

UNIVERSITÉ D'ALGER

6/75

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

16x

**CONTRIBUTION A LA THEORIE
DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE**
CALCUL DES FONCTIONS PARAMETRIQUES DES REMOUS
EN ECOULEMENT PLAN ET EN CANAL DIEDRIQUE
(200.000 VALEURS)

Proposé par :
G. LAPRAY

المدرسة لوطنية للعلوم الهندسية
— المكتبة —
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

Étudié par :
S. EDOUKALI
A. BENHAZIL

PROMOTION 75

UNIVERSITÉ D'ALGER

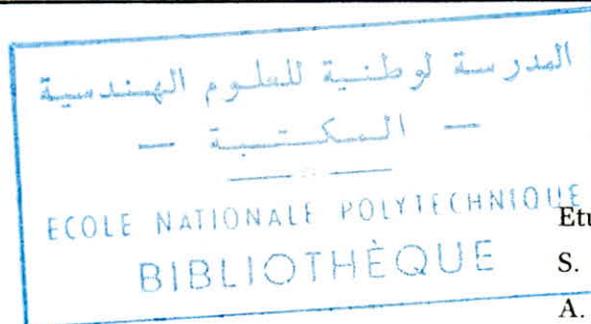
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

**CONTRIBUTION A LA THEORIE
DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE**
CALCUL DES FONCTIONS PARAMETRIQUES DES REMOUS
EN ECOULEMENT PLAN ET EN CANAL DIEDRIQUE
(200.000 VALEURS)

Proposé par :
G. LAPRAY



Étudié par :
S. DOUKALI
A. BENHAZIL

Membres du jury: president M. LAPRAY

ASSESEURS: { M. ARSENIEV
 { M. TODICESCU

PROMOTION 75

-o- V A N T - R O P O S -o-

Qu'il nous soit permis, par le biais de cette étude
d'exprimer toute notre gratitude et notre reconnaissance
à tous les Professeurs qui ont contribué à notre forma-
tion et en particulier à Monsieur LAPRAY Docteur-Ingénieur
pour les précieux conseils qu'il nous a dispensés.

Nos vifs remerciements à tous ceux qui : directement
ou indirectement ont pu nous aider.

I N T R O D U C T I O N

Le but de cette présente étude est de tracer les courbes de remous, ou plus précisément de donner les couples de valeurs permettant moyennant un choix d'échelle judicieux la représentation, donc le tracé des courbes représentant les profils en long des surfaces libres des écoulements graduellement non-uniformes et ce en canaux bidimensionnels et diédriques, conformément à un classement déduit directement de l'étude des conditions aux limites d'une fonction (équation différentielle) découverte par l'application de la théorie de la longueur fluidodynamique mise au point par le Docteur GEZA DE LAPRAY Maître de Conférence et Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Algerie.

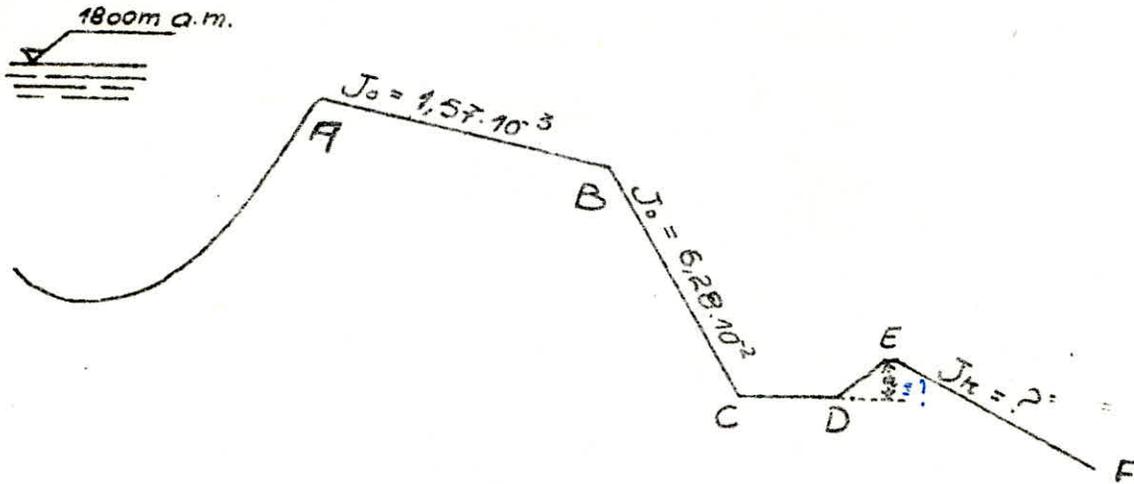
De ce fait, nous allons devoir renvoyer et ce à plusieurs reprises le lecteur à l'exposé de M. LAPRAY sur la théorie de la longueur fluidodynamique dont il est l'auteur. Quoique nous donnerons dans cette présente étude un aperçu sur la longueur fluidodynamique elle-même, sur les grandeurs, les coefficients, les paramètres adimensionnels de conception originale tels que :

$$\Lambda, \lambda, a_0, Q_{k_0}, h_+, h_x, v_1, w_1, \Pi \text{ et } \Psi$$

Comme nous redéfinirons dans un premier chapitre d'une manière succincte mais précise les divers types d'écoulements pour se pencher d'avantage encore sur ce qu'on appelle écoulement graduellement non-uniformes qui eux intéressent tout particulièrement notre étude, puisque les profils en long seront ceux de ces écoulements qui eux suscitent les problèmes les plus difficiles de l'hydraulique.

Dans un troisième chapitre, nous citerons tout en donnant les différentes étapes de chacune des méthodes utilisées jusqu'à présent pour la résolution des problèmes de remous.

Nous traiterons, enfin un exemple pratique, à fin de familiariser l'utilisateur aux différents abaques propres à chaque type d'écoulement.



La figure ci-dessus représente le profil en long du fond d'un canal large, constituant l'exutoire d'un bac de retenue. Les valeurs de la pente géométrique sont indiquées sur la figure. Le débit maximum d'évacuation par unité de largeur $q_{\max} = 1,1 \text{ m}^2/\text{s}$ la rugosité $\epsilon = 5 \text{ mm}$. Les longueurs développées sont :

$$L_{AB} = 100 \text{ m} \quad ; \quad L_{BC} = 10 \text{ m}$$

Le régime de l'écoulement au droit de D doit rester fluvial ce qui implique la présence d'un ressaut sur le radier CD.

Déterminer :

- La profondeur dans les points B et E
- La pente géométrique critique J_k de la tranche finale E → F.
- La profondeur h_c dans le point C.
- La charge totale H_c dans le point C.
- La p.d.c. due au ressaut entre C et D
- La longueur du radier LCD
- La hauteur a du seuil en E
- Les cotes des points A, B, C, D, E.
- Le profil en long de la surface libre sur toute la longueur du canal
- La courbe de débit en fonction du niveau du lac.

CHAPITRE I

Pour mieux saisir la signification, et se représenter avec plus de précision et par la même occasion permettre de faire les différences qui s'imposent entre tel ou tel mouvement ; nous donnerons ci-dessous une classification des écoulement qui nous semble la meilleure.

Tout mouvement d'unfluide est appelé écoulement ; on peut les classés comme suit :

- Réel et idéal
- Incompressibles et compressibles
- Turbulent et laminaire
- Isotherme et isoentropique
- Permanent et varié
- Uniforme et non-uniforme
- fluvial et torrentiel

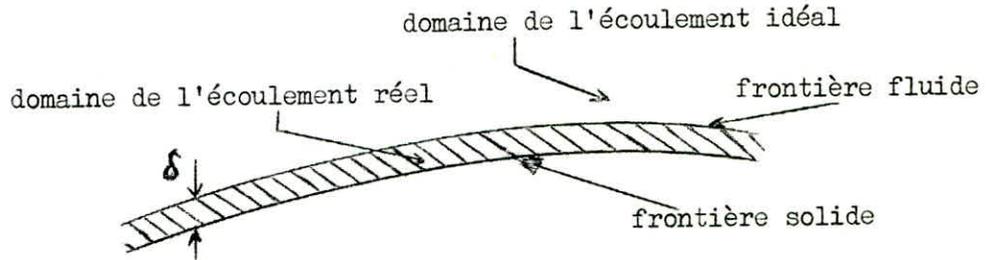
I - Écoulement réel et idéal

1°) Écoulement réel

Le mouvement irréversible d'un fluide "liquide ou gaz" réel est appelé écoulement réel ; notons toute fois qu'un fluide est réel si le rapport F_t/F_p de la force tangentielle à la force de pression est appréciable ou en faisant appel à la notion de couche limite qui elle n'est qu'un dédoublement de la frontière solide : un tel écoulement aura lieu dans la couche limite dont l'épaisseur est généralement désignée par δ .

2°) Écoulement idéal

Le mouvement d'un fluide idéal un parfait sans viscosité incompressible s'il s'agit d'un liquide constitue un écoulement idéal et à l'inverse de l'écoulement réel aura lieu en dehors de la couche limite.



3°) Écoulement compressible et incompressible

L'écoulement d'un fluide ou même d'un gaz, est considéré comme incompressible si le gradient de pression est très faible (c'est aussi le cas des écoulements de gaz ayant une vitesse inférieure à 50 m/s).

Par contre si les variations de densité ne peuvent être négligées l'écoulement est compressible.

II°) Écoulement turbulent et laminaire

1°) Écoulement turbulent

Le régime turbulent d'un écoulement est caractérisé par le mouvement des particules fluides suivant des trajectoires très irrégulières, occasionnant ainsi un échange des quantités de mouvement entre deux portions limitrophes du fluide.

2°) Écoulement laminaire

Le régime laminaire d'un écoulement est caractérisé également par le mouvement des particules qui elles se déplacent dans un tel écoulement suivant des trajectoires régulières et uniformes, formant ensemble des couches glissant d'une sur l'autre.

Notons que la stabilité du régime laminaire d'un écoulement augmente avec la viscosité et diminue avec la vitesse. Donc on peut passer suivant la vitesse moyenne du courant du régime laminaire au régime turbulent et inversement ; on effectue le caractère laminaire ou turbulent du régime de l'écoulement d'un fluide dépend essentiellement de la valeur d'un paramètre sans dimensions appelé nombre de REYNOLDS

$$R = v D / \nu$$

où v désigne la vitesse moyenne du courant, D le diamètre de la conduite et ν la viscosité cinématique du fluide.

Si le nombre de REYNOLDS est inférieur à une certaine limite le régime de l'écoulement est laminaire, si par contre il est supérieur à une autre valeur limite le régime de l'écoulement sera turbulent.

IV - Écoulement permanent et varié

1°) Écoulement permanent

L'écoulement d'un fluide est permanent lorsque les caractéristiques du mouvement se manifestent dans chaque point de l'espace occupé par le fluide en mouvement ainsi que les propriétés de celui-ci ne subissent aucun changement dans le temps. Si à un instant donné par exemple la vitesse est 5 m/s suivant une direction et sens le module de celle-ci restera indéfiniment 5 m/s.

Nous avons vu en début de ce présent exposé que le mouvement d'un fluide est dit permanent si la dérivée partielle dv/dt de la vitesse v par rapport au temps t est nulle ; cette définition peut être étendue en prenant en considération d'autres caractéristiques comme la pression la température, la masse volumique et on écrit :

$$(1) \quad dv/dt = 0 ; (2) \quad dp/dt = 0 ; (3) \quad dp/dt = 0 ; (4) \quad dt/dt = 0$$

v désignant la vitesse ; ρ la masse volumique ; p la pression du fluide en écoulement ; T la température absolue dans un point arbitrairement choisi de l'espace occupé par le fluide en écoulement.

