quad (\text{A.26})$$



$$\frac{dC_{BL}(x)}{dx} = \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \left( \frac{dC_{AL}(x)}{dx} - \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) \quad (\text{A.27})$$

$$\Rightarrow C_{BL}(x) = \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \left( C_{AL}(x) - x \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) + C_2 \quad (\text{A.28})$$

Avec:  $C_{BL}(\delta) = C_{BL}$ , donc :

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \left( C_{AL}(\delta) - \delta \frac{dC_{AL}(\delta)}{dx} \Big|_{x=0} \right) + C_2 = C_{BL} \Rightarrow$$

$$C_2 = C_{BL} - \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \left( C_{AL}(\delta) - \delta \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) \quad (\text{A.29})$$

Donc :

$$C_{BL}(x) = C_{BL} + \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \left[ (\delta - x) \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0} - C_{AL}(\delta) + C_{AL}(x) \right] \Rightarrow$$

$$C_{BL}(x) = C_{BL} \left\{ 1 + \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \frac{C_{AL}(x) - C_{AL}(\delta)}{C_{BL}} \left( 1 + \frac{(\delta - x) \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \Big|_{x=0}}{C_{AL}(x) - C_{AL}(\delta)} \right) \right\} \quad (\text{A.30})$$

$$\text{Mais : } [N'_A]_{x=0} = \frac{D_{AL}}{\delta} (C_{ALi} - C_{AL}) \quad (\text{A.31})$$

$$[N_A]_{x=0} = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=0} \quad (\text{A.32})$$

Et donc :

$$E = \frac{[N_A]_{x=0}}{[N'_A]_{x=0}} = - \left( \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right)_{x=0} \cdot \frac{\delta}{C_{ALi} - C_{AL}} \quad (\text{A.33})$$

L'expression (A.30) s'écrit, en utilisant (A.33) et l'expression de  $\lambda$  donnée (A.16) à l'interface où  $x=0$  :

$$C_{BLi} = C_{BL} \left\{ 1 + \frac{\nu_B}{\nu_A} \frac{D_{AL}}{D_{BL}} \frac{C_{ALi}}{C_{BL}} (1-\lambda)(1-E) \right\} \quad (\text{A.34a})$$

En introduisant l'expression :

$$N_2 = \frac{1}{2} \frac{D_{BL}}{D_{AL}} \frac{C_{BL}}{C_{ALi}}$$

$$C_{BLi} = C_{BL} \left\{ 1 + \frac{(1-\lambda)(1-E)}{N_2} \right\} \quad (\text{A.34b})$$

Pour pouvoir exprimer  $[N_A]_{x=0}$ , il faut disposer du terme  $\left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=0}$ , on peut y parvenir en écrivant que  $C_{BL}(x)$  est pratiquement constant près de l'interface car d'après (A.22)  $\left( \frac{dC_{BL}(x)}{dx} \right)_{x=0} = 0$  et donc  $C_{BL}(x) \approx C_{BLi}$ . Pour  $x=0$ , le flux interfacial répond à l'équation (A.5) avec  $C_{BL}$  remplacé par  $C_{BLi}$ , on peut donc écrire :

$$D_{AL} \left( \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right) = -\nu_A k C_{BLi} C_{AL}(x) \quad (\text{A.35})$$

Avec les mêmes conditions aux limites sur  $C_{AL}(x)$  que celles données dans (A.3) et de manière similaire, on obtient alors :

$$[N_A]_{x=0} = K_{AL} \frac{\frac{\sqrt{-\nu_A k C_{BLi} D_{AL}}}{K_{AL}}}{\text{th} \left( \frac{\sqrt{-\nu_A k C_{BLi} D_{AL}}}{K_{AL}} \right)} \left[ C_{ALi} - \frac{C_{AL}}{\text{ch} \left( \frac{\sqrt{-\nu_A k C_{BLi} D_{AL}}}{K_{AL}} \right)} \right] \quad (\text{A.36})$$

On remarque que cette équation est identique à la relation (A.13) à la différence que  $C_{BL}$  a été remplacé par  $C_{BLi}$ .

Le facteur d'accélération peut donc s'écrire en utilisant (A.12) et (A.34.b) :

$$E = \frac{[N_A]_{x=0}}{[N'_A]_{x=0}} = \frac{Ha \sqrt{1 - \frac{(E-1)(1-\lambda)}{N_2}}}{th \left[ Ha \sqrt{1 - \frac{(E-1)(1-\lambda)}{N_2}} \right]} \frac{1 - \frac{\lambda}{ch \left[ Ha \sqrt{1 - \frac{(E-1)(1-\lambda)}{N_2}} \right]}}{1 - \lambda} \quad (\text{A.37})$$

## A.2 Expression de Kishinevskii [KIS79]

Afin de résoudre l'équation (A.37) et calculer le flux local  $\varphi$  du composé A transféré de la phase gazeuse vers la phase liquide, nous utilisons une expression fournie par Kishinevskii qui est :

$$E = 1 + \frac{Ha}{A} [1 - \exp(-0.65 Ha \sqrt{A})] \quad (\text{A.38})$$

Avec :

$$A = \frac{Ha}{N_2} + \exp\left(\frac{0.68}{Ha} - \frac{0.45}{N_2} Ha\right) \quad (\text{A.39})$$

