

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

43/86

وزارة التعليم والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

SUJET

Etude de la Distribution de Vitesses dans un Ressaut Hydraulique

Proposé par :

Mr. PIMENOV .

Etudié par :

Mr SENOUCI A.

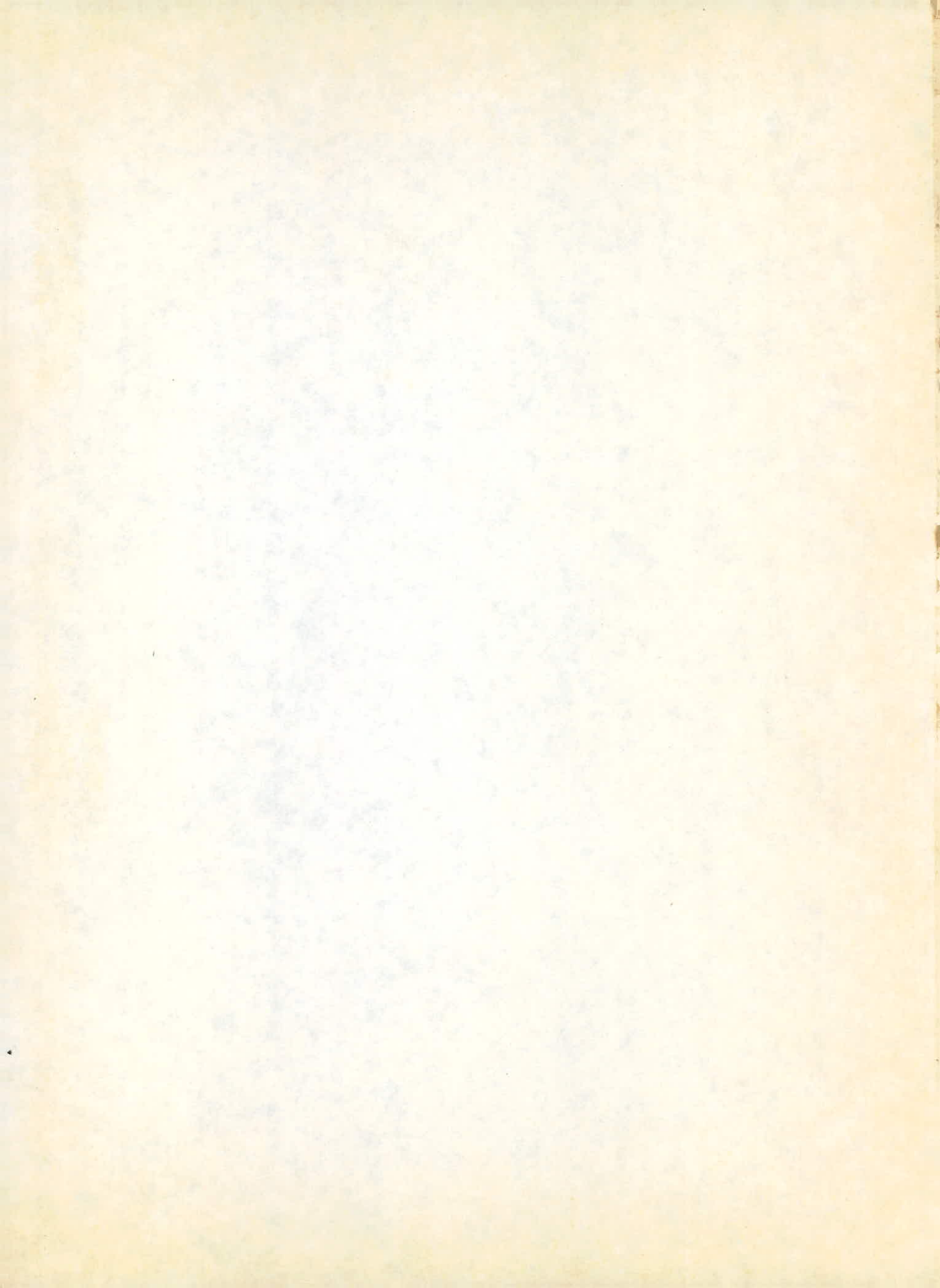
Mr O. SEKKOUTI B.

Dirigé par :

Mr. PIMENOV .

Melle. BENMAAMAR

PROMOTION : JUIN 1986



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

«*»

وزارة التعليم والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

«*»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«*»

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

SUJET

Etude de la Distribution de Vitesses dans un Ressaut Hydraulique

Proposé par :

Mr. PIMENOV .

Etudié par :

Mr SENOUCI A.

Mr O. SEKKOUTI B.

Dirigé par :

Mr. PIMENOV .

Melle. BENMAAMAR

PROMOTION : JUIN 1986

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
NATIONALE POLYTECHNIQUE

Matériau: Hydraulique.....
Auteurs: Melle BENMAMAR et Mr PIMENOV
Ingénieur: OUAISSI SEKKOUTIB, B
SENOUCI, A

المجلة: الري

المجلد: د. بيمينوف والاسة بن أعمار
المؤلفون: أوعيسى سكوتي. ب.
سنوسي. ع.

الموضوع: دراسة توزيع السرعة في القفزة المائية

المغزى: الهدف من هذا المشروع هو دراسة نظرية وتطبيقية لتوزيع
السرعة في القفزة المائية (الموجة الساكنة) في جريان
ذو بعدائلي تحت بوابة في قناة مستطيلة
المقطع العرضي.

Objet: Etude de la distribution de la vitesse dans un ressaut Hydraulique.....
Résumé: L'objet de notre étude consiste à l'étude théorique et pratique de la distribution
de la vitesse dans un ressaut Hydraulique noyé, d'un écoulement bidimensionnel
passant sous une vanne de fond dans un canal rectangulaire horizontal.

Object: Study the velocity distribution in a hydraulic jump.....
Abstract: The aim of this project is study the velocity distribution in a Hydraulic jump
in two dimensionnel flow under sluice gate in a rectangular smooth horizontal
flume.

DEDICACES

A tout notre entourage

ABDERRAZEK
et
BAKIR

R E M E R C I E M E N T S

Nous tenons à adresser un vif remerciement à tous ceux qui, soit par leurs directives, soit leurs par leurs conseils, n'ont menage aucun effort pour nous permettre de l'élaboration de cette étude dans de bonnes conditions.

- A Monsieur PIMENOV et Melle BENMAAMAR respectivement notre promoteur et copromoteur;
- A Monsieur KETTAB, chef de département d'hydraulique;
- A Monsieur MILOUDI;
- A Melle ZERFA
- A tous les assistants et professeurs.

TABLE DES MATIERE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION ET BUT

<u>CHAPITRE I</u> : NOTIONS GENERALES SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE	3
I.1. Définition d'un réseau hydraulique	3
I.2. Structure du réseau	4
I.3. Type de réssaut	5
I.4. Caractéristique du réssaut	7
I.5. Conclusion	12
<u>CHAPITRE II</u> : PROBLEME CENTRAL DE LA TURBULENCE	14
II.1. Définition	14
II.2. Echange latéral de quantités de mouvement	14
II.3. Paramètres de la turbulence	15
II.4. Equations des mouvements turbulents	15
II.5. Problème bidimensionnel	17
<u>CHAPITRE III</u> : SOLUTION THEORIQUE POUR LE PROBLEME BIDIMENSIONNEL	21
III.1. Etude adimensionnelle	21
III.2. Analyse du système (I)	24
III.3. Choix de la méthode de résolution	26
III.4. Solution du système (I)	26
III.5. Conclusion	48
<u>CHAPITRE IV</u> : ETUDE EXPERIMENTALE	49
IV.1. Dispositif expérimental	49
IV.2. Simitude du phénomène	50
IV.3. Méthode de mesure	52
IV.4. Résultats expérimentaux	55
IV.5. Conclusion	62
Conclusion générale	63

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION ET BUT DE L'ETUDE

Le phénomène du ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études depuis qu'il fut intriduit pour la première fois par BIDONE en 1918, puis par BELANGER en 1928.

Le ressaut hydraulique qui présente une brusque décélération d'un écoulement liquide. Passage d'un état rapide à un état tranquille peut, de façon évident, être défini comme un phénomène turbulent. Il est alors étonnant de constater qu'il n'existe pour ainsi dire pas de résultats concernant les grandeurs turbulents qui régissent ce phénomène.

Le manque de résultats est dû à deux raisons principales, les difficultés pratiques qui, jusqu'à présent ont rendu très difficiles la détermination des caractéristiques turbulentes dans des écoulements liquides et l'établissement d'un écoulement diphasique air-eau dans la région même du rouleau du ressaut. Mais depuis, quelques années certains auteurs se sont intéressés à l'étude de la turbulence dans l'eau ou autres liquides ainsi qu'à l'étude des écoulements double phase air-eau. Grâce à ces travaux, il est maintenant possible de réduire presque complètement la difficultés ci-dessus mentionnées.

Le but de notre travail consiste à la distribution de la vitesse d'écoulement dans un ressaut hydraulique.

C H A P I T R E I

NOTIONS GENERALES SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE

CHAPITRE I NOTIONS GENERALES SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUEI.1. DEFINITION D'UN RESSAUT HYDRAULIQUE

Lorsqu'un écoulement à surface libre passe d'un régime rapide (torrentiel) à un régime lent (fluvial), c'est à dire d'un état supercritique (nombre de fraude supérieur à l'unité) à un état subcritique ($F < 1$), ce passage s'effectue par le moyen d'un ressaut hydraulique, dans lequel sur une longueur relativement faible, le niveau s'élève, la vitesse moyenne diminue et de forts tourbillons dissipent une partie importante de l'énergie incidente.

Cette définition nécessite quelques explications supplémentaires l'effet de la pesanteur sur l'état de l'écoulement est représenté par le rapport des forces d'inertie et forces de pesanteur. Ce rapport est le nombre de Fraude qui, pour des liquides homogènes avec surface libre est défini par:

$$F = \frac{U}{g \cdot L}$$

U = vitesse moyenne de débit de l'écoulement

g = l'accélération de la pesanteur

L = longueur caractéristique de l'écoulement

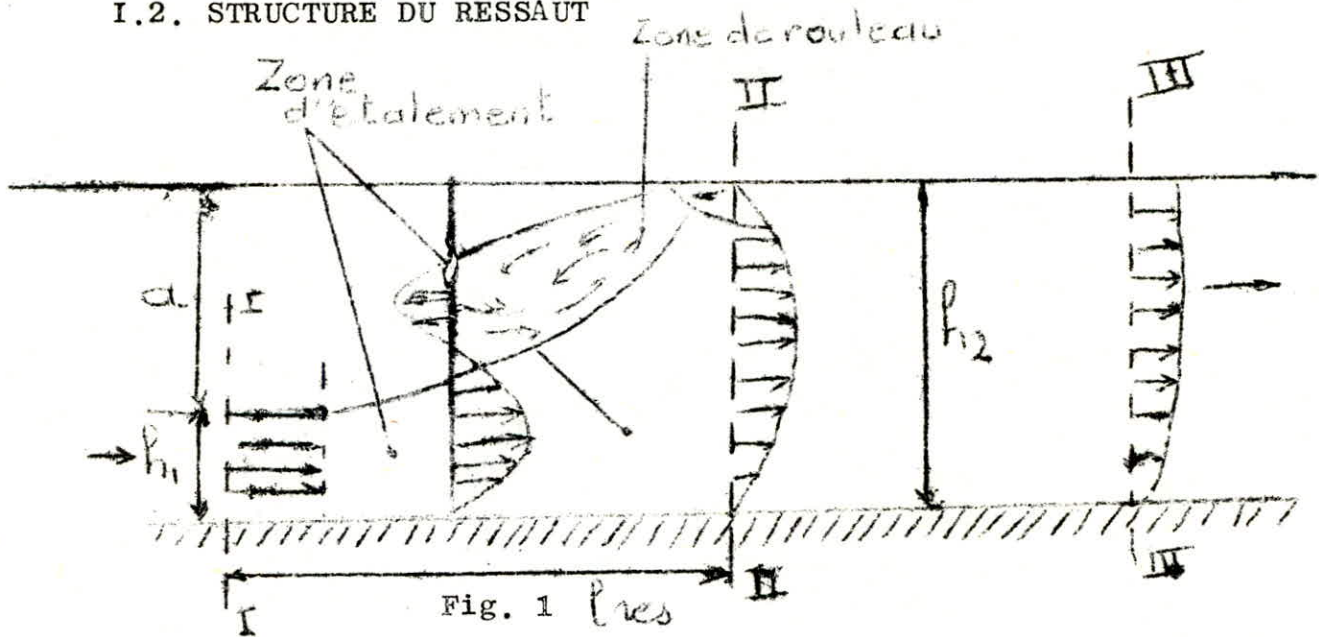
Dans le cas où :

$F = 1$ l'écoulement est dans un état critique

$F < 1$ l'écoulement est dans un état subcritique

$F > 1$ l'écoulement est dans un état supercritique

I.2. STRUCTURE DU RESSAUT



- On prend pour origine du ressaut une telle section du courant torrentiel en amont du ressaut dans laquelle elle existe encore l'épure de répartition des vitesses correspondant à l'écoulement du liquide graduellement varié (section I, I).
- On prend la section (II - II) pour l'extrémité du ressaut dans laquelle se termine en général l'accroissement des profondeurs et la répartition des vitesses du courant fluvial diffère peu de celle correspondant à l'écoulement graduellement varié.
- On distingue deux zones:
 1. Zone d'étalement: animée de mouvement de translation à brusque élargissement en verticale.
 2. Zone de rouleau: animée de mouvement relatif d'un courant saturé d'air (aéré).

I.3. TYPE DE RESSAUT

Fig. 2

Les profondeurs dans les sections (I-I) et (II-II) limitant le ressaut sont désignées par (h_1, h_2) s'appellent les hauteurs conjuguées.

La grandeur $a = (h_2 - h_1)$ est appelée hauteur de ressaut.

I.3.1. RESSAUT PARFAIT

Si la grandeur a est supérieure à h_1 , le ressaut est parfait.

Fig. 3

I.3.2. RESSAUT ONDULE

Si la grandeur a est inférieure h_1 , le ressaut est ondulé.