Dans le cas du l'écoulement turbulent la validité des équations (1), (2), (3) , (4) n'est pas de rigueur en raison de la turbulence qui suscite des fluctuations plus ou moins accentuées des dites caractéristiques autour de leurs valeurs moyennes.

2°) Écoulement non-uniforme ou varié dans l'espace.

Ce type d'écoulement est important pour le reste du présent exposé, il convient donc de lui prêter plus d'attention. Nous avons souligné en début de cet exposé qu'un mouvement d'un fluide est dit non-uniforme lorsque la dérivée partielle de la vitesse du courant par rapport à une abscisse curvilignes est différente de zéro $dv/ds \neq 0$ donc un écoulement est considéré comme non-uniforme ou varié dans l'espace lorsque dans un instant donné le vecteur vitesse varie d'un point à l'autre.

Ainsi un débit véhiculé par une conduite à section constante constitue s'il est considéré comme unidimensionnel un exemple d'un écoulement uniforme, par contre le même débit passant par une conduite à section variable fait l'objet d'un écoulement non - uniforme.

Comme conclusion on dire :

Un débit constant passant par une tuyauterie à profil transversal constant, donne naissance à un écoulement permanent et uniforme. Un débit croissant ou décroissant véhiculé par la même tuyauterie, donnera naissance à un écoulement uniforme varié dans le temps et l'écoulement résultant du passage d'un débit variable à profil transversal variable est non uniforme dans l'espace et varié le temps.

V - Écoulement fluvial et torrentiel.

1°) Distinction.

Les deux régimes ci-dessus cités se distinguent entre eux par la vitesse moyenne du courant v par rapport à une vitesse critique v_k ; ainsi si la la vitesse moyenne du courant v est inférieure à la vitesse critique v_k le régime sera fluvial ; si par contre v est supérieur à v_k le régime sera torrentiel.

2°) Passage du régime fluvial au régime torrentiel ou moerusement

Le régime fluvial peut devenir torrentiel sur le parement aval d'un barrage déversoir par exemple alors qu'il est fluvial au niveau du parement amont du dit barrage.

De même le régime torrentiel peut devenir fluvial moyennant un ressaut hydraulique dont l'existence est liée à la charge en amont ainsi si le ressaut aura lieu, la ligne de charge primitive est située au dessous d'une côte limite discriminatoire positionnée par l'intermédiaire d'une section de contrôle une telle section est celle à partir de laquelle il y a changement de régime. Par contre le ressaut hydraulique ne se produira pas si la ligne de charge est au dessus de la côte limite discriminatoire ; notons que le ressaut n'est autre qu'un remou permettant une dissipation de l'énergie cinétique plus particulièrement, entraînant ainsi une diminution de la vitesse moyenne de l'écoulement est par conséquent le passage du régime torrentiel au régime fluvial.

VI - Écoulement graduellement non-uniforme :

Cet écoulement intéresse tout particulièrement car le but de cette étude est la détermination des profils en long de la surface libre des écoulements graduellement non uniformes. Il importe donc d'accorder une attention toute particulière à ce type d'écoulement.

Les écoulements à surface libre graduellement non-uniformes constituent un cas spécial des écoulements permanents non-uniformes. La profondeur du liquide, l'aire de la section mouillée ; la pente du fond et le rayon moyen varient graduellement le long du canal. On admettra que le gradient J de la perte de charge dans une section donnée ne dépend que du débit Q , de la rugosité absolue, de la forme et des dimensions du profil. On peut déterminer la valeur de J moyennant la formule de DARCY - WEISBACH.
$$J = \frac{f Q^2}{D_h 2g A^2}$$

où f est le coefficient de frottement, Q le débit véhiculé passant par la section A ; D_h diamètre hydraulique et g l'accélération de la pesanteur ou encore de la règle "L".

C H A P I T R E II

RAPPEL DE LA THEORIE DE LA LONGUEUR FLUIDODYNAMIQUE

INTRODUCTION

Dans le but de mettre fin aux tâtonnements, et approximations successives dont sont tributaires les calculs et dimensionnements des écoulements à surfaces libres par l'emploi de formules empiriques, ignorant complètement les régimes de transitions pour lesquels l'effets de la viscosité : Intervient la longueur fluidodynamique, mettant fin à ces lourdeurs en donnant la solution directe de ces problèmes par simple lecture sur le siège "L" ou sur des abaques appropriés.

Notons que les numéros par lesquels nous allons étiqueter les équations et relations dans toute la suite seront ceux qui ont permis de les repérer dans l'exposé sur la théorie de la longueur fluidodynamique : (LAPRAY - Théorie fluidodynamique).

1°) EQUATION FONDAMENTALE

I - Définition : une dimension linéaire quelconque a est le produit de trois facteurs Λ, a_0, λ d'où:

$$a = a_0 \Lambda \lambda$$

où : Λ est la longueur fluidodynamique qui est le côté du carré découpé sur la section droite d'un écoulement permanent à profondeur constante.

$$\Lambda = f_{\Lambda} = (Q/\sqrt{J}, \epsilon, g) \quad (S-2)$$

Q, J, \mathcal{E} étant respectivement: le débit véhiculé, la perte de charge par unité de longueur, la rugosité absolue selon NIKURABSE.

a_0 est un paramètre de dimension : h_0, D_0 ou e_0 suivant la dimension cherchée

a_0 est une fonction des paramètres de forme ξ ou ζ ou \mathcal{I} ou η suivant la section d'écoulement.

λ : est le facteur de transition.

$$\lambda = f \left(\mathcal{E} / D_h, R \right) \quad (S-4)$$

\mathcal{E}/D_h est la rugosité relative, D_h diamètre hydraulique

R est le nombre de REYNOLDS.

Remarque : notons que pour le régime turbulent $\lambda = 1$

2°) Cas des écoulement à surface libre passant par un canal diédrique et rectangulaire.

Alors que la longueur fluidodynamique Λ résulte du découpage d'un carré dans une section droite d'un courant permanent à profondeur constante qu'à, devient-il à son application aux écoulements section mouillée variable

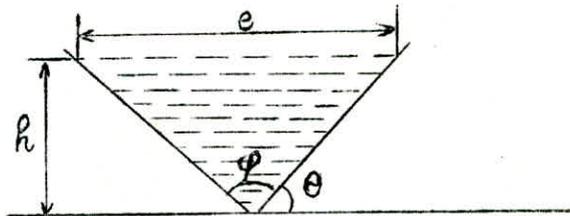
Il n'en rien, car pour de tels écoulements, malgré la variation de la profondeur du liquide, due au fait que la surface libre n'est pas parallèle au fond de la conduite ; les paramètres de formes et les paramètres de dimension restent constants en raison de la similitude; ainsi la section mouillée de la section transversale du courant passant par une série d'éléments diédrique à plan de symétrie vertical reste semblable à un même triangle isocèle quelque soit la profondeur h du liquide.

II - PROFIL EN LONG DE LA SURFACE LIBRE D'UN ECOULEMENT
GRADUELLEMENT NON UNIFORME EN CANAL DIEDRIQUE

1°) Etude théorique.

Considérons le figure ci-dessous schématisant une section transversale en écoulement diédrique où :

- h est la profondeur d'eau
- θ est l'angle formé par le côté du triangle isocèle et l'horizontale
- e est la largeur du plan d'eau.



$$I = \cot \theta = \tan \frac{\phi}{2}$$

$A = e h/2$ est la surface du triangle isocèle

$$A = I \cdot h^2$$

Considérons l'équation (132):

$$\chi = 2\sqrt{1 + I^2}$$

L'équation (132) tirée du l'exposé sur la théorie de la longueur f fluidodynamique, s'écrit sous sa forme différentielle.

$$dl/dh = (I - Q^2 e / g A^3) / (J_0 - J) \quad (132)$$

d'où

$$L = \int_{h_I}^h \frac{I - Q^2 e / g A^3}{J_0 - J} \quad ah$$

Considérons alors le concept de la longueur fluidodynamique critique Λ_k correspondant à la profondeur critique k , et va permettre comme nous allons le voir dans toute suite de cette présente étude le classement le plus correct des profils en longs.

Pour ce, exprimons la condition du régime critique d'un écoulement permanent uniforme. La condition de criticité donnant ainsi $h=k$ d'après (B-9) s'écrit:

$$Q^2 e / g A^3 = I \quad (B-9)$$

or $e = 2 \mathcal{I} h$ et $A = \mathcal{I} h^2$ d'où

$$e / A^3 = 2 \mathcal{I} h / \mathcal{I}^3 h^6 = 2 / \mathcal{I}^2 h^5 \quad (174)$$

et $(Q^2/g)(2/\mathcal{I}^2 h^5) = I$ d'où

$$h = k = (2 Q^2 / g \mathcal{I}^2)^{1/5} \quad (158)$$

en éliminant Q , e et g entre (132), (174), (158) on aura

$$dI / dh = (I - k^5/h^5) / (J_0 - J) \quad (175)$$

en posant : $h_x = h/k$ et $L_x = L/k$ (176)

d'où : $dL_x / dh_x = (I - h_x^{-5}) / (J_0 - J)$ (177)

en s'aidant de (179) l'équation (177) devient :

$$J = (h_x^{-5,3} g \chi_{1,3}) / (2 \mathcal{I}^2 \mathcal{I}^{1,3} k^{0,3}) \quad (179)$$

où: \mathcal{H} est une fonction de B qui est un coefficient dépendant de la rugosité \mathcal{E} de NIKURADSE et de R_m rayon hydraulique. Par conséquent \mathcal{H} sera une fonction du diamètre hydraulique D_h et de la rugosité \mathcal{E} .

or $\beta = 1 / (4R_m)^{0,15} \cdot f^{1/2}$ (4a) donc $\beta = I / D_h^{0,15} \cdot f^{1/2}$

d'où $\mathcal{H} = 4^{0,15} \cdot D_h^{-0,15} \cdot (f/8g)^{-1/2}$ (6b)

L'équation (6b) a été représentée sur abaque (fig 7) où en ordonnées on a porté \mathcal{E} et en abscisse la diamètre hydraulique D_h et où \mathcal{E} figure sur la courbe considérée.

En introduisant un nouveau paramètre sans dimension W

$$W = (2\mathcal{E}^2 I^{1,3} \chi^{-1,3} k^{0,3}) / g \quad (181)$$

(177) s'écrit :

$$dL_x / dh_x = (h_x^{5,3} - h_x^{0,3}) / (J_0 h_x^{5,5} - 1) \quad (180b)$$

l'introduction d'un produit adimensionnel $\mathcal{L} = W/J_0$ (182) fait déboucher

(180b) sur :

$$dL_x / dh_x = W (h_x^{5,3} - h_x^{0,3}) / (h_x^{5,3} - 1) \quad (183)$$

en intégrant on obtient :

tout en posant $\frac{h_{2x}}{h_{1x}} (h_x, \mathcal{L}) = \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3} - 1} dh \quad (184)$

où h_{1x} et h_{2x} sont respectivement les quotients des profondeurs respectives h_1 et h_2 par la profondeur critique k ; il en résulte de même pour L_x , ainsi la distance L séparant les sections (1) et (2) est :

$$\frac{L}{h_1} = k \cdot W \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{\mathcal{L} h_x^{5,3} - 1} dh_x \quad (185)$$

où h_1 et h_2 sont les profondeurs d'eau respectives dans les sections (1) et (2)

2°) Classement des profils en long de la surface libre.