L'algorithme qui permet d'obtenir  $E$  de manière itérative est le suivant [SED04] :

- ◆ Nous commençons par calculer le nombre de Hatta (Ha) :

$$Ha = \frac{\sqrt{k C_{BL} D_{AL}}}{K_{AL}} \quad (\text{A.40})$$

- ♦ Puis, nous estimons une valeur de E en posant  $E(1) = Ha$  et nous calculons ainsi  $C_{Ali}$  et  $N_2$  :

$$C_{Ali} = \frac{K_{Ag} C_{Ag}}{E(i) K_{Al} + m K_{Ag}} \quad (\text{A.41a})$$

$$N_2 = \frac{1}{2} \frac{D_{Bl}}{D_{Al}} \frac{C_{Bl}}{C_{Ali}} \quad (\text{A.41b})$$

- ♦ Nous estimons E (i+1) à partir de (A.38) et (A.39), si la valeur de E (i+1) est différente de E (i), nous poursuivons le calcul itératif jusqu'à ce que  $E(i+1) \approx E(i)$ . La valeur de E (n) est alors prise comme valeur de E.

**Annexe B****Nomenclature**


---

$A, B$	CO <sub>2</sub> , MEA
$R$	-CH <sub>2</sub> -CH <sub>2</sub> -OH
$a$	Aire interfaciale par unité de volume du garnissage ( $m^2.m^{-3}$ )
$C_{Ag}, C_{AL}$	Concentration du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et dans la phase liquide ( $mol/m^3$ )
$C_{ALi}, C_{Agi}$	Concentration du composé A à l'interface coté liquide et coté gazeux ( $mol/m^3$ )
$C_{AL}(x)$	Concentration du composé A dans le film ( $mol/m^3$ )
$C_{BL}(x)$	Concentration du composé B dans le film ( $mol/m^3$ )
$C_{BL}$	Concentration de la MEA dans la phase liquide ( $mol/m^3$ )
$C_{BLi}$	Concentration de la MEA dans la phase liquide à l'interface gaz-liquide ( $mol/m^3$ )
$C_{Age}, C_{BLE}$	Concentration à l'entrée de la colonne du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et de la MEA dans la phase liquide ( $mol/m^3$ ).
$C_{Ags}, C_{BLs}$	Concentration à la sortie de la colonne du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et de la MEA dans la phase liquide ( $mol/m^3$ ).
$G, L$	Débit volumique de la phase gazeuse et liquide ( $m^3/s$ )
$U_g, U_L$	Vitesse d'écoulement du gaz et du liquide ( $m/s$ )
$\varphi$	Flux volumique de CO <sub>2</sub> transféré de la phase gazeuse vers la phase liquide ( $mol.m^{-3}.s^{-1}$ )
$N_A$	Flux surfacique du composé A transféré vers la phase liquide avec réaction chimique ( $mol.m^{-2}.s^{-1}$ )

$N'_A$	Flux surfacique du composé A transféré vers la phase liquide sans réaction chimique ( $mol.m^{-2}.s^{-1}$ )
$K_{Ag}$	Coefficient de transfert de matière du composé A dans la phase gazeuse ( $m/s$ )
$K_{AL}$	Coefficient de transfert de matière du composé A dans la phase liquide sans réaction chimique ( $m/s$ )
$k$	Constante de vitesse de réaction ( $m^3.mol^{-1}.s^{-1}$ )
$k'$	Constante de la réaction de pseudo premier ordre ( $s^{-1}$ )
$D_{AL}$	Coefficient de diffusion du composé A dans la phase liquide ( $m^2/s$ )
$D_{BL}$	Coefficient de diffusion du composé B dans la phase liquide ( $m^2/s$ )
$r_A$	Vitesse de la réaction ( $mol.m^{-3}.s^{-1}$ )
$\delta_g, \delta_L$	Epaisseur du film côté gaz et côté liquide ( $m$ )
$m$	Pente de la droite d'équilibre physique entre phases
Ha	Nombre adimensionnel appelé nombre de Hatta
J	Nombre adimensionnel représentant le rapport des flux à $x=0$ et $x=\delta_L$
E	Facteur d'accélération
$\nu_A, \nu_B$	Coefficient stœchiométrique du composé A et B
$\nu_P$	Coefficient stœchiométrique du composé P
$\lambda$	Rapport pour le composé A de la concentration à l'interface et de celle côté liquide
S	Section de la colonne ( $m^2$ )
h	Hauteur de la colonne d'absorption ( $m$ )
dz	Hauteur d'une tranche de la colonne d'absorption ( $m$ )
T	Température ( $^{\circ}K$ ), ( $^{\circ}C$ )
$\mu, \mu_{Ap}^i$	Fonctions d'appartenance
$w_j$	Paramètres ajustables du réseau de neurones ,conclusion des règles d'un système flou