Fig. 4

I.3.3. RESSAUT A REMOUS

Ce type de ressaut apparait s'il rencontre un obstacle (gradin). Voir schéma.

Fig. 5

I.3.4. RESSAUT NOYE

Ce type de ressaut surgit par exemple en écoulement par dessous d'une vanne et à zone superficielle développé.

Fig. 6

I.3.5. RESSAUT NON NOYE (Superficiel)

Ce type de ressaut a un rouleau de fond développé. Ce ressaut est caractérisé par une répartition particulière des vitesses en section différente de celle du ressaut parfait.

Le ressaut superficiel est observé lorsque la nappe s'écoule d'un barrage, d'un gradin spécial.

I.4. CARACTERISTIQUES DU RESSAUT

On suppose que le ressaut se produit dans un canal horizontal de section rectangulaire, dans le plan (Y - Z), avec des écoulements amont et aval parallèles et stationnaires dans la direction (x) :

La figure montre un ressaut classique en canal horizontal.

Entre les section (I - II), les frottements sur les parois et le fond du canal sont négligeables par rapport à la perte de charge (j) due à la turbulence crée par le ressaut. Les vitesses des différents fillets liquides dans chacune des sections (I - I) et (II - II) sont parallèles et égales à la vitesse moyenne (U) dans la section considérée.

On choisit deux section (I - I) et (II - II) situées respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut.

On désigne par :

- Profondeurs conjuguées: les profondeurs (h_1) et (h_2) dans ces deux sections (I-I) et II-II).
- Hauteur du ressaut: la différence ($h_2 - h_1$) = a
- longueur du ressaut: la longueur entre les deux sections (I-I) et (II-II).
- perte de charge (j) due au ressaut: l'abaissement (j) de la ligne d'énergie entre (I - I) et (II-II).

Les problèmes qui se présente au sujet du ressaut sont essentiellement les suivants:

- Profondeur conjuguées (h_1 , h_2)
- Longueur du ressaut (II-II)
- Perte de charge (j)
- Position du ressaut

I.4.1. PROFONDEURS CONJUGUEES : (h_1 , h_2)

Compte tenu des hypothèses simplificatrices précisées précédemment le théorème d'Euler conduit à la relation suivante:

$$\frac{Q^2}{g \Omega_1} + a_1' = \frac{Q^2}{g \Omega_2} + a_2'$$

Ce qui revient à dire que la fonction (F) (impulsion totale)

$$F = \frac{Q^2}{g \Omega} + a'$$

Conserve la même valeur de part et d'autre du ressaut on désigne par:

Q = débit

= section mouillée

a' = profondeur du centre de gravité de la section

Dans notre cas, la section rectangulaire de largeur (L) en introduisant le débit par unité de largeur ($q = \frac{Q}{L}$) et les profondeurs (h_1 , h_2), il vien tous calculs faits:

$$\frac{q^2}{g h_1} + \frac{h_1^2}{2} = \frac{q^2}{g h_2} + \frac{h_2^2}{2}$$

après réduction et simplification par $(h_1 - h_2)$:

$$h_2^2 + h_1 \cdot h_2 - \frac{2 q^2}{g h_1} = 0$$

On calcule le discriminant (Δ) de l'équation ci-dessus:

$$\begin{aligned} &= h_1^2 + \frac{8 q^2}{g h_1} \\ h_2 &= \frac{-h_1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} = -\frac{h_1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{h_1^2 + \frac{8 q^2}{g h_1}} \\ h_2 &= \frac{h_1}{2} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{8 q^2}{g h_1^2}} - 1 \right] \end{aligned}$$

Seule la racine positive a un sens physique
Cette relation permet de calculer l'une des profondeurs
conjuguées (h_2) connaissant l'autre (h_1) et le débit uni-
taire (q).

I.4.2. LONGUEUR DE RESSAUT ($L_{I - II}$)

On ne peut pas déterminer la forme de la surface
libre du ressaut, les seules données dont on dispose sont
celles de l'expérience:

$$L_{I - II} \quad (5 \div 7) \quad h_2$$

I.4.3. PERTE DE CHARGE (j) DUE AU RESSAUT

La perte de charge (j) sera mesurée par l'abaisse-
ment de la ligne d'énergie entre les sections (I-I) et (II-II)
la p.d.c. peut s'écrire:

$$j = E_1 - E_2$$

$$E = h + \frac{U^2}{2g} = h + \frac{-1}{2g} \cdot \frac{Q^2}{L^2} = h + \frac{1}{2g} \cdot \frac{q^2}{h^2}$$

avec $U = \frac{Q}{L}$ et $q = \frac{Q}{L}$ débit par unité de largeur

$$j = E_1 - E_2 = \left(h_1 + \frac{q^2}{2g h_1^2} \right) - \left(h_2 + \frac{q^2}{2g h_2^2} \right)$$

En remplaçant $\left(\frac{q^2}{2g} \right)$ par la valeur tirée de la relation

$$\left(h_2^2 + h_1 h_2 - \frac{2 q^2}{g h_1} = 0 \right) \text{ déjà déterminée}$$

$$\frac{q^2}{2g} = \frac{h_1^2 \cdot h_2 + h_1 h_2^2}{4}$$

On obtient l'expression classique de la p.d.cdue au ressaut en canal rectangulaire.

$$j = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 \cdot h_2}$$

I.4.4. POSITION DU RESSAUT

Le ressaut ne peut exister que si un écoulement torrentiel est obligé de devenir fluvial, pour déterminer sa position, il faut connaître les lignes d'eau à l'amont et à l'aval.

La première (régime torrentiel) sera en dessous du niveau critique (N_c), la seconde (régime fluvial) sera au-dessus. Le ressaut se placera de telle façon que ses

sections terminales aient des profondeurs conjuguées et soient distantes de la longueur du ressaut, soit approximativement $(5 \div 7) h_2$.

I.5. CONCLUSION

Importance du ressaut hydraulique: ce phénomène est notamment employé pour:

- dissiper l'énergie dans les écoulements d'eau après les barrages, déversoirs ou autres constructions.
- Aérer l'eau pour l'alimentation des villes en eau
- Mélanger des produits chimiques liquides.

L'intérêt du ressaut hydraulique provient de la structure de son écoulement interne.

Par conséquent des recherches sur le processus turbulents de mélange du ressaut apparaissent non seulement d'intérêt fondamental évident, mais peuvent aussi conduire à une meilleure utilisation du phénomène dans tous les domaines de la mécanique.

L'utilisation d'un ressaut pour la dissipation d'énergie pose alors deux problèmes:

- la localisation correcte du ressaut
- la protection du fond et des berges dans sa zone d'action

La localisation du ressaut est un problème classique traité dans tous les traités d'hydraulique, souvent cette étude, conduite théoriquement est vérifiée par un modèle réduit.

L'étude de la protection des parois justifie à elle seule ce modèle car elle doit tenir compte des dimensions réelles du ressaut, que la théorie ne prévoit pas exactement. Le principal danger est l'affouillement, qui pourrait miner le bord aval du radier du canal, et ainsi dégrader ce dernier de proche en proche.

sections terminales aient des profondeurs conjuguées et soient distantes de la longueur du ressaut, soit approximativement $(5 \div 7) h_2$.

I.5. CONCLUSION

Importance du ressaut hydraulique: ce phénomène est notamment employé pour:

- dissiper l'énergie dans les écoulements d'eau après les barrages, déversoirs ou autres constructions.
- Aérer l'eau pour l'alimentation des villes en eau
- Mélanger des produits chimiques liquides.

L'intérêt du ressaut hydraulique provient de la structure de son écoulement interne.

Par conséquent des recherches sur le processus turbulents de mélange du ressaut apparaissent non seulement d'intérêt fondamental évident, mais peuvent aussi conduire à une meilleure utilisation du phénomène dans tous les domaines de la mécanique.

L'utilisation d'un ressaut pour la dissipation d'énergie pose alors deux problèmes:

- la localisation correcte du ressaut
- la protection du fond et des berges dans sa zone d'action

La localisation du ressaut est un problème classique traité dans tous les traités d'hydraulique, souvent cette étude, conduite théoriquement est vérifiée par un modèle réduit.

L'étude de la protection des parois justifie à elle seule ce modèle car elle doit tenir compte des dimensions réelles du ressaut, que la théorie ne prévoit pas exactement. Le principal danger est l'affouillement, qui pourrait miner le bord aval du radier du canal, et ainsi dégrader ce dernier de proche en proche.

Les modes de protection usuels consistent à bétonner fortement ce radier, ou garnier de gabions (formés de cailloux retenus par un solide treillage métallique), ou encore à le former d'enrochements d'un calibre suffisant.

CHAPITRE II: PROBLEME CENTRAL DE LA TURBULENCE

II.1. DEFINITION

L'écoulement turbulent est un écoulement qui s'accompagne d'un brassage intense du fluide et des pulsations des vitesses et des pressions. Les particules du fluide se déplacent dans toutes les directions au hasard et leur trajectoires sont souvent des courbes de forme très compliquées. Les trajectoires de deux particules initialement voisines, ainsi que les trajectoires de deux particules issus d'un même point à deux instants différents sont totalement distinctes.

II.2. ECHANGE LATERAL DE QUANTITES DE MOUVEMENT

L'expérience montre qu'en régime turbulent l'énergie dissipée est beaucoup plus considérable que celle qui résulterait de la seule viscosité par application de la formule de Newton. Il en résulte donc qu'en plus de la tension tangentielle due au frottement des deux filets qui est proportionnelle à $\mu \frac{du}{dy}$, il existe une autre tension tangentielle due à cet échange de quantité de mouvement. Soient deux couches du liquide en mouvement séparées par une surface Ω et supposons que pour toutes les molécules en contact de part et d'autre de cette surface, pendant chaque seconde la masse échangée à travers l'unité de surface Ω est $\rho v'$; l'accroissement correspondant de quantité de mouvement dans le sens de l'écoulement est $\rho v' u'$ de sorte que l'effort tangentiel qui en résulte est égal, par unité de surface à :

$$\tau = \rho u' v'$$

et en moyenne, pendant un intervalle de temps fini:

$$\bar{\tau} = \rho \overline{u' v'}$$

$\overline{u' v'}$ représente la moyenne du produit des fluctuations de la vitesse instantanée dans le sens longitudinal (u') et dans le sens transversal (v').

II.3. PARAMETRES DE LA TURBULENCE

Les paramètres adimensionnels qui tiennent en compte des caractéristiques de l'écoulement réel et non unidimensionnel de l'écoulement. On définit ainsi:

a) Le coefficient moyen de frottement pariétal:

$$c_f = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho \frac{v_1^2}{2}}$$

b) Le rapport des hauteurs du ressaut:

$$J = \frac{h_2}{h_n}$$

c) Le nombre de Fraude

$$F_1 = \frac{U_1}{\sqrt{g h_n}}$$

d) La relation de continuité unidimensionnel

$$U_1 h_n = v_2 \cdot h_2$$

II.4. EQUATIONS DES MOUVEMENTS TURBULENTS

(fluide incompressible)

Pour obtenir les équations de mouvement moyen, il suffit de prendre les équations du mouvement réel et de remplacer chaque élément, pression ou vitesse par la somme de sa valeur moyenne et de sa fluctuation:

$$P = \bar{P} + P'$$

$$U = \bar{u} + u'$$

$$V = \bar{v} + v'$$

$$W = \bar{w} + w'$$

II.3. PARAMETRES DE LA TURBULENCE

Les paramètres adimensionnels qui tiennent en compte des caractéristiques de l'écoulement réel et non unidimensionnel de l'écoulement. On définit ainsi:

a) Le coefficient moyen de frottement pariétal:

$$c_f = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho \frac{v_1^2}{2}}$$

b) Le rapport des hauteurs du ressaut:

$$J = \frac{h_2}{h_n}$$

c) Le nombre de Fraude

$$F_1 = \frac{U_1}{\sqrt{g h_n}}$$

d) La relation de continuité unidimensionnel

$$U_1 h_n = V_2 \cdot h_2$$

II.4. EQUATIONS DES MOUVEMENTS TURBULENTS

(fluide incompressible)

Pour obtenir les équations de mouvement moyen, il suffit de prendre les équations du mouvement réel et de remplacer chaque élément, pression ou vitesse par la somme de sa valeur moyenne et de sa fluctuation:

$$P = \bar{P} + P'$$

$$U = \bar{u} + u'$$

$$V = \bar{v} + v'$$

$$W = \bar{w} + w'$$

(u , v , W , p) : vitesses moyennes et pression moyenne dans le mouvement moyen ne varient que lentement dans le temps et dans l'espace.

(u' , v' , w') : fluctuations dans le mouvement d'agitation qui varient rapidement dans le temps et d'un point à un autre .

et ensuite de faire la moyenne dans le temps des différents termes soient (u, v, w, P).

Pour tous les termes qui contiennent, au premier degré, la pression, une vitesse ou l'une de leurs dérivées premières ou secondes, toujours au premier degré, les moyennes correspondantes seront seulement la pression moyenne (P), les vitesses moyennes (u, v, w) et de leurs dérivées premières ou secondes et ceci en vertu même de la définition de la moyenne. Dans ces conditions les éléments correspondants des fluctuations disparaîtront des équations.

Par contre, tous les termes qui font intervenir les carrés ou des produits de vitesses, ou de leurs dérivées, les moyennes feront apparaître des éléments tels que (u'^2) ou des produits tels que $(u' v')$, qui reteront apparents dans les équations du mouvement moyen.

C'est ainsi qu'on retrouve, comme équation du mouvement moyen permanent, le système suivant dû à Reynolds:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x} + \rho \overline{u'^2} - \frac{\overline{u'v'}}{y} - \frac{\overline{u'w'}}{z}$$

$$v \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial w}{\partial z} = Y - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \overline{v'^2} - \frac{\overline{u'v'}}{x} - \frac{\overline{v'w'}}{z}$$

$$w \frac{u}{x} + w \frac{v}{y} + w \frac{w}{z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{y} + \gamma W - \frac{u'w'}{X} - \frac{v'w'}{y} - \frac{w'^2}{z}$$

ν : est la viscosité cinématique

X, Y, Z: composantes de la force massique suivant les axes OX, OY et OZ.