Une remarque important : si on exprime le nombre de FORUDE $F_{kv} = v_k^2 / gk$ d'un écoulement uniforme en régime critique en découvre que celui ci n'est autre que le produit adimensionnel \mathcal{F} discriminatoire ; d'où la signification physique de l'étude des différentes équations permettant l'établissement de la fonction (185) révèle l'existence de plusieurs types de profils en long d'écoulement graduellement non uniformes ayant chacun des caractéristiques propres.

D'une part le pente géométrique peut être : prononcés, critique suave, horizontale, adverse. Les trois derniers pentes géométriques existent dans un même domaine de variation de \mathcal{F} , ainsi la pente géométrique est prononcée ou forte si :

$$\mathcal{F} > 1$$

la pente géométrique est critique si :

$$\mathcal{F} = 1$$

et enfin dans le cas où $\mathcal{F} < 1$ le profil peut être :

- suave si

$$J > 0$$

- horizontale si

$$J = 0$$

- adverse si

$$J < 0$$

D'autre part la profondeur du liquide peut être : supérieur, égale, ou inférieure à la profondeur "normale" h_0 positionnant la ligne d'eau normale correspondant à l'écoulement uniforme; dans ce sens l'écoulement sera dit respectivement "super normal", "normal", "subnormal".

Quant au régime de l'écoulement: il sera torrentiel, critique ou fluvial. Il sera défini moyennant la vitesse d'écoulement ou plus simplement l'équation de continuité $Q = v/A$: trois cas surgissent.

$h > k$: ce qui implique $v < v_k$ et le régime sera fluvial

$h = k$: ce qui implique $v = v_k$ et le régime sera critique.

$h < k$: ce qui implique $v > v_k$ et le régime sera torrentiel

Il y aura autant de types de profils en longs qu'il aura de pentes géométriques autrement dit on aura cinq types.

Le profil en long à pente géométrique critique dont les courbes seront symbolisées par la lettre K.

Le profil en long à pente géométrique prononcée dont les courbes seront symbolisées par la lettre P.

L Le profil en long à pente géométrique suave dont les courbes seront symbolisées par la lettre S

Le profil en long à pente géométrique horizontale dont les courbes seront symbolisées par la lettre H.

Le profil en long à pente géométrique adverse dont les courbes seront symbolisées par la lettre A.

par rapport à $h_{0x} = k^{-1/5,5}$ on attribuera soit l'indice 3, soit 2 qui

1 à la courbe.

3 aux tranches situées entre $h_x = 0$ et $h_x = h_{0x}$

2 aux tranches situées entre $h_x = h_{0x}$ et $h_x = 1$

1 aux tranches situées au delà de $h_x = 1$

$h_{0x} = \mathcal{L}^{-1/5,3}$ d'où $\mathcal{L} = 1/h_{0x}^{5,3}$ cette dernière forme d'écriture du produit discriminatoire \mathcal{L} va permettre d'éliminer les tranches qui ne peuvent exister pour certains types.

Ainsi par exemple : pour la pente géométrique critique.

$h_0 = k$ d'où $h_{0x} = 1$ dans ce cas conformément à l'indication adopté il n'existera pas k_2 seules k_3, k_1 existent, représentant respectivement les cas où

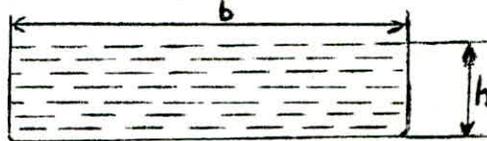
$$h_x < h_{0x} = 1 \text{ donc } h < h_0 = k$$

$$h_x > h_{0x} = 1 \text{ donc } h > h_0 = k$$

III - Profil en long de la surface libre d'un écoulement graduellement non-uniforme en canal rectangulaire :

1°) Etude Théorique

Le section transversale est un rectangle de longueur e et largeur du plan d'eau ; considérons la figure ci-dessus schématisant une section transversale en écoulement rectangulaire :



h est la profondeur d'eau.

En introduisant le concept de la longueur fluidodynamique critique Λ_k coecident avec la profondeur critique k , à la quelle correspond une vitesse critique $v_k = (kg)^{1/2}$ permettant de distinguer le

Régime fluvial du régime torrentiel:

ainsi on aura :

$$dL/dh = (1 - q^2/gh^3) / (J_0 - J) \quad (136)$$

en éliminant q^2/g entre cette dernière équation et (75) $k = (q^2/g)^{1/3}$ on tire

$$dL = \frac{I - k^3/h^3}{J_0 - J} dh \quad (136a)$$

en posant : $h_+ = h/k$ et $L_+ = L/k$ (137)

$$(136a) \text{ devient : } dL_+ = \frac{I - h_+^{-3}}{J_0 - J} dh_+ \quad (136b)$$

$$J = g/\alpha^2 h_+^{3,3} k^{0,3} \quad (139)$$

en éliminant J entre (136b) et (139) on tire :

$$dL_+ = \frac{I - h_+^{-3}}{J_0 - g/\alpha^2 h_+^{3,3} k^{0,3}} dh_+ \text{ d'où}$$

$$dL_+ = \frac{(I - h_+^{-3})^2 h_+^{3,3} k^{0,3}}{J_0 \alpha^2 h_+^{3,3} k^{0,3} - g} dh_+$$

en introduisant le paramètre sans dimension ∇

$$\nabla = \frac{2 k^{0,3}/g}{h_+^{3,3} - h_+^{0,3}} \quad (141)$$

$$\text{on tire } dL_+ = \frac{\nabla \cdot (h_+^{3,3} - h_+^{0,3})}{J_0 \cdot \nabla \cdot h_+^{3,3} - 1} dh_+ \quad (142)$$

et finalement en considérant le produit discriminatoire L

$$L = \sqrt{J_0} \quad (143)$$

$$(142) \text{ devient } dL_+ = \frac{\sqrt{J_0} \cdot (h_+^{3,3} - h_+^{0,3})}{L h_+^{3,3} - I} dh_+ \quad (142)$$

et

$$\text{et } \frac{h_{2+}}{L_+} = \sqrt{J_0} \int_{h_{I+}}^{h_{2+}} \frac{h_+^{3,3} - h_+^{0,3}}{L h_+^{3,3} - I} dh_+ \quad (145)$$

soit

$$(h_+, L) = \int_{h_{I+}}^{h_{2+}} \frac{h_+^{3,3} - h_+^{0,3}}{L h_+^{3,3} - I} dh_+ \quad (146)$$

finalement en tenant compte de (137), (145), (146) on peut écrire

$$\frac{h_2}{L} = k \sqrt{J_0} \int_{h_{I+}}^{h_{2+}} (h_+, L)$$

h_1 étant la profondeur au niveau de la section (I)

h_2 étant la profondeur au niveau de la section (2) distance de L de (I)

2°) classement des profils en long

Le classement des profils en ~~dans~~ le d'un écoulement graduellement non-uniforme par un canal rectangulaire reste rigoureusement qui celui adopté précédemment pour le canal diédrique et ce en raison de l'analogie existant entre les deux équations différentielles et la voie adoptée pour leur obtention.

CARACTERISTIQUES D'UN ECOULEMENT GRADUELLEMENT NON-UNIFORME

Les éléments caractéristiques d'un écoulement graduellement non-uniforme peuvent être déterminés par différentes méthodes de calcul parmi lesquelles en distinguera :

La méthode dite "tronçon par tronçon" rendue aisée par l'application de la théorie de la longueur fluidodynamique à chacun des tronçons considérés la méthode de l'intégration numérique rendue rationnelle par l'introduction du paramètre dimensionnel Q_{K0} du débit critique Q_K trouvant sa signification dans la théorie de la longueur fluidodynamique.

La méthode directe basée sur la théorie de la longueur fluidodynamique applicable aux écoulements passant d'une part sur un plan incliné ou horizontal large, ou par un système de conduites composé d'éléments diédriques. Elle a été programmée sur ordinateur donnant ainsi des résultats précis qui eux ont été portés sur des tableaux.

1°) Méthode dite "tronçon par tronçon"

Elle consiste en l'application du théorème de BERNOUILLI aux sections (1) et (2) distantes de ΔL , et débouchant sur l'équation :

$$\Delta L = \frac{(v_1^2 - v_2^2) / 2g + (h_1 - h_2)}{J - J_0} \quad (129)$$

où les éléments indicés 1 et 2 correspondent respectivement aux sections (1) et (2). Ainsi : connaissant les conditions dans l'une des sections, par exemple dans la section (1), on peut déduire la profondeur h_2 dans la section (2) située à une distance L de (1) après une série de tentatives successives utilisant le procédé suivant :

1°) On choisit à priori une profondeur h_2 et on calcul la valeur y correspondant de A_2 et V_2 .

2°) On calcule la moyenne arithmétique $h = h_1 + h_2 / 2$ et les valeurs y correspondant de Λ , A , et de V et on lit sur la règle "L" la valeur y correspondant de J . Notons toutes fois qu'au lieu de faire la moyenne arithmétique h des profondeurs on pourrait faire la moyenne des longueurs fluidodynamique Λ des longueurs fluidodynamiques Λ_1 et Λ_2 prises respectivement aux sections (1) et (2).

3°) on substitue les dites en (129) pour calculer alors ΔL

4°) si la valeur de ΔL ainsi déterminée ne correspond pas à la réalité, on modifie h_2 et on recommence toute la séquence précédente.

II°) Méthode de calcul par intégration numérique

Elle s'applique qu'aux écoulements passant par des canaux à profil sec constant et à pente géométrique variable. Son principe s'appuie sur une équation différentielle établie entre L et h est l'intégration de celle - ci

aboutissant ainsi à :

$$L = \int_{h_1}^{h_2} \frac{I - Q^2/g/5 \quad Q_{k0}^2}{J_0 - J} dh$$

L étant la distance séparant les deux section, ayant les profondeurs d'eau h_1 et h_2 lorsque le numérateur de la fraction sous le signe \int est zéro, l'écoulement devient critique en vertu de l'équation (B-9) et il ne peut y avoir de variation graduelle de la profondeur lors du passage du régime torrentiel en fuvial. Donc en proximité de la profondeur critique l'équation ci-dessus doit être bien examinée.

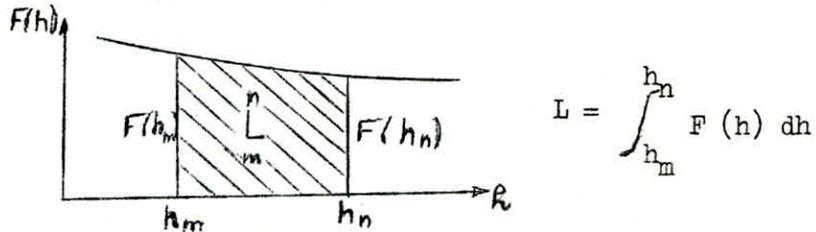
Lorsque par contre le dénominateur sous le signe \int devient zéro l'écoulement devient uniforme $J = J_0$.

Pour un canal à section droit constante et à pente géométrique invariable la fonction à intégrer ne dépend que de h .

on peut donc écrire.

$$F(h) = \frac{I - Q^2 / g Q_{ko}^2 \Delta^5}{J - J_0} \quad (134)$$

et on repère cartésien (134) donne pour solution de L .



l'étant l'aire comprise entre l'axe des h , la courbe et latéralement par les verticales positionnées apr h_m et h_n .