$p$	potentiel somatique
$I_i^{(k)}$	Entrée du $i^{\text{ème}}$ neurone de la couche $k$
$O_i^{(k)}$	Sortie du $i^{\text{ème}}$ neurone de la couche $k$
$\Psi_d$	Fonction non linéaire
$\Psi_{fd}$	Approximation floue d'une fonction non linéaire
$\Psi_1, \Psi_2$	Fonctions caractéristiques de l'approximation floue
$A_p^{i_p}, B_q^{j_q}$	Valeurs floues
$R^{(i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_m)}$	Règle des systèmes flous
$\phi_{fd}$	Conclusion des règles
$\xi$	Degré de validité des prémisses des règles
$y_f, s$	Sortie du système flou
$\eta$	Taux d'adaptation ou paramètre d'ajustement des pôles
$\Sigma_f^{(i_1, \dots, i_n)}$	Sous-système flou
$y$	Sortie du système
$y_d, y_r$	Référence en sortie
$\Delta, \Delta_0$	Erreur d'approximation floue, borne de l'erreur d'approximation
$Z, Z_1$	Vecteur d'entrée du système flou
$\alpha_1^{e1}, \beta_1^{e1}$	Limites de l'univers du discours
$a_p^{i_p}$	Valeur modale de la valeur floue $A_p^{i_p}$ , ici le sommet de la fonction d'appartenance triangulaire $\mu_{A_p}^{i_p}$
$e_p$	$p^{\text{ième}}$ entrée du système flou
$E_p$	Univers du discours
$v$	Index

$E, e, \Delta e$  Erreur en sortie, approximation de la dérivée de l'erreur

$u, \Delta u(k)$  Commande, incrément de commande



## ملخص

يهدف هذا العمل الى إستعمال المنطق الغامض للتحكم في أسطوانة الإمتصاص المستعملة لإستخراج غاز  $CO_2$  من مزيج غازي (هواء +  $CO_2$ ) وذلك بإستعمال محلول قلوي MEA. قمنا بإقتراح تمثيل نموذجي لهذا النظام وذلك بإستعمال ميزانية المادة إذ تمكنا من الحصول على معادلات لا خطية ذات وسائط موزعة. لتحسين النتائج المحصل عليها بالتحكم الكلاسيكي PI المشوشة؛ طبقنا على أسطوانة الإمتصاص ثلاث طرق للتحكم تعتمد على المنطق الغامض: التحكم الغامض الكلاسيكي، التحكم العصبوني الغامض التوفيفي، ثم التبسيط الخطي مدخل-مخرج عددي غامض L.E.S.D.F لكل نظام تحكم قدمنا بعض النتائج بالمحاكات العددية لإبراز كفاءة أدائها وقدراتها.

## الكلمات المفتاحية : U

أسطوانة الإمتصاص ، معادلات لا خطية ، التبسيط الخطي مدخل-مخرج عددي غامض L.E.S.D.F. اعد L معادلات لا خطية ذات وسائط موزعة. ، التحكم PI ، التحكم الغامض الكلاسيكي ، التحكم العصبوني الغامض التوفيفي .

### **Abstract:**

This work deals with modelling and regulation of an absorption packed column of  $CO_2$  from a gas mixture using an aqueous solution of monoethanolamine (MEA). We first present a dynamic model estimating the  $CO_2$  and MEA concentrations at column outlets; we compare the model results to the experimental ones in the steady state case for model validation. We first use the classical PI regulation technique to delete step input disturbances, then we apply to our system three control techniques based on fuzzy logics: the simple fuzzy logics, the neuro-fuzzy adaptive logics, and finally the discrete fuzzy input-output linearization (L.E.S.D.F). For each scheme, simulation results are given in order to highlight performances of each one.

### **Keywords:**

Absorption packed column, distributed parameters model, PI regulation, fuzzy control, neural networks, discrete fuzzy input-output linearization.

### **Résumé :**

Ce travail porte sur la modélisation et la régulation d'une colonne d'absorption à garnissage destinée pour retirer le  $CO_2$  d'un mélange gazeux grâce à une solution aqueuse de Monoéthanolamine (MEA). Nous présentons d'abord un modèle dynamique estimant les concentrations de  $CO_2$  et de MEA en sortie de la colonne, nous comparons en régime permanent les résultats expérimentaux avec ceux théoriques pour valider notre modèle. Nous utilisons d'abord une régulation PI classique pour supprimer les perturbations, puis nous appliquons trois stratégies de commande basées sur la logique floue, à savoir : l'approche floue classique, neuro-floue adaptative et la linéarisation entrée-sortie discrète floue (L.E.S.D.F). Pour chaque structure de commande, des résultats de simulation sont présentés pour illustrer les performances respectives.

### **Mots clés :**

Colonne d'absorption à garnissage, modèle à paramètres répartis, régulation PI, commande floue, réseaux de neurones, L.E.S.D.F.