

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

Ecole Nationale Polytechnique



Département de génie mécanique

Laboratoire Génie Mécanique et Développement

**Mémoire de projet de fin d'études**

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie mécanique

**Etude et simulation numérique de tubes renforcés par  
différents types de fibre**

M. Abdelhakim SIROUKANE

Sous la direction de M. Yacine BELKACEMI M.C.A à l'ENP  
et M. Mohamed Lamine HAMAIDI Doctorant à l'ENP)

Présenté et soutenu le (17/09/2020)

Composition du Jury :

Président	M. Saïd RECHAK	Professeur	ENP
Promoteur	M. Yacine BELKACEMI	MCA	ENP
Co-Promoteur	M. M-Lamine HAMAIDI	Doctorant	ENP
Examineur	M. Ali AMMICHE	MAA	ENP

**ENP 2020**



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

Ecole Nationale Polytechnique



Département de génie mécanique

Laboratoire Génie Mécanique et Développement

**Mémoire de projet de fin d'études**

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie mécanique

**Etude et simulation numérique de tubes renforcés par  
différents types de fibre**

M. Abdelhakim SIROUKANE

Sous la direction de M. Yacine BELKACEMI M.C.A à l'ENP  
et M. Mohamed Lamine HAMAIDI Doctorant à l'ENP)

Présenté et soutenu publiquement le (17/09/2020)

Composition du Jury :

Président	M. Saïd RECHAK	Professeur	ENP
Promoteur	M. Yacine BELKACEMI	MCA	ENP
Co-Promoteur	M. M-Lamine HAMAIDI	Doctorant	ENP
Examineur	M. Ali AMMICHE	MAA	ENP

**ENP 2020**

# **Remerciement**

Je tiens tout d'abord à remercier ALLAH le tout-puissant et miséricordieux qui m'a donné la force, la santé, la patience, la volonté et le courage pour achever ce modeste travail.

J'exprime ma gratitude à mes promoteurs Monsieur Y.BELKACEMI et Mr M.L.HAMAIDI qui m'ont proposé le thème de mon projet de fin d'études, avoir éclairé mon chemin, et ont mis à ma disposition leurs compétences et leurs conseils constructifs afin de mener ce projet à bon terme.

Mes vifs remerciements s'adressent au président de jury M. S.RECHAK et à l'examineur M. A.AMMICHE, qui nous honorent de leur présence en acceptant d'examiner ce travail.

Je remercie l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation ainsi tous ceux qui de près ou de loin ont participé à la réalisation de ce travail et particulièrement les enseignants du département génie mécanique.

# **Dédicace**

Ce travail est dédié tout d'abord

**A** mon cher père qui n'a pas cessé de m'encourager et de se sacrifier pour que je puisse franchir tout obstacle durant toutes mes années d'études, qu'ALLAH me le garde en très bonne santé.

**A** ma plus belle étoile qui puisse exister dans l'univers, ma chère mère, celle à qui je souhaite une longue vie.

**A** mes frères Salim, Hichem et mes deux sœurs.

**A** mon oncle Mr O. SIROUKANE et ma tante N. BEKKOUCHE.

**A** Mr B. Belckacem, Mr M. Arif et mes collègues de Boudis.

**A** toute ma grande famille, qui m'a accompagnée durant ce long parcours, celle qui m'a offert tout l'amour.

**A** tous mes amis qui m'ont apporté l'aide et le soutien durant ces années de formation.

**Merci à tous**

**Abdelhakim**

## ملخص

تستخدم الأنابيب المطاطية (الكاوتشو) بشكل كبير في مجال السيارات وذلك في نقل السوائل تحت ضغط منخفض، ويتجلى استخدامها في دائرة التبريد، سحب الهواء، نقل سوائل غسيل الزجاج الأمامي، وبعض قنوات التهوية.

يمكن تقوية ودعم هذه الأنابيب بأنسجة مختلفة، ولا يزال سلوك الأنابيب ذات تعزيزات نسيجية بداخلها مجالاً للبحث والدراسة يتعين استغلاله.

نقترح في هذه المشروع دراسة مادة المطاط (الكاوتشو) المدعم بمختلف التعزيزات الالياف المضمنة بداخله مع المحاكاة باستخدام برنامج Abaqus. سيتم إجراء اختبار الشد لغرض ادخال خصائص المطاط الخاص بنا على Abaqus وبالتالي النموذج الأنسب.

**الكلمات المفتاحية:** المحاكاة، الأنابيب المدعمة، الياف، الاختبارات الميكانيكية، المطاط، المواد المركبة، الألياف.

## Abstract

Hoses are pipes mainly used in the automotive sector for transferring fluid at low pressure. They are used for the cooling circuit, the air intake, windshield washer fluids, some ventilation ducts.

These tubes can be reinforced with textile. The behavior of tubes with reinforcements embedded in rubber tubes remains a field of investigation which remains to be exploited.

In this project we propose a study of rubber reinforced by different types of reinforcements with numerical simulation using Abaqus software. A tensile test will be carried out for defining our rubber on Abaqus and subsequently the most suitable hyperelastic model.

**Keywords:** numerical simulation, reinforced tubes, fiber, mechanical tests, rubber, composite material, Abaqus, fiber.

## Résumé

Les durites sont des tuyaux utilisés principalement dans le secteur automobile pour une utilisation de transfert de fluide en basse pression. Elles sont employées pour le circuit de refroidissement, l'admission d'air, les liquides de lave-glace, certains conduits de ventilation.

Ces tubes peuvent être renforcés par du textile. Le comportement des tubes avec renforts noyés dans des tubes de caoutchouc reste un champ d'investigation qui reste à exploiter.

Dans ce projet de fin d'étude on propose une étude de caoutchouc renforcée par différents types de renforts avec simulation numérique à l'aide de logiciel Abaqus, Un essai de traction sera réalisé pour but de définir notre caoutchouc sur Abaqus et par la suite le modèle hyperélastique le plus approprié.

**Mots-clés :** simulation numérique, tubes renforcés, fibre, essais mécaniques, caoutchouc, matériau composite, Abaqus, fibre.



# Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

**NOMENCLATURE**

**Introduction Générale..... 12**

**Chapitre 1 Généralités ..... 15**

1.1. Caoutchouc..... 16

1.1.1. Définition ..... 16

1.1.2. Composition de caoutchouc..... 16

1.1.3. Vulcanisation ..... 17

1.2. Comportement hyperélastique ..... 19

1.2.1. Introduction..... 19

1.2.2. Modèles d'hyperélasticité ..... 20

1.3. Matériaux composites ..... 21

1.3.1. Matrice ..... 22

1.3.2. Renforts ..... 23

1.4. Isotropie et anisotropie ..... 24

1.4.1. Matériau isotrope..... 25

1.4.2. Matériau Anisotrope ..... 25

**Chapitre 2 Calcul théorique ..... 27**

2.1. La Loi des mélanges..... 28

2.2. Matrice de rigidité et comportement mécanique..... 32

Conclusion ..... 40

**Chapitre 3 Partie expérimentale (Essai de traction) ..... 42**

3.1. Introduction..... 43

3.2. Théorie de base : modèle constitutif ..... 44

3.2.1. Modèle Mooney-Rivlin ..... 45



3.2.2.	Modèle Néo-Hookeen .....	45
3.2.3.	Modèle Yeoh .....	45
3.2.4.	Modèle Ogden.....	46
3.2.5.	Modèle Arruda-Boyce .....	47
3.3.	Matériaux et méthodes.....	47
3.4.	Essai de traction .....	48
3.5.	Matériels utilisés .....	49
3.6.	Mode opératoire de l'essai.....	49
3.7.	Processus d'ajustement de courbe .....	53
3.8.	Conclusion .....	54
<b>Chapitre 4</b>	<b>Simulation Numérique .....</b>	<b>55</b>
4.1.	Simulation numérique avec Abaqus :.....	56
4.2.	Modélisation de notre problème : .....	56
4.3.	Etude de maillage .....	60
4.4.	Phase de solution .....	62
<b>Conclusion Générale</b>	<b>.....</b>	<b>69</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>.....</b>	<b>71</b>

## Liste des tableaux

TABLEAU 1.1 DESIGNATION ET COMPOSITION DES ELASTOMERES COURANTS .....	17
TABLEAU 2.1 CARACTIRISTEQUES MECANIQUE DU CAOUTCHOUC ET LES FIBRES DE VERRE [2] .....	31
TABLEAU 2.2 PROPRIETES MECANQUES DES FIBRES DE CARBONE HR ET KEVLAR-49 [2].....	37
TABLEAU 2.3 LES RESULTATS DE LA DURITE RENFORCEE PAR LES FIBRES DE VERRE EN FONCTION DU NOMBRE DES FIBRES .....	38
TABLEAU 2.4 LES RESULTATS DE LA DURITE RENFORCEE PAR LES FIBRES DE CARBONE EN FONCTION DU NOMBRE DES FIBRES .....	38
TABLEAU 2.5 LES RESULTATS DE LA DURITE RENFORCEE PAR LES FIBRES DE KEVLAR EN FONCTION DE NOMBRE DES FIBRES.....	39
TABLEAU 3.1 RESULTATS DE L'ESSAI INSERER DANS ABAQUS .....	52
TABLEAU 3.2 COEFFICIENTS DES MODELES CONSTITUTIFS DE NOTRE CAOUTCHOUC .....	53
TABLEAU 4.1 PROPRIETES DES MATERIAUX UTILISEES POUR LA SIMULATION .....	58
TABLEAU 4.2 RESULTATS DE SIMULATION CAOUTCHOUC PUR (OGDEN N=3) ..	61
TABLEAU 4.3 RESULTATS DE SIMULATION CAOUTCHOUC (OGDEN N=3) RENFORCE PAR 12 FIBRES DE VERRE .....	61
TABLEAU 4.4 LES RESULTATS DE SIMULATION (CAOUTCHOUC ELASTIQUE)...	63
TABLEAU 4.5 LES RESULTATS DE SIMULATION (CAOUTCHOUC HYPERELASTIQUE) .....	64

## Liste des figures

FIGURE 1.1 PROPRIETES DE VULCANISATION EN FONCTION DU DEGRE DE VULCANISATION .....	19
FIGURE 1.2 REPOSE EN FORME DE «S» D'UN MATERIAU HYPERELASTIQUE (LATEX POLYMER) TYPIQUE COURBE MONTRANT LA CONTRAINTE DE TRACTION EN FONCTION DU RAPPORT D'ETIREMENT EN TRACTION ( $\lambda$ ) (TRELOAR, 1944).....	20
FIGURE 1.3 TYPES DE MATRICE .....	22
FIGURE 1.4 TYPES DE RENFORT.....	23
FIGURE 1.5 LA DIFFERENCE ENTRE LE MATERIAU ISOTROPE ET ANISOTROPE	24
FIGURE 1.6 LES RELATIONS CONTRAINTE-DEFORMATION MATERIAU ISOTROPE .....	26
FIGURE 2.1 MATRICE + FIBRES UNIDIRECTIONNELLES .....	28
FIGURE 2.2 MATERIAU COMPOSITE SOUS CONTRAINTE TRANSVERSALE.....	29
FIGURE 2.3 MODULE DE YOUNG LONGITUDINAL ET TRANSVERSAL EN FONCTION DE LA FRACTION VOLUMIQUE.....	30
FIGURE 2.4 MODULE DE YOUNG DU COMPOSITE EN FONCTION DE FRACTION VOLUMIQUE.....	31
FIGURE 2.5 COEFFICIENT DE POISSON DU COMPOSITE EN FONCTION DE FRACTION VOLUMIQUE.....	32
FIGURE 2.6 DIMENSIONS DE LA DURITE UNIVERSELLE DE L'ETUDE .....	33
FIGURE 2.7 BARRE ENCASTREE ET SOUMISE A UNE FORCE DE TRACTION T....	35
FIGURE 2.8 CONTRAINTE DANS LES FIBRES EN FONCTION DE LEUR NOMBRE .....	39
FIGURE 2.9 CONTRAINTE DANS LA MATRICE EN FONCTION DE NOMBRE DES FIBRES .....	40
FIGURE 2.10 DEPLACEMENT DE LA DURITE EN FONCTION DE NOMBRE DES FIBRES .....	40
FIGURE 3.1 ÉTAT DE CONTRAINTE-DEFORMATION IDEALISE DE L'ESSAI DE TRACTION UNIAXIAL .....	48
FIGURE 3.2 MACHINE UNIVERSELLE DE LABORATOIRE MECANIQUE .....	50
FIGURE 3.3 AFFICHAGE DE L'ECRAN DE LA MACHINE.....	51

FIGURE 3.4 LES DIMENSIONS DE L'EPROUVETTE CONFORME A LA NORME ASTM D412 .....	51
FIGURE 3.5 COURBE FORCE-DEPLACEMENT DE L'ESSAI DE TRACTION.....	51
FIGURE 3.6 COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION DE L'ESSAI DE TRACTION ..	52
FIGURE 3.7 COURBES D'JUSTEMENT DE 5 MODELES .....	54
FIGURE 4.1 LA GEOMETRIE DE LA DURITE.....	57
FIGURE 4.2 GEOMETRIE DE LA FIBRE (ECHELLE 10:1).....	57
FIGURE 4.3 UTILISATION DE LA FONCTION REGION INCORPOREE .....	59
FIGURE 4.4 LE MODELE APRES L'UTILISATION DE LA TECHNIQUE D'ELEMENTS INCORPORES « EMBEDDED » .....	59
FIGURE 4.5 LES CONDITIONS LIMITES SUR LE MODELE.....	60
FIGURE 4.6 DEPLACEMENT ET CONTRAINTE (DURITE SANS RENFORT).....	61
FIGURE 4.7 DEPLACEMENT ET CONTRAINTE (DURITE RENFORCEE) .....	62
FIGURE 4.8 VARIATION DE MAILLAGE .....	62
FIGURE 4.9 CONTRAINTE EN FONCTION DE TYPE ET NOMBRE DES FIBRES .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
FIGURE 4.10 DEPLACEMENT EN FONCTION DE TYPE ET NOMBRE DES FIBRES .	65
FIGURE 4.11 CONTRAINTES DANS LES FIBRES .....	66
FIGURE 4.12 LES CONTRAINTES DANS LA MATRICE .....	66
FIGURE 4.13 LES DEPLACEMENTS DANS LES FIBRES .....	67
FIGURE 4.14 LES DEPLACEMENTS DANS LA MATRICE.....	67

# NOMENCLATURE

## Symboles

$\varepsilon_x$	Déformation suivant x	
$\varepsilon_y$	Déformation suivant y	
$\gamma_{xy}$	Déformation angulaire	
<b>E</b>	Module de Young	<i>MPa</i>
<b><math>\nu</math></b>	Coefficient de poisson	
$\sigma_x$	Contrainte normale suivant x	<i>MPa</i>
$\sigma_y$	Contrainte normale suivant y	<i>MPa</i>
$\tau$	Contrainte de cisaillement	<i>MPa</i>
<b>G</b>	Module de cisaillement	<i>MPa</i>
$\vartheta_m$	Fraction volumique de matrice	
$\vartheta_f$	Fraction volumique des fibres	
<b>L</b>	Longueur	<i>m</i>
<b>S</b>	Aire de section	<i>m<sup>2</sup></i>
<b>T</b>	Force	<i>N</i>
$\rho$	Masse volumique	<i>Kg/m<sup>3</sup></i>
<b>r</b>	Rayon	<i>mm</i>
<b>D</b>	Vecteur de Déplacement	<i>mm</i>
<b>K</b>	Matrice de rigidité	<i>N/mm</i>
<b>F</b>	Vecteur de force	<i>N</i>
<b>u</b>	Déplacement longitudinal	<i>mm</i>
<b>v</b>	Déplacement vertical	<i>mm</i>
<b>I</b>	Invariant de déformation	
<b>W</b>	Fonction de l'énergie de déformation	
$\lambda$	Etirement principal	
<b>AEF</b>	Analyse par éléments finis	
<b>SEF</b>	Simulation par éléments finis	

# **Introduction Générale**

## **Introduction générale**

Les durites sont des tuyaux utilisées principalement dans le secteur automobile pour une utilisation de transfert de fluide en basse pression. Elles sont employées pour le circuit de refroidissement, l'admission d'air, les liquides de lave-glace, ... Ces pièces flexibles, fabriquées en caoutchouc, font généralement le lien entre une pièce fixe et une pièce mobile pour absorber les vibrations. La Durite a pour avantage de pouvoir prendre des formes très variées. Moulée à la demande, elle peut avoir des formes tortueuses et complexes avec des extrémités de dimensions qui peuvent être différentes.

Une durite est constituée au minimum d'une couche intérieure de caoutchouc assurant l'étanchéité, d'une couche de renforts centrale assurant la résistance à la pression et la conservation de la forme, et d'une couche extérieure assurant la protection mécanique et la résistance aux agressions. La couche centrale est généralement constituée de renforts.

Afin de dimensionner et d'optimiser la géométrie de la durite, le constructeur automobile a besoin de connaître les efforts et les couples subis et transmis par cette dernière. L'intensité de ces efforts et couples dépendent principalement des propriétés mécaniques de l'élastomère, la nature et la forme des renforts.

La maîtrise du comportement de ce matériau composite est nécessaire pour répondre à ce besoin et c'est l'objectif principal de ce mémoire. Mais dans cette étude nous ne considérons que le cas de durites circulaires droites.

Elle sera constituée d'un caoutchouc renforcé par des fibres de verre, carbone et Kevlar, Après l'introduction générale, le mémoire est divisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre présente une recherche bibliographique en faisant une revue sur les généralités sur le caoutchouc et les lois de comportement de ce matériau.