Cette dernière méthode est plus expéditive que celle dite "tronçon par tronçon" mais son inconvénient réside dans le fait que h une fois défini il lui correspond un Δ donc un J bien déterminé, un Q_{ko} bien défini d'où l'impossibilité de l'étendre à tous les problèmes.

De ce fait on fait appel à une autre méthode basée sur la théorie de la longueur fluidodynamique.

III - Méthode de la théorie de la longueur fluidodynamique.

Elle aboutit à des fonctions qui une fois intégrées solutionnent tous les problèmes des profils en long des surfaces libres des écoulements graduellement non - uniformes en canal rectangulaire et diedrique.

- Canal diédrique :

$$\frac{h_2}{h_1} = K W \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} (h_x)^{\mathbb{L}} dh \quad (18)$$

$$= K W \int_{h_{1x}}^{h_{2x}} \frac{h_x^{5,3} - h_x^{0,3}}{h_x^{5,3} - 1} dh$$

- Canal rectangulaire :

$$\frac{h_2}{h_1} = K V \int_{h_{1+}}^{h_{2+}} (h_+)^{\mathbb{L}} dh \quad (146)$$

$$= K V \int_{h_{1+}}^{h_{2+}} \frac{h_+^{3,3} - h_+^{0,3}}{h_+^{3,3} - 1} dh$$

Ainsi en considérant deux dernières équations en parallèle avec condition de criticité (158) donnant la profondeur critique et (181) exprimant les paramètres sans dimension V et W et les produits discriminatoire \mathbb{L} et \mathbb{L} , on pourra donner une solution direct et simple à tous les problèmes d'écoulements graduellement non uniformes.

L'étude mathématique montre que les intégrales n'ont pas de solution analytique, d'où la nécessité de faire recours à des méthodes d'intégration approchées programmées sur ordinateur.

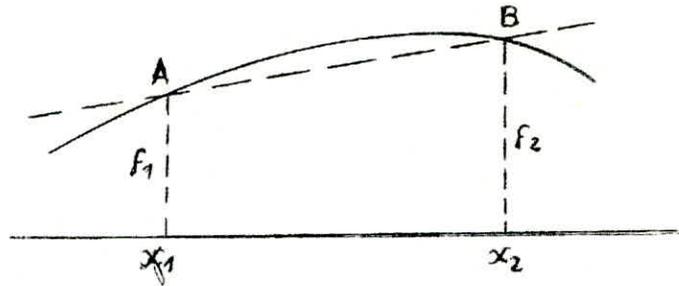
A. Méthode des Trapezes

1°) Etude théorique

cette méthode est simple elle consiste à réduire l'intervalle d'intégration ou pas d'intégration afin d'obtenir une bonne précision.

Son principe, consiste à approcher la courbure d'une courbe par une sécante. On assimile plus exactement et ce sur un intervalle relativement réduit la croissance ou décroissance comme constante et égale à la pente de la sécante

La figure ci-dessous sera plus explicite.



On voit que l'aire e AB achurée délimitée par la courbe $y = f(x)$, la sécante AB est d'autant plus petite que les points A et B sont voisins autrement dit que $(X_2 - X_1)$ est faible c'est à dire que le pas d'intégration est petit. Etant donné une fonction $y = f(x)$; l'intégrale définie de celle-ci sur un intervalle (X_1, X_2) où la fonction est nécessairement continue s'écrit:

$$I = \int_{X_1}^{X_2} f(x) dx$$

représente sur le figure 1 l'aire limitée par l'axe des abscisses, la courbe $y = f(x)$ et les verticales positionnées par x_1 et x_2 .

Dans le domaine ainsi déterminé on ajustera un trapèze dont l'aire sera.

$$I_t = \frac{(f(x_1) + f(x_2))}{2} \cdot (X_2 - X_1)$$

en considérant la figure I on peut écrire :

$$\text{ainsi } e_{AB} = I - I_t$$

l'erreur commise sur l'intervalle (a, b) quelques scindé suivant un pas d'intégration (X_1, X_2) sera la somme des erreurs commise au niveau de chaque intégrale partielle ; nous minimiserons cette erreur moyennant le pas d'intégration.

II°) Adaptation aux fonctions établies par la théorie de la longueur fluidodynamique.

afin de mieux saisir la portée mathématique, posons :

- le paramètre adimensionnel $h_x = X$
- le produit discriminatoire $\Psi = m$

$$- \frac{d \mathcal{L}(h_x, \Psi)}{dh_x} = f(x, m)$$

on déduit de (184)

$$f(x, m) = \frac{x^{5,3} - x^{0,3}}{m x^{5,3} - 1}$$

Pour tout m différenciant les types de profil en long des surface libres correspondant à une fonction $f(x, m) = \frac{x^{5,3} - x^{0,3}}{m x^{5,3} - 1}$ dont la représentation graphique de sa primitive est la courbe du profil en long.

- étude mathématique

1°) Domaine de définition

$m^{-1/5,3}$ $x < m^{-1/5,3}$ correspond à l'indice 3
 $x < I$ correspond à l'indice 2

$x > I$ correspond à l'indice I

2°) Continuité

La fonction $f(x, m)$ est continue sur tout les domaines en effet elle résulte du mouvement d'un fluide : milieu massique et continu s'écoulant même à l'état libre.

3°) Conditions aux limites

$$f(x,m) = \frac{x^{5,3} - x^{0,3}}{mx^{5,3} - I}$$

$$f(x,m) \longrightarrow \infty \text{ si } mx^{5,3} \longrightarrow 0 \text{ d'où } x \longrightarrow m^{-1/5,3}$$

donc au voisinage de $x = m^{-1/5,3}$ il importe de diminuer le pas qui selon le principe de la méthode donnera plus de précision.

De même au voisinage de $x = I$, donc de $h_x = I$ et de ce fait $h = k$ on progressera très lentement en raison de la criticité du régime.

Cette étude est commune au deux méthodes programmées sur ordinateur à savoir la Méthode des Trapèze et la Méthode Quadratique de Gauss.

III - Algorithme de la méthode des trapèzes.

Il sera conçu selon le principe suivant :

Soit $F(h)$ une fonction à intégrer entre deux bornes et soit S la primitive de $F(h)$ à une constante près, cette dernière sera calculée pour un nombre entier de pas Δh ; désignera par H l'ordonnée correspondant à S ainsi on aura :

$$\begin{array}{l}
 \nearrow n \Delta h \\
 \searrow 0
 \end{array}
 F(h) dh = (F(\Delta h)/2)\Delta h + F(\Delta h) + F(2\Delta h))\Delta h/2 + (F(2\Delta h) + F(3\Delta h))\Delta h/2 + \dots + F((n-1)\Delta h) + F(m\Delta h))\Delta h/2$$

La valeur de la primitive et de l'ordonnée correspondante seront les suivantes :

$$\begin{array}{l}
 S(1) = F(\Delta h) \Delta h/2 \dots \dots \dots H(1) = \Delta h \\
 S(2) = (F(\Delta h) + F(2\Delta h))/2 \dots \dots H(2) = 2\Delta h \\
 S(3) = (F(\Delta h) + F(2\Delta h) + F(3\Delta h))/2 \dots \dots H(3) = 3\Delta h
 \end{array}$$

Par récurrence :

$$S(n) = S(n-1) + (F(n-1) \Delta h + F(n \Delta h)) \Delta h/2 + \dots \dots \dots \bar{x}(n) = n \Delta h$$

l'algorithme proprement dit se présente ainsi comme suit :

I - Lecture des données :

Conformément aux conditions limites de la fonction,

les pas d'intégration ont été choisis en vue d'une plus grande précision

Pour avoir toutes les valeurs du produit discriminatoire réelles et entières et aussi pour satisfaire les exigences du langage-

FORTRAN, on a adapté une relation mathématique $D = f(L)$.

2 - Le nombre de pas a été choisi en fonction du paramètre adimensionnel de la profondeur (h_0) dans certains cas, dans l'autres on a fait choix - conforme au (I).

3 - Vu l'existence de différents profils, le programme résultant a été scindé dans le but de calculer chaque type séparément.

a) pour la pente géométrique prononcés la valeur de h_0 étant inférieur à l'unité, les valeurs de la profondeur h sont croissantes pour le type 3 et I et décroissantes pour le type 2.

b) pour la pente suave et adverse le procédé est le même, sauf pour le type I, vue la variation de la fonction de GO à $- \infty$, on a choisi une valeur initiale du L optique

4 - visant l'usage des résultats ; nous avons incéré un algorithme d'impression pour une mise en page en sortie sous forme de tableaux.

Remarque:

Pour les valeurs du produit adimensionnel (0 et I), le choix d'une constante s'imposait pour une discontinuité due à la variation de la fonction.

1

Calcul des 3 types (2 types pour l'adverse) de courbes $C_h (h=1,2)$ par la méthode des trapèzes et l'interpolation en mémoire sous forme de tableau $T(I, J)$
 $I = 1, N_1$
 $J = 1, N_2$
 $H(I, J) = H(I, J) + PAS$
 $S(I, J) = S(I, J) + \frac{F(h_+) + F(h_+ + PAS)}{2} \times PAS$
 Chaque type est calculé séparément à cause des singularités d'une part et suivant le classement de BARKMEYER d'autre part.

Calcul du paramètre adimensionnel de la proto-fonction normale $h_+ = \frac{I - 1}{N_1 - 1}$
 Calcul des I en fonction de $h_+ : I = f(h_+)$
 $I = a \times h_+ + b$
 (I étant le nombre de fois qu'on boucle sur le pas J)

Permise a zero des tableaux $H(I, J)$ et $S(I, J)$ d'implantation en mémoire: $H(I, J) = 0$ et $S(I, J) = 0$
 $J =$ mtre de pas
 $I =$ mtre de fois sue varie le pas J

Données du problème:
 - paramètres adimensionnels dis-criminatoires
 - valeurs de h_+ et $K(h_+)$ des singularités
 - pas d'intégration

- Organigramme -

1

Remise à zéro du tableau
 $T(K)$
 $T(K) = 0.$

Appel du sous programme de remplissage
de $T(K)$
(Transformation de la matrice à deux di-
-mensions en une matrice ligne ou à une
dimension)
Ce tableau a été prévu dans le programme
à fin d'éviter l'impression des zéros en
Sortie

Impression des résultats sur l'impriman-
-te sous formes de tableaux et ceci pour
chaque type en vue d'un usage ultérieur

B. METHODE QUADRATIQUE DE GAUSS

1°) Etude théorie

Soient deux limites d'intégration a et b délimitant une intégrale I

$$I = \int_a^b f(x,m) dx = \int_a^b (h_x \psi)$$

dans un premier temps on réduit l'intervalle d'intégration $[a, b]$ à l'intervalle $[-I, I]$ moyennant le changement de variable :

$$u = \frac{2x - (b+a)}{b-a}$$

d'où $(b-a)u + (b+a) = 2x$

et finalement $x = (I/2)(b-a)u + (1/2)(b+a)$

ainsi l'intégrale I s'écrit :

$$I = \int_{-I}^{+I} F(u) du$$

où $F(u) = (I/2)(b-a) \cdot f \left[(I/2)(b-a)u + (1/2)(b+a) \right]$

Le changement de variable précédent permet de réduire n'importe quel intervalle $[a, b]$ à la seule condition que la fonction à intégrer soit définie et continue sur cet intervalle. La fonction $f(x,m) = \frac{x^{5,3} - x^{0,3}}{mx^{5,3} - I}$ déduite de l'équation (184) résultant de la théorie de la longueur fluidodynamique