ρ : est la masse volumique γ : constante pour les fluides incompressibles.

II.5. PROBLEME BIDIMENSIONNEL

Nous supposons l'écoulement bidimensionnel en moyenne en O X Y d'où les hypothèses suivantes:

- Les composantes de la vitesse moyenne dans la direction OZ sont négligées
- L'écoulement est supposé stationnaire
- puisque l'écoulement a lieu dans un canal horizontal, les composantes de la force de masse dans les directions OX et OZ sont nulles et la composante dans la direction OY est égale à ρg où ρ représente la masse volumique du fluide.

Avec les hypothèses précisées ci-dessus, les équations différentielles du mouvement adoptées aux écoulements turbulents par Reynolds, prennent ici la forme approchée suivante:

dans la direction OX :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'})$$

dans la direction OY

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^2}) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'v'})$$

L'équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel dans un canal horizontal, c'est l'équation dans la direction OY étant seulement utilisée afin d'évaluer le terme de pression.

Ces équations ne sont pas fermées (3 équations, 6 inconnues: $u, v, p, \overline{u}, \overline{v'}, \overline{u'}, \overline{v'}$), d'où pour la résolution de ces équations on a 2 variantes qui sont: première variante:

Nous supposons que le mouvement dans le ressaut est comme celui dans un jet ou dans la couche limite turbulente.

Dans ce cas nous pouvons simplifier le système

(1).

$$\begin{cases} u(X, y) \\ v = u \\ w = 0 \end{cases} \quad \left| \frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad \left| \frac{\partial p}{\partial x} \neq 0 \right.$$

Le terme de viscosité est négligeable devant les tensions de Reynolds.

Les expériences montrent que:

$$\overline{u'v'} \simeq (10^2 \div 10^3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial y}$$

Même dans les couches limites où $\frac{\partial u}{\partial x}$ n'est pas nul, mais nous savons que $\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial v}{\partial y}$ par conséquent si $\overline{u'^2}$ et $\overline{u'v'}$ sont de même ordre de grandeur, le terme $\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2})$ est négligeable

Deuxième variante :

Nous savons bien que le terme $\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2})$ est une composante normale, on peut l'introduire dans la pression

$$\tilde{p} = p + \rho \overline{u'^2}$$

Finalement

$$(2) \begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{u'v'}) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Soit τ la valeur moyenne qui en résulte pour la tension tangentielle due à la turbulence. On peut interpréter l'action de la turbulence sur le mouvement moyen d'une manière analogue à l'action de la viscosité comme une contrainte.

Le terme $(-\rho \overline{u'v'})$ est appelé tenseur de Reynolds.

$$\tau = -\rho \overline{u'v'}$$

le système (2) devient :

$$(2) \begin{cases} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Supposons que :

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{expériences})$$

T : coefficient de turbulence, il n'est pas constant, il est en fonction des vitesses (u, v)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + T \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

CHAPITRE III: SOLUTION THEORIQUE POUR LE PROBLEME BIDIMENSIONNEL

III.1. ETUDE ADIMENSIONNELLE

Posons:

$$u_1 = \frac{u}{u_0} \quad (a)$$

$$v_1 = \frac{v}{u_0} \quad (b)$$

$$P_1 = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{U_0^2} \quad (c)$$

$$t = \frac{X}{h} \quad (d)$$

$$n = \frac{y}{h} \quad (e)$$

X = distance à partir de la section de contrôle où la section est régulière.

(U_0, h) : la vitesse moyenne et la profondeur du courant dans la section où la distribution de vitesse et la profondeur sont régulières.

$(P_0 = \rho U_0^2)$: pression dynamique moyenne du courant dans la section où la distribution de la pression est régulière.

En remplaçant (u, v, p, x, y) par leur valeurs tirées respectivement des équations (a, b, c, d, e) dans le système (3), ensuite on multiplie l'équation (3.1) par $\frac{-h}{U_0^2}$ et l'équation (3.2) par $\frac{h}{U_0}$, le système devient:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_1 \frac{U_1}{t} + v_1 \frac{U_1}{t} = \frac{h}{U_0^2} X - \frac{P_1}{t} + \frac{T}{h U_0} \cdot \frac{2 U_1}{2} \\ \frac{U_1}{t} + \frac{v_1}{t} = 0 \end{array} \right.$$

Désignons par: $\frac{\tau}{h \cdot U_0} = \frac{1}{R_T}$ $R_T = \frac{h \cdot U_0}{\tau}$

R_T : nombre de Reynolds de turbulence

Alors:

$$\begin{cases} U_1 \frac{dU_1}{dt} + v_1 \frac{dv_1}{dt} = - \frac{P}{t} + \frac{1}{R_T} \frac{U_1^2}{2} \\ \frac{dU_1}{dt} + \frac{dv_1}{dt} = 0 \end{cases}$$

Le système n'est pas fermé (trois inconnues (u , v , R_T)).

Pour résoudre ce système, il faut connaître R_T (d'après l'expérience).

Introduire la nouvelle variable de distance S de telle manière que:

$$S = \int_0^t \frac{dt}{R_T} \quad \text{avec} \quad t = \frac{X}{h}$$

On voit que:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{R_T}$$

de l'équation de continuité:

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{dU}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{dV}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_0^n u \, dn$$

on sait que: $t = f(s)$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{R_T} \cdot \frac{J}{S}$$

Dans le système précédent la variable t change sur s .

Alors:

$$(6) \quad \frac{1}{R_T} u \frac{u}{S} - \frac{1}{R_T} \frac{1}{s} \int_0^n u \, dn \cdot \frac{u}{n} = - \frac{1}{R_T} \frac{P}{S} + \frac{1}{R_T} \frac{u^2}{n^2}$$

$$\frac{1}{R_T} \frac{u}{S} - \frac{1}{R_T} \frac{1}{n} \int_0^n u \, dn = 0$$

Désignons par $v = - \frac{1}{s} \int_0^n u \, dn$

$$u u'_s + v \cdot U'_n = P'_s + U_n''$$

$$(7) \quad U'_s + v'_n = 0$$

Pour simplifier nous posons que la distance S varie suivant $X \rightarrow S \rightarrow X$

La hauteur n varie suivant $y = n \rightarrow y$.

Nous pouvons présenter le système (7) sous la forme:

$$u u'_s + v v'_y = u''_y - P'_s \quad (a)$$

$$I \quad u'_s + v'_y = 0$$

III.2. ANALYSE DU SYSTEME (I)

Le type d'équation (I a) est parabolique comme nous le savons, elle exprime un processus d'égalisation (redressement).

Dans notre cas c'est le processus d'égalisation des vitesses. C'est pourquoi nous pouvons l'employer pour la résolution du problème posé.

Les conditions aux limites:

Dirigeons l'axe OX le long de la surface libre, l'axe OY vers le bas.

a

$$v = 0 \quad \frac{u}{y} = 0 \quad (\text{absence des frottement sur la surface libre})$$

v sont
u données

$$v = 0 \quad \frac{u}{y} = 0 \quad (\text{absence des forces de frottements sur le fond du ressaut}).$$

$$b) \quad v = 0 \quad \frac{U}{y} = 0$$

présence de frottements

$$v = 0 \quad \frac{u}{y} = \frac{1}{8T} u^2 \quad \text{avec } \frac{1}{8T} = \text{coefficient de pertes de charge pour le canaux.}$$

Le frottement sur la surface libre est nul.

$$\tau = p \cdot T \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$p \cdot T \neq 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

sur le fond:

$$\tau = p \cdot T \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad \left| \quad \text{si } \tau = 0, p \cdot T \neq 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \right.$$

$$\tau = \frac{\rho g h}{8} \cdot u^2 \quad \left| \quad \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{8T} \cdot U^2 \right.$$

Ainsi que les conditions aux limites:

$$\begin{array}{ll} \text{si } S = 0 & u, v \text{ sont données} \\ y = 0 & v = 0, \quad \frac{u}{y} = 0 \end{array}$$

$$y(n) = 1 \quad v = 0, \quad \frac{u}{y} = 0, \quad \text{ou} \quad \frac{u}{y} = \frac{\Delta}{8T} \cdot u^2$$

III.3. CHOIX DE LA METHODE DE RESOLUTION

La résolution des problèmes aux limites est très difficile, elle est plus difficile par rapport aux problèmes des conditions initiales.

Comme nous savons pour résoudre ces équations nous pouvons utiliser les différentes méthodes numériques suivantes:

- méthode des différences finies
- méthode integrale de relation
- méthode des caractéristiques

La méthode que nous utiliserons dans notre thèse, sera la méthode des différences finies.

III.4. SOLUTION DU SYSTEME (I)

Le système (I) est un système des équations différentielles non linéaires, deuxième ordre.

1)- On peut supposer (la première approximation que la composante verticale de la vitesse est inférieure à celle de l'horizontale, par exemple:

$$\text{soit } V = 0,1 u. \quad (1).$$

Dans ce cas on peut négliger le terme $(\frac{u}{y})$

2)- On peut poser que la variation de la pression le long du courant est constante

$$\text{soit } \frac{\partial P}{\partial S} = B = \text{Cste.} \quad (1)$$

3)- L'équation de continuité peut s'écrire: à n'importe quelle section du courant ($Q = \text{cste}$).

h

$$u \, dy \cdot L = u_0 \cdot h \cdot L = Q = \text{cste}$$

o

h

u dy

$$\frac{o}{u_0 h} = 1$$

mais:

$$\int_0^h u dy = \frac{1}{u_0 \cdot h} \int_0^1 u dn \quad \text{avec } u_1 = \frac{u}{u_0} \quad n = \frac{y}{h}$$

$$h = 1 \Rightarrow dn = dy$$

$$\int_0^1 u_1 dn = 1 \quad \int_0^1 u_1 dn = \int_0^1 u_1 dy = 1$$

d'où l'équation de continuité s'écrit :

$$\int_0^1 u dy = 1 \quad (3) \quad (u_1 \text{ y sont sans dimensions})$$

Alors le système des équations (I) devient:

$$u \frac{du}{ds} = \frac{2}{n^2} u - B \quad (a)$$

$$\int_0^1 u dn = 1 \quad (b)$$

$$\text{II} \quad u = \frac{u}{U_0}$$

L'équation (IIa) est parabolique.

La solution de cette équation a un sens physique si les coefficients avant de $\frac{u}{s}$ sont positifs, cette condition peut s'introduire de la manière suivante:

$$\bar{u} = \begin{cases} u & \text{pour } u > 1 \\ 1 & \text{pour } u \leq 1 \end{cases}$$

Alors, le système des équations (II) devient

$$\left. \begin{aligned} u \frac{u}{s} &= \frac{2}{n^2} u^2 - B \\ \int_0^1 u \, dn &= 1 \end{aligned} \right\} \text{III}$$

ou bien:

$$\left. \begin{aligned} u \cdot u' &= u''y - B & (a) \\ \int_0^1 u \, dy &= 1 & (n) \end{aligned} \right\} \text{(III bis)}$$

Pour résoudre ce système d'équation (a - III bis), nous utiliserons la méthode des différences finies de la manière suivante:

$$\bar{u} \cdot \frac{(u_{n+1} - u_n)}{\Delta S} = u'' - B \quad (\text{IV-a})$$

où 0, 1, ..., n, n+1, ...
sont les numéros des couches.

$$\Delta S = \text{constante}$$

$$\begin{aligned} \text{soit: } u_n &= U \\ U_{n+1} &= U \\ \frac{1}{\Delta S} &= K \end{aligned}$$

Introduisons ces expressions dans l'équation (IV - a)

$$\tilde{u} K (u - \dots) = u'' - B \quad (V - a)$$

ensuite, on peut présenter:

$$U'' - \tilde{u} K u = - \tilde{u} K \dots + B \quad (VI - a)$$

L'équation (VI - a) est une équation différentielle du deuxième ordre de la forme indéterminée.

Résolution de l'équation (VI - a)

La résolution de l'équation (VI - a) peut être représentée comme solution de deux équations indéterminées:

$$u''_1 - \tilde{u} K u_n = - \tilde{u} K \dots \quad (VI - 1) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{VI}$$

$$u''_2 - \tilde{u} K u_2 = B \quad (VI - 2)$$

Solution totale:

$$u : U_1 + U_2 \quad (VII)$$

Considérons l'équation (VI - 2)

$$u''_2 - \tilde{u} K u_2 = B. \quad (VI - 2)$$

Présentons la solution U_2 en fonction de "B".

$$U_2 = BZ. \quad (Z = \text{une fonction inconnue})$$

$$\text{d'ou } u''_2 = BZ''$$

Alors l'équation (VI-2) devient:

$$BZ'' - \tilde{u} KBZ = B, \quad B \neq 0.$$

$$\text{ou } Z'' - \tilde{u} KZ = 1 \quad (VI - 3)$$

Considérons l'équation (VII)

$$u = u_1 + u_2 = u_1 + BZ \quad (\text{VIII})$$

Calculons l'intégrale de cette équation de (0 à 1)

$$\int_0^1 u dy = \int_0^1 u_1 dy + \int_0^1 BZ dy$$

Mais $\int_0^1 u dy = 1$ (Equation de continuité)

$$\text{alors } 1 = \int_0^1 u_1 dy + B \int_0^1 Z dy$$

$$\text{d'où : } B = \frac{1 - \int_0^1 u_1 dy}{\int_0^1 Z dy} \quad (\text{IX})$$