Le deuxième chapitre concerne les aspects théoriques des lois de mélange et le calcul des propriétés du composite élaboré.

Dans le chapitre trois, des essais de traction menés au laboratoire du département de génie mécanique sur le caoutchouc sont présentés avec une étude paramétrique sur les modèles dédiés à ce dernier. L'essai de traction est réalisé sur notre propre caoutchouc dans

ce chapitre dans le but d'avoir les données contrainte-déformation qui seront utilisées pour choisir le meilleur modèle hyperélastique qui définit le comportement de notre matériau.

Le dernier chapitre présente les résultats de simulation de renforcement du caoutchouc par des fibres de verre, de carbone et de kevlar. Le renforcement utilise la technique de « embedded element », Une conclusion générale termine cette étude.



# **Chapitre 1**

## **Généralités**

## **1.1. Caoutchouc**

Dans notre étude, nous nous intéressons au caoutchouc, produit qui va jouer le rôle de matrice de notre matériau composite. Nous présentons dans ce chapitre ses principales propriétés.

### **1.1.1. Définition**

Le caoutchouc naturel et ses homologues synthétiques, les élastomères, sont fortement répandus dans le domaine de l'industrie. La multiplicité des utilisations des élastomères provient de caractéristiques mécaniques très intéressantes :

- Capacité à subir de grandes déformations
- Capacité à dissiper de l'énergie, phénomène qui permet d'obtenir des propriétés d'isolation vibratoire et acoustique

Des composants en élastomère sont ainsi employés pour les montages et les accouplements entre structures rigides, par exemple dans les joints de porte, les accouplements élastiques ou encore les supports moteur.

La terminologie "élastomère" regroupe des matériaux ayant des compositions différentes, mais une structure moléculaire et des propriétés mécaniques similaires. Le préfixe « élasto » rappelle les grandes déformations élastiques possibles, tandis que le suffixe "mère" évoque leur nature de polymères, et donc leur constitution macromoléculaire.

Les élastomères naturels et synthétiques sont disponibles pour être mélangés dans des produits en caoutchouc. La désignation et la composition de certains élastomères courants de l'American Society for Testing and Materials (ASTM) sont indiquées dans le tableau 1.1.

### **1.1.2. Composition de caoutchouc**

La matière première d'un élastomère peut être aussi bien naturelle que synthétique : le caoutchouc naturel est le produit de la coagulation du suc de différentes espèces végétales, principalement de l'Hévéa. Du point de vue chimique, le caoutchouc naturel est un produit de polymérisation de l'isoprène de formule chimique  $(C_5H_8)_n$ ,  $n$  ayant une valeur d'environ 10000, et  $C_5H_8$  étant le monomère isoprène. Le caoutchouc naturel est en réalité un mélange de polymères de cet isoprène. La fabrication des caoutchoucs synthétiques s'inspire du même principe (polymérisation). Les monomères de départ sont des molécules renfermant au moins

un double liaison, ce qui permet un réarrangement des liaisons conduisant à la formation d'une longue chaîne macromoléculaire.

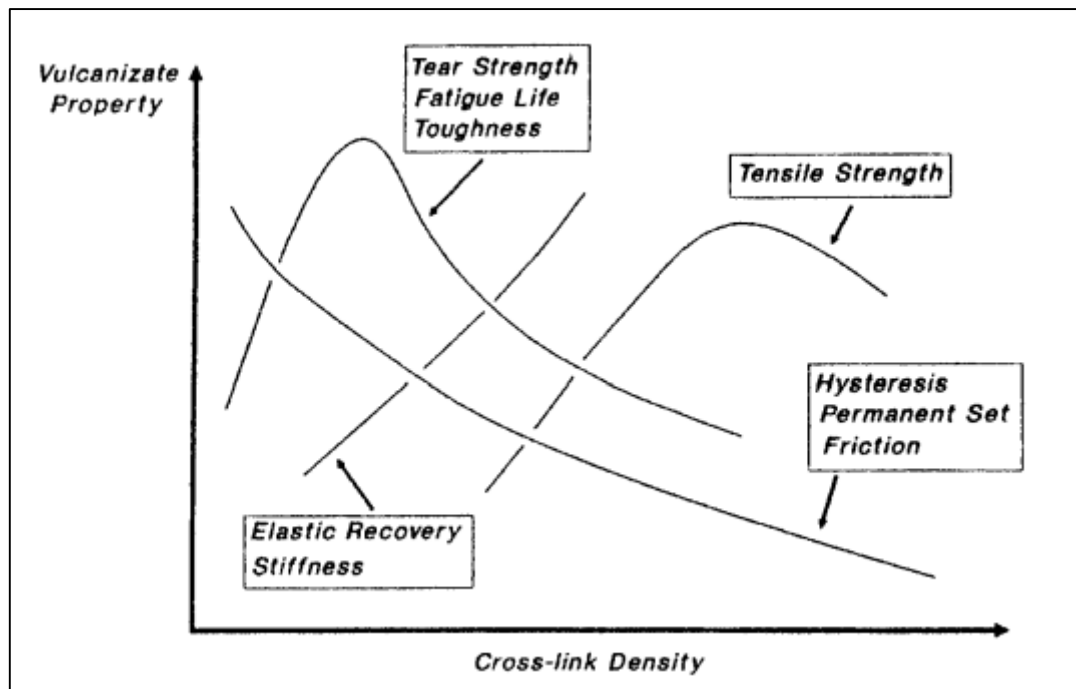
*Tableau 1.1 Désignation et composition des élastomères courants*

Désignation ASTM	Nom commun	Composition chimique
NR	Caoutchouc naturel	cis-Polyisoprène
IR	Caoutchouc synthétique	cis-Polyisoprène
BR	Caoutchouc butadiène	cis-Polybutadiène
SBR	SBR	Poly (butadiène-styrène)
IIR	Caoutchouc butyle	Poly (isobutylène-isoprène)
CIIR	Caoutchouc chlorobutyle	Poly (isobutylène-isoprène) chloré
BIIR	Caoutchouc bromobutyle	Poly bromé (isobutylène-isoprène)
EPM	Caoutchouc EP	Poly (éthylène-propylène)
EPDM	Caoutchouc EPDM	Poly (éthylène-propylènediène)
CSM	Hypalon	Chloro-sulfonyl-polyéthylène
CR	Néoprène	Poly chloroprène
NBR	Caoutchouc nitrile	Poly (butadiène-acrylonitrile)
HNBR	Caoutchouc nitrile hydrogéné	Poly hydrogéné

### 1.1.3. **Vulcanisation**

A l'état brut, le caoutchouc n'a guère de possibilités d'emploi pratique : il n'est notamment pas résistant au fluage sous contrainte. Pour obtenir un produit présentant de meilleures propriétés, le caoutchouc brut doit subir un traitement chimique : quand on malaxe du caoutchouc brut, qu'on y ajoute du soufre et qu'on chauffe le mélange, l'ensemble se transforme en un matériau élastique, stable dans une gamme de température beaucoup plus large, et résistant au fluage sous contrainte. Ce procédé, appelé vulcanisation, fut découvert accidentellement par GoodYear en 1839 et est encore à la base de l'industrie de fabrication du caoutchouc. Au cours de la vulcanisation, les longues molécules en chaîne du caoutchouc se trouvent chimiquement unies à des chaînes adjacentes par formation de liaisons pontales. Cette réticulation (pontage entre les chaînes) est nécessaire car sans elle le comportement serait de type fluide avec un écoulement libre des molécules les unes par rapport aux autres. Après polymérisation, en présence d'un système réticulant, les macromolécules forment un

réseau tridimensionnel sans direction privilégiée. La capacité du caoutchouc vulcanisé à subir de forts taux de déformations est due essentiellement à la nature repliée de ces chaînes : elles peuvent être étirées et s'orienter elles-mêmes dans la direction de l'allongement, les liaisons les poussant à revenir à l'état initial quand la contrainte est relâchée. Le matériau élastomère n'est jamais utilisé seul, mais comme composant d'un mélange qui peut comporter 10 à 20 composants différents. Certains sont nécessaires pour la vulcanisation (soufre, oxyde de zinc ...), d'autres permettent d'en accélérer le processus. Certains autres protègent (anti-oxygènes, ...), ramollissent (huiles, graisses, acides gras, ...), ou encore colorent le vulcanisât (oxyde de zinc, lithopone, ...). Pour faciliter le mélange de ces ingrédients au caoutchouc brut, on peut ajouter une huile de mise en œuvre. Les caoutchoucs qui ne contiennent que des agents de mise en œuvre et des produits chimiques destinés à la protection, la coloration et la vulcanisation sont appelés caoutchoucs pure gomme, ou non chargés. Mais la majorité des caoutchoucs utilisés pour les applications mécaniques contiennent une charge : les charges peuvent améliorer l'élasticité du produit final sans augmenter sa résistance (ce sont alors des produits à base de carbonate de calcium ou de sulfate de baryum) ou améliorer la résistance du produit final (noir de carbone, oxyde de zinc, carbonate de magnésium ou différentes argiles). Le noir de carbone, qui reste la principale charge renforçant du caoutchouc, se présente sous la forme de petites particules de carbones (20 nm, 50  $\mu$ m) mélangées à la gomme naturelle. Pour obtenir ces matériaux chargés, on effectue la polymérisation en présence des charges : le polymère constitue alors un réseau continu et les charges forment un agglomérat à l'intérieur du réseau. Le caoutchouc est alors un matériau diphasique composé de constituants avec des propriétés mécaniques complètement différentes.

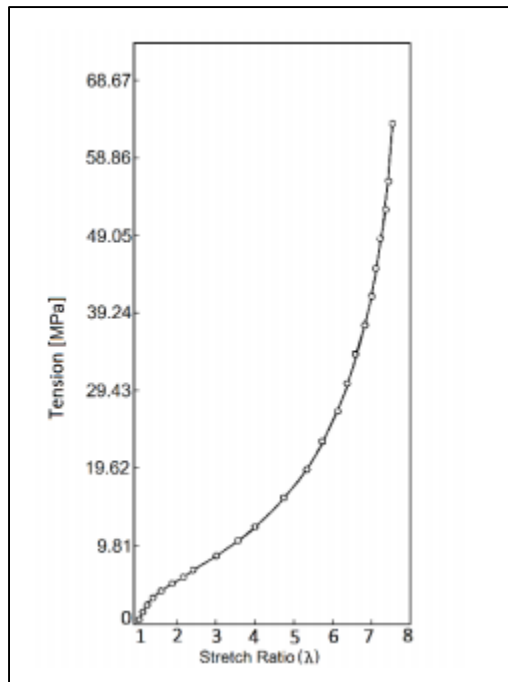


*Figure 1.1 Propriétés de vulcanisation en fonction du degré de vulcanisation [1]*

## **1.2. Comportement hyperélastique**

### **1.2.1. Introduction**

Les matériaux en caoutchouc, également appelés matériaux hyperélastiques, sont constitués de longues chaînes de macromolécules. Ces chaînes de macromolécules sont essentiellement orientées au hasard et constituées de molécules réticulées avec de faibles interactions moléculaires. Le mot élastomère est dérivé d'élastique et de polymère et est souvent utilisé avec le mot caoutchouc car le caoutchouc est élastique et composé de longues chaînes polymères moléculaires. Cette structure de réseau moléculaire permet à ces matériaux de subir une forte déformation en changeant leur configuration aléatoire dans une direction orientée étirement qui régit le comportement contrainte-déformation de ces polymères figure 1.2.



*Figure 1.2 Réponse en forme de «S» d'un matériau hyperélastique (latex polymère) typique*  
*courbe montrant la contrainte de traction en fonction du rapport d'étirement en traction ( $\lambda$ )*  
*(Treloar, 1944) [2].*

### 1.2.2. Modèles d'hyperélasticité

Le comportement d'un caoutchouc lorsqu'il est étiré plusieurs fois de sa longueur d'origine et une fois libéré, il récupère rapidement sa taille d'origine est une question courante d'expérience quotidienne. Ces modèles sont classés par (Treloar, 1978) en deux catégories principales :

- Modèles hyperélastiques basés sur un réseau micromécanique, et
- Modèles phénoménologiques

Une large gamme de polymères peut être modélisée de manière satisfaisante par la micromécanique et des modèles phénoménologiques. Certains polymères peuvent résister à un fort étirement (et donc de déformation) que d'autres, et certains polymères sont légèrement plus compressibles que d'autres, mais ils présentent principalement un comportement de matériau élastique non linéaire.

Les modèles phénoménologiques ne sont pas dérivés de considérations comportementales physiques micromécaniques et manquent généralement de relations avec la structure moléculaire du matériau. Ils sont basés sur les fonctions de potentiel d'énergie de déformation dérivées en utilisant des formulations macroscopiques de mécanique des milieux

continue utilisant des invariants de déformation ayant généralement une forme polynomiale tout en étant capable de modéliser le comportement global. Le caoutchouc naturel est supposé isotrope en comportement élastique et presque incompressible (Rivlin, 1948). Cette hypothèse d'incompressibilité simplifie grandement les modèles de matériaux phénoménologiques. Les modèles phénoménologiques sont généralement mis en œuvre dans des logiciels commerciaux d'analyse par éléments finis (MEF) comme ANSYS et ABAQUS. La raison principale en est le fait que ces modèles de matériaux hyperélastiques peuvent être calibrés facilement avec un ensemble de tests mécaniques.

Les modèles de réseaux micromécaniques sont basés sur les mécanismes physiques sous-jacents des chaînes individuelles du matériau. Ces modèles relient la déformation appliquée aux tronçons de chaîne individuels.

La performance d'un modèle hyperélastique est basée sur sa capacité à décrire le comportement complet du matériau dans différentes conditions de chargement, c'est-à-dire uniaxial ou bi-axiale et un cisaillement simple ou pur. Par conséquent, les meilleurs modèles seront ceux qui peuvent prédire les données expérimentales de manière satisfaisante dans différents types de conditions de chargement (Marckmann et Verron, 1999). Un modèle de matériau hyperélastique efficace peut être défini par quatre qualités (Chagnon, Marckmann, & Verron, 2004).

- Il doit être capable de reproduire avec précision toute la réponse en forme de «S» de caoutchoucs cf. Figure 1.2.
- Le changement des modes de déformation ne devrait pas être problématique, c'est-à-dire si le modèle se comporte de manière satisfaisante en tension uniaxiale, il doit également être assez précis en cisaillement simple ou en extension équi-biaxiale.
- Le nombre de paramètres matériels pertinents doit être aussi petit que possible, afin de réduire le nombre de tests expérimentaux nécessaires à leur identification.
- La formulation mathématique doit être assez simple pour rendre possible l'implémentation numérique du modèle.

### **1.3. Matériaux composites**

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice. Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont

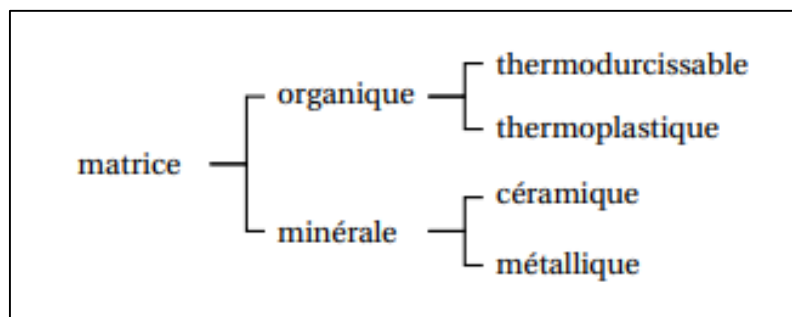
parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases.

Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure. Nous étudions plus particulièrement les matériaux composites à renfort fibre longue continue utilisés dans l'industrie nautique, automobile, aéronautique et spatiale. Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir.

La nature de la résine ou du renfort est choisie en fonction de l'application finale visée. Nous présentons les différents types de matrices et renforts classiquement employés dans l'industrie. Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite. En effet, il ne doit y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.

### 1.3.1. **Matrice**

Dans un grand nombre de cas, la matrice constituant le matériau composite est une résine polymère. Les résines polymères existent en grand nombre et chacune à un domaine particulier d'utilisation. Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés. Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2 200°C peuvent être atteintes. La classification des types de matrices couramment rencontrées est donnée sur la figure 1.3 suivante :



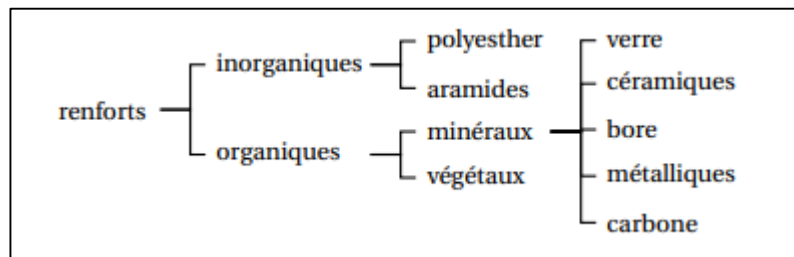
*Figure 1.3 Types de matrice*



### 1.3.2. **Renforts**

Les renforts assurent les propriétés mécaniques du matériau composite et un grand nombre de fibres sont disponibles sur le marché en fonction des coûts de revient recherchés pour la structure réalisée. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes :

linéique (fils, mèches), tissus surfaciques (tissus, mats), multidirectionnelle (tresse, tissus complexes, tissage tri directionnel ou plus). La classification des types de renforts couramment rencontrés est indiquée sur la figure 1.4.



*Figure 1.4 Types de renfort*

#### **Fibres de verre**

Les fibres de verre ont un excellent rapport performance–prix qui les placent de loin au premier rang des renforts utilisés actuellement dans la construction de structures composites.