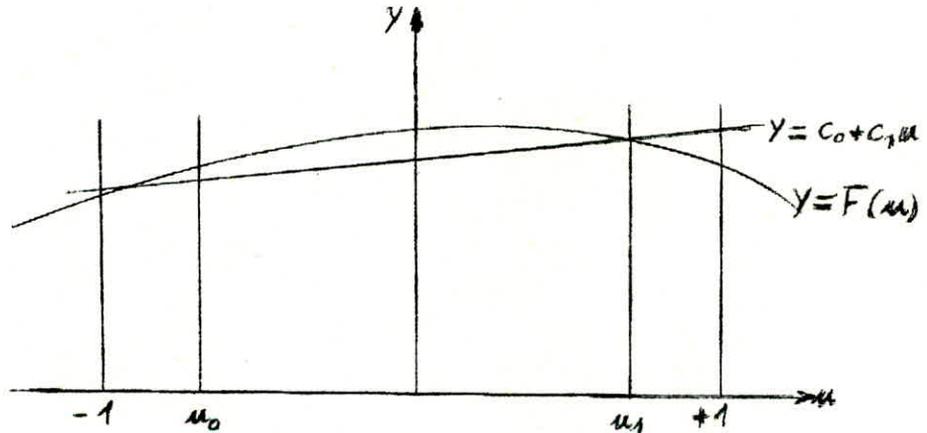
Le principe est :

D D'assimiler la croissance ou décroissance d'une fonction à une croissance ou décroissance linéaire ; mathématiquement assimiler un accroissement différentiel à une constante en ce gardant de rester dans un domaine de précision qu'on se fixe.

tel que

$$G = \int_{-I}^{+I} (c_0 + c_I u) du = \int_{-I}^{+I} F(u) du \quad (200)$$

Le membre est l'aire comprise entre l'axe des u , la droite $y=c_0+c_I u$ et les verticales $u = -I$ et $u = I$. C'est donc l'aire d'un trapèze ; le membre de droite est l'aire limitée par l'axe des u , la courbe $y = F(u)$ et les verticales $u=u_0$ et $u=u_I$ tel que la montre la figure ci-dessous :



Pour que la relation (200) soit vraie il faut que la somme des aires géométrique comprises entre $-I, u_0$, la courbe $y = F(u)$, la droite $y = c_0 + c_I u$ et u_I , la courbe $y = F(u)$, la droite $y = c_0 + c_I u$ soit égale à l'aire comprise entre les verticales u_0, u_I , la droite $y = c_0 + c_I u$ et la courbe $y = F(u)$

La choix de la droite $y = c_0 + c_I u$ semble difficile ; ce pendant il existe une méthode mathématique permettant de trouver c_0 et c_I donc d'écrire l'équation de la droite $y = c_0 + c_I u$.

soit $G = A_0 F(u_0) + A_I F(u_I)$ l'aire de GAUSS

considérons $F(u) = c_0 + c_I + e(u)$ où $e(u)$ est une erreur

$$F(u) = c_0 + c_I (u-u_0) (u-u_I) (d_0 + d_I u)$$

$$\text{où } e(u) = (u-u_0) (u-u_I) (d_0 + d_I u)$$

si c_0 et c_I satisfaisaient (200) alors :

$$\int_{-I}^{+I} (u - u_I) (u - u_0) (d_0 + d_I u) du \neq 0$$

Si ceci est vrai quelque soient les valeurs de d_0 et d_I on peut écrire alors

$$\int_{-I}^{+I} (u - u_I) (u - u_0) du = 0$$

$$\int_{-I}^{+I} u(u - u_I) (u - u_0) du = 0$$

c'est à dire quelque soit u , e n'existera pas

après exécution de ces intégrales on aura :

$$(2/3) + 2 u_0 u_I = 0$$

$$u_0 + u_I = 0$$

d'où $u_I = -u_0$ d'une part

d'autre part : $(2/3) - 2u_0^2 = 0$ d'où $u_0^2 = 1/3$ et $u_0 = 1/(3)^{0,5}$

donc $u_0 = -u_I = 1/(3)^{0,5}$ ou $u_I = u_0 = 1/(3)^{3,5}$

Si on considère l'expression de l'intégrale de GAUSS

$$G = A_0 F(u_0) + A_I F(u_I) \text{ les seules inconnues sont } A_0 \text{ et } A_I.$$

or le validité de (200) implique $F(u) = c_0 + c_I u$

$$\text{donc } F(u_0) = c_0 + c_I u_0 \text{ et } F(u_I) = c_0 + c_I u_I$$

ainsi l'intégrale de GAUSS s'écrit :

$$G = A_0(c_0 + c_I u_0) + A_I(c_0 + c_I u_I)$$

$$G = c_0 A_0 + c_I A_0 u_0 + c_0 A_I + c_I A_I u_I$$

$$\text{d'où } G = c_0(A_0 + A_I) + c_I(A_0 - A_I)u_0$$

$$\text{or } u_0 = -u_I \text{ d'où } G = c_0(A_0 + A_I) + (A_0 - A_I) c_I u_0$$

$$u_0 = -1 / 3^{1/2} \text{ d'où :}$$

$$G = c_0(A_0 + A_I) - (A_0 - A_I) c_I / 3^{1/2}$$

cette intégrale de GAUSS doit être égale à $\int_{-I}^{+I} (c_0 + c_I u) du$ d'après (200)

$$\text{or } \int_{-I}^{+I} (c_0 + c_I u) du = 2c_0$$

$$\text{donc } c_0(A_0 + A_I) - (A_0 - A_I) c_I / 3^{1/2} = 2c_0 \quad \begin{matrix} A_0 + A_I = 2 \\ A_0 - A_I = 0 \end{matrix}$$

$$\text{d'où } A_0 = A_I = I$$

$$\text{et (20) s'écrit finalement avec } u_0 = u_I = I / (3)^{1/2}$$

$$\text{ou } u_I = I / (3)^{1/2} \text{ et } u_0 = -I / (3)$$

et

$$G = F(-I/(3)^{1/2}) + F(I/(3)^{1/2})$$

C'est ici la formule quadratique de GAUSS pour deux points . EL₁

Elle s'écrit sous une forme plus explicite pour l'application

$$\text{en effet : } F(u) = (1/2)(b-a) \cdot f \left[\frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a) \right]$$

ou a et b sont les bornes de l'intervalle d'intégration ;

l'intégration de GAUSS s'écrit :

$$G = (1/2)(b-a) \int_{-1}^1 f \left[\frac{1}{2}(b-a)(-1/3)^{1/2} + \frac{1}{2}(b+a) \right] + f \left[\frac{1}{2}(b-a)(1/3)^{1/2} + \frac{1}{2}(b+a) \right]$$

(b-a) sera le pas d'intégration.

c'est à partir de cette dernière formule, qu'a été tracé tout le programme général écrit en langage scientifique évolué qui est le fortran univac.

Diagramme du coefficient α

$$\alpha = \frac{0.45}{m} \sqrt{\frac{L}{D_h}}$$

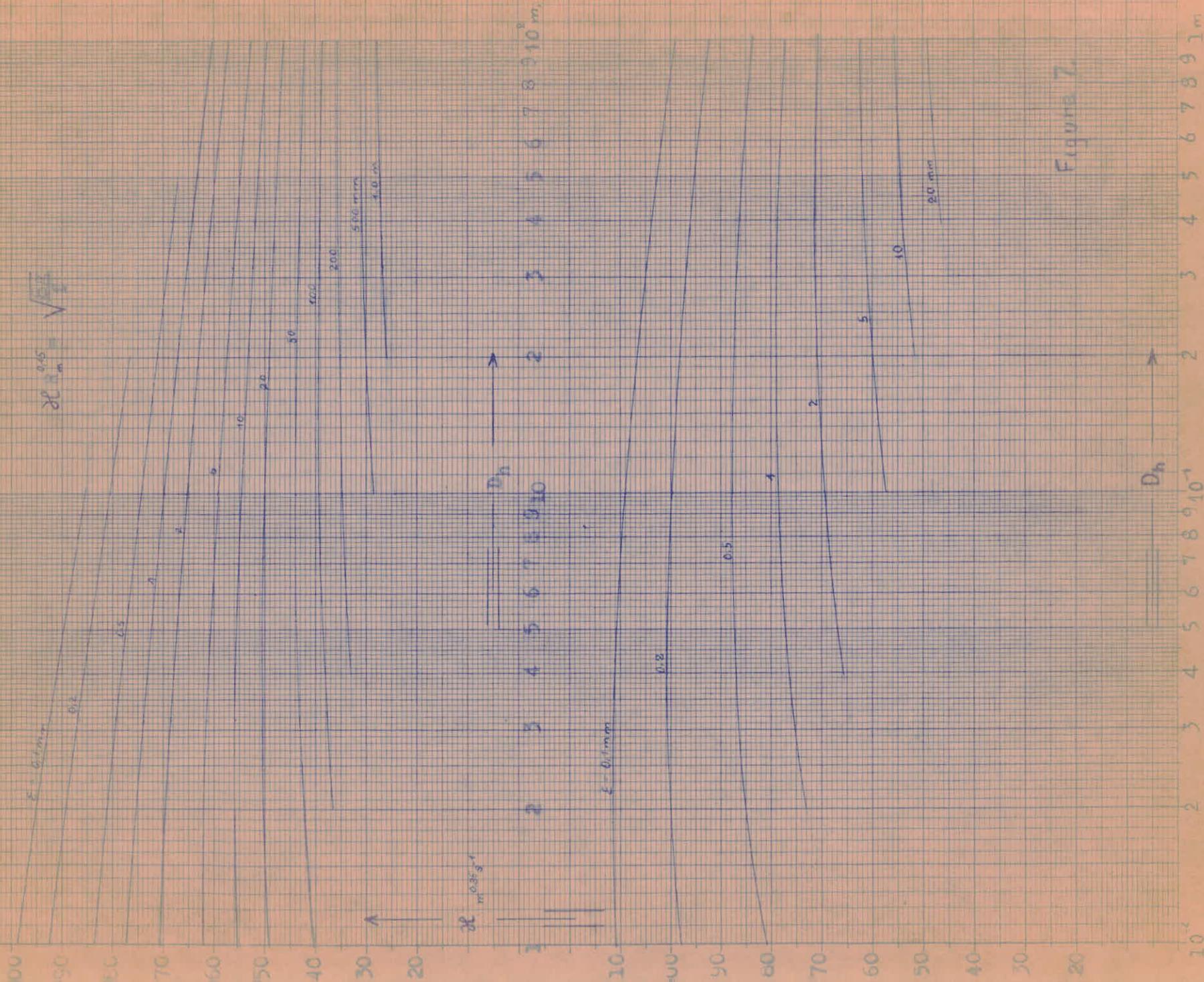
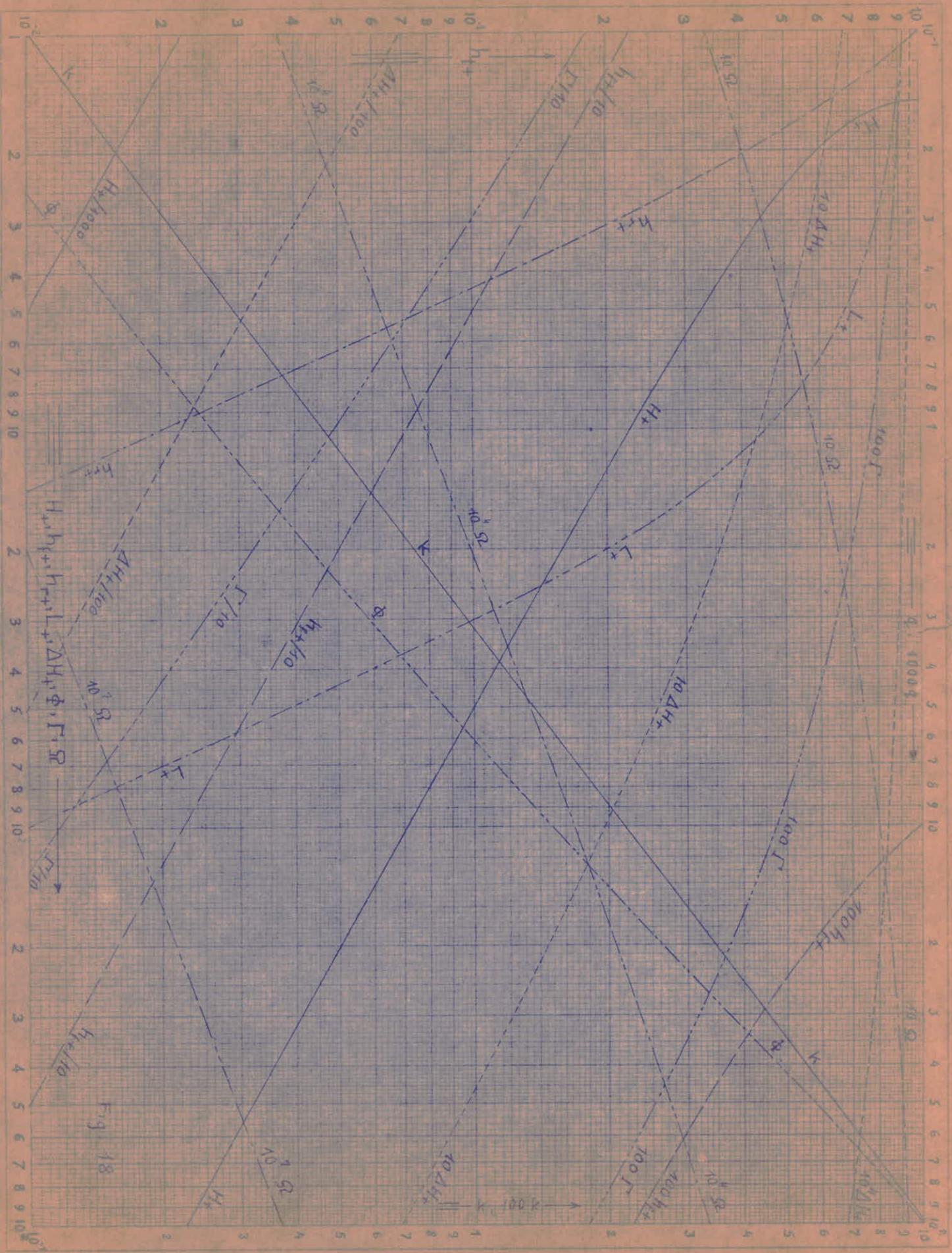