Ainsi la solution (II) peut être présentée comme solutions des quatre équations:

$$u_1'' - u K u_1 = -u K \quad (\text{VI} - 1)$$

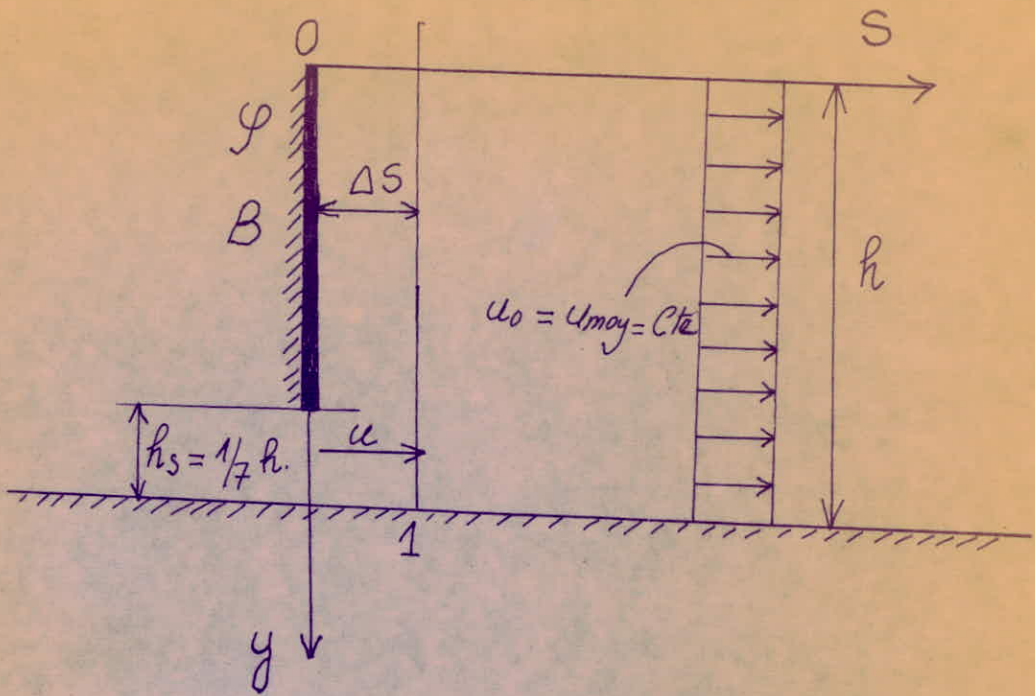
$$Z'' - u K Z = 1 \quad (\text{VI} - 3)$$

$$u = u_1 + BZ \quad (\text{VIII})$$

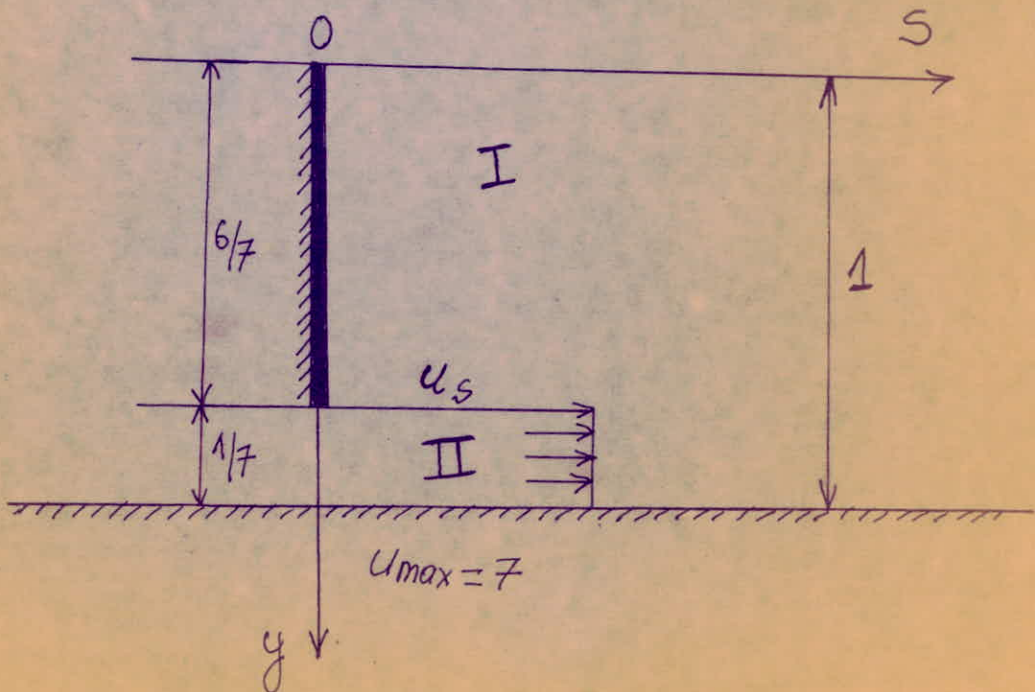
$$B = \frac{1 - \int_0^1 u_1 dy}{\int_0^1 Z dy}$$

X

Pour résoudre le système (X) par la méthode numérique, il faut savoir les distributions de la vitesse (u) et de la pression (B) dans la première section $S = 0 -$



Si $h = 1 \text{ m}$.



section approchée de zéro .

Dans ce but, considérons les équations suivantes (VI - a) et (VI - 3).

$$U'' - \bar{u} Ku = - \bar{u} K f + B \quad (\text{VI - a})$$

$$Z'' - \bar{u} KZ = 1 \quad (\text{VI - 3})$$

Etudions ce système analytiquement pour le cas concret d'après le schéma ()

Solutions des équations pour $S = 0$

$$u'' - \bar{u} ku = - \bar{u} K f + B \quad (1)$$

$$Z'' - \bar{u} KZ = 1 \quad (2)$$

Solution de l'équation (1)

$$\text{Soit: } h_s = \frac{1}{7} \quad h = 1/7$$

$u_0 = u$ moy dans la section régulière

$$\frac{u \text{ moy}}{u_0} = \bar{u} \text{ moy} = 1 \quad \bar{u} = u \text{ moy.}$$

d'où l'équation de continuité : $\left[\frac{u_s}{u_0} = u_s \right]$

$$Q = U_s \cdot h_s = u \text{ moy.} \cdot h = \text{est } = u_s = \frac{u \text{ moy.} \cdot h}{h_s} = \frac{1 \times 1}{1/7} = 7$$

On peut diviser le domaine de l'écoulement en deux parties I, II.

Pour chaque domaine les fonction \bar{u} et f , on peut adopter les valeurs suivantes:

$$\text{a) } 0 \leq y \leq 6/7 \quad \begin{cases} \bar{u} = 1 \\ f = 0 \end{cases}$$

$$b) \frac{6}{7} \leq y \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} u \left[\frac{us}{uo} \right] = 7 \\ f \left[\frac{us}{uo} \right] = 7 \end{array} \right.$$

L'équation (1) pour ces deux domaines devient:

$$\ast \text{ Domaine I. } 0 \leq y \leq \frac{6}{7} \quad \left\{ \begin{array}{l} U = 1 \\ f = 0 \end{array} \right.$$

$$U'' - 1 ku = 1 - 1 \cdot K \cdot 0 + B$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} - Ku = B \quad (3)$$

L'équation (3) est de la forme

$$U_I = U_I (\text{déterminée}) + U_I (\text{indéterminée}).$$

$$U_I = U_I (d) + U_I (\text{ind}) \quad (\ast)$$

La solution générale pour l'équation déterminée

$$\frac{d^2 u}{dy^2} - Ku = 0 \quad (a)$$

est:

$$U_I (d) = C_1 e^{\lambda y} + C_2 e^{-\lambda y}$$

où λ est la fonction qui doit être déterminée de l'équation (a)

$$u = e^{\lambda y} \quad u'' = \lambda^2 e^{\lambda y}$$

L'équation (a) devient:

$$\lambda^2 e^{\lambda y} - K e^{\lambda y} = e^{\lambda y} (\lambda^2 - K) = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt{K}$$

soit $u = A = \text{est}$, $B = \text{cst}$

déterminons cette constante A.

$$\frac{d^2 u}{dy^2} - KA = 0 \quad - KA = B - A = -B/K$$

Alors, la solution de l'équation (*) est:

$$U_I = C_1 e^{y\sqrt{K}} + C_2 e^{-y\sqrt{K}} - \frac{B}{K} \quad (A)$$

* Domaine II. $6/7 \leq y \leq 1$ $\left\{ \begin{array}{l} u = 7 \\ y = 7 \end{array} \right.$

$$u'' - 7ku = -7Kz + B$$

$$u'' - 7Ku = -49k + B \quad (**)$$

L'équation (**) est de la forme:

$$U_{II} = U_{II} (d) + U_{II} (ind)$$

$$U_{II}^d = C_3 e^{\lambda y} + C_4 e^{-\lambda y}$$

$$\lambda^2 e^{\lambda y} - 7K e^{\lambda y} = e^{\lambda y} (\lambda^2 - 7K) = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt{7K}$$

soit: $u = C = \text{cst}$, déterminons la constante C.

$$\frac{d^2 u}{dy^2} - 7K.C = 0 \quad - 7K.C = -49K + B.$$

$$\Rightarrow C = +7 - \frac{B}{7K}$$

Alors, la solution de l'équation (**) est:

$$U_{II} = C_3 e^{y \sqrt{7K}} + C_4 e^{-y \sqrt{7K}} - \frac{B}{7K} + \gamma \quad (B)$$

Utilisons les conditions initiales et limites pour la détermination des constantes C_1, C_2, C_3, C_4 .

$$1) - y = 0, \quad \frac{du_I}{dy} = 0$$

d'où l'équation (A) devient:

$$C_1 \sqrt{K} e^{y \sqrt{K}} - C_2 \sqrt{K} e^{-y \sqrt{K}} = 0$$

$$C_1 - C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = C_2$$

$$2) - y = 1 \quad \frac{du_{II}}{dy} = 0$$

d'où l'équation (B) devient :

$$C_3 \sqrt{7K} e^{y \sqrt{7K}} - C_4 \sqrt{7K} e^{-y \sqrt{7K}} = 0$$

$$C_3 \sqrt{7K} e^{\sqrt{7K}} - C_4 \sqrt{7K} e^{-\sqrt{7K}} = 0$$

$$C_3 = C_4 e^{-2 \sqrt{7K}}$$

$$3) - y = 6/7, \quad U_I = U_{II}$$

$$C_1 e^{6/7 \sqrt{K}} + C_2 e^{-6/7 \sqrt{K}} - \frac{B}{K} = C_3 e^{6/7 \sqrt{7K}} + C_4 e^{-6/7 \sqrt{7K}} - \frac{B}{7K} + \gamma$$

On a: $C1 = C2.$

$$C3 = C4 e^{-2\sqrt{7K}}$$

$$2 C1 \left(\frac{e^{6/7\sqrt{K}} + e^{-6/7\sqrt{K}}}{2} \right) = C4 \left(e^{-2\sqrt{7K}} e^{6/7\sqrt{7K}} + e^{-6/7\sqrt{7K}} \right) +$$

$$\frac{6B}{7K} + 7 \quad (c)$$

$$2C1 \operatorname{ch} \left(\frac{6}{7}\sqrt{K} \right) = C4 \left(e^{-8/7\sqrt{7K}} + e^{-6/7\sqrt{7K}} \right) + \frac{6B}{7K} + 7$$

4°) - $y = 6/7, \quad \frac{dUI}{dy} = \frac{dU_{II}}{dy}$

$$C1 \sqrt{K} \left(e^{6/7\sqrt{K}} - e^{-6/7\sqrt{K}} \right) = C4 \sqrt{7K} \left(e^{-8/7\sqrt{7K}} - e^{-6/7\sqrt{7K}} \right)$$

$$2C1 \sqrt{K} \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7}\sqrt{K} \right) = C4 \sqrt{7K} \left(e^{-8/7\sqrt{7K}} - e^{-6/7\sqrt{7K}} \right) \quad (d)$$

5) - $\int_0^1 u \, dy = 1$

$$\int_0^{6/7} UI \, dy + \frac{1}{6/7} \int_{6/7}^1 U_{II} \, dy = 1$$

$$\int_0^{6/7} 2C1 \operatorname{ch} \left(y \sqrt{K} - \frac{B}{K} \right) dy + \int_{6/7}^1 \left[C4 \left(e^{-2\sqrt{7K}} e^{y\sqrt{7K}} + e^{-y\sqrt{7K}} \right) - \frac{B}{7K} + 7 \right] dy = 1$$

Calculons l'intégrale (1)

$$2 C_1 \frac{1}{\sqrt{7K}} \operatorname{sh} \left(\frac{y}{\sqrt{7K}} \right) - \frac{B}{K} y = 2 C_1 \frac{1}{\sqrt{7K}} \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7} \sqrt{7K} \right) - \frac{6}{7} \frac{B}{7K}$$

Calculons l'intégrale (2)

$$C_4 \frac{1}{\sqrt{7K}} \left[\left(e^{-2 \sqrt{7K} y} - e^{-y \sqrt{7K}} \right) \right]_{6/7}^1 - \left[\left(\frac{B}{7K} - 7 \right) y \right]_{6/7}^1$$

$$C_4 \frac{1}{\sqrt{7K}} \left(e^{-2 \sqrt{7K}} - e^{-\sqrt{7K}} - e^{-2 \sqrt{7K} + 6/7} + e^{-6/7 \sqrt{7K}} \right) + e$$

$$= C_4 \frac{1}{\sqrt{7K}} \left(e^{-6/7 \sqrt{7K}} - e^{-8/7 \sqrt{7K}} \right) - \frac{B}{49K} + 1$$

Finalement nous obtenons l'expression suivante:

$$2 C_1 \frac{1}{K} \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7} \sqrt{7K} \right) + C_4 \frac{1}{\sqrt{7K}} \left(e^{-6/7 \sqrt{7K}} - e^{-8/7 \sqrt{7K}} \right) - \frac{43B}{49K} = 0 \quad (e)$$

Maintenant nous avons trois équations (c, d, e) avec trois inconnues C_1 , C_4 et B .

Remarque: $C_2 = C_1$

$$C_3 = C_4 e^{-2 \sqrt{7K}}$$

(a, b)

On peut résoudre le système des équations (c), (d), (e).