#### **Fibres de carbone**

Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont élaborées à partir d'un polymère de base, appelé précurseur. Actuellement, les fibres précurseur utilisées sont des fibres acryliques élaborées à partir du poly-acrylnitrrique (PAN). La qualité des fibres de carbone finales dépend fortement des qualités du précurseur. Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique sans fusion des fibres aboutissant à une graphitassions. Le brai qui est un résidu de raffinerie issu du pétrole ou de la houille est également utilisé pour produire des fibres de carbone. Quelques exemples de fibres de carbone classiquement rencontrées : T300, T800, MR40, TR50, IM6, IM7, GY, M55J.

#### **Fibres de Kevlar**

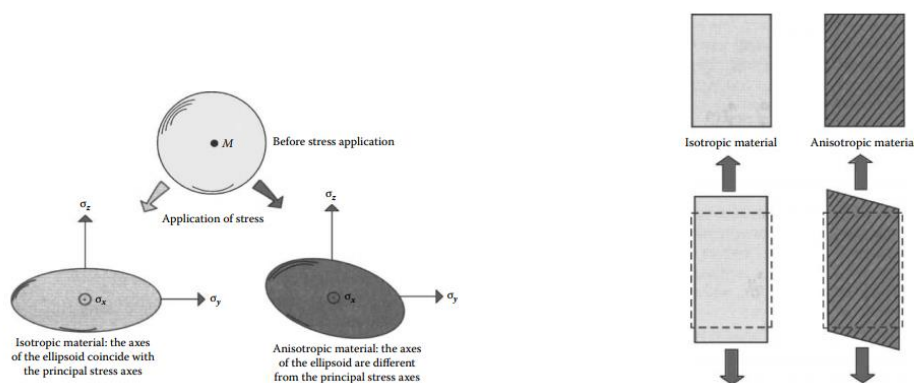
Le poly (p-phénylènetéréphtalamide) (PPD-T) est un polymère thermoplastique constitué de noyaux aromatiques séparés par des groupes amide. Il appartient à la famille des fibres d'aramides. Le PPD-T est commercialisé sous le nom déposé Kevlar.

## 1.4. Isotropie et anisotropie

L'anisotropie est la caractéristique que possède un matériau dans lequel une certaine propriété physique varie avec la direction. Ainsi, un matériau anisotrope va présenter des attributs différents en fonction de son orientation. Les matériaux composites sont la plupart du temps anisotropes par opposition aux matériaux métalliques qui sont isotropes.

La position spatiale de l'ellipsoïde par rapport aux directions des contraintes principales permet de déterminer si le matériau étudié est isotrope ou anisotrope. La figure 1.5 illustre ce phénomène.

Un moyen simple de voir les effets de l'anisotropie sur la déformation d'un échantillon consiste à charger une plaque de matériau anisotrope dans son propre plan. La figure 1.5 illustre les déformations sous charge, respectivement, d'une plaque isotrope et anisotrope. Dans ce dernier cas, les lignes obliques de la figure 1.5 représentent les fibres de renforcement. Il convient de rappeler qu'une charge longitudinale appliquée à la plaque isotrope crée une extension dans le sens longitudinal et une contraction dans le sens transversal. Comme le montre la figure 1.5, le même chargement appliqué à une plaque anisotrope crée une distorsion angulaire, en plus de l'extension longitudinale classique et de la contraction transversale.



*Figure 1.5 La différence entre le matériau isotrope et anisotrope [3]*

Dans le cas simple des contraintes planes, comme sur l'exemple précédent, certains coefficients élastiques permettent de lier les composantes de la contrainte aux déformations qu'elles induisent. Les relations correspondantes sont appelées les relations du comportement mécanique de matériau.

### 1.4.1. Matériau isotrope

Les relations contrainte-déformation pour les matériaux élastiques isotropes sont présentées dans la figure 1.6 suivante :

Avec  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  et  $\gamma_{xy}$  sont des petites déformations (normaux et angulaire) ils sont obtenus à partir des déplacements  $u_x$  et  $u_y$  par  $\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}$ ,  $\varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}$  et  $\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$ .

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.1)$$

Ou

$E$  : Module de Young

$\nu$  : Coefficient de poisson

$G$  : Module de cisaillement

Avec

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.2)$$

On remarque que on peut caractériser les matériaux élastiques et isotropes par deux constantes indépendants  $E$  et  $\nu$ .

### 1.4.2. Matériau Anisotrope

Pour les matériaux anisotropes les relations contrainte-déformation s'écrivent comme indiqué sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.3)$$

Avec  $E_x$  et  $E_y$  Modules d'élasticité

$\nu_{xy}$  et  $\nu_{yx}$  Coefficients de poisson

$G_{xy}$  Module de cisaillement

En fait, cette matrice est symétrique avec seulement 3 paramètres indépendants  $E_x$  et  $E_y$  et  $\nu_{xy}$  ou  $(\nu_{yx})$ ,  $\nu_{xy}$  peut-être déduit à l'aide des relations de symétrie :

$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy} \quad (1.4)$$

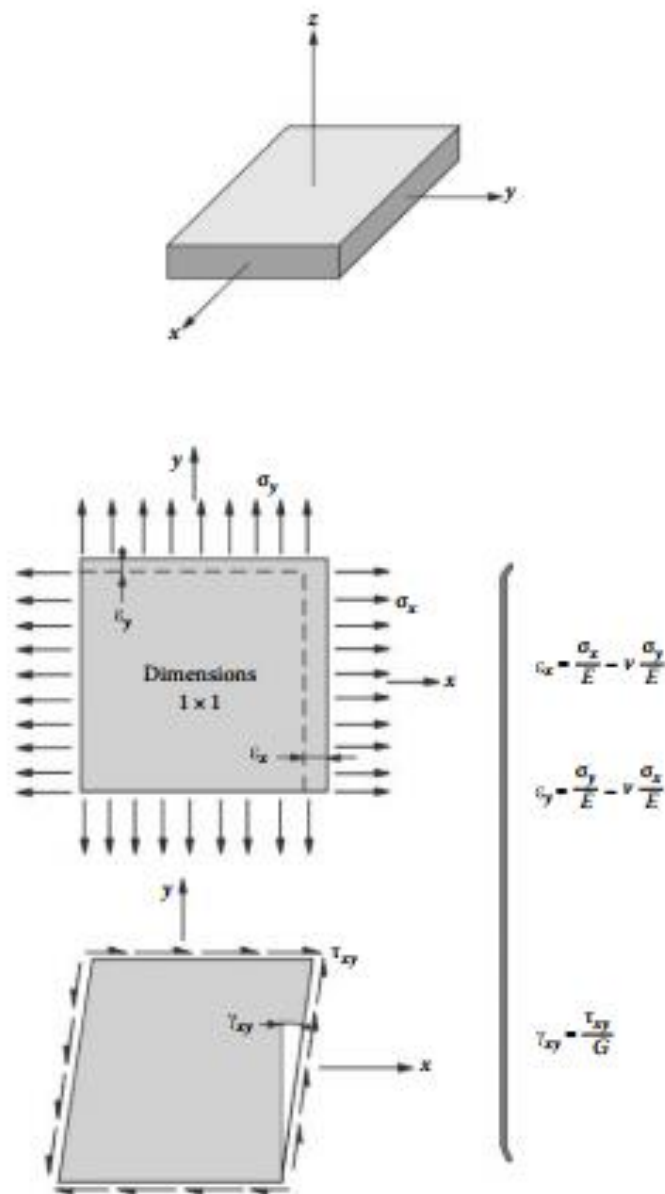


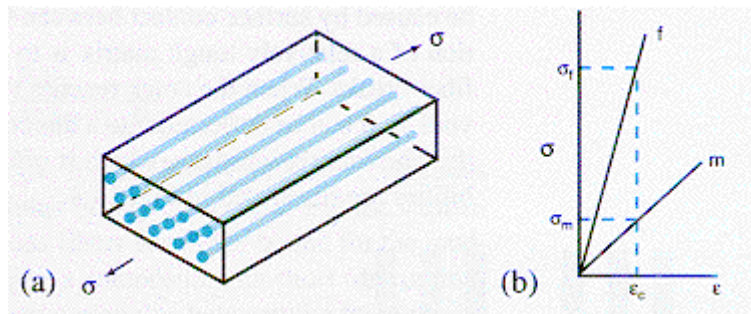
Figure 1.6 Les Relations Contrainte-déformation matériau isotrope [3]

## **Chapitre 2**

### **Calcul théorique**

## 2.1. La Loi des mélanges

Les matériaux composites ont leur microstructure conçue en fonction de leurs constituants macroscopiques, comme les fibres dans un matériau de matrice homogène. En contrôlant le choix des fibres, leur fraction volumique et l'alignement, les propriétés mécaniques peuvent être adaptées pour répondre à des exigences de conception spécifiques.



*Figure 2.1 Matrice + fibres unidirectionnelles*

La figure 2.1(a) montre un matériau composite « renforcé de fibres uniaxiales », et 2.1(b) montre comment la contrainte sur le composite est distribuée sur les fibres et la matrice. Dans des situations normales, la fibre a un module d'Young plus grand que la matrice, et pour les fibres continues illustrées, où la déformation est la même dans la matrice et la fibre, la contrainte dans la fibre est supérieure à la contrainte dans matrice. Le module de Young du composite est donné par la loi des mélanges.

Soit un matériau composite subissant une contrainte parallèle au sens des fibres comme illustré la figure 2.1(a), la matrice et les fibres subissent la même déformation :

$$\epsilon_c = \epsilon_m = \epsilon_f \quad (2.1)$$

Par contre les contraintes sur la matrice et les fibres dépendent des quantités relatives de chacune :

$$\begin{aligned} F_c &= F_m + F_f \\ \sigma_c A_c &= \sigma_m A_m + \sigma_f A_f \end{aligned} \quad (2.2)$$

Soit les fractions volumiques de la matrice et des fibres définies respectivement par :

$$\vartheta_m = \frac{V_m}{V_c} = \frac{L_m A_m}{L_c A_c}$$

Si  $L_c = L_m = L_f$  on trouve

$$\vartheta_m = \frac{A_m}{A_c}$$

De même

$$\vartheta_f = \frac{A_f}{A_c} \quad (2.3)$$

Avec

$$\vartheta_m + \vartheta_f = 1 \quad (2.4)$$

D'où

$$\sigma_c = \sigma_m(1 - \vartheta_f) + \sigma_f\vartheta_f$$

En utilisant la loi de Hooke

$$\sigma = E\varepsilon$$

On remplace dans l'équation on obtient :

$$\varepsilon_c E_c = \varepsilon_m E_m(1 - \vartheta_f) + \varepsilon_f E_f \vartheta_f$$

Et on trouve finalement la loi fondamentale de mélange des matériaux composites :

$$E_{cx} = E_m(1 - \vartheta_f) + E_f\vartheta_f \quad (2.5)$$

Le module élastique le long de la direction des fibres peut être contrôlé en sélectionnant la fraction volumique des fibres.

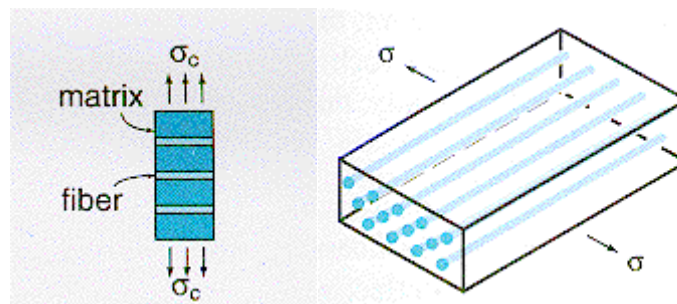


Figure 2.2 Matériau composite sous contrainte transversale

Pour le chargement transversal du même composite, les composants sont maintenant dans une situation d'iso-contrainte et la déformation transversale totale est juste la somme de la déformation de la fibre et de la déformation de la matrice.

$$\sigma_c = \sigma_m = \sigma_f \quad (2.6)$$

Pour ce cas, les déformations sont réparties linéairement entre les composantes de sorte que :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m(1 - \vartheta_f) + \varepsilon_f\vartheta_f \quad (2.7)$$

La combinaison des équations (2.7) et (2.8) avec la loi de Hooke donne le module de Young dans le sens transversal du composite :

$$E_{cy} = \frac{E_m E_f}{(1 - \vartheta_f)E_f + \vartheta_f E_m} \quad (2.8)$$

Le diagramme du bas montre comment les valeurs longitudinales et transversales du module de Young du composite dépendent de la fraction volumique des fibres. Dans un matériau standard, seules des fractions volumiques comprises entre 5% et 80% sont utilisées.

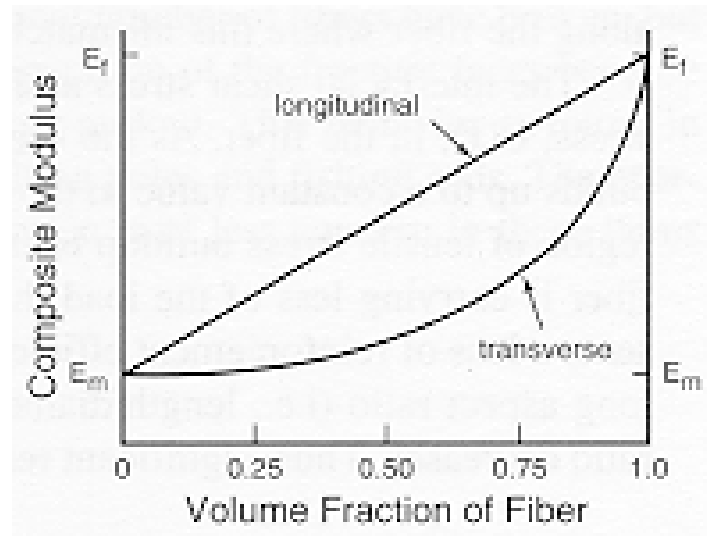


Figure 2.3 Module de Young longitudinal et transversal en fonction de la fraction volumique

Avec le même raisonnement on obtient les relations suivantes :

Masse volumique :

$$\rho_c = \rho_m(1 - \vartheta_f) + \rho_f\vartheta_f \quad (2.9)$$

Coefficient de poisson :

$$\nu_c = \nu_m(1 - \vartheta_f) + \nu_f\vartheta_f \quad (2.10)$$

Module de cisaillement

$$G_c = \frac{G_m G_f}{(1 - \vartheta_f)G_f + \vartheta_f G_m} \quad (2.11)$$

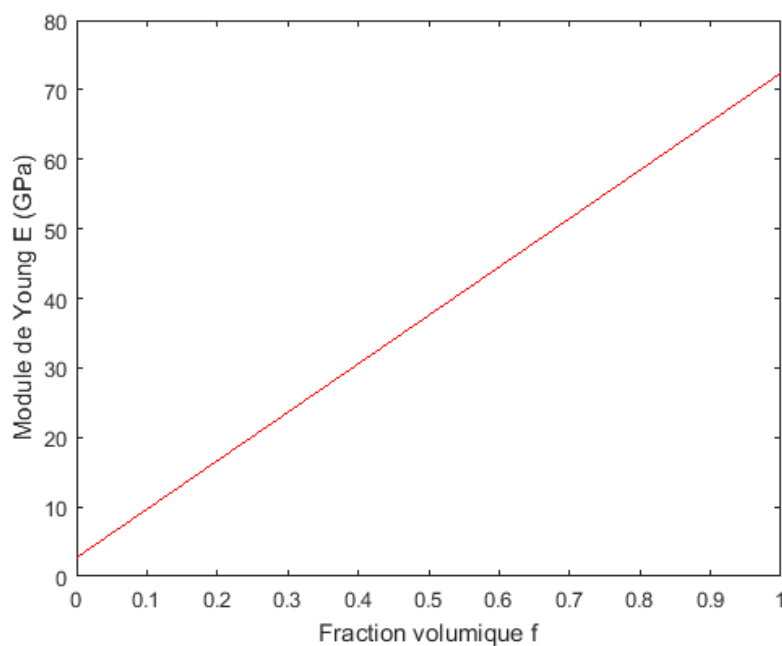


Le tableau suivant regroupe les propriétés mécaniques de la matrice (caoutchouc) et la fibre de verre utilisées pour les calculs :

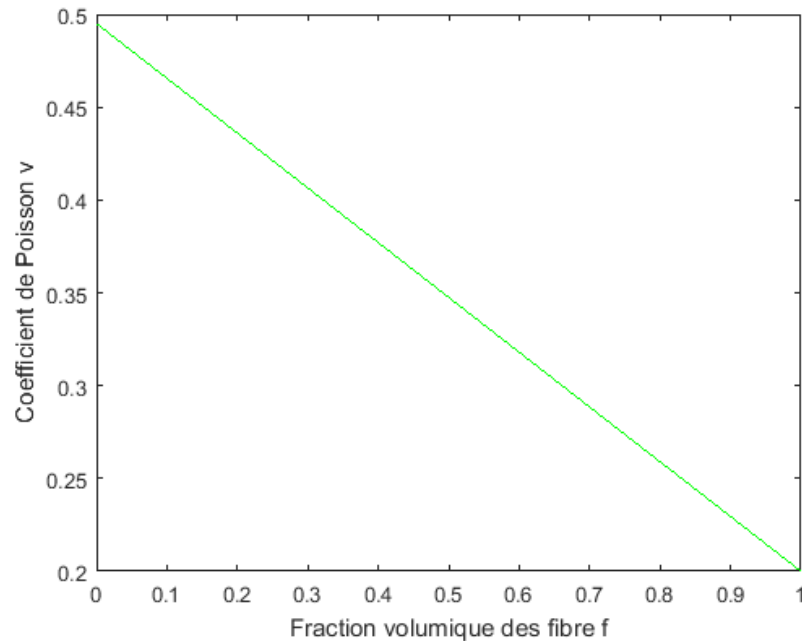
*Tableau 2.1 Caractéristiques mécanique du caoutchouc et les fibres de verre [2]*

	Matrice (caoutchouc)	Fibres de verre
Module de Young <b>E (MPa)</b>	2700	74000
Coefficient de poisson	0,495	0,25

La variation de la fraction volumique des fibres affecte le module de Young et le coefficient de Poisson. La figure 2.4 montre que le module de Young augmente avec l'augmentation des fibres et tend vers la valeur de ces dernières. Par contre, la figure 2.5 montre que le coefficient de poisson prend la valeur 0,495 du caoutchouc lorsque  $\vartheta_f = 0$  et diminue vers 0,25 la valeur des fibres lorsque  $\vartheta_f = 1$ .