Figure 2



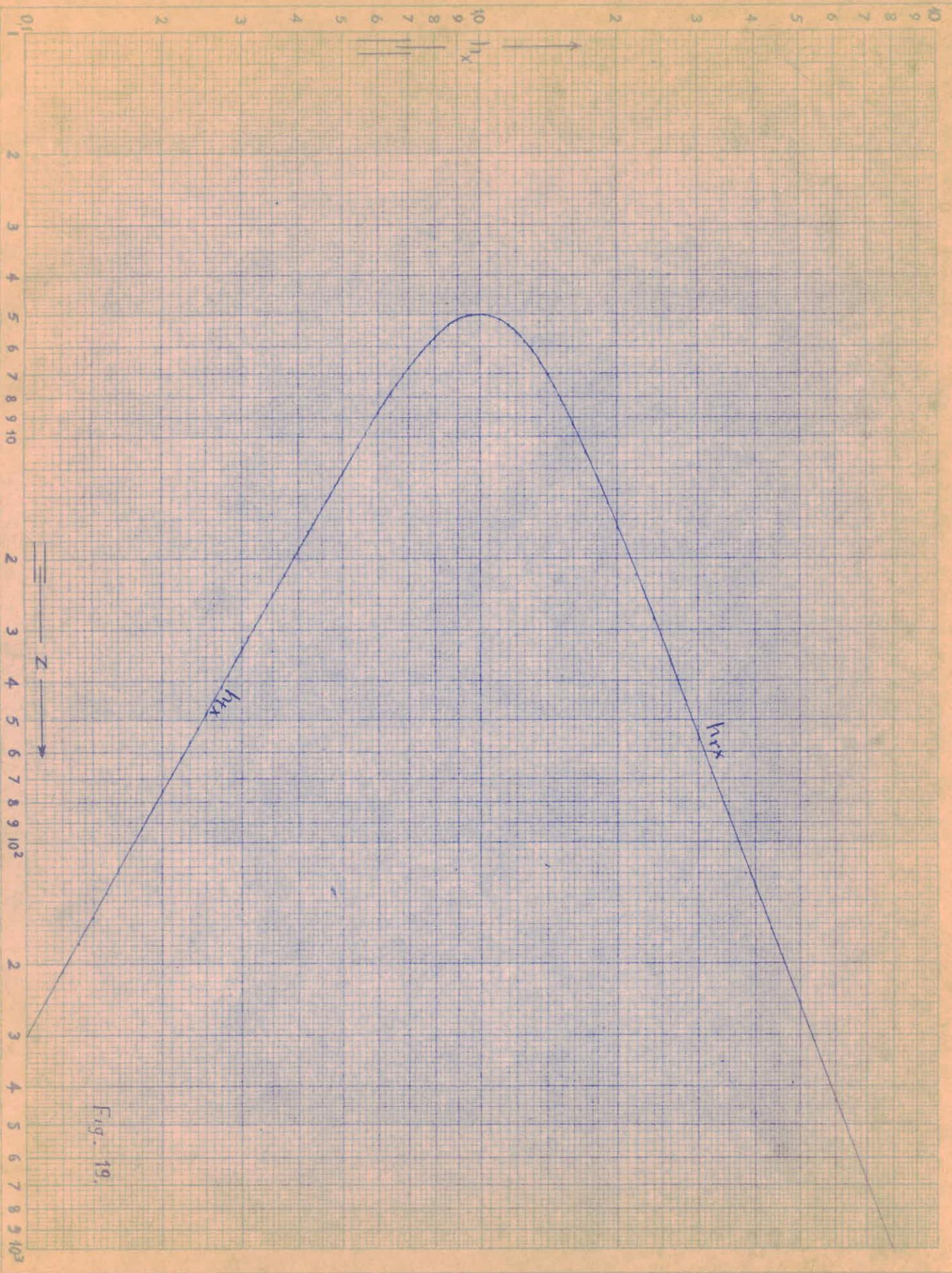


Fig. 19.

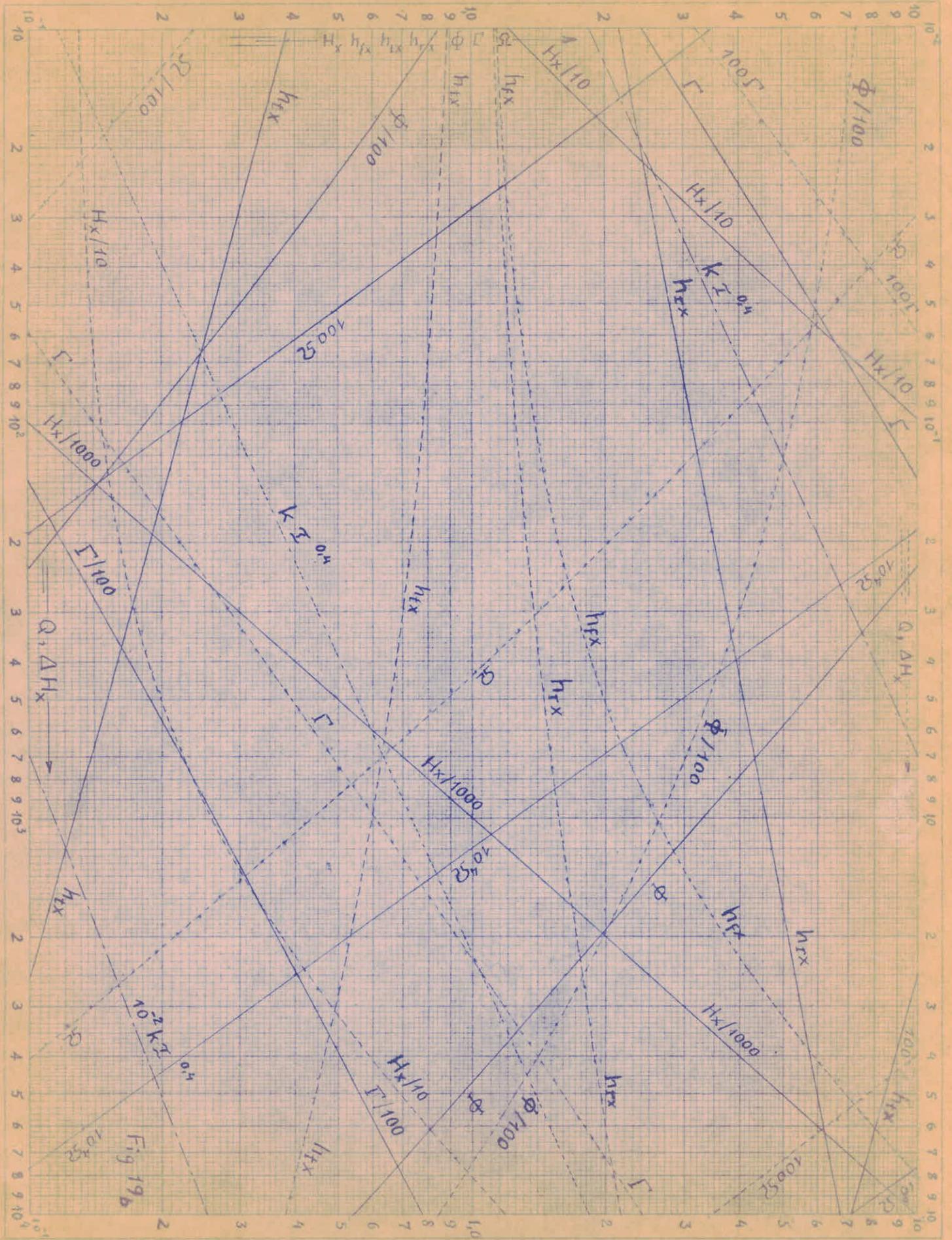


Fig 19b

Premisse :

Les Formules référenciées ci-dessous sont celles employées par M^r GÉRA LADRAY dans son ouvrage sur la théorie de la longueur Fluidodynamique.