Recrivons ces équations:

$$2C1 \operatorname{Ch}(6/7 \ k) = C4 (e^{-8/7 \ 7K} + e^{-6/7 \ 7K}) + \frac{6}{7} \cdot \frac{B}{K} + 7 \quad (1)$$

$$I \quad 2C1 \ K \operatorname{sh}(6/7 \ K) = C4 \ 7K (e^{-8/7 \ 7K} - e^{-6/7 \ 7K}) - \frac{43}{49} \frac{B}{K} = 0 \quad (2)$$

$$2C1 \ \frac{1}{K} \operatorname{sh}(6/7 \ K) + C4 \ \frac{1}{7K} (e^{-6/7 \ 7K} - e^{-8/7 \ 7K}) - \frac{43}{49} \frac{B}{K} = 0 \quad (3)$$

solution du système (I)

Multiplions l'équation (1) par "43/7" et (3) par "6" et ensuite calculons la différence entre (1) et (3), nous obtenons:

$$2C1 \left(\frac{43}{7} \operatorname{ch}(6/7 \ K) - \frac{6}{K} \operatorname{sh}(6/7 \ k) \right) - C4 \left(\frac{43}{7} (e^{-8/7 \ 7K} + e^{-6/7 \ 7K}) + \frac{6}{7K} (e^{-6/7 \ 7K} - e^{-8/7 \ 7K}) \right) = 43$$

d'où (2)

$$2C1 = C4 \cdot \frac{7K}{K} \left(\frac{e^{-8/7 \ 7K} - e^{-6/7 \ 7K}}{\operatorname{sh}(6/7 \ K)} \right) \quad (5)$$

$$C4 \ 7 \left(\frac{e^{-8/7 \ 7K} - e^{-6/7 \ 7K}}{\operatorname{sh}(6/7 \ K)} \right) - \frac{43}{7} \operatorname{ch}(6/7 \ k) - \frac{6}{K} \operatorname{sh}(6/7 \ k) =$$

$$\frac{43}{7} (e^{-8/7 \ 7K} + e^{-6/7 \ 7K}) + \frac{6}{7K} (e^{-6/7 \ 7K} - e^{-8/7 \ 7K}) = 43$$

d'où (6)

43

$$C4 = \frac{7(e^{-8/7} - e^{-6/7}) \coth\left(\frac{6}{7} - \frac{6}{K}\right) - \frac{43}{7}(e^{-8/7} - e^{-6/7})}{1 + \frac{6}{7K}(e^{-8/7} - e^{-6/7})}$$

Il faut calculer C4 pour les conditions

S

$$S = 0,01 \quad K = \frac{1}{S} = \frac{1}{0,01} = 100$$

$$C_4 = \frac{1}{7 \left(e^{-8/7 \cdot 700} - e^{-6/7 \cdot 700} \right) \frac{e^{60/7} + e^{-60/7}}{e^{60/7} - e^{-60/7}} \cdot \frac{43}{7} - \frac{6}{10} - \frac{43}{7} \left(e^{-8/7 \cdot 700} + e^{-6/7 \cdot 700} \right) - \frac{6}{700} \left(e^{-8/7 \cdot 700} - e^{-6/7 \cdot 700} \right)}$$

$$= -1,4438 \cdot 10^{10}$$

$$C_3 = C_4 e^{-2 \cdot 700} = 1,4438 \cdot 10^{10} e^{-52,915}$$

$$C_3 = C_4 e^{-2 \cdot 700} = -1,4438 \cdot 10^{10} e^{-52,915} \quad 0$$

$$C_1 = C_4 \frac{7K}{K} \left(e^{-8/7 \cdot 700} - e^{-6/7 \cdot 700} \right)$$

$$C_1 = -1,4438 \cdot 10^{10} \cdot \frac{7,38 \cdot 10^{-4} - 1,41621 \cdot 10^{-10}}{5278,6653 - 0,000189} = 0,001024 = C_2$$

$$B = \frac{700}{6} \cdot 2,0,001024 \cdot \frac{e^{60/7} + e^{-60/7}}{2} + 1,4438 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-10} (7,38 \cdot 10^{-4} + 1,4162) - 7 = 52,383.$$

$$C1 = C2 = 0,001024$$

$$C3 = 0$$

$$C4 = - 1,4438 \cdot 10^{10}$$

$$B = 52,383$$

$$\begin{aligned} UI &= 0,001024 (e^{10 y} + e^{-10 y}) - \frac{B}{100} \\ &= 0,001024 (e^{10 y} + e^{-10 y}) - 0,52383 \end{aligned}$$

$$UII = 1,4438 \cdot 10^{10} e^{-y} \cdot 700 - \frac{B}{700} + 7$$

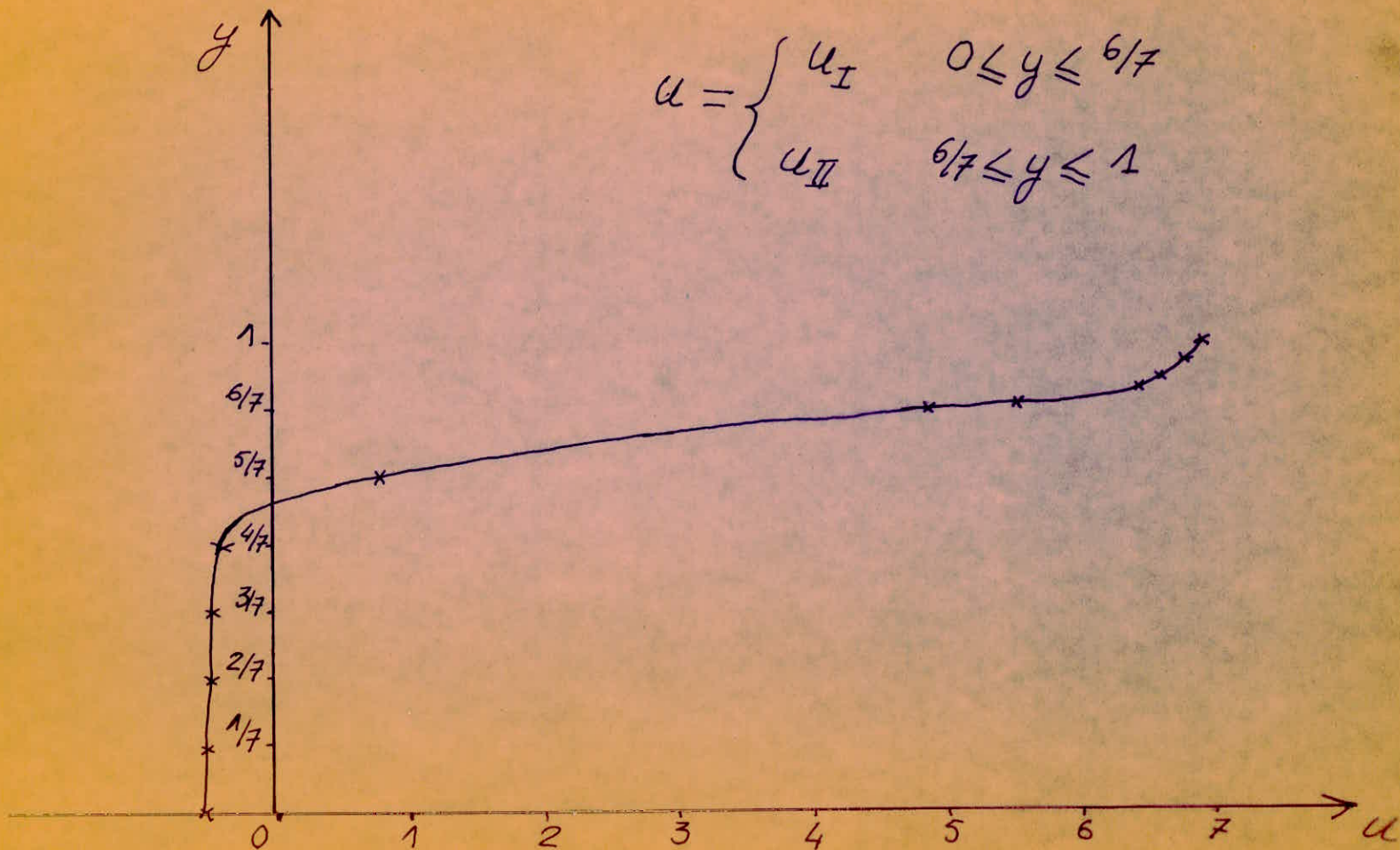
$$= - 1,4438 \cdot 10^{10} e^{-y} \cdot 700 + 6,92517$$

$$U = \begin{aligned} &UI = 0,001024 (e^{10 y} + e^{-10 y}) - 0,52383 \quad 0 \leq y \leq 6/7 \\ &UII = - 1,4438 \cdot 10^{10} e^{-y} \cdot 700 + 6,92517 \quad 6/7 \leq y \leq 1 \end{aligned}$$

Tableau des valeurs de UI avec $0 \leq y \leq 6/7$ et de UII avec $6/7 \leq y \leq 1$

y	UI	y	UII
0	-0,52	6/7	4,88
1/7	-0,519	6,1/7	5,52
2/7	-0,506	6,3/7	6,47
3/7	-0,45	6,5/7	6,61
4/7	-0,213	6,8/7	6,83
5/7	0,772	1	6,88
6/7	4,88		

$$u = \begin{cases} u_I & 0 \leq y \leq 6/7 \\ u_{II} & 6/7 \leq y \leq 1 \end{cases}$$



Echelles Vert : $1/7 \rightarrow 1\text{cm}$
 Horiz 1 $\rightarrow 2\text{cm}$

Solution de l'équation (2)

$$Z'' - \tilde{u} K Z = 1 \quad (2)$$

même conditions pour UI et UII

Domaine I :

$$\begin{array}{l} + 0 \quad y \quad 6/7 \\ u = 1 \\ \quad = 0 \end{array}$$

Domaine II

$$\begin{array}{l} + 6/7 \quad y \quad 1 \\ u = 7 \\ \quad = 7 \end{array}$$

L'équation (2) pour ces 2 domaines devient:

Domaine I:

$$Z'' - KZ = 1$$

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - KZ = 1 \quad (3')$$

L'équation (3') est de la forme:

$$ZI = ZI(d) + ZI(ind) \quad (1 +)$$

La solution générale pour l'équation déterminée:

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - KZ = 0 \quad (a')$$

$$\text{est } ZI(d) = C_5 e^y + C_6 e^{-y}$$

ou est inconnue qui doit être déterminée de l'équation (a')

$$Z = e^y \quad Z'' = U^2 e^y$$

L'équation (a') devient:

$$2 e^y - K e^y = e^y (2 - K) = 0 \quad = \pm K$$

Soit $Z = A' = \text{este}$

Déterminons cette constante A' :

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - K A' = 0 \quad - \quad K A' = 1 \quad A' = - \frac{1}{K}$$

La solution de l'équation (1+) est :

$$Z_I = C_5 e^{y/K} + C_6 e^{-y/K} - \frac{1}{K} \quad A'$$

Domaine II

$$Z'' - 7KZ = 1 \quad (2++)$$

L'équation (2++) est de la forme :

$$Z_{II} = Z_{II}(d) + Z_{II}(ind)$$

$$Z_{II}(d) = C_7 e^y + C_8 e^{-y}$$

$$e^{2y} - 7K e^y = e^y (e^{2y} - 7K) = 0 \quad = \neq 7K$$

soit $Z = C' = \text{cste}$; déterminons cette constante :

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} - 7K C' = 0 \quad - \quad 7K C' = 1 \quad C' = - \frac{1}{7K}$$

La solution de l'équation (2++) est :

$$Z_{II} = C_7 e^{y/7K} + C_8 e^{-y/7K} - \frac{1}{7K} \quad (B')$$

Utilisons les conditions initiales et limites pour la détermination des constantes C_5, C_6, C_7, C_8 .

$$1^\circ / y = 0 \quad \frac{d Z_I}{dy} = 0$$

L'équation (A') devient :

$$C_5 K e^{y/K} - C_6 K e^{-y/K} = 0 \quad C_5 = C_6$$

$$2^\circ / y = 1, \quad \frac{dZ_{II}}{dy} = 0$$

$$C_7 e^{y/7K} - C_8 e^{-y/7K} = 0 \quad C_7 = C_8 e^{-2/7K}$$

$$3^\circ / Y = 6/7, \quad Z_I = Z_{II}$$

$$C_5 e^{y/K} + C_6 e^{-y/K} - \frac{1}{K} = C_7 e^{y/7K} + C_8 e^{-y/7K} - \frac{1}{7K}$$

$$\text{On a: } C_5 = C_6$$

$$C_7 = C_8 e^{-2/7K}$$

$$2 C_5 \left(\frac{e^{y/K} + e^{-y/K}}{2} \right) = C_8 \left(e^{-2/7K} e^{-y/7K} + e^{y/7K} \right) + \frac{6}{7K}$$

$$2 C_5 \text{Ch} \left(\frac{6}{5} K \right) = C_8 \left(e^{-8/7K} + e^{-6/7K} \right) + \frac{6}{7K} \quad (c')$$

$$4^\circ / y = 6/7 \quad \frac{dZ_I}{dy} = \frac{dZ_{II}}{dy}$$

$$C_5 K e^{y/K} - C_6 K e^{-y/K} = C_7 e^{y/7K} - C_8 e^{-y/7K}$$

$$2 C_5 K \text{Sh} \left(\frac{6}{7} K \right) = C_8 e^{-8/7K} - e^{-6/7K} \quad (d')$$

$$5^\circ / \int_0^1 Z dy = 1$$

$$\int_0^{6/7} Z_I dy + \int_0^1 Z_{II} dy = 1$$

$$\int_0^{6/7} 2 C_5 \text{Ch} \left(\frac{6}{5} K \right) dy - \frac{1}{K} dy + \int_0^1 C_8 \left(e^{-2/7K+y/7K} + e^{-y/7K} \right) dy = 1$$

I

II

Calculons l'intégrale (I)

$$\frac{2 C5}{K} \operatorname{Sh} \left(\frac{6}{7} K \right) - \frac{Y}{K} = \frac{2 C5}{K} \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7} K \right) - \frac{6}{7K}$$

Calculons l'intégrale (II)

$$\frac{C8}{7K} e^{-2 \frac{7K}{7}} e^{y \frac{7K}{7}} - e^{-y \frac{7K}{7}} \frac{1}{6/7} + \frac{y}{7K} \frac{1}{6/7} =$$

$$\frac{C8}{7K} e^{-8/7 \frac{7K}{7}} + e^{-6/7 \frac{7K}{7}} + \frac{1}{49K}$$

$$\frac{C8}{7K} (e^{-6/7 \frac{7K}{7}} - e^{-8/7 \frac{7K}{7}}) + \frac{1}{49K}$$