*Figure 2.4 Module de Young du composite en fonction de fraction volumique*



*Figure 2.5 Coefficient de poisson du composite en fonction de fraction volumique*

## **2.2. Matrice de rigidité et comportement mécanique**

La connaissance de la matrice de rigidité est essentielle pour comprendre le comportement mécanique des structures, la matrice de rigidité pour un élément  $[k]$  est une matrice telle que

$$\{f\} = [k]\{d\}$$

Où  $[k]$  est la matrice de rigidité reliant les déplacements nodaux  $\{d\}$  aux forces nodales  $\{f\}$  d'un seul élément,

Pour une structure continue comprenant une série d'éléments, tels que notre problème (durite renforcée par textile), la matrice de rigidité  $[K]$  reliant les déplacements nodaux  $\{D\}$  aux forces globales  $\{F\}$  de la structure dans le repère globale  $(x, y, z)$ , est tel que

$$\{F\} = [K]\{D\} \quad (2.12)$$

Où  $[K]$  représente la matrice de rigidité globale de l'ensemble de la structure.

Nous allons maintenant considérer la dérivation de la matrice de rigidité pour l'élément de barre linéaire-élastique à section transversale constante (cylindre creux) illustré à la figure 2.6, la durite est soumise à la force de traction  $T$  dirigée le long de l'axe local de la barre.

L'élément de barre est supposé avoir une section transversale constante  $S$ , module d'élasticité  $E$ , et longueur initiale  $L$ . Les degrés de liberté nodaux sont des déplacements axiaux locaux (déplacements longitudinaux dirigés sur la longueur de la barre) représentés par  $u_1$  et  $u_2$  aux extrémités de l'élément, comme illustré à la Figure 2.7.

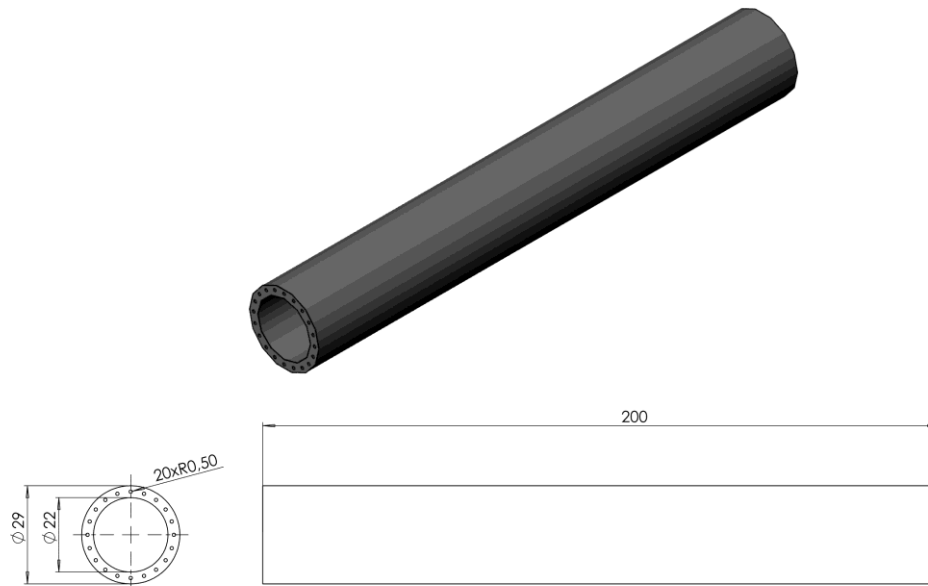


Figure 2.6 Dimensions de la durite universelle de l'étude

Soit la relation déformation / déplacement équation 13

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (2.13)$$

Et la relation contrainte/force

$$S\sigma_x = T = cte \quad (2.14)$$

En utilisant les équations (2.13) et (2.14) et la loi de Hooke on obtient l'équation différentielle régissant la barre linéaire-élastique comportement comme

$$\frac{d}{dx} \left( ES \frac{du}{dx} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Où  $u$  est la fonction de déplacement axial le long de l'élément dans la direction  $x$ ,  $S$  et  $E$  sont écrits comme s'ils étaient des fonctions de  $x$  sous la forme générale de l'équation différentielle, même si  $S$  et  $E$  seront supposés constants sur l'ensemble de la longueur de la barre dans nos dérivations à suivre.

Les hypothèses suivantes sont utilisées pour la matrice de rigidité des éléments de barre :

- La force de cisaillement ou le moment de flexion sont nuls, c'est-à-dire

$$f_{1y} = f_{2y} = m_1 = m_2 = 0$$

- Tout effet du déplacement transversal est ignoré.
- La loi de Hooke s'applique ; c'est-à-dire que la contrainte axiale  $\sigma_x$  est liée à la déformation axiale  $\varepsilon_x$  par  $\sigma_x = E\varepsilon_x$ .
- Aucune charge intermédiaire appliquée.

On récapitule ci-dessous les étapes à suivre pour trouver, calculer et résoudre l'équation qui décrit le comportement mécanique d'une structure mécanique par la méthode des éléments finis.

**Etape 1** : Sélectionner type d'élément

**Etape 2** : Sélectionner une fonction de déplacement

**Etape 3** : Définir les relations déformation/déplacement et contrainte/déformation

**Etape 4** : Dériver la matrice et les équations de rigidité des éléments

**Etape 5** : Assembler les équations des éléments pour obtenir l'équation globale

**Etape 6** : Résoudre les déplacements nodaux

**Etape 7** : Résoudre les forces des éléments

Enfin, on calcule les déformations et les contraintes dans chaque élément par substitution du déplacement dans les différentes équations.

Dans notre problème figure 2.7 la barre est encastree a  $x = 0$  et supporte une force  $T = 10kN$  appliquée à la deuxième extrémité  $x = L$ , ce qui donne les conditions aux limites suivantes :

$$u_1 = 0 ; f_{2x} = T$$

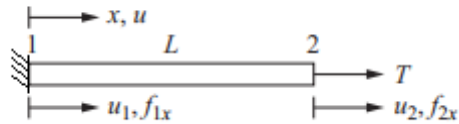


Figure 2.7 Barre encastrée et soumise à une force de traction T

L'équation qui représente le comportement de ce problème s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \end{Bmatrix} = \frac{SE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_L \end{Bmatrix}$$

Ce qui donne :

$$f_{x2} = T = \frac{SE}{L} u_L$$

Donc pour le déplacement :

$$u_L = \frac{TL}{SE}$$

Déformations :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m = \varepsilon_f = \frac{du}{dx} = \frac{u_L - u_1}{L}$$

Contraintes :

On a :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m = \varepsilon_f$$

D'où

$$\frac{\sigma_m}{E_m} = \frac{\sigma_f}{E_f}$$

D'où

$$\frac{F_m}{E_m S_m} = \frac{F_f}{E_f S_f}$$

On a aussi

$$F_c = F_m + F_f$$

Ce qui donne :

$$F_f = \left( \frac{E_f S_f}{S_m E_m + E_f S_f} \right) F_c$$

Et

$$F_m = F_c - F_f$$

D'où

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_m} = E_m \varepsilon_m$$

$$\sigma_f = \frac{F_f}{S_f} = E_f \varepsilon_f$$

### Application Numérique

Dans le cas où on a 20 fibres de verre on a :

- La fraction volumique :

$$\vartheta_f = \frac{S_f}{S_c} = \frac{20 \times \pi r_f^2}{\pi r_e^2 - \pi r_i^2} = \frac{20 \times 0,5^2}{14,5^2 - 11^2} = 0,056$$

On trouve aussi :

- Module de Young parallèle à l'orientation des fibres  $E_c = 6694,40 \text{ MPa}$
- Coefficient de poisson  $\nu_c = 0,481$
- Déplacements :

$$u_L = \frac{TL}{SE} = \frac{10^4 \times 200}{\pi(14,5^2 - 11^2) \times 6694,40} = 1,066 \text{ mm}$$

- Déformations

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m = \varepsilon_f = \frac{du}{dx} = \frac{u_L - u_1}{L} = \frac{1,066 - 0}{200} = 0,53 \%$$

- Forces

$$S_f = N_f \pi r_f^2 = 20 \times \pi \times 0,5^2 = 15,71 \text{ mm}^2$$

$$S_m = \pi(r_e^2 - r_i^2) - N_f \pi r_f^2 = \pi(14,5^2 - 11^2) - 20 \times \pi \times 0,5^2 = 264,67 \text{ mm}^2$$

$$F_f = \left( \frac{E_f S_f}{S_m E_m + E_f S_f} \right) F_c = \left( \frac{74000 \times 15,71}{264,67 \times 2700 + 74000 \times 15,71} \right) \times 10^4 = 6192,72 \text{ N}$$

$$F_m = F_c - F_f = 10^4 - 6192,72 = 3827,27 \text{ N}$$

- Contraintes

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_m} = \frac{3827,27}{264,67} = 14,38 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = \frac{F_f}{S_f} = \frac{6192,72}{15,71} = 394,24 \text{ MPa}$$

Les tableaux 2.3 2.4 et 2.5 présentent les résultats des fractions volumiques, déplacements, et les contraintes obtenues en fonction du nombre des fibres de verre de 20 au 40. Les fibres utilisées pour notre étude sont les fibres de verre, de carbone et celui de kevlar, qui ont les propriétés mécaniques données au tableau 2.2.

Tableau 2.2 Propriétés mécaniques des fibres de carbone HR et Kevlar-49 [2]

	Fibres de carbone HR	Fibres de Kevlar-49	Fibres de verre
Module de Young E (MPa)	230000	130000	74000
Coefficient de poisson	0,30	0,40	0,25
Contrainte à la rupture $\sigma_{rup}$ (MPa)	2100	2900	2500

*Tableau 2.3 Les résultats de la durite renforcée par les fibres de verre en fonction du nombre des fibres*

Nombre de fibre	Fraction volumique (%)	Déplacement maximum (mm)	Contrainte dans la matrice (MPa)	Contrainte dans les fibres (MPa)	Coefficient de sécurité
0	-	2,64	35,66	-	
20	5,6	1,07	14,38	394,2	6,3
22	6,2	1,01	13,57	372	6,7
24	6,7	0,95	12,85	352,2	7,1
26	7,3	0,90	12,20	334,4	7,5
28	7,8	0,86	11,61	318,3	7,9
30	8,4	0,82	11,08	303,7	8,2
32	9,0	0,78	10,59	290,3	8,6
34	9,5	0,75	10,15	278,1	9,0
36	10,1	0,72	9,74	266,9	9,4
38	10,6	0,69	9,36	256,5	9,7
40	11,2	0,67	9,01	246,9	10,1

*Tableau 2.4 Les résultats de la durite renforcée par les fibres de carbone en fonction du nombre des fibres*

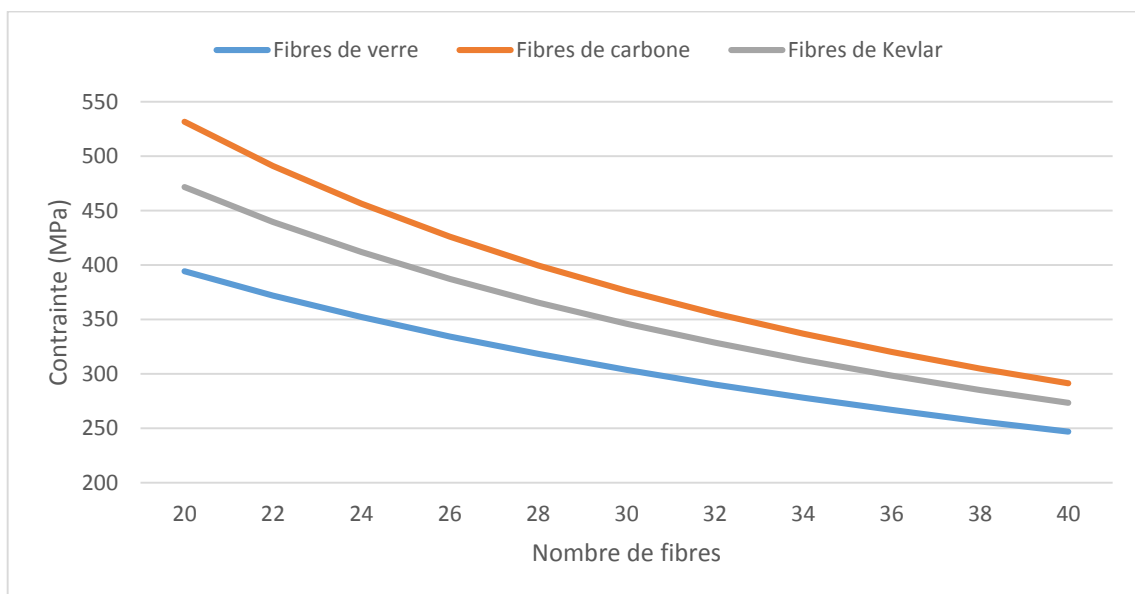
Nombre de fibre	Fraction volumique (%)	Déplacement maximum (mm)	Contrainte dans la matrice (MPa)	Contrainte dans les fibres (MPa)	Coefficient de sécurité
0	-	2,64	35,66	-	
20	5,6	0,46	6,24	531,5	4,0
22	6,2	0,43	5,76	491	4,3
24	6,7	0,40	5,36	456,2	4,6
26	7,3	0,37	5,00	426	4,9
28	7,8	0,35	4,69	399,6	5,3
30	8,4	0,33	4,42	376,3	5,6
32	9,0	0,31	4,17	355,5	5,9
34	9,5	0,29	3,96	336,9	6,2
36	10,1	0,28	3,76	320,2	6,6
38	10,6	0,27	3,58	305	6,9
40	11,2	0,25	3,42	291,2	7,2



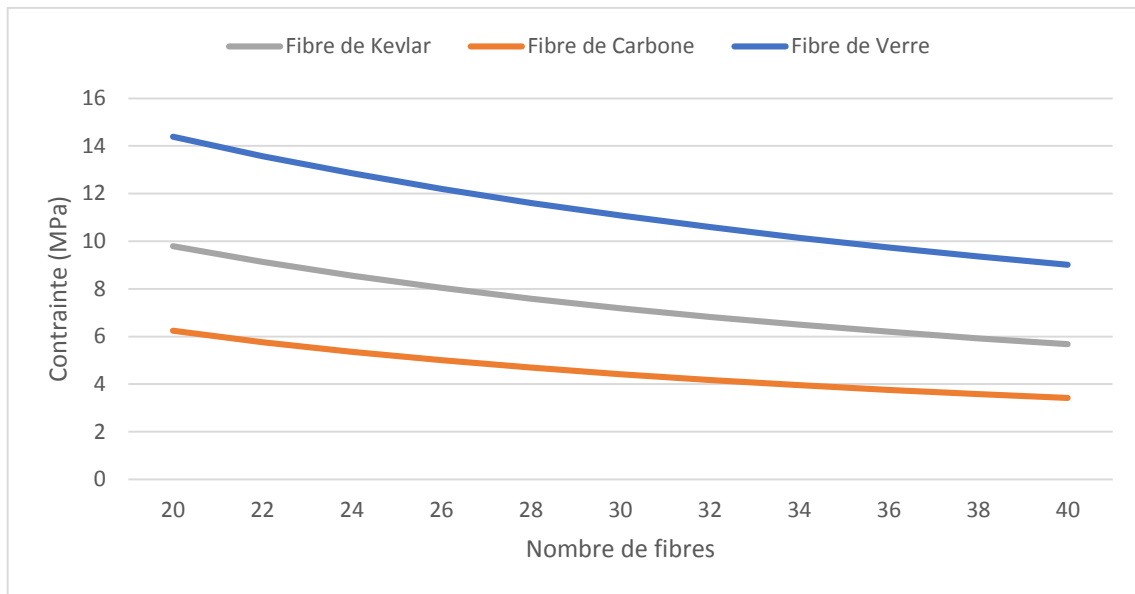
*Tableau 2.5 Les résultats de la durite renforcée par les fibres de Kevlar en fonction de nombre des fibres*

Nombre de fibre	Fraction volumique (%)	Déplacement maximum (mm)	Contrainte dans la matrice (MPa)	Contrainte dans les fibres (MPa)	Coefficient de sécurité
0	-	2,64	35,66	-	
20	5,6	0,73	9,79	471,6	6,1
22	6,2	0,68	9,13	439,7	6,6
24	6,7	0,63	8,55	411,8	7,0
26	7,3	0,60	8,04	387,3	7,5
28	7,8	0,56	7,59	365,5	7,9
30	8,4	0,53	7,19	346,1	8,4
32	9,0	0,51	6,82	328,6	8,8
34	9,5	0,48	6,50	312,8	9,3
36	10,1	0,46	6,20	298,4	9,7
38	10,6	0,44	5,93	285,3	10,2
40	11,2	0,42	5,68	273,3	10,6

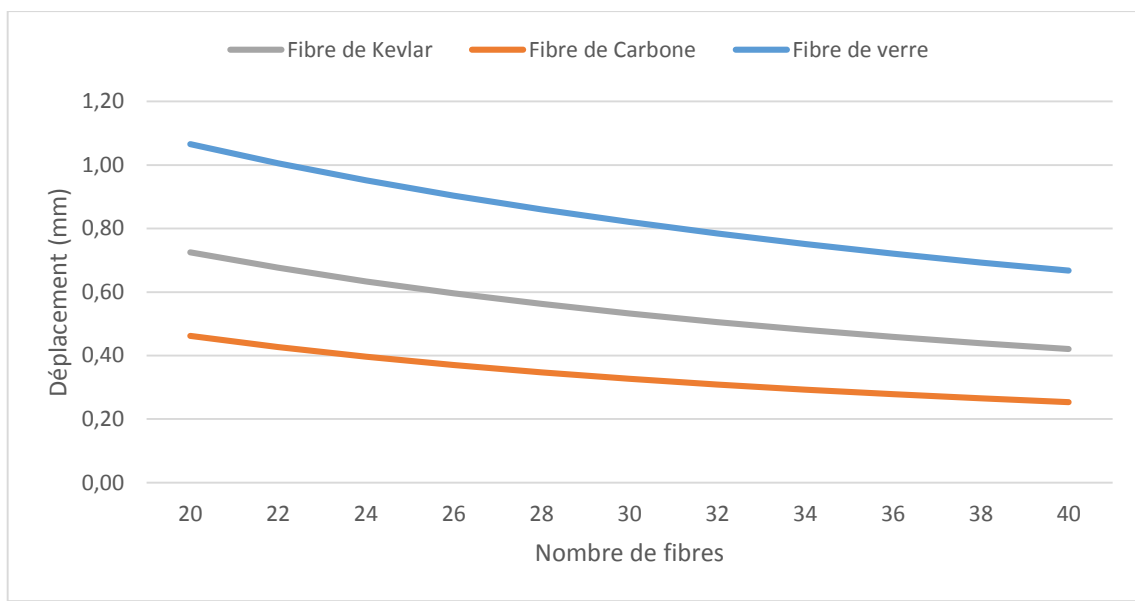
Les résultats des tableaux précédents sont représentés dans les figures suivantes :



*Figure 2.8 Contraintes dans les fibres en fonction de leur nombre*



*Figure 2.9 Contraintes dans la matrice en fonction de nombre des fibres*



*Figure 2.10 Déplacement de la durite en fonction de nombre des fibres*

## **Conclusion**

On remarque que la déformation de la durite diminue lorsque la durite est renforcée car les contraintes sont presque supportées par les fibres lorsque la matrice est renforcée.