SOLUTION :

a. Dans les sections de B et de E on a la profondeur critique :

$$(75) \implies k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(4,1)^2}{9,8}} = 0,498 \text{ m}$$

b. Le diamètre hydraulique :

$$D_h = 4k = 1,992 \text{ m}$$

On choisit la rugosité du béton :

$$E = 5 \text{ mm}$$

D'après la figure 7, on a : $\alpha C = 62 \text{ m}^{0,36} \text{ s}^{-1}$

La formule (141 a) nous donne :

$$J_k = \frac{g}{\alpha^2 k^{0,3}} = \frac{9,8}{(62)^2 \cdot (0,498)^{0,3}} = 3,14 \cdot 10^{-3}$$

Vérification par la méthode classique :

$$\text{La rugosité relative } E/D_h = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,992} = 2,51 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Le nombre de REYNOLDS } \overline{R} = 4q/p = 4,4 \cdot 10^6$$

On lit sur le diagramme de MOODY : $f = f_r = 0,0251$

$$J_k = \frac{f}{D_h} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{f}{4k} \cdot \frac{q^2}{k^3} \cdot \frac{1}{2g} = \frac{0,0251 \cdot (4,1)^2}{8(0,498)^3 \cdot 9,8} = 3,14 \cdot 10^{-3}$$

→ Vérifié !!

$$c. (141 a) \quad \sqrt{L} = \frac{1}{J_k} = \frac{1}{3,14 \cdot 10^{-3}} = 318,5$$

$$L = \sqrt{L} \cdot J = 318,5 \cdot 0,628 = 200$$

$$(147) \Rightarrow L_{B-c} = k \sqrt{\mathcal{L}} [\mathcal{L}(B, h_{ct}) - \mathcal{L}(B, h_{ot})]$$

mais puisque $h_B = k \Rightarrow h_{ot} = \frac{h_B}{k} = 1 \Rightarrow \mathcal{L}(B, h_{ot}) = 0$

La formule (147) devient :

$$L_{B-c} = k \sqrt{\mathcal{L}} \mathcal{L}(B, h_{ct})$$

$$\text{d'où } \mathcal{L}(B, h_{ct}) = \frac{L_{B-c}}{k \sqrt{\mathcal{L}}} = \frac{10}{9,498 \cdot 318,5} = 0,063$$

$$\text{On calcule } \gamma = \mathcal{L}(B, h_{ct}) B^{-1} = \frac{0,063}{200} = 3,15 \cdot 10^{-4}$$

La lecture sur l'abaque de la figure de la valeur conjuguée du paramètre adimensionnel de la profondeur

$$h_{ct} = 0,226 \Rightarrow \begin{cases} h_c = h_{ct} \cdot k = 0,226 \cdot 0,498 = 0,1125 \\ D_{hc} = 4 \cdot h_c = 0,450 \end{cases}$$

On remarque que les valeurs de \mathcal{L} et de $\sqrt{\mathcal{L}}$ restent inchangées ($\mathcal{L} = 62$; $\sqrt{\mathcal{L}} = 318,5$).

On lit dans l'abaque de la figure 18a (les valeurs conjuguées :

d.

$$H_{ct} = 9,8 \text{ d'où } H_c = 9,8 \cdot 0,498 = 4,88 \text{ m.}$$

e.

$$\Delta H_{ct} = 7,1 \text{ d'où } \Delta H_{cd} = 7,1 \cdot 0,498 = 3,54 \text{ m.}$$

f.

$$L_{ct} = 18,5 \text{ d'où } L_{cd} = 18,5 \cdot 0,498 = 9,22 \text{ m.}$$

g.

$$a = H_c - \Delta H_{cd} - 1,5 k = 4,88 - 3,54 - 1,5 \cdot 0,498 = 0,593 \text{ m.}$$

h. Pour la tranche A-B on a en application de (143a) :

$$h_{ot} = B^{-\frac{1}{5,3}} = 0,5^{-\frac{1}{5,3}} = 1,234 \text{ d'où :}$$

$$h_o = h_{ot} \cdot k = 0,614 \text{ m}$$

$$\text{et on a : } \left. \begin{array}{l} k \leq h \leq h_o \\ B = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{courbe type } S_2$$

On a aussi : $4k \leq D_h \leq 4.h_0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Soit : } 1,992 \leq D_h \leq 2,457 \text{ m} \\ \quad \quad \quad \varepsilon = 6 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha = 62 \\ \sqrt{\tau} = 318,6 \end{array}$$

Et puisque $h_B = k \Rightarrow h_{B+} = 1 \Rightarrow \mathcal{L}(B, h_{B+}) = 0$

Et on a en application de (147)

$$-\mathcal{L}(0,5, h_{A+}) = \frac{100}{318,6 \cdot 0,498} = 0,630$$

La valeur y_c conjuguée du paramètre de la profondeur lue dans l'abaque de la figure :

$$h_{A+} = h_{f+} = 1,218 \Rightarrow h_A = 1,218 \cdot 0,498 = 0,606 \text{ m}$$

$$\text{La figure 18a} \Rightarrow H_{A+} = 1,554 \Rightarrow H_A = 1,554 \cdot 0,498 = 0,774$$

Ainsi les cotes des points cardinaux sont :

$$A : 1800 - 0,774 = 1799,226 \text{ m s.m.}$$

$$B : 1799,226 - 0,157 = 1799,069 \text{ m s.m.}$$

$$C \text{ et } D : 1799,069 - 6,28 = 1792,789 \text{ m s.m.}$$

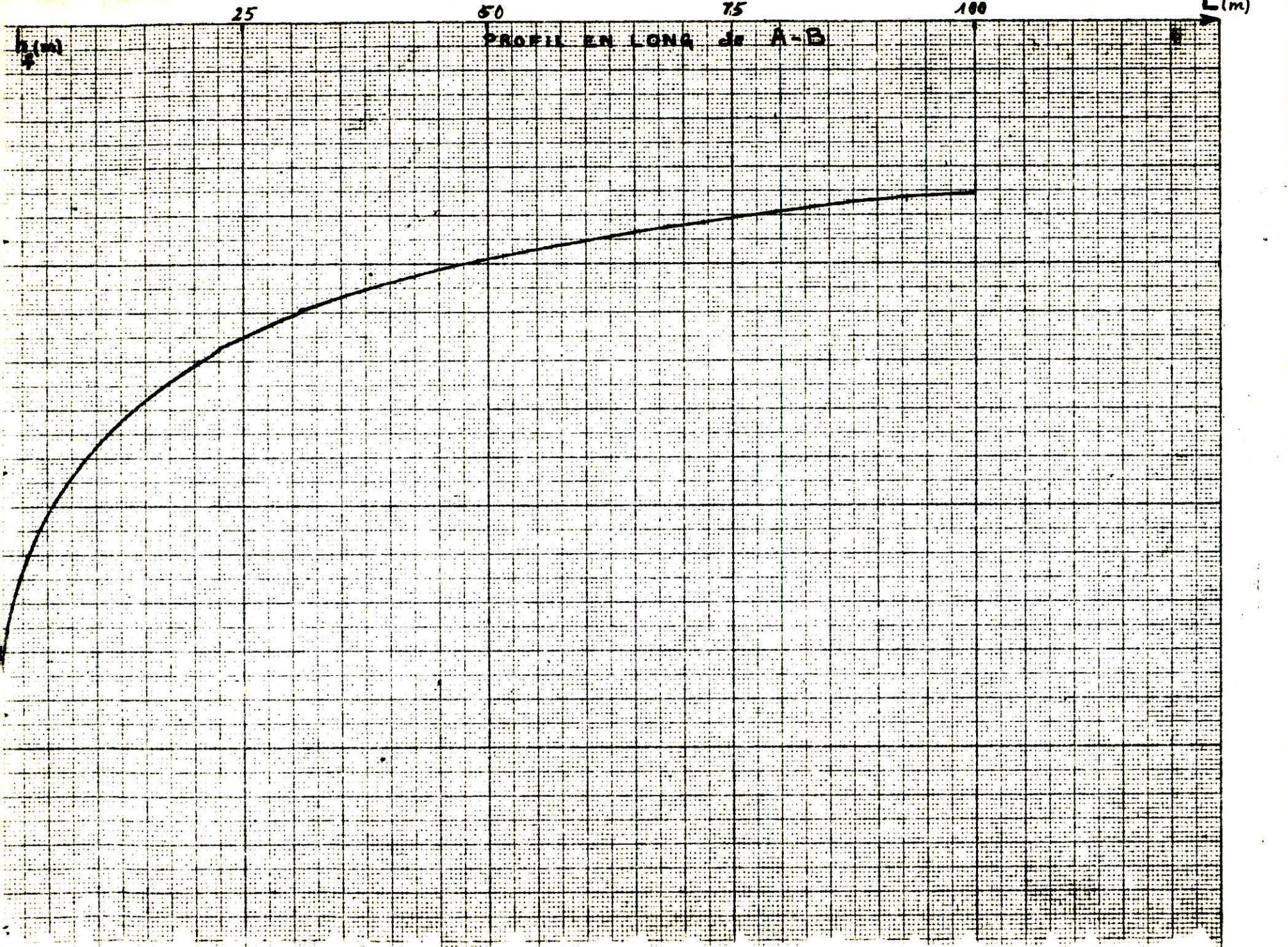
$$E : 1792,789 + 0,593 = 1793,382 \text{ m s.m.}$$

i. Profil en long de la surface libre de l'écoulement en régime fluvial se proforsent sur le tronçon A-B :

Profondeur : h_f

Distance comptée à partir du point B : \mathcal{L}_{Bf}

h_f	h_{f+}	$L(0.5, h_{f+})$	L_{ef}
0.498	1.00	0.000000	0.000
0.503	1.01	0.000314	0.050
0.508	1.02	0.001289	0.204
0.513	1.03	0.002992	0.475
0.518	1.04	0.005500	0.872
0.523	1.05	0.008903	1.412
0.528	1.06	0.013308	2.110
0.533	1.07	0.018837	2.987
0.538	1.08	0.025638	4.066
0.543	1.09	0.033887	5.375
0.548	1.10	0.043801	6.947
0.553	1.11	0.055644	8.826
0.558	1.12	0.069749	11.063
0.563	1.13	0.086542	13.726
0.568	1.14	0.106579	16.905
0.573	1.15	0.130605	20.716
0.578	1.16	0.159653	25.323
0.583	1.17	0.195215	30.964
0.588	1.18	0.239563	37.997
0.593	1.19	0.296412	47.045
0.598	1.20	0.372498	59.083
0.603	1.21	0.482196	76.483
0.607	1.218	0.630465	100.000



V

Profil en long de la surface libre de l'écoulement en régime torrentiel se produisant sur le tronçon B-C :