Finalement nous obtenons l'expression suivante:

$$\frac{2 C5}{K} \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7} K \right) + \frac{C8}{7K} (e^{-6/7 \frac{7K}{7}} - e^{-8/7 \frac{7K}{7}}) - \frac{41}{49K} - 1 = 0 \quad (e')$$

Donc, nous avons 3 équations avec deux inconnues: C5, C8.

$$2 C5 \operatorname{ch} \left(\frac{6}{7} K \right) = C8 (e^{-8/7 \frac{7K}{7}} + e^{-6/7 \frac{7K}{7}}) + \frac{6}{7K} \quad (1')$$

$$2 C5 \operatorname{sh} \left(\frac{6}{7} K \right) = C8 \frac{7K}{7} (e^{-8/7 \frac{7K}{7}} - e^{-6/7 \frac{7K}{7}}) \quad (2')$$

$$\frac{2 C5}{K} \operatorname{Sh} \left(\frac{6}{7} K \right) + \frac{C8}{7K} (e^{-6/7 \frac{7K}{7}} - e^{-8/7 \frac{7K}{7}}) - \frac{41}{49K} - 1 = 0 \quad (3')$$

Solution du système (II)

Pour déterminer les C5 et C8 on a choisit les 2 premières équations du système (II) c'est à dire (1') et (2').

$$2(C5 \operatorname{Ch}(\frac{6}{7} K) = C8 (e^{-8/7 \cdot 7K} + e^{-6/7 \cdot 7K}) + \frac{6}{700} \quad (1')$$

$$2 C5 \operatorname{sh}(\frac{6}{7} K) = C8 \cdot 7K (e^{-8/7 \cdot 7K} - e^{-6/7 \cdot 7K}) \quad (2')$$

$$2 C5 = \frac{1}{\operatorname{Ch}(\frac{6}{7} K)} C8 (e^{-8/7 \cdot 7K} + e^{-6/7 \cdot 7K}) + \frac{6}{700}$$

$$2 C5 = \frac{1}{\operatorname{Sh}(\frac{6}{7} K)} C8 \cdot 7K (e^{-8/7 \cdot 7K} - e^{-6/7 \cdot 7K})$$

on fait la sous_traction (1') - (2')

$$C8 \frac{e^{-8/7 \cdot 7K} + e^{-6/7 \cdot 7K}}{\operatorname{Ch}(\frac{6}{7} K)} - 7K \frac{(e^{-8/7 \cdot 7K} - e^{-6/7 \cdot 7K})}{\operatorname{Sh}(\frac{6}{7} t)} =$$

$$= - \frac{6}{700 \operatorname{Ch}(\frac{6}{7} t)}$$

- 6/700

$$C8 = \frac{e^{-8/7 \cdot 7K} + e^{-6/7 \cdot 7K} - 7K (e^{-8/7 \cdot 7K} - e^{-6/7 \cdot 7K}) \operatorname{Coth} \frac{6}{7} K}{1}$$

$$C8 = - 2376205,441$$

$$C5 - C6 = 16,85 \cdot 10^{-7}$$

$$C7 = C8 e^{-2 \cdot 700}$$

47

$$Z_I = 16,85 \cdot 10^{-7} (e^{10 y} + e^{-10 y} - 1/100) a y^{6/7}$$

Z =

$$Z_{II} = - 2376205,441 e^{-y \cdot 700} - 1/700 y^{6/7} 1$$

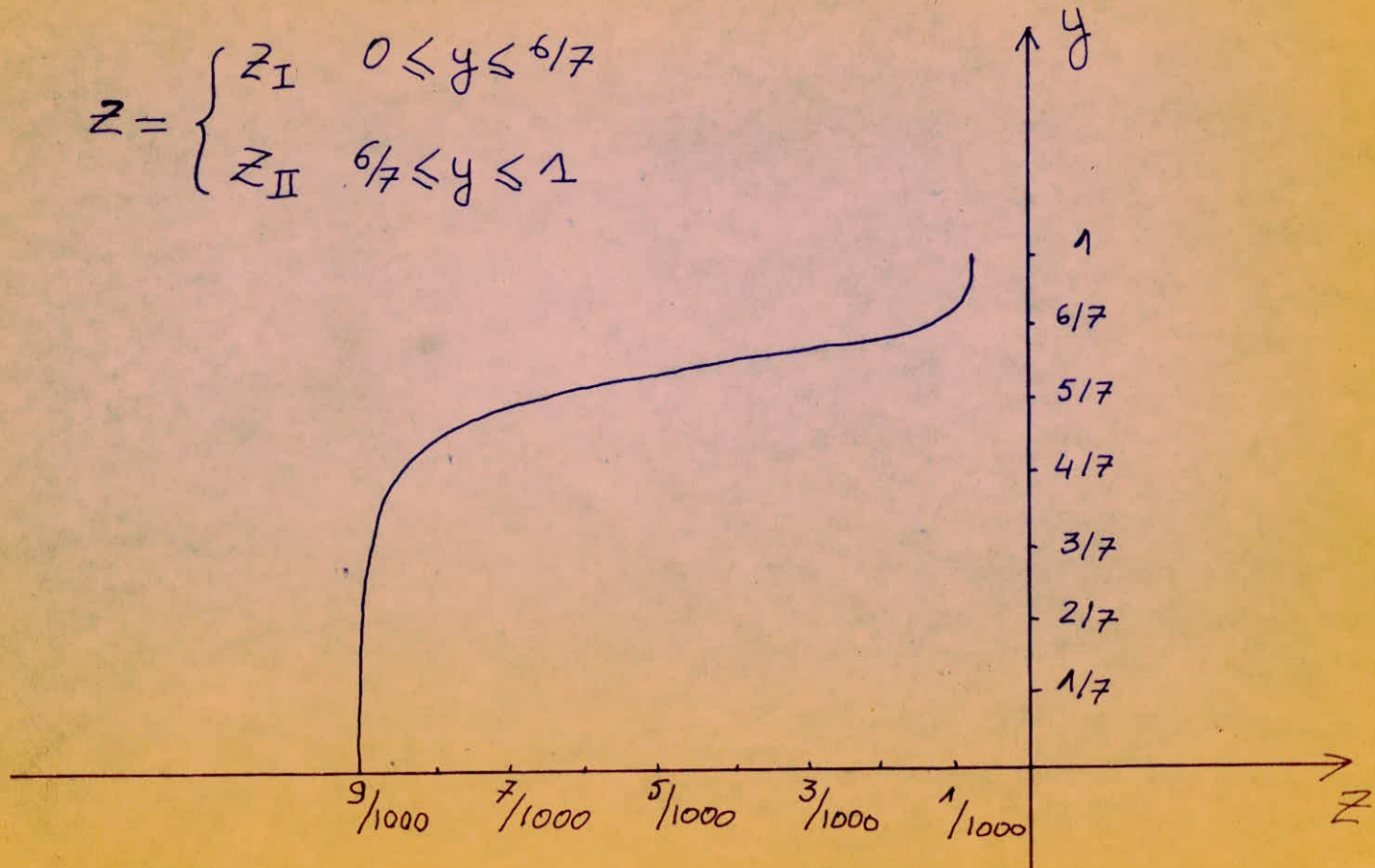
Tableau des valeurs de ZI avec 0 y 6/7
et de ZII avec 6/7 y 1

Y	ZI	Y	ZII
0	-0,009	6/7	-0,001
1/7	-0,009	6,1/7	-0,001
2/7	-0,009	6,3/7	-0,001
3/7	-0,009	6,5/7	-0,001
4/7	-0,009	6,8/7	-0,001
5/7	-0,007	1	-0,001
6/7	-0,001		

III.5. CONCLUSION

La distribution de la vitesse, nous montre que les vitesses diminuent en s'éloignant de la vanne où le régime d'écoulement est torrentiel jusqu'à ce qu'elles deviennent constantes dans la section régulière où le régime d'écoulement est fluvial ce qui explique le phénomène de la dissipation d'énergie dûe au ressaut hydraulique.

$$z = \begin{cases} z_I & 0 \leq y \leq 6/7 \\ z_{II} & 6/7 \leq y \leq 1 \end{cases}$$



Echelles : Vert : $1/7 \rightarrow 1 \text{ cm}$

Horiz : $10^{-3} \rightarrow 1 \text{ cm}$

CHAPITRE IV: ETUDE EXPERIMENTALE

IV.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

- Canal:

Les canaux sont toujours le siège d'un écoulement à surface libre, ils comportent une section généralement de forme géométrique simple, dont la plus grande largeur est précisément à la surface libre, ils sont nécessairement (pour des grandes longueurs) doués d'une légère pente vers l'aval, pente égale à celle de la ligne d'énergie pour les écoulements qui les emprunte.

Nos expériences sont faites dans un canal horizontal de section rectangulaire de largeur de 25 centimètres, profondeur de 50 cm et de longueur de 100cm; le fond du canal est en acier et les parois latérales sont vitrées et à sa partie centrale est placée une vanne de fond en plexiglas qu'on peut déplacer de bas en haut.

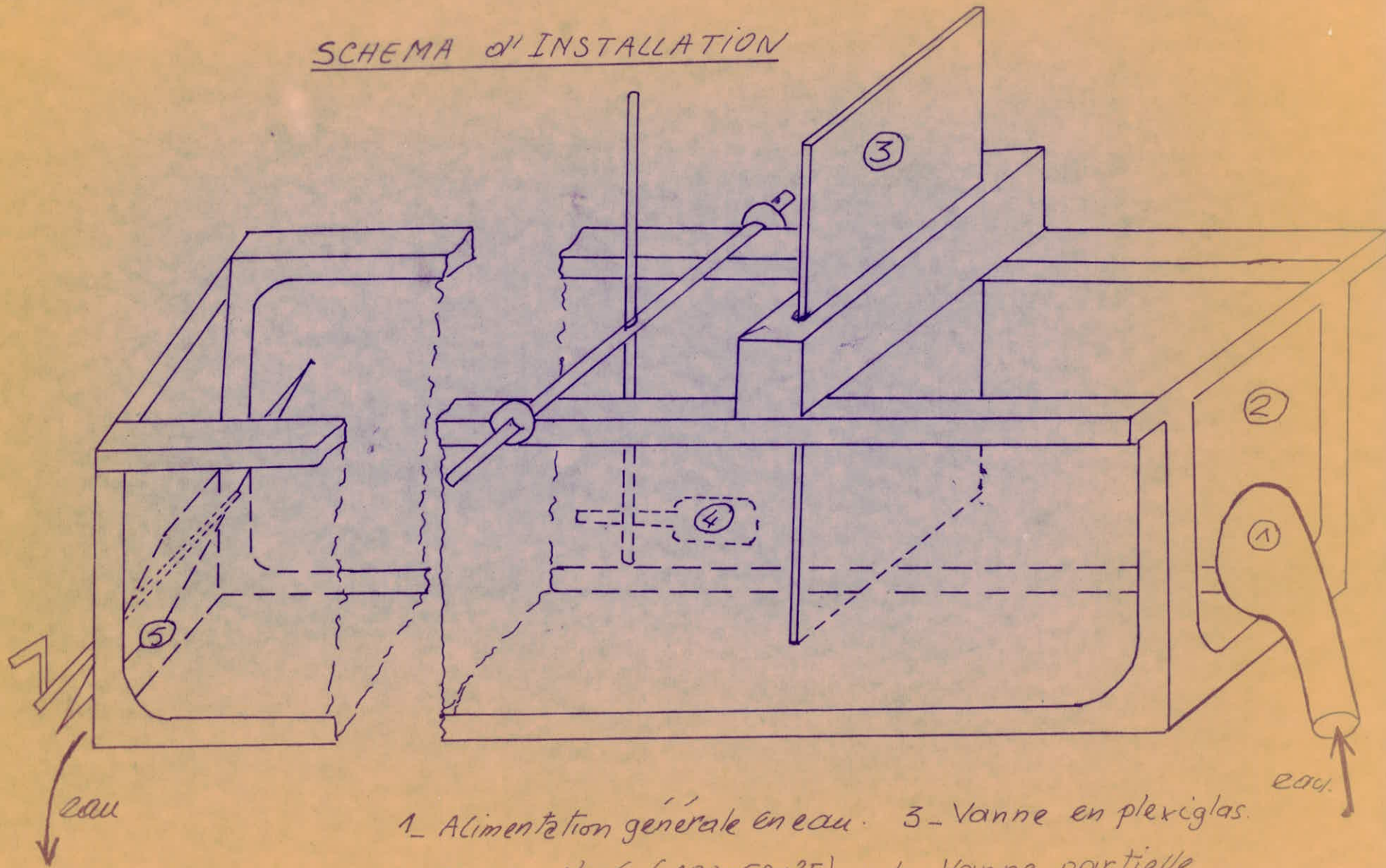
- Micromoulinet

Le micromoulinet est utilisable dans toutes les eaux, faiblement corrosives et de température de 70°C . Cet appareil est constitué par un rotor dont la vitesse est en fonction de la vitesse locale du fluide dans lequel est plongé. Le micromoulinet utilisé dans notre étude est à axe axial c'est à dire l'axe de rotation est parallèle à la direction de l'écoulement.