D'après les résultats précédents on remarque que la durite renforcée par les fibres de carbone est plus rigide que celle en fibre de verre ou de kevlar.

La durite en fibre de verre est moins sollicitée et l'augmentation de nombre des fibres n'a pas une grande influence sur la rigidité de la durite.

Le choix de la composition du matériau de fabrication de notre durite dépend donc du coup de fabrication pour une meilleure utilisation.

## **Chapitre 3**

### **Partie expérimentale**

#### **(Essai de traction)**

### **3.1.Introduction**

Afin de représenter la caractéristique du matériau en caoutchouc, diverses non-linéarités géométriques et physiques doivent être prises en compte. Jusqu'à présent, l'analyse par éléments finis est un outil très puissant pour analyser les caractéristiques et le comportement du caoutchouc. Dans le passé, ce type de matériaux ne pouvait pas être défini analytiquement en raison de leurs non-linéarités et de leurs géométries complexes [3]. Le point critique dans la modélisation d'un matériau hyperélastique est dans la sélection appropriée du modèle constitutif. La plupart des types de caoutchoucs ont des types de comportements semblables en termes de relation contrainte-déformation. Néanmoins, de nombreux modèles constitutifs classiques de matériau hyperélastique donnent des une prédiction inappropriée du comportement réel du caoutchouc dans la plage globale de déformation. Certains modèles constitutifs sont capables de prédire le comportement réel du caoutchouc, mais uniquement à l'état de déformation restreinte ou sous certaines chemins de déformations ou contraintes. Seuls quelques-uns d'entre eux peuvent bien simuler le comportement qui atteint des amplitudes de déformation de 600 à 700%. Certains modèles peuvent être considéré comme assez précis dans certains états de déformation [4].

Dans l'analyse par éléments finis, le matériau hyperélastique est généralement décrit à l'aide de l'un des modèles d'hyperélasticité disponibles, tels que Mooney-Rivlin, Yeoh, Ogden, Neo-Hookean et autres. Les caractéristiques détaillées du matériau hyperélastique dépendent du comportement physique mesuré et des considérations théoriques. Les caractéristiques générales de ces modèles de matériaux impliquent toujours plusieurs constantes de matériaux dans leur formule obtenue à partir des données expérimentales. Sur la base des données expérimentales, les paramètres sont exprimés avec des données d'essai pour une certaine plage de déformation requise. Dans certains cas, on constate parfois que les modèles peuvent très bien représenter les données de test pour des plages particulières de déformation, mais prédisent de manière moins pour d'autres plages [5].

Afin de modéliser avec précision un matériau incompressible, tel que le caoutchouc, dans la AEF, les données expérimentales sont nécessaires pour représenter au mieux les caractéristiques réelles du caoutchouc. Trois types d'essais expérimentaux sont typiquement réalisés sur le caoutchouc, à savoir les essais de traction uniaxiale, de cisaillement plan et de traction équibiaxiale [6].

Les relations contrainte-déformation obtenues à partir des tests sont utilisées pour obtenir les paramètres de matériau spécifiques pour dériver la fonction d'énergie de déformation appropriée.

Pour atteindre l'objectif de l'étude qui est de proposer une AEF approprié pour un caoutchouc spécifiquement donné, une série d'essais en laboratoire a été réalisée, comprenant la traction uniaxiale. Normalement, un simple processus d'ajustement de courbe est suffisant comme première étape pour déterminer le SEF le plus approprié pour un caoutchouc particulier en tant que matériau hyperélastique. Dans l'étude, cinq modèles hyperélastiques ont été sélectionnés pour l'ajustement de la courbe. Cependant, il a été constaté qu'aucun des modèles employés ne pouvait bien fonctionner pour correspondre étroitement aux données expérimentales. Dans ce cas, une approche analytique plus rigoureuse est nécessaire, c'est-à-dire l'AEF pour s'assurer que le modèle hyperélastique peut le mieux s'adapter aux données expérimentales, et ainsi, le SEF le plus approprié peut être décidé pour représenter un matériau en caoutchouc.

### **3.2. Théorie de base : modèle constitutif**

Le comportement constitutif du matériau hyperélastique est basé sur trois invariants de déformation  $I_1, I_2$  et  $I_3$ . Il s'agit de l'énergie stockée dans le matériau par unité de volume de référence (volume dans la configuration initiale) en fonction de la déformation à ce point dans le matériau [6]

$$W = f(I_1, I_2, I_3) \quad (3.1)$$

Où  $I_1, I_2$  et  $I_3$  sont trois invariants du tenseur de déformation de Green définis en termes de rapports d'étirement principaux  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  donnés par :

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2$$

Généralement, les matériaux hyperélastiques sont considérés comme incompressibles, c'est-à-dire  $I_3 = 1$ ; il ne reste donc que deux mesures de déformation indépendantes  $I_1$  et  $I_2$ . Cela implique que  $W$  est fonction de  $I_1$  et  $I_2$  uniquement ;

$$W = f(I_1 - 3, I_2 - 3)$$

Pour étudier ce comportement à grande déformation des matériaux en caoutchouc de nombreux modèles de matériaux hyperélastiques ont été proposés dans la littérature.

### 3.2.1. Modèle Mooney-Rivlin

Modèle phénoménologique à deux paramètres qui fonctionne bien pour les essais donnant des allongements modérément grands en uniaxiale et en déformation par cisaillement. Mais, il ne peut pas capturer la reprise (courbure S) de la relation force-extension dans le test uniaxiale et la relation force-glissement dans le test de cisaillement. Pour un caoutchouc compressible, le modèle a une forme [7]

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \quad (3.2)$$

### 3.2.2. Modèle Néo-Hookeen

Ce modèle est un cas particulier de la forme Mooney-Rivlin avec  $C_{01} = 0$  et peut être utilisé lorsque les données matérielles sont insuffisantes. Il est simple à utiliser et peut faire une bonne approximation. Mais, il ne peut pas non plus saisir la reprise de la courbe de contrainte-déformation [8].

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \quad (3.3)$$

### 3.2.3. Modèle Yeoh

Un modèle polynomial réduit est formé après la révision par un terme d'ordre supérieur de  $I_1$  s'appliquant au FED du modèle Neo-Hookeen comme suit [9] :

$$W = \sum_{i=1}^N C_{i0}(I_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i}(J_{el} - 3)^{2i} \quad (3.4)$$

Lorsque N est égal à 3, le modèle correspondant devient le modèle Yeoh comme suit :

$$W = \sum_{i=1}^3 C_{i0}(I_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{D_i}(J_{el} - 3)^{2i} \quad (3.5)$$

Le module de cisaillement initial et le module de compressibilité sont donnés par :

$$\mu_0 = 2C_{10}, K_0 = \frac{2}{D_1}$$

Ce modèle est applicable pour une gamme beaucoup plus large de déformation et est capable de prédire le comportement contrainte-déformation dans différents modes de déformation à partir de données obtenues dans un mode de déformation simple comme l'extension uniaxiale [10].

### 3.2.4. Modèle Ogden

Le modèle d'Ogden est un modèle utilisé pour décrire le comportement contrainte-déformation non linéaire de matériaux complexes tels que les caoutchoucs, les polymères et les tissus biologiques. Le modèle a été développé par Raymond Ogden en 1972. Le modèle d'Ogden, comme d'autres modèles de matériaux hyperélastiques, suppose que le comportement du matériau peut être décrit au moyen d'une fonction de densité d'énergie de déformation, à partir de laquelle les relations contrainte-déformation peuvent être dérivées [11].

La fonction d'énergie de déformation est la somme des puissances réelles des étirements principaux :

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (3.6)$$

$N$ ,  $\mu_i$  et  $\alpha_i$  sont des constantes matérielles et peuvent prendre toutes les valeurs réelles et sont soumis aux critères de stabilité suivants :

$$\mu_i \alpha_i > 0 \quad \forall i = 1, N$$

Sous l'hypothèse d'un matériau incompressible, on peut réécrire l'équation (21) comme

$$W(\lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_1^{-\alpha_i} \lambda_2^{-\alpha_i} - 3) \quad (3.7)$$

Ce modèle est le plus largement utilisé pour modéliser de grandes déformations en raison de sa capacité à être conçu pour s'adapter à une variété de données, mais cette flexibilité se fait au prix de calculs difficiles. L'auteur a montré que ce modèle s'adapte parfaitement aux données expérimentales de Treloar (Treloar, 1944) avec  $N = 3$ , le comportement du matériau des caoutchoucs peut être décrit très précisément.



Ce modèle est particulièrement populaire dans l'analyse par éléments finis mais le seul inconvénient possible est les paramètres de matériau, ce qui nécessite de grandes quantités de données pour l'étalonnage.

En utilisant le modèle d'Ogden, les trois valeurs principales des contraintes de Cauchy peuvent maintenant être calculées comme :

$$\sigma_j = -p + \lambda_j \frac{\partial W}{\partial \lambda_j} = -p + \sum_{i=1}^N \mu_i \lambda_j^{\alpha_i} \quad (3.8)$$

### 3.2.5. Modèle Arruda-Boyce

Basé sur un réseau de chaînes moléculaires, il est également appelé modèle Arruda-Boyce à 8 chaînes car il a été développé sur la base d'un élément de volume représentatif (hexaèdre) où 8 chaînes émanent du centre vers les coins du volume. Il s'agit d'un modèle de cisaillement à deux paramètres basés uniquement sur  $I_1$  et qui fonctionne bien avec des données de test limitées [12].

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (\bar{I}_1 - 3)^i + \frac{1}{D} \left( \frac{J_{el}^2 - 1}{2} - \ln(J_{el}) \right) \quad (3.9)$$

## 3.3. Matériaux et méthodes

Pour l'essai de traction disponible, trois échantillons ont été prélevés sur le même produit en caoutchouc, Ceci a pour but d'étudier l'uniformité des lots de produits et de garantir que le produit fournit des données de test représentatives. Bien que le matériau effectue différentes courbes de contrainte-déformation dans différentes conditions de charge, un SEF unique et approprié pour un caoutchouc spécifique peut toujours être sélectionné, ce qui est applicable dans toutes les conditions de chargement. Afin de sélectionner le SEF approprié, un certain nombre d'essais expérimentaux doivent être effectués, ou au moins un de ces essais simples, à savoir la traction uniaxiale, le cisaillement plan ou équi-biaxiale, doit être effectué [13].

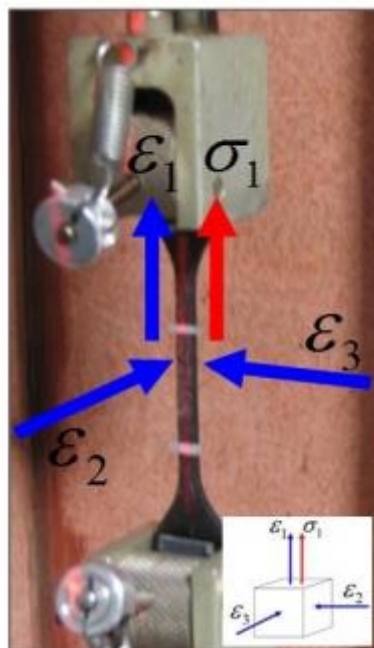
Dans cette étude on se limite au test de traction avec la machine universelle des essais mécaniques disponible dans notre laboratoire au département génie mécanique. Cet essai peut suffisamment caractériser notre matériau pour le chargement uniaxial.

Le test sera utilisé pour le processus d'ajustement de courbe et pour obtenir les constantes de caoutchouc et pour sélectionner son modèle constitutif approprié. L'exigence

pour le processus d'ajustement de la courbe est une simple fonction contrainte-déformation qui est capable de représenter le chargement uniaxiale, La simple relation contrainte-déformation peut donc être appliquée simplement dans l'AEF.

### **3.4.Essai de traction**

La condition importante du test est d'obtenir un état de pure contrainte de traction dans lequel l'éprouvette doit être plus longue dans le sens de l'allongement que sa largeur et son épaisseur. L'état contrainte-déformation de l'essai de traction uniaxiale pourrait être idéalisé comme le montre la figure 3.1.



*Figure 3.1 État de contrainte-déformation idéalisé de l'essai de traction uniaxial*

Pour les matériaux isotropes, les principaux tronçons de tension uniaxiale peuvent être exprimés par :

$$\lambda_1 = \lambda ; \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

Et la contrainte correspondante du test de tension uniaxiale pourrait être exprimée par :

$$\sigma_1 = \sigma = \lambda \frac{\partial W(\lambda)}{\partial \lambda}, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

Avec  $W(\lambda) = W(\lambda, \lambda^{0.5}, \lambda^{0.5})$

Comme on peut le voir sur la figure 3.1, la flèche rouge  $\sigma_1$ , décrit la contrainte de traction qui déforme l'éprouvette au niveau de déformation  $\varepsilon_1$ , où  $\sigma_1$  et  $\varepsilon_1$  sont respectivement la contrainte et la déformation dans la direction d'étirement.

### **3.5. Matériels utilisés**

La Machine électromécanique d'essai universelle de capacité 100kN est conçu pour effectuer de tests de tension, de compression ou de flexion, Cette machine permet de tester des matériaux tels que les métaux, les composites, les adhésifs à haute résistance, les boulons, les vis, les fixations, les produits en bois et les matériaux associés.

La machine d'essais universelle est simple et facile à utiliser. Elle comprend le bâti d'essai, une pompe hydraulique pour le dispositif auto serrant des mord, l'électronique de commande pour le contrôle de la traverse mobile, une traverse fixe et le panneau de commande, tout en protégeant les composants hydrauliques et électriques figure 3.2.

Le logiciel Smartest travaillant sous Windows est fourni avec la machine de test, préinstallé sur un PC avec plusieurs procédures de test pré-écrites. Il offre aux utilisateurs une valeur de pointe dans un package simple et facile à utiliser figure 3.3. Les utilisateurs ont la possibilité de travailler avec des modèles de test prédéfinis, ou ils peuvent facilement développer leurs propres modèles de test à l'aide des outils logiciels intuitifs.