Profondeur : h_t

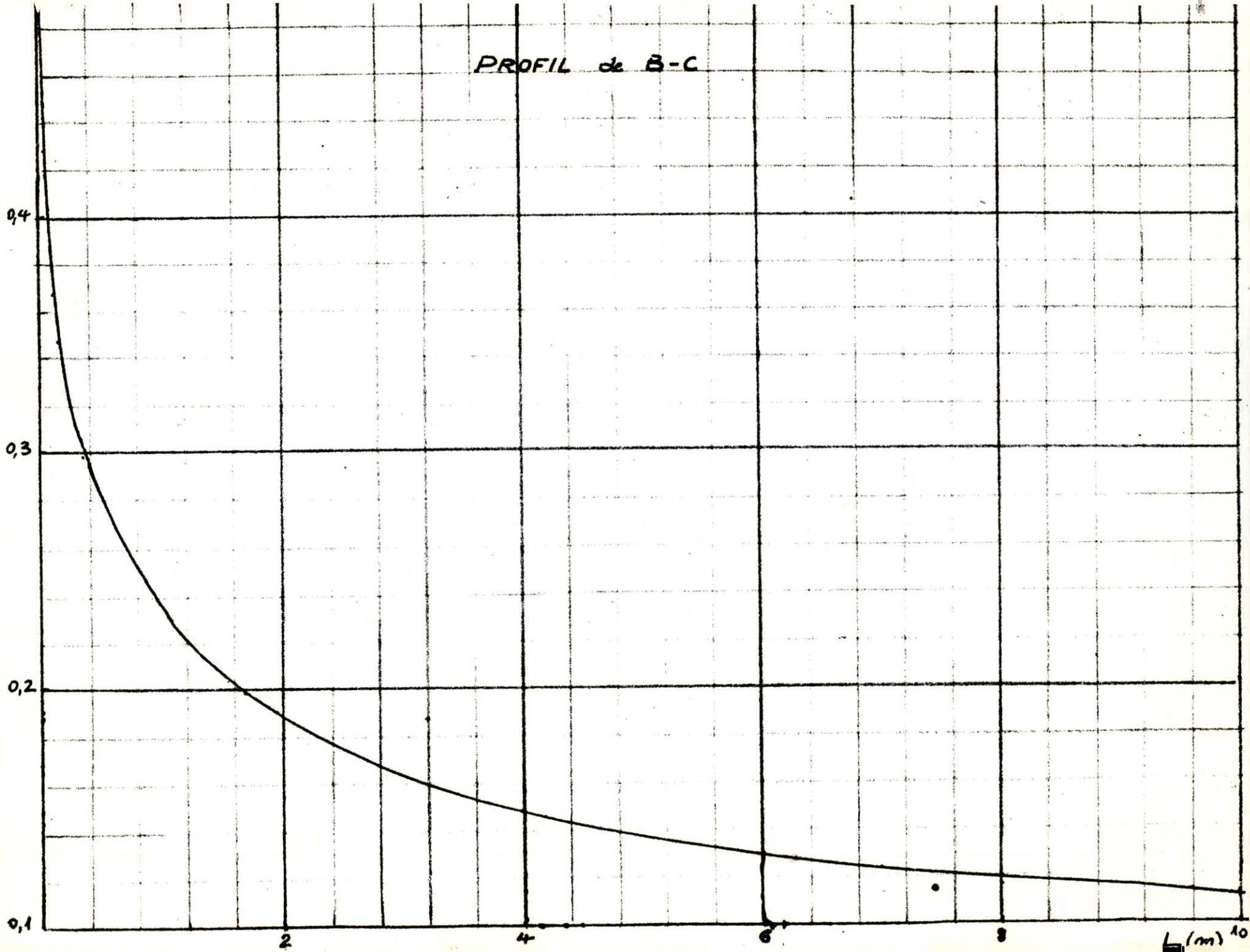
Distance comptée à partir du point B : L_{Bt}

$L = 200$
 $K_{NT} = 158,613$

- COURBE TYPE P₃ -

h_t (m)	h_{t+}	$L(200, h_{t+})$	L_{Bt} (m)
0.498	1.00	0.000 000	0.000 00
0.493	0.99	0.000 001	0.000 16
0.488	0.98	0.000 003	0.000 48
0.483	0.97	0.000 007	0.001 11
0.478	0.96	0.000 013	0.002 06
0.468	0.94	0.000 030	0.004 76
0.458	0.92	0.000 054	0.008 56
0.448	0.90	0.000 087	0.013 80
0.428	0.86	0.000 154	0.024 42
0.408	0.82	0.000 321	0.050 91
0.388	0.78	0.000 514	0.081 53
0.368	0.74	0.000 773	0.113 09
0.348	0.70	0.001 115	0.176 85
0.299	0.60	0.002 488	0.394 63
0.249	0.50	0.005 145	0.816 06
0.199	0.40	0.010 692	1.695
0.149	0.30	0.024 970	3.960
0.124	0.25	0.044 309	7.028
0.120	0.24	0.051 376	8.149
0.115	0.23	0.061 002	9.676
0.110	0.22	0.075 544	11.982
0.1104	0.22859	∞	10.000

PROFIL de B-C



L (m) ¹⁰

VI

Si on veut contrôler les débits $0.1 \leq q_f \leq 1.1 \text{ m}^3/\text{s}$
 On a :

$$0.1 \leq R \leq 0.498$$

$$6.1 \leq \mathcal{L} \leq 6.2$$

$$0.3 \leq \mathcal{L} \leq 0.5$$

$$\mathcal{L} = \sqrt{\mathcal{L}} J_0 \Rightarrow \sqrt{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}}{J_0} \Rightarrow \sqrt{\mathcal{L}} = \frac{20^2 R^{0.3}}{9} \Rightarrow R$$

Connaissant :

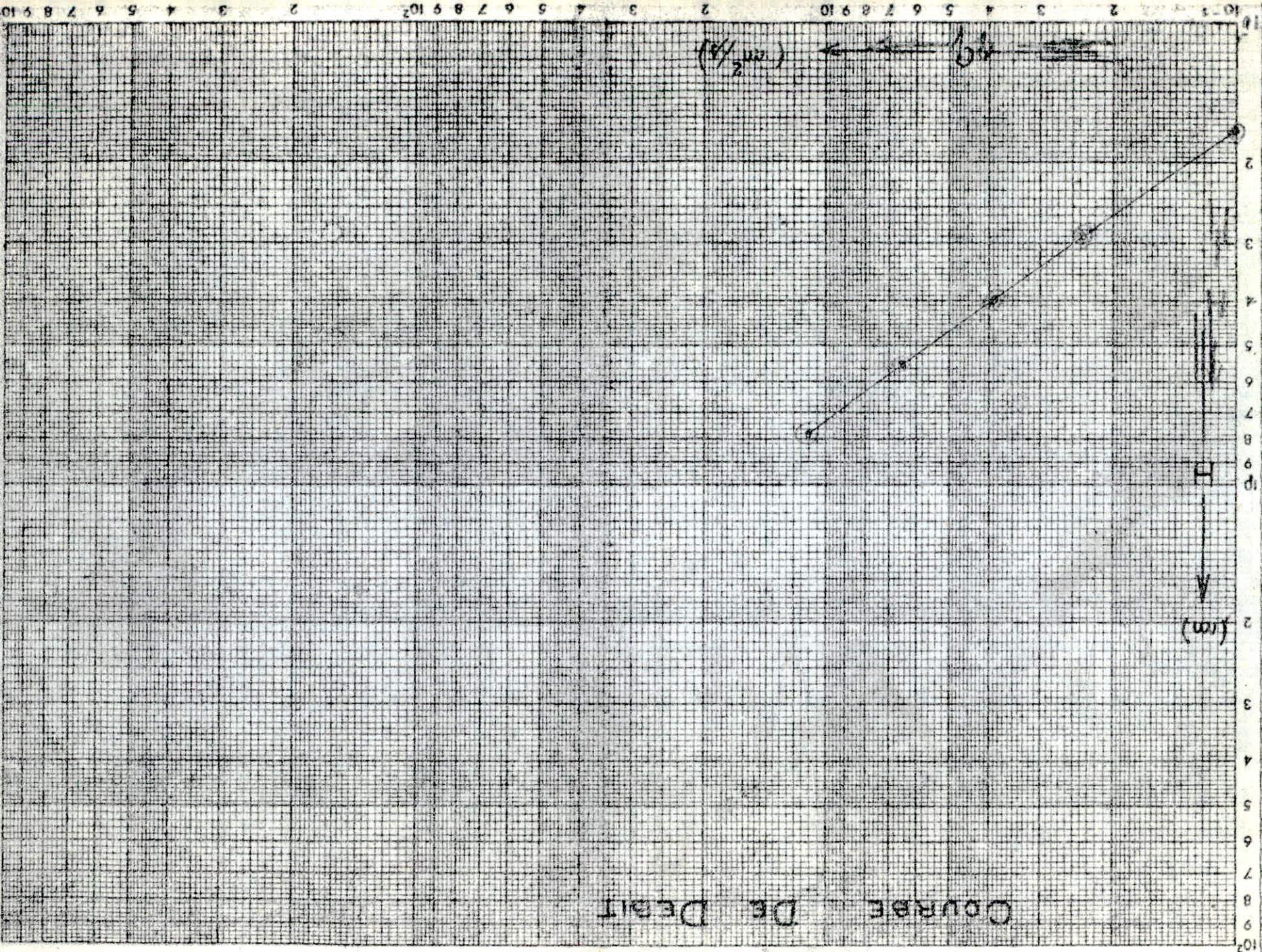
- la longueur géométrique : L
- la profondeur critique : R
- le nombre adimensionnel : $\sqrt{\mathcal{L}}$

on détermine le \mathcal{L} gothique : \mathcal{L}

$$\Rightarrow h_{AF+} \Rightarrow H_{\frac{1}{2}} \Rightarrow H = k H_{\frac{1}{2}}$$

\mathcal{L}	$\sqrt{\mathcal{L}}$	$R \text{ (m)}$	\mathcal{L}	$h_{q+} \text{ (m)}$	$H_{\frac{1}{2}}$	$H \text{ (m)}$	$q_f \text{ (m}^3/\text{s)}$
0.50	318.5	0.498	0.630	1.22	1.58	0.78	1.1
0.45	286.6	0.351	0.994	1.26	1.58	0.55	0.65
0.40	254.8	0.250	1.569	1.31	1.60	0.40	0.39
0.35	229.9	0.178	2.444	1.37	1.64	0.29	0.235
0.30	191.1	0.101	5.181	1.435	1.68	0.17	0.100

La fonction $q_f = f(H)$ représentée dans un système de coordonnées logarithmiques donne une ligne continue (presque une droite) d'où le nombre de points déterminés par le procédé ci-dessus est suffisant (voir figure ci-jointe.)



COURSE DE DEBIT

H (m)

(cm³/s)

1000000

**** CONCLUSION ****

Comme nous l'avons souligné dans notre exposé ; trois méthodes nous permettent de solutionner les problèmes relatifs aux écoulements à surface libre graduellement non-uniformes :

- méthode "tronçon par tronçon"
- méthode d'intégration numérique
- méthode de la théorie de la longueur fluidodynamique

Alors que la méthode dite tronçon par tronçon applicable au profils à section sèche constante , basée principalement sur la formule de MANING-STRICKLER (129) et dont la séquence a été développée au chapitre (II) permet :

- connaissant la longueur géométrique séparant deux sections et la profondeur d'eau dans l'une d'elle on peut déterminer la profondeur dans l'autre .
- Connaissant les profondeurs d'eau dans deux sections on peut déterminer la longueur géométrique qui les sépare .

Cependant elle n'a pu échapper aux lourdeurs suscitées par les itérations , malgré l'amélioration apportée par la T.L.F , et aux imprécisions naissantes du choix d'une profondeur moyenne

La méthode d'intégration numérique détermine , et ce pour un profil à section sèche constante , connaissant les profondeurs d'eau dans deux sections , la longueur géométrique qui les sépare

Le problème inverse n'a pas de solution .

QUANT à la théorie de la longueur fluidodynamique applicable

aux profils à section sèche constante ; elle ouvre un horizon plus large par l'élimination des erreurs systématiques , par la rapidité des calculs par la possibilité de solutionner rigoureusement les problèmes de renous connaissant deux paramètres sur trois .

- soit une profondeur d'eau dans l'une des sections et la longueur géométrique on détermine la profondeur dans l'autre .

- soit les profondeurs d'eau dans deux sections considérées on détermine la longueur géométrique .

Elle devient expéditive et représentable par une méthode graphique simplifiée par l'introduction de fonctions implicites de $\mathcal{L}(h_+, IL)$, et de constantes étroitement liées aux valeurs des produits adimensionnels discriminatoires .