Le micromoulinet comporte:

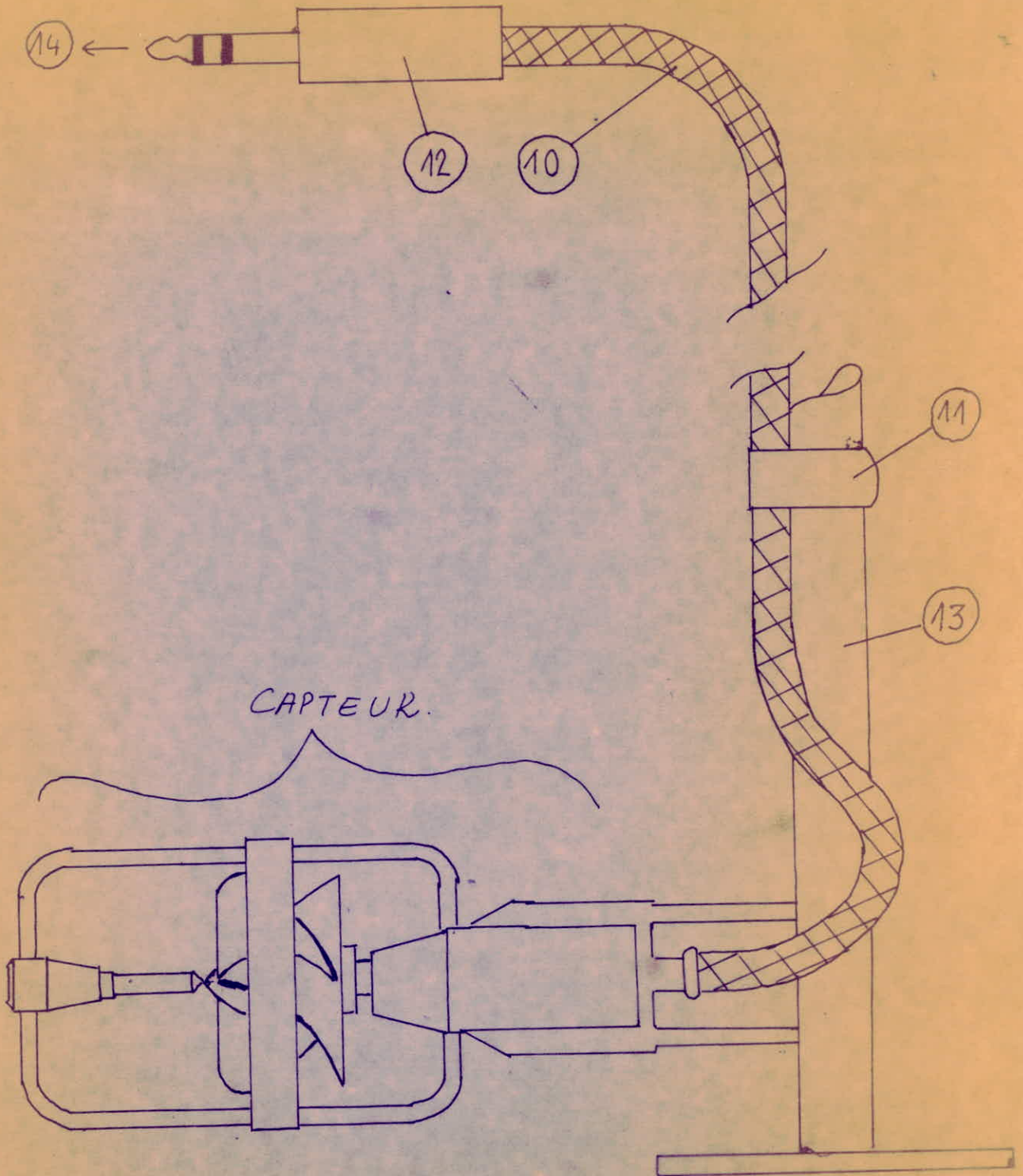
- Capteur
- Recepteur

SCHEMA d'INSTALLATION



- 1- Alimentation générale en eau. 3- Vanne en plexiglas.
2- Canal vitré (100x50x25). 4- Vanne partielle

MONTAGE sur CANNE du MICROMOULINET



10. Cable électrique (5m).

11. Attache.

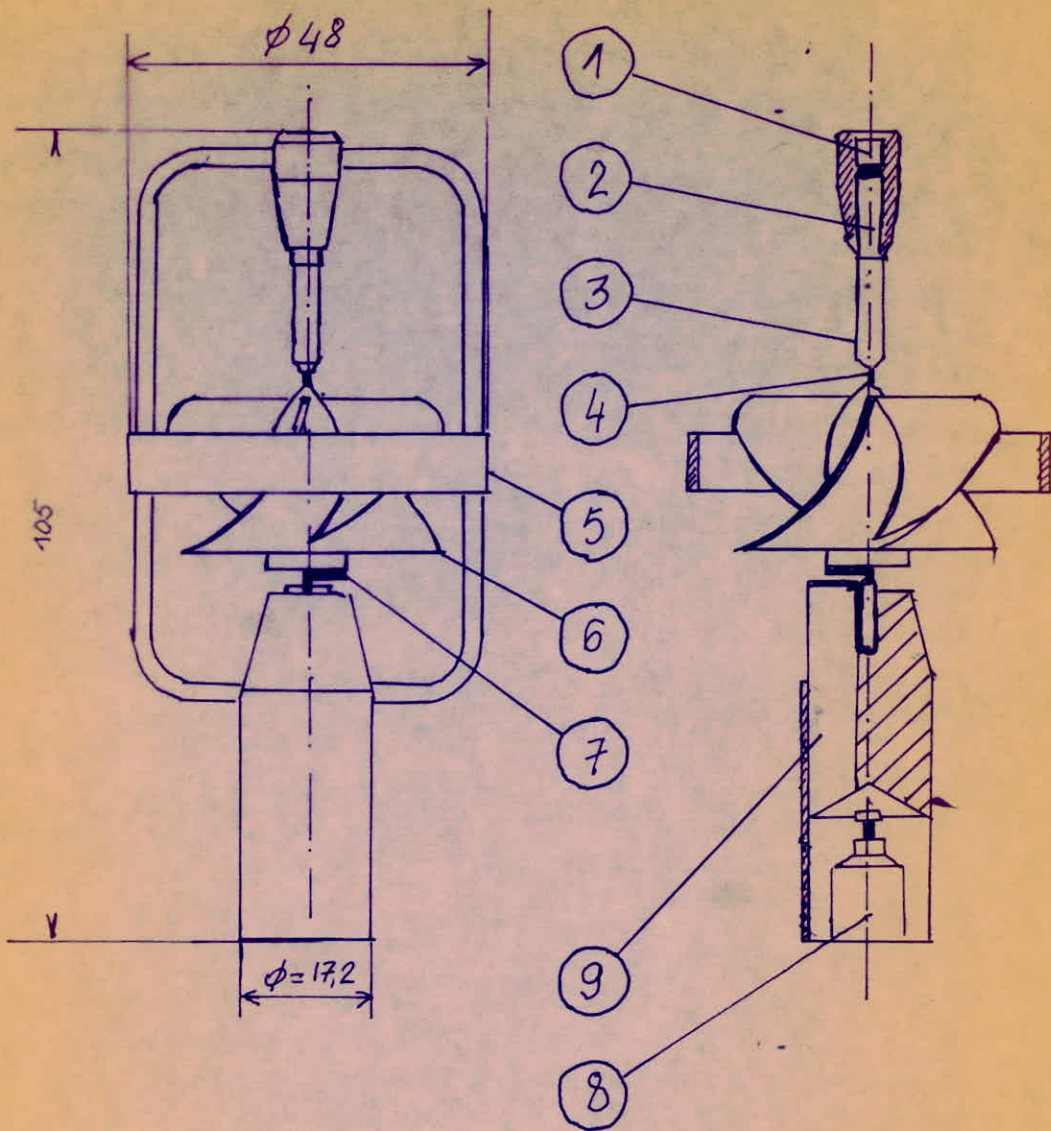
12. Jack.

13. Canne.

14. Récepteur.

SCHEMA DU MICROMOULINET

CAPTEUR.



1. Vis

2. Support

3. Pivot

4. Axe de l'hélice

5. Corps.

6. Hélice 6 pales.

7. Pastille métallique.

8. Detecteur.

9. Flacon d'huile

IV.2. SIMILITUDE du phenomene

La similitude qui respecte le rapport entre les forces d'inerties et les forces dues à la pesanteur est celle de FROUDE . Elle s'impose dans le cas où la position du mouvement des particules fluides peuvent être influencées par ces 2 types de forces. C'est le cas des liquides présentant une surface libre de séparation avec l'air, surface dont la déformation fait intervenir l'inertie et la pesanteur.

Si (L) est une longueur caractéristique de l'écoulement d'un fluide de masse volumique (ρ) une masse caractéristique en similitude sera (L^3) et son énergie cinétique sera proportionnelle à ($L^3 v^2$), les forces d'inertie relative à cette masse, quotient d'une énergie par une longueur, seront donc proportionnelles à ($L^2 v^2$). D'autre part le poids de cette masse sera ($L^3 g$). Le quotient (adimensionnel) de ces 2 forces est nombre de FROUDE:

$$F = \frac{v^2}{L.g}$$

et ce nombre devra prendre la même valeur sur le modèle que sur le prototype.

- APPLICATION DE LA SIMILITUDE

Soit H est une dimension verticale et L est une dimension horizontale, H est différente de L. Le modèle est dit distordu si l'échelle H est différente de l'échelle L. Dans la pratique, cette similitude n'est intéressante que si $H \propto L$. Le rapport $\frac{H}{L}$ est appelé distorsion et désigné par

On compare ici des vitesses essentiellement horizontales à des énergies potentielles ($g h$) comptées suivant une verticale. L'égalité du nombre de FROUDE entre le modèle et le prototype s'écrit donc;

$$\frac{V^2}{g h} = \frac{(v)^2 \cdot V^2}{g \cdot H \cdot gh}$$

Si $g = 1$

$$\frac{L^2 \cdot T^{-2}}{H} = 1$$

On peut tirer immédiatement l'échelle des temps:

$$T = \frac{L}{\quad}$$

On voit que, Si l'on compare des modèles de même encombrement en place, donc ayant la même valeur de l'échelle horizontale L la distorsion a pour effet d'accélérer le phénomène étudié.

L'échelle des vitesses horizontales v (les seules vitesses considérées sur les modèles distordus s'obtient de même:

$$v = H = L$$

Dans la même comparaison, l'échelle des vitesses horizontales est augmentée, ce qui les rend plus facilement mesurables, d'une part, et surtout permet d'assurer un écoulement turbulent sur le modèle.

Examinons en effet l'échelle des nombre de Reynolds, formés avec une vitesse horizontale et une profondeur (puisque, pour le même liquide, la viscosité ne change pas).

$$1 \quad R = v \cdot H = \frac{3/2}{H} = \frac{3/2}{L} \quad 3/2$$

Conclusion:

On voit que pour un même encombrement du modèle les nombres de Reynolds sont multipliés par la puissance $3/2$ du taux de distorsion .

Réciproquement, si l'étude impose pour respecter ces conditions, une échelle pour les nombres de Reynolds, le choix d'une distorsion permet de réduire l'échelle horizontale L du modèle dans le rapport , puisque seule l'échelle H intervient pour le nombre de Reynolds.

IV.3. METHODE DE MESURE

Nous fixons un débit d'arrivée en ouvrant la vanne d'alimentation. Nous déterminons la valeur du débit en utilisant le déversoir triangulaire. Nous lisons sur le limnimètre la hauteur initiale dans le bassin h_0 . La valeur h_0 correspond au niveau de l'eau dans le bassin avant que celle-ci ne se déverse.

A chaque débit qui passe par le déversoir correspond une hauteur h_i lue sur le limnimètre. La différence entre les hauteurs h_0 et h_i donne la valeur h_i .

La valeur h_i nous permet la lecture du débit sur le tableau d'étalonnage d'un déversoir triangulaire

$$(h_0 - h_i) = h_i \quad Q_i \quad \text{m}^3/\text{s}$$

Après fixation du débit nous déplaçons la vanne de fond de bas en haut de façon à obtenir une ouverture de la vanne égale à $\frac{1}{7}$ du niveau d'eau à l'aval de la vanne h_{av} .

Nous obtenons un ressaut hydraulique à l'aval de la vanne . Nous faisons changer la valeur du débit en faisant fonctionner la vanne d'alimentation jusqu'à ce que nous obtenons un ressaut hydraulique noyé.

h_{av} correspond à la hauteur de l'eau dans la section régulière située à la fin du ressaut.

Nous fixons le capteur du micromoulinet sur son support, une canne. Nous immobilisons le câble électrique contre la canne à l'aide des attaches. Nous connectons la borne étanche mâle (B) sur le capteur et la fiche de masse (D) dans le trou prévu sur la vis (E) . Nous connectons le Jach (C) sur le récepteur (28) (voir figure).

Nous fixons la canne à l'aide d'un chariot mobile sur les bords du canal. Le capteur est plongé dans le canal au début du ressaut hydraulique.

L'hélice tourne et le chario-compteur que nous faisons fonctionner marque le temps et le nombre de tours. Nous les enregistrons.

Nous faisons monter le micromoulinet d'une hauteur h_i , puis nous enregistrons de nouveau le temps et le nombre de tours. Nous faisons monter le micro moulinet d'une hauteur h_i jusqu'à arriver à la surface de l'eau.

Nous changeons de section en allons vers^{l'}aval du ressaut et on recommence les mêmes opérations que pour la section précédente.

Nous recommençons les mêmes opérations que les précédentes jusqu'à atteindre la fin du ressaut. Nous changeons le débit d'arrivée, nous obtenons un nouveau

ressaut et on recommence les mêmes opérations de mesure des vitesses.

Le chrono-compteur nous donne le temps et le nombre de tours en fonction du temps.