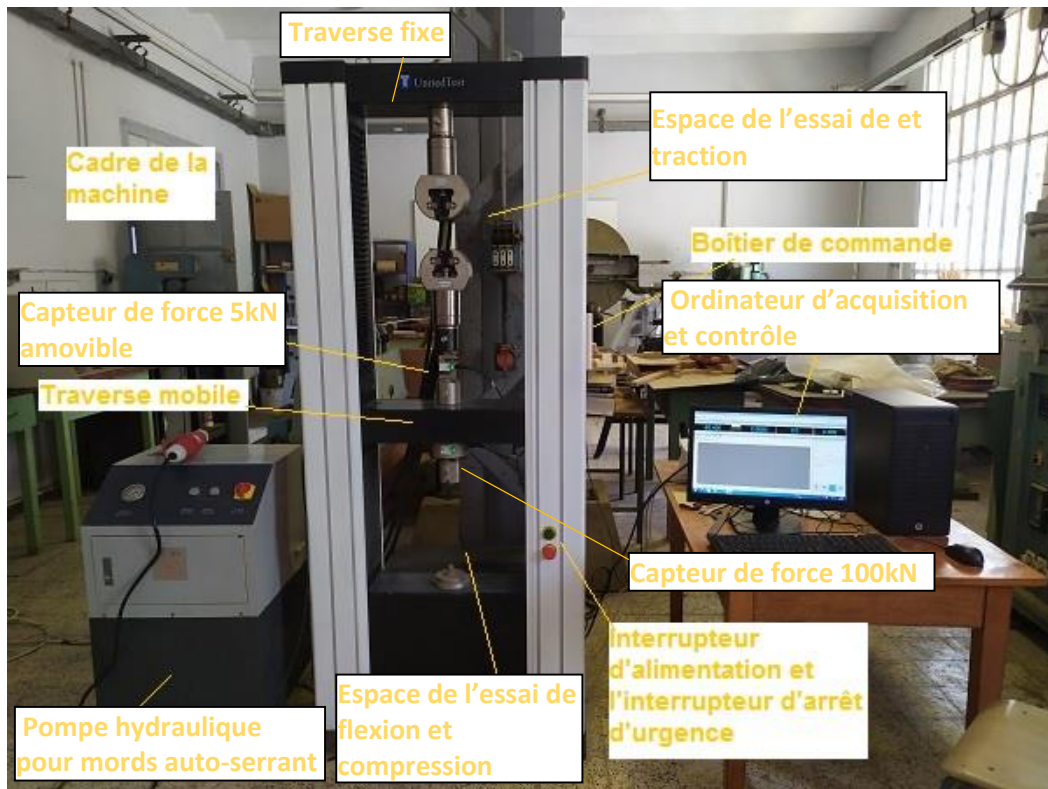
Des modèles existants sont disponibles pour toutes les principales normes de test ASTM, ISO et associées. Des méthodes de test moins courantes ou des modèles personnalisés peuvent également être fournis en consultant les ingénieurs logiciels.

### **3.6. Mode opératoire de l'essai**

- Prendre les différentes mesures de l'éprouvette.
- Placer l'éprouvette dans les têtes de serrage.
- Mettre l'affichage à zéro.
- Démarrer l'essai.

L'éprouvette est soumise à une force de traction  $P$  agissant dans l'axe longitudinal. La traction sur l'éprouvette se fait à une vitesse constante (50mm/min) jusqu'à la rupture. Durant tout l'essai, on peut visualiser l'évolution des différentes courbes d'effort et déplacement sur

l'écran lié à la machine figure 3.4, puis on peut récupérer les données de l'essai pour définir notre caoutchouc dans Abaqus.



*Figure 3.2 Machine universelle de laboratoire mécanique*

Le test a été réalisé selon la norme ASTM D412 sur des éprouvettes en forme d'os de chien d'une longueur de jauge effective de 33 mm montrée sur la figure 3.4. Tous les échantillons ont été menés jusqu'à la rupture. Les résultats force-déplacement et contrainte déformation sont représentés sur les figures 3.5 et 3.6, respectivement.

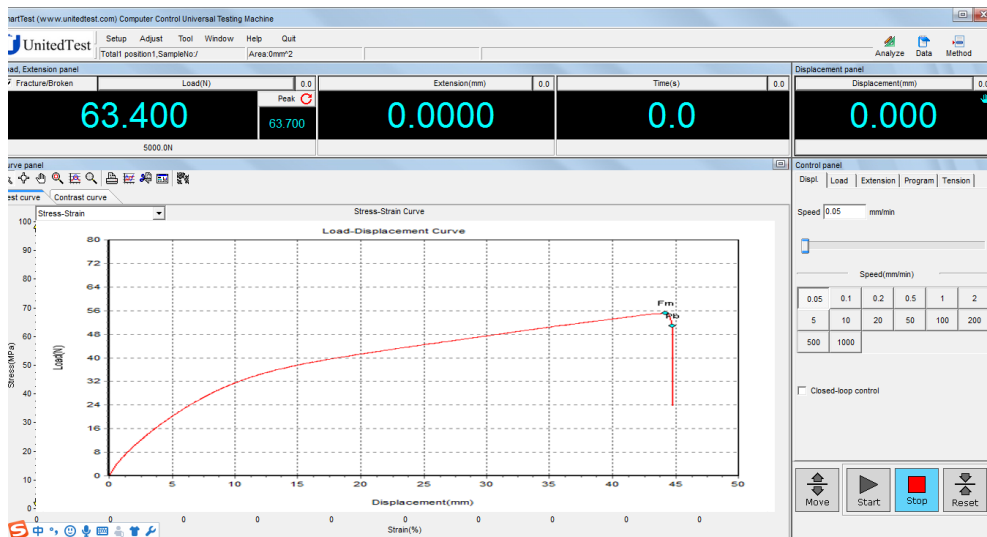


Figure 3.3 Affichage de l'écran de la machine

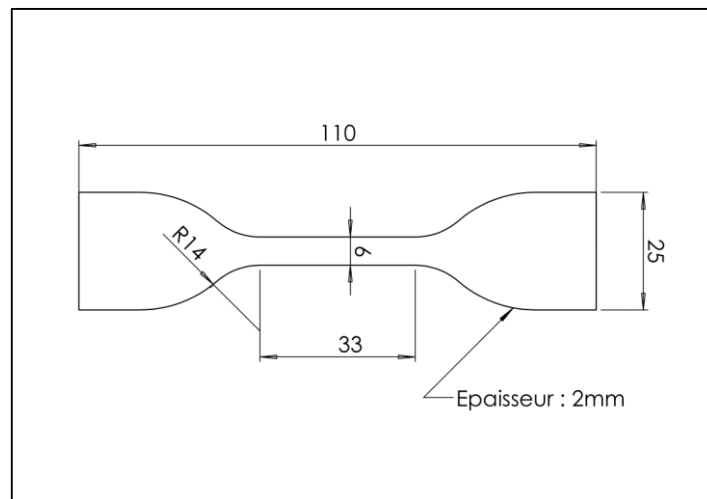


Figure 3.4 Les dimensions de l'éprouvette conforme a la Norme ASTM D412

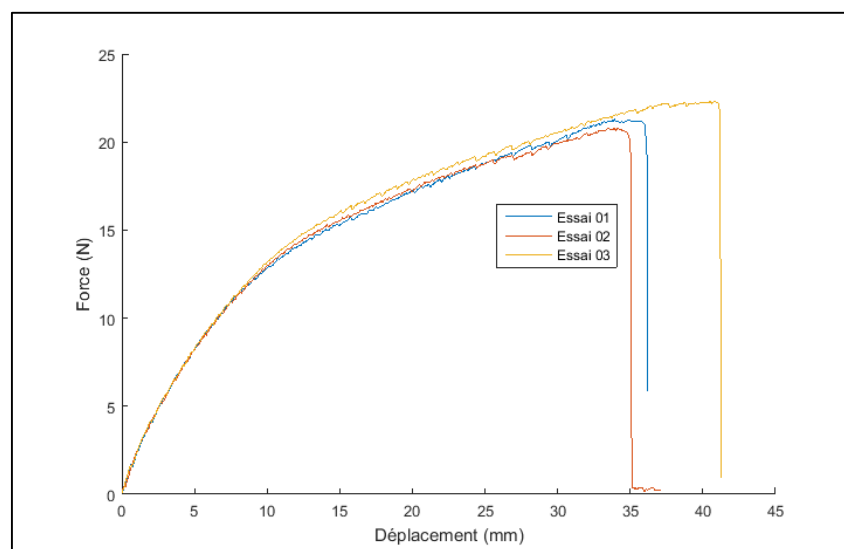
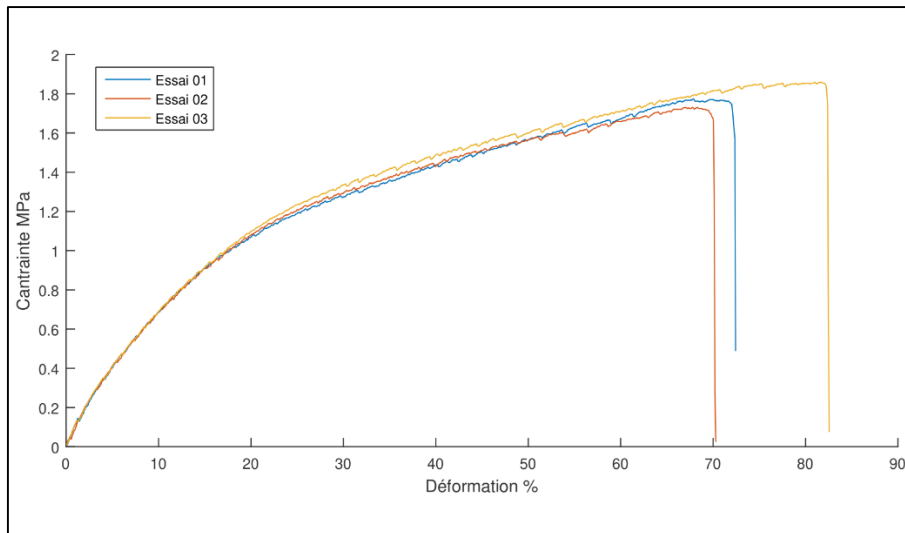


Figure 3.5 Courbe Force-déplacement de l'essai de traction



*Figure 3.6 Courbe contrainte-déformation de l'essai de traction*

Après les essais de traction menés sur trois éprouvettes de notre caoutchouc obtenu d'un revendeur de matériaux élastomères en Algérie, on a obtenu les résultats présentés dans le tableau 3.1. Ces valeurs sont implémentés dans Abaqus pour évaluer et définit notre matériau.

*Tableau 3.1 Résultats de l'essai insérer dans Abaqus*

Contrainte nominale (Pa)	Déformation nominale
0	0
100	0,01
208	0,02
300	0,03
450	0,06
604	0,08
800	0,12
1000	0,17
1200	0,25
1400	0,37
1600	0,54
1700	0,64

### **3.7. Processus d'ajustement de courbe**

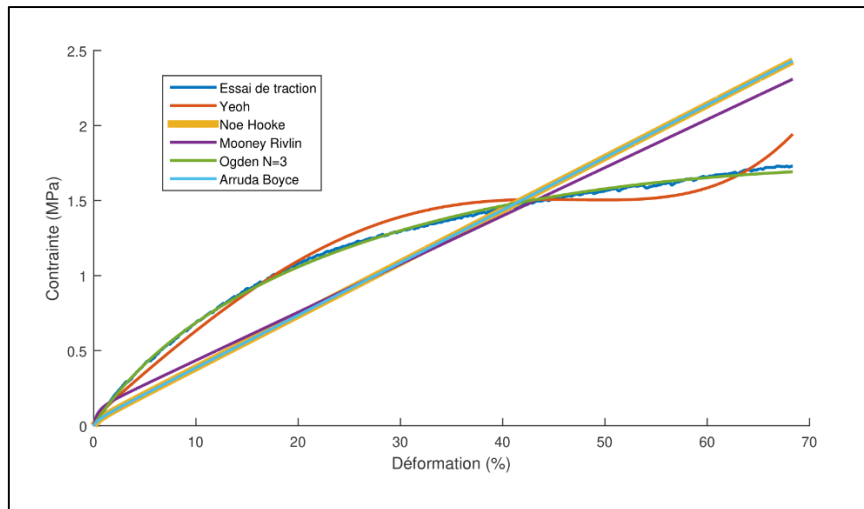
Afin de sélectionner le modèle hyperélastique le plus approprié, ABAQUS fournit la fonction d'ajustement de courbe. Cette fonctionnalité simplifie considérablement l'effort de l'utilisateur en ne comparant que plusieurs modèles disponibles avec des données expérimentales. Le modèle le plus approprié peut être déduit. Les données expérimentales de contrainte-déformation sont nécessaires pour déterminer les coefficients appropriés de FED pendant le processus d'ajustement de courbe.

Les données de contrainte-déformation issues de l'essai de traction uniaxiale utilisées pour déterminer les différents coefficients pour chaque modèle. ABAQUS donne les coefficients d'AEF pour les cinq modèles hyperélastiques listés dans le tableau 3.2.

Parmi tous les modèles sélectionnés dans ABAQUS, on remarque que les données de test de traction uniaxiale est capable de correspondre à la courbe générée par le modèle d'Ogden (N=3). D'après la figure 3.7 on peut bien visualiser que le modèle le plus approprié pour prédire les données d'essai de traction uniaxiale est celui d'Ogden (N=3).

*Tableau 3.2 Coefficients des modèles constitutifs de notre caoutchouc*

Modèle	Coefficient	Valeur	Unité
Neo-Hookean	$C_{10}$	0.01752	<i>MPa</i>
Mooney-Rivlin (N = 1)	$C_{10}$	0.016055	<i>MPa</i>
	$C_{01}$	0.04088	<i>MPa</i>
Ogden (N = 3)	$\mu_1$	0.66071	<i>MPa</i>
	$\mu_2$	-0.2144	<i>MPa</i>
	$\mu_3$	-0.4042	<i>MPa</i>
	$\alpha_1$	1.6526	
	$\alpha_2$	1.8485	
	$\alpha_3$	1.3413	
Yeoh (N = 3)	$C_{10}$	0.0297	<i>MPa</i>
	$C_{20}$	-4.3595e-06	<i>MPa</i>
	$C_{30}$	0.03774e-10	<i>MPa</i>
Arruda-Boyce	$\mu$	3.5042	<i>MPa</i>
	$\lambda_m$	136770.025	



*Figure 3.7 Courbes d'ajustement de 5 modèles*

Les autres modèles présentent une prédiction insuffisante pour le test uniaxiale car il manque les autres essais mécaniques (cisaillement plan, la traction biaxiale et les tests volumétrique) pour avoir une précision sur les coefficients de ces modèles d'où la bonne prédiction du comportement de notre caoutchouc.

Dans la suite on utilise le modèle d'Ogden (N=3) pour définir notre caoutchouc dans l'Abaqus pour la simulation de notre durite.

### **3.8. Conclusion**

Afin d'obtenir un modèle constitutif approprié d'un matériau presque incompressible tel que du caoutchouc, tous les essais de laboratoire requis, c'est-à-dire la traction uniaxiale, le cisaillement plan, la traction équibiaxiale et les essais de compression volumétrique doivent être effectués. Ceci afin d'assurer la cohérence du modèle sélectionné.

Dans notre projet on a réalisé seulement la traction uniaxiale pour décrire le comportement mécanique en traction.

Le modèle Ogden effectue systématiquement une prédiction assez précise en termes de relation contrainte-déformation lorsqu'il est mis en œuvre dans le modèle EF pour prédire le comportement de traction. Le résultat indique que le modèle sélectionné effectue une prédiction précise par rapport aux données expérimentales.



## **Chapitre 4**

# **Simulation Numérique**

#### **4.1.Simulation numérique avec Abaqus :**

De nombreux programmes commerciaux existent avec des capacités d'analyse par éléments finis pour différentes disciplines d'ingénierie. Ils aident à résoudre une variété de problèmes du simple linéaire analyse statique à l'analyse transitoire non linéaire. Certains de ces programmes tels qu'ANSYS et Abaqus, ont des capacités spéciales pour analyser les matériaux composites et ils acceptent des équations constitutives et des formulations d'éléments personnalisées et programmées par l'utilisateur [14].

Étant donné que ces logiciels fournissent non seulement des outils d'analyse, de modélisation géométrique, et la visualisation des résultats, mais aussi ils peuvent être intégrés dans la conception plus large, production et processus du cycle de vie du produit, ils sont souvent appelés analyse complète des environnements ou systèmes d'ingénierie assistée par ordinateur (IAO).

Les logiciels d'AEF modernes sont généralement organisés en trois blocs : le préprocesseur, le processeur et le post-processeur. Dans le préprocesseur, le modèle est construit en définissant la géométrie, les propriétés du matériau et le type d'élément. Les conditions aux limites sont entrées dans le préprocesseur, mais elles peuvent également être entrées pendant la phase de solution.

À la fin les résultats dérivés du post-processeur tels que les contraintes, les taux de déformation et de défaillance sont calculés, La solution peut être visualisée à l'aide d'outils graphiques.

La première exigence du modèle est la géométrie. Ensuite, les propriétés des matériaux sont données pour les différentes pièces. Ensuite, les charges et les conditions limites sont appliquées à la géométrie. Ensuite, la géométrie est discrétisée en éléments choisis, qui sont définis en termes de nœuds et de connectivité. Ensuite, le modèle est résolu et les résultats dérivés sont calculés et visualisés.

#### **4.2.Modélisation de notre problème :**

La première étape de modélisation consiste à créer les pièces qui représentent la géométrie du modèle. Dans un premier temps, on commence notre problème par une seule pièce (durite) et on ajoute les différents types de fibres (Fibres de verre, de carbone et le Kevlar).

Pour créer la durite, on commence par esquisser deux cercles concentriques avec les cotations 11 mm pour le rayon intérieur et 14.5mm pour celui de l'extérieur. Ensuite, par une extrusion de 200mm on obtient la forme de la durite en 3D comme indique la figure 4.1.

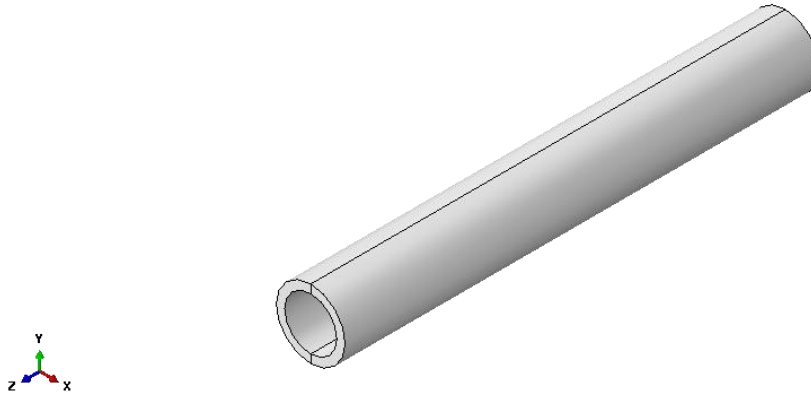


Figure 4.1 La géométrie de la durite

La géométrie des fibres peut être réalisée simplement par une ligne (poutre) avec une section circulaire de rayon égale à 0.5 mm (figure 4.2).