Pour avoir la vitesse d'écoulement, nous utilisons la formule:

$$V = K n + b$$

où

V : vitesse d'écoulement (m/s)

n : nombre de tours de l'hélice par seconde

K : pas réel de l'hélice en mètre

Les valeurs de K et de b sont données par le catalogue accompagnant le micro-moulinet utilisé

$$K = 0,2240$$

$$b = 0,0045$$

IV. RESULTATS EXPERIMENTAUX

IV.1. PREMIERE EXPERIENCE

. Le débit d'arrivée dans le canal:

$$Q = 10,19 \text{ l/s}$$

. La hauteur de l'ouverture de la vanne

$$a'' = 1,5 \text{ cm}$$

. La hauteur à l'aval du ressaut:

$$h_{av} = 6,70 \text{ cm}$$

. Nombre de tours obtenu en faisant trois mesures

$$N = (61,61,60)$$

et nous prenons la moyenne soit:

$$N = 61$$

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau N° 1

SECTION (II - II)

- Détermination de la hauteur critique:

$$h_{cr} = \frac{\sqrt[3]{Q^2}}{L^2 g} = \frac{\sqrt[3]{(10,19 \cdot 10^{-3})^2}}{(0,25)^2 \cdot 9,81} = 0,0553 \text{ m}$$

$$h_{cr} = 5,53 \text{ cm}$$

$$h_{av} \quad h_{cr}$$

- Vitesse à la section régulière

$$V_{av} = 0,46 \text{ m/s}$$

- Détermination de la vitesse critique:

$$V_{cr} = g \cdot h_{cs} = 9,81 \cdot 0,0553 = 0,74 \text{ m/s}$$

- Calcul de la vitesse des ondes superficielles à la section régulière:

Tableau des valeurs N° 1

h' (cm)	N1	V1	N2	V2	N3	V3	N4	V4	N5	V5	N6	V6
0	104	0,781	99	0,744	86	0,647	77	0,579	69	0,520	59	0,445
1	102	0,766	94	0,706	82	0,617	69	0,520	63	0,475	53	0,400
2			87	0,654	80	0,602	67	0,505	60	0,452	52	0,393
3			86	0,647	78	0,587	66	0,497	59	0,445	53	0,400
4			85	0,639	73	0,549	64	0,482	57	0,430	52	0,393
5					65	0,489	58	0,437	53	0,400	53	0,400
6							50	0,378	47	0,355	51	0,385

$$g h_{av} = 9,81 \cdot 6,70 \cdot 10^{-2} = 0,81$$

- Calcul de la vitesse des ondes au niveau critique:

$$g h_{cr} = 9,81 \cdot 0,055 = 0,73 \text{ m/s}$$

$$g h_{av} \quad g h_{cr}$$

- Calcul du nombre de FROUDE

$$F = \frac{V_{av}}{g h_{av}} = \frac{0,46}{9,81 \cdot 6,70 \cdot 10^{-2}} = 0,57$$

$$F < 1$$

$$\frac{L^3}{L} = \frac{L^3 \cdot h_{av}^3}{L} = L^2 h_{av}^3 = (0,25)^2 \cdot (0,067)^3 = 18,80 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{Q^2}{y} = \frac{1 \cdot (10,19 \cdot 10^{-3})^2}{9,81} = 10,584 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{L^3}{L} = \frac{Q^2}{g} \quad \text{Régime fluvial}$$

SECTION (I - I)

- La hauteur d'eau à l'amonc du ressaut

$$h_{am} = 4,20 \text{ cm}$$

- Le nombre de tours moyen:

$$N = \frac{104 + 101 + 107}{3} = 104$$

$$* h_{cr} = \frac{(10,19 \cdot 10^{-3})^2}{(0,25)^2 \cdot 9,81} = 0,0553 \text{ cm}$$

$$h_{am} \quad h_{cr}$$

- La vitesse à l'amont du ressaut:

$$V_{am} = 0,78 \text{ m/s}$$

$$V_{am} \quad V_{cr}$$

- Calcul de la vitesse des ondes superficielles à l'amont du ressaut:

$$g_{ham} = 9,81 \cdot 0,042 = 0,64 \text{ m/s}$$

$$g_{hcr} \quad g_{ham}$$

- Calcul du nombre de FROUDE

$$F = \frac{V_{am}}{g_{ham}} = \frac{0,78}{9,81 \cdot 0,042} = 1,22$$

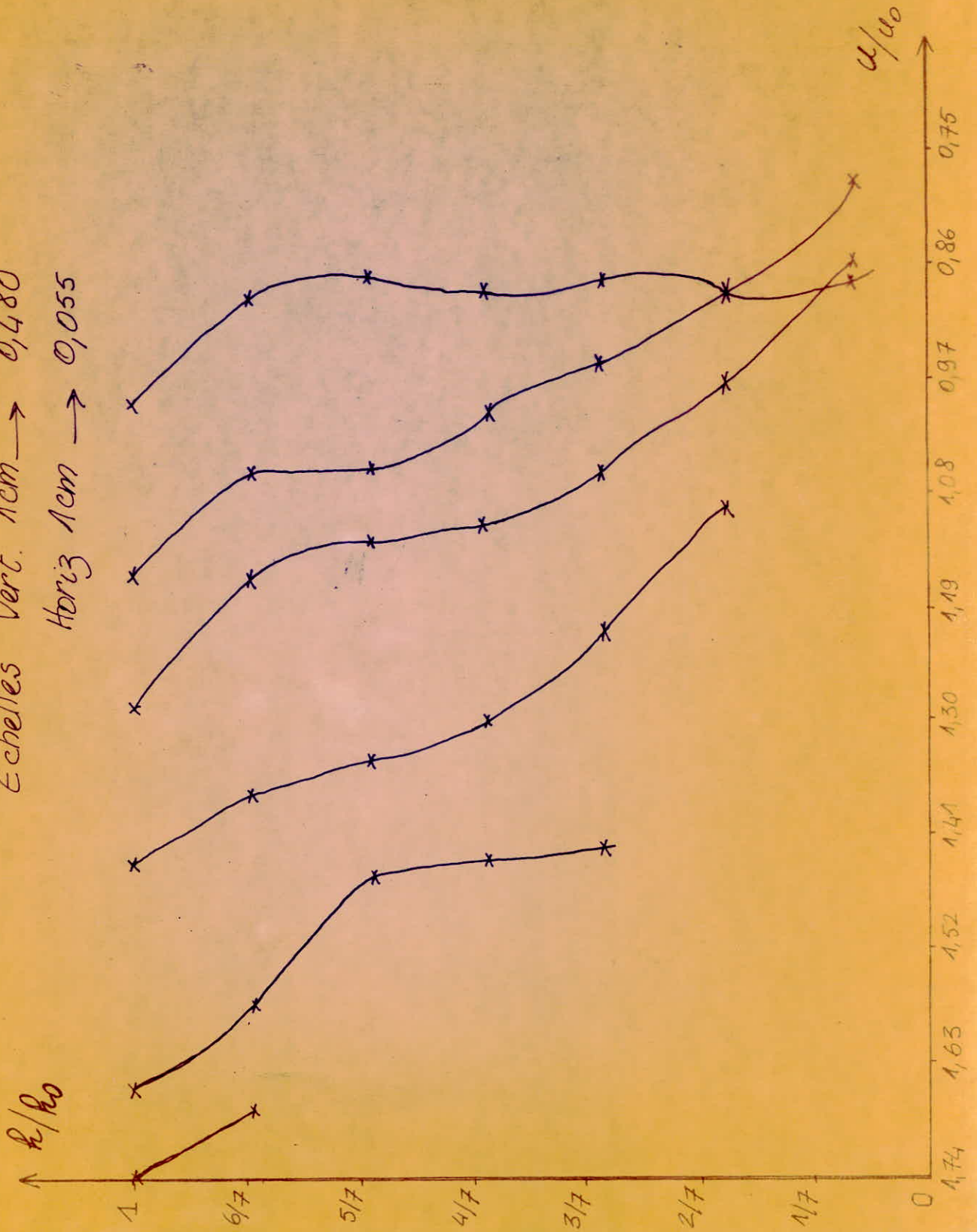
$$F \quad 1$$

$$- \frac{3}{L} = (0,25)^2 \cdot (0,042)^3 = 46,3 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(10,19 \cdot 10^{-3})^2}{9,81} = 10,58 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{3}{L} \quad \frac{Q^2}{g} \quad \text{Régime torrentiel}$$

Echelles Vert. 1cm → 0,480
 Horiz 1cm → 0,055



IV.2. DEUXIEME EXPERIENCE

$$Q = 18,14 \text{ l/s}$$

$$\varnothing a'' = 3 \text{ cm}$$

$$hav = 13,7 \text{ cm}$$

$$ham = 3 \text{ cm}$$

$$Nav = (75,72,72)$$

$$Nav = 73$$

$$Nam = (122,124,123)$$

$$Nam = 123$$

On refait les mêmes calculs que pour la première expérience.

Nous obtenons le tableau des résultats N° 2 et nous avons les résultats suivants:

Section II - II

H av	hcr			
vcr	vav	et	g hav	g hcr
$\frac{3}{L}$	$\frac{Q^2}{g}$		régime fluvial	

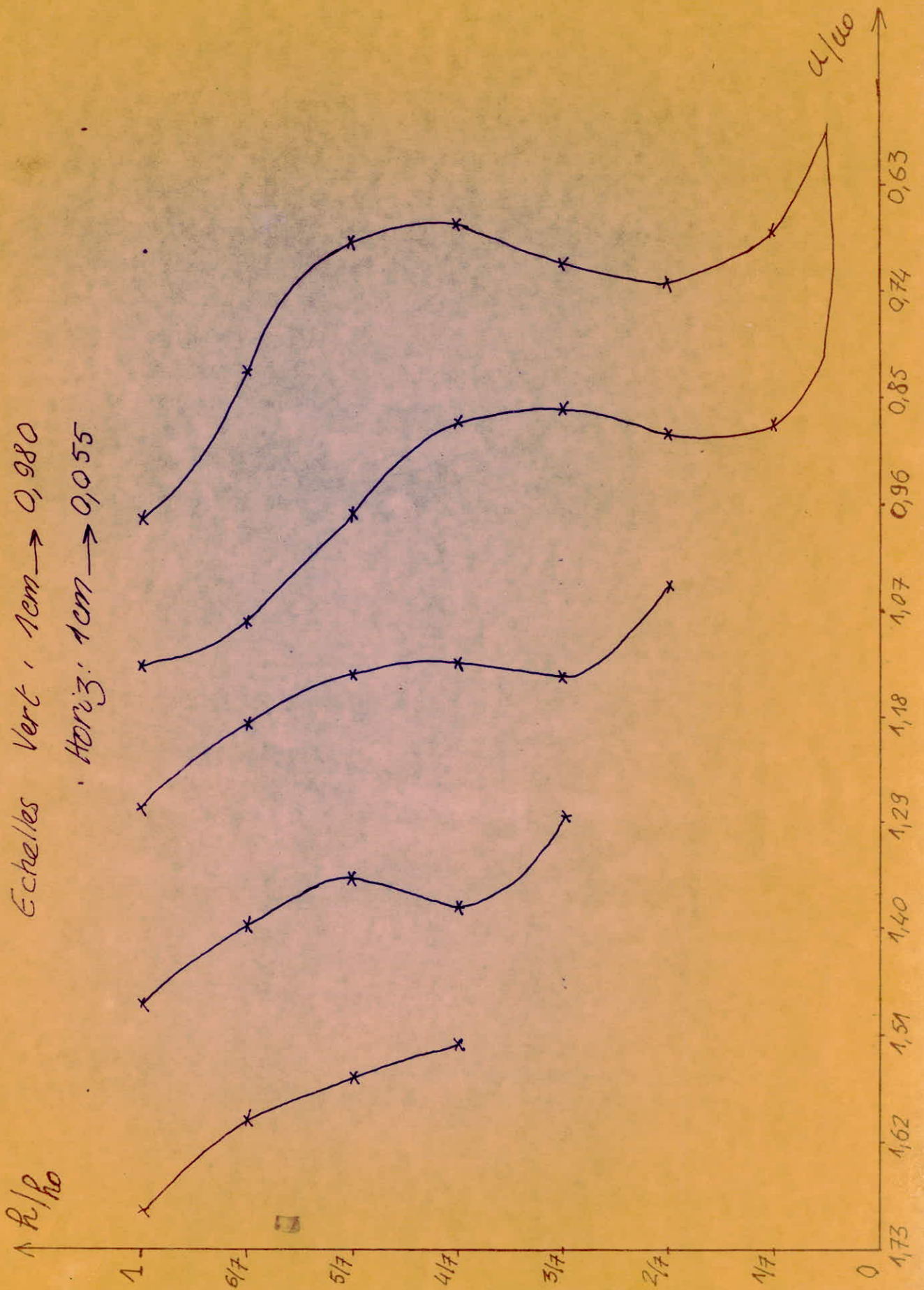
Section I - I

hcr	ham			
Vam	Vcr	et	g hcr	g ham
F	1			
$\frac{3}{L}$	$\frac{Q^2}{g}$		régime torrentiel	

Tableau des valeur N° 2

h' (cm)	N1	V1	N2	V2	N3	V3	N4	V4	N5	V6
0	124	0,930	103	0,811	93	0,699	82	0,617	67	0,505
2	117	0,878	102	0,766	87	0,654	79	0,554	60	0,452
4	114	0,856	99	0,741	83	0,624	67	0,505	50	0,378
6	111	0,833	101	0,759	82	0,617	64	0,482	49	0,370
8			94	0,706	83	0,624	63	0,475	52	0,393
10					76	0,572	65	0,489	53	0,400
12							64	0,482	49	0,370
13,7							41	0,311	41	0,311

Echelles Vert: 1cm → 0,980
 Horiz: 1cm → 0,055



sens de l'écoulement

Conclusion

Les ondes superficielles dont la section g_{ham} est inférieur à la g_{hcr} ne peuvent remonter vers l'amont , le régime d'écoulement considéré est torrentiel.

Les ondes superficielles dont la vitesse g_{hav} est supérieure à la vitesse g_{hcr} peuvent remonter vers l'amont le régime d'écoulement considéré est fluvial.

CONCLUSION GENERALE

L'étude nous a permis d'observer la diminution des vitesses en s'éloignant de la vanne où le régime d'écoulement est torrentiel.

La zone de rouleau du ressaut hydraulique est animée de mouvement relatif d'un courant saturé d'air.

Nous avons un écoulement à surface libre qui passe d'un régime rapide (torrentiel) à un régime lent (fluvial) c'est à dire d'un état supercritique (nombre de froude supérieur à l'unité) à un état subcritique (nombre de froude inférieur à l'unité). Ce passage s'effectue par le moyen d'un ressaut hydraulique, dans lequel sur une longueur relativement faible, le niveau s'élève, les vitesses diminuent, s'annule lent prennent des valeurs négatives puis deviennent constantes positives dans la section régulière où le régime d'écoulement est fluvial.

Ce qui montre la turbulence du mouvement dans le ressaut hydraulique et met en évidence son rôle de dissipateur d'énergie.