Figure 4.2 Géométrie de la fibre (Echelle 10:1)

En fonction de l'analyse, les propriétés des matériaux peuvent être linéaires (analyse élastique linéaire) ou non linéaires (par exemple, matériau hyperélastiques), isotropes ou orthotropes, constantes ou dépendantes de la température.

D'autres propriétés mécaniques, telles que la résistance, la densité et les coefficients de dilatation thermique sont facultatives et leur définition dépend des objectifs de l'analyse (Notre analyse n'est pas besoin de ces propriétés).

Les propriétés des fibres utilisées dans la simulation numérique sont présentées dans le tableau 4.1. Pour le caoutchouc on a utilisé les données obtenues à partir de l'essai de traction Tableau 3.1 et répondant au modèle d'Ogden (N=3). Ces propriétés seront affectées aux géométries pour chaque simulation.

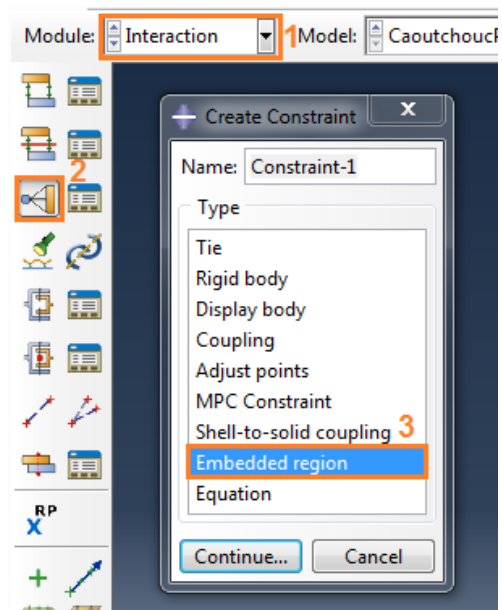
Tableau 4.1 Propriétés des matériaux utilisées pour la simulation

Type de fibre	E (MPa)	$\nu$
Fibre de verre	74000	0,25
Fibre de carbone	230000	0,3
Fibre de kevlar	130000	0,4

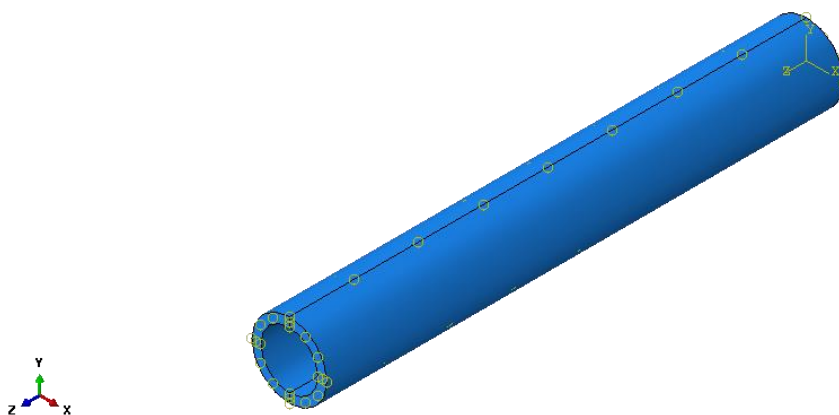
Pour assurer les relations géométriques entre la matrice et les fibres, Abaqus propose la contrainte de région incorporée « Embedded region » figure 4.3 qui permet de noyer les fibres du modèle dans la matrice du modèle figure 4.4.

La technique des éléments incorporés est utilisée pour spécifier qu'un élément ou un groupe d'éléments est noyé dans des éléments « hôtes ».

Abaqus recherche les relations géométriques entre les nœuds des éléments incorporés et les éléments hôtes. Si un nœud d'un élément intégré se trouve dans un élément hôte, les degrés de liberté de translation et le degré de liberté de pression interstitielle au niveau du nœud sont éliminés et le nœud devient un « nœud intégré ». Les degrés de liberté de translation et le degré de liberté de pression interstitielle du nœud incorporé sont limités aux valeurs interpolées des degrés de liberté correspondants de l'élément hôte. Les éléments incorporés peuvent avoir des degrés de liberté de rotation, mais ces rotations ne sont pas limitées par l'incorporation [15].

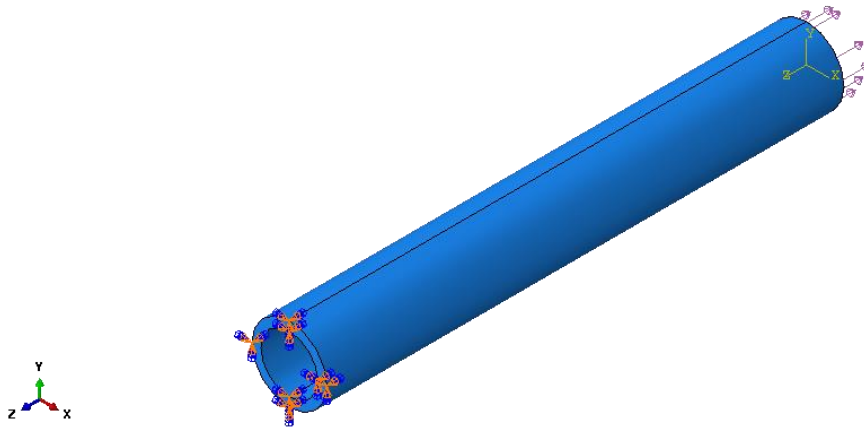


*Figure 4.3 Utilisation de la fonction région incorporée*



*Figure 4.4 Le modèle après l'utilisation de la technique d'éléments incorporés « Embedded »*

Ensuite, on passe aux conditions aux limites qui sont l'encastrement dans une extrémité et la force de 10000 N a l'autre extrémité. (Figure 4.5)



*Figure 4.5 Les conditions limites sur le modèle*

### **4.3. Etude de maillage**

Ensuite, l'assemblage doit être maillé. Il existe de nombreuses façons de mailler un modèle. Les programmes d'analyse par éléments finis (AEF) ont une bibliothèque d'éléments qui contient de nombreux types d'éléments différents. Le type d'élément détermine la formulation d'élément utilisée. Par exemple, le jeu de degrés de liberté, les fonctions d'interpolation, si l'élément est pour un espace 2D ou 3D, etc. Le type d'élément identifie la catégorie d'élément : traction-compression barre / tige, flexion de poutre, solide, coque, coque stratifiée, etc.

Avant d'entamer la simulation on doit optimiser le maillage afin d'obtenir des résultats acceptable de telle façon que le paramètre remaillage n'influe plus sur le résultat final. Les tableaux 4.2 et 4.3 montrent la variation de la contrainte de Von Mises et le déplacement en fonction du nombre des éléments du maillage pour une force de traction de 10000 N, et un nombre des fibres égale à 12. On a utilisé les propriétés qu'on a obtenu dans l'essai de traction (modèle d'Ogden  $N=3$ ) pour définir le matériau de la matrice (caoutchouc).

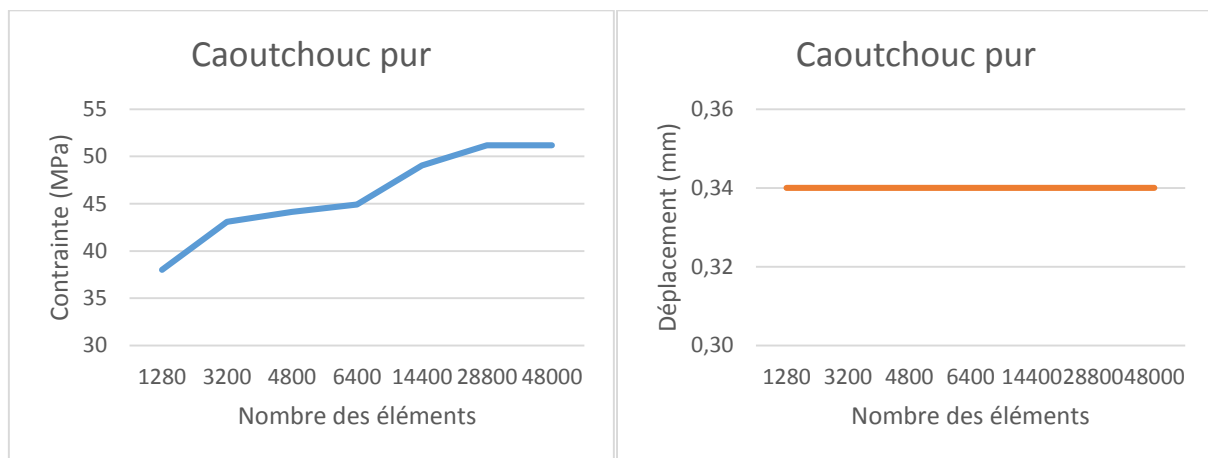
**Tableau 4.2 Résultats de simulation caoutchouc pur (Ogden N=3)**

Nombre des éléments	Contrainte (MPa)	Déplacement (mm)	Temps
1280	38,01	0,34	49s
3200	43,08	0,34	1min01s
4800	44,12	0,34	1min28s
6400	44,93	0,34	1min55s
14400	49,05	0,34	2min35s
28800	51,19	0,34	6min08s
48000	51,19	0,34	9min35s

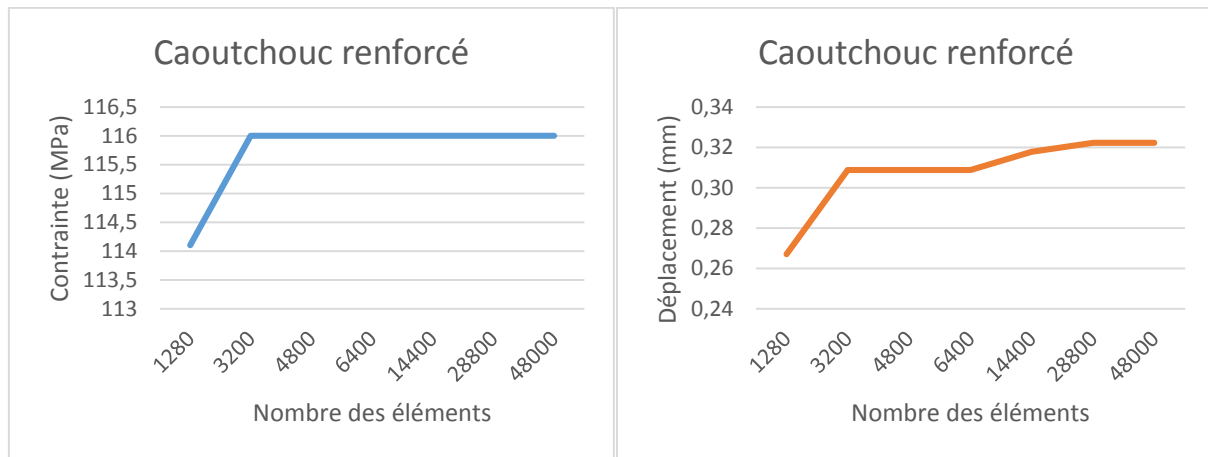
**Tableau 4.3 Résultats de simulation caoutchouc (Ogden N=3) renforcé par 12 fibres de verre**

Nombre des éléments	Contrainte (MPa)	Déplacement (mm)	Temps
1280	114,1	0,27	44s
3200	116	0,31	51s
4800	116	0,31	1min07s
6400	116	0,31	1min44s
14400	116	0,32	2min02s
28800	116	0,32	3min54s
48000	116	0,32	7min11s

Les résultats des tableaux 4.2 et 4.3 sont représentés dans les figures 4.6 et 4.7 pour bien visualiser la convergence des résultats.

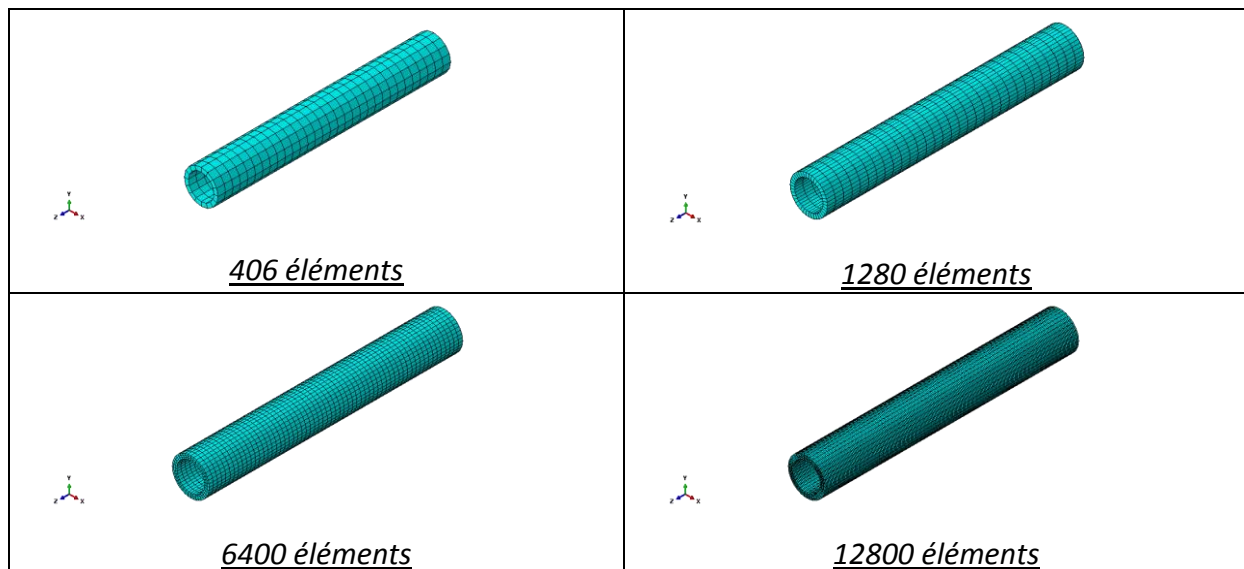


**Figure 4.6 Déplacement et contrainte (durite sans renfort)**



**Figure 4.7 Déplacement et contrainte (durite renforcée)**

Quelques maillages de durite sont représentés sur la figure suivante :



**Figure 4.8 Variation de maillage**

On remarque que les résultats déplacement et contrainte dans les deux cas matrice avec et sans renfort convergent pour un maillage qui contient autour de 28800 éléments. Nous adoptons cette discrétisation optimale pour les calculs en variant le nombre et les type des fibres.

#### **4.4.Phase de solution**

Après le choix de maillages on passe maintenant à l'étape de résolution en variant le nombre de fibres de 20 jusqu'à 40 en passant par différents types de fibre (fibres de verre, de carbone et de Kevlar) les différents résultats sont présentés dans les tableaux 4.4 dans le cas d'un caoutchouc supposer élastique et 4.5 pour le caoutchouc hyperélastique définie par les données de l'essai de traction.



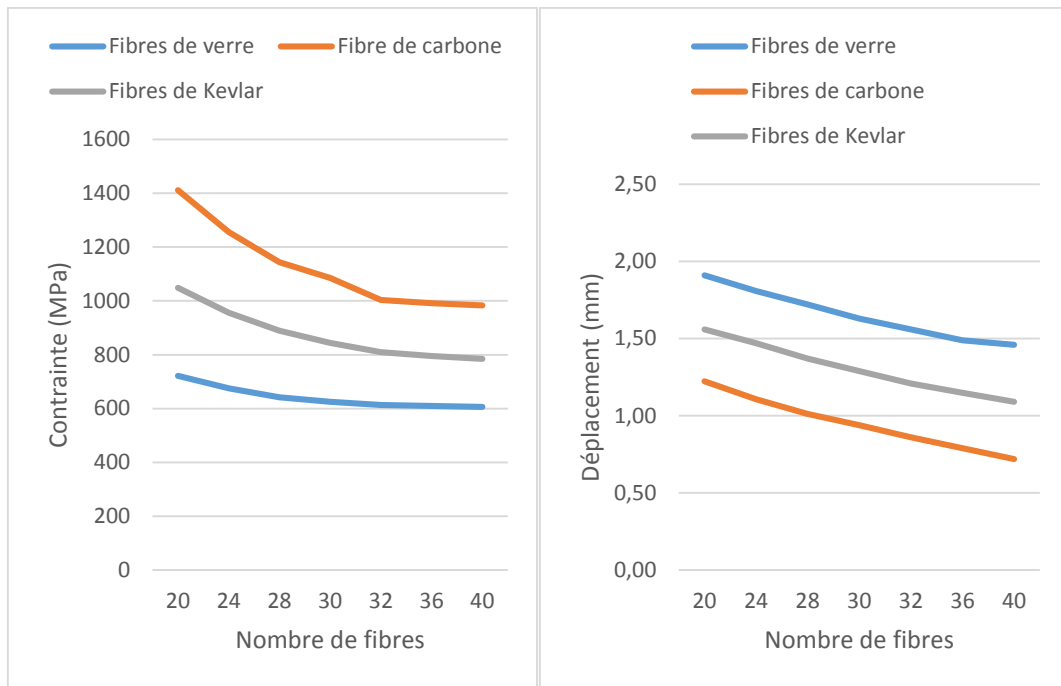
*Tableau 4.4 Les résultats de simulation (caoutchouc élastique)*

Nombre de fibres	Type de fibre	Contrainte (Mpa)	Déplacement (mm)	Temps (s)
20	Verre	721,3	1,91	6min02s
	Carbone	1411	1,22	6min07s
	Kevlar	1048	1,56	6min06s
24	Verre	675,3	1,81	6min39s
	Carbone	1255	1,11	6min36s
	Kevlar	955,5	1,47	6min33s
28	Verre	641,5	1,72	6min07s
	Carbone	1144	1,01	6min06s
	Kevlar	889,2	1,37	6min04s
30	Verre	625,1	1,63	6min10s
	Carbone	1086	0,94	7min02s
	Kevlar	843,5	1,29	7min15s
32	Verre	613,4	1,56	6min13s
	Carbone	1003	0,86	6min50s
	Kevlar	809,1	1,21	7min07s
36	Verre	610,3	1,49	6min32s
	Carbone	991,2	0,79	6min33s
	Kevlar	795	1,15	6min37s
40	Verre	606,1	1,46	7min08s
	Carbone	983,7	0,72	6min37s
	Kevlar	984,2	1,09	6min33s

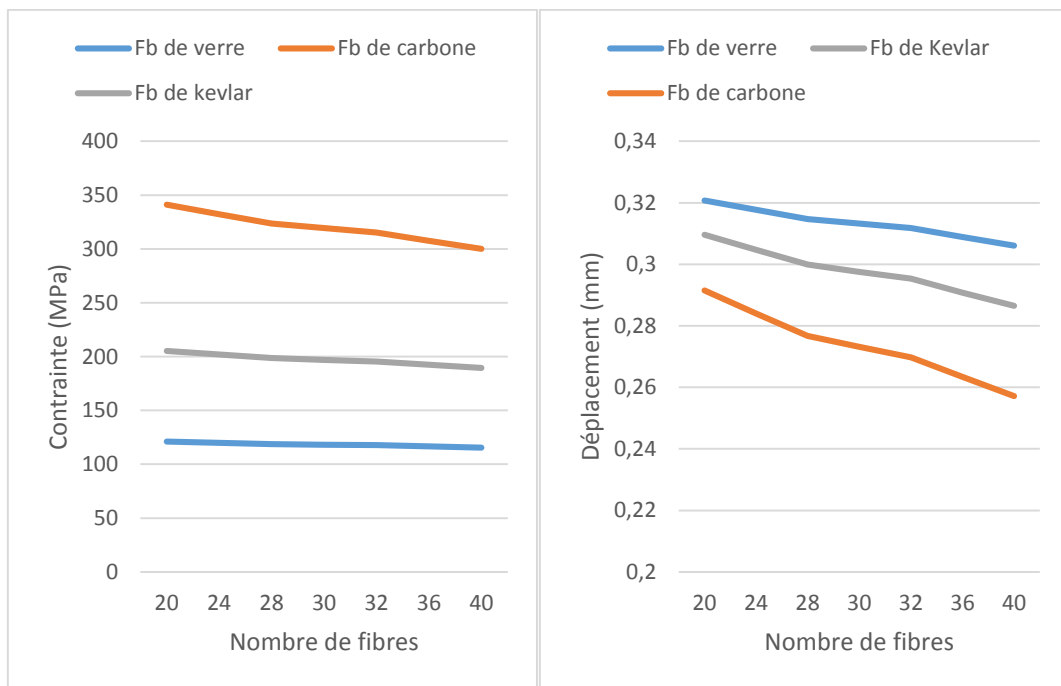
*Tableau 4.5 Les résultats de simulation (caoutchouc hyperélastique)*

Nombre de fibres	Type de fibre	Contrainte (Mpa)	Déplacement (mm)	Temps (s)
20	Verre	121,1	0,32	6min02s
	Carbone	341,1	0,29	6min07s
	Kevlar	205,1	0,31	6min06s
24	Verre	120	0,32	6min39s
	Carbone	332,2	0,28	6min36s
	Kevlar	201,9	0,30	6min33s
28	Verre	118,8	0,31	6min07s
	Carbone	323,5	0,28	6min06s
	Kevlar	198,6	0,30	6min04s
30	Verre	118,2	0,31	6min10s
	Carbone	319,3	0,27	7min02s
	Kevlar	197	0,30	7min15s
32	Verre	117,7	0,31	6min13s
	Carbone	315,3	0,27	6min50s
	Kevlar	195,5	0,30	7min07s
36	Verre	116,6	0,31	6min32s
	Carbone	307,6	0,26	6min33s
	Kevlar	192,5	0,29	6min37s
40	Verre	115,5	0,31	7min08s
	Carbone	300,2	0,26	6min37s
	Kevlar	189,6	0,29	6min33s

Les résultats regroupés dans les tableaux précédents sont représentés dans les figures 4.9 et 4.10 suivantes pour visualiser l'évolution des contraintes et le déplacement en fonction du type et du nombre de fibres.



**Figure 4.9** *Contrainte et déplacement en fonction de type et nombre des fibres (Caoutchouc élastique)*

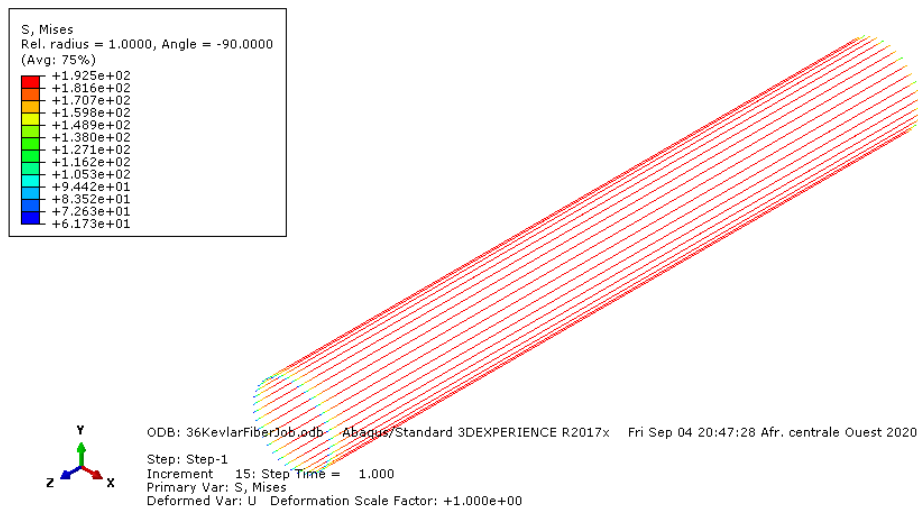


**Figure 4.10** *Contrainte et déplacement en fonction de type et nombre des fibres (Caoutchouc hyperélastique)*

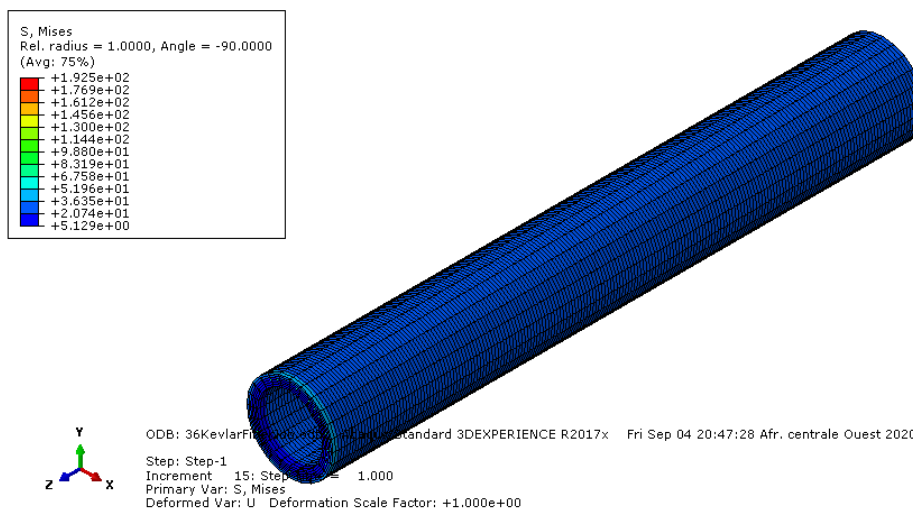
Du point de vu rigidité, le type de fibre n'a pas une grande influence. Par contre, au niveau contrainte, les fibres de verre semblent les moins sollicitées.

Les déplacements ne présentent pas une grande variation. Ceci est dû au type de caoutchouc qu'on a utilisé. C'est un caoutchouc industriel, contrairement à celui utilisé dans la partie théorique qui a des propriétés d'un caoutchouc naturel d'après la littérature.

Les fibres supportent une grande partie de la contrainte appliquée sur la durite ce qui minimise les déplacements et les contraintes appliquées sur le caoutchouc. Ces remarques sont illustrées dans les figures 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 qui montrent les déplacements et les contraintes appliquées sur le caoutchouc et les fibres d'une durite renforcée par 36 fibres de Kevlar.



**Figure 4.11 Contraintes dans les fibres**



**Figure 4.12 Les contraintes dans la matrice**

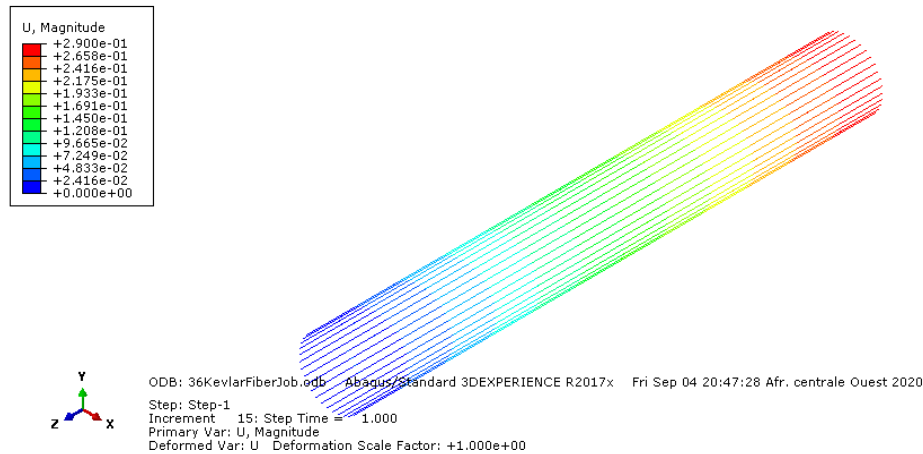


Figure 4.13 Les déplacements dans les fibres

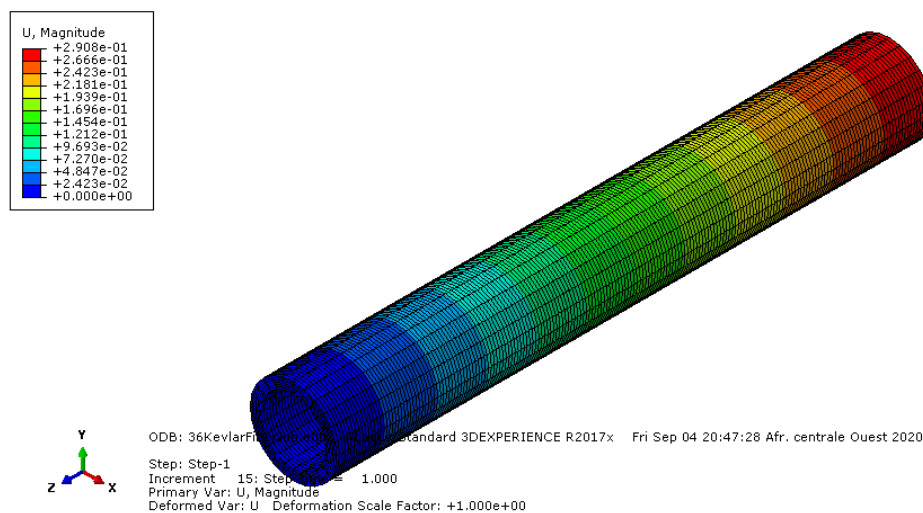


Figure 4.14 Les déplacements dans la matrice

### Interprétations et comparaison des résultats :

En générale, les résultats sont acceptables vu la diminution de l'élongation de la durite lorsque elle est renforcé par différents types de fibres dans les calculs théoriques et dans la simulation.

Dans les calculs théoriques on a supposé un comportement élastique linéaire du caoutchouc

Un des buts de ce projet est comment définir un caoutchouc dans Abaqus à travers l'essai de traction et ensuite choisir le bon modèle qui lui convient. Durant ce projet on a réussi à faire ceci. Vu la situation actuelle, on n'a pas pu trouver une entreprise pouvant nous

fournir à la fois le matériau et ses caractéristiques mécaniques pour faire la comparaison entre les calculs théoriques et la simulation.

Les propriétés de caoutchouc utilisées dans les calculs théoriques appartiennent à un caoutchouc naturel, par contre le caoutchouc utilisé dans l'essai de traction est un caoutchouc destiné à l'industrie et dont les caractéristiques sont absentes.

# **Conclusion Générale**

## **Conclusion générale**

Les matériaux hyperélastiques, comme le caoutchouc, sont des matériaux non linéaires qui présentent une réponse élastique instantanée aux grandes déformations. Les matériaux composite ont une grande importance dans l'industrie, dans ce projet on peut bien observer comment les fibres minimisent les grandes déformations de caoutchouc et renforcent la structure de la durite.

La simulation numérique de traction de la durite a été effectuée sous Abaqus, On a calculé les efforts appliqués (contrainte/déformation) sur la durite renforcée par différents types de fibres unidirectionnelles (Fibre de verre, Fibre de carbone, Fibre de Kevlar) et en variant leur nombre, la durite est encadrée d'une extrémité et sous une force de traction de 10 000 N dans l'autre côté.

Les résultats de l'essai de traction qu'on a réalisés dans le laboratoire mécanique nous a permis de bien définir notre caoutchouc sur Abaqus et de choisir le meilleur modèle.

Le modèle d'Ogden (N=3) semble être le choix le plus approprié pour prédire le comportement du caoutchouc en simple tension en raison de sa capacité à faire correspondre les points de données expérimentales. Le modèle d'Ogden (N=3) donne le meilleur ajustement. Il fournit une description analytique stable du matériau dans la réponse contrainte-déformation. Pour définir complètement le matériau et pour n'importe quelle sollicitation il faut réaliser d'autres essais mécaniques (Traction biaxiale, déformation plane).

Du point de vue rigidité, le type de fibre n'a pas de grande influence. Par contre, au niveau contrainte, les fibres de verre semblent moins sollicitées que celles en fibres de kevlar et carbon



# **Bibliographie**

## **Bibliographie**

- [1] J. E. E. B. a. R. M. (. Mark, *The Science and Technology of rubber*, Amsterdam: Academic Press, 2005.
- [2] K. Miller, «Testing Elastomer for Hyperelastic Material Models in Finite Element Analysis,» chez *Axel Products Testing and Analysis Report*, 2000.
- [3] D. Gay, *Composite materials design and Applications*, Paris, 1997.
- [4] M. L. N. a. H. R. Kaliske, «On Damage Modeling for Elastic and Viscoelastic Materials at Large Strain,» chez *Computers and Structures*.
- [5] J. D. a. F. C. P. Y. Humphrey, «On Constitutive Relations and Finite Deformations of Passive Cardiac Tissue A Pseudo Strain Energy Function,» chez *ASME Journal of Biomechanical Engineering (V. 109 1987): 298-304. doi.org/10.1115/1.3138684..*
- [6] T. a. K. J. B. Sussman, «A Model of Incompressible Isotropic Hyperelastic Material Behavior using Spline Interpolations of Tension- Compression Test Data,» chez *Communications in Numerical Methods in Engineering. (V. 25 2009): 53-63. doi.org/10.1002/cnm.*
- [7] M. Mooney, «A Theory of Large Elastic Deformation,» chez *Journal of Applied Physics (V. 11 No. 9, 1940): 582-592. doi.org/10.1063/1.1712836..*
- [8] R. W. Ogden, «Non-linear Elastic Deformations,» chez *Dover Publications, 560 pp. doi.org/10.1016/0264- 682x(84)90061-3. , New York, 1997.*
- [9] O. H. Yeoh, «Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber,» chez *Rubber Chemistry and Technology (V. 66, No. 5 1993): 754-771. doi.org/10.5254/1.3538343.*
- [10] P. A. S. a. R. M. Ghosh, «Prediction of Tyre Rolling Resistance using FEA,» chez *Constitutive Models for Rubber III, edited by Busfield, J., and A. Muhr, A Balkema Publishers: 141-145, UK, 2003.*
- [11] R. W. Ogden, «Large Deformation Isotropic Elasticity on the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubber-Like Solids,» chez *Proceeding of the Royal*

*Society London A 326 (V. 1567 1972): 565-584. doi.org/10.1098/rspa.1972.0026.*

- [12] E. M. a. M. C. B. Arruda, «A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials,» chez *Journal of the Mechanics and Physics of Solids (V. 41 No. 2 1993): 389-412. doi.org/10.1016/0022-5096(93)90013-6.*
- [13] R. J. H. S. a. J. J. G. Moran, «Fitted Hyperelastic Parameters for Human Brain Tissue from Reported Tension, Compression, and Shear Tests,» chez *Journal of Biomechanics (V. 47 2014): 3762-3766. doi.org/10.1016/j.jbiomech.2014.09.030.*
- [14] E. J. Barbero, *Finite Element Analysis of Composite Materials Using Abaqus TM*, CRC Press, 2103.
- [15] «Embedded Elements,» Abaqus documentations , [En ligne]. Available: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAECSTRefMap/simacst-c-embeddedelement.htm>.
- [16] SolidWorks. [En ligne]. Available: <http://www.solidworks.com/sw/engineering-education-software.htm>.